

Konfirmatorisesta faktorianalyysista ja rakenneyhtälömalleista
sekä niiden soveltamisesta nuorten aikuisten onnellisuutta ja
elämänhallintaa koskevaan tutkimukseen

Satu Malmirae

Tilastotieteen pro gradu -tutkielma
30. lokakuuta 2000

Jyväskylän yliopisto
Tilastotieteen laitos

Konfirmatorisesta faktorianalyysistä ja rakenneyhtälömalleista sekä niiden soveltamisesta nuorten aikuisten onnellisuutta ja elämänhallintaa koskevaan tutkimukseen

Malmirae Satu Katriina

Tilastotiede

30. lokakuuta 2000

Jyväskylän yliopisto

52 sivua, 6 sivua liitteitä

Tutkielmassa tarkastellaan konfirmatorisia faktorimalleja sekä niiden rakentamista vaiheittain. Konfirmatorisen faktorimallin rakentaminen perustuu eksploratiivisen faktorianalyysin antamiin tuloksiin. Konfirmatorisen faktorianalyysin avulla tuotettujen faktoripistemäärien painokertoimien avulla muodostetaan faktoripistemäärämuuttujat, joita käytetään rakenneyhtälömallien rakentamisessa.

Tutkielman empiirisessä osassa tarkastellaan suomalaisten nuorten aikuisten onnellisuutta ja elämänhallintaa, sekä näihin vaikuttavia varhaisempia tekijöitä. Tutkielman teko ajoittuu välille syyskuu 1999 - syyskuu 2000. Teorian tarkastelu perustuu suurelta osin lähdeoteeseen Leskinen, E. (1987): Faktorianalyysi. Konfirmatoristen faktorimallien teoria ja rakentaminen. Jyväskylän yliopiston tilastotieteen laitoksen julkaisuja 1/1987.

Tutkimusaineistolle rakennetun konfirmatorisen faktorimallin parametrien estimointi ja testaus on tehty LISREL -ohjelmaa käyttäen. Empiirisen osan konfirmatorisen faktorianalyysin tuloksien osalta voidaan sanoa, että nuorten aikuisten onnellisuus ja elämänhallinta sekä käsitykset omasta itsestään voidaan jakaa viiteen osa-alueeseen: tyytymättömyys omaan elämään, pysähtynyt tyytyväisyys, oman kehityksen hallinnan tunne, depressiivisyys ja sosiaalinen tuki. Rakenneyhtälömallien avulla on selvitetty mitkä varhaiset tai nykyiset tekijät vaikuttavat ja miten ne vaikuttavat nuorten aikuisten elämänhallintaan ja heidän käsityksiin itsestään.

Sisällysluettelo

1. Johdanto	2
2. Eksploraatiivinen faktorianalyysi	3
3. Konfirmatorinen faktorianalyysi	6
3.1 Konfirmatorisen faktorimallin rakentaminen	6
3.1.1 Mallin spesifointi	7
3.1.2 Mallin identifioituvuustarkastelut	8
3.1.3 Mallin parametrien estimointi	10
3.1.4 Mallia koskevien hypoteesien testaus	12
3.1.5 Faktorimallin riittävyystarkastelut	14
3.1.5.1 Koko mallia koskevat riittävyystarkastelut	15
3.1.5.2 Muuttujakohtaiset tarkastelut	17
3.1.5.3 Parametrikohdaiset tarkastelut	18
3.1.5.4 Havaintokohtaiset tarkastelut	20
3.2 Faktoripistemäärämuuttujien estimointi.....	21
4. Rakenneyhtälömallit	22
4.1 Rekursiivinen rakenneyhtälömalli.....	22
4.2 Simultaaninen rakenneyhtälömalli	23
4.3 Moniyhtälöinen regressiomalli.....	25
4.4 Rakenneyhtälömallien rakentaminen	26
5. Esimerkkitutkimus	28
5.1 Aineiston kuvaus	28
5.2 Eksploraatiivinen faktorianalyysi	31
5.3 Konfirmatorisen faktorimallin rakentaminen tutkimusaineistolle	34
5.4 Faktoripistemäärämuuttujien estimointi.....	41
5.5 Rakenneyhtälömallin rakentaminen tutkimusaineistolle	43
6. Yhteenveto	49
Lähteet	50
Liitteet	52

1. Johdanto

Tutkielman tarkoituksena on esitellä konfirmatorisia faktorimalleja ja rakenneyhtälömalleja sekä näiden rakentamista ja soveltamista tutkimusaineistoon. Lisäksi tarkastellaan eksploraatiivista faktorianalyysiä osana konfirmatorisen faktorimallin rakentamisessa. Empiiriset tarkastelut tehdään rakentamalla tutkimusaineistolle viiden faktorin mittausmalli sekä rakenneyhtälömalleja. Tutkimusaineistona käytetään osaa Jyväskylän yliopiston Kasvatustieteen laitoksen 30 vuoden seuruututkimuksesta (Blåfield & Kuusinen 1974, Kuusinen & Blåfield 1974). Tutkimukseen ensimmäiseen vaiheeseen (1970-73) valittiin 700 lasta. Aikuisikää käsittelevässä osiossa (1991) mukana oli 436 nuorta. Koska teorian pohjalta ei voida suoraan rakentaa yksiselitteistä faktorimallia, käytetään konfirmatorisen faktorimallin rakentamisen lähtökohtana eksploraatiivisen faktorianalyysin antamia tuloksia. Näiden pohjalta rakennetaan konfirmatorinen faktorimalli. Konfirmatorisen faktorimallin tuottamien estimoitujen faktoripistemäärämuuttujien avulla saadaan selitettävät muuttujat rakenneyhtälömalleihin. Rakenneyhtälömallien rakentamisessa on tavoitteena selvittää, mitkä varhaiset tai myöhemmät tekijät mahdollisesti selittävät faktoreita.

Toisessa luvussa esitellään eksploraatiivista faktorianalyysiä. Kolmannessa ja neljännessä luvussa tarkastellaan konfirmatoristen faktorimallien sekä rakenneyhtälömallien rakentamisen vaiheita. Tutkielmassa olevan teorian tarkastelu pohjautuu pääosin teokseen Leskinen (1987). Viidennessä luvussa esitellään ensin tutkimusaineistoa ja sovelletaan eksploraatiivista faktorianalyysiä tutkimusaineistoon. Sitten tutkimusaineistolle rakennetaan konfirmatorinen faktorimalli, tarkastellaan estimointituloksia ja lasketaan faktoripistemäärämuuttujat, joihin pohjautuu aineistolle rakennetut rakenneyhtälömallit. Viidennen luvun lopussa tarkastellaan näiden rakenneyhtälömallien estimointituloksia ja pohditaan mallin tulkintaa. Kuudennessa luvussa esitetään vielä lyhyt yhteenveto empiirisen puolen päätuloksista.

2. Eksploratiivinen faktorianalyysi

Faktorimallin perusmalli (Jöreskog & Sörbom 1979) on muotoa

$$y = \Lambda\eta + \varepsilon,$$

jossa y on $p \times 1$ -vektori, joka sisältää havaitut, mitatut y -muuttujat, Λ on $p \times m$ -latausmatriisi, joka sisältää faktorilataukset, η on $m \times 1$ -vektori, joka sisältää faktorit eli latentit muuttujat, joita on m kpl ($m < p$) ja ε on faktorimallin $p \times 1$ -jäännösvektori, joka sisältää satunnaismuuttujat. Kyseinen jäännösvektori sisältää vektorin y vaihtelusta sen osan, jota faktorimalli ei selitä.

Faktorimallin perusmallissa oletetaan faktoreiden ja jäännösten odotusarvot nolliksi eli $E(\eta)=0$ ja $E(\varepsilon)=0$. Lisäksi faktorit ja jäännökset oletetaan korreloimattomiksi, $E(\eta\varepsilon^T)=0$. Merkitään faktoreiden kovarianssimatriisia Ω :lla, $\text{cov}(\eta)=E(\eta\eta^T)=\Omega$, joka on $m \times m$ -matriisi. Jäännösten kovarianssimatriisia merkitään Θ :lla eli $\text{cov}(\varepsilon)=E(\varepsilon\varepsilon^T)=\Theta$. Jäännösten kovarianssimatriisi Θ on $p \times p$ -matriisi, joka on yleensä diagonaalinen. Havaittujen y -muuttujien teoreettinen kovarianssimatriisi on silloin muotoa

$$\Sigma = \text{cov}(y) = E(yy^T) = \Lambda \Omega \Lambda^T + \Theta.$$

Lähtökohtana eksploratiivisessa faktorianalyysissä on yleensä joukko havaittuja y -muuttujia. Näiden muuttujien korrelaatorakennetta halutaan kuvata ja selittää faktorimallin avulla. Muuttujien oletetaan mittaavaan faktoreita, mutta faktoreiden lukumäärä eikä lataus- ja korrelaatorakenne ole selvillä. Eksploratiivisessa faktorimallissa ei siis ole rajoituksia latausmatriisiin Λ yksittäisissä latauksissa λ_{ij} , $i = 1, \dots, p$ ja $j = 1, \dots, m$, koska ei faktoreiden lukumäärää eikä faktoreiden lataus- ja korrelaatorakennetta yleensä tiedetä etukäteen. Tällöin latausmatriisiin tuntemattomien latausten lukumäärä on $p \times m$. Tilanteessa, jossa ei ole etukäteen mahdollista muodostaa hypoteeseja faktorimallien rakenteesta, saattaa alkuperäinen havaittujen muuttujien joukko karsiutua pienemmäksi, kun arvioidaan näiden muuttujien sopivuutta faktoreiden mittaamiseen. Eksploratiivisen faktorianalyysin tuottamien tuloksien perusteella voi-

daan konfirmatorisessa faktorianalyyssissä asettaa rajoituksia faktoreiden latausmatriisiin Λ sekä faktoreiden kovarianssimatriisiin Ω .

Kun faktoreiden lukumäärää ei tunneta, voidaan sen arvioimiseen käyttää otoskorrelaatiomatriisin ominisarvoesitystä. Ominisarvokriteerin avulla saadaan tietoa faktoreiden lukumäärästä (Nummenmaa, Konttinen, Kuusinen & Leskinen 1997). Tällöin suurempien, selvästi muista poikkeavien ominisarvojen lukumäärä antaa arvion havaitun muuttujajoukon taustalla olevien faktoreiden lukumäärästä. Eräs sääntö lukumäärän arvioimisessa on valita yhtä monta faktoria kuin on arvoltaan yli ykkösen olevien ominisarvojen lukumäärä. Sääntöä ei pidä kuitenkaan soveltaa systemaattisesti joka tapauksessa. Faktoreiden lukumäärän lopullinen valinta tehdään useimmiten vasta faktoreiden sisällöllisten tulkintojen yhteydessä.

Faktorointi, eli alustavan latausmatriisin Λ ratkaisun laskeminen, suoritetaan kun faktoreiden lukumäärä on valittu. Iteratiivinen pääakselimenetelmä sekä suurimman uskottavuuden estimointimenetelmä ovat yleisimmin käytetyt faktorointimenetelmät. Nämä menetelmät tuottavat usein hyvin samanlaiset ratkaisut. Suurimman uskottavuuden estimointimenetelmää käytettäessä oletetaan, että havaitut muuttujat ovat normaalisti jakautuneita. Faktorit oletetaan tässä vaiheessa korreloimattomiksi. Faktoroinnin yhteydessä lasketaan kommunaliteetit, jotka ilmaisevat havaittujen muuttujien kykyä mitata faktoreita. Kommunaliteetti saadaan kullekin havaitulle y-muuttujalle seuraavan kaavan avulla

$$h_i^2 = \sum_{j=1}^m \lambda_{ij}^2, \quad i = 1, \dots, p.$$

Kommunaliteetit rajoittuvat välille 0-1. Mitä suurempi havaitun muuttujan saama kommunaliteetti on, sitä paremmin se mittaa faktoreita. Koska latausmatriisin alustava ratkaisu ei ole yleensä sellaisenaan sisällöllisesti tulkinnallinen, jatketaan eksploratiivista faktorianalyysia rotatoimalla alustavaa ratkaisua tulkinnallisempaan muotoon.

Rotaatioiden avulla faktoriratkaisu pyritään muokkaamaan sisällöllisesti tulkinnalliseen muotoon. Tällöin faktorit voidaan nimetä uusien latausten perusteella. Rotatointiin voidaan käyttää joko ortogonaalisia eli suorakulmaisia menetelmiä, jotka tuottavat korreloimattomia faktoreita tai vinokulmaisia menetelmiä, joissa sallitaan faktoreiden korreloiminen keskenään. Ro-

taatioiden tuottamat faktoriratkaisut ovat latausten etumerkkiä vaille yksikäsitteisiä. Yksikäsitteisyys tarkoittaa sitä, että tulkittamisen kannalta hankalat negatiiviset lataukset voidaan kääntää ja tulkita positiivisina, koska etumerkkien vaihto faktoreittain ei vaikuta tulkintoihin.

Kun hyvä faktoriratkaisu on löytynyt sekä tilastollisesti että tulkinnallisesti, voidaan faktoreille estimoida havaintokohtaiset arvot eli faktoripistemäärät. Tällöin faktoreita on mahdollista käyttää jatkotarkasteluissa. Useimmiten faktoripistemäärien estimointiin käytetty menetelmä on ns. regressiomenetelmä (Lawley & Maxwell 1971). Faktoripistemäärämuuttujat saadaan muodostettua seuraavan kaavan avulla

$$\hat{f} = Cy,$$

jossa painokerroin matriisi C on muotoa

$$C = \hat{\Omega} \Lambda^T R^{-1},$$

jossa R on otoskorrelaatiomatriisi.

Faktoripistemäärien estimointiin liittyy epätarkkuutta, joka voidaan välttää käyttämällä konfirmatorisia faktorimalleja ja niiden laajennuksia kovarianssirakennemalleihin. Eksploratiivisia faktorimalleja käytettäessä estimointivirhettä ei ole mahdollista välttää.

3. Konfirmatorinen faktorianalyysi

Malli on konfirmatorinen faktorimalli, jos latausmatriisiin Λ on tehty rajoituksia, toisin kuin eksploratiivisessa faktorianalyysissä, jossa latausmatriisiin ei tehdä rajoituksia vaan kaikki λ_{ij} :t ratkaistaan. Konfirmatorista faktorimallia kutsutaankin myös nimellä rajoitettu (restricted) faktorimalli (Lawley ja Maxwell 1971). Osa näistä konfirmatorisen faktorimallin latauksista λ_{ij} kiinnitetään vakioiksi, joko nolliksi tai ykkösiksi. Faktoreiden kovarianssimatriisi Ω voi olla rajoittamaton tai faktoreiden variansseja tai kovariansseja voi olla kiinnitetty vakioiksi. Faktoreiden varianssien kiinnitykset ovat yleensä ykkösiä, jolloin kovarianssimatriisi on faktoreiden korrelaatiomatriisi ja kovarianssien kiinnitykset ovat yleensä nolliä. Mallin parametrien välille voidaan tehdä rajoituksia, joista yleisimpiä ovat parametrien yhtäsuuruusrajoitukset. Konfirmatorisissa faktorimalleissa jäännösten kovarianssimatriisi Θ ei välttämättä ole diagonaalinen, koska osa jäännöksistä voi korreloida keskenään.

Konfirmatoriset faktorimallit voidaan jakaa ei-identifioituviin ja identifioituviin malleihin. Tässä tutkielmassa tarkastellaan kuitenkin ainoastaan identifioituvia faktorimalleja sekä niiden muodostamista.

3.1 Konfirmatorisen faktorimallin rakentaminen

Konfirmatorisen faktorimallin rakentaminen jaetaan viiteen päävaiheeseen (Leskinen 1987). Nämä vaiheet ovat

- 1) mallin spesifiointi
- 2) mallin identifioituvuustarkastelut
- 3) mallin parametrien estimointi
- 4) mallia koskevien hypoteesien testaus
- 5) mallin riittävyystarkastelut.

Mallin rakentaminen etenee siis edellä olevassa järjestyksessä. Jos malli ei jossakin vaiheessa täytä sille asetettuja vaatimuksia, joudutaan palaamaan takaisin sitä edeltäneeseen vaiheeseen.

Ensimmäisessä eli mallin spesifiointi-vaiheessa määritetään tutkimushypoteesien perusteella mallin muoto sellaiseksi kuin se halutaan estimoida. Toisessa vaiheessa tarkistetaan voidaanko spesifioitu malli estimoida siten, että tulokseksi saadaan kullekin tuntemattomalle parametrille yksikäsitteinen ratkaisu. Mallin spesifioinnin ja identifioituvuustarkastelujen jälkeen suoritetaan mallin estimointi, jonka jälkeen selvitetään selittääkö estimoitu malli tutkittavia ilmiöitä. Mallin riittävyystarkasteluissa tutkitaan miltä osin malli sopii havaintoaineistoon. Jos mallissa ilmenee riittämättömiä kohtia, voidaan niitä modifioida havaintoaineiston kanssa paremmin yhteensopiviksi.

