

Fysiikan opiskelijoiden matemaattiset haasteet Jyväskylän yliopistossa

Kandidaatintutkielma, 13.9.2022

Tekijä:

NILO HUUHKA

Ohjaaja:

JUHA MERIKOSKI



JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO
FYSIKAN LAITOS

© 2022 Niilo Huuhka

Julkaisu on tekijänoikeussäännösten alainen. Teosta voi lukea ja tulostaa henkilökohtaista käyttöä varten. Käyttö kaupallisiin tarkoituksiin on kielletty. This publication is copyrighted. You may download, display and print it for Your own personal use. Commercial use is prohibited.

Tiivistelmä

Tässä tutkielmassa tarkastellaan fysiikan opiskelijoiden matemaattisia valmiuksia ja haasteita Jyväskylän yliopiston fysiikan laitoksella. Matemaattiset haasteet ovat yleisiä fysiikan opinnoissa oppiaineen vahvan matemaattisuuden takia. Tarkoituksena on selvittää, millä tavoin matemaattiset haasteet ilmenevät fysiikan opinnoissa.

Tutkimus koostuu kahdesta mielipiteitä mittaavasta kyselystä, jotka järjestetään kahdella fysiikan kurssilla. Näitä kursseja, FYSA2010 Sähkömagnetismi ja FYSA2020 Mekaniikka, on pidetty matemaattisesti vaikeina muun muassa siksi, että kursseilla käytetään vektoricalculusta, differentiaaliyhtälöitä ja lineaarialgebraa. Tutkimusaineisto on määrällinen, jonka lisäksi kerätään myös sanallisia vastauksia laadulliseksi aineistoksi. Tutkimuksen ensimmäinen kysely toimi kuin pilottitutkimuksena, jossa etsittiin yleisemmin matemaattisiin haasteisiin liittyviä tekijöitä. Toisessa kyselyssä perehdyttiin ensimmäisen kyselyn esille nostamiin kohtiin.

Matemaattisten haasteiden havaittiin johtuvan monesta seikasta. Haasteisiin liittyy esimerkiksi esitietokurssien vaihteleva osaaminen ja kurssien asiasisältöjen muistaminen myöhemmin. Matematiikan kursseilla opitun teorian soveltaminen fysiikan käyttötarkoituksissa koettiin myös haastavaksi. Lisäksi symboliset erot oppiaineiden välillä sekä fysiikan opintojen nopea eteneminen matematiikan kannalta havaittiin aineistosta. Huomattiin myös, että opiskelijat käyttävät erittäin vähän heille suunnattuja opiskelun apuvälineitä.

Huuhka, Niilo
Fysiikan opiskelijoiden matemaattiset haasteet Jyväskylän yliopistossa
Kandidaatintutkielma
Fysiikan laitos, Jyväskylän yliopisto, 2022, 66 sivua

Avainsanat: Fysiikan opettaminen, matemaattiset taidot, yliopisto-opinnot

Abstract

In this thesis I look into physics student's mathematical skills and difficulties in university physics courses at the Department of Physics of Jyväskylä University. Physics students often face difficulties due to high usage of mathematics even early on in their university studies.

The study consists of two questionnaires, first of which focuses broadly on mathematical difficulties. The second questionnaire focuses on the points raised by the former questionnaire. The questionnaires measure opinions on study related topics and are quantitative in nature. Two courses, FYSA2010 Electromagnetism and FYSA2020 Mechanics, were selected because knowledge of difficult mathematical subjects is required, for example differential equations, vector calculus and linear algebra.

Mathematical difficulties were found to result from a multitude of causes. Those included difficulties in knowing and remembering mathematical methods taught in earlier mathematical courses, difficulties in applying learned mathematical methods in physics courses, difficulties with symbolic differences between mathematics and physics. Part of the study was determining how much students use aids designed to help with studies. It was found that only a portion of students use these aids regularly.

Huuhka, Niilo
Mathematical difficulties in university physics
Bachelor's thesis
Department of Physics, University of Jyväskylä, 2022, 66 pages.

Keywords: Physics education research, mathematical difficulties, university studies

Esipuhe

Haluan kiittää kaikkia tutkimukseen osallistuneita opiskelijoita, jotka jakoivat kokemuksia ja mielipiteitä fysiikan opiskelusta. Haluan kiittää myös kaikkia niitä jotka ovat olleet tukena projektin aikana, sekä niitä jotka kandiaiheista keskustellessa kertoivat omia näkemyksiään aiheestani, unohtamatta tietenkään *potentiaalkuopan* ahkeria kahvinkeitäjiä. Tämä tutkielma on kirjoitettu opiskelijan näkökulmasta opiskelijoille keskeisestä aiheesta. Matemaattiset haasteet ovat tulleet vastaan itsellenikin opiskelun aikana. *Pään hakkaaminen seinään* -strategia ei ole paras keino ratkaista ongelmia, vaikka se yön pikkutunteina on usein valittu vaihtoehto. Tätä työtä on motivoinut idea opetuksen parantamisesta Jyväskylän yliopistossa.

Haluan vielä muistaa kaikkia matematiikan kanssa kamppailevia sitaatilla eräältä historian tunnetuimmista fyysikoista: **“Do not worry about your difficulties in Mathematics. I can assure you mine are still greater.”** -Albert Einstein.

Jyväskylässä 13.9.2022

Niilo Huuhka

Sisällys

Tiivistelmä	3
Abstract	5
Esipuhe	7
1 Johdanto	11
2 Teoreettinen tausta	13
2.1 Matematiikan ja fysiikan opetus Jyväskylän yliopistossa	13
2.2 Apuvälineet fysiikan opiskeluun Jyväskylän yliopistossa	14
2.3 Määrällinen tutkimus	15
2.4 Laadullinen tutkimus	15
2.5 Aikaisempaa tutkimusta	16
3 Tutkimuksen tavoitteet ja tutkimuskysymykset	19
4 Tutkimusmenetelmät	21
4.1 FYSA2010-kurssin kysely	21
4.2 FYSA2020-viikoittainen seuranta	23
4.3 Havainnointi ja keskustelut	25
5 Tutkimuksen tulokset	27
5.1 FYSA2010-kurssin kyselyn aineisto	27
5.2 FYSA2020-kurssin kyselyn aineisto	32
5.3 Apuvälineiden käyttö	37
5.4 Sanalliset vastaukset	39
5.5 Havainnot	41
6 Johtopäätökset	43

1 Johdanto

Fysiikka ja matematiikka ovat olleet kautta historian vahvasti sidoksissa, ja tieteenaloilla on pitkät ja monesti risteävät juuret. Monen kuuluisan fyysikon nimen löytää myös matematiikasta, ja sama pätee myös toisin päin. Integraalit, differentiaalit, summat, logaritmit sekä todennäköisyydet, joilla kuvataan kaikkea arkipäiväisistä ilmiöistä aina universumin suurimmista pienimpiin tapahtumiin, eivät ole fysiikkaa vaan matematiikkaa. Matematiikalla rakennetaan pohja fysiikan opiskelulle, ja katsomme aina fysiikkaa eräänlaisen matematiikka-linssin läpi. Fysiikka ilman matematiikkaa olisi yhtä hyödyllistä kuin kirjallisuuden tutkimus ilman aakkosia.

Eräs tapa kuvailla fysiikkaa voisikin olla, että se on luonnossa havaittujen, laboratorio-olosuhteissa varmistettujen, universumin lakien kuvaamista matemaattisin keinoin. Täten ilman matematiikkaa ei olisi fysiikkaa, ainakaan sellaisena, jona sen tänä päivänä tunnemme.

Kun opiskellaan fysiikkaa, ei voida oppia *vain* fysiikkaa. Fysiikan opetus, kuten fysiikka tieteenalana, nojautuu matematiikan opetukseen. Ennen kuin opiskelija voi oppia fysiikkaa, tulee hänellä olla riittävä matemaattinen osaaminen perustana, jonka päälle fysiikkaa aletaan rakentamaan. Tästä seuraa mielenkiintoinen pedagoginen pulma: Miten opettaa oppiainetta, joka perustuu suurin osin toiseen oppiaineeseen? Mitä tapahtuu, kun fysiikan opiskelijalla on vaikeuksia matematiikassa?

Tämän tutkielman tarkoituksena on perehtyä tähän ongelmaan Jyväskylän yliopiston fysiikan laitoksella. Matemaattiset haasteet hidastavat ja hankaloittavat fysiikan opiskelua, ja niiden ymmärtäminen voisi olla suuri etu fysiikan opetuksessa. Tarkoituksena on myös perehtyä muutamaaan muuhun fysiikan opiskeluun ja sen helpottamiseen liittyvään aiheeseen, kuten fysiikan opiskelijoiden matemaattisten apuvälineiden käyttöön. On kuitenkin niin, että fysiikan opiskeluun liittyy paljon vaikeaa matematiikkaa, eikä fysiikan opetuksen kehityksen tehtävä ole kiertää vaikeita matemaattisia aiheita. Tavoitteeksi voidaan kuitenkin asettaa oppiaineiden yhdistämisen helpottaminen ja sen varmistaminen, että fysiikan opiskelijat ovat saaneet tarvittavat matemaattiset taidot fysiikan opiskeluun.

2 Teoreettinen tausta

2.1 Matematiikan ja fysiikan opetus Jyväskylän yliopistossa

Fysiikka luonnontieteenä sekä oppiaineena perustuu vahvasti matematiikkaan. Tämän takia Jyväskylän yliopiston fysiikan kandidaatinohjelma koostuu fysiikan perusopinnoista (27 opintopistettä, myöhemmin op), fysiikan aineopinnoista (57–60 op) sekä matematiikan perusopinnoista (25–27 op) ja aineopinnoista (17 op) [1]. Matematiikan perusopintojen lisäksi fysiikan opiskelijoille suositellaan perusopintojen ulkopuolelta muutamia matematiikan kursseja, joiden laajuus on yhteensä noin kymmenen opintopistettä. Näiden matematiikan kurssien tarkoitus on rakentaa matemaattinen perusta fysiikan opinnoille, ja niitä sovelletaan fysiikan kursseilla paljon.

Fysiikan opiskeluun kuuluu matematiikan ja fysiikan opiskelua samanaikaisesti, ja joissain tapauksissa fysiikan opinnoissa esiintyvät matemaattiset menetelmät opetetaan samassa periodissa käytävällä kurssilla. Joihinkin fysiikan aiheisiin liittyy sellaisia asioita, joita käsitellään vasta syventävillä matematiikan kursseilla. Esimerkkinä tästä on aineopinnoissa esiintyvä Schrödingerin yhtälö, osittaisdifferentiaaliyhtälö, joka on kvanttimekaniikan ja sitä käsittelevän kurssin FYSA2031 keskeisimpiä yhtälöitä. Osittaisdifferentiaaliyhtälöt ratkaisutapoineen sisältyvät syventäviin matematiikan opintoihin kuuluvalla kurssilla MATS230 Osittaisdifferentiaaliyhtälöt. Samalla kurssilla käsitellään myös Hilbert-avaruuksia, joista matematiikassa mainitaan vasta funktioanalyysin kurssilla. Näiden kurssien suorittaminen ei sisälly fysiikan kandidaatin tutkielmaan, joten fysiikassa tarvittavat asiasisällöt on opetettava toisella tavalla. Tällaisissa tilanteissa tulee fysiikan opettajan paikata puuttuvaa osaamista kurssin vaatimalla tasolla. [2]

Fysiikan ja matematiikan opetus on järjestetty Jyväskylän yliopistossa aikaisemmin eri tavalla. Aikaisemmin matematiikkaa opetettiin suoraan fysiikan käyttötarkoituksiin kursseilla Fysiikan matemaattiset menetelmät I–VI. Näiden kurssien tarkoituksena oli antaa suoraan fysiikan opiskelijoille tarvittavat matemaattiset menetelmät, ja niiden sisällöt oli valittu täydentämään fysiikan kursseja [3]. Tässä opetustavassa oli hyötynä se, että kursseilla keskityttiin olennaisiin asioihin fysiikan

opiskelun kannalta, ja niitä opettivat fysiikan opettajat. Täten fysiikan ja matematiikan yhdistäminen oli keskeisemmässä roolissa matematiikan opetuksessa, ja laskuharjoituksissa käytettiin paljon fysiikan esimerkkejä.[4] Tästä järjestelystä kuitenkin luovuttiin, sillä suuri osa fysiikan opiskelijoista opiskelee sivuaineena matematiikkaa, jolloin matematiikan opiskelu vain fysiikan käyttötarkoitukseen ei ole tarpeen. Tutkimuksessa tutkitaan esimerkiksi sitä, mitä mieltä opiskelijat ovat nykyisestä opetustavasta, ja kuinka hyvin he kokevat sen edistävän fysiikan oppimista.

2.2 Apuvälineet fysiikan opiskeluun Jyväskylän yliopistossa

Jyväskylän yliopiston fysiikan laitos eli JYFL järjestää monella tapaa tukea opiskelijoille fysiikan kursseilla ja niiden ulkopuolella. Tutkimukseen kuuluu myös näiden apuvälineiden käytön määrällinen tutkimus. Virallisten apuvälineiden lisäksi tutkitaan myös epävirallisten apuvälineiden, kuten internetin, käyttöä.

Ohjaukset ovat yliopistolla järjestettäviä vapaaehtoisia kurssikohtaisia tilaisuuksia, joissa käsitellään viikon aiheeseen liittyviä asioita. Ohjausten toteuttaminen on kurssikohtaista, ja niissä on kurssikohtaisia eroja. Ohjaukset voivat koostua esimerkiksi ohjaustehtävien tekemisestä, luentomaisesta matemaattisten aiheiden ja menetelmien esittelystä tai ohjatusta laskuharjoitusten tekemisestä. Ohjaustilaisuudessa on läsnä kurssin vastuuhenkilö.

Kiihdytin on yliopistolla järjestettävä viikoittainen tilaisuus, jossa on läsnä ylempien vuosikurssien opiskelijoita, jotka ohjaavat ja auttavat kurssien laskuharjoituksissa. Kiihdyttimessä saa tehdä vapaasti minkä tahansa kurssin laskuharjoituksia ryhmässä tai yksin. [5]

Matikkapakki on varta vasten fysiikan ja kemian opiskelijoille tarkoitettu kattava kokoelma fysiikassa ja kemiassa käytettävää matematiikkaa. Matikkapakki on kehitetty fysiikan ja kemian opiskelijoiden matemaattisen valmiuksien ylläpitämiseksi, ja se sijaitsee sähköisessä TIM-oppimisympäristössä. [6]

2.3 Määrällinen tutkimus

Tutkimusta toteutetaan pääsääntöisesti määrällisen eli kvantitatiivisen tutkimuksen keinoin. Määrällisessä tutkimuksessa kysymykset muodostetaan niin, että vastaus voidaan muuttaa numeraaliseen muotoon. Tässä tutkimuksessa käytetään viisiportaista Likert-asteikkoa, joka on testattu ja todistetusti toimiva menetelmä määrälliseen mittaukseen. [7] Numeerinen mittaus sopii hyvin mielipidemittaukseen, jota tutkimuksessa tehdään. Tutkimuskyselyssä tutkittaville henkilöille esitetään väittämä, johon he vastaavat oman mielipiteensä mukaisesti. Kyselyssä voi olla esimerkiksi väittämä "Koen osaavani esitietokursseilla opetetun matematiikan hyvin", johon vastaus annetaan asteikolla 1 (täysin eri mieltä) – 5 (täysin samaa mieltä).

