

Jyväskylän Yliopisto, Fysiikan laitos

ENERGEETTISTEN PROTONIEN JARRUUNTUMINEN NESTEMÄISESSÄ VEDESSÄ

Kalle Auranen



JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

Pro gradu -tutkielma

17.8.2011

Ohjaaja: Erikoistutkija Heikki Kettunen

Tiivistelmä

Tämän työn tarkoituksena oli mitata protonien jarruuntumiskyky nestemäisessä vedessä energia-alueella 4 – 20 MeV. Työssä käytettiin micro channel plate -pohjaisia lentoaikailmaisimia. Lopputulosten suhteelliset virheet vaihtelivat välillä 2,0 – 16,5 % mediaanin ollessa 4,2 % ja keskiarvon 5,3 %. Saatut tulokset olivat hyvässä sopuinnussa ICRU:n raportin numero 49 antamien simuloitujen arvojen kanssa. Energialtaan 4 – 16 MeV protonien mitatut jarruuntumiskyvyt poikkesivat noin yhden prosentin tai vähemmän simuloituista arvoista. Energia-alueella 16 – 20 MeV protonien mitatut jarruuntumiskyvyt olivat noin 4 – 8 % suuremmat kuin ICRU:n antamat simuloidut arvot. Mitattuja arvoja verrattiin myös SRIM-2008.04 -ohjelmalla simuloituihin arvoihin. Energialtaan 9 – 20 MeV protonien jarruuntumiskyvyt olivat sopuinnussa SRIM:n antamien arvojen kanssa. Kuitenkin tätä pienemmillä energioilla SRIM:n simuloimat jarruuntumiskyvyt olivat noin 3 % suuremmat kuin mitatut arvot, ja nämä arvot eivät olleet sopuinnussa mitattujen arvojen kanssa.

Abstract

Purpose of this work was to measure a proton stopping power in liquid water for 4 – 20 MeV protons. In this work we used micro channel plate -based time of flight detectors. Relative error of the final results varied between 2.0 – 16.5 %, median value was 4.2 % and average 5.3 %. The final results agreed with the simulated values given by ICRU report No. 49. The measured stopping powers for 4 – 16 MeV protons differed from the simulated ones about one per cent or less. The measured stopping power for 16 – 20 MeV protons were approximately 4 – 8 % higher than the values given by ICRU. The measured stopping powers were also compared to the values simulated by SRIM-2008.04 program. The measured stopping powers in energy range 9 – 20 MeV agreed with the simulated ones given by SRIM. However the simulated values for protons 4 – 9 MeV were about 3 % higher than the measured ones, and these values did not agree with each other.

Sisältö

1	Esipuhe	4
2	Teoreettiset lähtökohdat	5
2.1	<i>Varattujen raskaiden hiukkasten (ml. protoni) vuorovaikutus materiaan kanssa</i>	5
2.2	<i>α-hajoamisesta</i>	6
2.3	<i>Relativistinen liike-energia, lentoajan muuttaminen hiukkasen liike-energiaksi</i>	7
2.4	<i>Protonin kohtioon jättämä energia</i>	8
2.5	<i>Protonin kulkema matka kohtiossa</i>	9
3	Mittausasetelma	11
3.1	<i>Yleistä mittausasetelmasta</i>	11
3.2	<i>MCP-ilmaisimista</i>	12
3.3	<i>Signaalin käsittely</i>	13
3.4	<i>Mittausten kulku</i>	14
4	Lentoaikakalibraatio	16
4.1	<i>Lentoaikakalibraation kulmakerroin B</i>	16
4.2	<i>Lentoaikakalibraation vakiotermi A välille MCP2-MCP3.</i>	18
4.3	<i>Lentoaikakalibraation vakiotermi A välille MCP1-MCP2.</i>	23
5	Protonien kohtioon jättämä energia	28
5.1	<i>Protonien kohtioon jättämä energia epäsuoralla laskutavalla</i>	28
5.2	<i>Protonien kohtioon jättämä energia suoralla laskutavalla</i>	31
6	Protonien kohtiossa kulkema matka	35
7	Protonien jarruuntumiskyky nestemäisessä vedessä	37
8	Johtopäätökset	40
8.1	<i>Lentoaikakalibraation luotettavuudesta</i>	40
8.2	<i>Suoran ja epäsuoran laskutavan tulosten yhdistämisestä</i>	40
8.3	<i>Mitattujen ja simuloitujen jarruuntumiskykyjen vertailua</i>	42
8.4	<i>Lopputulosten luotettavuudesta</i>	42
8.5	<i>Mitä seuraavaksi?</i>	43
A	Relativistisen liike-energian lausekkeen johtaminen	47
B	Muita tapoja mitata jarruuntumiskykyjä	49

B.1	<i>Ohuen kalvon läpäisseen hiukkassuihkun energiaspektrin mittaaminen</i>	49
B.2	<i>Muut mittaukset ohuilla kalvoilla</i>	49
B.3	<i>Rutherfordin takaisinsirontamenetelmä, RBS</i>	50
B.4	<i>Dopplersiirtymän vaimeneminen</i>	50
B.5	<i>Kantamamenetelmä</i>	50

1 Esipuhe

Radioaktiivinen säteily koostuu yleensä massallisista hiukkasista tai massattomista fotoneista joilla on energiaa. Näiden vuorovaikutus materian kanssa on koko ydinfysiikan ja sen sovellusten perusta. Radioaktiivinen säteily voi vahingoittaa materiaaleja, etenkin elävää kudosta, minkä vuoksi sitä on pidettävä vaarallisena. Radioaktiivisen säteilyn kudosta tuhoavaa ominaisuutta voidaan käyttää myös hyväksi esimerkiksi syövän hoidossa. Kuitenkin syöpähoitojen yhteydessä tuhoutuu aina myös jonkin verran tervettä kudosta. Radioaktiivisen säteilyn ja materiaalin vuorovaikutus riippuu säteilyn materiaaliin jättämästä energiasta.

Syövän synty eli karsinogeneesi on tapahtuma, jossa solun DNA:n vaurioituminen johtaa solun hallitsemattomaan jakaantumiseen. Vaurioituneet solut valtaavat ympäriltään niin paljon tilaa, että ne alkavat häiritä terveiden solujen toimintaa. Joka neljäs suomalainen sairastuu jossain elämänsä vaiheessa syöpään, vuositasolla tämä tarkoittaa noin 24000 sairastunutta ihmistä. Syöpähoitot ovat kehittyneet viimeaikoina huomattavasti, ja paranemistodennäköisyys on kasvanut selvästi. Nykyään noin puolet syöpään sairastuneista parantuu. Syöpää voidaan hoitaa leikkaamalla, sädehoidoilla, solunsalpaajilla eli sytostaateilla, hormonihoidolla sekä interferonihoidolla. Lähes aina käytetään kuitenkin edellä mainittujen yhdistelmiä. Sädehoitojen tarkoituksena on tuhota syöpäsoluja ja pienentää kasvainta. Sädehoitoa voidaan myös käyttää hyvin laajalle levinneen syövän oireiden lievittämiseen säteilyttämällä esimerkiksi koko ylä- tai alavartaloa. Sädehoitoa voidaan antaa kehon ulkopuolelta, tai kasvaimen sisään voidaan asettaa säteilylähde. Sädehoito on kivutonta, ja sitä annetaan usein lyhytaikaisesti terveen kudoksen tuhoutumisen minimoimiseksi. [1, 5.7.2010]

Tämän pro gradu -tutkielman päämääränä on määrittää protonien jarruuntumiskyky nestemäisessä vedessä käyttäen micro channel plate -pohjaisia lentoaikailmaisimia. Elävä kudos koostuu pääosin vedestä, joten tämän tiedon avulla voidaan arvioida protonisuihkun vaikutuksia potilaaseen. Tässä työssä perehdytään lyhyesti säteilyn vuorovaikutukseen materian kanssa, esitellään käytetty mittaustilasto, määritetään protonien jarruuntumiskyky vedessä ja verrataan saatuja tuloksia simuloituihin arvoihin.

Lopuksi haluaisin kiittää erikoistutkija Heikki Kettusta asiantuntevasta opastuksesta, sekä kaikkia muita henkilöitä jotka ovat tavalla tai toisella auttaneet minua tämän työn suorittamisessa.

2 Teoreettiset lähtökohdat

2.1 Varattujen raskaiden hiukkasten (ml. protoni) vuorovaikutus materiaan kanssa

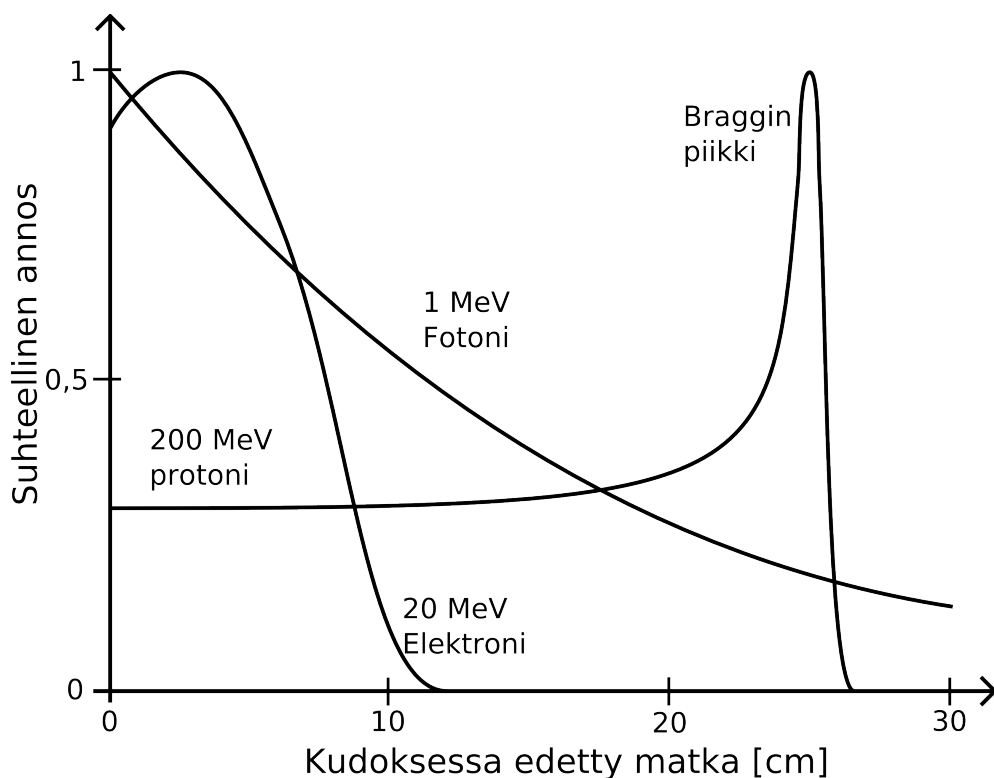
Materiaalissa etenevä varattu raskas hiukkanen menettää energiaa sen sähkökentän vuorovaikuttaessa materiaalin atomien kanssa. Useimmissa tapauksissa lähes kaikki energia menetetään väliaineen elektroneille. Ydinten välinen vuorovaikutus on harvinaista pois lukien suurienergiset hiukkaset. Näin ollen ydinten välisellä vuorovaikutuksella on vain vähän merkitystä energian menetyksessä. Kun raskas varattu hiukkanen törmää materiaalin elektroniin, se menettää tälle energiaa. Johtuen elektronin pienestä massasta energian menetys on verrattain pieni, ja toisaalta törmäys vaikuttaa raskaan hiukkasen rataa vain hyvin vähän. Näin ollen raskas hiukkanen etenee materiaalissa suoraviivaisesti törmästen useita kertoja materiaalin elektroneihin ennen pysähtymistään ionisoiden ja virittäen matkalla lukuisia väliaineen atomeja.

Raskaan hiukkasen etenemä matka väliaineessa on rajallinen ja se riippuu hiukkasen energiasta, massasta m , varauksesta ze ja väliaineen luonteesta (massaluku A , järjestysluku Z , tiheys ρ). Suhde, jolla hiukkanen menettää energiaa edettyä pituusyksikköä kohti tunnetaan jarruuntumiskykyä $-dE/dx$. Kvanttimekaanisen johdon, jossa on huomioitu relativistiset ilmiöt tälle suurelle esittelivät vuonna 1930 saksalais-amerikkalainen Hans Bethe ja sveitsiläinen Felix Bloch. Tämän ns. Bethe-Bloch yhtälön mukaan jarruuntumiskykyllä on voimassa

$$-\frac{dE}{dx} = \left(\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{4\pi Z\rho N_A}{Amv^2} \left[\ln \left(\frac{2mv^2}{I} \right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right], \quad (1)$$

missä $v = \beta c$ on hiukkasen nopeus ja N_A on Avogadron luku. I on väliaineen keskimääräinen ionisaatioenergia, jolle on olemassa kokeellinen arvio $I \approx 11Z$ eV. Kun varattu raskas hiukkanen hidastuu väliaineessa sen jarruuntumiskyky kasvaa, ja sen myötä ionisoitujen atomien määrä kuljettua matkayksikköä kohti (ionisaatiotiheys) väliaineessa kasvaa. Ionisaatiotiheys saavuttaa maksiminsa juuri ennen kuin hiukkanen pysähtyy, ja näin ollen varattu raskas hiukkanen luovuttaa huomattavan osan energiastaan juuri ennen pysähtymistä. Tätä maksimikohtaa sanotaan Braggin piikiksi, ja sitä käytetään hyväksi tuhottaessa syöpäkudosta. [2, s. 129–133]

Varattujen raskaiden hiukkasten erinomaisuus syöpähoidoissa havaitaan hyvin kuvasta 1. Oletetaan että syöpäkasvain sijaitsee kehossa noin 25 cm syvyydellä ihon pinnasta, tällöin elektroni ei edes saavuta syöpäkasvainta. Fotonit

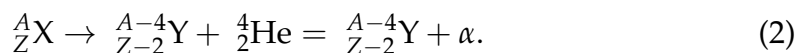


Kuva 1: Eri säteilylajien suhteellinen annosmäärä kudoksessa edetyn matkan funktiona.

vaimenevat väliaineessa eksponentiaalisesti, joten ne saavuttavat syöpäkasvaimen, mutta tuhoavat enemmän kudosta ihon pinnalta kuin kasvaimesta. Varatut raskaan hiukkaset puolestaan eivät juuri tuhoa kudosta ennen kasvaimen saavuttamista, mutta luovuttavat suurimman osan energiastaan syöpäkasvaimen tuhoten sen.

2.2 α -hajoamisesta

α -hajoaminen on ydinprosessi, jossa alkuperäisestä ytimestä X tunnetuuta α -hiukkanen, joka koostuu kahdesta protonista ja kahdesta neutronista, ts.