3.1.1 Mallin spesifiointi

Konfirmatorisen faktorimallin rakentamisessa lähdetään liikkeelle faktorimallin spesifioinnista eli tarkoituksena on täsmentää mallin muoto ja määritellä muuttujien väliset yhteydet mallin parametrien avulla. Vaikka mallin spesifiointi perustuu erityisesti sisällöllisiin tutkimushypoteeseihin, pyritään malli spesifioimaan siten, että se olisi identifioituva. Jotta malli voisi olla identifioituva, täytyy ainakin yksi parametri jokaista faktoria kohden olla kiinnitetty. Spesifiointivaiheessa jokaiselle mallin parametrille latausmatriisissa Λ , faktoreiden kovarianssimatriisissa Ω ja jäännösten kovarianssimatriisissa Θ on valittava jokin seuraavista vaihtoehdoista:

- a) parametri estimoidaan vapaasti ilman rajoituksia
- b) parametri kiinnitetään vakioksi, yleensä nolaksi tai ykköseksi
- c) parametri estimoidaan jonkin toisen parametrin kanssa yhtä suurena.

Kunkin parametrin kohdalla valinta riippuu oletetuista havaittujen muuttujien ja faktoreiden välisistä yhteyksistä (Λ), faktoreista ja faktoreiden välisistä yhteyksistä (Ω) ja mittausvirheiden variansseista (Θ). Jokainen tietyllä tavalla spesifioitu faktorimalli tuottaa havaituille muuttujille tietynlaisen teoreettisen kovarianssirakenteen Σ .

Konfirmatorinen faktorimalli pyritään spesifioimaan siten, että faktoreiden mitta-asteikko eli latausmatriisi Λ on yksikäsitteinen. Faktoreiden latausrakenne saadaan etumerkkiä vaille yk-

sikäsiteiseksi kun kiinnitetään faktoreiden varianssit vakioiksi, yleensä ykkösiksi. Tällöin faktoreiden yhteyksiä kuvaava matriisi Ω on korrelaatiomatriisi. Ilman faktorin varianssin kiinnitystä tai yhden latauksen kiinnitystä, saataisiin mielivaltainen määrä faktorimalliesityksiä, jotka tuottaisivat saman kovarianssimatriisin havaituille muuttujille.

3.1.2 Mallin identifioituvuustarkastelut

Faktorimallin identifioituvuus- eli yksilöityvyysominaisuudella on hyvin merkittävä asema mallin rakentamisessa ja tulkinnassa. Tämä ominaisuus on riippumaton tutkimusaineistosta ja estimointimenetelmistä.

Identifioituvuuden määritelmän mukaan (Jöreskog, 1981) konfirmatorisen faktorimallin yksittäinen parametri on identifioituva, jos se voidaan ratkaista teoreettisen kovarianssimatriisin Σ avulla. Ja jos kaikki mallin parametrit ovat identifioituvia, silloin koko malli on identifioituva. Jos yksittäinen mallin parametri voidaan ratkaista kovarianssimatriisin Σ avulla useammalla kuin yhdellä tavalla, on kyseinen parametri yli-identifioituva. Yli-identifioituvuus ei kuitenkaan ole ristiriidassa identifioituvuuden kanssa, sillä eri yhtälöiden käyttäminen ratkaisemisessa tuottaa samat teoreettiset arvot parametreille.

Faktorimallin identifioituvuudelle on olemassa kaksi välttämätöntä ehtoa. Identifioituvuustarkasteluissa on siis tarkoituksena selvittää milloin tarkasteltavat parametrit voidaan ratkaista kovarianssiesityksen

$$\Sigma = \Lambda \Omega \Lambda^T + \Theta$$

avulla. Symmetrisessä kovarianssimatriisissa Σ on eri kovariansseja ja variansseja eli yhtälöitä yhteensä $(1/2)p(p+1)$ kappaletta. Kovarianssimatriisin parametrisoinnissa latausmatriisissa Λ on mahdollisia parametreja yhteensä pm kappaletta, kovarianssimatriisissa Ω yhteensä $(1/2)m(m+1)$ kappaletta ja jäännösten kovarianssimatriisissa Θ p kappaletta, eli kaikkiaan yhteensä

$$s = pm + (1/2)m(m+1) + p$$

kappaletta. Olkoon parametreille tehtävien rajoitusten lukumäärä r_1 , matriiseissa Λ , Ω ja Θ , jolloin saadaan seuraava välttämätön ehto

$$s - r_1 \leq (1/2)p(p+1).$$

Rajoitusten lukumäärän on siis oltava vähintään yhtä suuri kuin mahdollisten estimoitavien parametrien lukumäärä vähennettynä yhtälöiden lukumäärällä.

Ensimmäinen välttämätön ehto identifioitavuudelle ei kuitenkaan vielä takaa mallin identifioitavuutta. Toinen välttämätön ehto faktorimallin identifioitavuudelle on rotaatioyksikäsitteisyys. Jotta faktorimalli olisi rotaatioyksikäsitteinen, on sekä latausmatriisin Λ että kovarianssimatriisin Ω parametreille asetettava vähintään m^2 rajoitusta. Tästä ehdosta saadaan toinen välttämätön ehto mallin rajoitusten lukumäärälle r_2^2

$$r_2^2 \geq m^2.$$

Yhdistämällä nämä kaksi ehtoa saadaan seuraava välttämätön ehto rajoitusten lukumäärälle r^*

$$r^* \geq \max(r_1, r_2).$$

Kun p ja m kasvavat, kasvaa myös rotatoinnin yksikäsitteisyyden vaatima rajoitusten lukumäärä m^2 suuremmaksi kuin yhtälöiden vaatima lukumäärä. Rajoitusten lukumäärä m^2 ei siis sellaisenaan ole yleensä riittävä ehto faktorimallin identifioitavuudelle. Riittäviä ehtoja faktorimallin identifioitavuudelle ei voidakaan määrittää yleisesti. Riittävyys ehdot liittyvät keskeisesti rajoitusten sijainteihin parametrimatriiseissa ja myös sillä ovatko parametrien kiinnitykset nolliä tai nollasta eroavia on vaikutusta mallin identifioitavuuteen. Identifioitavuustarkasteluja voidaan suorittaa identifioitavuuden määritelmään perustuen faktorimalleille, joiden rakenne on suhteellisen yksinkertainen. Kun kyseessä on suuri tai suhteellisen monimutkaisen rakenteen omaava malli, on identifioitavuuden selvittäminen tällä tavoin työlästä.

3.1.3 Mallin parametrien estimointi

Oletetaan, että perusjoukosta on poimittu N alkion otos, jonka perusteella on estimoitu otoskovarianssimatriisi S havaituille y -muuttujille. Faktorimallin parametrien estimoinnissa pyritään löytämään arvot tuntemattomille parametreille siten, että ne vastaisivat mahdollisimman hyvin mallin parametrin arvoja tutkittavassa perusjoukossa. Mallin parametrien estimoinnin lähtökohtana on spesifioitu malli, jonka tuntemattomat parametrit latausmatriisissa Λ , faktoroiden kovarianssimatriisissa Ω ja jäännösten kovarianssimatriisissa Σ ovat identifioituvia. Tarkoituksena on estimoida parametrit siten, että niiden tuottaman kovarianssimatriisin Σ so-
vite

$$\hat{\Sigma} = \hat{\Lambda} \hat{\Omega} \hat{\Lambda}^T + \hat{\Theta}$$

olisi mahdollisimman lähellä otoskovarianssimatriisia S .

Parametrien estimointi voidaan suorittaa sopivan tietokoneohjelman avulla iteratiivisesti. LISREL-tietokoneohjelma sopii parhaiten konfirmatoristen, identifioituvien faktorimallien parametrien estimointiin (Leskinen 1987). Ohjelma mahdollistaa hyvin monipuolisten konfirmatoristen faktorimallien estimoinnin.

Konfirmatoristen faktorimallien parametrien estimointiin sopivia menetelmiä on useita. Periaatteena estimointimenetelmissä on kohdefunktion F minimointi estimoitavien parametrien suhteen. Seuraavaksi tarkastellaan suurimman uskottavuuden menetelmää (maximum likelihood, ML), pienimmän neliösumman menetelmää (unweighted least squares, ULS), yleistettyä pienimmän neliösumman menetelmää (general least squares, GLS) ja yleistä painotettua pienimmän neliösumman menetelmää (general weighted least squares, WLS).

Suurimman uskottavuuden menetelmää voidaan käyttää silloin kun havaitut muuttujat noudattavat moniulotteista normaalijakaumaa, mittaukset on suoritettu vähintään välimatka-asteikolla ja otoskoko on riittävän suuri. Minimoitava kohdefunktio suurimman uskottavuuden menetelmässä on

$$F(\Lambda, \Omega, \Theta) = \ln |\Sigma(\Lambda, \Omega, \Theta)| - \ln |S| + \text{tr} [\Sigma^{-1}(\Lambda, \Omega, \Theta)S] - p.$$

Suurimman uskottavuuden estimointimenetelmällä on etuna sen hyvät estimointiteoreettiset ominaisuudet; suurimman uskottavuuden estimaattorit ovat tarkentuvia, niillä on minimivarianssiominaisuudet ja ne ovat asympotoottisesti normaalijakautuneita. Lisäksi suurimman uskottavuuden estimointimenetelmän käyttö mahdollistaa konfirmatorista faktorimallia koskevien tilastollisten hypoteesien testauksen. Nämä estimointimenetelmän hyvät ominaisuudet perustuvat riittävän suureen otoskokoon, sillä mitä suurempi otoskoko on, sitä tarkempia estimaatteja saadaan keskimäärin.

Pienimmän neliösumman menetelmää voidaan käyttää silloin, kun havaitut y-muuttujat eivät noudata moniulotteista normaalijakaumaa. Menetelmässä ei tehdä jakaumaoletuksia havaituista muuttujista. Minimoitava kohdefunktio tässä menetelmässä on

$$F(\Lambda, \Omega, \Theta) = (1/2)\text{tr}[\Sigma(\Lambda, \Omega, \Theta) - S]^2 = (1/2)\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p [\sigma_{ij}(\Lambda, \Omega, \Theta) - s_{ij}]^2 .$$

Yleistettyä pienimmän neliösumman menetelmää voidaan myös käyttää silloin kun havaitut muuttujat eivät noudata moniulotteista normaalijakaumaa. Tässä menetelmässä minimoitava kohdefunktio on

$$F(\Lambda, \Omega, \Theta) = (1/2)\text{tr}[(I - S^{-1}\Sigma(\Lambda, \Omega, \Theta))^2].$$

Yleistetty pienimmän neliösumman menetelmä on tavallista pienimmän neliösumman menetelmää tehokkaampi.

Parametrien estimoinnissa saattaa ilmetä eräitä ongelmia, jotka voivat johtaa estimoinnin epäonnistumiseen. Kohdefunktion minimoinnissa voi esiintyä seuraavia ongelmia

- 1) uskottavuus- eli kohdefunktiota ei pystytä laskemaan
- 2) estimointiaika loppuu
- 3) iteraatiokierrosten maksimilukumäärä ylittyy
- 4) saavutetaan lokaali, paikallinen minimi
- 5) saadaan tilastollisesti tehottomat parametrien estimaatit

Yleisin syy, mikä johtaa näihin ongelmatilanteisiin, on se, että valittu faktorimalli ei sovi havaintoaineistoon. Jos estimoinnissa ei pystytä laskemaan kohdefunktiota, ei otoskovarianssi- tai otoskorrelaatiomatriisi ole positiivisesti definiitti. Tähän virhetilanteeseen voi johtaa havaintojen vähyys, puuttuvien havaintojen liiallinen määrä tai havaittujen muuttujien lineaarinen riippuvuus. Jos kohdefunktiota ei pystytä laskemaan suurimman uskottavuuden menetelmällä, voidaan käyttää pienimmän neliösumman menetelmää, jolloin kyseinen ongelma vältetään.

Jos kohdefunktiota minimoivan algoritmin estimointiaika loppuu tai jos iteraatiokierrosten maksimilukumäärä ylittyy, on malli väärin spesifioitu ja mahdollisesti myös aineistoon sopimaton. Etenkin iteraatiokierrosten maksimimäärän ylittyminen viittaa vahvasti tällaiseen tilanteeseen. Myös faktorimallin estimoitavien parametrien suuri lukumäärä voi aiheuttaa estimointiajan loppumisen.

Jos on syytä epäillä, että estimoinnissa on saavutettu lokaali paikallinen minimi, kannattaa estimointeja toistaa erilaisilla parametrien lähtöarvoilla. Estimointialgoritmi voi tuottaa tilastollisesti kelvottomia parametreja, vaikka se toimisi laskentateknisesti oikein. Tällaisia kelvottomia parametreja ovat esimerkiksi negatiiviset jäännösvarianssit ja faktoreiden varianssit sekä korrelaatiot, jotka eivät ole välillä (-1, 1).

3.1.4 Mallia koskevien hypoteesien testaus

Konfirmatorisen faktorimallin parametrien estimoinnin jälkeen tutkitaan mallin yhteensopivuutta havaintoaineiston kanssa. Faktorimallia koskevien hypoteesien testaaminen edellyttää suurimman uskottavuuden menetelmän käyttöä faktorimallin parametrien estimoinnissa. Nolalahypoteesiksi valitaan

$$H_0: \Sigma = \Lambda\Omega\Lambda^T + \Theta$$

eli rajoitettu malli on voimassa ja vastahypoteesina on

H_1 : kovarianssimatriisissa Σ ei ole rajoituksia, $\Sigma = [\sigma_{ij}]$.

Nollahypoteesi ja vastahypoteesi voidaan esittää myös muodossa

$$H_0: y \sim N_p(0, \Lambda\Omega\Lambda^T + \Theta)$$

$$H_1: y \sim N_p(0, \Sigma).$$

Uskottavuussuhteen testisuureen λ muunnos, $-2\ln\lambda$, noudattaa asympotoottisesti χ^2 -jakaumaa vapausastein $t_1 - t_0$, jossa t_1 on vastahypoteesin määrittämässä mallissa olevien estimoitavien parametrien lukumäärä ja t_0 on nollahypoteesin määrittämän mallin estimoitavien parametrien lukumäärä. Uskottavuussuhteen testifunktioksi saadaan

$$-2\ln\lambda = (N-1)[\ln |\Sigma(\Lambda, \Omega, \Theta)| - \ln |S| + \text{tr}[\Sigma^{-1}(\Lambda, \Omega, \Theta)S] - p] = (N-1) F(\Lambda, \Omega, \Theta),$$

joka on asympotoottisesti χ^2 -jakautunut vapausastein

$$df = t_1 - t_0 = (1/2)p(p+1) - t_0,$$

jossa $(1/2)p(p+1)$ on kovarianssimatriisissa Σ olevien estimoitavien kovarianssien ja varianssien lukumäärä ja t_0 on nollahypoteesin määrittämän mallin estimoitavien parametrien (λ , ω ja θ) lukumäärä. Estimoitua χ^2 -arvoa vastaava p-arvo ilmaisee estimoidun mallin merkitsevyystason H_0 :n ollessa voimassa. Todennäköisyys saadaan kaavasta

$$p = P(\chi^2(df) \geq \hat{\chi}^2(df)).$$

Jos $p > 0.05$, estimoitu malli on riittävä eli H_0 hyväksytään. Jos taas $p < 0.05$, malli ei ole riittävä, jolloin vastahypoteesi jää voimaan. Suuret p-arvot ilmaisevat siten estimoidun mallin hyvää yhteensopivuutta aineistoon.

Konfirmatorisen faktorimallin rakentamisessa χ^2 -testiä käytetään usein riittävyysmittana, kun tarkastellaan mallin sopivuutta aineistoon. Silloin estimoitua mallia ei pitäisi hylätä tai hyväksyä pelkästään χ^2 -testin ja p-arvon perusteella, vaan mallin sopivuutta voidaan arvioida esi-

merkiksi vertaamalla χ^2 -testisuuren arvon suuruutta suhteessa testin vapausasteisiin (Jöreskog, 1969). Tällöin mallia voidaan yleensä pitää aineistoon sopivana, jos $\chi^2(df) < 2df$.

Vaikka χ^2 -testi vaatii suuren otoskoon, aiheuttavat hyvin suuret otoskoot ongelmia faktori-mallia koskevien hypoteesien testaamisessa. Kun otoskoko N on hyvin suuri ($N > 500$), χ^2 -testi hylkää hyvin herkästi estimoidun mallin aineistoon yhteensopimattomana. Mallille voidaan laskea χ^2 -testisuureeseen perustuva normeerattu yhteensopivuuksindeksi (Bentler ja Bonett 1980, Tucker ja Lewis 1973), jossa otoskoon vaikutus on eliminoitu. Normeeratun yhteensopivuuksindeksin (Normed Fit Index, NFI) avulla voidaan arvioida suuren otoskoon vaikutusta χ^2 -testiin ja mallin sopivuutta aineistoon. Yhteensopivuuksindeksi vertaa estimoitua mallia hypoteettiseen nollamalliin, jossa havaitut muuttujat oletetaan korreloimattomiksi. Indeksiksi saadaan kaavasta

$$NFI = \frac{\chi_0^2 - \chi_1^2}{\chi_0^2} = \frac{(N-1)F_0 - (N-1)F_1}{(N-1)F_0} = \frac{F_0 - F_1}{F_0}.$$

Normeerattu yhteensopivuuksindeksi NFI voi saada arvoja välillä (0,1]. Mitä lähempänä ykköstä yhteensopivuuksindeksi on, sitä parempi malli on. Mallia voidaan pitää riittävänä, jos $NFI > 0.90$.

