

**JYX**



**This is a self-archived version of an original article. This version may differ from the original in pagination and typographic details.**

**Author(s):** Perkkilä, Päivi

**Title:** Matkalla kohti ymmärrystä : matematiikan peruskurssin opetuksen periaatteiden tarkastelua

**Year:** 2022

**Version:** Published version

**Copyright:** © 2022 Matemaattisten aineiden opettajien liitto

**Rights:** In Copyright

**Rights url:** <http://rightsstatements.org/page/InC/1.0/?language=en>

**Please cite the original version:**

Perkkilä, P. (2022). Matkalla kohti ymmärrystä : matematiikan peruskurssin opetuksen periaatteiden tarkastelua. *Dimensio-lehti*, 9.6.2022. <https://dimensiolehti.fi/matkalla-kohti-ymmarrysta-matematiikan-peruskurssin-opetuksen-periaatteiden-tarkastelua/>

# Matkalla kohti ymmärrystä – matematiikan peruskurssin opetuksen periaatteiden tarkastelua

Opetus 9.6.2022

Artikkelin tarkoituksena on avata tuleville luokanopettajille suunnatun matematiikan peruskurssin kulmakiviä aikuiskoulutuksessa. Nämä kulmakivet ovat rakentuneet omien opettajakokemusteni luokanopettajakoulutuksessa sekä opettaja työnsä tutkijana pohjalta. Tutkimusteni ja saatujen kokemusteni pohjalta ovat löytyneet seuraavat opetukseni rakennusaineet: positiivisen matematiikkakuvan rakentaminen ja tukeminen, ymmärryksen rakentaminen koulumatematiikasta opiskelijan omien oivallusten kautta kielentämisen ja konkreettisten välineiden avulla sekä yhteinen tiedonrakentelu yhdessä opiskelijaparin ja koko opiskeluryhmän kanssa. Kaikkia edellä mainittuja rakennusaineita yhdistää avoin ja luottamuksellinen ilmapiiri. Esille tuotuja periaatteita voi myös soveltaa niin perusopetuksessa kuin erityisopetuksessakin.

## Positiivisen matematiikkakuvan rakentamisesta

*... opettajan välittämä positiivinen matematiikan kuva ja suhtautuminen aineen opettamiseen ja oppimiseen vaikuttaa ratkaisevasti siihen millainen suhde oppilaalle syntyy. (Opiskelija 43)*

Edellä mainittu lainaus on opiskelijoilta kerätystä oppimispäiväkirja-aineistosta (2011–2015), jota opiskelijat ovat kirjoittaneet matematiikan peruskurssin yhteydessä opettajankoulutuksen aikana. Lainaus välittää hyvin sen, että opettajalla on merkitystä opiskelijoidensa matematiikkakuvan kehittymisessä. Matematiikkakuva rakentuu yksilön tiedoista ja kokemuksista, asenteista ja käsityksistä itsestä matematiikan parissa (tähän liittyvät mm. yksilön uskomukset, tunteet, arvot, mielenkiinnon ja motivaation kohteet) sekä muiden käsityksistä yksilöstä itsestään ja yksilön käsityksistä muista. Tämä suhde muuttuu ajan saatossa ja siihen vaikuttaa esimerkiksi yksilön elinympäristö. (mm. Heyd-Metzuvanim, Lutovac, & Kaasila, [2016](#); Beijaard, Meijer, & Verloop, [2004](#)).

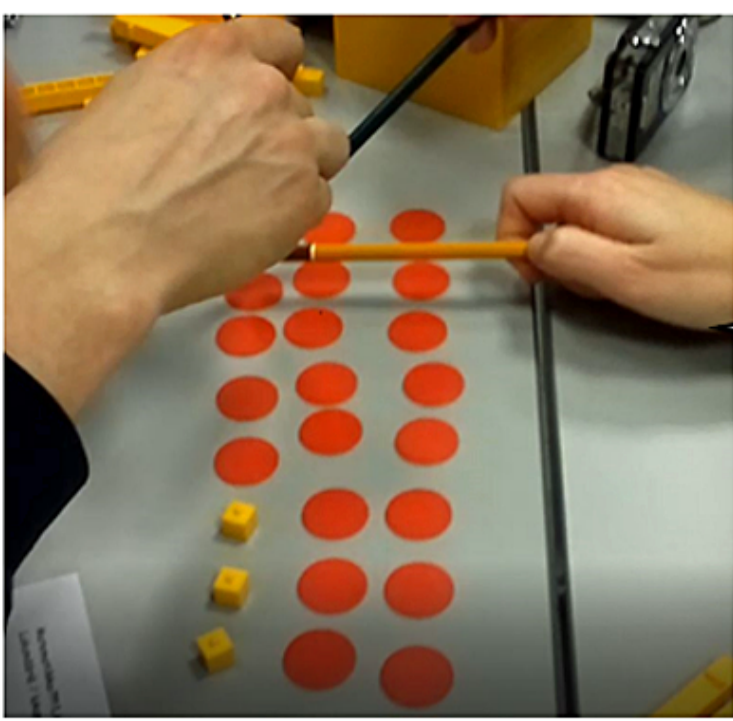
Opettaja on vaikuttaja. Hänellä on tärkeä rooli oppilaan motivoimisessa sekä oppilaan tukemisessa matematiikan opiskelussa. Opettajan oma matematiikkakuva vaikuttaa oppilaan matematiikkakuvan kehittymiseen. Kouluaikaiset kokemukset matematiikan opetuksesta ja oppimisesta sekä matematiikasta itsestään vaikuttavat tutkitusti yksilön ja tulevan opettajan matematiikkakuvan muodostumiseen. (mm. Kaasila, [2000](#); Kaasila & Laine, [2018](#); Perkkilä, [2002](#); [2017](#); [2018](#).) Kurssini opiskelijat kuvaavat usein hyvin monella tapaa kouluaikaisia kokemuksiaan matematiikasta ja sen oppimisesta. Toisaalta matematiikasta kiinnostunut, oppilaansa kohtaava ja kannustava opettaja on motivoinut ja innostanut oppilaansa matematiikan opiskeluun, mutta toisaalta sitten oppilaaseen välinpitämättömästi suhtautunut opettaja on etäännyttänyt oppilaan matematiikasta. Opiskelijoiden koulumuistoissa korostuvat juuri edellä kuvatun kaltaiset polarisoituneet merkitykset opettajan toiminnasta.

