

**Alakoulun opettajien näkemyksiä hyvistä matematiikan
tehtävänannoista eriyttämisen näkökulmasta**

Hanna Helanto

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma

Kevätlukukausi 2020

Kasvatustieteiden laitos

Jyväskylän yliopisto

Yliopistokeskus Chydenius

TIIVISTELMÄ

Helanto, Hanna. 2020. Alakoulun opettajien näkemyksiä hyvistä tehtävänannoista matematiikassa eriyttämisen näkökulmasta. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Yliopistokeskus Chydenius. 109 sivua.

Tutkimuksen tarkoituksena oli kuvata ja tulkita alakoulun opettajien näkemyksiä siitä, millaiset matematiikan tehtävänannot ovat hyviä. Erityistä huomiota kiinnitettiin hyvien tehtävänantojen tarkoituksenmukaisuuteen sekä eriyttämiseen. Tehtävänannot ymmärrettiin tutkimuksessa laajasti ja niihin katsottiin koulun tehtävänantojen taustalla vaikuttavat oppimistilanteet. Matematiikan tehtävänantojen ja eriyttämisen tutkiminen nähtiin tarpeelliseksi, koska oppilaiden väliset erot kasvavat koulunkäynnin edetessä erityisesti matematiikassa.

Tutkimus oli laadullinen tutkimus, jossa käytettiin fenomenologishermeuttista lähestymistapaa. Teoreettisessa viitekehyksessä nostettiin esille matemaattisen ajattelun kehityksen ja hyvän matemaattisen oppimistilanteen taustatietoja. Aineisto kerättiin haastattelemalla kuutta alakoulussa työskentelevää opettajaa, joilla oli kokemusta matematiikan opettamisesta. Haastattelut litteroitiin ja analysoitiin kartoittamalla niissä esiintyneitä merkityksiä hyvistä matematiikan tehtävänannoista, ja niiden perusteella muodostettiin merkityskokonaisuuksia. Merkityskokonaisuudet olivat tehtävänannon päämääränä aito ymmärtäminen, erilaisten oppilaiden ymmärtämisen tukeminen, motivaatio matematiikan tehtävänantojen taustalla sekä oppimisen ilmapiiri.

Tutkimus osoitti, että haastatteluun osallistuneet opettajat pitivät tärkeänä hyvän tehtävänannon piirteinä sitä, että ne tukevat oppilaiden ymmärtämistä. Opettajien mukaan yksilöllisyyden huomioiminen ja suotuisat oppimisolosuhteet luovat pohjan eriyttämisen kannalta hyvälle matematiikan tehtävänannoille. Tulosten perusteella voidaan todeta, että oppilaantuntemus tukee hyvien tehtävänantojen kohdentamista oppilaiden ymmärrystä tukevalla tavalla.

Asiasanat: matematiikka, eriyttäminen, tehtävänannot, oppimistilanteet

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkistettu Turnitin Originality Check -ohjelmalla.

SISÄLTÖ

TIIVISTELMÄ

SISÄLTÖ

1	JOHDANTO	5
2	KOULUMATEMATIIKKA JA AJATTELUN SEKÄ TAITOJEN KEHITTYMINEN	8
	2.1 Matemaattisten taitojen ja ajattelun kehittämisestä.....	8
	2.2 Koulumatematiikan luonne suhteessa matemaattisten taitojen kehitykseen	17
3	NÄKÖKULMIA HYVÄÄN MATEMATIIKAN OPPIMISTILANTEESEEN	25
	3.1 Matematiikan oppimistilanteiden taustatekijöitä	25
	3.2 Tutkimusten esille tuomia näkökulmia koulumatematiikan oppimistilanteista tehtävänantojen taustalla	31
4	TUTKIMUSTEHTÄVÄT	38
5	TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN	39
	5.1 Laadullinen tutkimus ja fenomenologishermeneuttinen lähestymistapa.....	39
	5.2 Aineistonkeruu ja tutkimukseen osallistujat	42
	5.3 Aineiston analysointi.....	45
	5.4 Eettiset ratkaisut ja luotettavuus	53
6	OPPILAAN YMMÄRTÄMISEN TUKEMINEN MATEMATIIKAN TEHTÄVÄNANTOJEN TAVOITTEENA	56
	6.1 Tehtävänannon päämääränä aito ymmärrys.....	56
	6.2 Erilaisten oppilaiden ymmärtämisen tukeminen.....	66
7	MATEMATIIKAN OPPIMISTA TUKEVA YMPÄRISTÖ	73

7.1 Motivaatio matematiikan tehtävänäntöjen taustalla	73
7.2 Oppimisen ilmapiiri	80
8 POHDINTA.....	86
8.1 Yhteenveto tuloksista ja johtopäätökset	86
8.2 Arviointi ja jatkotutkimusehdotukset	94
LÄHTEET	97
LIITTEET.....	110

1 JOHDANTO

Työskennellessäni varhaiskasvatuksessa alle kouluikäisten lasten parissa olen huomannut, että matematiikka kietoutuu luontevaksi osaksi arjen tilanteita. Matematiikan arkiset tehtävänannot näyttäytyvät käytännön tilanteissa, joissa harjoitellaan matematiikkaa laululeikkien, pelaamisen ja liikkumisen avulla lapsen kehitystasolle sopivalla tavalla. Aamukokoontumisissa lasketaan yhdessä, montako lasta on paikalla tänään, siivoamisen yhteydessä harjoitellaan luokittelua ja ruokailuhetkissä lapset kertovat usein topakasti haluavansa ottaa tällä kertaa puolikkaan karjalanpiirakan. Koulumaailmaan siirtyessään oppilas joutuu usein jättimäisen harppauksen eteen, koska yhtäkkiä tehtävänannot muuttavat muotoaan dramaattisesti. Koulussa – ja nykyään usein jo esiopetuksessa – oppilas saa tyypillisesti eteensä matematiikan tehtäväkirjan, jonka täsmällinen täyttäminen aukeama aukeamalta on joskus jopa opetussuunnitelman noudattamista suurempi tavoite (Joutsenlahti & Vainionpää 2010, 137; Perkkilä, Joutsenlahti & Sarenius 2018, 345).

Tarkoitukseni ei ole osoittaa oppikirjoja ja niiden tarjoamia tehtävänantoja huonoiksi opetuksessa. Muistan omien kouluajojeni ensimmäisiltä luokilta, kuinka tärkeäksi ja päteväksi koululaiseksi kirja saikaan itseni tuntemaan. Perusteena kirjojen käytölle voidaan nähdä myös esimerkiksi niistä löytyvien tehtävien tarjoamat toistot, jotka tukevat laskutaidon sujuvuutta. Sujuva laskutaito puolestaan tukee matemaattisten taitojen kehitystä (Geary 2011, 1539–1552). Laskutaidon sujuvoittaminen mekaanisella laskemisella ei ole kuitenkaan matematiikan opetuksen kannalta ideaali lähtötilanne alakoulussa, jossa oppilaat hyötyvät suurimmaksi osaksi konkretiasta (Piaget 1988, 102–109). Opetuksen eteneminen konkretiasta abstraktioon tukee sitä, että oppilaat ymmärtävät matematiikkaa (Dewey 1957, 127–128; Fyfe, McNeil, Son & Goldstone 2014, 112; Galperin 1979, 31; Piaget 1977, 79–80; Rusanen & Räsänen 2012, 29). Tämän tutkimuksen avulla haluan tuoda esiin kirjatyöskentelyn ohelle monipuolisia keinoja, joita matematiikan tehtävänannoissa voidaan hyödyntää. Myös kirjatyöskentelyyn pää-

dyttäessä opettajan on tärkeää pysyä tietoisena tehtävänantojen luonteesta. Tällöin opettaja voi arvioida tehtävänantojen hyötyjä oppilaiden ymmärtämisen tukemisen kannalta.

Olen koulutukseltani erityisopettaja ja pidin ammatillisen kehittymiseni kannalta tarpeellisena tutkia hyviä ja eriyttämisen huomioivia tehtävänantoja, jotka palvelisivat mahdollisimman hyvin erilaisia oppijoita. Tällaisten tehtävänantojen suunnitteleminen ei ole yksinkertaista oppilaiden yksilöllisten ominaisuuksien, suurten oppilasmäärien ja rajattujen resurssien luokkahuoneissa. Tehtävänantojen suunnitteleminen valmiita materiaaleja hyödyntäen tai ilman niitä, vie aikaa opettajien hektisessä arjessa, joten näen tarpeen tehtävänantojen tutkimiselle. Matematiikan opetuksessa on erityisen tärkeää huomioida niitä oppilaita, joilla on haasteita. Oppilaiden välisten kehityskulkujen eroja matematiikassa kuvataan Matteus-vaikutuksella, jolla viitataan oppilaiden välisten tasoerojen kiihtyvään kasvuun (Aunola & Nurmi 2018, 58; Jordan, Kaplan, Ramineni & Locuniak 2009, 850). Niemi (2016, 33) huomauttaa, että opettajalla on mahdollisuus vaikuttaa yhteiskunnan kehityksen tasa-arvoiseen luonteeseen opetuksessaan käyttämällä pedagogisilla ratkaisuilla. Matematiikan tehtävänantojen tutkiminen on tärkeää, jotta opettaja voi pyrkiä tukemaan tasa-arvoisesti jokaista luokan oppilasta hänen taitotasonsa huomioiden. Oppilaiden yksilöllisten tarpeiden huomioiminen tukee mielekkyyttä oppimista kohtaan ja lisää kouluviihtyvyyttä (Siekkinen 2017, 219).

Opettajan rooli luokassa käytössä olevien tehtävänantojen valinnassa on merkittävä. Suomalaisen peruskoulun opettajalla on kansainvälisesti verrattuna opettamisen kompetenssia tukeva korkea koulutustaso, mutta myös suhteellisen suuri vapaus toteuttaa opetusta parhaaksi katsomallaan tavalla (Krzywacki & Portaankorva-Koivisto 2018, 270; Niemi 2016, 19, 36). Tämän vuoksi päätin toteuttaa tutkimuksen haastatteleamalla alakoulussa matematiikkaa opettavia opettajia. Haastatteluissa käsiteltiin opettajien kokemusten perusteella syntyneitä näkemyksiä hyvistä tehtävänannoista matematiikan opetuksessa. Tutkimusote pohjautuu laadullisen tutkimuksen paradigmaan ja analyysimenetelmänä käy-

tettiin fenomenologishermeneuttista tieteenfilosofista lähestymistapaa. Analyysimenetelmän avulla haastatteluissa opettajien esille tuomia näkemyksiä pyrittiin ymmärtämään matematiikan tehtävänantoja taustoittavan teoreettisen viitekehyksen avulla.

2 KOULUMATEMATIIKKA JA AJATTELUN SEKÄ TAITOJEN KEHITTYMINEN

Koulumatematiikassa on tärkeää huomioida lapsen ajattelun kehittymistä erilaisine vaiheineen, jotta opetuksen avulla kyetään vastaamaan oppilaiden tarpeisiin ja tukemaan heidän kehitystään. Tarkastelen tässä luvussa ajattelun kehittymistä ensin yleisellä tasolla ja sitten tarkemmin matematiikan kontekstissa. Leinonen (2018, 39) toteaa väitöskirjassaan, että ymmärtäminen, oppiminen ja ajattelu ovat tiiviissä yhteydessä toisiinsa ja niiden merkitykset ovat osittain päällekkäisiä. Tämän vuoksi käsittelen matemaattisia valmiuksia ajattelun kehittymisen sekä taitojen kehityksen näkökulmista. Kehityskulkua kuvaamalla tuon esille niitä asioita, jotka hyvässä matematiikan tehtävänannossa on huomioitava yksilöllisen kehityksen tukemiseksi. Ajattelun kehitystä kuvaamalla syvennän ymmärrystä hyvistä ja erilaisista oppijoita huomioivista matematiikan oppimistilanteista. Matemaattisten taitojen kehityksen piirteiden kuvaaminen on olennaista myös siksi, että ne vaikuttavat siihen, millainen oppiaine matematiikka on, ja mitä sen opettamisessa on tärkeää huomioida. Esittelen lopulta matemaattisten taitojen kehityksen ja niiden tukemisen yhtymäkohtia siihen, miten ne huomioidaan käytännössä koululuokkien matematiikan tuntien arjessa.

2.1 Matemaattisten taitojen ja ajattelun kehittämisestä

Matemaattisten taitojen kehitykseen vaikuttavat matemaattisen ajattelun kehittymisen ohella myös yleiset oppimisen valmiudet. Yleisistä oppimisen valmiuksista tarkkaavaisuus, työmuisti sekä aivojen prosessoinnin nopeus ovat tarpeellisia etenkin ongelmanratkaisua vaativissa tehtävissä. (Aunola & Nurmi 2018, 58; Geary 2011, 1539–1552.) Tarkkaavuuden ylläpitämisen kyky, hyvä työmuisti ja nopea prosessointi jättävät tilaa korkeatasoisemmallekin päättelylle, kun energia ei kulu asioiden mielessä pitämisen pinnistelyyn. Joutsenlahden ja Tossavaisen

(2018, 428) mukaan matematiikka on oppiaineena myös sellainen, että se vaatii abstraktia ajattelua. Vygotsky (1982, 183) tähdentää, ettei oppimisesta voida erottaa tiettyjä osia, jotka vaikuttaisivat yksistään oppilaan abstraktin ajattelun kehitykseen, vaan kehittyminen on eri oppiaineissa opittujen tietojen ja taitojen summa. Myös Piaget'n (1988, 99–101) mukaan kehityksen vaiheet linkittyvät toisiinsa ja opitut valmiudet vaikuttavat kehittyviin taitoihin monipuolisesti. Muiden oppiaineiden huomioiminen ja yleisen ajattelun kehittyminen on tärkeää, jotta abstrakti ajattelu kehittyy suotuisasti.

Matemaattisten taitojen kehitystä tukevat myös muissa oppiaineissa opitut asiat. An ja Tillman (2015, 54) tuovat esiin tutkimuksessaan, että musiikin opettamisen yhdistäminen matematiikan opetukseen tukee oppimista ja auttaa muodostamaan merkityssuhteita opittuun asiaan. Suomela ja Vuorio (2015, 154) toteavat puolestaan artikkelissaan matematiikan ja luonnontieteiden yhdistämisen toimivuudesta lyhyemmissä oppimiskokonaisuuksissa. Matematiikka onkin luonteeltaan eräänlainen välineaine, joka integroituu helposti muiden oppiaineiden sisältöihin (Pehkonen & Rossi 2018, 21). Toisinpäin ajateltuna myös muita oppiaineita voidaan hyödyntää välineenä matematiikassa. Havingan ja Portaan-korva-Koiviston (2015, 22) mukaan kuvataiteen avulla voidaan yhdistää luontevasti matematiikan oppisisältöjä oppilaan kokemusmaailmaan ja tukea merkityssuhteiden rakentumista. Yhteys matematiikan ja muiden oppiaineiden välillä näyttäytyy myös siten, että haasteet matematiikassa, muissa oppiaineissa sekä kehityksen osa-alueissa näyttäisivät liittyvän jonkin verran toisiinsa. Tutkimukset osoittavat, että kielellisiä haasteita esiintyy usein niillä oppilailla, joilla on myös pulmia matematiikassa (Koponen, Aunola, Ahonen & Nurmi 2007, 238–239; Korpipää ym. 2017, 131–140; Zhang ym. 2014, 1103). Matematiikan oppimisen haasteiden ilmetessä on tärkeää huomioida, että ne voivat johtua suoranaisesti matematiikkaan liittyvien ongelmakohtien ohella myös muista oppimisen taustatekijöistä tai niiden yhteisvaikutuksesta. Selkeyden vuoksi tutkimukseni rajautuu käsittelemään matemaattista kehitystä ja matematiikan kehityksen kannalta olennaisia yleisen kehityksen osa-alueita.

Tutkimukseni ei käsittele spesifisti tietynikäisille tai taitotasoisille alakoululaisille oppilaille suunnattuja hyviä oppimistilanteita ja tehtävänantoja, vaan tarkoituksena on tarkastella oppimistilanteita rajaamatta alakoulun sisäistä kohde-ryhmää. Päätös olla rajaamatta oppilasryhmää tarkemmaksi johtuu kahdesta syystä. Ensimmäinen syy on se, että olisi ollut mutkikasta määrittää oppilasryhmä tietynlaiseksi. Tämä johtuu siitä, että oppilaiden keskinäiset erot samalla luokalla sekä opetusryhmien väliset erot ovat suuria, vaikka oppilaat olisivat samalla vuosiluokalla (Aunola & Nurmi 2018, 64; Halinen ym. 2016, 111). Toinen tärkeä syy rajauksen tekemiselle oli se, että haluan tuoda esille luokanopettajien huomioita matematiikan opetuksen eriyttämisestä heterogeenisissä ryhmissä. Oppilaiden osaaminen ja kehittyneet ajattelun valmiudet vaikuttavat kuitenkin merkittävästi pedagogiikkaan ja siihen, millaiseksi opettaja oppimistilanteita rakentaa. Vygotsky (1982, 171) tuo esille teoksessaan huomion siitä, että uuden oppimiseen tarvitaan aina riittävä psyykkisten valmiuksien perusta, jonka varaan opetuksen avulla voidaan rakentaa lisää osaamista. Tämän vuoksi esittelen seuraavaksi tiettyjä kehityspsykologisia vaihteita, jotka vaikuttavat siihen, miten ja mitä oppilaille kannattaa ja voi tiettyssä iässä ja kehitysvaiheessa opettaa.

Kehityspsykologia pitää sisällään motivaation, emotionaalisen, sosiaalisen sekä ajattelun kehityksen osa-alueita ikävaiheittain (Nurmi ym. 2014, 14). Keskityn kuvaamaan kehityspsykologian vaihteita erityisesti ajattelun kehityksen näkökulmasta. Kehityspsykologisen tutkimuksen kentän kehittyessä huomio on kohdentunut täsmällisempiin kehityksen osa-alueisiin perinteisten ja suurpiirteisempien teorioiden jäädessä syrjemmälle. Monipuolistuvalla kehityspsykologian kentällä vaikuttavat kuitenkin myös vanhat teoriat ja lapsen kognitiivisen eli tiedollisen kehityksen kuvaamisessa hyödynnetään yhä Piaget'n teoriaa kognitiivisen kehityksen vaiheista. (Nurmi ym. 2014, 15, 17.) Piaget'n (1988, 102–109) mukaan lapsen henkinen kehitys jakautuu kolmeen pääkauteen, jotka ovat sensorinen kausi, konkreettisten operaatioiden kausi, johon kuuluvat esioperaatiivisten ja konkreettisten operaatioiden alakaudet, sekä muodollisten operaatioiden kausi. Kehityksen kausille on määritetty suurpiirteiset ikävaiheet, joilla ne esiintyvät, mutta Piaget painottaa vaiheiden esiintymisen yksilöllisyyttä

ja sitä, että lapsen kasvuympäristöllä on vaikutusta kehitykseen. Kehitysvaiheet esiintyvät kaikilla lapsilla samassa järjestyksessä ja seuraavaan kauteen siirrytään kehityksen myötä. (Piaget 1977, 13; Piaget 1988, 99.) Kehityksen etenemiseen vaikuttavat lapsen biologinen kypsyminen, kehityksen rakentumisen kasaantuva luonne, toiminnallinen harjoittelu sekä vuorovaikutuksessa toimiminen ja sitä kautta tiedon välittyminen. Alakoulussa olevat oppilaat ovat pääasiassa konkreettisten operaatioiden vaiheessa. Tällöin lapsen ajattelu on kehittynyt siten, että hän kykenee pitämään mielessään samanaikaisesti useita kokemuksiin perustuvia mielikuvia. (Piaget 1977, 9, 147–150.) Lapsen kehityksessä olennaista edistystä tapahtuu päättelyssä ja ongelmanratkaisutaidoissa, kyvyssä luokitella ja ajatella joustavammin sekä siinä, että lapsi ymmärtää paremmin muiden ihmisten näkökulmia. Piaget'n teoriassa lapsi on ajattelun kehittämisessä aktiivinen ja itsenäinen toimija, ja hänelle kehittyneet kognitiiviset valmiudet määrittävät sitä, miten hän maailman kokee. (Piaget 1977, 9, 147–150; vrt. Nurmi ym. 2014, 89–92.) Egan ja Gajdamaschko (2003, 85) vertailevat Piaget'n ja Vygotskyn näkemysten eroavaisuuksia lapsen aktiivisuuteen liittyen. He kuvailevat, että Piaget'n teorian mukaan opetuksen tulee mukautua oppilaan kehitysvaiheiden mukaan, kun taas Vygotsky korostaa sosiaalisen vuorovaikutuksen merkitystä oppimisessa. Vygotsky näkee opetuksen ja muun vuorovaikutuksen vaikuttavan kognitiivisten prosessien kehitykseen olennaisesti. (Egan & Gajdamaschko 2003, 85.)

Metakognitiivisilla taidoilla tarkoitetaan oppimaan oppimisen taitoja ja niiden ansiosta yksilö kykenee säätelemään omaa ajatteluaan oppimisessa (Nurmi ym. 2014, 102; Ozsoy & Ataman 2009, 68). Metakognition avulla yksilö tulee tietoiseksi omasta ajattelutoiminnastaan, jolloin oppimisen kontrollointi mahdollistuu ja yksilö kykenee vaikuttamaan paremmin ajatteluunsa oppimisen eri osa-alueilla. Tutkimusten mukaan metakognitiivisista taidoista on havaittu olevan hyötyä myös matematiikan oppimisessa (esim. Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004, 709; Ozsoy & Ataman 2009, 67, 79). Ozsoy ja Ataman (2009, 79) havaitsivat, että heidän tutkimukseensa osallistuneista lapsista metakognitiivista

harjoitusta saaneet lapset menestyivät paremmin testiajan loppupuolella ongelmanratkaisutehtävissä verrattuna verrokkiryhmään, joka ei saanut harjoitusta. Aunola, Leskinen, Lerkkanen ja Nurmi (2004, 709) havaitsivat puolestaan, että hyvät metakognitiiviset taidot omaavat oppilaat pärjäsivät paremmin matematiikassa verraten niihin oppilaisiin, joilla oli haasteita metakognitiivisissa taidoissa. Toisaalta he havaitsivat myös, etteivät metakognitiiviset taidot kuitenkaan ennusta matematiikan suorituskyvyn kasvua. Tämä saattaa johtua siitä, että metakognitiiviset taidot ovat hyödyksi strategian valitsemisessa, mutta niiden vaikutus ei ole merkittävä uuden tiedon oppimisessa. (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004, 709.)

Toimivia metakognitiivisiä strategioita on mahdollista kehittää harjoittelun avulla. Näiden ajattelua tehostavien menetelmien hyödyntäminen mahdollistaa myös oman toiminnan itsereflektiota. Halinen ym. (2016, 112) tuovat esiin teoksessaan, että metakognitiivisten taitojen kehityksen tukeminen on merkittävä oppimisen tuki ja sen avulla voidaan jopa pyrkiä kaventamaan oppilaiden välisiä osaamisen eroja. Metakognitiivisten strategioiden käyttämisellä on todettu olevan positiivisia vaikutuksia myös kohdennetusti matematiikan tietyissä osa-alueissa. Esimerkiksi jakolaskujen ymmärtämisen yhteydessä on havaittu, että hyödylliset strategiat tukevat oppimista, kun taas huonot ja harhaanjohtavat strategiat, niin sanotut miniteoriat, häiritsevät oppimista (Huhtala & Laine 2004, 179–186; Laine, Huhtala & Kaasila 2018, 71, 75–80; Pehkonen & Rossi 2018, 86). Tyyppillinen jakolaskujen yhteydessä esiintyvä miniteoria on ajatus siitä, että suurempi luku jaetaan automaattisesti pienemmällä luvulla. Miniteorioiden huomauttamisen avulla voidaan ennaltaehkäistä oppimisen haasteiden syntymistä ja ne voidaan korvata hyödyllisillä strategioilla. Esimerkki hyödyllisestä strategiasta jakolaskujen yhteydessä on muuttaa lasku vähennyslaskuksi. Tällöin lasketaan, kuinka monta kertaa jakaja voitiin vähentää jaettavasta ennen kuin päästiin noltaan (Huhtala & Laine 2004, 179–186; Laine, Huhtala & Kaasila 2018, 71, 75–80; Pehkonen 2018, 86). Metakognitiivista tietoa hyödyntämällä yksilö kykenee refleктоimaan käyttämiään ajattelustrategioita ja muuttamaan niitä tarvittaessa

tehokkaammiksi ja tarkoituksenmukaisemmiksi. Näin hän voi hyödyntää ajattelustrategioitaan kohdennetusti esimerkiksi matemaattisen ajattelun kehityksen tukena.

Matemaattinen ajattelu on monipuolisesti rakentuva osaamisen verkosto, jonka kehitykseen vaikuttavat lukemattomat tekijät. Pehkonen ja Rossi (2018, 59) huomauttavat, että matemaattinen ajattelu on monitulkintainen käsite. Tässä yhteydessä matemaattinen ajattelu ymmärretään Pehkosta ja Rossia (2018) mukailen niin, että ajattelu tapahtuu matematiikkaa ja metakognitiivista säätelyä apuna käyttäen. Alakoulussa olevien oppilaiden matemaattisen ajattelun kehityksestä puhuttaessa on tärkeää tiedostaa, että sen kehitys alkaa jo varhaisessa vaiheessa, huomattavasti ennen kouluikää (Hannula-Sormunen, Mattinen, Räsänen & Ruusuvirta 2018, 159; Kilpatrick, Swafford & Findell 2001, 157). Näin ollen oppilailla on olemassa runsas määrä matemaattisia valmiuksia, kun he aloittavat ensimmäisen luokan (Kilpatrick, Swafford & Findell 2001, 157). Lapsen kasvuympäristöllä on vaikutusta hänen matemaattisen ajattelunsa kehitykseen ja erilaiset kasvuympäristöt aiheuttavat eroja oppilaiden välillä (Hannula-Sormunen, Mattinen, Räsänen & Ruusuvirta 2018, 180; Lukin 2013, 30). Koti, varhaiskasvatus ja esiopetus ovatkin keskeisessä asemassa lapsen kehityksen edistymisen kannalta.

Eriarvoisuuden ennaltaehkäisemiseksi varhaiskasvatus- ja perusopetuslaki velvoittavat toteuttamaan varhaiskasvatusta ja esiopetusta niille säädettyjä perusteasiakirjoja noudattaen (Varhaiskasvatuslaki 540/2018 § 21; Perusopetuslaki 628/1998 § 3). Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet 2018 ja Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014 ohjaavat myös sitä, miten matemaattisen ajattelun kehitystä tuetaan ennen kouluikää varhaiskasvatuksessa ja esiopetuksessa¹. Matematiikan suhteen VASU (2018, 46) ja EOPS (2014, 35–36) painottavat hyvän matematiikkasuhteen luomista sekä matemaattisen ajattelun kehityksen ja valmiuksien tukemista arjen tilanteissa. EOPS (2014, 53) huomioi myös matemaattisen kehityksen haasteiden tukemista varhaisessa vaiheessa. Esiopetukseen osallistuminen on velvoittavaa, joten varsinkin sen avulla pystytään tavoittamaan

¹ Käytän esiopetuksen opetussuunnitelman perusteista 2014 jatkossa lyhennettä EOPS 2014 ja varhaiskasvatussuunnitelman perusteista 2018 lyhennettä VASU 2018.

koko ikäryhmä, jolloin kaikilla lapsilla on mahdollisuus osallistua matemaattista ajattelua tukevaan toimintaan ainakin esiopetuksessa. Esiopetuksen ja varhaiskasvatuksen laatu saattavat kuitenkin vaihdella alueellisesti, joten sekään ei ole täysin tasa-arvoista. Tarkoitukseni on kuvata matemaattisia taitoja ja niiden kehitykseen liittyviä asioita kouluikässä. Matemaattisen oppimisen luonteen vuoksi on tärkeää pitää mielessä myös kehityksen varhaiset vaiheet. Koulussa tapahtuvalla opetuksella jatketaan siitä, mihin varhaiskasvatuksessa ja esiopetuksessa jäätin.

Tutkimusten avulla on havaittu tiettyjä matemaattisten taitojen kehitykseen liittyviä yleisiä ominaispiirteitä, jotka vaikuttavat osaltaan siihen, millainen oppiaine matematiikka on. Yksi merkittävimmistä matematiikan ominaispiirteistä on se, että siinä uusien tietojen rakentaminen perustuu matemaattisten taitojen osa-alueista muotoutuneeseen tietopohjaan (Aunola & Nurmi 2018, 55, 64; Kilpatrick, Swafford & Findell 2001, 116). Vygotskyn (1982, 171) mukaan ylipäätään kaikki oppiminen perustuu siihen, että oppijan psyykkiset toiminnot ovat kehittyneet riittävästi suhteessa opeteltavaan asiaan. Oppijan pitää olla ikään kuin riittävän kypsä laajentamaan sisäisiä mallejaan uusilla opittavilla asioilla. Matematiikassa korostuu se, että jo opitut ja opeteltavat asiat kietoutuvat toisiinsa. Osaaminen kehkeytyy kokonaisuuksiksi muotoutuvien tietojen palasista kumulatiivisesti (Aunola & Nurmi 2018, 55; Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004, 708). Tämän vuoksi matematiikassa on erityisen tärkeää hallita perustaidot, jotta opiskelussa voidaan siirtyä haastavampien sisältöjen harjoitteluun (Aunola & Nurmi 2018, 55; Jordan, Kaplan, Ramineni & Locuniak 2009, 861). Matemaattista ajattelua ei voida kehittää siten, että päätetään umpimähkään oppia jokin uusi matematiikan osa-alue, vaan uuden oppimisen on tärkeää perustua johdonmukaisesti aiemmat oppimisen osa-alueet huomioiden. Uusien taitojen oppimisessa on aina huomioitava oppimisen edellytykset, jotka koostuvat tällä hetkellä hallituista tiedoista, taidoista ja osaamisesta. Laineen, Huhtalan ja Kaasilan (2018, 71) mukaan esimerkiksi peruslaskutoimituksista yhteen- ja vähennyslaskutaidot ovat perusta haastavampien kerto- ja jakolaskujen oppimiselle. Kertolaskut voi-

daan pilkkoa yhteenlaskuiksi ja jakolaskut vähennyslaskuiksi. Jakolaskujen oppimisen kannalta on kuitenkin keskeistä, että oppilaalle on sisäistynyt sen vastakkainen laskemisen muoto, eli kertolaskut. (Laine, Huhtala & Kaasila 2018, 71.) Toisaalta jakolaskujen hallitseminen luo pohjaa esimerkiksi desimaalilukujen ja murtolukujen ymmärtämiselle käytännössä, joka puolestaan tukee samalla syvällisempää ymmärrystä jakolaskuista itsestään (Laine, Huhtala & Kaasila, 72). Peruslaskutoimitusten harjaannuttaminen toimii siis välineenä uusien matemaattisten sisältöjen oppimiselle, mutta ne vankistavat samalla myös kohdenneusti harjoiteltavan asian oppimista.

Aunola ja Nurmi (2018, 55) luettelevat matemaattisten taitojen osa-alueiksi numeroiden ymmärtämisen ja järjestämisen taidot ja aritmeettisten yhdistelmien mielessä pitämisen, jolla tarkoitetaan peruslaskutoimitusten automatisoitumista. He jatkavat taitoihin kuuluvaa listaa matemaattisten käsitteiden ja periaatteiden tuntemisen hallinnalla, ongelmanratkaisutaidolla sekä menetelmätietoudella, johon kuuluvat menetelmien ymmärtäminen ja niiden käyttäminen joustavasti. Kilpatrick Swafford ja Findell (2001) määrittelevät puolestaan matemaattisiksi taidoiksi ja pätevyudeksi aiemmin mainitut käsitteellisen ymmärtämisen sekä menetelmätietouden, joihin liittyy heidän kuvauksessaan myös aritmeettinen sujuvuus. Heidän listaukseensa matemaattisista osa-alueista kuuluva strateginen osaaminen ja mukautuva päättely ovat sisällöltään samankaltaisia kuin Aunolan ja Nurmen (2018, 116, 124) mainitsemat ongelmanratkaisutaidot. Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin (2001) määritelmä lisää matemaattisiin taitoihin yksilön käsityksen omasta pätevyydestä matematiikassa sekä kyvyn ymmärtää matematiikka hyödyllisenä ja tärkeänä. (Kilpatrick, Swafford & Findell 2001, 116, 118, 121, 132.) Muissakin tutkimuksissa kiinnostusta matematiikkaan ja omaa pätevyyden tunnetta pidetään keskeisenä matemaattisten taitojen kehityksen kannalta, mutta niitä ei ole ajateltu varsinaisesti matemaattisiksi taidoiksi (Aunola & Nurmi 2018, 65; Hannula & Holm 2018, 135–140). Siinä mielessä pätevyyden tunnetta voidaan pitää matemaattisen kehityksen osa-alueena, että se myötävaikuttaa matemaattisten taitojen kehitykseen. Kaikilla edellä mainituilla osaamisen alueilla tapahtuva edistys nimittäin vie eteenpäin matemaattista ajattelua ja niillä

on yhteisvaikutusta kehityksen etenemiseen (Aunola & Nurmi 2018, 55; Kilpatrick Swafford & Findell 2001, 133). Joillakin matemaattisen kehityksen osa-alueilla on kuitenkin suurempi vaikutus oppimisen kannalta kuin toisilla taidoilla. Tutkimusten mukaan merkittävä vaikutus matemaattisten taitojen kehitykseen on havaittu olevan erityisesti varhaisessa vaiheessa kehittyneillä taidoilla luetella ja järjestää lukuja (esim. Aunola & Nurmi 2018; Kilpatrick Swafford & Findell 2001). Näitä taitoja kutsutaan lukujonotaidoiksi ja niiden kehittämisellä on huomattava vaikutus myös muiden matemaattisten taitojen osa-alueiden kehittymisen kannalta. Lukujonotaitojen harjoitteluun vaatii monipuolista harjoittelusta ja huomion kiinnittämistä niihin jo varhaisessa vaiheessa. Niiden harjoitteluun panostaminen on hyödyllistä, koska lukujonotaitojen avulla voidaan saavuttaa vakaa perusta hyvälle osaamiselle matematiikassa. (Aunola & Nurmi 2018, 58–60.)

Tutkimukset osoittavat, että matemaattisessa osaamisessa on oppilaiden kesken havaittavissa selvää vaihtelevuutta jo alkuopetuksessa (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004, 708; Aunola & Nurmi 2018, 56–57). Oppilaiden väliset taitotasojen erot ovat luonteeltaan valitettavan usein pysyviä ja erot suurenevät useissa tapauksissa kasvun myötä (Aunola & Nurmi 2018, 56–57; Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004, 708; Jordan, Kaplan, Ramineni & Locuniak 2009, 850). Todellisuudessa tilanteet voivat kuitenkin muuttua kenen tahansa oppilaan kohdalla ja oikea-aikaisen tuen avulla oppilasta voidaan tukea kehittämään taitojaan. Matematiikan opetuksessa on tärkeää kiinnittää huomiota oppilaiden osaamiseen jo varhaisessa vaiheessa, koska osaaminen tukee oppimista tulevaisuudessakin. Oppimisen turvaamiseksi on tärkeää, että jokainen saa tarvitsemansa tuen, jotta kaikkien oppilaiden matemaattisten taitojen kehitystä tuetaan mahdollisimman varhain. Hyvän oppimisen pohjan rakentamiseksi oppilaat tarvitsevat paljon toistoja ja kertausta sekä ennen kaikkea opetusta, joka perustuu aidolle ymmärtämiselle. (Aunola & Nurmi 2018, 55, 57, 64; Pehkonen & Rossi 2018, 22, 89.) Oppilaiden erilaiset taustat asettavat haasteen sille, että opetus järjestetään kaikkien oppilaiden tarpeita vastaavaksi. Riippumatta oppilaan taitotasosta matemaattisen ajattelun kehittyminen on etenevä

prosessi, jossa kannattaa iloita myös pienestä kehitymisestä. Myös yksinkertaisena laskutoimituksena pidetyt taidot vaativat usein monien matemaattisten taitojen yhteistyötä ja kehittynyttä pätevyyttä (Kilpatrick, Swafford & Findell 2001, 135). Matemaattisten taitojen kehitys ei jämähdä paikoilleen, vaan se muovautuu koulunkäynnin edetessä ja harjoittelun myötä. Ajattelun kehityksen etenemisen kulku vaihtelee ja toisinaan kehitys ottaa nopeasti suuria harppauksia, kun taas pääasiassa kehitys etenee rauhallisessa tahdissa (Halinen ym. 2016, 111; Pehkonen & Rossi 2018, 63). Riittävän pienet, realistiset ja oppilaiden taitotasolle yksilöllisesti suunnitellut tavoitteet auttavat saavuttamaan päämääriä taitojen ja ajattelun kehittämisessä.