α -hajoamisessa vapautunut energia Q_α voidaan laskea alku- ja lopputilanteen massojen erotuksina

$$Q_\alpha = (m_P - m_D - m_\alpha)c^2 = E_D + E_\alpha, \quad (3)$$

missä m_D on emoytimen atomimassa, m_α on ${}^4\text{He}$:n atomimassa ja E_D sekä E_α ovat vastaavat kineettiset energiat. Oletetaan että α -hajoaminen tapahtuu levossa, ja että liikemäärän pitää säilyä, ts. $m_D v_D = m_\alpha v_\alpha$, missä v_α ja v_D ovat α -hiukkasen ja tytärtyimen nopeudet hajoamisen jälkeen. Tällöin liike-energioiden suhteelle voidaan kirjoittaa

$$\frac{E_D}{E_\alpha} = \frac{\frac{1}{2}m_D v_D^2}{\frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2} = \frac{(m_D v_D)^2 m_\alpha}{(m_\alpha v_\alpha)^2 m_D} = \frac{m_\alpha}{m_D}. \quad (4)$$

Ratkaisemalla tästä E_D ja sijoittamalla se yhtälöön 3 voidaan kirjoittaa seuraava yhtälö

$$Q_\alpha = E_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_D} \right), \quad (5)$$

jonka avulla kyetään laskemaan α -hajoamisessa α -hiukkaselle jäänyt kineettinen energia, kun hajoamisessa vapautunut energia Q_α tunnetaan. [2, s.14–15]

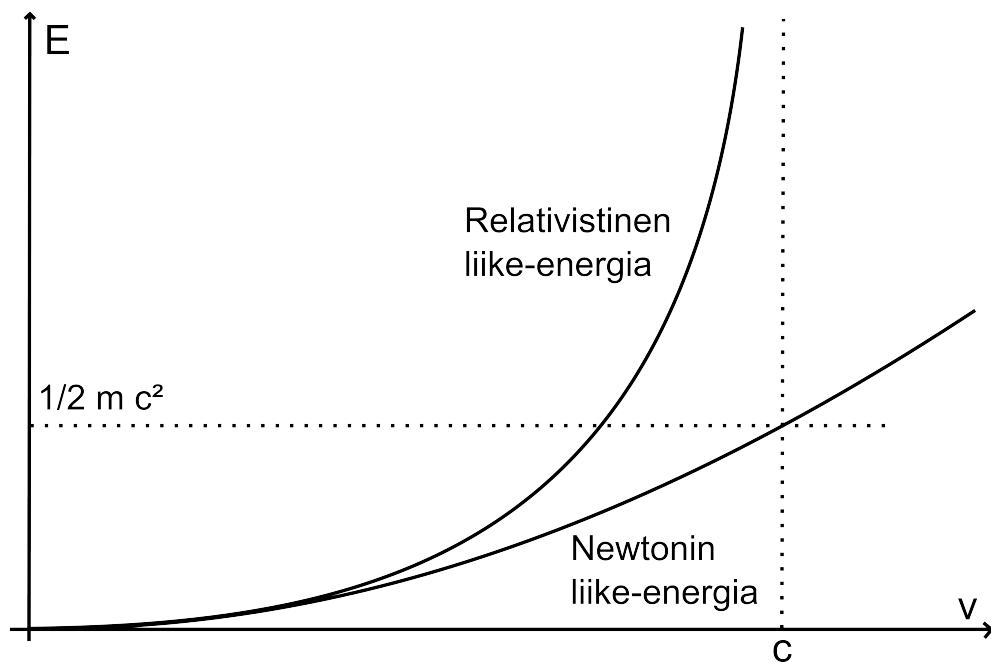
2.3 Relativistinen liike-energia, lentoajan muuttaminen hiukkasen liike-energiaksi

Mikäli kappale, jonka massa on m , liikkuu riittävän suurella nopeudella v ($v \gtrsim 0.1c$, missä c on valon nopeus tyhjiössä), niin Newtonin mekaniikan liike-energian yhtälö $E = \frac{1}{2}mv^2$ ei enää pidä riittävällä tarkkuudella paikkaansa. Kappaleen kineettiselle energialle voidaan kuitenkin johtaa yhtälö, jossa relativistiset ilmiöt on otettu huomioon

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2. \quad (6)$$

Tämä on tehty liitteessä A. Relativistisesti korjatun liike-energian ero klassiseen liike-energiaan selviää hyvin kuvasta 2. Suurin ero energioissa tulee nopeuden lähestyessä valon nopeutta, jolloin relativistinen liike-energia divergoi, kun taas Newtonin liike-energia lähestyy vakioarvoa $\frac{1}{2}mc^2$. Toisaalta liike-energiat ovat lähes identtiset, kun $v \lesssim 0.1c$.

Kun lisäksi tiedetään, että matkan s ajassa Δt edenneen kappaleen keskinopeus on $v = s/\Delta t$ [3, s. 42], voidaan kirjoittaa



Kuva 2: Klassisen ja relativistisen liike-energian ero.

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{(s/\Delta t)^2}{c^2}}} - mc^2. \quad (7)$$

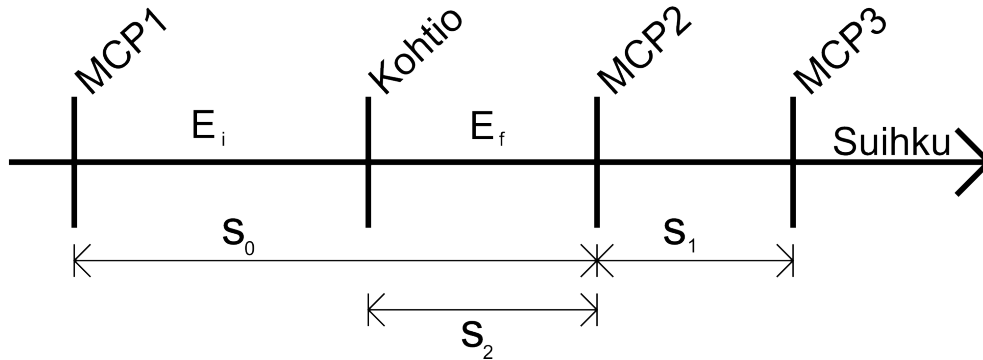
Tässä työssä matkalla s tarkoitetaan kahden ilmaisimen välistä etäisyyttä ja Δt on näiden välinen lentoaika.

2.4 Protonin kohtioon jättämä energia

Lasketaan nyt protonin kohtioon jättämä energia mitattujen lentoaikojen (Δt_0 ja Δt_1) funktiona. Olkoot protonin energia ennen kohtiota E_i ja kohtion jälkeen E_f . Olkoot MCP1 ja MCP2 ilmaisimien välinen etäisyys s_0 , MCP2 ja MCP3 ilmaisimien välinen etäisyys s_1 , sekä kohtion ja MCP2:n välinen etäisyys s_2 . Olkoot lisäksi vastaavat lentoajat Δt_0 , Δt_1 , Δt_2 . Muuttujien ja mittausasetelman hahmottamiseksi katso kuva 3, sekä kappale 3.

Yhtälön 6 ja edellä esitettyjen merkintöjen avulla voidaan lausua protonin (massa m_p) energia kohtion jälkeen seuraavasti

$$E_f = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - \frac{(s_1/\Delta t_1)^2}{c^2}}} - m_p c^2. \quad (8)$$



Kuva 3: Muuttujien nimeäminen.

Edellä c on valon nopeus tyhjiössä. Ratkaistaan nyt yhtälöstä 6 nopeus v , jolloin voidaan kirjoittaa protonin matkaan s_2 käyttämälle lentoajalle yhtälö

$$\Delta t_2 = \frac{s_2}{v} = \frac{s_2}{c \sqrt{1 - \frac{c^4 m_p^2}{(E_f + c^2 m_p)^2}}}. \quad (9)$$

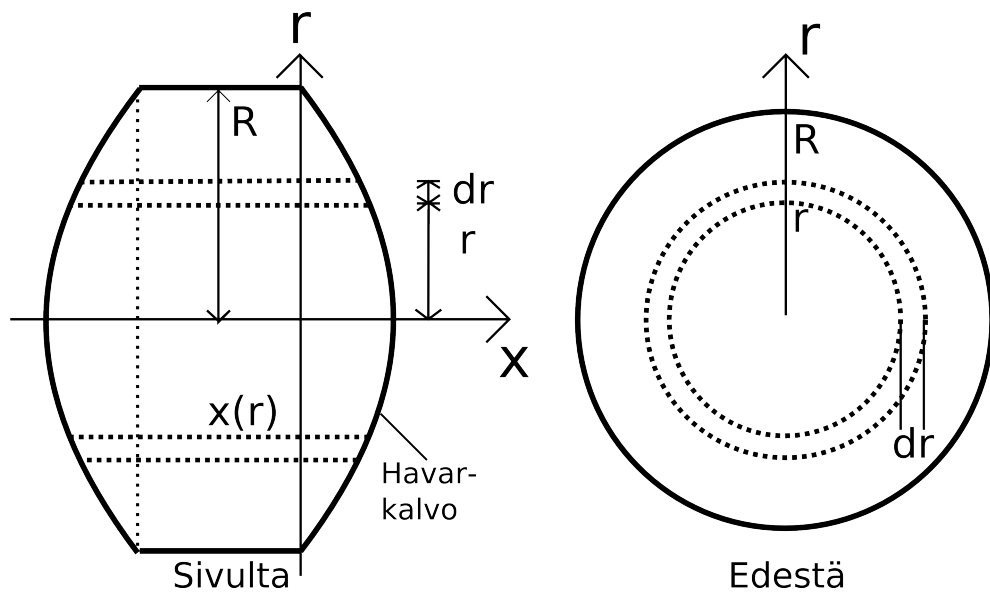
Kun lentoaika Δt_2 tunnetaan, saadaan väliin MCP1:ltä kohtioon käytetty lentoaika erotuksena $\Delta t_0 - \Delta t_2$. Tämän erotuksen avulla voidaan lausua protonin energia ennen kohtiota seuraavasti

$$E_i = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{(s_0 - s_2)/(\Delta t_0 - \Delta t_2)}{c} \right)^2}} - m_p c^2, \quad (10)$$

jolloin protonin kohtioon jättämä energia ΔE saadaan erotuksena $E_i - E_f$.

2.5 Protonin kulkema matka kohtiassa

Kohtio toteutettiin asettamalla nestemäinen vesi kahden ohuen Havar -kalvon väliin. Kun kohtion ympärille imetään tyhjiö kalvot pullistuvat hieman ulospäin. Arvioidaan nyt kuinka pitkän matkan kukin protoni todennäköisesti etenee kohtiassa. Asetetaan koordinaatisto siten, että x -akseli kulkee sylinterin muotoisen kohtion keskilinjaa pitkin, ja r -akseli tätä vastaan kohtisuorasti siten, että origo on kohdassa johon kalvo asettuisi ilman pullistumia, tarkemman käsityksen saamiseksi katso kuva 4. Valitaan nyt infinitesimaalinen alkio kohtiosta siten, että alkio on onton sylinterin muotoinen. Sylinterin säde on r ja seinämän paksuus dr siten, että $dr \ll r$. Nyt alkion pinta-ala a x -akselin



Kuva 4: Havar -kalvojen pullistuma, koordinaatiston asettaminen, sekä kohtio-alkion valinta.

suunnasta katsottuna on $a = 2\pi r dr$, ja koko kohtion pinta-ala on $A = \pi R^2$, missä R on kohtion säde. Oletetaan nyt, että protoni osuu kohtioon x -akselin suuntaisesti, jolloin todennäköisyys $P(r)$ sille, että protoni osuu valittuun alkioon saadaan edellä mainittujen pinta-alojen suhteena

$$P(r) = \frac{a}{A} = \frac{2r dr}{R^2}. \quad (11)$$

Kalvojen pullistumisen aiheuttama matkan lisäys riippuu siitä kuinka etäälle x -akselista protoni osuu. Tämä pullistuma voidaan mitata, ja mittaustulosten perusteella kyetään määrittämään arvio kohtion paksuudelle $x(r)$ etäisyyden r funktiona x -akselista. Odotusarvo X protonin kohtiossa kulkemalle matkalle saadaan nyt integroimalla kohtion paksuuden $x(r)$ ja todennäköisyyden $P(r)$ tuloa kohtion yli:

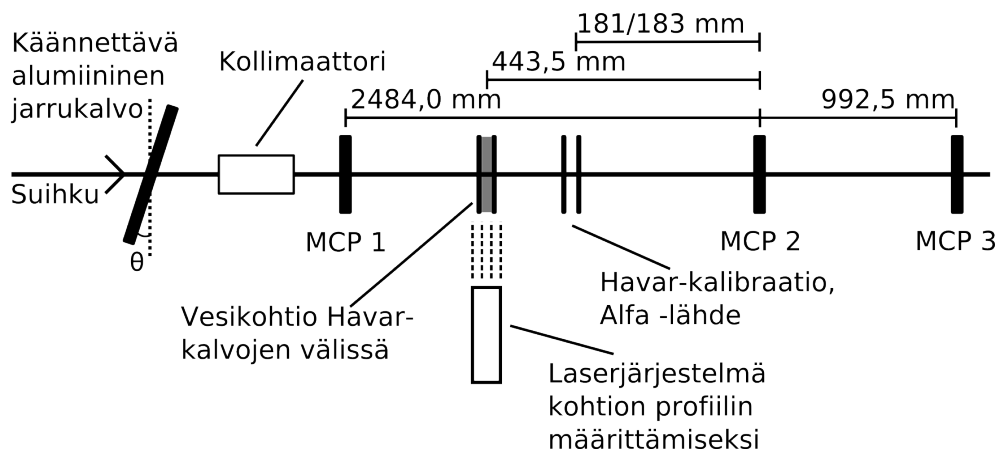
$$X = \int_0^R x(r) \cdot \frac{2r}{R^2} dr. \quad (12)$$

3 Mittausasetelma

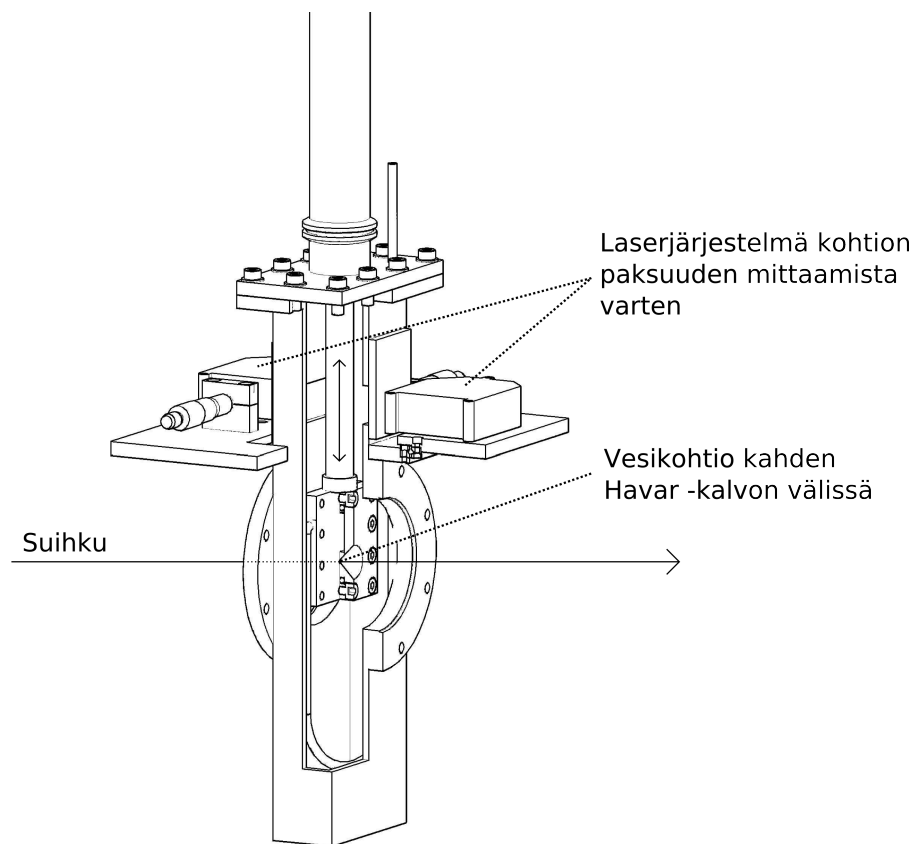
3.1 Yleistä mittausasetelmasta

Tässä työssä käytetty mittauslaitteisto koostui kolmesta microchannel plate -pohjaisesta ajoitusilmaisimesta (jatkossa MCP-ilmaisin), jotka oli aseteltu kuvan 5 mukaisesti. Työssä käytetyt protonisuihkut otettiin Jyväskylän Yliopiston Fysiikan laitoksen K130 syklotronilta. Suihkun ja mittauslaitteiston välissä oli alumiininen jarrukalvo, jonka kallistuskulmaa kyettiin muuttamaan, sekä vaihtamaan kalvo paksumpaan tai ohuempaan. Kalvon paksuutta ja kallistuskulmaa muuttamalla kyettiin muuttamaan mittauslaitteistolle tulevan protonisuihkun energiaa.