Tutkimukseen osallistuu Jyväskylän yliopiston fysiikan laitoksen opiskelijoita, jotka suorittavat aineopintokursseja. Tärkeä osa määrällisen tutkimuksen prosessia on perusjoukkoon tutustuminen. Tutkittavan joukon tunteminen helpottaa sekä tutkimuksen laatimista että tulosten analysointia. [8] Olen tutkimuksen tekijänä hyvässä asemassa, sillä olen itsekkin Jyväskylän yliopiston fysiikan laitoksen opiskelija, ja tunnen täten sekä fysiikan että matematiikan laitoksen käytänteet, opetustavat ja -järjestelyt. Olen siis osa tutkimuksen perusjoukkoa, fysiikan opiskelija Jyväskylän yliopistossa. Olen myös kohdannut jonkin verran matemaattisia haasteita yliopisto-opintojeni aikana. Tämä helpottaa huomattavasti tutkimuksen suunnittelua ja toteuttamista. Aikaisempien omien kokemusten reflektointi onkin ollut suuressa osassa aiheen ideointivaiheessa.

2.4 Laadullinen tutkimus

Määrällisen tutkimuksen lisäksi käytetään myös hieman laadullista tutkimusta, jolla tarkoitetaan tässä sanallisen aineiston keräämistä. Laadullinen tutkimus mahdollistaa sen, että tutkittavat voivat kuvaavat asioita omin sanoin. Näin varmistetaan, että tutkittavat voivat tuoda esiin sellaisiakin asioita, joita tutkija ei välttämättä tutkimuksen määrällisessä osuudessa ole tajunnut huomioida. [9] Avoimiin kysymyksiin tulee yleensä monenlaisia vastauksia, ja voidaan olettaa, että osa vastauksista ei ole hyödyllisiä tutkimuksen kannalta. Tutkimuksen kannalta oleelliset vastaukset valitaan, kun taas muut karsitaan tutkimuksesta pois. Lopuksi tehdään koonti koko jäljelle jääneestä aineistosta, ja sen pohjalta voidaan tehdä johtopäätöksiä.[10]

2.5 Aikaisempaa tutkimusta

Aikaisempaan tutkimukseen tutustuminen on kaiken tutkimuksen kannalta tärkeää ja kirjallisuuteen tutustuminen on tutkimuksen vaiheista heti seuraava aiheen päättämisen jälkeen. Aikaisempi tutkimus on pohja uudelle tutkimukselle.

Jokaisessa yliopistossa opetetaan matematiikan ja fysiikan oppiaineita eri tavoilla ja opiskelijoille järjestetään tukea eri tavoin. Tämä vaikeuttaa hieman aikaisemman tutkimuksen hyödyntämistä tutkimuksen valmistamisessa. Esittelen seuraavaksi muutamia artikkeleja, jossa käsitellään opiskelijoiden matemaattisia hankaluuksia, tai muita aiheeseen liittyviä asioita. On pidettävä mielessä, etteivät muiden tutkimuksien tulokset välttämättä tieteenalan muuttujien takia ole täysin verrattavissa Jyväskylän yliopistoon.

Artikkelissa Students' difficulties with partial differential equations in quantum mechanics tutkitaan opiskelijoiden ongelmanratkaisukykyä. Kvanttimekaniikan ongelman ratkaiseminen jaettiin eri vaiheisiin ja tutkittiin, kuinka opiskelijat osasivat ratkaista ongelman. Tehtävänä oli ratkaista Schrödingerin aaltofunktio annetussa tilanteessa. Ratkaisun löytämiseksi tuli ensin ymmärtää ongelma, valita oikea matemaattinen lähestymistapa sekä menetelmä. Seuraava vaihe tehtävän ratkaisemisessa oli ratkaista itse yhtälö. Lopuksi tarkasteltiin opiskelijoiden kykyä reflektoida vastaus tilanteen alkuarvojen sekä reunaehtojen mukaisesti. Tutkimuksessa huomattiin, että ongelmia tuli jokaisessa vaiheessa. Ongelmia oli muun muassa: väärän yhtälön valitseminen, vääränmerkkisten differentiaalien valitseminen, separointimuuttujien väärinvalitseminen, osittaisdifferentiaaliyhtälön muuntaminen differentiaaliyhtälöiksi, superpositioperiaatteen väärin soveltaminen ja Fourier'n sarjan väärin käyttäminen. Tutkimuksessa huomattiin, että fysiikan ongelman ratkaisemisessa tulee paljon erilaisia matemaattisia ongelmia. Matematiikan oikein soveltaminen fysiikan tilanteisiin näyttää olevan suurin ongelmien aiheuttaja.[11] Voidaan siis olettaa, että haasteita matematiikan ja fysiikan soveltamisessa voi ilmestyä kaikissa ongelmanratkaisun vaiheissa.

Matematiikan käyttöä fysiikassa esitellään artikkelissa *Language of Physics, Language of Math: Disciplinary Culture and Dynamic Epistemology*. Artikkelissa esitellään käsitteet *matematiikan matematiikasta* ja *fysiikan matematiikasta*, jotka eroavat sekä kielessä, että käyttötarkoituksessa. Artikkelissa perehdytään erityisesti fysiikan

opiskelijoiden matemaattisiin haasteisiin fysiikan opinnoissa. Joskus ongelman aiheuttaa se, että opiskelijat eivät opi tarvittavia asioita matematiikan luennoilla, ja kohtaavat sitten haasteet fysiikan kursseilla. Lisäksi *matematiikan matematiikan* ja *fysiikan matematiikan* välillä on symbolisia eroja, jotka johtavat usein haasteisiin. Artikkelissa ehdotetaan, että haasteet nousevat pintaan, kun aikaisemmin abstraktia numeerista matematiikkaa käytetään nyt jonkun konkreettisen kuvaamiseen.[12] Haluan tutkimuksessa tarkastella pintapuolisesti, huomaavatko opiskelijat tällaisia eroja matematiikan ja fysiikan kurssien lähestymistavoissa. On kuitenkin huomattavaa, että fysiikassa käytetään paljon eri merkintöjä. Kun fysiikassa kuvataan jotain tilannetta matemaattisesti, liittyy kuvaukseen usein paljon fysikaalisia yksiköitä ja vakioita, joiden runsaus monimutkaistaa yhtälön ulkonäköä. Vaikeuttaako tämä alkuperäisen matemaattisen matematiikan tunnistamista funktiosta?

Fysiikan ja matematiikan yhdistämisen vaikeuksia tutkitaan myös tutkimuksessa *Qualitative investigation into students' use of divergence and curl in electromagnetism* [13]. Tutkimuksessa löydettiin opiskelijoilta haasteita matematiikan soveltamisessa fysiikan käyttötarkoituksiin. Joillain opiskelijoilla oli konseptuaalisia haasteita fysiikan käsitteiden kanssa, kun vektorialkuluksen käsitteitä tuli soveltaa sähkömagnetismin käyttötarkoituksiin. Matemaattisen notaation, fysiikan kaavojen ja fysiikan käsitteiden yhdistämisessä kokonaiskuvaksi oli myös haasteita. Tällaiset matematiikan ja fysiikan oppiaineiden yhdistämiseen liittyvät haasteet ovat fysiikassa yleisiä. Juurikin nämä aiheet esiityvät kurssilla FYSA2010, jonka opiskelijat ovat osa tutkimusjoukkoa.

Ongelmanratkaisua tarkastellaan tarkemmin tutkimuksessa *Analytic framework for students' use of mathematics in upper-division physics* [14]. Ongelmanratkaisu jaettiin ACER, eli Activation-Construction-Execution-Reflection vaiheisiin. ACER tarkastelussa keskitytään jokaiseen ongelmanratkaisun vaiheeseen erikseen ja se sopii hyvin matematiikan ja fysiikan yhdistämisen haasteiden tarkasteluun. ACER malli kuitenkin keskittyy tietyn ongelman ratkaisemiseen, joten tämän tutkimuksen kannalta malli on liian suppea. Tutkimuksessa havaittiin haasteita matematiikan soveltamisessa fysiikan käyttötarkoituksiin. Haasteita oli matematiikan ja fysiikan yhdistämisessä, oikean ratkaisutavan valitsemisessa, itse laskutaidoissa sekä ongelman ymmärtämisessä. Vaikka joissain tavoissa fysiikan ongelma ymmärrettiin, ei matematiikkaa osattu käyttää oikein sen ratkaisuun.

3 Tutkimuksen tavoitteet ja tutkimuskysymykset

Tutkimuksen tavoite on selvittää Jyväskylän yliopiston fysiikan opiskelijoiden matemaattisia valmiuksia ja mahdollisia haasteita. Tutkimuksessa tutkitaan myös fysiikan opiskelijoiden kokemuksia matematiikan kurssien sopivuudesta pohjaksi fysiikan opiskeluun. Tutkimus kohdentuu vain ja ainoastaan Jyväskylän yliopistoon, jossa aineisto kerätään. Aineisto kerätään mielipidemittauksella, eli tutkimukseen osallistujat kertovat omia mielipiteitään ja kokemuksiaan. Tutkimuksen tavoitteena on saada kattava kuva matemaattisista haasteista ja esitellä seikkoja, joita aiheeseen liittyy. En aio vain listata tutkielmassa asioita, joita opiskelijat kokevat haastavaksi, vaan ennemmin eritellä syitä haasteisiin.

Tutkimuksen ensisijaisena tarkoituksena on tuoda esiin fysiikan opiskeluun liittyviä haasteita. On hyvä pitää mielessä, että matemaattiset haasteet eivät koske kaikkia opiskelijoita. Aineistossa ei ole tarkoitus keskittyä siihen, mitä suurin osa opiskelijoista kokee, vaan keskittyä siihen vähemmistöön, jotka kokevat fysiikassa käytävän matematiikan haasteelliseksi. Siksi kuvaajia ja aineistoa katsoessa pitää kiinnittää huomionsa niihin opiskelijoihin, jotka eivät sijoitu aina lähelle mediaania. Kuvaajaa katsottaessa on helppo tehdä esimerkiksi johtopäätös: *85% opiskelijoista vastasi osaavansa soveltaa matematiikkaa hyvin, eli matematiikan osaaminen on hyvällä mallilla.* Tällaisissa tilanteissa tarkoitus on kiinnittää huomio siihen osioon opiskelijoista, joka ei koe osaavansa matematiikan soveltamista hyvin.

Fysiikan opiskelun matemaattiset haasteet ovat jollain tasolla tiedossa, mutta tutkimusta niistä ei ole Jyväskylän yliopistossa tehty. Tämän tutkielman avulla tahdon mahdollistaa fysiikan opetuksen kehitystä Jyväskylän yliopistossa.

Tutkimuksen päälinnimäiset kysymykset liittyvät fysiikan opiskelijoiden matemaattisiin valmiuksiin ja haasteisiin. Matemaattisiin valmiuksiin liittyvät esitietokurssit, joita tutkittavilla fysiikan kursseilla on useita. Tutkimuksessa tarkastellaan näiden kurssien sopivuutta pohjaksi fysiikan kursseille ja sitä, kuinka hyvin opiskelijat oppivat, muistavat ja sitten osaavat soveltaa esitietokursseilla käytyjä menetelmiä. Tutkimuksessa tarkastellaan myös opiskelijoiden motivaatiota ja motiiveja matematiikan

opiskeluun sekä sitä käyvätkö kaikki opiskelijat esitietokurssit.

Seuraava tutkittava aihe on itse fysiikan kurssit. Eroaako fysiikassa käytettävä matematiikka matematiikan kursseilla käydystä matematiikasta? Fysiikan kursseilla ja matematiikan kursseilla on matematiikkaan hieman eri suhtautuminen. Fysiikassa matematiikkaa käytetään apuvälineenä, kun taas matematiikassa tutkitaan itse matematiikkaa. Fysiikassa matematiikkaa myös sovelletaan hieman eri tavoilla. Tutkin myös kuinka symboliikka eroaa, ja sitä, vaikeuttaako tämä joidenkin fysikaalisten tilanteiden hallitsemista.

Jyväskylän yliopiston fysiikan laitos järjestää monia apuvälineitä opiskelun tueksi, joiden käyttöä tutkitaan määrällisesti. JYFL:n järjestämien apuvälineiden käyttöä verrataan epävirallisiin apuvälineisiin, esimerkiksi internetin käyttöön.

4 Tutkimusmenetelmät

Tutkimus tehtiin määrällisenä tutkimuksena, jossa tutkittiin fysiikan opiskelijoiden matemaattisten taitojen lähtökohtia ja mahdollisia matemaattisia hankaluuksia fysiikan opinnoissa. Olen itse suunnitellut ja toteuttanut koko tutkimuksen. Tutkimuksessa tutkittiin kahden kurssin opiskelijoiden matemaattisia kykyjä ja mahdollisia hankaluuksia. Kurssit olivat Jyväskylän yliopiston fysiikan laitoksen järjestämät aineopintokurssit FYSA2010 Sähkömagnetismi ja FYSA2020 Mekaniikka, jotka asettuivat keväällä 2022 periodeihin 3 ja 4. Kurssit on sijoitettu fysiikan opintosuunnitelmaan niin, että ne olisi tarkoitus käydä toisen opiskeluvuoden keväänä. Kurssit ovat matemaattisesti hankalia, varsinkin verrattuna aikaisempiin fysiikan kursseihin. Esitietoina kursseilla on muiden fysiikan kurssien lisäksi MATP211-213 Calculus 1-3, MATA114 Differentiaaliyhtälöt, MATA181-181 Vektoricalculus 1-2 sekä MATP121-122 Lineaarinen algebra ja geometria 1-2. [2] Näistä kursseista eniten käytetään differentiaaliyhtälöitä, lineaarialgebraa sekä vektoricalculusta. Etenkin mekaniikan kurssilla differentiaaliyhtälöt ja lineaarialgebra ovat suuressa osassa.

Kyselyissä vastaukset annettiin viisiportaisella Likert-asteikolla (Täysin eri mieltä - Täysin samaa mieltä). Joissain kysymyksissä asteikko oli erilainen, ja poikkeukset on esitelty kysymyskohtaisesti.