2.2 Koulumatematiikan luonne suhteessa matemaattisten taitojen kehitykseen

Matematiikka on arvostettu sekä pitkän perinteen omaava oppiaine ja tieteenala, joka mielletään loogista päättelyä ja ongelmanratkaisua korostavaksi lukuaineeksi. Matemaattista lahjakkuutta pidetään ihannoituna ominaisuutena ja se liitetään usein myös älykkyyteen. Arvostus ja tärkeänä pidetyn oppiaineen rooli heijastuvat Suomessa myös lainsäädäntöön. Perusopetuslaki säätelee oppivelvollisille annettavista vuosiviikkotunneista ja vastikään voimaan astuneen asetuksen perusteella matematiikka on saanut jälleen toiseksi eniten vuosiviikkotunteja äidinkielen ja kirjallisuuden jälkeen (valtioneuvoston asetus 793/2018, § 6). Matematiikan tärkeä rooli näkyy yhteiskunnassamme myös siten, että monien alojen pääsykokeet painottavat matemaattista osaamista. Kilpatrick, Swafford ja Findell (2001, 15) huomauttivat jo vuosituhannen alussa, että matemaattisella tietopohjalla on keskeinen rooli ihmisen elämässä teknologian ja matematiikan täyteisessä maailmassa. Heidän mukaansa matematiikka osoittaa jatkuvan tarpeellisuutensa työssäkäynnin ja opiskelujen lisäksi myös vapaaajalla. Silfverbergin (2018b, 397) mukaan matematiikan opetuksessa hyödynnettävät, tieto- ja viestintäteknologiaa² sisältävät ohjelmistot sekä

² Käytän tieto- ja viestintäteknologiasta jatkossa lyhennettä TVT

apuvälineet, tukevat oppimista ja luovat pohjaa kiinnostuksen syntyemiselle matematiikkaa kohtaan. Pehkonen ja Rossi (2018, 89) lisäävät, että TVT:n avulla voidaan eriyttää ja elävöittää opetusta, mutta niiden käyttäminen opetuksessa ei silti korvaa opettajan läsnäoloa. Kiinnostavuus ja kokemus henkilökohtaisesta hyödystä tukevat matematiikan roolia tärkeänä oppiaineena ja innostavat oppimaan uutta. Kupari ja Hiltunen (2018, 49) tuovat artikkelissaan esiin kansainvälisistä vertailututkimuksista ilmenneen huolen siitä, että suomalaisoppilaat viihtyvät matematiikan tunneilla huonosti muiden maiden oppilaisiin verrattuna. Koulutuspoliittisessa päätöksenteossa vallitseva matematiikan arvostus ei ole heijastunut oppilaiden mielenkiintoihin oppiainetta kohtaan. Asennoituminen vaikuttaa matemaattisten taitojen kehitykseen siten, että positiivinen suhtautuminen tukee taitojen kehitystä ja hyvät taidot puolestaan lisäävät myönteistä asennetta matematiikkaan (Kupari & Hiltunen 2018, 50; Kupari & Nissinen, 2013, 14). Oppitunneilla syntyneet kokemukset merkityksellisyydestä ja mielekkyydestä auttavat oppilasta havaitsemaan matematiikan piirteitä, jotka tekevät siitä arvokkaan ja hyödyllisen oppiaineen.

Opetuksen sisällöillä ja opetustyyyleillä on jonkin verran maakohtaisia eroja, joten rajaan aihetta käsittelemään matematiikan opetusta suomalaisessa kontekstissa. Paikallisten toimintatapojen kuvaaminen soveltuu tutkimukseeni, koska pyrin selvittämään luokanopettajien käsityksiä hyvistä tehtävänannoista nimenomaan Suomessa. Perinteinen suomalainen matematiikan oppitunti tuo mieleen yksinäisen työskentelyn oman tehtäväkirjan parissa. Valtakunnallisen opetussuunnitelman kehittämisen on mahdollisuus vaikuttaa perinteisten toimintatapojen muuttumiseen, koska opetussuunnitelma ohjaa opetuksen toteuttamista suomalaisessa koulujärjestelmässä. Lisäksi opetussuunnitelma laaditaan asiantuntijaryhmässä, johon on kutsuttu eri tieteenalojen sekä peruskoulun edustajia. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet³ heijastaa myös yhteiskunnassamme vallitsevia arvoja (Kupari & Hiltunen 2018, 20). POPS (2014, 128, 234) määrittää vuosiluokilla 1–6 toteutettavan matematiikan

³ Käytän perusopetuksen opetussuunnitelman perusteista 2014 jatkossa lyhennettä POPS (2014)

opetuksen yhdeksi keskeisistä tehtävistä monipuolisen ajattelun kehittämisen. Se ohjaa myös opettajaa tukemaan oppilasta siinä, että hän pystyy esittämään muille ajatteluaan ikätasoon sopivilla tavoilla. Lisäksi laaja-alaisen osaamisen tavoitteiston yhtenä osa-alueena alakoulussa ovat ajattelun ja oppimaan oppimisen taidot (POPS 2014, 99, 155). Ajattelun ja oppimaan oppimisen taitojen tavoitteissa ei näy jälkeäkään yksinäisen työskentelyn merkityksen korostamisesta. Sen sijaan niissä painottuvat oppilaan aktiivinen rooli, ryhmässä työskentely sekä oivaltamisen ilo (POPS 2014, 99, 155). Perinteisten toimintamallien muuttaminen matemaattisen ajattelun edistämisen kannalta kehittävämmäksi vaatii opettajilta ajattelun kehityksen vaiheiden tiedostamista ja sitä, että he huomioivat tiedostamaansa opetuksessaan.

Kieli on keskeisessä asemassa matematiikan opetuksessa ja ymmärtämisessä. Matematiikan esittäminen vaatii ajattelua sekä kommunikointia, joten sen voidaan tulkita olevan oma kielensä (Joutsenlahti & Tossavainen 2018, 413). Joutsenlahti ja Rättyä (2015, 51–52) luettelevat matematiikan kieliksi luonnollisen kielen, matematiikan symbolikielen, kuviokielen sekä taktiilisen toiminnan kielen. Luonnollisella kielellä tarkoitetaan puhuttua ja kirjoitettua kieltä, joka on usein oppilaiden äidinkieli, jos kouluopetus tapahtuu hänen äidinkielellään (Joutsenlahti & Rättyä 2015, 47). Symbolikieli perustuu nimensä mukaisesti matemaattiseen symbolijärjestelmään ja kuviokieli taas visuaaliseen esittämiseen. Taktiilinen toiminnan kieli voi puolestaan pitää sisällään toiminnallisia harjoituksia ja havainnollistamista konkreettisilla välineillä. Matematiikan kielelliset osa-alueet soveltuvat käytettäväksi erilaisissa opetustilanteissa ja käyttötarkoituksissa. Niiden kaikkien monipuolinen käyttäminen tukee oppimista ja tekee siitä kokonaisvaltaista. (Joutsenlahti & Tossavainen 2018, 413–415.) Matematiikan kielten monipuolinen käyttäminen tuo opetukseen vaihtelua, jolloin sama asia voidaan havainnollistaa eri tavoin, joka vahvistaa syvällisemmän ymmärryksen muodostumista. Samalla eri opetustyyleistä hyötyviä oppilaita voidaan saavuttaa paremmin opetuksen avulla. Kielen merkitys opetuksessa näkyy eri tavoin erilaisissa oppimistilanteissa.

Muihin opetusmenetelmiin verrattuna oppikirjoilla on erityisen suuri rooli matematiikan oppitunneilla Suomessa (Hannula & Oksanen 2013, 271; Patrikainen 2012, 83; Viholainen, Partanen, Piironen, Asikainen & Hirvonen 2015, 157). Perkkilän, Joutsenlahden ja Sareniuksen (2018, 346) mukaan opettajat rakentavat opetuksensa usein tarkasti oppikirjojen etenemisen pohjalle ja he uskovat noudattavansa siten voimassa olevaa opetussuunnitelmaa. Todellisuudessa oppikirjoja ei kuitenkaan tarkasteta sen varalta, noudattavatko ne opetussuunnitelmaa, vaan kustantajat saavat kehittää kirjojen sisällön ja etenemisjärjestyksen omien mielipiteistään mukaisesti (Perkkilä, Joutsenlahti & Sarenius 2018, 345). Ennakko-luulon ja kritiikin opetuksen nojaaminen oppikirjoihin luo tilanteen, jossa opettaja ei tarkastele omaa toimintaansa opetuksen suunnittelussa ja toteutuksessa kriittisesti. Opettajana kehittymistä mahdollistaa se, että opettaja reflektoi omaa toimintaansa ja kokemuksiaan sekä havainnoi omaa kehittymistään (Krzywacki & Portaankorva-Koivisto 2018, 286–287). Oppikirjan tarkan läpikäymisen sijaan olisikin syytä kiinnittää huomiota siihen, että opetus perustuu opetussuunnitelmaan ja sillä tavoitetaan oppilaiden ymmärrys mahdollisimman hyvin. Haasteena opetuksen tukeutumisessa oppikirjoihin on se, että niissä korostuvat erilaiset sisällöt ja tietyt oppisisällöt esiintyvät joissain kirjasarjoissa aikaisemmin kuin toisissa, jolloin eri kirjasarjoja käyttävät oppilaat ovat erilaisessa asemassa toisiinsa nähden (Perkkilä, Joutsenlahti & Sarenius 2018, 347). Lisäksi oppikirjojen sisältämät käsitteiden määrittelytavat saattavat poiketa toisistaan, joka hämmentää oppilasta erityisesti, jos hänen käytössään oleva oppikirja vaihtuu ja hän joutuu opettelemaan kaksi keskenään erilaista määrittelytapaa (Joutsenlahti & Vainionpää 2010, 143–145; Törnroos 2004, 128–129).

Vaikka oppikirjat olisivat opetuksessa keskeisessä roolissa, ne eivät silti vaikuta yksistään oppilaiden kehitykseen. Siihen vaikuttavat myös esimerkiksi oppilaiden yksilölliset ominaisuudet sekä opettajan menettelytavat (Joutsenlahti & Vainionpää 2010, 143). Oppimateriaali voi auttaa opettajaa huomioimaan oppilaiden oppimistyylejä, kiinnostuksen kohteita sekä muita yksilöllisiä tarpeita. Perkkilän, Joutsenlahden ja Sareniuksen (2018) mukaan oppimateriaaleissa oppimisprosessi perustuu tehtävätyyppin mukaan

matemaattisen ajattelun kehityksen kolmelle tasolle, jotka ovat toiminnallinen, ikoninen ja symbolinen taso. Toiminnallisella tasolla ymmärrystä syntyy pikkuhiljaa ja oppimisen tukena hyödynnetään monipuolisesti eri aisteja ja konkreettisia välineitä. Oppikirjatyöskentelyssä korostuva ikoninen taso lisää välineiden hyödyntämisen ohella kuvallisten kaavioiden ja piirrosten käyttämisen oppimisen tukena. Symbolinen taso vaatii abstraktin ajattelun hyödyntämistä opetuksessa ja silloin opittua sovelletaan erilaisiin tilanteisiin. Erilaisten oppimisen tasojen huomiointi opetuksessa mahdollistaa opetuksen eriyttämistä oppilaiden erilaisten matemaattisten valmiuksien mukaisesti. (Perkkilä, Joutsenlahti & Sarenius 2018, 349–351.)

Perkkilä, Joutsenlahti ja Sarenius (2018, 352) luokittelevat matematiikan oppikirjojen lähestymistavoiksi määritelmälähtöisyyden, realistisen lähtökohdan sekä ongelmalähtöisyyden. Määritelmälähtöisyydessä opetus etenee teorian opettamisesta mekaanisiin laskuharjoituksiin, joista siirrytään lopuksi sanallisten tehtävien tekemiseen. Matematiikan oppimateriaalit sisältävät eniten tämän tyyllisiä tehtäviä ja niissä korostuu oppimisen symbolinen taso. Realistisessa lähestymistavassa tehtäviä ammennetaan oppilaiden kokemusmaailmasta. Ongelmalähtöinen tapa vaatii oppijalta korkeampia ajattelun taitoja, koska tällöin tehtävä perustuu siihen, että oppilas kehittää tietämystään sekä arvioi ja soveltaa osaamaansa käytännössä ja abstraktilla tasolla. Sekä realistisessa että ongelmalähtöisessä tavassa voidaan hyödyntää toiminnallisia, ikonisia ja symbolisia ajattelun tasoja. (Perkkilä, Joutsenlahti & Sarenius 2018, 352–355.) Edellä mainittujen oppikirjan lähestymistapojen lisäksi kouluopetuksessa painottuvat yhden ratkaisun sisältävät, niin sanotut suljetut tehtävät. Joutsenlahden ja Vainionpään (2010, 140) mukaan suljettujen tehtävien laskeminen tukee syvällisen ymmärtämisen sijaan oikean vastauksen tavoittelua. Oikean vastauksen merkitys korostuu myös Viholaisen ja muiden (2015, 175) tutkimuksessa, jossa he havaitsivat, että lukiomatematiikassa oppikirjapainotteinen työskentely korostaa tehtävien ratkaisemisen roolia aidon ymmärtämisen tavoittelemisen sijaan. Realistiset ja ongelmalähtöiset tehtävät mahdollistavat parhaimmillaan ajatusten erilaisten tasojen huomioimista

opetuksessa, mutta suositut suljetut tehtävät rajaavat laskut yhdelle taitotasolle. Erilaisten oppilaiden huomioiminen ja tukeminen vaatii tehtävältä muunneltavuutta ja mahdollisuuksia ratkaista tehtävä eri tavoilla.

Oppikirjan ja oppimateriaalien käyttämisen ohella matematiikan opetuksessa on muitakin erityispiirteitä ja painotuksia. Patrikainen (2012, 82–83) tuo esiin väitöskirjassaan, että matematiikan kouluopetuksen työtavoissa korostuvat yksilötyöskentely sekä opettajajohtoisuus, jonka avulla pyritään usein keskustelemaan ja kyselemään oppisisällöistä. Hän huomauttaa myös, että kotitehtävillä on keskeinen rooli matematiikan opetuksessa. Kotitehtävät luovat jatkuvuutta ja rutiinia opetukseen, koska opettajat antavat niitä tasaisin väliajoin ja kotitehtävien tarkistaminen on usein osa oppituntia. Kotitehtävien läpikäyminen koulussa mahdollistaa arviointia ja se lisää oppilaan tietoutta osaamisensa tasosta. (Patrikainen 2012, 83.) Kotitehtävien läpikäyminen koulussa korostaa kirjojen roolia sekä opettajajohtoisuutta opetustyyliä, koska usein tehtävät otetaan oppikirjoista ja ne tarkastetaan yhdessä. Suomessa opettajajohtoisuuden työkentelytapojen sijaan pyritään oppilaan aktiivista roolia korostaviin työtapoihin (Kuuskorpi 2012, 64). Opettajajohtoisuuden vähentyminen ei tarkoita opettajan roolin tai merkityksen pienenemistä, vaan ennemminkin sen muuttumista siten, että opettaja mahdollistaa pedagogiikassaan oppilaiden osallisuutta erilaisissa oppimisympäristöissä toimittaessa. Oppimistilanteet saattavatkin näyttää ulospäin opettajajohtoiselta, vaikka niiden sisältö olisi lapsilähtöinen.

Krzywacki ja Portaankorva-Koivisto (2018, 279) nostavat esille sen, että Suomessa matematiikan opettajilla on muihin maihin verraten suhteellisen paljon vapauksia toteuttaa opetustaan haluamallaan tavalla. He korostavat sitä, että Suomessa opetusta ei ohjailta esimerkiksi ulkopuolisen arvioinnin kautta. Myös luokanopettajilla on samanlaiset vapaudet toteuttaa matematiikan opetusta parhaaksi katsomiaan opetusmenetelmiä hyödyntäen. Opetuksen toteuttamista ohjaava POPS (2014) ei määritä tarkkarajaisesti työtapoja opetettavan asian sisällön mukaan, vaikka se edellyttääkin tiettyjä asioita, kuten

oppiaineeseen sopivien opetustapojen käyttämistä opetuksessa (POPS 2014, 30–31). Opettajan harkintakyvyn varaan jää päättää, millaisia sopivat opetustavat ovat. Opetussuunnitelmaa voidaan tulkita eri tavoin ja erilaisten menetelmien toimivuus on ryhmä- ja yksilökohtaista. Opettajien autonomisuudesta huolimatta oppilaiden suoriutuminen matematiikassa on suhteellisen tasaista, eikä suuria eroja ole esimerkiksi koulujen ja alueiden välillä (Kupari & Hiltunen 2018, 48).

Kansainvälisten vertailututkimusten mukaan suomalaiset peruskoululaiset menestyvät matematiikassa hyvin, joskin osaamisessa on tapahtunut heikentymistä (Kupari & Hiltunen 2018, 47–50; Niemi 2016, 19; OECD 2019, 2–4). Vahvan matemaattisen osaamisen ylläpitämiseksi opetusta on kehitettävä vastaamaan tulevaisuuden tarpeita. Oppilaiden suoriutuminen matematiikan eri osa-alueilla kertoo siitä, miten opetusta voisi kehittää jatkossa. Suomalaiset peruskoululaiset ovat saavuttaneet verrattain hyviä tuloksia lukuja ja laskutoimituksia sisältävissä tehtävissä, kun taas haasteita on ilmennyt geometrian ja algebran osaamisessa (Kupari & Hiltunen 2018, 48). Tämän tiedon varjolla opetuksessa olisi syytä kiinnittää enemmän huomiota haasteita tuottavien sisältöalueiden opettamiseen. Hihnala (2005 54, 119–121) tuo esiin väitöskirjassaan aritmetiikasta algebraan siirtymisen haasteellisuuden, joka ilmenee arvosanojen heikentymisenä. Ongelman syitä voidaan etsiä siirtymävaiheen ajankohdasta, mutta on syytä pohtia, tuetaanko aritmetiikan opettamistavalla riittävästi oppilaan ymmärrystä. Geometrisen ajattelun tukemiseen panostaminen on puolestaan tärkeää sisältöjen hallinnan ohella myös siksi, että geometrian sisältöjen hallinta tukee muiden matematiikan osa-alueiden ymmärtämistä (Silfverberg 2018a, 88). Matematiikan opetuksessa painottuvat sisällöt ja opetustavat elävät yhteiskunnan kehityksen mukaisessa muutoksessa. TVT:n nopean kehityksen aiheuttama muutos on vaikuttanut myös matematiikan opetukseen (Silfverberg 2018b, 394–395; Pehkonen & Rossi 2018, 71). Nykyään TVT näkyikin sekä matematiikan opetuksen sisältönä että välineenä muiden sisältöjen oppimisessa. Uudet työtavat nykyaikaistavat opetusta ja tuovat lisää opetuksen eriyttämisen mahdollisuuksia, jolloin erilaiset oppilaat tulevat paremmin huomioiduiksi. TVT:n käyttämisen yhteydessä

on kuitenkin syytä muistaa, että se ei korvaa toiminnallisuuden tuomaa konkreettista oppilaan ymmärryksen tukemisessä.

3 NÄKÖKULMIA HYVÄÄN MATEMATIIKAN OPPIMISTILANTEESEEN

Kauppinen (2013, 27) määrittelee, teoksessaan *”Oppimistilanteita ja vuorovaikutusta”*, että oppimistilanteet merkitsevät aitoja oppimistapahtumia, joissa toimijoina ovat opettajat ja oppilaat. Tässä tutkimuksessa oppimistilanne ymmärretään edellä mainittua Kauppisen määritelmää mukailleen. Otan huomioon oppimistilanteen käsitteenmäärittelyssä myös taustalla vaikuttavia tekijöitä eri näkökulmista. Samalla tuon esiin oppimistilanteiden kannalta keskeisiä taustatekijöitä matematiikassa. Oppimisympäristön ohella tutkimukseni kannalta on tärkeää kuvata hyvien oppimistilanteiden ominaisuuksia tarkemmin tehtävänannon kontekstissa. Tämän vuoksi tuon esille keskeisiä tutkimusnäyttöjä matematiikan hyviin tehtävänantoihin liittyen. Laadukkaaseen matematiikan oppimistilanteeseen ei ole yhtä määritelmää tai ratkaisua, vaan hyviä oppimistilanteita voidaan luoda monin erilaisin menetelmin (Krzywacki & Portaankorva-Koivisto 2018, 278). Tutkitusti hyviä oppimistilanteen ja tehtävänannon ominaisuuksia kuvaamalla pohjutan tutkimukseni kannalta keskeisiä sisältöjä, jotta pystyn vertailemaan teoreettista viitekehystä ja aineistoa tuonnempana.

3.1 Matematiikan oppimistilanteiden taustatekijöitä

Oppimistilanteet rakentuvat erilaisista toisiinsa kietoutuvista elementeistä, joita ovat muun muassa opettajan käyttämät pedagogiset ratkaisut sekä oppimisympäristön ominaisuudet. Näiden elementtien heijastuminen opetukseen riippuu yhteiskunnassa vallitsevista arvoista, jotka ilmenevät voimassa olevassa opetussuunnitelmassa. Oppimistilanteiden taustatekijöiden kuvaamisen kannalta huomionarvoisia asioita ovat taustalla vaikuttavat oppimiskäsitykset, jotka ohjaavat sitä, millaisiksi oppimistilanteet muotoutuvat. Oppimistilanteiden ja -käsitysten taustalla vaikuttaa ajatus siitä, miten oppiminen ymmärretään. Leinonen (2018,

33) esittelee väitöskirjassaan von Wrightin näkemyksen oppimisesta, jonka mukaan oppijan käsitykset, tunteet, tiedot sekä taidot kehittyvät kognitiivisen kehityksen myötä. Kognitiivisen kehityksen vaiheita voidaan tarkastella ymmärtämisen tasoa kuvaavien taksonomioiden kautta. Kuuluisimpia taksonomioita on arvioinnin työvälineenä käytetty Bloomin (1956) kategorisointi ymmärtämisen ja ajattelun kehitysvaiheista (Leinonen 2018, 20; Näveri 2009, 79). Näverin (2009, 79) mukaan Wilsonin (1971) kehittämä taksonomia pyrkii puolestaan kuvaamaan rajatusti matemaattisen ajattelun tasoja, jotka ovat määritelmän mukaan laskutaito, ymmärtäminen, soveltaminen ja taksonomian huipulla oleva analysointi.

Koskinen (2016, 12–18) esittää väitöskirjassaan oppimiskäsityksen kehittymisen vaiheita ja hänen mukaansa vallitsevia oppimiskäsityksiä ovat olleet viimeksi Piaget'n teorioiden mukainen kognitiivinen oppimispsykologia sekä Vygotskyn ajatus sosiokulttuurisesta oppimispsykologiasta. Kolmas keskeinen oppimiskäsitys on situationaalinen oppiminen, jolla tarkoitetaan sitä, että oppiminen tapahtuu käytännöllisissä ja autenttisissa tilanteissa, joissa oppija on aktiivinen osa vuorovaikutus- ja toimintaympäristöään (Kauppinen 2013, 14). Oppimiskäsityksen kehitys on yhdistänyt edellä mainittuja teorioita, joista on muotoutunut nykyään vallitseva ajatus sosiokonstruktivistisesta oppimiskäsityksestä. Sosiokonstruktivistinen oppimiskäsitys on laaja käsite ja se pitää sisällään mielekkään oppimisen. Oppimisen mielekkyydellä pyritään tukemaan aidon ymmärryksen saavuttamista käyttämällä matematiikan opetuksessa muun muassa toiminnallisia sekä ongelmakeskeisiä työtapoja. (Koskinen 2016, 12–18.) Käsitteiden toiminnallisia ja ongelmakeskeisiä työtapoja tarkemmin myöhemmin tuodessani esille tutkimuksellisia näkökulmia hyvistä oppimistilanteista matematiikassa. POPS:n (2014) oppimiskäsityksessä keskeistä on oppilaan aktiivinen ja itsenäinen rooli. Siinä korostuvat myös kannustava ilmapiiri, yhdessä muiden kanssa toimiminen ja monipuoliset työtavat sekä vahvuuksien ja osaamisen hyödyntäminen. Vuosiluokkien 1.–6. matematiikan opetuksen tehtävissä tulee huomioida oppimisen hierarkkisuus. (POPS 2014, 17, 128, 234.) POPS:n (2014) oppimiskäsitys mukailee sosiokonstruktivistista oppimiskäsitystä.

Koululuokassa on monenlaisia oppijoita, jotka hyötyvät erilaisista oppimistyyleistä. Kablan (2016, 278) tuo esiin kehityspsykologiaan nojaavan tutkimustuloksen, jonka mukaan osa oppilaista hyötyy matematiikan opetuksessa enemmän opettavien asioiden konkretisoinnista. Toiset oppilaista puolestaan lähestyvät opittavaa sisältöä abstraktista näkökulmasta. Oppilaiden luokittelu oppimistyylien perusteella on saanut myös kritiikkiä. Pritchard (2009, 43) korostaa, että oppijat hyötyvät tilannekohtaisesti erilaisista oppimistyyleistä, eivätkä yksilölle parhaiten sopivat oppimisen tavat ole staattisia. Monipuoliset pedagogiset ratkaisut laajentavat näkökulmaa opittavaan asiaan ja tekevät oppimiskokemuksesta kokonaisvaltaisen. Kirschnerin (2017, 167) mukaan ei ole luotettavaa tutkimuksellista näyttöä siitä, että yksilöllisten oppimistyylien perusteella valitut opetusmenetelmät olisivat tehokkaita. Kuitenkin opettajan ymmärrys oppilaiden erilaisista tarpeista tukee opetusta, kun taas yksipuoliset ratkaisut oppimisen tukemisessa saattavat heikentää oppimista (Pritchard 2009, 42). Kablanin (2016, 293) tutkimuksen mukaan avoimet oppimistavat ja oppilaiden mahdollisuus valita itselleen sopiva työskentelytapa oppimistilanteissa parantaa suoritustasoa matematiikan oppimisessa.

Oppimisen rinnalla kulkee käsitys opettamisesta, joka voidaan Leinosen (2018, 36) mukaan nähdä tarkoituksellisena oppijan tukemisena tiedon konstruomisessa ja sisäistämisessä, aidon ymmärryksen saavuttamisessa sekä hankitun osaamisen käyttämisessä. Opettajan tehtävänä on pyrkiä kohti opetuksen tavoitteita pitäen mielessään oppimiskäsityksiä. Opettajan rooli luokassa on oppimisen kannalta tärkeä ja hän välittää oppilaille oman toimintansa kautta suhtautumistaan matematiikkaan ja vaikuttaa myös oppilaiden suhtautumiseen itseensä matematiikan oppijoina (Hannula & Holm 2018, 140–142). Opettajia on erilaisia ja heidän käyttämänsä opetusmenetelmät poikkeavat toisistaan. Krzywackin ja Portaankorva-Koiviston (2018, 279) mukaan ei ole yhtä tapaa olla hyvä opettaja ja toteuttaa hyvää opetusta. Opettajan ymmärrys oppilaan suhtautumisesta matematiikkaan auttaa tukemaan oppilasta ja opettajalla on vaikutusta siihen, miten merkittävänä oppilas matematiikan kokee (Hannula & Holm 2018, 133). Opettaja voi huomaamattaan tai tarkoituksella välittää oppilailleen omia

arvojaan ja käsityksiään matematiikasta. Tämän vuoksi oppilaan kannalta suotuisaa on opettajan avoin suhtautuminen sekä oppilaisiin matematiikan taitajina että matematiikkaan oppiaineena.

Opettaja vaikuttaa toiminnallaan tietoisesti tai tiedostamattaan myös oppimisympäristöihin. Oppimisympäristöt voidaan nähdä oppimistilanteiden yläkäsitteenä, koska oppimistilanteet sijoittuvat aina oppimisympäristöihin. Käsitteenä oppimisympäristö on niin laaja ja monitahoinen, ettei siitä ole kyetty muodostamaan eri ajattelutapoja tyydyttävää ja yleisesti hyväksyttyä määrittelyä (Kuuskorpi 2012, 167). Nuikkinen (2005, 14) jaottelee oppimisympäristöt neljään luokkaan, jotka ovat pedagoginen, fyysinen, psyykinen sekä sosiaalinen ulottuvuus. Oppimistilanteiden tavoitteet sekä oppimista mahdollistavat tekijät ovat pedagogista oppimisympäristöä (Piispanen 2008, 157). Fyysisellä oppimisympäristöllä tarkoitetaan fyysisiä tiloja, käytössä olevia materiaaleja, informaatiolähteitä sekä koulun ulkopuolisia tapahtumia (Kuuskorpi 2012, 22). Tieto- ja viestintäteknologia oppimista tukevine sovelluksineen ovat osa fyysistä oppimisympäristöä, mutta kuuluvat myös virtuaalisiin oppimisympäristöihin, joiden käyttäminen koulun arjessa on kasvanut viime vuosikymmenellä (Lavonen, Korhonen, Kukkonen ja Sormunen 2014, 97). Piispanen (2008, 22–23) väitöskirjan jaottelu oppimisympäristön osa-alueista mukailee Nuikkisen (2005) jaotusta, mutta hän yhdistää sosiaalisen ja psykologisen osa-alueen yhdeksi kokonaisuudeksi. Hänen mukaansa psykologiset tunteet ja kokemukset muodostavat yhdessä vuorovaikutuksen kanssa ilmapiirin. Oppimisympäristön osa-alueita ei pidä ajatella toisistaan erillisinä, koska ne vaikuttavat toisiinsa ja niiden muodostama kokonaisuus ratkaisee oppimisympäristön laadun (Piispanen 2008, 23). Tämän vuoksi tässä tutkimuksessa oppimisympäristöjen ymmärretään sisältävän edellä mainittuja ulottuvuuksia, mutta oppimisympäristön osa-alueet yhdessä ja vuorovaikutuksessa toisiinsa muodostavat oppimisympäristöjen kokonaisuuden.

Perinteistä käsitystä koulurakennuksessa tapahtuvasta opettajälähtoisestä opetuksesta kutsutaan formaaliksi oppimisympäristöksi. Informaaleilla oppimisympäristöillä tarkoitetaan puolestaan sitä, että oppiminen tapahtuu koulun

ulkopuolella ja siinä oppilas on aktiivinen ja itsenäisempi toimija ja vuorovaikutuksessa ympäröivän yhteiskunnan kanssa (Kumpulainen, Krokfors, Lipponen, Tissari, Hilppö & Rajala 2010, 92; Kuuskorpi 2012, 16, 20). Informaalin ja formaalin oppimiskäsitysten määritelmien välimaastoon asettuu non-formaali oppimisympäristö, jolloin oppimista tapahtuu vaihtelevasti opettajajohtoisesti asetettujen tavoitteiden ja arkeen kytkeytyvien tilanteiden välillä (Ikävalko 2017, 32; Kumpulainen, Krokfors, Lipponen, Tissari, Hilppö & Rajala 2010, 92). Erot edellä määriteltyjen oppimisympäristöjen välillä eivät ole suuria, eikä niiden erotteleminen toisistaan ole yksiselitteistä. Erilaiset oppimisympäristöt tukevat kuitenkin toisiaan ja niiden joustava sekä tarkoituksenmukainen hyödyntäminen tukee opetusta (Kuuskorpi 2012, 20–21).

Oppimistilanteiden suunnittelussa ja toteutuksessa on läsnä motivaatioon liittyviä tekijöitä. Ne vaikuttavat siihen, miten oppimistilanteita suunnitellaan ja millaiseksi tilanteet lopulta muotoutuvat. Middletonin ja Spaniaksen (1999, 65) mukaan motivaatio vaikuttaa siihen, miten ihminen käyttäytyy. Motivaatio ei ole käsitteenä yksiselitteinen, vaan sitä tulkitaan ja määritellään eri tavoin asiayhteyden mukaan. Salmela-Aro (2018, 10–13) tuo esille, että oppimismotivaatiotutkimus on kehittänyt erilaisia teorioita, joiden tavoitteena on määritellä oppimismotivaatiota. Opettajan toiminta on merkityksellistä oppilaan motivoitumisen kannalta. Opettajat voivat tukea oppilaiden motivoitumista esimerkiksi rohkaisella ja lämminhenkisellä tuellaan sekä hyödyntämällä oppimistilanteissa motivoivia välineitä (Wong, Tao & Konsihi 2018, 202–205). Myös opettajien asennoituminen matematiikkaa kohtaan kannustaa oppilaita innostumaan itsekin matematiikasta. Ryanin ja Decin (2017, 412) oppimismotivaatioteorian itsemääräämisteoriat korostaa oppijan päätäntävaltaa ja omaan toimintaansa vaikuttamisen mahdollisuutta motivaation tukemisessa. Odotusarvoteorian mukaan motivaatiota rakentavina tekijöinä nähdään uskomus omasta pystyvyydestä ja pätevyydestä sekä tehtävien sopiva haastavuuden taso suhteessa osaamiseen. (Salmela-Aro, 2018, 11). Oppijan tehtävään sitoutumista edistää se, että omat resurssit ovat tasapainossa tehtävän vaativuuden kanssa, ja liian haastavat tehtävät puolestaan aiheuttavat helpommin uupumusta. (Salmela-Aro & Upadyaya 2014, 139–141,

147.) Arvostukset ja kiinnostukset oppisisältöjä kohtaan voidaan nähdä motivaatiota tukevin tekijöinä (Salmela-Aro 2018, 11–12). Bymanin (2002, 26) mukaan motivoituminen merkitsee sitä, että yksilöllä on jokin intentio eli hän on asettanut toiminnalleen tavoitteen, jonka saavuttamiseksi hänellä on käytössään tarkoituksenmukainen menetelmä. Edellä kuvatun perusteella tavoitteiden ja motivaation kehittyminen on yksilöllinen prosessi, johon vaikuttavat laajasti sekä yksilöllinen kehitysvaihe että mielenkiinnonkohteet. Nykytutkimuksessa oppimismotivaatio nähdään kuitenkin entistä enemmän sosiaalisena ja tilannesidonnaisena tapahtumana, johon vuorovaikutusilmapiirillä, esimerkiksi vertaisilta saadulla tuella on vaikutusta (Salmela-Aro 2018, 15–17). Motivaatio voidaan jakaa sisäisiin ja ulkoisiin motivaatiotekijöihin. Ulkoisen motivaation saa aikaan jokin houkutin, kuten esimerkiksi opettajalta ja luokkatovereilta saatava tunnustus. Tällöin oppilas voi motivoitua tekemään tehtäviään tiedostaessaan, että niiden tekemisestä seuraa jonkinlainen palkkio. Sisäisestä motivaatiosta puhutaan oppilaan kiinnostuksessa tehtävän tekemisestä itsessään. Kokemus tehtävän tärkeydestä ja tehtäväorientoituneisuus tukevat parempien oppimistulosten saavuttamista (Byman 2002, 27–34; Hannula & Holm 2018, 139–140; 15; Middleton & Spanias 1999, 66–67). Virtauskokemus eli flow on yksi sisäisen motivaation muodoista ja siihen liittyy työnteosta nauttiminen ja sisäisestä halusta syntynyt tempautuminen työntekoon (Csikszentmihalyi & Csikszentmihalyi 1992, 3–4). Valitettavasti nykyinen koulu näyttää tarjoavan harvoin flow-kokemuksia (Hannula 2015, 283). Tämä saattaa johtua esimerkiksi siitä, että kouluopetus painottaa opettajajohtoisuutta, jolloin oppilaiden valta valita itseään motivoivia työskentelytapoja on vähäinen.