Kalvon jälkeen ennen ensimmäistä MCP-ilmaisinta oli kollimaattori. MCP1:n ja MCP2:n välissä oli vesikohtio, joka toteutettiin laittamalla ionivaihdettu nestemäinen vesi kahden ohuen Havar-kalvon väliin. Suihkun energiajätön arvioimiseksi Havar-kalvoissa oli kohtion taakse asetettu kaksi identtistä kalvoa. Sekä kohtio, että Havar-kalvot oli asennettu niin, että ne voitiin poistaa suihkusta mittauksen aikana. Näin kyettiin arvioimaan suihkun energiajakauma ilman kohtiota, kohtion kanssa, sekä Havar-kalvojen osuus suihkun energiajätöstä kohtiassa. Kun kohtion ympärille imetään tyhjiö Havar-kalvot pullistuvat hieman ulospäin. Jotta suihkun energiajätto vedessä edettyä pituusyksikköä kohti kyetään arvioimaan, on tiedettävä kohtion paksuus. Tämän arvioimiseksi kohtion yläpuolelle oli sijoitettu lasermittausjärjestelmä, jolla kyettiin mittaamaan kohtion poikkileikkausprofiili. Lasermittausjärjestelmän toteutus on esitetty kuvassa 6. Muita tapoja mitata jarruuntumiskykyä on esitelty lyhyesti liitteessä B



Kuva 5: Kaavio mittausasetelmasta.

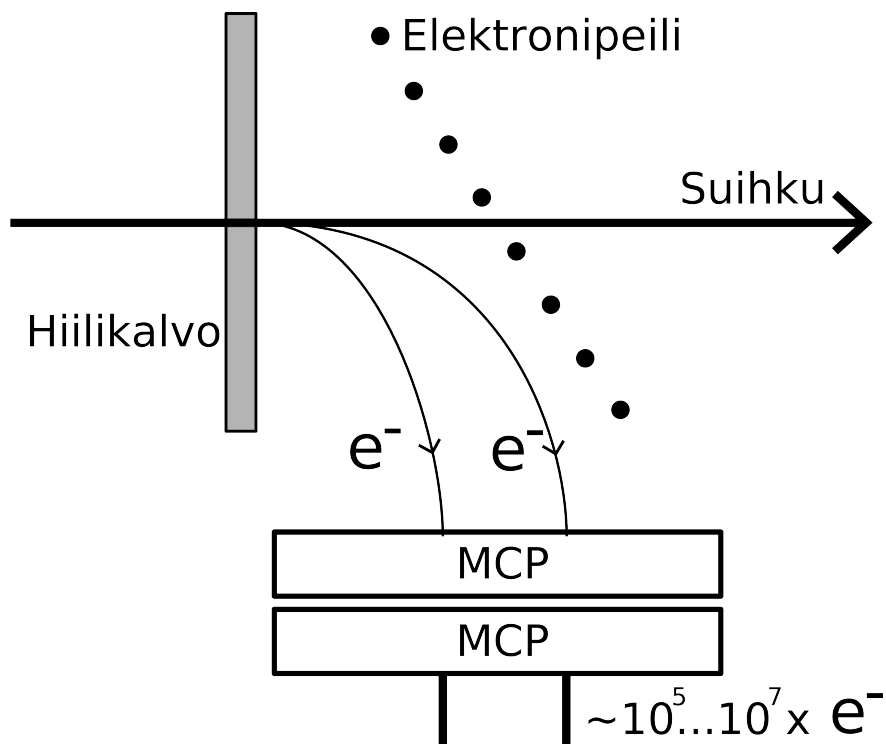


Kuva 6: Liikuteltava kohtio ja lasermittausjärjestelmä.

3.2 MCP-ilmaisimista

MCP-ilmaisimella saadaan aikaiseksi signaali, kun kiihdytetty hiukkanen läpäisee ilmaisimen. Tässä mittauksessa käytettyjen ilmaisimien havaitsemistehokkuus protoneille oli noin 1 %. Ilmaisimen kohdalle suihkulinjalle asetettiin hiilikalvo, jonka paksuus oli $30 - 32 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ ensimmäisessä ja toisessa ilmaisimessa, sekä $20 - 22 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ kolmannessa ilmaisimessa. Kun hiukkanen läpäisee hiilikalvon se irrottaa siitä elektroneja, jotka ohjataan sähkökentän avulla MCP-kennoon. Tätä on havainnollistettu kuvassa 7. Sähkökenttä saatiin aikaiseksi rakentamalla $\varnothing 25 \mu\text{m}$ olevista kullalla päällystetyistä wolframlangoista elektronipeili suihkulinjalle.

MCP-kenno on rakenteeltaan hieman hunajakenna muistuttava levy, jossa yhdellä neliösenttimetrillä saattaa olla miljoona reikää. MCP-kennon yli on kytketty jännite, minkä vuoksi kennon seinämiin osuvat elektronit irrottavat siitä lisää elektroneja. Irronneet elektronit törmäilevät uudestaan kennon

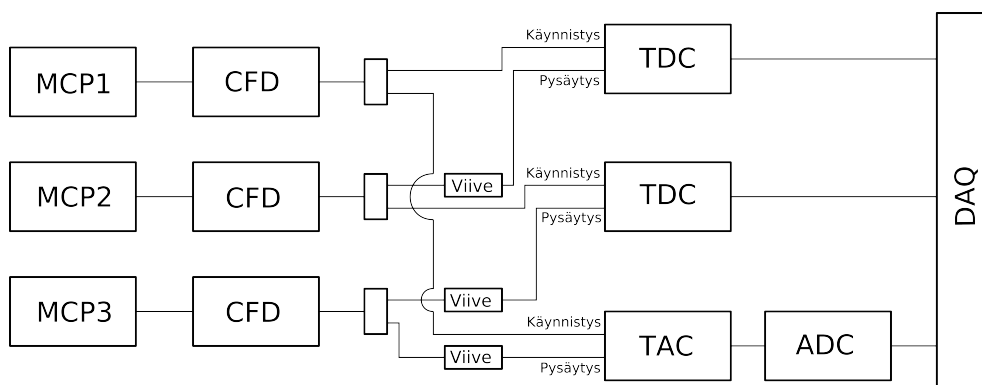


Kuva 7: MCP-ilmaisimen toimintaperiaate.

seiniin kasvattaen elektronien määrää entisestään. Tässä työssä käytetyissä ilmaisimissa oli kaksi MCP-kennoa päällekkäin, jolloin varauksen kokonaisvahvistukseksi saadaan suuruusluokkaa $10^5 \dots 10^7$. Näin saadaan aikaiseksi mitattava signaali.

3.3 Signaalin käsittely

Mittauksissa käytetty elektroniikkakokoonpano on esitetty kuvassa 8. MCP-ilmaisimen jälkeen signaali etenee CFD:lle (constant fraction discriminator), joka antaa sisään tulleen signaalin energiasta riippumattoman ajoitusignaalin. Tämän jälkeen ajoitusignaali viedään aika-digitaalimuuntimelle (time to digital converter, TDC), tai aika-analogimuuntimelle (time to analog converter, TAC), jotka antavat ulos kahden signaalin välisen ajan. TDC antaa ulos digitaalisen signaalin, mutta TAC:n signaali on vielä analoginen. TAC:n ulos antaman analogisen signaalin korkeus kuvaa sisään tulleiden signaalien välistä aikaeroa. TAC:n ulos antama signaali muutetaan digitaaliseen muotoon analogi-digitaalimuuntimessa (analog to digital converter, ADC) ennen viemistä tiedonkeruujärjestelmälle (data acquisition, DAQ), joka muuntaa signaalin tietokoneella käsiteltävään muotoon.



Kuva 8: Kaaviokuva käytetystä elektroniikasta.

Mittausdataan tallentuu kolme tietoa kustakin tapahtumasta, ilmaisimien välinen lentoaika, mistä ilmaisiparista on kyse, sekä milloin hiukkasen lentoaika on mitattu. Lentoaikakalibraation tekemistä varten käytössä oli pulseri, joka voitiin liittää kuhunkin TDC:en tai TAC:iin. Pulseri oli asetettu siten, että se antaa signaalin 10 ns välein. Tarkemmin kalibraation tekemisestä on kerrottu luvussa 4.

3.4 Mittausten kulku

Mittaukset suoritettiin Jyväskylän yliopiston kiihdytinlaboratoriossa 12.1.-15.1.2010 välisenä aikana. Varsinaisia mittauksia suoritettiin kaiken kaikkiaan 10 kappaletta. Lisäksi suoritettiin kalibraatiomittauksia pulseria ja ^{226}Ra α -lähdettä käyttäen, sekä mittauksia Havar -kalvojen jarruuntumiskyvyn määrittämiseksi. Varsinaisissa mittauksissa asetettiin alumiininen jarrukalvo haluttuun asentoon ja kerättiin mittaustapahtumia tietokoneen muistiin. Kussakin mittauksessa käytetty jarrukalvo, sekä tämän asento on ilmoitettu taulukossa 1. Mittausten numerointi kertoo kohtiolle tulevien protonien energiajärjestyksen pienimmästä suurimpaan. Kussakin mittauksessa kerättiin kaksi datatiedostoa. Toisessa kohtio on suihkulinjalla, ja toisessa ei.

Taulukko 1: Suoritetut mittaukset, tässä E_k on kiihdyttimeltä tulleen protonisuihkun energia, x on jarrukalvon paksuus ja θ jarrukalvon kallistus.

Mittaus	E_k [MeV]	x [μm]	θ [$^\circ$]
1	12	400	50
2	12	600	0
3	12	400	40
4	12	400	0
5	12	200	0
6	12	-	-
7	20	400	60
8	20	600	0
9	20	400	0
10	20	-	-

4 Lentoaikakalibraatio

Pulserin avulla suoritetun kalibraatiomittauksen tuloksista piirrettiin (kanava,havaintojen lkm.) -kuvaajat. Esimerkki tällaisesta kuvaajasta on esitetty kuvassa 9. Kuten kuvasta havaitaan, saadut piikit ovat hyvin tarkasti tasavälein, eli käytetyt TDC:t ja TAC ovat hyvin lineaariset. Voidaan siis olettaa lentoajan Δt olevan lineaarisesti riippuvainen kanavaluvusta ch , eli

$$\Delta t = B \cdot ch + A. \quad (13)$$

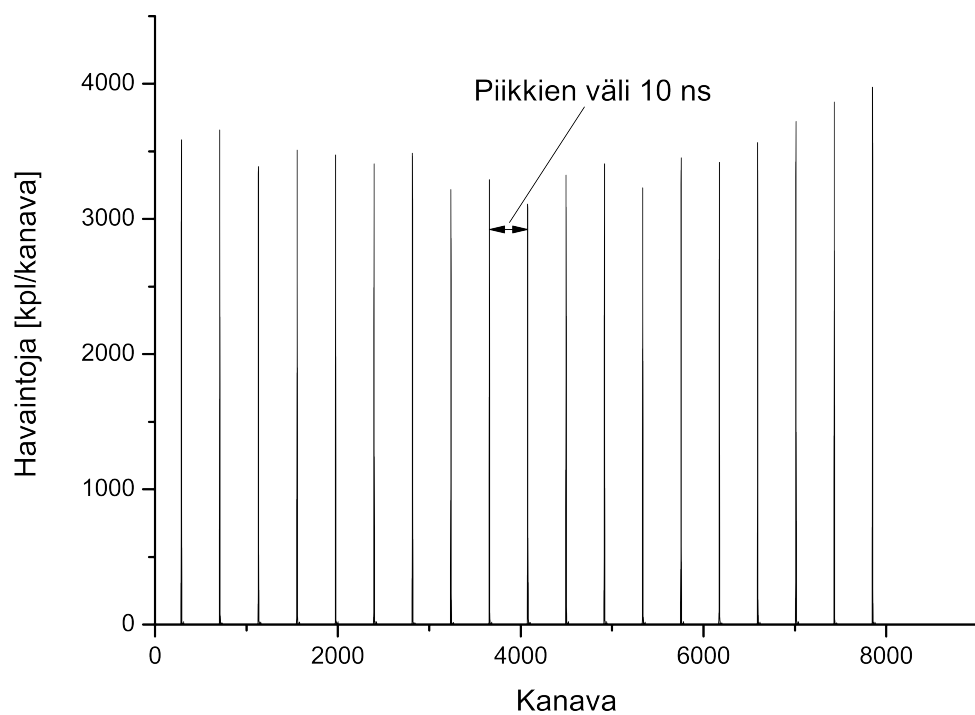
Kun tiedetään että jokaisen piikin välinen etäisyys on 10 ns, voidaan tästä määrittää suoran kulmakerroin B . Kuitenkaan kalibraatiospektrin minkään piikin absoluuttista lentoaikaa ei voi tästä päätellä, joten suoran vakiotermin A määrittäminen tämän mittauksen perusteella ei onnistu. Tämän vuoksi tehtiin kolme muuta kalibraatiomittausta. Kiihdyttimeltä otettiin 12 ± 1 MeV ja 20 ± 1 MeV:n protonisuihkut ilman alumiinista jarrukalvoa tai kohtiota, ja mitattiin lentoajat väleille MCP1-MCP2, sekä MCP2-MCP3. Kolmannessa mittauksessa suihkulinjalle asetettiin ^{226}Ra α -lähde, ja mitattiin α -hiukkasten lentoajat ilmaisinvälillä MCP2-MCP3. Koska ilmaisinten väliset etäisyydet ja hiukkasten energiat tunnetaan, voidaan näistä tiedoista päätellä vakiotermi. Määritetään seuraavaksi kalibraatiosuorien parametrit B ja A . Lopputulokset on esitetty taulukossa 2.

4.1 Lentoaikakalibraation kulmakerroin B

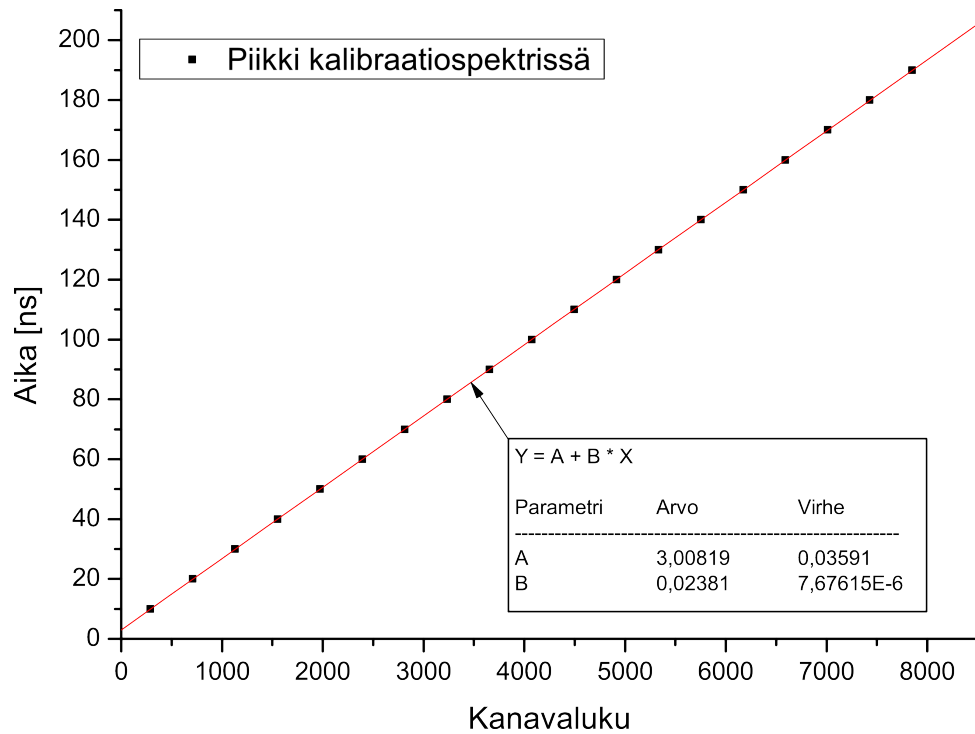
Pulserin avulla tehdyn kalibraatiomittauksen tuloksena saatuihin (kanava,havaintojen lkm.) -kuvaajien jokaiseen piikkiin sovitettiin normaalijakauma. Tämän jakauman avulla kyettiin määrittämään kunkin piikin keskipaikka, nämä tulokset on esitetty taulukossa 3. Seuraavaksi oletettiin kalibraatiospektrin ensimmäisen piikin olevan kohdassa 10 ns, ja näin saadut $(\Delta t, ch)$ -pisteparit sijoitettiin vastaavaan koordinaatistoon. Esimerkki tästä on esitetty kuvassa 10. Näin syntyneeseen pistejoukkoon sovitettiin suora, jonka kulmakerroin vastaa lentoaikakalibraation kulmakerrointa B . Tämän suoransovituksen tuloksena saadulla vakiotermillä ei ole fysikaalista merkitystä, sillä edellä

Taulukko 2: Kalibraatiosuorien termit.

lentoaika	A [ns]	B [ns]
Δt_0	$7,72 \pm 0,05$	$0,023810 \pm 0,000008$
Δt_1	$2,78 \pm 0,06$	$0,023830 \pm 0,000008$



Kuva 9: Lentoajan Δt_0 kalibraatiospektri.



