

1424

KAHDEN ALKUOPETUKSEN MATEMATIIKAN OPPIKIRJA -SARJAN DIDAKTINEN  
ANALYYSI

Päivi Perkkilä

Lisensiaatin tutkimus  
Opettajankoulutuslaitos  
Jyväskylän yliopisto  
Syksy 1998

# SISÄLLYS

JOHDANTO .....	1
2. MATEMATIIKAN OPETUKSEN KEHITYKSESTÄ .....	3
2.1. Matematiikan opetuksen kehitysvirtauksista ulkomailla .....	3
2.2. Matematiikan opetuksen kehityksestä suomalaisessa peruskoulussa .....	5
3. KONSTRUKTIVISTISISTA SUUNTAUKSISTA .....	10
3.1. Mitä on konstruktivismi? .....	10
3.2. Heikko konstruktivismi .....	12
3.3. Radikaali konstruktivismi .....	13
3.4. Sosiaalinen konstruktivismi .....	15
3.5. Lokaali konstruktivismi .....	16
4. YLEISTÄ OPPIKIRJATUTKIMUKSISTA .....	17
5. TUTKIMUKSEN VIITEKEHYKSEN KONSTRUIOINTI .....	20
5.1. Peruskoulun ensimmäisen ja toisen luokan matematiikan opetussuunnitelma 1985 .....	20
5.2. Matematiikan uuden opetussuunnitelman 1994 tarkastelua ja arviointia .....	23
5.3. Mitä on alkuopetus? .....	28
5.4. Alkuopetusikäinen lapsi ja konstruktivistinen matematiikan oppiminen .....	30
5.5. Konstruktivistinen matematiikan oppikirja .....	34
5.5.1. Käsitteistä ja niiden oppimisesta .....	37
5.6. Tutkimuksen ongelmat .....	43
6. TUKIMUSMENETELMÄT .....	44
6.1. Analysoitavat oppikirjat .....	44
6.2. Tutkimusmenetelmä .....	45
6.2.1. Didaktinen analyysi .....	45
6.2.2. Didaktisen analyysin ensimmäinen osa: luokitusrungon laatiminen ..	46
6.2.2.1. Rutiini- eli standarditehtävät .....	47
6.2.2.2. Käsitteenmuodostukseen liittyvät tehtävätyypit .....	51
6.2.2.3. Hahmottamistehtävät .....	53
6.2.2.4. Pulmatehtävät .....	53
6.2.2.5. Ongelmatehtävät .....	55
6.2.2.6. Sovellustehtävät .....	55
6.2.2.7. Luokittelutehtävät .....	56
6.2.2.8. Tilastolliset tehtävät .....	56
6.2.3. Toinen osa didaktista analyysia: keskeiset käsitteet alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa .....	56
6.3. Didaktinen analyysi kokonaisuudessaan .....	57
6.3.1. Didaktisen analyysin ensimmäinen osa .....	58
6.3.2. Didaktisen analyysin toinen osa .....	59
7. AINEISTON KÄSITTELY .....	61
7.1. Tutkimuksen uskottavuus .....	61

7.2. Luotettavuus .....	62
7.3. Validiteetti .....	64
<b>8. TULOKSET JA NIIDEN TULKINTA .....</b>	<b>66</b>
8.1. Yleistä Laskutaito -sarjan matematiikan oppikirjoista .....	66
8.2. Yleistä Mieti ja laske -sarjan oppikirjoista .....	67
8.3. Didaktisen analyysin ensimmäinen osa .....	70
8.3.1. Laskutaitosarjan ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjat .....	71
8.3.2. Mieti ja laske -sarjan ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjat ..	81
8.3.3. Laskutaitosarjan toisen luokan matematiikan oppikirjat .....	90
8.3.4. Mieti ja laske -sarjan toisen luokan matematiikan oppikirjat .....	97
8.4. Didaktisen analyysin toinen osa .....	103
8.4.1. Käsitteenmuodostusprosessit Laskutaito -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa .....	104
8.4.1.1. Lukukäsite Laskutaito -sarjan oppikirjoissa .....	104
8.4.1.2. Yhteen- ja vähennyslaskun käsitteet Laskutaito -sarjan oppikirjoissa .....	107
8.4.1.3. Jako- ja kertolaskun käsitteet Laskutaito-sarjan oppikirjoissa .....	108
8.4.1.4. Mittaamisen käsite Laskutaito -sarjan oppikirjoissa .....	109
8.4.2. Käsitteenmuodostusprosessit Mieti ja laske -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa .....	110
8.4.2.1. Lukukäsite Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa .....	110
8.4.2.2. Yhteen- ja vähennyslaskun käsitteet Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa .....	110
8.4.2.3. Jako- ja kertolaskun käsitteet Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa .....	113
8.4.2.4. Mittaamisen käsite Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa .....	113
<b>9. YHTEENVETO TUTKIMUSTULOKSISTA .....</b>	<b>115</b>
9.1. Yhteenveto didaktisen analyysin toisesta osasta tutkituissa alkuopetuksen oppikirjoissa .....	115
9.2. Laskutaito -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen luonnekuvaus ..	117
9.3. Mieti ja laske -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen luonnekuvaus .....	121
<b>10. TULOSTEN POHDINTAA .....</b>	<b>126</b>
10.1. Tutkimustulosten vertailua ulkomaiseen matematiikan opetukseen .....	126
10.2. Tutkimustulosten tarkastelua teorian ja tutkimusongelmien valossa .....	128
10.3. Käytännön näkökohtia ja suosituksia .....	131
<b>LÄHTEET .....</b>	<b>133</b>
<b>LIITTEET .....</b>	<b>142</b>

## 1. JOHDANTO

Viime aikoina on käyty keskustelua matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tilasta. Keskutelun ja tutkimusten seurauksena on alettu kehittää erityisesti näitä alueita laatimalla valtakunnallisia kehittämiohjelmia (Luma -projektit). Ohjelmien avulla halutaan parantaa matematiikan ja luonnontieteiden osaamista. Tämä tutkimus liittyy matematiikan opetukseen, erityisesti sen didaktiikkaan. Tutkimuksen aiheena on kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjan tehtävärakenteen didaktinen rakenne. Tällä tutkimuksella halutaan kiinnittää huomiota alkuopetuksen matematiikan tehtävärakenteeseen ja siihen, millaiseen matematiikan oppimiseen ja opetukseen oppikirjat opettajaa ja oppilasta ohjaavat. Pääongelmana on se, että ovatko oppikirjat uuden oppimiskäsityksen mukaisia ja ohjaavatko ne ymmärtävään käsitteiden oppimiseen, missä otetaan huomioon lapsen kehitystaso. Tutkimuksessa on myös selvitetty, millaiseen arviointiin oppikirjat ohjaavat. Tutkimusmenetelmänä tehtävärakenteen määrittelemisessä on käytetty sisällön analyysia. Oppikirjojen käsitteenmuodostusta on tutkittu vertaamalla sitä systemaattisen konstruktivismin mukaiseen käsitteenmuodostukseen. Edellä mainituista menetelmistä tutkija käyttää nimitystä didaktinen analyysi.

Oppikirjoja on lähdetty tarkastelemaan tässä seuraavista teoreettisluonteisista näkökulmista:

- \* Millainen on matematiikan opetuksen kehitys meillä ja muualla?
- \* Konstruktivistisen oppimiskäsityksen suuntauksista.
- \* Vuosien 1985 ja 1994 opetussuunnitelmat alkuopetuksessa.
- \* Millainen on alkuopetusikäisen lapsen kehitystaso?
- \* Millainen on konstruktivistinen käsitteenmuodostus?
- \* Millainen on konstruktivistinen oppikirja?

Tutkimuskohteena on ollut kaksi alkuopetuksen matematiikan oppikirja -sarjaa: Mieti ja laske -sarja sekä Laskutaito -sarja (Liite 1). Sarjoista on tutkittu myös juuri ennen opetus-

suunnitelmauudistusta ilmestyneet alkuopetuksen matematiikan oppikirjat sekä opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen ilmestyneet alkuopetuksen matematiikan oppikirjat. Näin on haluttu saada selville myös opetussuunnitelmauudistuksen vaikutukset oppikirjoihin. Kyseiset kirjasarjat valittiin tutkimuskohteiksi, koska ne näyttivät olevan opetusmentelmiltään mainonnan perusteella erilaisia. Tutkimuksessa on haluttu saada kuvaa myös siitä, vahvistavatko oppikirjojen rakenteet oppikirjasidonnaista opetusta. Koska tutkimuksessa on tyydytty tarkastelemaan tehtävärakennetta ja käsitteenmuodostusta alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen pohjalta, niin tämä antaa aihetta jatkotutkimukselle käytännön opetustilanteissa.

## **2. MATEMATIIKAN OPETUKSEN KEHITYKSESTÄ**

### **2.1. Matematiikan opetuksen kehitysvirtauksista ulkomailla**

Monissa maissa matematiikan opetussuunnitelma koskee jo lastentarha-ikäisiä lapsia. Näin on esimerkiksi USA:ssa ja Japanissa. Useimmiten matematiikan yhteiskunnallinen merkitys kehittämisen välineenä on otettu paremmin huomioon kuin Suomessa ja opetuksen kehittämiseen on uhrattu paljon varoja. Niinpä esimerkiksi kylmän sodan aikana USA ja sen liittolaiset katsoivat kulttuurisodan olevan matematiikkasota ja erityisesti koulumatematiikasta lähtien. Kun silloinen Neuvostoliitto lähetetti v. 1957 Sputnikin maata kiertävälle radalle syntyi USA:ssa paniikin kaltainen huoli. Uskottiin, että vihollisella olisi teknologinen etumatka ja valtion taholta käynnistettiin mittava matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen kriisi-ohjelma (vrt. Suomessa tänään). Tässä yhteydessä uudistettiin koko matematiikan opetus perinpohjaisesti. Uusi sukupolvi haluttiin kouluttaa kilpailijamaita pätevämmäksi. Uudistus sai lennokkaan nimen New Math eli uusi matematiikka. Uudistus levisi hiljalleen myös muihin länsimaihin, kuten Suomeen 1970-luvulla, mutta sosialistiset maat "säestyivät" siltä osaksi eristäytyneisyytensä osaksi kriittisyytensä vuoksi. Epäonnistuneen New Math -liikkeen myötä haluttiin palata takaisin perusteisiin. Syntyi Back to Basics-liike, joka johti perusrutiinien harjoittamiseen. Back to Basics-liikkeen vastustuksen myötä NTCM julkaisi teesinsä, joissa painotettiin ongelmanratkaisua. Tällä kaudella tehtiin useita koulumatematiikkaa koskevia tutkimuksia, joiden tulokset herättivät paljon keskustelua ja huolestuneisuutta. Tutkijoiden mukaan lapset eivät saaneet sellaisia valmiuksia, että selviytyisivät arkipäivän ongelmista. Tästä syystä esimerkiksi Yhdysvalloissa tuettiin ja kannustettiin matematiikan opetuksen kehittämistä. Tämän selvitystyön tuloksena syntyivät mm. opetussuunnitelman ja arvioinnin standardit. Englannissa taas Cockroftin raportti (1982) sai matematiikan opetuksen uudistamisen liikkeelle. Syntyi uusi kansallinen opetussuunnitelma (HMSO 1989) sekä uusi oppilasarvioinnin järjestelmä. Uudis-

tuksessa suosittiin vapaita ongelmanratkaisuympäristöjä, joissa oppilas hankkii matemaattista tietoa sopivissa asiayhteyksissä. Euroopan maista etenkin Hollannissa matematiikan ja luonnontieteiden kehittäminen on ollut vilkasta. Erityisesti Freundenthal-instituutti on vaikuttanut voimakkaasti opetuksen kehittämiseen. Sen ansiosta on syntynyt matematiikan opetuksen realistinen teoria. Hollannissa 1980-luvulla perustetut pedagogiset tukikeskukset auttavat kouluja opetuksen uudistuspyrkimyksissä. Kokeilukouluissa ei ole tavallista luokkajakoa, vaan oppilaat on jaettu ryhmiin, joiden sisällä ikä vaihtelee 2-3 vuotta. Opetuksessa käytetään apuna monipuolista toimintamateriaalia. (Haapasalo 1994, 143-148; Lingren 1990, 80.) Jos verrataan USA:n ja Hollannin opetuskäytäntöjä, niin Hollannissa opettaja on vahva asiantuntija, kun taas USA:ssa opettajan roolissa on enemmän kouluhallinto kuin opettaja. Työmuodot ovat Hollannissa monipuolisempia kuin USA:ssa. Amerikkalaiset oppikirjat ovat yleensä selkeärakenteisia ja tehtäviin löytyy vain yksi ainoa oikea vastaus. Tehtävien liittyminen käytäntöön on vain näennäistä. (Haapasalo 1994, 148.) Matematiikan opetuksen puutteita sekä Hollannissa että USA:ssa ovat mm. seuraavat:

- \* opetuksen köyhyys
- \* matematiikan rutiinien ja perustaitojen osaamattomuus
- \* selkeiden ja perusteltujen tavoitteiden puuttuminen
- \* luotettavan arvioinnin puuttuminen

(Haapasalo 1994, De Langen mukaan, 143-148.)

Matemaattisella kehityksellä on tärkeä merkitys kansakuntien menestymiselle taloudellisessa ja teknologisessa kehityksessä. Esimerkkinä tällaisesta ajattelusta voidaan mainita Japani, jossa luonnontieteillä on erittäin vahva asema. Japanissa uusittiin opetussuunnitelmat vuonna 1989 aina lastentarhasta lukioon saakka vahvasti ongelmanratkaisua painottaen. Japanilaisessa koululaitoksessa on matematiikkaa ala-asteen toiselta luokalta lähtien koko ala-asteen aikana 175 tuntia lukuvuodessa, mikä toisella luokalla on noin 19 % kokonaistuntimäärästä. Vertailun vuoksi mainittakoon, että Suomessa matematiikkaa on noin 10 % kokonaistuntimäärästä. Japanilaisessa koululaitoksessa ei missään vaiheessa siirrytä symboleilla laskemiseen ennen kuin oppilas on omakohtaisen kokeilun ja kokemuksen kautta ymmärtänyt opittavan käsitteen tai operaation merkityksen. Japanilaiset lapset oppivat myös "puhumaan matematiikkaa"

ennen symbolimerkintöjä. Tämä tarkoittaa sitä, että ensimmäisten koulukuukausien aikana tutustutaan lukujen ominaisuuksiin, ilman että luvuille on opittu mitään symbolimerkintöjä. Japanilaisessa koulussa ei anneta valmiita määritelmiä tai sääntöjä, vaan oppilaiden on itse keksittävä ne sopivan materiaalin avulla. Opetus etenee induktiivisesti yksittäisistä esimerkeistä yleisiin määritelmiin. Tällainen opetustapa on oppilaita aktivoiva, mutta myös odottamattomia poikkeuksia tuottava (Lahdes 1997, 180). Japanilaiset siis painottavat matemaattisen ajattelukyvyyn kehittämistä kaiken matematiikan kasvatuksen tärkeimpänä päämääränä. (Lingren 1990, 85-87.) Monet länsimaat ovat seuranneet lähinnä USA:n esimerkkiä (vrt. Suomi). Myös DDR:ssä suoritettiin 1980-luvulla opetussuunnitelmauudistus ongelmanratkaisun suuntaan. Itäisessä naapurimaassa Venäjällä on myös lähdetty uudistamaan matematiikan opetusta. Tällä hetkellä käsitteenmuodostusta painottavia ohjelmia on kehitelty päiväkotij- ja esikouluikäisiä lapsia varten. Tällaisia ohjelmia ovat esimerkiksi sateenkaariohjelma, tietokoneavusteisen matematiikan opetusohjelma sekä kehitysohjelma, joka painottaa esikoululaisen matematiikkalahjakkuuteen kehittämistä. Sateenkaariohjelmaa käytetään myös Suomessa Galinka -päiväkodissa Helsingissä. Matematiikan opetus alkaa jo 3-vuotiaille. Matematiikka yhdistetään lapsen sensoriseen kehitykseen. Venäläisessä mallissa on perustana vankka teoreettinen pohja, jossa käytetään hyväksi mm. Vygotskin tutkimuksia. (Sterkina, henkilökohtainen tiedonanto 12.05.1998.) Yleisesti matematiikan opetuksen luonne on muuttumassa jatkuvasta tehtävien drillauksesta toiminnallisempaan suuntaan kohti ongelma-keskeisiä oppimisympäristöjä. Tosin opettajat ovat aivan uudenlaisten vaatimusten edessä. Nyt halutaan, että asiat ymmärretään, mikä on konstruktivismin keskeinen tavoite. Toivottavasti tämä kehitys jatkuu. (Haapasalo 1994,143-153.)

## **2.2. Matematiikan opetuksen kehityksestä suomalaisessa peruskoulussa**

Suomalaisen peruskoulujärjestelmän juuret ovat 1950-luvulla, jolloin peruskoulun rakenteellinen muutos alkoi. Yksityiskohtainen peruskoulun opetussuunnitelma esitettiin peruskoulun opetussuunnitelmakomitean mietinnössä vuonna 1970. Tätä opetussuunnitelmaa ryhdyttiin



toteuttamaan peruskoulukokeilua suorittaneissa kunnissa heti vuonna 1970, mutta yleisesti peruskoulujärjestelmään siirryttiin vaiheittain. Kouluhallitus vahvisti peruskoulua koskevan opetussuunnitelma -mallin vuonna 1972 noudatettavaksi kaikissa kunnissa. (Malinen 1985, 26-27.)

Peruskoulun matematiikan opetussuunnitelma ja opetus on kulkenut monien kehitysvaiheiden läpi kahden viimeisen vuosikymmenen aikana. Kuparin (1993, 123) mukaan näissä kehitysvaiheissa on erotettavissa kolme selkeää linjaa:

\* Ensimmäinen kehitysvaihe oli uusi matematiikka 1970-luvun alussa, mikä aiheutti vakavia ongelmia opetuksessa. Yksi vakavimpia seurauksia oli se, että joukko-opin määrän lisäämisen myötä peruslaskutoimitukset unohdettiin. Sekä opettajat että lasten vanhemmat olivat hyvin hämmentyneitä tilanteesta. Jopa ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjoista saattoi löytää määriteltynä käsitteet 'avoin lause', 'suljettu lause' jne. Tyypillinen esimerkki uuden matematiikan aikaisista alkuopetuksen oppikirjoista on Haapasalon (1994, 145) mukaan seuraava:

Alkuopetusikäisen lapsen pääteltävä, että "kolme on suurempi kuin kaksi" etsimällä "bijektivistä vastaavuutta joukkojen alkioden välille". Jos tällaista ei löytynyt, niin toisen joukon mahtavuuden (3) täytyi olla isompi kuin toisen (2). Tässä ei oltu huomioitu sitä, että luetellessaan lukuja lapsi tietää kolmosen tulevan kakkosen jäljessä ja siten olevan suurempi kuin kaksi. Jo tämän perusteella olisi edellä mainitun kaltainen tehtävä pitänyt hyljätä. Lapsi siis käyttää tällaisen käsityksen muodostamiseen matemaattista induktiota.

Onneksi kuitenkin aika teki tehtävänsä ja todettiin, että New Math -liikkeeseen kohdistetut odotukset olivat olleet harhaa. Muutosta halusivat erityisesti oppilaiden vanhemmat ja opettajat, jotka halusivat opetuksen muuttamista entiseen suuntaan. (Haapasalo 1994, 144-146.)

\* Toinen kehitysvaihe oli perustavoite- ja perusoppiainesvaihe 1970-luvun jälkipuoliskolla, jolloin kaaoksen jälkeen tuntui turvalliselta valita tie takaisin perusteisiin. Edellisen kehitysvaiheen seurauksena oli, että nyt opetus painottui perusteelliseen mekaaniseen harjoitteluun ja ruokki sitä uskomusjärjestelmää, että matematiikka on vain väline suorittaa rutiininomaisia laskutoimituksia. Tällainen matemaattisten kaavojen ja lauseiden ulkoa opetteleminen on ikään kuin automatismien muodostamista ja voi kyllä edistää välillisesti operaatioiden suorittamista. Lisäksi tällöin saattaa syntyä harhavaikutelma, että oppilas hallitsee laskemisen hyvin.

Kuitenkin oppilas usein epäonnistuu konkreettisissa sovellutustehtävissä. (Aebli 1991, 243.) Back to basics -liikkeessä ei siis nähty matematiikkaa ajattomana, sisällöstä riippumattomana rakennelmana, jonka tavoitteena on kehittää ajattelua ja tarjota yleisiä ratkaisustrategioita käytännön ongelmiin. Niinpä lopputuloksena oli se, että oppilaat eivät oppineet edes tärkeimpiä koulumatematiikan peruskäsitteitä ja -rutiineja. (Haapasalo 1994, 146.)

\* Kolmantena kehitysvaiheena voidaan esittää ongelmaratkaisua painottava 1980-luku, jolloin syntyi erilaisia kampanjoita ongelmanratkaisun puolesta, jotka näkyivät esimerkiksi opettajien vilkkaana kurssitustoimintana. Matematiikan oppimäärää oli kehitelty 1980-luvun alussa ja se vahvistettiin vuonna 1985. Opetuksen painopistettä pyrittiin siirtämään 'drillaavasta' taitoharjoittelusta kohti ongelmanratkaisua sekä matematiikan soveltamista ja käyttämistä. Ongelmanratkaisun tärkeyttä korostettiin päättäjien, kouluhallinnon, opettajankouluttajien, opettajien, oppilaiden ja jopa vanhempien taholta. Vaikka matematiikan opetuksen uudistamiseen oli suuria paineita epäonnistuneen back to basics -liikkeen jäljiltä, niin oppimateriaalit eivät uudistuneet, vaan saattavat noudattaa vielä tänäkin päivänä back to basics-henkeä. Matematiikkaa alettiin tarkastella 1980-luvulla kognitiivisen psykologian näkökulmasta ja peruskoulua koskevissa tutkimuksissa huomattiin, että ajattelua, ymmärtämistä ja soveltamista vaativissa tehtävissä on suurempia puutteita kuin mekaanisten laskutehtävien hallitsemisessa (vrt. Kangasniemi 1989, Kupari 1983, 1988, 1993a, Haapasalo 1991, 1992a, 1993a). Oli siis aika kehittää matematiikan opetusta uudelleen. (Haapasalo 1994, 149-154.) (Kupari 1993a, 81-104.) Kupari (1993, 123-125) mainitsee seuraavia syitä matematiikan opetussuunnitelma-uudistusten epäonnistumisiin:

\* Liian vallankumouksellinen lähestymistapa, josta hyvänä esimerkkinä on 1970-luvun alun 'uusi matematiikka'-vaihe.

\* Uudistusten yhteydessä usein unohdetaan, että matematiikan opetuksen muutoksen tulee ulottua kouluyhteisön sosiaaliseen ja kulttuuriseen rakenteeseen saakka. Yksi keskeisimpiä kysymyksiä on se, minkä tasoisena koulumatematiikka halutaan ymmärtää. Onko matematiikka tietorakennelma, jonka opettaminen tarkoittaa tämän rakennelman siirtämistä sukupolvelta toiselle vai onko se dynaaminen jatkuvasti laajentuva kulttuurituote, jonka opiskelu on matematiikan tuloksia uudelleen keksivä tutkimusprosessi.

\* Uudistukset keskittyvät lähinnä koulujärjestelmän tasolle. Vaikeutena on usein se, että alkuperäinen ajattelu ja toimeenpantu suunnitelma eivät kohtaa, koska uudistusten yhteydessä

ei ole kiinnitetty huomiota siihen, mitä todella tapahtuu koulun ja luokan tasolla.

\* Yleistä mielipidettä ei oteta riittävästi huomioon. (Vrt. Wojciechowska 1989, Popkewitz, 1988.)

Jos tarkastellaan suomalaisen matematiikan opetuksen kehitystä peruskoulun arviointi 90 -tutkimuksen näkökulmasta, niin huomataan, että myönteistä kehitystä on tapahtunut. Esimerkiksi matematiikan heikot arvosanat ovat vähentyneet ja hyvät arvosanat lisääntyneet vuodesta 1979. Toisaalta voi kuitenkin kysyä, onko arviointi perustunut vain opetusjakson lopussa pidettäviin kokeisiin? Vaikka monet tutkimustulokset puoltavat laskinten käyttöönottoa jo varhain, niin apuvälineiden, kuten laskinten ja tietokoneiden, hyväksikäytön osalta kehitys on ollut hidasta. Opettajien taustaa tutkittaessa oli huomionarvoista, että yhdeksännen luokan opettajien muodollinen pätevyys oli kohentunut, kun taas matematiikkaan erikoistuneiden luokanopettajien osuus pysyi vaatimattoman pienenä. Oppituntien valmisteluun on käytetty aikaa vähemmän vuonna 1990 kuin vuonna 1979. Tämä tietenkin saattaa olla seurausta oppimateriaalien kehityksestä, sillä tämän päivän oppimateriaalit ovat niin 'täydellisiä' paketteja, että ne odottavat vain toteuttamistaan. Oppimateriaalit rakentuvat aukeama/oppitunti -periaatteelle sisältäen laajan tehtävävalikoiman ja valmiit kokeet. Niihin sisältyy samanaikaisopetuksen vaatimus, jolloin uudeksi oletettu oppiaines voidaan opettaa kaikille yhtä aikaa ja lisäksi kaikki oppilaat voidaan työllistää samanaikaisesti. (Kupari 1993, 81-104.)

Työskentelymuotojen osalta tuloksista oli pääteltävissä, että matematiikan opetus nojaa edelleen opettajien esittävään opetukseen ja tehtävien laskemiseen itsekseen kirjasta. Kotitehtävien määrät eivät suuresti vaihdelleet. Yleensä paremmin suoriutuvat oppilaat käyttivät vähemmän aikaa kotitehtävien laskemiseen. Voisikin kysyä, onko oppiminen tehokasta silloin, kun mahdollisimman nopeasti tehdään mahdollisimman paljon mekaanisia tehtäviä? On huomattava, että matematiikan opiskelu ei ole pelkästään laskemista ja kokeita, vaan se on ajatteluprosessi, joka käynnistyy heti, kun oppilas ryhtyy tarkastelemaan hänelle annettua tehtävää ja muodostamaan mielikuvaa tehtävästä itselleen. Opetusryhmäkoot kasvoivat neljännellä ja kuudennella luokalla ja vastaavasti pienenevät yhdeksännellä luokalla. Tänä päivänä on nähtävissä merkkejä ryhmäkokojen kasvamisesta säästötoimenpiteiden seurauksena. Tämä taas voi merkitä paluuta 'vanhoihin' opetusmenetelmiin: esittävän opetuksen määrä lisääntyy, materiaalivaihtoehdot vähenevät, tilanahtaus lisääntyy ja ilmapiiri kiristyy.

(Kupari 1993, 81-104.)

Vuoden 1994 opetussuunnitelmauudistukselle on asetettu suuria toiveita. Peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden (1994, 76-77) mukaan matematiikan opetuksen lähtökohtana tulisi olla sisältökokonaisuus, jonka opiskelua lähdetään suunnittelemaan konstruktivismin keinoin. Pitäisi päästä eroon matematiikan opetustraditiosta, jolle on tunnusomaista esimerkiksi samankaltaisen oppikirjan mukaisen tuntiohjelman toistuminen, hiljaisen laskemisen suuri osuus, tehtävien määrän ja symbolien käytön korostuminen. (Kupari 1993, 123.) Opetussuunnitelmauudistuksesta huolimatta uskon, että vanha matematiikan opetusperinne on yhä vahvasti käytössä. Matematiikan oppikirjat ovat varmasti osasyynä siihen, että vanhat opetustraditiot elävät syvällä. Kun tähän vielä yhdistetään se, että tutkimusten (esimerkiksi Kari 1988) mukaan opettajat ovat (erityisesti ala-asteiden) oppikirjasidonnaisia, niin opetusperinteen säilyminen on turvattua.

### 3. KONSTRUKTIVISTISISTA SUUNTAUKSISTA

#### 3.1. Mitä on konstruktivismi?

Konstruktivistisen ajattelun juuret ovat antiikin Kreikassa, missä niin sanotun muistitaidon perinnettä pidettiin erityisen tärkeänä. Myös puheiden pitämisessä korostavissa kulttuureissa muistitaidon merkitys oli ilmeinen, esimerkiksi roomalaisessa kulttuurissa. Nykyhetken konstruktivismi on saanut vaikutteita Immanuel Kantin (1724-1804) tietoteoriasta, jonka mukaan kokemustietoon liittyy erottamattomasti käsitteellinen komponentti. Ratkaiseva vaikutus konstruktivismiin on ollut myös evoluutioteorian virittämällä ihmiskäsityksellä, minkä perusteella Yhdysvalloissa syntyi 1800-luvun lopulla pragmatismien filosofia (Peirce), funktionalistinen psykologia (James), progressiivinen pedagogiikka (Dewey) ja sosiaalipsykologian piirissä niin sanottu symbolinen interaktionismi (Mead). (Rauste-von Wright & von Wright 1994, 114-116.)

Konstruktivismiin kuuluisia puolesta puhujia ovat olleet mm. amerikkalainen Dewey ja sveitsiläinen psykologi Piaget, joista jälkimmäinen osoittautuu intohimoiseksi jopa radikaaliksi konstruktivistiksi.

Haapasalo (1994, 95) luettelee konstruktivismille seuraavia tietoteoreettisia peruspiirteitä:

- \* Tieto ei voi olla täydellistä, vaan
- \* Me tarkastelemme maailmaa sen viitekehyksen mukaan, mikä meillä on
- \* Tiedon syntymiseen vaikuttaa aina se kokemusmaailma, käsitteistö ja näkökulma, joka meillä on
- \* Tieto on meille jokaiselle erikseen henkilökohtaista ja toisten luoksepääsemätöntä eikä välitettävissä sellaisenaan yksilöltä toiselle

\* Tieto on pohjimmiltaan meidän kokemusmaailmamme uudelleen organisoitumista

Edellä olevia periaatteita sovelletaan aina tilanteen mukaan. Haapasalon (1994, 95) luettelemia konstruktivismin tietoteoreettisia peruspiirteitä tukee myös Ojalan (1997, 25) esittämä käsitys konstruktivistisen oppimisen ydinsanomasta, jonka mukaan opettaja ei voi siirtää tietoa oppilaan päähän, vaan oppilaan on itse konstruoitava uusi tieto jo olemassa olevien tietojensa perusteella.

Amerikkalaisen Deweyn mielestä konstruktivismiin liittyy tietty pragmatismi, jonka keskeisiä piirteitä on ihmisen toiminnan ja toiminnallisuuden korostaminen. Hän on tarkastellut konstruktivismia lasten kasvatuksen näkökulmasta seuraavien periaatteiden mukaisesti (vrt. Haapasalo 1994, konstruktivismi):

\* Deweyn pedagogiikan pääkäsitteisiin kuuluvat lasten kokemukset, jotka ovat merkittäviä. Tämä hetki on lapselle tärkeä. Kokemukset ovat tähän yhteydessä. Ne ovat todellisia ja arvokkaita hänelle.

\* Kasvatus ei ole valmistautumista elämää varten, vaan se on sitä.

\* Mielenkiinto on motivaatiotekijä oppimisessa.

\* Opetussuunnitelman pitää pohjata lapsuuden todellisiin kokemuksiin sosiaalisessa ympäristössä. Koulu on osa yhteiskuntaa tai yhteiskunta pienoiskoossa. Koulun tulee olla mahdollisimman lähellä elämää.

\* Lapsi oppii tekemällä (learning by doing) -periaate.

(Dewey 1957, 7-8, 21-22, 48-53, 72-73.) (Vrt. Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994)

“Mitä parhaat ja viisaimmat vanhemmat toivovat lapsilleen, sitä tulee yhteiskunnankin toivoa kaikille lapsilleen.” (Dewey 1957, 13) Deweyn tavoitteena oli kehittää opetussuunnitelmaa ja menetelmiä kasvatuksen uudesta näkökulmasta. Hän painotti sekä älyn että tunteen merkitystä luonnollisessa ympäristössä. Hän muodosti käsityksen yksilön ja ympäristön vuorovaikutuksesta. Deweyn kasvatusten menetelmät rajoittuivat selvästi toimintaan, ajattelun prosesseihin ja arvioitiin. Hän korosti tunteen merkitystä ensimmäisessä oppimiskokemuksessa. Tämän vuoksi leikki ja taide nousivat keskeiselle sijalle opetussuunnitelmassa. Kaikki kokemus on

vuorovaikutusta ja merkitsee toiminnan ja tunteen välistä yhteyttä. Kokemus on aina vuorovaikutuksessa ympäristön kanssa. (Dewey 1957, 7-8, 21-41, 48-53, 72-73.) Dewey näki siis oppimistilanteen ongelmanratkaisuprosessina, joka syntyy silloin, kun tilanteet liittyvät arkielämään ja ovat lasta koskettavia. Piaget'lla oli teorioissaan 'psykologisen' konstruktivismin olennaiset tekijät. Hän painotti erityisesti lapsen toiminnan merkitystä ajattelun ja käsitteistön kehittämisessä. (Leino 1993, 11.)

Yleisesti voitaneen sanoa, että konstruktivismissa ihminen nähdään aktiivisena, oman tietonsa rakentajana, jonka yksilöllisyydellä on merkittävä osa oppimisessa. Tieto ei ole ongelmatonta, siirrettävissä olevaa, vaan olennainen osa tiedoista muodostuu siihen kytkeytyvistä viitteistä ja merkityksistä. Tieto on ihmiselle tärkeää, jos sillä on käyttötarkoitus - ilman käyttötarkoitusta tieto on hyödytön. Oppijan aktiivisuuden korostamiseen liittyy myös taustaoletus, että oppijalla on kontrolli oppimisestaan: älykkääseen oppimiseen liittyy tietty autonomisuus - olkoonkin että tätä rajoittavat esimerkiksi monet sosiaaliset normit. Lisäksi oppija oletetaan oman lajikehityksensä myötä kyvykkääksi luomaan oman käsityksensä ympäröivästä kulttuurista ja osallistumaan siihen. (Ks. Magoon 1977, Leino 1993.) Voidaan siis sanoa, että konstruktivismin tavoitteena on rakentaa sellaista tietoa, joka ei koostu sirpaleista, vaan perustuu tässä maailmassa vaikuttavien asiayhteyksien elinvoimaiseen ymmärtämiseen - siis maailmankuva, joka mahdollistaa sekä asioiden syvällisen ymmärtämisen että käytännön toiminnan (Aebli 1991, 199).

### **3.2. Heikko konstruktivismi**

Silloin, kun konstruktivistisessa oppimiskäsityksessä rajoitutaan vain tarkastelemaan oppijan tiedon muodostumista ilman muita lisäoletuksia, voidaan puhua naivista tai heikosta konstruktivismista (Leino 1993, 1; vrt. von Glasersfeld 1990).

Konstruktivismi on saavuttanut opetuslalla lähes muoti-ilmiön aseman, sillä hyvin monet opetuslalla toimivat haluavat esiintyä konstruktivisteina. Lähemmin tarkasteltaessa useimmiten kuitenkin ilmenee, että konstruktivismi sekoitetaan kognitiiviseen oppimiskäsityk-

seen, jolloin ulkoinen maailma otetaan itsestään selvänä, olemassa olevana realiteettina. Tällöin ei tehdä mitään lisäoletuksia oppijan tiedon muodostumisesta. Uusien asioiden oppimisen pohjana ovat aikaisemmat kokemukset, jotka voivat toimia sekä oppimisen rajoitteina että edistäjinä. Jos aikaisemmista kokemuksista ei löydy sopivaa pohjaa uuden tiedon ymmärtämiselle, on asia vain painettava mieleen erillisenä muistitietona. Näin tiedot painuvat mieleen erillisinä asioina ja ne voidaan palauttaa mieleen vain samanlaisessa tilanteessa kuin opittaessa. Tällä tavalla syntyy tilannesidonnaista oppimista, jolloin opittujen tietojen soveltaminen uusissa tilanteissa on vaikeaa. Tästä voisi mainita esimerkkinä läksyjen ulkoa pönttämisen tai valmiiden käsitteiden antamisen, jolla on kognitiivisen oppimiskäsityksen tunnusmerkit. Kognitiivinen oppimiskäsitys ottaa siis ulkoisen maailman itsestään selvänä, olemassa olevana tosiasiana ja objektiivisesti havaittavissa olevana. Tästä näkökulmasta tarkasteltuna kognitiivinen oppimiskäsitys edustaa heikkoa konstruktivismia. Toisaalta kuitenkin heikko konstruktivismi edistää aktiivista opiskelua esimerkiksi tietämisen tarkastelussa ja tiedon problematisoinnissa. Näin ollen ollaan matkalla aktiivisen opiskelun suuntaan. Heikossa konstruktivismissa tiedon todellisuus haetaan sen yhdenmukaisuudesta ulkoisen maailman kanssa. Ongelmana on lapsen kognition alkuperä ja strategioiden kehittyminen. Olisikin syytä miettiä, onko jotakin annettua jo syntyessä vai tuleeeko kaikki havaintojen ja toimintojen kautta, ja miten strategiat ja tietoisuus niistä kehittyvät. (Leino 1993, 1-2; Haapasalo 1994, 98-99.)

### **3.3. Radikaali konstruktivismi**

Piaget oli yksi radikaalin konstruktivismin edustajista. Hän suhtautui tietoon lähinnä epistemologin näkökulmasta, jonka mukaan ihminen ei voi nähdä ulkoista maailmaa sellaisena kuin se on. Ihmisen havaintoja ohjaavat hänen aikaisemmat kokemuksensa ja niistä muodostunut tietorakenne. Maailma havaitaan vain sellaisena kuin se havaittajalle ilmenee. Piaget'n esittämissä teorioissa on vahvan tai radikaalin konstruktivismin olennaiset tekijät. (Leino 1993, 2.)

Radikaalin konstruktivismin kannattajat eivät siis ota ulkoista maailmaa itsestään selvänä, vaan heidän mielestään maailma voidaan nähdä vain sellaisena kuin se havaittajalle



ilmenee. Heistä kaikki tieto on ihmismielen omaa tuotetta. Varsinkin matematiikan oppimistutkimuksissa radikaali konstruktivismi on noussut yhdeksi eniten keskustelua herättäväksi suuntaukseksi. Esimerkiksi von Glasersfeld on monissa yhteyksissä kirjoittanut konstruktivismista matematiikan opetuksen perusteorian ja tullut siten erityisesti vahvan konstruktivismipuolesta puhujaksi matematiikan opetuksen tutkimuksessa. Hän nojautuu radikaalin konstruktivismin kannattajan, Jean Piaget'n, tutkimuksiin. Kuitenkin von Glasersfeld myöntää ihmisen vajavaisuuden muodostaa ulkoisesta todellisuudesta varmaa tietoa, ja tämän seurauksena ihmisen on sopeuduttava vain kokemusten rajoissa toimivalta tuntuvaan tietoon, niin sanottuun elinvoimaiseen tietoon. Elinvoimainen tieto tarkoittaa paitsi pragmaattista käytäntöön soveltamista, myös elinvoimaisuutta darwinilaisessa mielessä: huonot ja toimimattomat ajatukset karsiutuvat ajan myötä pois. Piaget suhtautui tietoon pitkälti Kantin käsityksiä seuraillen: maailma voidaan havaita vain sellaisena kuin se havaitisijalle ilmenee. Hän painotti erityisesti lapsen toiminnan merkitystä ajattelun ja käsitteistön kehittämisessä. Piaget'lla oli kaksi skeemakäsitettä, joista toinen viittasi operatiivisiin toimintoihin ja toinen yrityksiin muodostaa ulkoisesta maailmasta sisäinen vastine. Erityisesti operatiivisten toimintojen skeemoihin nojaten Piaget rakensi teoriansa lapsen kehityskausista. Hänen mukaansa lapsi oppii laadullisesti eri tavalla eri kehityskausinaan ja riippumatta asiayhteydestä. Piaget keskittyi tutkimuksissaan pääasiassa lapsen havainnon ja hänen käsitteidensä välisiin suhteisiin. Koska havaintoa ei voida samaistaa ympäristön kanssa, ollaan vaikeiden asioiden edessä pyrittäessä tulkitsemaan ja soveltamaan Piaget'n teorioita. Piaget jakaa lapsen matemaattisen kehityksen kehityskausiin, joiden kautta käsitteen muodosta tulee vähitellen osa ihmisen persoonallisuutta. (Haapasalo 1994, 97-98; Leino 1993, 2-3.)

Radikaali konstruktivismi herättää runsaasti vastustusta, koska radikaalin konstruktivismiin edustajat eivät hyväksy oikeastaan minkäänlaisten konkretisoitavien tavoitteiden asettamista opetukselle eikä minkäänlaista konstruktioprosessien ohjailua. Tästä johtuen monet matematiikan opetuksen tutkijat nimeävät itsensä mieluummin heikon kuin vahvan konstruktivismin kannattajiksi. On kuitenkin huomattava, että radikaalin konstruktivismin kannattajat eivät kiellä todellisuuden olemassaoloa, vaan katsovat, että tiedon totuutta ei voida varmistaa, ja tästä syystä on tyydyttävä vain elinvoimaiseen, kokemusten kanssa yhdenmukaiseen tietoon. (Leino 1993, 2-3.)

### 3.4. Sosiaalinen konstruktivismi

Ernestin (1992) mukaan sosiaalisessa konstruktivismissa ihmistä ei voi erottaa sosiaalisesta ympäristöstään. Ihminen on tulos vuorovaikutuksistaan ympäristönsä kanssa, sosiaalinen ympäristö mukaan lukien. Ihmismieli ei ole itsenäinen ja muista irrallaan, vaan osa laajempaa kokonaisuutta, joten ihmistä on tarkasteltava sosiaalisen todellisuuden yhteydessä. Vaikka tämä todellisuus muuttuu alati, se tietyllä hetkellä on realiteetti. Ihmisen maailma on sosiaalisesti konstruoitu. Sosiaalinen yhteisö luo pohjan ihmisen ajattelulle ja toiminnoille, antaa aikaisempien sukupolvien kehittämät teoriat ja käsitteet uudelleen ajattelun ja käyttämisen pohjaksi. Emme ole kuitenkaan vapaita ajattelemaan mitä tahansa, vaan sosiaalinen ympäristö luo tällekin puutteita. Esimerkiksi opettajaa ohjaavat hänen aikaisemmat käsityksensä oppilaiden vaikeuksista ja nämä toimivat myös esteenä ymmärtää jonkin oppilaan poikkeavaa logiikkaa. (Leino 1993, 15-16.) Alkuopetusikäisen lapsen käsitykset maailmasta ovat siten hänen sen hetkisiä käsityksiään, jotka ovat kehittyneet hänen kokemuksensa laajentuessa. Sosiaalisissa yhteisöissä syntynyt tieto palvelee ihmistä sekä yksilö- että yhteisötasolla. Ihmiskunnan historiaa tarkasteltaessa voidaan löytää monia esimerkkejä siitä, miten sosiaaliset suhteet ovat nousseet ratkaisevaan asemaan päätettäessä tieteellisen tiedon kohtalosta. Sosiaalisen elinvoimaisen tiedon synnyttämisessä on erityisesti puheella keskeinen asema. Sosiaalisessa konstruktivismissa ihmiset ovat erottamattomasti vuorovaikutteisia. Sosiaalinen maailma on muodostunut vuorovaikutusten tuloksena eikä yksilöä voida tarkastella siitä erillään. Ihmismieli on siten osa laajempaa kokonaisuutta ja merkityksien sosiaalista konstruktiota. Tieto nähdään kokemustemme summana. Oppimista tapahtuu, kun kokemustemme kokonaisuudessa tapahtuu muutoksia. Näin ollen kokemuksiin vaikuttaa aina myös vuorovaikutukset ympäröivän yhteisön kanssa. (Haapasalo 1994, 99-100; Leino 1993, 3-4.)

### 3.5. Lokaali konstruktivismi

Kautta aikojen on yhteisöjen ja kulttuurien elävä tieto syntynyt pitkälti juuri radikaalin konstruktioprosessin seurauksena. Haapasalon (1994, 101-102) mukaan lokaali konstruktivismi yhdistää hyvin radikaalin ja heikon konstruktivismin periaatteet ja tekee ne molemmat käytännössä sovellettaviksi. Tähän myös perustuu Haapasalon MODEM- projekti, jonka viitekehyyksessä yhdistyvät heikon ja radikaalin konstruktivismin vaatimukset lokaalin konstruktivismin välityksellä. Haapasalo (1994) käyttääkin tästä oman tutkimuksensa viitekehyyksestä nimitystä systemaattinen konstruktivismi.

Yksilön konstruoima tieto on hänelle aina radikaalilla tavalla uutta. Esimerkiksi oppimistilanteessa opettajan olisi pystyttävä arvioimaan, onko oppilaan kulloinenkin konstruktioprosessi radikaalia vai heikkoa konstruktivismia. Jos opettajan rooli oppimistilanteessa on tarkkailija, niin hänen on osattava arvioida, onko oppilaan konstruoima elinvoimainen tieto jotain uutta ja innovatiivista. Mikäli opettaja ei suoriudu tästä, niin oppilaan koko konstruktioprosessi on ollut opettajan arvioinnin suhteen radikaali. Päinvastaisessa tapauksessa tulos on sama kuin edellä. Tästä on seurauksena se, että oppilaan itsensä elinvoimaisena pitämä tieto mukautuu opettajan käsitykseen tästä tiedosta, siis yleisesti hyväksytyyn objektiiviseen tietoon. Tässä ei ole tapahtunut mitään sen ihmeellisempää kuin että opettaja olisi salaa oppilaalta asettanut kyseisen tavoitteen ja oppilas olisi saavuttanut sen konstruktioprosessin seurauksena. Globaalissa mielessä tämä on heikkoa konstruktivismia, mutta lokaalissa mielessä oppilas on voinut suorittaa hyvinkin monta radikaalia ajatusprosessia, jotka ovat sitten osoittautuneet ei-toimiviksi. (Haapasalo 1994, 101-102.)

#### 4. YLEISTÄ OPPIKIRJATUTKIMUKSISTA

Suomessa oppimateriaalitutkimus on ollut lähinnä kriteeritutkimusta, jota on tehty erityisesti kouluhallinnon tarkastustoiminnan tarpeisiin (Mikkilä 1992, 101-102). Aikaisemmissa tutkimuksissa oppimateriaaleja on tarkasteltu lähinnä yksittäisten oppiaineiden näkökulmasta (esimerkiksi Sovelius-Sovio & Kari 1987; Kari & Sovelius-Sovio 1981; Rikkinen 1977) tai on lähestytty oppimateriaaliproblematiikkaa kouluasteen näkökulmasta (esimerkiksi Ekola, Nuutinen & Kiiskinen 1988). Yleisdidaktista näkökulmaa edustavat esimerkiksi Karin (1987) ja Engeströmin (1984) tutkimukset. Yleisesti voidaan sanoa, että 1980-luvulla heräsi kiinnostus oppimateriaalin todellisesta käyttökelpoisuudesta, jolloin keskeisiä tutkimusaiheita olivat mm. oppimateriaalitekstin luettavuus ja ymmärrettävyys (esimerkiksi Vähäpassi 1987, Julkunen 1988). Lahdeksen (1997, 234) mukaan oppimateriaalilla tarkoitetaan oppiainesta sisältävää tietolähdettä kuten oppikirjaa tai toiminnan kohteena olevaa ainesta kuten diaa, muovailuvahaa, kangasta ym. Monet tutkimukset ovat osoittaneet, että oppikirja on opetuksen keskeinen väline, joka määrittää opettajan antaman opetuksen ja didaktiset peruslinjat (esimerkiksi Kari 1988; Kuusisto 1989; Korkeakoski 1990).

Kari (1988) on selvittänyt ala-asteen opettajien oppikirjasidonnaisuutta käyttäen oppiaineina maantietoa ja ympäristöoppia. Tulosten mukaan oppikirjasidonnaisuus liittyi sekä opettavaan aineeseen että opettajien koulutusohjaan. Esimerkiksi maantiedon osalta opetus oli oppikirjasidonnaisempaa. Nuoremmat opettivat ympäristöoppia vapaammin kuin vanhemmat opettajat. (Kari 1988, 46.)