Itsesäätelytaidot ja tunteet liittyvät läheisesti motivaatioon sekä oppimistilanteissa toimimiseen. Itsesäätelytaidot voidaan ymmärtää monella tavalla tilannekohtaisesti. Laajan käsityksen mukaan itsesäätelyyn kuuluvat yksilön kyky säädellä motivaatiotaan, tunteitaan, toimintaansa, halujaan, impulssejaan, tarkkaavaisuuttaan ja ajatuksiaan. (Aro 2004, 241; Aro 2013, 10.) Itsesäätelyä ovat myös kyky toimia tavoitteellisesti ja estää itseään toimimasta äkillisen mielitekonsa mukaisesti (Aro 2004, 241). Itsesäätelytaidoista on hyötyä ponnisteluja

vaativien tehtävien tekemisessä, sillä sen avulla yksilö voi hyödyntää inhibitiokykyään, esimerkiksi tilanteessa, jossa hänen tekee mieli lopettaa tehtävä kesken. Emootioiden säätelmissä on kyse kyvystä käsitellä ja säädellä tunteiden ilmaisu (Aro 2013, 11). Tunteiden säätely on tarpeellista matematiikassa, koska matematiikka aiheuttaa tunnereaktioita ja oppilaiden suhtautuminen matematiikkaan perustuu tunteisiin (Hannula & Holm 2018, 137). Hannulan (2015, 283) mukaan tunteilla on keskeinen rooli ongelmanratkaisussa riippumatta siitä, onko ongelmanratkaisuprosessi päättynyt onnistumiseen tehtävässä. Oppimismotivaatioon vaikuttaa kuitenkin se, millaisia tunteita matematiikan oppimistilanteet ovat aikaisemmin saaneet aikaan. Myönteiset tunteet motivoivat työskentelyä, kun taas kielteisiksi koetut tuntemukset saattavat vähentää mielenkiintoa opittavaa asiaa kohtaan (Hannula & Holm 2018, 138). Erityisesti matematiikka-ahdistuksella on havaittu olevan oppimismotivaatiota heikentävä vaikutus ja se voidaan kokea jopa niin voimakkaana, että ahdistus saa aikaan välttämisorientaatiota (Dowker, Sarkar & Looi 2016, 4). Oppilaiden kokemat tunteet matematiikkaa kohtaan johtuvat heille karttuneista kokemuksista.

3.2 Tutkimusten esille tuomia näkökulmia koulumatematiikan oppimistilanteista tehtävänantojen taustalla

Tarkastelen tässä luvussa tutkimuksissa esiintyviä merkittäviä näkökulmia siihen, mikä tekee matematiikan tehtävänantojen taustalla olevista oppimistilanteista hyvän. Koskinen (2016) tuo esille opetuksen mielekkyyden merkitystä matematiikan opetuksen tutkimuksissa. Hänen mukaansa mielekkyyden kokeminen on erityisen tärkeää matematiikan oppimisessa ja toisaalta sen puuttuminen aiheuttaa turhautuneisuutta ja ahdistuneisuutta. Oppimistilanteen kokeminen mielekkääksi on yhteydessä erityisesti oppilaan kokemuksiin oppimistilanteissa ilmenneistä tunteista, motivoitumisesta sekä opittavien asioiden ymmärtämisestä (Koskinen 2016, 158, 201). Yrjönsuuren (1993, 62–63) mukaan opetuksen mielekkyys tarkoittaa sitä, että oppija kykenee liittämään opetuksen sisällön kokemuksiinsa. Hänen määritelmässään oppijan ymmärryksen tulee olla sopivassa

suhteessa opeteltavaan asiasisältöön, jotta hän kykenee ratkaisemaan konfliktin, joka syntyy aikaisempien kokemusten ja uuden tiedon välillä. Brunerin mielekkyyden määritelmässä korostuvat puolestaan yksilön kokema henkilökohtainen mielenkiinto ja merkityksellisyys opittavaa asiaa kohtaan (Koskinen 2016, 155). Opettajalla ja oppilaalla on omat roolinsa mielekkyyden tavoittelussa. Opettaja voi tukea oppilaan motivaatiota matematiikkaa ja sen oppimista kohtaan kehittämällä innostavia, oppilaan kokemusmaailmaan liittyviä tehtäviä (Laine, Huhtala & Kaasila 2018, 70, 72). Tämän vuoksi oppimistilanteiden luominen vaatii opettajalta myös sitä, että hän ottaa suunnittelussa ja toteutuksessa huomioon oppilaiden mielenkiinnon kohteita (Koskinen 2016, 158). Mielekkäät oppimistilanteet vaativat oppilaan aktiivista osallisuutta, joten myös oppilas on vastuussa oppimisestaan. Oppilas ehtii myös suuntautumaan aiheeseen sekä motivoitumaan ja sitoutumaan siihen, kun opetus etenee riittävän rauhallisessa tahdissa. Koulujen haasteena on se, että oppisisältöjen läpikäynti etenee vauhdikkaasti, jolloin oppilas ei ehdi kiinnittymään aiheeseen (Koskinen 2016, 158–159, 200.) Mielekkäät oppimistilat vahvistavat oppilaiden osallisuutta ja esimerkiksi virtuaalisten pelien käyttäminen opetuksessa on yksi tapa lisätä mielekkyyttä, valintojen mahdollisuutta ja oppilaiden toimijuuden tilaa luokkahuoneessa (Lipponen, Rajala & Hilppö 2014).

Mielekkyyttä voidaan pyrkiä luomaan opetukseen myös käyttämällä opetuksessa toiminnallisia työtapoja. Toiminnallisilla työtavoilla tarkoitetaan tässä tutkimuksessa opetustapoja, jotka korostavat oppilaiden aktiivista roolia sekä konkreettisten välineiden käyttöä opetuksessa. Toiminnallisuus välittyy myös POPS:sta (2014, 20–27, 30–32, 128, 130, 155, 234) työtapojen ohella eheyttämisessä ja monialaisissa oppimiskokonaisuuksissa sekä laaja-alaisten taitojen ja matematiikan tavoitteista. Toiminnallisuus korostuu POPS:ssa (2014) erityisesti vuosiluokkien 1–2 tavoitteissa. Liggetin (2017, 95–97) tutkimuksesta käy ilmi, että opetuksen tukena käytetyt välineet paransivat oppilaiden suoriutumista sekä kehittivät heidän ymmärrystään ratkaisustrategioiden tarkoituksenmukaisesta käytämisestä. Edellä mainitun tutkimuksen mukaan tietoisuus tilanteeseen sopivasta ratkaisustrategiasta on hyödyksi ongelmanratkaisutaitojen kehityksen

kannalta. Toiminnallisten työtapojen ja välineiden käyttäminen opetuksessa ei ole uusi keksintö, vaan kasvatustieteen tunnetut teoreetikot ovat puhuneet toiminnallisuuden puolesta jo vuosikymmeniä. Piaget'n (1977, 79–80) mukaan konkreettiset välineet ovat oppimisen kannalta välttämättömiä, jotta oppija kykenee kiinnittämään opittavan asian mielikuviinsa. Dewey (1957, 127–128) näkee toiminnallisen opetustavan päämääränä tietoisuuden lisäämisen linkittämällä käytännöllisen toiminnan teoretiseen tietoon. Galperin (1979, 31) kuvaa uuden asian oppimisen haastavuutta vaikeusasteiden kautta. Hänen mukaansa välineet tukevat uuden ja haastavaksi koetun asian omaksumista. Uuden asian oppiminen käy vaikeammaksi, kun sitä lähestytään ääneen puhumisen kautta ja kaikkein vaikeinta on oppia uutta asiaa pelkästään sisäisen puheen avulla. (Galperin 1979, 31.) Myös Fyfen, McNeilin, Sonin ja Goldstonen (2014, 112) tutkimuksesta käy ilmi, että konkreettisuuden häivyttäminen pikkuhiljaa ja siirtyminen vaiheittain abstraktimpiin työtapoihin tukee kaikkien oppilaiden oppimista riippumatta heidän taitotasostaan. Toiminnallisuus mahdollistaa oppilaiden erilaista huomiointia ja oppilaat voivat siirtyä oman kehityksensä edellytysten mukaan kohti abstraktimpaa tasoa. Oppilaiden ei tarvitse työskennellä kuitenkaan itsenäisesti toiminnallisia opetustapoja käytettäessä, vaan yhteistyö muiden kanssa soveltuu hyvin toiminnallisuuteen ja konkreettisten välineiden käyttämiseen. Linnilän (2011, 73) mukaan oppilaat arvostavat erityisesti yhdessä oppilastovereidensä kanssa toimimista. Oppilaiden arvostamien asioiden huomioiminen opetuksessa tukee todennäköisesti myös oppiaineen arvostamista. Yhteistoiminnallisten työtapojen on havaittu tukevan sekä myönteisten asenteiden että osaamisen kehittämistä (Hannula & Oksanen 2013, 255).

Toiminnallisista työtapoista on hyötyä myös matemaattisen ajattelun kielentämisen tukena. Joutsenlahden ja Kuljun (2017, 7–8) mukaan multimodaaliset matemaattisen ajattelun kielentämisen tavat tukevat erityisesti niitä oppilaita, joilla on haasteita matematiikassa. Joutsenlahti ja Tossavainen (2018, 415) määrittelevät matemaattisen ajattelun kielentämisen tehtäviksi havainnoida sekä tukea matemaattisen ajattelun prosessien kehitystä. Oppilaiden toteuttama monipuolinen oman ajattelun kielentäminen käyttäen luonnollista kieltä, matematiikan

symbolikieltä, kuviokieltä sekä taktiilista toiminnan kieltä, tukee opittavan asian kokemista merkityksellisenä. Pääasiassa luonnollisella kielellä tapahtuva suullinen ilmaisu sekä ratkaisuprosessin kirjoittaminen ovat tapoja kielentää ja niiden avulla oppilas voi esittää muille sekä itselleen omaa ajatteluaan. Omien ratkaisujen ja ajatusten muille esittäminen ja niiden perustelu ovat esimerkkejä suullisesta kielentämisestä. Oppimisen kannalta on hyödyllistä, että sisäistä puhetta sanoittaessaan oppilas jäsentee ajatuksiaan itselleen ymmärrettävään muotoon niin, että hän voi ilmaista ajatteluprosessiaan muille. Kielentäminen kirjoittamalla syventää oppimista ja se on vaativampaa. Kirjallisen tuottamisen etuna on se, että siitä jää konkreettinen tuotos, jota voi hyödyntää myöhemmin. Suullisen ja kirjallisen kielentämisen hyödyntäminen koulumatematiikassa vaatii runsaasti toistoja ja harjoitusta, jotta sen käyttäminen matematiikan opetuksessa olisi tarkoituksenmukaista. Oppimista tukee se, että kielentämisessä edetään pikkuhiljaa konkretiasta abstraktille tasolle. Aluksi kielentäminen voi tapahtua pelkästään suullisesti ja kuviokieltä hyödyntäen. Taitojen kehittyessä suullisen kielentämisen ja havainnollistavien kuvioden ohella kielentämistä tapahtuu myös abstraktilla matematiikan symbolikielellä. (Joutsenlahti & Tossavainen 2018, 410, 416–425.)

Kielentäminen näkyy myös POPS:n (2014) matematiikan tavoitteissa. Tavoitteiden mukaan opetuksen tulee tukea oppilasta havainnollistamaan ajatteluun monipuolisesti hyödyntämällä opetuksessa välineitä ja TVT:aa, piirtämällä sekä suullisen ja kirjallisen ilmaisun tavoin (POPS 2014, 128, 235). Matemaattista ajatteluun muille kielentävä oppilas ei hyödy ajattelunsa havainnollistamisesta pelkästään itse, vaan kielentäminen tukee myös muiden oppilaiden matemaattisen ymmärryksen syventymistä. Muiden kielentämisen vastaanottaminen mahdollistaa oppilaille oman ajattelutavan vertaamista muiden kehittämiin ratkaisumalleihin. Näin oppilas voi laajentaa näkökulmiaan ja syventää ymmärrystään suhteessa opittavaan asiaan tavoitteellisesti. Arviointi on tärkeä osa tavoitteellista työskentelyä ja tavoitteet suorastaan perustuvat arviointiin. Kielentäminen toimii apuvälineenä arvioinnissa, koska sen kautta opettajalla on väline ymmärtää oppilasta. (Joutsenlahti 2003, 8, 10; Joutsenlahti & Tossavainen 2018, 410, 418.)

Suurissa ja kiireisissä koululuokissa opettaja ei aina ehdi saada käsitystä oppilaiden käsitteiden ja oppisisältöjen ymmärryksestä sekä ajatteluprosessien kehityksestä. Opettajan arviointityötä mahdollistaa se, oppilaat kirjoittavat laskuja laskeessaan ajatteluaan auki luonnollisella kielellä sen sijaan, että he merkitsisivät laskutoimituksen pelkästään matematiikan symbolikielellä (Joutsenlahti 2003, 8). Oppilaat voivat havainnoida myös toistensa ajattelua ja antaa palautetta oppilastovereilleen (Joutsenlahti & Tossavainen 2018, 418). Muilta saadun palautteen sekä oman oppimisensa itsearviointin avulla oppilas saa mahdollisuuden kehittää osaamistaan tarpeidensa mukaan opettajan tukemana.

Matematiikan tehtävät voidaan luokitella aiemmin luvussa 2.1 mainituksi suljetuiksi tehtäviksi sekä avoimiksi tehtäviksi. Avoimet tehtävät tarjoavat oppilaalle valinnanmahdollisuuksia, ja ne mahdollistavat erilaisia toimintatapoja. (Leppäaho 2018, 370; Pehkonen & Rossi 2018, 37–39.) Avoimet tehtävät tukevat erilaisia oppijoita, koska ne mahdollistavat tehtävän ratkaisemisen eri tavoin, jolloin oppilas voi tehdä tehtävän omalle taitotasolleen sopivalla tavalla (Hannula ym. 2016, 4–5). Yksi tapa hyödyntää avoimia tehtäviä on käyttää niitä ongelmanratkaisutilanteissa ja -tehtävissä. Ongelmanratkaisutehtävien hyvä puoli on se, että niiden avulla voidaan yhdistää oppilaille merkityksellisiä arkielämän tilanteita opetukseen. Kiinnostavien ja oppilaalle merkityksellisten arkielämänaiheiden liittäminen tehtäviin ja opetukseen tukee haastavien tehtävien tekemistä (Laine, Huhtala & Kaasila 2018, 72). Leppäaho (2018, 387) kuvaa, että opettaja voi tukea ongelmanratkaisutyöskentelyä kannustamalla oppilaita luovien ratkaisujen käyttämiseen, tukemalla myönteistä suhtautumista ongelmanratkaisua kohtaan sekä kehittää luokkansa kanssa hyväksyvää ilmapiiriä. Hyväksyvä ilmapiiri on tärkeää, jotta oppilaat uskaltavat toimia luokassa ja joskus myös epäonnistua (Linnilä 2011, 71). Väärät ratkaisut ja niistä keskusteleminen tuo luokkaan matematiikan kielentämistä, joka tuo näkyville matemaattista ajattelua. Turvallinen ja oppimaan innostava ilmapiiri kannustaa oppilasta myös kysymään, jolloin vastauksesta tai kysymyksen pohdinnasta hyötyy kysyjän lisäksi koko luokka. Tässä tutkimuksessa matematiikan tehtävänanto ymmärretään niin, että tehtävänantoon vaikuttavat sen yläkäsitteet, oppimisympäristö ja oppimistilanteet.

Tämän tutkimuksen yhteydessä tehtävänanto ei ole pelkästään esimerkiksi suullisesti tai sanallisesti annettu tehtävä. Sen sijaan tehtävänantoja tarkastellaan ymmärtäen ne tiiviiksi osaksi oppimisympäristöjä, joissa ne tapahtuvat. Oppimisympäristöt taustoittavat tehtävänantoja ja määrittävät niiden konteksteja. Halusin nähdä tehtävänannon tehtävää laajemmasta näkökulmasta, koska tehtävien tutkiminen ei tarjoa samanlaista mahdollisuutta huomioida yhteyttä käytännön tilanteisiin ja niiden päämääriin. Tilanteet ja niissä olevat toimijat vaikuttavat siihen, millainen tehtävänanto on missäkin tilanteessa oppimisen kannalta hyödyllinen.

Eriyttämällä tarkoitetaan opetussisällön ja työtapojen suunnittelua niin, että ne vastaavat luokassa toimivien erilaisten oppijoiden tarpeisiin. Vygotsky (1982, 184) on kehittänyt lähikehityksen vyöhykkeen käsitteen, joka kuvaa sitä, että oppimisen kohde on sopivasti hieman oman osaamisen yläpuolella. Lähikehityksen vyöhykkeellä etäisyys opittavaan asiaan on sopivalla etäisyydellä oppijan tämänhetkiseen osaamiseen nähden niin, että hän kykenee oppimaan sen. Oppimistavoitteiden tulisi sijoittua aina hieman oppijan tämänhetkisen osaamisen yläpuolelle. Vygotskyn mukaan oppija kykenee vaikeampiin suorituksiin muiden tuella, esimerkiksi yhdessä oppilastovereiden kanssa. (Vygotsky 1982, 184–189). Lähikehityksen vyöhykkeelle sijoittuva opetus motivoi, kehittää sinnikkyyttä sekä auttaa oppilasta oppimaan uutta. Oppilaiden henkilökohtaisten ominaisuuksien, kuten heidän vahvuuksiensa, haasteidensa sekä mielenkiinnonkohteidensa huomioon ottaminen opetuksessa mahdollistavat eriyttämistä, jonka avulla opetusta suunnataan kohdennetusti yksilölle sopivalla tavalla. Eri-laisille oppilaille tulee suunnitella sisällöltään ja opetustavaltaan erilaista opetusta. (Linnilä 2011, 71, 131.) Oppilaiden yksilöllisiin tarpeisiin voidaan vastata jakamalla luokkaa pienempiin ryhmiin ja hyödyntämällä samanaikaisopetusta yhdessä erityisopettajan tai rinnakkaisluokan opettajan kanssa. Haasteena oppilaiden jakamisessa ryhmiin on sen toteuttaminen hienotunteisesti, sillä oppilaat tiedostavat yleensä, miten ryhmät on muodostettu (Aunola & Nurmi 2018, 65). Oikea-aikainen tuki vaatii opettajalta luokkansa tarkkaa havainnointia ja sensitiivisyyttä, jotta hän tietää, millaiset tarpeet kullakin luokan oppilaalla on.

Alla oleva taulukko 1. kokoaa tässä luvussa esille tuodut tutkimustietoon pohjautuvat näkökulmat koulumatematiikasta tämän tutkimuksen kontekstissa. Taulukko jakautuu kolmeen päämerkitykseen, jotka nostavat esiin oppilaiden yksilöllisyyden, oppimisympäristön sekä oppimista tukevien työtapojen näkökulmia, joista olen kertonut aiemmin tässä luvussa.

TAULUKKO 1. Tutkimusten esille tuomat näkökulmat koulumatematiikassa pähkinänkuoressa

Yksilöllisyyden huomioiminen:	Oppimisympäristö	Oppimista tukevat työtavat
<ul style="list-style-type: none"> • lähikehityksen vyöhykkeen huomioiminen • avoimet tehtävät • vahvuuksien, haasteiden ja mielenkiinnonkohteiden huomioiminen 	<ul style="list-style-type: none"> • mielekkyys • turvallinen ilmapiiri • matematiikkaan sopivat työtavat ja niiden harjoittelu 	<ul style="list-style-type: none"> • kielentäminen • toiminnallisuus • työtapojen mielekkyys

Tämän luvun ja yllä olevan taulukon tarkoituksena ei ole esittää tyhjentävästi tutkimustuloksia hyvien tehtävänantojen taustalla, koska aihe on todella laaja ja näkökulmia on valtavasti. Sen sijaan olen pyrkinyt tuomaan avarakatseisesti erilaisia näkökulmia hyvistä tehtävänannoista ja niiden taustalla vaikuttavista tekijöistä.

4 TUTKIMUSTEHTÄVÄT

POPS (2014, 130, 237) velvoittaa opettajia suunnittelemaan ja toteuttamaan matematiikan opetusta siten, että siinä huomioidaan matematiikan taitohierarkian verkostoitunut luonne. Olen tuonut esille tutkimuksen teoreettisessa viitekehyksessä, että oppilaiden ymmärtämiselle luovat pohjaa heidän matemaattisen ajattelun kehityksen valmiutensa. Niiden kehittymiseen vaikuttavat olennaisesti myös opetuksessa käytetyt pedagogiset ratkaisut ja oppimisen mielekkyys. Koulumatematiikka ja siellä käytetyt tehtävänannot eivät kuitenkaan tue aina oppilaan matemaattisen ajattelun kehitystä, jos oppilasta ei huomioida kokonaisuutena. Tämän vuoksi tehtävänantoihin ja niitä ympäröiviin oppimistilanteisiin on tärkeää kiinnittää huomiota.

Tutkimukseni tarkoituksena on selvittää alakoulun opettajien käsityksiä hyvistä tehtävänannoista. Tehtävänantojen ominaisuuksien kannalta on keskeistä kiinnittää huomiota siihen, mihin niiden avulla pyritään. Pyrinkin selvittämään opettajien valitsemien tehtävänantojen tarkoituksiperiä. Opetuksessa on olennaista huomata, että oppilaat eivät ole täysin samalla kehitystasolla. Saman luokan oppilaiden väliset erot matematiikan taitotasossa ja motivaatiota synnyttävissä mielenkiinnonkohteissa saattavat vaihdella suuresti. Tämän vuoksi korostan tutkimukseni haastattelutilanteissa ja haastattelujen analysoimisessa opettajien esittämiä huomioita tehtävänantojen eriyttämisen näkökulmasta. Vaikka olen kirjoittanut tutkimustehtäväni tutkimuskysymykset kahteen osaan, tarkastelen niitä yhtenäisenä kokonaisuutena. Tämä johtuu siitä, että pyrin täydentämään ensimmäisen tutkimuskysymykseni fokuksena olevia hyviä tehtävänantoja toisen tutkimuskysymykseni eriyttävällä näkökulmalla. Tutkimukseni etsii vastauksia seuraaviin kysymyksiin:

1. Millaisia näkemyksiä luokanopettajilla on hyvistä matematiikan tehtävänannoista?
2. Miten eriyttäminen huomioidaan hyvässä matematiikan tehtävänannossa?

5 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

Tutkimusmenetelmän valintaan vaikuttivat menetelmän sopivuus suhteessa tutkittavaan ilmiöön (vrt. Bevan 2014, 138). Aikaisempien tutkimusten ja teorioiden merkitys tutkimukselle on tärkeä, koska tieteenalat kehittyvät suhteessa aiemmin julkaistuihin tutkimuksiin ja taustateorioihin ja niiden perusteella kehitellään uusia tutkimussuuntauksia (Aaltola 2018, 17; Alasuutari 2011, 48; Metsämuuronen 2006, 35). Tämän luvun myötä esittelen käyttämiäni metodologisia ratkaisuja ja kuvaan tutkimuksen tekemisen vaiheet. Tutkimuksen vaiheiden tarakan ja avoimen kuvaamisen sekä tehtyjen ratkaisujen tarkoituksenmukaisuuden pohtimisen avulla pyrin tekemään ymmärrettäväksi tutkimusprosessia ja sen etenemistä ja valintojen uskottavuutta. Tutkimusvaiheiden esittelemine on erityisen tärkeää laadullisessa tutkimuksessa, jossa tutkimusprosessi vaiheineen ja aineistoinen on ainutlaatuinen (Kiviniemi 2018 85–86). Kuvauksen avulla pyrin mahdollistamaan tutkimuksen etenemisen tarkkaa seuraamista ja tulosten luotettavuuden arviointia.

5.1 Laadullinen tutkimus ja fenomenologishermeneuttinen lähestymistapa

Laadullinen tutkimus sopii käytettäväksi silloin, kun aineiston jäsentämisen ja järjestämisen perusteella pyritään todentamaan uusia merkitysrakenteita tutkittavalle ilmiölle. Tarkoituksena ei ole löytää yksiselitteisiä vastauksia tutkimuskysymyksiin, vaan pikemminkin löytää uusia kysymyksiä ja tutkimuskohteita. (Alasuutari 2011, 34–38, 216–218; Metsämuuronen 2008, 14.) Tämän tutkimuksen intressinä olleiden hyvien matematiikan tehtävänantojen määrittely vaatii laadulliselle tutkimukselle tyypillistä sanallista argumentoinnin tapaa, jolla luodaan tutkittavalle asialle uusia merkityksiä. Tutkimuksen tekeminen ei etene ennalta ohjelmoidulla tavalla. Etenkin laadulliselle tutkimukselle on tyypillistä, että se muotoutuu prosessin edetessä (Alasuutari 2011, 24; Kiviniemi 2018, 73). Tämänkään tutkimuksen tekeminen ei edennyt täysin kaavamaisesti valmiin mallin

mukaan. Itsenäinen ajattelu ja valintojen tekeminen mahdollistivat tutkimukselle otollisten valintojen ja tutkimuskohtaisten tulkintojen tekemisen.

Kiviniemen (2018, 76) mukaan tutkimuksen tavoitetta selkeyttävä rajaaminen perustuu tutkijan tekemiin tulkintoihin ja rajaukset ovat tutkimuskohtaisia. Esimerkiksi tutkimuksessani keskeinen hyvän tehtävänannon käsite on moniselitteinen, joten olen tarkentanut, mitä sillä tarkoitetaan tässä tutkimuksessa. Laadulliselle tutkimukselle on tyypillistä omassa tutkimuksessani ilmenevä perustelu, jonka avulla tutkittavasta ilmiöstä tuodaan esille erilaisia näkökulmia monipuolisesti (Alasuutari 2011, 216–218). Laadullisessa tutkimuksessa aineisto voidaan kerätä vähällä tutkittavien määrällä tämän tutkimuksen tapaan. Pienen osallistujamäärän ja heidän yksilöllisten näkökulmiensa vuoksi tämän tutkimuksen tuloksia ei pyritä yleistämään. Laadullisen tutkimuksen havaintojoukko tarjoaa yleistämisen sijaan vihjeitä, joita hyödyntämällä tutkija päätyy lopulta tutkimustuloksiin (Alasuutari 2011, 38–39, 78, 216–218). Tutkittavien pieni määrä mahdollisti ilmiön monipuolista ja syvällistä tarkastelua sekä tutkimista eri näkökulmista.

Fenomenologia ja hermeneutiikka ovat tyypillisiä tutkimuksellisia lähestymistapoja kasvatustieteen tutkimuskentällä. Niiden käyttäminen toistensa rinnalle ei ole täysin itsestään selvää, koska niiden taustaoletusten välillä on ristiriitaisuutta (Kakkori & Huttunen 2014, 367). Fenomenologiassa pyritään lähestymään tutkimuskohdetta mahdollisimman objektiivisesti ja hermeneutiikassa puolestaan nähdään, että tutkijan ennakkokäsitykset vaikuttavat väistämättä tutkimukseen, eikä niistä voi päästä täysin eroon (Moilanen & Räihä 2018, 57). Fenomenologisen tutkimuksen tarkoituksena on tavoittaa tutkimuskohteen kokemuksen ydin sellaisena kuin se näyttäytyy ihmisille, jotka ovat eläneet ja kokeneet tutkittavan ilmiön (Flowerday & Schraw 2000, 635; Hogue 2012, 67). Nykyaikaisen käsityksen mukaan fenomenologiassa tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, miten ihmisten suhde kokemuksiinsa ilmenee intentionaalisesti eli kokemuksilla on yksilökohtaisia merkityksiä (Laine 2018, 30–31). Hermeneutiikan avulla voidaan tukea ja täydentää fenomenologista tutkimusta, koska hermeneutiikan tavoitteena on tulkita ja ymmärtää ihmisten välistä kommunikaatiota ja tätä kautta

tutkittavaa ilmiötä (Laine 2018, 33; Laverty 2003, 30). Yksinkertaistaen voidaan sanoa, että fenomenologiassa pyritään kuvaamaan kokemuksen perusteella syntyneitä näkemyksiä ja hermeneuttisessa tutkimuksessa ymmärtämään niitä (Kakkori & Huttunen 2014, 368). Tämän vuoksi fenomenologishermeuttinen tutkimus soveltuu matematiikkaa opettavien opettajien näkemysten ja kokemusten tulkitsemiseen. Fenomenologia näyttäytyy tässä tutkimuksessa pyrkimyksenä kuvata matematiikkaa opettavien kokemusten perusteella syntyneitä näkemyksiä hyvistä tehtävänannoista. Hermeneuttinen ulottuvuus ilmenee tutkimuksesta siten, etten tyydy pelkkään kokemusten kuvaamiseen, vaan pyrin ymmärtämään opettajien kuvaamia näkemyksiä lähteitä hyödyntäen.

Perttula (1995, 9; 2009, 144–145) tuo esille Husserlin kehittämän fenomenologisen reduktion, jonka tarkoituksena on kohdentaa huomio tutkimuksen kannalta keskeisiin asioihin merkityksettömien sivuseikkojen sijaan. Fenomenologisen reduktion avulla tutkija välttää tietoisesti ennakko-oletusten tekemistä ja tutkimuskohteeseen pyritään suhtautumaan avoimin mielin. Tarkoituksena ei ole kuitenkaan irrottaa tutkittavaa ilmiötä ihmisen elämismaailmasta, vaan nähdä se osana sitä. Tutkijan oman luonnollisen asenteen sivuun siirtämistä ja ennakko-luulottomuuteen pyrkimistä kutsutaan sulkeistamiseksi ja se on reduktion ensimmäinen vaihe. Sulkeistamista pidetään tärkeänä fenomenologiassa ja sen perimmäisenä tarkoituksena on korostaa puhtaasti tutkittavaa ilmiötä ja välitöntä kokemusta, joka erotellaan tutkijan omista asenteista. Reduktion toisen vaiheen tarkoituksena on selkeyttää tutkittavaa ilmiötä selvittämällä analyttisen ja intuitiivisen pohdinnan avulla, mitä tekijöitä tutkimuskohteessa voidaan karsia tai muuttaa ilman, että tutkimuksen kohde muuttuu. (Kakkori & Huttunen 2014, 370–372; Perttula 1995, 9–12; Perttula 2009, 144–145.)

Fenomenologishermeuttisen lähestymistavan kehittäjänä pidetään Heideggeriä, jonka mukaan tutkittavaa ilmiötä tulee kuvata sen varsinaisessa olemisen muodossa tarkasti. Tällöin tutkimuksessa vältetään pinnallisen kuvan muodostamista ilmiöstä, mikä saattaa syntyä, jos olennaisiin yksityiskohtiin ei kiinnitetä huomiota. Fenomenologishermeuttisessa lähestymistavassa korostuu ajatus siitä, että maailma ja yksilön kohtaamat kokemukset muokkaavat ihmisen

ymmärrystä. Maailmassa olemiseen kuuluu se, että ymmärretään sekä omaa että muiden, erilaisten ihmisten, olemista. Ymmärryksen ja tulkinnan haasteina ovat erilaiset tavat olla maailmassa ja elämäkokemusten subjektiivinen luonne. Ajatuksena on, että yksilöllisesti kokemusten perusteella kehittyvät esikäsitteet vaikuttavat aina tulkintaan, eikä niistä voida päästä koskaan täysin eroon. (Lavery 2003, 23–25; Niskanen 2009, 104; Perttula 2009, 103–106.) Esikäsitteiden olemassaolon tiedostaminen ja niiden reflektointi auttaa tunnistamaan ennakkoluuloja, jolloin niiden muodostumiseen pystyy vaikuttamaan paremmin. Pyrkimys sulkeistaa ennakkotulkintani avoimen ajattelun tieltä kulki mukana kaikissa tutkimuksen tekemisen vaiheissa. Bevan (2014, 138) huomauttaakin, että fenomenologinen tutkimus on kokonaismenetelmä, joka kulkee mukana tutkimusprosessin ajan. Lähdin liikkeelle tutkimusaiheen kartoittamisessa ja teoreettisen viitekehyksen laatimisessa kokoamalla alkeellisen ajatuskartan tutkimusaiheestani ja perehtymällä tutkimuskirjallisuuteen. Kirjallisuuteen perehtymisen myötä käsitys tutkimuksen kohteesta alkoi jäsentymään. Tämän seurauksena pystyin tiedostamaan ja huomioimaan paremmin ennakkotulkintani myöhemmissä tutkimuksen tekemisen vaiheissa.

5.2 Aineistonkeruu ja tutkimukseen osallistujat

Valitsin tutkimukseni aineistonkeruun muodoksi haastattelemisen, joka on Lai-
neen (2018, 33) mukaan tyypillistä fenomenologishermeneuttisessa tutkimuspe-
rinteessä. Päädyin keräämään aineiston haastattelemalla, koska halusin saada
monipuolisia näkökulmia hyvistä matematiikan tehtävänännöistä, ja tämä mah-
dollistui haastattelemalla erilaisia kokemusmaailmoja omaavia opettajia. Aineis-
ton keräämisessä ei pyritä kuitenkaan saamaan keskenään liian erilaista aineistoa
eri haastatteluista, koska tutkimusaineistosta pyritään löytämään tulosten sa-
manlaisuutta ja niistä tulee nousta yhteneväisiä teemoja (Laine 2018, 32; Padilla-
Díaz 2015, 104). Pyrin varmistamaan aineiston hyvää laatua etsimällä haastatel-
taviksi opettajia, joiden matematiikan opettamisesta olin saanut positiivista pa-
lautetta. Tällainen toimintatapa sopii hyvin fenomenologisia piirteitä omaavaan

tutkimukseen, koska fenomenologiassa aineistonkeruussa lähestytään niitä, joilla on kokemusta ja tietoa tutkittavasta ilmiöstä (Padilla-Díaz 2015, 104–105). Vaatimuksena haastattelujen valinnassa oli myös se, että heillä tuli kaikilla olla kokemusta matematiikan opettamisesta alakoulussa.

Neljän haastateltavan jälkeen kohtasin haasteen, enkä löytänyt enempää kriteereitani vastaavia opettajia ja siirryin etsimään muitakin matematiikkaa opettavia opettajia. Löysin lopulta kaksi haastateltavaa lisää täydentämään aineistoani. Kaikkien haastateltavien valinnan ehtoina oli kuitenkin se, että he opettavat ja heillä on kokemusta matematiikan opettamisesta alakoulussa. Haastateltavien valintakriteerien muutos oli pakon sanelema, mutta sitä voidaan perustella sillä, että suomalainen matematiikan opetus on suhteellisen tasalaatuista eikä merkittäviä eroja ole koulujen välillä (Kupari & Hiltunen 2018, 48; Niemi 2016, 19). Sain lopulta haastateltua kuutta opettajaa tutkimukseeni. Neljä haastattelua toteutettiin sellaisten opettajien kanssa, joiden haastattelemiselle sain suositukset heidän osoittamansa matematiikan opettamisen innostuksen tai koulutusten kautta hankitun pätevyyden perusteella. Haastattelutilanteiden perusteella sain kuitenkin kaikkien osallistujien matematiikan opettajuudesta innostuneen kuvan, jota osoittaa myös heidän halukkuutensa osallistua haastattelututkimukseen. Kaikki kuusi haastateltavaa työskentelivät vaatimusteni mukaisesti alakouluissa, ja heillä oli kaikilla useamman vuoden kokemus matematiikan opettamisesta. Haastateltavista kolme työskenteli luokanopettajana, kaksi laaja-alaisena erityisopettajana sekä yksi erityisluokanopettajana. Haastattelujen kestot olivat yhteensä 216 minuuttia. Niistä kaksi toteutettiin kasvokkain, yksi videopuheluna ja kolme tavallisena äänipuheluna. Litteroitua tekstiä syntyi 69 sivua pistekoolla 12, fontilla Book Antiqua rivivälin ollessa 1. Litteroinnista jätettiin kirjaamatta nonverbaaliset viestinnän muodot, kuten eleet, ilmeet ja äänen painotukset.