3.1.5 Faktorimallin riittävyystarkastelut

Mallin riittävyystarkasteluissa on tarkoituksena selvittää mahdolliset riittämättömät kohdat. Faktorimallin riittävyystarkastelut voidaan jakaa neljään ryhmään:

- 1) koko mallia koskevat tarkastelut
- 2) muuttujakohtaiset tarkastelut
- 3) parametrikohdaiset tarkastelut
- 4) havaintokohtaiset tarkastelut

3.1.5.1 Koko mallia koskevat riittävyystarkastelut

χ^2 -testi on hyvin keskeisessä asemassa kun tehdään koko mallia koskevia riittävyystarkasteluja. Mallin rakentamisessa χ^2 -testiä käytetään usein enemmänkin mallin riittävyyden arviointiin kuin hypoteesien testaamiseen. Siksi χ^2 -testiä käytetäänkin enemmän yhteensopivuusmittana kuin tilastollisena merkitsevyydestinä. χ^2 -testisuure on hyödyllinen mitta erityisesti silloin kun aineistosta saadun informaation avulla modifioidaan faktorimallia.

Konfirmatoristen faktorimallien rakentamiseen tarkoitettulla LISREL-ohjelmalla voidaan riittävyystarkastelut suorittaa hyvin monipuolisesti.

Toinen koko mallia koskeva yleinen riittävyysmitta on yhteensopivuusindeksi GFI (Goodness of Fit Index). Indeksii määritellään seuraavasti:

$$GFI = 1 - \text{tr}(\hat{\Sigma}^{-1} S - I)^2 / \text{tr}(\hat{\Sigma}^{-1} S)^2 \quad (\text{suurimman uskottavuuden estimointimenetelmä})$$

ja

$$GFI = 1 - \text{tr}(S - \hat{\Sigma})^2 / \text{tr}(S^2) \quad (\text{pienimmän neliösumman estimointimenetelmä})$$

Jöreskog ja Sörbom (1981). GFI on riippumaton otoksen koosta N ja on suhteellisen robusti havaittujen muuttujien normaalijakaumasta poikkeaville jakaumille. Tämä yhteensopivuusindeksi saa korkeita, lähellä ykköstä olevia arvoja, kun kovarianssimatriisin sovite $\hat{\Sigma}$ on lähellä otoskovarianssimatriisia S. Korkeat GFI:n arvot ilmaisevat hyvää yhteensopivuutta. Jotta mallia voitaisiin pitää riittävänä, täytyy GFI:n saada suurempia arvoja kuin 0.90.

Mallin riittävyttä voidaan mitata myös koko mallia koskevalla riittävyysmitalla, RMR:llä (Root Mean Square Residual), joka mittaa keskimääräistä jäännöskovarianssia ja jäännösvarianssia. RMR määritellään seuraavasti:

$$RMR = \sqrt{2 \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^j (s_{ij} - \hat{\sigma}_{ij})^2 / [p(p+1)]}$$

jossa

$$s_{ij} = [S]_{ij} \text{ ja } \hat{\sigma}_{ij} = [\hat{\Sigma}]_{ij},$$

Jöreskog ja Sörbom (1981).

RMR ilmaisee kuinka paljon malli jättää selittämättä havaituista otoskovariansseista ja variansseista. SRMR (Standardized Root Mean Square Residual) on vastaava mitta laskettuna standardoidulle aineistolle, jossa otoskovarianssimatriisin sijasta analysoidaan otoskorrelaatiomatriisia.

Muita koko mallia koskevia riittävyysmittoja ovat RMSEA (Root Mean Square Error of Approximation), AIC (Akaike's Information Criteria) ja CN (critical N). RMSEA:n avulla arvioidaan mallin "yksinkertaistamisesta" johtuvaa approksimointivirhettä. Mallia voidaan pitää riittävänä, jos $RMSEA < 0.05$. Jos $0.05 \leq RMSEA \leq 0.08$, on malli kohtalainen, eikä sitä välttämättä tarvitse tarkentaa. Estimoitu malli ei ole riittävä, jos $RMSEA > 0.08$.

AIC-indeksiä käytetään kun vertaillaan samalle aineistolle estimoituja malleja. Mitä pienempi on mallin AIC, sitä parempi malli on vertailussa. Vertailtavien mallien ei tarvitse olla toisensa erikoistapauksia. AIC saadaan kaavasta

$$AIC = (N - 1)\hat{F} + 2t_0 = \hat{\chi}^2 + 2t_0,$$

jossa t_0 on estimoitavien parametrien lukumäärä.

Riittävyysmitta CN tarkoittaa otoskokoa, jolla malli on vielä riittävä kun käytetään merkitsevyystasoa α . CN saadaan laskettua seuraavalla kaavalla

$$CN = (N - 1) \frac{\chi^2_{1-\alpha}(df)}{\chi^2(df)} + 1.$$

Kaikkien näiden koko mallia koskevien riittävyysmittojen käytössä on huomioitava kaksi asiaa:

- 1) vaikka malli sopii riittävyysmittojen mielessä hyvin aineistoon, voi mallissa siitä huolimatta olla riittämättömiä yksityiskohtia,
- 2) jos malli sopii riittävyysmittojen mielessä huonosti aineistoon, mitat eivät ilmaise riittämättömyyden syitä.

Siksi tarvitaan myös yksityiskohtaisempia tarkasteluja, kun arvioidaan mallin riittävyttä.

3.1.5.2 Muuttujakohtaiset tarkastelut

Mallin muuttujakohtaisissa riittävyystarkasteluissa lasketaan havaituille muuttujille muuttujakohtainen riittävyysindeksi \hat{R}_i^2 (squared multiple correlation). Indeksillä voidaan arvioida jokaisen havaitun y-muuttujan riittävyttä. Riittävyysindeksi määritellään seuraavasti

$$\hat{R}_i^2 = 1 - \frac{\hat{\theta}_i}{s_{ii}}, \quad i = 1, \dots, p.$$

Riittävyysindeksit voidaan tulkita havaittujen muuttujien reliabiliteetti- tai kommunaliteetti-kertoimiksi. Indeksit kuvaavat sitä kuinka hyvin kukin y-muuttuja mittaa latenteja muuttujia eli faktoreita. Niiden arvoalue on välillä [0,1]. Korkea indeksin arvo, eli lähellä ykköstä oleva indeksin arvo, kertoo vastaavan havaitun muuttujan hyvästä mittauskyvystä. Jos taas riittävyysindeksi on lähellä nollaa, saattaa se olla merkki siitä, että kyseinen muuttuja ei kuulu lainkaan malliin, jolloin se pitää poistaa mallista. Toisaalta myös mallin väärä spesifiointi saattaa aiheuttaa pienen riittävyysindeksin arvon. Tällöin mallia on modifioitava uudelleen.

3.1.5.3 Parametrikohdaiset tarkastelut

Faktorimallin riittävyttä arvioitaessa keskeisessä asemassa ovat parametrikohdaiset tarkastelut. Näitä tarkasteluita voidaan suorittaa vapaasti estimoiduille, yhtä suurina estimoiduille ja kiinnitetyille parametreille.

Parametrien estimaattien arvojen tulee olla sisällöllisesti tulkinnallisia sekä tilastollisesti kelvollisia. Jos näitä estimaatteja ei voida sisällöllisesti tulkita, saattaa malli olla käyttökeltoton. Mallissa olevien faktoreiden varianssien estimaattien $\hat{\omega}_{jj}$, $j = 1, \dots, m$ ja jäännösvarianssien estimaattien $\hat{\theta}_i$, $i = 1, \dots, p$ on oltava positiivisia. Negatiivinen jäännösvarianssin estimaatti voi olla merkki väärin spesifioidusta mallista. Negatiivisia jäännösvarianssien estimaatteja voivat aiheuttaa myös pienet otokset ja ei-identifioituvien mallien estimointi. Lisäksi faktoreiden välisten korrelaatiokertoimien estimaattien on oltava välillä $[-1,1]$ ja estimoitujen kovarianssimatriisien $\hat{\Omega}$ ja $\hat{\Theta}$ tulee olla positiivisesti definiittejä. Jos mallissa on tilastollisesti ei-kelvollisia parametrien estimaatteja, mallia ei voida käyttää.

Parametrien estimaattoreiden ominaisuuksiin liittyvät tarkastelut koskevat estimaattoreiden keskivirheitä ja estimaattoreiden välisiä korrelaatioita. Näitä voidaan tarkastella vain jos parametrien estimointi on tehty suurimman uskottavuuden menetelmällä ja lisäksi estimoitavana on täytynyt olla identifioituva malli. Parametrien estimaattoreiden keskivirheiden avulla voidaan arvioida parametrien estimointitarkkuutta sekä parametrien nollasta eroavuutta eli tilastollista merkitsevyyttä. Suuret keskivirheet ovat merkki estimoinnin epätarkkuudesta ja ne johtuvat usein liian pienistä otoskoista. Parametrin estimointi on tilastollisesti tarkkaa silloin kun kyseisen parametrin estimaattorin keskivirhe on pieni. Tällöin myös luottamusvälit ovat lyhyitä. Esimerkiksi 95%:n luottamusväli saadaan kaavalla

parametrin estimaatti $\pm 2 * \text{keskivirhe}$.

Suuret keskivirheet ovat merkki estimoinnin epäluotettavuudesta, näin tapahtuu usein liian pieniä otoksia käytettäessä. Kun verrataan saatua parametrin estimaattia vastaavaan keskivir-

heeseen, saadaan t-arvo, jota voidaan käyttää parametrin nolasta eroavuuden arvioimiseen. t-arvo saadaan kaavalla

$$t - arvo = \frac{\text{parametrin estimaatti}}{\text{keskivirhe}}.$$

Jos käytetään likimain 5%:n merkitsevyystasoa t-testille, tulkitaan parametri nolaksi kun $|t\text{-arvo}| < 2$. Tätä sääntöä ei pidä käyttää systemaattisesti, sillä malli saattaa olla muuten riittävä eikä sitä aina tule tarkentaa t-testin mielessä loppuun asti. Silloin kun parametrien estimaattorit korreloivat voimakkaasti keskenään, eivät yksittäiset parametreihin kohdistetut tilastolliset merkitsevyysarviointit ole luotettavia.

Modifikaatioindeksien (MI) avulla voidaan tarkastella vakioiksi kiinnitettyjen tai rajoitettujen parametrien kiinnityksien sopivuutta. Indeksio osoittaa mitä kohtaa malli ei kykene selittämään. Nämä indeksit liittyvät estimointimenetelmän kohdefunktion ensimmäisiin ja toisiin derivaattoihin kiinnitettyjen tai rajoitettujen parametrien suhteen, Jöreskog ja Sörbom (1981), Sörbom (1986). Mallin estimoiduille parametreille laskettu modifikaatioindeksin arvo ilmaisee, kuinka paljon estimoidun mallin χ^2 -testisuuren vähintään laskee, jos kyseinen yksittäinen parametri vapautetaan. Jos parametri vapautetaan, menetetään yksi vapausaste. Suuri modifikaatioindeksin arvo on merkki siitä, että kiinnitys tai yhtä suurena estimointi ei ole sopiva. Vapaasti estimoiduille parametreille modifikaatioindeksin arvo on nolla, jos estimointi on onnistunut. Jos kiinnitetyn tai rajoitetusti estimoidun parametrin modifikaatioindeksi on nolla, ei kyseinen parametri todennäköisesti ole identifioituva. Suuria modifikaatioindeksin arvoja saaneita parametreja vapautettaessa on huomioitava, että vapautettava parametri on tulkinnallisesti järkevä. Mallin tulkinnallisuuden säilymisen lisäksi on huomioitava se, ettei pitkälle viety parametrien vapauttaminen aiheuta liian monimutkaista mallia. Modifikaatioindeksien avulla tapahtuva mallin kehittäminen kannattaa tehdä yksi vaihe kerrallaan eli vapautetaan yksi parametri kerrallaan, estimoidaan malli uudestaan ja tehdään mallia koskevat riittävyys-tarkastelut. Näiden perusteella arvioidaan onko malli parantunut tilastollisesti ja tulkinnallisesti.

3.1.5.4 Havaintokohtaiset tarkastelut

Faktorimallin havaintokohtaisissa riittävyystarkasteluissa tarkastellaan otoskovariansseja ja -variansseja. Estimoidun mallin riittävyttä arvioidaan laskemalla mallin tuottamat jäännökset kovariansseille ja variansseille.

$$S - \hat{\Sigma} = [s_{ij} - \hat{\sigma}_{ij}] = [e_{ij}], \quad i, j = 1, \dots, p$$

Suuret jäännökset e_{ij} osoittavat mihin osaan aineistoa estimoitu malli ei sovi. Jäännösten suuruuden arvioiminen voi olla vaikeaa, jos otoskovarianssimatriisi S sisältää suuruudeltaan toisistaan poikkeavia variansseja. Tämän takia jäännökset standardoidaan ja normalisoidaan.

Normalisoidut jäännökset saadaan kaavasta

$$NR_{ij} = \frac{s_{ij} - \hat{\sigma}_{ij}}{\sqrt{(\hat{\sigma}_{ii}\hat{\sigma}_{jj} + \hat{\sigma}_{ij}^2)/N}},$$

jossa $i, j = 1, \dots, p$. Jos normalisoiduilla jäännöksillä on voimassa

$$|NR_{ij}| > 2,$$

malli ei kuvaa kovin hyvin havaintoa s_{ij} eli malli on siltä osin riittämätön. Normalisoidut jäännökset ilmaisevat useimmiten myös miten faktorimallia tulisi parametritasolla spesifioida uudelleen. Jos normalisoitu jäännös on suuri ja positiivinen, malli aliestimoi kyseistä havaintoa jolloin malliin tulisi lisätä parametreja. Jos taas normalisoitu jäännös on suuri ja negatiivinen, mallista on syytä vähentää parametreja.

3.2 Faktoripistemäärämuuttujien estimointi

Konfirmatorisen faktorimallin tuottamia faktoripistemäärien painokertoimia voidaan käyttää uusien faktoripistemäärämuuttujien muodostamiseen. Faktoripistemäärien painokertoimien avulla muodostetaan jokaiselle havainnolle faktoripistemäärämuuttujat, joita saadaan yhtä monta kuin konfirmatorisessa faktorimallissa on faktoreita. Painokertoimien avulla lasketut faktoripistemäärämuuttujien arvot saadaan havainnoille seuraavasti:

$$\hat{\eta}_{ki} = \sum_{j=1}^p c_{ij} z_{kj}, \quad i = 1, \dots, m, k = 1, \dots, N$$

jossa c on mallin tuottama estimoitu painokertoimen arvo ja z on havaittu muuttuja, joka on standardoitu käyttäen kaavaa

$$z_{kj} = \frac{y_{kj} - \bar{y}_j}{s_{yj}}, \quad j = 1, \dots, p, k = 1, \dots, N.$$

Faktoripistemäärämuuttujia voidaan käyttää uusina muuttujina jatkotarkasteluihin, kuten esimerkiksi selittävinä tai selitettävinä muuttujina rakenneyhtälömalleissa.

4. Rakenneyhtälömallit

Rakenneyhtälömallit (structural equation models, SEM) muodostavat laajan tilastollisen malliperheen, johon kuuluvat esimerkiksi moniyhtälö-, regressio-, polku- ja ekonometriset mallit (Wonnacott & Wonnacott 1979, Nummenmaa, Konttinen, Kuusinen & Leskinen 1997). Tällaisiin malleihin sisältyy usein yhtä aikaa useita muuttujia ja yhtälöitä. Keskinäisten vaikutusten voimakkuus mallissa ilmaistaan rakenneyhtälöiden parametrien avulla. Koska kaikki muuttujat eivät vaikuta toisiinsa ollenkaan, jolloin parametrit ovat nolliä, voidaan ne jättää kokonaan pois yhtälöistä. Kahden muuttujan välillä olevan parametrin suuruus kuvastaa kyseisten muuttujien välisen yhteyden voimakkuutta. Rakenneyhtälömallin yhtälöissä on kahdenlaisia muuttujia. Eksogeeniset muuttujat (x) ovat mallissa vain selittävän muuttujan asemassa. Endogeeniset muuttujat (y), eli mallin sisällä olevat muuttujat, ovat sellaisia, joihin kohdistuu vaikutuksia. Rakenneyhtälömallit voidaan jakaa rekursiivisiin ja simultaanisiin malleihin. Rekursiivisessa rakenneyhtälömallissa muuttujien väliset vaikutussuunnat ovat sellaisia, että muuttujien välillä ei esiinny ns. polkulenkkejä eli muuttujasta lähtevä polku ei palaakaan takaisin kyseiseen muuttujaan. Simultaanisissa rakenneyhtälömalleissa muuttujien välillä on samanaikaisia, vuorovaikutteisia yhteyksiä, jolloin muodostuu edellä mainittuja polkulenkkejä.

