

**This is an electronic reprint of the original article.  
This reprint *may differ* from the original in pagination and typographic detail.**

**Author(s):** Ilmavirta, Joonas

**Title:** De problematis inversis

**Year:** 2014

**Version:**

**Please cite the original version:**

Ilmavirta, J. (2014, 180). De problematis inversis. Melissa, .

All material supplied via JYX is protected by copyright and other intellectual property rights, and duplication or sale of all or part of any of the repository collections is not permitted, except that material may be duplicated by you for your research use or educational purposes in electronic or print form. You must obtain permission for any other use. Electronic or print copies may not be offered, whether for sale or otherwise to anyone who is not an authorised user.

# DE PROBLEMATIS INVERSIS

– scripsit Ionas Ilmavirta (Universitas Granivicensis) –

Continenter occurrunt rerum condiciones, in quibus Caliquid mensurandum est: velocitas autorædæ, capacitas farinæ, effectus lucernæ aut aliquid aliud. Quam maxime necesse est instrumenta mensurando apta habere, quo facilius mensurare – et vivere – possimus.

In mensurando instrumenta duorum generum habere oportet, technica et mentalia. Si volumus mensurare velocitatem autorædæ, vehimus ea et mensuramus tempus adhibitum horologio et longitudinem itineris circuitibus canthi numerandis. Scire volumus et longitudinem unius circuitus, quem funiculo metrico parare possumus. Sic instrumentis technicis (hologio, numeratro circuituum, funiculo metrico) tres mensurationes factæ sunt, sed nulla horum velocitas est.

Deinde adhibenda sunt instrumenta mentalia, artes ratiocinandi et calculandi. Multiplicatio numeri circuituum eorum longitudine dat longitudinem itineris. Deinde longitudinem itineris tempore acto dividendo velocitatem mediam cognoscimus. Sic tandem velocitas mensurata est, in quo maxime usui erant instrumenta et technica et mentalia.

Interdum recte mensurare non licet. Si medicus densitatem ossis femoris ægri mensurare vult, non licet os e femore remove et deinde massam et capacitatem mensurare de eisque dividendo densitatem calculare. Salus ægri fovenda limitem ponit rationi mensurandi, et indirecte mensurandum est. Debet aliquo alio modo densitatem ratiocinari. Quia ratiocinatio talis haud facilis est, grave est pondus instrumentorum mentalium nec solum technicorum.

## PROBLEMA RECTUM ET INVERSUM

Scopus investigationis problematum inversorum est instrumenta utriusque generis parare, quæ in mensurationibus indirectis adhiberi possint. Ipse latus mathematicum problematum inversorum scrutor, quare hæc problemata artem mathematicam indirecte mensurandi habeo. In foco sunt instrumenta mentalia, nec, quod ad mathematicen attinet, multiplicatio cum divisione satisfacit.

Tale est natura problema rectum: proprietatibus alicuius rei cognitæ ratiocinandum est, quo modo illa se gerat. Si exempli causa notæ sunt longitudo, crassitudo, densitas et tensio chordæ citharæ, vox chorda edita facile calculatur. Voci enim inest frequentia fundamentalis necnon ea quoque numerorum naturalium multiplicata. His proprietatibus datæ cognosci possunt omnes frequentiæ, quas chorda edere potest, sed magnitudo cuiusque frequentiæ ignota manet.

Problema inversum autem hanc quæstionem invertit: gestu alicuius rei noto eius proprietates ratiocinandæ sunt. In exemplo nostro citharico vocem audimus et proprietates (longitudo, crassitudo, densitas et tensio) nobis explorandæ sunt. Hoc enim fieri non potest, quia si diametros chordæ in dimidium minuitur et longitudo duplicatur, vox eadem manet. Itaque problema hoc inversum clara solutione caret, sed aliquid de indolibus chordæ cognosci potest.

Si tres ex quattuor chordæ proprietatibus notæ sunt exploratæque frequentia, quarta semper calculari potest. Si igitur longitudinem et crassitudinem mensurare licet ac materia nota est (densitas in libro tabulario legi potest), noscitur tensio. Problema inversum sic formatum solutionem unicam habet.

Quid si citharam in tympanum mutamus? Si proprietates membranæ tympani notæ sunt, vox facilis est calculatu (problema rectum). Sed si vocem tympani audimus et omnes proprietates præter formam scimus, potestne forma eius explorari? Nemo responsum perfectum dare quit, sed nonnil iam notum est.

Si vox tympani talis est, ut eam membrana rotunda dare possit, certe membrana rotunda data est. Vox tympani rotundi numquam nos fallit. Cum autem multæ formæ angulosæ, quæ eandem vocem dent, inventæ sint, possumus etiam errare de aliquibus formis tympanorum.

Quales tympanos possumus eorum vocibus auditis recognoscere? Hæc quæstio acerrime investigatur, et problemata sunt in instrumentis mentalibus. Hæc quæstio mathematice exacte formulari potest, sed eam solvere difficillimum est. Studium huius quæstionis non ab oblectationibus musicalibus oritur, sed idem exemplar mathematicum alias quoque usui est.