Valitsin tutkimukseni haastattelun muodoksi avoimen haastattelun, jonka vuoksi kaikki haastattelut eivät edenneet samalla kaavalla. Laadullisessa tutkimuksessa haastatteluihin valikoidaan osallistujat tarkemmin ja kysymykset ovat avoimempia, joskin erilaisissa laadullisissa tutkimuksissa kysymysten avoimuus

on eriasteista. (Metsämuuronen 2008, 14–15.) Haastattelutavan valinta oli perusteltu ja Padilla-Díazin (2015, 104–105) mukaan fenomenologiseen tutkimukseen soveltuu erityisen hyvin avoin haastattelu. Avoimessa haastattelussa kysymyksiä ei suunnitella etukäteen valmiiksi listaksi kuten tarkkaa struktuuria noudattavassa teemahaastattelussa (Laine 2018, 39). Avoimen haastattelun toteuttaminen on haastavampaa tutkijalle, koska siinä tutkija ei lue kysymyksiä valmiilta listalta ja kysymyksiä ammennetaan haastateltavien vastausten perusteella. Valmistauduin kuitenkin haastatteluun miettimällä etukäteen sen päätavoitteet ja pohtimalla, miten voin tukea erilaisia haastateltavia antamaan minulle tutkimuskysymykseen vastaavia vastauksia. Tutkimuksen luotettavuutta olisi voinut tukea kertomalla tutkittaville tarkemmin haastattelun sisällöistä ennen varsinaista haastattelutilannetta, kuten Flowerday ja Schraw (2000, 636) ovat menetelleet tutkimuksessaan. Näin tutkittavat olisivat voineet varautua pohtimaan vastauksiinsa kysymyksiin etukäteen, jolloin he olisivat pystyneet vastaamaan kattavammin kysymyksiin. Tiedotin tutkittavia haastattelun aiheesta etukäteen lyhyesti. Päätin säästää tarkemmat yksityiskohdat haastatteluun mahdollistaakseni keskustelun normaalin etenemisen, jota liiallinen ennakkovalmistautuminen olisi voinut häiritä.

Kysymyksiin vastaamista helpotti se, että haastattelu etenee helpoista kysymyksistä haastavampiin. Hogue (2012, 72–73) huomauttaa väitöskirjassaan, että leppoisa tunnelma ja haastattelijan osoittama kiinnostus haastateltavaa kohtaan helpottaa haastateltavan osallistumista. Avoimessa haastattelussa pyritäänkin keskustelunomaiseen tilanteeseen, jossa tarkentavia kysymyksiä tehdään haastateltavan vastausten perusteella. Avoimuudella pyritään pääsemään lähemmäs haastateltavien aitoa kokemusta ja objektiivisuutta (Laverty 2003, 29). Haastattelujani eivät rytmittäneet tarkasti etukäteen suunnitellut kysymykset, mutta suunnittelin haastatteluille tietyn kaavan, jonka mukaan toimin jokaisessa haastattelutilanteessa (kts. haastattelurunko liitteestä 1). Suunnittelin haastatteluiden alkuun perustietoja kartoittavia kysymyksiä, joihin haastateltavan on helppo vastata. Haastattelut lähtivätkin käyntiin opetettavan luokan ja matematiikan opetuksen määrän kartoittamisella ja etenivät taustoittaviin kysymyksiin opettajien

kouluaikaisista kokemuksista matematiikasta. Ensimmäisillä kysymyksillä pyrin saamaan keskusteluyhteyden haastateltavaan ja lähestymään hellävaraisesti tutkimusaihettani. Lisäksi pyrin pilkkomaan laajoja kysymyksiä pienempiin osiin tarkentavien kysymysten avulla.

Haastatteluissa tutkijan objektiivisen roolin toteutuminen on todellisen haasteen edessä. Toisin kuin esimerkiksi analyysivaiheessa, tutkija ei voi muuttaa ja korjata jälkikäteen haastattelutilanteita toisenlaisiksi muuten kuin täydentämällä haastattelua jälkikäteen. Onnistuminen vaatii haastattelijalta kehittynyttä pätevyyttä toteuttaa haastattelu onnistuneesti (Padilla-Díaz 2015, 104–105). Tiedostin oman kokemattomuuteni haastattelemisessa, joten suunnittelin ja harjoittelin haastatteluja etukäteen kaksi kertaa kotioloissa sekä yhden kerran tutkielmaseminaarissa. Harjoittelun avulla pystyin kehittämään kysymyksiä tarkoituksenmukaisempaan suuntaan ja sain varmuutta haastattelemisesta. Tutkielmaseminaarista sain myös palautetta ja kehitysideoita opiskelijakollegoilta ja pro gradu -tutkielmani ohjaajalta. Taitoni kehittyivät myös haastattelujen edetessä ja viimeisen haastattelun kohdalla oli taitavimmillani.

5.3 Aineiston analysointi

Aineiston analysointi jakautui kolmeen työvaiheeseen, joiden kuvaamisessa mukailen Peltomäen (2014, 41–47) väitöskirjassa esitettyä fenomenologishermeneuttisen tutkimuksen etenemisen mallia. Analyysin työvaiheet olivat alustavan ymmärryksen muodostaminen, aineiston rakenteiden erittely ja jäsentäminen sekä kokonaisuuden ymmärtäminen. Vaiheittaisen etenemisen avulla fenomenologishermeneuttisessa tutkimuksessa pyritään vahvistamaan ja kehittämään ymmärrystä tutkittavasta ilmiöstä sekä näkemään ilmiö laajasti eri näkökulmista (Laine 2018, 42–44). Alla oleva kuvio 1 havainnollistaa Peltomäen (2014) väitöskirjaa mukailen tämän tutkimuksen kolmea analyysin tekemisen työvaihetta, joita tuon tarkemmin esille tämän luvun edetessä.



KUVIO 1. Fenomenologishermeuttisen aineiston käsitteleminen hermeneuttista kehää kulkien Peltomäkeä (2014) mukaillen

Fenomenologisen tutkimuksen aineiston analysoinnissa, kuten muissakin tutkimuksen tekemisen vaiheissa, on tärkeää päästää irti omien ennakkokäsitysten johdattuksesta ja sen sijaan nähdä tutkittava ilmiö mahdollisimman pitkälti tutkittavien näkökulmasta (Perttula 1995, 9; Perttula 2009, 144–145). Haasteena fenomenologishermeuttisessa tutkimuksessa on kuitenkin se, että hermeneuttisen näkemyksen mukaan tutkijan ennakkokäsitykset vaikuttavat joka tapauksessa tutkimuksen tekemiseen (Kakkori & Huttunen 2014, 367; Moilanen & Rähä 2018, 57). Tästä huolimatta voidaan ajatella, että hermeneutiikan avulla on mahdollista myös tukea ja täydentää fenomenologista tutkimusta, kuten tässä tutkimuksessa on tehty. Hermeneutiikan tavoitteena on tulkita ihmisten välistä kommunikaatiota ja sen avulla voidaan pyrkiä ymmärtämään fenomenologisella tutkimusotteella kuvattua ilmiötä. Kokemuksesta voidaan luoda teoriaa hermeneuttisen kokemuksen avulla, joka tarkoittaa sitä, että kohtaamamme uudet kokemukset nähdään siten, että ne rakentavat ymmärrystämme tutkimuskohteesta.

Analyysivaiheessa ymmärrystä syvennetään hermeneuttisen kehän jatkuvan vuoropuhelun avulla, jossa tutkijan aikaisempi ymmärrys ja ennakkokäsitykset sekä aiemmat tutkimukset ja traditio keskustelevat keskenään ja niitä peilataan kriittiseen reflektioon. Hermeneuttisessa kehässä huomioidaan tiedon jatkuvasti kehittyvä luonne ja tutkimukseen vaikuttaa horisontti eli tutkijan omat ennakkokäsitykset sekä hänen suhteensa aikaan ja paikkaan. (Kakkori & Huttunen 2014, 378–379; Laine 2018, 33, 37–38; Lavery 2003, 30.) Tässä tutkimuksessa ymmärrystä rakennettiin koko tutkimusprosessin ajan, jolloin ymmärrys tutkimuksen kohteesta jäsenyi prosessin edetessä. Aineistoa analysoidessani kuljin hermeneuttista kehää tulkitsemalla haastatteluaineistoa tutkimuskirjallisuuden perusteella. Tällöin tulkitsin sekä aineistoa että tutkimuskirjallisuutta itselleni kehittyneen ymmärryksen perusteella.

Tutkittavaan ilmiöön perehtyminen oli tämän tutkimuksen ensimmäinen askel alustavan ymmärryksen muodostamisessa. Aineiston analysointiin vaikuttavat merkittävästi ennakoasenteet ja aikaisemmat työvaiheet, joten tuon niihin liittyviä asioita esiin lyhyesti ennen analysoinnin vaiheiden tarkempaa kuvaamista. Kiviniemi (2018, 77) huomauttaa, että tutkijan teoreettiset näkökulmat ohjaavat tutkimuksen kulkua prosessin alkuvaiheista lähtien. Tämän vuoksi aloitin tutkimuksen tekemisen laatimalla ajatuskartan, joka kuvasti silloista käsitystäni hyvistä tehtävänannoista matematiikassa. Ymmärrykseni tutkimastani ilmiöstä kehittyi merkittävästi prosessin aikana, joten reflektoin ennakkokäsityksiäni ja asenteitani koko prosessin ajan. Käsitykseni tutkimusaiheestani laajenivat erityisesti kirjallisuuteen perehtymisen myötä ja laadittuani karkean pohjan teoreettiselle viitekehykselle. Teoreettisen viitekehysten laatiminen selvensi tutkimuksen tarkoitusta itselleni ja toisaalta sen avulla lukija kykenee myös orientoitumaan tutkimukseeni ja sen tavoitteisiin. Teoreettisen viitekehysten muotoutuminen on vuorovaikutuksessa tutkimuksen muiden työvaiheiden kanssa (Kiviniemi 2018, 73–74, 78). Aineiston analyysissä esille nousevia teemoja voi olla tarpeen lisätä jälkikäteen teoriaosuuteen. Tutkimuksessani teoreettinen viitekehys

ei valmistunut lopulliseen muotoonsa ennen aineistonkeruuta ja aineiston analysointia, vaan teoria rakentui lopulliseen muotoonsa pikkuhiljaa ja prosessin vaiheet vaikuttivat toisiinsa.

Alustavan ymmärryksen muodostaminen jatkui haastattelemisen harjoittelemisella ja varsinaisten haastattelujen suorittamisella, joita olen kuvannut tarkemmin luvussa 5.2. Tämän jälkeen siirryin litteroimaan haastatteluja ja kirjoitin samalla lyhyesti tekstinkäsittelyohjelman kommenttikenttään huomioita haastatteluissa esille nousseista assosiaatioista. Tämän vaiheen tarkoituksena oli orientoitua aineistoon ja luoda pintapuolinen ja objektiivinen ymmärrys haastatteluissa esille nousseista asioista. Pidettyäni kahden viikon tauon aineistoon, etenin tutkimuksen tekemisessä lukemalla aineiston läpi kokonaan. Jätin lukematta litteroinnin yhteydessä kommenttikenttään kirjoittamani huomiot. Sulkeistamisessa ja analysoinnissa on tärkeää olla hätiköimättä, koska tutkimuksen laadukkuuden etuna on taata sen tekemiselle riittävästi aikaa (Padilla-Díaz 2015, 104–105). Tämän vuoksi objektiivisuuden kannalta olisi ollut ihanteellista pitää enemmän taukoa aineistosta ennen kuin palasin takaisin sen pariin. Pyrin kuitenkin luomaan mahdollisimman objektiivisen yleiskuvan haastateltavien näkemyksistä lukemalla haastattelut läpi ajan kanssa. Samalla tarkastelin aineiston sisältämää sanomaa mahdollisimman puhtaasti ja pyrin sulkeistamaan omat ennakkokäsitykseni taka-alalle.

Luettuani aineiston läpi huolellisesti siirryin aineiston rakenteiden erittelyyn ja jäsentämisen työvaiheeseen. Laineen (2018, 42–48) mukaan fenomenologisessa tutkimuksessa voidaan edetä etsimällä jokaisesta haastattelusta tutkimuskysymyksen näkökulmasta keskeiset teemat. Teemat kuvataan suoria lainauksia apuna käyttäen ja mahdollisimman tarkasti siinä muodossa, jossa ne ilmenevät haastattelussa. Tämän jälkeen aineisto on ylitsepursuavan rönsyilevä, joten sitä pitää selkeyttää lajittelemalla yhdenmukaiset teemat merkityskokonaisuuksiksi. Jäsentämisen avulla tutkimusaineisto nähdään monipuolisesti eri perspektiiveistä. Sen perusteella tutkija luo ilmiöstä kokonaiskuvan, josta merkityssuhteiden yhteydet ja merkityskokonaisuuksien painotukset välittyvät lukijalle. (Laine 2018, 42–48.) Käytännössä aineiston työstäminen sen lukemisen jälkeen tarkoitti

tutkimuksessani sitä, että luin aineiston läpi uudestaan alkaessani etsiä tutkimustehtävien kannalta keskeisiä teemoja. Teemat ja merkityskokonaisuudet eivät syntyneet heti, vaan lähdin ikään kuin etsimään teemoja aineistosta kirjoittamalla tekstinkäsittelyohjelman muistiinpanokenttään haastatteluista nousevia huomioita. Aluksi rajasin kommenttikenttään kirjoittamani huomion käsittämään niitä osia opettajien puheenvuoroista, joita halusin kommentilla määritellä. Huomiot olivat tässä vaiheessa monisanaisia ja jäsentymättömiä, eivätkä ne olleet eriytyneet varsinaisiksi teemoiksi tai merkityskokonaisuuksiksi. Tarkoituksenani oli pyrkiä ymmärtämään opettajien puheenvuorojen sisältöjä ylös kirjoitettujen huomioiden avulla. Lisäksi tein haastatteluaineiston lukemisen yhteydessä jokaisesta haastattelusta kolme erillistä miellekarttaa. Lähdin rakentamaan kolmea miellekarttaa kustakin haastattelusta haastattelurungosta (kts. liite 1) ilmenevien pääteemojen kautta. Pääteemat olivat opettajan kokemukset matematiikan opiskelemisesta omassa kouluhistoriassa, hyvät tehtävänannot, oppimislanteet ja eriyttäminen sekä unelmien tehtävänanto. Laadin miellekartat hahmottaakseni itselleni paremmin haastatteluista esiin nousevia merkityksiä ja niiden välisiä suhteita. Kun olin kirjoittanut huomiot ja tehnyt miellekartat koko haastatteluaineistosta, luin litteroinnin yhteydessä kirjoittamani muistiinpanot. Tässä yhteydessä vertailin eri vaiheissa aineiston analysointiprosessia kirjoittamiani huomioita. Ottamalla hieman etäisyyttä ja kirjoittamalla huomioita aineistosta kahdessa erillisessä työvaiheessa pyrin sulkeistamaan oman tulkintaani analyysivaiheessa mahdollisimman vähäiseksi.

Kävin keskustelua aineistoni kanssa kulkien hermeneuttista kehää. Tulkinta eteni niin, että luin läpi litteroitua aineistoa ja niiden yhteyteen kirjoittamiani huomioita tarkasti rivi riviltä etsien ensin vastausta kysymykseen ”Mitä?”. Tällöin etsin, mitä hyvien tehtävänantojen ominaisuuksia tai taustatekijöitä opettajat toivat esille haastatteluissa. Alasuutarin (2011, 206–207) mukaan erityisesti miksi-kysymysten tekeminen on tärkeää laadullisen tutkimuksen aineiston analyysivaiheessa, koska niiden avulla tutkittavaa ilmiötä voidaan tarkastella monipuolisesti. Jatkoin analysoimista kysymällä tällä kertaa aineistolainauksiltani miksi-kysymyksiä. Niiden avulla pyrin tulkitsemaan syitä, jotka saivat opettajat

ajattelemaan kertomansa asian olevan hyvien tehtävänantojen tai niiden taustatekijöiden ominaisuuksia. Mitä- ja miksi-kysymysten avulla pyrin selvittämään, mitä asioita opettajat toivat esiin haastatteluissa ja ennen kaikkea, miksi he toivat kyseiset asiat esille. Samalla pelkistin opettajien lainausten sisältöjä, jotta pystyin löytämään samankaltaisuuksia opettajien esille tuomien asioiden merkityksistä. Moilanen ja Räihä (2018, 60) kertovat, että pelkistämisen avulla pyritään löytämään aineiston keskeisin sanoma ja luomaan teemat, jotka kuvaavat aineistosta esiin nousevia merkityksiä. Heidän mukaansa tutkija voi valita, hakeeko hän tiettyyn ilmiöön liittyviä merkityksiä vai etsiikö hän sisällöllistä säännönmukaisuutta aineiston perusteella. Tämän tutkimuksen tutkimustehtäviä palveli se, että etsin merkityksiä tutkittavaan ilmiöön eli matematiikan hyviin tehtävänantoihin liittyen.

Teemojen muodostamisen jälkeen siirryin kokonaisuuden ymmärtämisen työvaiheeseen. Aloitin merkityskokonaisuuksien muodostamisen laatimalla taulukon, johon kirjoitin yhdelle sivulle kustakin haastattelusta esiin nousseet teemat. Ryhmittelin samaa teemaa edustavat haastattelun osat, kuten opetuksen mielekkyyden, pätevyyden tunteen tukemisen ja monipuoliset työtavat erillisiksi teemakokonaisuuksiksi. Näin pyrin havainnollistamaan itselleni, mitkä teemat esiintyivät haastatteluissa eniten ja siirryin pohtimaan merkityksiä esiin nousseiden teemojen taustoilla. Ryhmittelin teemoja värikoodaamalla niitä merkitysten mukaan laatimaani taulukkoon. Teemakokonaisuuksien visuaalinen havainnointi yhdessä tutkimuksen tekemisen yhteydessä laajentuneen teoreettisen ymmärryksen ohella auttoi minua löytämään merkityskokonaisuuksia, kokonaisuuksien välisiä yhteyksiä sekä muodostamaan kokonaiskuvan matematiikan hyvistä tehtävänannoista. Vasta kokonaisuuksien visuaalisen hahmottelun ja tehdyn ajatustyön pohjalta pystyin kirjoittamaan analyysiä auki kuvaamalla merkityskokonaisuuksia ja niihin sisältyviä teemoja. Aineiston tulkinta ja merkityssuhteiden rakentelu perustuivat hermeneuttiseen tulkintaan, joka pohjautui aineiston, oman ymmärryksen sekä tutkimuskirjallisuuden interaktioon. Alla oleva taulukko 2 on esimerkki siitä, miten aineiston käsitteleminen tapahtui

vaihe vaiheelta. Esimerkit muiden teemojen, merkityskokonaisuuksien ja päämerkityskokonaisuuksien muodostumisesta löytyvät liitteestä 2.

TAULUKKO 2. Fenomenologishermeuttisen analyysiprosessin eteneminen

Päämerkityskokonaisuus 1: Oppilaan ymmärtämisen tukeminen matematiikan tehtävänantojen tavoitteena				
LAINAUS	MITÄ?	MIKSI?	TEEMA	MERKITYSKOKONAISSUUS
<i>"-- Varsinkin jos tulee uusi asia, minkä opettaa, niin tuoda se mahdollisimman niinkun konkreettisesti."</i>	Uuden asian lähestyminen konkretian kautta	Kehityopsykologinen näkökulma, matemaattisen ajattelun konkretisoiminen	Tehtävänantojen etenemisen tapa	Tehtävänannon päämääränä aito ymmärrys
<i>"Mä en koskaan tyydy siihen, että hän antaa sen vastauksen, vaan mä kysyn, että kuinka sää pääsit siihen. Kerro minulle, miten ajattelit"</i>	Matemaattisen ajattelun jäsentämisen tukeminen ja näkyväksi tekeminen (tässä tapauksessa kielentämisen avulla)	Matemaattisen ajattelun konkretisoiminen ja tietoiseksi tekeminen	Ajattelua tukevien tehtävänantojen elementit	
<i>"Semmonen [tehtävänanto], että niinku mahdollisimman moni oppilas pääsee ite keksimään sieltä. --"</i>	Erilaisten oppilaiden osallisuus ja itsenäinen ajattelevinen	Oppilaiden itsenäisen ajattelun mahdollistaminen	Oivaltamaan johdattaminen	

Opettajien kokemukset hyvistä tehtävänannoista tiivistyivät neljään merkityskokonaisuuteen, jotka sisältävät 12 teemaa. Merkityskokonaisuudet ovat tehtävänannon päämääränä aito ymmärrys ja erilaisten oppilaiden ymmärryksen tukeminen sekä motivaatio matematiikan tehtävänantojen taustalla ja oppimisen ilmapiiri. Nämä aiheet merkityksineen ja merkityskokonaisuuksineen nousivat eniten esille opettajien puheenvuoroissa. Kaikki opettajat toivat esille kaikkia merkityskokonaisuuksia, mutta kaikki heistä eivät tuoneet esille jokaista teemaa.

Liitteestä 3 löytyy havainnollistava taulukko, joka kuvaa sitä, mitä teemoja kukin tutkimukseen osallistuja toi esille.

Fenomenologishermeneuttisen tutkimuksen teemat ja niistä muodostuvat merkityskokonaisuudet eivät ole erillään toisistaan, vaan ne muodostavat merkitysverkoston eli merkitykset rakentuvat suhteessa toisiinsa (Moilanen & Rähkä 2018, 61). Otin huomioon aineiston analysoimisessa jo haastattelujen lukemisvaiheessa, että opettajien yksittäinen yhtäjaksoinen puheenvuoro saattoi sisältää useampaa kuin yhtä merkitystä. Yksittäinen puheenvuoro jakautui toisinaan niin, että aluksi opettaja puhui esimerkiksi motivaatioon ja lopuksi oppilaan ymmärryksen tukemiseen liittyvistä merkityksistä. Osa puheenvuoroista sisälsi puolestaan kaksoismerkityksen, jolla tarkoitan sitä, että samalla asialla oli yhtäaikaisesti eri merkityksiä matematiikan tehtävänantojen kannalta. Tällöin merkitykset sijoittuvat kahteen tai useampaan teemaan ja merkityskokonaisuuteen. Selkein tutkimuksessani ilmenevä esimerkki tästä on se, että sijoitin tehtävänantojen sopivan haastavuuden tason teeman kahteen merkityskokonaisuuteen. Nämä merkityskokonaisuudet ovat erilaisten oppilaiden ymmärryksen tukeminen ja motivaatio matematiikan tehtävänantojen taustalla. Teeman sijoittuminen kahteen merkityskokonaisuuteen johtui siitä, että opettajat toivat esiin haastatte- luissa selkeästi kaksi merkitystä tehtävänantojen sopivan haastavuuden tason taustalla. Toinen merkityksistä liittyi oppilaan yksilöllisen taitotason huomioimiseen ja toinen puolestaan oppilaan motivoimiseen. Tehtävänannon sopivalla haastavuuden tasolla oli näin ollen tutkimusaineistoni perusteella kaksi erilaista, joskin toisiinsa liittyvää merkitystä.

Merkityskokonaisuuksien hahmotteluvaiheessa havaitsin, että tehtävänannon päämääränä aito ymmärryksen ja erilaisten oppilaiden ymmärryksen tukemisen merkityskokonaisuudet kietoutuivat toisiinsa tiiviisti ja niiden merkityksissä korostui oppilaan ymmärtämisen tukeminen. Kaksi muuta merkityskokonaisuutta, motivaatio matematiikan tehtävänantojen taustalla ja oppimisen ilmapii- ri puolestaan painottivat oppimisympäristön ominaisuuksia, jotka mahdollis- tavat aidon ymmärryksen syntymistä. Tämän havainnon seurauksena muodos-

tuivat kaksi päämerkityskokonaisuutta, jotka ovat oppilaan ymmärtämisen tukeminen matematiikan tehtävänantojen tavoitteena ja matematiikan oppimista tukeva ympäristö. Selkeyden vuoksi tulososa on jaettu kahteen erilliseen lukuun päämerkityskokonaisuuksien mukaan. Tulososan luvussa 6 käsittelen oppilaan ymmärtämisen tukemista matematiikan tehtävänantojen tavoitteena ja luvussa 7 matematiikan oppimista tukevaa ympäristöä. Lopulta analyysin ja kokonaisuuden ymmärtämisen vaiheen huipentuma kuvataan pohdinnassa, jossa esittelen tutkimuksen perusteella syntyneet johtopäätökset.

5.4 Eettiset ratkaisut ja luotettavuus

Eettisten periaatteiden tarkoituksena on tukea hyvän tieteellisen käytännön toteutumista tutkimuksessa. Kriittinen reflektointi sekä rehellinen ja avoin tutkimuksen vaiheiden kuvaaminen tukevat eettisyyden ja luotettavuuden toteutumista tutkimuksessa. Tämän vuoksi on tärkeää kertoa avoimesti ja totuutta muuttamatta tutkimuksen eettisyyden ja luotettavuuden vahvuuksista, heikkouksista sekä reflektoida niitä. Avoin ja kriittinen näkökulma välittyvät tutkimuksestani prosessin vaiheiden seikkaperäisestä kuvauksesta. Esittelin aiemmin tässä luvussa tutkimuksen etenemisen vaiheet sekä haastatteluun liittyvät taustatekijät ja kerätyn aineiston laajuuden sekä pohdin ja perustelen tekemiäni valintoja. Kiviniemen (2018, 83–86) mukaan tutkimuksen vaiheiden tarkka ja avoin kuvaaminen sekä tehtyjen ratkaisujen tarkoituksenmukaisuuden pohtiminen auttaa lukijaa ymmärtämään tutkimusprosessia ja sen etenemistä ja valintojen uskottavuutta. Näin lukija pystyy seuraamaan, millä perusteilla pääsin saamiini tutkimustuloksiin sekä arvioimaan, ovatko tulokset luotettavia. Yleistämisen ja toistettavuuden mahdollistaminen eivät ole aina tutkimuksen etenemisen kuvaamisen tarkoituksena ja Alasuutarin (2011, 235) mukaan tutkimustulosten yleistämisen tarpeellisuus riippuu tutkimuskohteesta. Fenomenologishermeneuttisella tutkimuksella voidaan tuoda esiin tutkimuskohteen ainutkertaista luonnetta sen

sijaan, että saadut tulokset pyrittäisiin yleistämään (Laine 2018, 32). Tutkimuksellani ei pyritä yleistämään saatuja tuloksia koko kenttää kuvaavaksi totuudeksi näkemysten yksilöllisyyden ja haastateltavien pienen määrän vuoksi.

Ihmisten käsitysten ollessa tutkimuksen kohteena on erityisen tärkeää huomioida eettiset periaatteet, joiden tarkoituksena on suojella tutkittavia. Itsemääräämisoikeuden, vahingonteon välttämisen sekä yksityisyyden ja tietosuojan huomioiminen tutkimuksissa tukee haastateltavan oikeuksia. (Kuula 2006, 60–64; Kuula 2015.) Haastateltavat saivat päättää vapaaehtoisesti osallistumisestaan tutkimukseeni. Haastattelupyynnöt lähetettiin sähköpostitse sekä WhatsApp-viestien kautta ja niissä tuotiin esille selkeästi haastattelujen aihe, käyttötarkoitus sekä se, että haastattelut ja litteroinnit poistetaan pro gradu -tutkielman valmistuttua. Pyynnöissä tuotiin esiin myös anonymiteetin turvaaminen koko tutkimusprosessin ajan ja sen jälkeen. Tutkittavien yksityisyyttä ovat suojanneet haastattelujen toteuttaminen suojaississa, yksityisyyttä varjelevissa tai haastateltavan toiveen mukaisissa olosuhteissa riippumatta siitä toteutuiko haastattelu kasvokkain, videopuheluna tai äänipuheluna. Anonymiteettiä tukee se, että haastattelut sijoituivat eri puolille Suomea ja se, että jätin tutkimuksesta pois haastatteluissa esiintyneet huomiot, joiden perusteella tutkittavien henkilöllisyys voitaisiin päätellä. Yksityisyyttä ja tietosuojaa huomioimalla sekä itsemääräämisoikeutta kunnioittamalla tutkimuksessani on huomioitu vahingonteon välttämisen haastateltaville.

Kuten olen tuonut esille, haastateltavien aidon kokemuksen välittäminen on tärkeää fenomenologishermeneuttisessa tutkimuksessa (esim. Laine 2018). Tämän vuoksi lisäsin tutkimukseni luotettavuutta kehittämällä ymmärrystäni tutkimusaiheesta käyttämällä lähteitä monipuolisesti sivuuttamatta niitä lähteitä, jotka ovat ristiriidassa saamieni tulosten tai teoreettisen viitekehäkseni kanssa. Näin tehden pyrin rehellisyyteen ja objektiivisuuteen sekä eri näkökulmia yhdistävään lähteiden triangulaatioon, jolla voidaan Tuomen ja Sarajärven (2018) mukaan lisätä tutkimuksen luotettavuutta laadullisessa tutkimuksessa. Tieteellisen tutkimuksen kentän laajuuden vuoksi ei ole mahdollista hyödyntää kaikkia tarjolla olevia lähdeaineistoja, ja tutkija joutuu tekemään valintoja sekä

rajauksia väistämättä. Tutkimuksen selkeyttämisen ja jäsentämisen vuoksi tein rajauksia ja päätöksiä siitä, mitä lähdeainestoa hyödynnän tutkimuksessani. Tutkimuksen johdonmukainen jäsentäminen tukee tutkimuksen päämäärän saavuttamista ja selkeät rajaukset lisäävät siten luotettavuutta (Kiviniemi 2018, 56). Lähteiden merkitsemisellä tutkija osoittaa myös kunnioitusta ja huomiota alalla aikaisemmin tehtyihin julkaisuihin tuoden rehellisesti esiin, mitkä huomiot ovat hänen omiaan ja erottelee ne lähteistään. Hyödynsin tutkielmaa tehdessäni mahdollisimman tarkasti alkuperäisiä lähteitä, mutta joissain tilanteissa tämä ei kuitenkaan ollut mahdollista alkuperäisten lähdeaineistojen haastavan saatavuuden vuoksi. Näissä tilanteissa olen tuonut asian esille ja tutkielmani viittaustavoista käy ilmi, jos käytän toisen käden lähteitä.

Niin kuin missä tahansa työssä, myös tutkimuksen tekemisessä kokemuksesta on hyötyä. Minulla oli vain vähän kokemusta tutkimuksen tekemisestä ja tutkimaani ilmiöön olennaisesti liittyvästä matematiikan opettamisesta alakoulussa, koska matematiikan opettamisen kokemukseni painottuvat varhaiskasvatukseen ja esiopetukseen. Aikaisempi kokemus tutkimuksen tekemisestä olisi auttanut ennakoimaan tulevia työvaiheita ja välttämään virheitä, joilla voi olla vaikutuksia tutkimustuloksiin. Laadullisessa tutkimuksessa jokainen tutkimus on yksilöllinen ja jokainen tutkimus voidaan nähdä kehittyvänä oppimistapahumana riippumatta siitä, onko tutkijalla kokemusta tutkimuksen tekemisestä vai ei (Kiviniemi 2018, 73). Aikaisempi kokemus tutkimuksen tekemisestä ei olisikaan taannut pätevyyttä juuri tämän tutkimuksen tekemisessä.

6 OPPILAAN YMMÄRTÄMISEN TUKEMINEN MATEMATIIKAN TEHTÄVÄNANTOJEN TA- VOITTEENA

Tutkimuksen tulososa jakautuu kahteen erilliseen lukuun, jotka kuvaavat tutkimuksen päämerkityskokonaisuuksia. Nostan esille päämerkityskokonaisuuksien kautta opettajien haastatteluista ilmeneviä merkityskokonaisuuksia hyvistä tehtävänannoista. Tässä luvussa tuon ilmi opettajien puheenvuoroista esille nousevia päämääriä, joita matematiikan hyvillä tehtävänannoilla on. Opettajien kokemukset hyvistä tehtävänannoista tiivistyivät neljään merkityskokonaisuuteen, jotka ovat tehtävänannon päämääränä aito ymmärrys ja erilaisten oppilaiden ymmärryksen tukeminen sekä motivaatio matematiikan tehtävänantojen taustalla ja oppimisen ilmapiiri. Käsittelen edellä mainituista merkityskokonaisuuksista kahta ensimmäistä luvussa 6 ja kahta seuraavaa merkityskokonaisuutta luvussa 7. Tarkastelen molempia tutkimuskysymyksiä läpi koko tulososan, koska toisen tutkimustehtävän on tarkoitus täydentää hyvän tehtävänannon ominaisuuksia. Toisen tutkimuskysymyksen avulla tuon painotetusti esille sitä, miten eriyttäminen voidaan huomioida hyvissä tehtävänannoissa keräämäni haastatteluaineiston perusteella.

6.1 Tehtävänannon päämääränä aito ymmärrys

Opettajien esiin tuomien näkemysten merkityksissä korostui se, että hyvän matematiikan tehtävänannon keskeisin päämäärä on saattaa oppilas ymmärtämään oppimisen tavoitteita ja sisältöjä. Myös Tuohilampi ja Hannula (2013, 248) painottavat perusopetuksen matematiikan opetuksen pitkäjäsenarvioinnin perusteella ymmärtävän opetuksen merkitystä alakoulussa. Kuvaan tässä kappaleessa tehtävänannon päämäärän aidon ymmärtämisen merkityskokonaisuutta kolmen opettajien esille tuoman teeman kautta. Esille nousseet teemat ovat tehtävänan-

tojen etenemisen tapa, ajattelua tukevien tehtävänantojen elementit sekä oivalta-
maan johdattaminen. Keskeisenä ydinajatuksena kaikkien tutkimukseen osallis-
tuneiden opettajien kuvaamissa hyvissä tehtävänannoissa oli se, että matemati-
kan tuntien tehtävänannot palvelevat suurinta tarkoitusta, matemaattisten taito-
jen ja ajattelun kehitystä.

*Ei opi suorittamaan sitä mekaanista ritirampsua, vaan oppii jotain siitä kä-
sitteestä, ymmärtämään. (opettaja 4)*

Opettajat toivat usein esille sen, että matematiikan oppiminen on luonteeltaan
kumuloituvaa ja kokonaisvaltaista. Siihen nähtiin vaikuttavan oppilaan taustate-
kijät jo ennen koulun aloittamista. Heidän kertomastaan ilmeni ajatus siitä, että
oppilaiden tämänhetkisiä taitoja huomioimalla opettajat muodostavat käsityk-
sen siitä, voidaanko opetuksessa siirtyä seuraavaan vaiheeseen ja haastavampiin
tehtävänantoihin. Opetuksen eteneminen perustuu opettajien mukaan siihen,
mille tasolle oppilaiden ajattelu on kehittynyt tällä hetkellä.

*Ja nimenomaan pienten lasten niinkö ne esimatemaattiset taidot. Että ne pi-
täs saaha tietylle tasolle ennenkö lähetään koulutielle ja niitä on yllättävän
paljon niitä esimatemaattisia taitoja. (opettaja 2)*

*No ihan se perusjuttu, että jos ei oo niitä entisiä oppinu, niin ei kovin järke-
vää porhaltaa vaan eteenpäin. (opettaja 5)*

Osa opettajista huomautti, että oppilaiden ymmärrystä tukee tehtävänantojen to-
teuttaminen laajoina kokonaisuuksina. Tarkoituksena on yhdistää esimerkiksi
matematiikan oppikirjoissa usein toisistaan eroteltavat osa-alueet ja muodostaa
niistä eheä yleisvaikutelma. Tällöin oppilaan on helpompi ymmärtää yhteyksiä
oppimiensa asioiden välillä.