4.1 FYSA2010-kurssin kysely

Tutkimuksen ensimmäinen osio toteutettiin kurssilla FYSA2010 Sähkömagnetismi. Tämä tutkimus oli noin kahdenkymmenen Likert-asteikkoisen kysymyksen kysely, johon kurssia suorittavat opiskelijat vastasivat vapaaehtoisesti. Kysely annettiin kurssilaisille täytettäväksi viimeisten viikkojen aikana, jolloin kurssin vaikeimmat sisällöt oli jo käsitelty. Tämä kysely toimi ikään kuin pienimuotoisena pilottikyselynä mm. siitä, kuinka hyvin nykyinen matematiikan opetus sopii fysiikan opiskelun tueksi ja kuinka tyytyväisiä opiskelijat ovat matematiikan opetukseen. Lisäksi tutkittiin opiskelijoiden omia kokemuksia matemaattisista taidoistaan ja fysiikan kurssien matematiikan käyttöä.

Seuraavaksi esittelen muutamia kysymyksiä kyselystä, ja selitän mitä niillä haetaan. En selitä ja avaa jokaista kysymystä, mutta koko kyselylomake on tutkielman liitteenä.

1.1 *Koen osaavani matemaattiset työkalut, joita fysiikassa tarvitaan, hyvin.*

1.2 *Olen saanut matematiikan kursseilla hyvät valmiudet fysiikan kursseille.*

1.3 *Koen, että matematiikan kursseilla opetetaan matematiikkaa fysiikan opiskelun kannalta hyödyllisellä tavalla.*

Tämän ensimmäisen kysymysryhmän tarkoituksena on selvittää, kokevatko opiskelijat matematiikan opetuksen laadun sopivana ja sopivatko matematiikan opinnot hyvin fysiikan opiskelun pohjaksi. Lisäksi joukossa on muutama kysymys, joiden tarkoitus on mitata fysiikan pääaineopiskelijoiden motivaatiota ja motiiveja matematiikan opiskeluun.

2.1 *Olen törmännyt fysiikassa sellaiseen matematiikkaan, joka on opetettu vasta myöhemmin matematiikan kursseilla.*

2.2 *Fysiikassa käytetään joskus matematiikkaa, jota en tunne, ilman että sen käyttöä selitetään.*

Seuraavan kysymysryhmän tarkoitus on tutkia väitettä, että fysiikassa käytetään matematiikkaa, jota matematiikan kursseilla ei ole vielä käyty. Tämän väitteen olen kuullut itsekin usein, niin professoreilta, kuin myös muilta opiskelijoilta.

3.1 *Fysiikan demoissa painoarvo on:*

3.2 *Fysiikan demoissa minulle haastavampaa on:*

Näissä kysymyksissä asteikko on viisiportainen, jossa 5 tarkoittaa fysiikkaa ja 1 tarkoittaa matematiikkaa. Kysymyksissä kysytään viikoittaisten fysiikan kurssin harjoitustehtävien painoarvosta ja siitä, kumpi on opiskelijoille vaikeampaa.

kysymyksen avulla voidaan vertailla jokaisen vastaajan vastausta kysymyksiin 3.1 ja 3.2. Näin voidaan tutkia sitä, kokevatko opiskelijat että heille fysiikan harjoitustehtävissä matematiikka on joko helpompaa tai vaikeampaa, kuin minkä he kokevat tehtävien painoarvoksi. Kysymykset on tarkoituksella muotoiltu niin, että

niiden vertailu on mahdollista, ja ne on esitetty kyselyssä peräkkäin.

4.1 *Opiskelen matematiikan kurssilla fysiikan kurssia ajatellen, enkä matematiikan kurssia varten.*

4.2 *Opiskelen matematiikan perus- ja aineopintoja sen takia, että niitä tarvitaan fysiikan opiskeluun.*

Seuraavilla kysymyksillä pyritään mittaamaan opiskelijoiden motivaatiota ja motiiveja matematiikan opiskeluun. Opiskellaanko matematiikkaa *vain* fysiikan takia, vai onko tarkoituksena oppia matematiikkaa myös matematiikan takia. Käyvätkö opiskelijat matematiikan kursseilla vain sen takia, että se on hyödyllistä fysiikan opiskeluun?

5.1 *Oletko kuullut matikkapakista?*

5.2 *Jos olet käyttänyt matikkapakkia, kuinka usein?*

Osa tutkimusta on myös matikkapakin ja muiden apuvälineiden käytön kartoittaminen. Näiden kysymysten tarkoitus on selvittää, kuinka hyvin opiskelijat tuntevat matikkapakin, ja kuinka paljon he ovat käyttäneet sitä.

Näiden kysymyksien lisäksi oli muutama kysymys symboliikasta, esitietokurssien suorittamisesta ja apuvälineiden, pääasiassa matikkapakin, käytöstä. Kyselyn lopussa oli avoin vastauskenttä otsikolla:

"Tuleeko jotain aiheeseen liittyvää mieleen? Missä asioissa matematiikan ja fysiikan opetuksen välistä yhteyttä voisi parantaa? Voit kirjoittaa myös palautetta kyselystä".

4.2 FYSA2020-viikoittainen seuranta

Kurssilla FYSA2020 Mekaniikka järjestettiin viikoittain toistuva kysely, joka perustui osittain aikaisemmalla kurssilla (FYSA2010) pidettyyn kyselyyn.

Kysely on pituudeltaan noin kymmenen kysymyksen mittainen, ja se on tarkoitettu täytettäväksi pian harjoitustehtävien palauttamisen jälkeen. Koska halutaan saada mahdollisimman laajan kokonaisuuden aiheesta, ja koska kurssin edetessä saattaa tulla erilaisia hankaluuksia eri asioissa, kysely toistui viikottain samalla

pohjalla. Jonkin viikon asiat voivat olla haastavia esimerkiksi symboliikan takia, ja jollain toisella viikolla voi olla hankaluuksia jonkin tietyn sovelluksen kanssa. Toinen syy toistaa kyselyä on se, että viikon harjoitustehtävissä vastaan tulleet ongelmat ovat parhaiten muistissa juuri harjoitustehtävien palautuksen jälkeen. Viikottaisen kyselyn kysymykset on esitelty seuraavaksi:

1.1 *Osaan ja muistan esitietokursseilla opetetun matematiikan...*

1.2 *Viikolla käytiin ja käytettiin minulle entuudestaan tuntemattomia matemaattisia keinoja.*

1.3 *Tuntemattomat tai uudet matemaattiset keinot selitettiin...*

Ensimmäisissä kysymyksissä keskityttiin matematiikan esitietokurssien asiasisältöihin. Kysymyksessä 1.1 kysyttiin esitietokurssien asioiden muistamista ja osaamista, kun taas kysymyksissä 1.2 ja 1.3 kysyttiin, käytiinkö viikolla sellaisia asioita, joita ei oltu aikaisemmin matematiikassa käyty, ja kuinka hyvin ne asiat selitettiin kurssilla. Nämä kysymykset liittyvät siihen ajatukseen, ettei kaikkia tarvittavia matemaattisia asioita olisi keretty käymään matematiikan kursseilla.

2.1 *Osasin viikolla käytetyt matemaattisen teorian soveltamiset...*

2.2 *Viikolla käytetyt matemaattisen teorian soveltamiset selitettiin niin, että ne voi helposti ymmärtää.*

2.3 *Fysiikassa käytettävät merkinnät erosivat matematiikassa käytettävistä merkinnöistä niin, että se hankaloitti ymmärtämistä.*

Kysymyksillä 2.1 ja 2.2 pyritään mittaamaan sitä, kuinka hyvin matematiikkaa osattiin soveltaa ja kuinka hyvin matematiikan soveltamista osattiin perustella fysiikan käyttötarkoituksissa. Nämä kysymykset liittyvät matematiikan ja fysiikan oppiaineiden yhdistämisen haasteisiin. Matematiikan soveltaminen fysiikan työkaluksi on aihe, johon matematiikan kursseilla ei luonnollisesti käytetä aikaa.

Kysymys 2.3 liittyy kurssilla FYSA2020 esiintyviin matemaattisiin merkintöihin, jotka eroavat jonkin verran aikaisemmin käytetyistä merkinnöistä. On oletettavissa, että varsinkin ensimmäisillä viikoilla Newtonin derivaattanotaatio saattaa aiheuttaa vaikeuksia. Lisäksi, kun matematiikka tuodaan fysiikkaan, yhdistetään siihen fysiikan muuttujat, joka saa kaavoista hieman erinäköisiä. Kysymyksen tarkoitus on mitata,

kuinka paljon tämä hankaloittaa ymmärtämistä.

3.1 *Viikon demoissa koin painoarvon olevan:*

3.2 *Minulle demoissa minulle oli haastavampaa:*

Kysymyspari 3.1 ja 3.2 ovat suoraan aikaisemmasta kyselystä. Viikoittaisessa kyselyssä kysymysten tehtävä on myös osoittaa se, onko viikon haasteet matematiikka- vai fysiikkapainoitteisia. Vertailemalla kysymyksien tuloksia voimme nähdä, oliko matematiikka koettu vaikeammaksi, kuin fysiikka, ja kumman opiskelijat kokivat viikolla tärkeämmäksi.

Kyselyyn lisättiin aikaisempien sanallisten tulosten perusteella viikolla 5. kaksi kysymystä:

4.1 *Kuinka hyvin ymmärsit tehtävänantoa vastaavan tilanteen? Esim. tilanteen energiat.*

4.2 *Kuinka hyvin pääsit tehtävissä liikkeelle?*

Nämä kysymykset lisättiin, kun huomattiin, että moni opiskelija koki tehtävien alottamisen ja tilanteen ymmärtämisen haastavaksi. Kurssin puolivälissä esiintyi paljon tehtäviä, joissa ennen mekaanista laskemista piti päätellä tilanteesta laskuissa käytettävät kaavat. Tämä päättely osoittautui monelle vaikeaksi, minkä takia nämä kysymykset lisättiin.

4.3 Havainnointi ja keskustelut

Kurssin aikana osallistuin jokaisella viikolla ainakin toiseen ohjauskerroista. Tämän lisäksi haastattelin kurssin ohjausten pitäjää ja harjoitustehtävien tarkastajaa, ja keskustelimme kurssin suorituksista, tehtävistä, opiskelijoiden kohtaamista haasteista ja yleisimmistä virheistä laskuharjoituksissa. Tarkoitus oli saada monta eri näkökulmaa aiheisiin. Jokaisen viikon laskuharjoitusten jälkeen tapasin myös kurssin vastuupettajaa, joka on myös tämän tutkielman ohjaaja. Keskustelimme kurssin aiheista, haasteista ja viikoittaisen kyselyn vastauksista.

5 Tutkimuksen tulokset

Tässä kappaleessa esitellään ja analysoidaan tutkimuksessa kerätyt aineistot.

5.1 FYSA2010-kurssin kyselyn aineisto

Ensimmäisen kysymysryhmän vastaukset:

Vastaus 5 tarkoittaa täysin samaa mieltä. Vastaus 1 tarkoittaa täysin eri mieltä.

1.1 *Koen osaavani matemaattiset työkalut, joita fysiikassa tarvitaan, hyvin.*

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	5	29,4%
4	5	29,4%
3	5	29,4%
2	2	11,8%
1	0	0%

1.2 *Olen saanut matematiikan kursseilla hyvät valmiudet fysiikan kursseille.*

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	6	35,3%
4	9	52,9%
3	1	5,9%
2	1	5,9%
1	0	0%

1.3 *Koen, että matematiikan kursseilla opetetaan matematiikkaa fysiikan opiskelun kannalta hyödyllisellä tavalla.*

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	2	11,8%
4	8	47,1%
3	7	41,2%
2	0	0%
1	0	0%

Voimme kysymysten 1.1, 1.2 ja 1.3 perusteella todeta, että fysiikan opiskelijat ovat pääosin tyytyväisiä matematiikan opettamiseen matematiikan laitoksella. Lisäksi fysiikan opiskelijat kokevat, että matematiikan kurssit sopivat melko hyvin pohjaksi fysiikan opiskeluun. Tämä tulos kertoo, että nykyinen käytäntö, jossa fysiikan opiskelijat käyvät matematiikan opiskelijoiden kanssa samoilla kursseilla, vaikuttaa toimivan hyvin fysiikan opintojen kannalta. Kysymyksessä 1.1 esiintyy kuitenkin muutamia, jotka kokevat taitojensa olevan kohtalaisia tai huonoja. Tämän voi kuitenkin perustella huonolla kurssimenestyksellä, sillä kysymys 1.2 osoittaa, että suurin osa kokee matematiikan kurssien sopivan hyvin pohjaksi fysiikalle. Jotkut kuitenkin kokevat, että matematiikan kursseissa voisi olla fysiikan opiskelun kannalta paranneltavaa. Tämä osuus vastaajista on kuitenkin pieni.

Matematiikan kurssit vaikuttavat olevan hyvä pohja fysiikan opinnoille, joten aihe voidaan rajata pois jatkotutkimuksesta.

2.1 Olen törmännyt fysiikassa sellaiseen matematiikkaan, joka on opetettu vasta myöhemmin matematiikan kursseilla.

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	8	47,1%
4	8	47,1%
3	0	0%
2	1	5,8%
1	0	0%

2.2 Fysiikassa käytetään joskus matematiikkaa, jota en tunne, ilman että sen käyttöä selitetään.

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	3	17,6%
4	9	52,9%
3	3	17,6%
2	1	5,9%
1	1	5,9%

Kysymysten 2.1 ja 2.2 tulokset ovat merkittäviä. Tutkimukseen osallistuneista fysiikan opiskelijoista suuri enemmistö on kokenut kohdanneensa fysiikan kursseilla sellaisia

matemaattisia asioita, joita ei ole kurssien esitietokursseilla käyty. Tämän lisäksi moni kokee myös, että tällaisia matemaattisia keinoja tai käsitteitä ei selitetä. Tällainen tilanne on fysiikan kannalta huono, ja vaikeuttaa fysiikan oppimista.

Tähän liittyy varmasti kappaleessa 2.1 esitelty fysiikan opintojen rakenne. Fysiikan opinnot etenevät hyvin nopeasti, ja matematiikan opinnot eivät aina pysy nopeassa tahdissa mukana. On tiedostettu asia, että kaikkia fysiikassa käytettäviä matemaattisia keinoja ei ole opetettu matematiikan kursseilla ennen kuin niitä käytetään fysiikassa. Yksi esimerkki on kappaleessa 2.1 mainitut osittaisdifferentiaaliyhtälöt. [1]

On kuitenkin tosiasia, ettei jokaista fysiikan opinnoissa tarvittavaa matemaattista työkalua keretä millään käymään etukäteen matematiikan opinnoissa, sillä fysiikassa esiintyy aiheita matematiikan perus-, aine- ja syventävistä opinnoista. kursseilta. Tämän ongelman voi kuitenkin ratkaista niin, että kurssilla käytettävät työkalut esitetään opettajan toimesta kurssin aikana. Matematiikan opettamisen vastuun siirtyminen matematiikan opettajalta fysiikan opettajalle voi kuitenkin tuottaa joitain haasteita. Näiden ennalta mainittujen asioiden perusteella on tehty kysymys 2.2, sekä muita kysymyksiä myöhemmässä kyselyssä.