Kuusisto (1989) on tarkastellut peruskoulun ala- ja yläasteen opettajien käsityksiä ja kokemuksia oppimateriaaleista. Kuusiston (1989) tutkimus on ensimmäinen laaja oppimateriaaleihin kohdistuva peruskartoitus. Hänen (1989, 10) tutkimuksessaan käsitteellä oppimateriaali tarkoitetaan ensisijaisesti valtakunnallisesti tuotettuja oppi- ja työkirjoja sekä niihin liittyviä oheismateriaaleja. Tietoja saatiin mm. oppimateriaalin arvostuksesta, resursseista, materiaalin valinnasta ja vertailusta, oppimateriaalin käytöstä sekä niihin kytkeytyvistä ongelmista ja odotuksista. Tutkimuksen mukaan oppimateriaaleja ja erityisesti oppikirjoja arvostettiin

varsinkin tietojen välittämisessä oppilaille. Lähes yhtä paljon painotettiin oppilaiden kehitystason huomioon ottamista materiaaleissa. Oppimateriaalin valinnan yhteisenä laadullisena perusteena pidettiin motivoivuuutta. Myös opettajanoppailla ja oppikirjoilla on keskeinen merkitys pedagogisen tiedon ja erityisesti uuden tiedon levittämisessä. Opettajien mielestä lahjakkaille on liian vähän oppimateriaaleja. Tuloksista ei käy selvästi ilmi, että opettajat olisivat valmiita vähentämään oppikirjojen tietomäärää. Tutkimuksen mukaan ala-asteen opettajat tuntuvat olevan yläasteen opettajiin verrattuna jonkin verran oppikirjasidonnaisempia. Kuusiston (1989, 51) mukaan opetussuunnitelmien, ohjaavien opettajien ja koulutuspäivien merkitys on huomattavasti pienempi kuin opettajanoppaiden ja oppikirjojen. Edellä olevan perusteella voi päätellä, että opettajat pitävät oppikirjoja lähes opetussuunnitelmana, joten oppikirjojen didaktinen merkitys on erittäin suuri. (Vrt. Peruskoulun arviointi 90 -tutkimuksen tuloksia)

Haapasalo (1993, 18-37; 1995, 88-89) esittelee sekä artikkelissaan että lisensiaattityösään MODEM -projektia (Matematiikan Opetuksen Didaktis-Empiirisiä Malleja; Model Construction and Empirical Problems of Mathematical Education), jossa on kehitelty ja testattu oppimisympäristöjä, joissa oppilaille on tarjottu systemaattisella tavalla mahdollisuuksia konstruoida matemaattista tietoa. Erityistä huomiota on kiinnitetty käsitteenmuodostusprosessin eri vaiheiden ja tiedon eri esitysmuotojen (verbaalisen, kuvallisen ja symbolisen) merkitykseen, oppilaiden ajatteluprosesseihin sekä heidän työskentelyynsä uudentyyppisissä oppimisympäristöissä. Tuloksista huomattiin, että projektin pohjana olevalla käsitteenmuodostusprosessin mallilla päästään tavanomaista parempiin oppimistuloksiin ja että mallin eri tasot toimivat myös oivallisena viitekehyksenä mitattaessa käsitteen hallintaa. Jotta projektin tutkimustuloksia voitaisiin verrata vallitsevaan opetuskäytäntöön Haapasalo (1993; 1995) on analysoinut tutkimuksissaan myös oppikirjoja, koska kirjojen analysointi antaa samalla kuvaa myös opetuksesta. Samalla Haapasalo on tarkastellut myös vuosien 1988 ja 1989 komiteanmietintöjä matematiikan oppikirjojen tilasta sekä ulkomaisten oppikirjatutkimusten tuloksia. Vuoden 1988 komiteanmietinnössä (1988:30, 124) Haapasalon (1994, 215) mukaan peruskoulun matematiikan oppikirjoissa on tunnusomaista mekaanisten tehtävien runsaus ja annetun mallin mukaisen rutiinin toistuva harjoittaminen (vrt. tämän päivän oppikirjat). Kirjat eivät tue ongelmanratkaisu- ja soveltamistaidon kehittämistä eivätkä anna riittävästi mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittymiseen (Haapasalo 1994, Komiteanmietinnön 1989:45,32

mukaan, 215). Myös monet työryhmät ovat päätyneet vastaaviin tuloksiin ja arvostelleet sitä, että kokonaisuuksia on pilkottu liikaa ja harjoiteltu irrallisia merkityksettömiä taitoja. Haapasalo (1993, 34; 1994, 215; 1995, 88) viittaa myös ulkomaisiin tutkimuksiin, joiden mukaan esitettävät asiat ovat usein liian vaikeita oppilaan kehitystasolle eivätkä oppikirjat tuo riittävästi esille kielellisiä ilmauksia, jotka ovat oleellisia käsitteen oppimiselle. Opetus on myös liian opettajakeskeistä, ja se painottuu numeeristen laskutoimitusten harjoittamiseen eikä oppilaalle tarjota konkreetteja käsitteiden ilmenemismuotoja (vrt. Clements 1984, 124-125). Edellä olevaa tukee MODEM 3-vaiheessa suoritettu oppikirja-analyysi, jossa tutkittiin, tukevatko oppikirjat desimaalilukukäsitteen esitysmuotojen oppimista ja tarjoavatko ne monipuolisia tehtäviä käsitteenmuodostuksen eri tasoille. Haapasalon (1993, 34-35; 1994, 215-216; 1995, 89) mukaan kirjat olivat kaiken kaikkiaan hyvin samanlaisia eikä käsitteenmuodostuksen etenemisessä ollut löydettävissä oikeastaan minkäänlaista didaktista viitekehystä. Kirjat olivat lähinnä kaupallisia ja populistisia, joissa väreillä, vähätekstisyydellä ja helppolukuisuudella houkuteltiin opettajia työllistämään oppilaita. Kirjat eivät kehittäneet ongelmanratkaisua tai soveltamista siten kuin edellytetään, vaan olivat mallisidonnaisia. Oppilaat voivat mallin mukaisesti suorittaa koko aukeaman tehtävät tarvitsematta yrittää muodostaa ehjää kokonaisuutta tai ymmärtää tehtävän vaatimuksia tai logiikkaa. (Haapasalo, 1993, 34-35; 1994, 216; 1995, 89.)

Tutkimuksista on selvästi havaittavissa se, että oppikirjan asema on edelleen vankka. Kuitenkaan opettajan oman suunnitelman korvautuminen kokonaan oppikirjan tekijän suunnitelmalla ei ole järkevää, vaikka opettajan vapautta ja vastuuta on haluttu lisätä. Toisaalta on muistettava, että opettaja joutuu aina järjeistämään omaa ajankäyttöään. (Lahdes 1997, 236.) Myönteisenä asiana on mainittava, että Lahdesen (1997, 240) mukaan oppimateriaalin sidonnaiseroista huolimatta opettajien käsityksissä alkaa viimeaikaisten tutkimusten perusteella heijastua konstruktivistisen oppimiskäsityksen piirteitä, jonka mukaan oppiminen tähtää kokonaisuuksien hallintaan sekä asioiden syvälliseen ymmärtämiseen eikä yksityistietojen muistamiseen.

## **5. TUTKIMUKSEN VIITEKEHYKSEN KONSTRUIOINTI**

### **5.1. Peruskoulun ensimmäisen ja toisen luokan matematiikan opetussuunnitelma 1985**

Koska tässä tutkimuksessa käytetyistä matematiikan oppikirjoista osa on valmistunut ennen vuoden 1994 Peruskoulun opetussuunnitelman perusteita, niin on syytä tarkastella myös vuoden 1985 opetussuunnitelmaa.

Peruskoulun matematiikan opetuksen yhtenä päämääränä on tukea oppilaan persoonallisuuden tasapainoista ja monipuolista kehittämistä. Vuoden 1985 opetussuunnitelman mukaan matematiikan opetuksen tavoitteina olivat varman laskutaidon lisäksi mm. luovuuden kehittäminen, ongelmanratkaisutaitojen harjoittaminen, matematiikan soveltaminen arkipäivän ongelmien ratkaisemiseen ja myönteisen asenteen herättäminen matematiikkaa kohtaan. Erityisesti painotettiin arkipäivän tilanteissa tarvittavien päässälaskutilanteiden sujuvaa osaamista. Tähän sisältyi myös laskutehtävien tulosten suuruusluokan ja järkevyyden arviointi. Opetuksen tulokselliselle etenemiselle oli tärkeää, että perusasiat opittiin kunnolla ja oppimisvaikeuksia pyrittiin ehkäisemään ennakolta. Erityistä huomiota tuli kiinnittää käsitteenmuodostustapahtuman järjestelmälliseen ohjaamiseen kunkin oppilaan oppimisedellytysten mukaisesti. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1985, 148-149.)

Ensimmäisen luokan tavoitteena oli lukukäsitteen opettaminen lukualueella 0-100 sekä yhteen- ja vähennyslaskun käsitteen opettaminen, missä keskeisenä lukualueena oli 0-20. Lukukäsitettä varmennettiin harjoittelemalla lukujen kirjoittamista, kymmenjärjestelmän mukaisen lukumerkinnän lukemista ja lukujen suuruusvertailua. Yhteen- ja vähennyslaskuja harjoiteltiin myös päässälaskuina ja kymmeneksi täydentämistä ja kymmenylitystä lukualueella 0-20. Lisäksi opetettiin yhteenlaskun vaihdannaisuus sekä vähennyslaskun tarkistaminen yhteenlaskun avulla. Lapsen kokemusmaailmaan liittyviä sovellutustehtäviä harjoiteltiin pääasiassa suullisesti ja kuvin esitettyinä. Yhdistettyjä yhteen- ja vähennyslaskuja opetettiin

laskemaan sekä täydentämään yksinkertaisia yhtälöitä kokeilemalla. Geometriassa kehitettiin kolmiulotteisen avaruuden hahmottamista lähiympäristöä tarkastelemalla sekä opetettiin tunnistamaan geometrisia kuvioita ja käyttämään niihin liittyviä nimityksiä (piste, viiva, suora, jana). Kuvioita opetettiin piirtämään viivaimen avulla. Soveltavasta matematiikasta opetettiin mittaamisen periaate ja harjoiteltiin pituuden mittaamista (cm) ja arviointia. Kellonajan ilmoittaminen opittiin tunteita ja puolina tunteina. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1985, 150-151.)

Toisen kouluvuoden keskeisenä tavoitteena oli lukualueen 0-100 hallitseminen ja tälle alueelle rajoittuvien yhteen- ja vähennyslaskujen sujuva osaaminen. Ensimmäisen kouluvuoden aikana tämä lukualue oli tullut tutuksi ja siellä oli laskettu sellaisia yhteen- ja vähennyslaskuja, jotka eivät vaatineet kymmenylitystä. Toisella luokalla opeteltiin kymmenylitys yleisesti ja muistinumerot allekkainyhteenlaskussa sekä lainaaminen vähennyslaskussa. Keskeistä matematiikan opetuksessa oli paikkajärjestelmän kunnollinen ymmärtäminen. Uutena toisella luokalla tuli kertolaskun käsitteen ja kertotaulujen 1-5 opettaminen. Tässä yhteydessä pohjustettiin jakolaskun käsitteen opettamista. Pääsälaskujen ja laskutoimitusten käyttämistä soveltamistehtävissä, pääasiassa suullisesti ja kuvin esitettyinä, harjoiteltiin koko kouluvuoden ajan. Samoin kuin ensimmäiselläkin luokalla harjoiteltiin yhdistettyjen yhteen- ja vähennyslaskujen laskemista sekä matematiikan lauseiden lukemista ja yksinkertaisten yhtälöiden ratkaisemista kokeilemalla. Geometriasta harjoiteltiin kolmion, nelikulmion ja ympyrän tunnistamista lähiympäristöstä sekä niiden osien nimityksiä. Lisäksi opetettiin geometrinen kuvioiden piirtämistä viivaimella. Geometrian opetuksen yhteydessä tarjottiin virikkeitä luovuuden ja mielikuvituksen käytölle sekä etsittiin mahdollisuuksia opetuksen integroimiseen muiden oppiaineiden kanssa. Soveltavan matematiikan osalta opetettiin arvioimaan ja mittaamaan pituutta (cm, m), massaa (kg) ja tilavuutta (dl, l). Tässä yhteydessä opetettiin myös pituuden (mm, cm, m) ja rahan (p, mk) yksiköitä ja niiden tavallisimpia muunnoksia. Kellonajat opetettiin ilmoittamaan tunteina ja minuutteina. Suureiden ja yksiköiden käyttöä harjoiteltiin soveltamistehtävissä. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1985, 151-152.)

Opetuksen kuvailussa Kouluhallitus korosti, että matematiikan opetuksen on yleensä lähdettävä lapsen kokemusmaailmasta ja hänelle tutuista tilanteista. Oli tärkeätä, että lapsi ymmärsi opetettavien asioiden rakenteen ja muut yhteydet sekä osasi liittää matemaattiset tiedot ja taidot muuhun kokemusmaailmaansa sekä oppi käyttämään näitä valmiuksiaan



luontevasti erilaisissa elämäntilanteissa. Oli myös tärkeätä, että matemaattisten käsitteiden omaksumiseen ja taitojen harjoittamiseen oli riittävästi aikaa sekä että erilaisille oppilaille tarjottiin sopivia opetusmenetelmiä ja lähestymistapoja. Opettajan oli kiinnitettävä huomiota opetustapahtuman jatkuvaan arviointiin. Opettajan oli annettava oppilaalle välitöntä palautetta opiskelun edistymisestä. Näin arvioinnista tuli luonnollinen, oppilaalle myönteinen ja oppimista edistävä opetuksen osa. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1985, 159-160.)

Siihen, miten edellä kuvattu kirjoitettu opetussuunnitelma on otettu käyttöön, on vaikuttanut suuresti opetustyössä käytetyt oppikirjat. Niin sanotut toimeenpannut opetussuunnitelmat eli opettajan etukäteissuunnitelmat opetusryhmiään varten noudattivat aika pitkälle käytetyn oppikirjan sisältö- ja ajoitus suunnitelmia. (Kangasniemi 1988a, 10.)

Vuoden 1985 opetussuunnitelma painotti ensisijaisesti ongelmanratkaisua sekä matematiikan soveltamista että käyttämistä. Opetussuunnitelmassa puhuttiin sekä lukukäsitteen että yhteen- ja vähennyslaskun käsitteen oppimisesta lukualueella 0-100. Suunnitelmasta on pääteltävissä, että käsitteet on opetettavissa ja opittavissa verraten nopeasti. Huomionarvoista kuitenkin on, että matemaattinen käsite on abstrakti kokonaisuus, jolla voi olla useita konkreettisia ilmenemismuotoja. Edellä olevaan myös oppikirjojen olisi syytä kiinnittää huomiota, sillä useimmiten käytännössä opetussuunnitelma välittyy pääasiassa ainekohtaisten oppikirjojen kautta. (Lindgren 1990, 114-115.) Vuoden 1985 opetussuunnitelmassa ongelmanratkaisun painottuminen näkyi myös siten, että opettajia koulutettiin. Haluttiin päästä eroon matematiikan tehtävien jatkuvasta 'drillaamisesta'. Opetussuunnitelmaa lähestyttiin kognitiivisen psykologian näkökulmasta. Tosin oppikirjat eivät ehkä uudistuneet toivotulla tavalla ja vanhat opetusmenetelmät ja tavat välittyivät opettajille niiden kautta. Ymmärtävään oppimiseen ei vielä kukaan osattu varata aikaa. Peruskoulua koskevien tutkimusten mukaan ymmärtämistä ja soveltamista vaativien tehtävien suorittamisessa oli suurempia puutteita kuin mekaanisten tehtävien suorittamisessa. Huomattiin, että vaikka opetussuunnitelmassa oli painotettu ongelmanratkaisun merkitystä, niin ehkä käytännön tasolla opetus ei ollut uudistunut. Oltiin uusien ratkaisujen edessä - matematiikan osaamisen tasoa oli nostettava. Alettiin kehittää uutta opetussuunnitelmaa, joka uudistaisi myös käytännön tasoa. (Haapasalo 1994, 149-154.)

## 5.2. Matematiikan uuden opetussuunnitelman 1994 tarkastelua ja arviointia

Syksyllä 1994 peruskouluille annettiin uudet opetussuunnitelman perusteet, joilla korvattiin vuoden 1985 opetussuunnitelma ja yksityiskohtaiset oppisisällöt sekä opetussuunnitelmatyön keskusjohtoisuus, joka tähän asti oli ollut vakiintunut käytäntö. Kunnat ja koulut saivat enemmän itsemääräämisoikeutta, ja kunnanvaltuutetut ja opettajat saivat aivan uudenlaista valtaa ja vastuuta. Tämän uudistusohjelman keskeisenä teemana oli ja on muutos. Jokaisen koulun oli ja on kyettävä koulukohtaisen opetussuunnitelman kehittämiseen. (Norris, Aspland, MacDonald, Schostak & Zamorski 1996, 19-28.) Kyseessä on seuraavanlainen tulevaisuudenkuva: "Koulun on mahdollista yhteistyössä tukiverkoston kanssa luoda tulevaisuudenkuvia, vahvistaa moraalialia ja osaamista, joita ihminen tarvitsee yhteiskunnan jäsenenä ja kansainvälisessä yhteistyössä kulttuurirevoluution korjaamiseksi." (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994,13.)

Uusi opetussuunnitelma rakentuu ajatukseen oppilaasta aktiivisena toimijana ja opetusteoriaan, jossa opettaja on oppimisen ohjaaja ja avustaja eikä tiedon lähde tai informaation välittäjä - rooli, jonka oletetaan hiljalleen olevan katoamassa. Tämä tarkoittaa sitä, että opettajan tehtävänä on järjestää ja suunnitella oppimisympäristöjä. Tosin on muistettava uskomukset ja käsitykset elävät syvällä, joten uudistusten läpiviemiseen on varattava riittävästi aikaa. (Norris ym. 1996, 21.)

Vuoden 1994 Peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden lähtökohta liittyy läheisesti konstruktivistiseen oppimisenäkemykseen, jolloin oppilas itse tutkii ympäristöään ja rakentaa omaa matemaattista tietämystään vuorovaikutuksessa lähiympäristönsä kanssa. Tällöin painottuu itse ratkaisuprosessi eikä lopputulos ja yksittäisten ratkaisujen vaihtoehtot. Oppilaat käyttävät omaa kokemusmaailmaansa rakennuselementtinä perehtyessään uusiin asioihin. Konstruktivistinen oppimiskäsitys painottaa sitä, että lapsi on aktiivinen ajattelija - oman maailmansa rakentaja. Esimerkiksi Leino (1993) kirjoittaa konstruktivismin seurauksista näin: "Kun konstruktivismi otetaan matematiikan opetuksen lähtökohdaksi, on pääongelmana oppilaiden merkitysten esille saaminen kulloinkin kohteena olevana aiheesta. {...} opetuksessa konstruktivismi suuntaa tarkastelun oppilaiden elämissä maailmaan, eikä kyse ole siten vain matematiikan ja ympäristön välisestä suhteesta. Kiinnostus on siinä, minkälaisia

uskomuksia ja esikäsitteitä oppilailla jo on, miten ne ovat ymmärrettävissä, mitä niistä voidaan pitää oikeina, mitä olisi saatava muutetuksi ja miten tämä voidaan saada aikaan.” Tämä tarkoittaa sitä, että esimerkiksi kouluun tulevan lapsen kohdalla hänen käsityksensä ja kokemuksensa olisi saatava aktivoitua uusien asioiden ja käsitteiden yhteydessä. Toisin sanoen on tunnustettava, että lapsella on matemaattisia kokemuksia jo ennen koulun alkua. On vain osattava hyödyntää niitä. Näin menetellen rakennettaisiin matematiikan opetukselle tukeva kivijalka. Tämä asettaa melkoiset vaatimukset oppimisympäristön suunnittelijalle eli opettajalle: opettajan on tunnettava oppilaansa ja heidän maailmansa. Opettajan haasteena on myös se, että hänen on kyettävä olemaan opetustilanteiden ohjaaja ja tukija eikä informaation lähde. Jos ajatellaan oppikirjaa opetussuunnitelman välittäjänä ja oppimistapahtuman ohjaajana, niin nämä vaatimukset kohdistuvat myös oppikirjoihin ja viime kädessä oppikirjojen tekijöihin sekä kustantajiin. Myös oppimisympäristöihin kohdistuu vaatimuksia. Niiden tulisi tarjota lapselle mahdollisuutta rakentaa käsityksiään omasta kokemusmaailmasta lähtien ongelmakeskeisesti, keskustelemalla, ja kokeilemalla. Matematiikan opiskelulla tähdätään käsitteiden ymmärtämiseen konkreetin toiminnan kautta pitkään leikinomaisuutta korostaen. Esimerkiksi numeeriset merkinnät ja peruslaskutoimitukset tulisi ottaa käyttöön konkreetin toiminnan sekä kuvallisten ja verbaalisten tulkintojen kautta. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 76.) (vrt. Systemaattinen konstruktivismi) On syytä harkita liian nopeaa etenemistä symbolimerkintöihin. Usein opettajan oppaisiin liitetyt ajoitussuunnitelmat saattavat määrätä esimerkiksi oppiaineessa etenemisen tahdin. Mikäli oppikirjat eivät painota sitä, että käsitteiden oppimiseen olisi varattava riittävästi aikaa, niin seurauksena saattaa olla, että käsitteiden merkitykset jäävät ymmärtämättä noudatettaessa oppikirjoja orjallisesti.

Nykyisissä Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa (1994, 76) painotetaan opetuksen keskeisenä periaatteena ongelmanratkaisua samoin kuin vuoden 1985 opetussuunnitelman perusteissa, minkä merkitys korostuu erityisesti tietojen hankkimisessa, mutta myös niiden soveltamisessa. Osuva kysymysten asettelu ja keskusteleminen ohjaavat oppilasta ongelman hahmottamiseen, tehtävän rajaamiseen, oikeiden ratkaisumenetelmien löytämiseen ja läpiviemiseen sekä tulosten arviointiin ja muotoiluun. Tämä tarkoittaa myös sitä, että on hyväksyttävä erilaiset ratkaisuvaihtoehdot eikä vain tuijotettava tuloskirjan malliratkaisua. Ainoastaan malliratkaisun hyväksyminen antaa oppilaalle virheellisen kuvan matematiikan luonteesta. Esimerkiksi Vauraksen (1997, 4) mukaan koulun standarditehtävien maailma saa

oppilaat uskomaan, että sanalliset tehtävät sisältävät aina - usein yhdellä oikealla tavalla - laskettavissa olevan ratkaisun. Tämän vuoksi oppikirjojen olisi painotettava malliratkaisua vain yhtenä vaihtoehtona. Toisaalta oppikirjoissa tulisi olla erilaisia ongelmanratkaisu- ja sovellutustehtävätyyppejä. Aeblin (1991, 305) mukaan ongelmanratkaisun avulla välitämme oppilaille menettelytapoja, menetelmiä ja oivallusmalleja, joista on hyötyä niin koulussa kuin käytännön elämässä. Sovellutustehtävät taas antavat oppilaalle tilaisuuden soveltaa opittuja käsitteitä, operaatioita ja myös yleisempiä menettelytapoja tilanteisiin ja kohteisiin (Aebli 1991, 331). Ongelmanratkaisu- ja sovellutustehtäviin kuuluu oleellisesti myös mallintaminen, jota Peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden mukaan (1994, 76) mukaan tulisi olla opetuksessa. Mallintaminen tarkoittaa arkipäivän ongelmien kuvaamista matemaattisten merkkien ja sääntöjen eli mallien avulla sekä niiden ratkaisemista (vrt. sovellutustehtävät). Yleensä mallintamiseen sisältyy kolme päävaihetta. Ensiksi hahmotellaan todellinen ongelma ratkaisijan kannalta ja muotoillaan se matemaattikan kielelle muotoon, jota sanotaan matemaattiseksi malliksi (konkreettinen esine, yhtälö, graafinen esitys, algebrallinen funktio tms.) Toisena vaiheena tulee matemaattisen ongelman ratkaisu mallin avulla. Kolmantena vaiheena on saadun matemaattisen tuloksen kääntäminen takaisin alkuperäisen kontekstin kielelle ja sen avulla alkuperäisen ongelman ratkaisun tulkitseminen. Näin ollen mallintamisessa tutkitaan ja selvitetään arkipäivän tilanteita. Mallintamisen apuna käytetään erilaisia matemaattisia esityksiä ja malleja. (Berry & Sahlberg 1995, 53-54.) Vauraksen (1997, 25-26) mukaan on huolestuttavaa todeta, että esimerkiksi koulun sanalliset tehtävät ovat usein niin 'köyhtyneitä', 'luurankomaisia', että niiden pohjalta on vaikea muodostaa elävää tilannemallia tai että niitä voisi muutoinkaan käyttää ongelmanratkaisuprosessin opetuksessa. Samanlaisina toistuvilla sanallisilla tehtävillä kehitetään vain oppilaiden mekaanisia ratkaisutapoja. Kaikenikäisten lasten tulisi saada rakentaa käsillään malleja, jotta he saisivat oikeita mielikuvia ja pystyisivät muodostamaan käsitteitä. Myös tietokoneiden ja laskinten käyttö opetuksen apuvälineinä olisi suotavaa. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 76.) (Vrt. Peruskoulun arviointi 90 -tutkimuksen tuloksia)

Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa (1994, 77) painotetaan opetuksen lähtökohtana laajempia opintokokonaisuuksia, jolloin kiire vähenee opetuksesta ja vältytään asioiden uudelleen opettamiselta. Lisäksi tällainen eteneminen mahdollistaa opettajalle avoimempien oppimistilanteiden luomisen sekä oppilaille erilaisten etenemisreittien mahdollisuutta ja

toisenlaisten arviointitapojen käyttämistä. Myös konstruktivistinen oppimiskäsitys painottaa sitä, että kiinteiden ja yksityiskohtaisten opetussuunnitelmien sijasta olisi kirjoitettava keskeiset ideat, ongelma- ja toimintakokonaisuudet (Lahdes 1997, 117). Tämä asettaa myös oppimateriaalille vaatimuksia, sillä aukeama/oppitunti -periaatteella etenevät oppikirjat vaikeuttavat laajempien opintokokonaisuuksien opettamista, mikäli opettajat orjallisesti noudattavat oppikirjaa. (Kupari 1993, 127.) (Vrt. Peruskoulun arviointi 90 -tutkimuksen tuloksia)

Jotta matematiikan käyttökelpoisuudesta saataisiin realistinen kuva, se edellyttäisi matematiikan integroimista monipuolisesti koulun muuhun työskentelyyn ja ulkopuoliseen maailmaan esimerkiksi projektityöskentelyn muodossa (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 77). Matematiikassa tulisi siis olla sekä vertikaalista että horisontaalista eheyttämistä. Vertikaalinen eheyttäminen eli integraatio tarkoittaa samaan kokonaisuuteen, tavallisesti samaan oppiaineeseen kuuluvien oppisisältöjen ja opetustilanteiden järjestämistä järjestyksiksi kokonaisuudeksi. Horisontaalisella eheyttämisellä taas tarkoitetaan oppiainerajat ylittäviä järjestyksiä kokonaisuudeksi. Eheyttäminen on tärkeää myös oppilaan kehityksen kannalta: mitä nuorempi oppilas, sitä 'kokonaisvaltaisemmin' hän havainnoi ympäröivää maailmaa. Lisäksi konstruktivistinen psykologia painottaa eheyttämistä. Sen mukaan uuden tiedon omaksuminen tapahtuu aiemmin opittua käyttämällä ja asian ymmärtämiseen liittyy sen tulkitseminen laajemman tietorakenteen pohjalta. On kuitenkin muistettava, että ainerajat ylittävän eheyttämisen välttämätön ehto on, että oppilas hallitsee riittävästi kyseenomaisten aineiden perustietoja ja -taitoja. (Lahdes 1997, 211-216.)

Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994 antoi ja antaa kouluille hyvin vapaat kädet matematiikan opetuksen suunnittelulle. Vaarana oli ja on kuitenkin se, että kouluilta saattoi ja saattaa puuttua didaktista asiantuntemusta ja koulutuksellista kokonaisnäkemystä opetussuunnitelmien laadinnassa. On voinut käydä niin, että opetussuunnitelmat ovat aikaisemmin laadittujen opetussuunnitelmien kopioita ja tämä voi tarkoittaa sitä, että opetus ei uudistu. Matematiikka on näin voitu nähdä staattisena ja yhtenäisenä tietorakennelmana, joka on aikoja sitten keksitty ja jonka opettaminen merkitsee tämän tietorakennelman siirtämistä uudelle sukupolvelle. Olisikin hyvä, jos jokaiseen oppimäärään olisi laadittu Haapasalon (1993) ehdotuksen mukaisesti ns. malliopetussuunnitelmat, joita voisivat soveltaa ne kunnat tai koulut, joilla ei itsellään ole resursseja tehdä matematiikan opetussuunnitelmaa. Haapasalon (1993) mukaan alkuopetuksen oppimäärästä olisi ensimmäisen luokan osalta poistetta-

va mm. liian varhainen symbolien + ja - käyttöönotto ja pelkkä numeroilla laskeminen, yhtälöistä ja lausekkeista puhuminen, pelkkä senttimetriivoittimella mittaaminen, laskujärjestyksestä puhuminen, toistuvien pelkästään samankaltaisten suoritusten tekeminen ja pelkkien nimitysten opetteleminen. Toisen luokan oppimääristä olisi syytä poistaa mm. liiallinen kertotaulun harjoittelu mekaanisesti, jakolaskujen mekaaninen drillaaminen, yhtälöt ja lausekkeiden nimitykset, ennen kaikkea geometriasta (jana, suora, piste jne). Alkuopetuksen matematiikan oppikirjat ovat edellä olevien luetteloiden kaltaisia asioita täynnä. Käsitteiden oppiminen näyttää usein itsestään selvältä - hyvin nopealta toimitukselta. Kuitenkin käsitteenmuodostukselle olisi varattava riittävästi aikaa profiloimalla eri luokkien painopistealueet. Oppimiskokonaisuudet olisi saatava loogisiksi lapsen kehityskausia huomioonottaviksi. Matematiikka tulisi nähdä lapsen kasvun ja kehityksen välineenä. Lapsia tulisi kannustaa keksivään ja tutkivaan opiskeluun. Oppimistapahtumaa ohjaa koko ajan prosessitavoitteet. (Haapasalo 1993, 16-31.)

Vaikka opetussuunnitelmassa 1994 painotetaan oppilaskeskeisiä työtapoja, niin Arviointiraportissa peruskoulun opetussuunnitelmauudistuksesta (Norris ym. 1996, 58-59) käy ilmi, että suurin osa tunneista oli opettajakeskeisiä, mikä edustaa kouluopetuksen perinnettä keskusjohtoisten opetussuunnitelmien ja oppisisältömääräysten ajalta. Lisäksi useimmat Suomen kouluista näyttivät Arviointiraportin mukaan (Norris ym. 1996, 63) olevan hyvin varustettuja ja kalustettuja perinteisten luokkatilaratkaisujen ja opettajajohtoisen pedagogiikan tarpeisiin. Luokan ovet pysyivät oppituntien ajan tiukasti kiinni - jopa lukossa. Tällaiset piirteet vahvistavat koulukulttuuria, joka on formaali, opettajajohtoinen, didaktinen ja ulkopuolisilta suljettu. Opettaja käytti oman oppiaineen tuntemuksen ohella pääasiallisena opetusresurssina oppikirjoja. Vanhan opetussuunnitelman aikana oppikirjat hyvin usein määräisivät opetettavan aineen sisällön ja opettajan käyttämät opetusmenetelmät. Näin saattaa olla vielä nytkin. Oppikirjojen ongelmana on eriyttäminen - tosin matematiikan kirjojen osalta opettajat sanoivat tutkijoiden mukaan, että eriyttäminen oli otettu huomioon "perus- ja lisätehtäväsivujen" muodossa. Tosin kävi ilmi, että jotkut vanhemmat eivät ymmärtäneet tai pitäneet tästä järjestelmästä. Tutkijat eivät saaneet mitään näyttöä siitä, että koulut tai opettajat olisivat yrittäneet luoda omaa materiaalia opiskelun tueksi. Esimerkiksi alimmilta luokilta puuttuivat useimmiten itsenäiset oppimateriaalit tai hakuteokset, näyttelyaineistot tai materiaalit käytännön kokeiluja tai ongelmanratkaisua varten. Tutkijoiden mukaan suurin osa kouluista tuntui

näkevän uuden opetussuunnitelman kehittämisen ja toteuttamisen kertaluonteisena tehtävänä. Jos näin on, niin tämä on todella huolestuttavaa matematiikan opetuksen - yleensä koululaitoksen - kehittymisen kannalta. Uusi opetussuunnitelma edellyttää jatkuvaa kehitysprosessia. (Norris ym. 1996, 54 - 68.)

Haapasalo (1993, 31-33) painottaa seuraavien opetussuunnitelman osa-alueita syvällistä tarkastelemista:

\* Oppimisen arviointia: Muuttaminen on jo lähtenyt liikkeelle, mutta muutokset vievät paljon aikaa ja uusia arviointikäytäntöjä olisi syytä kokeilla.

\* Oppimateriaalia koskevia kysymyksiä: "Kokeilevan oppimateriaalin tuotanto" olisi saatava käytäntöön. On hyvin arveluttavaa, että oppimateriaalin hyväksymiskäytännöstä on luovuttu (luovuttiin jo vuonna 1992) ja se että opetussuunnitelman perusteissa on lueteltu vain pelkät sisällöt. Kuitenkin oppikirjojen hyväksyminen vaatisi didaktista asiantuntemusta.

\* Opetuksen tavoitteita: Tavoitteet olisi muotoiltava käytännön opetustyötä varten, sillä yleisluonteiset tavoitelausumat eivät kanna käytännön tasolle. Ne vain muuntuvat sisällöiksi tai sitten ne eivät näy ollenkaan.

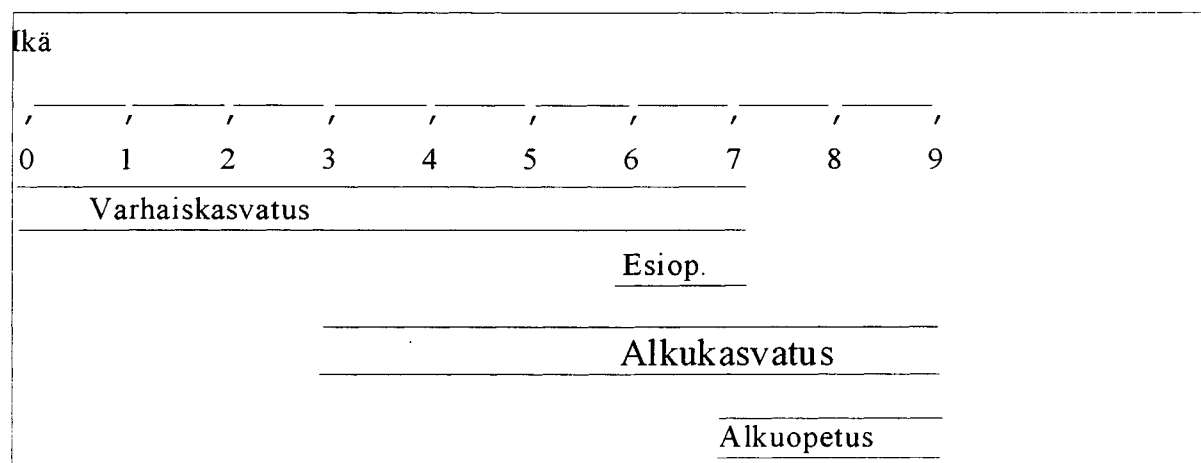
\* Oppiaineeseen sisältöön liittyviä kysymyksiä: Sisällöt jakautuvat liiaksi yli kouluvuosien ja tästä on seurauksena se, että sisällöt opetetaan lähes uusina useampaan kertaan.

Toivottavasti opetussuunnitelmauudistus elää ja kehittyy, eikä ole pysähtynyt koulutusjärjestelmän tasolle. Opettajien kouluttaminen ja opettajankoulutus ovat avainasemassa opetussuunnitelman kehittämisessä. On aina kuitenkin muistettava, että muutosten tie on pitkä. (Haapasalo 1993, 31-33.)

### **5.3. Mitä on alkuopetus?**

Alkuopetuksella tarkoitetaan ensimmäisen ja toisen luokan opetusta peruskoulussa. Varhaiskasvatuksella taas tarkoitetaan sitä toimintaa, jota suunnataan alle kouluikäisiin - tämän eräs

osa on myös kuusivuotiaiden esiopetus. (Peruskoulun opetuksen opas: Alkuopetus 1988, 3.) Alkukasvatuksella taas ymmärretään Peruskoulun alkuopetuksen opetuksen oppaan (1988, 3) mukaan sekä kuusivuotiaiden että alkuopetusikäisten kasvatusta. Toisaalta Hakkaraisen ja Puupposen (1997, 4) mukaan alkukasvatus tulisi ymmärtää niin, että se alkaisi 3-4 vuoden iästä ja kattaisi vielä koulun kaksi ensimmäistä lukuvuotta. He perustelevat tämän sillä, että viimeisimmissä neorologisissa ja psykologisissa tutkimuksissa on todettu, että parhaimmat tulokset saadaan oppimishäiriöiden- ja vaikeuksien ehkäisyssä, mitä aikaisemmin korjaavat ja kuntouttavat toimenpiteet aloitetaan jo päiväkotiiässä. Tämä tietenkin vaatii hyvää ammattitaitoa ja yhteistyötä niin luokanopettajien, lastentarhanopettajien kuin lastenhoitajienkin välillä. Edellä olevalla tavalla tässäkin tutkimuksessa alkukasvatus halutaan ymmärtää. Alla olevalla kuviolla yksi havainnollistetaan eri kasvatusalueiden jakautumista lapsen ensimmäisten elinvuosien aikana.



Kuvio 1. Kasvatusalueet lapsen ensimmäisinä elinvuosina Peruskoulun alkuopetuksen opasta mukaillen (1988, 3).

Ensimmäiset kouluvuodet ovat tärkeä vaihe lapsen elämässä. Silloin tuetaan, vahvistetaan ja kehitetään varhaiskasvatuksessa saatua taito- ja tietopohjaa sekä oppimisasenteita. Myönteisillä oppimiskokemuksilla on ratkaiseva merkitys lapsen käsitykselle koulusta ja koulunkäynnistä sekä itsestään oppijana. Alkuopetuksessa on keskeistä, että lapsi oppii luottamaan itseensä ja omiin kykyihinsä. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 40; Peruskoulun opetuksen opas: Alkuopetus 1988, 3.)



#### 5.4. Alkuopetusikäinen lapsi ja konstruktivistinen matematiikan oppiminen

Konstruktivistisen matematiikan sekä kaiken muun oppimisen ydinsanoma on se, että opettaja ei voi siirtää valmista tietoa oppilaan päähän, vaan oppilaan on itse aktiivisesti konstruoitava uusi tieto jo olemassa olevien tietorakenteidensa pohjalta. Tästä syystä opettajalla on oltava hyvä oppilaantuntemus. Opettajan on tunnettava lapsen elämämaailma ja kehitystaso, jotta voisi käyttää oppilaan ennakkotietoja hyväkseen rakentaessaan sopivia oppimisympäristöjä. (Ojala 1997, 25-27; Lahdes 1997, 93.) Toisaalta konstruktivistinen oppiminen sisältää elinikäisen oppimisen periaatteen. Lapsi rakentaa omaa maailmankuvaansa, johon sisältyy myös matemaattisia kokemuksia, syntymästään lähtien. Lapsi kohtaa ihmisiä, asioita ja esineitä. Jotta lapsi voisi selkeyttää suhdettaan ympäristöön ja hallita sitä, hänen tulee jollakin tavalla seuloa, luokitella ja koota kokemuksiaan. Tällä tavalla alkavat syntyä sisäiset mallit so. tiedolliset ja tunteenomaiset mielikuvat eli representaatiot. Näiden mielikuvien kokonaisuus muodostaa maailmankuvan, joka on ihmisen subjektiivinen käsitys maailmasta. (Lahdes 1997, 98.) Seuraavalla sivulla kuviossa kaksi on esitetty lapsen ajattelun kehityskaudet, skeemat ja tiedolliset rakenteet ennen ala-asteikää ja ala-asteiässä Kerannon (1982, 37) Piaget'n ideoista mukaileman taulukon pohjalta. Kuviossa kaksi näkee lapsen matemaattisen kehityksen alkavan jo syntymästä eikä 7-vuotiaana - niin kuin Piaget halutaan meillä joskus ymmärtää. Monissa maissa on ymmärretty tämä Piaget'n näkemys ja alettu kiinnittää huomiota lapsen mahdollisuuteen oppia matematiikkaa varhaisessa vaiheessa. Esimerkiksi Japani, Ranska, Espanja, Luxemburg, Hollanti ja Belgia ovat tällaisia maita. Näissä maissa katsotaan, että lapsen kasvulla ei ole alkamisikää, vaan se on jatkuva pitkä prosessi syntymästä lähtien. Lapsen matemaattista kehitystä ei tule torjua. Haasteena on tietysti se, miten tarjota kullekin lapselle kykyjensä mukaista hauskaa ja tehokasta opetusta, jossa lapsi on itse aktiivinen tekijä, oman maailmansa rakentaja. (Malaty 1997, 58-63.) Piaget'n mukaan operaatiot ja käsitteet rakentuvat kehityksen mukana ja kokemukset saadaan taas spontaanin toiminnan kautta. Kuitenkin kehitys voidaan tulkita lapsen oppimisprosessien summaksi. Nykyään lapsi saa tärkeitä vaikutteita sosiaalisesta ympäristöstä, erityisesti perhe- ja päivähoidosta mutta myös koulusta. Toisin sanoen lapsen matemaattinen kehitys kasvaa oppimisen seurauksena, mikäli hän saa riittävästi virikkeitä. (Aebli 1991, 421-427; Malaty 1997, 61.)

Kehityskausi	Sensomotorinen	Esioperationaalinen	Konkreetit operaatiot
Skeemat ja tiedolliset rakenteet	“Suora toiminto” jäsentyneet toimintojen sarjat pysyvän esineen skeema	“Semioottinen funktio” sisäiset esitykset kausaliteetti, tila, aika	Suoran ja käänteisen toiminnon muodostama struktuuri aritmeettiset toiminnot ja mittaamisen idea
Kronologinen ikä	noin 0-2 v	noin 2-7 v	noin 7-12 v

Kuvio 2. Lapsen tiedollisen ajattelun rakentuminen ennen koulu-ikää ja ala-asteikäisenä Kerantoa (1982, 37) mukailten Piaget'n ajatusten pohjalta

Lapsi on esioperationaalisella kehityskaudella noin 2-7 vuoden iässä ja konkreettisten operaatioiden kaudella noin 7-12 vuoden iässä. Esioperationaalisella kaudella lapsen ratkaisuyritykset ovat varsin suunnittelemattomia, kun taas konkreettisella kaudella lapsen suoritus on systemaattisempaa ja ennakoivampaa. (Keranto 1982, 38.) Kuitenkin nykyisin lasten kasvuympäristöt ovat niin rikkaita, että jo 2-3 -vuotiaat lapset osaavat käyttää sopivissa tilanteissa sanoja yksi, kaksi, kolme ja monta. Joskus jopa kuulee puolitoistavuotiaankin käyttävän sanoja yksi, kaksi ja monta. Jo 3-4 -vuotiaana lapsi kykenee hahmottamaan numeroiden erilaisuuden sekä voi oppia yhdistämään määrän ja vastaavan numeron. Hän voi jopa suorittaa yksinkertaisia laskutoimituksia kuten summa ja erotus lukualueella 0-10. (Malaty 1997, 58.)

Kuvion kaksi mukaan koulutulokas on tulossa konkreettisten operaatioiden kauteen tai on saavuttanut jo sen. Yleensä koulutulokkaalla on kehittyneet seuraavat määrälliseen päättelyyn liittyvät ajatukselliset valmiudet kuten yksi-yhteen vastaavuus, lukumäärien säilyvyys ja transitiivinen päättely. Käsitteiden yhtä paljon, enemmän, vähemmän ymmärtäminen on määrällinen taito, joka liittyy lukukäsitteen kehittymiseen. Lukumäärän säilyvyyden konstruointi tarkoittaa sitä, että lapsi ymmärtää lukumäärän säilyvän samana, vaikka esineiden järjestystä ja ryhmittelyä muutetaan. Transitiivinen päättely taas tarkoittaa sitä, että lapsi oppii yhdistelemään eri joukkojen lukuisuutta koskevia tietoja ja tekemään niiden perusteella

päätelmiä. (Kinnunen & Vauras 1997, 271-272; Kinnunen, Lehtinen & Vauras 1994.)

Tutkimustulokset viittaavat siihen, että yhteen- ja vähennyslaskun oppimistaidot ovat monella koulutulokkaalla vielä varsin kehittymättömiä, mikä täytyisi ottaa huomioon kouluuntulovaiheessa. (Lehtinen & Kinnunen 1993, 40-45.) Tämä tarkoittaa myös sitä, että liian nopea symbolisten merkintöjen käyttöönotto aiheuttaa sen, että lapsen aikaisempi tietämys käsiteltävästä asiasta ei aktivoitu. Oppimisesta tulee tilannesidonnaista ja tämä on konstruktivismin periaatteiden vastaista. Edellä olevaan on viitannut myös Haapasalo (1993) kirjoittaessaan, että ensimmäisen luokan osalta on poistettava mm. liian varhainen symbolien + ja - käyttöönotto ja pelkkä numeroilla laskeminen, yhtälöistä ja lausekkeista puhuminen, pelkkä senttimetrivoittimella mittaaminen, laskujärjestyksestä puhuminen, toistuvien pelkästään samankaltaisten suoritusten tekeminen ja pelkkien nimitysten opetteleminen. Lisäksi hän painottaa myös sitä, että käsitteiden opettamiseen olisi varattava riittävästi aikaa. Koulun alkuvaiheessa monet lapset joutuvat tekemisiin niin sanotun kirjoitetun aritmetiikan kanssa eli niiden yleisesti sovittujen merkitsemistapojen kanssa, joiden avulla matematiikassa perinteisesti kommunikoidaan ja esitetään matemaattisia oppisisältöjä. Suurimmalla osalla oppilaista on jo kehittynyt varsin pitkälle matemaattista ajattelua ja ymmärrystä sellaisista matemaattisista prosesseista, joita näillä koulun alkuvaiheessa käyttöönotettavilla symboleilla ja merkitsemistavoilla kuvataan. Saattaa kuitenkin olla, että lasten aikaisempi matemaattinen tietämys ei aktivoitu kouluuntulovaiheessa tai matematiikka ei vastaa lasten tasoa. Hakkaraisen ja Puupposen (1997, 13) mukaan perinteisesti koulussa ja myös päiväkodissa on painotettu ja painotetaan oikean tiedon oppimista ja sääntöjen noudattamista. Lapset uskaltavat vastaamaan ja tekemään vasta sitten, kun ovat suhteellisen varmoja oikeasta suorituksesta. Näin lasten ajattelu on useimmiten kahlittua ja siinä saattaa olla pyrkimyksiä valmiiden, aikuisilta saatujen ajattelukaavojen käyttöön. Kun lapset kohtaavat vaikeuksia, he odottavat aikuisilta selkeitä ohjeita ja valmiita suorituskäytännöitä. Tästä on seurauksena se, että kun lapsi ei tee virheitä, hän ei myöskään pysty oppimaan asioita omakohtaisesti. Oppimistilanteiden luomisessa aikuisen tärkeimpänä tehtävänä on purkaa oikeiden vastausten paineet ja kannustaa itsenäiseen kokeilemiseen virheiden tekemisestä huolimatta. (Hakkarainen & Puupponen 1997, 13-14.)

