

LuK-tutkielma

PLASMAN DIAMAGNETISMI ECR-IONILÄHTEESSÄ



Jyväskylän yliopisto
Fysiikan laitos

Antti Ville Eemeli Väisänen
Jyväskylän yliopisto
Fysiikan laitos
Ohjaaja: Hannu Koivisto
22.5.2009

Tiivistelmä

Tässä tutkielmassa pyritään esittämään teoreettiset lähtökohdat plasman diamagneettisen ilmiön kuvaamiselle magnetohydrodynamiikan avulla. Teoreettisessa osiossa määritellään mitä plasma on ja johdetaan plasmanle karakteristiset ominaisuudet. Koska plasma on pääasiassa ionisoitunutta kaasua, se käyttäytyy kuten neste, johon vaikuttavat sähköiset ja magneettiset voimat. Altistettaessa plasma ulkoiselle magneettikentälle, plasman sisällä syntyy diamagneettinen virta, joka synnyttää ulkoista magneettikenttää heikentävän kentän. Tätä ilmiötä kutsutaan plasman diamagneettiseksi ilmiöksi. Kokeellisessa osiossa esitetään ECR-ionilähteen tärkeimmät ominaisuudet, toimintaperiaate sekä lähtökohdat plasman diamagneettisen ilmiön kokeelliselle mittaamiselle.

Sisällysluettelo

Sisältö

1	Johdanto	1
2	Mitä plasma on?	3
2.1	Debyen pituus	3
2.2	Debyen pallo	6
2.3	Plasmataajuus	6
3	Plasman käyttäytyminen sähkö- ja magneettikentissä	8
4	Diamagnetismi	10
4.1	Diamagnetismin klassinen malli	10
4.2	Plasman diamagnetismi teoreettisesti	13
4.2.1	Diamagneettinen virta	13
4.2.2	Magneettinen tasapainoyhtälö	14
4.2.3	Plasman beta	17
4.3	Induktio	17
5	ECR-ionilähteen toimintaperiaate	20
5.1	Mikroaallot	21
5.2	Magneettinen peili ja pullo	21
5.3	Mittauslaitteisto ja kokeelliset menetelmät	23
6	Johtopäätökset	25
7	Kirjallisuus	27

1 Johdanto

Plasman tutkiminen on suhteellisen uusi fysiikan osa-alue. Vaikka plasman olemus tunnetaan nykyisin hyvin, sen käytöksen mallintaminen on osoittautunut vaikeaksi. Plasmaa käytetään yhä useammassa teollisuuden sovelluksissa ja kasvavassa määrin myös tutkimustyössä, mutta tässä tutkielmassa keskitytään pääasiassa ionilähteissä käytetyn plasman ominaisuuksien kuvailemiseen. Ionilähde on laite, joka luo plasmasta kohdistetun ionisuihkun, jota voidaan edelleen käyttää eri tarkoituksiin. Ionilähteitä käytetään pääasiassa hiukkaskiihdytimissä [1], massaspektrometreissa [2] ja ionimooottoreissa [3]. Mielenkiintoisena sovellusalueena ionilähteitä käytetään myös fuusioreaktoreissa fuusioreaktion käynnistämiseen ja ylläpitämiseen [4].

Korkeasti varattuja ioneja tuottavan Electron Cyclotron Resonance -ionilähteen toiminta perustuu magneettikentillä ja mikroaalloilla synnytetyn plasman muodostamiseen ja hallitsemiseen [5]. Kyseisen ionilähteen sisällä olevaan tyhjiökammioon luodaan ns. B_{min} -rakenne, jolla saadaan aikaiseksi suljettu magneettikenttärakenne. B_{min} -kenttärakenne tarkoittaa sitä, että magneettikenttä voimistuu liikuttaessa mihin tahansa suuntaan magneettikentän keskipisteestä. Tällöin tyhjiökammioon luotu magneettikenttärakenne mahdollistaa sinne muodostetun plasman tehokkaan ECR-lämmityksen ja plasman vanginnan. Kun kammiossa olevia vapaita elektroneja kuumennetaan mikroaalloilla, ne absorboivat energiaa resonanssiehdon täytyessä [5]. Resonanssissa elektronien pyörimistaajuus magneettikentässä on sekä taajuudeltaan että vaiheeltaan sama mikroaaltojen kanssa. Kiihdytetyillä elektroneilla on tällöin riittävästi energiaa ionisaation aikaansaamiseksi.

Ionilähteiden suorituskyky riippuu mm. mikroaaltojen taajuudesta. Käytettäessä suurempia mikroaaltotaajuuksia saadaan kasvatettua plasman varaustiheyttä. Ionilähteen suorituskyvyn lisääminen vaatii magneettikenttärakenteen voimistamista resonanssiehdon toteuttamiseksi ja optimaalisen magneettikenttärakenteen aikaansaamiseksi.

Koska ionilähteen suorituskyky liittyy hyvin vahvasti magneettikentän voimakkuuteen, magneettikentän voimakkuuden ylläpitäminen ja nostaminen ovat tärkeä tutkimuksen kohde. Luotaessa plasmaa, plasma muodostaa ympärilleen magneettikentän, joka heikentää ulkoista magneettikenttää.

Plasman ominaisuutta synnyttää oma magneettikenttä ulkoisen magneettikentän vaikutuksesta kutsutaan plasman diamagneettiseksi ilmiöksi. Plasman diamagneettista ilmiötä tutkimalla saadaan tietoa plasman syntyprosessista, jota hyödynnetään mm. fuusioplasman diagnostiikassa. Määrittämällä plasman synnyttämän magneettikentän indusoima jännite ympärillä olevan kelan päiden välille saadaan laskettua plasman energioita ja tiheyksiä plasmaa simuloivia koodeja varten.

2 Mitä plasma on?

Sana plasma tulee antiikin Kreikasta ja tarkoittaa karkeasti käännettynä 'muovaitavaa ainetta' [6]. Ennen kuin voidaan käsitellä plasman ominaisuuksia, täytyy määritellä mitä plasma on. Yksinkertaistettuna plasma on ionisoitunutta kaasua. Kun kaasua kuumennetaan, kaasuatomit törmäilevät toisiinsa ja prosessissa niiden elektroneita irtoaa atomeista. Kuitenkaan kaikkea kaasua, jossa on ioneja ja irtonaisia elektroneja ei voida kutsua plasmaksi. Mikä erottaa käytännössä heikosti ionisoituneen kaasun ja plasman on plasman ainutlaatuiset ominaisuudet. Koska plasmassa positiiviset ionit ja negatiiviset elektronit ovat erillään, ne synnyttävät välilleen sähkö- ja magneettikenttiä, jotka synnyttävät plasman sisäisiä hiukkasvirtoja. Nämä ominaisuudet antavat plasmalle ominaisuuksia, joita ei esiinny muilla aineen olomuodoilla.

Yllä esitetyt edellytykset plasmalle ovat kuitenkin hyödyllisiä vain semanttisessa mielessä. Jotta ionisoitunutta kaasua voidaan kutsua plasmaksi, sen täytyy täyttää kolme ns. plasmaehtoa. Plasmaehdot ovat:

1. Debyen pituuden on oltava pienempi kuin plasman dimensioiden.
2. Debyen pallossa olevien hiukkasten lukumäärän on oltava riittävän suuri.
3. Plasmataajuuden on oltava suurempi kuin elektronien ja neutraalien atomien välisen törmäystaajuuden.

Käytännössä kaasun ionisoitumisasteen on oltava vähintään 10 % ennen kuin sitä voidaan kutsua plasmaksi. Käsitellään seuraavaksi plasmaehdot tarkemmin.

2.1 Debyen pituus

Tutkitaan plasmassa olevaa varausjakaumaa q_t , joka on termodynaamisessa tasapainossa. Oletetaan, että plasma on isotermistä, ts. plasman lämpötila pysyy vakiona kaikkialla [6]. Tällaisessa plasmassa olevan hiukkasen energia on

$$W_r = \frac{1}{2}mv^2 + q_t \phi, \quad (1)$$

missä m on hiukkasen massa, v nopeus, q_t varaus ja ϕ potentiaali. Koska plasmassa on vain elektroneja ja ioneja, varaus $q_t = -e \vee q_t = +Z_i e$, missä $e = 1,6021773 \cdot 10^{-19} C$ ja Z_i ionin varausaste.

Sijoittamalla yhtälö (1) Boltzmannin tekijään saadaan plasman hiukkasille jakautumafunktio

$$f = \exp\left(-\frac{W_r}{kT}\right) = \exp\left(-\frac{\frac{1}{2}mv^2 + q_t\phi}{kT}\right), \quad (2)$$

missä $k = 1,3807 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$ on Boltzmannin vakio ja T lämpötila. Käyttämällä aputulosta

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (3)$$

voidaan integroida yhtälö (2) nopeuden v suhteen, jolloin saadaan hiukkasten todennäköisyysjakaumalle plasmassa relaatio

$$n(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{\frac{1}{2}mv^2 + q_t\phi}{kT}\right) dv = \text{vakio} \cdot \exp\left(-\frac{q_t\phi}{kT}\right), \quad (4)$$

missä n on hiukkasten lukumäärä tietyssä pisteessä ajanhetkellä t . Yhtälöstä (4) nähdään, että

$$n \propto \exp\left(-\frac{q_t\phi}{kT}\right), \quad (5)$$

eli plasmassa olevien hiukkasten todennäköinen lukumäärä tietyssä pisteessä riippuu pääasiassa varauksesta q_t ja potentiaalista ϕ . Näin ollen plasmassa olevat elektronit kerääntyvät positiivisen varauksen ympärille ja kumoavat positiivisen varauksen ympärilleen synnyttämän sähkökentän. Tästä olennaisesta ominaisuudesta saadaan kaksi ensimmäistä plasmaehtoa [7].