*Mä oon myöskin tehny niin, että mä oon niputtanut tosi paljon asioita. Että
että ottanu isompia kokonaisuuksia kerralla. Vaikka niistä murtoluvuista,
että kun se käsite on opeteltu kunnolla. Vaikka ilman kirjaa, niin sitten on
kyllä ihan yhtä helppoa laskea niitä yhteen kun vähentää. Et saatan opettaa
niinkun tavallaan välineiden avulla kolmen neljän aukeaman asiat. (opettaja
4)*

Hihnalalan (2011, 91) mukaan esteenä haastavampiin matematiikan tehtäviin siirtymisessä on usein luokanopettajien puutteellinen tietämys siitä, että oppilaiden ajattelu kehittyy konkretiasta abstraktioon. Opettajien puheenvuoroissa huomiointiin kuitenkin kehityspsykologinen näkökulma ja he pitivät hyvän tehtävänannon ominaispiirteenä tehtävänantojen etenemistä vaiheittain helpommasta vaikeaan. Heidän mukaansa oppimisen kohteena olevaa matematiikan osa-aluetta tulee havainnollistaa oppilaille. Suurin osa haastateltavista korosti erityisesti sitä, että havainnollistamisen pitää tapahtua konkretian ja toiminnallisten välineiden avulla.

Murtoluvut esimerkiks oli nyt et tota kolmosilla alotettiin niitä, niin ihan murtokakut otettiin ja rakennettiin niistä kokonaisia ja sitte tutkittiin, että monestako osasta tämä kokonainen koostuu ja sitte koottiin niitä. Ja sitte ensin, ko koottiin niitä kokonaisia, niin katottiin osoittajia ja nimittäjiä ja että ja huomattiin, että mitä niinku voisitte sanoo, kun katotte noita numeroita tuolla taululla ja sitte, että ne on samoja. Joo. No mitä voisitte päätellä vaikka, että jos ois viistoista viiostoistaosaa, ni. Ni sitte, että se ois kans tämänmönen [kokonainen], et se ois vaan jaettu viiteentoista osaan. Sit me menttiin, että puolikkaat, että mitäs eroa siinä on sitte, ku on osoittaja ja nimittäjä? Että huomaatteko. -- Ja sitte yks huomaa, että joo, että se on aina puolet siitä [nimittäjästä], et niinku se ylempi numero siitä alemmasta ja sitte käytiin ne nimitykset, että osoittaja ja nimittäjä. (opettaja 1)

Erityisen tärkeänä opettajat pitivät konkretiaa ja havainnollistamista uuden jakson alkaessa. Uuden aiheen alkuorientaatiossa havainnollistamisen avulla pyrittiin tukemaan oppilaiden ymmärtämistä. Tällainen lähestymistapa on perusteltavissa, koska näin voidaan varmistaa, että oppilaat saavat tukevan perustan oppia lisää uudesta aiheesta. Lisäksi konkreettisten välineiden käyttäminen uuden aiheen kohdalla on perusteltua myös siksi, että se voi motivoida oppilaita työkentelyyn, jolloin oppiminen tapahtuu parhaimmillaan lähes huomaamattomasti. Tuon esille motivaatioon liittyviä ulottuvuuksia tarkemmin seuraavassa pääluvussa, mutta on tärkeää huomata, että motivaatiolla ja ymmärtämisellä on merkittävä yhteys.

No määhä käytän hirmu paljon niin, että, kun käsitettä alotetaan, sillen, kun se jakso alkaa, niin sillen pyritään tekemään konkreettisilla välineillä. (opettaja 4)

-- Just näihin murtolukuihin liittyen. Niin, että mä toin sinne kakun sinne luokkaan ja sitte tota mä sanoin, että okei meitä on kuustoista oppilasta, että miten me voidaan jakaa tää kakku tasan meille kaikille. Ja sit me lähettiin niinku siitä miettimään yhdessä ryhmän kanssa, et mitä sille vois tehdä nyt sille kakulle, että siitä sais kaikki samankokosen osan ja sit me tietysti jaettiin se kakku ja ja syötiin se kakku. Mut et se oli ehkä tämmönen esimerkki just tästä, että millä tavalla se just on hyvä tuoda konkretian kautta ja ja sit siinä tehtiin selväksi, että okei tää on nyt yks kuudestoista osa, minkä jokainen sai ja tää yks kokonainen kakku oli kuustoista kuudestoista osaa ja niinkun mä luulen, että siellä moni sai sen ymmärryksen, että mitä ne murtoluvut oikeesti niinkun tarkoittaa ennen, kun me lähettiin niitä mitenkään niinkun laskemaan tai ratkomaan sen tarkemmin. (opettaja 3)

Opettajat toivat esiin oppikirjoille tyypillisen etenemistavan, jossa uuden aiheen aloittamisessa lähdetään liikkeelle mekaanisista ja toistavista laskuista. Osa opettajista suhtautui asiaan neutraalisti, mutta oppikirjojen etenemistapa mekaanisesta kertaamisesta toimintatuntiin sai osakseen myös kritiikkiä. Oppikirjatyöskentelyssä korostuu ajattelun ikoninen ja symbolinen taso, joten kirjan mekaanisten laskujen laskeminen ei tue niiden oppilaiden ymmärrystä, joiden ajattelun kehitys on toiminnallisella tasolla. Kehityopsykologia tukee kritiikkiä antaneen opettajan näkemystä, koska opetuksen eteneminen konkretiasta mekaaniseen suorittamiseen tukee ymmärryksen syvenemistä.

Karsastan sitä niinku oppikirjojen tapaa, että ensin tehään niitä tämmösiä mekaanisia apinaliikkeitä eri tavoilla ja sitte on se lopussa se toimintatunti, joka yleensä on sit tämmönen kertaava. Mä oon sitä mieltä, että toiminta ensin ja mekaaninen harjottelu sitte ja sitte yhteenveto ja kertaus. (Opettaja 4)

Opettajat huomioivat kertomassaan matematiikan abstraktin luonteen. He huomioivat sen, että tehtävänantojen on edettävä niin, että toiminnallisten välineiden käyttämisestä siirrytään abstraktiin matematiikkaan. Lisäksi välineiden määrän käyttö vähenee oppilaiden ajattelun kehityksen myötä.

-- Sitte totta kai on hyvä, että jossain vaihees luovutaan siitä, et nyt ei ookkaa kuvii, et se [oppilas] oppii sitä ihan abstraktiaki matikkaa. (opettaja 6)

Et totta kai välineiden määrä on vähentynyt kolmannella luokalla huomattavasti verrattuna ekan ja tokaluokan välineisiin. (opettaja 2)

Opettajat korostivat konkreettisten välineiden merkityksellisyyttä erityisesti uuden oppimiskokonaisuuden alkaessa. Haastatteluissa ilmeni myös se, että välineiden käyttöön on tärkeää palata jatkossa, vaikka opetus olisi edennyt välillä jo abstraktille tasolle. Välineiden säännöllinen käyttäminen ja niiden käyttämiseen palaaminen toimii muistutuksena abstraktin matematiikan yhteydestä käytäntöön. Lisäksi välineiden käyttämiseen palaamisella osa opettajista katsoi voitavansa varmistaa, että oppilas ymmärtää abstraktilla tasolla käsiteltävää asiaa.

Ja sitten taas jossakin välissä aina uudestaan ne välineet, koska aina – ikinä ei kaikki pääse niinku sillä ekalla kerralla vaikka niihin välineitten avulla mukkaan, niin tulee sitten toinen mahdollisuus. (Opettaja 4)

Opettajien puheenvuoroissa ajattelua tukevana työtapoina nousi esiin konkreettisten työtapojen lisäksi monipuoliset työskentelymuodot, opittavan asian merkityksellisyys sekä kielentäminen ja keskusteleminen. Kaikki opettajat toivat esiin toimintavälineiden havainnollistavan hyödyn ja sen, että oppilas ymmärtää oppimisen kohteena olevan asian käytännössä. Opettajat yhtä lukuun ottamatta korostivat konkreettisten välineiden runsaan käyttämisen hyötyjä oppimisen tukena. Niiden hyödyntäminen käytännön kouluarjessa vaatii sitä, että luokasta löytyy tarvittavat materiaalit, jotka on helppo ottaa käyttöön tarvittaessa. Opettajat pitivät tärkeänä, että välineet ovat käytössä kaikilla oppilailla, vaikka konkreettisten välineiden edut tulivat esille eniten uuden jakson alussa ja oppilaiden haasteiden tukemisen yhteydessä.

Must se on tärkeet, et siel [tehtävännannoissa] on semmosii konkreettisii juttui tosi paljon. (Opettaja 5)

Ja se on muuten yks asia siellä tunnilla, että ne on todellaki kaikilla ne oppimisvälineet. (opettaja 2)

Täytyy olla niinku tarjolla aina mun mielestä mahdollisuuksia niinku jokaisella oppilaalle ja toki opettajalla siihen, et hän pystyy tekemään näkyväksi niitä tehtäviä, jollon siellä on tärkeetä niinku mun mielestä, että on niinku helposti saatavilla erilaisia myös tämmösiä matemaattisia välineitä, et he voi tehdä konkreettisen siitä tehtävästä itse. (opettaja 3)

Konkreettisten välineiden käyttäminen tehtävänantojen yhteydessä tarjoaa mahdollisuuden antaa oikea-aikaista tukea oppilaalle. Havainnollistavien välineiden tutkimisen avulla oppimisen kohteena oleva asia näyttäytyy kokonaisvaltaisesti. Tällöin opettajat kokivat, että tehtävänanto voi tukea oppilaita kasvattamaan ymmärrystä asiasta ja oppimaan lähes ohimennen sellaisiakin asioita, jotka eivät olleet tehtävänannon pääasiallisena tavoitteena.

*Mutta noitten toimintavälineitten kautta pystyy kyllä hyvin niinku taval-
laan sitte viii sitä asiaa niinku pidemmällekin, jos kun ne ite hoksa, että
aa se tulikin näin ja.. Niinku meillä yhtäkkiä tuli laventaminen ja supista-
minenki sitte siinä niitten murtokakkujen avulla, ku ruvettiin tutkimaan.
Vaikka se nyt ei vielä kuulunutkaan siihen. (opettaja 1)*

Yksi opettajista toi esiin toiminnallisten työskentelytapojen hyvien puolien lisäksi niiden haasteita. Matematiikan abstraktin luonne hankaloittaa tiettyjen asioiden opettamista konkreettisen havainnollistamisen avulla. Ylipäätään opettajien näkemysten mukaan toiminnalliset työtavat soveltuvat käytettäviksi laajemmin pienempien oppilaiden kanssa. Tätä ajatusta tukee se, että matemaattisten taitojen kehityksen edellytyksenä on siirtyä myös haastavampiin abstrakteihin tehtävänantoihin. Abstraktin matematiikan ymmärtämisen ehtona on se, että oppilas omaa siihen tarvittavat ja riittävät matemaattiset valmiudet, joiden kehittämisen tukena on hyvä käyttää toiminnallisia työtapoja.

*Niin mun mielestä on tiettyi asioita matikassa, minkä opettaminen vaik toiminnallisesti ja leikkien avulla on tosi hankalaa. Varsinkin, kun mennään
ees alakoulun myöhemmille luokille. Et sit se ajattelu pitää tapahtuu siel
päässä. Mut sanotaan, et ikätasolle sopivii juttui. Et joillekki pienemmille
leikit ja toiminnallisuus ja tämmöset voi olla niinku tosi niinku menestyk-
sekkäitä niinku jossain asioissa, mut sit taas, jos sä alat opettaa toisen asteen
yhtälön ratkasukaavaa jollain pihaleikillä, niin kyl se alkaa menee sit vähän
hankalaks. (opettaja 6)*

Konkretian yksi hyödyistä on se, että sen avulla opetusta voidaan monipuolistaa. Monipuoliset tehtävänannot nähtiin opetuksessa myös motivaatiotekijänä, jota kuvaan tarkemmin seuraavassa luvussa. Tässä yhteydessä keskityn monipuolisuuden tuomiin hyötyihin ajattelua tukevana tehtävänannon tapana. Haastattelut kokivat erilaisten ja vaihtelevien tehtävänantojen käyttämisen etuna sen,

että niiden avulla voidaan huomioida erilaisia oppijoita, jotka hyötyvät erilaisista asioista. Oppilaiden ymmärrystä pyrittiin tukemaan hyödyntämällä opetuksessa eri aistikanavia multimodaalisesti.

Sitte siinä pitää ottaa huomioon monenlaiset oppijat. Eli niinku se opettaminen on hyvä miettiä niin, et se tulis niinku näön kautta ja kuulon kautta ja ehkä mahdollisesti myös ihan konk- niinku tuntemisen kautta ja myös konkreettisesti. Eli ois niinku monipuolisesti sitä opetusta. (opettaja 1)

POPS (2014, 30) velvoittaa opetuksen monipuolista toteuttamisen tapaa, jonka tarkoituksena on tukea sekä koko luokan että oppilaiden yksilöllistä oppimista. Opettajat toivat esiin kattavan kirjon käyttämistään monipuolisista menetelmistä, joiden tarkoituksena oli tukea oppilaita ymmärtämään matematiikkaa monipuolisemmin.

Sanallisissa tehtävissä noin niinko muuten, niin sitä keskustelua, sitä piirtämistä, mallintamista jollakin lailla käytetään. (opettaja 2)

Sitten myöskin aika paljon, mikä on mulle sellanen helppo tapa niinku tällaiset pelilliset tavot tuoda asioita, että voi tehdä lautapelin tai muistipelityyppisesti opiskella asioita. Niin niitä myöskin aika paljon käytän niinkun tehtävänannoissa. (opettaja 3)

Opettajien ammattitaitoa ilmensi heidän käyttämiensä monipuolisten toimintatapojen valitseminen opetusryhmälle sopivaksi. Tilanteiden lukemisen sekä oppilaiden ja luokkien tuntemisen avulla opettajat pystyivät valitsemaan menetelmien listaltaan tehtävänantoon sopivan työskentelymuodon, jonka tarkoituksena oli tukea oppilaiden ymmärrystä.

Kyllä mä nään hyöjänä sen yhdessä tekemisen, mutta just nyt tulin sellasesta luokasta, että että tuota ihan kertakaikkiaan pakotin vaan, että nyt jokainen tekee hiljasta työtä koko aukeaman, koska siellä tiedän, että niinku tunnen luokan, että ne niinku kopioi toisiltansa, kun ne tietää, että kuka osaa hyvin ja.. -- Mutta se riippuu siitä luokasta. Mutta kyllä mä muuten sitä yhdessä pohtimista varsinkin niinku tämmösissä ongelmatehtävissä tai tämmösissä tehtävissä tykkään, että kielennetään toiselle ja ja muutenkin siitä vertaisneuvomisesta sillon, jos mä tunnen porukan. (opettaja 4)

Suomalaisessa koulujärjestelmässä perinteisesti suositut oppikirjat jakoivat opettajien mielipiteitä jonkin verran. Yksi opettajista kehui erityisesti kirjojen tehtäviä

vedoten siihen, että ne ovat paremmin suunniteltuja verraten siihen, mitä hän itse osaisi suunnitella. Väitteelle voidaan hakea tukea Şandirin (2016, 2107–2011) tutkimuksesta, jonka mukaan opettajaksi opiskelevien kyvyt suunnitella oppilailla toiminnallisia tehtäviä, ovat epävakait. Valtaosa haastateltavista näki oppikirjojen hyödyn toiminnallisuutta täydentävänä lisänä opetuksessa.

Tällä hetkellä, jos mietitään matikankirjoja ja matikan digitehtäviä, matikan opettajan opettajanoppaita, matikan digiopetusmateriaaleja. Niin se on ykkösaine. Siihen on parhaat materiaalit. Paremmat materiaalit kuin mihinkään muuhun aineeseen. Ja ja tota täl hetkel mul on oppilaiden kanssa käytössä tää mist mä oon puhunu – Tuhattaituri – käytössä. Mummeest se on todella hyvä kirja, mä oon todella tyytyväinen siihen ja siin on hyviä tehtäviä. Jos.. mä veikkaa, jos mä suunnittelisin ite tehtäviä, niin ne ois paljon huonompia mitä siin. (opettaja 6)

Et se on vaan sit ehkä niinku lisänä se oppikirja siinä. (opettaja 3)

Pehkosen ja Rossin (2018, 22) mukaan oppilaan ymmärtämisen tukemisessa on tärkeää huomioida se, että opetuksessa huomioidaan oppilaan arkinen kokemusmaailma. Oppikirjojen ennalta suunniteltu ja kaavamainen etenemistapa ei yhdisty helposti oppilaiden kokemusmaailmaan (Perkkilä, Joutsenlahti & Sarenius 2018, 346). Opettajat pitivät tärkeänä tehtävänantojen merkityksellisyyttä oppilaalle. Jokainen matematiikkaa opettanut tai matematiikan tunneilla ollut lienee kuullut kysymyksen: ”Mitä hyötyä tämän oppimisesta on?” Yhteys käytäntöön tuo matematiikkaan merkityksellisyyttä. Oppilaan ymmärtäessä tehtävänannon tarkoituksen, hän ei joudu tekemään ajattelutyötä abstraktilla ajattelun tasolla.

Esimerkkinä me kateltiin -- autojen hintoja. Sitte heil oli eri määrät rahoja, et riittäskö nää rahat siihen autoon, mikä heit kiinnostas ja kuin paljon puuttuu ja vertailtiin niit autojen hintoja ja tämmösi. (opettaja 5)

-- Motivoi niinku rupeemaan siihen ja ja sit niinku se jotenki niinku se ajatus siitä, että ai niin, että tää on ihan oikeeta. Että tämmösen tavaran hinta voi laskea ja sit onks se joku.. Tuntuu, et laskiessa se hinta voi vaikka niinku nousta, vaikka se ois alennusprosentti ja se ei häirihe ketään. --Mut sit, ku heil on se tavara ja ne näkee siinä sen hinnan, niin sitte heijän ajatuskello soi, jos se alennettu hinta onkin korkeampi. -- (opettaja 4)

Kerta siinä arkitodellisuudessa juuri se, että että kun monet lapsethan on tavallaan niinku, ku on ollu laskeminen vaikeaa - esimerkiksi sataset ja tämmöset näi – niin rahan kautta on monet lapset ymmärtäneet, miten miten se raha menee. Ja muuten tämä minun oppilas, joka jolla oli niinkö aika laaja-alaisia, monenlaisiakin vaikeuksia siinä elämässä, niin raha on se, joka nap-pasee ja heti tietää, mistä on kysymys. (opettaja 2)

Tehtävänantojen yhteydessä tapahtuva kielentäminen nähtiin tärkeäksi ajattelua tukevaksi työskentelymuodoksi. Eniten opettajat toivat esille näkemyksen siitä, että oppilaiden on tärkeää kielentää tehtävänantoja ja ratkaisuprosessejaan luonnollisen kielen avulla. Opettajat suosivat luonnollisella kielellä kielentämistä lähinnä keskustelun muodossa oppilastovereiden kanssa tai opettajan kanssa käydyn keskustelun avulla.

-- Mun mielestä matematiikka on semmonen aine, missä mä kannustanki ryhmässä ratkomaan ja pareittain ratkomaan niit tehtäviä. Koska parhaiten lapset myös oppii toinen toisiltaan. (opettaja 3)

Ja sitte taas, kun me tehdään kirjaa, se on yheksänkyt prosenttisesti niin – tai enempi – että mulla on kirja dokkarilla.. alla.. ja heillä oma, jollonka koko ajan keskustellaan niistä tehtävistä. (opettaja 2)

Kielentämisen tarkoituksena oli usein pyytää oppilasta selventämään käyttämäänsä ratkaisuprosesseja jälkikäteen tai ohjata oppilaita keskustelemaan niistä keskenään. Opettajat toivat myös esiin matemaattisten kielten toisiaan täydentävän ominaisuuden ja niitä käytettiin saman asian opiskelussa monipuolisesti. Kielentämistä ei pidetty kuitenkaan itsestään selvänä työtapana, jonka käyttäminen olisi oppilaille automaattisesti helppoa, vaan opettajat toivat esiin, että sen käyttäminen vaatii runsaasti harjoitusta.

Ja mun mielestä se keskusteleminen on siinä niinku semmonen avainjuttu, mitä ei siellä omassa niinku opetuksessa ei välttämättä ollu, että. Että justiin jos on joku semmonen tehtävä nii niinni tota voi olla niitä monenlaisia ratkaisuja siihen ja sitte ettei se oo niinku oppilas heti aattele, että mun on väärin tai mä en oo ihan tehny tolla lailla, että monesti, ku käyään niitä vastauksia vaikka kotitehtävistäki niitä vastauksia, nii nii mä oon sanonu, että älkää heti pyyhkikö pois, että katotaan, että voisko se olla niin, miten ootte.. ootta ratkaissu sen et. Matematiikan kieli on aika tärke siinä tunneilla. (opettaja 1)

Murtolukujaksossa murtolukukakuilla ennen, ku ollenkaan mennään sinne kirjaan, niin saatetaan tehdä pari tuntia murtokakuilla. Voi olla, että ei tehdä symbolista esitystä ollenkaan. -- Tai jotain prosenttia. Niin mietitään sataruudun kanssa. Paperin kanssa vaan, että paljonhan siitä paperista ois viiskyt prossaa ja paljo ois kaksytoiis prossaa ja muute. Ja sitte sitte yleensä se matemaattinen kieli siihen mukaan äidinkielen kanssa. (opettaja 4)

Opettajien useissa vastauksissa nousi esiin ajatus siitä, että sen paremmin tehtävänannon kuin opettajankaan ei tule kertoa oppilaille suoraan vastauksia. Tällöin opettajan rooli on kulkea oppilaiden rinnalla tukemassa oppimisprosessia ja johdatella heitä oivaltamaan itse hienovaraisten vihjeiden avulla. Näin oppilaiden omalle ajattelulle jää tilaa ja hän voi kokea myös onnistumisen kokemuksia. Osa opettajista korosti kuitenkin sitä, että ajatteluprosessin lopuksi oppilaiden kanssa on tärkeää käydä läpi keskustellen, mikä käytetyistä strategioista on hyödyllinen, jolloin pystytään välttämään miniteorioiden muodostumista. Oppilaat tarvitsevat työrauhan, riittävästi aikaa ja mahdollisuuden tehdä virheitä ennen kuin hyödyllisiä laskustrategioita aletaan käymään läpi yhdessä.

Mä en oikeesti usko siihen, et pelkällä niinku puheel ja näyttämisellä päästään matikan opetuksessa pitkälle, et pitää olla sitä, että lasketaan ja oppilaan pitää saada se laskurutiini. Et sen pitää tehdä niitä virheitä ja pikkuhiljaa oppii välttämään niitä. (opettaja 6)

-- Ei ole niin, et mää opetan, että lisää nolla perään tai siirrä pilikkua, vaan me otettiin kymmenjärjestelmävälineet ja me kerrottiin sitten se. Mää laitoin taululle kymmenen kertaa kakstoista. Ne teki sen kymmenjärjestelmävälineillä ja sit se sama satakaksikymmentä piti jakaa kymmenellä -- Jollonka he niinkun joutuivat sen satalevyn taas siirtämään kymppisauvoiksi ja ne ykköset ja tuota kympit ja ykkösiksi ja tuota sitte jakaa sen ositusjaolla kymmeneen yhtä suureen osaan, jolla he sai sieltä yhestä osasta sen vastauksen. (opettaja 2)

Yksi opettajista toi esiin oppikirjojen haasteellisuuden oivaltamaan johdattamisessa. Haasteena on se, että kirjat etenevät usein teemoissa, jolloin oppilaan ei tarvitse aktiivisesti ajatella. Tällöin oppilas voi päästä oikeaan ratkaisuun vahingossakin kokeilemalla pyöritellä numeroita.

-- hankala noissa oppikirjoissa, mitä mä oon nähny. Niin se, et ne helposti tarjoo liian, liian valmiita.. Vaikka ne haastavimmatki tehtävät on.. siis sa-

nalliset tehtävät on niin, et niissä on selkee kuitenkin se kaava, millä niitä lähdetään ratkasemaan, koska sen aukeaman teemana on nyt vaikka se Pythagoran lause. Niin tota se on aika selkee oppilaille, et hei nyt mä käytän näissä kaikissa tätä Pythagoran lausetta. Ja sit vaikka siel olis joku sanallinen tehtävä, niin siellä monesti on niinkun ne kolme mittaa, mitä nimenomaan nyt tarvitaan siihen tehtävään, et sit kaikkia kaikkia niinku mitä siinä annetaan niinku valmiina, niin niit pitää myös käyttää niitä annettuja numeroita, et se tehtävä pystytään ratkasemaan -- Ja eihän tuolla oikeesti, kun he menevät tuonne maailmalle, niin sanota, et nyt käytä tätä Pythagoran lausetta ja nyt täs on nää mitat ja sit niinku ratkase. Niin se ei niinku palvele semmoset tehtävät niin kovinkaan monet, mitä niinku oppikirjoissa on. Vaan pitäis enemmän olla semmosta öö.. Mistä ois, et se olis semmonen tilanne, mikä heillä on kuvattu, jossa on paljon. Heidän pitää niinku oikeesti poimia ne tarvittavat tiedot. Et siellä saattaa olla kellonaikoja, siellä saattaa olla tota rahasta kyse ja siellä saattaa olla henkilömääriä. Ja heidän pitää oikeesti lähteä pohtimaan siinä tilanteessa, että et mitä tietoja mä tarviin ja mitä niinku kysytään. (opettaja 3)

Opettajien esille tuomista merkityksistä välittyi se, että he olivat hyvin yksimielisiä siitä, että tehtävänantojen päämääränä tulee olla oppilaan ymmärryksen tukeminen. Heidän käsityksensä ymmärrystä tukevista tehtävänannoista oli pääosin yhdenmukainen, mutta näkemyserojakin löytyi, kuten kävi ilmi siitä, että opettajat näkivät kirjojen tarjoaman hyödyn eri tavoin. Tutkimukset tukevat tiettyjä hyvän tehtävänantojen elementtejä vankemmin kuin toisia. Siitä huolimatta hyvä matematiikan opettaja voi olla monella eri tavalla (Krzywacki & Portaan-korva-Koivisto 2018, 278). Opettajien käyttämät menetelmät ja niiden toimivuus riippuvat tilanteista, joissa niitä käytetään sekä opettajista ja oppilaista, jotka niitä käyttävät.

6.2 Erilaisten oppilaiden ymmärtämisen tukeminen

Opettajat huomioivat haastattelupuheenvuoroissaan, että on tärkeää pitää mielessä oppilaiden matemaattisen kehityksen vaiheiden yksilöllisyys. Oppilaita ja heidän erilaisia tarpeitaan ei tue se, että heidän matematiikan opetuksessaan on samanlaiset päämäärät, jos heidän tarpeensa ovat erilaiset. Tämän kappaleen tarkoituksena on kuvata opettajien esille nostamia huomioita, joissa painottuivat näkemykset siitä, mitä pitää ottaa huomioon hyvän tehtävänannon eriyttämi-

sessä. Lähestyn kappaleen otsikkona olevaa merkityskokonaisuutta neljän teeman kautta, jotka ovat tehtävänantojen sopiva haastetaso, eriyttävät tehtävänannot erilaisille oppijoille, tuki ja kannustus sekä muiden haasteiden huomioiminen tehtävänantojen taustalla. Näiden teemojen läpikäymisen tarkoituksena on monipuolistaa kuvaa hyvästä tehtävänannosta.

Tehtävänantojen sopivalla haastavuuden tasolla pyritään huomioimaan oppilaiden yksilölliset taitotasot. Opettajat kertoivat keräävänsä tietoa oppilaiden taitotasosta havainnoimalla luokkaa ja siellä toimivia yksilöitä. Yksi luokan erilaisten oppilaiden havainnoimisen tapa oli käyttää opetuksen tukena vapaasti käytössä olevia konkreettisia toimintavälineitä. Tällöin opettaja pystyy havainnoimaan, miten ja millaisissa tilanteissa kukin oppilas hyödyntää välineitä laskeamisen tukena. Näin opettajat pysyvät selvillä siitä, millaista tukea oppilaat tarvitsevat ja miten hän itse voi vastata oppilaiden tarpeisiin tarjoamalla heille sopivan haastavia tehtävänantoja. Lisäksi opettajat kokivat hyödyllisenä oppimisen tukemisen kannalta sen, että oppilaat auttavat toisiaan. Tämä vaatii opettajalta oppilaiden matemaattisten taitojen tuntemista.

Että sieltähän sitä täytyy lähteä rakentamaan, mikä on sen lapsen oma taitotaso. -- sillai niinko kattoo, että kuka tarvi [toimintavälineitä] vielä ja kuka ei tarvi, niin se lähtee rakentaa sitä ajatusmaailmaa sieltä. (opettaja 2)

Totta kai hei oppimisympäristös yks on, et jos tiedostaa, et on joku hyvä auttajaoppilas ja sit on joku, joka tarvitsee apua ja on valmis ottamaan apua vastaan, niin tämmösihän voi sijoittaa sit vierekkäin. Vaikka siihen pulpettijärjestykseen miettii, et voisko siin joku olla, joka tavallaan auttais siinä siten vieres kans. (opettaja 6)

Keskeinen tarkoitus tehtävän sopivaan haastavuuden tasoon pyrittäessä on se, että sellaiset tehtävät motivoivat. Tuon tätä ulottuvuutta esille tarkemmin motivaatiota käsittelevässä luvussa. Tässä luvussa sopivalla haastavuuden tasosta puhuttaessa viitataan sen hyötyihin ajattelun kehittymisen kannalta. Opettajien mukaan tarjoamalla oppilaille heidän tarvitsemansa haastavuustason tehtäviä, matemaattisten taitojen kehittyminen mahdollistuu. Tehtävien tulee heidän näkemystensä mukaan olla sopivalla, lähikehityksen vyöhykkeen mukaisella etäisyydellä oppilaan tämänhetkisestä osaamisesta. Tällöin tehtävänantojen tason

tulee olla mitoitettu tarkasti niin, että se on hieman liian vaikea suhteessa oppilaan tämänhetkiseen osaamisen tasoon. Liian vaikeat tehtävät suhteessa oppilaan osaamisen tasoon eivät luo otollisia olosuhteita sille, että oppilaat saisivat niistä tarttumapintaa ja pystyisivät kehittymään niiden avulla. Toisaalta opettajat toivat usein esiin näkemyksen siitä, että he rohkaisevat oppilaita tarttumaan myös haastavampiin tehtäviin.

Et oikeesti se on riittävä tavallaan hankala se, et se oppilas oppii jotain siitä asiasta -- Mutta sit se ei saa olla liian hankala, eli sen pitää olla semmonen, et paras olis, et se [oppilas] lopulta pystyy ihan pienenpienellä avustuksella tai täysin itsenäisesti ymmärtää ja selvoittaa sen laskun. Eli se tavallaan vaikeustaso pitäis olla just sopiva niille [oppilaille]. Et ei liian helppo, et se kehittää. Mut sit kuitenkin niin, et lopulta tulee se onnistumisen kokemus siitä, et hei mä sain tän homman tehtyä. (opettaja 6)

Ja osa sit rohkastuu ottamaan niit haastaviaki, vaikei oiskaan varma, että se onnistuu ja sillon mä oon mielestäni onnistunu. (opettaja 5)

Opettajat kokivat eriyttävät tehtävänannot erilaisille oppilaille mahdollisuutena tukea kaikkien luokassa olevien oppilaiden ymmärrystä yksilöllisesti. He mainitsivat eriyttämisen yhdeksi tavaksi sen, että tehtävänantoa voidaan laajentaa niin, että haastetta kaipaavat oppilaat voivat edetä sen kautta abstraktimpaa ajattelua vaativammalle tasolle. Toisaalta tehtävänantoja voidaan tarvittaessa rajata oppilastuntemukseen perustuvan tiedon perusteella myös kotitehtävien osalta, kuten yksi haastateltavista huomauttaa.

Sit totta kai tehtävänannot, et mistä lähdetään niinku, et antaa hankalampii tehtävii niille, joil uskoo, et sujuu ja ja pyytää heitä jo valmiiksi tekemään enemmän. Jos tietää jo valmiiksi, et oppilaal on tosi paljon hankaluuksii niin voidaan tehdä yhteinen sopimus, et sun ei tarvi päästä tota aukeemaa loppuun, et tee tohon saakka, niin ollaan tosi ilosii. (opettaja 6)

No tota, Jos mä aattelen kotiläksyä, niin mäen missään nimessä automaattisesti anna kaikille samaa läksyä. Totta kai on semmosia tilanteita, et kaikki saa saman läksyn, mutta saatan myös määrällisesti sitä.. sitä tuotaniin, että jos nyt kaikille tulis vaikka tehtävät viis ja kuus kaikille, niin joltaki.. mulla on tällä hetkelläki lapsi semmonen, jolta mä kävoisin esimerkiksi siitä viitostehtävästä antamassa puolet ja kutosesta puolet ja yksilöllisesti sitten merkkään, että sää teet kumminki nämä vaa tai sit joskus voi olla, että tää tehtävä on liian vaikea, mä annan tämän sulle, et sää teet tämän tehtävön.

Että ei sillai automaattisesti, että merkatkaa mökki kakskytseittämän. (opettaja 2)

Opettajat pitivät yhtenä lähtökohtana myös tilannetta, jossa oppilaat työskentelevät keskenään erilaisten tehtävänantojen kanssa taitotasojensa mukaan. Tällöin erilaisten materiaalien hyödyntäminen nähtiin hyödyllisenä keinona eriyttää. Opettajat kokivat haastattelukohtaisesti toimivat eriyttämismateriaalit hieman eri tavoin. Osa opettajista piti tehtävänantojen eriyttämisen kannalta hyödyllisenä toiminnallisten välineiden käyttömahdollisuutta ja toisten näkemyksissä korostuivat matematiikan oppikirjojen tehtävien tarjoamat eriyttämismahdollisuudet. Kirjojen ja muihin laskutehtäviin perustuvan eriyttämisen muodoissa haasteena on se, ettei eriyttäminen tarjoa välttämättä matemaattisen ajattelun kehityksen kannalta tärkeää toiminnallista ulottuvuutta. Jos eriyttämistä toteutetaan pelkän mekaanisen laskemisen kautta heikompien oppilaiden kokemukset soveltavista tehtävistä saattavat myös jäädä vähäisiksi.

No mä voin esimerkiks luokitella, että helpot, sit semmoset perus ja tosi haastavat -- helpot on semmosii mekanisii toistavii. Jotain kertotaului tai.. ihan simppeleitä ja haastavissa voi olla, että pitää se ongelmakehitellä ite. (opettaja 5)

Kyllähän tavallaan se varmaan se opetustuokio ja sitte ne toimintavälineet on semmoset, minkä pystyy tavallaan kaikille yhteisesti. Mut sitten siellä pitäis sitten olla sitä eriyttämismateriaalia. Pitäs olla vähän niille, jotka oppii heikommin ja sitte jotka on nopeita, niin niille myös. Että pitäs olla semmonen niinku tavallaan luokkatilassa semmonen alue, mistä ne vois sitte hakee jonku pelin. Tai monisteen tai jonku pulmalelun tai.. Ja sitte taas toisippäin, että jos tuntuu liian vaikeelta, niin sitte ois alaspäin eriyttäviä tehtäviä. (opettaja 1)

Kerroin aikaisemmassa luvussa opettajien haastatteluissa esille nostamasta päämäärästä tukea oppilasta oivaltamaan itse opettajan ja tehtävänannon avustuksella. Tämän näkemyksen haasteena on oivaltamisen mahdollistaminen kaikille oppilaille. Eriyttävien tehtävänantojen taustalla nähtiin myös se, että kaikille oppilaille annetaan mahdollisuus oivaltaa itse. Esimerkiksi tehtävänantojen avoimuuden nähtiin antavan mahdollisuuden siihen, että oppilas voi kokea oivalluksia omalta taitotasoltaan.

-- mä aattelen, että se eriyttäminen menee jotenkin niinku.. Niinku juurikin ehkä silleen, että kysyy hyvin avoimia kysymyksiä, että.. Että mitä meille tulee murtoluvuista mieleen? Mitä meille – mitä siinä osataan jo prosentista? Ja jokuhan sit sanoo niinku jotakin ja silleen kerätään vaikka käsitettä -- Mut, että hyvin sellasella jotenkin avoimella kysymyksellä, että harvoin kysyn, että paljo tästä tulee. (opettaja 4)

Huoli lahjakkaiden oppilaiden erityistarpeiden tukemisesta nousi esiin usean opettajan mietteissä ja kaikki opettajat pitivät tärkeänä lahjakkaiden oppilaiden oppimisen tukemisen huomioimista. Toinen laaja-alaisena erityisopettajana työskentelevistä haastateltavista kertoi antavansa erityisopetusta lahjakkaille oppilaille. Muita lahjakkaiden oppilaiden tyypillisiä tukemisen muotoja olivat oppilasryhmien eriyttäminen taitotasojen mukaan sekä ongelmanratkaisun hyödyntäminen tehtävänannoissa. On kuitenkin tärkeää muistaa, että ongelmanratkaisun hyödyntäminen on tärkeää kaikille oppilaille.