Keranto on saanut jo 1970-luvulla tutkimustuloksia, joiden mukaan 95 % esikouluikäisistä hallitsi ensimmäisen luokan syyslukukauden matematiikan oppimäärän luku- ja kirjoitusvaikeuksista huolimatta. Vastaavanlaisia tuloksia on esittänyt myös Georg Malaty. Hänen

mukaansa se, mitä oppikirjat tarjoavat nykyään tarjoavat ensiluokkalaisille, ei vastaa sisällöltään ja menetelmiltään lasten tasoa. Esimerkiksi luvun yksi käsitettä ja sen merkkiä, eli numeroa, käsitellään kauan ennen kuin siirrytään luvun kaksi käsitteeseen. Kuitenkin koulutulokkailla on paljon matemaattisia kokemuksia. Malatyn (1997) ja myös kirjoittajan kokemusten mukaan lapset tuntevat numerot 1,2,3,4,5 ja ymmärtävät niitä vastaavien lukujen käsitteitä. Jo 5-vuotiaat kykenevät oppimaan sen, mitä kouluissamme tarjotaan 7-vuotiaille syyslukukaudella. (Malaty 1997, 64-88.) Tässä tuleekin keskeisenä esiin kysymys, kuinka asioita lähestytään. Yleisesti voidaan sanoa, että kun ensin ymmärrämme, miten asiasisällöt integroituvat arkipäivään, voimme myös ymmärtää, miten teoreettinen ja käsitteellinen ajattelu kehittyy luonnollista tietä: maailma ja sen ilmiöt alkavat kiinnostaa meitä vasta sitten, kun ne liittyvät käytäntöön (Aebli 1991, 201). Usein kuitenkin lasten matematiikassa lähdetään siitä, miten lapsi tunnistaa lukuja (näin esimerkiksi esikoulussa). Lukujen suhteellisuutta käsitellään vasta paljon myöhemmin, minkä seurauksena lapset joutuvat opettelemaan sääntöjä ulkoa. Pienten lasten tapa mitata, verrata ja laskea ei perustu ulkooppimiseen, vaan asioiden suhteuttamiseen toisiinsa. Lapselle luku merkitsee suhdetta eli sitä, mitä mitataan suhteessa siihen, mitä käytetään mittana = luku. Esimerkiksi jos on tottunut lisäämään kuusi mitallista jauhetta kahvia keittäessään, niin saattaa seurata ikävä yllätys, jos muistaa vain luvun kuusi, mutta ei mitan kokoa. Jos mittana onkin vaikka kahvikuppi ja vesimäärä sama tulos on aivan eri makuinen. (Riihelä 1998, 5.) Lapsille opetetaan liian usein se, mitä he jo osaavat.

Kun tarkastelemme lapsen matemaattista kehitystä ja edellä esitettyjä tuloksia matematiikan oppikirjoista, niin voimme päätellä, että matematiikan oppimisen keskeinen ongelma on matematiikan opetuksessa itsessään - jos oppikirjoja noudatetaan orjallisesti. Näinhän Piaget aikoinaan väitti. Konstruktivistisen oppimisenäkemyksen mukaan jokaisella lapsella on oikeus oppia omaan tahtiinsa ja omien kykyjensä mukaan. Tätä näkemystä meidän jokaisen tulisi kunnioittaa.

### 5.5. Konstruktivistinen matematiikan oppikirja

Kuten aikaisemmin jo on mainittu erityisesti ala-asteen opettajat ovat oppikirjasidonnaisia (esimerkiksi Kari 1988). Kirja saattaa olla niin oppilaille kuin opettajallekin usein ainoa tärkeä tiedon lähde. Aeblin (1991, 244) mukaan oppikirjoja on opeteltu kautta vuosisatojen ulkoa. Hänen mukaansa jonakin päivänä älykkäät oppilaat huomaavat, mitä heidän suunsa on puhunut, mutta monet eivät ymmärrä ulkoa opettelemiaan asioita. Opettajan oppaat taas tarjoavat tiedon lisäksi usein myös malleja tiedon käsittelemiseksi ja esittelemiseksi. Näin ollen oppikirja saattaa toimia opetuksen suunnittelun välineenä ja ratkaista opetuksessa käytettävät työtavat (Mikkilä 1992, 100).

Sama konstruktivismiin ydinsanoma pätee sekä opettajaan että oppikirjaan. Kummatkaan eivät voi siirtää valmista tietoa oppilaan päähän. Kirjan samoin kuin opettajankin täytyy ottaa lasten oppimisedellytykset huomioon. Pedagoginen kirja luottaa käyttäjänsä ja tarjoaa hänelle mahdollisuuksia itse ajatella ja tehdä johtopäätöksiä (Geddis 1993). Jos lapsen aikaisemmat matemaattiset tietorakenteet eivät aktivoitu, niin tiedosta tulee ulkoa opittua tietoa eli ns. kuollutta, ei todellista, ei sovellettavaa tietoa, koska lapsi ei osaa käyttää sitä (Resnick 1989). Toisin sanoen jos oppikirja ja opettaja eivät anna oppilaille tilaisuutta aitoihin sovelluksiin tai oppilas saa suoritettavakseen valmiiksi 'pureskeltuja' tehtäviä, jotka sopivat täsmälleen johonkin ulkoa opittuun kaavaan, niin saattaa olla, että matemaattiset tietorakenteet eivät aktivoitu. Jos esimerkiksi oppilas on opetellut ulkoa kolmion alan kaavan, niin hän epäonnistuu, jos hänelle annetaan kolmio, josta hänen on itse löydettävä laskemiseen tarvittavat arvot. (Aeblin 1991, 244.) Jotta oppikirja edistäisi oppimista, sen täytyy perustua siihen, miten oppilas on rakentanut tietonsa (Ojala 1997, 94). Selvitänkin tutkimuksessani, miten oppikirjat ottavat huomioon oppilaiden ennakkotiedot käsitteenmuodostuksessa ja miten oppikirjat tukevat konstruktivistista käsitteenmuodostusta. Jos oppiminen katsotaan aktiiviseksi omien tietojen rakentamiseksi, niin oppikirjan on tarjottava aktiivisuuden mahdollisuus. Valmiit tiedot eivät aktivoi ajattelua. (Ojala 1997, 40.) Aeblin (1991, 265) mukaan kimmokkeen matemaattiselle ajattelulle ja oppimiselle antavat ongelmat, jotka sisältyvät maailman tapahtumien tulkitsemiseen ja niihin vaikuttamiseen. Esimerkiksi alkuopetuksessa sellaiset ongelmatehtävät, jotka liittyvät lasten elämisaailmaan, aktivoivat lasten matemaattisia ajatusrakenteita.

Joskus oppikirjojen tehtävät saattavat vahvistaa erilaisiin selviytymisstrategioihin turvautumista. Tällaisia selviytymisstrategioita ovat esimerkiksi informaaliset strategiat ja pintastrategiat. Erityisesti heikoilla oppilailla saattaa kehittyä informaalisten strategioiden rinnalle erilaisia pinnallisia ratkaisustrategioita, joiden avulla he yrittävät selvitä koulumatematiikan vaatimuksesta. Käyttäessään ns. informaalisia ratkaisustrategioita oppilaat käyttävät apuvälineitä tehtävän ratkaisussa. Seuraavassa esimerkki informaalisesta ratkaisustrategiasta:

*Pekalla on viisi postimerkkiä. Hän antaa Kaisalle kaksi postimerkkiä: Kuinka monta postimerkkiä on nyt?* Tehtävää ratkaistessaan oppilas saattaa turvautua esimerkiksi palikkoihin tai sormiinsa ja rakentaa joukon joka vastaa suurempaa annettua lukua (5) tehtävässä. Sitten oppilas poistaa pienemmän luvun (2) ilmoittaman määrän. Vastaus on jäljelle jäävä määrä (3). Tällaiset informaaliset ratkaisustrategiat auttavat sellaisia oppilaita, joilla on matematiikassa ongelmia, selviytymään yksinkertaisista sanallisista tehtävistä. Tällaisten strategioiden käyttö ei kuitenkaan ole varsinaista ongelmanratkaisua, sillä oppilaat eivät rakenna mielessään ongelmatilannetta, jonka jälkeen he päättäisivät tehtävän vaatimista operaatioista. Tämä näkyy esimerkiksi siinä, että näillä oppilailla on usein vaikeuksia kirjoittaa sopivaa laskulauseketta. Siirryttäessä vaativampiin tehtäviin tällaiset strategiat eivät enää toimi. Tällöin olisi hyvä jos opettaja olisi tietoinen, millaisia informaalisia strategioita oppilaat käyttävät ja miten vahvoja ne ovat. (Vauras 1997, 4-7.)

Pinnallisille ratkaisustrategioille taas on tyypillistä, että oppilaat eivät edes yritä perustaa sopivan operaation valintaa ongelmatilanteen analyysille ja rakentamiselle, vaan hyppäävät suoraan 'lukujen kanssa puuhailuun'. Tällaisia strategioita käyttävät oppilaat pyrkivät käyttämään kaikki tehtävässä esiintyvät luvut, olivatpa ne oleellisia tai eivät tehtävän ratkaisun kannalta. Oppilas saattaa käyttää pintastrategioita silloin, kun apuvälineiden käyttö on kiellettyä tai hankalaa suurten lukujen vuoksi ja kun vaaditaan laskulausekkeen kirjoittamista. Heikoille oppilaille on tyypillistä, että he eivät lue tehtäviä huolellisesti eivätkä analysoi tai yritä mallintaa mielessään ongelmatilannetta. (Vauras 1997, 4-7.) Seuraavassa tyypillisiä oppikirjoissa käytettyjä pintastrategioita suosivia piirteitä Vauraksen (1997, 6-7) mukaan:

\* Jo otsikossa on kerrottu, millaista operaatiota tehtävä vaatii.

\* Tehtävän avainsanoja (kuten 'vähemmän/enemmän') on korostettu lihavoimain, värein tai muilla tavoin.

- \* Samaa operaatiota opetellaan pitkän aikaa ja muunlaisia tehtäviä ei ole kuten esimerkiksi jo aiemmin opeteltuja.
- \* Sanalliset ongelmatehtävät ovat aina kielellisesti yhdenmukaisia vaadittavan operaation kanssa, toisin sanoen tehtävässä lukee esimerkiksi yhteensä, kun vaaditaan yhteenlaskua.
- \* Tehtävissä on vain sellaisia lukuja, joita tarvitaan ongelman ratkaisemiseksi.
- \* Tehtävistä puuttuu kaikki tilanteen mallintamista auttava 'ylimääräinen' tieto.
- \* Tehtävätyyppien vaihtelu on hyvin vähäistä.
- \* Tehtäviin on olemassa ainoastaan yksi oikea vastaus, joka saadaan soveltamalla suoraviivaisesti tiettyä aritmeettista operaatiota.

Tehtävissä, jotka vaativat useita aritmeettisiä operaatioita ongelman ratkaisemiseksi, heikot oppilaat saattavat käyttää erilaisia pintastrategioiden ja arvausten yhdistelmiä. Tavallisesti oppilaat käyttävät kaikki numerot, hakevat vihjeitä avainsanoista tai sen hetkisestä opetusympäristöstä ja valitsevat operaation, joka on näiden vihjeiden mukainen tai jonka he hallitsevat hyvin. Tämän vuoksi myös oppikirjojen tehtävissä olisi syytä kiinnittää huomiota tehtävien rakenteisiin eli tehtävissä tulisi olla myös syvällisempiä ongelmanratkaisustrategioita vaativia tehtäviä, jotka aktivoivat myös oppilaita. Niin sanottujen yhtä oikeaa ratkaisua vaativien tehtävien määrää tulisi vähentää. Jos opettaja ei usko opetuksessa oikeiden vastausten määrän kertovan taitavasta ajattelusta tai ei odota oppilaiden löytävän niin nopeasti kuin mahdollista operaation ongelman ratkaisemiseksi, niin hän on opetuksessaan hyvällä tiellä kohti matemaattisten ongelmaratkaisutaitojen kehittämistä. (Vauras 1997, 7-8.)

On hyvä pohti oppikirjan, oppimateriaalin, asemaa tieto- ja oppimiskäsityksiltään uudistuvassa koulussa. Tällä hetkellä yhtä aukeamaa ei voi enää perustellusti pitää opetettavan asian strukturoinnin mittana ja jäsentäjänä, sillä tietoaineksen oma logiikka ja käsitejärjestelmät sekä korkeatasoista oppimista tukevat didaktiset rakenteet nousevat keskeiseksi strukturoinnin periaatteeksi. Opettajasta tulee oppimisprosessin tutkija suhteessa oppimateriaaliin, joka traditionaalisessa mallissa on ennalta määrännyt opetettavien sisältöjen valintaa. Keskeiseksi sisällöiksi olisi nostettava kokonaisvaltainen, aineen logiikkaa noudattava jäsenitys peruskäsitteiden avulla sekä oppiaineelle tyypilliset tiedon tuottamistavat. (Mikkilä 1992, 127-128.) Jotta päästäisiin syvälliseen käsitteen ymmärtämiseen, on oppikirjojen kyettävä tarjoamaan käsitteenmuodostuksen etenemiselle sellainen didaktinen viitekehys, että oppilaat

voivat rakentaa käsitteistä ehjiä kokonaisuuksia. Tämä tarkoittaa myös sitä, että käsitteemuodostukselle on varattava riittävästi aikaa ja opittavat käsitteet on jaettava konstruktivistisen pedagogiikan mukaisesti loogisiksi kokonaisuuksiksi oppilaan kehitystason mukaan. (Haapasalo, 1994, 215-218.) Seuraavassa luvussa tarkastellaan lähemmin käsitteitä ja niiden oppimista.

### 5.5.1. Käsitteistä ja niiden oppimisesta

Hyvässä oppikirjassa käsitteenopettamismenetelmän lähtökohtana on sekä käsitteiden olemuksen tarkastelu että lapsen käsitteen oppimisprosessi (Laine 1990). Kallonen-Rönkön (1996, 22; Laine 1990) mukaan pelkistetyksi ilmaisten käsitteellä voisi tarkoittaa yksikköä, jossa ihmisen havainnot, aikaisemmat tiedot ja niitä molempia työstävä ajattelu kytkeytyy toisiinsa. Käsitteen muodostamiseen liittyy keskeisenä osana oppijan ajattelupanos tarvittavan tiedonsaannin ohella. Käsitteen muodostaminen voi tarkoittaa joko yksilöllisiä tai kollektiivisia prosesseja tai molempia niistä. Vaikeutena käsitteenmuodostuksen ohjauksessa lienee se, millaista on luonteeltaan se ajattelu, joka johtaa käsitteen jäsentymiseen oppijan mielessä. Millaisessa muodoissa tarvittavat on tiedot edullista tarjota oppijalle? Kuinka suuri osuus on verbaalisella muodolla, mikä visualisoinnilla? On myös tarkoin mietittävä arkipäivän ja tieteellisten käsitteiden välistä suhdetta, joiden yhdistelmistä sekä tieteen kollektiiviset että yksilölliset käsitteet kehityshistoriansa myötä nousevat. (Kallonen-Rönkkö 1996, 22, Mikkilä 1992, 128.) Lahdeksen (1997, 179) mukaan käsitteiden opetus pyrkii auttamaan oppilaita ymmärtämään käsitteiden olemusta ja antamaan merkitystä ajattelulle. Haapasalon (1994, 51-53) mukaan käsite voi myös tarkoittaa

\* esitystä siitä, mitä käsite on, miten se syntyy sekä miten se on tunnistettavissa ja tuotettavissa

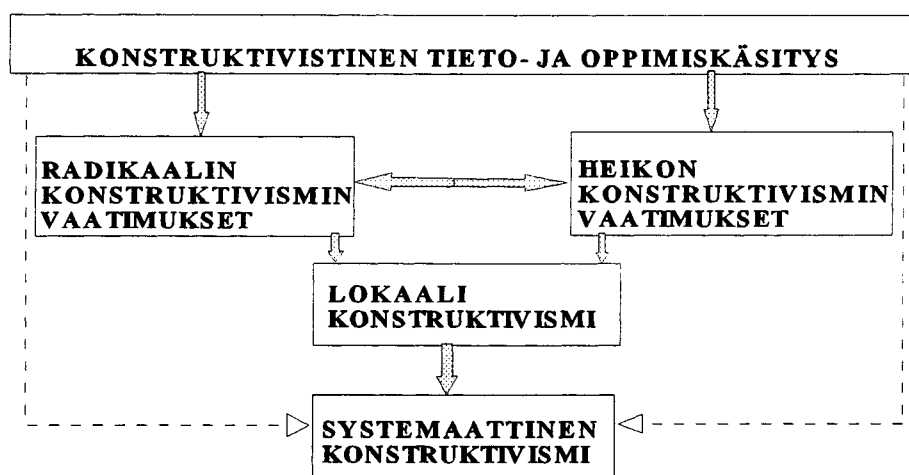
\* mitä jokin esitysmuoto, esimerkiksi matemaattinen symboli, tarkoittaa tai miten tätä merkkiä on käytettävä.



Matemaattisen käsitteen voi määritellä sen ominaisuuksien ja olennaisten tunnusmerkkien avulla. Käsitteet voidaan jakaa objekti-, operaatio- ja riippuvuuskäsitteisiin. Sama käsite voi olla objekti, operaattori että suhde tai riippuvuutta ilmaiseva. Objektikäsite tarkoittaa sellaisia todellisia tai kuviteltuja kohteita, joita voidaan esittää edustajalla. Tällaisia ovat esimerkiksi ympyrä, neliö, kolmio tai luku ilmauksena. Operaatiokäsite taas määrittelee objekteja käsittelevän toiminnon kuten esimerkiksi yhteenlasku, vähennyslasku, kertolasku jne. (Haapasalo 1994, 51-53.) Operaatio on siis abstrakti toiminto, joka voi olla todellinen, kuviteltu (sisäinen) tai merkkikielelle käännetty (kuten edellä mainitut laskutoimitukset). Operaatiota suorittaessaan toimija suuntaa huomionsa yksinomaan syntyvään rakenteeseen. Silloin, kun operaatio voidaan koodata symbolein merkkikielelle, uuden tärkeän prosessin operaation automatisoiminen on mahdollista. Uudet operaatiot saadaan rakentamalla ne tutuista operaatioista. Uuden operaation perustana on ongelma eli yleinen operaatioajatus. On huomattava, että oppimisprosessi ei pääty siihen, että operaatio on saatu rakennetuksi, vaan operaation on onnistuttava myöhemmin riippumatta konkreettisista asiayhteyksistä, abstraktisti. (Aebli 1991, 227-239.) Riippuvuuskäsite, josta käytetään myös nimitystä suhdikäsite, kuvaa objektien välillä vallitsevia riippuvuuksia ja yhteyksiä. Riippuvuuskäsitteitä ovat esimerkiksi suurempi kuin, pienempi kuin, yhtäsuuruus jne. (Haapasalo 1994, 51-53.) Alkuopetuksessa keskeisimmät käsitteet ovat lukukäsite, yhteen- ja vähennyslaskun käsite, kerto- ja jakolaskun käsite sekä mittaamisen käsite.

Pedagogiselta kannalta käsitteiden muodostuksessa ja oppimisessa on tärkeää, että lapsi alkaa itse epäillä omien tietojensa todenperäisyyttä ja haluaa vielä varmistaa niitä (Ojala 1997, 40). Tähän liittyy silloin aktiivinen oma tiedonhankinta. Oppikirjan kannalta tämä tarkoittaa sitä, että tietoa ei saa esittää lopullisena ja muuttumattomana, vaan tiedon esittämisessä lapselle on annettava mahdollisuus kytkeä asiat hänen aiempiin kokemuksiinsa, jolloin uuden ja jo olemassa olevan tiedon integroituminen helpottuu (Ojala 1997, 40; Laine 1990, 60). Käsitteet siis rakentuvat oppimisprosessin kautta, joka voidaan jakaa neljään osafunktioon: rakenteen konstruoimiseen, syventämiseen, lujittamiseen ja soveltamiseen sekä niiden vuorovaikutukseen. Oppimisprosessin liikkeelle panevana voimana ovat käytännön läheiset ongelmat. Ongelmien ratkaisun avulla käytännön toiminnot muuttuvat sisäisiksi, kuvitelluiksi, abstrakteiksi käsitteiksi, joiden rakenteen oppilas ymmärtää. Syventämisvaiheessa sisäisten käsitteiden verkkomainen rakenne korostuu. Soveltamisvaiheessa taas oppilas käyttää apuna

käsitteitä uusissa konkreettisissa tilanteissa. Käsitteitä tulisi selkeyttää tarkastelemalla niitä eri näkökulmista ja niitä tulisi soveltaa käytännön elämäntilanteisiin. Tässä vaiheessa on tarkoituksena, että oppilas pystyy ilman ohjausta soveltamaan itsenäisesti käsitteitään ja ajatusprosessejaan uusiin kohteisiin ja ongelmiin. Mitä pienemmistä lapsista kyse, sitä enemmän olisi painotettava käsitteenopettamismenetelmien käytännönläheisyyttä. (Aebli 1991, 265-305, 400.) Käsitteiden opetus esimerkiksi alkuopetuksessa olisi edettävä induktiivisesti, jolloin oppilaille annetaan ongelmatilanne, jonka ratkaisun avulla he pyrkivät johtamaan käsitteen kriittisiä piirteitä ja määritelmän. Arvokasta käsitteissä on se, että niiden avulla pääsemme yleistyksiin, jotka laajentavat ja syventävät ajattelumme ja toimintamme rajoja. (Lahdes 1997, 181.) Sekä Aebli että Haapasalo painottavat aktiivista oppimista käsitteenmuodostuksessa. Haapasalo (1994, 201) on kehittänyt konstruktivistiselle pedagogiikalle perustuvan käsitteenmuodostamisprosessin, jossa heikon ja vahvan konstruktivismin vaatimukset yhdistyvät lokaalin konstruktivismin välityksellä. Hän käyttää tästä konstruktivismista nimitystä systemaattinen konstruktivismi, jonka rakentumista alla olevalla kuviolla kolme havainnollistetaan.



Kuvio 3. Systemaattisen konstruktivismin rakentuminen

Haapasalon kehittämä pedagogiikka rakentuu ongelmanratkaisuprosessille (vrt. Aebli 1991; Engeström 1992, 60), jolle hän rakentaa käsitteenmuodostuksen. Hän jakaa käsitteenmuodostusprosessin osavaiheisiin, joiden avulla opettaja kykenee rajaamaan tarkoituksenmukaisesti tilanteita, 'eräänlaista oppimisavaruutta', jossa oppilas konstruoi tietämystään. Kussakin

osavaiheessa oppilaan on opittava liittämään käsitteeseen olennaisia määritteitä eli attribuutteja sekä verbaalisessa, kuvallisessa että symbolisessa muodossa. Haapasalo painottaa erityisesti verbaalisten esitysmuotojen tärkeyttä, koska ne mittaavat luotettavimmin käsitteenhallintaa. (Haapasalo 1994, 200-210.) Tällaiset dynaamiset käsitteet ovat siis todellisuudessa tapahtuvien mallien prosesseja. Mallia voidaan käyttää kokonaisuuksien hahmottamiseen, osien keskinäisten suhteiden määrittelemiseen sekä päätelmiin niistä rakenneosista, joita ei vielä ole tavoiteltu. (Kallonen-Rönkkö 1996, 25.)

Käsitteenmuodostusprosessiin kuuluu seuraavat osavaiheet Haapasalon (1994, 202-206) mukaan:

\* käsitteeseen orientoitumisvaihe (O), jossa oppilaalle järjestetään käsiteltävästä asiasta ongelmatilanne, jota oppilas tulkitsee omien ennakkokäsitystensä pohjalta. Tällainen tilanne sopii myös Aebelin (1991, 305) oppimisprosessin aloitustilanteeksi, sillä oppilas, jolla on ongelma, etsii vastausta. Tässä tilanteessa oppilas etsii käsitteen tunnusmerkkejä loogis-kognitiivisen ristiriidan kautta. Opettajan tehtävänä on suunnitella sellaisia oppimisympäristöjä, joissa oppilas voi kehittää itselleen monipuolisia ajattelu- ja toimintomalleja.

\* käsitteen määrittelyvaihe (D), jossa oppilas kiinnittää ja kokoaa käsitteelle olennaiset tunnusmerkit. Orientoitumis- ja määrittelyvaihetta kutsutaan yhteisellä nimellä käsitteen muovaamisvaiheeksi eli tässä vaiheessa rakennetaan käsitteen muodostamista varten tarvittavat tiedot, joista oppilas mahdollisesti kykenee muodostamaan käsitteen olleelliset tunnusmerkit omilla ajattelumalleillaan. (Vrt. Engeström 1992, 60: Oppimisen vaiheet motivoituminen, orientoituminen) Tämän edellytyksenä kuitenkin on, että orientoitumisvaihe on onnistunut hyvin. Käsitteen muovaamisvaihe vaatii oppilaan aktiivisuutta, luovia työmuotoja ja on näin ollen vaativa vaihe.

\* käsitteen tunnistamisvaihe (I), jossa järjestetään oppilaalle vain tunnistamiseen tähtääviä, riittävän helppoja ja monipuolisia tehtäviä niin, että oppilas voi liittää esitykseensä niin verbaalisia (V), kuvallisia (K) kuin symbolisiakin esitysmuotoja. Tehtäviä tulee olla seuraavien esitysmuotojen välillä:

\* verbaalisen ja verbaalisen (IVV),

\* verbaalisen ja kuvallisen (IVK),

- \* verbaalisen ja symbolisen (IVS),
- \* kuvallisen ja kuvallisen (IKK),
- \* kuvallisen ja symbolisen (IKS) ja
- \* symbolisen ja symbolisen (ISS)

muodon välillä. Tehtävien etenevät aina yksinkertaisimmasta tunnistamisesta päätyen monimutkaisempaan tunnistamiseen. On kuitenkin muistettava, että tehtävissä ei saa olla liian monimutkaista tiedon prosessointia. (Vrt. Engeström 1992, 60: Oppimisen vaiheet sisäistäminen)

\* käsitteen tuottamisvaihe (P), jossa oppilaan on tuotettava käsitteen jokin vaadittu esitysmuoto (esim. symbolinen) lähtien jostain esitysmuodosta (verbaalisesta, symbolisesta tai kuvallisesta). Tämä vaihe vaatii kaikkiaan yhdeksän eri tuottamistehtävyyppiä:

- \* verbaalisesta verbaaliseen (PVV),
- \* verbaalisesta kuvalliseen (PVK),
- \* verbaalisesta symboliseen (PVS),
- \* kuvallisesta verbaaliseen (PKV),
- \* kuvallisesta kuvalliseen (PKK),
- \* kuvallisesta symboliseen (PKS),
- \* symbolisesta verbaaliseen (PSV),
- \* symbolisesta kuvalliseen (PSV),
- \* symbolisesta symboliseen (PSS)

muotoon. Myös tässä vaiheessa on muistettava, että tehtävät eivät saa olla liian vaativia. (Vrt. Engeström 1992, 60: Oppimisen vaiheet: ulkoistaminen)

\* käsitteen lujittamisvaihe (F), jossa oppilas syventää käsitteellistä tietoaan ja rakentaa siihen liittyvää proseduaalista tietoa. Tähän vaiheeseen kuuluu käsitteen soveltaminen rutiinitehtävissä ja erilaisissa ongelmatehtävissä. (Vrt. Engeström 1992, 60: Oppimisen vaiheet: opittavan tiedon arviointia ja kontrollia)

On huomattava, että oppilaille syntyy käsitteemuodostusvaiheen aikana 'lokaaleja konstrukti-

oita', joilla voi olla hyvinkin radikaali luonne. Taitava opettaja ei pyri korjaamaan oppilaan ajatusrakenteita, vaan järjestää hänelle toistuvia ristiriitatilanteita, joissa oppilas itse näkee tarpeen omien ajatusrakenteidensa korjaamiseen. (Haapasalo 1994, 207,310.) Toisin sanoen mitä vankemmin oppilaan tietämys on hankittu omakohtaisesti ongelmia ratkaisten, sitä mieluummin oppilas asettaa myös itselleen ongelmia eli pyrkii tutkimaan omia ajatusrakenteitaan (Aebli 1991, 337). Haapasalon (1994) mukaan opettajalla on hyvät mahdollisuudet seurata oppilaan käsitteenmuodostuksen etenemistä eri osavaiheissa. Opettajalla on mahdollisuus tutkia tarkasti, milloin laadullista eriyttämistä tarvitaan ja millainen on oppilaan käsitteenhallinnan taso. Myös oppilas seuraa etenemistään esimerkiksi päiväkirjojen ja portfolioiden muodossa aivan kuten opettajakin. (Haapasalo 1994, 207,310.)

Haapasalo painottaa siis ongelmanratkaisun ja verbalisoinnin merkitystä käsitteenmuodostuksessa. Kielen ja ajattelun välistä suhdetta ovat pitäneet tärkeänä esimerkiksi Leontjev ja Vygotski. Myös Piaget on myöntänyt kielen ja ajattelun välisen suhteen, vaikka korosti niiden välistä erillisyyttä. Hänen mukaansa kieli on yksi ajattelun väline, mutta on myös muita. Kielelle ja ajattelulle löytyy yhteisiä funktioita, mutta myös eri tehtäviä kuten esimerkiksi kieli kommunikaation välineenä ihmisten välisessä vuorovaikutuksessa. Piaget ei luottanut tutkimustensa perusteella lasten taitoon yksilöidä ajattelussaan prosessoimaansa ainesta kielellisiksi ilmauksiksi. Hänen mukaansa lapset pystyivät tuottamaan ja toteuttamaan heille annettujen ongelmatyyppisten tehtävien ratkaisut toiminnassaan, mutta osasivat hyvin heikosti verbalisoida toimintaketjujaan tai toimintavaiheidensa perusteluja. (Kallonen-Rönkkö 1996, 26.) Piaget painottaa siis toiminnan merkitystä käsitteenmuodostuksessa kuten Haapasalokin. Tällaisessa käsitteenmuodostusprosessissa korostuu oppimisympäristöjen merkitys. Matematiikka koetaan hyvin usein tärkeäksi oppiaineeksi, mutta kouluvuosien lisääntyessä matematiikan opiskelua aletaan pitää tylsänä. Jos lapset eivät koe opiskelua merkityksellisenä, niin saattaa olla, että käsiteltävät asiat eivät koskaan tule ymmärtämisen tasolle. Oppimisympäristöjen tehtävä on aktivoida kiinnostus käsiteltäviin asioihin eli annettava vastaus niihin kysymyksiin, jotka lapsia kiinnostavat. Tämä asettaa todellisen haasteen oppikirjoille, opettajille ja kirjantekijöille sekä kustantajille. Aktiivista käsitteenmuodostusta tukevat oppimisympäristöt ovat dynaamisen oppimisprosessin perusta.

## 5.6. Tutkimuksen ongelmat

Edellä olevan perusteella tutkimukseni ongelmat ovat seuraavat:

1. Ottavatko alkuopetuksen matematiikan oppikirjat huomioon oppilaiden ennakkotiedot käsitteenmuodostuksen yhteydessä?
2. Tarjoavatko alkuopetuksen matematiikan oppikirjat monipuolisia tehtäviä käsitteenmuodostuksen eri tasoille?
  - 2.1. Onko kirjojen esitystapa johdonmukainen?
  - 2.2. Ovatko kirjojen tehtävät motivoivia?
  - 2.3. Tukevatko kirjan tehtävät käsitteenmuodostuksen eri tasoja?
3. Vastaavatko alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen tehtävät lapsen kehitystasoa?
4. Ohjaako oppikirjojen esitystapa oppilaita aktiiviseen tiedon etsintään ja itsenäiseen ajatteluun?
5. Ohjaavatko oppikirjat tietokoneiden ja laskinten käyttöön opetuksessa?
6. Edellyttääkö oppikirjojen esitystapa oppilailta ja opettajalta jatkuvaa arviointia?
  - 6.1. Ohjaako kirja oppilasta oman edistymisensä arviointiin?
  - 6.2. Ohjaako kirja opettajaa oppilaiden ja oman työn jatkuvaan arviointiin?
  - 6.3. Millaiseen arviointiin kirja ohjaa kodin ja koulun välillä?

## 6. TUKIMUSMENETELMÄT

### 6.1. Analysoitavat oppikirjat

Alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjoista on valittu harkinnanvaraisesti kaksi matematiikan oppikirjasarjaa (liite 1). Kirjat edustavat tyypillisiä käytössä olevia alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjoja. Valinnassa on painotettu oppikirjojen erilaisuutta. Näin on haluttu saada yleisempi kuva alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen didaktisesta tasosta.

Yleisesti didaktiikalla tarkoitetaan sellaista kasvatustieteen osa-aluetta, joka tutkii kasvatustavoitteista johdettavaa tarkoituksellista ja suunniteltua opettajan ja oppilaiden välistä sosiaalista, vuorovaikutuksellista toimintaa, jonka tarkoituksena on luoda oppilaalle edellytykset oppimisen avulla tavoitteiden saavuttamiseen. Didaktiikka -nimeä voidaan käyttää vain riittävän laajoista ja teoriapohjaisista alueista kuten esimerkiksi useimmista ainedidaktiikoista. (Lahdes 1997, 14, 41.) Tämä tutkimus kohdistuu matematiikan ainedidaktiikkaan eli siihen millaisia oppimisedellytyksiä alkuopetuksen matematiikan oppikirjat tarjoavat rakenteensa perusteella oppilaille oppimistavoitteiden saavuttamiseksi. Oppikirjasarjojen didaktiikkaa on tutkittu suurimmaksi osaksi opettajan oppaiden avulla, koska on lähdetty siitä olettamuksesta, että oppikirja on opettajalle, varsinkin ala-asteen opettajalle, lähes opetussuunnitelman asemassa. Tätä näkemystä tukevat useat tutkimukset kuten esimerkiksi Karin 1988 Luokanopettajan oppikirjasidonnaisuus -tutkimuksen tulokset, Kuusiston 1989 oppimateriaalitutkimuksen tulokset sekä Kuparin 1993 esittämät matematiikan kansallisen arviointitutkimuksen tulokset. Vahvistusta tälle käsitykselle antaa myös Opetushallituksen 1995 East Anglian yliopiston tutkijaryhmällä teettämä tutkimus. Toisin sanoen opettajan opas antaa opettajalle ikään kuin raamit pidettävälle tunnille ja näin ollen se didaktiikka, minkä opettajan oppaat antavat, pahimmassa tapauksessa rajoittaa opettajan käsitystä matematiikan opetuksesta. Välillisesti tämä muokkaa myös lasten käsityksiä matematiikasta ja matematiikan oppimisesta. Lisäksi opetta-

jan oppaat sisältävät opettajalle tarkoitettujen opetusohjeiden lisäksi myös oppilaan kirjojen sisällöt tehtävineen. Tutkimuksessa on haettu lisätarkennuksia joissakin tapauksissa oppilaan kirjoista.

## **6.2. Tutkimusmenetelmä**

Koska tutkimukseni painottuu alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen välittämien oppimisedellytysten tutkimiseen, niin käytän tutkimusmenetelmästäni nimitystä didaktinen analyysi. Didaktinen analyysi jakautuu kahteen osaan: oppikirjojen tehtävärakenteen tutkimiseen sisällön analyysin avulla sekä käsitteenmuodostusprosessien rakenteen tutkimiseen. Näiden didaktisen analyysin osien avulla pyritään muodostamaan kokonaiskuva oppikirjojen välittämästä didaktiikasta.

Berelsonin (1952, 5) perinteisen määritelmän mukaan sisällön analyysin keskeisenä tavoitteena on kommunikaation ilmissisällön objektiivinen, systemaattinen ja kvantitatiivinen kuvaaminen. Eskolan (1968) mukaan sisällön analyysi voidaan määritellä yksinkertaisesti kommunikaation sisällön tieteelliseksi tutkimiseksi.

Käsitteenmuodostusprosessia tutkitaan vertaamalla lukukäsitteen sekä yhteen- ja vähennyslaskun, kerto- ja jakolaskun että mittaamisen käsitteiden muodostusta oppikirjoissa systemaattisen konstruktivismiin mukaisiin käsitteenmuodostusprosessin tavoitteisiin.

### **6.2.1. Didaktinen analyysi**

Tässä tutkimuksessa didaktinen analyysi perustuu sisällön analyysiin sekä systemaattiseen konstruktivismiin perustuvaan käsitteenmuodostusprosessin rakentumiseen. Analyysin tarkoituksena on saada kokonaiskuva siitä, miten tutkittavien matematiikan oppikirjojen peruskäsit-



teiden opettaminen vastaa systemaattista konstruktivismia (toisin sanoen onko kyseessä olevissa oppikirjoissa konstruktivismia lainkaan ja jos on niin millä tavalla) eli pyritään arvioimaan, miten hyvin kunkin kirjan tehtävät tukevat konstruktivistista käsitteenmuodostusta ja alkuopetusikäisen lapsen kehitystasoa. Tässä tutkimuksessa halutaan siis selvittää millaiselle didaktiikalle oppikirjat perustuvat.

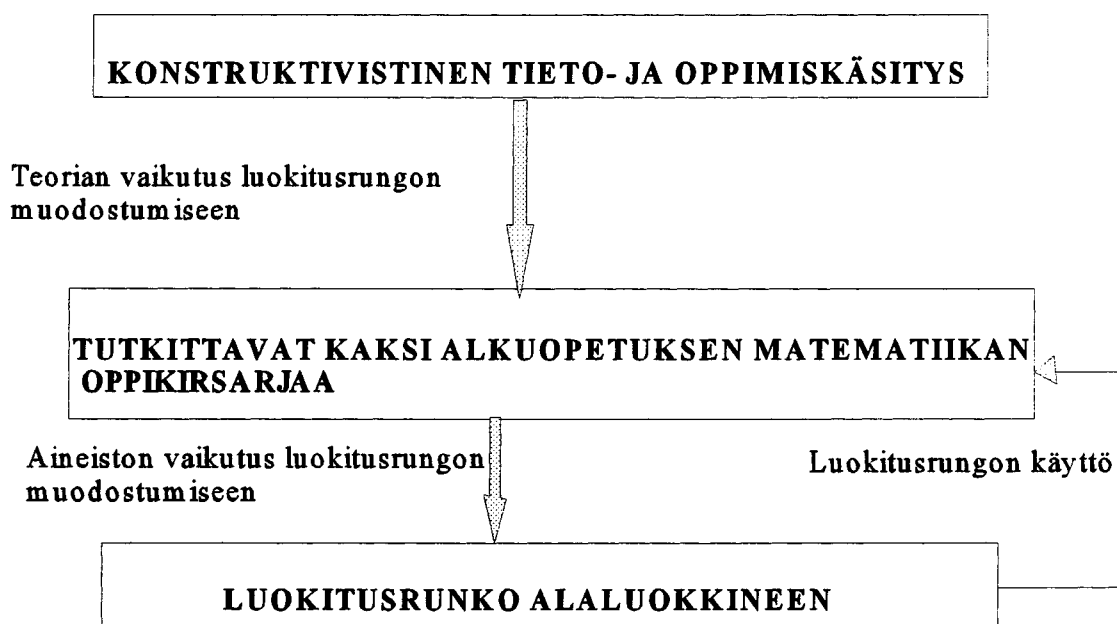
Sisällön analyysissa materiaali jaetaan luontevan tuntuisiin ja ongelman kannalta mielekkäisiin osiin, jotka toimivat havaintoyksikköinä (vrt. Pietilä 1976). Tämän tutkimuksen havaintoyksikkönä on yksi alkuopetuksen matematiikan oppikirjan tehtävä.

Tämän analyysin tärkein vaihe on sisältöluokkien valinta ja määrittely didaktisiin luokkiin. Didaktisten luokkien määrittely perustuu tutkimusongelmiin eli niihin kysymyksiin, joihin halutaan saada vastausta. Seuraavassa paneudutaan tarkemmin tämän tutkimuksen didaktisen luokitusrunon laatimiseen.

### **6.2.2. Didaktisen analyysin ensimmäinen osa: luokitusrunon laatiminen**

Luokitusrunko on rakennettu konstruktivistisen tieto- ja oppimiskäsityksen pohjalta - lähinnä Haapasalon esittämän (1994) systemaattisen konstruktivismin pohjalta konstruoidun käsitteenmuodostamismallin perusteella. Luokitusrunon avulla tutkija pyrkii saamaan kokonaiskuvan tutkittavien alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjojen tehtävätyyppien rakenteesta. Tämän vuoksi luokitusrunko on jaettu tehtävätyyppien mukaan alaluokkiin. Pääsisältöluokkia ovat seuraavat tehtävätyypit: rutiini- eli standarditehtävät, käsitteenmuodostukseen kuuluvat tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät, hahmottamistehtävät, pulmatehtävät, ongelmatehtävät, sovellutustehtävät, luokittelutehtävät ja tilastolliset tehtävät. On huomattava, että käsitteenmuodostukseen liittyy muitakin vaiheita kuin tunnistamis- ja tuottamisvaihe. Ennen näitä vaiheita oppilaan on täytynyt koota käsitteeseen kuuluvat tunnusmerkit käsitteen muovaamisvaiheessa eli orientoitumis- ja määrittelyvaiheessa. Orientoitumis- ja määrittelyvaihetta lähestytään yleensä ongelmatilanteen kautta, joten tämän käsitteenmuodostusvaiheen osuus sisältyy ongelmatehtäviin. Koska tunnistamis- ja tuottamisvaihe ovat käsitteenmuodostukses-

sa hyvin keskeisiä, ne on otettu erikseen esille luokitusrungossa. Näiden vaiheiden jälkeen tulee vielä lujittamisvaihe, joka on käsitteen syventämistä. (Haapasalo 1994, 202-206.) Lujittamisvaiheen on löydettävissä esimerkiksi ongelma- ja sovellutustehtävistä. Seuraavalla kuviolla neljä havainnollistetaan luokitusrungon muodostumista.



Kuvio 4. Luokitusrungon konstruoiminen

#### 6.2.2.1. Rutiini- eli standarditehtävät

Tehtävää, jonka suorittamiseksi oppilas voi heti tunnistaa tarvittavat ratkaisumenetelmät, sanotaan rutiini- eli standarditehtäväksi (Haapasalo 1994, 17; Pehkonen, Pekama, Seppälä 1991, 11).

Tässä tutkimuksessa standarditehtävillä käsitetään annetun mallin mukaisia tehtäviä, jotka ovat rutiininomaisia ilman, että lapsen tarvitsee kehittää matemaattista ajattelutaitoaan. Kun lapset näkevät mallin he voivat suorittaa kirjan tietyn aukeaman tai sivun tehtävät tarvitsematta yrittää muodostaa ehjää kokonaisuutta tai ymmärtää tehtävän vaatimuksia tai logiik-

kaa. Tehtävät ovat siis toistensa kaltaisia eivätkä kehitä soveltamista tai ongelmanratkaisutaitoja. (Haapasalo 1994, 215-216.)

Standarditehtävien pääluokkaan kuuluvat alaluokkana mekaaniset tehtävät. Mekaaninen tarkoittaa kuvaannollisesti konemaista, kaavamaista (Turtia, 1995, 573). Seuraavassa on lueteltu standardi- eli rutiinitehtävien alaluokat:

1.0. Numero- ja merkkiharjoitukset

1.1. Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät

1.2. Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset yhtälötehtävät

1.3. Väritystehtävissä esiintyvät matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät

1.4. Sanalliseen muotoon kätketyt mekaaniset tehtävät

1.5. Kuvista muodostettavat annetun mallin mukaiset mekaaniset laskulausekkeet

1.6. Kuvista värittämällä/piirtämällä/lukumääriä luettelemalla ratkaistavat mekaaniset tehtävät

1.7. Lukumäärien luettelua/jakamista tai vertailua vaativat numeeriset tehtävät

1.8. Lukujen hajottamistehtävät, laatumuunnokset

1.9. Mittaamisharjoitukset

Numero- ja merkkiharjoitukset ovat mekaanista mallin mukaista toistamista vaativia kirjoitusharjoituksia. Tällaiset tehtävät eivät kehitä matemaattista ajattelutaitoa, joten olisi harkittava, ovatko ne matematiikan tuntiin vai kirjoitusharjoituksiin liittyviä tehtäviä.

Symboliseen muotoon merkityt laskulausekkeet (tässä yhteen-, vähennys- ja kertolaskut) sekä yhtälötehtävät ovat tyypillisiä mekaanisia tehtäviä. Oppikirjoissa saattaa olla koko sivu/aukema täynnä näitä samalla tavalla ratkaistavia tehtäviä. Seuraavassa esimerkki edellä mainituista tehtävätyypeistä:

$$1 + 2 \text{ (mekaaninen laskulauseke); } 1 + \_ = 4 \text{ (mekaaninen yhtälötehtävä)}$$

Myös väritystehtäviin sisältyy symboliseen muotoon kirjoitettuja laskulausekkeitä. Väritystehtäviin liitetyt mekaaniset tehtävät on esitetty omana alaluokkana, koska tällä tavalla on haluttu kiinnittää lukijan huomiota siihen, että millä tavalla väritystehtävien taakse voidaan kätkeä mekaanisia tehtäviä. On huomattava, että väritystehtäviä esiintyy myös lisätehtävissä,

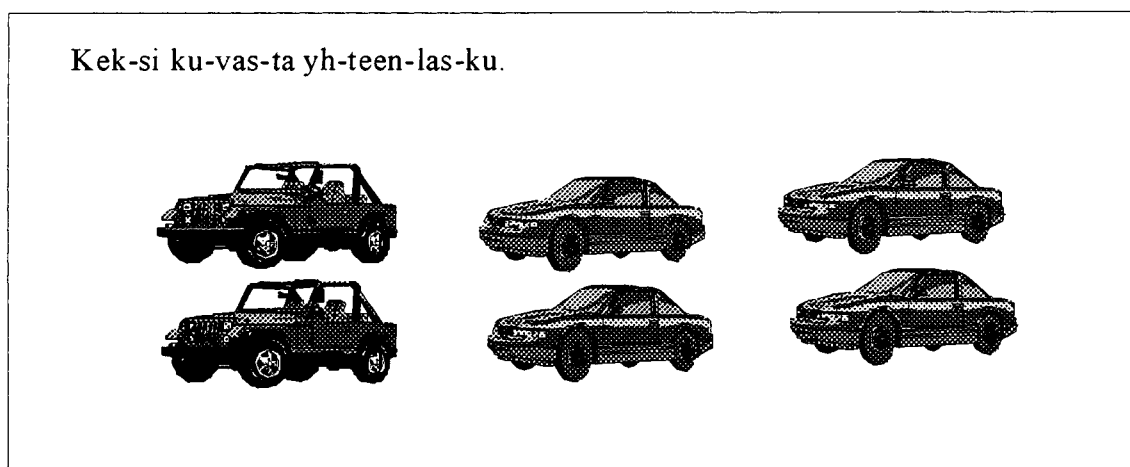
jotka on usein tarkoitettu käytettäväksi eriyttävänä materiaalina.

Mekaanisia tehtäviä ovat myös sellaiset sanalliset tehtävät, joissa laskulauseke on puettu sanalliseen muotoon tai tehtävässä on selkeästi ilmaistu ratkaisutapa. Esimerkki sanalliseen muotoon puetusta mekaanisesta tehtävästä:

Pöydällä on 5 mehumukia ja 7 kaakaomukia. Kuinka monta mukia pöydällä on yhteensä?

Usein yllä olevan esimerkin kaltaisia sanallisia tehtäviä esiintyy sovellutustehtävissä.

Kuvista muodostettavat laskulausekkeet ovat rinnastettavissa mekaanisiin tehtäviin, koska usein ensimmäisen kuvan alle on merkitty laskulauseke malliksi, jonka mukaisesti oppilaan toivotaan muodostavan seuraavista kuvista laskulausekkeet. Jos tätä mallia ei ole, niin opettajan oppaasta löytyy opettajalle ohjeet, kuinka hänen täytyy opastaa lapsia tekemään toivotun kaltaiset laskulausekkeet kuvista. Tällä tavalla voidaan mallin mukaisesti suorittaa koko sivun tai aukeaman tehtävät. Lisäksi kuvien yläpuolella saattaa olla seuraavanlaisia toimintaohjeita: Tee kuvasta yhteenlasku tai tee kuvasta vähennyslasku. Kuvat on usein järjestetty helposti luettaviksi vasemmalta oikealle siten että laskettavat esineet on ryhmitelty selkeästi tunnistettaviksi ryhmikseen laskulausekkeen mukaisesti. Kuvissa ei ole häiriötekijöitä. Kuvat itsessään jo sisältävät mekaanisuuden vaatimuksen. Seuraavassa esimerkki tällaisesta kuvasta:



Kuva 5. Esimerkki kuvatehtävästä

Edellä esitetyn kuvan alla oppikirjassa voisi olla mallilauseke:  $2+4=6$ , joka ohjaa oppilaita toimimaan toivotulla tavalla eli ikään kuin varmistetaan, että oppilas tekee tietyn tyyppisiä laskulausekkeita määrättyllä lukualueella. Tällä tavalla estetään lasten omat tulkinnat kuvatehtävien yhteydessä. Ongelmanratkaisun kannalta olisi kuitenkin tärkeää, että lapset saisivat mallintaa ja tulkita erilaisia tilanteita. Ehkä juuri erilaisten kuvien ja graafisten esitysten käyttö voisi kehittää erilaisia matemaattisia tulkintoja ja niiden vertailuja. Samalla tämä johtaisi myös syvällisempään matematiikan ymmärtämiseen. (Bauersfeld 1992, 144-148.)