Kaasilan ja Laineen ([2018](#); vrt. Perkkilä, [2018](#)) mukaan tulevan opettajan matematiikkakuvaan voidaan vaikuttaa koulutuksen aikana myönteisesti. Keskeisinä myönteiseen matematiikkakuvan kehittymiseen vaikuttavina tekijöinä on nostettu esille aiempien matematiikan opetukseen ja oppimiseen liittyvien kokemusten reflektiivinen käsittely turvallisessa ilmapiirissä, oppisisältöjen tutkiminen ja kielentäminen konkreettisten välineiden avulla sekä matemaattisen tiedon rakentelu yhdessä opiskelijaparin ja koko opiskeluryhmän kanssa. Edellä mainitut tekijät ovat keskeisiä rakennusaineita myös omassa opetuksessani opettajankoulutuksessa. Työssäni opettajankouluttajana ja matematiikan peruskurssin opinnoista vastaavana olen pyrkinyt tutkimusperustaisesti tukemaan opiskelijoiden myönteisen matematiikkakuvan kehittämistä reflektiivisen oppimispäiväkirjan sekä monipuolisen, konkreettisen ja yhteisöllisen työskentelyn avulla. Työskentelyn aikana opiskelijoilla on mahdollisuus jakaa ja reflektoida omia kouluaikaisia muistojaan. Usein näissä tilanteissa nousee esille konkreettisilla välineillä työskentelyn merkitys: konkreettiset oppimisvälineet ja kielentäminen rakentavat ymmärrystä koulumatematiikkaan ja tuovat oppimisen iloa.

## Matematiikkakuva rakentuu oppimisen ilon kautta

*.... Yritimme hahmottaa kymmenjärjestelmän sijaan muita kantalukuihin perustuvia järjestelmiä. Enemmän pyörimme viisijärjestelmän parissa. Ja olipahan taas mahtavaa. Nautin suunnattomasti siitä ahaa elämyksestä, että minähän osaan, hoksaan ja kehityn koko ajan.... (Opiskelija 39)*

Yllä olevaan lainaukseen liittyvä oppimiskokemus on kuvattu kuvassa 1, jossa selvitetään kaksipuolisten värikiekkosten ja kuutioiden määrää 5-järjestelmässä yhdessä laskemalla.



Värikiikkojen ja kuutioiden yhteismäärää selvitetään pienryhmissä yhteistä oivallusta etsien 5-järjestelmän rakenteesta ääneen laskemalla:

....40, 41, 42, 43, ...

Kuva 1. Opiskelijat selvittämässä kaksipuolisten värikiikkojen ja kuutioiden yhteismäärää 5-järjestelmässä

Opiskelijat ovat tuoneet esille edellisen oppimispäiväkirjalainauksen kaltaisia matematiikan peruskurssin sisältöihin liittyviä kokemuksia mm. oivalluksina tai ahaa-elämyksinä koulumatematiikan sisältöjen sekä matematiikan oppimiseen ja opettamiseen liittyvien asioiden yhteydessä (esimerkiksi ongelmaratkaisun ja matemaattisen ajattelun kehittämisen sekä konkreettisten oppimisvälineiden merkityksen tarkastelun yhteydessä). Esimerkiksi 5-järjestelmän ongelmakeskeinen tutkiminen ja sen rakentumisen vaiheiden siltaaminen lapsen matemaattisen ajattelun kehittymiseen sekä 10-järjestelmän rakenteeseen on antanut monille opettajaksi opiskeleville ja työssä oleville opettajille syvällisiä oivalluksia. Erityisesti syvällisiä keskusteluja on syntynyt lapsen matemaattisen ajattelun kehityksestä ja 10-järjestelmän oppimisen merkityksestä. Samalla nämä oppimiskokemukset ovat tuoneet iloa oppimiseen sekä vahvistaneet myönteisiä tunteita ja uskoa omaan kykyihän oppia matematiikkaa. Edellä mainittu lukujärjestelmien ongelmakeskeistä tutkimista painottava oppimisympäristö motivoi opiskelijoita työskentelemään matemaattisten tehtävien parissa ja sai heidät uppoutumaan tehtäviin. Lisäksi työskentely herätti myönteisiä tunteita ja sitoutumista matematiikkaa kohtaan. (vrt. Kuva 2) Tällaisessa työskentelyssä on ehtona se, että yksilön matemaattiset taidot ja tehtävien vaatimustaso ovat tasapainossa, niin että tehtävissä on sopivasti haastetta taitoihin nähden (vrt. lähikehityksen vyöhyke) (Shernoff, Abdi, Anderson, & Csikszentmihalyi, 2014).