4.1 Rekursiivinen rakenneyhtälömalli

Rekursiivinen rakenneyhtälömalli on muotoa

$$y = By + \Gamma x + \zeta,$$

jossa y -vektori sisältää endogeeniset y -muuttujat, x -vektori sisältää eksogeeniset muuttujat, ζ -vektori sisältää kunkin yhtälön jäännöstermit, B -matriisi sisältää β -parametreina y -muuttujien väliset yhteydet ja Γ -matriisi sisältää γ -parametreina x - ja y -muuttujien väliset yhteydet. Mallissa jäännösten odotusarvo oletetaan nolllaksi ja lisäksi x -muuttujat ja jäännökset oletetaan korreloimattomiksi. Rekursiiviset yhtälöt voidaan järjestää yhtälöittäin aina sellaiseen muotoon, että endogeenisten y -muuttujien välinen β -kerroinmatriisi on ylä- tai alakolmiomatriisi.

Yksinkertainen esimerkki rekursiivisesta polkumallista on kolmen yhtälön malli, joka voidaan esittää seuraavasti

$$y_1 = \gamma_{11} x_1 + \zeta_1$$

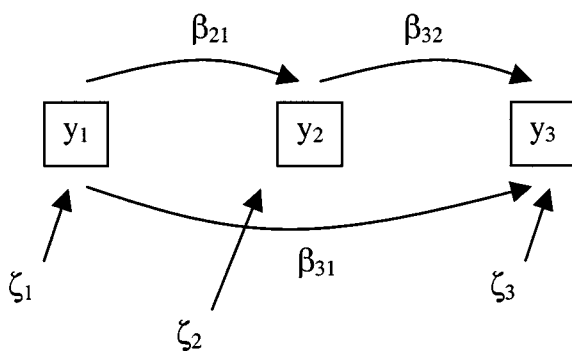
$$y_2 = \beta_{21} y_1 + \gamma_{22} x_2 + \zeta_2$$

$$y_3 = \beta_{31} y_1 + \beta_{32} y_2 + \gamma_{33} x_3 + \zeta_3.$$

Yhtälöryhmä on nyt rekursiivinen, koska B-matriisi voidaan järjestää ylä- tai alakolmiomatriisiksi:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \beta_{21} & 0 & 0 \\ \beta_{31} & \beta_{32} & 0 \end{bmatrix}.$$

Rekursiivisen mallin graafinen esitys:



Kuvio 4.1. Rekursiivinen rakenneyhtälömalli.

4.2 Simultaaninen rakenneyhtälömalli

Simultaaninen malli on muotoa

$$y = By + \Gamma x + \zeta,$$

jossa on rekursiivisen mallin oletukset. Lisäksi oletetaan, että matriisi I-B on epäsingulaarinen. Yhtälöryhmä on simultaaninen, jos y-muuttujien väliset vastavuoroiset yhteydet sallitaan. Yksinkertainen esimerkki simultaanisesta mallista on seuraava kahden yhtälön malli.

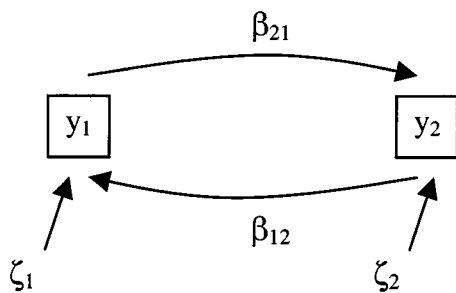
$$y_1 = \beta_{21}y_2 + \gamma_{11}x_1 + \zeta_1$$

$$y_2 = \beta_{12}y_1 + \gamma_{22}x_2 + \zeta_2.$$

Mallissa y_1 ja y_2 muodostavat toistensa suhteen vastavuoroiset relaatiot, jotka kuvataan β -parametrien avulla. Tässä mallissa B-matriisi on muotoa

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \beta_{12} \\ \beta_{21} & 0 \end{bmatrix}.$$

Mallin graafinen esitys:



Kuvio 4.2. Simultaaninen rakenneyhtälömalli

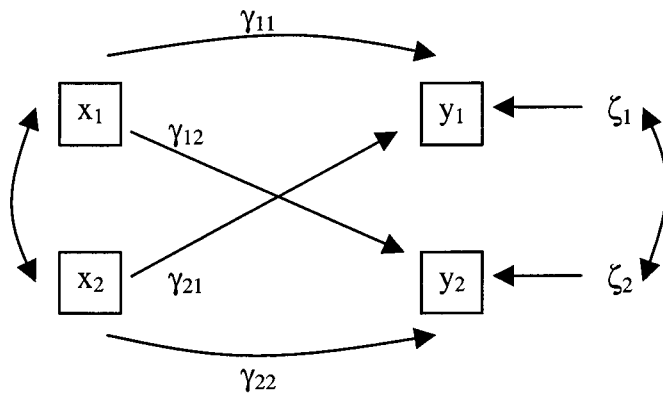
Simultaanisten rakenneyhtälömallien parametrien estimointi on yleensä teknisesti vaikeaa, koska mallin β -parametrien estimaattorit ovat usein hyvin voimakkaasti korreloituneita sekä niillä voi olla suuret varianssit, jolloin estimoinnissa saadaan β -parametreille epästabiileja estimaatteja.

4.3 Moniyhtälöinen regressiomalli

Usean yhtälön regressiomalli eli moniyhtälöinen regressiomalli on laajennus yhden yhtälön regressiomallista usean selitettävän y-muuttujan malliksi. Malli on muotoa

$$y = \Gamma x + \zeta,$$

jossa y-vektori sisältää havaitut y-muuttujat, Γ -matriisi sisältää γ -parametreina x- ja y-muuttujien väliset yhteydet, x-vektori sisältää eksogeeniset muuttujat ja ζ sisältää jäännökset. Usean yhtälön regressiomalli ei ole polkumalli, koska siinä ei esiinny y-muuttujien välisiä yhteyksiä. Eri yhtälöiden jäännösten välillä voi olla korrelaatioita. Yksinkertainen esimerkki usean yhtälön regressiomallista on kuviossa 4.3.



Kuvio 4.3. Moniyhtälöinen regressiomalli

4.4 Rakenneyhtälömallien rakentaminen

Rakenneyhtälömallien rakentamisen vaiheet ovat yhtenevät konfirmatorisen faktorimallin rakentamisen vaiheiden kanssa.

Mallin spesifointi eli analyysiin valittujen muuttujien välisten yhteyksien määrittäminen on tehtävä huolellisesti ja sen tulisi perustua sisällöllisiin tutkimushypoteeseihin. Mallin eri yhtälöihin valittavien selittävien muuttujien valitsemista ei pidä suorittaa mekaanisesti millään muuttujien valintamenetelmällä. Mallista ei ole myöskään syytä tehdä muuttuja- tai parametrimäärältään liian suurta, vaan lähtökohdaksi kannattaa valita mahdollisimman yksinkertaisia teorian mukaisia malleja. Muuttujien välisten yhteyksien lukumäärää rajoittaa myös indentifioituvuusvaatimus, jota on käsitelty konfirmatorisen faktorimallin rakentamisen yhteydessä. Kun malli estimoidaan kokonaisuudessaan, ei estimoitavien parametrien lukumäärä saa ylittää ylärajaa

$$s = (1/2)(p+q)(p+q+1),$$

joka on kovarianssimatriiseissa olevien yhtälöiden lukumäärä. Lisäksi on huomioitava simulaatioita malleja rakennettaessa yhtälöissä olevien selittävien muuttujien lukumäärää rajoittava välttämätön määrällinen ehto eli order-ehto. Ehdon mukaan missään mallin yhtälössä ei saa olla enempää selittäviä muuttujia eli x - ja y - muuttujia, kuin x -muuttujia on yhteensä koko mallissa. Rekursiiviset mallit ovat aina identifioituvia, jos estimoitavia parametreja ei ole enempää kuin edellä esitetty maksimimäärä s .

Mallin parametrien estimointi voidaan suorittaa monella tapaa, kuten konfirmatorisessa faktorianalyysissäkin. Polkumalli voidaan estimoida yhtälö kerrallaan tai kaikki yhtälöt samanaikaisesti. Yleisimmin käytettyjä estimointimenetelmiä ovat pienimmän neliösumman menetelmä (pns), kaksivaiheinen pns-menetelmä (2vpns) ja suurimman uskottavuuden estimointimenetelmä (su). Pns-menetelmää on esitelty konfirmatorisen faktorimallin rakentamisen yhteydessä. Polkumallia rakennettaessa pns-menetelmää käytetään estimoitaessa parametrit yhtälö kerrallaan. Menetelmä on tilastollisesti tehokas estimointimenetelmä, jos polkumalli on rekursiivinen eivätkä sen eri yhtälöiden jäännökset korreloi. Tällaisessa tapauksessa kun pol-

kumalli on yksinkertaisesti rekursiivinen, voidaan käyttää myös kaksivaiheista pienimmän neliösumman menetelmää tai suurimman uskottavuuden menetelmää, jotka tuottavat kumpikin samat parametrien estimaatit. Suurimman uskottavuuden estimointimenetelmää käytettäessä oletetaan, että y-muuttujat noudattavat normaali jakaumaa.

Simultaanisten mallien parametrien estimointi on tilastollisesti hankalampaa, koska mikään edellä mainituista estimointimenetelmistä ei ole harhaton eikä pns-estimointi ole edes tarkentuva. Jos parametrit estimoidaan yhtälö kerrallaan, kannattaa käyttää 2vpns-menetelmää, joka tuottaa tarkentuvia estimaatteja. Tällöin estimointi on tarkempaa otoskoon kasvaessa. Kun estimoidaan koko yhtälöryhmä samanaikaisesti voidaan käyttää suurimman uskottavuuden estimointimenetelmää. Tällöin oletetaan, että muuttujat noudattavat moniulotteista normaali jakaumaa ja ne on mitattu vähintään välimatka-asteikolla. Suurimman uskottavuuden menetelmä tuottaa tilastollisesti hyviä parametrien estimaatteja, mutta toisaalta myös tämä menetelmä on herkkä spesifiointivirheille, joten malli on rakennettava hyvin huolellisesti. Kun malli estimoidaan kokonaisuudessaan, saadaan tutkittavasta ilmiöstä parempi kokonaiskuva. Lisäksi samalla voidaan testata koko polkumallin sopivuutta aineistoon. χ^2 -testiä voidaan käyttää yhteensopivuustestinä yhtä lailla kuin konfirmatorisen faktorianalyysin yhteydessä. Testin lisäksi on syytä käyttää myös muita mallin riittävyystarkastelumahdollisuuksia. Parametrikohtaiset tarkastelut koskevat estimoituja parametreja ja niiden tilastollista merkitsevyyttä, jota arvioidaan parametrien keski virheiden ja t- arvojen avulla. Nollaksi kiinnitettyjen parametrien oikeellisuutta tarkastellaan modifikaatioindeksien avulla, kuten konfirmatorisessa faktorianalyysissä on aikaisemmin esitetty.

5. Esimerkkitutkimus

5.1 Aineiston kuvaus

Tutkittava aineisto on osa Jyväskylän yliopiston Kasvatustieteen laitoksen 30 vuoden seura-
ruututkimusta (Blåfield & Kuusinen 1974, Kuusinen & Blåfield 1974). Tutkimuksessa seura-
taan tutkittavien henkilöiden elämänvaiheita lapsuudesta aikuisuuden kynnykselle saakka.
Aineisto on hyvin laaja ja monipuolinen. Kyselylomakkeilla kootuilla tiedoilla on kartoitettu
myös tutkittavien henkilöiden taustatietoja kuten lahjakkuus ja vanhempien sosioekonominen
taso. Seurantatutkimuksessa on haluttu selvittää lahjakkuuden, kotitaustan ja koulumenestyk-
sen yhteyksiä koulutus-, ammatti- ja työuraan ja muihin elämänrakenteen ja elämänhistorian
merkittäviin tekijöihin lapsuudesta aikuisuuteen. Aineisto sisältää tutkittavien tiedot lahjak-
kuudesta lapsuudessa, myöhemmin on kartoitettu tutkittavien koulumenestystä läpi peruskou-
lun ja sen jälkeisiä koulutus- ja uravalintoja (taulukko 5.1). Ensimmäinen mittaus on tehty
vuosina 1970-73, jolloin ITPA -testillä on mitattu 700 3-9 -vuotiaan jyvaskyläläisen lapsen
verbaalista lahjakkuutta. Vuoden 1984 keskiasteen koulutusvalinnoista on saatu tiedot 542
tutkimukseen osallistuneelta henkilöltä. Heidän koulumenestystään on seurattu sekä perus-
koulussa että lukiossa. Vuonna 1991 on toteutettu laaja survey-tutkimus, jonka avulla on han-
kittu tietoja tutkittavien (23-27 vuoden ikäisten nuorten) koulutus- ja työurasta, perhesuhteis-
ta, asumisesta, tuloista, terveydestä, ihmissuhteista ja vapaa-ajan käytöstä, asenteista koulu-
tukseen ja työhön, onnellisuudesta ja hyvinvoinnista, identiteetin selkiytymisestä, elämänhal-
linnasta ja muista elämänrakenteen tärkeistä osatekijöistä. Koko aineistossa on ollut kaikkina
ajankohtina kerätyt tiedot mukaan lukien yhteensä noin 300 muuttujaa. Tässä tutkimuksessa
tarkastellaan eksploratiivisen ja konfirmatorisen faktorianalyysin avulla vuonna 1991 kerättyä
osaa ja siitä 22 muuttujaa, jotka käsittelevät nuorten aikuisten näkemyksiä omasta elämänti-
lanteestaan ja käsityksiä omasta itsestään (liite 1). Näiden muuttujien lisäksi mukaan on otettu
muuttujia muista aikaisempina vuosina kerättyistä osista rakenneyhtälömallien rakentamista
varten ja kaiken kaikkiaan tutkimuksessa on käsitelty noin 50 muuttujaa. Aikuisikää koske-
vassa osassa kyselyyn vastanneita on ollut yhteensä 436, joista tyttöjä on ollut 247 (57%) ja
poikia 189 (43%).

Taulukko 5.1. Seuruututkimuksen asetelma (1970-1991).