Kuvista värittämällä/piirtämällä/lukumääriä luettelemalla ratkaistavat mekaaniset tehtävät tarkoittavat tehtäviä, joiden ratkaisu edellyttää lukumäärien luettelua piirtämisen, värittämisen tai numeroiden tunnistamisen avulla alla olevan esimerkin mukaisesti.

**Las-ke ku-vi-oi-den lu-mää-rä ku-vas-ta. Ym-py-röi oi-ke-a lu-ku.**

	1 2 3 4 5
	1 2 3 4 5
	1 2 3 4 5

**Las-ke lu-ku-mää-rä ku-vas-ta. Piir-rä yh-tä mon-ta ym-py-rää.**

**Vä-ri-tä ku-vat lu-vun mu-kaan.**

3

Kuvio 6. Esimerkki värittämällä/ piirtämällä/ lukumääriä luettelemalla ratkaistavista tehtävistä.

Näihin tehtäviin kuuluvat myös sellaiset lukumäärän luettelua vaativat tehtävät kuten esimerkiksi kuvaan tulee lisää tai lähtee pois -tehtävät, jotka ratkaistaan ympyröimällä ratkaisua vastaava numero. Tehtävät, joissa lasketaan esineiden lukumäärä kuvasta ja piirretään enemmän tai vähemmän ympyröitä kuuluvat myös tähän ryhmään. Näitä tehtäviä on yleensä lukualueella 0-10. Tehtäviin liittyvät kuvat ovat tässäkin tapauksessa hyvin selkeitä, helposti

luettavia.

Lukumäärien luettelua/jakamista tai vertailua vaativiin numeerisiin tehtäviin kuuluvat lukujen vertailutehtävät, lukujonojen täydentämistehtävät sekä lukumäärien jakamistehtävät.

Lukujen hajottamistehtäviin kuuluvat esimerkiksi seuraavan esimerkin kaltaiset tehtävät:

Ym-py-röi lu-vut, joi-den yh-teen-las-kus-ta tu-lee 8.

3	4	7	1	6
---	---	---	---	---

5	6	1	4	1
---	---	---	---	---

7	2	4	1	3
---	---	---	---	---

4	5	2	6	1
---	---	---	---	---

Kaikki sellaiset lukujen hajottamistehtävät, joihin sisältyy joko opettajan oppaassa opettajalle valmis malli ohjauksesta tai oppilaan kirjassa on malli on luettu näihin tehtäviin. Tähän alaluokkaan kuuluvat myös valmiin mallin avulla toteutettavat laatumuunnostehtävät. Kuitenkin laatumuunnokset ovat vaativia, ja ne saattavat tuottaa vaikeuksia vielä ylemmilläkin luokilla. Mittaamisharjoitukset on luettu myös standarditehtäviin, koska niihin sisältyy myös mallin mukainen toiminta. Itse mittakäsite saattaa jäädä lapsille epäselväksi.

Standarditehtävien jako alaluokkiin oli tutkijalle vaikea tehtävä. Tässä tutkimuksessa on kuitenkin haluttu kiinnittää lukijan huomiota siihen, että rutiinitehtäviä voidaan kätkeä hyvinkin erilaisten esitysmuotojen alle. Pääsääntöisesti standarditehtäviin on luettu kaikki sellaiset tehtävät, jotka vaativat mallin mukaista toistamista eivätkä vaadi välttämättä tehtävän ymmärtämistä.

#### 6.2.2.2. Käsitteenmuodostukseen liittyvät tehtävätyypit

Tämä luokitusrungon osa on rakennettu käsitteenmuodostuksessa vaadittavien kuvallisten, verbaalisten ja symbolisten tehtävätyyppien esitysmuotojen välillä (ks. systemaattiseen konstruktivismiin perustuva käsitteenmuodostus) (Haapasalo 1994, 200-206). Käsitteenmuo-

dostuksen osavaiheita ei tässä vaiheessa erotella, ainoastaan tehtävämuodot. Käsitteenmuodostuksen tehtävätyypit ovat seuraavat:

- 2.0. Kuvallisesta kuvalliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät
- 2.1. Kuvallisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät
- 2.2. Kuvallisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavat tehtävät
- 2.3. Symbolisesta kuvalliseen muotoon ratkaistavat tehtävät
- 2.4. Symbolisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät
- 2.5. Symbolisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavat tehtävät
- 2.6. Verbaalisesta kuvalliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät
- 2.7. Verbaalisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät
- 2.8. Verbaalisesta verbaaliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät

Tällaiset tehtävät voivat olla joko tunnistamistehtäviä saman käsitteen eri esitysmuotojen tai tuottamistehtäviä lähtien jostain esitysmuodosta (esimerkiksi kuvallisesta, verbaalisesta tai symbolisesta) päätyen vaadittuun esitysmuotoon. Nämä tehtävät liittyvät siis käsitteen tunnistamis- ja tuottamisvaiheisiin. (Haapasalo, 1994, 205-206.) Seuraavissa kuvioissa on esimerkit sekä tunnistamis- että tuottamisvaiheen tehtävistä.

**Yhdistä samaa tarkoittavat viivalla.**

20

Yksi kymmen ja neljä ykköstä

Kuvio 7. Esimerkki tunnistamistehtävistä

Ilmaise kukin sanallinen ilmaisu eri tavalla ja kirjoita se vielä lukuna.		
Sanallisesti	Sanallisesti	Lukuna
Kahdeksantoista senttiä		
Viisi millä		

Kuvio 8. Esimerkki tuottamistehtävistä

### 6.2.2.3. Hahmottamistehtävät

Hahmottuminen tarkoittaa Nykysuomen oikeinkirjoitussanakirjan (Vornanen 1995, 241) mukaan ulkonäön, pääpiirteiden, ääriviivojen saamista jollekin; jonkin luonnehdintaa, kaavailua. Tässä tutkimuksessa hahmottamistehtävillä ymmärretään sellaisia tehtäviä, joissa lapsen on kyettävä hahmottamaan ääriviivat tai ulkonäkö jollekin (esimerkiksi esineet, tasokuviot, kolmiulotteiset esineet jne) tai oikean reitin löytämisestä esimerkiksi labyrintissä. Näihin tehtäviin kuuluvat myös samanlaisten kuvioiden tai esineiden tunnistaminen sekä erilaisten kuvioiden tai esineiden erottaminen. Hahmottamisella on hyvin tärkeä merkitys esimerkiksi mallintamisessa.

### 6.2.2.4. Pulmatehtävät

Pulmatehtäviksi kutsutaan sellaisia tehtäviä, jotka ovat matemaattisesti yksinkertaisia (tai jopa ei-matemaattisia) ongelmia, joissa ratkaisuun voi päästä yhdellä oivalluksella. Nämä ovat ns. ‘yhden oivalluksen ongelmia’. (Pehkonen, Pekama, & Seppälä, 1991, 19-20.) (Vrt. Haapasalo, 1994, 17.) Tässä tutkimuksessa pulmatehtävät ymmärretään edellä määritellyllä tavalla.



Hyvänä esimerkkinä pulmatehtävistä voisi mainita esimerkiksi tulitikkutehtävät tai lukupulmat.

#### **6.2.2.5. Ongelmatehtävät**

Ongelmaksi voidaan määritellä sellainen tehtävä, jonka ratkaisemiseksi yksilö joutuu yhdistelemään hänelle tuttuja tietoja tai taitoja uudella tavalla. Jos tehtävän ratkaisija voi välittömästi tunnistaa tehtävän suorittamiseen tarvittavat ratkaisumenetelmät, niin tehtävä on hänelle standarditehtävä (eli rutiinitehtävä). (Pehkonen, Pekama, & Seppälä 1991, 11.) Haapasalo (1985, 32) antaa ongelmalle seuraavan määritelmän:

*Jotta tietty tilanne olisi määrätyllä hetkellä, tietylle henkilölle ongelma, sen on aiheutettava tässä yksilössä päämäärähakuista (ajattelu)toimintaa, joka tähtää tavoiteltavaan tulokseen ilman välittömästi havaittavia keinoja.*

On kuitenkin huomattava, että se mikä on toiselle jollakin hetkellä vaikea ongelma, saattaa jollekulle toiselle olla samalla hetkellä pelkkä rutiinitehtävä. Kuitenkin tässä tutkimuksessa ongelmiksi ymmärretään kaikki ne tehtävät, jotka eivät ole ns. yhden ratkaisun tehtäviä, ja joissa oppilas joutuu yhdistelemään hänelle tuttuja tietoja ja taitoja uudella tavalla. Oppilaalla ei ole ongelmaa varten valmista ratkaisumallia. (Pehkonen, Pekama, & Seppälä 1991, 11.; Haapasalo 1994, 17.)

#### **6.2.2.6. Sovellustehtävät**

Ongelmat ovat Haapasalon (1994, 46) mukaan tulkittavissa sovellustehtäviksi silloin, kun

1. tehtävä on ongelma (ks. edellä oleva ongelman määritelmä)
2. Ongelmalla on merkitystä arkielämässä, työssä tai tarkasteltavan alueen kannalta
3. Ongelma on realistinen ja järkevästi muotoiltu
4. Ongelman laatimisprosessissa joudutaan käymään seuraavan kuvion 9 vaiheet.



Kuvio 9. Matemaattisten tehtävien luokittelu Haapasalon (1994, 44) mukaan

Laajassa mielessä tarkasteltuna asia- ja sovellustehtävillä tarkoitetaan tehtäviä, jotka ovat esimerkiksi luonnontieteiden, matematiikan, yhteiskunnalliselta tai muulta (käytännön) alueelta ja joihin sisältyy implisiittisesti vaatimus soveltaa matemaattisia menetelmiä niiden ratkaisemiseksi (Haapasalo 1994, 44). Tässä tutkimuksessa sovellustehtävät ymmärretään edellä määritellyllä tavalla. Sovellustehtävä on siis myös ongelmatehtävä, mutta laajemmassa mielessä. Sovellustehtävä liittyy arkipäivään ja sen ratkaisuun tarvitaan käytännön soveltamista. Näin ollen tässä tutkimuksessa halutaan tehdä selvä ero ongelman ja sovellutuksen välille.

Ongelma ymmärretään tässä aina supeammaksi, joten sitä mikä on sovellustehtävä ei voida lukea ongelmatehtäviin kuuluvaksi.

#### **6.2.2.7. Luokittelutehtävät**

Ihmisen tärkeimpiä taitoja sekä työssä että yksityiselämässäänkin on luokittelemisen, jäsentelemisen ja mallintamisen taito. Esimerkiksi geometriassa voidaan kappaleita ja kuvioita luokitella niiden ominaisuuksien mukaan. (Haapasalo 1992, 141.) Tässä tutkimuksessa luokittelutehtäviksi ymmärretään tehtävät, joissa esineitä, kappaleita, kuvioita tai asioita jaetaan luokkiin jonkin ominaisuuden perusteella.

#### **6.2.2.8. Tilastolliset tehtävät**

Tässä tutkimuksessa tilastollisilla tehtävillä tarkoitetaan tilastojen tekemiseen (lähinnä pylväsdiagrammien laatiminen) sekä tilastojen lukemiseen ja niiden tulkitsemiseen liittyviä tehtäviä.

### **6.2.3. Toinen osa didaktista analyysia: keskeiset käsitteet alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa**

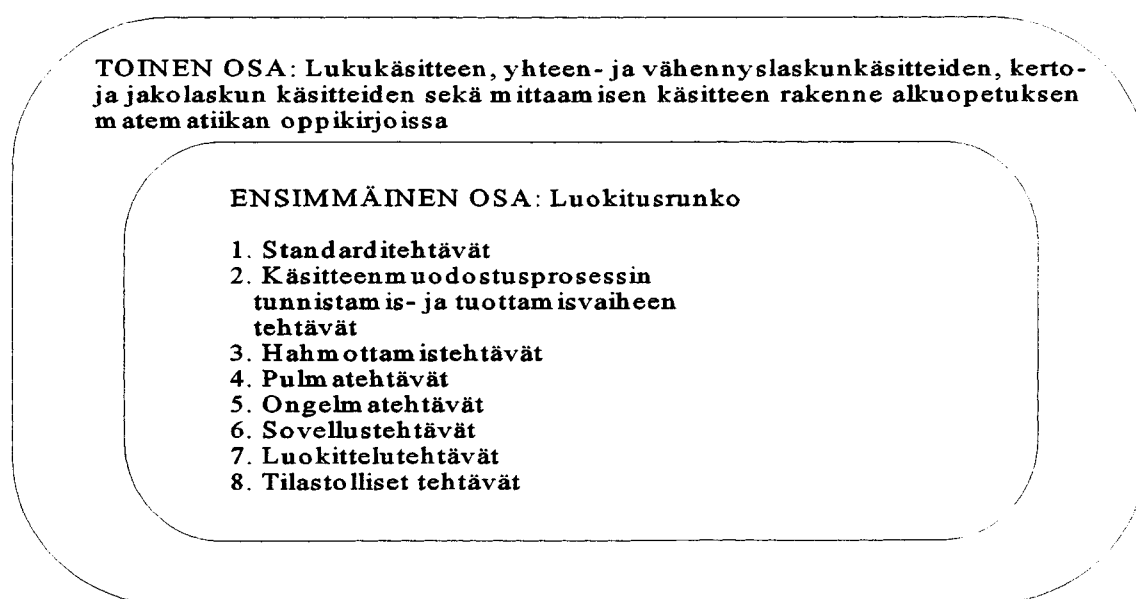
Didaktinen analyysi jakautuu kahteen osaan. Ensimmäisessä osassa tehtävät luokitellaan edellä esitetyn luokitusrunгон mukaisesti. Toinen osa muodostuu keskeisten matemaattisten käsitteiden konstruoimisesta alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa. Keskeisiä käsitteitä

alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa ovat lukukäsite, yhteen- ja vähennyslaskun käsite, jako- ja kertolaskun käsite sekä mittaamisen käsite. Näiden käsitteiden rakentumista verrataan systemaattiseen konstruktivismiin perustuvan käsitteenmuodostusmenetelmän osavaiheisiin.

Didaktisen analyysin ensimmäinen osa on varsin keskeinen, koska sen avulla saadaan hyvin tärkeää tietoa oppikirjojen rakenteesta. Ensimmäisen osa antaa myös viitteitä oppikirjojen käsitteenmuodostusmenetelmien rakenteesta ja tehtävien didaktisesta rakenteesta. Didaktisen analyysin toisen osan avulla halutaan täydentää oppikirjojen didaktista kokonaiskuvaa. Oppikirjoissa olevien käsitteiden rakentumista verrataan systemaattiseen konstruktivismiin perustuvaan käsitteenmuodostukseen. Näin pystytään hahmottamaan myös oppikirjojen käyttämiä arviointi- ja opetusmentelmiä. Toisen osan avulla on mahdollista myös hahmotella kirjojen suosittelien oppimisympäristöjen rakenteita sekä oppilaan asemaa niissä. Tutkittavia käsitteitä ovat siis lukukäsite, yhteen- ja vähennyslaskunkäsitteet, jako- ja kertolaskun käsitteet sekä mittaamisen käsite.

### 6.3. Didaktinen analyysi kokonaisuudessaan

Alla olevalla kuviolla 10 havainnollistetaan didaktisen analyysin rakentumista.



Kuvio 10. Tutkimuksen didaktisen analyysin rakentuminen

### 6.3.1. Didaktisen analyysin ensimmäinen osa

Didaktisen analyysin ensimmäinen osa käsittää luokitusrunгон, jonka avulla pyritään kuvaamaan oppikirjojen kokonaisrakennetta. Pääsisältöluokat ja niiden alaluokat ovat seuraavat:

#### 1. STANDARDITEHTÄVÄT

##### 1.0. Numero- ja merkkiharjoitukset

1.1. Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät

1.2. Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset yhtälötehtävät

1.3. Väritystehtävissä esiintyvät matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät

1.4. Sanalliseen muotoon kätketyt mekaaniset tehtävät

1.5. Kuvista muodostettavat annetun mallin mukaiset mekaaniset laskulausekkeet

1.6. Kuvista värittämällä/piirtämällä/numeerisesti ratkaistavat mekaaniset tehtävät

1.7. Lukumäärien luettelua/jakamista tai vertailua vaativat numeeriset tehtävät

1.8. Lukujen hajottamistehtävät, laatumuunnokset

1.9. Mittaamisharjoitukset

#### 2. KÄSITTEENMUODOSTUSPROSESSIN TUNNISTAMIS- JA TUOTTAMISVAIHEEN TEHTÄVÄT

2.0. Kuvallisesta kuvalliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät

2.1. Kuvallisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät

2.2. Kuvallisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavat tehtävät

2.3. Symbolisesta kuvalliseen muotoon ratkaistavat tehtävät

2.4. Symbolisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät

2.5. Symbolisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavat tehtävät

2.6. Verbaalisesta kuvalliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät

2.7. Verbaalisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät

2.8. Verbaalisesta verbaaliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät

3. HAHMOTTAMISTEHTÄVÄT

4. PULMATEHTÄVÄT

5. ONGELMATEHTÄVÄT

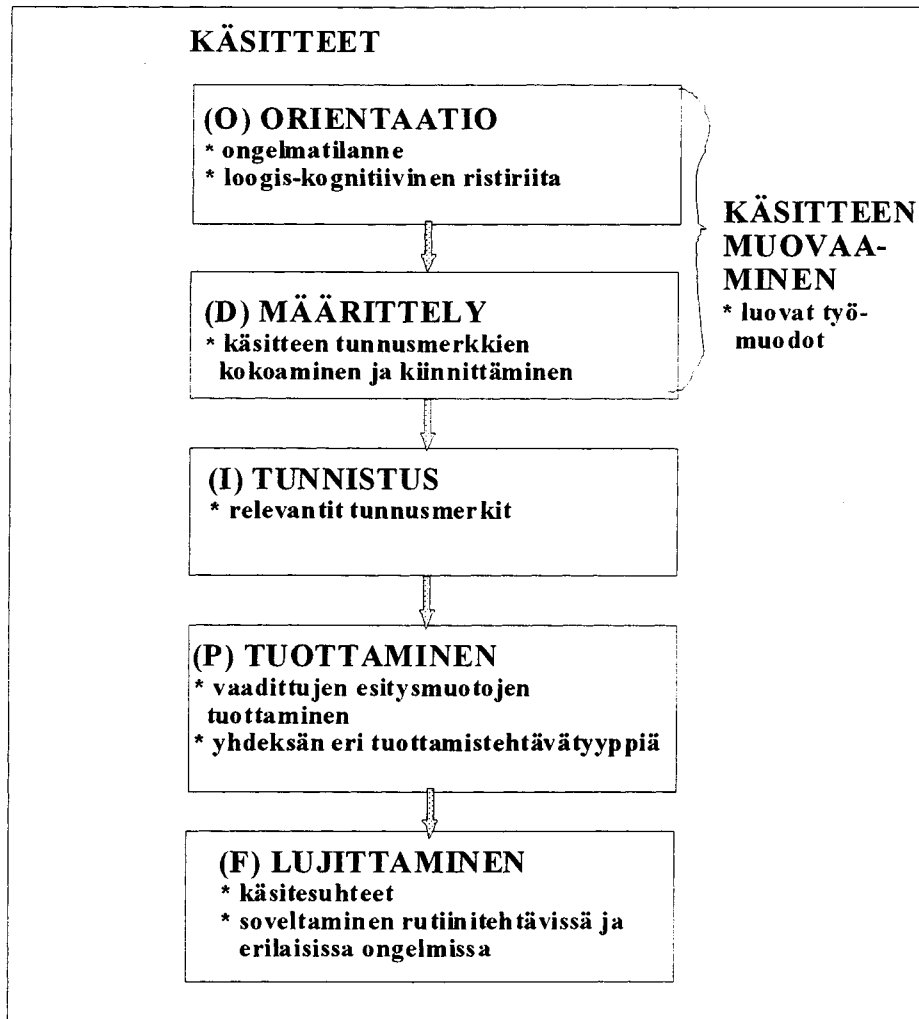
6. SOVELLUSTEHTÄVÄT

7. LUOKITTELU TEHTÄVÄT

8. TILASTOLLISET TEHTÄVÄT

### **6.3.2. Didaktisen analyysin toinen osa**

Didaktisen analyysin toisessa osassa verrataan oppikirjojen käsitteiden rakentumista systemaattisen konstruktivismin mukaiseen käsitteenmuodostusprosessin osavaiheisiin. Koska Haapasalon esittämä käsitteenmuodostusprosessi perustuu ongelmakeskeiseen ja oppilaan aktiivisuutta painottavaan menetelmään, niin tämän menetelmän avulla on mahdollista selvittää myös oppikirjojen opetusmenetelmiä ja oppimisympäristöjä. Seuraavassa kuviossa 11 on esitetty käsitteenmuodostusprosessin osavaiheet:



Kuvio 11. Käsitteenmuodostusprosessin rakentuminen (Haapasalo 1994, 201-207)

## **7. AINEISTON KÄSITTELY**

Tässä tutkimuksessa aineiston käsittelyssä käytettiin sekä kvalitatiivisia luokituksia että tilastollisia menetelmiä. Oppimateriaaleja käsiteltiin sekä kvalitatiivisesti luokitellen että laskemalla tuloksista tehtävien prosenttijakaumat pääsisältöluokkien sekä niihin kuuluvien alaluokkien kesken.

### **7.1. Tutkimuksen uskottavuus**

Kvalitatiiviset ja kvantitatiiviset tutkimusmenetelmät eroavat toisistaan, koska niillä on erilaiset taustaoletukset ja tavoitteet. Tästä syystä niiden luotettavuuden tarkastelun tulisi poiketa toisistaan. (Soininen 1995, 123.) Lincolnin ja Guban (1985, 290) mukaan kvalitatiivisessa tutkimuksessa luotettavuus -käsitteen sijasta tulisi käyttää uskottavuus (trustworthiness) -käsitettä, jota tässä tutkimuksessa käytetään. Myös sisäinen validius (internal validity), ulkoinen validius (external validity), reliabiliteetti (reliability) ja objektiivisyys (objectivity) tulisi korvata käsitteillä vastaavuus (credibility), siirrettävyys (transferability), luotettavuus (dependability) ja vahvistettavuus (confirmability) (Lincoln & Guba 1985, 294-301). Tutkimuksen luotettavuuden tarkastelu on aina ongelmallista ja erityisesti se on sitä kvalitatiivisen tutkimuksen kohdalla, koska tähän tutkimustapaan ei ole olemassa tarkalleen määriteltyjä tutkijan analyttisiä ajatusprosesseja. Kvalitatiivisen tutkimuksen huippukohtia ovat analyysit, niiden tulkinta ja tulosten esittäminen. Tutkijan haasteena on saada järkevä esitys suuresta aineistosta, tuottaa tietoa, tunnistaa erityisen tiedon esitysmallit sekä rakentaa kehykset olennaiselle teorialle. (Patton 1990, 371-372.) Esimerkiksi tässä tutkimuksessa ensimmäisen osan sisällön analyysi tuottaa tavallaan raaka-aineet teoreettiseen pohdintaan (Grönfors 1982, 161), joka tapahtuu tutkijan ajattelun avulla.



## 7.2. Luotettavuus

Laadullisen tutkimuksen reliabiliteetti riippuu siitä, miten tutkija tulkitsee, kerää tietoa ja on vuorovaikutuksessa tutkittavan yhteisön kanssa (Patton 1990, 462-476). Reliabiliteetti eli luotettavuus voidaan jakaa ulkoiseen (external) ja sisäiseen (internal) reliabiliteettiin. Lincoln ja Guba (1985, 294-301) käyttävät kvalitatiivisessa tutkimuksessa reliabiliteetin sijasta käsitettä luotettavuus.

Ulkoisella reliabiliteetilla tarkoitetaan sitä, miten samanlaisiin tuloksiin tutkittavasta kohteesta joku toinen tutkija voi päästä samoja metodeja käyttäen. Sisäisellä reliabiliteetilla tarkoitetaan taas sitä yksimielisyyttä, joka vallitsee samassa tutkimuksessa olevien havainnointisijoiden ja/tai tutkijoiden välillä vallitsee. (Soininen 1995, 125.)

Tutkimuksen reliabiliteettia voidaan varmistaa käyttämällä esimerkiksi toista puolueetonta tutkijaa. Tässä tutkimuksessa luokitusrunгон reliabiliteettia on pyritty varmistamaan yhden rinnakkaisluokittelijan avulla. Tutkija selitti rinnakkaisluokittelijalle luokitusrunгон alaluokkineen ja määritelmineen. Tämän jälkeen rinnakkaisluokittelija luokitteli itsenäisesti *Mieti ja laske* -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjat.

*Mieti ja laske* -sarjan vanhemman painoksen ensimmäisen ja toisen luokan standarditehtävien yksimielisyysprosentti on 92.39 %. Tilastollisten tehtävien osalta yksimielisyysprosentti on 80 %. Yksimielisyysprosentit ovat noin 50 % luokkaa käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen (47.39 %) tehtävissä ja sovellustehtävissä (54.26 %). Suuria poikkeavuuksia yksimielisyysprosentissa on vanhemmassa painoksessa hahmottamista vaativien tehtävien, pulma- ja ongelmatehtävien sekä luokittelutehtävien kohdalla. *Mieti ja laske* -sarjan uudemman sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen tehtäväluokkien yksimielisyysprosentit ovat korkeimmat standarditehtävien luokassa (97.47 %), hahmottamista vaativien tehtävien luokassa (83.95 %) sekä tilastollisten tehtävien luokassa (92.11 %) Luokittelutehtävien luokassa yksimielisyysprosentti on 53.49 %. Tutkijan ja rinnakkaisluokittelijan mielipiteet poikkesivat eniten käsitteenmuodostusprosessiin liittyvien tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien luokassa sekä pulma-, ongelma- ja sovellustehtävien luokissa. Näissä luokissa yksimielisyysprosentit jäävät reilusti alle 50 %. Yksimielisyysprosentteista on nähtävissä, että tutkija ja rinnakkaisluokittelija ovat olleet lähes yksimielisiä

standarditehtävistä, jotka ovat olleet tulkinnallisesti helpoimpia luokitella. Myös tilastollisten tehtävien kohdalla osalta tutkija ja rinnakkaisluokittelija ovat olleet lähes yksimielisiä. Käsitteenmuodostusprosessiin liittyvien tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien sekä pulma-, ongelma- ja sovellustehtävien kohdalla tutkijan ja rinnakkaisluokittelijan mielipide-erot saattavat johtua siitä, että nämä luokat ovat vaikeimmin määriteltävissä.

Peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden (1994, 76) mukaan oppilas nähdään matematiikan opiskelussa aktiivisena tiedon hankkijana, käsittelijänä ja tallentajana, jolle oppiminen on opittavien asioiden liittämistä hänen aiempiin tietoihinsa sekä toimintamallinsa uudelleen rakentamista ja täydentämistä. Opiskelun tulisi perustua asioiden ymmärtämiselle eikä ulkooppimiselle. Tämä taas antaa perusteita sille, että matematiikan oppikirjoissa käsitteenmuodostuksen tulee rakentua ymmärtävälle oppimiselle eli oppikirjoissa tulee olla käsitteenmuodostukseen liittyviä tehtäviä. Lisäksi opetussuunnitelmassa on erikseen mainittu ongelmakeskeinen opetus sekä mallintaminen että oppimistilanteiden liittäminen arkielämään. Tämä taas antaa perusteita sille, että tehtävien luokittelussa tulee ottaa huomioon myös muutkin tehtävätyypit kuin standarditehtävät, jos halutaan kartoittaa sitä, millaiseen oppimiseen oppikirjojen tehtävät lasta ohjaavat.

Käsitteenmuodostusprosessiin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtäväluokkaan tutkija on merkinnyt ainoastaan sellaiset tehtävät, joihin ei sisälly valmista mallia tai valmiita opettajan oppaaseen merkittyjä ratkaisuohteita, jotka opettaja esittää oppilaille valmiina. Toisin sanoen sellaiset tehtävät, jotka sisältävät jossakin muodossa mekaanisen mallin toistamisen eivätkä anna mahdollisuutta oppilaan aktiivisuudelle, eivät ole tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtäviä. Esimerkiksi kuvista muodostettavat laskulausekkeet voisi lukea tunnistamisvaiheen tehtäviksi, mutta useimmiten niihin on liitetty selkeä malli, jonka avulla oppilas voi ratkaista koko sivun tehtävät. Tämän tyyppisissä asioissa tutkijan ja rinnakkaisluokittelijan mielipiteet ovat eronneet. Pulma-, ongelma- ja sovellustehtävien erot ovat pienet. Tutkija on kuitenkin lähtenyt siitä, että pulmatehtäviksi luetaan kaikki niin sanotut 'yhden oivalluksen tehtävät' (Pehkonen, Pekama & Seppälä 1991, 19-20). Sekaannusta on saattanut aiheuttaa se, että sovellus- ja ongelmatehtävien raja on epämääräinen, sillä sovellustehtävä on sellainen ongelmatehtävä, joka liittyy käytäntöön. Näin ollen molemmat tehtävätyypit ovat ongelmia, mutta sovellustehtäviä ovat vain arkielämään liittyvät ongelmat. Tutkija on yleensä luokitellut ongelmatehtäviksi vain sellaiset tehtävät, joissa lapsi joutuu yhdistelemään hänelle tuttuja

tietoja ja taitoja uudella tavalla (Pehkonen, Pekama & Seppälä 1991, 11). Sekaannusta on voinut aiheuttaa myös se, että oppikirjoissa on usein sanalliset tehtävät merkitty sovellustehtäviksi (kirjoissa kirjoitettu sovellustehtäviksi), vaikka ne olisivatkin sanalliseen muotoon kirjoitettuja mekaanisia tehtäviä. Tosin on myönnettävä, että sanallisten tehtävien kohdalla ainakin sellaiset lapset, joilla on heikko lukutaito, joutuvat ponnistelemaan erityisesti luetun ymmärtämisessä. Luokittelutehtävien erot saattavat johtua laskentatavasta. Jos esimerkiksi jokainen luokiteltava kuvio lasketaan erikseen, niin tämä aiheuttaa poikkeavuuksia tehtävien lukumäärissä. Hahmottamista vaativat tehtävät kätkevät joskus sisälleen sekä pulma- että luokittelutehtäviä, joten tämä on saattanut vaikuttaa tehtävämäärien luokitteluun. Oppikirjoissa yhdeksi tehtäväksi merkitty tehtävä saattaa kätkeä sisälleen monta eri tehtävää, jotka tutkijan ja rinnakkaisluokittelijan on täytynyt huomata. Tässä kohtaa tulee esille luokittelun tarkkuus ja luokkien väliset pienet erot. Kuitenkin suhteellisen yksimielisiä voitaneen olla standardehtävistä, mikä on jo merkittävä tulos, koska se kertoo, kuinka paljon matematiikan oppikirjat sisältävät jo alkuopetuksessa mekaanista drillausta ja hiljaista laskemista. Ei siis ole ihme, jos oppilaille alkavat pitää matematiikkaa pelkkänä laskemisena. Edellä lueteltujen perustelujen pohjalta tutkimuksen reliabiliteettia voitaneen pitää välttävänä.

### 7.3. Validiteetti

Validiteetin osoittaminen kvalitatiivisissa tutkimuksissa on vaikeaa. Validiteetti voidaan jakaa samoin kuin reliabiliteettikin sisäiseen ja ulkoiseen validiteettiin. Lincoln ja Guba (1985, 294-301) korvaisivat sisäisen validiteetin käsitteellä vastaavuus. Sisäinen validiteetti eli totuusarvo, vastaavuus, kuvastaa lähinnä tutkijan tieteellistä otetta. Sisäinen validiteetti edellyttää teoreettisten johtopäätösten, käsitteiden ja hypoteesien johdonmukaisuuden tarkistamista. (Grönfors 1982, 174-175.) Tässä tutkimuksessa sisällön analyysin sisäinen validiteetti pyritään osoittamaan yhtenäisen käsitteistön avulla. Luokitusrunko on osaksi systemaattiseen konstruktivismiin perustuvan käsitteenmuodostusprosessin rakenteen mukainen, mutta kaikki sisältöluokat eivät ole suoraan johdettavissa tästä. Näin ollen kritiikki sisältöluokkia kohtaan on aiheellinen.

Kuitenkin luokitusrunгон sisäistä validiteettia vahvistaa tulosten yhteydessä esitetyt tehtäväesimerkit. Lisäksi Peruskoulun opetussuunnitelman (1994, 76-77) perusteista on löydettävissä tukea tällaisen luokitusrunгон laadintaan. Toisessa osassa käsitteenmuodostusprosessien rakenteita verrattiin systemaattiseen konstruktivismiin perustuvan käsitteenmuodostusprosessin osavaiheisiin, ja tämän vuoksi toinen osa on tutkijan mielestä johdonmukainen. Toisaalta didaktisen analyysin toinen osa vahvistaa didaktisen analyysin ensimmäistä osaa ja näin ollen vaikuttaa myönteisesti ensimmäisen osan sisäiseen validiteettiin. Näillä perusteilla voi päätellä, että tutkimuksen sisäinen validiteetti on kohtuullinen tai hyvä.

Lincoln ja Guba (1985, 294-301) korvaisivat ulkoisen validiteetin käsitteellä siirrettävyys. Tällä tarkoitetaan lähinnä tulosten sovellettavuutta. Tässä tutkimuksessa siirrettävyydellä tarkoitettaneen sitä kuinka hyvin tutkimuksen tuloksia voidaan soveltaa vastaaviin muihin vastaaviin alkuopetuksen matematiikan oppikirjoihin sekä mahdollisesti opetusmenetelmiin. Tutkijan ammattitaito vaikuttaa tutkimusaineiston ja tutkimusmentelmien valinnassa sekä tutkimustuloksista johdettavien päätelmien tekemisessä. Tutkijan ammattitaitoon on vaikuttanut hänen monivuotinen opettajakokemuksensa alkuopetuksessa ja tätä kautta tullut oppimateriaalituntemus sekä matematiikan opettajakokemus muilla kouluasteilla ja kokemukset oppikirjojen kirjoittamisesta. Lisäksi tutkijan matematiikan opinnot syventävät asiantuntijuutta. Näillä ominaisuuksilla voidaan katsoa olevan myönteistä vaikutusta ulkoiseen validiteettiin. Toisaalta hyvä oppimateriaalituntemus on saattanut vaikuttaa objektiivisuuteen valittaessa oppimateriaaleja tutkimukseen sekä tutkimusongelmien muotoilemisessa. Aineisto on kuitenkin pyritty valitsemaan monipuolisesti. Tutkimusaineisto on kahdelta eri kustantajalta. Oppimateriaalimainonnan perusteella niissä näytti olevan sekä rakenteellisia että pedagogisiakin eroja. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen tehtävien luokittelu tehtiin harkitusti, koska näin haluttiin selvittää näiden oppikirjojen pedagogista pohjaa. Saadut tulokset antavat kokonaiskuvan tehtävien jakautumisesta. Didaktisen analyysin toinen osalla selvitettiin sitä, mille didaktiikalle käsitteenmuodostusprosessi perustuu oppikirjoissa. Edellä olevien perusteluiden pohjalta voidaan päätellä, että tutkimuksen ulkoinen validiteetti on vähintäänkin kohtuullinen.

## **8. TULOKSET JA NIIDEN TULKINTA**

Tutkimustulokset esitellään kirjasarja ja luokka-aste kerrallaan. Didaktisen analyysin ensimmäisessä molemmista tutkittavista kirjasarjoista esitetään ensimmäisen luokan oppikirjoja koskevat sisällön analyysin tulokset ensiksi. Kirjasarjoja sekä saman kirjasarjan kirjoja verrataan myös keskenään tehtäväjakaumien ominaisuuksien suhteen. Didaktisen analyysin toisessa osassa esitetään keskeisten käsitteiden rakentuminen verrattuna systemaattiseen konstruktivismiin luokka-asteittain ja kirjasarja kerrallaan. Sekä Laskutaito- että Mieti ja laske -kirjasarjoista tutkittiin ennen peruskoulun opetussuunnitelma-uudistusta ilmestyneet alkuopetuksen matematiikan oppikirjat sekä opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen ilmestyneet kirjat. Näin pyrittiin saamaan selkeä kuva kirjojen uudistumisesta. Lopuksi esitetään yhteenveto tutkittujen kirjasarjojen välittämästä didaktiikasta. Seuraavassa kahdessa luvussa kuvataan kirjasarjojen rakenteita opettajan oppaissa olevien kuvausten pohjalta.

### **8.1. Yleistä Laskutaito -sarjan matematiikan oppikirjoista**

Laskutaito -sarjan analysoitavia ensimmäisen luokan oppikirjoja oli neljä kappaletta, joissa on mukana sekä ennen että jälkeen opetussuunnitelmauudistusta ilmestyneet syyslukukauden ja kevätlukukauden oppikirjat. Toisen luokan oppikirjoja oli myös vastaava määrä ja niistä tutkittiin vastaavasti juuri ennen opetussuunnitelmauudistusta ja uudistuksen jälkeen ilmestyneet kirjat. On huomattava, että yhden lukuvuoden oppiaines käsittää kaksi oppikirjaa: syksy- ja kevätosan. Tutkittavissa kirjoissa kuvataan niiden rakennetta seuraavasti:

Oppilaan kirjan aukeama muodostaa asiakokonaisuuden, joka sisältää kaikille tarkoitettun perusoppiaineksen. Aukeamiin on liitetty lisätehtäviä, jotka ovat vähän vaativampia, mutta kuitenkin sellaisia, että oppilas suoriutuu niistä itsenäisesti. Kotitehtävät löytyvät kirjan lopus-

ta. Jokaisen luvun lopussa on kaksi aukeamaa valinnaistehtäviä, jotka jakautuvat ns. oppilaan omiin tehtäviin että "pohdittaviin" tehtäviin. Omissa tehtävissä oppilas keksii kuvasta laskutehtäviä, piirtää tehtävään sopivan kuvan tai keksii luvuista tehtäviä. Näin pyritään kannustamaan luovuuteen ja luodaan yhteyksiä arkielämän tilanteiden ja symbolimatematiikan välille. "Pohdittavaa" -tehtävät koostuvat erilaista ajattelua vaativista tehtävä- ja ongelmatyypeistä. Osa tehtävistä on avoimia, joihin saattaa löytyä useita ratkaisuja. Oppikirja on suunniteltu niin, että oppiaineksen kanssa ei tule kiirettä, vaikka kaikki tehtävät käsiteltäisiinkin. (Laskutaito 1, syysosan opettajan opas 1997, 4-5.) (Laskutaito 1, syysosan opettajan kirja 1991, 4-5.)

Opettajan oppaassa on annettu opettajalle vihjeitä erilaisista toiminnallisista harjoituksista, peleistä, yms. pari- ja ryhmätyöskentelyyn sopivista harjoituksista. Mukavaa vaihtelua ovat oppikirjattomat tunnit, joihin on annettu vinkkejä opettajan oppaassa. Näillä tunteilla voidaan esimerkiksi pelata, laatia omia tehtäviä sekä ratkoa erilaisia ongelmatehtäviä. (Laskutaito 2, kevätosan opettajan opas 1997, 5.)

Edellä olevan perusteella kirjojen rakenne näyttäisi suosivan hiljaista laskemista ja aukeama kerrallaan etenemistä. On myös huomattava, että jokaiseen kirjaan liittyy opettajaa varten ajoitus suunnitelma, joka saattaa määrätä etenemisnopeuden niin, että käsitteenmuodostukselle ei jää riittävästi aikaa. Näin oppilaiden oppiminen omien edellytysten mukaisesti vaikeutuu. Kuitenkin taitava opettaja huomioi riittävän ajan käytön oppituntien ennakko suunnittelussa.

## **8.2. Yleistä Mieti ja laske -sarjan oppikirjoista**

Mieti ja laske -sarjan oppikirjoista tutkittiin ennen opetussuunnitelmauudistusta ja uudistuksen jälkeen ilmestyneet ensimmäisen ja toisen luokan matematiikan oppikirjat. Mieti ja laske -sarjan oppikirjat rakentuvat kirjojen esittelyiden mukaan toiminnallisuuden ja aktiivisen oppimisen periaatteelle. Nämä kirjat näyttäisivät vaativan opettajalta enemmän valmistelutyötä ja asiantuntemusta, koska niihin liittyy hyvin olennaisena osana toimivien oppimisympäristöjen laatiminen. Ennen opetussuunnitelmaa ilmestyneissä oppikirjoissa painotetaan jokaisen

opetusjakson alussa toiminnallista vaihetta ilman Laskukirjaa. Opettajan vastuulle jää se, toteuttaako hän nämä toiminnalliset vaiheet.

Mieti ja laske -oppikirjasarja perustuu menetelmälle, jossa painotetaan oppilaan käsitteenmuodostamista. Oppilaat tutkivat, kokeilevat ja verbalisoivat matemaattisia tapahtumia omien edellytystensä mukaisesti. Lapset tallentavat omia ajatuksiaan ja kuvituksensa Oppilaan kirjaan, jonka he itse tekevät. Tämän menetelmän perusajatukset ovat seuraavat:

- \* Oppilaalle annetaan mahdollisuus kehittää matemaattista ajatteluaan omien edellytystensä ja oppimisvalmiuksiensa mukaisesti.
- \* Oppilasta kannustetaan uusiin ja vaihteleviin ajattelutapoihin.
- \* Työskentelytapa perustuu alkuopetuksessa kokonaisopetuksen periaatteisiin.
- \* Opettajan tulee voida joustavasti kontrolloida ja seurata jokaisen oppilaan suorituksia ja matemaattista kehitystä.
- \* Oppilas kasvaa itsenäisyyteen ja vastuuseen omasta työstään.
- \* Matemaattiset käsitteet kehittyvät kokeilevan työskentelytavan ja aktiivisen keskustelun avulla. Kieli on silta kokeellisen ja työskentelytavan ja matematiikan symbolisten esitystapojen välillä.
- \* Yhteen- ja vähennyslasku tutkitaan ja opetellaan samanaikaisesti ensimmäisellä luokalla samoin kuin jako- ja kertolasku toisella luokalla.
- \* Mieti ja laske -menetelmän mukaan geometrasta ajattelua harjoitetaan säännöllisesti. Geometria muodostaa tämän lisäksi myös oman lukunsa. (Mieti ja laske 1, vastaus- ja vinkkirja 1993, 5.)

Mieti ja laske vastaus- ja vinkkirjan 1 mukaan (1993, 6) opetustapa on luovaa, jonka lähtökohtana on oppilaiden kokemukset. Opetus pyrkii kiireettömyyteen ja oppilaan työn arvostamiseen sekä huomioimiseen. Matematiikka esitetään apuvälineenä, jonka avulla voidaan kuvata todellisuutta. Mieti ja laske -menetelmässä oppilaita arvioidaan jatkuvasti. Oppilaiden työskentelyä arvioidaan jatkuvasti erilaisten työvaiheiden aikana. Myös oppilas arvioi itseään esimerkiksi kertomalla, mitä hän on tehnyt ja mikä oli helppoa/vaikeaa. Opettaja arvioi tuloksia eli oppilaan yksilöllistä työtä silloin, kun hän tarkastaa Oppilaan kirjan tai Laskukirjan tehtäviä. Lisäksi Vastaus- ja vinkkirjaan on liitetty formatiivisia kokeita, jotka liittyvät Laskukirjan jaksoihin. Kirjan tekijät suosittelevat myös MAKEKO-kokeiden käyttöä. (Mieti ja

laske 1, vastaus- ja vinkkirja 1993, 6-7.)

Kotitehtävien avulla pidetään yhteyttä koteihin, koska ne antavat jatkuvasti tietoa vanhemmille siitä, miten työ etenee. Kotitehtäviä annetaan kaikille lapsille, sillä ko menetelmän mukaan on tärkeämpää varmistaa matemaattisen oppiaineen syvälinen ymmärtäminen kuin antaa oppilaille paljon laskutehtäviä. (Mieti ja laske 1, vastaus- ja vinkkirja 1993, 7.)

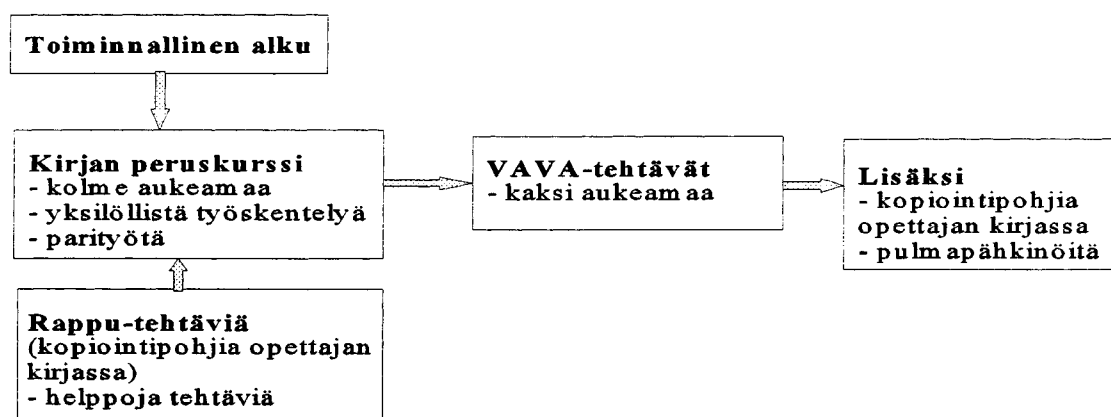
Oppimisympäristöjen tarkoituksena on tässä menetelmässä houkutella luovaan ja aktiiviseen työntekoon. Mieti ja laske -menetelmä perustuu toiminnallisuuteen, joten havaintovälineitä on oltava tarjolla. Havaintovälineiden tulee olla luokassa helposti saatavilla. Kirjan mukaan matematiikan käsitteenmuodostusprosessi voidaan nähdä vuorovaikutuksena yhteisten/yksilöllisten kokeilujen ja matematiikan symbolikielen, abstraktioiden välillä. (Mieti ja laske 1, vastaus- ja vinkkirja 1993, 8-9.)

Tämän menetelmän mukaan uudet käsitteet johdetaan oppilaan kokemusmaailmasta käsin käyttäen ongelmakeskeisiä ja tutkivia työskentelytapoja. Mieti ja laske -menetelmän mukaan käsitteenmuodostus voi sisältää seuraavat vaiheet:

1. Lapsen omat kokemukset, ongelmanratkaisu
2. Tutkiminen, toiminnallinen vaihe
3. Uusien käsitteiden ymmärtäminen
4. Abstrahointi / algoritmi
5. Mekaaninen harjoittelu
6. Soveltaminen, omat matematiikkatarinat
7. Syventäminen

Mallin mukaan työskentely lähtee liikkeelle konkreettisista havainnoista, joille annetaan matemaattinen sisältö. Ensiksi lapsi tulkitsee kokemaansa kielellisesti ja myöhemmin matematiikan symbolikielen avulla. Opettajan tehtävänä ei ole opettaa käsitteitä, vaan vaikuttaa oppilaiden ajatteluun antamalla heidän itse oivaltaa käsitteiden sisältö. (Mieti ja laske 2, vastaus- ja vinkkirja 1995, 5-6.) Mieti ja laske -sarjan kirjoista vuonna 1991 ilmestynyt laskukirja käsittää koko ensimmäisen luokan laskutehtävät, kun taas vuonna 1997 ilmestynyt oppilaan materiaali jakautuu syksy- ja kevätosaan. Uudemman Mieti ja laske -sarjan sisältöä voisi kuvata seuraavalla kuviolla 12:





Kuvio 12. Uudemman Mieti ja laske -materiaalin sisältö ensimmäisen luokan syksyn Opettajan kirjan (1997, 10) mukaan

Mieti ja laske -menetelmän perusteita on kuvattu alussa tarkasti, koska uudemman sarjan kehittäminen on lähtenyt tältä pohjalta ja se käyttää edellä esitettyjä periaatteita. Uudemmassa sarjassa toiminnallinen alku liittyy jokaisen jakson aloitukseen, mutta toiminnallisuutta on kirjoissa muuallakin.