Matematiikan peruskurssiin sisällytetyt koulumatematiikan keskeisten sisältöjen kertaukseen tarkoitettut ”matikkapajat” ovat herättäneet opiskelijoissa matematiikan opiskeluun rohkaisevia, myönteisiä ja voimaannuttavia tunteita:

*Matikkapajassa työskentely oli minulle voimaannuttava ja rohkaiseva. (Opiskelija 24)*

*...matikkapajassa tutustuimme jakolaskun ja laatumuunnosten saloihin. Muutammat matemaattiset termit selkeytyivät myös siinä samalla. ...sain sisältö- ja ositusjakoon jonkunlaisen selvyden. (Opiskelija 31)*

Matikkapajaan osallistumisen kynnys on matala ja niihin voivat osallistua kaikki halukkaat. Erityisesti yhteisöllisyyden kokemukset ovat nousseet matikkapajoissa esille. Sekä luennoilla ja erityisesti matikkapajoissa opiskelijoilla on ollut mahdollisuus avata toisilleen kouluaikaisia matematiikkakokemuksiaan yhteistoiminnallisen työskentelyn lomassa. Syvällisten keskustelujen aikana monet opiskelijat ovat huomanneet, että muillakin kurssikavereilla on saattanut olla haasteita matematiikan opiskelussa kouluaikana.

*”Illalla soitin kotiin ja kerroin innoissani kotiväelle kuinka mielenkiintoista matematiikka voi olla ja puhelimesta kuului aviomiehen epäuskoinen toteamus: ”Sanotko SINÄ, että matematiikka on mielenkiintoista?”. Kyllä. Minä, joka koulussa aina tuskailin, kun en oppinut kaavoja ja sääntöjä enkä pysynyt muiden perässä, hidas ajattelija kun olen. Niin ne mielipiteet muuttuu...” (Opiskelija 115)*

Myönteiset oppimisen ja yhteisöllisyyden kokemukset liittyvät myönteisen matematiikkakuvan rakentamiseen. Isen (2006) tuo esille, miten myönteisillä tunteilla on vahvistava vaikutus ongelmanratkaisuntaitoihin, kognitiiviseen joustavuuteen ja luovaan ajatteluun sekä taitoon omaksua erilaisia näkökulmia (mm. matematiikan tehtävien erilaiset ratkaisutavat). Yhteisöllisissä vuorovaikutustilanteissa saadut myönteiset kokemukset ja tunteet vahvistavat avoimuutta ja luottamusta oppimisyhteisöön sekä lisäävät avuliaisuutta ja sosiaalista vastuuntuntoa. Myönteisten kokemusten ja tunteiden merkitys näkyy esimerkiksi matematiikan oppimisen tilanteissa pitkäjänteisyyden vahvistumisena, ja ne auttavat opiskelijoita palautumaan haasteellisista oppimisen tilanteista nopeasti ja tehokkaasti (vrt. Fredrickson, 2002; Kuva 2).

Tahto saavuttaa omat oppimisen tavoitteet ja pitkäjänteisyyttä voittaa siihen liittyvät haasteet (saavuttaminen)

Halu kehittyä matematiikan oppijana

Kestävän omakohtaisen matemaattisen tieto- ja taitoperustan rakentaminen

Hyväksytyksi tuleminen, omien vahvuuksien tunnistaminen, halu kehittyä ja asettaa tavoitteita (merkityksellisyys)

Matemaattisen ajattelun laajentaminen

Vuorovaikutuksellisuus, oikea-aikainen tuki ja palaute, hyväksytyksi tuleminen (sosiaalinen tuki ja merkityksellisyys)

Onnistumisen kokemukset

Mielekkäät, monipuoliset ja vaatimustasoltaan sopivat tehtävät (myönteiset tunteet ja sitoutuminen)

Kuva 2. Positiivisen matematiikkakuvan vahvistaminen kumulatiivisesti myönteisten kokemusten avulla (Perkkilä, 2018; vrt. Fredrickson, 2002; Seligman, 2011; Koskinen, 2016)