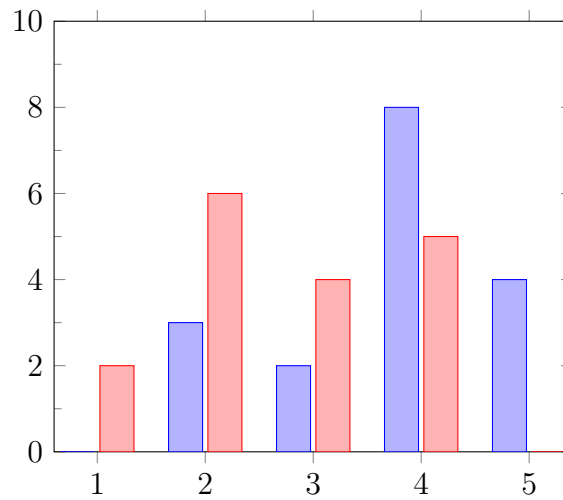
Kysymyksen 2.2 tulokset kertovat, että erittäin moni kokee, että fysiikassa käytetään tuntemattomia matemaattisia keinoja ilman niiden käytön selitystä riittävän hyvin. Tämä osoittaa, ettei fysiikan opettajille ole aina selvää, mitä kurssilaiset osaavat ja mitkä asiat ovat opetettu aikaisemmin sekä matematiikan, että muilla fysiikan kursseilla. Tästä voi seurata vaikeuksia fysiikassa, jos opettaja olettaa kurssilaisten osaavan jotain, mikä ei olekaan heille selkeää ja tuttua. Kommunikaation puute opettajien välillä sekä opettajien ja opiskelijoiden välillä saattaa lisätä tällaisia haasteita.

3.1 Fysiikan demoissa painoarvo on:

Vastaus	Määrä	Prosentti
5 (fysiikassa)	4	23%
4	8	47%
3	2	12%
2	3	18%
1 (matematiikassa)	0	0%

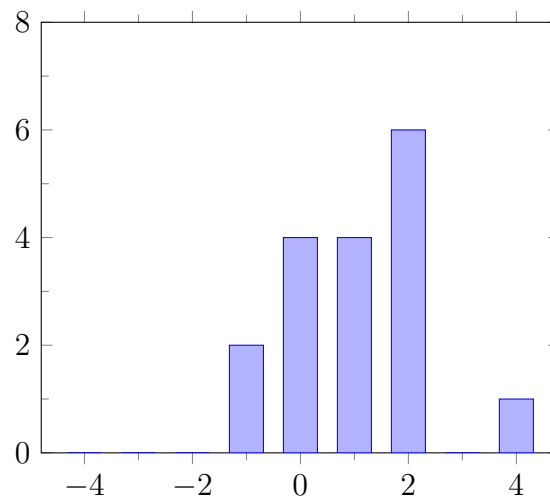
3.2 Fysiikan demoissa minulle haastavampaa on:

Vastaus	Määrä	Prosentti
5 (fysiikassa)	0	0%
4	5	29%
3	4	23%
2	6	36%
1 (matematiikassa)	2	12%



Kysymykset 3.2 ja 3.3

Kysymys 3.1 on kuvaajassa sinisellä, kun taas kysymys 3.2 on kuvaajassa punaisella. Kysymykset on piirretty samaan kuvaajaan niiden yhteyden takia. Voimme kysymyksistä 3.1 ja 3.2 huomata, että matematiikka koetaan fysiikkaa vaikeammaksi, kun taas fysiikka koetaan painoarvoltaan tärkeämmäksi.



Kysymysten 3.1 ja 3.2 erotus,
keskiarvo = 1.06, $\sigma = 1,26$

Kuvaajassa on vertailtu jokaisen vastaajan kysymysten 3.1 ja 3.2 vastauksien ero. Erotus: Positiivinen luku tarkoittaa, että matematiikka on vaikeampaa, kuin koettu tehtävien painoarvo. Kysymysten 3.1 ja 3.2 vertailu on merkittävä. Kysymysten välillä on selvä korrelaatio, joka edelleen osoittaa matemaattisia hankaluuksia. Opiskelijat kokevat harjoitustehtävien painoarvoksi fysiikan, mutta vastaavat, että matematiikka koettiin vaikeammaksi kahdesta. Tämä sama korrelaatio osoittautuu myös silloin, kun vastaaja vastaa kysymykseen 3.1, että harjoitustehtävien painoarvo oli täysin fysiikassa. Samoin silloin, kun painoarvon koetaan olevan matematiikassa, osa opiskelijoista kokee matematiikan vaikeammaksi.

Tämä on huono asia siksi, että matematiikka näyttää "jarruttavan" opiskelijoita haasteellisuutensa takia. Opiskelijat odottavat kohtaavansa harjoitustehtävissä fysiikan haasteita, mutta päätyvätkin haasteisiin matematiikan kanssa. Tämä voisi viitata huonoihin matemaattisiin taitoihin. Vaikka osa fysiikan opintoja on niihin tarvittavien matemaattisten taitojen harjoittaminen, ei ole kuitenkaan tarkoitus, että matematiikassa kohdataan sellaisia haasteita, jotka vaikeuttavat fysiikan opintoja liiallisesti.

4.1 *Opiskelen matematiikan kurssilla fysiikan kurssia ajatellen, enkä matematiikan kurssia varten.*

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	2	12%
4	2	12%
3	2	12%
2	8	47%
1	3	18%

4.2 *Opiskelen matematiikan perus- ja aineopintoja sen takia, että niitä tarvitaan fysiikan opiskeluun.*

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	5	30%
4	6	35%
3	1	6%
2	4	23%
1	1	6%

Kysymysten 4.1 ja 4.2 tarkoitus oli mitata opiskelijoiden motiiveja ja motivaatiota matematiikka opiskeluun. Vastaus 5 vastaa "Täysin samaa mieltä" ja 1 "Täysin eri mieltä". Kysymyksen 4.1 perusteella näyttää siltä, että opiskelijat keskittyvät matematiikan kursseilla matematiikkaan, mutta toisaalta kysymys 4.2 kertoo, että matematiikkaa opiskellaan kuitenkin fysiikan takia. Tämä kuulostaa hieman ristiriidalta, mutta voimme todeta, että opiskelijat pääsääntöisesti opiskelevat matematiikkaa fysiikan takia, mutta käyvät kurssit kuitenkin pitäen mielessä matematiikan opiskelun. Toisin sanoen järjestely vaikuttaa toimivan niin kuin pitää. Tuloksissa on kuitenkin sen verran hajontaa, ettei niistä voida tehdä tarkkoja johtopäätöksiä.

5.2 FYSA2020-kurssin kyselyn aineisto

Kurssilla FYSA2020 järjestetyssä kyselyssä vastaajamäärä pysyi korkealla koko kurssin ajan. Tähän vaikuttaa varmasti se, että kyselyyn vastaaminen oli vapaaehtoista, mutta sitä kannustettiin tarjoamalla lisäpisteitä harjoitustehtäviin. Kurssin harjoitustehtävät koostuivat viikoittain kuudesta tehtävästä, joista jokainen arvioitiin välillä 0-1p, jolloin maksimi oli 6p. Kyselyn vastaamisesta hyvitetiin jokaisella viikolla 0,5p. Ensimmäisillä viikoilla vastaajamäärä oli 100% kurssin harjoitustehtävien palauttajista. Kurssin loppupuolella tämä määrä laski hieman, mutta vielä viimeisellä viikolla harjoitustehtävien palauttajista noin kolme neljästä vastasi myös kyselyyn. Yhteensä vastauksia kyselyyn tuli kaikkien kahdeksan viikon aikana 275 kappaletta. Ottaen huomioon suuren vastaajaprocentin, on tutkimus tilastollisesti merkittävä. Esittelen seuraavaksi tutkimuksen tulokset sekä niistä tehdyt pohdinnat.

1.1 Osaan ja muistan esitietokursseilla opetetun matematiikan

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	11	4%
4	146	53%
3	98	36%
2	18	7%
1	1	0,3%

1.2 Viikolla käytiin ja käytettiin minulle entuudestaan tuntemattomia matemaattisia keinoja.

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	5	2%
4	30	11%
3	45	16%
2	114	42%
1	80	29%

1.3 Tuntemattomat tai uudet matemaattiset keinot selitettiin...

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	10	5%
4	105	47%
3	99	45%
2	6	3%
1	2	1%

Aineistossa on yhdistetty jokaisen viikon tulokset. Kysymyksessä 1.1 kysyttiin esitietokurssien osaamisesta. Valtaosa vastaajista vastasi joko kohtalaisesti, 36%, tai hyvin, 53%. Tämä tulos on merkittävä. Vaikka suuri osa kokee taitonsa hyväksi, kokee kuitenkin noin 43% vastaajista matemaattiset taidot kohtalaisiksi tai huonommiksi.

Kysymyksessä 1.2 kysyttiin tuntemattomien matemaattisten menetelmien käyttöä. Tämän kysymyksen vastaukset muuttuivat hieman viikoittain, kun eri aiheita käsiteltiin. Koko kurssin aikana noin 13% vastauksista osoitti tuntemattomien matemaattisten keinojen esiintymiseen kurssilla. Lisäksi noin 16% vastasi likert-asteikolla 3, eli kohtalaisesti. Suurin tulos tuli viikolla 8, jolloin noin 24% opiskelijoista koh-tasi tuntemattomia matemaattisia menetelmiä. Tällä viikolla käsiteltiin kytkettyjä värähtelijöitä, joiden tilanteiden ratkaisemiseen käytettiin lineaarialgebraa kurssille uudella tavalla. Tämä aineisto ei tietenkään kerro suoraan, tarvitaanko kurssilla

sellaisia matemaattisia asioita, joita matematiikan kursseilla ei ole käyty. Kyseessä ei välttämättä ole monimutkainen suuri asia, vaan se saattaa olla harjoitustehtävissä esiintyvä approksimaatio tai muu vastaava fyysikoiden usein käyttämä menetelmä, josta matematiikan kursseilla ei ole mainittu. Lisäksi on mahdollista, että menetelmien tuntemattomuus johtuu opiskelijoiden huonosta esitietokurssien osaamisesta ja muistamisesta. Toisaalta ei ole väliä, mistä havainto johtuu, sillä joka tapauksessa opiskelija kohtaa hänelle tuntemattomia matemaattisia menetelmiä. Kysymyksellä 1.3 kysyttiin, kuinka hyvin kohdatut tuntemattomat matemaattiset menetelmät selitettiin kursseilla. Kysymyksen asettelu oli melko huono, sillä vaikka vain 13% opiskelijoista vastasi kysymykseen 1.2 positiivisesti, vastasi kysymykseen 1.2 vastanneista 81% kysymykseen 1.3 muuta kuin "En osaa sanoa". Eli vaikka vain osa kertoi kohdanneensa tuntemattomia matemaattisia menetelmiä, valtaosa vastasi, että nämä tuntemattomat matemaattiset menetelmät selitettiin kohtalaisen hyvin. Näyttää kuitenkin siltä, että ainakin ne tuntemattomat matemaattiset menetelmät, joista opettaja on tietoinen, eli sellaiset menetelmät, joita matematiikan kursseilla ei ole käyty perusteellisesti tai ollenkaan, opetetaan fysiikan laitoksella kohtalaisen hyvin.

2.1 Osain viikolla käytetyt matemaattisen teorian sovellamiset...

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	16	6%
4	108	40%
3	125	46%
2	19	7%
1	4	1%

2.2 Viikolla käytetyt matemaattisen teorian sovellamiset selitettiin niin, että ne voi helposti ymmärtää.

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	12	4%
4	116	43%
3	114	42%
2	29	11%
1	1	1%

2.3 Fysiikassa käytettävät merkinnät erosivat matematiikassa käytettävistä merkinnöistä niin, että se hankaloitti ymmärtämistä.

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	5	2%
4	39	14%
3	44	16%
2	92	34%
1	93	34%

Kysymyksen 2.1 perusteella vaikuttaa siltä, että suuri osa opiskelijoista osaa soveltaa matematiikan kursseilla opetettua matemaattista teoriaa fysiikassa hyvin. Noin 8% kokee osaavansa matemaattisen teorian soveltamisen huonosti. Myös opiskelijoiden määrä, jotka kokevat matemaattisen teorian soveltamisen kykynsä kohtalaisiksi on merkittävä, noin 46%. Nämä tulokset erosivat viikkojen välillä hieman. Haasteita soveltamisen kanssa esiintyi eniten viikolla 4, jolloin noin 22% koki matematiikan soveltamisen haastavaksi. Kysymys matematiikan soveltamisesta fysiikassa liittyy voimakkaasti oppiaineiden sisältöjen yhdistämiseen, mikä Jyväskylän yliopistossa on fysiikan laitoksen vastuulla. Kysymyksessä 2.2 halutaan selvittää se, kuinka hyvin matematiikan soveltaminen selitetään kurssilla. Kysymys 2.2 osoittaa, että opiskelijat ovat kohtalaisen tyytyväisiä matemaattisen teorian soveltamisen opettamiseen. Noin 12% kyselyyn vastanneista koki selitykset huonoksi. Kysymys 2.3 liittyy *matematiikan matematiikan* ja *fysiikan matematiikan* symbolisiin eroihin. Kurssin aikana noin 16% opiskelijoista koki symboliikan vaikeuttavan ymmärtämistä, kun lisäksi 16% opiskelijoista koki symboliikan eroavuuden hankaloittavan ymmärtämistä kohtalaisesti. Eniten symbolisia vaikeuksia aiheutui viikoilla 1, 4 ja 8. Viikolla 1 esiintyi Newtonin notaatio aikaderivaatalle, jota yhdisteltiin paljon muihin derivaattanotaatioihin. Viikolla 4 käsiteltiin hitausmomenttien matriisimuotoja, jolloin lineaarialgebraa sovellettiin uudella tavalla. Viimeisellä viikolla perehdyttiin kytettyihin värähtelijöihin, jolloin käytettiin taas lineaarialgebraa ja summia. Näillä viikoilla noin 20-28% opiskelijoista koki symboliikan eroavaisuuden hankaloittavan ymmärtämistä paljon.