### 8.3. Didaktisen analyysin ensimmäinen osa

Didaktisen analyysin ensimmäisen osan tulokset, jossa on tutkimusmenetelmänä käytetty sisällön analyysia, esitetään luokka-asteittain kirjasarja kerrallaan. Lopuksi vielä esitetään yhteenveto didaktisen analyysin ensimmäisestä osasta.

### 8.3.1. Laskutaitosarjan ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjat

Laskutaitosarjasta analysoitiin juuri ennen opetussuunnitelmauudistusta ja heti sen jälkeen ilmestyneet kirjat. Kaikkiaan tutkittavia ensimmäisen luokan oppikirjoja oli kaksi syysluku-kauden ja kaksi kevätlukukauden oppikirjaa.

Taulukossa yksi on esitetty tehtävien prosenttiosuudet ensimmäisen luokan Laskutaito -sarjan oppikirjoissa tehtävien kokonaismääristä pääsisältöluokittain ensimmäisellä luokalla ennen ja jälkeen opetussuunnitelmauudistuksen. Vertailussa on mukana aukeama-, lisä- ja kotitehtävät.

TAULUKKO 1. Tehtävien prosenttiosuudet pääsisältöluokittain vuosina 1991-1992 (n=5128) ja 1996 (n=4276) ilmestyneissä ensimmäisen luokan Laskutaito -sarjan matematiikan oppikirjoissa.

Laskutaito 1, ensimmäinen luokka	1991-1992	1996
Tehtävien pääsisältöluokat	%	%
1. Standarditehtävät	94,62%	88,73 %
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	1,89 %	1,68 %
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	2,48 %	8,23 %
4. Pulmatehtävät	0,00 %	0,12 %
5. Ongelmatehtävät	0,00 %	0,00 %
6. Sovellustehtävät	0,00 %	0,00 %
7. Luokittelutehtävät	0,76 %	0,35 %
8. Tilastolliset tehtävät	0,25 %	0,89 %

Taulukosta yksi nähdään, että suurin osa tehtävistä on standardi- eli rutiinitehtäviä. Standarditehtävien määrä on kuitenkin laskenut kirjasarjaa uudistettaessa ja lisäystä on tapahtunut hahmottamista vaativien tehtävien kohdalla. Käsitteenmuodostusprosessiin liittyvien tuottamis- ja tunnistamisvaiheen tehtävien määrissä on tapahtunut hienoista laskua opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen. Näillä tehtävillä on hyvin merkittävä vaikutus käsitteiden ymmärtä-

miseen. Varsinaiset ongelma- ja sovellustehtävät puuttuvat. Tässä tutkimuksessa ongelmatehtävillä tarkoitetaan sellaisia tehtäviä, joihin ei ole olemassa valmiita ratkaisumalleja. Ongelmaa ratkaistessaan lapsen on osattava yhdistää hänelle jo tuttuja ratkaisumalleja ja tuotettava niiden avulla uusia ratkaisukeinoja. Lisäksi ongelmaan voi löytyä useita ratkaisutapoja. Ongelmaratkaisutaidot ovat kuitenkin hyvin tärkeitä jokapäiväisessä elämässä. (vrt. Alussa esitettyyn kirjojen rakenne-esittelyyn) Pulmatehtävät ovat vain yhden oivalluksen tehtäviä, ja tällaisia yhden ratkaisun tehtäviä merkitty oppikirjoissa ongelmatehtäviksi. Pulmatehtäviä löytyy uudemmissa oppikirjoista. Tilastollisten tehtävien määrää on vähän lisätty uudemmissa oppikirjoissa, mikä on myönteistä, koska erilaisia tilastoja ja taulukoita esiintyy esimerkiksi uutisissa, mainoksissa ja sanomalehdissä.


Oppikirjoissa esitetään sovellustehtävinä usein mekaaniseen muotoon kätkeytyviä tehtäviä. Seuraavissa esimerkeissä on tyyppillisiä oppikirjoissa esitettyjä sovellustehtäviä, jotka kuitenkin luonteeltaan ovat standarditehtäviä:

*Esimerkki 1.* Nämä sovellustehtävät 3 ja 7 ovat ensimmäisen syyslukukaudelta (Laskutaito 1 1991, syysosa, 34) ja ovat aivan ensimmäisiä sovellustehtäviä, joita oppilas saa ratkaistavakseen. Tehtävät toistuvat tarkasteltavalla kirjan sivulla samanlaisina. Täyttävätkö nämä tehtävät sitten sovellustehtävän vaatimuksen siten kuin ne on tässä tutkimuksessa määritelty? Tehtäviin liittyvät kuvat sisältävät vähennyslaskun alkutilanteen, josta lähdetään liikkeelle. Tämän sivun tehtäviin on opettajan oppaassa (Laskutaito 1, syysosan opettajan kirja 1991, 53) liitetty selkeä taulutyöskentelymalli, jonka avulla opettaja ohjaa oppilaat tekemään tehtävät oikein. Tällaiset tehtävät ovat lähinnä mallin mukaista toistamista eivätkä sovellustehtäviä, jos opettaja noudattaa opettajan oppaan tauluesimerkkiä ja antaa oppilaille valmiin työskentelymallin.

**Tcc lasku**


**O-te-taan 1.**  
**Kuin-ka mon-ta jää?**

3.



**O-te-taan 2.**  
**Kuin-ka mon-ta jää?**

7.



(Laskutaito 1,  
1991 syysosa, 34,  
tehtävät 3 ja 7)

*Esimerkki 2.* Tämä esimerkki on kevätlukukauden alusta (Laskutaito 1, kevätosa 1996, 20) ja liittyy hintaeron laskemiseen. Sivun tehtäviin on annettu opettajalle valmiit tauluesimerkit, joiden avulla hän voi ohjata lapset tekemään tehtäviä. Lisäksi tämän sivun sovellustehtäviin on liitetty valmiiksi ratkaistu malliesimerkki eli on ikään kuin varmistettu, että lapsi toimii oikealla toivotulla tavalla. Tehtävät jatkuvat malliesimerkin mukaisina. Kyseessä on mallin mukainen toistaminen - ei missään tapauksessa sovellus. Tehtävät eivät anna tilaa lapsen ajattelulle eivätkä vaadi ymmärtämistä - ainoastaan toistamista. Huomionarvoista tässä malliesimerkissä ja tämän sivun muissa tehtävissä on, että tulosviivan perään on kirjoitettu valmiiksi tuloksen (mk) laatu sekä tehtävän kysymykseen vastaava sanamuoto (enemmän).

**Kuin-ka pal-jon kir-ja mak-saa e-nem-m än kuin le-lu?**

1. (Oppilaan kirjassa esitetty malliesimerkki sivun sovellustehtäville)

The diagram illustrates a word problem. On the left, a box contains a bear's face and the text 'Nalle Sur'. An arrow points to it from the left with the text '18 mk'. To the right is a drawing of a toy with three wheels. An arrow points to it from the right with the text '5 mk'. To the right of the toy is a subtraction problem in a table format:

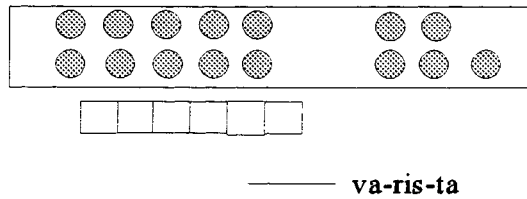
1	8	-	5	=	1	3
---	---	---	---	---	---	---

13 mk e-nem-m än

(Laskutaito 1 1996, kevätosa, 20, tehtävä 1)

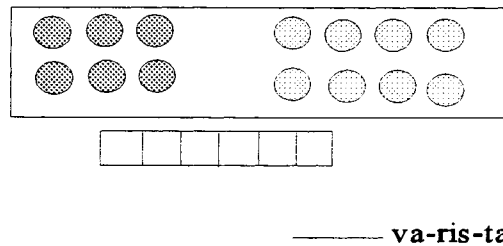
*Esimerkki 3.* Tähän esimerkkiin liittyvät tehtävät ovat kevätlukukauden oppikirjasta (Laskutaito 1, kevätosa 1996, 60) sanallisia sovellustehtäviä. Opettajan kirjassa on opettajalle annettu valmiit tauluesimerkit, joissa esiintyy molemmat alla esitettävien tehtävien kysymystyypit. Tehtäviin on liitetty oppilaille valmiiksi apupiirroksot eli on haluttu mallintaa tehtäviä. Taas kerran pyritään varmistamaan lapsen ajattelu eli halutaan lapsen toimivan toivotulla tavalla. Tehtävät eivät välttämättä vaadi ymmärtämistä, sillä tehtävien asettelussa toistuvat alla esitettävät kysymystyypit. Toisin sanoen oppilaan ei välttämättä tarvitse lukea kuin yksi kysymyksen sana 'jää' ja merkitä tehtävän luvuista vähennyslasku/ tai vastaavasti 'on' ja merkitä yhteenlasku. (Vrt. Vauraksen 1997 esittämät pintastrategiat) Tehtävien toteuttamisessa voisi antaa tilaa lapsen ajattelulle ja pyytää oppilaita mallintamaan itse tehtävät. Tämän jälkeen voisi keskustella eri vaihtoehdoista.

1. Puus-sa is-tuu 15 va-ris-ta. Niis-tä 7 len-tää pois. Kuin-ka mon-ta va-ris-ta puu-hun jää?



(Laskutaito 1, 1996 kevätosa, 60. tchtävä 1)

2. Kuu-si i-so-a ja 8 pien-tä va-ris-ta ra-ken-taa pe-sää. Kuin-ka mon-ta va-ris-ta on pe-sän te-os-sa?

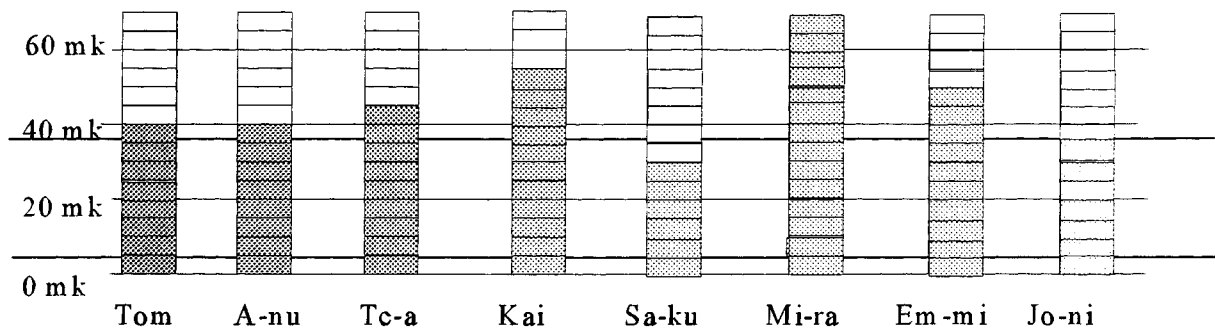


(Laskutaito 1, 1996 kevätosa, 60, tchtävä 1)

Seuraavassa esimerkissä neljä on esitetty uudemmassa ensimmäisen luokan oppikirjassa esiintyvä tilastollinen tehtävä, joita toivosi oppikirjoihin enemmänkin

*Esimerkki 4.* Tämä tehtävä on ensimmäisen luokan (1996, 101) oppikirjasta kevätlukukauden viimeisestä jaksosta. Tehtävässä on pohjana pylväsdiagrammi, johon liittyy kysymyksiä, jotka ohjaavat tulkitsemaan pylväsdiagrammia sekä tekemään tulkintojen perusteella vertailuja. Tällaiset tehtävät liittyvät arkipäivään ja ovat tärkeitä. Tämän tyyppisiä tehtäviä voisi integroida myös muiden aineiden opetukseen ja antaa oppilaille tehtäväksi laatia erilaisia tilastoja ja niihin liittyviä pylväsdiagrammeja.

## Op-pi-lai-den kum-mi-lap-sil-le ke-rää-mät ra-hat.



Las-ke pyl-väs-ku-vi-on pe-rus-teel-la, kuin-ka pal-jon e-nem-män Mi-ra ke-rä-si ra-haa kum-mi-lap-sil-le

7. kuin Em-mi	_____ mk	10. kuin Sa-ku	_____ mk
8. kuin Tom	_____ mk	11. kuin Tc-a	_____ mk
9. kuin Kai	_____ mk	12. kuin Jo-ni	_____ mk

(Laskutaito1, kevätsä 1996, 101, tehtävät 7-12)

Taulukossa kaksi on standarditehtävien prosenttijakaumat.

TAULUKKO 2. Standarditehtävien prosenttijakaumat tutkituissa Laskutaito -sarjan ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjoissa vuosina 1991-1992 (n=4853) ja 1996 (n=3794).

Laskutaito I, ensimmäinen luokka	1991-92	1996
1. Standarditehtävien alaluokat	%	%
1.0. Numero- ja merkkiharjoitukset	1,21 %	1,19 %
1.1. Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät	48,94 %	46,42 %
1.2. Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset yhtälöt	8,52 %	7,88 %
1.3. Väritystehtäviin liittyvät matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät	5,23 %	3,67 %
1.4. Sanalliseen muotoon kätketyt mekaaniset tehtävät	2,87 %	4,28 %
1.5. Kuvista muodostettavat annetun mallin mukaiset mekaaniset laskulausekkeet	6,78 %	5,38 %
1.6. Kuvista värittämällä/piirtämällä/lukumääriä luettelemalla ratkaistavat mekaaniset tehtävät	6,57 %	7,95 %
1.7. Lukumäärien luettelua/jakamista tai vertailua vaativat numeeriset tehtävät	12,42 %	8,82 % (jatkuu)

## TAULUKKO 2. (jatkuu)

1.8. Lukujen hajottamistehtävät, laatumuunnokset	1,15 %	1,87 %
1.9. Mittaamisharjoitukset	0,94 %	1,26 %

Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät muodostavat suurimman alaluokan standarditehtävien pääsisältöluokassa, vaikka niiden määrä onkin laskenut opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen. Standarditehtävien suuri määrä ja erityisesti mekaanisten laskulausekkeiden suuri määrä saattaa viitata siihen, että oppikirjaa orjallisesti noudatettaessa hiljaisen työn osuus oppitunnista kasvaa suureksi. Kuitenkin tavallisten laskulausekkeidenkin suorittaminen saattaa tuottaa oppilaille vaikeuksia, joten on hyvä, että näitä tehtäviä on kirjoissa. Niiden laskemisessa voidaan sitten käyttää erilaisia apuvälineitä kuten helmitauluja, palikoita jne., jotka tietenkin tuovat oman mukavan lisänsä hiljaiseen laskemiseen. Mekaanisia tehtäviä voidaan myös kirjoittaa sanalliseen muotoon. Näiden määrä on kasvanut. Tällaiset tehtävät, joissa laskulauseke on kätkeyty kirjoitettuun muotoon, eivät välttämättä vaadi oppilaalta muuta kuin sujuvaa lukutaitoa - muuten näiden tehtävien ratkaisu sujuu mekaanisesti. Heikot lukijat saattavat turvautua näiden tehtävien kohdalla pintastrategioita suosiviin ratkaisustrategioihin. Näistä sanallisista tehtävistä oli jo edellä esimerkkejä sovellustehtävien yhteydessä. Matematiikan opetus, kuten kaikki muukin opetus, pitäisi perustua asioiden ymmärtämiseen. Myös mittaamisharjoitusten määrä on jonkin verran kasvanut opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen. Mittaamisharjoitukset ovat luettavissa mekaanisiin tehtäviin, sillä niissä toimitaan mallin mukaisesti, vaikka ne tuovat toiminnallisuutta oppitunteihin. Toisaalta mittaaminen vaatii kyllä harjoitusta. Itse mitta -käsitteen ymmärtämistä voisi painottaa enemmän.

Seuraavassa taulukossa kolme tarkastellaan käsitteenmuodostusprosessiin sisältyvien tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien jakautumista eri alaluokkien kesken ennen ja jälkeen opetussuunnitelmauudistuksen.

TAULUKKO 3. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien prosenttijakaumat tutkituissa Laskutaitosarjan ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjoissa vuosina 1991-92 (n=97) ja 1996 (n=72).

Laskutaito 1, ensimmäinen luokka	1991-92	1996
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien alaluokat	%	%
2.0. Kuvallisesta kuvalliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,14 %	0,16 %
2.1. Kuvallisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	1,27 %	1,05 %
2.2. Kuvallisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavat tehtävät	0,08 %	0,00 %
2.3. Symbolisesta kuvalliseen muotoon ratkaistavat tehtävät	0,25 %	0,19 %
2.4. Symbolisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,00 %
2.5. Symbolisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,00 %
2.6. Verbaalisesta kuvalliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,16 %	0,28 %
2.7. Verbaalisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,00 %
2.8. Verbaalisesta verbaaliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,00 %

Taulukon kolme perusteella nähdään, että käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien määrä on pieni. Lisäksi käsitteenmuodostusprosessiin liittyvien tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien määrä on laskenut opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen. Seuraavassa esimerkissä viisi on vanhemmissa ensimmäisen luokan oppikirjoissa esiintyvä tehtävä -sarja, joka voidaan lukea käsitteenmuodostukseen liittyviin tehtäviin. Tämän tyyppiset tehtävät liittyvät hyvin olennaisesti käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtäviin.

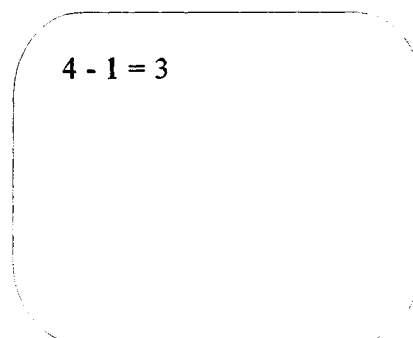
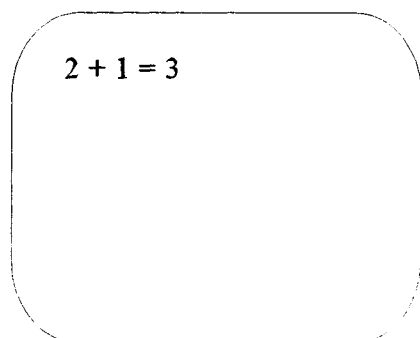
*Esimerkki 5.* Seuraavista Laskutaito -sarjan (Laskutaito 1, syysosa 1991, 36) tehtävistä ensimmäinen tehtävä edustaa kuvallisesta symboliseen muotoon ratkaistavaa tehtäväluokkaa ja jälkimmäinen tehtävä edustaa symbolisesta kuvalliseen muotoon ratkaistavaa tehtävää. On huomattava, että ensimmäinen tehtävä ei kuvan osalta ole suora kopio. Tehtävästä yksi käy



kuitenkin ilmi tehtävän luonne. Nämä tehtävät on sijoitettu lukujaksojen loppuun otsikolla Omat tehtävät, joten niitä ei ole suoraan liitetty käsitteenmuodostuksen vahvistamiseen. Oppikirjan tarkoituksena lieneekin ollut vahvistaa lapsen luovuutta ja mielikuvitusta

1. Kek-si ku-vas-ta las-ku-ja.

2. Piir-rä las-kuun so-pi-va ku-va.



(Laskutaito 1, syysosa 1991, 34, tehtävät 1 ja 2)

Kuvallisesta verbaaliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavien tehtävien osuus vanhemmissa Laskutaito -sarjan kirjoissa ensimmäisellä luokalla on 0.08 %. Uudemmassa painoksessa näitä tehtäviä ei ole lainkaan. Tällaisia tehtävätyyppejä edustaa vanhemmassa Laskutaito 1 -sarjassa kevätosan (1992) sivulta 41 löytyvät tehtävät, joissa kuvasta joko kirjoi-

tetaan (kuvallisesta verbaaliseen muotoon) tai piirretään (kuvallisesta kuvalliseen muotoon), mitä halutaan ostaa. Samalla lasketaan myös se, kuinka paljon ostokset maksavat. Tässä on hyvä esimerkki siitä, kuinka tehtävät saattavat sisältää useita sisältöluokkia. Tässäkin tapauksessa tutkija on joutunut luokittelemaan tehtävät sekä luokkiin 2.2.; 2.1. sekä 2.0.. Nämä tehtävät on sijoitettu lukujen loppuun otsikolla Omat tehtävät. Toisaalta tällaiset tehtävät olisivat aidompia, jos niitä käsiteltäisiin todellisen materiaalin esimerkiksi mainosten pohjalta. Mainoksia lapset kohtaavat ja lukevat päivittäin. Tällaiset aidot tilanteet kehittävät luovuutta ja ongelmanratkaisutaitoa. Tällä tavalla käsiteltynä tehtävät herättäisivät luokassa keskustelua ja toisivat esille uusia ajattelutapoja.

Luokkiin 2.4.; 2.5.; 2.7. ja 2.8. sijoittuvia tehtäviä ei oppikirjoissa ollut. Toisaalta tämä ei kuitenkaan anna todellista kuvaa, sillä oppikirjan perusteella on vaikea päätellä, kuinka paljon opettaja kiinnittää huomiota lasten ajatteluprosesseihin. Opettajan oppaassa ei anneta suoranaisia vihjeitä tähän suuntaan. Tämä tutkimus on rajoittunut pääasiallisesti oppikirjojen tarkasteluun ja niissä esiintyvissä tehtävissä ei ole näihin luokkiin kuuluvia tunnusmerkkejä.

Taulukon 3 mukaan käsitteiden ymmärtämiseen tähtäävät prosessit näyttäisivät tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien osalta jäävän vajavaisiksi. Toisaalta oppikirja ei yksin ohjaa lasta oppimaan, vaan oppimisprosessissa on läsnä myös opettaja. Opettajan tulisi rakentaa aktiivista oppimista tukevia oppimisympäristöjä ja oppimiskokonaisuuksia.

Vielä lopuksi esitetään seuraavalla sivulla kirjoihin sisältyvien aukeama-, lisä- ja kotitehtävien prosenttiosuudet tutkituissa ensimmäisen luokan kirjoissa. Aukeamatehtävien prosenttiosuudet on laskettu vertaamalla aukematehtävien eri pääsisältöluokkien kokonaistehävämääriä aukeamatehtävien kokonaismäärään. Vastaavalla tavalla on laskettu myös lisä- ja kotitehtävien prosenttiosuudet.

TAULUKKO 4. Aukeamatehtävien (n=2991) , lisätehtävien (n=1510) ja kotitehtävien (n=627) prosenttijakaumat tutkituissa ensimmäisen luokan Laskutaitosarjan oppikirjoissa ennen opetussuunnitelmauudistusta.

Laskutaito 1, ensimmäinen luokka, 1991-92	Aukeama- Lisätehtävät Kotitehtävät tehtävät		
	%	%	%
Tehtävien pääsisältöluokat			
1. Standarditehtävät	95,02 %	92,78 %	0,9729
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	2,11 %	1,79 %	1,12 %
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	1,77 %	4,57 %	0,64 %
4. Pulmatehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %
5. Ongelmatehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %
6. Sovellutustehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %
7. Luokittelutehtävät	0,74 %	0,86 %	0,64 %
8. Tilastolliset tehtävät	0,37 %	0,00 %	0,32 %

TAULUKKO 5. Aukeamatehtävien (n=2166), lisätehtävien (n=1444) ja kotitehtävien (n=666) prosenttijakaumat tutkituissa ensimmäisen luokan Laskutaitosarjan oppikirjoissa opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen.

Laskutaito 1, ensimmäinen luokka, 1996	Aukeama- Lisätehtävät Kotitehtävät tehtävät		
	%	%	%
Tehtävien pääsisältöluokat			
1. Standarditehtävät	88,50 %	88,92 %	89,04 %
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	1,29 %	2,08 %	2,10 %
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	7,66 %	8,93 %	8,56 %
4. Pulmatehtävät	0,23 %	0,00 %	0,00 %
5. Ongelmatehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %
6. Sovellutustehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %
7. Luokittelutehtävät	0,69 %	0,00 %	0,00 %
8. Tilastolliset tehtävät	1,62 %	0,07 %	0,30 %

Taulukoista neljä ja viisi nähdään, että suurimman pääsisältöluokan muodostavat standardi- eli rutiinitehtävät. Ennen opetussuunnitelmauudistusta kotitehtävät ovat olleet lähes 100 % ru-

tiinitehtäviä, ja opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen tässä on tapahtunut huomattavaa laskua (noin 8 %). Kotitehtävien mekaanisuuteen viitataan Peruskoulun arviointi 90 -tutkimuksessa, jonka mukaan matematiikassa paremmin suoriutuvat oppilaat käyttivät kotitehtäviin vähemmän aikaa kuin heikommin suoriutuvat oppilaat. Kotitehtävät olivat tutkimuksen mukaan mekaanisia eikä niissä ollut eriyttäviä tehtäviä. Mekaaniset kotitehtävät eivät anna riittävästi haasteita oppilaille. Tämä tarkoittaa sitä, että kotitehtäviä tulisi antaa oppilaiden edellytysten mukaisesti. Pidemmälle edistyneille enemmän haasteita jne. - jokaiselle oman tasonsa mukaan. Näin kotitehtävät tuntuisivat mielekkäiltä. (vrt. Kupari 1993, 81-104.) Käsitteenmuodostusprosessiin liittyvien tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtäviä on lisätty lisä- ja kotitehtäviin, mikä tuo tehtävien vaatimustasoon uusia piirteitä. Myönteistä kehitystä on tapahtunut myös hahmottamista vaativien tehtävien määrissä sekä tilastollisten tehtävien määrissä. Erityisesti hahmottamista vaativia tehtäviä on lisätty niin aukeama-, lisä- kuin koti- tehtäviinkin. Laskutaitosarjan ensimmäisen luokan tehtävät painottuvat vielä mekaaniseen suoritukseen. Aukeamatehtävissä on vähän tilastollisiin, luokitteluun, hahmottamiseen ja pulmatehtäviin liittyviä tehtäviä. Ongelmatratkaisu- ja sovellutustehtävät puuttuvat kokonaan. Opetussuunnitelmauudistuksen vaikutus tämän kirjasarjan ensimmäisen luokan tehtävärakenteeseen on vähäinen. Näyttääkin siltä, että tutkittu kirjasarja pyrkii tehtävärakenteen perusteella ensimmäisellä luokalla vankkaan mekaaniseen laskutaitoon.

### **8.3.2. Mieti ja laske -sarjan ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjat**

Mieti ja laske -sarjasta analysoitiin ensimmäisen luokan oppikirjoista vuonna 1991 ilmestynyt laskukirja, joka sisältää ensimmäisen luokan laskutehtävät, sekä vuonna 1997 ilmestyneet opetussuunnitelmauudistuksen mukaiset Mieti ja laske -sarjan ensimmäisen luokan syksyn ja kevään oppilaan kirjat.

Seuraavassa taulukossa on esitetty Mieti ja laske -sarjan ensimmäisen luokan tehtävien prosenttijakaumat pääsisältöluokittain. Pääsisältöluokkien prosenttiosuudet on laskettu vertaamalla kunkin sisältöluokan tehtävämäärää kaikkien tehtävien kokonaismäärään. Mukana ovat

aukumatehtävien lisäksi sekä syventävät tehtävät että lisätehtävät.

TAULUKKO 6. Tehtävien prosenttiosuudet pääsisältöluokittain vuosina 1993 (n=4323) ja 1997 (n=3949) ilmestyneissä ensimmäisen luokan Mieti ja laske -sarjan matematiikan oppikirjoissa.

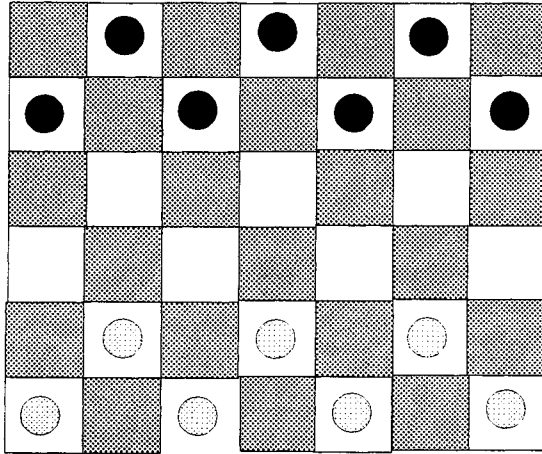
Mieti ja laske 1, ensimmäinen luokka	1991	1997
Tehtävien pääsisältöluokat	%	%
1. Standarditehtävät	97,78 %	84,65 %
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	1,11 %	5,98 %
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	0,79 %	6,61 %
4. Pulmatehtävät	0,00 %	0,18 %
5. Ongelmatehtävät	0,00 %	0,08 %
6. Sovellutustehtävät	0,14 %	0,40 %
7. Luokittelutehtävät	0,18 %	1,14 %
8. Tilastolliset tehtävät	0,00 %	0,96 %

Taulukosta kuusi nähdään, että myös Mieti ja laske -sarjan ensimmäisen luokan tehtävistä suurin osa on rutiinitehtäviä. Myönteistä on se, että vuonna 1997 ilmestyneissä oppikirjoissa käsitteenmuodostusprosessiin liittyvien tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien määrä kasvanut lähes 5%. Hahmottamista vaativien tehtävien määrä on kasvanut lähes 5 %. Esimerkiksi palapelit, jotka on suunniteltu tiettyjen muotojen hahmottamiseksi ja käyttämiseksi ongelmanratkaisussa, ovat hyviä hahmottamiskyvyn kehittäjiä ja ylläpitäjiä. (Vrt. Haapasalo, 1993, 17-18.) Uudemmissa kirjoissa myös ongelma- ja pulmatehtäviä, jotka puuttuivat vuoden 1991 kirjasta. Seuraavassa esimerkissä on vuoden 1997 Mieti ja laske -sarjan ensimmäisen luokan oppikirjoissa esiintyviä ongelmatehtäviä.

*Esimerkki 6.* Tehtävässä (Mieti ja laske 1, kevätosa 1997, 55) esitetty minisakki on ongelmatehtävä. Tässä tehtävässä tiedetään vain alkutilanne, ja selkeää lopputilaa ei tiedetä (eli kumpi pelaajista voittaa pelin). Lopputilanne syntyy oikealla ratkaisustrategialla voittajan toimesta. Tämä ongelma on esimerkki synteesi-ongelmasta, missä synteesi tarkoittaa 'eteenpäin työstä-

mistä'. (Haapasalo 1994, 39.)

### MINISAKKI



- \* Pelatkaa pareittain.  
Valitkaa kummallekin eriväriset palikat.
- \* Laittakaa kumpikin seitsemän palikkaa pelilaudan pätyihin kuten mallissa.
- \* Siirtäkää vuorotellen yhtä palikkaa ruutu kerrallaan eteenpäin tai sivusuunnassa.
- \* Vastustajan palikan saa syödä ainoastaan vinosuunnassa.
- \* Voittaja on se, jolla on pelin lopussa enemmän palikoita päädyssä.

(Mieti ja laske 1 1997, kevätosa, 55.)

Myös sovellutustehtävien kohdalla on tapahtunut myönteistä kehitystä aikaisempaan verrattuna. Tämän kirjasarjan uudemmat oppilaan kirjat näyttäisivät antavan tehtävärakenteen perusteella enemmän haasteita oppilaille. On kuitenkin muistettava, että vuoden 1993 Laskukirja perustui Mieti ja laske -pedagogiikalle, missä oppilas nähtiin kognitiivisen psykologian mukaisesti aktiivisena oppijana. Jokaisen opetusjakson alkuun sisältyi tämän oppimateriaalin kohdalla oppikirjaton vaihe, jonka aikana oppilaskeskeisten opetusmenetelmien avulla pyrittiin ymmärtämään uusia käsitteitä. Kuitenkin tämän menetelmän toteuttaminen riippui vuoden 1993 oppimateriaalin kohdalla opettajan aktiivisuudesta. Mikäli opettaja noudatti vain pelkästään Laskukirjaa, niin matematiikan opiskelu näytti tehtävärakenteen perusteella painottuvan rutiinitehtävien suorittamiseen ja hiljaiseen laskemiseen. Koska standarditehtävät näyttävät olevan suurin pääsisältöluokka (ks. taulukko 6), lienee syytä tarkastella lähemmin tämän sisältöluokan jakautumista.

TAULUKKO 7. Standarditehtävien prosenttijakaumat tutkituissa Mieti ja laske -sarjan ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjoissa vuosina 1991 (n=4227) ja 1997 (n=3343).

Mieti ja laske 1, ensimmäinen luokka	1991	1997
1. Standarditehtävien alaluokat	%	%
1.0. Numero- ja merkkiharjoitukset	0,04 %	0,0154
1.1. Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät	45,25 %	43,67 %
1.2. Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset yhtälöt	24,29 %	6,76 %
1.3. Väritystehtäviin liittyvät matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät	3,75 %	5,39 %
1.4. Sanalliseen muotoon kätketyt mekaaniset tehtävät	6,29 %	7,24 %
1.5. Kuvista muodostettavat annetun mallin mukaiset mekaaniset laskulausekkeet	0,92 %	2,30 %
1.6. Kuvista värittämällä/piirtämällä/lukumääriä luettelemalla ratkaistavat mekaaniset tehtävät	7,22 %	6,86 %
1.7. Lukumäärien luettelua/jakamista tai vertailua vaativat tehtävät	8,95 %	4,71 %
1.8. Lukujen hajottamistehtävät, laatumuunnokset	0,79 %	4,81 %
1.9. Mittaamisharjoitukset	0,28 %	1,37 %

Sekä vuonna 1993 että vuonna 1997 ilmestyneissä oppikirjoissa standarditehtävien suurimman sisältöluokan muodostavat matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät eli muotoa 1+2 olevat laskulausekkeet. Tämän sisältöluokan tehtävien määrä on laskenut vuoden 1997 oppikirjoissa. Sen sijaan sanalliseen muotoon kätkettyjen mekaanisten tehtävien määrää on kasvanut aivan kuten Laskutaito -sarjan ensimmäisen luokan oppikirjoissa. Olisi hyvä miettiä, ovatko tällaiset tehtävät sovellustehtäviä. Sanalliseen muotoon kirjoitetuista mekaanisissa tehtävissä ratkaisutapa on annettu valmiina. Oppilaan on vain kirjoitettava, sen mukaan lukeeko tehtävässä 'yhteensä'/'jää', tehtävään sopiva laskulauseke.. Tämänkin kirjasarjan sanallisista tehtävistä on löydettävissä Vauraksen (1997) luettelemia pintastrategioihin ohjaavia piirteitä, joita on löydettävissä tehtävistä esimerkiksi seuraavia: tehtävän asettelusta käy ilmi ratkaisutapa; tehtävissä esiintyy vain ratkaisuun tarvittavia lukuja; tehtävätyyppien kirjo on vähäinen, tehtäviin löytyy usein vain yksi oikea vastaus, joka saadaan soveltamalla suoraviivaisesti tiettyjä operaatioita.

Väritystehtäviin liittyvät matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät ovat muotoa 1+1 muistuttavia mekaanisia tehtäviä, joiden ratkaisun perusteella oppilas valitsee

väritettävän alueen värin. Nämä tehtävät perustuvat täysin mekaanisiin ratkaisuihin. Oppilaiden motivoimiseksi tehtävissä on käytetty houkuttimena hauskoja kuvia ja väritystä. Muuten nämä tehtävät eivät eroa luokan 1.1. tehtävistä. Tällaisten tehtävien määrä on kasvanut uudemmissa oppikirjoissa. Värittäminen on alkuopetusikäisestä lapsesta hauskaa puuhaa, mutta voisiko näihinkin tehtäviin liittää muitakin motivointikeinoja kuin värittäminen ja hauskat kuvat. Toisaalta lapset voisivat tällaisten tehtävien sijasta itse piirtää laskutehtävän esimerkiksi vierustoverille, joka saisi värittää tehtävän sitten, kun on ratkaissut sen. Samalla syntyisi varmasti keskustelua siitä, millä tavalla lapset esittävät kuvallisesti erilaisia matemaattisia tilanteita.



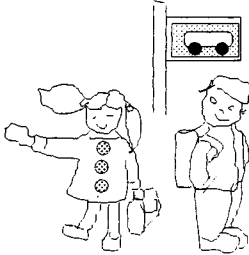
Kuvista annettua mallin avulla muodostettavien laskulausekkeiden määrää on lisätty. Näissä tehtävissä oppilaan ei välttämättä tarvitse ymmärtää tehtävien vaatimaa ratkaisutapaa, vaan he voivat suorittaa koko aukeaman tehtävät annettua mallia noudattamalla. Kuten aikaisemmin on mainittu kuvat ovat pelkistettyjä ja kuvien esineet on ryhmitelty laskulausekkeen mukaiseen järjestykseen. Lisäksi kirjoissa varmistetaan, että oppilas ratkaisee tehtävät toivotulla tavalla, sillä kirjoihin on liitetty malliratkaisu ensimmäisten kuvien alle tai sitten opettajan oppaassa on hyvin yksityiskohtaiset ohjeet opettajalle malliratkaisusta. Ongelmanratkaisutaitoihin voisi kiinnittää enemmän huomiota ja painottaa lasten omia ratkaisustrategioita (Vrt. Bauersfeld 1992, 144-148; Vauras 1997, 6.) Kuvien käyttö siltana arkielämän ja matematiikan välillä on hyvä asia. Oppilailta saattaisi löytyä hyviä tehtäviä ja ajatuksia kuvista, jos heidän annettaisiin ensin itse ideoida matematiikan kielelle kuvien tapahtumia. Lasten ajatukset ovat hyvä opetuksen perusta. Seuravaksi esimerkki kuvallisista tehtävistä.

*Esimerkki 7.* Seuraavat tehtävät ovat Mieti ja laske -sarjan ensimmäisen luokan syksyn ja kevään oppikirjoista. Tehtävässä 1 on kirjan esittämä malliesimerkki (Mieti ja laske 1, syksy 1997, 39). Tehtävän 1 hyväksi puoleksi voidaan todeta, että oppilas voi sivun ohjeen mukaan tehdä kuvasta joko yhteen- tai vähennyslaskun eli tavallaan oppilaan omia ratkaisustrategioita ei ole kokonaan rajattu. Muuten kuvassa on selkeä ryhmittely ja mekaanisuuden vaatimus. Lisäksi kuvasta on poistettu ylimääräiset häiriötekijät. Kuva ohjaa yhteenlaskuun mallin avulla. Tehtävässä 2 (Mieti ja laske 1, kevät 1997, 27) on myös kirjan malliesimerkki. Tässäkin tehtävän yläpuolelle kirjoitetulla tekstillä vielä varmistellaan oppilaan toimiminen toivotulla tavalla. Toinen varmistus tulee vielä malliesimerkissä. Pintastrategioita ohjaavia piirteitä tämän


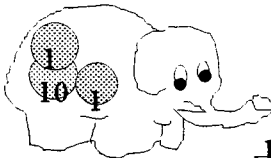
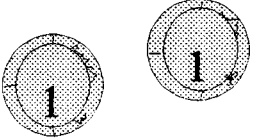


sivun tehtävissä ovat tehtävien samankaltaisuus, ratkaisun löytyminen saman strategian avulla sekä yksinkertaistetut kuvat. On huomattava, että kuvat eivät ole identtisiä kirjojen kuvien kanssa, koska tutkija on piirtänyt ne kirjan kuvista, mutta tehtävien asettelua ei ole muutettu.

1.  
Kirjoi-ta ku-vas-ta yh-teen- tai vä-hen-nys-las-ku.

			Esim.  $2 + 2 = 4$
(Mieti ja laske 1 1997, syksy, 39, tehtävä 1)			

- 2.

Rahaa on	Lisätään	Yhteensä
  $12 \text{ mk}$	 $2 \text{ mk}$	$12 + 2 =$ <hr/> $\text{mk}$

(Mieti ja laske 1 1997, kevät, 27, tehtävä 1)

Mekaanisten yhtälötehtävien määrää on vähennetty uudemmissa Mieti ja laske -sarjan oppimateriaaleissa. Mittaamisharjoitusten määrää on myös lisätty uudemmissa oppikirjoissa. On myönteistä, että mittaamistehtävien määrää on lisätty, mutta huolestuttavaa on kuitenkin se, että mittaaminen usein perustuu sellaiseen mittayksikköön, jota lapsi ei välttämättä ymmärrä (vrt. Haapasalo, 1993, 17-18). Lisäksi itse mitta-käsitteen ymmärtämistä voisi painottaa enemmän.

Käsitteenmuodostusprosessiin liittyvien tunnistamis- ja tuottamistehtävien määrää on lisätty vuoden 1997 Mieti ja laske 1 -oppikirjoissa. Taas on muistettava, että vanhempiin oppikirjoihin sisältyi toiminnallinen, oppikirjaton vaihe jaksojen aloitukseen. Seuraavassa

taulukossa kahdeksan havainnollistetaan käsitteenmuodostusprosessiin liittyvien tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien jakautumista eri sisältöluokkien kesken. Kunkin sisältöluokan tehtävien määrää on verrattu käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien kokonaismääriin.

TAULUKKO 8. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien prosenttijakaumat tutkituissa *Mieti ja laske* -sarjan ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjoissa vuosina 1991 (n=48) ja 1997 (n=236).

Mieti ja laske 1, ensimmäinen luokka	1991	1997
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien alaluokat	%	%
2.0. Kuvallisesta kuvalliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,14 %	0,89 %
2.1. Kuvallisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,55 %	0,99 %
2.2. Kuvallisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,43 %
2.3. Symbolisesta kuvalliseen muotoon ratkaistavat tehtävät	0,42 %	1,32 %
2.4. Symbolisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,84 %
2.5. Symbolisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,07 %
2.6. Verbaalisesta kuvalliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,00 %	1,34 %
2.7. Verbaalisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,00 %
2.8. Verbaalisesta verbaaliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,10 %

Käsitteenmuodostusprosessiin liittyvien tehtävien jakautuminen eri alaluokkien kesken on monipuolisempaa uudemmassa painoksessa. Tästä voisi päätellä, että vuoden 1997 *Mieti ja laske* -sarjan ensimmäisen luokan matematiikan oppikirja perustaa käsitteenmuodostuksen ainakin osittain systemaattiseen konstruktivismiin eli oppikirja ei olekaan kokonaan mekaanista hiljaista laskemista, vaan antaa tilaa myös oppilaan omalle ajattelulle.

Lopuksi vielä tarkastellaan jakautumista aukeama-, lisä ja kotitehtävien jakautumista

eri pääsisältöluokkien kesken. Kuitenkin on huomattava Mieti ja laske 1 -sarjan rakenne, joka poikkeaa Laskutaito 1-sarjasta - ainakin vuoden 1991 kirjan osalta. Vuoden 1991 Mieti ja laske -sarjan Laskukirja jakautuu aukeamatehtäviin, syventäviin tehtäviin sekä lisätehtäviin. Vuoden 1997 matematiikan Mieti ja laske -sarjan ensimmäisen luokan oppikirja jakautuu aukeama-, VAVA- (=ns. vapaavalintaiset tehtävisivut) ja kotitehtäviin. VAVA-tehtävät vastaavat oikeastaan Laskutaitosarjan lisätehtäviä. VAVA -tehtävät on tarkoitettu eriyttäväksi tehtäviksi. Oppikirjoissa VAVA /lisä- tehtävät määritellään vapaaehtoisiksi ja monipuolisemmiksi soveltaviksi tehtäviksi.

TAULUKKO 9. Aukematehtävien (n=2762), syventävien tehtävien (n=632) ja lisätehtävien (n=929) prosenttijakaumat tutkituissa ensimmäisen luokan Mieti laske -sarjan oppikirjoissa ennen opetussuunnitelmauudistusta

Mieti ja laske 1 laskukirja, ensimmäinen luokka, 1991	Aukema- tehtävät	Syventävät tehtävät	Lisätehtävät
Tehtävien pääsisältöluokat	%	%	%
1. Standarditehtävät	62,16 %	14,13 %	21,49 %
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	0,79 %	0,32 %	0,00 %
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	0,76 %	0,03 %	0,00 %
4. Pulmatehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %
5. Ongelmatehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %
6. Sovellutustehtävät	0,00 %	0,14 %	0,00 %
7. Luokittelutehtävät	0,18 %	0,00 %	0,00 %
8. Tilastolliset tehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %

TAULUKKO 10. Aukematehtävien (n=2185), VAVA -tehtävien (n=498) ja kotitehtävien (n=1266) prosenttijakaumat tutkituissa ensimmäisen luokan Mieti laske -sarjan oppikirjoissa opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen.

Mieti ja laske 1, ensimmäinen luokka, 1997	Aukema- tehtävät	VAVA- tehtävät	Kotitehtävät
Tehtävien pääsisältöluokat	%	%	%
1. Standarditehtävät	90,71 %	50,60 %	87,60 % (jatkuu)

TAULUKKO 10. (jatkuu)

2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	5,40 %	3,82 %	7,82 %
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	1,42 %	35,34 %	4,26 %
4. Pulmatehtävät	0,00 %	1,41 %	0,00 %
5. Ongelmatehtävät	0,14 %	0,00 %	0,00 %
6. Sovellutustehtävät	0,09 %	2,61 %	0,08 %
7. Luokittelutehtävät	1,51 %	2,41 %	0,00 %
8. Tilastolliset tehtävät	0,73 %	3,81 %	0,24 %

Taulukosta 9 nähdään, että vuonna 1991 valmistuneessa laskukirjassa suurin osa syventävistä tehtävistä ja kaikki lisätehtävät ovat rutiinitehtäviä. Tosin lisätehtävien kohdalta on mainittava, että ne oli tarkoitettu vuoden 1991 oppikirjassa päässälaskuiksi ja ovat näin ollen täysin mekaanisia tehtäviä. On hyvä muistaa, että ennen opetussuunnitelmauudistusta ilmestyneissä *Mieti ja laske* -sarjan opettajan oppaissa oli suunniteltu jokaisen jakson alkuun toiminnallinen, oppikirjaton vaihe. Näin oppitunteihin saattoi sisältyä muutakin kuin pelkkää rutiiniluonteista laskemista. Taulukon 10 perusteella nähdään, että noin puolet VAVA -tehtävistä on rutiinitehtäviä. VAVA-tehtävissä on hyvin edustettuna hahmottamista vaativat tehtävät. Lisäksi näissä tehtävissä on käsitteenmuodostusprosessiin liittyviä tehtäviä sekä pulma-, ongelma-, sovellutus-, luokittelu- että tilastollisia tehtäviä. Taulukosta 10 nähdään myös, että suurin osa aukeama- ja kotitehtävistä on rutiiniluonteisia. On myönteistä, että kotitehtävistä lähes 8 % on käsitteenmuodostusprosessiin liittyviä tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtäviä. Sen sijaan kotitehtävistä puuttuvat kokonaan pulma-, ongelma- ja luokittelutehtävät. Juuri lapsen kykyä luokitella omilla naiiveilla struktuureillaan tulisi kehittää. Juuri tätä kykyä voitaisiin käyttää hyväksi esimerkiksi mallintamisen yhteydessä. (Vrt. Haapasalo 1993, 17-18.) Jos tätä ensimmäisen luokan *Mieti ja laske* -sarjaa tarkastelee opetussuunnitelmauudistuksen valossa, niin voidaan todeta, että myönteistä kehitystä on tapahtunut. *Mieti ja laske* -menetelmää on vuoden 1997 ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjoissa osattu viedä oppilaan kirjoihin. Aikaisemmin tämän menetelmän periaatteet löytyivät vain opettajan oppaasta. Vuoden 1995 laskukirja sisälsi kaikki mahdollisuudet hiljaista laskemista ja opettajajohtoista esitystä suosi-

viin opetusmenetelmiin, jos käytettiin pelkästään Laskukirjaa. Toisaalta ennen opetussuunnitelmauudistusta ilmestyneissä Mieti ja laske -sarjan opettajan oppaissa suunnitelluilla toiminnallisilla, oppikirjattomilla uusien jaksojen aloituksilla annettiin hyvin tilaa sekä opettajan että oppilaan luovuudelle. Vaikka toiminnallisuutta on osattu viedä opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen ilmestyneisiin Mieti ja laske -sarjan oppikirjoihin, on hyvä miettiä, olisiko oppikirjaton, toiminnallinen vaihe uusien käsitteiden orientoitumisvaiheessa paikallaan.