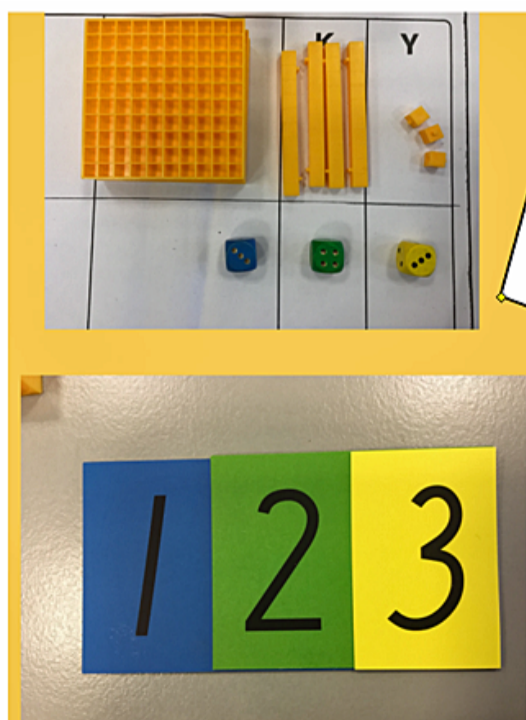
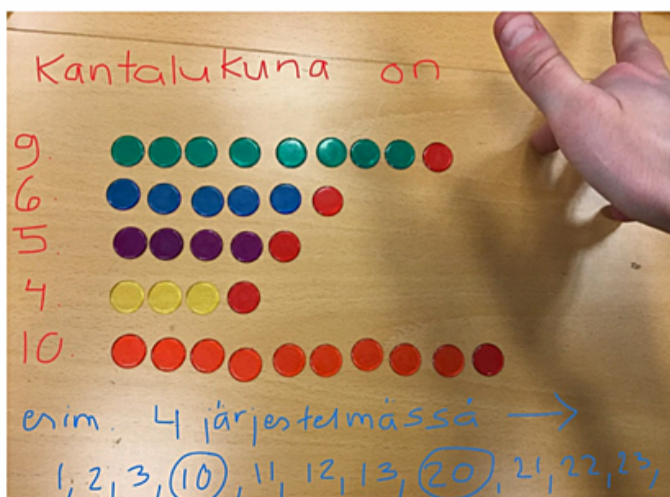
Kuvassa 2 esitettyä matematiikkakuvan vahvistamista kumulatiivisesti myönteisten kokemusten avulla voidaan verrata Koskisen (2016) esittämiin mielekkään oppimisen lähtökohtiin. Niin aikuisen kuin oppilaankin matematiikan oppimisen lähtökohtana tulisi olla mielekkäät kokemukset oppijan lähikehityksen vyöhykkeellä. Nämä kokemukset tulisi koostua kognitiivisista (mm. matematiikan ymmärtämisen kokemukset (*matemaattisen ajattelun laajentaminen ja kestävän matemaattisen tietopohjan rakentaminen*)), konatiivisista (mm. *halu kehittyä matematiikan oppijana* (motivaatio)) ja affektiivisista (mm. tunteet (*onnistumisen kokemukset*)) tekijöistä. Matematiikan oppimisen tilanteissa edellä mainitut tekijät ovat keskenään vuorovaikutuksessa, jossa motivaatiolla on merkittävä rooli oppimisen synty- ja ylläpitotekijänä. Rakentamalla matematiikan oppimisen tilanteisiin positiiviseen psykologiaan perustuvia oppimisen iloon liittyviä tekijöitä, on mahdollista edistää opiskelijoiden myönteisten tunteiden syntymistä ja vaikuttaa matematiikan oppimisen iloon (vrt. Leskisenoja, 2016).

## Matemaattisen tiedon rakentelua sosiaalisen vuorovaikutuksen, konkretian ja kielentämisen avulla

*Aivan parasta tehtävää yhdessä – mitä onnistumisen riemua! Välineet ovat apu oivallukseen! Se on jälleen kerran todistettu. (Opiskelija 35)*

*... kokoontuimme puhumaan ja pohtimaan matematiikkaa pienemmissä ryhmissä, tästä syystä myös entistä tehokkaammin. (Opiskelija 20)*

Edellä olevat matematiikan oppimispäiväkirjojen lainaukset nostavat esille matematiikan peruskurssin ja myös erityisopettajiksi opiskeleville suunnatun koulumatematiikan kurssin pedagogisia ratkaisuja. Opiskelijat rakentavat ja korjaavat omaa matemaattista tietorakennettaan sosiaalisessa vuorovaikutuksessa kurssin aikana konkreettisten välineiden avulla yhdessä työskennellen. Seuraavassa kuvassa 3 on kuvattu opiskelijoiden tiedonrakentelua konkreettisilla välineillä. Kuvassa opiskelijat pohtivat erikantaisten lukupaikkajärjestelmien yhteyksiä 10-järjestelmään.



*Ahaa-elämys itselleni! Minun oli aluksi vaikea ymmärtää 5-järjestelmää niinpä, samahan se on lapsilla ymmärtää 10-järjestelmää. Mitä siis lasten tulee ymmärtää, mitä taitoja he tarvitsevat lukupaikkajärjestelmän ymmärtämiseen? - lapsen tulee ymmärtää ns. mikä on kokonainen tai missä vaiheessa järjestelmässä yksikköluvut täyttyvät eli lapsen tulee ymmärtää luvut 0-9. Sen jälkeen tuleen kokonainen eli 10. Siitä alkaa kymmenet. Oma oivallukseni 5-järjestelmässä: 1,2,3, 4, kokonainen eli yksi nolla, yksi yksi, yksi kaksi, yksi kolme, yksi neljä, kaksi nolla...Ennen kuin oivalsin systeemin, oli todella vaikea laskea ja ymmärtää lukuja sekä niiden nimityksiä - tämä täytyy muistaa työssä opettajana. Lasten tulee osata ja ymmärtää lukujono ja numerolukumäärä vastaavuus. (Opiskelija 76)*