3.1 Viikon demoissa koin painoarvon olevan:

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	42	15%
4	123	45%
3	46	17%
2	55	20%
1	9	3%

3.2 *Minulle demoissa minulle oli haastavampaa:*

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	64	23%
4	116	42%
3	43	16%
2	38	14%
1	14	5%

Kysymykset 3.1 ja 3.2 oli aseteltu samalla tavalla kuin aikaisemmassa kyselyssä, mutta jostain syystä samanlaisia tuloksia ei tullut. Kun aikaisemmassa kyselyssä huomattiin matematiikan aiheuttaneen suurempia vaikeuksia, kurssilla FYSA2020 fysiikka koettiin harjoitustehtävien painoarvoksi ja sen koettiin aiheuttaneen suurimmat haasteet. Usealla viikolla fysiikka oli matematiikkaa vaikeampaa. Poikkeuksena oli kuitenkin viikko 6. jolloin matematiikka koettiin hieman fysiikkaa vaikeammaksi. Kuitenkaan näiden kysymyksien vastauksista ei voi muodostaa mitään johtopäätöksiä.

4.1 *Kuinka hyvin ymmärsit tehtävänantoa vastaavan tilanteen? Esim. tilanteen energiat.*

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	1	1%
4	33	38%
3	40	46%
2	13	15%
1	0	0%

4.2 *Kuinka hyvin pääsit tehtävissä liikkeelle?*

Vastaus	Määrä	Prosentti
5	2	2%
4	18	21%
3	50	57%
2	14	16%
1	3	3%

Kuten aikaisemmin mainittiin, kysymykset 4.1 ja 4.2 lisättiin viikolla 5 kyselyyn sanallisten vastausten perusteella. Tulokset tukevat sanallisten vastausten havaintoja, joiden mukaan moni koki hankaluuksia tehtävien ymmärtämisen ja tehtävien aloittamisen kanssa. Näiden kysymyksien aineisto on paljon pienempi, koska kysymykset lisättiin vasta puolessa välissä tutkimusta. Lisäksi muokkausvirheen takia, kysymys ei esiintynyt viikolla 8, joten aineistoa lopulta kerättiin vain kolmen viikon ajalta. Kyselyyn vastanneista opiskelijoista noin 39% vastasi ymmärtävänsä tehtävät hyvin. 46% vastasi ymmärtävänsä tehtävänannot kohtalaisesti ja 15% huonosti. Tämä havainto liittyy varmasti niin fysiikan kuin matematiikankin osaamishaasteisiin. Viikkojen 5 ja 6 aiheet liittyivät Lagrangen mekaniikkaan, jossa tehtäviin liittyi paljon pohtimista, päättelyä ja havainnointia. Viikolla 7 aiheena olivat keskeisvoimakentät. Molempiin aiheisiin liittyi melko paljon matematiikkaa. Tehtävänantoa vastaavan tilanteen ymmärtämisen hankaluudet näkyvät myös kysymyksessä 4.2. Vastaaajista 23% pääsi tehtävissä hyvin liikkeelle, ja melkein saman verran, 19% pääsi tehtävissä huonosti liikkeelle. Suurin osa vastaaajista, 57% pääsi tehtävissä kohtalaisesti liikkeelle.

5.3 Apuvälineiden käyttö

Kurssilla FYSA2020 Mekaniikka tarkasteltiin opiskelijoiden käyttämiä apuvälineitä harjoitustehtäviä tehdessä. Kahdeksan viikon aikana kerätty aineisto (n=273) on yhdistetty, sillä viikkojen välillä ei ollut suuria eroja.

Apuväline	Määrä	Prosentti
Kurssin TIM-materiaali	247	90,5%
Internet	201	73,7 %
Kurssin vanha PDF-pruju	123	45,1 %
Tehtävien tekeminen ryhmässä	115	42,1%
Ohjaukset	67	24,5%
Matikkapakki	62	22,7%
Kiihdytin	17	6,2%

Kurssin materiaali oli TIM-oppimisympäristössä, mutta käytössä oli myös kattavampi aikaisemman vuoden PDF-muotoinen kurssimoniste, jota kutsuttiin yleisesti PDF-prujuksi. Internetillä tarkoitetaan JYU:n ulkoisia sivustoja. Tutkimukseen osallistuneet valitsivat kaikki ne apuvälineet joita he käyttivät.

Ei ole yllättävää, että suurin osa opiskelijoista käyttää harjoitustehtäviä tehdessään apunaan kurssin materiaaleja. Kurssin TIM-materiaali oli apuvälineistä käytetyin ja vajaa puolet kurssilaisista käytti säännöllisesti kurssin PDF-prujua. Yllättävää on, että yli 73% opiskelijoista käyttää apuna internetiä. Internetissä on hyvät ja huonot puolensa. Hyvä asia on tietenkin se, että tietoa löytyy paljon ja helposti. Esimerkiksi Youtubesta löytyy paljon selkeitä opetusvideoita, joissa ratkaistaan fysiikan esimerkkitehtäviä. Ongelma voi olla kuitenkin se, että usein nämä videot ovat hyvin pelkistettyjä tilanteita, ja ratkaisutavat voivat erota harjoitustehtävien tilanteissa vaadittavista tilanteista. Fysiikan kurssit on suunniteltu kuitenkin niin, että kaikki ongelmat on ratkaistavissa kurssin materiaaleilla ja apuvälineitä käyttäen.

Tärkeä huomattava asia on se, että *ohjausten, matikkapakin ja kiihdyttimen* käyttö oli vähäistä. Alle neljännes käyttää näitä apuvälineitä säännöllisesti. Erityisesti kiihdyttimen käyttö on ollut kurssin aikana erittäin vähäistä. Ohjauksien ja kiihdyttimien tehtävä ei ole estää hankaluuksia, vaan auttaa opiskelijoita niiden ilmetessä. Kurssilla esiintyi yksinkertaistenkin matemaattisten asioiden kanssa hankaluuksia, jotka oltaisiin voitu ratkaista ohjauksissa.

Ohjausten ja kiihdyttimen vähäiseen käyttöön saattaa vaikuttaa COVID-19 pandemian aikana järjestetyn etäopetuksen tottumukset. Vuonna 2020 aloittaneet opiskelijat, joita kurssilla oli suuri määrä, ovat olleet melkein yhtäjaksoisesti etä- tai hybridiopetuksessa, jossa ohjaukset ja kiihdytin on järjestetty etänä. Tällöin osallistujamäärät ovat olleet pienempiä, ja saattaa olla, että opiskelijat eivät ole

tottuneet käyttämään näitä apuvälineitä samalla tavalla, kuin ennen pandemia-aikaa. Osallistumismääriin saattavat vaikuttaa myös opiskelijoiden omat aikataulut, jotka voivat mennä päällekkäin ohjauksien ja kiihdyttimen järjestämisaikojen kanssa.

Pandemia ei kuitenkaan näytä vaikuttavan ryhmätyöskentelyyn, sillä 42% opiskelijoista turvautui ongelmatilanteissa muihin opiskelijoihin.

Näiden vastausvaihtoehtojen lisäksi oli mahdollisuus valita "muu-vaihtoehto. Opiskelijat vastasivat käyttävänsä lisäksi kurssikirjoja ja symbolisia laskentatyökaluja, pääasiassa *Wolfram Alphaa*. Nämä lisättiin myöhemmin osaksi valmiita vaihtoehtoja ja niiden käyttö oli prosentuaalisesti noin 30% kurssikirjallisuudelle ja noin 10% symbolisille laskentaohjelmistoille. Näitä en liittänyt osaksi taulukkoa, sillä niitä ei jokaiselta viikolta kysytty.

5.4 Sanalliset vastaukset

Kurssilla FYSA2010 sanallisia vastauksia tuli muutamia, joten niiden erittely ei ole tarpeellista. Sanallisissa vastauksissa esiintyy samoja huomioita esimerkiksi matematiikan ja fysiikan oppiaineiden eroista matematiikan kannalta. Eroja on huomattu myös opetuskäytänteissä. Matematiikan soveltaminen fysiikassa sekä oppiaineiden yhdistäminen koetaan hankalaksi. Aineistossa mainitaan myös fysiikalle ominaisia matemaattisia piirteitä, kuten juurikin numeeriset menetelmät sekä approksimaatiot. Näille haasteille ehdotetaan ratkaisuksi "matematiikan preppauskurssia". Sanalliset vastaukset tukevat hyvin määrällistä tutkimusta.

Sanallisia vastauksia palautettiin kurssin FYSA2020 kahdeksan viikon aikana paljon. Joukossa oli jonkin verran ylimääräisiä, tutkimukseen liittymättömiä asioita, mikä oli odotettavissa. Nämä tutkimuksen kannalta ylimääräiset palautukset poistettiin aineistosta ennen analysointia. Suurin osa vastauksista liittyi joko fysiikan tai matematiikan hankaluuksiin.

Matemaattisiin hankaluuksiin liittyvissä vastauksissa suuri osa, varsinkin ensimmäisillä viikoilla liittyi siihen, etteivät matemaattiset menetelmät ole hallussa. Vaikeuksia koettiin esimerkiksi differentiaaliyhtälöissä, integroinnissa, ketjusäännön soveltamisessa, algebrassa, yhtälön ratkaisemisessa, vektoreissa ja niiden jakamisessa komponentteihin, trigonometriassa, sarjoissa, summissa, muuttujan vaihdossa, tensoreissa, eri kordinaatistoissa ja kordinaattimuunnoksissa, matriiseissa, ominaisarvoissa sekä approksimaatioissa. Suurin osa näistä asioista, muutamia poikkeuksia lukuunottamatta, on esitietokurssien asiasisältöjä. Erityisesti mekaanisen laskemisen

hankaluus ja esitietokurssien asioiden huono muistaminen esiintyi monesti avoimissa vastauksissa. On yllättävää, että jopa kaavan pyörittely koettiin haastavaksi. Vastaukset tulivat eri opiskelijoilta niin, että joka viikko kurssilla oli monia opiskelijoita jotka kokivat haasteita matematiikan kanssa.

Hankaluutena koettiin myös vahvasti matematiikan ja fysiikan yhdistäminen. Tämä esiintyi esimerkiksi liikeyhtälöiden muodostamisen hankaluuksissa. Moni kaavan johtamiseen liittyvä tehtävä koettiin haasteelliseksi, kun tilanteita ei osattu kuvata matemaattisesti. Jousi osattiin yhdistää jousivoimaan, mutta kun puhuttiin venyvistä narusta, oli sen yhtälön muodostaminen vaikeaa. Tällainen matematiikan soveltaminen osoittautui joillekin hankalaksi muissakin asiayhteyksissä, ja se esiintyi myös määrällisen osion aineistossa.

Aineistossa esiintyi kuitenkin eniten huomautuksia siitä, kuinka vaikea tehtäviä on ymmärtää ja kuinka opiskelijoilla on haasteita päästä tehtävässä liikkeelle. Tämä otettiin huomioon, ja sen määrällinen tutkimus lisättiin osaksi tutkimusta. Tehtävien ymmärtäminen ja niissä liikkeelle lähteminen on sekä fysiikan että matematiikan haaste. Oikean ratkaisutavan löytämiseksi on ensin ymmärrettävä tehtävän tilanne ja sitten löydettävä oikea matemaattinen menetelmä tehtävän ratkaisemiseksi.

Mielenkiintoinen havainto tehtiin kahdella ensimmäisellä viikolla. Näiden viikkojen harjoitustehtävissä oli kaksi tehtävää, jotka esiintyivät sanallisessa palautteessa enemmän kuin mitkään muut viikkojen tehtävät. Ensimmäisellä viikolla tarvittiin tehtävän ratkaisuun Taylorin polynomia eli approksimaatiota, joka perustuu sarjakehitelmään. Toisella viikolla piti laskea funktion paikkakeskiarvo integroimalla. Molemmissa tehtävissä mainittiin, mitä menetelmää ratkaisuun tarvitsee käyttää. Kumpikaan aihe ei ole kurssin haastavuuteen suhteutettuna vaikea, sillä ratkaisut löytyvät joko suoraan taulukkokirjasta tai hieman soveltamalla aikaisemmin opittua tai matematiikan kursseilta. Oli siis yllättävää, että nämä tehtävät koettiin kaikista vaikeimmiksi. Kummastakaan menetelmästä ei oltu kurssilla puhuttu aikaisemmin. Saattaa olla, että opiskelijat "säikähtävät" sellaisia aiheita, joista heille ei ole hetkeen puhuttu, ja jotka eivät välttämättä ole hyvin muistissa. Tämä saattaa olla yksi selitys sille, miksi aiheet koettiin vaikeiksi. Saattaa olla myös, että tällaisten kurssilla aikaisemmin mainitsemattomien aiheiden itse selvittäminen on vaikeaa.

Ohjauksista ja kiihdyttimestä koettiin olevan apua, kun muutama opiskelija mainitsi saaneensa apua näistä harjoitustehtäviä tehdessä. Ohjausten ja kiihdyttimen koettiin kehittävän osaamista.

5.5 Havainnot

Tutkimuksen aikana olin yhteydessä kurssin FYSA2020 ohjauksien järjestäjään, ja keskustelin hänen kanssaan laskuharjoituksissa ja ohjaustilaisuuksissa esiintyneistä yleisistä haasteista. Haastattelussa esiin tulleet asiat tukivat aikaisempia havaintoja. Haasteita esiintyy monessa eri aiheessa. Matematiikan ja fysiikan yhdistäminen ja tehtävän syvälinen ymmärtäminen nousivat esiin haastattelussa. Opiskelijat ymmärtävät mitä lasketaan, mutta eivät aina sitä, miksi lasketaan. Oikea kaava valitaan siksi, että muuttujat ovat oikeat ja se näyttää sopivan tehtävään, eikä kaavan valitsemista pohdita tilanteen kannalta. Tämä voisi johtua siitä, ettei opiskelijoilla ole vielä laskuharjoitusta ratkaistaessa syvällistä ymmärrystä siitä, mitä tehtävässä tulee oikeasti tehdä, vaan tehtävän ratkaiseminen suoritetaan "hakuammunnalla", ja oikeaa ratkaisutapaa etsitään kokeilemalla. Tämä voi esiintyä myös niin, että kurssin asiat sivuutetaan täysin ja opiskelija löytää täysin erilaisen ratkaisutavan. Tällaisia tilanteita esiintyi esimerkiksi kurssin viikolla 4, kun hitausmomentin laskeminen hitausmomenttitensoreilla korvattiin taulukkokirjan kaavalla.

Suurin osa opiskelijoista ei yritä jokaista tehtävää, vaan keskimäärin opiskelija palauttaa 3-4 tehtävää eli vähän yli puolet. Näistä tehtävistä valitaan yleensä helpoimmat tai ne jotka vaikuttavat helpoimmilta. Kurssilla oli joitain tehtäviä, joita palautti vain muutama opiskelija, joista vain harva sai tehtävän kokonaan oikein. Toisaalta nämä tehtävät olivat kurssin vaikeimpia ja erittäin soveltavia.