### 8.3.3. Laskutaitosarjan toisen luokan matematiikan oppikirjat

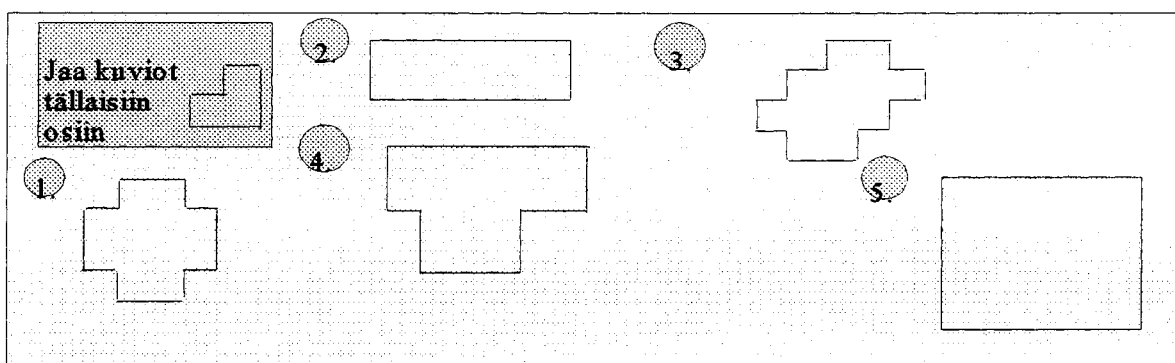
Laskutaito -sarjan toisen luokan oppilaan kirjat jakaantuivat syksy- ja kevätosaan. Kirjoissa on esitetty ajoitusuunnitelma, joka saattaa kuten aikaisemmin on mainittu, estää tarvittavan ajan käyttämisen uusien käsitteiden opiskeluun. Kirjoissa on selkeät aukeamakokonaisuudet sekä erikseen lisä- ja kotitehtävät. Seuraavassa taulukossa havainnollistetaan kirjojen tehtäväjakaumaa pääsisältöluokittain. Jokaisen luokan tehtävien määrää on verrattu tehtävien kokonaismääriin kirjoissa.

TAULUKKO 11. Tehtävien prosenttiosuudet pääsisältöluokittain vuosina 1992-93 (n=4588) ja 1997 (n=4870) ilmestyneissä toisen luokan Laskutaito -sarjan matematiikan oppikirjoissa.

Laskutaito 2, toinen luokka Tehtävien pääsisältöluokat	1992-93	1997
	%	%
1. Standarditehtävät	92,13 %	87,52 %
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	2,22 %	1,60 %
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	2,66 %	7,19 %
4. Pulmatehtävät	0,35 %	1,19 %
5. Ongelmatehtävät	0,13 %	0,00 %
6. Sovellutustehtävät	0,09 %	0,41 %
7. Luokittelutehtävät	0,00 %	0,41 %
8. Tilastolliset tehtävät	2,42 %	1,68 %

Taulukosta 11 nähdään, että Laskutaitokirja -sarjan toisen luokan tehtävistä suurin osa on rutiiniluonteisia. Tosin opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen ilmestyneissä kirjoissa tehtävät jakautuvat monipuolisemmin eri sisältöluokkien kesken. Huomionarvoista on se, että uudemmassa kirjasarjassa hahmottamista vaativien tehtävien määrä on kasvanut ja uutena tehtävyyppinä on tullut luokittelua vaativia tehtäviä. Seuraavassa esimerkissä 8 on kirjoissa esiintyviä hahmotustehtäviä.

*Esimerkki 8.* Hahmotustehtävä on Laskutaito 2 -sarjan (1997, 28) toisen luokan oppilaan kirjasta ja edustaa hyvin tyypillistä hahmotustehtävämallia.



(Laskutaito 2 1997 kevätosa 28 tehtävät 1-5)

Käsitteentuodostusprosessiin liittyvien tunnistamis- ja tuottamistehtävien määrä on laskenut. Saattaa olla, että käsitteiden opettaminen kirjasarjan tehtävien perusteella jää vajavaiseksi. Kuitenkin opettaja vastaa oppitunnista, joten on hän päättää siitä, miten uusia käsitteitä opiskellaan. Varsinaisia ongelmatehtäviä uudemmasta kirjasarjasta ei löytynyt lainkaan, sen sijaan pulmatehtävien määrä oli kasvanut. Usein kirjoissa olikin ongelmatehtävänimikkeen alle sijoitettu ainoastaan pulmatehtävän kriteerit täyttäviä tehtäviä. Uudemmissa kirjoista löytyi kuitenkin muutama sovellustehtäväksi luokiteltava tehtävä. Toisaalta sovellustehtävä on myös ongelma aikaisemmin esitetyn määritelmän mukaisesti, mutta tutkija on lähtenyt siitä, että sovellustehtäviin luetaan kaikki sellaiset ongelmatehtävät, jotka liittyvät arkipäivään. Usein sovellustehtäviksi oli kirjoissa sijoitettu sanalliseen muotoon kätkeytyjä mekaanisia tehtäviä. Seuraavaksi on esitetty suurimman pääsisältöluokan, standarditehtävien, tehtäväjakaumat.

TAULUKKO 12. Standarditehtävien prosenttijakaumat tutkituissa Laskutaito -sarjan toisen luokan matematiikan oppikirjoissa vuosina 1992-93 (n=4227) ja 1997 (n=4262).

Laskutaito 2, toinen luokka	1992-93	1997
1. Standarditehtävien alaluokat	%	%
1.0. Numero- ja merkkiharjoitukset	0,02 %	0,00 %
1.1. Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät	48,80 %	46,57 %
1.2. Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset yhtälöt	2,88 %	7,12 %
1.3. Väritystehtäviin liittyvät matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät	0,83 %	0,43 %
1.4. Sanalliseen muotoon kätketyt mekaaniset tehtävät	12,01 %	12,24 %
1.5. Kuvista muodostettavat annetun mallin mukaiset mekaaniset laskulausekkeet	2,70 %	2,59 %
1.6. Kuvista värittämällä/piirtämällä/lukumääriä luettelemalla ratkaistavat mekaaniset tehtävät	5,69 %	2,65 %
1.7. Lukumäärien luettelua/jakamista tai vertailua vaativat numeeriset tehtävät	16,39 %	12,98 %
1.8. Lukujen hajottamistehtävät, laatumuunnokset	1,02 %	1,58 %
1.9. Mittaamisharjoitukset	1,79 %	1,36 %

Myös toisen luokan Laskutaito -sarjan standarditehtävien suurimman sisältöluokan muodostavat matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät. Yhtälöiden määrää on lisätty Laskutaito 2 -sarjan uudemmassa painoksessa. Sanalliseen muotoon kätkettyjen mekaanisten tehtävien määrä on säilynyt lähes samana sekä uudessa että vanhassa painoksessa. Huolestuttavaa vain on se, että kyseenomaisen sisältöluokan tehtävät sijoitetaan oppilaan kirjoissa sovellustehtävien (oppikirjoissa kirjoitettu sovellutus) nimikkeen alle. Esimerkissä 9 esitetään muutamia tyypillisiä sanallisia toisen luokan tehtäviä.

*Esimerkki 9.* Seuraavalla sivulla olevat kolme tehtävää ovat tyypillisiä Laskutaito -sarjan toisen luokan sanallisia tehtäviä. Tällaisia sanallisia tehtäviä saattaa esiintyä sovellustehtävissä. Kuitenkin niiden soveltava luonne on hyvin vähäinen. Tehtävä numero 3 on ottanut pienen askelen soveltavaan suuntaan, sillä tehtävässä on yksi ylimääräinen luku tehtävän ratkaisemiseksi tarvittavien lukujen lisäksi.

1. Pienessä lumilyhdyssä on 48 palloa ja kahdessa suuressa 85 palloa kummassakin. Kuinka monta palloa lumilyhdyissä on yhteensä? (Laskutaito 2 1997, kevät, 45.)

2. Pekalla on 276 tarraa. Hän antaa 28 tarraa siskolleen ja 35 tarraa veljelleen. Kuinka monta tarraa Pekalle jää? (Laskutaito 2 1997, kevät, 53.)

3. Ruokalan kylmävarastossa on 62 kg kaalia, 82 kg lanttua ja 155 kg perunoita. Kuinka monta kilogrammaa perunoita on enemmän kuin lanttuja? (Laskutaito 2 1997, kevät, 73.)

Seuraavasta taulukosta 13 nähdään, että käsitteenmuodostusprosessiin liittyvien tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien määrä on pienempi uudemmassa Laskutaito 2 -sarjan painoksessa. Taulukko 13 havainnollistaa Laskutaito 2 -sarjan käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien jakautumista. Taulukon 13 jälkeen tuleva esimerkki 10 sisältää käsitteenmuodostustehtäviin liittyviä tehtäviä sekä uudemmasta että vanhemmasta Laskutaito 2 -sarjan painoksesta.

TAULUKKO 13. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien prosenttijakaumat tutkituissa Laskutaito -sarjan toisen luokan matematiikan oppikirjoissa vuosina 1992-93 (n=102) ja 1997 (n=78).

Laskutaito 2, toinen luokka	1992-93	1997
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien alaluokat	%	%
2.0. Kuvallisesta kuvalliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,17 %	0,02 %
2.1. Kuvallisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,85 %	0,80 %
2.2. Kuvallisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,02 %
2.3. Symbolisesta kuvalliseen muotoon ratkaistavat tehtävät	0,15 %	0,25 %
2.4. Symbolisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	1,05 %	0,18 %
2.5. Symbolisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,00 %
2.6. Verbaalisesta kuvalliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,00 %

(jatkuu)



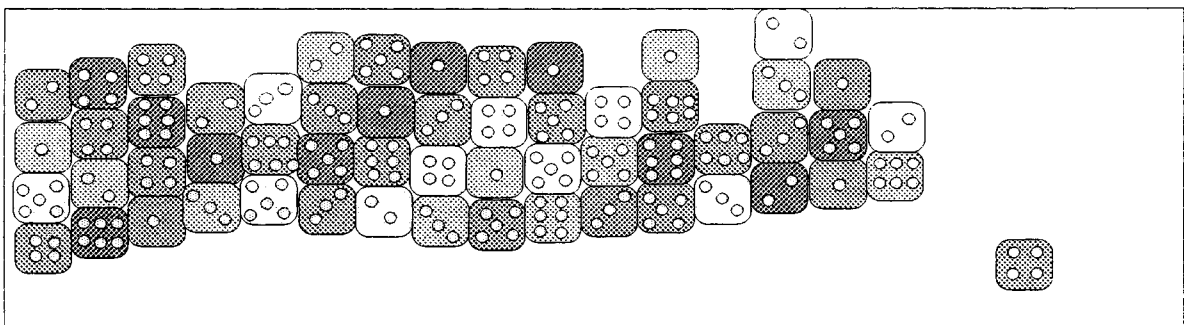
## TAULUKKO 13. (jatkuu)

2.7. Verbaalisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,33 %
2.8. Verbaalisesta verbaaliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,00 %	0,00 %

*Esimerkki 10.* Kaksi ensimmäistä tehtävää ovat Laskutaito 2 -sarjan vanhemmasta painoksesta (1993, 66) syksyn oppikirjasta. Nämä tehtävät ovat samanlaisia kuin ensimmäisen luokan Laskutaito 1-sarjan esiintyvät käsitteenmuodostukseen liittyvät tehtävät. Ensimmäinen tehtävä kuuluu kuvallisesta symboliseen tehtäväluokkaan ja toinen tehtävä kuuluu symbolisesta kuvalliseen tehtäväluokkaan. Kolmas tehtävä on Laskutaito 2 -sarjan uudemmasta painoksesta (1997, 7) kevään oppikirjasta. Oppikirjassa on liitetty hyvin ohjaava kysymys tehtävien yläpuolelle, joka on seuraava: 'Kuinka paljon rahaa on yhteensä?' (Laskutaito 2 1997, kevätosa, 7). Tällä kysymyksellä kyseenalaistetaan tehtävien käsitteenmuodostusta vahvistava merkitys. Tehtävien ohjeena voisi olla: Kirjoita lukuna. Jälleen on huomautettava, että kuvat eivät ole täysin identtisiä kirjan kuvien kanssa, koska tutkija on piirtämällä itse kopioinut niitä. Esimerkiksi tehtävässä kolme on kyse rahaa käsittelevästä tehtävästä ja tutkija on piirtänyt seteleihin ja kolikkoihin niiden arvon. Tehtävässä yksi nopat ovat kirjan kuvissa kolmiulotteisia. Tehtävien luonne kuitenkin käy ilmi kuvista.

1.

Keksi kuvasta laskuja.



--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--

(Laskutaito 2 1993, syysosa, 66.)

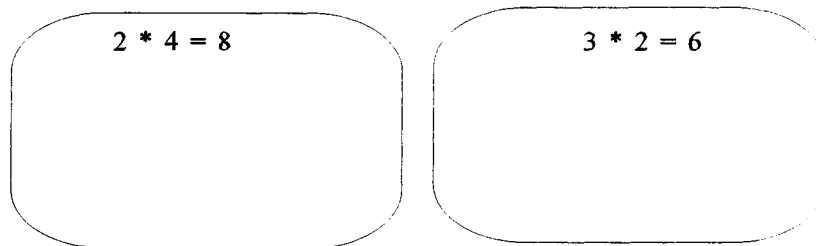
--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--

2.

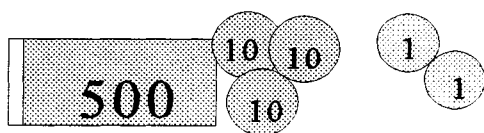
Piirrä laskusta kuva.



(Laskutaito 2 1993, syysosa, 66.)

3.

Kuinka paljon rahaa on yhteensä?



(Laskutaito 2 1997, kevätosa, 7, tehtävä 7)

Vaikka uudemmat Laskutaito 2 -sarjan kirjat sisältävät vähemmän käsitteenmuodostusprosessiin liittyviä tehtäviä kuin aikaisemman painoksen kirjat, niin myönteistä on se, että tähän sisältöluokkaan liittyvät tehtävät ovat jakautuneet monipuolisemmin.

Taulukot 14 ja 15 havainnollistavat aukeama-, lisä ja kotitehtävien jakautumista pääsisältöluokkien kesken. Taulukoista nähdään, että kotitehtävät ovat sekä vanhemmissa että uudemmissa Laskutaito -sarjan toisen luokan oppikirjoissa varsin rutiiniluonteisia. Lisätehtävistäkin suurin osa on standarditehtäviä. Tosin uudemmassa painoksessa lisätehtävät ovat jakauman perusteella monipuolisempia. Erityisesti hahmottamista vaativien määrä on lisääntynyt. Lisäksi uudemmassa painoksessa on jonkin verran pulma-, sovellutus- ja luokittelutehtäviä.

TAULUKKO 14. Aukematehtävien (n=2606), lisätehtävien (n=1418) ja kotitehtävien (n=564) prosenttijakaumat tutkituissa Laskutaito -sarjan toisen luokan oppikirjoissa ennen opetussuunnitelmauudistusta.

Laskutaito 2, toinen luokka, 1992-1993	Aukeama- Lisätehtävät Kotitehtävät tehtävät		
	%	%	%
Tehtävien pääsisältöluokat			
1. Standarditehtävät	91,14 %	93,80 %	92,55 %
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	2,11 %	1,13 %	5,50 %
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	2,46 %	3,31 %	1,95 %
4. Pulmatehtävät	0,61 %	0,00 %	0,00 %
5. Ongelmatehtävät	0,23 %	0,00 %	0,00 %
6. Sovellutustehtävät	0,15 %	0,00 %	0,00 %
7. Luokittelutehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %
8. Tilastolliset tehtävät	3,30 %	1,76 %	0,00 %

TAULUKKO 15. Aukematehtävien (n=2836), lisätehtävien (n=1235) ja kotitehtävien (n=799) prosenttijakaumat tutkituissa toisen luokan Laskutaito -sarjan oppikirjoissa opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen.

Laskutaito 2, toinen luokka, 1997	Aukeama- Lisätehtävät Kotitehtävät tehtävät		
	%	%	%
Tehtävien pääsisältöluokat			
1. Standarditehtävät	87,27 %	84,94 %	92,37 %
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	2,05 %	0,16 %	2,25 %
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	6,13 %	10,85 %	5,26 %
4. Pulmatehtävät	1,23 %	1,86 %	0,00 %
5. Ongelmatehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %
6. Sovellutustehtävät	0,25 %	1,05 %	0,00 %
7. Luokittelutehtävät	0,71 %	0,00 %	0,00 %
8. Tilastolliset tehtävät	2,36 %	1,14 %	0,12 %

Kokonaisuutena Laskutaito 2 -sarja edustaa varsin perinteistä matematiikan oppikirjaa, missä rutiinitehtävien määrä on varsin suuri. Käytännössä tämä tarkoittanee sitä, että oppitunneilla hiljaisen laskemisen osuus saattaa olla merkittävä ja oppilaskeskeiset oppimismenetelmät jäävät vähemmälle huomiolle. Kuitenkin taitava opettaja käyttää oppikirjaa opetuksen apuvälineenä ja

suunnittelee opetustilanteet oppilaskeskeisiksi ja haasteellisiksi.

#### 8.3.4. Mieti ja laske -sarjan toisen luokan matematiikan oppikirjat

Mieti ja laske -sarjan ensimmäisen luokan oppikirjojen tehtävärakenteen perusteella saattoi nähdä, että oppilaan kirjaa on kehitetty kohti oppilaskeskeisiä työmuotoja. Onkin mielenkiintoista nähdä, miten tässä on onnistuttu toisen luokan oppikirjojen kohdalla. Mieti ja laske 2 -sarjan oppikirjoista analysoitiin ennen opetussuunnitelmaa ilmestynyt painos sekä vuonna 1998 ilmestynyt Mieti ja laske 2 -sarjan syysosa. Seuraavassa taulukossa esitetään tehtävien jakaumat pääsisältöluokkien kesken

TAULUKKO 16. Tehtävien prosenttiosuudet pääsisältöluokittain vuosina 1991 (n=2666) ja 1997 (n=1954) ilmestyneissä toisen luokan Mieti ja laske -sarjan matematiikan oppikirjoissa.

Mieti ja laske 2, toinen luokka	1991	1997
Tehtävien pääsisältöluokat	%	%
1. Standarditehtävät	89,53 %	78,00 %
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis ja tuottamisvaiheen tehtävät	4,05 %	10,28 %
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	3,23 %	7,52 %
4. Pulmatehtävät	0,00 %	2,46 %
5. Ongelmatehtävät	0,00 %	0,31 %
6. Sovellutustehtävät	2,40 %	1,38 %
7. Luokittelutehtävät	0,11 %	0,05 %
8. Tilastolliset tehtävät	0,68 %	0,00 %

Taulukosta 16 nähdään, että Mieti ja laske 2 -sarjan tehtävärakenteessa on tapahtunut myönteistä kehitystä. Vaikka standardityypin tehtäviä on edelleenkin paljon, niin tehtävät ovat monipuolistuneet. Erityisesti käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen sekä hahmottamista vaativien tehtävien on kasvanut. Lisäksi uudempaan painokseen on lisätty

pulma- ja ongelmatehtäviä. Sen sijaan uudemman painoksen syysosassa ei ole tilastollisia tehtäviä, joita oli Laskutaito -sarjassa. Erilaiset tilastot ja taulukot kuuluvat arkipäivään, ja siksi on tärkeätä, että niitä osataan lukea ja laatia.

Seuraavassa taulukossa 17 tarkastellaan standarditehtävien jakautumista eri sisältöluokien kesken. Standarditehtävät muodostavat tässäkin kirjasarjassa suurimman pääsisältöluokan. Taulukosta 17 nähdään, että kuten muissakin tutkituissa oppikirjoissa matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät muodostavat suurimman sisältöluokan. Mekaanisten tehtävien määrä on jopa kasvanut uudemmissa oppikirjoissa. Yhtälötehtävien määrä on laskenut. Myös sanalliseen muotoon kätkettyjen mekaanisten tehtävien määrä on laskenut opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen ilmestyneissä kirjoissa. On myös huomattava, että väritystehtäviin liittyviä mekaanisia tehtäviä ei enää ole uudemmissa kirjoissa. Kuvista muodostettavien annetun mallin mukaisten mekaanisten laskutehtävien määrä on kasvanut. Oppitunteihin näyttäisi tehtävärakenteen perusteella kuuluvan vielä huomattava osa hiljaista laskemista.

TAULUKKO 17. Standarditehtävien prosenttijakaumat tutkituissa Mieti ja laske -sarjan toisen luokan matematiikan oppikirjoissa vuosina 1991 (n=2387) ja 1997 (n=1524).

Mieti ja laske 2, toinen luokka	1991	1997
1. Standarditehtävien alaluokat	%	%
1.0. Numero- ja merkkiharjoitukset	0,00 %	0,00 %
1.1. Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät	44,07 %	47,75 %
1.2. Matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset yhtälöt	4,13 %	0,61 %
1.3. Väritystehtäviin liittyvät matemaattisin symbolein kirjoitetut mekaaniset tehtävät	4,35 %	0,00 %
1.4. Sanalliseen muotoon kätketyt mekaaniset tehtävät	15,64 %	13,05 %
1.5. Kuvista muodostettavat annetun mallin mukaiset mekaaniset laskulausekkeet	0,90 %	4,91 %
1.6. Kuvista värittämällä/piirtämällä/lukumääriä luettelemalla ratkaistavat mekaaniset tehtävät	6,45 %	1,18 %
1.7. Lukum. luettelua/jakamista tai vertailua vaativat numeeriset tehtävät	11,48 %	10,50 %
1.8. Lukujen hajottamistehtävät, laatumuunnokset	2,10 %	0,00 %
1.9. Mittaamisharjoitukset	0,41 %	0,00 %

Seuraavassa esimerkissä 11 on esitetty Mieti ja laske 2 -sarjalle tyypillisiä standarditehtäviä.

*Esimerkki 11.* Tehtävässä yksi on tyypillisistä kertotolaskuharjoituksista Mieti ja laske 2 -sarjan toisen luokan syksyn kirjasta (Mieti ja laske 2 1998, syksy 99). Näidenkin tehtävien ratkaisu on varmistettu malliesimerkillä, joka on ensimmäisen tehtävän a) -kohdassa. Lisäksi tehtävä sivun yläosassa on ohje siitä, millainen laskulauseke kuvasta on tuotettava. Näiden tehtävien kohdalla olisi voinut antaa oppilaiden luovuudelle tilaa jättämällä malliesimerkin pois. Oppilaat tuottavat kuvien pohjalta monenlaisia ratkaisutapoja, joista sitten voi yhdessä keskustella. Tällainen kehittää myös ongelmanratkaisutaitoja. Tehtävässä kaksi on esimerkki sanalliseen muotoon kätkeystä mekaanisesta tehtävästä. Tehtävä 2 on Mieti ja laske 2 -sarjan vanhemmasta painoksesta (Mieti ja laske 2 1991, 42). Tällaisia ratkaisustrategialtaan valmiiksi ohjattuja sanallisia tehtäviä on myös Mieti ja laske 2 -sarjan uudemmassa painoksessa. Kuten aikaisemmin on todettu tällaiset tehtävät vahvistavat pintastrategioiden käyttöä ainakin heikkojen oppilaiden kohdalla. Tehtävän rakennetta ei tarvitse välttämättä ymmärtää, vaan ratkaisu suoritetaan tiettyjen avainsanojen avulla. Tässä tapauksessa yhteensä -sana ohjaa yhteenlaskun käyttämiseen ratkaisussa. Tehtävä 3 on lukumäärien luettelua koskeva tehtävä Mieti ja laske 2 -sarjan uudemmassa painoksesta (Mieti ja laske 2 1998, syksy, 151).

1.  
Tee kertolasku. Ratkaise.  
a)



$$1 * 3 =$$


---

(Malliesimerkki)

b)



---

(Mieti ja laske 2 1998, syksy, 99 tehtävät 1, 2 ja 3)

c)



---

2.

Hannalla on 60 postimerkkiä Ruotsista ja 23 Norjasta. Kuinka monta postimerkkiä hänellä on yhteensä?

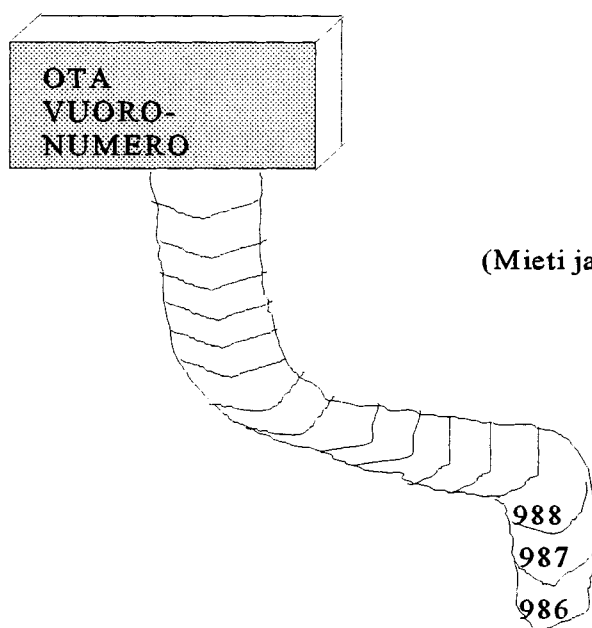
Vastaus:

---

(Mieti ja laske 2 1991, 42, tehtävä 1)

3.

Jatka jonotuslappujen numeroimista.



(Mieti ja laske 2 1998, syksy, 151, tehtävä 1)

Seuraavassa taulukossa 18 havainnollistetaan käsitteenmuodostusprosessiin liittyvien tunnistamis- ja tuottamistehtävien prosentiosuuksia tehtävien kokonaismääristä.

TAULUKKO 18. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien prosenttijakaumat tutkituissa Mieti ja laske -sarjan toisen luokan matematiikan oppikirjoissa vuosina 1991 (n=108) ja 1997 (n=201).

Mieti ja laske 2, toinen luokka	1991	1997
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien alaluokat	%	%
2.0. Kuvallisesta kuvalliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,03 %	0,00 %
2.1. Kuvallisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,03 %	4,45 %
2.2. Kuvallisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavat tehtävät	0,60 %	0,67 %
2.3. Symbolisesta kuvalliseen muotoon ratkaistavat tehtävät	0,38 %	1,23 %
2.4. Symbolisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,23 %	0,56 %
2.5. Symbolisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavat tehtävät	2,21 %	0,15 %
2.6. Verbaalisesta kuvalliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,11 %	0,46 %
2.7. Verbaalisesta symboliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,23 %	2,76 %
2.9. Verbaalisesta verbaaliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät	0,23 %	0,00 %

Uudemmassa Mieti ja laske 2 -sarjan oppikirjojen käsitteenmuodostusprosessiin liittyviä tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtäviä ei ole kaikissa sisältöluokissa, mutta niiden määrä on kuitenkin kasvanut. Uudemmissa Mieti ja laske -sarjan oppikirjoista puuttuvat kuvallisesta kuvalliseen muotoon ja verbaalisesta verbaaliseen muotoon tai näiden muotojen välillä ratkaistavat tehtävät. Verbaalisesta verbaaliseen muotoon ratkaistavien tehtävien puuttuminen on huolestuttavaa, sillä esimerkiksi Galperin painottaa puheen tärkeää merkitystä. Galperinin mukaan puhe mahdollistaa abstraktion. (Galperin 1969, 261-262.) Taulukosta 18 nähdään, että vuoden 1998 oppikirjoissa käsitteenmuodostusprosessin tuottamis- ja tunnistamisvaihe jää puutteelliseksi. Näin ollen saattaa olla, että myös käsitteiden ymmärtäminen kirjan



tehtävärakenteen perusteella jää vajavaiseksi ja on turvauduttava ulkoa oppimiseen.

Seuraavissa taulukoissa 19 ja 20 tarkastellaan vielä tutkittavien Mieti ja laske 2 -sarjan oppikirjojen tehtävien jakautumista aukeama-, hevosenkenkä-/VAVA- ja apila-/koti-tehtävien kesken. Vanhemmassa oppikirjassa tehtävät jakautuvat aukeama-, hevosenkenkä- ja apilatehtäviin. Hevosenkenkä- ja apilatehtävät ovat syventäviä tehtäviä, joista apilatehtävät ovat vaativampia ja niiden ratkaiseminen edellyttää sekä hyvää lasku- että lukutaitoa.

TAULUKKO 19. Aukematehtävien (n=1953), hevosenkenkätehtävien (n=320) ja apilatehtävien (n=393) prosenttijakaumat tutkituissa toisen luokan Mieti ja laske -sarjan vuoden 1991 matematiikan oppikirjassa.

Mieti ja laske 2, toinen luokka, 1991	Aukeama- tehtävät	Hevosenkenkä- tehtävät	Apila- tehtävät
Tehtävien pääsisältöluokat	%	%	%
1. Standarditehtävät	90,58 %	92,50 %	81,93 %
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	3,02 %	6,56 %	7,12 %
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	4,35 %	0,00 %	0,26 %
4. Pulmatehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %
5. Ongelmatehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %
6. Sovellutustehtävät	1,33 %	0,63 %	9,16 %
7. Luokittelutehtävät	0,16 %	0,00 %	0,00 %
8. Tilastolliset tehtävät	0,56 %	0,31 %	1,53 %

TAULUKKO 20. Aukematehtävien (n=1146), VAVA -tehtävien (n=322) ja kotitehtävien (n=486) prosenttijakaumat tutkituissa toisen luokan Mieti ja laske 2 -sarjan vuoden 1997 syksyn matematiikan oppikirjassa

Mieti ja laske 2, toinen luokka, 1997 syksy	Aukeama- tehtävät	VAVA -tehtävät	Koti- tehtävät
Tehtävien pääsisältöluokat	%	%	%
1. Standarditehtävät	85,68 %	36,34 %	87,45 %
2. Käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	11,26 %	4,66 %	11,73 %
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	0,79 %	41,61 %	0,82 %
4. Pulmatehtävät	1,48 %	9,63 %	0,00 %

(jatkuu)

TAULUKKO 20. (jatkuu)

5. Ongelmatehtävät	0,52 %	0,00 %	0,00 %
6. Sovellutustehtävät	0,18 %	7,76 %	0,00 %
7. Luokittelutehtävät	0,09 %	0,00 %	0,00 %
8. Tilastolliset tehtävät	0,00 %	0,00 %	0,00 %

Taulukosta 19 nähdään, että vuoden 1991 Mieti ja laske -sarjan oppikirjan mukaan syventämistehtäviksi lukeutuvat hevosenkenkä ja apila -tehtävistä suurin osa on standarditehtäviä. Apilatehtävät ovat taulukon 19 mukaan vaativampia, sillä kyseessä olevista tehtävistä on 7,12% käsitteenmuodostusprosessiin ja 9,16 % sovellutustehtäviä. Hevosenkenkätehtävien osuudet näissä sisältöluokissa ovat pienemmät. Taulukosta 20 nähdään, että syksyn 1997 toisen luokan kotitehtävät ovat suurimmaksi osaksi standarditehtäviä. Sen sijaan VAVA -tehtävät ovat jakutuneet monipuolisemmin. VAVA -tehtävissä on standarditehtäviä 36,34%. VAVA -tehtäviä on eniten hahmottamista vaativissa tehtävissä (41,61%). VAVA -tehtävistä löytyy käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtäviä sekä pulma- ja sovellustehtäviä. VAVA -tehtävät ovatkin monipuolistuneet verrattaessa niitä ennen vanhempaan Mieti ja laske 2 -sarjan vastaaviin syventäviin hevosenkenkä- ja apilatehtäviin. Mieti ja laske 2 -sarjan syksyn 1997 oppikirja on monipuolistanut tehtäviään ja näin myös pyrkinyt uudistumaan. Kirjassa on vähennetty standarditehtäviä ja vastaavasti lisätty muiden sisältöluokkien tehtäviä. Kuitenkin on muistettava, että myös vanhempaan kirjasarjaan saattoi liittyä enemmän toiminnallisuutta ja ymmärtämiseen tähtäviä tehtäviä, koska jokaisen jakson aloitukseen kuului oppikirjaton vaihe. Olisiko juuri tällainen oppikirjaton, uusiin käsitteisiin orientoitumisvaihe, uudemmissakin kirjoissa paikallaan.

#### 8.4. Didaktisen analyysin toinen osa

Didaktisen analyysin toisessa osassa tarkastellaan tutkittavissa alkuopetuksen matematiikan

oppikirjoissa esiintyvien käsitteiden muodostusta, jota verrataan Haapasalon kehittämään systemaattiseen konstruktivismiin perustuvaan käsitteenmuodostukseen. Tutkittavia käsitteitä ovat lukukäsite, yhteen- ja vähennyslaskun käsite, jako- ja kertolaskun käsite sekä mittaamisen käsite.

#### **8.4.1. Käsitteenmuodostusprosessit Laskutaito -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa**

Laskutaito -sarjassa ei ole asioiden etenemisjärjestyksessä tapahtunut suuria muutoksia verrattaessa ennen ja jälkeen POPS 1994 julkaistuja oppikirjoja. Tutkittujen oppikirjojen Laskutaito -sarjan etenemissuunnitelma on esitetty liitteessä 2. Uudemmassa painoksessa lukuihin tutustutaan ensimmäisellä luokalla ehkä nopeammin, mutta kuitenkin niin, että numero kymmenen tulee joulukuussa. Ensimmäisen luokan kevät alkaa molemmissa painoksissa lukualueella 0-20. Uudemassa painoksessa geometria-jakso paikkaa on muutettu aikaisemmaksi, niin että se ei olisi syksyllä ja keväällä viimeisenä käsiteltävänä jaksona. Aktiivinen lukualue on molemmissa painoksissa 0-100 ensimmäisellä luokalla.

Toisen luokan etenemissuunnitelmassa uudemmassa painoksessa lukualueen 0-1000 käsittely jää kevätlukukauden alkuun. Mittaaminen ja arviointi -jakso käsitellään vanhemmassa painoksessa vähän aikaisemmin (helmikuulla), kun taas geometrian osuus tulee uudemmassa painoksessa aikaisemmin (huhtikuun lopussa) kuin vanhemmassa. Aktiivinen lukualue on toisen luokan lopussa 0-1000 eli lukukäsite on laajennettu tälle alueelle.

##### **8.4.1.1. Lukukäsite Laskutaito -sarjan oppikirjoissa**

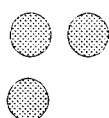
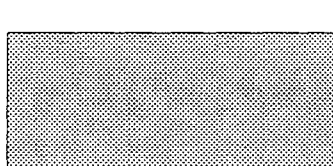
Lukukäsitteen kohdalla tarkastellaan lukukäsitteen läshestymistapoja ensimmäisen luokan alussa, koska lukukäsite voidaan ymmärtää yläkäsitteenä, joka pitää sisällään sekä yhteen-, vähennys-, jako- ja kertolaskun käsitteet. Lukukäsitteen syvenemistä ja laajentumista tapahtuu

koko ajan opiskeltaessa matematiikkaa eteenpäin.

Haapasalon käsitteenmuodostusprosessissa (1994, 202-206) orientoitumisvaiheessa tutkittavaa käsitettä lähestytään ongelmakeskeisesti. Ensimmäisen luokan Laskutaitosarjan opettajan oppaaseen on liitetty koulutulokkaiden matemaattisia valmiuksia mittaava lähtötasotesti. Testi sisältää lukujen luettelua eteen ja taaksepäin, lukumäärien tunnistamista, yksi enemmän/vähemmän -tehtäviä, numeroiden tunnistamista, yksi suurempi/pienempi -tehtäviä, järjestyslukutehtäviä, yhteen- ja vähennyslaskuja, sekä abstrakti luku -tehtäviä.

*Esimerkki 12.* Abstrakti luku-tehtävä: Oppilaalle näytetään seuraavaa kuvaa ja sanotaan: Oppilaan on siis kyettävä hahmottamaan kuinka paljon on viisi ilman konkreettista mallia ja sitten laskettava yhteen luvut viisi ja kolme.

**Viisi palloa on piilossa. Kuinka monta palloa on kaikkiaan?**



(Laskutaito 1 1995, syksyn opettajan opas, 9.)

Oppikirjat painottavat lukukäsitteen oppimisessa käsitteiden yhtä monta, yksi ja kaksi enemmän ja vähemmän ymmärtämistä ja liittämistä lukumäärään, lukusanaan ja numeroon sekä lukusanojen sujuvaa luettelemista eteen- ja taaksepäin. Kinnusen & Vauraksen (1997, 271-272) mukaan koulutulokkaalla on yleensä kehittynyt edellä lueteltuja määrällisiä valmiuksia. Tällaisia ovat yksi-yhteen vastaavuus, lukumäärien säilyvyys sekä transitiivinen päättely. Kirjojen mukaan lukukäsitteen ymmärtävä oppiminen tarkoittaa sitä, että oppilaalle muodostuu toimiva ajattelumalli lukumäärän, lukusanan ja numeron yhteydestä lukualueella 0-10. Oppilaan kirjat lähestyvät lukukäsitettä yhtä monta -käsitteen kautta, joka käytännössä tarkoittaa sellaisia tehtäviä, joissa joko väritetään esimerkiksi yhtä monta ruutua kuin kuvassa on esineitä. Kuvat on rakennettu hyvin selkeiksi ja helposti luettaviksi. Opettajalle annetaan ohjeita suullisista lukumäärän laskemisharjoituksista ja lukumäärien havainnollistamisesta tikuilla, palikoilla, kuvilla jne. Lukukäsitteen lähestymistavoissa ei ole selkeästi löydettävissä ongelmakeskeistä lähestymistapaa, jonka avulla oppilaalle synnytetäisiin loogis-kognitiivisia

ristiriitatilanteita. Lukukäsitteen muovaamisvaiheeseen eli lukukäsitteen ymmärtämisen opettamiseen käytetään Laskutaito -sarjan oppikirjoissa keskimäärin 9 tuntia aikaa. Käytännössä tämä tarkoittaa kahta viikkoa. Tämän jälkeen sitten siirrytään numeroiden kirjoittamiseen ja laskutoimituksiin. On huomattava, että tämä aikamäärä ei kerro koko totuutta lukukäsitteen muovaamiseen käytetystä ajasta, koska lukukäsitettä muokataan opetuksessa koko ajan ja erityisesti lukualueiden laajennusten yhteydessä. Tässä onkin tarkoituksena kiinnittää huomiota siihen, kuinka paljon koulun alkuvaiheessa käytetään aikaa lukukäsitteen muovaamiseen. Laskutaito -sarjan kirjat hyppäävät suoraan luvun ja määrän yhdistämiseen eli lukumäärien määrittelyyn. Lukukäsitteen tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtäviä ei ole juuri löydettävissä. Varsinaiset lukumäärien tunnistamis- ja tuottamistehtävät jäävät opettajan oppaaseen ja opettajan aktiivisuuden varaan. Kirjat lähestyvät lukukäsitettä varsin mekaanisesti ohjattujen mallitehtävien avulla. Heti alussa pyritään ohjaamaan oppilaat kirjan ajattelutapaan. Oppilaan oma luovuus ja aikaisemmat mentaalimallit eivät pääse esille. Lukukäsitteen ymmärtämisen sijaan painotetaan lukujen merkintätapoja eli numeroharjoituksia. Lisäksi lukualuetta laajennetaan hyvin hitaasti. Esimerkiksi luku 6 tulee lokakuun alussa. Joulukuun mennessä on käsitelty luvut 0-10. Ensimmäisen luokan lopussa lukualue on laajennettu 100 asti ja toisen luokan loppuun mennessä lukualuetta on laajennettu 1000 asti. Malatyn tutkimusten mukaan jo 5 -vuotiaat oppivat hyvin sen, mitä kouluissamme tarjotaan 7-vuotiaille syyslukukaudella (Malaty 1997, 88). Toisin sanoen, mitä merkitystä on lähtötaso -testillä, jos sitä ei käytetä hyväksi. Erotellaanko tällä testillä vain erityisopetusta tarvitsevat. Tässä on opettajalle haastetta, miten suunnitella lukukäsitteen opetus, niin että oppilaat eivät koe matematiikkaa turhauttavana.

Lukualue laajenee ensimmäisen luokan tammikuussa 20 ja kevätlukukauden loppuun mennessä 100 asti. Lukualueen laajennus 20 tulee varsin valmiina. Lukualueen laajetessa sataan oppikirjaan on liitetty muutama ruutujen laskemistehtävä täysillä kymmenillä. Tämän jälkeen siirrytään yhteen- ja vähennyslaskuihin sekä lukumäärien merkitsemiseen. Paikkajärjestelmään tutustutaan oppikirjoissa lukumäärien kirjoittamisen avulla. Vastaavalla tavalla laajennetaan lukualuetta toisen luokan kevätlukukaudella 1000 asti. Paikkajärjestelmä annetaan valmiin mallin avulla. Oppilaiden ei tarvitse muuta kuin toimia mallien ja tauluesimerkkien mukaisesti.

#### 8.4.1.2. Yhteen- ja vähennyslaskun käsitteet Laskutaito -sarjan oppikirjoissa

Laskutaito -sarjassa yhteen- ja vähennyslaskun käsitteitä lähestytään tulee lisää/ lähtee pois - tilanteina sekä väritä yksi enemmän/vähemmän -tehtävinä lukukäsitteen yhteydessä. Näihin tilanteisiin on yleensä liitetty selkeät kuvat, joiden perusteella oppilas sitten ympyröi oikean vastausvaihtoehdon kuvan alle liitetystä luvusta. Vaikka kuvasta ei vielä tehdä laskulauseketta, niin opettajan oppaissa on ohjeet siitä, miten tapahtumaa vastaava laskulauseke luetaan. Yleensä myös annetaan ohjeet siitä, että oppilaiden toivotaan kertovan kuvien tapahtumat niihin liittyvän laskutehtävän muodossa. Oppilailta ei kysytä, mitä kuvissa tapahtuu, vaan opettajan oppaissa on ohjeet siitä, kuinka näitä kuvia on tarkasteltava. Oppilaiden luovuus ja ongelmanratkaisutaidot eivät pääse tässä esille. Oppilaat ohjataan toimimaan kuvien pohjalta oikeaksi katsotulla tavalla. Yhteen- ja vähennyslaskun käsitteen pohjustamiseen käytetään aikaa noin 12 tuntia eli kolme viikkoa koulun aloituksesta. Yhteen- ja vähennyslaskun käsitettä muovataan aina lukualueiden laajennusten yhteydessä. Syyskuussa edetään yhteen- ja vähennyslaskujen symboliseen merkintään. Lehtisen ja Kinnusen (1993, 40-45) tutkimuksissa on viitteitä siitä, symbolisiin merkintöihin mennään liian nopeasti. Yhteenlaskun vaihdannaisuuteen mennään ensimmäisen luokan syksyllä marraskuussa oppikirjan malliesimerkkien kautta. Vaihdannaisuuden ymmärtäminen jäänee vähäisemmälle huomiolle. Kolminumeroisten lukujen allekkain laskuihin siirrytään toisen luokan keväällä. Kymmenylitykset yhteen- ja vähennyslaskussa opetellaan helmi-maaliskuulla valmiiden tauluesimerkkien avulla. Haapasalon (1994, 203-206) käsitteenmuodostamismenetelmien perusteella voisi sanoa, että Laskutaito -sarjan kirjat jättävät yhteen- ja vähennyslaskun käsitteen muovaamisvaiheen hyvin vähälle huomiolle, ja oppikirjat ottavat liian nopeasti numeroilla laskemisen käyttöön. Tällä tavalla oppimisesta tulee tilannesidonnaista, ja esimerkiksi tietyllä tavalla rakennetut kuvat ohjaavat lapsen tekemään yhteen/vähennyslaskuja, vaikka hän ei ymmärtäisi yhteen- ja vähennyslaskun käsitteitä. Ainoastaan vanhemmasta Laskutaitosarjan painoksesta löytyi yhteen- ja vähennyslaskun kohdalla tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtäviä, joita on esitelty aiemmin esimerkissä viisi. Muuten yhteen- ja vähennyslaskun käsitteiden syventäminen näyttää jäävän standarditehtävien tasolle. Yhteen- ja vähennyslaskut esitetään kirjoissa peräkkäisillä aukeamilla, koska kirjojen mukaan näin voidaan paremmin tuoda esiin yhteen- ja vähennyslaskun välinen yhteys. Oppilaiden oma

ongelmanratkaisu tässä tilanteessa on täysin riippuvainen opettajan opetustaidoista: antaako opettaja lasten itse ratkaista, millainen yhteys yhteen- ja vähennyslaskulla on. Konstruktivismi nimenomaan painottaa oppilaan omien mentaalimallien hyväksikäyttämistä opetustapahtumassa ja tätä kautta uusien tietorakenteiden rakentamista.

#### **8.4.1.3. Jako- ja kertolaskun käsitteet Laskutaito-sarjan oppikirjoissa**

Jako- ja kertolaskun käsite tulee alkuopetuksessa toisen luokan syksyllä lokakuussa. Jakolaskun käsitteeseen on tutustuttu ensimmäisellä luokalla lukujen hajottamistehtävissä. Tällaisia ovat esimerkiksi jaa tasan tehtävät. Jakolaskun käsitteeseen tutustutaan toisen luokan syksyllä kuvien avulla itse merkintää ei oteta käyttöön. Kertolaskusta on tavoitteena oppia kertolaskun käsite sekä kertotaulujen 2-5 oppiminen. Lisäksi tavoitteena on soveltaa kertolaskua. Oppikirjoissa käydään kuvallisten tehtävien avulla lävitse sisältöjaon periaatteet. Oppikirjojen tehtäviin on liitetty valmiit taulutyöskentelyohjeet, joten opettajan ei tarvitse muuta kuin ohjeita noudattamalla opastaa lapset oikeaan työskentelyyn. Jakolaskun käsite jää varsin irralliseksi. Jakolaskun yhteys kertolaskuun ei tule esille. Kertolaskun opettaminen aloitetaan yhteenlaskun avulla, missä kuvien avulla lasketaan lasten kenkien lukumääriä. Tämän jälkeen annetaan sitten valmiina yhteen- ja kertolaskun välinen yhteys. Toisin sanoen orientoitumis- ja määrittelyvaihe jäävät varsin irrallisiksi. Oppilaat käyttävät kirjan mukaan aikaa jako- ja kertolaskun käsitteeseen tutustumiseen noin kolme tuntia eli yhden viikon verran. Tästä ajasta kuluu jakolaskun käsitteeseen tutustumiseen kaksi tuntia ja kertolaskun käsitteeseen tutustumiseen yksi tunti. Oppilailta ei vaadita omaa oivallusta, vaan ikään kuin varmistellaan malliesimerkein ja valmiilla taulutyöskentelyohjeilla oikeat työskentelytavat. Ainoastaan vanhemmassa Laskutaito-sarjan oppikirjassa on kertolaskun yhteydessä tunnistamis- ja tuottamisvaiheeseen liittyviä tehtäviä. Tällaisia tehtäviä on aiemmin esitettyssä esimerkissä 10. Kerto- ja yhteenlaskun välisen yhteyden esittämisen jälkeen edetään kertotauluihin 2-5. Lapset lähestyvät kutakin kertotaulua tuottamalla kuvista jokaisen kertotaulun malliesimerkin ohjeiden mukaisesti. Näyttääkin siltä, että oppilaiden oivalluksia ikään kuin pelätään. Oppiminen halutaan perustaa ulkooppimiselle. Kirjoissa jäävät jako- ja kertolaskun

sekä yhteen- ja kertolaskun välinen yhteys epäselväksi. Oppilas joutuu luultavasti opettelemaan ulkoa näihin liittyvät asiat ja oppimisesta tulee tilannesidonnaista.

#### **8.4.1.4. Mittaamisen käsite Laskutaito -sarjan oppikirjoissa**

Mittaamisen -käsite tulee ensimmäisen luokan keväällä huhtikuulla geometria-jakson yhteydessä. Tavoitteena on tutustua senttimetriin ja harjoitella pituuden mittaamista viivaimella. Toiluokan keväällä maaliskuulla opetellaan uusina mittayksikköinä metri, gramma, kilogramma, litra ja desilitra. Nyt on tavoitteena oppia mittaamaan pituutta, painoa ja tilavuutta erilaisilla mittavälineillä kuten viivaimella, metrinarulla, vaa'alla ja astiamitoilla (litra ja desilitra). Toisella luokalla harjoitellaan myös mittaustulosten pyöristämistä senttimetrin tarkkuudella.