Sen etäisyyden, jolla ympäröivät varaukset kumoavat varausjakauman synnyttämän sähkökentän, on oltava huomattavasti pienempi kuin plasman dimensioiden. Ionisoituneessa kaasussa elektronien ja ionien Boltzmannin tekijät ovat muotoa [6, s. 15]

$$n_e(\vec{r}, t) = n_e \exp\left[\frac{e\phi}{kT_e}\right], \quad (6)$$

$$n_i(\vec{r}, t) = n_i \exp\left[-\frac{eZ_i\phi}{kT_i}\right], \quad (7)$$

missä n_e on sekä elektronien että ionien tiheys ja T_e, T_i elektronien sekä ionien lämpötilat.

Sijoittamalla yhtälöt (6) ja (7) Poissonin yhtälöön saadaan

$$\epsilon_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = en(\vec{r}; t) = en_e \left[\exp\left(\frac{e\phi}{kT_e}\right) - \exp\left(-\frac{eZ_i\phi}{kT_i}\right) \right], \quad (8)$$

missä ϕ on potentiaali ja e alkeisvaraus. Olettamalla, että $\frac{e\phi}{kT}$ on pieni ja ottamalla yhtälöstä (8) Maclaurinin sarjakehitelmä potentiaalin ϕ suhteen saadaan

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \approx \frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 k T_e} \left(1 + \frac{Z_i T_e}{T_i}\right) \phi. \quad (9)$$

Määrittämällä, että varausjakauman potentiaali lähestyy äärettömyydessä nol-
laa, ja että lähellä varausjakaumaa potentiaali vastaa pistevarauksen synnyttä-
mää potentiaalia, saadaan reunaehdot

$$\begin{cases} \phi(\infty) & = 0, \\ \phi(x \approx 0) & = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_t}{x}. \end{cases} \quad (10)$$

Näiden reunaehtojen avulla yhtälön (9) ratkaisuksi saadaan

$$\phi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_t}{x} \exp\left[-\frac{x}{\sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{e^2 n_e} \left(\frac{T_i}{T_i + Z_i T_e}\right)}}\right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_t}{x} \exp\left[-\frac{x}{\lambda_D}\right], \quad (11)$$

missä λ_D on haettu etäisyys, jolla varausjakauman potentiaali varjostuu, ts.

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{e^2 n_e} \left(\frac{T_i}{T_i + Z_i T_e}\right)}. \quad (12)$$

Usein ionien vaikutus jätetään Debyen pituudessa huomiotta, jolloin saadaan yksinkertaistettu relaatio

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{e^2 n_e}}. \quad (13)$$

Käytännössä, olettamalla elektronien lämpötilaksi $kT_e = 10 \text{ eV}$ ja hiukkastihey-
deksi $n_e = 5 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$ saadaan Debyen pituudelle likiarvo

$$\begin{aligned} \lambda_D &= \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{e^2 n_e}} \\ &\approx \sqrt{\frac{8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \cdot 10 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{(1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2 \cdot 5 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}}} \\ &= 3,33 \cdot 10^{-5} \text{ m}. \end{aligned}$$

2.2 Debyen pallo

Toinen plasmaehto seuraa suoraan ensimmäisestä: Debyen pallo on Debyen säteen määrittämä pallo, jonka sisällä on oltava riittävästi hiukkasia [6]. Debyen pallossa oleville hiukkasille saadaan relaatio

$$N_D = \frac{4}{3}\pi n_e \lambda_D^3 = \frac{4}{3}\pi n_e \left(\frac{\epsilon_0 k T_e}{e^2 n_e}\right)^{3/2}. \quad (14)$$

Yhtälön (14) termiä $\Lambda = n_e \lambda_D^3$ kutsutaan plasmaparametriksi. Plasmaparametri kertoo, voidaanko hiukkasjoukkoa pitää plasmana vai ei. Matemaattisesti ilmaistuna $\Lambda \gg 1$. Olettamalla hiukkastiheydeksi $n_e = 5 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$, saadaan hiukkasmääräksi Debyen pallossa

$$\begin{aligned} N_D &= \frac{4}{3}\pi n_e \lambda_D^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3} \cdot (3,33 \cdot 10^{-5} \text{ m})^3 \\ &\approx 80 \cdot 10^3 \end{aligned}$$

ja plasmaparametri tässä tapauksessa on

$$\begin{aligned} \Lambda &= n_e \lambda_D^3 = 5 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3} \cdot (3,33 \cdot 10^{-5} \text{ m})^3 \\ &\approx 2,0 \cdot 10^4, \end{aligned}$$

eli ehto $\Lambda \gg 1$ täyttyy hyvin. Fysikaalisesti Debyen pallon vaatimus antaa plas-malle kvasineutraalin olemuksen; plasma vaikuttaa ulospäin sähköisesti neutraalilta, mutta sisällä sillä on voimakkaasti vaihtelevia sähkö- ja magneettikenttiä [6].

2.3 Plasmataajuus

Kolmas plasmaehto seuraa siitä, että plasmassa varattujen hiukkasten väliset törmäykset ovat paljon todennäköisempiä kuin neutraalien. Näin ollen varattujen hiukkasten kollektiivista oskillaatiota kuvaavan ns. plasmataajuuden on oltava suurempi kuin neutraalien atomien välisen kollektiivisen törmäystaajuuden. Koska ionit ovat paljon raskaampia kuin elektronit, ionien värähtely ei vaikuta plasman käytökseen niin paljoa kuin elektronien, joten niiden vaikutus voidaan jättää huomiotta [6].

Johdetaan plasmataajuus olettamalla, että plasma koostuu vierekkäin olevista positiivisista ja negatiivisista varauksista kuvan 1 mukaisesti. Siirrettäessä plasmassa olevia elektroneja, positiivisten ja negatiivisten varausten välille syntyy sähkökenttä, jonka suuruus saadaan Gaussin laista

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\int dq}{\epsilon_0}, \quad (15)$$

missä $dS = 2A$. Ottamalla huomioon myös positiivisten varausten vaikutus saadaan $dq = -2en_eAdx$. Tällöin ratkaistaessa x-akselin suuntainen sähkökenttä E_x saadaan

$$E_x \cdot 2A = \frac{-\int 2en_eAdx}{\epsilon_0},$$

$$E_x = -\frac{en_e}{\epsilon_0}x. \quad (16)$$

Sähkökenttä pyrkii saattamaan siirretyt varaukset takaisin tasapainoasemaan, jolloin saadaan harmonisen värähtelijän yhtälö

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{e^2n_e}{\epsilon_0m_e}x = 0, \quad (17)$$

missä jälkimmäisen termin kerroin vastaa plasmataajuuden neliötä, eli

$$\omega_{pe}^2 = \frac{e^2n_e}{\epsilon_0m_e}. \quad (18)$$

Matemaattisesti ilmaistuna kolmas plasmaehto saa muodon

$$\omega_{pe} > \omega_c, \quad (19)$$

missä ω_c on neutraalien hiukkasten kollektiivinen törmäystaajuus.



Kuva 1: Vastakkaisista varauksista koostuva varausjakauma, jonka positiivisista ja negatiivisista varauksista koostuvat dx paksuiset levyt, joiden etäisyys toisistaan on x , synnyttävät välilleen sähkökentän E .

3 Plasman käyttäytyminen sähkö- ja magneettikentissä

Plasmaehdoista nähdään, että plasman ominaisuudet määräytyvät hiukkasten kollektiivisesta liikkeestä sekä niiden synnyttämistä sähkö- ja magneettikentistä. Yksittäisten hiukkasten liikkeen kuvaileminen sähkö- ja magneettikentissä on helppoa, mutta plasman tapauksessa kaikkien hiukkasten ratojen laskeminen Maxwellin yhtälöistä Lorentzin voiman avulla on mahdotonta. Tämän vuoksi plasmafysiikassa riittää yleensä tietää tilastollisten suureiden arvot. Eriyisesti plasman diamagneettisen ilmiön ymmärtämiseen tarvitaan magneto-hydrodynamiikan perusyhtälöitä [7].