Kuva 10: Kulmakertoimen B määrittäminen lentoajalle Δt_0 .

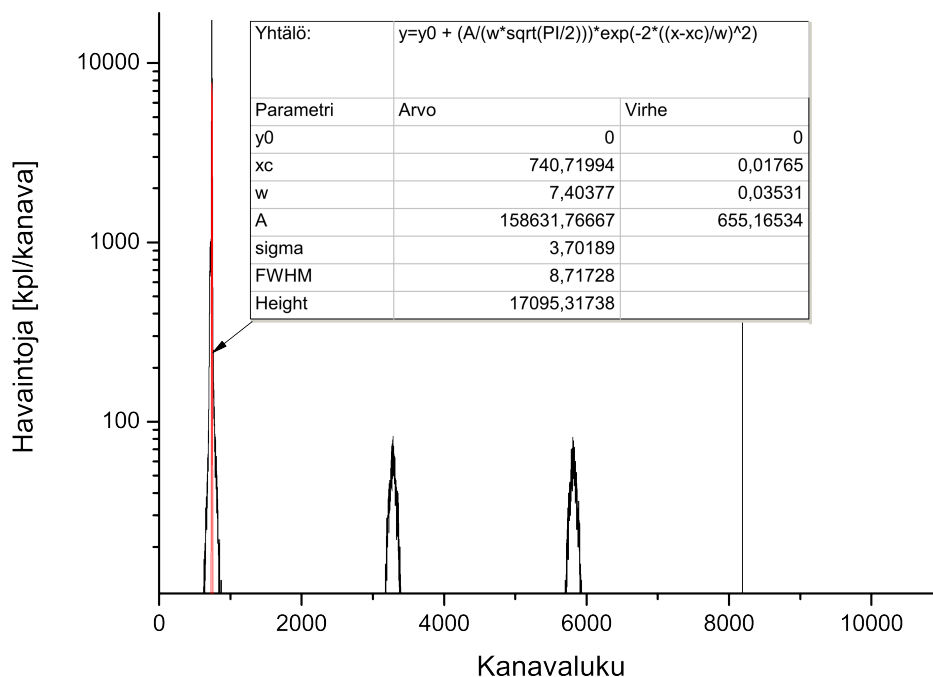
Taulukko 3: Arviot kunkin kalibraatiopiikin kanavaluvulle.

Δt_0	Δt_1
288,14	285,60
708,08	704,47
1130,85	1128,61
1553,92	1551,51
1975,71	1972,30
2395,95	2392,38
2816,51	2812,34
3237,12	3232,39
3657,26	3652,08
4077,08	4071,81
4496,71	4491,08
4916,25	4910,43
5335,27	5329,27
5754,34	5748,90
6173,49	6167,08
6592,64	6585,76
7011,60	7004,31
7430,57	7422,92
7849,18	7841,21

oletettiin ensimmäisen piikin olevan 10 ns kohdalla. Tämä menettely ei kuitenkaan vaikuta suoran kulmakertoimeen. Pistejoukkoon sovitettiin koemielissä myös 2. asteen polynomi, mutta toisen asteen termin kertoimeksi tuli kertaluokkaa 10^{-8} ns/kanava, joka on niin pieni, ettei sillä ole tässä työssä käytännön merkitystä. Tämä tukee edellä esitettyä oletusta lentoajan lineaarisesta riippuvuudesta kanavaluvun suhteen. Suoransovituksen tuloksena saadut arviot B :lle on esitetty taulukossa 2.

4.2 Lentoaikakalibraation vakiotermin A välille MCP2-MCP3.

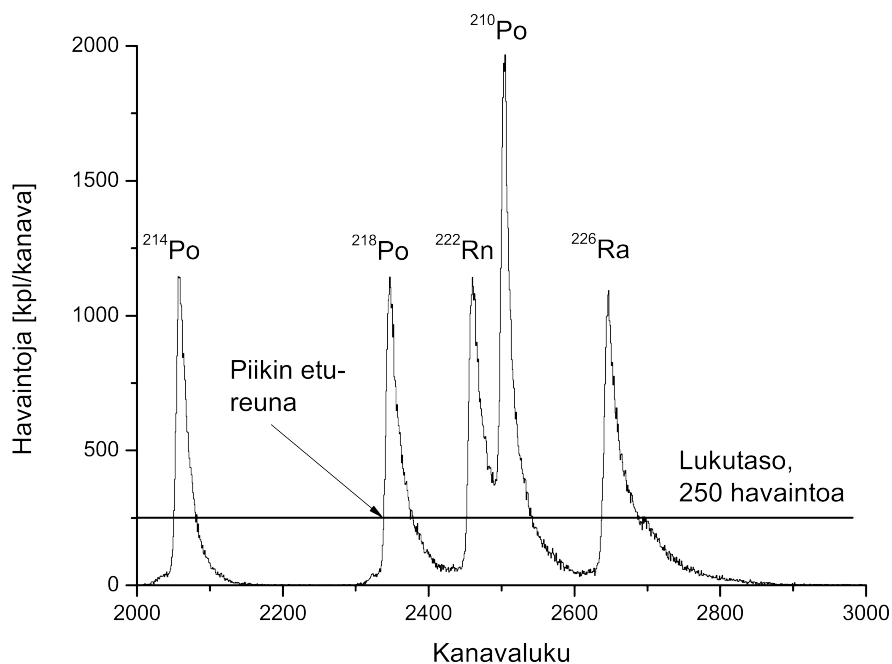
Kuten mainittiin, lentoaikakalibraation vakiotermin A määrittämiseksi kiihdyttimeltä otettiin 12 ± 1 MeV ja 20 ± 1 MeV:n protonisuihkut ja mitattiin näiden lentoaikaspektrit. Tämän jälkeen saatujen lentoaikaspektrien piikkeihin sovitettiin normaalijakauma piikin keskipaikkaa vastaavan kanavaluvun selvittämiseksi, esimerkki tällaisesta sovituksesta on kuvassa 11. Näiden sovitusten tulokset on esitetty taulukossa 4. Kuvassa näkyvät kaksi huomattavasti matalampaa piikkiä, ovat seurausta ilmaisinten tehottomuudesta. En-



Kuva 11: 12 MeV protonisuihkun lentoikaspektri ilmaisinvälille MCP2-MCP3, sekä piikin keskipaikan määrittäminen.

simmainen matalampi piikki syntyy, kun kiihdyttimeltä tulevan pulssitetun protonisuihkun pulssi käynnistää aikamittauksen, mutta mittauksen lopettava signaali saadaan vasta tätä seuraavasta pulssista. Vastaavasti toinen matalampi piikki syntyy, kun aikamittauksen lopettava signaali saadaan vasta kolmannesta pulssista. Lisäksi kuvassa näkyy hyvin terävä piikki kohdassa 8190 kanavaa. Tämä on seurausta siitä, kun mittauslaitteisto mittaa pidemmän lentoajan kuin mitä 8190 kanavaa vastaa, laittaa se havainnon kyseiseen kanavaan.

Lisäksi mittauslaitteiston sisään asetettiin ^{226}Ra α -lähde ja mitattiin α -hiukkasten lentoikaspektri ilmaisinvälillä MCP2-MCP3. ^{226}Ra :n α -hajoamisesta alkaa hajoamisketju, joka päättyy usean α - ja β -hajoamisen kautta pysyvään ^{206}Pb -yttimeen. Eri haarautumissuhteet huomioon ottaen tästä ketjusta löytyy viisi ydintä, joiden α -hajoamisia tapahtuu niin runsaasti, että niiden tulee näkyä mitatussa α -spektrissä. Mitattu α -spektri ja tunnistetut α -piikit on esitetty kuvassa 12. Kuvasta havaitaan, että kukin α -piikki on voimakkaasti painottunut pienemmille lentoajan arvoille. Painottuminen johtuu α -lähteen äärellisestä paksuudesta, eli α -hiukkanen jättää osan energiastaan jo lähteeseen, ja sen vuoksi jokaisessa piikissä on havainnot myös varsinaista piikkiä suuremmilla lentoajan arvoilla.



Kuva 12: Alfakalibraatiomittauksen spektri, tunnistetut α -piikit ja piikin etureunan määrittäminen.

Piikkien tunnistamisen jälkeen arvioitiin kunkin piikin etureunan kanavaluku. Tämä tapahtui valitsemalla lukutaso siten, että se on selvästi taustasäteilyn yläpuolella, mutta kuitenkin mahdollisimman matalalla. Tällä menetelyllä haluttiin etsiä kaikkein nopeimpien α -hiukkasten lentoajat. Nämä α -hiukkaset ovat lähteneet hyvin läheltä lähteen pintaa, jolloin hiukkasen lähteeseen jättämä energia voidaan olettaa pieneksi. Piikin etureunaksi valittiin se kanavaluku, jolla havaintojen lukumäärä kanavaa kohti ylittää lukutason. Lukutasoksi valittiin 250 havaintoa kanavaa kohti. Kunkin piikin etureunaa vastaava kanavaluku on kerrottu taulukossa 4. Kuvasta 12 havaitaan myös että ^{210}Po :n piikin etureuna menee päällekkäin ^{222}Rn :n piikin kanssa. Tästä syystä ^{210}Po :n piikin etureunan määrittäminen on hieman hankalaa, ja taulukossa 4 mainittua kanavalukua on pidettävä suuntaa antavana. Jotta tämän α -spektrin informaatiota voitaisiin käyttää avuksi lentoaikakalibraation vakio-termin määrittämisessä, on tiedettävä kunkin α -hiukkasen energia ilmaisinvälikillä MCP2-MCP3. Määritetään nämä seuraavaksi.

Taulukko 4: Piikkien kanavaluvut ja suihkun energian perusteella lasketut arviot A :lle kussakin tapauksessa.

suihku	Piikin kanavaluku	A [ns]
p12	$740,72 \pm 0,02$	$3,25 \pm 0,85$
p20	$571,20 \pm 0,11$	$2,68 \pm 0,40$
^{214}Po	2051 ± 5	$2,82 \pm 0,12$
^{218}Po	2339 ± 5	$2,78 \pm 0,12$
^{222}Rn	2452 ± 5	$2,78 \pm 0,12$
^{210}Po	2495 ± 5	$2,82 \pm 0,12$
^{226}Ra	2638 ± 5	$2,73 \pm 0,12$

Kunkin ytimen hajotessa vapautunut energia Q_α [4, s. 521–525] on esitetty taulukossa 5, tästä voidaan laskea yhtälöä 5 hyödyntäen α -hiukkaselle jäänyt energia E_α , kun tunnetaan tytärytimien massat m_D [4, s.394–396] ja α -hiukkasen massa $m_\alpha = 4.00260325415$ u [4, s.345]. Esimerkiksi ^{214}Po :lle on

$$\begin{aligned}
 E_\alpha &= \frac{Q_\alpha}{1 + \frac{m_\alpha}{m_D}} \\
 &= \frac{7833,46 \text{ keV}}{1 + \frac{4.00260325415 \text{ u}}{209,9841885 \text{ u}}} \\
 &= 7686,935851 \text{ keV}.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Tässä kalibraatiomittauksessa mittasimme α -hiukkasen lentoaikaa MCP2 ja MCP3 -ilmaisimien välillä. Käytetty α -lähde sijaitsi kohtion ja MCP2 ilmaisimen välissä. Tästä johtuen edellä mainitusta E_α :sta on vähennettävä MCP2 ilmaisimen hiilikalvoon jäänyt energia, jotta saadaan tietää α -hiukkasen energia ilmaisimien MCP2 ja MCP3 välillä. Tämän energijätön arvioinnissa käytettiin SRIM -ohjelmaa [5], josta saatiin tietää α -hiukkasen jarruuntumiskyky hiilessä. Kohdassa 3.2 on mainittu hiilikalvojen paksuudet, joten näiden tietojen avulla kyettiin laskemaan arvio energijätölle $\Delta E_{\alpha\text{MCP2}}$ ilmaisimen MCP2 kalvossa. Nämä on esitetty taulukossa 5. α -hiukkasen energia välillä MCP2-MCP3 saadaan nyt erotuksena $E_\alpha - \Delta E_{\alpha\text{MCP2}}$, jotka on esitetty samassa taulukossa.

Sijoitetaan nyt yhtälö 13 yhtälöön 7 ja ratkaistaan saadusta yhtälöstä vakio-termi A . Tällöin esimerkiksi 12 MeV:n protonisuihkulle saadaan

Taulukko 5: E_α :n laskeminen ilmaisimien MCP2 ja MCP3 välillä.

Ydin	Q_α [keV]	m_D [u]	$\Delta E_{\alpha\text{MCP2}}$ [keV]	$E_\alpha - \Delta E_{\alpha\text{MCP2}}$ [keV]
^{214}Po	7833,46	209,9841885	17,76	7669,18
^{218}Po	6114,68	213,999805	22,01	5980,41
^{222}Rn	5590,30	218,008973	23,43	5466,08
^{210}Po	5407,45	205,9744653	24,25	5280,12
^{226}Ra	4870,62	221,0175777	26,02	4757,96

$$\begin{aligned}
 A_{p12} &= -B \cdot ch + \frac{s}{c \sqrt{1 - \frac{c^4 m_p^2}{(E + c^2 m_p)^2}}} \\
 &= -0,02381 \text{ ns} \cdot 740,72 \\
 &+ \frac{2,484 \text{ m}}{2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s} \sqrt{1 - \frac{(2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s})^4 (1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg})^2}{(12 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} + (2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg})^2}}} \\
 &= 3,24659 \text{ ns.}
 \end{aligned} \tag{15}$$

Edellä $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ [2, s. 325] on valon nopeus tyhjiössä ja $m_p = 1,67262158 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ [2, s. 324] protonin massa. Lisäksi edellä on käytetty nelidesimaalisia likiarvoja valon nopeudelle ja protonin massalle painoteknisistä syistä. Todellisuudessa laskut on kuitenkin tehty parhaalla mahdollisella tarkkuudella. Todennäköinen virhe vakion A arvolle saadaan virheen yleisellä etenemislailalla [6, s. 75]

$$\begin{aligned}
 \delta A_{p12} &= \sqrt{\left(\frac{\partial A_{p12}}{\partial B} \delta B\right)^2 + \left(\frac{\partial A_{p12}}{\partial ch} \delta ch\right)^2 + \left(\frac{\partial A_{p12}}{\partial E} \delta E\right)^2} \\
 &= \sqrt{(-ch \delta B)^2 + (-B \delta ch)^2 + \left(-\frac{c^3 m^2 s}{(E + c^2 m)^3 \left(1 - \frac{c^4 m^2}{(E + c^2 m)^2}\right)^{3/2}} \delta E\right)^2} \\
 &= 0,85431 \text{ ns.}
 \end{aligned} \tag{16}$$

Vastaavalla sijoituksella saadaan selville kunkin α -piikin ja 20 MeV protonisuihkun perusteella laskettu A . Nämä on esitetty taulukossa 4. Käsiteltäessä α -piikkejä edellä esitettyihin lausekkeisiin tulee sijoittaa α -hiukkasen massa $m_\alpha = 6,646483608 \cdot 10^{-27}$ kg [4, s.345]. Olemme siis saaneet A :lle seitsemän arviota, jotka ovat sopusoinnussa keskenään. Näin ollen parhaana arviona vakiolle A voidaan pitää edellä saatujen arvioiden virheellä painotettua keskiarvoa [6, s. 175]