Mittakäsitettä lähestytään ensimmäisellä luokalla narunpätkän avulla. Oppilaille annetaan tehtäväksi selvittää, millä tavalla tällä narulla voidaan mitata luokahuoneen pituus. Mittaamisen jälkeen pohditaan sitten millä muilla keinoin luokan pituus voitaisiin mitata. Oppilaan kirjan tehtävissä pyritään tunnistamaan yhtä pitkät sauvat. Tehtävä on hyvä orientaatio vaiheen tehtävä. Itse mitta -käsitteen määrittelyvaihetta oppikirjoista jää kuitenkin kaipaamaan. Oppikirjoissa käsitellään itse mittakäsitettä vain yhden aukeaman verran eli noin yhden oppitunnin ajan. Tämän jälkeen annetaankin suoraan senttimetrin määritelmä viivaimen käsittelyn yhteydessä. Näin sitten siirrytään suoraan mittaamiseen viivaimen avulla. Itse mittaamisjakso sijoittuu hyvin irrallisena oppikirjaan. Oppilaiden ennakkokäsityksiä mittaamisessa ei käytetä hyväksi. Mittayksiköt annetaan oppilaille valmiina. Mittayksiköiden lyhenteetkin on kirjoitettu vastausviivalle valmiiksi, joten oppilaiden ei tarvitse kuin siirtää luku vastausviivalle mittavälineestä. Näin ollen oppilaille saattaa jäädä epäselväksi millä mittayksiköllä mitataan.



#### **8.4.2. Käsitteenmuodostusprosessit Mieti ja laske -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa**

Mieti ja laske -sarjan oppikirjat painottavat työtavoissaan toiminnallisuutta. Liitteessä 3 on esitetty Mieti ja laske -sarjan ensimmäisen ja toisen luokan matematiikan aineksen etene-  
misjärjestys ennen jälkeen Peruskoulun opetussuunnitelmaudistuksen 1994 ilmestyneissä oppikirjoissa.

Etenemissuunnitelmissa ei ole Mieti ja laske -sarjan sekä Laskutaito -sarjan välillä suuria eroja. Geometria -jaksot sijoittuvat molemmissa oppikirja -sarjoissa lukukausien loppupuolelle. Lukualue on molemmissa kirjasarjoissa toisen luokan lopussa laajennettu tuhanteen asti. Molemmat kirjasarjat ottavat luvut 0-10 ensimmäisen luokan syyslukukaudella. Mieti ja laske -sarjan uudempi ja vanhempi painos poikkeavat jonkin verran toiminta-  
periaatteiltaan toisistaan. Vanhemmassa painoksessa toiminnallisuuteen liittyvät vihjeet löyty-  
vät opettajan oppaasta, mutta uudemmassa painoksessa toiminnallisuutta on pyritty viemään oppilaan kirjoihin. Näin uudempi painos ikään kuin velvoittaa opettajaa käyttämään oppilaskeskeisiä työtapoja.

##### **8.4.2.1. Lukukäsite Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa**

Molempiin kirjoihin sekä uudempaan että vanhempaan liittyy toiminallinen aloitus. Vanhemmassa painoksessa opettajan opas antaa ohjeet siihen, miten harjoitellaan ja vahvistetaan käsitteitä eniten, vähiten, yhtä monta, enemmän kuin, vähemmän kuin, lukumäärän käsitettä, luku-lukumäärä-numero yhteyttä, lukujen suuruusjärjestystä ja yhteen- ja vähennyslaskutapojen ymmärtämistä. Oppilaat saavat käyttöönsä palikat, joiden avulla heidät ohjataan edellä lueteltujen tavoitteiden oppimiseen. Uudemmassa painoksessa toiminallinen aloitus on liitetty oppilaan kirjaan. Koulutulokas harjoittelee käsitteitä alla, päällä, vieressä, edessä, takana, välissä jne oppikirjan kuvien avulla opettajan ohjauksessa. Samalla kuvista lasketaan esineiden lukumääriä, rakennellaan palikoilla, vertaillaan sekä pelataan lautapeliä

Lisäksi uudemmassa painoksessa on alkutesti, jonka avulla opettaja selvittää koulutulokkaiden matemaattisten valmiuksien tasoa. Toiminnallinen -vaihe vastaa käsitteenmuodostustasolla orientaatiovaihetta. Tämän jälkeen vanhempi painos siirtyy numeroiden kirjoittamiseen Luvut myös kuvitetaan eli tässä on löydettävissä lukujen määrittelyvaiheen lisäksi myös tuottamisvaihe. Uudemmassa oppikirjassa oppilaat yhdistävät kuvan lukumääriä ja oikeita numeromerkintöjä sekä värittävät yksi enemmän/vähemmän kuin luku näyttää. Jokaiseen tehtävään on liitetty malli, jonka mukaisesti oppilas toimii. Seuraavaksi oppilaat tuottavat kuvista laskutarinoita. Opettajan oppaaseen on liitetty ohjeet, millaisia laskutarinoita kuvista halutaan. Lukukäsitteeseen tutustumiseen käytetään oppikirjassa aikaa noin 6 tuntia. Seuraavaksi siirrytään lukumäärien kirjoittamiseen. Tässä yhteydessä vielä vahvistetaan käsitteitä enemmän/vähemmän. Numeron 3 kirjoittamisen yhteydessä siirrytään yhteen- ja vähennyslaskujen merkintöihin eli syys-lokakuun vaihteessa. Oppilaat saavat rakennellen ja keskustellen syventää lukukäsitettään. Numeroharjoituksille annetaan tässäkin kirjasarjassa paljon aikaa. Muuten lukukäsitteen aloitus on rakennettu Haapasalon käsitteenmuodostusvaiheen mukaisesti. Tosin oppilaan ajattelulle voisi antaa enemmän tilaa, sillä liian tarkoilla ohjeilla oppilas ohjataan toimimaan tietyllä tavalla. Oppilas ei vältämättä ymmärrä toiminnan tarkoitusta. Tarkoitus kuitenkin on, että oppilas joutuu kognitiivisiin ristiriitatilanteisiin ja joutuu korjaamaan omia mentaalimallejaan. (Haapasalo 1994, 203-206.) Ensimmäisen luokan joulun mennessä lukualuetta on laajennettu 12 asti. Ensimmäisen luokan loppuun mennessä lukualuetta on laajennettu 100 asti. Toisen luokan lopussa lukualue on laajennettu 1000 asti. Lukualueita lähestytään opettajan oppaan vihjeiden mukaisesti toiminnallisesti, mutta kirjat kuitenkin varmistavat malliesimerkein oppilaan työskentelyä.

#### **8.4.2.2. Yhteen- ja vähennyslaskun käsitteet Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa**

Koulutulokas joutuu tekemisiin yhteen- ja vähennyslaskun käsitteen kanssa heti koulun alkuvaiheessa toiminnallisen aloituksen yhteydessä. Kuvista tehtyjen laskutarinoiden yhteydessä oppilaat voivat muodostaa numerokorteilla kuvia vastaavat laskulausekkeet. Tässä yhteydessä on mainittava, että kuvien asetteluun liittyy mekaanisuuden vaatimus. Kuvat

ohjaavat käyttämään tiettyä laskutoimitusta. Lisäksi opettajan oppaassa on ohjeet siitä, millaisia kertomuksia kuvista tulisi kertoa. Syys-lokakuun vaihteessa lukujen kolme ja neljä yhteydessä siirrytään yhteen- ja vähennyslaskun merkintöihin. Opettajan oppaan ohjeiden avulla kirjoitetaan lukujen kolme ja neljä hajotelmia yhteen- ja vähennyslaskun avulla. Tässä annetaan opettajan ohjeiden avulla oppilaille valmiit mallit lukuhajotelmista. Oppilaiden ei tarvitse niitä itse keksiä. Ainakin heikompien oppilaiden kohdalla saattaa käydä niin, että he eivät ymmärrä lukujen hajottamistehtäviä, vaan toimivat mekaanisesti mallia toistamalla. Kuitenkin hajotelmatehtävien eräs tarkoitus on selventää yhteen- ja vähennyslaskun välistä yhteyttä. Tämä kuitenkin jää tässä epäselväksi, ellei opettaja jollakin tavoin ohjaa oppilaita ymmärtämään yhteyttä. Nämä vaiheet vastaavat heikosti käsitteenmuodostuksen muovaamisvaihetta eli orientaatio- ja määrittelyvaihetta. Seuraavassa vaiheessa tuotetaan kuvista yhteen- ja vähennyslaskuja. Tosin tässäkin on kuviin liitetty valmiit mallit oikeasta laskulausekkeesta, joten oppilaiden omat ajatusrakenteet saattavat jäädä huomioimatta. Näin ollen saattaa olla, että oppimisesta tulee tilannesidonnaista. Tuottamisvaiheen tehtäviä vastaa lähinnä tehtävät, joissa oppilaan on piirrettävä laskutarina laskulausekkeesta. Tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtäviä ei ole löydettävissä kaikkiin alaluokkiin, joten nämä vaiheet jäävät vaillinaisiksi. Lujittamisvaiheen tehtäviä vastaa lähinnä seuraavan tyyppiset tehtävät: Keksi ja piirrä laskutarina. Yhteen- ja vähennyslaskun käsitteeseen tutustumiseen käytetään aikaa noin 7 tuntia. Voidaankin sanoa, että yhteen- ja vähennyslaskun käsitteenmuodostus Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa ei kaikilta osin vastaa konstruktivistista käsitteenmuodostusta, sillä käsitteenmuodostuksen eri tasot jäävät puutteellisiksi. Tässä on kyse lähinnä heikosta konstruktivismista.

Yhteen- ja vähennyslaskualueiden laajennus tapahtuu lukualueiden laajentuessa. Kymmenylitykset tulevat ensimmäisen kerran ensimmäisen luokan syksyllä lukualueen laajentuessa 12 asti. Paikkajärjestelmään tutustutaan satalukujen yhteydessä mallin avulla. Paikkajärjestelmää kerrataan vielä tuhatlukujen yhteydessä.

### 8.4.2.3. Jako- ja kertolaskun käsitteet Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa

Jakolaskun käsitteeseen tutustutaan ensimmäisellä luokalla tavaroiden jakaminen kahdelle - tyyppisissä tehtävissä uudemmissa Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa. Vanhemmassa oppikirjassa lapset tutustuvat jakolaskun merkintään ja tekevät jakolaskua vastaavan kertolaskun. Merkinnät annetaan tässä kirjassa opettajan oppaassa olevan taulutyökentelyohjeen perusteella valmiina. Uudempi kirjasarja ei ota syvällisemmin jakolaskun käsitettä esille. Uudemmassa kirjasarjassa kertolaskukäsitteeseen mennään yhteenlaskun kautta eli aluksi toistetaan saman luvun yhteenlaskua (esimerkiksi  $2+2+2+2=$ ). Tässä vaiheessa kuitenkin yhteys kertolaskuun katkeaa eli saman luvun lisäämistä ei vielä yhdistetä kertolaskuun. Toiminnallisessa vaiheessa oppilaat ryhmittelevät palikoita esimerkiksi kymmenen palikan ryhmiin. Oppilaat muodostavat esimerkiksi kolme kertaa kymmenen palikan ryhmää. Oppikirjassa todetaan vastaava kertolaskun merkintä valmiina ilman erillistä määrittelyä. Tämä vaihe vastaisi ehkä heikosti käsitteen muovaamisvaihetta. Seuraavassa vaiheessa oppilaat muodostavat kuvasta yhteenlaskun ja sitä vastaavan kertolaskun. Tämä vaihe vastaisi tuottamisvaihetta, mutta jälleen kerran oppilaille on annettu valmis esimerkki, jonka mukaisesti tehtävät täytyy suorittaa. Yhteen- ja kertolaskun välinen yhteys näyttäisi jäävän tehtävien perusteella hataraksi, sillä tehtävät ohjaavat tilannesidonnaiseen oppimiseen. Jako- ja kertolaskun välinen yhteys jää uudemmassa oppikirjassa puutteelliseksi. Kertolaskun käsitteenmuodostus vastaa hyvin heikosti konstruktivistista käsitteenmuodostusmallia. Kertolaskun käsitteeseen tutustumiseen käytetään aikaa noin yksi tunti. Tähän käsitteeseen tutustumiseen voisi käyttää enemmän aikaa integroimalla sen opetusta muihin aineisiin esimerkiksi erilaisten projektien toteuttamisen yhteydessä.

### 8.4.2.4. Mittaamisen käsite Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa

Mittakäsite aloitetaan uudemmassa oppikirjassa oman mitan valmistuksella, jolla mitataan esineiden pituuksia. Vanhemmassa oppikirjassa mennään suoraan senttimetrin käyttöön.

Toiminnallisen vaiheen jälkeen uudemmassa oppikirjassa mietitään yhdessä milloin viivainta voi käyttää ja miten sillä mitataan. Itse mitta -käsitteen määrittely jää opettajan omaan aktiivisuuden varaan. Oppilaiden aikaisempia tietoja ei käytetä hyväksi. Senttimetri tulee oppilaille valmiina viivaimen yhteydessä. Mittaamisen käsite jää oppikirjoissa hyvin irralliseksi. Mittaamisen käsitteeseen liittyy oppikirjoissa toiminnallisia vaiheita mutta ei konstruktivistisia. Sen sijaan , jos mitta -käsitteeseen tutustuttaisiin jo lukukäsitteen yhteydessä mittaaminen voi luontevasti olla mukana heti alusta alkaen. Mitta voisi toimia ikään kuin lukusuorana, jota voisi käyttää laskemisen apuna. Myöhemmässä vaiheessa tähän voitaisiin sitten luontevasti liittää myös mittayksiköt. Mittaamisen yhteydessä avautuu myös mainio integroinnin mahdollisuus muihin oppiaineisiin.

## **9. YHTEENVETO TUTKIMUSTULOKSISTA**

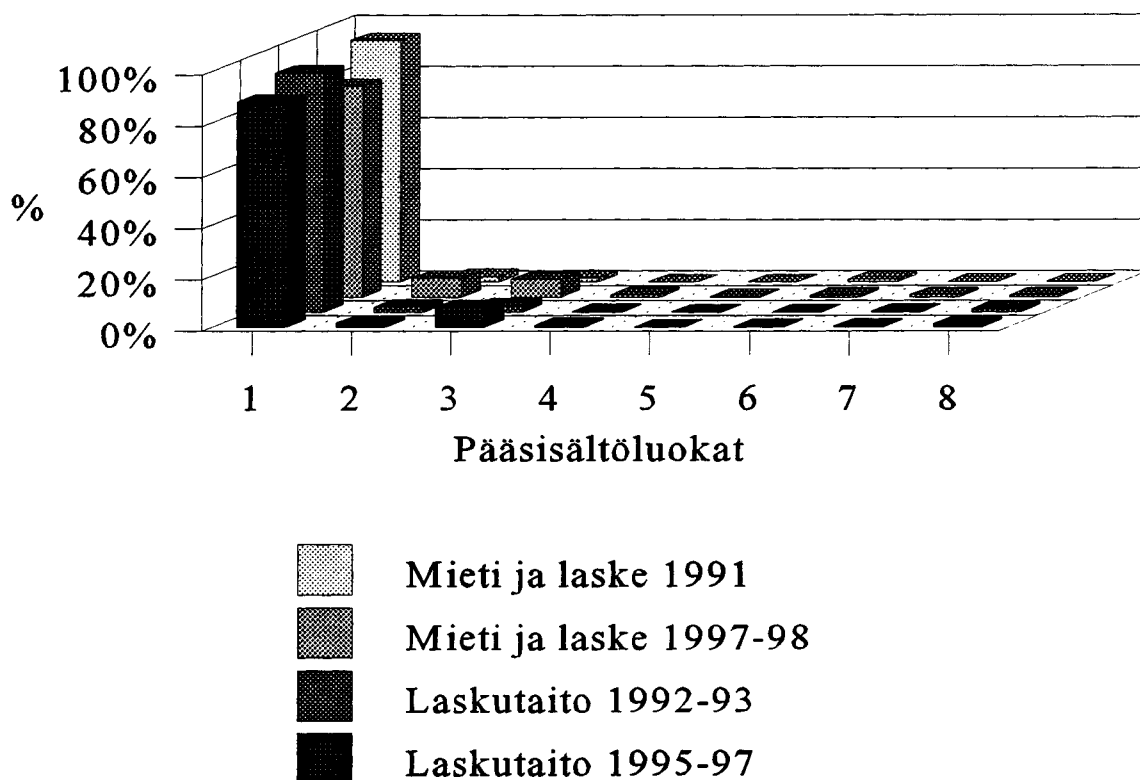
Tutkimustulosten yhteenvedon tarkoituksena on havainnollistaa tutkittujen alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjojen ominaisuuksia.

### **9.1. Yhteenvedo didaktisen analyysin toisesta osasta tutkituissa alkuopetuksen oppikirjoissa**

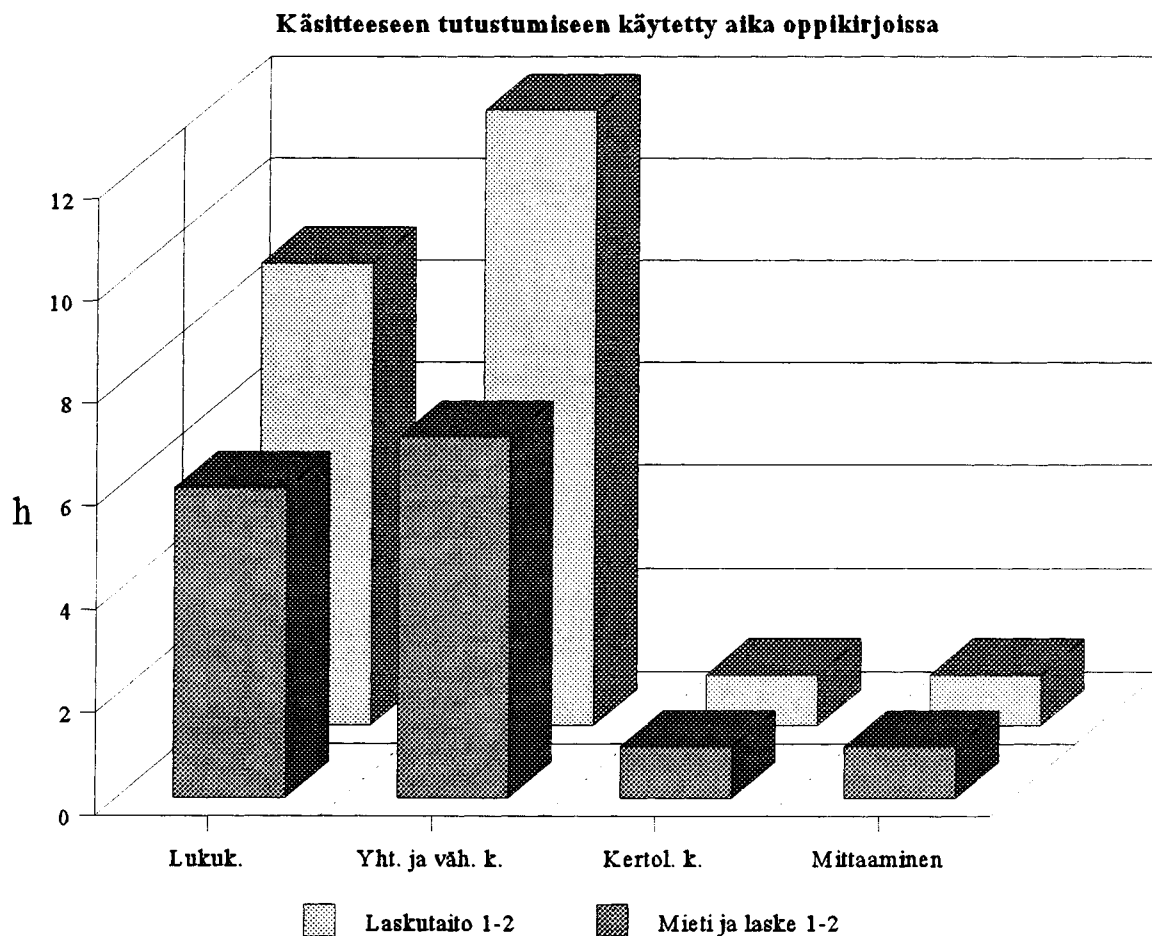
Seuraavalla sivuilla esitettävillä kuvioilla 13 ja 14 havainnollistetaan tutkittujen alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjojen tehtävien jakautumista eri sisältöluokkien kesken sekä käsitteisiin tutustumiseen käytettyjä aikamääriä. Kuvion 13 pohjana oleva prosenttilukutaulukko on esitetty liitteessä numero 4. Kuviossa x-akselilla olevat luvut 1-8 kuvaavat pääsisältöluokkia. Kuvioista nähdään, miten hallitseva standarditehtävien pääluokka on jokaisessa tutkitussa oppikirjassa. Standarditehtävien pääluokka on pienin uusimmissa Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa. Opetussuunnitelman jälkeen painetuissa Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa on eniten käsitteenmuodostusprosessin tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtäviä. Kuvioista 13 nähdään, että Peruskoulun opetussuunnitelmauudistuksen vaikutus alkuopetuksen matematiikan oppikirjoihin näyttäisi olevan vähäinen. Tehtävä- rakenteen perusteella voitaisiinkin päätellä, että tutkitut oppikirjat ovat varsin samanlaisia. Kuvio 14 myös tukee tätä päätelmää. Kuviossa 14 esitetään, kuinka paljon oppikirjat käyttävät keskimäärin aikaa uuden käsitteen käyttöönotossa eli silloin, kun käsite tulee ensimmäisen kerran. Ajat on laskettu siten, että yksi aukeama vastaa yhtä oppituntia. Tuntimäärät on laskettu oppikirjojen uudemmista painoksista eikä niissä ole otettu huomioon valinnaistehtäviä. Mukaan on siis otettu kaikille yhteiset tehtäväaukeamat. Kuviossa 14 on esitetty tuntimäärät lukukäsitteen, yhteen- ja vähennyslaskukäsitteen, kertolaskun käsitteen sekä mittaamisen käsitteen suhteen. Kuvioista huomataan, että käsitteiden tutustumiseen käytetyt tuntimäärät ovat likipitään samat. Koska

kirjat kuitenkin poikkeavat toisistaan, on syytä vielä esittää molemmista kirjasarjoista luonnekuvaukset tutkimustulosten ja tutkimusongelmien valossa.

### Tutkittujen matematiikan oppikirjojen tehtäväjakaumat



Kuvio 13 . Mieti ja laske -sarjan sekä Laskutaito -sarjan tehtäväjakaumat pääsisältöluokkien kesken.

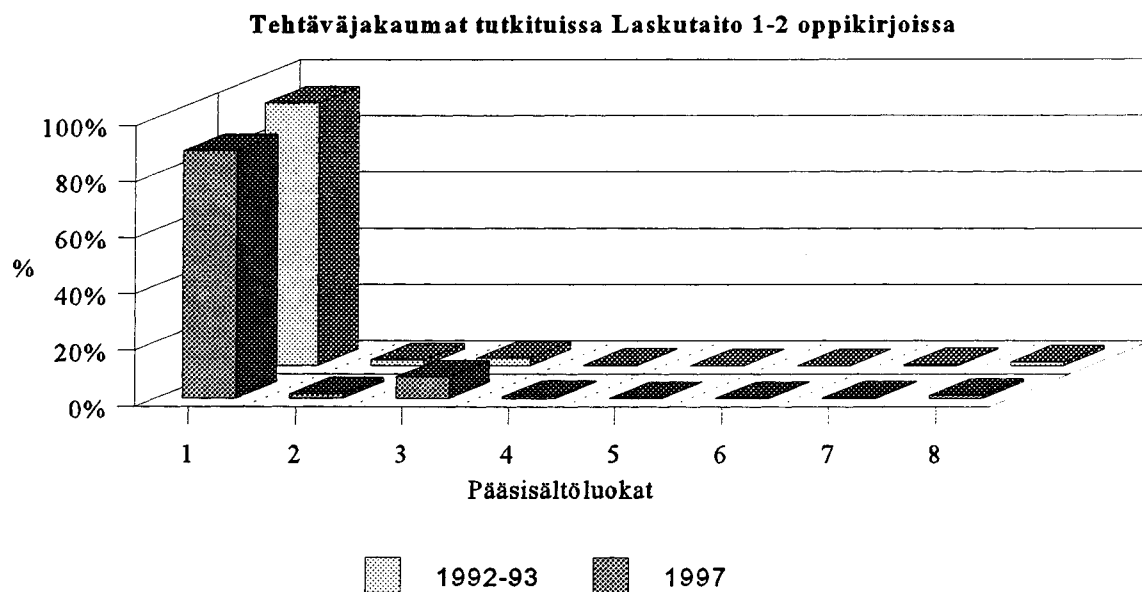


Kuvio14. Käsitteisiin tutustumiseen käytetyt tuntimäärät tutkituissa alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjoissa.

## 9.2. Laskutaito -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen luonnekuvaus

Seuraavalla sivulla esitettävällä kuviolla 15 havainnollistetaan Peruskoulun opetus suunnitelmauudistuksen vaikutuksia Laskutaito -sarjan alkuopetuksen oppikirjoihin. Kuvion pohjana oleva taulukko on esitetty liitteessä numero 4. Kuvion ja sen pohjana olevan taulukon perusteella voidaan todeta, että opetus suunnitelmauudistuksen vaikutus on ollut hyvin vähäinen Laskutaito -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen tehtävä rakenteeseen.





Kuvio 15. Opetussuunnitelmauudistuksen vaikutuksia Laskutaito -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen tehtävärakenteeseen.

Myönteistä on kuitenkin se, että standarditehtävien määrä on laskenut opetussuunnitelmauudistuksen myötä. Myös hahmottamiseen liittyvien tehtävien määrä on lisääntynyt. Huolestuttavaa on sen sijaan huomata, että käsitteenmuodostukseen liittyvien tunnistamis- ja tuottamisvaiheeseen liittyvä tehtävämäärä on laskenut. Tämä johtunee siitä, että uudemmassa painoksesta on jätetty pois esimerkiksi 10 esiteltyjä tehtäväsarjoja. Sovellus- ja pulmatehtävien määrää on lisätty uudemmassa painoksessa. Luokitteluun ja tilastoihin liittyvien tehtävien määrät ovat säilyneet lähes samoina. Tilastolliset tehtävät ovat tärkeitä ja niitä voisi olla oppikirjoissa enemmänkin. Kotitehtävät ovat Laskutaito -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa suurimmaksi osaksi standarditehtäviä (ks. taulukot 4,5, 14, 15). Hahmottamista vaativien kotitehtävien osuus on kasvanut uudemmissa Laskutaito -sarjan oppikirjoissa. Perusluonteeltaan kotitehtävät ovat kuitenkin rutiinitehtäviä. Tätä tukee myös Kuparin (1993) Peruskoulun arviointiraportissa esittämät tulokset kotitehtävistä. Lisätehtävät ovat myös suurimmaksi osaksi rutiinitehtäviä. Näissäkin tehtäväsarjoissa lisäystä on tapahtunut hahmottamista vaativien tehtävien kohdalla. Kuitenkin lisätehtävät on tarkoitettu eriyttäväksi tehtäviksi. Näiden tehtävien kohdalla lieneekin kyse nopeuseriyttämisestä. Toisaalta Kallonen-Rönkön (1997, 265) mukaan nopeuseriyttäminen on puolusteltavaa silloin, kun oppiaineuksessa

edetään hitaasti ja pienin sykäyksin, sillä syvyyseriyttämistä aluetta sykäyksissä edettäessä ei aina pystytä parhaalla tahdolla ja taidoillakaan löytämään. Tietokoneiden ja laskinten käyttöön kirjasarja ei juuri kiinnitä huomiota. Opettajan oppaan ohjeissa kyllä mainitaan tietokone ja laskin matematiikan opiskeluun sopivin välineinä (esim. Laskutaito 2 1997, kevätosan opettajan kirja, 5).

Kuten edellä esitetystä kuviosta 15 käy ilmi Laskutaito-sarja käyttää varsin vähän aikaa uusiin käsitteisiin tutustumiseen. Ikäheimon (1997, 246) mukaan alkuopetuksen matematiikan solmukohtia ovat seuraava: yhteen- ja vähennyslaskut lukualueella 0-20, 10-järjestelmän periaate sekä kertolaskun käsite. Laskutaito-sarjassa näihin käsitteisiin ja periaatteisiin mennään varsin nopeasti. Kirjoille on tyypillistä valmiin mallin antaminen sekä oppilaille että opettajalle. Oppilaan aktiivisuuden lisäämiseksi on opettajan oppaaseen liitetty erilaisia matematiikkaan liittyviä leikkejä, joita opettaja voi halutessaan käyttää. Lisäksi opettaja saa valmiita työkentelyohjeita (esim. taulutyöt), joten tuntien valmisteluun ei tarvitse käyttää paljoa aikaa. Tämä taas saa tukea Kuparin (1993) Peruskoulun arviointiraportissa esittämästä tuloksesta, missä oppituntien valmisteluun käytetty aika on laskenut vuodesta 1979 vuoteen 1990. Eräänä syynä tähän Kupari (1993) mainitsee hyvin yksityiskohtaisia ohjeita antavat opettajan oppaat. Tällaiset kirjat ovat helppoja toteuttaa opetuksessa ja näin saattavat ohjata opettajaa oppikirjasidonnaiseen opetukseen.

Konstruktivistiseen käsitteenmuodostukseen kuuluu hyvin olennaisesti oppilaan ennakkokäsitysten huomioonottaminen opetuksessa (Leino 1993). Oppilaiden matemaattiset ennkkotiedot otetaan selville kouluuntulovaiheessa lähtötasotestillä. Muuten kirjasarja etenee omalla perinteisellä tyylillä antamalla käsitteet suhteellisen valmiina määritelminä oppilaille. Esimerkiksi Ikäheimo (1997, 246) suosittelee oppikirjatonta vaihetta käsitteenmuodostuksen aloituksessa. Eli kun lapsia kannustetaan selostamaan toimintaansa suullisesti ja kirjallisesti toisille, niin käsitteet lisääntyvät ja selkiytyvät. Tällä tavalla käsitteiden symboliesitysten käsittely jää vähäiseksi. Tämä kirjasarja etenee varsin nopeasti symbolisiin esityksiin olettaen, että lapset oppivat mallia toistamalla. Oppikirjat tarjoavat vähän tehtäviä käsitteenmuodostuksen eri tasoille, mikä on nähtävissä myös käsitteenmuodostukseen liittyvien tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien prosenttiluvuista (kts. liite 4 . Taulukko 2 ).

Laskutaito -sarjan kirjat etenevät loogisesti laajentaen lukualuetta 1000 asti. Lukualueen laajenemisen myötä opetellaan yhteen- ja vähennyslaskut sekä kertolaskut. Mittaamisen käsite ja geometria ovat oppikirjoissa varsin irrallisia. Tutkijaa ihmetyttääkin,

miksi esimerkiksi mittaamisen käsitettä ei ole käytetty hyväksi lukukäsitteen opettelemisessa ja miksi geometria -jakso löytyy kirjojen loppuosasta. Juuri muodot ja kuvat ovat lasten arkielämää ja niitä hyväksi käyttämällä voitaisiin oppia myös algebrallisiakin käsitteitä. Tässä tulee esille tietojen sirpaleisuus.

Jo 1970-luvulla Keranto on osoittanut, että 95% esikoululaisista hallitsee ensimmäisen luokan syyslukukauden oppiaineksen. Tämä tulos saa vahvistusta myös Malatyltä (1997) sekä tutkijan omista kokemuksista. Laskutaito -sarjan oppikirjat etenevät lukumäärien opettelussa varsin hitaasti. Esimerkiksi numero kolme tulee vasta syyskuun puolessa välissä. Malatyn (1997, 88) mukaan 3-vuotiaat lapset ymmärtävät hyvin ainakin luvut yksi, kaksi ja kolme ja heidän kykynsä riittävät oppimaan kokonaislukujen käsitteitä nolasta viiteen ja niitä vastaavat numerot. Malatyn (1997, 88) mukaan 4-vuotiaat oppivat helposti kokonaislukujen käsitteitä nolasta kymmeneen ja niitä vastaavat numerot.

Kuten tehtäväjakaumasta voi päätellä Laskutaito -sarjan kirjat eivät ohjaa aktiiviseen tiedon etsintään. Esimerkiksi uudemmassa painoksessa tilastollisten tehtävien osuus on vain 1,31%. Lisäksi muun materiaalin käyttäminen on hyvin vähäistä näissä kirjoissa. Erilaiset tutkimustehtävät puuttuvat oppikirjoista lähes kokonaan. Tämä kirjasarja näkeekin matematiikan erillisenä oppiaineena ja integroiminen muihin oppiaineisiin on vähäistä. Tehtävät ovat luonteeltaan oppikirjaan pohjautuvia ja oppilaan elinympäristöä ei käytetä hyväksi kirjan tehtävissä.

Arviointi perustuu kokeisiin. Jokaisen jakson loppuun on liitetty perusasioiden testi, joka on usein varsin mekaanisia laskusuorituksia vaativa. Lisäksi kirjasarjaan voi tilata monistettavan koepaketin. Kirjasarja suosittelee käytettäväksi oppilasarviointissa ns. salkkuarviointia. Tämä tarkoittaa sitä, että oppilas keräisi omia töitään salkkuun. Oppikirja antaa suosituksia myös oppilaiden itsearviointiin. Esimerkiksi jokaisen jakson alussa oppilas voisi asettaa itselleen työtapoja koskevia tavoitteita. Jakson lopussa voitaisiin pohtia: Mitkä asiat on opittu hyvin? Missä tarvittaisiin lisäharjoitusta? Kodin antamaan arviointiin ei Laskutaito -sarjassa kiinnitetä huomiota. Näyttäisi siltä, että lapsen osaamista arvioidaan tämän kirjasarjan perusteella kokeiden perusteella.

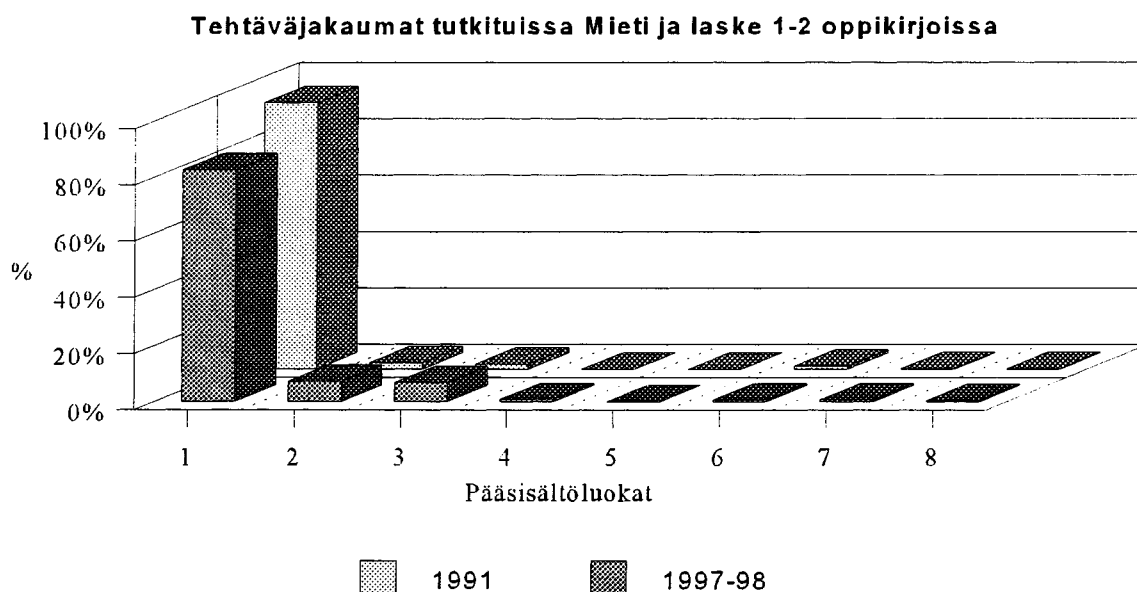
Laskutaito -sarjan alkuopetuksen oppikirjat edustavat hyvin perinteistä matematiikan oppikirjaa, missä harjoittelun määrällä pyritään korvaamaan käsitteiden ymmärtäminen. Oppimisympäristöjen rakentamiseen ei kiinnitetä juuri huomiota. Kirjasarja suosii perinteisiä opettajajohtoisia opetusmenetelmiä. Kirjasarjaa noudatettaessa orjallisesti tulee hiljaisen

laskemisen osuudesta varsin suuri. Kuitenkin konstruktivistinen opetusmenetelmä on käyttäjästä kiinni. Oppikirjoja voidaan käyttää joko oppikirjasidonnaisesti tai opetuksen apuvälineenä.

### **9.3. Mieti ja laske -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen luonnekuvaus**

Seuraavalla sivulla esitettävällä kuviolla 16 havainnollistetaan opetussuunnitelmauudistuksen vaikutuksia Mieti ja laske -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen tehtävära-kenteeseen. Kuvion pohjana oleva taulukko on esitetty liitteessä numero 5.

Kuviosta 16 on nähtävissä, että opetussuunnitelmauudistuksella on ollut vaikutusta Mieti ja laske -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjoihin. Kuvion ja pohjana olevan taulukon (liite 5) perusteella nähdään, että tehtävät ovat monipuolistuneet. Myönteistä on se, että standarditehtävien määrä on laskenut yli 12 % ja vastaavasti käsitteenmuodostukseen liittyvien tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävien määrä on kasvanut yli 5 %. Myös hahmot-tamista vaativien tehtävien määrä on kasvanut yli 5 %. Pulma- ja ongelmatehtävät ovat tulleet uusina tehtävätyyppinä mukaan. Uudemmassa kirjassa on myös sovellus-, luokittelu- ja tilas-tollisia tehtäviä. On todettava, että taulukot ja kuviot eivät anna täyttä kokonaiskuvaa vanhemmasta Mieti ja laske -sarjasta, sillä silloin Mieti ja laske -sarjaan liittyi jokaisen jakson alkuun oppikirjaton toiminnallinen vaihe, jonka jälkeen vasta siirryttiin laskukirjan tehtäviin. Kaikki oli kuitenkin kiinni opettajasta ja halutessaan opettaja saattoi laskettaa vain laskukirjan tehtäviä.



Kuvio 16. Opetussuunnitelmauudistuksen vaikutuksia Mieti ja laske -sarjan alkuopetuksen matematiikan oppikirjoihin.

Vanhemmassa Mieti ja laske -sarjan painoksessa ei ole varsinaisesti kotitehtävien osastoa ollenkaan, joten vanhemman sarjan osalta kotitehtävät jäävät huomioimatta. Uudemmassa Mieti ja laske -sarjassa kotitehtävät ovat jakautuneet lähes jokaiseen pääsisältöluokkaan (ks. taulukot 10 ja 20). Kotitehtävissä ei ole pulma-, ongelma- ja luokittelutehtäviä. Ilahduttavaa on huomata, että Mieti ja laske -sarjassa on myös kotitehtävissä käsitteenmuodostukseen liittyviä tehtäviä. Uudemman painoksen vapaavalintaiset tehtävät eli VAVA -tehtävät ovat jakautuneet eri sisältöluokkien kesken (ks. taulukot 10 ja 20). Ainoastaan selkeästi ongelmatehtäviksi luettavia tehtäviä niissä ei ole. Kuitenkin on luultavaa, että tehtävät eivät ole pelkkää nopeuseriyttämistä, vaan antavat oppilaille jonkin verran myös haasteita. Vanhemmissa Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa lisätehtävät jakautuvat ensimmäisen luokan oppikirjoissa syventäviin ja lisätehtäviin sekä toisen luokan oppikirjoissa hevosenkenkä- ja apila -tehtäviin. Apila -tehtävät ovat kirjan mukaan vaativampia syventäviä tehtäviä. Taulukon 9 mukaan ensimmäisen luokan syventävät tehtävät ovat lähes 97 % standarditehtäviä ja lisätehtävät ovat 100 % standarditehtäviä. Lisätehtävä -nimellä varustettuja tehtäviä suositellaan ensimmäisen luokan oppikirjassa käytettäväksi pääsälaskuina. Näyttääkin siltä, että vanhemmissa ensimmäisen luokan Mieti ja laske -sarjan oppikirjoissa eriyttäminen jää pelkäksi nopeuseriyttämiseksi. Vanhemman painoksen toisen luokan oppikirjassa Hevosenkenkä -tehtävät ovat 92,50 %

standarditehtäviä (ks. taulukko 19). Hevosenkenkä -tehtävistä puuttuu hahmottamis-, pulma-, ongelma- ja luokittelutehtävät. Apila -tehtävät ovat 81,93 % standarditehtäviä. Niistä puuttuvat pulma-, ongelma- ja luokittelutehtävät. Apila -tehtävät näyttävät kuitenkin olevan jakauman perusteella haasteellisempia kuin hevosenkenkä -tehtävät. Kokonaisuutena voisi sanoa, että Mieti ja laske -sarjan oppikirjojen toiminnallisuus näkyy varsinkin uudemman oppikirja -sarjan tehtävissä, vaikka standarditehtävien osuus on vielä suuri. Opetussuunnitelmauudistuksella näyttäisi olleen vaikutusta Mieti ja laske -sarjan tehtävärakenteeseen. Ilahduttavaa on, että opetussuunnitelmauudistus näkyy käsitteenmuodostukseen liittyvien tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävämäärän kasvuna. Toisaalta on muistettava, että vanhempiin oppikirjasarjoihin sisältyi toiminnallinen, oppikirjaton vaihe jokaisen jakson alussa ja tähän vaiheeseen opettaja on saattanut liittää esimerkiksi käsitteenmuodostukseen liittyviä tehtäviä.

Molemmat Mieti ja laske -sarjan opettajan oppaat, sekä vanhempi että uudempi painos, painottavat toiminnallisia opetusmenetelmiä. Vanhemmissa oppikirjoissa uusi jakso aloitettiin toiminnallisella oppikirjattomalla vaiheella, mikä tarkoitti käytännössä sitä, että opettaja saattoi halutessaan jättää tämän vaiheen pois. Uudemmassa oppikirjassa toiminnallisuus on pyritty viemään oppilaan kirjoihin, mikä taas velvoittaa opettajia toimimaan kirjan tavalla, jos he noudattavat orjallisesti oppikirjaa. Toiminnallisuus ei välttämättä tarkoita sitä, että käsitteenmuodostuksen yhteydessä huomioitaisiin oppilaiden ennakkokäsitykset. Vanhempi oppikirja -sarja painottaa, että toiminnallisen vaiheen aikana opettaja voi tarkkailla lasten osaamista eli tutustua lasten käyttämiin mentaalimalleihin. Uudemmassa oppikirjassa uusia käsitteitä tutkitaan oppikirjan ohjeiden mukaisesti parin kanssa esimerkiksi palikoiden avulla. Sitten oppikirja hyppääkin määritelmiin. Kirjasarjasta ei löydy tehtäviä käsitteenmuodostuksen jokaiselle tasolle, mikä näkyy käsitteenmuodostukseen liittyvien tehtävien ja ongelma- ja sovellutustehtävien prosenttiluvuista. Aebli (1991, 201) on todennut, että maailma ja sen ilmiöt alkavat kiinnostaa vasta sitten, kun ne liittyvät käytäntöön eli huomaamme niiden tarpeellisuuden. Tässäkin kirjasarjassa olisi voinut kiinnittää huomiota siihen, mitä lapset jo tietävät uusien käsitteiden aloituksen yhteydessä. Kirjojen esitystapa etenee lukualueen laajenemisen myötä, mutta kuten Laskutaito -sarjassa niin tässäkin sarjassa on geometrian ja mittaamisen käsitteen hyväksikäyttö unohdettu algebrallisten käsitteiden yhteydessä. Konstruktivismin tavoitteena ei ole rakentaa sirpaletietojärjestelmää, vaan sellaista tietojärjestelmää, joka perustuu elämismaailmaan (Aebli 1991, 199).

Mieti ja laske -sarja etenee lukukäsitteen opettelussa hiukan nopeammin kuin Laskutaito -sarja. Kuitenkin niin, että ensimmäisen luokan syyslukukaudella on opeteltu luvut 0-12. Kirjan etenee lukumäärien opettelussa hitaasti ja painottaa numeromerkkien kirjoittamista. Numeromerkkien kirjoittamisen sijaan olisi tarkoituksenmukaisempaa painottaa lukujen käsitteellistä puolta ja siirtää numeroiden kirjoittaminen vaikka käsiala -harjoituksiin. Kirjat eivät anna esimerkiksi lahjakkaimmille oppilaille tehtäviä suuremmilla lukualueilla, vaan pidättäytyy tarkasti käsiteltävällä lukualueella. Kuitenkin oppikirjasarjassa pyritään konkretisoimaan lukuja. Mieti ja laske -sarja ottaa huomioon lasten kehitystason samalla tavalla kuten Laskutaito -sarjakin.

Mieti ja laske -sarja perustuu toiminnallisille työtavoille. Uusiin käsitteisiin pyritään tutustumaan oppilaiden toiminnan kautta. Kirjasarja pyrkii painottamaan oppilaan omaa aktiivisuutta oppimisprosessissa. Tosin monet motivoimistilanteet vaikuttavat liikaa ohjatuilta ja oppilaan omalle oivallukselle ei anneta tilaa. Tämänkin sarjan opettajan oppaat saattavat sisältää hyvinkin yksityiskohtaisia ohjeita oppimistilanteista ja tehtävistä. Tietokoneita ja laskimia ei käytetä opetustilanteissa juuri ollenkaan. Tämä taas tukee Kuparin (1993) Peruskoulun arviointiraportissa esittämää tulosta, jonka mukaan tietokoneiden ja laskinten käyttöönotto on ollut matematiikan opetuksessa hidasta. On huomattava, että tänä päivänä esimerkiksi tietokoneet alkavat olla lasten arkipäivää. Monet koulutulokkaat osaavat jo käyttää tietokonetta. Miksi tietokoneiden käyttömahdollisuudet on unohdettu? Niin tietokone kuten laskin tulisi hyväksyä opetuksen apuvälineiksi.

Mieti ja laske -sarja käyttää arvioinnin välineinä alkutestausta kouluuntulovaiheessa, avoimia ongelmatehtäviä, formatiivisia ja summatiivisia kokeita sekä oppilaan itsearviointeja. Opettajan kirjaan on liitetty kopiointipohjina itsearviointilomakkeita ja ns. Avoin ongelmasivuja, joiden avulla oppilas voi piirroksin, numeroin ja tekstein osoittaa osaamistaan. Lisäksi oppilas kerää töitään kansioon. Jaksojen lopussa oleviin kertausratoihin liitetty tehtäviä suoritettavaksi kotona yhdessä vanhempien kanssa, jotta myös vanhemmat voisivat kiinnittää huomiota lastensa edistymiseen. Mieti ja laske - oppikirja lähestyy varsin monipuolisesti oppilasarviointia - pyrkii ottamaan huomioon sekä lapsen, vanhempien että opettajan antaman arvioinnin. Opettajan itsearviointiin sekä oppilaiden antamaan palautteeseen opintojaksoista voisi kiinnittää enemmän huomiota.

Kokonaisuudessaan Mieti ja laske -sarja poikkeaa perinteisestä matematiikan oppikirjasta. Kirjasarja pyrkii ottamaan huomioon oppilaan aktiivisen roolin käsitteiden

oppimisessa toiminnallisten aloitusten muodossa. Kirjasarjan käsitteenmuodostus edustaa parhaimmillaan heikkoa konstruktivismia. Kuitenkin oppimisprosessin toteutus on ohjaajan eli opettajan vastuulla.



## 10. TULOSTEN POHDINTAA

### 10. 1. Tutkimustulosten vertailua ulkomaiseen matematiikan opetukseen

Monissa EU:n maissa lastentarhassa annetaan koulua edeltävää kasvatusta (pre-school education). Näissä maissa katsotaan, että lapsen kasvulla ei ole alkamisikää, vaan se on jatkuva pitkä prosessi syntymästä lähtien. Lähes 100% 4-vuoden ikäisistä lapsista saa varhaiskasvatusta Ranskassa, Espanjassa, Luxemburgissa, Hollannissa ja Belgiassa. Ranska ja Belgia pystyvät tarjoamaan noin 100 %:lle 3-vuotiaista varhaiskasvatusta. Ainoastaan Ranska tarjoaa varhaiskasvatusta jo 2-vuotiaille. Esimerkiksi Hollannissa ja Ranskassa lastentarha on olennainen osa kasvatusta/koulutusjärjestelmää, jossa lapset oppivat mm. matematiikkaa. Näin on monissa muissakin maissa, missä on pitkät varhaiskasvatuksen perinteet. Esimerkiksi Japani on yksi tällainen maa, jossa on kehitetty pieniä lapsia varten matematiikan oppimishjelma. (Malaty 1997, 58-59.) Lisäksi monissa maissa aloitetaan koulunkäynti aikaisemmin kuin meillä. Edellä luetelluista syistä matematiikan opetus on monissa maissa edellä meitä. Myös matemaattisten käsitteiden ymmärtäminen saattaa olla varmempaa, kun matematiikan opetusta on annettu jo varhaiskasvatuksessa. On muistettava, että lapsen ajattelu ei ala mistään tietystä iästä, vaan sitä tapahtuu koko ajan lapsen kasvaessa ja kehittyessä kuten Kerannon Piaget'n ideoista muotoilemasta kuvioista aiemmin todettiin (kuvio 2). Meillä lapsen matemaattista ajattelua tuetaan esiopetuksessa ottamalla huomioon lasten spontaanit leikit, aiemmat kokemukset ja tapa kokea todellisuus (Ikäheimo 1997, 239). Matematiikka oppiaineena tulee meillä vasta koulussa.