Koska plasmassa jokainen hiukkanen on jollakin ajanhetkellä t jossain pisteessä \vec{r} ja sillä on nopeus \vec{v} , on hyödyllistä tietää plasman jakautumafunktio $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$. Jakautumafunktion avulla saadaan selvitettyä hiukkasten lukumäärä 6-ulotteisessa vaiheavaruudessa $dx dy dz dv_x dv_y dv_z$:

$$n(\vec{r}, t) = \int f(\vec{r}, \vec{v}, t) d^3v. \quad (20)$$

Jakautumafunktion avulla voidaan johtaa plasmaan liikemäärän kuljetusyhtälö käyttäen Boltzmannin yhtälöä [7]

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{v}_\alpha} = \left(\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_c, \quad (21)$$

missä f_α on hiukkaslajin (ionien tai elektronien) jakautumafunktio, v nopeus, q_α varaus, m_α massa, \vec{E} sähkökenttä plasmassa, \vec{B} magneettikentän voimakkuus ja alaindeksi c viittaa törmäyksiin. Koska tiedetään, että jakautumafunktiolle pätee [7]

$$\int \vec{v} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}} d^3v = \nabla \cdot \int \vec{v} f_\alpha d^3v = \nabla \cdot (n_\alpha \vec{V}_\alpha), \quad (22)$$

kertomalla yhtälöä (21) termillä $m_\alpha v$ ja integroimalla nopeuden \vec{v} suhteen saadaan liikemäärän kuljetusyhtälö plasmassa

$$n_\alpha m_\alpha \frac{\partial \vec{V}_\alpha}{\partial t} + n_\alpha m_\alpha \vec{V}_\alpha \cdot \nabla \vec{V}_\alpha - n_\alpha q_\alpha (\vec{E} + \vec{V}_\alpha \times \vec{B}) + \nabla P_\alpha = m_\alpha \int \vec{v} \left(\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_c d^3v, \quad (23)$$

missä \vec{V}_α on hiukkasten keskimääräinen nopeus ja $P_\alpha = \sum_\alpha n_\alpha k T_\alpha$ isotrooppisen plasman paine.

Liikemäärän kuljetusyhtälön mukaan liikemäärä plasmassa pysyy vakiona. Jättämällä huomiotta plasmassa tapahtuvat törmäykset, yhtälön (23) oikean puolen termi sekä vasemman puolen kaksi ensimmäistä termiä voidaan jättää huomiotta. Tällöin yhtälö (23) supistuu muotoon

$$nq(\vec{E} + \vec{V}_\alpha \times \vec{B}) \approx \nabla \cdot \vec{P}_\alpha. \quad (24)$$

Tästä yhtälöstä päästään helposti käsiksi plasman diamagneettiseen virtaan.

4 Diamagnetismi

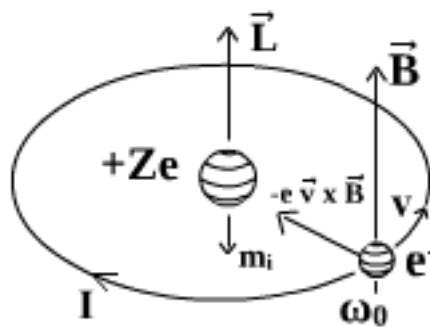
Tähän mennessä on käsitelty vain hiukkasten olemusta ja liikettä sähkö- ja magneettikentissä. Oletetaan nyt, että jokin kappale tuodaan ulkoiseen magneettikenttään. Maxwellin yhtälöiden mukaan magneettikenttä indusoi siihen yhtä suuren, mutta vastakkaisen magneettikentän. Tämä puolestaan luo kappaleeseen sähkökentän, joka indusoi jännitteen ja sähkövirran. Joidenkin aineiden, kuten raudan tapauksessa, kappaleen hiukkasilla on jo valmiiksi magneettinen dipolimomentti (vrt. vääntömomentti). Tällöin ulkoinen magneettikenttä suuntaa kappaleen hiukkaset niin, että ne synnyttävät kappaleeseen samansuuntaisen ja ulkoista kenttää vahvistavan magneettikentän. Tätä ilmiötä kutsutaan paramagnetismiksi.

Joidenkin muiden aineiden, kuten plasman tapauksessa vaikutus on päinvastainen; kappaleen hiukkaset suuntautuvat niin, että niiden synnyttämä magneettikenttä on vastakkaissuuntainen ja täten heikentävä ulkoiselle kentälle [9].

4.1 Diamagnetismin klassinen malli

Klassisen yksiatomimallin mukainen diamagneettinen ilmiö on suhteellisen yksinkertainen. Oletetaan, että elektroni kiertää ydintä ympyräradalla, jonka säde on r_i , nopeudella v_i [9]. Tällöin elektronin synnyttämä sähkövirta on

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{ev_i}{2\pi r_i}. \quad (25)$$



Kuva 2: Ympyräradalla liikkuvan elektronin pyörimismäärä \vec{L} ja magneettinen momentti \vec{m} . Virta I on vastakkainen elektronin kiertosuunnalle ja magneettisen momentin suunta on vastakkainen pyörimismäärälle.

Yhtälön (25) avulla saadaan määritettyä elektronin magneettinen dipolimomentti

$$m_i = IA = \frac{ev_i}{2\pi r_i} \pi r_i^2 = \frac{1}{2} ev_i r_i. \quad (26)$$

Pyörimismäärän L_i avulla määriteltynä magneettiselle momentille m_i saadaan

$$m_i = \frac{e}{2m_e} L_i, \quad (27)$$

missä $\vec{L}_i = \vec{r} \times \vec{p} = m_e \vec{\omega}_i r_i^2$. Ottamalla muiden elektronien vaikutus ja magneettisen dipolimomentin suunta huomioon, saadaan kokonaismagneettidipolimomentiksi

$$\vec{m} = -\frac{e}{2m_e} \sum_i \vec{L}_i. \quad (28)$$

Jos $\sum_i \vec{L}_i = 0$, atomilla ei ole pysyvää magneettista momenttia jolloin se on diamagneettinen. Ottamalla kaikkien elektronien vaikutus huomioon, elektroniin vaikuttavalle keskeisvoimalle F ilman ulkoisen kentän vaikutusta saadaan

$$\begin{aligned} F &= \frac{mv^2}{r} = m\omega_0^2 r, \\ F &= qE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}, \end{aligned} \quad (29)$$

missä Z on atomin varausaste. Ratkaisemalla ω_0 saadaan

$$\omega_0 = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r^3} \right)^{1/2}. \quad (30)$$

Lisättäessä ulkoinen magneettikenttä elektronin keskihakuisvoima kasvaa Lorentzin voiman verran, mutta sen säde ei muutu. Elektronin kulmataajuus muuttuu ja sille pätee

$$m_e \omega^2 r = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} + e\omega r B \quad (31)$$

Ratkaisemalla jälleen ω saadaan

$$\omega = \frac{eB \pm e\sqrt{B^2 + \frac{m_e Z}{\pi\epsilon_0 r^3}}}{2m_e}. \quad (32)$$

Jos ehto

$$B^2 \ll \frac{m_e Z}{\pi \epsilon_0 r^3} \quad (33)$$

on voimassa, neliöjuuren sisällä oleva ensimmäinen termi supistuu pois ja ratkaisuksi saadaan

$$\omega \approx \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r^3} \right)^{1/2} \pm \frac{eB}{2m_e}. \quad (34)$$

Yhtälöstä (34) nähdään, että elektronin kulkusuunnasta riippuen kulmanopeus muuttuu termin $\omega_L \equiv \pm \frac{eB}{2m_e}$ verran ja pyörimismäärä $\Delta L = m_e \omega r^2$ verran kentän suuntaan.

Sijoittamalla kulmataajuus ω magneettisen dipolimomentin kaavaan (26) saadaan ratkaistua magneettisen dipolimomentin muutos

$$\vec{m}_{ind} = \vec{m}_2 - \vec{m}_1 = -\frac{e^2 r^2}{4m_e} \vec{B}. \quad (35)$$

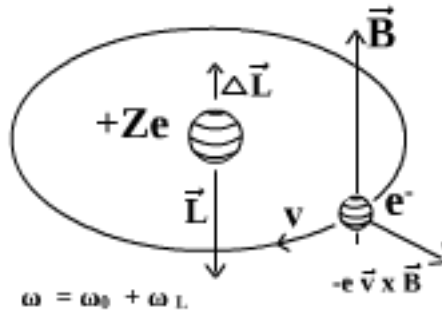
Ottamalla huomioon kaikkien elektronien vaikutus indusoituvaksi kokonaisdipolimomentiksi saadaan

$$\langle \vec{m} \rangle = -\frac{e^2}{6m_e} Z r_0^2 \vec{B}, \quad (36)$$

missä $r_0^2 = \sqrt{\langle r^2 \rangle} \approx \frac{3}{2} r^2$ on elektronin ympyräradan RMS-säteen neliö [8]. Magneettisen dipolimomentin voimakkuus voi vaihdella eri atomien välillä, mutta otettaessa magneettisen dipolimomentin keskiarvo tilavuuden suhteen voidaan määritellä aineen magnetoituma \vec{M} s.e.

$$\vec{M} = N \langle \vec{m} \rangle = -\frac{N e^2 Z r_0^2}{6m_e} \vec{B}, \quad (37)$$

missä N on hiukkasten lukumäärä. Magnetoituma kuvaa magneettisen dipolimomentin vaikutusta makroskooppisella tasolla.