Problemata recta et inversa supra exposita pertinent ad aream mathematices, quæ geometria spectralis appellatur. Secundum nomen suum nexum inter spectrum (frequentia vocis) et geometriam (longitudo sive forma) scrutatur. Alia quoque sunt problemata inversa, sed hæc bonum exemplum præbent.

Mensuratio indirecta exemplis musicalibus similis multis nota est. Cultores melonum melonem quatendo et audiendo ratiocinari possunt, an maturus sit, et talis ratiocinatio iam diu adhibita est.

Problemata inversa investiganda laboriosa sunt. Ut exempla demonstrant, interdum solutio unica problemati deest (variæ proprietates eosdem gestus efficere possunt) et problema est difficilius quam versio eius recta. Interest – et usui est – investigare, quæ problemata inversa solutionem unicam habeant sive quæ methodi indirecte mensurandi omnino adhiberi possint.

RESTIS PENSANDA

Conemur uno exemplo mensurationes indirectas melius intelligere. Metam nobis ponamus restem pensandam, quæ utroque limite parieti affixa est sicut restis lintearia. Si restem abripere licet et ad libram ponere, problema facile est, sed difficilior fit, si eam non licet solvere. Prohibitio talis naturalior est in arte medicina, cum homo ægrotus fractus restitui non possit, sed ne hoc distrahamur.

Possimus restem sicut chordam citharæ adhibere et meminisse supra scripta, et sic facimus. Ponimus prope alterum locum affixionis axem alicuius generis, super quam restis eat. (Si nil est, in quo axem affigeremus, rogamus amicum, ut axem teneat.) In parte breviori restis suspendimus pondus duorum fere chiliogrammatum, cuius massa est multo maior quam restis et nobis nota.

Nunc pars longior restis tenta est, et ea canere possumus sicut chorda citharæ. Si mediam restem paullo deorsum trahimus deinque solvimus, restis pulchre oscillat. Horologio mensuramus quanto tempore decies oscillet et ita frequentiam cognoscimus. Tota reste eodem rhythmo oscillante scimus hanc frequentiam esse frequentiam fundamentalem.

Longitudo et crassitudo sunt faciles mensuratu. Volumus scire etiam tensionem. Eam cognoscimus, quia massa ponderis nota est et angulus partis restis, de qua pendet, facile mensuratur.

Nunc sumus in rerum condicione supra descripta: scimus longitudinem, crassitudinem, tensionem et frequentiam oscillationis. Ex his calculare possumus densitatem, et illam capacitatem multiplicando massam exploramus. Hæc est solum massa partis restis tentæ, sed massam totius restis facile cognoscimus videndo, qualis pars restis tenta sit. Sic demum est massa restis cognita.

TOMOGRAPHIA RÖNTGENIANA

Solutio cuiusdam problematis inversi vitam multorum faciliorem reddit, et mentionis dignum est. Incipiamus enim cum problemate directo et descriptione rerum condicionum.

Radii Röntgeniani persimiles sunt radiis lucis. Radiatio Röntgeniana est lux, cuius colorem oculus humanus non capit – est, ut ita dicam, nimis cæruleus. Lux talis parari et mensurari potest sicut lux visibilis lampade et machina photographica, quare instrumentis aptis ornatus homo radiis Röntgenianis videre potest sicut solitis radiis lucis. Dissimiliter luci hodiernæ hæc

lux magnopere per corpus humanum it, quod efficit, ut interiora hominis videre liceat.

In imagine Röntgeniana os fractum facile videtur, sed non omnes structuræ tam facile in una imagine percipiuntur. Etsi multæ sint imagines, est defectus in medulla ossis plerumque difficilis perceptu, cum ossibus aliisque structuris a quaque parte umbretur.

Si structura hominis accurate nota est, id est, quid ubique sit, facile est ratiocinari, quales imagines Röntgenianæ a quaque parte factæ videantur. Problema inversum ad hoc attinens rogat, possitne structura hominis tridimensionalis ex imaginibus Röntgenianis ab omnibus partibus factis inveniri. Accidit, ut vero inveniri possit, sed haud facile est. In ratiocinando auxilio computatri opus est, quia computationes sunt complicatæ, sed computatris hodiernis hoc facillime efficitur. Propter usum computatri hæc methodus plerumque tomographia computatralis appellatur (breviter CT ex verbis Anglicis *computerized tomography*).

Hæc methodus indirecta mensurandi utilissima est. Cotidie in nosocomiis medici ea utuntur, ut intra ægros videant. Itaque haud mirum est eius inventores Cormack et Hounsfield præmium Nobelianum in medicina anno 1979 tulisse.

Investigationes meæ ad problemata inversa tomographiæ Röntgenianæ similia attinent, sed expositio earum hic non apta est. Attamen diversa problemata inversa nexus improvisos inter se habent, et exempli causa problema inversum tomographiæ Röntgenianæ nexum intimum habet cum geometria spectrali supra exposita. Hoc est sal mathematices; haud quisquam coniectaverit ratiocinationem formæ tympani et fracturæ ossis simillimam esse!

DISSERTATIO

Hic textus etiam pars dissertationis divulgabitur iuxta versionem Finnicam et Anglicam. Dissertationem, quæ titulum habet Anglicum *On the broken ray transform*, mense Augusto huius anni defendam in Universitate Granivicensi. ☺