Sitte taas toiseen suuntaan, ku lähetään eriyttämään niin mun mielestä on tota se niinkun se ehkä, joka jää vähemmälle huomiolle helposti ne taitavat oppilaat. Et tulis semmosta haastetta tarpeeksi heille ja niinkun. Ja oikeasti niinkun huomioi sen heidän tasonsa, et mikä on niinkun riittävän riittävän haastava tehtävänanto heille ja voiko olla sit vaikka sellasia tehtäviä, joita pitääkin ratkoa useampi tunti. Et ei ookkaan heti semmonen, että nyt täs viides minuutis tuli se tehtävä ratkastua. Et voiko tarjota vaikka semmosia pohdintatehtäviä, joihin meneekin sitten puoli tuntia tai koko tunti heillä tai jatketaan seuraavalla tunnilla. (Opettaja 3)

No joskus saattaa olla, että ku jos tehdään ryhmässä, niin ope on arponut tiettyt ryhmät -- Jollonka ope voi siinä eriyttää sitä tiettyä ryhmää. Että voi antaa sille sitte niinko haastetta etteenpäi. -- Voi antaa erilaisia, jotka on niinkö vaikeampia.. -- Tai sitte niin, että ne haastaa jollaki pulmilla. -- Saattaa olla aluksi kaikille samat, mutta sitte voi niinkun antaa lisäksi semmoselle nohevalle ryhmälle vähän pulmaa pohittavaksi. (Opettaja 2)

Tuli semmonen viiden, viiden oppilaan porukka [lahjakkaita oppilaita erityisopetukseen], niin me alkutunnista käytiin se päivän aihe, ettei ne tavallaan jää jälkeen siitä muusta ryhmästä, mutta mää poimin sieltä aukeamaltakin ne niinku haastavimmat tehtävät, että ne tavallaan oppi sen aiheen ja teki vähän enempi, et ei ei tarvinnu kaikkia niitä perustehtäviä tehdä. (Opettaja 1)

Oppilaiden haasteiden tukemisessa opettajat näkivät tärkeänä tehtävänantojen etenemisen oppilaalle sopivassa tahdissa konkretiasta abstraktioon. Matematiikassa toiminnallisilla välineillä havainnollistaminen ja niiden käyttämisen mahdollisuus nähtiin olennaisena oppimisen tukena. Huomio on tärkeä, koska haasteet yhdessä matemaattisten taitojen valmiudessa vaikuttavat myös muihin kehityksen osa-alueisiin.

-- Jos heitä ei ois opetettu abstraktien.. abstraktion tien kautta eli omien kokemusten, materiaalin ja vasta sitte sen kirja- ja kynätyöskentelyn kautta, niin he ois puonneet. (Opettaja 2)

-- Sitte se on tosi tärkeä, että on heille mahdollisuus niihin välineisiin ja mielellään sillä lailla sillä tavalla, että se olis mahdollisimman matala kynnyks niihin tarttumiseen. Että sen mä oon huomannu, että että siinä on joku monella vaikeuski siihen, että ottaa ne välineet sieltä esiin. Et onks se sitte kehtaamiskysymys vai vai mikä -- Et totta kai ne selkiyttää ja helpottaa paljo. (Opettaja 3)

Matematiikan opiskeluun vaikuttavat epäsuorasti oppilaan muut haasteet koulunkäynnissä. Opettajat toivat esiin matematiikan oppimiseen vaikuttavina tekijöinä kielelliset ja keskittymiseen liittyvät pulmat. Niiden ei haluttu antaa vaikuttaa matematiikan oppimiseen ja osa opettajista toikin esille, että oppilas saattoi olla jopa lahjakas matematiikassa, mutta muut haasteet häiritsivät hänen suoriutumistaan matematiikan tunnilla. Opettajat pyrkivät mahdollistamaan matematiikan oppimista rauhoittamalla oppimisympäristön ärsykyttä, mahdollistamalla ennakkointia sekä kiinnittämällä huomiota tehtävänantojen kielellisiin ominaisuuksiin.

Et jos tuol on joku, jolla on vaikka tosi hankala kielellinen juttu. Nii, et hän saa siihen apua tai sit se tehtävä ei olis niin sanallinen tehtävä. (Opettaja 3)

Mulla on semmonen homma, että luokan seinällä on tunnin rakenne ja se on aina sama. Siis se, että mennään riviin käytävälle ja jokaisella on oma paikka ja siitä ei tingitä. -- Et kaikki voi niinku ennakoida, et mitä täs tapahtuu. (Opettaja 5)

Tehtävänantojen taustalla opettajat pyrkivät kannattelemaan oppilaiden matemaattista ajattelua tuen ja kannustamisen avulla. Osa opettajista toi esiin monia-

laisen osaamisen hyötyjä matematiikan oppimisen tukena, ja he mainitsivat tu-
kiopetuksen ja koulunkäynninohjaajan tukevan oppilasta. Yksi opettajista toi
myös esiin tärkeän huomion omista koulukokemuksistaan, jossa ilmeni kodin
kannustuksen merkitys oppimisen tukena. Lisäksi opettajan antaman positiivi-
sen palautteen nähtiin vahvistavan oppilaan myönteistä kuvaa matematiikan
tehtävänannoista syntyneistä kokemuksista.

*-- Ei sil oo välii, mis muodos se on, mut se palaute, et hei nyt sä onnistuit,
nyt mä huomasin, et sä teit oikeesti töitä ja sä onnistuit. Mun mielest se tai
mä uskon, et se on se, mikä eniten kantaa. (Opettaja 6)*

*Mutta ne oli ne matikan tunnit mulle semmosia ... Ne oli niinkun.. Ne oli
tietyllä lailla ahdistavia, mutta mul oli aina se kuitenkin se, että mä tiesin,
että kotona mua autetaan. -- Nii se oli niinku mulla semmonen, joka- niinku
mä oon nyt aikuisena aatellu, et se oli se, joka mua kannatteli tänne asti.
(Opettaja 2)*

Jos on avustaja käytössä, niin hän voi tukea oppilasta. (Opettaja 5)

Wongin, Taon ja Konishin (2018, 212) mukaan opetuksessa on tärkeää kiinnittää
huomiota siihen, millä tavalla oppilaille annettu palaute tukee oppimista. On tär-
keää, että jokainen oppilas tulee myös matematiikan tunneilla huomatuksi ja saa
kokea osallisuutta. Oppilaiden yksilöllisten tarpeiden huomioiminen ja kohden-
nettu ja yksilöllinen tuki ja kannustus auttavat oppilasta kehittymään omalla op-
pimisen polullaan.

7 MATEMATIIKAN OPPIMISTA TUKEVA YMPÄRISTÖ

Oppimisympäristöllä on keskeinen vaikutus siihen, miten oppilaan aito ymmärrys kehittyy matematiikassa. Tämän luvun tarkoituksena on kuvata opettajien haastatteluissa esille nostamia ajatuksia tehtävänantojen taustalla olevista oppimisympäristöistä motivaation ja oppimisen ilmapiirin merkityskokonaisuuksien kautta. Taustoitan ja täydennän aikaisemmin esille tuotua kantavaa teemaa oppilaan ymmärryksen tukemisesta. Tässä luvussa kuvaamani merkityskokonaisuuksia ei voida ymmärtää erillisinä edellisen luvun merkityskokonaisuuksista. Tärkeintä on merkityskokonaisuuksien muodostama yleiskuva, jossa kaikki hyvän tehtävänannon elementit kietoutuvat toisiinsa merkityssuhteiden kautta.

7.1 Motivaatio matematiikan tehtävänantojen taustalla

Opettajat näkivät motivaation merkityksen keskeisenä oppimista tukevana tekijänä. He toivat esille sen, että oppilaiden halu ja sisäinen tahto oppia on käänteentekevää aidon ymmärtämisen syntymisen kannalta. Matematiikan tehtävänantojen taustalla olevan motivaation merkityskokonaisuuteen sisältyi opettajien puheenvuoroissa mielekkyyden, opettajan innostavuuden ja sopivan haastetason teemat. Kuvasin haastavuuden sopivan tason merkitystä myös erilaisten oppilaiden merkityksen tukemisen yhteydessä. Tehtävänantojen haastavuuden sopiva taso suhteessa oppilaan matemaattisen kehityksen tasoon nousi kuitenkin varsin merkittäväksi teemaksi myös opettajien motivaatioon liittyvissä puheenvuoroissa, joten sen käsitteleminen on välttämätöntä myös motivaation yhteydessä.

No mummeest se [motivaatio] on kaiken aa ja oo. Et semmoset, ketkä tahtoo oppia, niin nehän oppii vaikka mitä. Että tota.. Ja sitte taas, jos pyrkii tekee kaiken niin, ettei tarvis tehdä mitään ja pyrkii välttelemään sitä, niin on oikeestaan mahdollista, ettei opi yhtään mitään. Et sen oikeesti huomaa, et, kun lapsi on sillai sellasella asenteella, et mä haluan oppia, niin se on ihan

valtava kapasiteetti, mikä sil on mahdollisuudet. Se pystyy niinku monta luokkaa vanhempien asioita omaksumaan oikeesti, jos se vaan tahtoo. Mutta tota tosiaan se on niinku tosi iso vaikutus sillä, et mikä on motivaatiotaso. (opettaja 6)

No mun mielestä se niinku motivointi on se ehkä se tärkein. (opettaja 1)

Opettajat alleviivasivat motivaation keskeistä roolia ja sitä, että sen avulla voidaan tukea myös oppilaan ymmärtämistä. Opettajien kuvaukset osoittivat heidän pyrkivän sekä ulkoisen että sisäisen motivaation aikaansaamiseen tehtävänäntojen avulla. Opettajien motivoimisen tavoista välittyi ulkoisen motivaation tukeminen esimerkiksi siten, että he pyrkivät käyttämään oppilaita innostavia, hauskoja työtapoja, joihin saattoi liittyä myös jonkinlainen palkinto. Samalla opettajat tukivat oppimisen mielekkyyttä. Yksi opettajista muisteli omaa koulu-aikaansa, jolloin hän motivoi itseään ulkoisesti hyvän matematiikan numeron tavoittelussa.

Niin tota mulla oli varmaan niinkö itellä ne korkeimmat odotukset sen matikan suhteen -- Että piti saada hyvää numero. (opettaja 2)

Sit vanhat joulusuklaat syötiin kertotaulubingossa. (opettaja 5)

Positiivinen kannustaminen voi tuoda motivaatioo, se että oppilas onnistuu kokeessa, kun hän on nähny vaivaa, se voi tuoda motivaatioo. (opettaja 6)

Opettajat toivat esiin myös tehtävänäntoja, joiden avulla he ovat pyrkineet tukemaan oppilaiden sisäisen motivaation syntymistä. Tällöin opettajat eivät pyrkineet ainakaan pelkästään houkuttelemaan oppilaita matematiikan pariin ulkoisten houkuttimien avulla. Sen sijaan tehtävänäntojen tavoitteet pyrittiin valitsemaan oppilaille tärkeistä ja mielenkiintoisista aiheista. Tällaisten tehtävänäntojen tunnuspiirteenä on se, että ne synnyttävät oppilaissa tarpeen oppia.

Ja toisaalta samalla myös semmonen innostava, jonka mä koen, että liittyy jotenki myös niinku toisiinsa, että että tota, jos se tuodaan konkreettisesti ja niin, et oppilaat niinku havaitsee, et missä sitä niinkun voi tarvita omassa elämässä, niin ne myös innostuu ne lapset siitä helposti. (opettaja 3)

Opettajat näkivät oppimisen mielekkyyden tärkeänä motivaatiota tukevana asiana. Heidän mukaansa työtapojen valinnalla voi vaikuttaa opetuksen mielekkyyteen. Toiminnalliset ja monipuoliset työtavat nähtiin lisäävän mielekkyyden kokemusta. Mielekkäiden tehtävänantojen nähtiin kannattelevan oppilasta myös silloin, kun käsiteltiin uutta ja haastavaa oppimiskokonaisuutta.

Niin niin, joo. Mutta pystyy yhdistää monenlaisia ja justiin ku pitää sen monipuolisuuden siinä niin se sitte motivoi et eihän se ketään oikeestaan motivoi, että tavallaan että opettaa ja laskekaa. Että siihen ei pääse osallistumaan siihen tuntiin ite. (opettaja 1)

Ja sitte toinen, mitä mä muistan, mitä mun oppilaat kauheesti edelleen niinku muistelee, niin on vaikkapa tota yläasteella niin tällaset oppilaat, jotka tota joiden kanssa vielä siellä tehty, ku oli näitä tilavuuksia piti laskea ja ja tota me tehtiin joku tehtävä, missä oli niinkun mehusta piti laskea, et paljonko saa siit tiivisteestä sit mehua tehtyä. Niin mä toin sitte konkreettisesti mehutiivistettä ja tehtiin sitä mehua. Niin ne muistelee vieläki sitä, että vitsit, et se oli muuten [haastateltavan nimi] hyvä, et voitaisko me taas tehdä sitä mehua. Et sit se jäi jotenki niin heille myös mieleen, kun siinä on ollu konkreettinen elämys ja se on niinkun tuotu heille näkyväksi. (opettaja 3)

Niin tota kaikki lähti leikkiin mukaan, et hyö haluaa ja ja keskusteluun mukaan, että tässä ekatehtävänä on leipoa ne kakut siihen pöydälle ja sitte käydään läpi, että mikähän kakku se punanen kakku on nimeltään ja mitä samaa on kaikissa meidän kakuissa ja mitä eroa on kaikissa meidän leipomon kakuissa on että tota. Ja sitten lopulta tulee asiakas ja sillä on sitte PowerPointilla tilaus, mitä se haluaa. Kaksi viidesosaa limakakkua ja puolikkaan ihanasta suklaakakusta ja voitko koota siihen tarjottimelle sen tilauksen ja kaikki kokoa ja sitte on pankki, josta käydään kattoo hinnastosta hinnat, et mitä mikäkin kakku maksaa ja sen jälkeen paljonko minkäkin kakun osa maksaa. Ja he kokoo siihen ne rahat niistä semmosista pienistä värikieloista. Niin se uppoaa aina kuin häkä, että siitä tykkäävät ihan kamalasti. Ja tavallaan siitä oppiivat niinku murtoluvuista ihan valtavan määrän asiata. (opettaja 4)

Opettajat tekivät tarpeellisen huomion tehtävänantojen eriyttämisen kannalta huomioidessaan mielekkyyden kokemuksen yksilöllisyyden. Monipuolisten tehtävänantojen hyödyntäminen on opettajien kertoman perusteella järkevää myös siksi, että eri työtapoja käyttämällä voidaan tukea erilaisten oppilaiden motivaatiota. Näin voidaan huomioida heidän erilaisia mielenkiinnonkohteitaan.

No mulla on sellanen matikan tarinaviihko. -- Mihin voi ite keksiä tehtäviä ja sit niitä ratkasee ite tai pari, mut se, että sen tehtävään laatijan täytyy tietysti tietää, mitä siitä laskusta tulee. Jotkut innostuu siitä, jotkut ei ollenkaan. (opettaja 5)

Mut sit kuitenkin niin, et lopulta tulee se onnistumisen kokemus siitä, et hei mä sain tän homman tehtyä. Ja paras olis, et se homma olis mielekästä ja se tarkoittaa sitä, et jollekki se mielekkyys voi olla niinku se, että nyt oli tämmöstä leikkimielistä, toiminnallista matikkaa. Mut jollekki se mielekkyys voi olla sit sitä, et on paperii edes ja on joku lasku, mikä tuntuu mielekkäältä, et hei mä haluun ratkasta tän, mä haluun selvittää tän ja sit lopulta tulee se onnistumisen kokemus, et jes mä sain tän tehtyä. (opettaja 6)

Merkityksellisyys ja oppilaiden kokemusmaailman huomioiminen koettiin mielekkyyden kannalta tärkeänä elementtinä. Oppilaiden mielenkiintojen huomioimisen nähtiin innostavan oppilaita ja tukevan heidän ymmärrystään. Tehtävänäntöjen sisältämä elämyksellisyys, huumori ja hauskuus sekä pulmatehtävien tuoma jännitys ja innostava haastavuus lisäävät merkityksellisyyden kokemusta ja oppilaiden osallisuutta opettajien mukaan. Muiden aineiden yhdistäminen matematiikkaan tuli hienoisesti esille yhden opettajan esimerkissä, jossa he olivat luokkansa kanssa toteuttaneet laskusääntöräppejä. Osa opettajista huomautti tunnin aloituksen mielekkyyden olevan tärkeä matematiikan tunnin hyvän tunnelman virittäjä.

Ei mut, ku siin on sopivasti semmosta niinkun kivaa mukana. Esimerkiks öö.. mul oli siel semmonen harkkari. Hän ohjaajaks opiskeli ja mä tiedän, et hän tekee räppejä, niin mä sanoin, et teeppäs matikkaräppejä. No hän teki laskusääntöräppejä ja niistähän innostuttiin. Niin kaikkii tällasii juttuja. (opettaja 5)

Mä muistan, että tosi paljon me laskettiin ihan tällaisia perus- peruslaskuja kaavamaisesti, mutta sit tämmösistä sanallisista tehtävistä mä muistan, että sellaset, missä, missä tota käytettiin niinku vaikka meidän luokkalaisia esimerkkeinä. Ne oli niinku jotenkin kosketti meitä tosi vahvasti. Niin mä muistan siis sellasia, että sinne laitettiin vaikka nimeltä, että nyt [haastateltavan nimi] on viisi markkaa ja tota sitte jollain kaverilla oli jonkin verran ja piti laskee. Niin sellaset on jääny mulla mieleen, koska ne ehkä sit oli semmosia hauskoja jollain tapaa ja sit ne oli tosi konkreettisia tehtäviä. (opettaja 3)

-- Se tunnin aloitus on ainakin hyvä mieltä, että että voisko sen aloittaa vaikka jollain yhteisellä semmosella pähkinällä tai pulmalla. Tai tai sitte monesti semmonen niinku toiminnallinen juttu motivoi siihen. (opettaja 1)

Yksi opettajista oli aluksi kahden vaiheilla pohtiessaan, kumpi tukee paremmin matemaattisten taitojen kehitystä, motivoiva pakohuonepeli vai runsaan laskumäärän harjoittelu. Lopulta hän totesi kuitenkin sen mielekkyyden kannalta tärkeän asian, että pakohuoneen ongelmanratkaisu on motivoiva tehtävänanto. Laskutaidon harjaannuttamisen ohella matematiikan opetuksessa tulee kiinnittää huomiota ymmärtävään opetukseen (Pehkonen & Rossi 2018, 22).

Mut meil oli esimerkiksi tämmönen, ku meil oli vitosluokalla, niin meil tuli ensimmäist kertaa, se oli varmaan vitostuhattaiturin eka jakso on toi yhtälönratkasu ja ekat kerrat tulee x:t mukaan siinä. -- niin meil oli tämmönen niinku pakopeli. Nii siinä yhen lukon avaamiseen tarvittavaan koodiin tarvitsi sit selvittää. Oisko siin ollu sitte sitte tota kaheksan kappaletta semmosia niinkun yhtälön ratkaisu niinku juttuja. Niin kyllähän se totta kai motivoi, kun on joku tommonen ikään ku ton tyyppinen juttu niin ratkaisemaan niitä. Totta kai jos mieltii oppimisen kannalta.. Niin onhan se kaheksan yhtälöön siin pakopelis aika vähän verrattuna siihen, et jos sitä oli pari aukeemaa sit laskenu. Niin et varmaan ne pari aukeemaa opetti enemmän. Mut kyl siin ehkä.. Mä uskon, et siinä taas oli motivaatio oikeesti tosissaan paneutuu siihen. (opettaja 6)

Osa opettajista huomioi, että yksitoikkoisten ja samanlaisina toistuvien mekaanisten laskujen teettäminen oppilailla heikentää mielekkyyden kokemusta. Lähes kaikki opettajat muistelivat omalta kouluajaltaan uuvuttavia kokemuksia oppikirjojen parissa työskentelystä. Etenkin ne haastateltavat, joille matematiikka oli ollut lapsena helppoa, muistelivat oppikirjatyöskentelyä uuvuttavana kokemuksena.

No ei ehkä ollu. Enemmän oli huonoja, että ku oli saanu kaikki tehtävät tehtyä, niin sai jostain vanhasta kirjasta revityt, yksiväriset sivut. (opettaja 4)

Yksi opettajista huomautti, että matematiikan opiskelussa on toisinaan käärittävä hihat ylös ja tehtävä raskaalta tuntuvaa työtä. Hän kertoi omakohtaisen kokemuksen lapsuudestaan, jolloin hän oli kokenut lopulta innostavan onnistumisen tunteen nähtyään ensin vaivaa oppimisensa eteen. Myös Pehkosen ja Rossin (2018, 63) mukaan matemaattisen ajattelun kehittyminen vaatii ahkerointia ja

edistys tapahtuu hitaasti. Matematiikan oppimisessa tunteet ovat tärkeitä ja on syytä muistaa, että aluksi negatiivisina koetut tunteet saattavat koitua lopulta hyödyksi oppilaan sinnikkyuden kehittyessä.

Sit mun äiti pakotti mut tyylä.. laitto ehkä Legot pois tai jotain muuta vastaavaa. Et ennen kuin oot harjotellu nää, nii et saa näitä takas. Ja mää kiukuttelin ja en suosutunu tekee. Mut sit mää harjottelin ne ja tota osasin ne ja mun vanhemmat kyseli multa niitä. Mä olisin halunnu niinku loputtomiin aina, et kysy nyt vielä kerran se neljän kertotaulu. Nii sit tavallaan, et se tuntu niin mukavalta, niinku, kun osas sen. Ja tää on niinku matikassa, et et silloin niinku tavallaan, kun sä osaat jonku, niin sä haluisit mielellään tehdä niitä, mitä sä osaat ja mikä tuntuu hyövältä. Ja niit pitää antaakki tehdä. Aika kauanki pitää antaa tehdä. Mut sit, sit pitää mennä pois siit mukaouusalueelta eli jos se tuntuu aina vaan kivalta ja helpolta ja mukavalt, nii sit todennäkösesti oppimist ei tapahdu. Et pitää mennä vähän sinne, et se tuntu vaikealta ja ehkä vähän ikävältäki. Mut sit tavallaan.. mut ois jotenkin sen toivois, et oppilaatki sais tavallaan semmosen ajatuksen tai sen siitä, et jos joku tuntuu hankalalta ja ikävältä ja vaikeelta, niin sit se on parempi vaan, koska sit tulee myöhemmin se onnistumisen kokemus, kun sen asian oppii -- Et ei pelkkää kivoaa ja helppoo ja hauskaa. Et välillä sit oikeesti sitä raatamista, mikä palkitsee paremmin kuin se, et on semmost tasa-sen hauskaa. (opettaja 6)

Opettajien mukaan tehtävänäntojen sopivaan haastavuuden tasoon vaikuttavat oppilaiden yksilölliset valmiudet, kuten toin esille edellisessä luvussa. Edellisessä luvussa esiin tuotujen eriyttämisen tapojen hyödyntämisen opetuksessa nähtiin tukevan motivaation syntymistä. Opettajat kertoivat saaneensa palautetta oppilaiden motivoitumisen muodossa tarjotessaan oppilaille sopivantasoisia tehtäviä. Schmidt (2011, 28) esittää, että sopiva haastetaso saattaa saada aikaan jopa Flow-tilan, jossa oppiminen tapahtuu lähes huomaamatta ajantajun kadotessa.

-- et ei ei tarvinnu kaikkia niitä perustehtäviä tehdä. Ja sitte me siirryttiin tota niin semmoseen ongelmanratkaisuun, että mul oli sitte semmosia kolikkotehtäviä. Ne pohti lähinnä tämmösiä niinku hahmotustehtäviä ja ja sitte oli tommosta koodustehtävää tehtävä oli toinen, mitä ne pohti siinä. -- Ne ainakin on tykänny, että ne on aina jo heti melkein, ku kellot on soinu, niin ne tulee tänne [luokkaan]. (opettaja 1)

-- Niin hänen kohdallaan nimenomaan matematiikan tehtävät ei missään nimessä oo yhtä paljon kuin esimerkiks muilla, että sillai niinkö yksilöllisesti musta tuntuu, että mä oon pystynyt myös tätä lasta, jolla on monenlaisia

ongelmia, niin kannattelemaan siinä matematiikan opiskelussa, että se niinkun. Mä nään, että hän oppii. Ja musta tuntuu, että hän myös ihan mielellään istuu siellä matikan tunneilla. Tekee aina kaiken. Ei koskaan näytä ilmeillä eikä eleillä, että en halua enkä viitsi. (opettaja 2)

Ja joku sit taas voi olla semmonen, et on se kirja ja apua on näin paljon tehtäviä, et mä en ikinä selviydy. Et heti rajataan, että vaan nämä ja sit hyöä, kun sä oot nämä tehny. Niin tulee sellanen onnistumisen kokemus. (opettaja 5)

Opettajat toivat esiin pätevyyden tunteen merkityksen sopivan haastavien tehtävien tärkeänä ominaisuutena. Tehtävänantoja eriytettiin mahdollistamalla oppilaille huomattavasti ylempien luokkien tehtävien tekemistä. Haastavien tehtävienantojen tekeminen sai oppilaat kokemaan ylpeyden ja pätevyyden tunteita. Osa opettajista kuvasi onnistumisen kokemuksiaan omalta kouluajaltaan, jolloin he olivat itse kokeneet ylpeyttä osaamisestaan.

Aina, kun mä nään, et joku menee, niinku innostuu, niin sit mä aina sanon, että et tää on kyl yläkoulun juttuja ja te ootte nelosella, mut että kokkeillaan, jos joku hoksaa, että tätä ei tartte ymmärtää ja se yleensä innostaa vielä enemmän sitten tiettyjä oppilaita. (opettaja 4)

No mä muistan yhden semmosen tilanteen, mis mä tykkäsin kauheesti kasiluokalta, missä opettaja anto meille ne kuvat.. vai olikohan hän piirtänyt taululle kuvat noista Platonisista kappaleista. Meil oli geometriaa. -- Ja sit hän sano, että meidän pitää koota ne kappaleet niinku ite paperista, et pitää niinku keksiä ite, että miten ne vois taitella yhestä kappaleesta paperista ja sit liimata niinku kokoon. Ja sit mä hoksasin jotenkin niitä tosi hyvin ja mä muistan, että ne oli muille vaikeita. Niin se on jääny mulle tosi vahvasti niinku mieleen onnistumisen kokemuksena. (opettaja 3)

Voidaan ajatella, että tutkimukseen osallistuneet opettajat osoittivat jonkinasteista innostusta matematiikan opettamista kohtaan sen perusteella, että he halusivat osallistua tutkimukseen. Opettajat toivat usein esiin haastatteluissa, että he pitävät matematiikasta ja sen opettamisesta. Kuten toin luvussa 3.1 esille, opettajan asenne heijastuu opetuksessa oppilaisiin (Hannula & Holm 2018, 140–142). Opettajan innostus onkin tärkeää matematiikan oppimisen kannalta, kuten osa opettajista mainitsi haastatteluissaan. Kaikissa haastatteluissa ilmeni vähintään jokin tilanne, jonka avulla opettaja oli saanut oppilaat innostumaan matematiikan tehtävänannoista. Monet haastateltavat toivat myös esiin sen, että heidän

opettamansa oppilaat pitävät matematiikasta. Tähän on voinut myötävaikuttaa opettajan heittäytyminen opetustilanteisiin sekä kannustava ja innostunut asenne matematiikkaa kohtaan.

Se, että mä heittäydyn. Mä itse asiassa kaiken aikaa heittäydyn ja yllätyn aina, et se menee ihan täydestä. Et mä heittäydyn aina ite ihan hölmöks, et mitä tässä voi tehdä? Ja ja niinku tavallaan niinku mä en oo se, jolla on kaikki tieto ja mä täältä sen heitän vaan. Että hyö keksii ja sit yhdessä iloitaan, että hei tämä toimii, että ja sit se, että mä oon siitä innostunu. (opettaja 4)

Niin, kyl niit varmaan ois, kun niit tulee tälleen vaan mieleen, mieleen täs aina niinku pikkuhiljaa. Että, et tota niin. Mun mielestä matikka on niinku tosi ihana aine opettaa ja tosi semmonen niinku öö.. rikas aine opettaa ja siinä on niinku hirveesti mahdollisuuksia, et miten sen voi tehdä, tehdä tota mielekkääksi, että tota joo. (opettaja 3)

Matikan opettaminen on hauskaa ja oppilaat usein tykkää matematiikasta. (opettaja 5)

Opettajien kokemusten mukaan oppilaiden motivoitumisella on valtava vaikutus ymmärtävään oppimiseen. Tätä tukee Brooks ja Shellin (2006, 28) murrosikäisten parissa toteutettu tutkimus, jossa ilmeni, että motivaatio tukee tiedon varastoimista muistiin. Motivoivien tehtävänantojen hyödyntäminen opetuksessa tukee näin muistamista, jolloin muille matematiikan edellyttämille kognitiivisille toiminnoille jää enemmän tilaa.

7.2 Oppimisen ilmapiiri

Matematiikan tehtävänantojen ja niiden päämäärien taustalla vaikuttaa haastatteluissa esille noussut oppimisen ilmapiirin merkityskokonaisuus. Siihen sisältyvät teemat ovat oppimisympäristön turvallisuus, työrauhaan liittyvät näkökulmat sekä oppimaan innostavan luokkahuoneen elementit. Oppimisen ilmapiirin rakentaminen ei opettajan puheenvuoroissa tapahtunut tehtävänannoista käsin. Sen sijaan hyviä tehtävänantoja pystyttiin toteuttamaan paremmin, kun oppimisen ilmapiiri oli suotuisa.

Sit semmonen juttu, että opetustuokio ei tuu onnistumaan, vaikka ois kuinka järkyttävään hyvä opastus, jos niinku oppilaat ei pysty ottaa sitä vastaan. Tää tarkoittaa sitä, et pitäs pystyty luomaan semmonen työrauha ja semmonen oppimistilanne, et ne oppilaat oikeesti keskittyy siihen opetukseen. (opettaja 6)

Turvallisuuden tunteen tukeminen nähtiin matematiikan tehtävänantojen ja oppimistilanteiden kantavana voimana. Luokan ilmapiiristä pyrittiin luomaan sellainen, että se mahdollistaa kaikille oppilaille turvallisuuden tunteen. Tällöin kaikki oppilaat saavat olla luokkahuoneessa omana itsenään. Opettajat kiinnittivät usein huomiota oppilaiden väliseen vuorovaikutukseen ja olivat tarkkoja siitä, ettei luokassa pilkattu toisia esimerkiksi vääristä vastauksista, vaan ne nähtiin luonnollisena osana matematiikkaa. Osa opettajista huomautti, että omana itsenään luokassa olemiseen kuului myös se, että välineiden käyttö on tärkeää tehdä luokkahuoneessa normaaliksi ja itsestään selväksi käytännöksi, jolloin niiden käyttäminen ei tuo oppilaille huonouden tunnetta. Luottamusta herättävää ilmapiiriä luomalla opettajat tukivat oppimisen mielekkyyttä. Erityisesti opettajat korostivat turvallisen ilmapiirin merkityksen tärkeyttä, jotta oppilaat uskaltaisivat kielentää matematiikkaa ja tehdä myös virheitä. Opettajat kertoivat kielentämisen sekä virheiden havainnoinnin tukevan oppilaiden matemaattisen ajattelun kehitystä. Tätä ajatusta tukee myös luvussa 3.2 esitetty tutkimuskirjallisuus.

Toki siihen vaikuttaa niinkun koko sen luokan se ilmapiiri ja se tota se opettajan ja oppilaan välinen niinku suhde, että millanen luottamussuhde siinä on ja muutenkin, millasia kokemuksia siinä on taustalla. -- Ite se luokkatilannekin tai se luokkahuonekin konkreettisesti varmasti vaikuttaa. Mun mielestä kaikkeen oppimiseen vaikuttaa tosi paljon niinkun ne positiiviset ja negatiiviset tunteet, mitä oppilaille on ja ne monesti sidotaan niinkun konkreettisesti luokkatilaan tai tiettyihin henkilöihin, jolloin ne vaikuttaa niinkun jatkossakin, jos siinä on tullu niitä ikäviäkin muistoja tai jos on niinku positiivisia muistoja. (opettaja 3)

Ja toinen asia, mitä mää piän aivan hirveän tärkeenä. En salli ensimmäistä naurahdusta toisilta oppilailta, jos joku vastaa väärin -- Mää puutun tosi tiukasti. -- Tosi tiukasti. Kerta sehän se on kamalaa, ko kaverit nauraa. (opettaja 2)

Ja ylipäättään aika paljon niinku luokassa tai vaikka pienessäki ryhmässä, et jos joku yrittää olla osallistumatta, niin mä aina sanon, että näytteleppä ensin parin kaa hetki ja sitte kysyn, että mitä – mihin te päädyitte. Et ei tavaltaan tarvi omana mielipiteenä sanoo. Voi sanoa aina "kaveri sano". Oppilaiden tunteiden huomioiminen ja luottamussuhde. (opettaja 4)

Puolet opettajista muisteli oman kouluaikinsa luokkahuonetilanteita turvallisuuden tunteen näkökulmasta. Heidän kokemuksistaan välittyi eniten esillä olemissa pakon nostattama nolouden tunne. Myös väärin vastaamisen pelko tuotiin esille.

Sellanen, et siin aina nolaantu, jos ei osannu -- Se, et joutu sinne luokan eteen selittämään niitä laskuja ja jos ei osannu, niin se oli kiusaamista. (opettaja 5)

Ja sit mul on taas ehkä jääny niistä mieleen tosi vahvasti, mitkä ollu viel ikäviä muistoja, niin meidän piti aina mennä laittaa taululle ne vastaukset. Ja mä muistan murtoluovut oli mulle tosi vaikeita lapsena. Sit oli ihan kauheeta, kun piti taululle mennä laittaa kotitehtävien vastaukset. Mä jännitin hirveesti, että onko ne väärin vai oikein. -- Ja mul oli sellanen opettaja, et jos se oli väärä se vastaus, niin sit siellä edessä piti niinku hänen kanssaan lähteä ratkasemaan sitä tehtävää ja se oli semmonen muisto, mitä mä aina jännitin kauheesti. (opettaja 3)

Opettajat kertovat kielentämisen ja vastausten kyseenalaistamisen hämmentävän aluksi oppilaita, mutta harjoittelun myötä se tukee oppilaan matemaattista ajattelua. Kielentämisen ja kyselemisen avulla opettajat osallistivat oppilaita syventymään opetukseen ja matematiikan tehtävänantojen pariin. Oppilaita osallistavat ja aktivoivat työtävät tukevat myös eriyttämisen toteutumista (Pehkonen & Rossi 2018, 89). Osallistaminen ei saa kuitenkaan tarkoittaa pakottamista ja sen toteuttaminen vaatii opettajalta herkkyyttä havainnoida luokan ilmapiiriä. Opettajien esille tuomissa esimerkeissä osallistaminen tehtiin oppilasta kunnioittavalla tavalla ja ystävällisesti.