Kuva 3: Magneettikentän vaikutus elektroniin, jonka pyörimismäärä on vastakkainen kentän suunnalle.

4.2 Plasman diamagnetismi teoreettisesti

4.2.1 Diamagneettinen virta

Plasman diamagneettinen ilmiö voidaan johtaa lähtemällä liikkeelle magneto-
hydrodynamiikan liikemääräyhtälöstä (24). Ottamalla yhtälöstä (24) ristitulo
 \vec{B} :n kanssa saadaan

$$nq(\vec{E} \times \vec{B} + (\vec{u} \times \vec{B}) \times \vec{B}) = (\nabla \cdot \vec{P}) \times \vec{B}. \quad (38)$$

Käyttämällä ristitulon kolmisääntöä yhtälö (38) muuttuu muotoon

$$nq[\vec{E} \times \vec{B} - (\vec{B} \cdot \vec{B})\vec{u} + \vec{B}(\vec{u} \cdot \vec{B})] = (\nabla \cdot \vec{P}) \times \vec{B}, \quad (39)$$

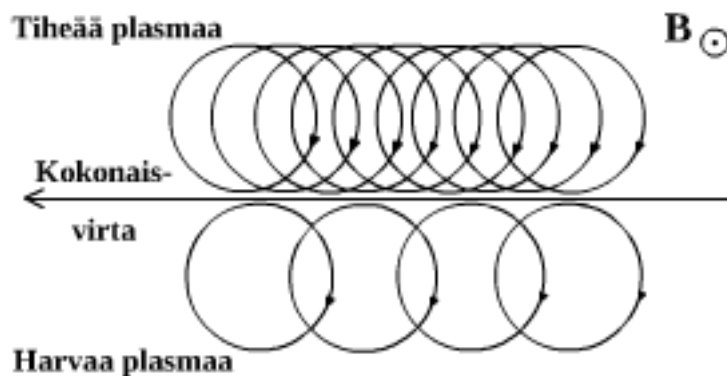
josta ratkaisemalla nopeus $u = u_{\perp}$ saadaan

$$u_{\perp} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} + \frac{\vec{B} \times (\nabla \cdot \vec{P})}{nqB^2}, \quad (40)$$

missä jälkimmäinen termi on plasman diamagneettinen ajautumisnopeus [6].
Kertomalla yhtälöä (40) puolittain termillä nq saadaan plasman diamagneetti-
nen virtatiheys

$$\vec{j}_{\perp} = \frac{\vec{B} \times \nabla P}{B^2}. \quad (41)$$

Havaittavaa on, että diamagneettinen virta ei johdu hiukkasten nettoliikkeestä,
vaan epähomogeenisesta hiukkasjakaumasta. Diamagneettinen virta on plas-
man reaktio magneettikenttään ja se pyrkii saattamaan plasman hydromagneeti-
tiseen tasapainoon. Kuvaus diamagneettisesta virrasta on esitetty kuvassa 4.



Kuva 4: Ympyräliikkeessä olevien varattujen hiukkasten epähomogeeninen ja-
kauma aiheuttaa sähkövirran vasemmalle, vaikka niillä ei ole nettoliikettä sii-
hen suuntaan.

4.2.2 Magneettinen tasapainoyhtälö

Lähtemällä jälleen liikkeelle plasman liikemääräyhtälöstä (24), olettamalla plasma isotrooppiseksi ja magneettikenttä ajasta riippumattomaksi yhtälö (24) supistuu muotoon

$$\nabla \cdot \vec{P} = \vec{j} \times \vec{B}. \quad (42)$$

Käyttämällä Amperén lakia [9] diamagneettisen virtatiheyden yhtälöön (41) saadaan

$$\begin{aligned} \vec{j} \times \vec{B} &= \frac{\vec{B} \times (\nabla \times \vec{B})}{\mu_0} \\ &= \frac{(\nabla \cdot \vec{B})\vec{B} - (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{B}}{\mu_0} \\ &= 0, \end{aligned}$$

koska magneettikenttä on tässä tapauksessa homogeeninen ja stationaarinen. Näin ollen yhtälö (42) supistuu edelleen muotoon

$$\nabla \cdot \vec{P} = 0. \quad (43)$$

Koska yhtälö (43) kuvaa plasman magneettisen paineen gradienttia, se voidaan esittää muodossa

$$\nabla \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) = 0, \quad (44)$$

missä $p = \sum_{\alpha} n_{\alpha} k T_{\alpha}$ on isotrooppisen plasman paine. Integroimalla yhtälöä (44) saadaan

$$p + \frac{B^2}{2\mu_0} = \text{vakio}. \quad (45)$$

Luotaessa plasmaa hiukkaspaine p on alkuhetkellä 0. Koska yhtälön (45) mukaan magneettisen paineen ja hiukkaspaineen suhde pysyy vakiona, plasman paineelle alku- ja loppuhetkellä pätee

$$\frac{B_1^2}{2\mu_0} = p + \frac{B_2^2}{2\mu_0}, \quad (46)$$

josta ratkaisemalla magneettikenttä B_2 loppuhetkellä saadaan

$$B_2 = \sqrt{B_1^2 - 2\mu_0 p}. \quad (47)$$

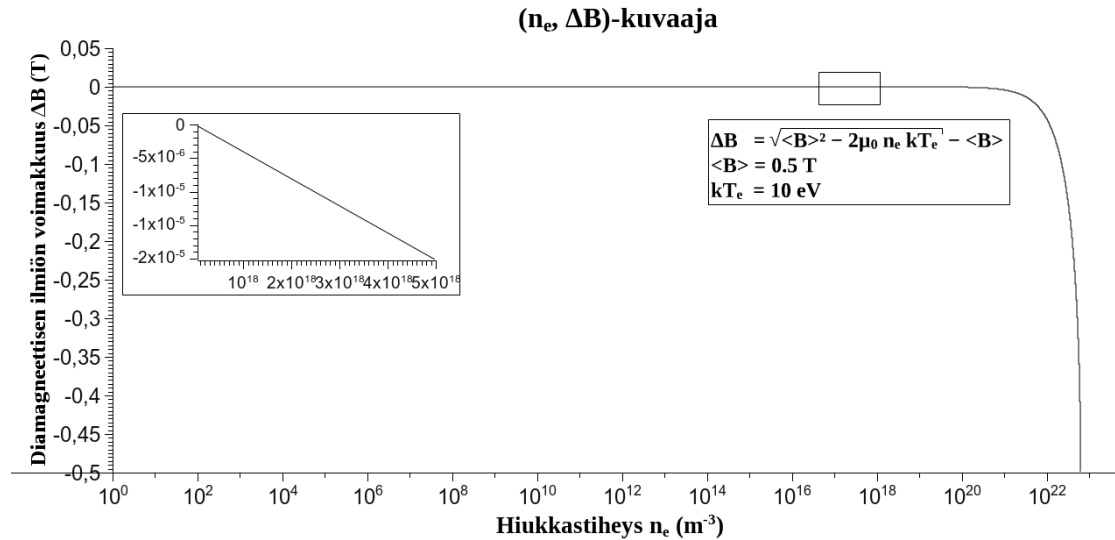
Koska alkuhetkellä magneettikenttä on vakio, $B_1 = \langle B \rangle$. Näin ollen magneettikentän muutos $\Delta B = B_2 - B_1$ on

$$\begin{aligned} \Delta B &= \sqrt{\langle B \rangle^2 - 2\mu_0 p} - \langle B \rangle \\ &= \sqrt{\langle B \rangle^2 - 2\mu_0 \sum_{\alpha} n_{\alpha} k T_{\alpha}} - \langle B \rangle. \end{aligned} \quad (48)$$

Tätä relaatiota kutsutaan plasman diamagneettiseksi ilmiöksi. Koska plasmasa elektronien lämpötila $T_e \gg T_i$ ja $n_e \geq n_i$ (plasmassa yhtä ionia vastaa usea elektroni), ionien vaikutus diamagneettisen ilmiön voimakkuuteen voidaan jättää huomiotta. Tällöin yhtälö (48) supistuu muotoon

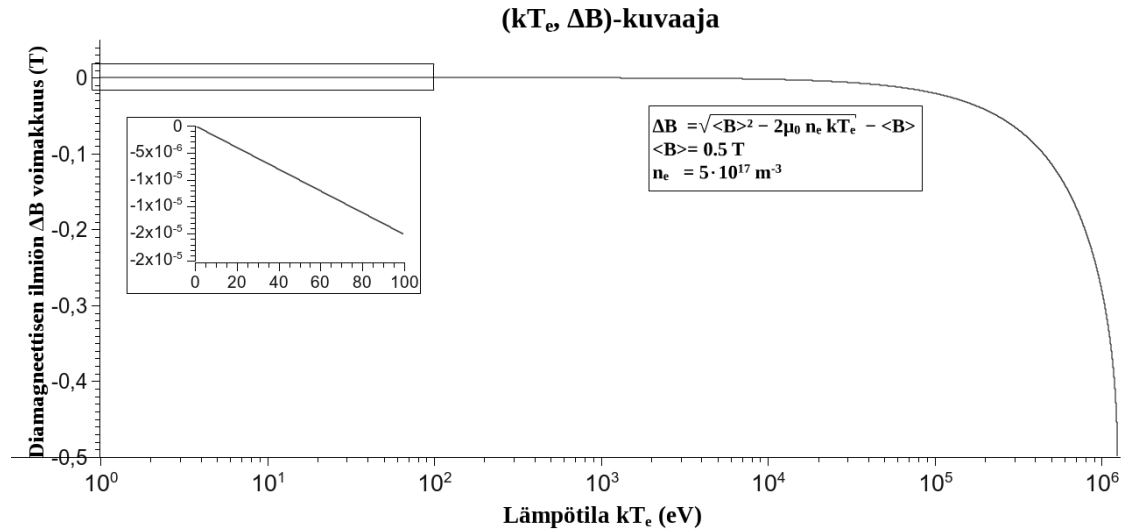
$$\Delta B = \sqrt{\langle B \rangle^2 - 2\mu_0 n_e k T_e} - \langle B \rangle. \quad (49)$$

$(\Delta B, n_e)$, $(\Delta B, kT_e)$ - ja $(\Delta B, \langle B \rangle)$ -kuvaajat on esitetty kuvissa 5 - 7.