Mitä koulunsa aiemmin aloittavat lapset opiskelevat esimerkiksi ensimmäisellä luokalla? Saksassa, missä lapset aloittavat koulunkäynnin 6-7 -vuotiaina, ensimmäisellä luokalla on matematiikkaa 4 tuntia 30 viikon aikana ja 2.-4. -luokalla 5 tuntia viikossa. Ensimmäisen luokan alussa käytetään 20 tuntia aikaa lapsen ympäristön esineiden ominaisuuksien (esimerkiksi lelujen luokitteluun värin, muodon ja mallin mukaan), esineiden välisten suhteiden (esimerkiksi erot esineiden välillä) suuntien (oikea, vasen, ennen, jälkeen jne)

ymmärtämiseen. Aritmetiikkaa opiskellaan 50 tuntia. Aritmetiikan sisältöalueita ovat lukujen lukeminen ja kirjoittaminen 20 asti, kymmenet sataan asti, yhtäsuuruus, vertailu ( $<$ ,  $=$ ,  $>$ ), eteen- ja taaksepäin laskeminen, yhteen- ja vähennyslasku, nolla, kaksinkertaistaminen ja puolittaminen, lukujonot, laskujärjestys. Lukujen suuruutta käsitellään 10 tuntia. Tässä yhteydessä opiskelun aiheena on raha. Käytännön harjoituksia ensimmäisellä luokalla on 30 tuntia. Tämän jakson aikana lapsilla on arkielämään liittyvää matematiikkaa ja pelejä, yksinkertaisia laskelmia, suullisia esimerkkejä ostamisesta, myymisestä, säästämisestä, lainaamisesta...; yksinkertaisia sanallisia tehtäviä. Geometrian jakso on kymmenen tuntia. Se käsittää rakentelua eri materiaaleilla, esimerkkejä perusmuodoista, jotka liittyvät lapsen elinympäristöön (neliöt, kolmiot, ympyrät). Toisella luokalla (7-8 -vuotiailla) lukualue laajenee sataan asti. Merkittävää on, että käytännön harjoituksiin käytetään toisella luokalla aikaa 45 tuntia. Jos matematiikkaa on toisella luokalla 5 tuntia viikossa 30 viikon ajan, niin käytännön harjoitukset käsittävät lähes kolmannen osan tästä tuntimäärästä. Ensimmäisellä luokalla vastaavat harjoitukset käsittivät neljännen osan käytettävästä tuntimäärästä. Toisen luokan käytännön harjoitukset käsittelevät arkielämään liittyviä harrastuksia, yksinkertaisia graafisia esityksiä. Käytännön harjoituksiin liittyy myös laskinharjoituksia. Kolmannella luokalla lukualue laajennetaan 1000 asti. (Howson 1991, 84-88.) Suomalaisesta matematiikan opetuksesta tämä eroaa ainakin siinä suhteessa, että heti alusta alkaen kiinnitetään huomiota käytännön matematiikkaan. Lisäksi esimerkiksi ensimmäisellä luokalla ennen aritmetiikka -jaksoa on johdantona lapsen ympäristöön tutustuminen, jolloin opitaan värejä, muotoja, suuntia jne. Tutkitut suomalaiset oppikirjat aloittavat ensimmäisen luokan lukujen käsittelyllä ja menevät 6-9 oppitunnin jälkeen suoraan symbolisiin merkintöihin. Saksassa matematiikan tutustumisjakso näyttäisi sisällön perusteella käyttävän hyväksi lapsen elämismaailman konkretisoimista ja havainnollistamista. Näyttäisi siltä, että matematiikan symbolisiin merkintöihin edettäisiin hitaammin kuin meillä. Tosin on mainittava, että saksalaiset lapset ovat iältään vuotta nuorempia kuin suomalaiset koulunsa aloittavat. Saksalaislapset ovat suunnilleen suomalaisten esikoululaisten ikäisiä. Ikäheimo (1997, 240) on jakanut suomalaisen matematiikan esiopetuksen kolmeen sisältöalueeseen:

1. luokittelu, vertailu, järjestykseen asettaminen ja sarjoittuminen sekä päättely
2. lukumäärän ja numeromerkin vastaavuus, lukujonot, järjestysluvut,
3. mittaaminen, geometria ja tilastot

Näistä siältöalueista on löydettävissä yhtymäkohtia saksalaisen ensimmäisen luokan matematiikan opetussuunnitelmaan. Tosin tässä on erona se, että saksalaislapset saavat ensimmäisellä luokalla säännöllisesti matematiikan opetusta, kun taas kaikki suomalaislapset eivät edes käy esikoulussa (jos verrataan keskenään samanikäisiä lapsia). Lisäksi esikoulun tuntimäärät vaihtelevat paikkakunnittain. Pienimmillään esikoulun tuntimäärä saattaa olla vain kaksi viikkotuntia. Näin matemaattisten käsitteiden opiskelu jää ainakin osaksi koulun vastuulle. Tästäkin syystä oppimateriaaleissa olisi kiinnitettävä enemmän huomiota käsitteiden opiskelemiseen. Tutkiessani saksalaista matematiikan oppikirjaa (Mathematik 3 für Berliner Grundschulen 1991), joka oli tarkoitettu 8-9 -vuotiaille, niin huomasin, että siitä puuttuivat valmiit määritelmät. Oppilaan kirja sisälsi vain erilaisia tehtäväsarjoja. Toki niissäkin näytti olevan paljon rutiinitehtäviä. Kirjan rakenteen perusteella voisi päätellä, että saksalaisessa koululaitoksessa matematiikan oppikirjaa käytetään yhtenä opetuksen apuvälineenä opiskeltaessa matemaattisia käsitteitä. Meillä oppikirjaa saatetaan käyttää jopa opetussuunnitelmana.

## **10.2. Tutkimustulosten tarkastelua teorian ja tutkimusongelmien valossa**

Tämä tutkimus oli luonteeltaan teoreettinen ja perustui kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjan tehtävärakenteen tutkimiseen. Tehtävärakenteesta selvitettiin oppikirjojen konstruktivistista rakennetta. Monista tutkimuksista oli käynyt ilmi, että erityisesti ala-asteen opettajat olivat oppikirjasidonnaisia. Tutkittujen oppikirjojen opettajan oppaat sisälsivät usein hyvin yksityiskohtaisia ohjeita oppituntien läpiviemiseksi. Tähän Kupari (1993) on viitannut Peruskoulun arviointiraportissa, missä on saatu tutkimustulos, että matematiikan oppituntien valmisteluun käytetty aika on laskenut vuosien 1979-1990 välillä. Liian pikkutarkasti rakennetut opettajan oppaat ohjaavat oppikirjasidonnaisuuteen.

Oppikirjat lähtivät hyvin perinteiseen tyyliin liikkeelle alkuopetuksessa. Ensimmäisenä tulivat kokonaisluvut ja niiden käsittelyssä tähdättiin heti yhteen- ja vähennyslaskujen symbolisiin merkintöihin. Lukukäsitteeseen orientoitumiseen käytettiin aikaa oppikirjasarjasta riippuen 6-9 tuntia. Ikäheimon (1997, 249) mukaan alkuopetuksen solmukohtia ovat 10-järjestelmän hallinta, lukualueen 10-20 yhteen- ja vähennyslaskut sekä kertolaskun käsite.

Näiden asioiden oppiminen perustuu hyvin olennaisesti lukukäsitteen hallintaan. Jos lukukäsitteen muovaamisvaihe sivuutetaan ylimalkaisesti, niin se saattaa aiheuttaa korvaamattomia vahinkoja lasten myöhempään matematiikan opiskeluun. Heti alusta alkaen oppikirjat korostivat yhteen- ja vähennyslaskujen symbolisia merkintöjä, mikä saattaa vahvistaa yhteen- ja vähennyslaskujen tilannesidonnaista oppimista. Esimerkiksi kuvista tehtäviin laskulausekkeisiin liittyi vahva mekaanisuuden vaatimus. Kuvat oli rakennettu selkeiksi ilman häiriötekijöitä. Kuvien lukusuunta oli usein kuvista tehtävien laskulausekkeiden suuntainen vasemmalta oikealle luettavissa. Lisäksi vielä kuvien alle liitetyllä mallilausekkeella tai opettajan oppaaseen liitetyllä tauluesimerkillä haluttiin varmistaa, että lapset tuottavat juuri toivotunlaisia laskulausekkeitä. Tämä lisää tilannesidonnaista oppimista. Tämä liittyykin yhtenä osana väitöskirjatutkimuksen aiheeseen, miten matematiikan oppikirjojen kuvia käytetään alkuopetuksessa ja millaisia tehtäviä lapset tuottavat kuvista, jos heille ei anneta valmiita toimintamalleja.

Oppikirjat käyttivät joidenkin tehtäväsarjojen kohdalla 'harhaanjohtavia' nimityksiä. Sanalliset tehtävät olivat usein merkitty sovellustehtäviksi ja pumatehtävät ongelmatehtäviksi. Sanallisista tehtävistä oli selkeästi löydettävissä Vauraksen (1997) luettelemia pintastrategioita vahvistavia piirteitä: tehtävien samankaltaisuus; tehtävissä esiintyi ainoastaan sellaisia lukuja, joita vaadittiin ratkaisuun; tehtävät olivat riisuttuja ylimääräisestä tiedosta; tehtävyyppien kirjo oli hyvin vähäinen; tehtäviin löytyi yksi ainoa oikea vastaus, joka saatiin soveltamalla tiettyä aritmeettista operaatiota; tehtävän kysymyksestä ilmeni ratkaisutapa. Tällaiset tehtävät eivät täytä Haapasalon (1994) esittämiä sovellustehtävän tunnusmerkkejä. Tosin on myönnettävä, että alkuopetuksessa olevalla lapsella saattaa olla lukemisen ja luetun ymmärtämisen kanssa vaikeuksia ja tämän vuoksi tällaistenkin tehtävien ratkaisu saattaa olla vaikeaa. Tämä taas saattaa johtaa pintastrategioiden käyttöön, jota tämänkaltaisten sanallisten tehtävien malli suosii. Edelleen jatkossa saattaa käydä niin, että ei osatakaan ratkaista tehtäviä, jotka sisältävät enemmän tietoa ja ovat varsinaisia sovellustehtäviä. Lisäksi lapsille tulee käsitys, että sanalliset tehtävät ovat sovellutusta. Ongelmatehtävinä oli esitetty niin sanottuja 'yhden oivalluksen tehtäviä', jotka luonteeltaan ovat pulmatehtäviä. Yleisesti oppikirjoissa oli nähtävissä samankaltaisten tehtävien toistuvuus, yhteen oikeaan ratkaisuun pyrkiminen, oikein suoritettujen laskurutiinien korostuminen. Olisikin mielenkiintoista tietää, mitä lapset odottavat ja ajattelevat matematiikan opiskelusta kouluun tullessaan, ja kuinka heidän käsityksensä muuttuvat ensimmäisen kouluvuoden aikana. Uusien käsitteiden moti-

vointiin käytettiin hyvin vähän aikaa. Useimmiten uusi käsite annettiin valmiina. Täysin systemaattisen konstruktivismiin mukaista käsitteenmuodostusta ei oppikirjoista löytynyt - vain joitakin yhtymäkohtia konstruktivistiseen käsitteenmuodostukseen. Tosin tämä tutkimus tarkasteli oppikirjoja eikä opettajan toimia luokassa. Jotakin kuitenkin voi päätellä käytettävistä oppikirjoista. Oppikirjat eivät hyödyntäneet lasten ennakkokäsityksiä käsitteenmuodostuksessa. Juuri ennakkokäsitysten esille saamista konstruktivismissa painotetaan (Leino 1993, Haapasalo 1994). Toisaalta ennakkokäsitysten esillesaamisessa on myös konstruktivismiin vaikeus. Ennakkokäsitysten esille saamiseen perustuu myös Peruskoulun opetussuunnitelmauudistuksen (1994) toteamus, että lapsi on aktiivinen oman maailmansa rakentaja. Kuinka omaa maailmaa voi rakentaa ellei aikaisempia kokemuksia huomioida? Muuten oppiaines eteni oppikirjoissa järjestelmällisesti, vaikka geometrian ja mittaamiskäsitteen irrallisuus tutkijaa häiritsivätkin.

Lisätehtävät eivät ehkä antaneet lisähaasteita oppilaille ja siksi ne soveltuvat paremmin nopeuseriyttämiseen. Kotitehtäväsarjat lienee tarkoitettu kaikille laskettavaksi ja ne olivatkin suurimmaksi osaksi rutiinitehtäviä. Kupari (1993) Peruskoulun arviointiraportissa, onko oppiminen tehokasta silloin kun mahdollisimman nopeasti tehdään mahdollisimman paljon mekaanisia tehtäviä? Matematiikka on ajatteluprosessi, joka käynnistyy heti, kun oppilas ryhtyy tarkastelemaan hänelle annettua tehtävää. Kotitehtävienkin osalta voisi sanoa, että ne ovat lähinnä nopeuseriyttämistä.

Arvioinnin suhteen oppikirjat erosivat. Laskutaito -sarja painotti enemmän perinteistä kokeisiin perustuvaa arviointia, kun taas Mieti ja laske -sarja pyrki ottamaan sekä lapset että vanhemmat mukaan arviointiin. Konstruktivismi painottaakin monipuolista arviointia - myös oppijan itsearviointia.

Konstruktivismi on oppisuunta ei opetustapa. Siinä ei määritellä oikeaa tapaa opettaa, vaan se vain painottaa asioiden ymmärtämistä ihmisen kokemusten pohjalta. Kun tarkastelee konstruktivistista oppimiskäsitystä ja vertaa sitä alkuopetusikäisen lapsen kehitykseen, niin luontevin tapa lähestyä ymmärtävää oppimista tässä iässä, on toiminnallisuus ja leikinomaisuus. Juuri toiminnallisuutta Mieti ja laske -sarja painottaa työtavoissaan. Tämä näkyy myös siinä, että standarditehtävien osuus Mieti ja laske -sarjan tehtävistä oli pienempi kuin Laskutaito -sarjan tehtävistä. Kuitenkin molemmissa oppikirjoissa standarditehtävien määrä oli yli 80 %, joten tästä voisi päätellä, että hiljaisen laskemisen osuus on vielä kohtuuttoman suuri. On varmaa, että lapsen keskittyminen on lujilla, jos oppitunnit ovat suurimmaksi osaksi hiljaista

laskemista. Parhaiten tämän ikäinen lapsi oppii leikinomaisesti totuttautuen monipuolisiin työtapoihin. Myös sosiaaliset taidot ovat tärkeitä. Oppikirjojen tyyli edetä nopeasti käsiteiden määritelmiin antavat huolenaihetta. Alkuopetuksessa opetettavia käsitteitä on kuitenkin niin vähän, että niihin ei ole mitään syytä kiirehtiä. Aikaa kyllä riittää, kun vähennetään standarditehtävien määrää ja lisätään käsitteenmuodostukseen liittyviä tehtäviä.

Oppikirjat näyttäisivät suosivan perinteistä matematiikan opetusta. Tosin myönteistä on, että kirjojen tehtävät ovat alkaneet monipuolistua. Konstruktivismiin toteuttaminen opetuksessa on opettajan asenteesta riippuvainen. Oppikirjoilla voidaan kuitenkin vaikuttaa siihen suuntaan. Tutkimus antaa aihetta jatkotutkimukselle. Väitöskirjatyöni aiheena onkin selvittää: Miten matematiikan alkuopetuksessa käytetään oppikirjoja? Onko opetus oppilaskeskeistä ja konstruktivistista? Miten kuvia käytetään tehtävien ratkaisussa hyväksi? Millaisia tehtäviä lapset tuottaisivat kuvista? Miten ensimmäiselle luokalle tulevan lapsen käsitykset matematiikasta muuttuvat? Millaisia tehtäviä lapset tuottavat kuvista?

### 10.3. Käytännön näkökohtia ja suosituksia

Hyvin tärkeä lähtökohta oppimateriaalien didaktisen ajattelun kehittämiseksi on se, että osaisimme soveltaa teoreettisia lähtökohtia ja näkemyksiä käytännön tasolle. Matemaattisten käsitteiden ja uuden oppimiskäsityksen yhdistäminen lienee kaikkein vaikeinta. Tähdänään ei löydy yhtä ainoaa kuninkaan tietä. Lapsen tasolle asettuminen on vaikeaa. Jokainen lapsi on erilainen ja hänen elinympäristönsä on erilainen. Kuitenkin on tärkeää, että oppilas saisi aloittaa opiskelun omista lähtökohdistaan. Tämän vuoksi opettajan on oltava tietoinen oppilaan ennakkokäsityksistä, joiden avulla aletaan rakentaa uusia käsitteitä. Opetuksen painopistealueita määriteltäessä olisi otettava huomioon seuraavia periaatteita:

- \* käsitteenmuodostukselle on annettava aikaa.
- \* oppiaine on liitettävä oppilaan omiin toimintoihin ja ongelmiin.
- \* oppimiskokonaisuudet on rakennettava loogisiksi.
- \* matematiikka on nähtävä lapsen kasvun välineenä.
- \* keksivän ja tutkivan oppimisen muotoja tuettava.

(Vrt. Haapasalo 1993, 16-17.)

Niin kuin saksalaisessakin opetussuunnitelmassa meilläkin olisi hyvä ottaa alkuopetukseen matematiikan aloitukseen oppikirjaton orientoitumisjakso, jossa tutustuttaisiin lapsen elinympäristöön määrien, muotojen, suuntien ja värien kautta.

Oppikirja ei yksin voi muuttaa oppimiskäsityksiä, jos opettajalla ei ole halua ja taitoa kasvaa oppimiskäsitysten mukana. Tulevaisuudessa oppikirja voisi olla eräänlainen tehtäväsuositusten kokoelma, joita opettaja voisi käyttää apuna konstruktivististen oppimisympäristöjen rakentamisessa. Täysin konstruktivistista oppikirjaa ei ehkä voida tehdä, mutta konstruktivismia tukevia ohjeita voidaan kyllä antaa. Helpoin tapa ei välttämättä tuota tulosta eikä anna tyydytystä.

## LÄHTEET

- Aebli, H. 1991. Opetuksen perusmuodot. WSOY: Juva.
- Bauersfeld, H. 1992. The Structuring of the Structures: Development and Function of Mathematizing as a Social Practice. In Leslie, P., Gale, H. & Steffe, I. (Eds.) Constructivism in education. University of Georgia. Lawrence Erlbaum Associates. 137-158.
- Berry, J. & Sahlberg, P. 1995. Matematiikka elämään. Opetus 2000. WSOY.
- Berelson, B. 1952. Content Analysis in Communication Research. Clencoe: Free Press.
- Clements, K. 1984. The origins of conceptual difficulties that young learners experience in mathematics. In R. Morris (ed.) Studies in mathematics education. Paris: Unesco. Vol. 3, 107-127.
- Cockcroft, E. 1982. Mathematics Counts. Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools. H.M.S.O.
- Dewey, J. 1957. Koulu ja yhteiskunta. Helsinki. Kustannusosakeyhtiö Otavan kirjapaino.
- Ekola, J., Nuutinen, A. & Kiiskinen, A.-L. 1988. Ammatillisten oppilaitosten oppimateriaalien laadinnan perusteita. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja B. Teoriaa ja käytäntöä 15.
- Engeström, Y. 1984. Orientointi opetuksessa. Valtion koulutuskeskus. Julkaisusarja B.
- Engeström, Y. 1992. Perustietoa opetuksesta. Helsinki: Valtion painatuskeskus.
- Ernest, P. 1992. Varieties of Constructivism: Metaphors, Epistemologies and Implications for Mathematics Education. Paper presented in IMCE 7, Quebec, August 1992.
- Eskola, A. 1968. Sosiologian tutkimusmenetelmät II. WSOY.
- Galperin, P. J. 1969. Stages in the Development of Mental Acts. In: Cole, M. - Malzman, I. (Eds.) Handbook of Contemporary Soviet Psychology, 249-273. New York: Basic Books, 249-273.
- Geddis, A. 1993. Transforming subject matter knowledge: the role of pedagogical content knowledge in learning to reflect on teaching. International Journal of Science Education,



15, 673-683.

von Glasersfeld, E. 1990. An Exposition of Constructivism: Why Some like it Radical. In Davis, R. B., Maher C. A. & Noddings (eds.) *Constructivist Views on the Learning and Teaching. J. for Res. in Mathematics Education*, Monograph Number 4. Reston, Va.: NTCM.

Grönfors, M. 1982. *Kvalitatiiviset kenttätömenetelmät*. Juva. WSOY.

Haapasalo, L. 1985a. Ongelmakeskeisen matematiikanopetuksen metodiikka. Jyväskylän yliopisto: opettajankoulutuslaitos. Opetusmonisteita 10.

Haapasalo, L. 1991. Konstruktivismi matemaattisen käsitteenmuodostuksen ohjaamisessa ja analysoimisessa. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 43.

Haapasalo, L. 1992a. Murtolukukäsitteen konstruktivistinen oppiminen. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A 51.

Haapasalo, L. 1992b. Graafisen alan matematiikkaa. VAPK-kustannus. Opetushallitus. Helsinki.

Haapasalo, L. 1993. Konstruktivistisia malleja tietorakenteiden muodostamiseksi ja oppimistulosten analysoimiseksi. Teoksessa Haapasalo, L. & Kupari, P. (toim.) *Konstruktivismi matematiikan opetuksen ja opetussuunnitelman kehittämisessä*. Jyväskylän yliopisto: Opettajankoulutuslaitos. Opetuksen perusteita ja käytänteitä 6. 18-37

Haapasalo, L. 1993a. Desimaalilukujen ja yksikönmuunnosten konstruktivistinen oppiminen. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A 55.

Haapasalo, L. 1993. Matematiikan opetussuunnitelmien lähtökohtia ja kehittämisenäkymiä. Jyväskylän yliopisto: Opetuksen perusteita ja käytänteitä 2.

Haapasalo, L. 1994. *Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu*. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.

Haapasalo, L. 1995. Konstruktivismi matemaattisen käsitteenmuodostuksen ohjaamisessa ja analysoimisessa. Jyväskylän yliopisto: Opinnäytetyö kasvatustieteiden lisensiaatin tutkintoa varten.

Hagberg, S., Heilä-Ylikallio, R. & Häggblom, L. 1991. *Mieti ja laske 1. Laskukirja*. Kirjayhtymä. Kirjapaino Oy West Point, Rauma.

Hagberg, S., Heilä-Ylikallio, R. & Häggblom, L. 1991. *Mieti ja laske 2. Laskukirja*. Kirjayhtymä.

- Kirjapaino Oy West Point, Rauma.
- Hagberg, S., Heilä-Ylikallio, R. & Häggblom, L. 1993. *Mieti ja laske 1. Vastaus- ja vinkkirja. Kirjayhtymä. Kirjapaino Oy West Point, Rauma.*
- Hagberg, S., Heilä-Ylikallio, R. & Häggblom, L. 1995. *Mieti ja laske 2. Vastaus- ja vinkkirja. Kirjayhtymä. Kirjapaino Oy West Point, Rauma.*
- Hakkarainen, P. & Puupponen, P. 1997. *Kehittävä alkukasvatus ja viides dimensio. Hiidenkiukaan ja Kaupunkisillan päiväkotien tutkimus- ja kehittämisprojekti. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylän yliopistopaino.*
- HMSO 1989. *Mathematics in the National Curriculum. Department of Education and Science and The Welsh Office. London: H.M.S.O.*
- Howson, G. 1991. *National Curricula in Mathematics. The Mathematical Association. University of Southampton.*
- Ikäheimo, H. 1997. *Matematiikan esi- ja alkuopetuksen kysymyksiä. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä, 238-250.*
- Julkunen, M-L. 1988. *Oppikirja tekstianalyysin kohteena. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan tutkimuksia 21.*
- Kangasniemi, E. 1988a. *Opetussuunnitelman toimeenpanosta ja matematiikan koulusaavutuksista. - IEA-tutkimuksen kansallisia tuloksia. Teoksessa Kupari, P. (toim.), Koulumatematiikka 1990-luvulle: lähtökohtia ja mahdollisuuksia. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja B. Teoriaa ja käytäntöä 27. Jyväskylän yliopisto.*
- Kangasniemi, E. 1989. *Opetussuunnitelma ja matematiikan koulusaavutukset. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 28.*
- Kallonen-Rönkkö, M. 1996. *Mistä aika tulee? Avaruus- ja aikakäsitteiden oppimisympäristö ala-asteella. Osa I oppimisympäristön lähtökohdat ja toteutus. Oulun yliopiston Kajaanin opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja. Sarja A. Tutkimuksia 13.*
- Kallonen-Rönkkö, M. 1997. *Matematiikan oppiminen ala-asteen uusiutuvissa oppimisympäristöissä. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä, 251-268.*
- Kari, J. 1987. *Oppimateriaalitutkimuksen teoreettisia lähtökohtia. Jyväskylän yliopisto.*

- Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja B. Teoriaa ja käytäntöä 4.
- Kari, J. 1988. Luokanopettajan oppikirjasidonnaisuus. Tutkimus ympäristöopin ja maantieteen opetuksesta peruskoulun ala-asteella. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A 14.
- Kari, J. & Sovelius-Sovio, E. 1981. Integroidun ja laajennetun kuvaamataidon opetuskokeilu Jyväskylän normaalikoulun ala-asteella II. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 8.
- Keranto, T. 1978. Esikouluikäisen lapsen lukukäsitteen kehitystasosta ja laskuvalmiuksista. Hämeenlinnan opettajankoulutuslaitos 1. Tampereen yliopisto.
- Keranto, T. 1982. Lapsen matemaattisten ajatteluprosessien ja tiedollisen rakenteen kehitys. Teoksessa Kupari, P. (toim.) Kognitiiviset prosessit ja matematiikan opetus. Ktl:n tutkimuksia 199. 8.2.-9.2.1982 matematiikan opettajien tutkijaseminaarin raportti.
- Kinnunen, R. & Vauras M. 1997. Matemaattisten ongelmien ratkaisutaito ala-asteella. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino, 269-282.
- Kinnunen, R., Lehtinen, E. & Vauras, M. 1994. Matemaattisen taidon arviointi. Teoksessa Vauras, M., Poskiparta, E. & Niemi, P. (toim.) Kognitiivisten taitojen arviointi koulutulokkailla ja 1. luokan oppilailla. Oppimistutkimuksen keskuksen julkaisuja 3.
- Komiteanmietintö 1988:30. Matemaattis-luonnontieteellisen perussivistyksen komitean välimietintö. Helsinki: Valtion painatuskeskus.
- Komiteanmietintö 1989:45. Matemaattis-luonnontieteellisen perussivistyksen komitean loppumietintö. Helsinki: Valtion painatuskeskus.
- Korkeakoski, E. 1990. Opetussuunnitelma opettajan näkökulmasta peruskoulun ala-asteella. Tampereen yliopiston kasvatustieteiden laitos. Tutkimusraportti 43.
- Kupari, P. 1983. Millaista matematiikkaa peruskoulun päättyessä osataan? Yhdeksäsluokkalaisten keskeiset oppimistulokset matematiikassa. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisuja 342.
- Kupari, P. 1988. Koulumatematiikan käsitteiden opettamisesta. Teoksessa Kupari, P. (toim.) Koulumatematiikka 1990-luvulle: lähtökohtia ja mahdollisuuksia. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja B. Teoriaa ja käytäntöä 27.

- Kupari, P. 1993a. Laskutaidotko kadonneet? Peruskoululaiset matematiikan kokijoina ja taitajina. Teoksessa Linnakylä, P. & Saari, H. (toim.) Oppiiko oppilas peruskoulussa? Peruskoulun arviointi 90-tutkimuksen tuloksia. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteen tutkimuslaitos, 81-104.
- Kupari, P. 1993. Mistä rohkeus ja keinot koulumatematiikan uudistumiseen. Teoksessa Kangasniemi, E. & Kontinen, R. (toim.) Lue, etsi, tutki - tutkittua tietoa koulunkehittämiseksi. WSOY.
- Kupari, P. 1993. Millä tavoin matematiikan opiskelu ja opetus on muuttunut? Teoksessa Brunell, V. & Kupari, P. (toim.) Peruskoulu oppimisympäristönä. Peruskoulun arviointi 90 - tutkimuksen tuloksia. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitos, 81-104.
- Kuusisto, J. 1989. Oppimateriaalit peruskoulun ala- ja yläasteella 1988. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 26.
- De Lange, J. 1994. Curriculum Change: An American-Dutch Perspective. In D. F. Robitaille, D. H. Wheeler & C. Kieran (eds.) Selected Lectures from the 7th ICME, 229-248.
- Lahdes, E. 1997. Peruskoulun uusi didaktiikka. Kustannusosakeyhtiö Otava: Helsinki.
- Laine, K. 1990. Käsitteenopettamismenetelmien vertailua päiväkodissa ja alkuopetuksessa. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja A: 142. Turku.
- Leino, J. 1993. Konstruktivismin suuntauksia. Teoksessa Haapasalo, L. & Kupari, P. (toim.) Konstruktivismi matematiikan opetuksen ja opetussuunnitelman kehittämisessä. Jyväskylän yliopisto. Opetuksen perusteita ja käytänteitä 6. Jyväskylä.
- Leino, J. 1993. Konstruktivismi ja matematiikan opetus. Teoksessa Paasonen, J., Pehkonen, E. Ja Leino, J. (toim.) Matematiikan opetus ja konstruktivismi - teoriaa ja käytäntöä. Helsinki:Helsingin yliopiston opettajankoulu-tuslaitoksen tutkimuksia nro 116.
- Lehtinen, E.& Kinnunen, R. 1993. Matemaattisista oppimis-vaikeuksista. Teoksessa Vauras, M. (toim.) Oppimisvaikeudet ja opetuksen kehittäminen: Katsaus Turun yliopiston Oppimistutkimuksen Keskuksen toimintaan ja tutkimukseen. Kirjapaino Oy West Point. Rauma.
- Lindgren, S. 1990. Toimintamateriaalin käyttö matematiikan opiskelussa. Matematiikkatupakokeilu peruskoulun toisella luokalla. Acta Universitatis Tamperensis ser A vol 307. Tampereen yliopisto.
- Lindgren, S. 1997. Voidaanko matematiikan opiskeluasenteita muuttaa? Teoksessa Räsänen, P.,

- Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä, 301-315.
- Lincoln, Y. S. & Guba, E. G. 1985. *Naturalistic Inquiry*. Beverly Hills, California: Sage.
- Magoon 1977. *Constructivist Approaches in Educational Research*. Review of Educ. Res..
- Malaty, G. 1997. *Lapsi matkalla matematiikan maailmaan*. Teoksessa Siniharju, M. (toim.) *Esi- ja alkuopetuksen uusia tuulia*. Opetushallitus. Gummerus kirjapaino OY. Jyväskylä, 51-90.
- Malinen, P. 1985. *Opetussuunnitelma nykyajan koulutuksessa*. Keuruu: Otava.
- Mikkilä, M. 1992. *Oppimateriaalin laatu ja osuus opetussuunnitelmien toteuttamisessa sekä opetuksen ja oppimisen suuntautumisessa*. Teoksessa Olkinuora, E., Lappalainen, M. & Mikkilä, M. *Nuorisoiän yleissivistävän opetuksen nykytilan ja tuloksellisuuden arviointia*. Turun yliopisto: Oppimistutkimuksen keskuksen julkaisuja 1, 99-135.
- Norris, N., Aspland, R., MacDonald, B., Schostak, J. & Zamorski, B. 1996. *Arviointiraportti peruskoulun opetussuunnitelmauudistuksesta*. Opetushallitus. Yliopistopaino: Helsinki.
- Ojala, J. 1997. *Planetaariset ilmiöt teksteinä ja kuvina peruskoulun ja lukion oppikirjoissa*. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos tutkimuksia 63. Jyväskylä.
- Patton, M. Q. 1990. *Qualitative Evaluation and Research Methods*. Newbury Park (Calif.). Sage.
- Palzkill, L. & Rinkens, H.-D. 1990. *Mathematik 3 für Berliner Grundschulen*. Hannover.
- Pehkonen, E., Pekama, E. & Seppälä, R. 1991. *Matemaattinen ongelmanratkaisu: tehtäviä peruskoulun ja lukion matematiikan opetukseen*. Helsinki. MFKA kustannus. Forssa.
- Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1985*. Kouluhallitus. Helsinki: Valtion painatuskeskus.
- Peruskoulun opetuksen opas 1988: Alkuopetus*. Kouluhallitus. Helsinki: Valtion painatuskeskus.
- Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994*. Opetushallitus. Helsinki: Valtion painatuskeskus.
- Pietilä, V. 1976. *Sisällön erittely*. Gaudeamus. Helsinki.
- Popkewitz, T. S. 1988. *Institutional Issues in the Study of School Mathematics: Curriculum Research*. Educ. Studies in Mathematics 19, 221-249.
- Rauste-von Wright, M. & von Wright, J. 1994. *Oppiminen ja koulutus*. WSOY. Juva.
- Resnick, L. B. & Klopfer, L. E. 1989. *Toward thinking the curriculum: concluding remarks*.

- Teoksessa Resnick, L. B. & Klopfer, L. E. (toim.) Yearbook of the Association for Supervision and Curriculum Development. Alexandria, VA, 206-211.
- Riihelä, M. 1997. LUMA, lapset ja oppiminen. Pienten lasten LUMA-info 2/1997. STAKES, 4-5.
- Rikala, S. Sieppi, H., Strang, T. & Ilmavirta, R. 1991. Laskutaito 1. Syysosan opettajan kirja. Espoo. Weilin & Göös.
- Rikala, S. Sieppi, H., Strang, T. & Ilmavirta, R. 1992. Laskutaito 1. Kevätosan opettajan kirja. Espoo. Weilin & Göös.
- Rikala, S. Sieppi, H., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 1997. Laskutaito 1. Syysosan opettajan kirja. Espoo. Weilin & Göös.
- Rikala, S. Sieppi, H., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 1996. Laskutaito 1. Kevätosan opettajan kirja. Espoo. Weilin & Göös.
- Rikala, S. Sieppi, H., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 1997. Laskutaito 2. Syysosan opettajan kirja. Espoo. Weilin & Göös.
- Rikala, S. Sieppi, H., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 1997. Laskutaito 2. Kevätosan opettajan kirja. Espoo. Weilin & Göös.
- Rikkinen, H. 1977. Maantieteen didaktiikka. Helsinki: Otava.
- Soininen, M. 1995. Tieteellisen tutkimuksen perusteet. Turun yliopiston täydennyskoulutuskeskuksen julkaisuja A:43.
- Sovellus-Sovio, E. & Kari, J. 1987. Kuvaamataidon integrointi-kokeilu ja esteettisen kasvatuksen kokeilu Jyväskylän normaalikoulussa. Kasvatus 18 (1), 63-70.
- Sterkina, R. 1998. Luento 12.05.1998 Venäjän esikoulujärjestelmästä Venäläis-suomalaisen "Lapsuuden maailma" -yhteistyöprojektin "Lapsen maailmankuvan luominen matematiikan ja tietokoneen käytön peruskäsityksien omaksumisen kautta esikoulussa" -seminaarissa Moskovassa 12.05.-16.05.1998.
- Turtia, K. 1995 (toim.). Sivistysanasto. Teoksessa Leino, P., Vornanen, R. & Turtia, K. (toim.) Joka kodin suomen kielen opas. Kustannusosakeyhtiö Otava. Keuruu.
- Vauras, M. 1997. Tietäjän kirja. Opas matematiikan tehtävien ohjaamiseen opetuskeskustelulla. Turun yliopisto. Oppimistutkimuksen keskus.
- Vornanen, R. 1995 (toim.). Nykysuomen oikeinkirjoitussanakirja. Teoksessa Leino, P., Vornanen, R. & Turtia, K. (toim.) Joka kodin suomen kielen opas. Kustannusosakeyhtiö

Otava. Keuruu.

- Vähäpassi, A. 1987. Tekstinymmärtäminen: tekstiymmärtämisen tasosta suomalaisessa peruskoulussa. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A 10.
- Vähäpassi, A. Hartikainen, S. & Häggblom, L. 1997. Mieti ja laske 1. Syksy. Vastauskirja. Kirjayhtymä. Gummerus Kirjapaino Oy. Saarijärvi.
- Vähäpassi, A. Hartikainen, S. & Häggblom, L. 1997. Mieti ja laske 1. Kevät. Oppilaan kirja. Kirjayhtymä. Gummerus Kirjapaino Oy. Saarijärvi.
- Vähäpassi, A. Hartikainen, S. & Vaahtokari, A. 1997. Mieti ja laske 2. Syksy. Oppilaan kirja. Kirjayhtymä. Gummerus Kirjapaino Oy. Saarijärvi.
- Vähäpassi, A. Hartikainen, S. & Häggblom, L. 1997. Mieti ja laske 1. Kevät. Opettajan kirja. Kirjayhtymä. Gummerus Kirjapaino Oy. Saarijärvi.
- Vähäpassi, A. Hartikainen, S. & Häggblom, L. 1997. Mieti ja laske 1. Syksy. Opettajan kirja. Kirjayhtymä. Gummerus Kirjapaino Oy. Saarijärvi.
- Wojciechowska, A. 1989. Curriculum Reform in Mathematics: Beyond the Impossible Revolution. *J. Of Curriculum Studies* 21, 2, 151-159.

## LIITE 1.

- Hagberg, S., Heilä-Ylikallio, R. & Häggblom, L. 1993. *Mieti ja laske 1. Vastaus- ja vinkkirja*. Kirjayhtymä. Kirjapaino Oy West Point, Rauma.
- Hagberg, S., Heilä-Ylikallio, R. & Häggblom, L. 1991. *Mieti ja laske 1. Laskukirja*. Kirjayhtymä. Kirjapaino Oy West Point, Rauma.
- Hagberg, S., Heilä-Ylikallio, R. & Häggblom, L. 1995. *Mieti ja laske 2. Vastaus- ja vinkkirja*. Kirjayhtymä. Kirjapaino Oy West Point, Rauma.
- Hagberg, S., Heilä-Ylikallio, R. & Häggblom, L. 1991. *Mieti ja laske 2. Laskukirja*. Kirjayhtymä. Kirjapaino Oy West Point, Rauma.
- Vähäpassi, A., Hartikainen, S. & Häggblom, L. 1997. *Mieti ja laske 1. Syksy. Opettajan kirja*. Kirjayhtymä. Gummerus Kirjapaino Oy. Saarijärvi.
- Vähäpassi, A., Hartikainen, S. & Häggblom, L. 1997. *Mieti ja laske 1. Syksy. Vastauskirja (vastaa oppilaan kirjaa)*. Kirjayhtymä. Gummerus Kirjapaino Oy. Saarijärvi.
- Vähäpassi, A., Hartikainen, S. & Häggblom, L. 1998. *Mieti ja laske 1. Kevät. Opettajan kirja*. Kirjayhtymä. Gummerus Kirjapaino Oy. Saarijärvi.
- Vähäpassi, A., Hartikainen, S. & Häggblom, L. 1997. *Mieti ja laske 1. Kevät. Oppilaan kirja*. Kirjayhtymä. Gummerus Kirjapaino Oy. Saarijärvi.
- Vähäpassi, A., Hartikainen, S. & Vaahtokari, A. 1997. *Mieti ja laske 2. Syksy. Oppilaan kirja*. Kirjayhtymä. Gummerus Kirjapaino Oy. Saarijärvi.
- Rikala, S., Sieppi, H., Strang, T. & Ilmavirta, R. 1991. *Laskutaito 1. Syysosan opettajan kirja*. Sisältää oppilaan kirjan. Espoo. Weilin+ Göös.
- Rikala, S., Sieppi, H., Strang, T. & Ilmavirta, R. 1992. *Laskutaito 1. Kevätosan opettajan kirja*. Sisältää oppilaan kirjan. Espoo. Weilin+ Göös.
- Rikala, S., Sieppi, H., Strang, T. & Ilmavirta, R. 1993. *Laskutaito 2. Syysosan opettajan kirja*. Porvoo. WSOY.
- Rikala, S., Sieppi, H., Strang, T. & Ilmavirta, R. 1992. *Laskutaito 2. Kevätosan opettajan kirja*. Sisältää oppilaan kirjan. Kevätosan opettajan kirja. Vantaa. Weilin+ Göös.
- Rikala, S., Sieppi, H., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 1997. *Laskutaito 1. Syysosan opettajan kirja*. Sisältää oppilaan kirjan. Werner Söderström Osakeyhtiö. Porvoo.
- Rikala, S., Sieppi, H., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 1996. *Laskutaito 1. Kevätosan opettajan kirja*. Sisältää oppilaan kirjan. Werner Söderström Osakeyhtiö. Porvoo.
- Rikala, S., Sieppi, H., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 1997. *Laskutaito 2. Syysosan opettajan kirja*. Sisältää oppilaan kirjan. Werner Söderström Osakeyhtiö. Porvoo.
- Rikala, S., Sieppi, H., Uus-Leponiemi, T. & Ilmavirta, R. 1997. *Laskutaito 2. Kevätosan opettajan kirja*. Sisältää oppilaan kirjan. Werner Söderström Osakeyhtiö. Porvoo.



## LIITE 2. Laskutaito -sarjan etenemissuunnitelma.

## Laskutaito 1-2 ; etenemissuunnitelma

1992-1993

## 1. Luokka

1. Lukukäsité, yhteen- ja vähennyslaskun käsité
2. Luvut 0-4, yhteen- ja vähennyslaskua
3. Luvut 5 ja 6, viikolaskua
4. Luvut 7 ja 8, puuttuva yhteenlaskettava
5. Luvut 9 ja 10, rahasovellutuksia
6. Luvut 0-20
7. Kymmenylitys yhteenlaskussa
8. Kymmenylitys vähennyslaskussa
9. Luvut 0-100
10. Geometriaa, esineiden muodot, tasokuviot, mittaaminen

## 2. Luokka

1. Kertausta ja sanallista sovellutusta
2. Luvut 0-100
3. Jako- ja kertolaskun käsitteet
4. Kertotaulut 2-5
5. Luvut 0-1000
6. Yhteen- ja vähennyslaskua 3-numeroisilla luvuilla
7. Mittaamista ja arviointia
8. Yhteen- ja vähennyslaskua allekkain
9. Muistinumero yhteenlaskussa
10. Lainaaminen vähennyslaskussa
11. Muodot ja hahmottaminen, samamuotoisuus, kolmio, nelikulmio, symmetrisyys

1995-1997

## 1. Luokka

1. Lukukäsité, yhteen- ja vähennyslaskun käsité
2. Luvut 1-5, yhteen- ja vähennyslaskua
3. Luvut 0, 6, ja 7, viikolaskua
4. Luvut 8 ja 9
5. Luku 10, puuttuva yhteenlaskettava, rahasovellutuksia
6. Luvut 0-20
7. Kymmenylitys yhteenlaskussa
8. Kymmenylitys vähennyslaskussa
9. Geometriaa, esineiden muodot, tasokuviot, mittaaminen
10. Luvut 0-100

## 2. Luokka

1. Kertausta ja sovellutusta
2. 2-numeroisten lukujen yhteen- ja vähennyslaskua
3. Jako- ja kertolaskun käsitteet, kertotaulut 2-5
4. Kertaavaa lisäharjoitusta
5. Luvut 0-1000, yhteen- ja vähennyslaskua
6. 3-numeroisten lukujen yhteen- ja vähennyslaskua
7. Mittaamista ja arviointia
8. Geometriaa, saamanmuotoisuus, kolmio, nelikulmio, symmetrisyys
9. Kertaavaa lisäharjoitusta

## LIITE 3. Mieti ja laske -sarjan etenemissuunnitelma.

## Mieti ja laske -sarja etenemissuunnitelma

1991

**1. Luokka**

1. Lukualue 0-10: toiminnallinen vaihe
2. Luvut 0-3
3. Luvut 0-4
4. Luvut 0-5
5. Luvut 0-6
6. Luvut 0-7
7. Luvut 0-8
8. Luvut 0-9
9. Luvut 0-10
10. Luvut 0-15
11. Luvut 0-20
12. Luvut 0-100
13. Geometria ja mittaaminen
14. Aika

**2. Luokka**

1. Luvut 0-20
2. Luvut 0-100
3. Raskas vai kevyt
4. Luvut 0-1000
5. Rahat
6. Yhteen- ja vähennyslaskua allekkain
7. Kertolasku
8. Jakolasku
9. Mittaa ja jaa
10. Geometria
11. Lyhyt vai pitkä
12. Aika

1997-1998

**1. Luokka**

1. Startti: toiminnallinen vaihe, lukualue 0-10
2. Kirjoita ja tutki lukuja 0-5
3. Kirjoita ja tutki lukuja 6-9
4. Kirjoita ja tutki lukua 10
5. Laajenna lukualuetta, 11 ja 12
6. Katso aika kellosta
7. Luvut 0-20: luvut 0-15
8. Jatka luvuilla 16 -20
9. Kaaviot, muodot ja mittaaminen
10. Jatka suurilla luvuilla: luvut 0-100

**2. Luokka**

1. Laske luvuilla 0-100
2. Tutki kertolaskua
3. Kerro luvuilla 3 ja 4
4. Laajenna lukualuetta tuhanteen

## LIITE 4.

TAULUKKO 1. Mieti ja laske -sarjan sekä Laskutaito sarjan tehtäväjakaumat pääsisältöluokkien kesken.

Tehtävien pääsisältöluokat	Mieti ja laske 1-2		Laskutaito 1-2	
	1991	1997-98	1992-93	1995-97
	%	%	%	%
1. Standarditehtävät	94.63%	82.45%	93.44%	88.08%
2. Käsitteenmuodostusprosessiin liittyvät tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	2.23%	7.40%	2.05%	1.64%
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	1.72%	6.91%	2.56%	7.68%
4. Pulmatehtävät	0.00 %	0.93%	0.17%	0.69%
5. Ongelmatehtävät	0.00 %	0.15%	0.06%	0.00 %
6. Sovellutustehtävät	1.00%	0.73%	0.04%	0.22%
7. Luokittelutehtävät	0.16%	0.78%	0.40%	0.38%
8. Tilastolliset tehtävät	0.26%	0.65%	1.28%	1.31%

TAULUKKO 2. Laskutaito -sarjan alkuopetuksen tehtäväjakauma.

Tehtävien pääsisältöluokat	Laskutaito 1-2	
	1992-93	1996-97
	%	%
1. Standarditehtävät	93.44%	88.08%
2. Käsitteenmuodostusprosessiin liittyvät tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	2.05%	1.64%
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	2.56%	7.68%
4. Pulmatehtävät	0.17%	0.69%
5. Ongelmatehtävät	0.06%	0.00 %
6. Sovellutustehtävät	0.04%	0.22%
7. Luokittelutehtävät	0.40%	0.38%
8. Tilastolliset tehtävät	1.28%	1.31%

## LIITE 5.

TAULUKKO 3. Mieti ja laske -sarjan tehtäväjakauma.

Tehtävien pääsisältöluokat	Mieti ja laske 1-2	
	1991	1997-98
	%	%
1. Standarditehtävät	94.63%	82.45%
2. Käsitteenmuodostusprosessiin liittyvät tunnistamis- ja tuottamisvaiheen tehtävät	2.23%	7.40%
3. Hahmottamista vaativat tehtävät	1.72%	6.91%
4. Pulmatehtävät	0.00 %	0.93%
5. Ongelmatehtävät	0.00 %	0.15%
6. Sovellutustehtävät	1.00%	0.73%
7. Luokittelutehtävät	0.16%	0.78%
8. Tilastolliset tehtävät	0.26%	0.65%