Haastattelussa ilmeni myös, että opiskelijat eivät muista tai osaa käyttää joitain fysiikassa tarvittavia matemaattisia menetelmiä, joista kurssin luennoilla ei välttämättä mainittu, mutta jotka kuuluivat esiteitöihin.

Haastattelussa ilmenivät aikaisemmin mainitut aiheet Taylorin polynomeista ja paikkakeskiarvoista. Taylorin polynomia tuli käyttää myös eräässä kurssin tenttitehtävässä, ja tällöinkin se oli monelle vaikeaa.

6 Johtopäätökset

Tutkimus onnistui mielestäni hyvin. Kurssin FYSA2010 kyselyn vastaajamäärä oli melko pieni, mutta siitä saatuja tuloksia pystyttiin soveltamaan toiseen kyselyyn. Kurssin FYSA2020 kyselyn vastaajamäärä oli taas erittäin hyvä, ja se on tilastollisesti merkittävä ja antaa hyvän kuvan fysiikan opiskelijoiden matemaattisista valmiuksista. Fyysikoiden matemaattiset valmiudet ovat pääsääntöisesti hyvät. Vaikka matemaattisia haasteita tulee vastaan jokaiselle, suuri osa ei kohtaa opinnoissa jatkuvia matemaattisia haasteita. Kun tarkastelemme haasteita osaamisessa, ei tarkoituksena ole todeta valtaosan opiskelijoista pärjäävän, vaan kiinnittää huomio niihin opiskelijoihin joilla esiintyy haasteita.

Tutkimuksessa ilmeni, että fysiikan opiskelijat pitävät matemaattisia valmiuksiin pääsääntöisesti hyvinä. Tutkimuksessa kuitenkin esiintyi asioita, jotka viittaavat matemaattisiin hankaluuksiin fysiikan opinnoissa. Tämä esiintyy esimerkiksi harjoitustehtävien matemaattisena haastavuutena, matematiikan soveltamisen haasteina, hankaluuksissa aloittaa harjoitustehtäviä ja hankaluuksissa käyttää matemaattisia menetelmiä. Tutkimuksessa esiintyi haasteita esitietokurssien asiasisältöjen osaamisessa ja muistamisessa. Vaikeuksia esiintyi oikeastaan kaikkien matemaattisten asioiden kanssa, niin yksinkertaisissa kuin vaikeissa asioissa.

Matematiikan opetus ja järjestely, jossa matematiikkaa opiskellaan matematiikan laitoksella osana matematiikan perus- ja aineopintoja, vaikuttaa sopivan melko hyvin fysiikan opintojen pohjaksi, mutta kehitettävää matematiikan ja fysiikan kurssien yhteensopivuudessa varmasti on, sillä noin 41% vastaajista kuvasi matematiikan kurssien opetuksen hyödyllisyyttä fysiikan kannalta kohtalaiseksi. Kukaan vastaajista ei kuitenkaan vastannut, etteikö matematiikan opetustapa olisi hyödyllinen fysiikan kannalta.

Merkittävä tulos oli se, että melkein kaikki ensimmäiseen kyselyyn vastanneista ovat opiskelunsa aikana törmänneet fysiikassa sellaiseen matematiikkaan, jota ei ole matematiikan kursseilla vielä opetettu, ja suuri osa näistä koki, ettei tätä tuntematonta matematiikkaa opetettu tai selitetty tarpeeksi hyvin. Tämä on tietenkin entuudestaan tunnettu asia sillä fysiikan kurssit etenevät nopeasti ja niillä käytetään

monimutkaista matematiikkaa jo varhain opinnoissa. Sama asia ilmeni myös toisessa tutkimuksessa, jolloin 13% vastauksista osoitti opiskelijan kohdanneen entuudestaan tuntemattomia matemaattisia menetelmiä. Tämän ongelma voidaan ratkaista kurssin opettajan toimesta, sillä hän voi opettaa tuntemattomat matemaattiset keinot kurssin vaatimalla tasolla. Tutkimuksen perusteella kurssilla FYSA2020 tuntemattomat matemaattiset menetelmät selitettiin kohtalaisen hyvin. Asia ei kuitenkaan näytä olevan näin kaikilla kursseilla, ja ongelman ratkaisemiseen ehdotan lisättyä kommunikaatiota kurssien opettajien ja opiskelijoiden välillä. Voi olla, että opettajilla ei ole aina hyvää kuvaa siitä, mitä opiskelijat osaavat, ja mitä matematiikan kursseilla on keretty käymään. Lisäksi opiskelijat eivät tee aina selväksi minkä asioiden kanssa on haasteita. Kaksisuuntaisen kommunikaation lisääminen voisi selvittää näitä haasteita.

Matematiikan ja fysiikan oppiaineiden yhdistämisen haasteet esiintyivät myös matematiikan soveltamisen hankaluuksissa, joita koki 8% kurssilaisista, kun 46% koki osaavansa soveltaa matematiikkaa fysiikassa kohtalaisesti. Vastaajista valtaosa oli kuitenkin tyytyväisiä siihen, kuinka kurssilla selitettiin matematiikan käyttö ja sen soveltaminen. Kurssilla oli käytössä kattava materiaali, jossa syvennyttiin myös matematiikan ongelmien ratkaisuun yksityiskohtaisella tasolla. Matematiikan ja fysiikan oppiaineiden yhdistämisen haasteita osoittaa myös se, että 16% kyselyyn vastanneista koki, että symboliset erot matematiikan ja fysiikan välillä hankaloittivat selvästi ymmärtämistä kurssin aikana, kun 16% koki symboliikan hankaloittavan ymmärtämistä kohtalaisesti. Symboliset erot ja täten myös haasteet ovat osa fysiikan ja matematiikan oppiaineiden yhdistämistä eikä niitä voida kokonaan estää.

Tärkeä löytö oli myös se, että opiskelijat käyttävät heille tehtyjä apuvälineitä vähän. Keskimäärin vain neljäsosa opiskelijoista kävi ohjauksissa, kun vain 6% opiskelijoista käytti kiihdytintä. Matikkapakkia käytti noin 23% kurssilaisista. Tämä on erittäin harmillinen asia. Tutkimuksessa ei esiintynyt sellaisia matemaattisia ongelmia, joita ei esimerkiksi kiihdyttimessä saisi ratkaistua. Suurin osa harjoitustehtävien haasteista helpottuisi ohjauksissa. Opiskelijat kertoivat kiihdyttimen ja ohjauksien hyödystä myös sanallisissa vastauksissa. Positiivista on kuitenkin se, että monet turvautuvat ryhmätyöskentelyyn ja vertaisten apuun ongelmatilanteissa. Tilastollisesti opiskelijat näyttävät kuitenkin kääntyvän ensisijaisesti internetiin ongelmia ratkaistakseen. Opiskelijoiden saaminen ohjauksiin ja kiihdyttimeen voisi helpottaa paljon fysiikan matemaattisia haasteita. COVID-19 pandemia on varmasti muuttanut

monien opiskelukäytänteitä, joten on aika palauttaa aiemmat hyvät käytänteet, jotka perustuvat avoimen keskustelun, kommunikaation ja yhteisen ongelmanratkaisun ilmapiiriin.

Matematiikan ja fysiikan yhdistäminen oppiaineina on ollut fysiikan opetuksen haaste pitkään. On kuitenkin tärkeää kuunnella opiskelijoiden kokemuksia ja toiveita matematiikan opetuksesta fysiikan kannalta. Fysiikassa on joitain keskeisiä matemaattisia asioita, kuten approksimaatioiden käyttö lausekkeen sieventämiseen, jonka käytön syihin ja ymmärtämiseen opiskelijat tarvitsevat joskus apua. Tällaisia asioita ei matematiikan kursseilla paljon opeteta, mutta fysiikassa niiden käyttö on arkipäivää. Matematiikka matematiikan laitoksella eroaa paljon matematiikasta fysiikan laitoksella. "Fysiikan matematiikassa" on piirteitä, jotka ovat ominaisia fysiikalle, ja joiden opetus on tällä hetkellä järjestetty hajanaisesti fysiikan kurssien sisällä. Osoittautuu, että näitä asioita osataan heikosti. (Esimerkkinä Taylorin polynomi, joka esiintyi kurssilla FYSA2020 ja aiheutti paljon vaikeuksia.) Olisiko tarvetta siis kurssille, jossa käsiteltäisiin matematiikkaa fysiikan käyttötarkoituksiin räätälöitynä? Voisi olla myös hyödyllistä tutkia sitä, kuinka eri matematiikan opetustavat (Calculus/JMA sekä Fysiikan matemaattiset menetelmät) koetaan hyödyllisiksi fysiikan oppimisen kannalta.

Tutkimuksen aikana heräsi myös kysymys siitä, kuinka hyvin analyttisemmat Johdatus matemaattiseen analyysiin (JMA) kurssit sopivat fysiikan opiskelun pohjaksi. Matematiikan perusopinto-opetus koostuu kahdesta linjasta, joista opiskelijan tulee valita toinen heti yliopisto-opiskelun aluksi. Näitä linjoja kutsutaan vaihtoehdoksi A, joka on calculuspainotteinen, ja vaihtoehdoksi B, joka on analyysipainotteinen suuntaus matematiikkaan. [2] Nämä vaihtoehdot on myös pääaineopiskelijoille ja vaihtoehtoa B suositellaan niille, jotka ovat pärjänneet lukiomatematiikassa kiitettävästi. Heräsi kuitenkin kysymys siitä, kuinka hyvin vaihtoehto B sopii fysiikan opintojen pohjaksi. Vaihtoehto B etenee fysiikassa keskeisten matemaattisten menetelmien kannalta huomattavasti hitaammin kuin vaihtoehto A, esimerkiksi derivaatta mainitaan vasta kurssilla JMA-3 kun kurssit Calculus 1 - Calculus 3 käsittelevät derivaattaa alusta asti. Olisi mielenkiintoista tutkia opiskelijoiden kokemuksia JMA-kurssien sopivuudesta yliopistofysiikan pohjaksi. Yliopistofysiikassa tarvittava matematiikka ei kuitenkaan nojaa ainakaan kandidaattivaiheen kursseilla analyysin menetelmiin.

Lähteet

- [1] *Fysiikan kandidaattiohjelman kuvaus JYU:n nettisivuilla*. URL: <https://www.jyu.fi/ops/fi/science/fysiikan-kandidaattiohjelm> (viitattu 26.04.2022).
- [2] *Jyväskylän yliopiston opintosuunnitelma 2020-2023*. URL: <https://opinto-opas.jyu.fi/2021/fi/> (viitattu 26.04.2022).
- [3] *Kurssin FYSP100 Fysiikan matemaattiset menetelmät Korppi-sivusto*. URL: <https://korppi.jyu.fi/kotka/course/student/generalCourseInfo.jsp?course=57856&> (viitattu 16.05.2022).
- [4] M. Lehto. *Fysiikan matemaattiset perusteet 1*. Fysiikan laitoksen raportti 5. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto, 2000.
- [5] *Kiihdyttimen esittely JYU:n nettisivuilla*. URL: <https://www.jyu.fi/science/fi/fysiikka/opiskelu/kiihdytin-toiminta-fysiikan-laitoksella> (viitattu 12.05.2022).
- [6] *Matikkapakki-nettisivu*. URL: <https://tim.jyu.fi/view/kurssit/matematiikka/matikkapakki/etusivu#> (viitattu 12.05.2022).
- [7] G. Norman. "Likert scales, levels of measurement and the "laws" of statistics". *Advances in Health Sciences Education* 15 (2010), s. 625–632. DOI: 10.1007/s10459-010-9222-y. URL: <https://www-proquest-com.ezproxy.jyu.fi/docview/2259158805?pq-origsite=primo> (viitattu 16.05.2022).
- [8] H. Vilkka. *Tutki ja kehitä*. Jyväskylä: PS-kustannus, 2015.
- [9] M. Q. Patton. *Qualitative Research and Evaluation Methods*. Kalifornia: Sage Publications Inc, 2002.
- [10] J. Tuomi ja A. Sarajärvi. *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi*. Jyväskylä: Gummerrus, 2002.

- [11] T. Tao ym. "Students difficulties with partial differential equations in quantum mechanics". *Physical review: Physics education research* 16 (2020), s. 020163. DOI: DOI10.1103/PhysRevPhysEducRes.16.020163. URL: <https://journals.aps.org/prper/abstract/10.1103/PhysRevPhysEducRes.16.020163> (viitattu 29.03.2022).
- [12] E. Redish ja E. Kuo. "Language of Physics, Language of Math: Disciplinary Culture and Dynamic Epistemology". *Science and Education* 24 (2015), s. 561–590. DOI: DOI10.1007/s11191-015-9749-7. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11191-015-9749-7> (viitattu 23.03.2022).
- [13] L. Bollen ym. "Qualitative investigation into students' use of divergence and curl in electromagnetism". *Physical review: Physics education research* 12 (2016), s. 020134. DOI: DOI10.1103/PhysRevPhysEduc-Res.12.020134. URL: <https://journals.aps.org/prper/pdf/10.1103/PhysRevPhysEducRes.12.020134> (viitattu 23.03.2022).
- [14] B. Wilcox ym. "Analytic framework for students' use of mathematics in upper-division physics". *PHYSICAL REVIEW SPECIAL TOPICS - PHYSICS EDUCATION RESEARCH* 9 (2013), s. 020119. DOI: <https://doi-org.ezproxy.jyu.fi/10.1103/PhysRevSTPER.9.020119>. URL: <https://journals-aps-org.ezproxy.jyu.fi/prper/pdf/10.1103/PhysRevSTPER.9.020119> (viitattu 14.05.2022).

Liitteet:

1. Kurssin FYSA2010 kysely
2. Kurssin FYSA2020 kysely (viikko nro. 7)
3. Sanallisten vastausten koonti

Matemaattiset taidot ja niiden soveltaminen fysiikassa

Tämän kyselyn tarkoituksena on tutkia Jyväskylän yliopiston fysiikan pääaine opiskelijoiden matemaattisia taitoja fysiikan opinnoissa sekä mielipiteitä matematiikan opiskeluun liittyen. Kyselyssä keskitytään opiskelijoiden omiin kokemuksiin ja mahdollisiin vaikeuksiin. Jos et ole fysiikan pääaineopiskelija, kyselyyn ei tarvitse vastata.

1. Mitä seuraavista matematiikan kursseista olet käynyt?

Valitse kaikki sopivat vaihtoehdot.

- Calculus 1-3
 JMA1-2
 Vektoricalculus 1-2
 Differentiaaliyhtälöt

2. Koen osaavani matemaattiset työkalut, joita fysiikassa tarvitaan, hyvin.

Merkitse vain yksi soikio.