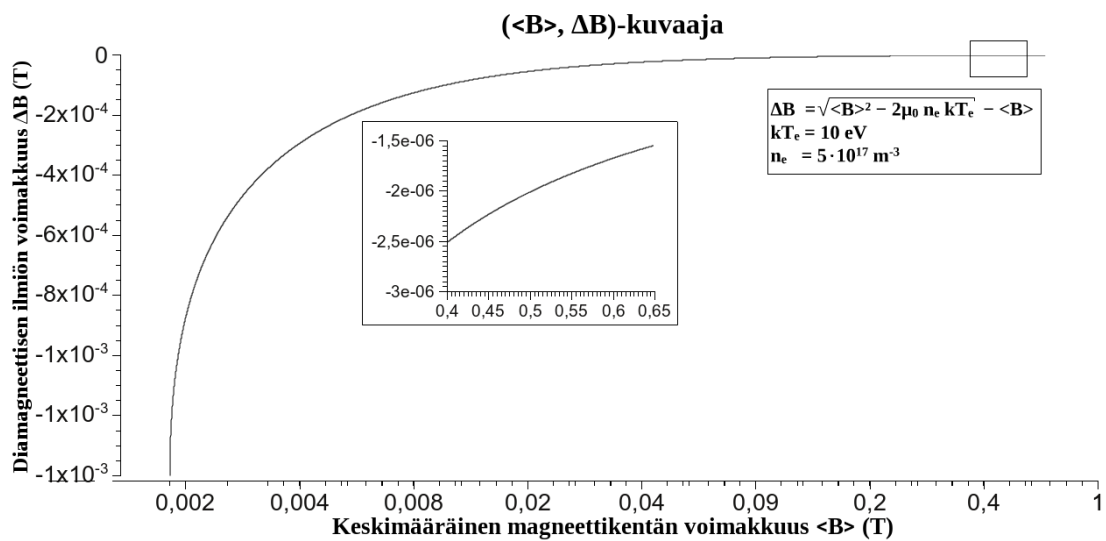
Kuva 5: Diamagneettisen ilmiön voimakkuus ΔB hiukkastiheyden n_e funktiona logaritmisella asteikolla.

Pitämällä magneettikentän voimakkuutta ja lämpötilaa vakioina nähdään, että välillä $n_e \in [5 \cdot 10^{16} m^{-3}, 5 \cdot 10^{18} m^{-3}]$ hiukkastiheyden vaikutus diamagneettisen ilmiön voimakkuuteen on luokkaa $10^{-6} T$ ja diamagneettisen ilmiön kasvu tällä välillä on lähes lineaarista. Jos hiukkastiheyttä voitaisiin kasvattaa rajattomasti, diamagneettisen ilmiön voimakkuus kasvaisi epälineaarisesti, kunnes termi $2\mu_0 n_e k T_e$ vastaisi keskimääräisen magneettikentän voimakkuuden $\langle B \rangle$ neliötä.



Kuva 6: Diamagneettisen ilmiön voimakkuus ΔB lämpötilan kT_e funktiona.

($kT_e, \Delta B$)-kuvaajasta nähdään, että lämpötilan vaikutus diamagneettisen ilmiön voimakkuuteen on samaa mittaluokkaa kuin ($n_e, \Delta B$)-kuvaajassa. Välillä $kT_e \in [0, 100 \text{ eV}]$ diamagneettisen ilmiön voimakkuus kasvaa lineaarisesti kasvatettaessa lämpötilaa.



Kuva 7: Diamagneettisen ilmiön voimakkuus ΔB keskimääräisen magneettikentän voimakkuuden $\langle B \rangle$ funktiona.

Keskimääräisen magneettikentän voimakkuuden $\langle B \rangle$ nostamisella on käänteinen vaikutus hiukkastiheyden ja lämpötilan nostamiselle. Kasvatettaessa magneettikentän voimakkuutta diamagneettisen ilmiön voimakkuus tippuu hyvin nopeasti kohti ($n_e, \Delta B$)-kuvaajan lukemia.

4.2.3 Plasman beta

Koska yhtälön (45) mukaan plasman hiukkaspaineen ja magneettisen paineen suhde pysyy vakiona, plasman laatua voidaan kuvailla niiden suhteella, jota kutsutaan plasman betaksi. Plasman betalle saadaan relaatio

$$\beta = \frac{2\mu_0 p}{B^2}, \quad (50)$$

missä $B = \langle B \rangle$. Laboratorioissa luoduille plasmalle pätee yleensä $\beta \ll 1$. Sijoittamalla lukuarvot $n_e = 5 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$ ja $kT_e = 10 \text{ eV}$ yhtälöön (50) saadaan

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{2\mu_0 p}{B^2} \\ &= \frac{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \cdot 5 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3} \cdot 10 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{(0,5 \text{ T})^2} \\ &\approx 8,0 \cdot 10^{-6}, \end{aligned}$$

eli $\beta \ll 1$. Plasman betan ollessa pieni magneettiset voimat hallitsevat plasman käytöstä.

4.3 Induktio

Magneettikentän muutos indusoi jännitteen, joka vastustaa magneettikentän muutosta [9]. Tämän nojalla plasman diamagneettinen ilmiö indusoi plasman ympärille laitettuun kelaan jännitteen, jonka voimakkuus saadaan Faradayn laista. Indusoituva jännite V on

$$V = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}, \quad (51)$$

missä $d\vec{S}$ on pinta, jonka läpi magneettivuo kulkee. Indusoituvalla jännitteelle saadaan siis relaatio

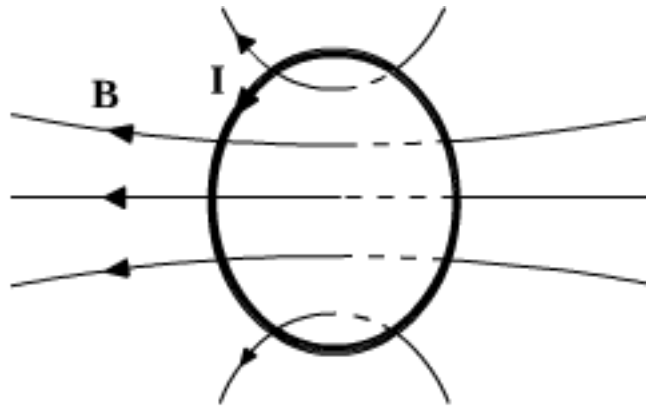
$$V = -\frac{d}{dt}(BA) = -A \frac{dB}{dt} \approx -A \frac{\Delta B}{\Delta t}, \quad (52)$$

missä ΔB on plasman diamagneettisen ilmiön voimakkuus, A pinta-ala ja Δt aika. Jos diamagneettista ilmiötä mitataan kelalla, jossa on N kierrosta, kelaan indusoituva jännite on

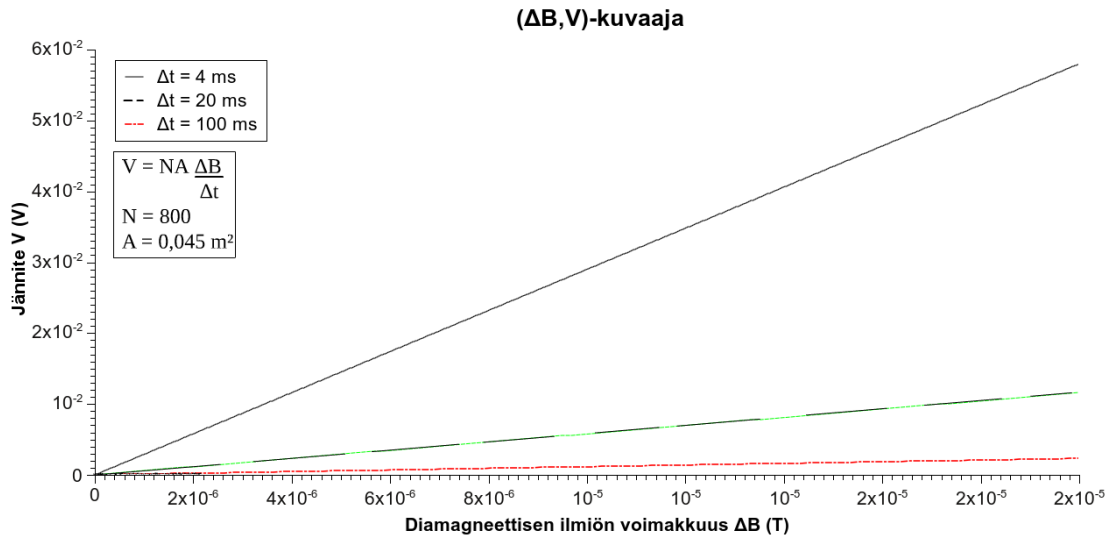
$$|V| = NA \frac{\Delta B}{\Delta t}. \quad (53)$$

Skemaattinen esitys kelasta ja sen läpi kulkevista magneettikentän kenttäviivoista on esitetty kuvassa 8.