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\sum_k A_k / \delta A_k^2}{\sum_k 1 / \delta A_k^2} \\
 A &= \frac{3,25 \text{ ns} / (0,85 \text{ ns})^2 + 2,68 \text{ ns} / (0,40 \text{ ns})^2 + \dots + 2,73 \text{ ns} / (0,12 \text{ ns})^2}{1 / (0,85 \text{ ns})^2 + 1 / (0,40 \text{ ns})^2 + \dots + 1 / (0,12 \text{ ns})^2} \\
 &= 2,784793639 \text{ ns}.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Tämän virhe saadaan seuraavasti [6, s. 175]

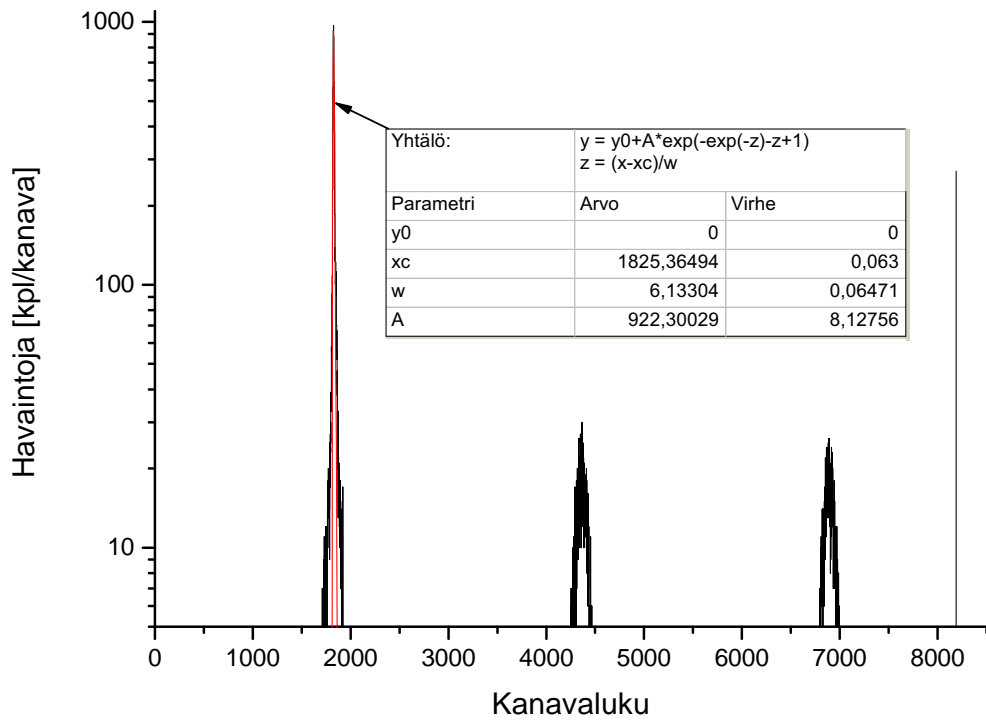
$$\begin{aligned}
 \delta A &= \frac{1}{\sqrt{\sum_k \frac{1}{\delta A_k^2}}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(0,85 \text{ ns})^2} + \frac{1}{(0,40 \text{ ns})^2} + \dots + \frac{1}{(0,12 \text{ ns})^2}}} \\
 &= 0,053356025 \text{ ns},
 \end{aligned} \tag{18}$$

jolloin vakiolle A välillä MCP2-MCP3 voidaan kirjoittaa arvio $A = 2,78 \pm 0,06$ ns.

4.3 Lentoaikakalibraation vakiotermin A välillä MCP1-MCP2.

Jokaisessa mittauksessa mitattiin protonisuihkun lentoaikaspektri ilmaisinväleille MCP1-MCP2 ja MCP2-MCP3 ilman kohtiota ja kohtion kanssa. Tarkastellaan nyt niitä välin MCP1-MCP2 lentoaikaspektrejä, joissa ei ole kohtiota suihkulinjalla. Esimerkki tällaisesta lentoaikaspektristä on esitetty kuvassa 13.

Varsinainen mittausdata sijaitsee ensimmäisessä, huomattavasti muita korkeammassa piikissä. Lentoajat ovat painottuneet hieman pienemmille lentoajan arvoille, ts. kuvassa näkyvä oikeasta mittausdatasta koostuva piikki ei ole



Kuva 13: Mittauksen 6 lentoaikaspektri Δt_0 ilman kohtiota ja sovitettu käyrä.

täysin symmetrinen. Lentoaikaspektrin kuvaaminen esimerkiksi normaalijakaumalla antaisi hieman virheellisen tuloksen. Tästä syystä lentoaikaspektrin piikkiin sovitettiin yhtälön

$$y(x) = A e^{(-e^{-z} - z + 1)}, \quad (19)$$

missä $z = \frac{x - x_c}{w}$, muotoinen käyrä. Tämän käyrän katsottiin kuvaavan parhaiten lentoaikaspektrin piikin muotoa. Sovituksen tuloksena saadaan parametrista x_c suoraan arvio piikin keskipaikalle. Piikkien keskipaikat on kerrottu taulukossa 6.

Jotta voisimme laskea arvion vakiolle A samaan tapaan kuin välin MCP2-MCP3 tapauksessa, meidän tulee tuntea kunkin protonisuihkun energia. Tämän selvittämiseksi voimme käyttää edellä määritettyä lentoaikakalibraatiota välille MCP2-MCP3. Ensiksi määritetään kunkin mittauksen lentoaikaspektrin Δt_1 piikin paikka samalla tavalla, kuin edellä tehtiin lentoajalle Δt_0 . Nämä lentoajat on kerrottu taulukossa 6. Kanavaluku voidaan nyt muuttaa lentoajaksi sijoittamalla tunnettu kanavaluku ja taulukossa 2 mainitut parametrit lentoajalle Δt_1 yhtälöön 13. Esimerkiksi mittauksen yksi lentoaika on siten

$$\begin{aligned}
\Delta t_1 &= B \cdot ch + A \\
&= 0,02383 \text{ ns} \cdot 1073,7425 + 2,784793639 \text{ ns} \\
&= 28,3721 \text{ ns},
\end{aligned} \tag{20}$$

jonka virhe $\delta\Delta t_1$ saadaan käyttämällä virheen yleistä etenemislakia [6, s. 75]

$$\begin{aligned}
\delta\Delta t_1 &= \sqrt{\left(\frac{\partial\Delta t}{\partial B}\delta B\right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta t}{\partial A}\delta A\right)^2} \\
&= \sqrt{(ch \cdot \delta B)^2 + (\delta A)^2} \\
&= \sqrt{(1073,7425 \cdot 7,90388 \cdot 10^{-6} \text{ ns})^2 + (0,053356025 \text{ ns})^2} \\
&= 0,053734 \text{ ns}.
\end{aligned} \tag{21}$$

Loput lentoajat saadaan vastaavalla sijoituksella, ja ne on esitetty taulukossa 6. Nyt kun lentoajat tunnetaan, saadaan suihkun energia selville sijoittamalla taulukossa 6 mainitut lentoajat, ilmaisimien välinen etäisyys $s = 0,9925 \text{ m}$, protonin massa $m_p = 1,67262158 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ [2, s. 324], sekä valon nopeus tyhjiössä $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ [2, s. 325] yhtälöön 7. Esimerkiksi mittauksen kuusi protonien keskimääräinen energia E_i ilman kohtiota on siten

$$\begin{aligned}
E_i &= m_p c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(s/\Delta t)^2}{c^2}}} - 1 \right) \\
&= 1,67262158 \cdot 10^{-27} \text{ kg} (2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,9925 \text{ m}/20,4361 \text{ ns})^2}{(2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2}}} - 1 \right) \\
&= 2,01226 \cdot 10^{-12} \text{ J} \\
&= 12,55951 \text{ MeV}.
\end{aligned} \tag{22}$$

Edellä lasketun energian todennäköinen virhe saadaan jälleen käyttämällä virheen yleistä etenemislakia. Oletetaan nyt yksinkertaisuuden vuoksi, että

Taulukko 6: Vakion A määrittäminen ilmaisinvälillä MCP1-MCP2.

Mittaus	Δt_0 [kanavaa]	Δt_1 [kanavaa]	Δt_1 [ns]	E_i [MeV]	ΔE_{iMCP2} [keV]	A [ns]
1	2653,0263	1073,7425	28,37±0,06	6,45±0,03	1,79	7,84±0,14
2	2622,8359	1060,4767	28,06±0,06	6,60±0,03	1,79	7,77±0,14
3	2429,4019	983,8146	26,23±0,06	7,56±0,04	1,52	7,80±0,14
4	2219,7389	899,4416	24,22±0,06	8,89±0,05	1,38	7,76±0,14
5	1985,6320	804,4317	21,95±0,06	10,85±0,06	1,18	7,67±0,14
6	1825,3649	740,7199	20,44±0,06	12,56±0,07	1,03	7,65±0,14
7	1690,7622	687,5758	19,17±0,06	14,31±0,09	0,97	7,72±0,14
8	1588,9218	646,6984	18,20±0,06	15,93±0,10	0,87	7,71±0,14
9	1515,7081	616,4138	17,47±0,06	17,31±0,11	0,83	7,64±0,14
10	1403,4438	571,1952	16,40±0,06	19,73±0,14	0,73	7,62±0,14

valon nopeus tyhjiössä, protonin massa ja ilmaisimien välinen etäisyys ovat niin hyvin tunnettuja, että niistä aiheutuva virhe on pieni verrattuna lentoajasta aiheutuvaan virheeseen. Tällöin mittauksen 6 protonien energialle saadaan virheeksi

$$\begin{aligned}
 \delta E_i &= \sqrt{\left(\frac{\partial E_i}{\partial \Delta t_1} \delta \Delta t_1\right)^2} \\
 &= \frac{m_p s^2}{\left(1 - \frac{s^2}{c^2 \Delta t_1^2}\right)^{3/2} \Delta t_1^3} \delta \Delta t_1 \\
 &= \frac{1,67262158 \cdot 10^{-27} \text{ kg} (0,9925 \text{ m})^2}{\left(1 - \frac{(0,9925 \text{ m})^2}{(2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 (20,4361 \text{ ns})^2}\right)^{3/2} (20,4361 \text{ ns})^3} 0,053676 \text{ ns} \\
 &= 1,078371 \cdot 10^{-14} \text{ J} \\
 &= 0,067307 \text{ MeV}.
 \end{aligned} \tag{23}$$

Muiden mittausten protonien energiat ilman kohtiota on ilmoitettu taulukossa 6. Näin laskettu energia on protonien liike-energia ilmaisimien MCP2 ja MCP3 välillä. Jotta saadaan tietää protonien energia välillä MCP1-MCP2 edellä laskettuun energiaan tulee lisätä protonien ilmaisimen MCP2 hiilikalvoon jättämä energia. Tämän energijätön arvioinnissa käytettiin apuna jälleen SRIM -ohjelmaa, josta saatiin tietää protonien jarruuntumiskyky hiiles-

sä. MCP2 ilmaisimen hiilikalvon paksuus tunnetaan, ja näin ollen voidaan arvioida energiajätto ΔE_{iMCP2} ilmaisimen hiilikalvoon. Nämä energiajätöt on mainittu taulukossa 6. Protonien energia ilmaisinvälillä MCP1-MCP2 saadaan nyt summana $E_i + \Delta E_{iMCP2}$. Kun tunnemme kunkin protonisuihkun energian, mitatun lentoaikaspektrin piikin paikan, sekä ilmaisinten välisen etäisyyden $s = 2,484$ m, vakio A saadaan vastaavalla sijoituksella, kuin laskuissa 15 ja 16 on esitetty. Näin saadut vakion A arvot lentoajalle Δt_0 on esitetty taulukossa 6. Olemme siis saaneet A :lle kymmenen arviota, jotka ovat sopusoinnussa keskenään. Näin ollen parhaana arviona vakiolle A voidaan pitää edellä saatujen arvioiden virheellä painotettua keskiarvoa. Vastaavilla sijoituksilla, kuin laskuissa 17 ja 18, saadaan arvio $A = 7,72 \pm 0,05$ ns.

5 Protonien kohtioon jättämä energia

Protonien kulkiessa kohtion läpi ne jättävät siihen energiaa. Tämä energia voidaan määrittää mittausdatasta kahdella eri tavalla. Näiden kahden tavan hahmottamiseksi kannattaa katsoa kuvaa 5.

Ensimmäinen tapa on mitata protonisuihkun lentoaikaspektri ilman kohtiota käyttäen ilmaisimia MCP2 ja MCP3. Lentoaikaspektrin avulla kyetään laskemaan protonien liike-energia E_i . Tämän jälkeen asetetaan kohtio suihkulinjalle, ja mitataan samoilla ilmaisimilla uusi lentoaikaspektri. Tämän lentoaikaspektrin avulla kyetään laskemaan kohtion läpi tulleiden protonien liike-energia E_f , jolloin kohtioon jäänyt energia saadaan erotuksena $E_i - E_f$. Lisäksi tulee ottaa huomioon ilmaisimien kalvoihin jäänyt energia, sekä kohtion Havar -kalvoihin jäänyt energia. Nimitetään tätä laskutapaa jatkossa epäsuoraksi tavaksi.

Toinen tapa määrittää kohtioon jäänyt energia on pitää kohtio koko ajan suihkulinjalla ja hyödyntää kaikkien kolmen lentoaikailmaisimen tuottamaa mittausdataa. Protonien liike-energia E_f kohtion jälkeen saadaan samalla tavalla kuin epäsuorassa laskutavassa. Tämän energian avulla voidaan laskea protonien kohtion ja MCP2 ilmaisimen väliseen matkaan käyttämä lentoaika Δt_2 . Vähentämällä tämä lentoaika MCP1 ja MCP2 ilmaisimen välisestä lentoajasta, saadaan tietää protonien väliin MCP1-kohtio käyttämä lentoaika. Tämän lentoajan avulla voidaan laskea protonien energia ennen kohtiota E_i . Protonien kohtioon jättämä energia saadaan erotuksena $E_i - E_f$. Lisäksi tulee jälleen huomioida ilmaisimien kalvoihin, ja kohtion Havar -kalvoihin jäänyt energia. Nimitetään tätä laskutapaa jatkossa suoraksi laskutavaksi. Tähän laskutapaan liittyvät yhtälöt on tarkemmin käyty läpi kohdassa 2.4.

Seuraavissa laskuissa on täydellisyyden vuoksi otettu huomioon energian muutokset kaikissa suihkulinjalla olevissa kalvoissa. Olkoonkin, että MCP-ilmaisimien hiilikalvoissa tapahtuva energian muutos protoneille on pieni.

5.1 Protonien kohtioon jättämä energia epäsuoralla laskutavalla

Kohdassa 4.3 määritettiin protonisuihkun energia kussakin mittauksessa ilman kohtiota. Nämä arvot saadaan taulukon 6 lukujen E_i ja ΔE_{iMCP2} summana. Tarkastellaan nyt ilmaisimien MCP2 ja MCP3 välisiä lentoaikoja kohtion ollessa suihkulinjalla. Kunkin mittauksen datasta piirrettiin jälleen (kanava, havaintojen lkm) -kuvaajat, ja tähän kuvaajaan muodostuneeseen piikkiin sovitettiin yhtälön 19 muotoinen käyrä. Tämän käyrän avulla määritettiin kunkin piikin keskipaikka, nämä kanavaluvut on koottu taulukkoon 7. Kanavaluvut muutettiin lentoajoiksi sijoittamalla ne yhtälöön 13. Edelleen lentoai-

Taulukko 7: Protonisuihkujen energiat kussakin mittauksessa kohtion ollessa suihkulinjalla.