ALKUMITTAUS 1970-73	PERUSKOULU -1984	KESKIASTE -1984	AIKUISIKÄ -1991
<ul style="list-style-type: none"> - vuosina 1970-73 koottiin ITPA-aineisto, 100 lasta kussakin 3-9-vuotiaiden kohortissa - taustatiedot: vanhempien koulutus, ammatiasema, tulot, sisarusten määrä, syntymäjärjestys, päiväkotiki, esi-koulu - N=700 	<ul style="list-style-type: none"> - kaikki lapset olivat käyneet peruskoulun, tiedot menestyksestä kaikissa lukuaineissa kaikilla luokkatasoilla - N=559 	<ul style="list-style-type: none"> - kaikki nuoret tehneet kouluvalinnan, kouluvalinta- ja pääsytiedot saatiin 628 nuorelta - koulumenestys ja yo-kirjoitustiedot saatiin 259 ylioppilaaksi kirjoittaneelta nuorelta 	<ul style="list-style-type: none"> - vuonna 1991 lähetettiin kyselylomake 23-27-vuotiaille nuorille (N=543), palautusprosentti oli 80% - koulutus, työura, asuminen, tulot, ystävyys-suhteet, onnellisuus ja hyvinvointi - N=436

Eksploratiivisessa ja konfirmatorisessa faktorianalyysissä mukana olevat 22 muuttujaa, jotka on kerätty vuonna 1991 tutkimushenkilöiden ollessa 23-27-vuotiaita:

Henkilökohtaiset näkemykset elämäntilanteesta

- Onnistuminen elämässä, OELÄ
(1= Olen onnistunut elämässäni yli odotusten, 2= Olen onnistunut elämässäni melko hyvin, 3= En ole onnistunut enkä epäonnistunut elämässäni, 4= Olen osittain epäonnistunut elämässäni, 5= Olen epäonnistunut elämässäni)
- Elämän kiinnostavuus, EKII
(1= Hyvin kiinnostavaa, 2= Melko kiinnostavaa, 3= En osaa sanoa, 4= Melko ikävää, 5= Hyvin ikävää)
- Elämän onnellisuus, EONN
(1= Hyvin onnellista, 2= Melko onnellista, 3= En osaa sanoa, 4= Melko onnetonta, 5= Hyvin onnetonta)
- Yksinäisyys, YKS
(1= Hyvin yksinäinen, 2= Melko yksinäinen, 3= Ei lainkaan yksinäinen)

Käsitys itsestä

-18 väittämää koskien käsitystä omasta itsestään, vastausvaihtoehdot: 1=täysin eri mieltä, 2=eri mieltä, 3=en osaa sanoa, 4=samaa mieltä, 5=täysin samaa mieltä

- Olen saavuttanut sen minkä asetan kehitykselleni tavoitteeksi, KETA
- Olen tyytyväinen itseeni nykyisellään, enkä tavoittele muutoksia, TNYK
- Uskon siihen, että voin vaikuttaa kehitykseeni, VKEH
- Minulla on vahva tahto, VTAH
- Pystyn toteuttamaan sen minkä asetan tavoitteeksi, TTAV
- Tunnen helpotusta ponnistelujeni tulosten takia, THPO
- Omat kykyni ja ponnisteluni ovat ratkaisevia menestyksessäni, KPME
- Olen ylpeä saavutuksistani, YLSA
- Tunnen itseni epätoivoiseksi, EPÄT
- Suhtaudun asioihin luottavaisesti, LUOT
- Olen pettynyt itseeni, PET
- Häpeän kyvyttömyyttäni, HKYV
- Muut ihmiset ovat vaikeuttaneet päämäärieni saavuttamista, VPSA
- Olen vihainen muille heidän aiheuttamistaan hankaluuksista, HANK
- Läheisyydessäni on ihmisiä, jotka tukevat minua, LTUK
- Menestymiseni kannalta on ollut ratkaisevaa muiden ihmisten tuki, MUTU
- Olen kiitollinen muille tuesta, KITU
- Epäonnistuessani syy on itsessäni, SYIT

Edellisten muuttujien lisäksi mukaan rakenneyhtälömallien analyysiin on otettu mahdollisia selittäviä muuttujia (liite 2). Aineiston esitarkasteluissa on suoritettu muuttujien normaalisuuden testaaminen Kolmogorov-Smirnovin -testillä. Testauksen tuloksien perusteella voidaan todeta, että mikään muuttujista ei ole normaalisti jakautunut, jolloin myöskään koko muuttujajoukko ei ole multinormaalinen. Koska muuttujien normaalisuusoletus ei ole voimassa, on konfirmatorisessa faktorianalyysissä käytetty parametrien estimoinnissa yleistettyä pienimmän neliösumman menetelmää.

5.2 Eksploratiivinen faktorianalyysi

Eksploratiivisessa faktorianalyysissä on tavoitteena löytää muuttujajoukosta muuttujia, jotka ovat yhdistettävissä keskenään. Nämä eksploratiivisen faktorianalyysin tulokset ovat pohjana konfirmatoriselle faktorianalyysille. Tutkittavasta aineistosta, aikuisikää koskevasta osasta, 22 muuttujalle suoritetaan faktorointi suurimman uskottavuuden menetelmällä ja rotaatiomenetelmänä käytetään vinokulmaista promax-menetelmää, jossa faktoreiden annetaan korreloida keskenään. Eksploratiiviset faktorianalyysit on suoritettu sekä SPSS 7.5 -ohjelmalla että PRELIS 2.30 -ohjelmalla (SPSS Inc. 1983, Jöreskog & Sörbom 1996). Ohjelmien antamat tulokset olivat hyvin samanlaiset keskenään. Jatkossa on kuitenkin käytetty PRELIS-ohjelman antamia tuloksia, koska SPSS -ohjelma käsitteli muuttujia jatkuvina muuttujina.

Promax-rotatoinnin tuloksena saadaan kuusi faktoria. Kriteerinä tässä käytetään ominaisarvoesitystä, eli valitaan yhtä monta faktoria kuin on yli ykkösen olevien ominaisarvojen lukumäärä. Kuusi suurinta ominaisarvoa ovat $\gamma_1=5.66$, $\gamma_2=1.98$, $\gamma_3=1.68$, $\gamma_4=1.48$, $\gamma_5=1.11$ ja $\gamma_6=1.04$. Yhdelle faktoreista on latautunut vain yksi muuttuja (SYIT, epäonnistuessani syy on itsessäni). Muuttujan kommunaliteetti on 0.139, joten kyseinen muuttuja poistetaan kokonaan analyysistä sen heikon mittauskyvyn vuoksi. Uudelleen suoritettuna rotatoinnin jälkeen jäljelle jäävät 21 muuttujaa latautuvat viidelle faktorille. Viisi suurinta ominaisarvoa ovat ykköistä suurempia: $\gamma_1=5.64$, $\gamma_2=1.95$, $\gamma_3=1.67$, $\gamma_4=1.50$ ja $\gamma_5=1.05$. Muuttujien saamien kommunaliteettien perusteella voidaan arvioida niiden kelvollisuutta mallissa. Taulukossa 5.2 on eksploratiivisen faktorianalyysin tulokset.

Taulukko 5.2. Viiden faktorin vinokulmaisen promax-rotation tuottama ratkaisu

	$\hat{\Lambda}$					\tilde{h}_i^2
	η_1	η_2	η_3	η_4	η_5	
OELÄ	.311	-.253	-.252	.164	-.034	.548
EKII	.573	-.117	-.093	.111	-.048	.580
EONN	1.066	.095	-.032	-.020	.086	.995
YKS	-.572	.095	-.107	-.236	-.030	.528
KETA	.131	.721	.020	-.015	.015	.473
TNYK	-.052	.731	-.199	.006	.009	.510
VKEH	.118	-.275	.582	-.346	.021	.552
VTAH	.098	.166	.412	-.198	-.035	.315
TTAV	-.004	.180	.492	-.180	-.106	.426
THPO	.073	.024	.661	.146	.011	.357
KPME	-.100	-.263	.832	.073	-.005	.613
YLSA	-.071	.131	.660	.154	.057	.478
EPÄT	.020	-.037	.057	.837	-.118	.758
LUOT	.016	.160	.132	-.346	.172	.326
PET	.063	-.232	-.181	.549	-.036	.670
HKYV	.000	-.004	-.075	.600	.172	.373
VPSA	-.083	.026	.019	.573	.069	.253
HANK	.021	.161	.147	.695	.012	.386
LTUK	-.220	-.221	.129	-.234	.341	.448
MUTU	-.037	-.003	.005	.019	.698	.504
KITU	.132	.049	.015	-.038	.926	.806

h_i^2 = kommunaliteetit

Taulukko 5.3. Faktoreiden väliset korrelaatiot

	TYYYTYMÄT	PYSÄHTYN	KEHITHAL	DEPRES	SOSTUKI
TYYYTYMÄT(η_1)	1				
PYSÄHTYN (η_2)	-.402	1			
KEHITHAL (η_3)	-.325	.303	1		
DEPRES (η_4)	.573	-.282	-.514	1	
SOSTUKI (η_5)	-.397	.019	.436	-.281	1

Latausmatriisin avulla voidaan arvioida miten kukin muuttuja mittaa saatuja faktoreita. Muuttujien saamat kommunaliteetit vaihtelevat välillä .253-.995. Heikoin kommunaliteetti (.253) on muuttujalla VPSA (Muut ihmiset ovat vaikeuttaneet päämäärieni saavuttamista). Tätä arvoa voidaan pitää kuitenkin selvästi nolasta eroavana, joten muuttujaa ei ole syytä poistaa mallista. Korkein kommunaliteetin arvo (.995) on muuttujalla EONN (Elämän onnellisuus),

muuttuja mittaa siis hyvin voimakkaasti ensimmäistä faktoria. Viiden faktorin selitysosuus kokonaisvarianssista on 56%.

Eksploratiivisessa faktorianalyysissä on siis päädytty viiden faktorin ratkaisuun. Ensimmäinen faktori on nimetty tyytymättömyydeksi omaan elämään, toinen pysähtyneeksi tyytyväisyydeksi, kolmas oman kehityksen hallinnan tunteeksi, neljäs depressiivisyydeksi ja viides sosiaaliseksi tueksi. Muuttujat latautuvat kyseisille faktoreille seuraavasti

1. faktori: Tyytymättömyys omaan elämään, TYYTYMÄT

- onnistuminen elämässä, OELÄ
- elämän kiinnostavuus, EKII
- elämän onnellisuus, EONN
- yksinäisyys, YKS

2. faktori: Pysähtynyt tyytyväisyys, PYSÄHTYN

- olen saavuttanut sen minkä asetan kehitykselleni tavoitteeksi, KETA
- olen tyytyväinen itseeni nykyisellään, enkä tavoittele muutoksia, TNYK

3. faktori: Oman kehityksen hallinnan tunne, KEHITHAL

- uskon siihen, että voin vaikuttaa kehitykseeni, VKEH
- minulla on vahva tahto, VTAH
- pystyn toteuttamaan sen minkä asetan tavoitteeksi, TTAV
- tunnen helpotusta ponnistelujeni tulosten takia, THPO
- omat kykyni ja ponnisteluni ovat ratkaisevia menestyksessäni, KPME
- olen ylpeä saavutuksistani, YLSA

4. faktori: Depressiivisyys, DEPRES

- tunnen itseni epätoivoiseksi, EPÄT
- suhtaudun asioihin luottavaisesti, LUOT
- olen pettynyt itseeni, PET
- häpeän kyvyttömyyttäni HKYV
- muut ihmiset ovat vaikeuttaneet päämäärieni saavuttamista, VPSA
- olen vihainen muille heidän aiheuttamistaan hankaluuksista, HANK

5. faktori: Sosiaalinen tuki, SOSTUKI

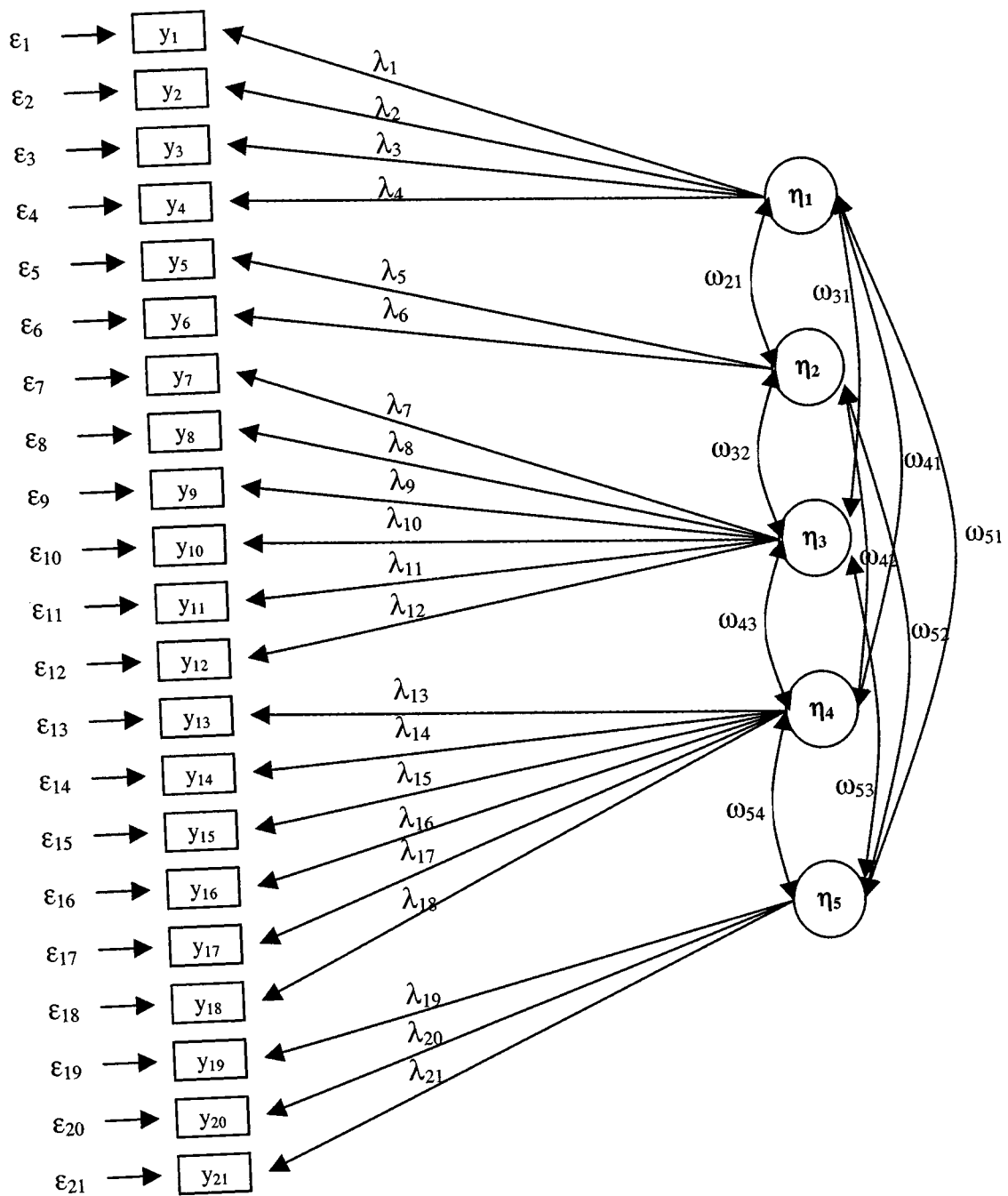
- läheisyydessäni on ihmisiä, jotka tukevat minua, LTUK
- menestymiseni kannalta on ollut ratkaisevaa muiden ihmisten tuki, MUTU
- olen kiitollinen muille tuesta, KITU

Depressiivisyys (DEPRES) ja tyytymättömyys elämään (TYYYTYMÄT) (.57) sekä depressiivisyys ja oman kehityksen hallinnan tunne (KEHITHAL) (-.51) näyttävät korreloivan voimakkaimmin keskenään. Depressiivisyyden ja elämään tyytymättömyyden välinen positiivinen korrelaatio onkin looginen, kuten myös depressiivisyyden ja oman kehityksen hallitsemisen välinen negatiivinen korrelaatio. Sen sijaan sosiaalinen tuki (SOSTUKI) ja pysähtynyt tyytyväisyys (PYSÄHTYN) (.02) eivät näytä juuri korreloivan (taulukko 5.3). Muut faktoreiden väliset korrelaatiot ovat kohtalaisen suuria.

5.3 Konfirmatorisen faktorimallin rakentaminen tutkimusaineistolle

Koska havaitut muuttujat ovat järjestysasteikollisia, konfirmatorisen faktorianalyysin perustana käytetään polykoristen korrelaatioiden muodostamaa korrelaatiomatriisia. Tällä tavoin on pyritty poistamaan mitta-asteikon aiheuttama diskreettisyys havaituissa järjestystason muuttujissa. Puuttuvat havainnot on käsitelty Listwise-menetelmällä, joka poistaa kaikki havainnot, joissa on yksikin puuttuva tieto. Polykoriset korrelaatiokertoimet on laskettu PRELIS 2.30 -ohjelmalla (liite 3). Konfirmatorinen faktorianalyysin estimointi on tehty LISREL 8.30 -ohjelmalla (Jöreskog & Sörbom 1996).

Konfirmatorisen faktorimallin rakentaminen pohjautuu aiempiin eksploratiivisen faktorianalyysin tuottamiin tuloksiin. Konfirmatorisessa faktorianalyysissä voidaan nyt estimoida ja testata näitä eksploratiivisen faktorianalyysin tuloksia. Eksploratiivisen faktorianalyysin tulokset viittaavat siihen, että faktorirakenne muodostuu viidestä toisiinsa korreloivasta latentista muuttujasta eli asetetaan hypoteesi, että elämänhallinta jakautuu nuorilla aikuisilla viiteen osa-alueeseen, jotka ovat tyytymättömyys omaan elämään, pysähtynyt tyytyväisyys, oman kehityksen hallinnan tunne, depressiivisyys ja sosiaalinen tuki. Muuttujajoukko on siis esitettävissä viiden faktorin mittausmallin avulla (Kuvio 5.1).