	1	2	3	4	5	
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

3. Olen saanut matematiikan kursseilla hyvät valmiudet fysiikan kursseille.

Merkitse vain yksi soikio.

	1	2	3	4	5	
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

4. Opiskelen matematiikan kurssilla fysiikan kurssia ajatellen, enkä matematiikan kurssia varten.

Merkitse vain yksi soikio.

	1	2	3	4	5	
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

5. Opiskelen matematiikan perus- ja aineopintoja sen takia, että niitä tarvitaan fysiikan opiskeluun.

Merkitse vain yksi soikio.

	1	2	3	4	5	
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

6. Koen, että matematiikan kursseilla opetetaan matematiikkaa fysiikan opiskelun kannalta hyödyllisellä tavalla.

Merkitse vain yksi soikio.

	1	2	3	4	5	
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

7. Koen, että matematiikan kursseilla opetetaan paljon asiaa, jota fyysikoiden ei tarvitsisi osata.

Merkitse vain yksi soikio.

	1	2	3	4	5	
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

8. Matematiikan kursseilla käytettävä matematiikka eroaa fysiikassa käytettävästä matematiikasta.

Merkitse vain yksi soikio.

	1	2	3	4	5	
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

9. Olen törmännyt fysiikassa sellaiseen matematiikkaan, joka on opetettu vasta myöhemmin matematiikan kursseilla.

Merkitse vain yksi soikio.

1	2	3	4	5		
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

10. Fysiikassa käytetään joskus matematiikkaa, jota en tunne, ilman että sen käyttöä selitetään.

Merkitse vain yksi soikio.

1	2	3	4	5		
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

11. Osaan helposti yhdistää fysiikassa esiintyvät kaavat matematiikan teoriaan. (Esim. Mihin matemaattiseen asiaan tämä kaava liittyy?)

$$Z = \sum_n e^{-\beta(n+1/2)\hbar\omega}$$

Merkitse vain yksi soikio.

1	2	3	4	5		
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

12. Fysiikan demoissa painoarvo on:

Merkitse vain yksi soikio.

1	2	3	4	5		
Matematiikan ymmärtämisessä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Fysiikan ymmärtämisessä

13. Fysiikan demoissa minulle haastavampaa on:

Merkitse vain yksi soikio.

1 2 3 4 5

Matematiikan soveltamisessa Fysiikan teoreettisessa osaamisessa

14. Oletko kuullut matikkapakista?

Merkitse vain yksi soikio.

En ole kuullut

Olen kuullut

15. Jos olet käyttänyt matikkapakia, kuinka usein?

Merkitse vain yksi soikio.

Vain muutamia kertoja

Satunnaisesti

Usein

16. Mitä seuraavista olet käyttänyt apuna demoja tehdessä?

Valitse kaikki sopivat vaihtoehdot.

Ohjaukset

Kiihdytin

Muiden opiskelijoiden apu

Matikkapakki

Internet (youtube videot, wikipedia, yms)

17. Millaisia arvosanoja olet saanut matematiikasta ja fysiikasta? (Esim: matematiikasta 3-4 ja fysiikasta 4-5) Kysymys ei ole pakollinen.

18. Vapaa sana. Tuleeko jotain aiheeseen liittyvää mieleen? Missä asioissa matematiikan ja fysiikan opetuksen välistä yhteyttä voisi parantaa? Voit kirjoittaa myös palautetta kyselystä.

Google ei ole luonut tai hyväksynyt tätä sisältöä.

Google Forms

Matemaattisen osaamisen reflektointi 7

Tämä on kurssin FYSA-2020 Mekaniikka viikoittaisen reflektoinnin matemaattinen osuus.
Viikko 7

1. Kuinka hyvin ymmärsit tehtävänantoa vastaavan tilanteen? Esim. tilanteen energiat.

Merkitse vain yksi soikio.

- Erittäin hyvin
- Hyvin
- Kohtalaisesti
- Huonosti
- Erittäin huonosti

2. Kuinka hyvin pääsit tehtävissä liikkeelle?

Merkitse vain yksi soikio.

- Erittäin hyvin
- Hyvin
- Kohtalaisesti
- Huonosti
- Erittäin huonosti

3. Osaan ja muistan esitietokursseilla opetetun matematiikan...

Merkitse vain yksi soikio.

- Erittäin hyvin
- Hyvin
- Kohtalaisesti
- Huonosti
- Erittäin huonosti
- En osaa sanoa

4. Viikolla käytiin ja käytettiin minulle entuudestaan tuntemattomia matemaattisia keinoja.

Merkitse vain yksi soikio.

	1	2	3	4	5	
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

5. Tuntemattomat tai uudet matemaattiset keinot selitettiin...

Merkitse vain yksi soikio.

- Erittäin hyvin
- Hyvin
- Kohtalaisesti
- Huonosti
- En ymmärtänyt niitä lainkaan
- En osaa sanoa

6. Osasin viikolla käytetyt matemaattisen teorian soveltamiset...

Merkitse vain yksi soikio.

- Erittäin hyvin
- Hyvin
- Kohtalaisesti
- Huonosti
- Erittäin huonosti
- En osaa sanoa

7. Viikolla käytetyt matemaattisen teorian soveltamiset selitettiin niin, että ne voi helposti ymmärtää.

Merkitse vain yksi soikio.

	1	2	3	4	5	
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

8. Fysiikassa käytettävät merkinnät erosivat matematiikassa käytettävistä merkinnöistä niin, että se hankaloitti ymmärtämistä.

Merkitse vain yksi soikio.

	1	2	3	4	5	
Täysin eri mieltä	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Täysin samaa mieltä

9. Viikon demoissa koin painoarvon olevan:

Merkitse vain yksi soikio.

	1	2	3	4	5	
Matematiikka	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Fysiikka

10. Minulle demoissa minulle oli haastavampaa:

Merkitse vain yksi soikio.

	1	2	3	4	5	
Matematiikka	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Fysiikka

11. Mitä apuvälineitä käytit demoja tehdessä?

Valitse kaikki sopivat vaihtoehdot.

- Ohjaukset
- Kiihdytin
- TIM-materiaali
- Vanha PDF-pruju
- Muiden opiskelijoiden apu
- Matikkapakki
- Internet (muut kuin JYU:n materiaalit esim. Youtube, Wikipedia ym.)
- Kirjallisuus
- Muu: _____

12. Missä asioissa sinulle tuli tällä viikolla hankaluuksia? Mitkä asiat olivat vaikeita? Minkä haluaisit selitettävän paremmin? Voit antaa palautetta myös kyselystä.

Google ei ole luonut tai hyväksynyt tätä sisältöä.

Google Forms

Sanalliset vastaukset kursseittain:

FYSA2010

Fysiikan perusopinnoissa olisi ollut kiva opettaa niihin kuuluva matematiikka entuudestaan esim. "matematiikan preppauskurssina" ym.

Ensimmäisenä opiskeluvuonna fysiikan opiskelussa käytettiin jonkin verran matemaattisia menetelmiä/käsitteitä (esim. vektoreihin liittyen), joihin ei matematiikan kursseilla oltu vielä syvennytty. Opintojen edetessä tällainen on vähentynyt, vaikkakin fysiikan parissa yhä törmää käsitteisiin/menetelmiin, joita ei matematiikan kursseilla ole välttämättä tullut vastaan. Luennoitsijat ottavat tämän kuitenkin pääosin hyvin huomioon ja fysiikan kursseilla oppiikin usein jotakin uutta matematiikasta tai vähintäänkin syventää ymmärrystään matematiikan kursseilla opitun soveltamisesta. Numeeristen menetelmien ja erilaisten approksimaatioiden käsittely on valitettavasti ollut matematiikan opinnoissa kovin vähäistä vaikka fysiikan parissa se on arkipäivää.

Eniten ongelmia on ehkä nyt tullut sähkömagnetismin kurssilla, sillä vaikka periaatteessa ymmärrän matematiikan siellä taustalla, opettaja melko usein tuntuu soveltavan sitä hieman eri tavalla. Tai ehkä ongelmana on nimenomaan, että nyt sitä lopultakin sovelletaan, kun aiemmin on esim. vektoricalculuksessa laskettu melko mekaanisia laskuja. Lisäksi nyt on tullut useamkin otteeseen eteen polynomeja tai sarjoja, joita ei ole käsitelty millään käymälläni matematiikan kurssilla.

Isoin ongelma ehkä on, että nyt sitä matematiikkaa sovelletaan - tuntuu että opettaja olettaa että totta kai ollaan sovellettu jo aiemmin vaikkei ollakaan. Matikan kurssien palautteeseen olen useampaankin toivonut enemmän sovelluksia, mutta aika ei kai vain riitä.

Sen voin kyllä todeta, että opetustavat eroaa todella paljon laitosten välillä, mutta myös opettajien välillä. (Shoutout muuten Emma Leppälälle, joka on jyu:n paras (matikan)ope! :D)

Matikkapakin tekijöille tuhannet kiitokset!

Minusta matikan opetus on hyvällä tasolla. Kuitenkin matematiikan siirtäminen fysiikkaan ja funktioiden / yhtälöiden muodostaminen ja muutenkin ongelman muodostaminen matemaattiseksi on usein hankalaa. En jotenkin näe aina näitä yhtäläisyyksiä.

FYSA2020

Matematiikka

Fysiikka

Esitietokurssit

Mistä lähteä tehtävissä liikkeelle

1.

Enimmäkseen viime vuonna samaa kurssia käytyjen asioiden muistelu

Erään intergraalin ratkaisu Taylorin polynomin avulla aiheutti pään raapimista.

DY-yhtälöt ja integrointi

Tehtävässä 6 tarvittiin Taylorin polynomia joka oli jo itseltäni päässyt unohtumaan ja sitä tarvittiin kerrata netin avulla. Tehtävässä 5 en oikein tiennyt mistä sitä pitäisi lähteä ratkaisemaan.

Aluksi muunnoskaava $dv/dt = v dv/dx$ oli vaikea muistaa, kun ei ole paljon joutunut tekemään tällaisia. Tehtävän 2 integraalista tuli hieman hankala ilman tätä muunnosta, mutta jatkossa muistuu varmasti mieleen.

Hankaluuksia lähinnä fysiikan sovelluksissa ym. esim T3

Differentiaaliyhtälöiden ratkaisujen teorian muisteli. Lisäksi mekaniikasta on aikaa, niin vähän oletukset hukassa vielä.

Differentiaalilaskennan soveltaminen tuottaa minulle ongelmia, mutta koin ottaneeni jo 1. viikolla kehityskaskelia siinä Kiihdyttimessä.

Voiman konservatiivisuus voitaisiin selittää paremmin. Tehtävän 3 tehtävänantoa en ymmärrä ollenkaan. Hankalaa on se, kun ei tiedä kuinka täsmällisesti asiat täytyy esittää ja on niin paljon mitä voi tehdä ja mennä silti väärään suuntaan.

Hieman oli luentomonisteissa hypitty välivaiheiden yli jotka piti itse käydä palauttelemassa mieleen.

Kesti hetken muistaa ketjusääntö jne, muuten matikan osaamisen osalta ok

haasteita oli ymmärtää sanallinen puoli (tämä on oma ominaisuus, jossa paljon haasteita), matematiikan kanssa sujui ihan kohtalaisen hyvin. Algebrallisia kompastuskiviä (lue: huolimattomuutta) tuntuu tulevan välillä.

kolmostehtävä ehkä hämmensi.

milloin ja miten niitä separoituvia pitää tarkkaan ottaen käyttää. Osassa tehtävistä tuntui sujuvan, mutta osassa (teht 4), en saanut mitään järkevää aikaiseksi.

Differentiaaliyhtälöiden ratkaiseminen piti käydä kertaamassa. 3. tehtävä jäi epäselväksi kuinka sitä olisi pitänyt lähteä ratkaisemaan.

Viimeisessä tehtävässä integrandille Taylorin Polynomin muodostaminen jäi minulle epäselväksi

2:

En osannut aloittaakaan nelostehtävää

Yhtälöiden pyörittäminen aiheutti päänvaivaa

Kaipaisin ehkä erittäin yksityiskohtaisempia esimerkkejä siitä, kuinka jonkinlaista fysiikaalista systeemiä lähdetään analysoimaan, että sille voi kirjoittaa liikeyhtälön. Matematiikassa itsessään ei minulle juuri ole ongelmia niin kauan, kun pysytään yksiulotteisissa tilanteissa. Vektoricalculus on niin uusi työkalu (viime syksynä opittu) että sen kanssa tulee väkisin ongelmia mutta tällä viikolla onneksi käsiteltiin yksiulotteisia tilanteita. Suurempia ongelmia tuottaa erilaisten systeemiä kuvaavien yhtälöiden luominen. Lisäksi matematiikan puolella asiat esitetään yleensä hyvin eksaktisti ja perustellen. Kaipaisin pedagogian kannalta enemmän yksityiskohtia moniin esimerkkiratkaisuihin. Nämä yksityiskohdat voisi piilottaa Tim:issä +-merkin alle. Fysiikan puolella ehkä turhan herkästi otetaan esimerkkiratkaisussa oikoteitä kun oletetaan, että kyllä opiskelija tuntee matemaattisen teorian taustalla

Ongelmat tulevat vastaan ensin fysiikassa, ennen kuin pääsen matemaattisiin ongelmiin asti.

Keskiarvon laskeminen integroiden oli unohtunut

Hieman haastava oli tuo tehtävä kolmosen faasiavaruusradat

Piti vähän etsiä tietoa teht 2 liittyen, sillä en ole ennen törmännyt tällaiseen yhtälöön

oskillaation kanssa on aina ongelmia. Ehkä ne vaiheet ja vaihe-erot jostakin syystä tuottavat murhetta

Tuntui todella vaikealle päästä tehtävissä liikkelle. Yritin monta tuntia miettiä eri tehtäviä, mutta en päässyt eteenpäin, tai jos pääsin niin tuli toinen epäselvä asia josta en päässyt ylitse.

Meiltä loppuu aakokset niin samoja kirjaimia käytetään merkitsemään eri asioita aihepiiristä riippuen. Materiaalin kanssa saa aina joskus miettiä mitä joku kirjain (esim. B, TIM 3.9) yrittää tarkoittaa fysiikassa tällä kertaa. Vai onko se mahdollisesti pelkkä matematiikan yksikötön vakio.

Tehtävä 4 paikka- ja aikakeskiarvojen laskeminen.

Itselläni oli hankaluuksia tehtävän 2 matematiikan kanssa ja asioiden kertaus on tarpeen.

liikeyhtälöiden luonti tilannetta vastaavalla tavalla (toisin sanoen miinusmerkkien oikea paikka) tuotti haasteita.