Mittaus	Δt_1 [kanavaa]	Δt_1 [ns]	E_f [MeV]	ΔE_{fMCP2} [keV]
1	1571,7889	40,24±0,06	3,192±0,009	3,07
2	1534,8348	39,36±0,06	3,34±0,01	2,90
3	1250,8928	32,59±0,06	4,88±0,02	2,20
4	1059,8800	28,04±0,06	6,61±0,03	1,79
5	897,2088	24,16±0,06	8,93±0,05	1,38
6	802,6671	21,91±0,06	10,90±0,06	1,18
7	732,1039	20,23±0,06	12,82±0,07	1,03
8	680,1812	18,99±0,06	14,59±0,09	0,92
9	646,3143	18,19±0,06	15,94±0,10	0,87
10	591,6777	16,88±0,06	18,57±0,13	0,79

koja vastaavat protonien liike-energiat saatiin sijoituksella yhtälöön 7. Vastaavat laskut käytiin tarkemmin läpi kohdissa 20–23, lopputulokset on koottu taulukkoon 7. Käyttämällä hyväksi SRIM -ohjelmaa arvioitiin ilmaisimen MCP2 hiilikalvoon jäänyt energia ΔE_{fMCP2} , nämä on myös koottu edellä mainittuun taulukkoon. Protonien liike-energia välittömästi kohtion jälkeen saadaan nyt summana $E_f + \Delta E_{fMCP2}$.

Protonisuihkun kohtioon jättämä energia ΔE_{kohtio} saadaan vähentämällä ilman kohtiota mitattujen protonien energiasta kohtion läpi tulleiden protonien energia. Nämä energiat on koottu taulukkoon 8. Esimerkiksi mittauksessa kuusi protonien kohtioon jättämä energia on

$$\begin{aligned}
 \Delta E_{kohtio} &= E_i + \Delta E_{iMCP2} - (E_f + E_{fMCP2}) \\
 &= 12,5595 \text{ MeV} + 0,00102 \text{ MeV} - (10,8956 \text{ MeV} + 0,00118 \text{ MeV}) \\
 &= 1,66368 \text{ MeV}.
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

Taulukko 8: Kunkin mittauksen protonien veteen jättämä energia epäsuoralla laskutavalla laskettuna.

Mittaus	ΔE_{kohtio} [MeV]	ΔE_{Havar} [KeV]	$\Delta E_{\text{H}_2\text{O}}$ [MeV]
1	3,26±0,03	179,954	3,08±0,03
2	3,26±0,03	175,669	3,09±0,03
3	2,69±0,04	144,413	2,54±0,04
4	2,28±0,05	121,769	2,16±0,05
5	1,92±0,07	101,373	1,82±0,07
6	1,66±0,09	89,237	1,57±0,09
7	1,49±0,11	79,918	1,41±0,11
8	1,34±0,13	73,144	1,27±0,13
9	1,36±0,15	68,596	1,30±0,15
10	1,16±0,19	61,592	1,10±0,19

Tämän virhe saadaan virheen yleisellä etenemislailalla

$$\begin{aligned}
 \delta\Delta E_{\text{kohtio}} &= \sqrt{\left(\frac{\partial\Delta E_{\text{kohtio}}}{\partial E_i}\delta E_i\right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta E_{\text{kohtio}}}{\partial E_f}\delta E_f\right)^2} \\
 &= \sqrt{\delta E_i^2 + (-\delta E_f)^2} \\
 &= \sqrt{(0,067307 \text{ MeV})^2 + (-0,054370 \text{ MeV})^2} \\
 &= 0,086522985 \text{ MeV}.
 \end{aligned} \tag{25}$$

Edellä virhelaskussa on oletettu, että kalvoihin jääneen energian epävarmuus on pieni verrattuna E_i :n ja E_f :n virheisiin.

Jotta saataisiin tietää veteen jäänyt energia, kohtioon jääneestä energiasta on vähennettävä kohtion Havar -kalvoihin jäänyt energia ΔE_{Havar} . Näiden energiajättöjen arvioinnissa oletettiin, että protonisuihku läpäisee ensimmäisen Havar -kalvon energialla E_i ja jälkimmäisen kalvon energialla E_f . Kummankin kalvon paksuus oli 2,15 μm . Protonien jarruuntumiskyky Havarissa energia-alueella 4,0 – 13,0 MeV saatiin Japanissa vuonna 1996 tehdyn kokeellisen tutkimuksen pohjalta julkaistusta artikkelista [7]. Tämän energia-alueen ulkopuolella oleville protoneille jarruuntumiskyky saatiin SRIM -ohjelman avulla. Kussakin mittauksessa kohtion Havar -kalvoihin jäänyt energia on kerrottu taulukossa 8. Veteen jäänyt energia $\Delta E_{\text{H}_2\text{O}}$ saadaan nyt erotuksena $\Delta E_{\text{kohtio}} - \Delta E_{\text{Havar}}$. Nämä arvot on myös koottu taulukkoon 8.

5.2 Protonien kohtioon jättämä energia suoralla laskutavalla

Tässä laskutavassa protonien liike-energia kohtion jälkeen saadaan täsmälleen samalla tavalla kuin kohdassa 5.1. Nämä energiat on esitetty taulukossa 7. Lasketaan nyt protonien kohtion ja MCP2 -ilmaisimen väliseen matkaan ($s_2 = 0,4435$ m) käyttämä lentoaika Δt_2 . Tämä tapahtuu sijoittamalla yhtälöön 9 edellä mainitut suureet, joissa loppuenergiaan E_f on lisätty MCP2 ilmaisimen hiilikalvoon menetetty energia ΔE_{fMCP2} (mainittu samassa taulukossa). Esimerkiksi mittauksessa 6 lentoaika Δt_2 on siten

$$\begin{aligned}\Delta t_2 &= \frac{s_2}{c \sqrt{1 - \frac{c^4 m_p^2}{(E_f + c^2 m_p)^2}}} \\ &= \frac{0,4435 \text{ m}}{2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \\ &\quad \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s})^4 (1,67262158 \cdot 10^{-27} \text{ kg})^2}{(1,7458697 \cdot 10^{-12} \text{ J} + (2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 (1,67262158 \cdot 10^{-27} \text{ kg})^2)^2}}} \\ &= 9,791044 \text{ ns},\end{aligned}\tag{26}$$

jonka virhe saadaan virheen yleisellä etenemislailalla

$$\begin{aligned}\delta \Delta t_2 &= \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta t_2}{\partial E_f} \delta E_f\right)^2} \\ &= \frac{c^3 m_p^2 s_2}{(E_f + c^2 m_p)^3 \left(1 - \frac{c^4 m_p^2}{(E_f + c^2 m_p)^2}\right)^{3/2}} \delta E_f \\ &= 0,024006 \text{ ns}.\end{aligned}\tag{27}$$

Lentoajalle Δt_2 mittauksessa kuusi saadaan siis arvio $9,79 \pm 0,03$ ns. Muiden mittausten vastaavat lentoajat on koottu taulukkoon 9. Samassa taulukossa on myös kunkin mittauksen lentoaikaa Δt_0 vastaava kanavaluku. Tämä kanavaluku voidaan muuttaa lentoajaksi sijoituksella yhtälöön 13. Kunkin mittauksen protonien liike-energia E_i ennen kohtiota saadaan nyt suoralla sijoituksella yhtälöön 10. Esimerkiksi mittauksen kuusi protonien liike-energia ennen kohtiota on siten

$$\begin{aligned}
E_i &= m_p c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{s_0 - s_2}{c(\Delta t_0 - \Delta t_2)} \right)^2}} - 1 \right) \\
&= 1,67262158 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \left(2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s} \right)^2 \\
&\quad \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2,484 \text{ m} - 0,4435 \text{ m}}{(51,7254 \text{ ns} - 9,7910 \text{ ns}) 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \right)^2}} - 1 \right) \\
&= 12,610278771 \text{ MeV}.
\end{aligned} \tag{28}$$

Tämän liike-energian epävarmuus saadaan jälleen käyttämällä virheen yleistä etenemislakia:

$$\begin{aligned}
\delta E_i &= \sqrt{\left(\frac{\partial E_i}{\partial \Delta t_0} \delta \Delta t_0 \right)^2 + \left(\frac{\partial E_i}{\partial \Delta t_2} \delta \Delta t_2 \right)^2} \\
&= \sqrt{\left(-\frac{m_p (s_0 - s_2)}{\left(1 - \frac{(s_0 - s_2)^2}{c^2 (t_0 - t_2)^2} \right)^{3/2} (t_0 - t_2)^3} \delta \Delta t_0 \right)^2} \\
&\quad + \left(\frac{m_p (s_0 - s_2)}{\left(1 - \frac{(s_0 - s_2)^2}{c^2 (t_0 - t_2)^2} \right)^{3/2} (t_0 - t_2)^3} \delta \Delta t_2 \right)^2} \\
&= 0,03143726 \text{ MeV},
\end{aligned} \tag{29}$$

jolloin saadaan arvio $E_i = 12,61 \pm 0,04 \text{ MeV}$ mittauksen 6 protonien liike-energialle. Muiden mittausten vastaavat energiat on koottu taulukkoon 9. Kohtioon jäänyt energia ΔE_{kohtio} saadaan nyt esimerkiksi mittaukselle kuusi seuraavasti:

$$\begin{aligned}
\Delta E_{\text{kohtio}} &= E_i - (E_f + E_{fMCP2}) \\
&= 12,61028 \text{ MeV} - (10,89688 \text{ MeV} + 0,00118 \text{ MeV}) \\
&= 1,71222 \text{ MeV}.
\end{aligned} \tag{30}$$

Taulukko 9: Protonisuihkujen energiat kussakin mittauksessa ennen kohtiota suoralla laskutavalla.

Mittaus	Δt_0 [kanavaa]	Δt_2 [ns]	E_i [MeV]
1	2867,6931	$17,97 \pm 0,03$	$6,523 \pm 0,013$
2	2834,7989	$17,58 \pm 0,03$	$6,613 \pm 0,013$
3	2546,9443	$14,56 \pm 0,03$	$7,60 \pm 0,02$
4	2294,2810	$12,53 \pm 0,03$	$8,88 \pm 0,02$
5	2026,5671	$10,80 \pm 0,03$	$10,84 \pm 0,03$
6	1848,2805	$9,79 \pm 0,03$	$12,61 \pm 0,04$
7	1710,8965	$9,04 \pm 0,03$	$14,31 \pm 0,04$
8	1602,9155	$8,49 \pm 0,03$	$15,94 \pm 0,05$
9	1528,8500	$8,13 \pm 0,03$	$17,24 \pm 0,05$
10	1407,7683	$7,54 \pm 0,03$	$19,75 \pm 0,07$

Kohtioon jääneen energian virhe saadaan samalla tavalla, kuin laskussa 25, $\delta \Delta E_{\text{kohtio}} = 0,0529531$ MeV. Näin ollen mittauksessa kuusi protonit menettävät kohtioon energiaa $\Delta E_{\text{kohtio}} = 1,71 \pm 0,06$ MeV. Muiden mittausten vastaavat energiajätöt on kerrottu taulukossa 10. Jotta saadaan tietää veteen jäänyt energia, kohtioon jääneestä energiasta on vähennettävä kohtion Havar-kalvoihin jäänyt energia ΔE_{Havar} . Tämä energia määritetään suorassa mittauksessa samalla tavalla kuin kohdassa 5.1 on kuvattu. Nämä energiajätöt on koottu taulukkoon 10. Veteen jäänyt energia $\Delta E_{\text{H}_2\text{O}}$ saadaan nyt erotuksena $\Delta E_{\text{kohtio}} - \Delta E_{\text{Havar}}$, nämä arvot on kerrottu edellä mainitussa taulukossa.

Taulukko 10: Kunkin mittauksen protonien veteen jättämä energia suoralla laskutavalla laskettuna.

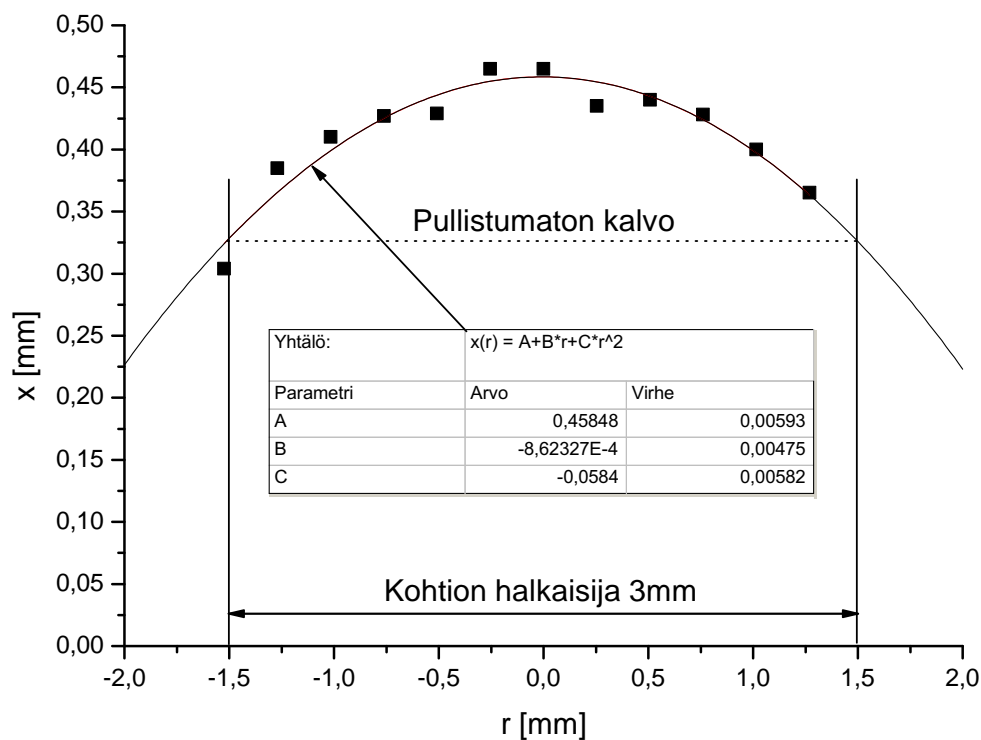
Mittaus	ΔE_{kohtio} [MeV]	ΔE_{Havar} [KeV]	$\Delta E_{\text{H}_2\text{O}}$ [MeV]
1	3,33±0,02	179,362	3,15±0,02
2	3,27±0,02	175,560	3,10±0,02
3	2,72±0,03	144,159	2,58±0,03
4	2,27±0,04	121,751	2,15±0,04
5	1,90±0,05	101,431	1,80±0,05
6	1,71±0,07	89,105	1,62±0,07
7	1,49±0,08	79,940	1,41±0,08
8	1,35±0,10	73,087	1,28±0,10
9	1,30±0,11	68,681	1,23±0,11
10	1,18±0,14	61,547	1,12±0,14

6 Protonien kohtiossa kulkema matka

Lasermittausjärjestelmällä mitattu kohtion paksuusprofiili $x(r)$ pystysuunnassa on esitetty kuvassa 14. Edellä r viittaa etäisyyteen kohtion keskilinjalta. Saatuihin mittauspisteisiin sovitettiin alaspäin aukeava paraabeli $x(r) = A + Br + Cr^2$. Sijoitetaan nyt edellä mainittu paraabeli yhtälöön 12. Laskemalla näin saatu integraali ja sijoittamalla lopputulokseen sovitukselta saadut parametrit, saadaan protonien kohtiossa kulkeman matkan odotusarvoksi

$$\begin{aligned}
 X_{\text{pysty}} &= \frac{1}{6} (6A - R(4B + 3CR)) \\
 &= \frac{1}{6} \left(6 \cdot 0,45848 \text{ mm} - 1,5 \text{ mm} \left(4 \cdot (-8,62327) \cdot 10^{-4} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 3 \cdot (-0,0584) \text{ 1/mm} \cdot 1,5 \text{ mm} \right) \right) \\
 &= 0,391918 \text{ mm.}
 \end{aligned} \tag{31}$$

Edellä $R = 1,5 \text{ mm}$ on kohtion säde. Odotusarvon X virhe saadaan käyttä-



Kuva 14: Mitattu kohtion paksuusprofiili pystysuunnassa ja sovitettu paraabeli.

mällä virheen yleistä etenemislakia

$$\begin{aligned}
 \delta X_{\text{pysty}} &= \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial A} \delta A\right)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial B} \delta B\right)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial C} \delta C\right)^2} \\
 &= \sqrt{\delta A^2 + \frac{4R^2}{9} \delta B^2 + \frac{R^4}{4} \delta C^2} \\
 &= \sqrt{(0,00593 \text{ mm})^2 + \frac{4(1,5 \text{ mm})^2}{9} (0,00475)^2} \\
 &\quad + \frac{(1,5 \text{ mm})^4}{4} (0,00582 \text{ 1/mm})^2 \\
 &= 0,0100298 \text{ mm},
 \end{aligned} \tag{32}$$

jolloin protonien vedessä etenemälle matkalle saadaan odotusarvo $X_{\text{pysty}} = 0,392 \pm 0,011$ mm. Vastaavalla tavalla saadaan vaakaprofiilin avulla protonien kohtiossa kulkeman matkan odotusarvoksi $X_{\text{vaaka}} = 0,387 \pm 0,011$ mm. Molempien suuntien profiilien avulla lasketut odotusarvot ovat sopusoinnussa keskenään, joten parhaana arviona em. odotusarvolle voidaan pitää näiden odotusarvojen virheillä painotettua keskiarvoa, jolloin protonien kohtiossa kulkeman matkan odotusarvolle saadaan lopullinen arvio $X = 0,390 \pm 0,008$ mm.