Kuvio 5.1. Viiden faktorin mittausmalli.

y_1 = Onnistuminen elämässä (OELÄ)
 y_2 = Elämän kiinnostavuus (EKII)
 y_3 = Elämän onnellisuus (EONN)
 y_4 = Yksinäisyys (YKS)

y_5 = Olen saavuttanut sen minkä asetan kehitykselleni tavoitteeksi (KETA)
 y_6 = Olen tyytyväinen itseäni nykyisellään, enkä tavoittele muutoksia (TNYK)

y_7 = Uskon siihen, että voin vaikuttaa kehitykseeni (VKEH)
 y_8 = Minulla on vahva tahto (VTAH)
 y_9 = Pystyn toteuttamaan sen minkä asetan tavoitteeksi (TTAV)
 y_{10} = Tunnen helpotusta ponnistelujeni tulosten takia (THPO)
 y_{11} = Omat kykyni ja ponnisteluni ovat ratkaisevia menestyksessäni (KPME)
 y_{12} = Olen ylpeä saavutuksistani (YLSA)

y_{13} = Tunnen itseni epätoivoiseksi (EPÄT)
 y_{14} = Suhtaudun asioihin luottavaisesti (LUOT)
 y_{15} = Olen pettynyt itseäni (PET)
 y_{16} = Häpeän kyvyttömyyttäni (HKYV)
 y_{17} = Muut ihmiset ovat vaikeuttaneet päämäärieni saavuttamista (VPSA)
 y_{18} = Olen vihainen muille heidän aiheuttamistaan hankaluuksista (HANK)

y_{19} = Läheisyydessäni on ihmisiä, jotka tukevat minua (LTUK)
 y_{20} = Menestymiseni kannalta on ollut ratkaisevaa muiden ihmisten tuki (MUTU)
 y_{21} = Olen kiitollinen muille tuesta (KITU)

η_1 = Tyytymättömyys omaan elämään (TYYYTYMÄT)
 η_2 = Pysähtynyt tyytyväisyys (PYSÄHTYN)
 η_3 = Oman kehityksen hallinnan tunne (KEHITHAL)
 η_4 = Depressiivisyys (DEPRES)
 η_5 = Sosiaalinen tuki (SOSTUKI)

Mallissa lataukset $\lambda_{1,1}, \lambda_{2,1}, \lambda_{3,1}, \lambda_{4,1}, \lambda_{5,2}, \lambda_{6,2}, \lambda_{7,3}, \lambda_{8,3}, \lambda_{9,3}, \lambda_{10,3}, \lambda_{11,3}, \lambda_{12,3}, \lambda_{13,4}, \lambda_{14,4}, \lambda_{15,4}, \lambda_{16,4}, \lambda_{17,4}, \lambda_{18,4}, \lambda_{19,5}, \lambda_{20,5}$ ja $\lambda_{21,5}$ ja faktoreiden korrelaatiokertoimet $\omega_{21}, \omega_{31}, \omega_{41}, \omega_{51}, \omega_{32}, \omega_{42}, \omega_{52}, \omega_{43}, \omega_{53}$ ja ω_{54} sekä jäännösvarianssit $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{21}$ ovat vapaasti estimoitavia parametreja. Kaikki muut matriisin Λ parametrit on kiinnitetty nolliksi, koska näitä yhteyksiä ei havaittujen muuttujien ja faktoreiden välillä oleteta olevan. Faktoreiden varianssit $\omega_{11}, \dots, \omega_{55}$ on kiinnitetty ykkösiksi.

Koska kyseessä on mittausmalli, malli on identifioituva. Spesifioidun mallin identifioituvuuden välttämättömät ehdot ovat voimassa. Spesifioidussa mallissa on 52 kpl vapaasti estimoitavia parametreja, kun kovarianssmatriisissa Σ kovariansseja on yhteensä 231 kpl. Malli on myös rotaatioyksikäsitteinen, sillä siihen asetettu enemmän kuin $m^2=25$ kappaletta rajoituksia.

Mallin estimoinnissa on käytetty yleistettyä pienimmän neliösumman menetelmää (GLS), koska muuttajat eivät noudata moniulotteista normaalijakaumaa. Estimoinnin tulokset ovat taulukossa 5.4 ja 5.5 ja riittävyysindeksit taulukossa 5.6.

Taulukko 5.4. Omaan elämään tyytymättömyyden η_1 , pysähtyneen tyytyväisyyden η_2 , oman kehityksen hallinnan tunteen η_3 , depressiivisyyden η_4 ja sosiaalisen tuen η_5 faktorimallin la-
tausten Λ , jäännösvarianssien Θ ja muuttujien reliabiliteettien estimaatit (suluissa keskivir-
heet)

	$\hat{\Lambda}$ (s.e.)					$\hat{\Theta}$ (s.e.)	$\hat{R}^2_{y(i)}$
	η_1	η_2	η_3	η_4	η_5		
OELÄ	.44 (.04)	0*	0*	0*	0*	.35 (.03)	.35
EKII	.58 (.04)	0*	0*	0*	0*	.27 (.03)	.56
EONN	.87 (.04)	0*	0*	0*	0*	.00 (.03)	.99
YKS	-.58 (.04)	0*	0*	0*	0*	.29 (.03)	.54
KETA	0*	.39 (.07)	0*	0*	0*	.48 (.06)	.24
TNYK	0*	.82 (.11)	0*	0*	0*	.02 (.18)	.97
VKEH	0*	0*	.73 (.04)	0*	0*	.22 (.04)	.70
VTAH	0*	0*	.14 (.05)	0*	0*	.43 (.04)	.04
TTAV	0*	0*	.25 (.05)	0*	0*	.44 (.04)	.13
THPO	0*	0*	.39 (.05)	0*	0*	.58 (.05)	.21
KPME	0*	0*	.77 (.04)	0*	0*	.25 (.04)	.71
YLSA	0*	0*	.34 (.05)	0*	0*	.39 (.04)	.22
EPÄT	0*	0*	0*	.70 (.04)	0*	.19 (.02)	.72
LUOT	0*	0*	0*	-.37 (.05)	0*	.54 (.04)	.21
PET	0*	0*	0*	.67 (.04)	0*	.19 (.03)	.70
HKYV	0*	0*	0*	.43 (.05)	0*	.56 (.04)	.25
VPSA	0*	0*	0*	.45 (.05)	0*	.52 (.05)	.28
HANK	0*	0*	0*	.53 (.05)	0*	.36 (.04)	.44
LTUK	0*	0*	0*	0*	.68 (.05)	.29 (.04)	.62
MUTU	0*	0*	0*	0*	.59 (.05)	.42 (.04)	.46
KITU	0*	0*	0*	0*	.67 (.05)	.28 (.04)	.61

*= kiinnitetty

Taulukko 5.5. Faktoreiden korrelaatiomatriisi (suluissa keskiarvot).

	$\Omega(\text{s.e.})$				
	η_1	η_2	η_3	η_4	η_5
η_1	1*				
η_2	-.18 (.06)	1*			
η_3	-.18 (.06)	-.28 (.07)	1*		
η_4	.60 (.04)	-.10 (.06)	-.43 (.05)	1*	
η_5	-.48 (.05)	-.10 (.06)	.57 (.05)	-.45 (.06)	1*

*=kiinnitetty

Taulukko 5.6. Estimoidun mallin riittävyysindeksit.

$\chi^2(179) = 4475.42$	$p = 0.00$
GFI = .84, RMSEA = .23	
RMR = .19, SRMR = .33	
AIC = 4579.42	
NFI = .40, CN = 131.65	
$MI_{\text{MAX}}(\theta_{18,19}) = 40.52$	

Konfirmatorisen faktorimallin estimointitulosten perusteella suoritetaan riittävyystarkastelut ja hypoteesien testaaminen. χ^2 -testin tulos mallille on $\chi^2(179) = 4475.42$, ja $p = .00$. Tältä osin mallia ei voida pitää riittävänä. Myös muiden koko mallin riittävyyteen kohdistuvien yhteensopivuusmittojen tulokset ovat huonoja: GFI = 0.84, NFI = .40, RMSEA = .23 ja RMR = .19. Keskimääräisen jäännöskorrelaation RMR:n arvo tarkoittaa, että havaituista otoskorrelaatioista on jäänyt noin .19 verran selittämättä. Havaittujen muuttujien saamat reliabiliteettikertoimet ovat kuitenkin kohtalaisen korkeita, lukuun ottamatta muutamaa muuttujaa. Modifikaatioindeksin maksimiarvo viittaa kyseisten muuttujien jäännösten väliseen korreloituneisuuteen. Lisäksi muutamien muidenkin muuttujien jäännökset näyttäisivät korreloivan keskenään modifikaatioindeksien perusteella. Estimoitua faktorimallia ei voida pitää tilastollisesti riittävänä, joten mallia on modifioitava estimoidulla suurilla modifikaatioindeksien arvoilla saaneita jäännöskovariansseja.

Lopullinen malli

Ensimmäistä konfirmatorista faktorimallia on modifioitu vapauttamalla jäännösten välisiä kovariansseja yksi kerrallaan. Lopullisessa mallissa vapautettuja jäännöskovariansseja on yhteensä kuusi kappaletta, θ_{24} , θ_{37} , $\theta_{7,12}$, $\theta_{5,8}$, $\theta_{17,18}$, $\theta_{20,21}$. Lisäksi faktoreiden SOSTUKI ja PYSÄHTYN välinen korrelaatio ω_{52} on kiinnitetty nolllaksi. Lopullisen mallin estimointitulokset ovat taulukossa 5.7 ja faktoreiden korrelaatioiden estimaatit ovat taulukossa 5.8. Estimoidun mallin riittävyysindeksit ovat taulukossa 5.9.

Taulukko 5.7. Omaan elämään tyytymättömyyden η_1 , pysähtyneen tyytyväisyyden η_2 , oman kehityksen hallinnan tunteen η_3 , depressiivisyyden η_4 ja sosiaalisen tuen η_5 faktorimallin latausten Λ , jäännösvarianssien Θ ja muuttujien reliabiliteettien estimaatit (suluissa keskivirheet).

	$\hat{\Lambda}$ (s.e.)					$\hat{\Theta}$ (s.e.)	$\hat{R}^2_{y(i)}$
	η_1	η_2	η_3	η_4	η_5		
OELÄ	.52(.04)	0*	0*	0*	0*	.34(.03)	.45
EKII	.66(.04)	0*	0*	0*	0*	.28(.03)	.61
EONN	.85(.04)	0*	0*	0*	0*	.13(.02)	.85
YKS	-.69(.04)	0*	0*	0*	0*	.29(.03)	.63
KETA	0*	.40(.07)	0*	0*	0*	.52(.06)	.24
TNYK	0*	.86(.11)	0*	0*	0*	.00(.18)	.99
VKEH	0*	0*	.76(.04)	0*	0*	.31(.04)	.65
VTAH	0*	0*	.27(.05)	0*	0*	.46(.04)	.14
TTAV	0*	0*	.36(.05)	0*	0*	.44(.04)	.23
THPO	0*	0*	.37(.05)	0*	0*	.58(.05)	.20
KPME	0*	0*	.72(.04)	0*	0*	.34(.04)	.60
YLSA	0*	0*	.48(.05)	0*	0*	.42(.04)	.36
EPÄT	0*	0*	0*	.77(.04)	0*	.18(.02)	.77
LUOT	0*	0*	0*	-.37(.05)	0*	.54(.04)	.21
PET	0*	0*	0*	.73(.04)	0*	.20(.03)	.73
HKYV	0*	0*	0*	.54(.05)	0*	.54(.04)	.35
VPSA	0*	0*	0*	.40(.05)	0*	.71(.05)	.19
HANK	0*	0*	0*	.50(.05)	0*	.52(.05)	.32
LTUK	0*	0*	0*	0*	.84(.05)	.14(.07)	.84
MUTU	0*	0*	0*	0*	.44(.05)	.63(.05)	.23
KITU	0*	0*	0*	0*	.51(.05)	.50(.05)	.34

Taulukko 5.8. Faktoreiden korrelaatiomatriisi (suluissa keskiarvot).

	Ω (s.e.)				
	η_1	η_2	η_3	η_4	η_5
η_1	1*				
η_2	-.23(.06)	1*			
η_3	-.39(.06)	-.18(.06)	1*		
η_4	.67(.04)	-.16(.06)	-.54(.05)	1*	
η_5	-.57(.05)	0*	.59(.05)	-.49(.05)	1*

Taulukko 5.9. Estimoidun mallin riittävyysindeksit.

$\chi^2(179) = 2637.95$	$p = 0.00$
GFI = .88, RMSEA = .18	
RMR = .15, SRMR = .23	
AIC=2751.95	
NFI = .55, CN = 172.24	
$MI_{MAX}(\theta_{2,21}) = 15.34$	

Lopullisen mallin χ^2 -testin tulos on $\chi^2(174) = 2637.95$, ja $p = .00$. Tältä osin mallia ei voida pitää riittävänä. Myös muiden koko mallin riittävyyteen kohdistuvien yhteensopivuusmittojen tulokset ovat melko huonoja: GFI = .88, NFI = .55, RMSEA = .18 ja RMR = .15. Havaituista otoskovariansseista on yhä jäänyt .15 verran selittämättä. Havaittujen muuttujien saamat reliabiliteettikertoimien arvot ovat suuria lukuun ottamatta muutaman muuttujan pientä reliabiliteettikertoimen arvoa. Muuttujan TNYK saama reliabiliteetin arvo on .99, joten muuttuja mittaa hyvin voimakkaasti faktoria PYSÄHTYN (Pysähtynyt tyytyväisyys). Pienimmän reliabiliteetin arvon (.14) saa muuttuja VTAH (Minulla on vahva tahto). Myös muuttujilla THPO (Tunnen helpotusta ponnistelujeni tulosten takia), LUOT (Suhtaudun asioihin luottavaisesti) ja VPSA (Muut ihmiset ovat vaikeuttaneet päämäärieni saavuttamista) on melko pienet reliabiliteettikertoimien arvot. Estimoitua faktorimallia ei voida vieläköön pitää koko mallia koskevien riittävyystarkastelujen perusteella tilastollisesti riittävänä.

Faktorimallin latausmatriisin parametrien estimaatit ovat tilastollisesti kelvollisia ja sisällöllisesti tulkinnallisia. Keskiarvot vaihtelevat välillä .04 -.11, näitä keskiarvot voidaan vielä pitää pieninä. Jännösvarianssien estimaatit ovat kaikki positiivisia ja myös näiden keskiarvot ovat pieniä (.02 -.07). Ainut poikkeava keskiarvo on .18, joka liittyy muuttujan TNYK estimoituun jännösvarianssiin. Estimoidun jännösvarianssin t-arvo on .01. Mallissa ei jään-

nösvarianssia kuitenkaan ole kiinnitetty nollaan, koska ei ole katsottu aiheelliseksi tarkentaa mallia t-testin mielessä. Parametrikkohtaisten tarkastelujen osalta voidaan vielä todeta, että mallin faktoreiden välisten korrelaatiokertoimien estimaattien arvot ovat kelvollisia (taulukko 5.8). Taulukossa 5.10 on lopullisessa mallissa vapautettujen jäännöskovarianssien estimaatit ja keskivirheet.

Taulukko 5.10. Estimoitujen jäännöskovarianssien estimaatit ja keskivirheet.

$\theta_{7,12}$	-.16(.03)
$\theta_{3,7}$.11(.02)
$\theta_{20,21}$.24(.04)
$\theta_{17,18}$.24(.04)
$\theta_{2,4}$.12(.02)
$\theta_{5,8}$	-.13(.03)

Vaikka estimoitua konfirmatorista faktorimallia ei riittävyystarkasteluissa voida todeta riittäväksi, on malli kuitenkin sisällöllisesti tulkinnallinen. Tällä perusteella käytetään mallin tuottamia faktoripistemääriä jatkotarkasteluihin.

5.4 Faktoripistemäärämuuttujien estimointi

Konfirmatorisen faktorianalyysin tuloksena saatuja faktoreita voidaan nyt käyttää erilaisiin jatkotarkasteluihin. Tätä varten on estimoitu konfirmatorisen faktorimallin pohjalta faktoripistemäärämuuttujat, joiden painokertoimet ovat taulukossa 5.11.

Taulukko 5.11. Konfirmatorisen faktorimallin tuottamat faktoripistemäärien painokertoimet (c_{ij}).