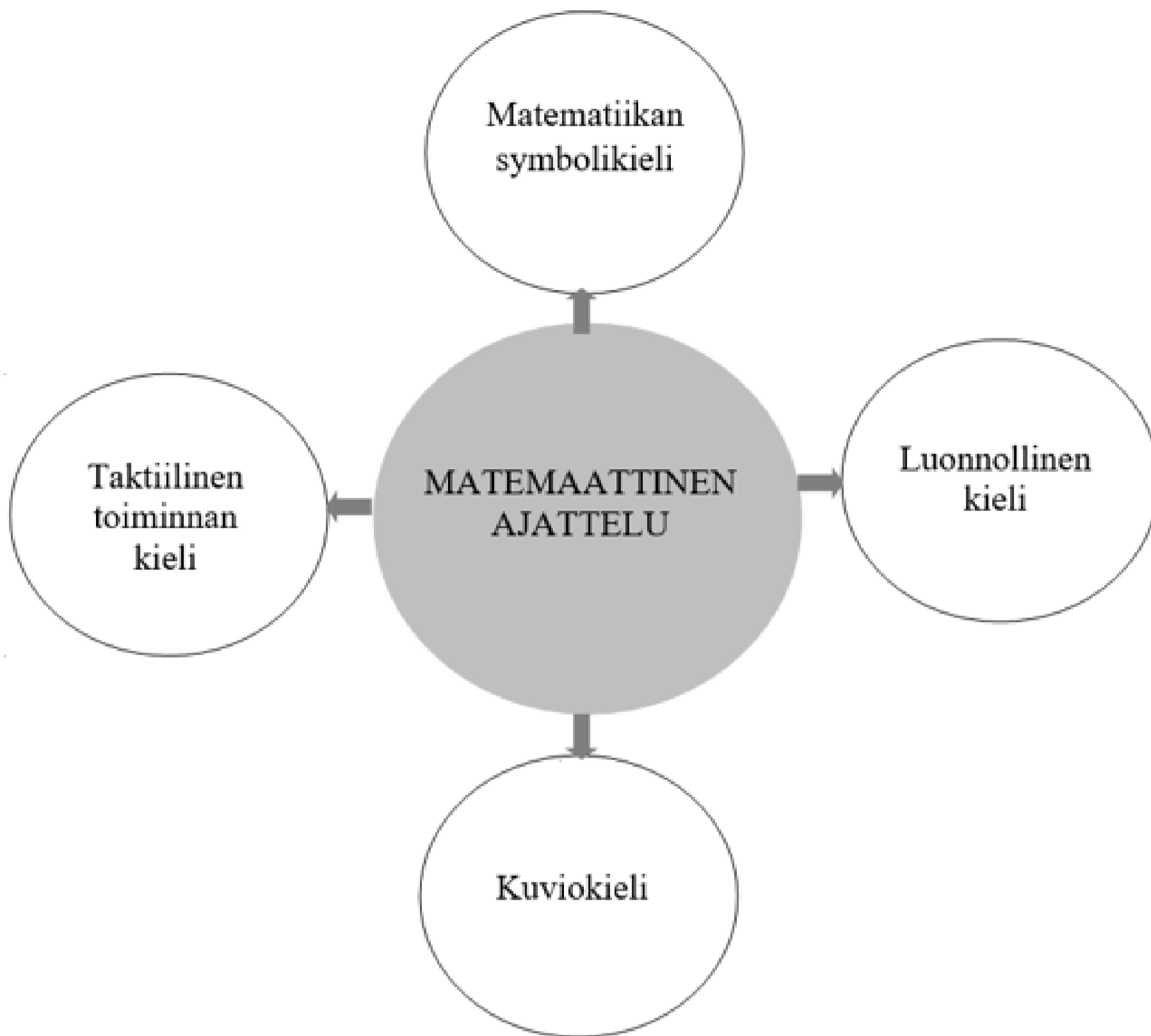
Kuva 3. Tiedon rakentelua erikantaista lukupaikkajärjestelmistä ja niiden yhteyksistä 10-järjestelmään.

Kuvan 3 lainaus on opiskelijan (Opiskelija 76) oppimispäiväkirjasta, jossa hän kuvaa ahaa-elämyksiään ja ymmärryksensä rakentumista työskentelyn aikana. Oppimispäiväkirjassaan hän on nostanut esille myös sosiaalisen vuorovaikutuksen ja hyväksyvän ilmapiirin merkityksen omalle oppimiselleen. Yleisesti opiskelijoiden kokemuksissa painottuu selkeästi konkreettisten välineiden merkitys oman ja oppilaan oppimisen näkökulmista, yhdessä toimisen merkitys (vuorovaikutuksellisuus) voimaantumisen ja vertaistuen merkityksessä sekä oivalluksen ilo oman oppimisen tiedostamisena. Kielentäminen ja koulumatematiikan käsitteiden osaaminen tulee esille usein opiskelijoiden kommentteissa kuten seuraavasta oppimispäiväkirjan lainauksesta käy ilmi:

*Oikeiden matemaattisten käsitteiden käyttö ei ole helppoa, mutta sitäkin voi harjoitella. Pelasimme matikka Aliasta matemaattisilla käsitteillä... Osoittauduin aivan hakaksi tässä. Olin viime viikot opiskellut ahkerasti matematiikan didaktiikan kirjaa ja minulla oli käsitteet aika hyvin hallussa. (Taputan itseäni olkapäälle.)* (Opiskelija 39)

Pedagogisena lähestymistapana kielentäminen tukee sosiokonstruktivistista lähestymistapaa, mikä painottaa tiedon yhteistä rakentelua sosiaalisissa ja vuorovaikutuksellisissa prosesseissa. Keskeisenä ajatuksena kielentämisessä on matemaattisen ajattelun ilmaiseminen ensisijaisesti suullisesti tai kirjallisesti. Matemaattisella ajattelulla tässä yhteydessä voidaan ymmärtää matemaattisen tiedon (käsitteellisen, proseduraalisen tai strategisen tiedon) prosessointia. Edellä mainittua prosessointia ohjaavat ajattelijan metakognitiot. (Joutsenlahti & Tossavainen, [2018](#)).

Vygostky ([1982](#)) painottaa sosiaalista vuorovaikutusta ja kielen merkitystä siltana ilmaisemiseen ja ymmärtämiseen. Matematiikan peruskurssilla opiskelijat ja heidän opettajansa muodostavat kulttuurisidonnaisen ja vuorovaikutuksellisen yhteisön, jossa yhteistä ymmärrystä rakennetaan *luonnollisen kielen* (oman äidinkielen) avulla eli puhutaan matematiikkaa. Kuten aiemmasta on käynyt ilmi niin luonnollisen kielen tukena ja siltana oman ajattelun esittämisessä käytetään konkreettisia välineitä (*taktiilinen toiminnan kieli*) ja piirtämistä (*kuviokieli*). Mukana on myös matematiikan oma kieli, *matematiikan symbolinen kieli*. Luonnollinen kieli, taktiilinen toiminnan kieli, kuviokieli sekä matematiikan symbolikieli tekevät näkyväksi matemaattisen ajattelun ilmaisemisen monipuolisesti. Tämä auttaa oppijaa oppimaan toisilta, jäsentämään ja myös korjaamaan omaa ajatteluaan. Vaikka kielentämisen osa-alueisiin luetaan ensisijaisesti luonnollinen kieli, kuviokieli ja matematiikan symbolikieli, niin näiden kolmen kielen rinnalle on hyvä ottaa myös taktiilinen toiminnan kieli. Taktiilinen toiminnan kieli pitää sisällään mm. konkreettisilla välineillä työskentelyn. (vrt. Joutsenlahti & Tossavainen, [2018](#)). Kielentäminen pedagogisena lähestymistapana tukee toimimista oppilaan lähikehityksen vyöhykkeellä. Seuraavassa kuvassa 4 on kuvattu kielentämisen osa-alueet, joilla matemaattista ajattelua tulisi kehittää monipuolisesti.



Kuva 4. Rättyän ja Joutsenlahden (2015) mukaan matematiikan opiskelussa käytettyjä kielentämisen osa-alueita ovat matematiikan symbolikieli, luonnollinen kieli, kuviokieli ja taktiilinen toiminnan kieli (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018)

Kuvassa 4 esille tuodut kielet ovat läsnä matematiikan oppimisen tilanteissa matematiikan peruskurssilla. Opiskelijat rakentavat matemaattista ajatteluaan näillä kielillä ja jakavat tällä tavalla ymmärrystään vuorovaikutuksellisesti. Kielentäessään omaa ajatteluaan, he samalla oppivat kuuntelemaan toisiaan ja reflektoimaan omaa ajatteluaan. Reflektoidessaan omaa ajatteluaan ja ongelmien ratkaisuja opiskelijat samalla oppivat toisiltaan uusia lähestymistapoja ja laajentavat näin omaa ymmärrystään esimerkiksi tehtävien ratkaisutavoista. Toisaalta he voivat myös arvioida ratkaisun oikeellisuutta ja pyytää tehtävän ratkaisijalta perusteluja. Kielentäessään opiskelijoille avautuu mahdollisuuksia oppia toisiltaan taitoja, jotka rakentavat heitä opettajina. Kielentäminen opettaa perustelemaan tehtävän ratkaisuja monipuolisesti, avaa käsitteiden merkityksiä, opettaa kuuntelemisen taitoja, ja syventää ymmärrystä matematiikan monimuotoisuudesta. Edellytyksenä tällaiselle työskentelylle on salliva ja luottamuksellinen ilmapiiri. Kielentäminen avaa näkökulmia jatkuvaan arviointiin. Kun kuuntelet oppilaan ratkaisuja, voit suunnitella oppilaan taitoja kohtaavaa opetusta ja mahdollista tuen merkitystä. (vrt. Joutsenlahti & Tossavainen, 2018) Seuraavasta opiskelijan pohdinnasta (Opiskelija 15) käy hyvin esille se, mistä matematiikan opetuksessa koulussa on kysymys.