7 Protonien jarruuntumiskyky nestemäisessä vedessä

Jarruuntumiskyky $S = -dE/dx$ kussakin mittauksessa saadaan veteen jääneen energian $\Delta E_{\text{H}_2\text{O}}$ (taulukoista 8 ja 10) ja kohtion paksuuden X suhteena. Esimerkiksi mittauksen kuusi suoralla laskutavalla laskettu jarruuntumiskyky on

$$\begin{aligned} S &= \frac{\Delta E_{\text{H}_2\text{O}}}{X} \\ &= \frac{1,62621 \text{ MeV}}{0,38974 \text{ mm}} \\ &= 4,1725 \text{ MeV/mm}, \end{aligned} \quad (33)$$

jonka virhe saadaan virheen yleisellä etenemislailalla

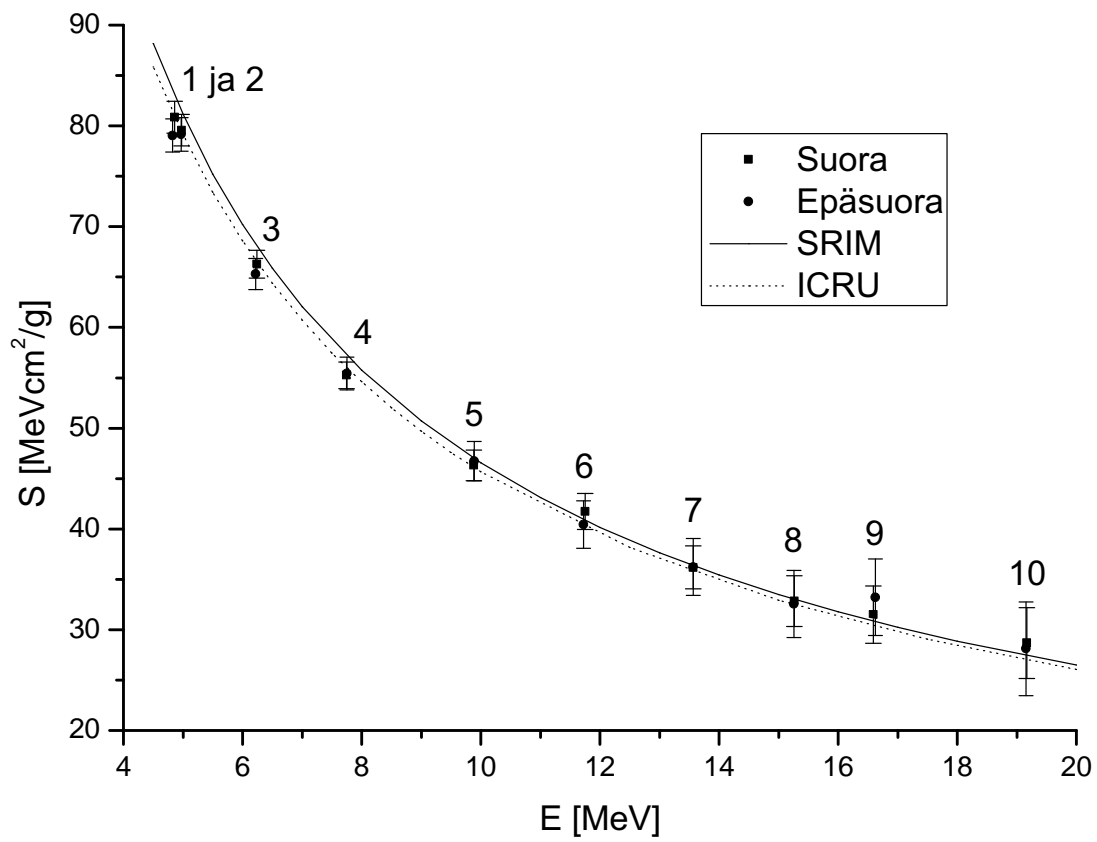
$$\begin{aligned} \delta S &= \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial \Delta E_{\text{H}_2\text{O}}} \delta \Delta E_{\text{H}_2\text{O}}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial X} \delta X\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{X} \delta \Delta E_{\text{H}_2\text{O}}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta E_{\text{H}_2\text{O}}}{X^2} \delta X\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{0,38974 \text{ mm}} 0,06280404 \text{ MeV}\right)^2 + \left(-\frac{1,62621 \text{ MeV}}{(0,38974 \text{ mm})^2} 0,00741 \text{ mm}\right)^2} \\ &= 0,1796 \text{ MeV/mm}. \end{aligned} \quad (34)$$

Näin ollen mittauksessa kuusi protonien jarruuntumiskyvyksi suoralla laskutavalla nestemäisessä vedessä saadaan $S = 4,2 \pm 0,2 \text{ MeV/mm}$. Tämä voidaan muuttaa enemmän käytettyyn yksikköön MeVcm^2/g kertomalla luvulla 10 (veden tiheys on 1 g/cm^3), jolloin tulokseksi saadaan $42 \pm 2 \text{ MeVcm}^2/\text{g}$. Loput jarruuntumiskyvyt on koottu taulukkoon 11.

Selvää on, että jarruuntumiskyky on hiukkasen liike-energian funktio. Näin ollen seuraavaksi tulee määrittää jokaiselle mittaukselle jokin energia, joka parhaiten kuvaa protonien energiaa vesikohtiossa. Parhaaksi arvioksi tälle energialle valittiin energioiden E_i ja E_f keskiarvo. Nämä energiat on koottu taulukkoon 11. Samaan taulukkoon on koottu tässä työssä mitattujen jarruuntumiskykyjen lisäksi vastaavalle energia-alueelle simuloituja jarruuntumiskykyjä kahdesta eri lähteestä. Näiden jarruuntumiskykyjen vertailun helpottamiseksi samat arvot on myös piirretty kuvaan 15.

Taulukko 11: protonien jarruuntumiskyky nestemäisessä vedessä, mitatut ja simuloituidut arvot.

Mittaus	Laskutapa	Tämä mittaus					Simuloitu data		
		E [MeV]	S [$MeVcm^2/g$]	$\frac{\Delta S}{S}$ [%]	E [MeV]	S [$MeVcm^2/g$]	SRIM [5]	ICRU [8, s.180]	
1	Suora	4,858±0,008	81±2	2,0	4,5	88,18	85,86		
2	Suora	4,975±0,008	80±2	2,0	5,0	81,14	79,11		
3	Suora	6,240±0,011	66,3±1,4	2,1	5,5	75,23	73,43		
4	Suora	7,75 ±0,02	55,3±1,4	2,4	6,0	70,20	68,58		
5	Suora	9,88 ±0,03	46±2	3,3	6,5	65,86	64,38		
6	Suora	11,75±0,04	42±2	4,3	7,0	62,07	60,71		
7	Suora	13,57±0,04	36±3	6,0	7,5	57,47	57,47		
8	Suora	15,26±0,05	33±4	7,7	8,0	55,75	54,60		
9	Suora	16,59±0,06	32±4	9,0	8,5	52,02	52,02		
10	Suora	19,17±0,07	29±5	12,3	9,0	50,71	49,69		
1	Epäsuora	4,823±0,014	79±2	2,1	9,5	47,59	47,59		
2	Epäsuora	4,969±0,014	79±2	2,1	10,0	46,57	45,67		
3	Epäsuora	6,22 ±0,02	65±2	2,4	11,0	43,11			
4	Epäsuora	7,75 ±0,03	55±2	2,9	12,0	40,16			
5	Epäsuora	9,89 ±0,04	47±2	4,2	12,5		38,15		
6	Epäsuora	11,73±0,05	40±3	5,8	13,0	37,63			
7	Epäsuora	13,57±0,05	36±3	7,8	14,0	35,43			
8	Epäsuora	15,26±0,07	33±4	10,3	15,0	33,49	32,92		
9	Epäsuora	16,63±0,08	33±4	11,4	16,0	31,77			
10	Epäsuora	19,15±0,10	28±5	16,5	17,0	30,24	29,05		
					17,5				
					18,0	28,86			
					20,0	26,48	26,07		



Kuva 15: Protonien jarruntumiskyky nestemäisessä vedessä, sekä simuloit, että mitatut arvot.

8 Johtopäätökset

8.1 Lentoaikakalibraation luotettavuudesta

Osiossa 4 oletettiin lentoajan olevan lineaarisesti riippuva kanavaluvusta. Tämä on erittäin pätevä oletus, sillä koemielessä sovitetun toisen asteen polynomin kerroin on noin kuusi kertaluokkaa pienempi kuin suoran kulmakerroin, joten sillä ei tässä työssä ole mitään merkitystä. Voimme siis olettaa lentoajan olevan lineaarisesti riippuva kanavaluvusta, eli käytetyt TDC:t ja ADC ovat lineaariset. Kalibraatiosuoran kulmakerroin B määritettiin tarkoitusta varten asennettua pulseria hyväksikäyttäen. Tämän tuloksena kalibraatiosuoran kulmakertoimille eri tilanteissa saatiin erittäin luotettavat arvot. Kulmakertoimien suhteelliseksi virheeksi tuli noin 0,03 %.

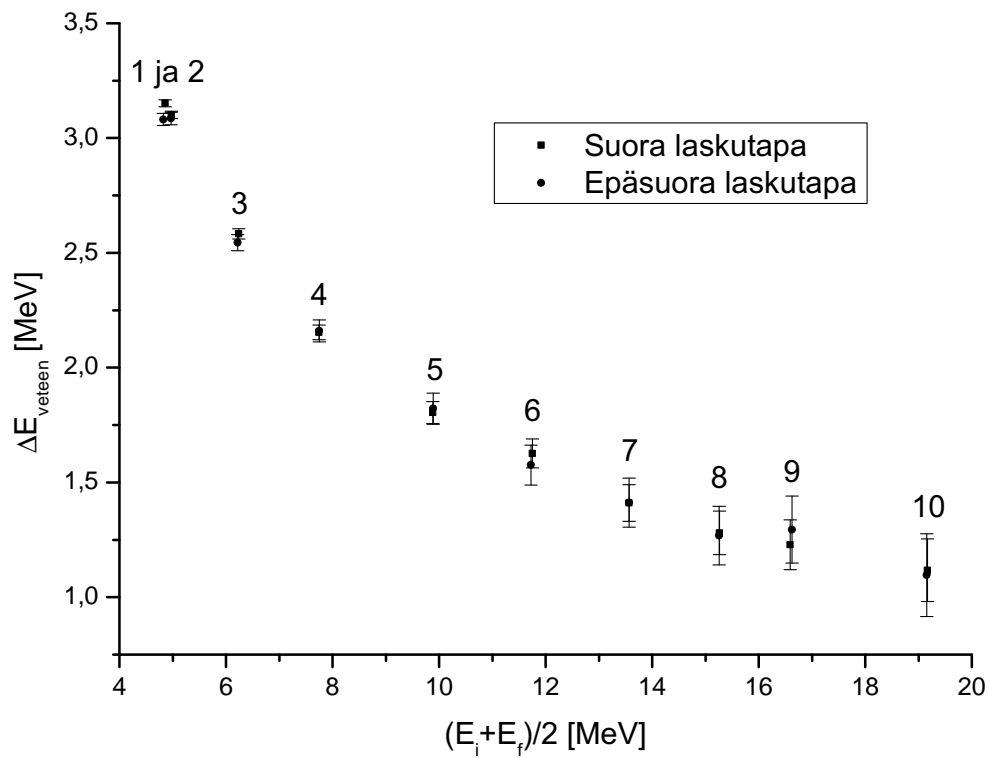
Lentoaikakalibraation vakiotermin ilmaisinvälille MCP2-MCP3 saatiin mittaamalla energialtaan tunnettujen protonisuihkujen (12 MeV ja 20 MeV) ja α -hiukkasten lentoaikoja. Näistä α -hiukkasten energiat tunnettiin kirjallisuuden perusteella hyvällä tarkkuudella, mutta protonisuihkujen energiat tunnettiin suhteellisen vaatimattomalla ± 1 MeV tarkkuudella. Tunnettujen α -energioiden avulla saatiin lentoaikakalibraation vakiotermit välillä MCP2-MCP3 varsin tarkka arvio. Vakiotermin suhteellinen virhe oli noin 1,9 %.

Vakiotermin välillä MCP1-MCP2 saatiin vielä tarkemmin, sillä tässä kalibraatiossa kyettiin käyttämään hyväksi välin MCP2-MCP3 kalibraatiota. Näin ollen kaikkien kymmenen varsinaisissa mittauksissa käytetyn protonisuihkun energiat tunnettiin kohtuullisen hyvällä tarkkuudella, ja näitä hyväksi käyttäen välin MCP1-MCP2 vakiotermin suhteelliseksi virheeksi muodostui 0,6 %.

Näiden tietojen valossa voidaan pitää tehtyä kalibraatiota luotettavana, ja sen avulla kyetään määrittämään protonien energiajätö vedessä hyvin tarkasti.

8.2 Suoran ja epäsuoran laskutavan tulosten yhdistämisestä

Kuvassa 16 on esitetty kunkin mittauksen protonien veteen jättämä energia energioiden E_i ja E_f keskiarvon funktiona sekä suoralla, että epäsuoralla laskutavalla laskettuna. Kuvasta katsomalla, sekä vertaamalla taulukoita 8 ja 10 on helppo havaita, että suoralla ja epäsuoralla laskutavalla saadut lopputulokset ovat hyvässä sopuossuudessa keskenään. Näin ollen kiusaus yhdistää eri laskutapojen tulokset esimerkiksi painotetulla keskiarvolla kasvaa suureksi. Kuten kohdissa 5.1 ja 5.2 todettiin, protonien kohtion jälkeinen energia määritettiin kummassakin laskutavassa samasta datatiedostosta. Näin ollen eri laskutapojen tulokset eivät ole riippumattomia keskenään. Tästä syystä tuloksia ei pidä mennä yhdistämään painotetulla keskiarvolla. Käsitellään eri laskutapojen tuloksia kahtena rinnakkaisena analyysitapana.



Kuva 16: Kunkin mittauksen protonien veteen jättämä energia suoralla ja epäsuoralla laskutavalla energioiden E_i ja E_f keskiarvon funktiona. Numero mitauspisteiden päällä kertoo mittauksen numeron.