Laskettaessa diamagneettista ilmiötä ja induktiota on oletettu, että magneettikenttä on homogeeninen ja vakio, vaikka näin ei käytännössä ole. Tarkempaa mallia varten magneettikenttää voitaisiin approksimoida solenoidien muodostamalla magneettikentällä. Empiirisiä mittaustuloksia plasman syttymisvaiheesta [10] hyödyntämällä piirretty $(\Delta B, V)$ -kuvaaja on esitetty kuvassa 9.

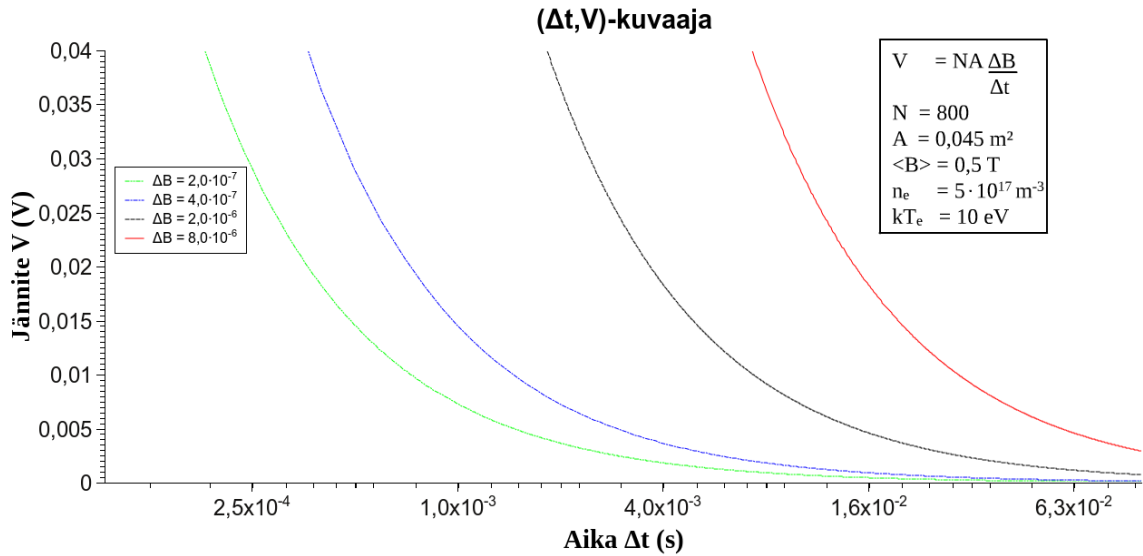


Kuva 8: Kelan läpi kulkeva magneettivuo ja sen kelaan indusoima virta I .



Kuva 9: Jännitteen V voimakkuus diamagneettisen ilmiön ΔB funktiona.

Yhtälön (53) mukaan kelaan indusoituva jännite on suoraan verrannollinen diamagneettisen ilmiön voimakkuuteen ja kääntäen verrannollinen aikaan. Täten kelaan indusoituu suurin jännite silloin, kun plasman syttymiseen kuluu mahdollisimman vähän aikaa. Mitä kauemmin magneettikentän muutokseen menee aikaa, sitä pienempi jännite kelaan indusoituu.



Kuva 10: Jännitteen V voimakkuus ajan Δt funktiona eri ΔB arvoilla logaritmiselle asteikolle piirrettyinä.

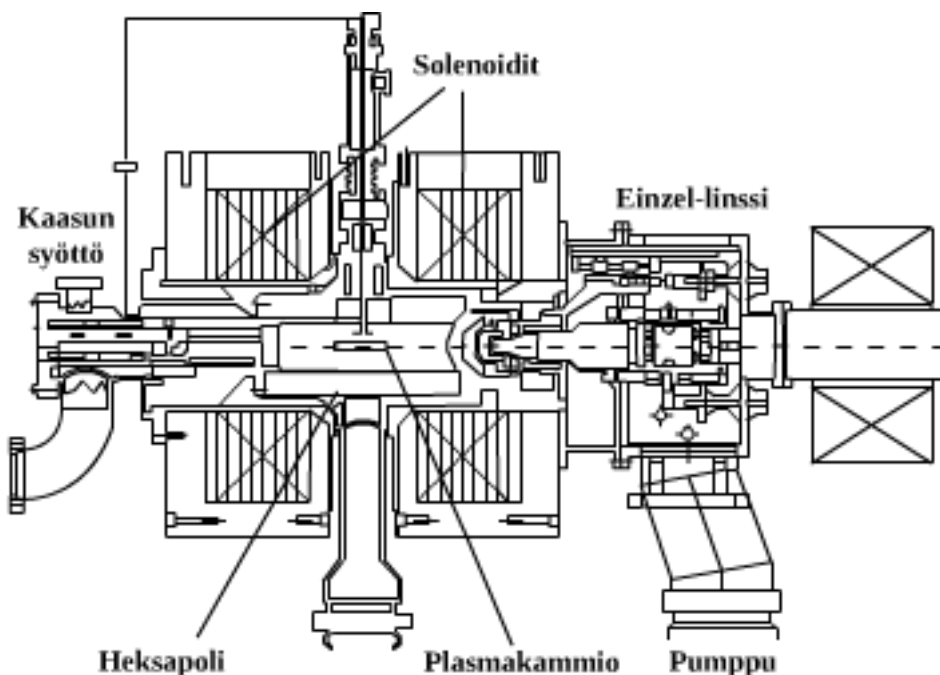
Oletetaan, että hiukkastiheys n_e , lämpötila kT_e ja keskimääräisen magneettikentän voimakkuus $\langle B \rangle$ pysyvät vakioina. Tällöin nähdään, että kelaan indusoituva jännite kasvaa eksponentiaalisesti Δt :n pienentyessä. Vasemmassa laidassa olevan käyrän $\Delta B = 2,0 \cdot 10^{-7}$ T ja oikeassa laidassa $\Delta B = 8,0 \cdot 10^{-6}$ T. Kelaan indusoituva jännite kasvaa selkeästi nopeiten suurella ΔB :n arvolla.

Todellisuudessa ΔB ei pysy vakiona, koska plasman syttyessä sen lämpötila ja tiheys eivät pysy vakioina. Tämän vuoksi kokeellisen käyrän kulmakertoimeen tulee oletettavasti korkeamman asteen termi, sillä plasman syttyessä aluksi ΔB kasvaa (jännitteen V arvo kasvaa eksponentiaalisesti) mutta ajan kuluessa kasvunopeus hidastuu.

5 ECR-ionilähteen toimintaperiaate

Jyväskylän yliopiston fysiikan laitoksella on käytössä kaksi ECR-ionilähdettä. Toista (6,4 GHz ECRIS 1) käytetään nykyisin lähinnä ionilähteisiin ja ionisuihkujen tuottamiseen liittyvään tutkimus- ja kehitystyöhön. Toista (14,5 GHz ECRIS 2) taas käytetään pääasiassa raskasionisuihkujen tuottamiseen. Skemaattinen kaavio 14,5 GHz ECR-ionilähteen rakenteesta on esitetty kuvassa 11 ja molempien ionilähteiden parametrit on esitetty taulukossa 1.

Plasman luominen tapahtuu pääpiirteittäin seuraavasti: Ionilähteen plasmakammioon ohjataan neutraalia kaasua. Plasmakammio sijaitsee magneettikentässä ja sinne on pumpattu tyhjiö. Magneettikenttä muodostuu solenoideilla muodostettavasta aksiaalisesta magneettikentästä sekä kestmagneeteilla luotavasta magneettikentän heksapolirakenteesta, jotka muodostavat yhdessä ns. B_{min} -kenttärakenteen. Lähetettäessä plasmakammioon mikroaaltoja, joiden taajuus vastaa elektronien resonanssitaajuutta, vapaat elektronit saavat lisää liike-energiaa jolloin ne kykenevät ionisoimaan kaasua muodostaen plasmaa. Luotu plasma diffusoituu kentän suuntaisesti ja osa poistuu ekstraktioaukosta muodostaen ionisuihkun [5].