*... olen mielestäni tehnyt tärkeän oivalluksen sisäistämällä ajatuksen siitä, ettei matematiikan opettaminen voi perustua opettajan omiin subjektiivisiin ominaispiirteisiin matematiikan oppijana. Tavot ja kanavat oppia matematiikkaa ovat jokaiselle oppilaalle yksilölliset ja monipuoliset, joten luokanopettaja ei voi yksinomaan lähestyä matematiikan opetusta siitä tulokulmasta, miten hän itse on matematiikan käsitteet ja sisällöt oppinut. (Opiskelija 15)*

Kielentämisen keskeisinä tavoitteina on oppia ymmärtämään koulumatematiikan käsitteitä ja proseduureja sekä oppia soveltamaan matemaattista tietoa – kielentäminen tuo oppimisen iloa matematiikan opiskeluun.

## Lopuksi

Artikkelissa esille tuodut opetukseni kulmakivet soveltuvat myös koulumatematiikan opetukseen ja erityisopetukseen. Yhtenä suurena tavoitteenani on, että kun opiskelijat rakentavat omaa matematiikkakuvaansa sosiaalisessa ja vuorovaikutuksellisessa ympäristössä kielentämisen keinoin, he samalla rakentavat opettajuuttaan ja saavat sellaisia kokemuksia, joista he saavat työkaluja omaan koulumatematiikan opetukseen. Koulumatematiikan oppimisen edellytyksenä on, että oppilaille annetaan tilaa tuoda esille ajatteluaan ja myös opettaja kielentää omaa ajatteluaan.

Näin opettaja saa tietoa oppilaan ajattelusta ja voi suunnitella ja toteuttaa oppilaan tasolle sopivaa opetusta. Koulumatematiikan opetuksessa tulisi näkyä seuraavat matemaattisen ajattelun rakennusaineet, jotka auttavat oppilaita rakentamaan myönteistä matematiikkakuva:

- salliva, vuorovaikutuksellinen luottamuksellinen oppimisilmapiiri – virhe on mahdollisuus
- kielentämisen pedagogiikan mahdollisuudet (konkretia ja toiminnallisuus, kuviokieli, luonnollinen kieli ja matematiikan symbolikieli)
- yhteinen tiedonrakentelu
- oppimisen ilo.

Nämä kaikki osa-alueet vievät oppilasta kohti matematiikan oppimista ja ymmärtämistä.

## Lähteet

Beijaard, D., Meijer, P. C. & Verloop, N. (2004). Reconsidering research on teachers' professional identity. *Teaching and Teacher Education*, 20, 107–128.

Fredrickson, B. L. (2002). Positive emotions. In Snyder, C. R. & Lopez, S. J. (toim.) *Handbook of Positive Psychology*. Oxford: Oxford University Press, 120–134.

Heyd-Metzuyanim, E., Lutovac, S., & Kaasila, R. (2016). Identity. Teoksessa G. Kaiser (toim.) *Attitudes, beliefs, motivation and identity in mathematics education. An overview of the field and future directions*. ICME-13 Topical Surveys. University of Hamburg. Faculty of Education, 14–16.

Isen, A. M. (2006). Myönteinen tunne ihmisen vahvuuden lähteenä. Teoksessa L. G. Aspinwall & U. M. Staudinger (toim.) *Ihmisen vahvuuksien psykologia*. Helsinki: Edita, 186–201.

Joutsenlahti, J., & Rättyä, K. (2015). Kielentämisen käsite ainedidaktisissa tutkimuksissa. teoksessa M. Kauppinen, M. Rautiainen, & M. Tarnanen (toim.), *Rajaton tulevaisuus: kohti kokonaisvaltaista oppimista: ainedidaktiikan symposium Jyväskylässä 13.-14.2.2014*. Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja; Nro 8, 45-62.

Joutsenlahti, J. & Tossavainen, T. (2018). Matemaattisen ajattelun kielentäminen ja siihen ohjaaminen koulussa. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.) *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Niilo Mäki Instituutti, 410-430.

Kaasila, R. (2000). "Eläydyin oppilaiden asemaan." *Luokanopettajaksi opiskelevien kouluaikeisten muistikuvien merkitys matematiikkaa koskevien käsitysten ja opetuskäytäntöjen muotoutumisessa*. Acta Universitatis Lapponiensis 32.

Kaasila, R. & Laine, A. (2018). Miten tulevien luokanopettajien matematiikkakuvaan voidaan vaikuttaa. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (tom.) *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 306–319.

Koskinen, R. (2016). Mielekäs oppiminen opetuksen lähtökohtana. *Systemaattinen analyysi Journal for Research in Mathematics Education aikakauslehden artikkelien pohjalta*. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 379.

Leskisenoja, E. (2016). *Vuosi koulua, vuosi iloa. PERMA-teoriaan pohjautuvat luokkakäytänteet kouluiloin edistäjinä*. Lapin yliopisto. Acta Universitatis Lapponensis 330.

Lutovac, S. & Kaasila, R. (2018). Future directions in research on mathematics-related teacher identity. *International Journal of Science and Mathematics Education* 16, 759–776.