	η_1	η_2	η_3	η_4	η_5
OELÄ	.101	.000	.041	.008	-.006
EKII	.269	.000	.110	.022	-.017
EONN	.528	.000	-.265	.086	-.086
YKS	-.270	.000	-.111	-.022	.017
KETA	.004	.002	.016	-.001	.001
TNYK	-.041	1.161	-.072	-.028	-.007
VKEH	-.130	-.001	.532	-.062	.073
VTAH	.017	.001	.068	-.004	.006
TTAV	.022	.000	.087	-.005	.007
THPO	.018	.000	.069	-.004	.006
KPME	.057	.000	.226	-.013	.019
YLSA	-.020	.000	.336	-.032	.039
EPÄT	.024	.000	-.028	.461	-.001
LUOT	-.004	.000	.004	-.073	.000
PET	.020	.000	-.023	.386	-.001
HKYV	.005	.000	-.006	.106	.000
VPSA	.002	.000	-.002	.030	.000
HANK	.004	.000	-.005	.087	.000
LTUK	-.025	.000	.055	-.001	.807
MUTU	-.002	.000	.003	.000	.049
KITU	-.003	.000	.007	.000	.109

Faktoripistemäärien avulla lasketaan jokaiselle havainnolle faktoripistemäärämuuttujat, jotka talletetaan uusiksi muuttujiksi. Rakenneyhtälömallien avulla tutkitaan, mitkä muuttujat selittävät näitä faktoripistemäärien avulla laskettuja faktoreita. Faktorit on laskettu konfirmatorisen faktorimallin tuottamia faktoripistemääriä käyttäen seuraavalla tavalla

$$\hat{\eta}_{ki} = \sum_{j=1}^p c_{ij} z_{kj},$$

jossa c_{ij} on estimoitu faktoripistemäärän painokertoimen arvo, $i = 1, \dots, 5$, $j = 1, \dots, 21$ ja z on havaittu muuttuja, joka on standardoitu käyttäen kaavaa

$$z_{kj} = \frac{y_{kj} - \bar{y}_j}{s_{yj}}, \quad i = 1, \dots, 21.$$

Lisäksi konfirmatorisen faktorimallin tulosten pohjalta on laskettu myös suorat summat, joita ei kuitenkaan jatkotarkasteluissa ole käytetty. Faktoripistemäärien avulla laskettujen faktoreiden ja suorien summien sekä mahdollisten faktoreita selittävien muuttujien välisen polyseriaalisen korrelaatiomatriisin pohjalta (liite 4) on lähdetty rakentamaan rakenneyhtälömallia. Puuttuvat havainnot on käsitelty Pairwise-tekniikalla, jossa korrelaatiot lasketaan muuttujapareittain ja mukaan otetaan ne havainnot, joissa on havainnot molemmista muuttujista. Selittävien muuttujien joukossa on kolme muuttujaa, myönteisyys (MYÖNT), tarpeellisuus (TARP) ja vaikeus (VAIK), jotka mittaavat suhtautumista nykyiseen tai viimeksi käytyyn kouluun. Nämä selittävät muuttujat on muodostettu konfirmatorisen faktorimallin tuottamien faktoripistemäärien avulla tutkimusaineiston alun perin yhdestätoista muuttujasta (Saarikivi 2000). Tiedot suhtautumisesta nykyiseen tai viimeksi käytyyn kouluun on kerätty vuonna 1991, jolloin tutkittavat ovat olleet 23-27-vuotiaita.

5.5 Rakenneyhtälömallin rakentaminen tutkimusaineistolle

Rakenneyhtälömallien rakentamisen lähtökohtana on mahdollisten selittävien muuttujien ja faktoripistemäärämuuttujien välinen korrelaatiomatriisi. Jatkotarkasteluista on karsittu pois muuttujat, jotka eivät näytä selittävän faktoripistemäärämuuttujia. Lopulliseen malliin muuttujajoukosta on jäänyt selittäviksi muuttujiksi seuraavat muuttujat, sukupuoli (SP), lahjakkuustestin tulokset (ITPA), yksinhuoltajaperhe (YHPERHE), tyytyväisyys asumistilanteeseen (TYYTASUM), tyytyväisyys ammattia tai ammattitavoitetta koskevaan valintaan (TYYTAMM), koulutukseen liittyvien suunnitelmien toteutuminen (SUUNTOT), työelämän suunnitelmien toteutuminen (TYÖSUUN), ammatin tärkeys (AMMTÄRKE), taloudellinen tilanne (TALOUTIL), pari- ja perhesuhteet (PARISUH), suhteen onnellisuus (SUHONN) ja tyytyväisyys vapaa-ajan sisältöön (TYYTVAP). Myös muita muuttujia on ollut mukana rakenneyhtälömalleja konstruoidessa, mutta näillä ei ole ollut kuitenkaan riittävästi vaikutusta faktoripistemäärämuuttujiin. Tällaisia muuttujia ovat mm. kaikkien aineiden keskiarvo 9. luokalla, ylioppilas, isän ja äidin äyrit, koulutusaika kuukausina, eriasteiset tutkinnot ja paikkakuntayhteisyys sekä suhteet vanhempiin ja sisaruksiin. Mallia konstruoidessa on kolme selittävää muuttujaa tiivistetty yhdeksi selittäväksi muuttujaksi, koska kyseiset muuttujat mittaavat lähestulkoon samaa asiaa. Näistä muuttujista tyytyväisyys ammattia tai ammattitavoitetta

koskevaan valintaan (TYYTAMM), työelämän suunnitelmien toteutuminen (TYÖSUUN) ja ammatin tärkeys (AMMTÄRKE) on muodostettu yhden faktorin konfirmatorinen faktorimalli ja estimoidut faktoripistemäärät on talletettu omaksi muuttujaksi. Uusi muuttuja on nimetty ammatin merkitykseksi, AMMMERK.

Rakenneyhtälömallia rakennettaessa on ensin muodostettu malli, jossa ei ole mukana muuttujia, jotka mittavat suhtautumista nykyiseen tai viimeksi käytyyn kouluun. Mallissa on nyt yhteensä kolmetoista selittävää muuttujaa, joiden vaikutusta faktoripistemäärämuuttujiin tarkastellaan. Spesifioitu rakenneyhtälömalli on usean yhtälön regressiomalli. Malli on muotoa

$$y = \Gamma x + \zeta,$$

joka on laajennus yhden yhtälön regressiomallista. Taulukossa 5.12 on usean yhtälön regressiomallin estimointitulokset. Estimointimenetelmänä on käytetty yleistettyä pienimmän neliösumman menetelmää (GLS), koska muuttujat eivät noudata moniulotteista normaalijakaumaa. Estimoinnin tuloksena saadaan viisi yksittäistä regressioyhtälöä, joissa yhtälöiden jäännökset korreloivat keskenään.

Taulukko 5.12. Estimoidut parametrit, keskivirheet ja selitysasteet.

	TYTYMÄT	PYSÄHTYN	KEHITHAL	DEPRES	SOSTUKI
SP	0*	-.20(.05)	.12(.04)	0*	.18(.04)
ITPA	0*	.13(.05)	-.11(.03)	0*	0*
YHPERHE	-.12(.03)	.35(.05)	-.51(.04)	0*	0*
TYYTASUM	-.09(.03)	0*	-.13(.03)	0*	0*
SUUNTOT	-.17(.03)	0*	.42(.04)	-.24(.05)	.27(.04)
AMMMERK	0*	.10(.05)	0*	-.08(.04)	0*
TALOUTIL	-.15(.03)	.11(.05)	0*	-.10(.04)	0*
PARISUH	-.28(.03)	.26(.05)	0*	-.18(.04)	.08(.04)
SUHONN	.44(.03)	0*	-.27(.04)	.25(.04)	-.32(.04)
TYYTVAP	-.16(.03)	0*	.17(.04)	-.18(.04)	0*
R ²	.61	.19	.44	.36	.28

*=kiinnitetty

Estimoidun mallin jäännösvarianssit sekä vapaina estimoidut jäännöskovarianssit ovat kaikki tilastollisesti merkitseviä.

Taulukko 5.13. Mallin riittävyysindeksit.

$\chi^2(21)=20.52$, p-arvo=.49
GFI=.99, NFI=.98, RMSEA=.00
RMR=.017, SRMR=.017
AIC=218.88

Estimoidun mallin yhteensopivuustestin tulokseksi on saatu $\chi^2(21)=20.52$, $p=.49$, jonka perusteella malli on riittävä. Myös GFI=.99, NFI=.98 ja RMSEA=.00 kertovat mallin hyvästä sopivuudesta. Kaikki mallin parametrien estimaatit ovat tilastollisesti merkitseviä ja sisällöllisesti tulkinnallisia sekä keskivirheet (.03-.05) ovat pieniä. Myös mallin selitysasteet ovat kohdallisen hyviä, lukuun ottamatta muuttujan PYSÄHTYN selitystetta (.19). Muuttujan TYYTYMÄT selitysaste (.61) taas poikkeaa suuruudellaan huomattavasti muista selitystasteista. Mallin riittävyystarkastelujen perusteella nollahypoteesi jää voimaan, eli estimoitu rakenneyhtälömalli on riittävä.

Yhteenveto ensimmäisestä mallista

Sukupuolella on mallin mukaan yhteys muuttujiin pysähtynyt tyytyväisyys (PYSÄHTYN), oman kehityksen hallinnan tunne (KEHITHAL) ja sosiaalinen tuki (SOSTUKI). Pojat ovat hieman tyttöjä tyytyväisempiä nykyisellään, ja kokevat saavuttaneensa sen, minkä ovat asettaneet kehitykselleen tavoitteeksi. Sosiaalista tukea taas näyttäisi olevan enemmän tyttöjen saatavilla. Lisäksi tytöt uskovat hiukan poikia enemmän omiin kykyihinsä vaikuttaa menestykseensä. Lahjakkuustestin hyvällä tuloksella näyttää olevan yhteyttä tämän hetkiseen tyytyväisyyteen, mutta toisaalta se vähentää hieman oman kehityksen hallinnan tunnetta. Yksinhuoltajaperhe lisää nuoren tyytymättömyyttä elämään, mutta toisaalta yksinhuoltajaperheen nuoret kokevat hallitsevansa omaa kehitystään selvästi paremmin kuin ei-yksinhuoltajaperheen nuoret. Tyytyväisyydellä asumistilanteeseen näyttäisi olevan hieman vaikutusta elämään tyytymättömyyteen. Koulutukseen liittyvien suunnitelmien toteutuminen (SUUNTOT) näyttää lisäävän oman kehityksen hallinnan tunnetta, ja toisaalta suunnitelmien toteutumattomuus vähentää tyytyväisyyttä omaan elämään ja vaikuttaa depressiivisyyteen.

Lisäksi koulutukseen liittyvien suunnitelmien toteutumisella ja sosiaalisen tuen merkityksellä on selvä yhteys. Huono taloudellinen tilanne sekä kiinteän parisuhteen puuttuminen lisäävät sekä tyytymättömyyttä elämään että depressiivisyyttä. Taloudellinen tilanne vaikuttaa myös pysähtyneen tyytyväisyyden tunteeseen sitä lisäämällä. Kiinteä parisuhde on yhteydessä myös siihen kuinka tyytyväiseksi elämään henkilö kokee itsensä nykyisellään. Parisuhteen onnellisuus lisää voimakkaasti elämään tyytyväisyyttä ja oman kehityksen hallinnan tunnetta. Lisäksi parisuhteen onnelliseksi kokevat henkilöt tuntevat sosiaalisen tuen olevan tärkeää ja he tuntevat, että heidän läheisyydessään on ihmisiä, jotka tukevat heitä. Onneton parisuhde taas näyttää lisäävän depressiivisyyttä. Tyytyväisyys vapaa-ajan sisältöön vaikuttaa yleiseen elämään tyytyväisyyteen, eli jos nuori on tyytymätön vapaa-ajan sisältöön, se lisää myös yleensä omaan elämään tyytymättömyyttä. Tyytyväisyys vapaa-ajan sisältöön vaikuttaa samoin myös depressiivisyyteen. Lisäksi vapaa-ajan sisältöön tyytyväiset nuoret kokevat paremmin hallitsevansa oman kehityksen.

Ammatin merkitys –muuttuja vaikuttaa depressiivisyyteen ja pysähtyneeseen tyytyväisyyteen. Jos nuori ei ole tyytyväinen ammattivalintaansa tai työelämää koskevat suunnitelmat eivät ole toteutuneet, saattaa depressiivisyys lisääntyä. Samoin kyseiset henkilöt eivät koe itseään kovin tyytyväiseksi nykyhetkeen.

Toinen rakenneyhtälömalli tutkimusaineistolle on muodostettu samoista muuttujista kuin edellinen malli mutta lisäksi mukaan malliin on otettu muuttujat myönteisyys (MYÖNT), tarpeellisuus (TARP) ja vaikeus (VAIK), jotka mittaavat suhtautumista nykyiseen tai viimeksi käytyyn kouluun. Nyt halutaan selvittää onko näillä muuttujilla vaikutusta tutkittavien henkilöiden näkemyksiin omasta elämäntilanteesta ja käsitykseen omasta itsestään. Mallin estimointitulokset ovat taulukossa 5.14.

Taulukko 5.14. Mallin estimointitulokset.

	TYTYTYM	PYSÄHTYN	KEHITHAL	DEPRES	SOSTUKI
SP	0*	-.20(.05)	.09(.03)	0*	.20(.04)
YHPERHE	-.13(.03)	.29(.05)	-.47(.03)	0*	0*
TYYTASUM	-.09(.03)	0*	-.13(.03)	0*	0*
SUUNTOT	-.17(.03)	0*	.38(.04)	-.26(.04)	.28(.04)
TALOUTIL	-.15(.03)	.14(.05)	0*	-.12(.04)	0*
PARISUH	-.27(.03)	.25(.05)	0*	-.16(.04)	0*
SUHONN	.44(.03)	0*	-.25(.04)	.24(.04)	-.34(.04)
TYYTVAP	-.15(.03)	0*	.12(.04)	-.15(.04)	0*
MYÖNT	0*	.17(.05)	0*	0*	0*
TARP	0*	-.17(.05)	0*	0*	0*
VAIK	0*	0*	-.20(.03)	.14(.03)	0*
R ²	.60	.20	.48	.38	.30

Estimoidun mallin jäännösvarianssit sekä vapaina estimoidut jäännöskovarianssit ovat kaikki tilastollisesti merkitseviä.

Taulukko 5.15. Estimoidun mallin riittävyysindeksit.

$\chi^2(28)=35.13,$	$p\text{-arvo}=.17$
GFI=.99, NFI=.95, RMSEA=.03	
RMR=.024, SRMR=.025	
AIC=253.66	

Estimoinnissa mallin yhteensopivuustestin tulokseksi saadaan $\chi^2(28)=35.13$ ja $p\text{-arvo}=.17$ eli mallia voidaan tältä osin pitää riittävänä. Myös GFI=.99 ja NFI=.95 sekä approksimointivirhe RMSEA=.03<.05 kertovat mallin sopivuudesta. Selitysasteet ovat tässäkin mallissa kohtalaisia .20-.60. Mallin parametrit ovat tilastollisesti kelvollisia ja keskivirheet ovat pieniä .03-.05. Estimoitua usean yhtälön regressiomallia voidaan pitää tilastollisesti riittävänä.

Yhteenveto toisesta mallista

Toisen mallin tulkinta on muuten lähes sama kuin ensimmäisen mallin, paitsi että nyt mukana ovat suhtautumista nykyiseen tai viimeksi käytyyn kouluun mittaavat muuttujat: myönteisyys, tarpeellisuus ja vaikeus.

Muutoksia edelliseen malliin ovat ammatin merkitys (AMMMERK) ja lahjakkuustestin tulos (ITPA) muuttujien vaikutuksen katoaminen mallista. Lisäksi kiinteän parisuhteen puuttuminen ei tässä mallissa vaikuta sosiaaliseen tukeen. Yleinen myönteisyys koulunkäyntiä kohtaan (MYÖNT) vaikuttaa pysähtyneeseen tyytyväisyyteen, eli myönteisesti koulunkäyntiin suhtautuvat nuoret kokevat itsensä tyytyväisemmiksi nykyisellään. Toisaalta koulunkäynnin tarpeelliseksi kokeminen (TARP) ei lisää tyytyväisyyttä nykyiseen tilanteeseen. Ehkä voidaan ajatella, että henkilöt, joiden mielestä koulunkäynti on erittäin tarpeellista, eivät koe vielä itseään tyytyväiseksi nykytilanteessa, jossa opinnot ovat vielä kesken. Koulunkäynnin vaikeus (VAIK) vaikuttaa oman kehityksen hallinnan tunteeseen. Koulunkäynnin vaikeaksi kokevat nuoret eivät koe hallitsevansa omaa kehitystään, niin hyvin kuin muut. Lisäksi koulunkäynnin vaikeudella on yhteys depressiivisyyteen. Koulunkäynnin vaikeaksi kokevilla on hieman enemmän depressiivisyyttä kuin muilla nuorilla aikuisilla.

6. Yhteenveto

Tutkielmassa on tarkasteltu konfirmatorista faktorimallia ja sen rakentamista vaihe kerrallaan. Konfirmatorisen faktorianalyysin lähtökohtana on käytetty eksploratiivisen faktorianalyysin antamia tuloksia faktoreiden lukumäärästä mallissa. Konfirmatoriselle faktorimallille on suoritettu erilaisia riittävyystarkasteluja, sekä koko mallia koskevia, että muuttuja-, parametri- ja havaintokohtaisesti. Konfirmatorisen faktorimallin avulla on estimoitu faktoripistemäärien painokertoimet, joista on muodostettu uudet faktoripistemäärämuuttujat rakenneyhtälömallin rakentamista varten. Faktoripistemäärämuuttujien sekä mahdollisten selittävien muuttujien välistä polyseriaalista korrelaatiomatriisia käytetään lähtökohtana rakenneyhtälömallin rakentamiselle.