Kuva 11: ECR-ionilähteen skemaattinen esitys; keskellä plasmakammio, johon pumpataan pumpuilla tyhjiö ja sen ympärillä on kestmagneettien ja solenoidien muodostama magneettikenttä.

5.1 Mikroaallot

Plasmakammiossa olevan kaasun ionisoituminen alkaa, kun sinne lähetetään mikroaaltoja. Mikroaallot luovat kammioon nopeasti muuttuvan sähkökentän, joka antaa kaasun elektroneille liike-energiaa. Resonanssiehdon mukaan mikroaaltojen taajuuden on oltava sama kuin elektronien syklotronitaajuuden, eli

$$\begin{aligned}\omega_L &= \omega_{RF}, \\ \omega_L &= \frac{eB}{m_e} = \omega_{RF}.\end{aligned}\tag{54}$$

Kun elektroneilla on riittävästi liike-energiaa, ne ionisoituvat irti kaasuatomeista. Elektronien irrotessa ne törmäilevät muihin kaasuatomeihin ja ionisoivat niitä.

5.2 Magneettinen peili ja pullo

Hiukkasen liikkeessä magneettikentässä sen liike-energia $W = \frac{1}{2}mv^2$ ja magneettinen momentti μ pysyvät vakioina. Tällöin sille pätee [5]

$$\frac{mv_{\parallel}^2}{2} = W - \mu B.\tag{55}$$

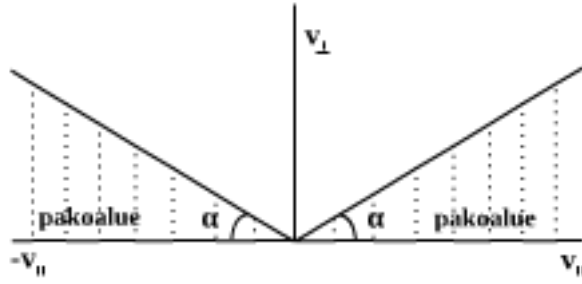
Jos magneettikentän voimakkuus B kasvaa, W_{\perp} kasvaa kunnes $W_{\parallel} \rightarrow 0$. Tällöin saadaan

$$W = \frac{mv_{\parallel}^2}{2} = \mu B.\tag{56}$$

Hiukkasen liikkeessä heikommasta magneettikentän alueesta vahvempaan, magneettikentän suuntainen nopeus v_{\parallel} pienenee ja B kasvaa. Jos B on riittävän voimakas, hiukkasen nopeus v_{\parallel} menee nolleen ja sen kulkusuunta kääntyy. Koska μ ja v pysyvät vakioina, yhtälöstä (56) saadaan johdettua relaatio hiukkasen liikeradan nousukulmalle

$$\frac{\sin^2 \alpha_1}{B_1} = \frac{\sin^2 \alpha_2}{B_2}.\tag{57}$$

Havaittavaa on, että jos hiukkasella ei ole magneettista momenttia μ ja sen nopeuden kohtisuora komponentti $v_{\perp} = 0$, magneettikenttä ei vaikuta hiukkasen liikerataan. Pakoalue nopeusavaruudessa on esitetty kuvassa 12.

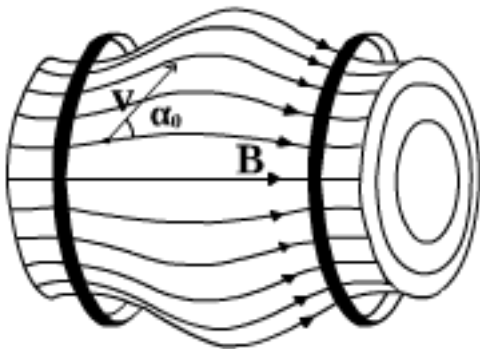


Kuva 12: Nopeusavaruuden pakoalue magneettisessa peilissä.

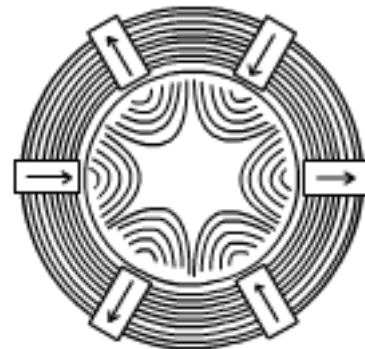
Magneettinen pullo muodostuu kahden magneettisen peilin superpositiosta. Hiukkanen on vangittuna magneettiseen pulloon, kun sen nousukulma α_0 magneettikentän heikoimmassa pisteessä B_0 on välillä

$$\arcsin \sqrt{\frac{B_0}{B_m}} \leq \alpha_0 \leq 180^\circ - \arcsin \sqrt{\frac{B_0}{B_m}}, \quad (58)$$

missä B_m on magneettikentän voimakkuus pullon reunalla. Magneettisen pullon magneettikentän rakenne on esitetty kuvassa 13. Kasvattamalla kulmaa α_0 kasvatetaan plasman säilöntäaikaa ja ionilähteen tehokkuutta. Koska magneettiseen pulloon vangitun plasman kaikki hiukkaset eivät pysy pullossa, plasma ei ole isotrooppista. Kuitenkaan hiukkasten pakeneminen pullosta ei ole pelkästään haitaksi, sillä plasman siirtäminen pois plasmakammioista voidaan mieltää paoksi magneettisesta pullosta [11].



Kuva 13: Kaksi kelaa, jotka synnyttävät magneettisen pullon.



Kuva 14: Magneettikentän heksapoli-rakenteen kenttäviivat ECR-ionilähteen plasmakammiossa.

5.3 Mittauslaitteisto ja kokeelliset menetelmät

Mitattaessa diamagneettisen ilmiön voimakkuutta ECR-ionilähteessä mittauslaitteistoon kuuluu ECR-ionilähde ja diamagneettinen kela. 14,5 GHz ECR-ionilähteen skemaattinen kuvaaja on esitetty kuvassa 11. Diamagneettinen kela sijoitetaan plasmakammion ympärille. Kelassa on 800 kierrosta ja sen säde $r \approx 0,12 \text{ m}$.

Mittaus aloitetaan luomalla plasmaa ECR-ionilähteen plasmakammiossa. ECR-ionilähteen plasmakammio on esitetty kuvassa 15. Plasman syttyessä hiukkaspaine p kasvaa ja ulkoisen magneettikentän vaikutuksesta plasman sisälle syntyy diamagneettinen virta, joka aiheuttaa magneettikentän muutoksen. Magneettikentän muutos indusoi jännitteen V plasmakammion ympärille sijoitettuun kelaan. $(\Delta t, V)$ -kuvaajan perusteella kelaan indusoituvan jännitteen voi odottaa olevan 10^{-3} V luokkaa.

Sijoittamalla saadut jännitteen V lukuarvot eri ajanhetkillä Δt yhtälöön (53) saadaan määritettyä diamagneettisen ilmiön voimakkuus ΔB . Koska keskimääräisen magneettikentän voimakkuus $\langle B \rangle$ tiedetään (taulukko 1), ratkaisemalla yhtälöstä (49) hiukkaspaine p saadaan

$$p = \frac{\langle B \rangle^2 - (\Delta B + \langle B \rangle)^2}{2\mu_0}. \quad (59)$$

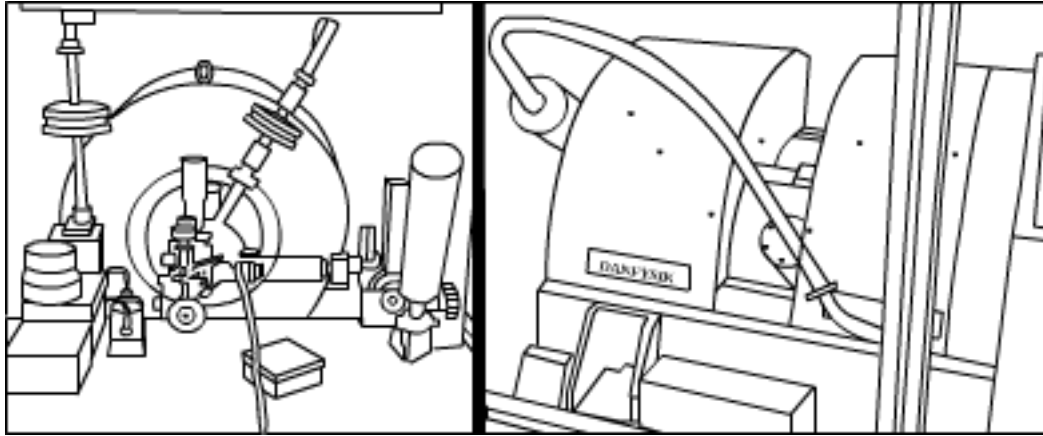
Koska yhtälön (53) mukaan pätee

$$\Delta B = \frac{V\Delta t}{NA}, \quad (60)$$

sijoittamalla yhtälö (60) yhtälöön (59) saadaan

$$p = \frac{\langle B \rangle^2 - \left(\frac{V\Delta t}{NA} + \langle B \rangle\right)^2}{2\mu_0}. \quad (61)$$

Koska hiukkaspaine p on riippuvainen ajasta Δt , yhtälön (61) kautta nähdään, miten hiukkaspaine muuttuu plasman syntyhetkellä.