Perkkilä, P. (2018). Matematiikan oppimisen iloa etsimässä? Tulkintoja opiskelijoiden kirjoittamien oppimispäiväkirjojen pohjalta. *FMSERA Journal*, 2(1), 1–11.

Perkkilä, P. (2017). "Sitten palikat ilmestyivät kahvikuppini eteen kangastuksen-omaisesti!! Oli hieno hetki." Reflektiivinen oppimispäiväkirja aikuisopiskelijan matematiikkaidentiteettityön todentajana. Teoksessa L. Segler-Heikkilä & J. T. Hakala (toim.) *Mikä saa meidät innostumaan? Motivaatio korkeakouluopetuksessa*. Centria ammattikorkeakoulu. Puheenvuoroja 11.

Perkkilä, P. (2002). *Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa*. Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research 195.

Seligman, M. E. P. (2011). *Flourish: A visionary new understanding of happiness and wellbeing*. New York: Simon & Schuster.

Shernoff, M. D., Abdi, B., Anderson, B. & Csikszentmihalyi, M. (2014). Flow in schools revisited. Cultivating engaged learners and optimal learning environments. Teoksessa R. Gilman, E. S. Huebner & M. J. Furlong (toim.) *Handbook of positive psychology in schools*. New York: Routledge, 131–145.

Vygotsky, L. (1982). *Ajattelu ja kieli*. Vuonna 1931 ilmestyneestä venäjänkielisestä teoksesta suomentaneet K. Helkama ja A. Koski-Jännes. Prisma-tietokirjasto. Espoo: Weilin & Göös.

## KIRJOITTAJA

### Päivi Perkkilä

Matematiikkakasvatu  
dosentti,  
yliopistonlehtori,  
Jyväskylän yliopisto

## JAA ARTIKKELI

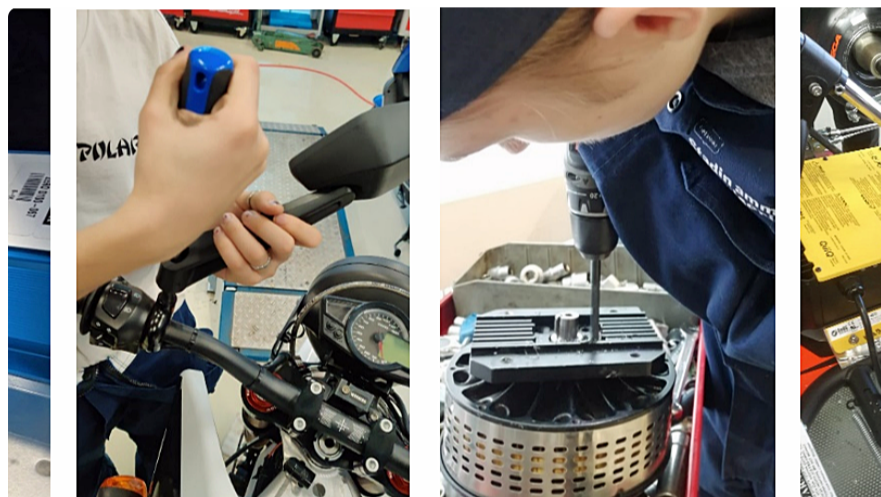
## LISÄÄ AIHEESTA



### [Opetus](#)

#### **Koulutilojen muutoksella voidaan tukea sekä opettajien että oppilaiden yhteistyötä**

02.06.2022 | [Hanna Reinius](#)



### [Opetus](#)

#### **Sähkömikroauto, mitä siitä voi oppia**

31.05.2022 | [Virve Vainio](#)

## HAE ARTIKKELEITA

## VIIMEISIMMÄT

### [Yleistä](#)

#### **KESÄKUUN PULMASIVUT: YMPYRÄN TAITTELU**

14.6.2022 | [Hannu Korhonen](#)

### [Opetus](#)

#### **MATKALLA KOHTI YMMÄRRYSTÄ – MATEMATIIKAN PERUSKURSSIN OPETUKSEN PERIAATTEIDEN TARKASTELEJA**



**TARKASTELOA**  
9.6.2022 | Päivi Perkkilä

### [Puheenvuoro](#)

#### **GEOMETRIA TEKEE IHMISESTÄ ERITYISEN**

7.6.2022 | Hannu Korhonen

### [Opetus](#)

#### **KOULUTILOJEN MUUTOKSELLA VOIDAAN TUKEA SEKÄ OPETTAJIEN ETTÄ OPPILAIDEN YHTEISTYÖTÄ**

2.6.2022 | Hanna Reinius

### [Opetus](#)

#### **SÄHKÖMIKROAUTO, MITÄ SIITÄ VOI OPPIA**

31.5.2022 | Virve Vainio

### TILAA UUTISKIRJE

Sähköpostiosoite

Tilaan uutiskirjeen

Lähetä

### SEURAA MEITÄ



# Dimensio

Matemaattis-  
luonnontieteellinen  
aikakauslehti

### MAOL ry

Asemamiehenkatu 4, 00520 Helsinki

Puh. +358 50 436 6320

maol-toimisto@maol.fi

[www.maol.fi](http://www.maol.fi)

[Tietosuoja ja yksityisyys](#)