Tässä tutkielmassa saadut empiiriset tulokset liittyvät nuorten aikuisten onnellisuuteen ja omaan elämänhallintaan sekä käsitykseen omasta itsestään. Suomalaisten 23-27-vuotiaiden nuorten aikuisten onnellisuutta ja elämänhallintaa käsittelevälle aineistolle on rakennettu konfirmatorinen faktorimalli sekä rakenneyhtälömalleja. Vaikka rakennettua viiden faktorin konfirmatorista faktorimallia ei voitu riittävyystarkastelujen osalta todeta riittäväksi, on mallia kuitenkin käytetty jatkotarkasteluissa sillä perusteella, että malli on sisällöllisesti tulkinnallinen ja mielekäs. Tutkimusaineistolle rakennetun viiden faktorin mittausmallin avulla estimoituja faktoripistemäärämuuttujia on käytetty rakenneyhtälömallien rakentamisessa. Lisäksi faktoreita selittäviksi muuttujiksi on valittu aikaisemmilta mittauskerroilta, varhaislapsuudesta sekä myöhemmältä iältä muuttujia, joilla on näyttänyt olevan vaikutusta tutkittavien henkilöiden onnellisuuteen ja elämänhallintaan aikuisiässä. Rakenneyhtälömallin muodostamista tutkimusaineistolle käsittelevässä luvussa on esitetty kaksi eri rakenneyhtälömallia, joista toisessa on mukana suhtautumista viimeksi käytyyn kouluun mittaavat faktorit.

Lähteet

- Bentler, P.M. ja Bonett, D.G. (1980): Significance tests and goodness of fit in the analysis of covariance structures. *Psychological Bulletin* 88, 588-606.
- Blåfield, L. & Kuusinen, J. (1974): Suomalaisen ITPA:n psykometriset ominaisuudet. Jyväskylä: Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisuja 241.
- Jöreskog, K.G. (1969): *A general approach to confirmatory factor analysis*. *Psychometrika* 34, 183-202.
- Jöreskog, K.G. (1981): Basic Issues in the application of LISREL. *Data*, 1-6.
- Jöreskog, K.G. ja Sörbom, D. (1979): *Advances in Factor Analysis and Structural Equation Models*. Cambridge, Mass: Abt Books.
- Jöreskog, K. G ja Sörbom, D. (1981): *LISREL V. Analysis of linear relationships by maximum likelihood and least squares methods*. University of Uppsala, Department of Statistics. Research Report 81-8.
- Jöreskog, K.G. ja Sörbom, D. (1996): *LISREL 8: User's Reference Guide*. Chicago, IL: Scientific Software International.
- Kuusinen, J. & Blåfield, l. (1974): *Suomalaisen ITPA:n faktorirakenne*. Jyväskylä: Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisuja 225.
- Lawley, D.N. ja Maxwell, A.E. (1971): *Factor analysis as a Statistical Method*. London: Butterworths
- Leskinen, E. (1987): *Faktorianalyysi. Konfirmatoristen faktorimallien teoria ja rakentaminen*. Jyväskylän yliopiston tilastotieteen laitoksen julkaisuja 1/1987.

Nummenmaa, T., Konttinen, R., Kuusinen, J. ja Leskinen, E. (1997): *Tutkimusaineiston analyysi*. Porvoo: WSOY

Saarikivi, S. (2000): *Konfirmatorisista faktorimalleista ja rakenneyhtälömalleista, 30 vuoden seuraututkimus: Suhtautuminen nykyiseen tai viimeksi käytyyn kouluun aikuisiässä*. Tilastotieteen pro gradu –tutkielma. Jyväskylän yliopiston tilastotieteen laitos.

SPSS Inc. (1983): *SPSS^X User's Guide*. New York. McGraw-Hill.

Sörbom, D. (1986): *Model modification*. University of Uppsala. Department of Statistics. Research Report 86-3.

Tucker, L.R. ja Lewis, C. (1973): A reliability coefficient for maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika* 38, 1-10.

Wonnacott, R.J. & Wonnacott, T.H. (1979): *Econometrics*. Second Edition. New York: Wiley.

Liitteet

Liite 1.

Jyväskylän yliopisto

Kasvatustieteen laitos

Koulutus- ja työura kyselylomake

Henkilökohtaisia näkemyksiä elämäntilanteestasi

1. Koetko onnistuneesi elämässäsi?

- 1 Olen onnistunut elämässäni yli odotusten
- 2 Olen onnistunut elämässäni melko hyvin
- 3 En ole onnistunut enkä epäonnistunut elämässäni
- 4 Olen osittain epäonnistunut elämässäni
- 5 Olen epäonnistunut elämässäni

2. Tuntuuko sinusta siltä, että elämäsi juuri nyt on:

- 1 Hyvin kiinnostavaa
- 2 Melko kiinnostavaa
- 3 En osaa sanoa
- 4 Melko ikävää
- 5 Hyvin ikävää

3. Tuntuuko sinusta siltä, että elämäsi juuri nyt on:

- 1 Hyvin onnellista
- 2 Melko onnellista
- 3 En osaa sanoa
- 4 Melko onnetonta
- 5 Hyvin onnetonta

4. Tuntuuko sinusta siltä, että juuri nyt olet:

- 1 Hyvin yksinäinen
- 2 Melko yksinäinen
- 3 En lainkaan yksinäinen

Vastaa seuraaviin väittämiin valitsemalla vaihtoehtoista se, mikä pitää mielestäsi sinun kohdallasi paikkansa. Vastausvaihtoehdot ovat:

1=täysin eri mieltä, 2=eri mieltä, 3=en osaa sanoa, 4=samaa mieltä, 5=täysin samaa mieltä

5. Olen saavuttanut sen, mitä olen asettanut kehitykselleni tavoitteeksi	1	2	3	4	5
6. Olen tyytyväinen itseeni nykyisellään, enkä tavoittele muutoksia	1	2	3	4	5
7. Uskon siihen, että voin vaikuttaa kehitykseeni	1	2	3	4	5
8. Läheisyydessäni on ihmisiä, jotka tukevat minua	1	2	3	4	5
9. Tunnen itseni epätoivoiseksi	1	2	3	4	5
10. Minulla on vahva tahto	1	2	3	4	5
11. Suhtaudun asioihin luottavaisesti	1	2	3	4	5
12. Pystyn toteuttamaan sen, minkä asetan tavoitteeksi	1	2	3	4	5
13. Tunnen helpotusta ponnistelujeni tulosten takia	1	2	3	4	5
14. Olen pettynyt itseeni	1	2	3	4	5
15. Omat kykyni ja ponnisteluni ovat ratkaisevia menestyksessäni	1	2	3	4	5
16. Olen ylpeä saavutuksistani	1	2	3	4	5
17. Epäonnistuessani syy on itsessäni	1	2	3	4	5
18. Häpeän kyvyttömyyttäni	1	2	3	4	5
19. Muut ihmiset ovat vaikeuttaneet päämäärieni saavuttamista	1	2	3	4	5
20. Olen vihainen muille heidän aiheuttamistaan hankaluuksista	1	2	3	4	5
21. Menestymiseni kannalta on ollut ratkaisevaa muiden ihmisten tuki	1	2	3	4	5
22. Olen kiitollinen muille tuesta	1	2	3	4	5

Liite 2.

Analyyseissä mukana olleet mahdolliset selittävät muuttujat.

- Sukupuoli, SP (1=poika, 2=tyttö)
- Lahjakkuus, ITPA (1-12)
- Kaikkien aineiden keskiarvo 9. luokalla, KKA9
- Lukuaineiden keskiarvo 9. luokalla, LKA9
- Ylioppilas, YO (1=kyllä, 2=ei)
- Yksinhuoltajaperhe, YHP (1=kyllä, 2=ei)
- Isän äyrit -72, IÄ72
- Isän äyrit 80-luvulla, IÄ80
- Äidin äyrit -72, ÄÄ72
- Äidin äyrit 80-luvulla, ÄÄ80
- Paikallisyhteisyys, PAIKYHT 1-5 (1=Muuuttaisi varmasti, jos saisi paremmat olot muualla, 5=ei muuttaisi, vaikka saisi paremmat olot muualla)
- Tyytyväisyys asumistilanteeseen, TYYTASUM 1-5 (1=erittäin tyytymätön, 5=erittäin tyytyväinen)
- Koulutusaika kuukausina, KOAIKK
- Alemman keskiasteen tutkinto, AKTU (1=kyllä, 0=ei)
- Ylemmän keskiasteen tutkinto, YKTU (1=kyllä, 0=ei)
- Alimman korkea-asteen koulutus, AKAKO (1=kyllä, 0=ei)
- Alemman kandidaattiasteen koulutus, AKDKO (1=kyllä, 0=ei)
- Ylemmän kandidaattiasteen koulutus, YKDKO (1=kyllä, 0=ei)
- Koulutuksen valintaan eniten vaikuttanut syy, KOULSYYY (1=taloudelliset syyt, kuten palkka, 2=kiinnostus sitä työtä kohtaan, johon koulutuksesta valmistuu, 3=vanhempien toivomus, 4=koulutuksen valinta oli sattuma)
- Tyytyväisyys ammattia tai ammattitavoitetta koskevaan valintaan, TYYTAMM 1-5 (1=erittäin tyytymätön, 5=erittäin tyytyväinen)
- Koulutukseen liittyvien suunnitelmien toteutuminen, SUUNTOT 0-4 (0=ei ole ollut varsinaisia suunnitelmia, 4=ne ovat toteutuneet lähes täysin)
- Suhtautuminen nykyiseen tai viimeksi käytyyn kouluun: Myönteisyys, MYÖNT
- Suhtautuminen nykyiseen tai viimeksi käytyyn kouluun: Tarpeellisuus, TARP

- Suhtautuminen nykyiseen tai viimeksi käytyyn kouluun: Vaikeus, VAIK
- Pääasiallinen toiminto tutkimushetkellä, TTUTKH
- Työelämän suunnitelmien toteutuminen, TYÖSUUN 1-5 (1=minulla ei ole ollut varsinaisia suunnitelmia, 5=ne ovat toteutuneet lähes täysin)
- Ammatin tärkeys eli jatkaisiko työntekoa, vaikka saisi rahaa niin paljon, että voisi elää tekemättä työtä, AMMTARKE 1-4 (1=jatkaisin työntekoa, 5=lopettaisin työnteon kokonaan)
- Tyytyväisyys taloudelliseen tilanteeseen, TALOUTIL 1-5 (1=erittäin tyytymätön, 5=erittäin tyytyväinen)
- Pari- ja perhesuhteet, PARISUH, koodattu kolmiluokkaiseksi 1-3 (1=ei seurustele, 2=seurustelee satunnaisesti/vakituisesti, 3=avoliitossa/avioliitossa)
- Parisuhteen onnellisuus, SUHONN, 1-5 (1=hyvin onnellinen, 5=hyvin onneton)
- Suhteet vanhempiin ja sisaruksiin, SUHTVANH, 1-5 (1=hyvät ja avoimet, 5=riitaisat)
- Tyytyväisyys vapaa-ajan sisältöön, TYYTVAP 1-5 (1=erittäin tyytymätön, 5=erittäin tyytyväinen)

Liite 3.

Tutkimusaineiston muuttujien välinen polykorinen korrelaatiomatriisi. N=436

	OELÄ	EKII	EONN	YKS	KETA	TNYK	VKEH	VTAH	TTAV	THPO	KPME
OELÄ	1.00										
EKII	.58	1.00									
EONN	.57	.71	1.00								
YKS	-.45	-.43	-.69	1.00							
KETA	-.35	-.25	-.13	.16	1.00						
TNYK	-.22	-.25	-.24	.30	.55	1.00					
VKEH	-.28	-.28	-.17	.16	.01	-.15	1.00				
VTAH	-.38	-.25	-.18	.28	.09	.12	.28	1.00			
TTAV	-.42	-.36	-.28	.27	.23	.18	.40	.53	1.00		
THPO	-.23	-.09	-.06	.03	.08	.04	.35	.30	.33	1.00	
KPME	-.27	-.22	-.22	.07	.06	-.08	.60	.26	.35	.41	1.00
YLSA	-.44	-.31	-.25	.19	.20	.07	.28	.37	.34	.40	.51
EPÄT	.49	.51	.52	-.50	-.14	-.10	-.44	-.35	-.37	-.10	-.29
LUOT	-.38	-.33	-.33	.26	.20	.14	.33	.37	.39	.23	.22
PET	.56	.49	.51	-.43	-.26	-.28	-.38	-.36	-.43	-.26	-.36
HKYV	.31	.27	.30	-.33	-.08	-.14	-.29	-.21	-.27	-.09	-.22
VPSA	.22	.12	.20	-.25	-.11	-.06	-.22	-.13	-.21	-.16	-.13
HANK	.27	.32	.30	-.20	-.01	.00	-.24	-.07	-.18	-.03	-.14
LTUK	-.36	-.33	-.43	.40	-.01	-.05	.40	.27	.21	.14	.35
MUTU	-.22	-.26	-.27	.19	-.02	-.01	.24	.09	.10	.20	.28
KITU	-.28	-.28	-.23	.14	.00	-.05	.28	.16	.17	.23	.35
	YLSA	EPÄT	LUOT	PET	HKYV	VPSA	HANK	LTUK	MUTU	KITU	
YLSA	1.00										
EPÄT	-.28	1.00									
LUOT	.23	-.47	1.00								
PET	-.42	.71	-.43	1.00							
HKYV	-.18	.48	-.18	.49	1.00						
VPSA	-.07	.36	-.24	.34	.29	1.00					
HANK	.01	.48	-.23	.32	.38	.50	1.00				
LTUK	.26	-.42	.29	-.27	-.23	-.22	-.33	1.00			
MUTU	.27	-.26	.21	-.23	.01	-.06	-.07	.38	1.00		
KITU	.31	-.28	.31	-.28	-.04	-.05	-.11	.49	.63	1.00	

Liite 4.

Faktoripistemäärämuuttujien (F1, F2, F3, F4, F5) ja suorien summien (S1, S2, S3, S4, S5) sekä mahdollisten selittävien muuttujien välinen polyseriaalinen korrelaatiomatriisi. N=416

	F1	F2	F3	F4	F5	S1	S2	S3	S4	S5
SP	-.137	-.095	.008	-.007	.230	-.089	-.089	-.046	-.020	.126
ITPA	-.090	.021	.177	-.136	.160	-.108	.008	.207	-.164	.077
KKA9	-.116	-.025	.144	-.105	.184	-.162	-.010	.165	-.138	.133
LKA9	-.098	-.015	.132	-.078	.154	-.152	.007	.176	-.128	.116
YO	.077	-.034	-.060	.096	-.133	.079	-.043	-.062	.102	-.028
YHP	-.167	.244	-.341	-.066	.069	-.064	.077	-.103	-.015	.027
IÄ72	-.132	-.053	.043	-.110	.030	-.140	.005	.085	-.101	-.020
IÄ80	-.081	-.038	.052	-.064	.069	-.123	.011	.107	-.056	.099
ÄÄ72	.002	.024	.018	.009	.001	-.005	.011	-.006	.026	-.055
ÄÄ80	-.073	.049	.149	-.095	.111	-.094	.071	.161	-.070	.068
PAIKYHT	-.151	.094	-.057	-.095	.025	-.148	.101	-.045	-.070	-.032
TYYTASUM	-.327	.038	.187	-.227	.191	-.300	.020	.124	-.145	.138
KOAIKK	-.021	-.039	.082	.002	.051	-.054	-.001	.113	-.008	-.017
AKTU	.032	.023	-.134	-.000	-.101	.041	.023	-.110	.019	-.088
YKTU	-.093	-.046	.094	-.083	.133	-.071	-.030	.056	-.070	.111
AKAKO	.011	-.031	.069	-.095	.063	-.006	-.042	.044	-.082	.094
AKDKO	-.070	.051	.086	-.064	.066	-.061	.063	.097	-.058	.021
YKDKO	-.017	.006	.081	.065	.048	-.046	.005	.104	.031	.005
KOULSYY	.051	.026	-.175	.041	-.040	.096	-.043	-.189	.059	-.006
TYYTAMM	-.229	.122	.245	-.286	.138	-.237	.178	.219	-.228	.123
SUUNTOT	-.326	.096	.442	-.395	.306	-.344	.186	.406	-.314	.227
MYÖNT	-.120	.057	.247	-.188	.170	-.129	.074	.248	-.223	.138
TARP	-.109	-.165	.344	-.220	.203	-.100	-.175	.312	-.232	.151
VAIK	.244	-.055	-.323	.330	-.184	.263	-.052	-.309	.305	-.164
TTUTKH	-.035	-.033	.042	.004	.017	-.057	.022	-.045	.021	-.102
TYÖSUUN	-.263	.112	.230	-.255	.213	-.289	.181	.204	-.226	.190
AMMTARKE	.089	.022	-.250	.113	-.199	.107	-.012	-.265	.090	-.173
AMMMERK	-.238	.136	.265	-.308	.179	-.282	.231	.295	-.319	.206
TALOUTIL	-.316	.169	.138	-.272	.063	-.364	.231	.203	-.215	.027
PARISUH	-.414	.170	.179	-.272	.215	-.366	.127	.162	-.190	.124
SUHONN	.611	-.101	-.289	.381	-.415	.511	-.063	-.171	.254	-.230
SUHTVANH	.233	-.081	-.184	.231	-.240	.230	-.066	-.164	.195	-.241
TYYT VAP	-.418	.143	.208	-.366	.209	-.410	.148	.186	-.301	.093