8.3 Mitattujen ja simuloitujen jarruuntumiskykyjen vertailua

Vertaamalla taulukkoa 11 ja kuvaa 15 havaitaan, että mitatut ja simuloitut arvot ovat yleisesti ottaen varsin hyvässä sopusoinnussa keskenään. ICRU:n raportista saadut jarruuntumiskyvyt vastaavat mitattuja arvoja hieman paremmin kuin SRIM:n vastaavat arvot. Energia-alueella 4 – 16 MeV mitatut jarruuntumiskyvyt poikkeavat pääsääntöisesti noin prosenttiyksikön tai vähemmän ICRU:n vastaavalle energia-alueelle antamista arvoista. Suuremmilla energioilla (16 – 20 MeV) mitatut jarruuntumiskyvyt sopivat hieman huonommin ICRU:n vastaaviin arvoihin, ero on noin 4 – 8 % siten, että ICRU:n arvot ovat pienempiä. Kuitenkin kaikki ICRU:n antamat arvot sopivat mitattujen jarruuntumiskykyjen virherajojen sisään laskutavasta riippumatta.

Keskisuurilla energioilla (9 – 16 MeV) SRIM:n simuloimat jarruuntumiskyvyt sopivat varsin hyvällä, ± 2 % tarkkuudella, mitattuihin arvoihin. Tätä suuremmilla energioilla SRIM:n arvot ovat noin 2 – 7 % pienemmät kuin tässä mittauksessa saadut jarruuntumiskyvyt. Kuitenkin molemmilla em. energia-alueilla SRIM:n antamat arvot mahtuvat mitattujen arvojen virherajojen sisään. Energia-alueella 4 – 9 MeV SRIM:n avulla simuloitut jarruuntumiskyvyt vastaavat kaikkein huonoiten nyt mitattuja arvoja. Kyseisellä energia-alueella mitatut jarruuntumiskyvyt ovat kaikki noin 2,6 – 4,2 % pienempiä kuin SRIM:llä simuloitut arvot. Tällä energia-alueella SRIM:n antamat arvot eivät mahdu mitattujen arvojen virherajojen sisään.

8.4 Lopputulosten luotettavuudesta

Tässä työssä mitattiin protonien jarruuntumiskyky nestemäisessä vedessä varsin hyvällä tarkkuudella, suhteellisten virheiden keskiarvon ollessa 5,3 % ja mediaanin 4,2 %. Epäsuoralla laskutavalla laskettuna saavutettiin hieman heikompi mittaustarkkuus kuin suoralla laskutavalla. Vastaavat suhteellisten virheiden tunnusluvut olivat 6,5 % ja 4,8 % sekä 5,1 % ja 3,8 % mainitussa järjestyksessä. Tämä on seurausta lentoaikakalibraation tarkkuuden vaihteluisista eri ilmaisinväleille. Ilmaisinvälin MCP2-MCP3 lentoaikakalibraatio on hieman epätarkempi kuin välin MCP1-MCP2 (katso taulukko 2). Epäsuorassa laskentatavassa käytettiin vain välin MCP2-MCP3 lentoaikoja, kun taas suorassa laskentatavassa hyödynnettiin molempia lentoaikatietoja. Tämän seurauksena suoralla menetelmällä lasketut arvot ovat hieman tarkempia.

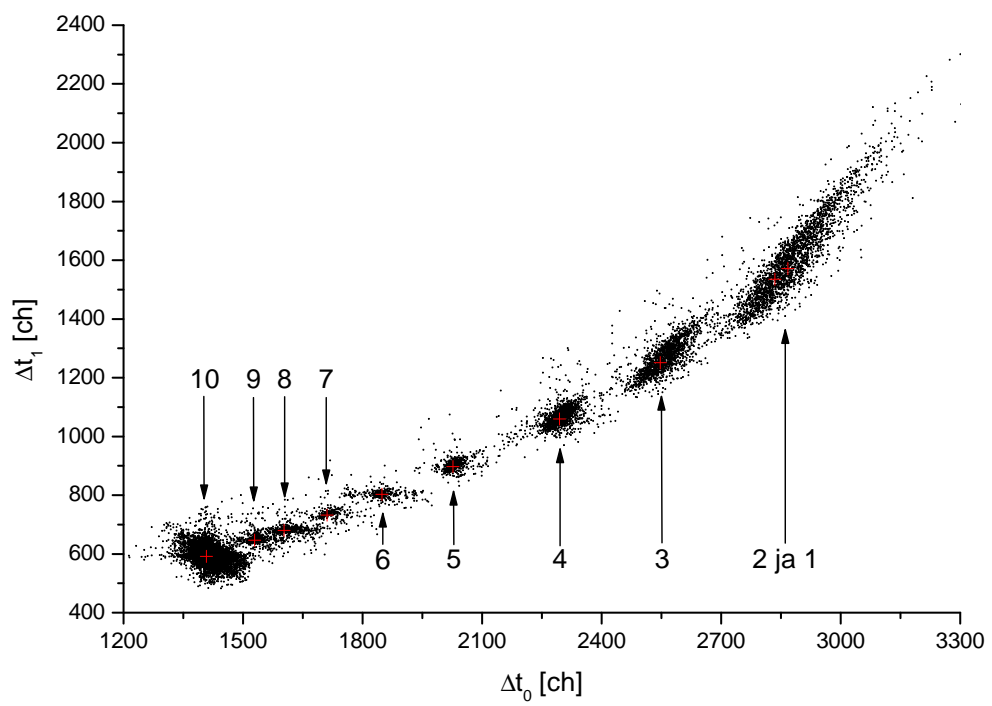
Yleisesti ottaen voidaan saatuja lopputuloksia pitää luotettavina ja tarkkuudeltaan varsin hyvinä. Pientä parantamisen varaa mittausten tarkkuuteen jäi varsinkin mittausten 9 ja 10 osalta. Tämä johtuu siitä, että käytetty mittaustapa toimii paremmin pienienergisille (hitaille) protoneille. Kun protonien len-

toaika pienenee, protonien liike-energian virhe kasvaa nopeasti (katso esimerkiksi lasku 23, huomaa Δt^3 jakajassa). Tätä virhettä voi pienentää joko tarkentamalla kalibraatiota, tai kasvattamalla ilmaisinten välistä etäisyyttä, jolloin lentoajat kasvavat.

8.5 Mitä seuraavaksi?

Kuvassa 17 on esitetty kaikkien mittausten lentoajat. Kuvassa olevat punaiset ristit ovat ne $\Delta t_1(\Delta t_0)$ pisteet, joiden perusteella laskettiin kohdassa 5.2 kuvatulla suoralla laskutavalla protonien veteen jättämä energia. Muuttamalla jarrukalvon kallistuksia pienemmillä askelilla sekä suorittamalla useampia mittauksia, kyetään määrittämään jatkuva $\Delta t_1(\Delta t_0)$ käyrä. Tämän käyrän avulla voidaan laskea protonien jarruuntumiskyky kaikille energioille välillä 4 – 20 MeV, sen sijaan että nyt saimme jarruuntumiskyvyn kymmenelle eri energialle ko. energia-alueella.

Laitteistolla kyetään mittaamaan jarruuntumiskyky myös tämän energia-alueen ulkopuolella. 20 MeV suurempienergisille protoneille laitteiston mitaustarkkuus saattaa tuottaa pieniä hankaluuksia. Tästä ongelmasta päästään eroon kasvattamalla ilmaisinten välisiä etäisyyksiä, tai parantamalla lentoaikakalibraatiota. Toisaalta, mikäli protonien energiaa lasketaan nyt käytetyn mitta-alueen alapuolelle, on vaara että ne pysähtyvät kohtioon. Tämä ongelma on ratkaistavissa ohentamalla kohtiota. Kohtiota ei tietenkään pystytä ohentamaan loputtomiin, mutta luultavasti on mahdollista valmistaa ohuempia kohtioita kuin tässä työssä käytetty noin 0,4 mm paksu kohtio. Laitteistolla voidaan mitata jarruuntumiskyky vedessä myös monelle muulle ytimelle, kuin protonille, esimerkiksi raskasioniterapiassa käytetylle ^{12}C ytimelle.



Kuva 17: Mitatut lentoajat.

Viitteet

- [1] Suomen Syöpäjärjestöjen internetsivut
<http://www.cancer.fi/tietoasyovasta/>
- [2] John S. Lilley
Nuclear Physics Principles and Applications
John Wiley & Sons Ltd., 2001
- [3] H. D. Young ja R. A. Freedman
University Physics with modern physics, 11th edition
Addison-Wesley, 2004
- [4] G. Audi, A.H. Wapstra, C. Thibault
Nuclear and Hadronic Physics
Elsevier, 2003
- [5] J. F. Ziegler et al.
SRIM-2008.04 -simulointiohjelma
U.S.N.A, Annapolis, MD, 2008
- [6] John R. Taylor
Introduction to Error Analysis, 2nd edition
University Science Books, Sausalito, CA, USA, 1997
- [7] N. Shiomi-Tsuda et al.
Stopping Powers of Havar for Protons from 4.0 MeV to 13.0 MeV
Department of Physics, Nara Women's University, Japan
Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B 117 (1996)
343-346
Elsevier, 1996

- [8] International Commission on Radiation Units and Measurements
(ICRU)
Stopping Powers and Ranges for Protons and Alpha Particles
ICRU Report No. 49, 2007
- [9] P. Sigmund
Particle Penetration and Radiation Effects
General Aspects and Stopping of Swift Point Charges
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006

Liitteet

- Liite A: Relativistisen liike-energian lausekkeen johtaminen
Liite B: Muita tapoja mitata jarruuntumiskykyjä

A Relativistisen liike-energian lausekkeen johtaminen

Lähdetään liikkeelle Newtonin toisesta laista, ja lausutaan se liikemäärän \vec{p} avulla

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{m d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (35)$$

Kappaleen, jonka lepomassa on m ja nopeus \vec{v} , relativistisesti korjattu liikemäärä on [3, s.1426]

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (36)$$

Yhdistämällä kaksi edellä mainittua yhtälöä saadaan relativistisesti korjattu lauseke voimalle \vec{F}

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{m\vec{a}}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}}. \quad (37)$$

Oletetaan seuraavaksi, että nettovoima on x -akselin suuntaan. Mikäli kappale liikkuu voiman \vec{F} vaikutuksesta x -akselilla pisteestä x_1 pisteeseen x_2 on voiman tekemä työ

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx. \quad (38)$$

Sijoittamalla edellä mainittu relativistisesti korjattu voiman lauseke edelliseen yhtälöön, jolloin saadaan

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \frac{ma}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}} dx. \quad (39)$$

Olemme kuitenkin kiinnostuneita nopeudella v liikkuvan kappaleen liike-energiasta, minkä vuoksi edellä mainittu integraali on muutettava integraaliksi nopeuden suhteen

$$a dx = \frac{dv}{dt} dx = \frac{dx}{dt} dv = v dv. \quad (40)$$

Kun lisäksi oletetaan, että kappaleen nopeus pisteessä x_1 on nolla, loppunopeus on v ja, että kaikki voiman \vec{F} kappaleeseen tekemä työ muuttuu kappaleen liike-energiaksi, voidaan liike-energialle E kirjoittaa integraalilauseke

$$E = W = \int_0^v \frac{mv}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}} dv. \quad (41)$$

Kun tämä määrätty integraali lasketaan, saadaan kappaleen liike-energialle haluttu relativistisesti korjattu lauseke

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2. \quad (42)$$

B Muita tapoja mitata jarruuntumiskykyjä

Tämän kappaleen tarkoitus on antaa lukijalle lyhyt kuvaus siitä, millaisia muita mittaustapoja on mahdollista käyttää jarruuntumiskykyjen mittaukseen, sekä mitä hyviä ja huonoja puolia sekä rajoitteita kuhunkin menetelmään liittyy. [9, s. 249–251]

B.1 Ohuen kalvon läpäisseen hiukkassuihkun energiaspektrin mittaaminen

Yleisin tapa mitata jarruuntumiskykyjä on pommittaa ohutta kalvoa (lähes) monoenergeettisellä suihkulla. Läpi menneiden hiukkasten energiajakauma mitataan herkällä ilmaisimella, tai jollakin muulla mittaustalaitteistolla (esim. lentoaikamittauslaitteisto). Tässä työssä käytetty menetelmä kuuluu tähän luokkaan. Hiukkassuihkuja voidaan tuottaa monella tapaa, esimerkiksi hiukkaskiihdyttimillä (mm. lineaari-, tandemkiihdytin, syklotroni), tai radioaktiivisilla lähteillä (esim. α -lähde). Energiaherkkänä ilmaisimena voidaan käyttää esimerkiksi puolijohdeilmaisimia (germanium- ja pii-ilmaisimet), tai tuikeilmaisimia. Tässä menetelmässä ilmaisimien energiakalibraatioon tulee kiinnittää huomiota. Kalvon paksuus on tunnettava riittävällä tarkkuudella, ja se ei saa vaihdella liikaa suihkun alueella. Riittävän ohuiden kalvojen valmistaminen pienille suihkun energioille on haastavaa, sillä suihkun energian muutos kohtiossa ei saa olla liian dramaattinen.

B.2 Muut mittaukset ohuilla kalvoilla

Kalvon läpi menneen suihkun energiajakauman mittaamisen sijasta on mahdollista mitata myös suoraan kohtioon jäänyt energia. Tämän kalorimetrimetodin esitteli Anderson ym. vuonna 1966. Alkuperäisessä mittaussasetelmassa kohtio oli jäähdytetty nestemäisen heliumin lämpötilaan, jotta sen lämpötilan muutoksen mittaustarkkuus saataisiin mahdollisimman hyväksi. Geissel ym. esittelivät vuonna 2002 vaihtoehtoisen menetelmän, jolla kyetään mittaamaan jarruuntumiskykyjä hyvin suurienergisisille hiukkasille. Tällä menetelmällä vältetään ero keskimääräisen ja huippujarruuntumiskyvyn välillä, mutta toisaalta kaikki suihkuhiukkasen menettämä energia ei mene kohtion lämmittämiseen. Ydin- ja kemiallisten reaktioiden, elektroni-, fotonin-, ja molekyyliemissioiden, sekä kohtion rakenteelliset muutokset säteilyn vaikutuksesta on otettava huomioon.

B.3 Rutherfordin takaisinsirontamenetelmä, RBS

Pienille suihkun energioille riittävän ohuiden itsensä kantavien kalvojen valmistus on mahdotonta. Tällaisia ohuita kalvoja voidaan kuitenkin höyrystää riittävän raskaasta materiaalista tehdyn taustan päälle. Tunnettuun sirontakulmaan sironneiden suihkuhiukkasten RBS-spektrin korkeaenerginen reuna määrittää pienimmän energiahäviön. Menetelmä edellyttää huolellista data-analyysiiä ja höyrystetyn kalvon homogeenisuutta. Tällä menetelmällä on tehty huomattavan monta mittausta etenkin 1 – 2 MeV:n α -hiukkasille.

B.4 Dopplersiirtymän vaimeneminen

Kuvitellaan rekyyliydin, joka on virittynyt jonkin ydinreaktion seurauksena. Tämä viritystila purkautuu γ -emissiolla jonkin ajan kuluttua virittymisestä, ja tätä seuraa eksponentiaalinen hajoaminen johtuen ytimen luonnollisesta puoliintumisajasta. Mikäli rekyyli on liikkeessä, emittoitunut fotoni on Dopplersiirtynyt laboratorikoordinaatistossa. Mikäli rekyylin luonnollinen puoliintumisaika tunnetaan, voidaan sen Dopplersiirtymän vaimenemisesta päätellä väliaineen jarruuntumiskäyttäytyminen. Toisin kuin edellä kuvatut menetelmät, tämä menetelmä tarjoaa energian menetyksen aikayksikköä kohti. Tästä syystä väliaineen tiheys on tunnettava, jotta kyetään luotettavasti määrittämään jarruuntumiskyky.

B.5 Kantamamenetelmä

Alun alkujaan jarruuntumiskyvyt pohjautuivat kantamamittauksiin. Mikäli

$$R(E) = \int_0^E \frac{dE'}{NS(E')} \quad (43)$$

tunnetaan riittävän monelle alkuperäiselle energialle E , voidaan päätellä jarruuntumisvoima $NS(E)$. Tätä tekniikkaa käytetään nykyään ainoastaan hyvin erityisissä tilanteissa.