Monet välivaiheet laskuissa ja johdoissa vaativat matemaattisia kikkoja jotka minulle ei aina tule mieleen (mutta joskus kyllä), mutta kaverille tulee

Olisin toivonut jotain parempaa kertausta siitä kokonaiskuvasta, mistä oli ylipäänsä kyse. Käytiin kaikenmaailman värähtelijöitä ja muuttujia, mutta mielestäni sellainen konkreettinen rautalankaselitys puuttui, että "On tällaista ja tällaista värähtelyä. Käydään ne tässä järjestyksessä. Nämä parametrit täällä kuvaavat siis tätä ja tätä asiaa."

Minun fysiikanopinnoistani on jo kauan, joten olen unohtanut paljon, mutta koen, että vaikka asia olisi tuttuakin, esimerkiksi luentojen aloittaminen tällaisella ajatuskarttamaisella "mistä onkaan kyse" -osiolla auttaa pysymään kärryillä luentojen aikana.

demotehtävä 2:ssa oli vaikeuksena miten ne parametrit pitäisi löytää, olisi auttanut jonkinlainen esimerkki

Ainoa ns. uudempi asia oli ei-diskreetti keskiarvo, vaikka joskus sekin on tullut eteen, mutta sekin selkisi lopulta.

jotain jma3 esitettyä integraalien laskusääntöä "piti" käyttää t4 kun integroitiin jakso yli, mutta tähän sain ohjauksessa apua ja saattoi olla että tämä on esim calc kursseilla myös mainittu, mutta ei muistunut mieleen

Sanallisiin kohtiin oli vaikea keksiä "ratkaisua", vaikka niihin ei kulunut paljoa aikaa. Suurin osa ajasta meni differentiaaliyhtälöiden pyörittämiseen. Kumpi sitten on vaikeaa, ehkä kummatkin.

Teoria itsessään oli ymmärrettävää mutta soveltaminen harjoituksissa tuntui haastavammalta trigonometrian käyttö

kaavan osoittaminen; integrointi muuttujan vaihto

Harmoniset oskillaattorit ovat tuntuneet aina erityisen haastavilta. En tiedä, että mikä niissä on, mutta eivät ole helppoja. Niistä kaipaisin lisää esimerkkejä. Ja ylipäätään soveltavia esimerkkejä mahdollisimman paljon! Olisin käynyt ohjauksessa kyselemässä, mutta lapsen sairastumisen takia se jäi väliin.

3:

Vaikeinta oli hahmottaa tehtävä ja löytää yksinkertaisin tapa tulkita tilannetta. Coriolis-voimaa ei TIM-sivuilla selitetä kovin kattavasti.

Noi koordinaattimuunnokset ja pyörimiset niissä. Olisiko jokin tosi konkreettinen esimerkki löytynyt niiden käytöstä?(numeroilla ihan)

Paljon oli hahmotusvaikeuksia tehtävien suhteen. En muistanut peruskurssien fysiikkaa kunnolla, ja juuri pyörimiseen liittyvät asiat menivät aikoinaan ohitse. Minua vaivaa eniten fyysikkojen menetelmät asioiden ratkaisemisen suhteen, kuten tehtävässä 2 tällä viikolla, en olisi keksinyt itse käyttää vain potentiaalienergian muutosta, jotta saadaan korkeusero esitettyä massakeskipisteen liikkumisena. Mutta minun pitää vain työstää näitä, olen käynyt paljon matematiikan kursseja viimeiset 2 vuotta, ja se näkyy tuskailuna tälllaisten tehtävien parissa, joissa laitetaan mutkat suoriksi.

Matematiikan kanssa oli ongelmia demoissa.

Fysikaalisten tilanteiden hahmottaminen tuotti eniten vaikeuksia. Erityisesti 5. tehtävän hahmottaminen eli kuinka coriolis-voima ja keskipakovoima puretaan komponentteihin. En myöskään onnistunut 4. b) kohdassa sillä en oikein ymmärtänyt tilannetta.

Vaikeinta oli hahmottaa epäinertiaalikoordinaatistoja, mutta tämä on ehkä enemmän fysiikkaan kuin matikkaan liittyvä haaste

en ymmärtänyt tehtäviä kokonaan, asioista oli vaikea muodostaa laskuja

Vektorien ristitulo on minulla matemaattisesti hyvin hallussa, mutta fysikaalisten termien vektorisuureiden jakaminen koordinaatteihin tuotti vaikeuksia.

TIM-sivu näytti tällä viikolla erityisen teoreettiselta, joten asian ymmärtämiseksi minun tuli löytää muita lähteitä

Tehtävien alkuun pääsemisessä ja ymmärtämisessä meni enemmän aikaa kuin itse tehtävien tekemisessä

Kaavojen johtamisessa oli eniten onelmia, ja nämä johtuivat hahmotuskyvystä tai sen puutteesta

Ikuinen hankaluus on luentomateriaalin ja luentojen asioiden hahmottaminen, sekä niiden soveltaminen. Erityisesti kahden koordinaatiston kanssa pelleily on hankalaa. Kyselystä tuli mieleen, etten kerennyt itse vilkaisemaan tehtäviä 4, 5 ja 6, missä on saattanut olla matematiikkaa mikä tuottaisi enemmän hankaluuksia. Sikäli vastaukseni kyselyyn saattaa vääristää kokonaiskuvaa.

Sarjat ovat edelleen pelottavia! Niistä siis toivoisin ehkä enemmän läpikäyntiä tai jotain sen suuntaista. Muuten ei tainnut tulla mitään erikoisen uutta.

4:

Olen käynyt LAG 2 ja LAG 1 kurssit, joka auttoi merkittävästi matriisien kanssa. Uskoisin, että ilman olisi tullut ongelmia viikon asioiden kanssa.

Tennismailateoreemaan liittyvä tehtävä 5 vaati pohtimista.

Ainainen ongelma on ymmärtää kysymys ja purkaa se ratkaistavaan muotoon. Eli päästä tehtävässä alkuun.

Vaikeammat soveltamiset tuottavat vaikeuksia. Esimerkit voisivat aika ajoin paremmin selitettyjä. Myös joistakin laskujen johdoista oli vaikeata nähdä mikä seuraa mistäkin.

Asioiden sisäistäminen ja matematiikan yhdistäminen fysiikkaan.

En ymmärtänyt tehtävää 6 ollenkaan.

Hankaluuksia tuotti jälleen kerran fysikaalisen tilanteen hahmottaminen (tehtävä 5) mutta sen lisäksi ongelmia oli myös eulerin yhtälöiden soveltamisessa (tehtävä 3). Myös lineaarialgebran kanssa oli hieman vaikeuksia koska kyseisestä kurssista on aikaa jo puolitoista vuotta.

Tehtävien ymmärrys vaikeaa

Oli vaikeaa sitoa matematiikka fysiikkaan, näin ne kahtena hyvin erillisenä asiana joiden väliin en osannut sitoa tarpeeksi yhteyksiä. Esimerkiksi kaikista tensoreista sun muusta: mitä ne kertovat fysiikan mielessä? Mitä matriisin jokin alkio kertoo? Tensorit ehkä tajusinkin lopulta mutta muita asioita en niin hääppöisesti.

Summamerkinnyt nyt aina jostain syystä tuottaa hankaluuksia ja tensori on täysin uusi käsite itselle. Säilymlakien hahmottaminen tuotti myös vaikeuksia ja koen että siihen haluaisin selvyyttä.

5:

Vaikeaa oli löytää lausekkeet potentiaali- ja liike-energioille.

Tehtävässä liikkeelle lähteminen.

Erityisen haasteellista oli huomioida oikein kaikki vaikuttavat tekijät tietyn systeemin osan liikkeelle (esim. tehtävässä 2 pienemmän massan heiluminen).

En ymmärtänyt tehtävänantoja ja kuinka tehtäviä olisi täytynyt alkaa tehdä. Ylipäätään viikon aiheen ymmärrys on hataralla pohjalla

Vaikeinta tällä viikolla oli monimutkaisten systeemien hahmottaminen

Hirveästi en kokenut tällä viikolla tehtävien kanssa ongelmia. Ainoa varsinaisesti hankaluuksia tuottava tehtävä oli 5. sillä tilanteen hahmottaminen tuotti vaikeuksia. Tehtävässä puhuttiin ison sylinterin säteestä $R=2r$ mutta en kyennyt luomaan lauseketta, missä termi R esiintyisi.

Hankaluus tuli ennemmin tehtävänannon hahmottamisessa kuin matemaattisessa puolessa. Itse laskeminen oli tällä viikolla melko mekaanista ja apua tarvitsi siihen että ymmärtää miten systeemit toimivat ja että matemaattiset yhtälöt vastaisivat tilannetta.

Tehtävä 5 oli ehkä vaikein hahmottaa, mutta saimme siihen apua Kiihdyttimestä. Sen hahmottaminen, miten esimerkiksi narun venyminen vaikuttaa punnukseen (t 4) tai miten sylinteri käyttäytyy (t. 5) vaati pohtimista.

Alkuun vaikea asia oli itse yhtälön ymmärtäminen. Osaan kyllä derivoida tms, mutta se hämmensi alkuun luentomateriaalissa jossa puhuttiin oikeasta puolesta ja sitten vasemmasta puolesta, vaikka kuitenkin käytettiin siihen samaa yhtälöä. Se hämmensi alkuun, mutta kun sen ymmärsin, niin asia kirkastui.

Oli jotenkin aluksi pitkään ongelmia ratkaista matkaa liikeyhtälöistä. Eli ongelmia oli 2. kertaluvun differentiaaliyhtälöjen ja/tai 2 kertaa samojen termien suhteen integroinnin kanssa.

6:

Vaikeuksia oli tietää, mitkä integrointi rajat kannattaa tai pitää milloinkin olla. Vaikeuksia oli myös karteesten- ja napakoordinaatistojen vaihtelun kanssa, erityisesti nopeuksien kanssa.

Sidosehdon muodostaminen osoittautui vaikeaksi

tehtävien ymmärrys oli vaikeaa ja tuntuu, että on kokonaan tippunut kurssin tahdista pois..

Se sidosehto oli kyllä todella haastava. Ne kaksi esimerkkiä eivät oikein riittäneet siihen, että olisin saanut sovellettua sen enempää. Ehkä enemmän esimerkkejä myös tästä olisi asiaa avannut.

Kolmostehtävää en ehtinyt ihan loppuun asti ja vitosesta en ole aivan varma (välivastaukseni oli hieman erilainen enkä bongannut virhettäni). Lähinnä ehkä ajanpuute oli tällä viikolla ongelmana enemmän kuin varsinaisesti matematiikka tai fysiikka.

3b tehtävän kanssa oli kysymyksiä joihin sain kyllä hyvät vastaukset. Sidosehtoja pitänee vielä harjoitella ja varsinkin λ dan selvitys vaatii välillä matemaattista kikkailua joka ei ole vahvuuteni.

Lagrangen kertojien ratkaisemisesta olisi voinut olla enemmän ja monipuolisemmin esimerkkejä/teoriaa, sillä nyt en oikein ymmärtänyt niiden ratkaisemisperiaatetta ja tehtävien ratkominen tuntui hieman räpellykseltä (" yritän nyt jotain, että saan λ dalle jonkun lausekkeen, vaikken tiedä mitä olen tekemässä"). Osasy kuuluu tosin minulle, sillä en ollut ohjauksissa tällä kertaa. Muuten sidosehtojen käsittely ja yleistetyt voimat olivat helposti ymmärrettävissä.

Vaikeuksia tuli pitkien yhtälöiden pyörittämisessä ja tilanteen hahmottamisessa.

Vaikea ymmärtää/nähdä miten eri systeemejen energiat saa selville

7:

Tilanteiden hahmottaminen ja osoitustehtävät olivat hankalia.

Tehtävien ymmärtäminen, kun aikalaila tippunut kurssin tahdista pois kokonaan..

Esimerkissä 8.6 käytettyä Taylorin approksimaatiota ei oltu mainittu, joten en tiennyt mitä rivien välillä tapahtui kun kyseinen menetelmä ei ollut tuttu. Taylorin approksimaatiota tarvitsi myös demoissa, joten olisi ollut hyvä jos se olisi esitelty jo esimerkissä.

Oikeastaan kaikki harasi vastaan. Esimerkeistä en tällä kertaa kostunut ollenkaan. Aihetta oli selitetty mielestäni tällä viikolla vähän heikommin kuin edellisillä kerroilla ja aihe ylipäättään oli vaikeampi. Olisin kaivannut selvästi tarkempaa selitystä siitä redusoitumisesta yhden kappaleen tilanteeseen.

Nyt oli kyllä yhtälöiden pyörittelyä ja derivaatan käyttöä

Kiva päästä käyttämään demoissa Taylorin polynomia ilman, että se erikseen mainitaan tehtävänannossa :-)

Matemaattisia välivaiheita olisi kiva olla hieman laajemmin auki, jotta niiden ymmärtäminen helpottuisi.

Sarjojen käyttäminen (käytin yhdessä tehtävässä) tuntui hankalalta tehdä itsenäisesti, joutui kirjan avulla katsomaan mitä seuraavaksi tehdään. Muutoin laskut sujuivat niiltä osin mitä kerkesi tehdä.

Tehtävissä liikkeelle lähteminen oli haastavaa, enkä aluksi tajunnut, mitä yhtälöitä voisi käyttää tehtävissä 2 ja 3. "Helppoissa", palloilla merkityissä tehtävissä oli vaikeampi päästä alkuun kuin vaativimmissa tehtävissä, joissa erittäin nopeasti tajusi tehtävän idean.

8.

ominaisvektori a jäi epäselväksi. Siitä lisää ja tarkemmin selitetyjä esimerkkejä. Ja jokin osa materiaalista kun nuo vastaukset ei ihan mennyt oikein. Hyvä kysely!

Matriisien ominaisarvo-ongelmat

Kosinifunktion sarjakehitelmän soveltaminen liike- ja potentiaalienergioiden lausekkeisiin olisi voitu selittää paremmin (siis ettei liike-energiaan jää thetaa pyörimään, vaan $\cos^2\theta = 1$).

Hankalinta oli ominaisvektoreiden selvittäminen, sillä merkinnät olivat hieman erilaisia LAGiin verrattuna. :)

tehtävänannon ymmärtäminen oli vaikeaa ja se, kun täytyi käyttää aiemmin käyttyjä työkaluja joiden osaaminen on huonolla pohjalla.

Minulla oli ongelmia luoda oikeanlaisia liike- ja potentiaalienergioiden yhtälöitä. Matemaattisina keinoina matriisit, determinantti ja ominaisarvojen etsiminen oli minulle tuttua LAG 1 ja 2 kursseilta, muuten olisi ollut ehkä aika vaikeaa.

Vain pieniä ongelmia tuli vastaan kertaustehtävien tilanteiden hahmottamisessa.

Matriisit ja ominaisarvot