Kuva 15: 14,5 GHz ECR-ionilähteen plasmakammio kahdesta eri kuvakulmasta. Diamagneettinen kela sijoitetaan plasmakammion ympärille.

Taulukko 1: ECR-ionilähteiden parametrit

JYFL	ECRIS 1 (6,4 GHz)	ECRIS 2 (14,5 GHz)
Parametri	Suure	Suure
Plasmakammion tilavuus	7,7 l	1,3 l
Plasman tilavuus	0,68 l	0,2 l
Mikroaaltotaajuus	6,4 GHz	14,5 GHz
Max. mikroaaltoteho	400 W	900 W
Max. kiihdytysjännite	15 kV	16 kV
Perusvakuumi	$< 10^{-7}$ mbar	$< 5 \cdot 10^{-8}$ mbar
B_{ECR}	0,23 T	0,5 T
$B_{injection}$	1,2 T	2,2 T
$B_{extraction}$	0,6 T	0,8 T
B_{radial}	0,5 T (MMPS 0,9 T)	0,85 T
B_{min}	0,16 T	0,4 T
Hiukkastiheys n_e	$5 \cdot 10^{10} - 5 \cdot 10^{11} cm^{-3}$	

6 Johtopäätökset

Teoreettinen arvo plasman diamagneettisen ilmiön aiheuttamalle magneettikentän muutokselle on pieni verrattuna plasmakammiossa vallitsevan magneettikentän voimakkuuteen. $(\Delta t, V)$ -kuvaajasta nähdään, että plasman diamagneettinen ilmiö on voimakkaimmillaan heti, kun plasmakammioon aletaan syöttämään mikroaaltoja, mutta ilmiö vaimenee nopeasti ajan kuluessa. $(\Delta B, n_e)$ - $(\Delta B, kT_e)$ ja $(\Delta B, \langle B \rangle)$ -kuvaajista vastaavasti näemme, että hiukkastiheyden tai lämpötilan muuttaminen aiheuttaa $10^{-6} T$ luokkaa olevan magneettikentän muutoksen.

Ennen syvällisempää analyysiä tuloksista täytyy huomioida, että tutkielmassa käytetyt approksimaatiot eivät salli pidemmälle meneviä johtopäätöksiä plasman luonteesta. Ensinnäkin, plasma oletettiin alusta lähtien isotermiseksi ja isotrooppiseksi, mitä se ei ECR-ionilähteessä ole. Toiseksi, tulokset on laskettu ns. 'kylmälle plasmalle', jossa elektronien lämpötilat ovat matalia. Kolmanneksi, johdettaessa plasman diamagneettista ilmiötä magneettisesta tasapainoyhtälöstä oletettiin, että magneettikenttä plasmakammiossa olisi homogeeninen. Todellisuudessa magneettikentän heksapolirakenne luo plasmakammion sisälle magneettikentän, jonka voimakkuuden laskeminen eri pisteissä on analyttisesti hyvin vaikeaa.

Plasman syntyvaihetta ei tunneta tarkasti. Tämä johtuu pääasiassa magneettikentän ja plasman rakenteesta. Plasman ominaisuuksien kuvailemiseen käytetään yllämainittuja vahvasti approksimoivia oletuksia, mutta yleensä ne eivät vääristä tuloksia huomattavasti. Diamagneettisen ilmiön kokeellinen mittaaminen antaisi mahdollisuuden verrata teoreettisia arvoja kokeellisesti saatuihin.

Diamagneettisen ilmiön voimakkuus ECR-ionilähteessä on mitattu aikaisemmin vuonna 1993 Californiassa sijaitsevassa 2,12 GHz ECR-ionilähteessä [12]. Tällöin havaittiin, että ympäristö tuotti signaaliin huomattavasti häiriöitä. Mittaustuloksista pystyi kuitenkin päättelemään seuraavat plasmaan liittyvät ominaisuudet:

1. Plasman paine on 10^{-3} Pa luokkaa.
2. Plasman paine on riippumaton käytetystä mikroaaltotaajuuden tehosta.
3. Plasman paine on kääntäen verrannollinen massan kulkunopeuteen.

Sijoittamalla lukuarvoja yhtälöön (61) nähdään, että hiukkaspaineen p voidaan olettaa olevan samaa luokkaa myös 14,5 GHz ionilähteessä. Muiden tulosten vahvistaminen vaatisi kokeellisia mittauksia.

Diamagneettisen ilmiön aiheuttamaa magneettikentän muutosta on mitattu myös kokeellisissa tokamak-tyyppisissä fuusioreaktoreissa useaan otteeseen. Fuusioreaktorien tapauksessa diamagneettisen ilmiön tutkimista hyödynnetään fuusioplasman diagnostiikassa [13]. Lisäksi, koska diamagneettinen ilmiö heikentää ulkoista magneettikenttää, se vaatii enemmän tehonsyöttöä fuusioreaktoriin. Vuonna 2001 tehdyissä mittauksissa diamagneettinen ilmiö vaati lähes 400 kW lisää tehoa fuusioreaktion ylläpitämiseen [14]. Mittaukset kokeellisessa NSTX-mallisessa fuusioreaktorissa samana vuonna antoivat samansuuntaisia tuloksia [13]. Tulokset eivät kuitenkaan ole vertailukelpoisia ECR-ionilähteen plasman kanssa, sillä fuusioreaktorin kokoonpano eroaa huomattavasti ECR-ionilähteestä, minkä lisäksi plasman lämpötila ja tiheys ovat eri kokoluokkaa. Lisäksi plasman koossapitävä magneettikenttä on rakenteeltaan erilainen.

Havaittavaa on myös, että teoreettinen $(\Delta t, V)$ -kuvaaja on hyvin ideaalinen tapaus, eikä vastaa todellisuutta. Luotaessa plasmaa plasman hiukkaspaine p kasvaa, joten käyrän kulmakerroin muuttuu ajan kuluessa.

Seuraava vaihe tämän tutkielman jälkeen on kokeellisten mittausten tekeminen ECR-ionilähteessä. Mittaukset voisivat noudattaa samaa järjestelyä, mitä Sercel käytti mittauksissaan [12]. Koska diamagneettisen ilmiön aiheuttama magneettikentän muutos on $10^{-6} T$ luokkaa, ilmiön mittaamiseen liittyy luultavasti ennalta-arvaamattomia teknisiä vaikeuksia.

7 Kirjallisuus

Viitteet

- [1] D. Hitz, A. Girard, G. Melin, S. Gammino, G. Ciavola and L. Celona,
Results and interpretation of high frequency experiments at 28 GHz in ECR ion sources, future prospects.
Review of Scientific Instruments Vol. 73, Number 2, February 2002
- [2] J.L. Shohet, J. Friedmann, A. Wendt,
Fourier Transform Mass Spectrometry in an ECR Plasma.
Engineering Research Center for Plasma-Aided Manufacturing, University of Wisconsin-Madison, May 1989.
- [3] Eric J. Lerner,
Plasma Propulsion in Space.
The Industrial Physicist, October 2000.
- [4] J. Wesson,
Tokamaks, 3rd Edition.
Clarendon Press - Oxford, 2004.
- [5] Richard Geller,
Electron Cyclotron Resonance - Ion Sources and ECR Plasmas.
CRC Press, 1996.
- [6] Robert J. Goldston and Paul H. Rutherford,
Introduction to Plasma Physics.
Institute of Physics Publishing, 1995.
- [7] Hannu Koskinen,
Johdatus plasmafysiikkaan ja sen avaruussovelluksiin.
Limes ry, 2001.
- [8] Harald Ibach, Hans Lüth,
Solid State Physics - An Introduction to Principles of Materials Science.
Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.
- [9] I.S. Grant & W.R. Phillips,
Electromagnetism, 2nd Edition.
Department of Physics and Astronomy, Faculty of Science, University of Manchester, 2003.

- [10] T. Ropponen, P. Jones, T. Kalvas, H. Koivisto, P. Peura, O. Tarvainen, P. Suominen,
Time Evolution of Endpoint Energy of Bremsstrahlung Spectra and Ion Production from an Electron Cyclotron Resonance Ion Source.
In proceedings of the 18th International Workshop on ECR Ion Sources (ECRIS08), Chicago, USA, 2008.
- [11] Olli Tarvainen,
Studies Of Electron Cyclotron Resonance Ion Source Plasma Physics.
Department Of Physics University Of Jyväskylä Research Report No. 8/2005.
- [12] Joel Christopher Sercel,
An Experimental and Theoretical Study of the ECR Plasma Engine.
California Institute of Technology, Pasadena, California, 1993.
- [13] M.G. Bell, R.J. Marsala, J. Menard,
Measurements of Plasma Diamagnetism in NSTX.
Princeton Plasma Physics Laboratory, Columbia University, 2001.
- [14] A. Manini, J.-M. Moret, S. Alberti, T.P. Goodman & M.A. Henderson,
Modulated ECH Power Absorption Measurements Using Diamagnetic Loop In The TCV Tokamak.
Centre de Recherches en Physique des Plasmas, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2001.