Ko ne vastaa oikein ja mää niinkö kyseenalaistan sen. Onko muita vastauksia? Oletko varma, että se oli noin? Kerrotko, miten pääsit siihen? Ne vähän kahtoo hämillään, että apua mitä nyt. Mut ne oppii siihen. Ne oppii siihen keskusteluun ja mun mielestä se on niinko sillä oppilaalla se olo, että hyväksytään just semmosena niinku se on siinä tunnilla ja omine taitoineen. (opettaja 2)

Sit mä kyl opettajana ehkä semmonen ikävämpi tapa, mikä mulla on jonkun mielestä, on se, että mä pidän ihan väkisellä kaikkia mukana. -- Jos mä nään, et joku on omissa ajatuksissa, mä kysyn siltä just. -- Ystävällisesti, mutta kysyn. -- Et ei voi valita, et seuraako vai ei. -- Kaikki osallistuvat. Et ei oo niin, et kaikki katsoo Aatua, koska tietävät, että Aatu tämän kyllä varmaan osaa. (opettaja 4)

Työrauha nähtiin haastatteluissa kahdella tavalla. Ensimmäisenä työrauhan ulottuvuutena ymmärrettiin fyysisen oppimisympäristön häiriöttömyys ja melutaso. Opettajien mukaan matematiikan tehtävänantoihin orientoitumista saattoivat häiritä perustarpeiden tyydyttymättömyys tai jonkun innostavan, mutta riehakkuutta aiheuttavan työskentelymuodon aikaansaama levottomuus. Niiden nähtiin häiritsevät oppilaiden suuntautumista opiskelemiseen ja häiritsevän jopa koko luokan työskentelyä.

No riittävä työrauha. Se on monta kertaa se vaikein siinä haaste. Se, että ne oppilaat tulee ajoissa sinne tunnille.. Ei mun ryhmä aina välttämättä tule. Et ne on nukkunu yöllä, syönyt aamulla, et niil on välineet mukana. Ettei se mee semmosee häsäämisee. (opettaja 5)

Toisaalta ois kiva, et ne olis oppilaan niinku kokemusmaailman lähel. Tiedäks, et siin ois joku tämmönen motivoiva juttu. Vaikka, että että.. Tää on nyt ihan raaka esimerkki.. Mut tyyliin, että "Pelaat Minecraft -peliä ja ja.. louhit jotain tämän verra kiviä.." ja sit niinku se lasku muodostuu siitä -- Mä mietin, et oisko se hyvä, mut sit mä mietin, et se ei kyl välttämättä sittekkää ois hyvä, koska jos on liian semmosii, niin se.. Siin tulee myöski se kiusaus, et tavallaan, ku matikas yks haaste on juuri se, et jos on tosi vilkas luokka, niin se, et sä pidät sen vartin, kaks kyt minuuttii, niin sen täydes hiljasuudes laskemas. Niin, et oikeesti ne, joil on hankaluuksii keskittyy, jos on äänii. Nii sit tavallaan se, että.. jos ne on liian tommosii, niin mä en tiä tuleeks siin sitä sitte. Niinku tavallaan, et ne oppilaat alkaa, et "Hei! tääl on tämmönen!" -- (opettaja 6)

Toisaalta työrauha ajateltiin siten, että opettaja voi joustavalla ja oppilasta kuuntelevalla toiminnallaan mahdollistaa opetuksen etenemisen rauhallisessa tahdissa. Tällöin oppilailla on aikaa omaksua oppimisen kohteena olevia matematiikan sisältöjä. Osa opettajista huomautti, että kiireettömyyden taustalla on tärkeää huomioida opetuksen eteneminen niin, että se täyttää POPS:n (2014) asettamat velvoitteet opetukselle.

Pitää olla riittävästi sitä aikaa, että oppilas oikeesti laskee niitä [laskutehtäviä]. Et, et.. totta kai voi olla joku laadukas opetus niinki, et tänään ei hirveesti laskettukkaa. Jos jää siit itse demonstraatiosta nii jotain mieleen. (opettaja 6)

No siellä ei saa olla kiireen tuntua. -- Vaikka sä oot tehny jonku tuntisuunnitelman ja aatellu, että mennään näin, mutta sillälaila kuitenkin niinku, että vaikka se on opettajajohtosta varmasti millä mää vien, mutta semmmosta lapsikeskeistä. Totta kai tietyt oppimäärät pitää mennä joka luokalla ja mitä Opsi meiltä vaatii. Mutta että semmmosta hidasta kiiruhtamista. (opettaja 2)

No mä en pidä välttämättä ihan pidä aina kiinni siitä, että minkä aineen oppitunti tää on, vaan enemmän siitä, että tulis sellasia ehjiä kokonaisuuksia. Että mä tarvittaes sit jouston aikataulutuksessa. Se riippuu vähän oppilaasta. Joku sietää sitä, toinen ei. (opettaja 5)

Matematiikan oppimisen kannalta hyvä luokkahuone mahdollistaa hyvien tehtävänantojen toteuttamista oppilaiden kanssa. Suurin osa opettajista koki käytössä ja näkyvillä olevien konkreettiset toimintavälineiden olevan hyviä elementtejä oppimisympäristössä. Välineiden helppo käyttöön ottaminen myös mahdollisti niiden hyödyntämistä tehtävänantojen tukena. Lisäksi osa opettajista näki tärkeänä sen, että luokkatila on helposti muokattava esimerkiksi ryhmätöiden tekemistä varten.

Sitte muutenki, et se luokkahuone on aika muunneltava. Mmm.. Mä monesti matematiikan jaksolla niin laitan oppilaat ryhmään istumaan ihan sen takia, että mun mielestä matematiikka on semmonen aine, missä mä kannustanki ryhmässä ratkomaan ja pareittain ratkomaan niit tehtäviä. Koska parhaiten lapset myös oppii toinen toisiltaan. -- Niin se on kanssa semmonen mun mielestä semmonen luokkahuoneen ja tilan kannalta tärkeitä, et se niinkun muuntuu helposti erilaisiin ryhmiin niiden niiden tota oppilaiden öö.. vuoksi sillälaila, et voi tehdä erilaisia kokoonpanoja heistä. Ja et he pystyvät myös helposti yhdessä ratkasemaan tehtäviä, jotka voi olla sitte vaikeita yksittäisille oppilaille. Et saa tukea niistä tovereista, jotka on siinä samassa pöytäryhmässä. (opettaja 3)

kaikki tietää, että missä välineet on, et jos halua niillä laskea ja miten toimitaan, jos ei osaa tai siis tarvii apuja -- Mulla on semmonen vähän niinku matemaattinen ympäristö, et ne on siinä näkyvillä. (opettaja 5)

Tehtävänantojen yhteydessä on tärkeää huomioida opetuksessa hyödynnettyjen oppimistilanteiden merkitys, koska kaikki tehtävänannot sijoittuvat jonkinlai-

seen oppimistilanteeseen. Opettajat toivat esille jonkin verran fyysisen oppimisympäristön tarjoamia mahdollisuuksia oppimistilanteille. Keskeisimpänä hyvän tehtävänannon taustalla olevana oppimistilanteen ominaisuutena opettajat näkivät kuitenkin sen, että luokassa olisi oppimiselle suotuisa ilmapiiri. Hyvä oppimisen ilmapiiri mahdollistaa sitä, että luokassa voidaan tukea ymmärtävää oppimista.

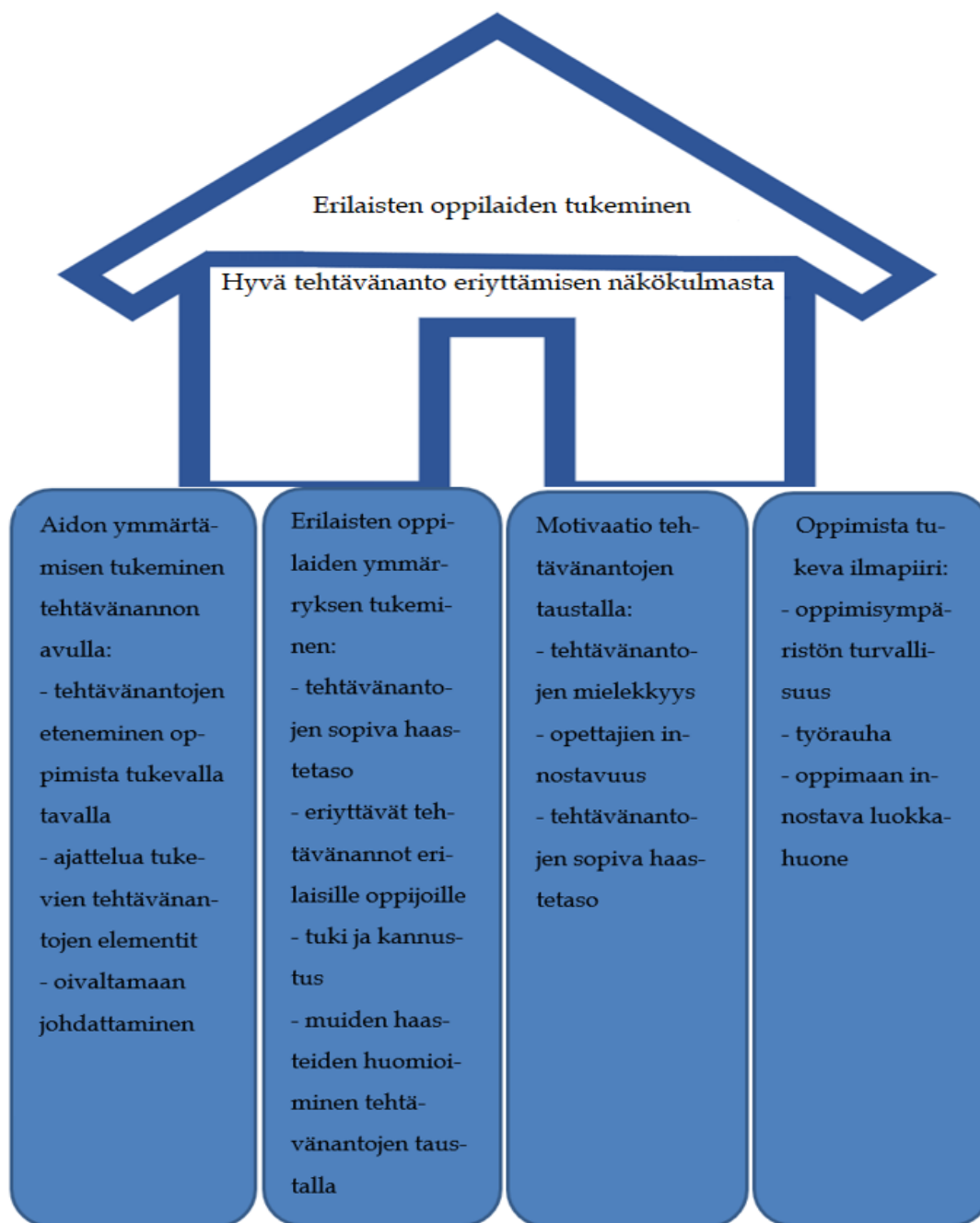
8 POHDINTA

Tutkimukseen osallistuneet opettajat toivat esille samankaltaisia huomioita hyvistä tehtävänannoista, joita olen tuonut esille teoreettisessa viitekehyksessä. Toin teoriaosuuden luvun 3.2 (s. 37), taulukossa 1 ilmi tutkimuksellisia näkökulmia matematiikan tehtävänantojen ja oppimistilanteiden taustalla. Tutkimuksissa korostuivat oppilaiden yksilöllinen huomioiminen, oppimisympäristön laatu sekä oppimista tukevien työtapojen näkökulmat. Samansuuntaiset näkemykset nousivat esiin opettajien kertomissa hyvien tehtävänantojen ominaispiirteissä. Kantava teema opettajien puheenvuoroissa oli se, että hyvien ja eriyttämistä huomioivien tehtävänantojen tarkoituksena on tukea oppilasta ymmärtämään aidosti koulumatematiikkaa. Ymmärtämisen mahdollistamisessa opettajat toivat ilmi erilaisten oppilaiden ja oppimisympäristöön liittyvien tekijöiden huomioimisen.

8.1 Yhteenveto tuloksista ja johtopäätökset

Tutkimukseni tarkoituksena oli selvittää alakoulun opettajien näkemyksiä hyvistä tehtävänannoista matematiikassa. Kiinnitin erityistä huomiota opettajien näkemyksiin hyvien tehtävänantojen mahdollisuuksista eriyttämisen näkökulmasta. Haastatteluissa ilmenneet näkemykset hyvistä tehtävänannoista olivat pääpiirteittäin samansuuntaiset, mutta opettajien kuvausten perusteella heidän välillään oli havaittavissa myös erilaisia ja ristiriidassa olevia näkemyksiä, joita tuon esille tarkemmin tämän luvun edetessä. Alla olevan kuvion 2 talomalli havainnollistaa tutkimustuloksia. Haastatteluissa esille nousseet hyvien ja eriyttävien tehtävänantojen merkityskokonaisuudet ja niiden sisältämät teemat muodostavat vankan perustan talolle. Teemoja ja merkityskokonaisuuksia ei voida erottaa toisistaan täysin, vaan niitä kaikkia tarvitaan hyvien tehtävänantojen tukena. Hataralla pohjalla oleva yksittäinen teema tai merkityskokonaisuus saattaa vaikuttaa tehtävänannon päämäärään eli ymmärtämiseen. Talon seinät rakentuvat hyvistä tehtävänannoista, joilla voidaan tukea oppilaita. Erilaisten oppilaiden

tukemisen onnistumiseksi on tärkeää, että opettajalla on tietämystä hyvien tehtävänantojen perustana olevista elementeistä. Yhtä tärkeää on, että opettaja osaa pystyttää seinät eli tuoda matematiikan tunneille oppilaiden käyttöön hyviä ja eriyttäviä tehtävänantoja. Pehkosen ja Rossin (2018, 8) mukaan ymmärtämisen tukemisen haasteena on se, että siihen vaikuttavat monet asiat. He korostavat opettajan matemaattista ja pedagogista osaamista oppilaiden ymmärtämisen tukemisen taustalla.



KUVIO 2. Talomalli erilaisten oppilaiden tukemiseen tehtävänantojen avulla

Tulokset osoittavat tutkimukseen osallistuvien alakoulun opettajien pitävän hyvien tehtävänantojen keskeisimpänä ominaisuutena sitä, että niiden avulla voidaan tukea erilaiset oppilaat ymmärtämään koulumatematiikkaa. Oppilaan ymmärryksen tukemisessa nähtiin merkitykselliseksi se, että tehtävänannot huomioivat oppilaan tämänhetkisen kehitystason ja matematiikan oppimisen kumulatiivisen luonteen (vrt. luku 2.1, s. 14). Kaikki opettajat toivat esille sen, että opetuksen etenemisessä on tärkeää havainnollistaa matematiikkaa ennen kuin edetään abstraktille tasolle. Yksi opettajista rinnasti uuden opintojakson alussa tapahtuvan havainnollistamisen muotoina visuaalisen havainnollistamisen ja konkreettisten välineiden käyttämisen. Tutkimukseni ei kohdentunut tietyn tasoihin oppilaisiin tai tietyille vuosiluokalle suunnattuihin hyviin tehtävänantoihin, joten opettaja halusi mahdollisesti tuoda esiin erilaisia tapoja lähestyä uusia matematiikan aihealueita eri-ikäisten oppilaiden kanssa. Visuaalinen havainnollistaminen on yksi keino tukea oppilaiden ymmärrystä ja matematiikan visuaalisen esittämisen avulla voidaan luoda pohjaa abstraktille ajattelulle (Joutsenlahti & Tossavainen 2018, 413–422). On tärkeää huomioida, että konkretiaa ei voida syrjäyttää visuaalisen esityksen avulla. Vaikka niiden molempien avulla voidaan havainnollistaa opetuksen sisältöä, ne tarjoavat tukea ajattelun eri tasoilla (Joutsenlahti & Tossavainen 2018, 413–415). Kaikki opettajat toivat kuitenkin esiin toiminnallisuuden ja konkreettisten, käsin kosketeltavien esineiden käyttämisen merkityksellisyyden opetuksessa. He korostivat välineiden käytön tärkeyttä erityisesti uuden asian opiskelun yhteydessä ja pienempien oppilaiden kanssa. Toiminnallisten välineiden käyttöä ei pitäisi silti unohtaa isompien ja lahjakkaiden oppilaiden työskentelyn tukena. Isompien oppilaiden tehtävänantojen suunnittelussa on hyvä pitää mielessä luvussa 2.1 (s. 38) esiin tuotu tosiasia siitä, että saman luokan oppilaat eivät ole välttämättä samassa kehitysvaiheessa. Tämän takia osa oppilaista hyötyy erityisesti konkretiasta tehtävänantojen tukena. Lisäksi alakoulussa olevat oppilaat ovat muutenkin pääasiassa siinä kehityksen vaiheessa, että he hyötyvät usein konkretiasta tehtävänantojen taustalla (vrt. luku 2.1, s. 10–11). Lisäksi Fyfen, McNeilin, Sonin ja Goldstonen (2014, 112) mukaan konkreettisten toimintavälineiden käyttäminen opetuksessa tukee kaikkien

oppilaiden matemaattisen ajattelun kehitystä, joten myös matematiikassa taitavat oppilaat hyötyvät niiden käytöstä.

Opettajat pitivät tärkeänä erilaisten oppilaiden ajattelun kehittymisen kannalta opetuksen monipuolisuutta, jota mahdollistavat heidän mukaansa esimerkiksi toiminnalliset työtavat. Eri aistien ja vaihtelevien toimintatapojen hyödyntäminen nähtiin monipuolistavan oppimiskokemusta. Lisäksi opettajat katsoivat monipuolisuuden ja toiminnallisten välineiden käyttämisen motivoivan oppilaita ja tuovan opetukseen mielekkyyttä. Opettajien näkemystä tukevat tutkimukset, jotka osoittavat, että vaihtelevissa oppimisympäristöissä käytetyt monipuoliset opetusmenetelmät tukevat oppilaiden syvällisen ymmärryksen muodostumista (Imms, Mahat, Byers & Murphy 2017, 31; Liggett 2017, 88–89). Monipuolisten tehtävänantojen avulla voidaan myös tavoittaa luokassa olevien erilaisten oppilaiden kokemusmaailmaa, jonka huomioimisen opettajat kokivat keskeiseksi matematiikan ymmärtämisen kannalta. Opettajat toivat haastatteluissa esille sen, että kokemuksellisuus tuo merkitystä matematiikkaan. Kokemusten kautta syntyneen merkityksellisyyden seurauksena oppilaat ymmärtävät, mistä matematiikassa käsiteltävästä asiasta on kyse sen sijaan, että he opettelevat toistamaan tiettyä kaavaa mallin mukaisesti. Matematiikan oppisisältöjen ymmärtämistä sekä mielekkyyttä tukee se, että oppilas pystyy kiinnittämään opittavan asian konkretian avulla aikaisempiin kokemuksiinsa (Koskinen 2016, 61, 77; Laine, Huhtala & Kaasila 2018, 72). Opettajat kertoivat huomioivansa oppilaiden kokemusmaailman eri tavoilla, mutta kaikki opettajat toivat esille sen, että he havainnollistavat opetustaan oppilaiden kokemusmaailmaan avulla. Opettajat käyttivät havainnollistamisen keinoina toiminnallisia välineitä, ja osa heistä pyrki myös selventämään oppilaille, mihin matematiikan oppisisältöjä käytetään arkitodellisuudessa.

Erilaisten oppilaiden tukemisen suhteen opettajat toivat esiin näkemyksensä siitä, että tehtävänantojen tulee tarjota oppilaille haastetta sopivasti heidän taitotasoihinsa nähden. Tämä ajatus on yhteneväinen luvussa 3.2 (s. 36) esille tuodun Vygotskyn (1982) teorian kanssa, jonka mukaan oppimista tukee lähikehityksen vyöhykkeellä oleminen. Koskinen (2016, 23) tuo esiin Ausubelin (1968)

näkemyksen, jonka mukaan liian helppojen tai vaikeiden tehtävänantojen sijaan sopiva haastavuuden taso tukee oppilaan tarkkaavuuden kohdentumista tarkoituksenmukaisesti. Erilaisia tarpeita omaavien oppilaiden lähikehityksen vyöhykkeen huomioiminen tehtävänantojen suunnittelussa ei ole opettajalle helppo tehtävä. Oppilaiden tarpeiden selvittämisessä voidaan tukeutua opettajien haastatteluissa esille nostamaan kielentämiseen. Opettajat kertoivat hyödyntävänsä kielentämistä matemaattisen ajattelun ilmaisun avun muotona ja saavansa näin tietoa siitä, miten oppilaat ymmärtävät matematiikkaa. Pääasiassa opettajat hyödynsivät oppilaiden matemaattisen ajattelun selvittämisessä suullista kielentämistä keskustelemalla oppilaiden kanssa. He toivat kuitenkin myös esiin tilanteita, joissa kielentämistä toteutetaan toiminnallisilla välineillä tai kirjallisesti matematiikan symbolikielellä. Kielentämisen hyötynä voidaan nähdä matemaattisen ajattelun jäsentämisen ja ymmärryksen tukemisen ohella se, että sen avulla opettajan on helpompi arvioida oppilaan osaamista (Joutsenlahti & Tossavainen 2018, 428). Arviointi on tärkeää ajattelun tukemisessa, koska sen avulla voidaan asettaa uusia ja sopivia tavoitteita matemaattisen ajattelun kehittämisessä. Kun opettaja tiedostaa oppilaiden osaamisen tasoja, hänen on helpompi suunnitella oppilaille sopivia tehtävänantoja, jotka mahdollistavat oppilaiden itsenäisen ajattelemisen.

Matematiikan tehtävänantojen taustalla olevat oppimisympäristöt olivat tutkimukseen osallistujien mukaan tärkeässä asemassa erilaisten oppilaiden ymmärtämisen tukemisen taustalla. He korostivat matematiikan tehtävänantojen yhteydessä erityisesti motivaation ja oppimisen ilmapiirin merkitystä. Kaikki opettajat kokivat mielekkyyden tukevan oppimista sekä auttavan oppilasta suuntautumaan matematiikkaan paremmin. Matematiikan oppimisessa mielekkyyden rooli on tärkeä, kuten olen tuonut esille luvussa 3.2 (s. 31–32). Mielekkyyden merkitys korostuu matematiikan opetuksessa, koska sen sisältämät sääntöjärjestelmät ovat monimutkaisia ulkoa muistettavaksi (Pehkonen & Rossi 2018, 33). Oppimisympäristön mielekkyyttä pystytään kehittämään niin opettajien kuin luvussa 3.2 esille tuodun tutkimuskirjallisuudenkin mukaan hyödyntämällä opetuksessa monipuolisia työtapoja, osallistamalla oppilaita sekä luomalla

innostavia ja mielenkiintoisia tehtävänantoja. Osa opettajista huomautti kuitenkin, ettei tehtävänantojen ja opetuksen hauskuus ole itseisarvo, vaan matematiikan oppimisessa pitää tehdä myös töitä, kuten tutkimuksetkin osoittavat (esim. Aunola & Nurmi 2018, 55; vrt. Pehkosen & Rossin 2018, 63 esille tuomat tutkimukset). Luokkahuoneen ominaisuuksista osa opettajista toi esiin sen, että luokkahuoneen muunneltavuus mahdollistaa ryhmätöiden tekemistä ja toiminnallisten välineiden helppo käyttöön ottaminen luo edellytyksen tarjota oppilaille heidän tarvitsemaansa tukea. Oppimisympäristön ominaisuuksien taustalla vaikuttavatkin jonkin verran opettajan käytössä olevat resurssit. Tämän lisäksi opettajan rooli on keskeinen oppimista tukevan ympäristön kannalta. Opettajan rooli sensitiivisenä, turvallisena ja työrauhasta huolta pitävänä aikuisena koettiin tärkeänä ja sen nähtiin mahdollistavan oppilaan ymmärrystä tukevaa ilmapiiriä. Näiden ominaisuuksien avulla opettaja pystyy takaamaan oppimisrauhan sekä havainnoimaan luokassa toimivien erilaisten oppilaiden oppimista. Lisäksi haastateltavat toivat esiin sen, että opettajan innostava asenne heijastuu oppilaisiin ja tukee oppilaiden myönteistä asennetta matematiikkaa kohtaan. Tutkimusnäyttö tukee sitä, että opettajien myönteinen asenne matematiikkaa kohtaan edistää myös oppilaiden matematiikkakuvan kehittymistä positiiviseksi (Pehkonen & Rossi 2018, 9). Haastatteluissa opettajien innostuneisuus matematiikkaa kohtaan ilmeni heittäytymisenä, innostavien tehtävänantojen suunnittelemisena ja tavassa puhua matematiikasta. Opettajat kuvasivat oppilaiden innostuneen motivoivista tehtävänannoista. Lisäksi osa opettajista kertoi havainneensa oppilaiden innostuksen arkisissakin tilanteissa oppilaiden saapuessa välitunneilta malttamattomina matematiikan tunneille.

Eriyttämissä kannalta hyvien tehtävänantojen suunnittelussa ja toteuttamisessa on tärkeää huomioida se, että niiden avulla kaikilla oppilaille olisi mahdollisuus kokea oivalluksia. Opettajat huomauttivat, että on tärkeää kiinnittää huomiota sekä oppilaisiin, joilla on haasteita että lahjakkaisiin oppilaisiin ja huomioida heidän erityistarpeitaan. Osa opettajista jakoi Pehkosen ja Rossin (2018, 79) huolen siitä, että resurssit eivät aina riitä lahjakkaiden oppilaiden tukemiseen

koulun matematiikan opetuksessa. Tässä yhteydessä voidaan pohtia hyvien tehtävänantojen suhdetta inklusioon. Inklusio on moniselitteinen käsite, joka ymmärretään eri yhteyksissä eri tavoin (Roos 2019, 25). Tässä yhteydessä ymmärrän inklusion erilaisten oppilaiden osallisuuden mahdollisuutena. Tehtävänantojen eriyttäminen tukee erilaisten oppilaiden osallisuutta. Opettajat toivat haastatte luissa esille hyviä näkökulmia erilaisten oppilaiden huomioimiseen tehtävänantojen avulla. Eriyttävien tehtävänantojen rakentaminen ei ole kuitenkaan helpoa niissä luokissa, joissa on paljon oppilaita. Erilaisten oppilaiden huomioiminen hankaloituu ennestään, jos luokassa on hyvin erilaisia tarpeita omaavia oppilaita.

Vaikka POPS (2014, 18) on kovin harvasanainen inklusion suhteen, se edellyttää, että koulun kehittämisessä kiinnitetään huomiota inklusion periaatteen toteutumiseen. Inklusion toteutumiseen vaikuttavat opettajasta riippumattomat ulkoiset tekijät, kuten käytössä olevat resurssit. Lisäksi opettaja voi kehittää toiminnallaan kouluyhteisöä, jossa turvataan erilaisten oppilaiden osallisuutta. Esimerkiksi erilaisten oppilaiden ymmärtämisen tukeminen matematiikan tehtävänantojen avulla voi mahdollistaa inklusion toteutumista. Pinolan (2008, 41–43) mukaan inklusion toteutumista tukevat opettajien ymmärrys inklusiosta sekä positiivinen asenne sitä kohtaan. Erityistä tukea tarvitsevien oppilaiden opettamista tukeva koulutus puolestaan edesauttaa opettajan myönteistä asennoitumista inklusiota kohtaan.

Inklusiota voidaan pitää eräänlaisena ihanteena, jonka toteutuminen edellyttää sitä, että oppilaat tulevat huomioiduksi erilaisine tarpeineen monella tasolla. Inklusion tasoja voidaan tarkastella Mobergin (2001) esittämien integraation portaiden kautta. Sen mukaan fyysinen integraatio eli oppilaiden yhdessä opettaminen mahdollistaa toiminnallista integraatiota, jolloin oppilaat työskentelevät yhdessä yhteistä päämäärää kohti. Tämä puolestaan tukee psykologista ja sosiaalista integraatiota eli sitä, että oppilaat suhtautuvat toisiinsa myönteisesti. Edellä mainittujen integraation tasojen toteutumisen seurauksena syntyy yhteiskunnallinen integraatio, jolloin erilaiset ihmiset nähdään tasa-arvoisina ja

osallisina yhteiskunnan jäseninä. (Moberg 2001, 84–85). Edellä esitetyt integraation tasot huomioon ottaen inklusio ei tarkoita sitä, että luokassa on erilaisia oppilaita, jos opettaja sulkee silmänsä oppilaiden erilaisilta tarpeilta. Se ei ole automaattisesti sitäkään, että erilaiset oppilaat sijoitetaan samaan luokkaan. Matematiikan tehtävänantojen yhteydessä opettajan pyrkiminen inklusioon edellyttää sitä, että opettaja tarkastelee oppimistilanteita ja tehtävänantoja kriittisesti. Inklusion tavoittelussa on tärkeää pohtia, toimitaanko luokassa niin, että kaikilla oppilailla on mahdollisuus kokea osallisuutta. Roos (2019, 37) näkee inklusion toteutumisen ideologisenä ihanteena, mutta hänen mukaansa olisi myös tärkeää, että inklusion tavoittelemisen näkyisi käytännön toimina. Olen nostanut inklusion keskeiseen rooliin pohdinnassani, koska jokaisella oppilaalla on oikeus saapua matematiikan tunneille omana itsenään ja kokea arvostusta juuri sellaisena kuin hän on. Arvostukseen kuuluu myös se, että huolimatta oppilaan taitotasosta tai mielenkiinnon kohteista, hän saa tarvitsemaansa tukea ja ohjausta opettajalta. Pehkonen ja Rossi (2018, 63) huomauttavat, että matematiikan ymmärtämistä tukee se, että oppilaisiin suhtaudutaan välittävästi.

Ratkaisuna erilaisten oppilaiden tarpeiden huomioimisessa opettajat näkivät oppilaille tarjotut eriyttävät tehtävänannot. Niiden avulla opettajat katsoivat mahdolliseksi huomioida oppilaiden yksilöllisiä vahvuuksia ja haasteita. Esimerkiksi asteittain vaikeutuvat ja avoimet tehtävänannot sekä eriyttämismateriaalin käyttäminen nähtiin keinoina tukea erilaisten oppilaiden matemaattisen ajattelun kehitystä. Yksi opettajista toi esille avoimet ja laajat tehtävänannot, jotka mahdollistavat sen, että erilaiset ja eri tasoilla olevat oppilaat voivat kehittää matemaattisia valmiuksia omilla taitotasoillaan. Pehkosen ja Rossin (2018, 36, 40) mukaan avoimet tehtävät antavat vaihtoehtoja erilaisille oppilaille ja niiden käyttäminen opetuksessa tukee matemaattisen ajattelun ja ongelmanratkaisutaitojen kehitystä. He huomauttavat kuitenkin, että avointen tehtävien säännöllinen käyttäminen opetuksessa vaatii opettajalta sitä, että hän osaa suunnitella tehtävänannota myös itse. Tehtävänantojen suunnitteleminen matematiikan ymmärtämisen kehittymisen kannalta suotuisiksi vaatii opettajilta riittävää ymmärrystä matematiikasta ja oppilaiden taitotasoista. Şandirin (2016, 2112–2113) tutkimuksen

mukaan opettajaopiskelijoiden suunnittelemat tehtävät eivät täyttäneet niille asetettuja kriteerejä. Hän tuo kuitenkin esiin, että kokeneemman opettajan kokemus ja opetussuunnitelman tuntemus tukevat tehtävänantojen suunnittelutyötä. Opettajankoulutuksessa on tärkeää tukea opiskelijoita harjoittelemaan eriyttämistä huomioivien tehtävänantojen rakentamista itsenäisesti. Kun opettaja suunnittelee tehtävänannon itsenäisesti, hän pystyy ottamaan huomioon joustavasti oppilaiden yksilöllisiä tarpeita. Näin ei tapahdu opetuksessa, jossa opettaja etenee oppikirjan läpi systemaattisesti arvioimatta tehtävänantojen hyötyjä oppilaiden ymmärtämisen tukemisen kannalta.

8.2 Arviointi ja jatkotutkimusehdotukset

Lopuksi palaan tutkimuksen arvioinnin pariin ja syvennän pohdintaa tutkimuksen vahvuuksista ja heikkouksista. Olen arvioinut tutkimustani jonkin verran tutkimuksen toteuttamisen kuvaamisen yhteydessä ja erityisesti luvussa 5.4, jossa kuvaan luotettavuutta sekä eettisiä ratkaisuja. Jatkotutkimusehdotusten yhteydessä on erityisen hedelmällistä pohtia tutkimuksen arviointia, jotta tässä tutkimuksessa ilmenneet haasteet voidaan ottaa paremmin huomioon mahdollisissa tulevilla tutkimuksissa.

Aineistonkeruu asetti omat haasteensa tutkimuksen tekemiselle ja tutkittavien löytäminen tuotti haasteita. Lopulta sain haalittua tutkimukselleni riittävästi haastateltavia, mutta haastattelutilanteet tapahtuivat vaihtelevin tavoin. Ideaalitulanteessa kaikki haastattelut olisivat tapahtuneet kasvokkain, mutta lopulta vain kaksi haastattelua toteutui niin, että olin haastateltavan kanssa samassa tilassa. Muut haastattelut tapahtuivat videopuhelun ja äänipuhelujen muodossa. Eri tavoin käydyt haastattelut vaikuttivat haastattelutilanteisiin ja erityisesti puhelimen välityksellä käydyt haastattelutilanteet saattoivat tuntua aluksi hieman epäluonnolliselta keskustelulta. Suunnittelin haastattelujen etenevän niin, että opettajien olisi helppoa vastata haastatteluun orientoiviin kysymyksiin, jotta opettajat pääsisivät puhumisessa vauhtiin (kts. liite 1). Tutkimuksen luotettavuuden kannalta olisi ollut suotuisaa, että olisin kerännyt aineistoa

enemmän sekä täydentänyt aineistoani esimerkiksi myös kyselylomakkeiden avulla. Tämä ei kuitenkaan ollut mahdollista pro gradu -tutkielmalle laatimani aikataulun puitteissa.

Tutkimuksen rajaaminen oli haasteena jo tutkimuksen alkumetreiltä lähtien. Tämä johtui siitä, että hyvät tehtävänannot voidaan ymmärtää todella laajasti. Käsitys hyvistä tehtävänannoista on sidoksissa ajan ja paikan asettamiin konteksteihin, eikä sille ole virallista määritelmää. Rajaamisen vuoksi selvensin teoreettisessa viitekehyksessä, miten tutkimuksessani ymmärretään tehtävänannot. Tehtävänannot saatetaan ymmärtää helposti tehtävinä, joita ne eivät kuitenkaan ole tämän tutkimuksen kontekstissa. Tehtävät voidaan ymmärtää esimerkiksi oppimateriaalien tarjoamiksi kirjallisiksi tehtäviksi, opettajan antamiksi toimintaohjeiksi tai vaikkapa koetehtäviksi. Tehtävänantojen käsitteen kautta halusin laajentaa tehtävän käsitettä niin, että tutkimuksen kohteella on yhteys myös oppimistilanteeseen. Pohdin tutkimusta tehdessäni, pitäisikö minun muuttaa tutkimuskysymyksiäni siten, että olisin vaihtanut käyttämäni tehtävänannon käsitteen oppimistilanteen käsitteeseen. Päädyin kuitenkin pitäytymään alkuperäisessä käsitevalinnassani. Perustelen alkuperäisessä kannassani pitäytymistä sillä, että halusin tuoda esille tehtävien kontekstiyhteyttä oppimistilanteisiin, koska tehtävien tekeminen on aina yhteydessä siihen tilanteeseen, jossa sitä tehdään. Rajaamisessa hyödynsin myös fenomenologishermeneuttiselle tutkimukselle tyypillistä sulkeistamista, joka lisää tutkimuksen luotettavuutta, kuten olen tuonut esiin kuvatessani tutkimuksen toteuttamista. Tämän takia en kohdentanut teoreettista viitekehystä liiaksi tiettyyn näkökulmaan hyvien tehtävänantojen taustalla, vaan toin esille monipuolisesti hyvien oppimistilanteiden ja tehtävänantojen elementtejä. Hyödynsin sulkeistamista myös tukeutumalla tutkimuksen tulososassa aineistolainauksiin. Aineistolainaukset ovat ositan todella pitkiä, mutta päätin pitää ne nykyisessä muodossaan, koska halusin välittää niiden avulla haastateltavien ajatuksia mahdollisimman puhtaasti.

Päätin tutkia tässä tutkimuksessa hyviä tehtävänantoja matematiikan kontekstissa. Jatkossa hyvien tehtävänantojen tutkiminen yleisellä tasolla tai jonkin muun oppiaineen yhteydessä voisi olla hyödyllistä. Tällöin voitaisiin kartoittaa

hyviä tehtävänantoja erilaisissa yhteyksissä ja saatujen tulosten pohjalta opetusta voidaan kehittää tarkoituksenmukaiseen suuntaan. Myös matematiikan hyvien ja eriyttämistä huomioivien tehtävänantojen tutkiminen on tärkeää jatkossakin koulumaailman jatkuvan muutoksen kentällä. Jatkossa hyviä tehtävänantoja olisi kiinnostavaa tutkia lisäämällä tutkimukseen etnografisen tutkimusotteen. Tällöin opettajien haastatteluissa esille tuomia hyviä tehtävänantoja voitaisiin vertailla opettajan työssään käyttämiin tehtävänantoihin ja työtapoihin. Toisaalta voisi olla tarpeellista tehdä tutkimusta oppilaan tai vanhempien näkökulmasta niin, että heidän kokemuksiaan hyvistä tehtävänannoista selvitettäisiin. Opettajien esille tuomat hyvän tehtävänannon näkökulmat tuovat arvokasta informaatiota ja niistä välittyy heidän pedagoginen kompetenssinsa. Ne eivät silti korvaa oppilaan yksilöllistä käsitystä siitä, miten hän itse kokee hyvän tehtävänannon matematiikassa.

LÄHTEET

- Aaltola, J. 2018. Filosofia, tiede, ymmärtäminen. Teoksessa R. Valli (toim.), Ikkunoita tutkimusmetodeihin 2. Näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin. 5. painos. Jyväskylä: PS-kustannus, 14–28.
- Alasuutari, P. 2011. Laadullinen tutkimus 2.0. 4. painos. Tampere: Vastapaino.
- An, S. A. & Tillman, D. 2015. Music Activities as a Meaningful Context for Teaching Elementary Students Mathematics: A Quasi-Experiment Time Series Design with Random Assigned Control Group. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 3 (1), 45–60. Saatavilla: <https://search-proquest-com.ezproxy.jyu.fi/docview/1826551055?accountid=11774>.
Luettu: 23.9.2019.
- Aro, T. 2004. Neurologiset kehityshaasteet ja niihin vastaaminen. Teoksessa P. Pihlaja & R. Viitala (toim.), *Erityiskasvatus varhaislapsuudessa*. Helsinki: WSOY, 241–274.
- Aro, T. 2013. Miten ymmärrämme itsesäätelyn? Teoksessa T. Aro & M.-L. Laakso (toim.), *Taaperosta taitavaksi toimijaksi. Itsesäätelytaitojen kehitys ja tukeminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 10–19.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., Nurmi, J.-E. 2004. Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96 (4), 699–713. Saatavilla: <https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699>. Luettu: 5.10.2019.
- Aunola, K. & Nurmi J.-E. 2018. Matemaattisten taitojen kehitys kouluikässä. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 54–69.
- Bevan, M. T. 2014. A Method of Phenomenological Interviewing. *Qualitative Health Research*, 24 (1), 136–144. Saatavilla: <https://doi.org/10.1177/1049732313519710>. Luettu: 5.1.2020.
- Brooks, D. W., & Shell, D. F. 2006. Working Memory, Motivation, and Teacher-

- Initiated Learning. *Journal of Science Education and Technology*, 15 (1), 17–30. Saatavilla: DOI: 10.1007/s10956-006-0353-0. Luettu: 1.5.2020.
- Byman, R. 2002. Voiko motivaatiota opettaa?. Teoksessa P. Kansanne & K. Uusikylä (toim.), *Luovuutta, motivaatiota, tunteita. Opetuksen tutkimuksen uusia suuntia*. Jyväskylä: Gummerus, 25–41.
- Csikszentmihalyi, M. Csikszentmihalyi, I. 1992. *Optimal experience: Psychological studies of flow in consciousness*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Dewey, J. 1957. *Koulu ja yhteiskunta*. (suom. K. Kajava). Helsinki: Otava.
- Dowker, A., Sarkar, A. & Looi, C. Y. 2016. Mathematics Anxiety: What Have We Learned in 60 Years?. *Frontiers in Psychology*, 508 (7), 1–16. Saatavilla: <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00508>. Luettu: 10.1.2020.
- Egan, K. & Gajdamaschko, N. 2003. *Some Cognitive Tools of Literacy*. Teoksessa A. Kozulin, B. Gindis, V. S. Ageyev & S. M. Miller (toim.), *Vygotsky's Educational Theory in Cultural Context*. Cambridge: Cambridge University Press, 83–98.
- EOPS 2014: *Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014*. Helsinki: Opetushallitus. Saatavilla: https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/esiopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf. Luettu: 14.10.2019.
- Flowerday, T. & Schraw, G. 2000. Teacher Beliefs About Instructional Choice: A Phenomenological Study. *Journal of Educational Psychology*, 92 (4), 634–645.
- Fyfe, E. R., McNeil, N. M., Son, J. Y., & Goldstone, R. L. 2014. Concreteness fading in mathematics and science instruction: A systematic review. *Educational Psychology Review*, 26 (1), 9–25. Saatavilla: doi:<http://dx.doi.org.ezproxy.jyu.fi/10.1007/s10648-014-9249-3>. Luettu: 20.10.2019.
- Galperin, P. J. 1979. *Johdatus psykologiaan*. (suom. R. Kauppila & K. Helkama). Helsinki: Kansankulttuuri 1979.
- Geary, D. C. 2011. *Cognitive predictors of achievement growth in mathematics*:

- A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, 47 (6), 1539–1552.
Saataavilla: <https://doi.org/10.1037/a0025510>. Luettu: 20.4.2020.
- Halinen, I., Hotulainen, R., Kauppinen, E., Nilivaara, P. Raami, A. & Vainikainen, M.-P. 2016. *Ajattelun taidot ja oppiminen*. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Hannula, M. 2015. Emotions in problem solving. Teoksessa S. J. Cho. (toim.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*, 269–288. Saataavilla: DOI: 10.1007/978-3-319-17187-6_16. Luettu: 27.2.2020.
- Hannula, M. & Holm, M. E. 2018. Oppilaan matematiikkakuva oppimistuloksena ja oppimisen taustatekijänä. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 132–155.
- Hannula, M. S. & Oksanen, S. 2013 Opettajamuuttujien yhteys osaamisen muutokseen. Teoksessa J. Metsämuuronen. (toim.), *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkäjäsenarviointi vuosina 2005-2012*. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Helsinki: Opetushallitus ja tekijät, 255–296.
- Hannula-Sormunen, M., Mattinen, A., Räsänen, P. & Ruusuvirta, T. 2018. Varhaisten matemaattisten taitojen perusta: synnynnäiset valmiudet, tietoinen toiminta ja vuorovaikutus. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 158–183.
- Havinga, M. & Portaankorva-Koivisto, P. 2015. Kuvataiteen ja matematiikan yhteisiä ilmiöitä etsimässä. Teoksessa H. Silfverberg & P. Hästö (toim.), *Annual symposium of the finnish mathematics education and science education research association 2015*. Turku: MALU, 12–22. Saataavilla: https://www.protsv.fi/mlseura/julkaisut/MALU2015_Final.pdf. Luettu: 23.9.2019.
- Hihnala, K. 2005. Laskutehtävien suorittamisesta käsitteiden ymmärtämiseen: peruskoululaisen matemaattisen ajattelun kehittyminen aritmetiikasta algebraan siirryttäessä. Jyväskylän yliopisto. *Jyväskylä Studies in Education*,

- Psychology and Social Research 278. Saatavilla: <https://jyx.jyu.fi/handle/123456789/13329>. Luettu: 20.4.2020.
- Hihnala, K. 2011. Miten opetussuunnitelmaa jäsentämällä voitaisiin parantaa matematiikan perusopetusta?. Teoksessa E. Pehkonen (toim.), Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkataidoista. Helsinki: Helsingin yliopisto, 83–94.
- Hogue, M. D. 2012. A Phenomenological Study of Mathematics Teacher Educators' Experiences Related to and Perceptions of Statistics. Kent State University. College of Education, Health, and Human Services. Saatavilla: <https://search-proquest-com.exproxy.jyu.fi/docview/1651832087?accountid=11774>. Luettu: 7.1.2020.
- Huhtala, S. & Laine, A. 2004. Mini-theories as part of pupils' views of mathematics – division as an example. Teoksessa A. Engström (toim.), Democracy and Participation – A Challenge for Special Needs Education in Mathematics conference. Proceedings of the 2nd Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics. Reports from the department of education, Örebro University, 7, 177–188.
- Ikävalko, V.-M. 2017. Mielekkään kemian nonformaalin oppimisympäristön kehittämistutkimus yhteistyössä työelämän kanssa. Kemian laitos. Helsingin yliopisto. Saatavilla: <https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/180559/MIELEKKA.pdf?sequence=1>. Luettu: 20.10.2019.
- Imms, W., Mahat, M., Byers, T. & Murphy, D. 2017. Type and use of innovative learning environment in Australasian schools. ILETC Survey 1. Melbourne: University of Melbourne: LEARN. Saatavilla: <http://www.iletc.com.au/publications/reports/>. Luettu: 1.5.2020.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. 2009. Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45 (3), 850–867. Saatavilla: doi:10.1037/a0014939. Luettu: 20.4.2020.
- Joutsenlahti, J. 2003. Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa A.

- Virta & O. Marttila. (toim.), Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.2.2003. Turun yliopisto. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:72, 188–196.
- Joutsenlahti, J. & Kulju, P. 2017. Multimodal Linguaging as a Pedagogical Model – A Case Study of the Concept of Division in School Mathematics. *Education Sciences*, 7, (1-9). Saatavilla: <https://doi.org/10.3390/educsci7010009>. Luettu: 15.10.2019.
- Joutsenlahti, J. & Rättyä, K. 2015. Kielentämisen käsite ainedidaktisissa tutkimuksissa. Teoksessa M. Kauppinen, M. Rautiainen & M. Tarnanen (toim.), *Rajaton tulevaisuus. Kohti kokonaisvaltaista oppimista*. Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja 8. Jyväskylä: Suomen ainedidaktinen tutkimusseura, 45–62. Saatavilla: <https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/153212/Rajatontulevaisuus8.pdf?sequence=1>. Luettu: 20.9.2019.
- Joutsenlahti, J. & Tossavainen, T. 2018. Matemaattisen ajattelun kielentäminen ja siihen ohjaaminen koulussa. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 410–431.
- Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. 2010. Oppimateriaali matematiikan opetuksessa ja osaamisessa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Helsinki: Opetushallitus, 137–148. Saatavilla: https://karvi.fi/app/uploads/2014/09/OPH_0410.pdf Luettu: 27.2.2020.
- Kablan, Z. 2016. The effect of manipulatives on mathematics achievement across different learning styles. *Educational Psychology*, 36 (2), 277–296. Saatavilla: <https://doi.org/10.1080/01443410.2014.946889>. Luettu: 5.12.2020.
- Kakkori, L. & Huttunen, R. 2014. Fenomenologia, hermeneutiikka ja fenomenologinen tutkimus. Teoksessa A. Saari, O. Jokisaari & V. Värri (toim.), *Ajan kasvat*. Tampere: Tampereen yliopistopaino, 367–401.

- Kauppinen, A. 2013. Oppiminen, tilanteet ja vuorovaikutus. Teoksessa A. Kauppinen (toim.), *Oppimistilanteita ja vuorovaikutusta*. Helsinki: Suomalaisen Kirjallisuuden Seura 2013, 12–43.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. 2001. *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington DC: National Academy Press.
- Kirschner, P. A. 2017. Stop propagating the learning styles myth. *Computers & Education*, 106, 166–171. Saatavilla: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compedu.2016.12.006>. Luettu: 8.1.2020.
- Kiviniemi, K. 2018. Laadullinen tutkimus prosessina. Teoksessa R. Valli (toim.), *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 2. Näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin*. 5. painos. Jyväskylä: PS-kustannus, 73–86.
- Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T. & Nurmi, J.-E. 2007. Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology*, 97 (3), 220–241. Saatavilla: <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2007.03.001>. Luettu: 20.10.2019.
- Korpipää, H., Koponen, T., Aro, M., Tolvanen, A., Aunola, K., Poikkeus, A.-M., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi J.-E. 2017. Covariation between Reading and Arithmetic Skills from Grade 1 to Grade 7. *Contemporary Educational Psychology*, 51, 131–140. Saatavilla: <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2017.06.005>. Luettu: 13.4.2020.
- Koskinen, R. 2016. Mielekäs oppiminen matematiikan opetuksen lähtökohtana. Helsingin yliopisto. Tutkimuksia 379. Saatavilla: <https://helda.helsinki.fi/handle/10138/230140>. Luettu: 13.10.2019.
- Krzywacki, H. & Portaankorva-Koivisto, P. 2018. Suomalainen matematiikan opettaja. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 278–293.
- Kumpulainen, K., Krokfors, L., Lipponen L., Tissari, V., Hilppö, J. & Rajala, A.

2010. Oppimisen sillat. Kohti osallistavia oppimisympäristöjä. Helsingin yliopisto. CICERO Learning. Saatavilla: <https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/15628/OppimisenSil-lat.%20pdf?sequence=2&isAllowed=y>. Luettu: 15.1.2020.
- Kupari, P. & Hiltunen, J. 2018. Matemaattiset taidot kansainvälisten arviointitutkimusten valossa. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 16–53.
- Kupari, P. & Nissinen, K. 2013. Background factors behind mathematics achievement in Finnish education context: Explanatory models based on TIMSS 1999 and TIMSS 2011 data. International Research Conference. Singapore. Saatavilla: <https://pdfs.semanticscholar.org/a8c0/9731eed855f9a943a398704f7c4cddb1f816.pdf>. Luettu: 5.12.2019.
- Kuula, A. 2006. Tutkimusetiikka. Aineistojen hankinta, käyttö ja säilytys. Jyväskylä: Gummerus.
- Kuula, A. 2015. Tutkimusetiikka: aineistojen hankinta, käyttö ja säilytys. E-kirja. Tampere: Vastapaino.
- Kuuskorpi, M. 2012. Tulevaisuuden oppimisympäristö – käyttäjälähtöinen muunneltava ja joustava opetustila. Kasvatustieteiden tiedekunta. Turun yliopisto. Saatavilla: <https://www.utupub.fi/handle/10024/76724>. Luettu: 5.12.2019.
- Laine, A., Huhtala, S. & Kaasila, R. 2018. Jakolaskun oppimisesta ja oppimisen ongelmista. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 70–85.
- Laine, T. 2018. Miten kokemusta voidaan tutkia? fenomenologinen näkökulma. Teoksessa R. Valli (toim.), Ikkunoita tutkimusmetodeihin 2. Näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin. 5. painos. Jyväskylä: PS-kustannus, 29–50.
- Laverty, S. 2003. Hermeneutic Phenomenology and Phenomenology: A

- Comparison of Historical and Methodological Considerations. *International journal on qualitative methods*, 2 (3), 21–35. Saatavilla: <https://doi.org/10.1177/160940690300200303>. Luettu: 7.1.2020.
- Lavonen, J., Korhonen, T., Kukkonen, M. & Sormunen, K. 2014. Innovatiivinen koulu. Teoksessa H. Niemi & J. Multisilta (toim.), *Rajaton luokkahuone*. Jyväskylä: PS-Kustannus, 86–113.
- Leinonen, J. 2018. Matematiikan ymmärtämisestä: käsitteistä käytäntöön. *Lapin yliopisto. Acta electronica Universita tis Lapponiensis* 238. Saatavilla: <https://lauda.ulapland.fi/handle/10024/63282>. Luettu: 14.10.2019.
- Leppäaho, H. 2018. Ongelmanratkaisun opettamisesta. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 368–393.
- Liggett, R. 2017. The Impact of Use of Manipulatives on the Math Scores of Grade 2 Students. *Brock Education Journal*, 26 (2), 87–101. Saatavilla: <https://search-proquest-com.ezproxy.jyu.fi/docview/2009560106?accountid=11774>. Luettu: 1.5.2020.
- Linnilä, M.-L. 2011. *Kumpi on valmis – lapsi vai koulu?* Tampere: Mediapinta.
- Lipponen, L. Rajala, A. & Hilppö, J. 2014. Johdanto: Kuka pelaa ja kenen säännöillä? Ajatuksia pelien pedagogisista seuraamuksista. Teoksessa L. Krokfors, M. Kangas & K. Kopisto (toim.), *Oppiminen pelissä: pelit, pelillisyyt ja leikillisyyt opetuksessa*. E-kirja. Tampere: Vastapaino.
- Lukin, T. 2013. *Motivaatio matematiikan opiskelussa. Seurantatutkimus motivaatiotekijöistä ja niiden välisistä yhteyksistä yläkoulun aikana*. Itä-Suomen yliopisto. Publications of the University of Eastern Finland Dissertation in Education, Humanities, and Theology 47. Saatavilla https://epublications.uef.fi/pub/urn_isbn_978-952-61-1263-3/. Luettu: 13.1.2020.
- Metsämuuronen, J. 2006. Luku 1 Metodologian perusteet ihmistieteissä. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), *Laadullisen tutkimuksen käsikirja*. 2. painos. Helsinki: International Methelp, 16–77.
- Metsämuuronen, J. 2008. *Laadullisen tutkimuksen perusteet. Metodologia-sarja* 4. 3. painos. Jyväskylä: Gummerus.

- Middleton, J. A. & Spanias P. A. 1999. Motivation for achievement in mathematics: Findings, generalizations, and criticisms of the research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30 (1), 65–88. Saatavilla: <http://www.jstor.org/stable/749630>. Luettu: 13.1.2020.
- Moberg, S. 2001. Opettajien näkemykset inklusiivisesta opetuksesta. Teoksessa P. Murto, A. Naukkarinen & T. Saloviita (toim.), *Inklusion haaste koululle*. Jyväskylä: Gummerus, 82–95.
- Moilanen, P. & Räihä, P. 2018. Merkitysrakenteiden tulkinta. Teoksessa R. Valli (toim.), *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 2. Näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin*. 5. painos. Jyväskylä: PS-kustannus, 51–72.
- Niemi, H. 2016. The societal factors contributing to education and schooling in Finland. Teoksessa H. Niemi, A. Toom & A. Kallioniemi (toim.), *Miracle of Education. The Principles and practices of Teaching and Learning in Finnish schools 2*. painos. Sense Publishers: Rotterdam, 19–38.
- Niskanen, S. 2005. Hermeneuttisen psykologian tieteenfilosofinen traditio. Teoksessa J. Perttula & T. Latomaa (toim.), *Kokemuksen tutkimus. Merkitystulkinta-ymmärtäminen*. Helsinki: Dialogia, 89–114.
- Nuikkinen, K. 2005. Terveellinen ja turvallinen koulurakennus. Helsinki: Opetushallitus.
- Nurmi, J.-E., Ahonen, T., Lyytinen, H., Lyytinen, P., Pulkkinen, L. & Ruoppila, I. 2014. *Ihmisen psykologinen kehitys*. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Näveri, L. 2009. Aritmetiikasta algebraan. Muutoksia osaamisessa peruskoulun päättöluokalla 20 vuoden aikana. Helsingin yliopisto. Tutkimuksia 309.
- OECD. 2019. Finland - Country Note - PISA 2018 Results. Paris: OECD.
- Ozsoy, G. & Ataman, A. 2009. The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 1 (2), 68–83. Saatavilla: <https://search-proquest-com.ezproxy.jyu.fi/docview/61800404?accountid=11774>. Luettu: 9.10.2019.
- Padilla-Díaz, M. 2015. *Phenomenology in Educational Qualitative Research*:

- Philosophy as Science or Philosophical Science?. *International Journal of Educational Excellence*, 1 (2), 101–110. Saatavilla: DOI: 10.18562/IJEE.2015.0009. Luettu: 7.1.2020.
- Patrikainen, S. 2012. Luokanopettajan pedagoginen ajattelu ja toiminta matematiikan opetuksessa. Helsingin yliopisto. Tutkimuksia 342. Saatavilla <https://helda.helsinki.fi/handle/10138/37630>. Luettu: 16.11.2019.
- Pehkonen, E. & Rossi, M. 2018. Hyvää matematiikan opetusta etsimässä. Helsinki: MFKA.
- Peltomäki, P. 2014. Kotona asuvan ikäihmisen perheen hyvä vointi - Fenomenologis-hermeneuttinen tutkimus. Tampereen yliopisto. *Acta Universitatis Tamperensis* 1957. Saatavilla: <https://trepo.tuni.fi/handle/10024/96167>. Luettu: 27.4.2020.
- Perkkilä, P., Joutsenlahti, J. & Sarenius, V.-M. 2018. Peruskoulun matematiikan oppikirjat osana oppimateriaalitutkimusta. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 344–365.
- Perttula, J. 1995. Kokemus psykologisena tutkimuskohteena. Johdatus fenomenologiseen psykologiaan. Tampere: Suomen fenomenologinen instituutti.
- Perttula, J. 2005. Kokemus ja kokemuksen tutkimus: Fenomenologisen erityistieteen tieteenteoria. Teoksessa J. Perttula & T. Latomaa. *Kokemuksen tutkimus. Merkitys-tulkinta-ymmärtäminen*. Helsinki: Dialogia, 115–162.
- Perusopetuslaki 628/1998. Annettu Helsingissä 21.8.1998. Saatavilla: <https://www.finlex.fi/fi/laki/ajantasa/1998/19980628>. Luettu: 5.1.2020.
- Piaget, J. 1977. *Lapsen psykologia*. (suom. M. Rutanen). Jyväskylä: Gummerus.
- Piaget, J. 1988. *Lapsi maailmansa rakentajana* (suom. S. Palmgren). Helsinki: WSOY.
- Piispanen, M. 2008. Hyvä oppimisympäristö. Oppilaiden, vanhempien ja opet-

- tajien hyvyyskäsitteiden kohtaaminen peruskoulussa. Jyväskylän yliopisto. Kokkolan yliopistokeskus Chydenius. Saatavilla: <https://jyx.jyu.fi/handle/123456789/39883>. Luettu: 20.1.2020.
- Pinola, M. 2008. Integraatio ja inkluusio peruskoulussa. Luokanopettajien asennoituminen kaikille yhteiseen kouluun. *Kasvatus*, 39 (1), 39–49. Saatavilla: <http://urn.fi/URN:NBN:fi:ELE-1480153>. Luettu: 1.5.2020.
- POPS 2014. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Helsinki: Opetushallitus. Saatavilla: https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf. Luettu: 10.10.2019.
- Pritchard, A. 2009. *Ways of Learning Learning theories and learning styles in the classroom*. 2. painos. London; New York: Routledge.
- Roos, H. 2019. Inclusion in mathematics education: an ideology, a way of teaching, or both?. *Educational Studies in Mathematics*, 100 (1), 25–41. Saatavilla: <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9854-z>. Luettu: 2.5.2020.
- Rusanen, E. & Räsänen, P. 2012. Matematiikassa heikosti suoriutuvien lasten laskustrategioiden kehitys. *NMI bulletin*, 22 (3), 28–41. Saatavilla: <http://bulletin.nmi.fi/article/matematiikassa-heikosti-suoriutuvien-lasten-laskustrategioiden-kehitys/>. Luettu: 14.4.2020.
- Ryan, R. M. & Deci, E. L. 2017. *Self-Determination Theory: Basic Psychological Needs in Motivation, Development and Wellness*. London; New York: The Guilford Press.
- Salmela-Aro, K. 2018. Motivaatio ja oppiminen kulkevat käsi kädessä. Teoksessa K. Salmela-Aro (toim.), *Motivaatio ja oppiminen*. Jyväskylä: PS-Kustannus, 9–22.
- Salmela-Aro, K. & Upadyaya, K. 2014. School burnout and engagement in the context of demands–resources model. *British Journal of Educational Psychology*, 84, 137–151. Saatavilla: DOI:10.1111/bjep.12018. Luettu: 7.1.2020.
- Şandur, H. 2016. Investigating Preservice Mathematics Teachers' Manipulative Material Design Processes. *Eurasia Journal of Mathematics, Science &*

- Technology Education, 12 (8), 2103–2114. Saatavilla: <https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1292a>. Luettu: 1.5.2020.
- Schmidt, J. A. 2011. Flow in education. Teoksessa S. Järvelä (toim.), *Social and emotional aspects of learning*. Amsterdam: Elsevier, 28–34.
- Siekkinen, K. 2017. Koulutuksellisen tasa-arvon diskurssit ja toimijat peruskoulun tuntijakouudistuksessa. Jyväskylän yliopisto. *Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research* 583. Saatavilla: <https://jyx.jyu.fi/handle/123456789/54306>. Luettu: 6.5.2020.
- Silfverberg, H. 2018a. Geometrinen käsitteenmuodostus oppimisen tutkimuksen kohteena. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 394–409.
- Silfverberg, H. 2018b. Tieto- ja viestintäteknikka matematiikan oppimisessa. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 394–409.
- Suomela, L. & Vuorio, J.-M. 2015. Luokittelua luonnossa, matematiikkaa maastossa. Teoksessa H. Cantell (toim.), *Näin rakennat monialaisia oppimiskokonaisuuksia*. Jyväskylä: PS-Kustannus, 147–155.
- Tuohilampi, L. & Hannula, M. S. 2013. Matematiikkaan liittyvien asenteiden kehitys sekä asenteiden ja osaamisen välinen vuorovaikutus 3., 6. ja 9. luokalla. Teoksessa J. Metsämuuronen. (toim.), *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005-2012*. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Helsinki: Opetushallitus ja tekijät, 231–254.
- Tuomi, J. & Sarajarvi, A. 2018. *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi*. E-kirja. Helsinki: Tammi.
- Törnroos, J. 2004. Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset – seitsemänn luokan matematiikan osaaminen arvioitavana. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. *Tutkimuksia* 13. Saatavilla: <https://jyx.jyu.fi/handle/123456789/37534>. Luettu: 12.4.2020.
- Valtioneuvoston asetus 793/2018. Annettu Helsingissä 20.9.2018. Saatavilla: <https://www.finlex.fi/fi/laki/alkup/2018/20180793>. Luettu: 7.1.2020.
- Varhaiskasvatuslaki 540/2018. Annettu Helsingissä 13.7.2018. Saatavilla:

- <https://www.finlex.fi/fi/laki/alkup/2018/20180540>. Luettu: 7.1.2020.
- VASU 2018. Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet 2018. Helsinki: Opetushallitus. Saatavilla: https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/varhaiskasvatussuunnitelman_perusteet.pdf. Luettu: 5.12.2019.
- Viholainen, A., Partanen, M., Piironen, J., Asikainen, M. & Hirvonen P. E. 2015. The role of textbooks in Finnish upper secondary school mathematics: theory, examples and exercises. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20 (3-4), 157-178. Saatavilla: https://www.researchgate.net/profile/Antti_Viholainen/publication/301889097_The_role_of_textbooks_in_Finnish_upper_secondary_school_mathematics_theory_examples_and_exercises/links/572b238f08aef5d48d3266e7.pdf. Luettu: 13.11.2019.
- Vygotsky, L. 1982. *Ajattelu ja kieli*. (suom. K. Helkama ja A. Koski-Jännes). Espoo: Weilin + Göös.
- Wong, T., Tao, X. & Konishi, C. 2018. Teacher support in learning: Instrumental and appraisal support in relation to math achievement. *Issues in Educational Research*, 28 (1), 202-219. Saatavilla: <http://www.iier.org.au/iier28/wong.pdf>. Luettu: 10.4.
- Yrjönsuuri, Y. 1993. *Opetuksen ymmärtäminen*. Helsinki: Yliopistopaino.
- Zhang, X., Koponen, T., Räsänen, P., Aunola, K., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. 2014. Linguistic and Spatial Skills Predict Early Arithmetic Development via Counting Sequence Knowledge. *Child Development*, 85 (3), 1091-1107. Saatavilla: <https://doi.org/10.1111/cdev.12173>. Luettu: 9.3.2020.

LIITTEET

Liite 1. Haastattelurunko

Haastatteluun virittäytyminen:

Opettajan matematiikan opettamisen taustan läpikäyminen

Opettajan kokemukset matematiikan opiskelemisesta omassa kouluhistoriassa:

Opettajien omien matematiikkakokemusten kartoittaminen sekä koettujen tehtävänantojen, oppimistilanteiden ja työtapojen muisteleminen.

Hyvät tehtävänannot ja oppimistilanteet ja eriyttäminen:

Opettajien näkemykset hyvien tehtävänantojen ja oppimistilanteiden elementistä, työtavoista ja eriyttämisen mahdollisuuksista.

Millainen on unelmien tehtävänanto?

Kysymyksen tarkoituksena oli kerrata aikaisempia kysymyksiä sekä mahdollistaa haastateltaville aikaisemmin esille tuotujen ajatusten jäsentäminen, täydentäminen ja kokoaminen yhtenäiseksi kokonaisuudeksi.

Kiitokset haastateltaville tutkimukseen osallistumisesta.

Liite 2. Aineiston jäsentymisen lainauksista teemoihin, merkityskokonaisuuksiin ja päämerkityskokonaisuuksiin

Liite 2 jatkuu

Päämerkityskokonaisuus 1: Oppilaan ymmärtämisen tukeminen matematiikan tehtävänantojen tavoitteena				
LAINAUS	MITÄ?	MIKSI?	TEEMA	MERKITYSKOKONAI- SUUS
<i>"-- Varsinkin jos tulee uusi asia, minkä opettaa, niin tuoda se mahdollisimman niinkun konkreettisesti."</i>	Uuden asian lähestyminen konkreetin kautta	Kehityopsykologisen näkökulman huomioiminen Matemaattisen ajattelun konkretisointi	Tehtävänantojen etenemisen tapa	Tehtävänannon päämääränä aito ymmärrys
<i>"Mä en koskaan tyydy siihen, että hän antaa sen vastauksen, vaan mää kysyn, että kuinka sä pääsit siihen. Kerro minulle, miten ajattelit"</i>	Matemaattisen ajattelun jäsentämisen tukeminen ja näkyväksi tekeminen (tässä tapauksessa kielentämisen avulla)	Matemaattisen ajattelun konkretisointi ja tietoiseksi tekeminen	Ajattelua tukevien tehtävänantojen elementit	
<i>"Semmonen [tehtävänanto], että niinku mahdollisimman moni oppilas pääsee ite keksimään sieltä. Ite hoksaamaan sieltä sen niinku lainalaisuuden."</i>	Erilaisten oppilaiden osallisuus ja itsenäinen ajattelemisen	Oppilaiden itsenäisen ajattelun mahdollistaminen	Oivaltamaan johdattaminen	

Liite 2 jatkuu

Päämerkityskokonaisuus 1: Oppilaan ymmärtämisen tukeminen matematiikan tehtävänantojen tavoitteena				
LAINAUS	MITÄ?	MIKSI?	TEEMA	MERKITYS- KOKO- NAISUUS
<i>"Eli se taval- laan vaikeus- taso pitäis olla just sopiva niille [oppi- laille]. Et ei liian helppo, et se kehittää."</i>	Lähikehi- tyksen vyö- hykkeellä pysyminen	Oppilaan on mahdollista oppia uutta	Tehtävänan- tojen sopiva haastetaso	Erilaisten oppi- laiden ymmär- tämisen tukemi- nen
<i>"Et et taval- laan öö.. se vaan, et kuinka paljon vaatii tehtävien tason suhteen ja sit- ten se tehtävien tekemisen mää- rän suhteen. Se on yks tapa eriyttää."</i>	Tehtävän- antojen laa- juus ja oppi- laan taitota- son huomioimi- nen	Oppilaan on mahdollista oppia uutta	Eriyttävät teh- tävänannot erilaisille op- pijoille	
<i>"No jos on avustaja käy- tössä, niin hän voi tukea oppi- lasta"</i>	Oppilaan tu- keminen matematiik- kan opiske- lussa	Oikea-aikai- sen tuen mahdollista- minen	Tuki ja kan- nustus	
<i>"Et jos tuol on joku, jolla on vaikka tosi han- kala kielellinen juttu. Nii, et hän saa siihen apua tai sit se tehtävä ei olis niin sanallinen tehtävä."</i>	Oppilaan tu- keminen muissa kuin suoraan ma- tematiik- kaan liitty- vissä haas- teissa	Muut haas- teet vaikutta- vat myös matematiik- kan oppimi- seen	Muiden haas- teiden huomi- oiminen teh- tävänantojen taustalla	

Liite 2 jatkuu

Päämerkityskokonaisuus 2: Matematiikan oppimista tukeva ympäristö				
LAINAUS	MITÄ?	MIKSI?	TEEMA	MERKITYSKOKONAISSUUS
<i>"-- Jos se tuodaan konkreettisesti ja niin, et oppilaat niinku havaitsee, et missä sitä niinkun voi taroita omassa elämässä, niin ne myös innostuu ne lapset siitä helposti"</i>	Oppilaan kokemusmaailman huomioiminen	Merkityksellisyys lisää tehtävänäntojen mielekkyyttä	Mielekkyyys	Motivaatio matematiikan tehtävänäntojen taustalla
<i>"Sitte monesti se oma innostus tarttuu oppilaisiin, et jos sä ite oot oikein innoissaa jostain asiasta, niin helposti se niinku tarttuu oppilaisiinki."</i>	Motivoiva oppimisympäristö	Opettajan asenne vaikuttaa oppilaiden motivoitumiseen	Opettajan innostavuus	
<i>"-- Ainakin taitoryhmiin sä voit eriyttää niin, et sä annat haastavampii tehtävii, jolloin siin voi olla enemmän motivaatioo tehdä niit."</i>	Taitoryhmiin eriyttämisen avulla sopivan haastavia tehtäviä	Sopiva haastavuuden taso motivoi	Sopiva haastetaso	

Liite 2 jatkuu

Päämerkityskokonaisuus 2: Matematiikan oppimista tukeva ympäristö				
LAINAUS	MITÄ?	MIKSI?	TEEMA	MERKITYSKOKONAISSUUS
<i>"-- Ne oppii siihen keskusteluun ja mun mielestä se on niinko sillä oppilaalla se olo, että hyväksytään just semmosena niinku se on siinä tunnilla ja omine taitoineen."</i>	Turvallisen ilmapiirin luominen luokassa	Turvallisen ilmapiirin avulla voidaan käyttää ajattelua tukevia työtapoja	Oppimisympäristön turvallisuus	Oppimisen ilmapiiri
<i>"Mut mulla on jäänyt semmonen olo, että niinkun nämä opettajat, jotka minulla oli niin pysty pitää semmosen riittävän työrauhan siihen matematiikan harjoitteluun"</i>	Työrauha tukee matematiikan opiskelusta	Työrauha mahdollistaa matematiikan opiskeluseen keskittymistä	Työrauha	
<i>"Mulla on semmonen vähän niinku matemaattinen ympäristö, et ne [välineet] on siinä näkyvillä"</i>	Oppimisen tukena olevien välineiden helppo saatavuus	Matemaattisen ajattelun tukemisen mahdollistaminen oppimisympäristön avulla	Oppimaan innostava luokahuone	

Liite 3. Opettajien haastatteluissa esille tuomat teemat

Teema/Haastateltavat	H1	H2	H3	H4	H5	H6
Tehtävänantojen etenemisen tapa	X	X	X	X	X	X
Ajattelua tukevien tehtävänantojen elementit	X	X	X	X	X	X
Oivaltamaan johdattaminen	X	X	X	X		X
Tehtävänantojen sopiva haastetaso (eriyttämisen kannalta)	X	X	X	X	X	X
Eriyttävät tehtävänannot erilaisille oppijoille	X	X	X	X	X	X
Tuki ja kannustus	X	X			X	X
Muiden haasteiden huomioiminen		X	X		X	X
Mielekkyyys	X	X	X	X	X	X
Tehtävänantojen sopiva haastetaso (motivaation kannalta)	X	X	X	X	X	X
Opettajan innostavuus	X		X	X	X	
Oppimisympäristön turvallisuus	X	X	X	X	X	
Työrauha		X		X	X	X
Innostava luokkahuone	X	X	X		X	