

HYVÄN MATEMATIIKAN OPETTAJAN JÄLJILLÄ

- Kokemuksia matematiikan opettamisesta ja opetuksen kehittämistarpeista

Johanna Hyvärinen

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma

Kevät 2002

Opettajankoulutuslaitos

Jyväskylän yliopisto

TIIVISTELMÄ

HYVÄRINEN, J.: Hyvän matematiikan opettajan jäljillä. Kokemuksia matematiikan opettamisesta ja opetuksen kehittämistarpeista. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. 2002. 80 s.

Tämä elämäkerrallinen fenomenologis-narratiivinen tapaustutkimus käsittelee matematiikkaa, sen opettamista ja opetuksen kehittämistä. Tutkimuksen osana on myös tutkijan tarina omista kokemuksistaan matematiikan parissa. Tutkimuksen tavoitteena on tuoda esille kokemuksia matematiikasta oppiaineena peruskoulusta yliopisto-opintoihin saakka sekä kokemuksia opettajista ja matematiikan opetuksesta. Lähtökohtana matematiikan opetukselle on oppimiskäsitys ja opetussuunnitelma, joiden valossa opetusta ja sen kehitystä tulisi tarkastella. Tutkimuksessa selvitetään myös opetuksen tämänhetkistä toteutusta. Tutkimuksen keskeinen tarkoitus on löytää keinoja matematiikan opetuksen kehittämiseen niin perusopetuksessa kuin opettajankoulutuksessakin. Opetuksen tutkimisella ja kehitysideoiden esiintuomisella pyritään muodostamaan kuvaa hyvästä matematiikan opettajasta.

Tutkimuksen aineisto koostuu neljästä tapauksesta: kolmesta ryhmästä ja tutkijasta itsestään. Ryhmät muodostuvat opettajista, matematiikkakurssilaisista sekä tavallisista luokanopettajaopiskelijoista. Yhteensä ryhmiin kuuluu 45 henkilöä. Ryhmiltä kerättiin aineisto avoimella kyselylomakkeella. Aineistona on myös tutkijan oma päiväkirjatyypinen kokoelma sekä harjoitteluraportteja ja muita kirjallisia dokumentteja hänen omalta opiskeluajaltaan.

Tutkimuksessa selviää, ettei oppimiskäsitystä ja opetussuunnitelmauudistusta ole saatu toimimaan perusopetuksen taustatekijöinä. Opetus on vieläkin varsin oppikirjasidonnaista ja opettajajohtoista. Opettajien koulutukseen tarvittaisiin laadullista parantamista esimerkiksi sisältöjä kehittämällä. Opettajille ja opiskelijoille tulisi tarjota myös laadukkaampaa didaktista koulutusta.

Avainsanat: matematiikka, matematiikan opettaminen, konstruktivismi, opetussuunnitelma, reflektio, kokemus

Että paraskin siitä, mitä voisin kirjoittaa, jäisi aina vain filosofiseksi huomautuksiksi; että ajatukseni halvaantuisivat heti, jos yrittäisin pakottaa niitä yhteen suuntaan vastoin niiden luonnollista taipumusta. - Ja tämä oli tietenkin yhteydessä itse tutkimuksen luonteeseen. Se nimittäin pakottaa meidät matkustamaan laajan ajatusten alueen läpi ristiin rastiin kaikkiin suuntiin

Ludwig Wittgenstein: Filosofisia tutkimuksia

SISÄLLYS

1. JOHDANTO	6
2 TUTKIMUKSENI LAADULLISENA TAPAUSTUTKIMUKSENA	8
2.1 Tutkimustehtävät ja tutkimusmenetelmät	7
2.1.1 Tapaustutkimus ja autoetnografia	9
2.1.2 Elämäkerrallinen lähestymistapa ja narratiivisuus	11
2.1.3 Fenomenologia ja kokemus	13
2.2 Tutkimusaineisto	15
2.3 Aineiston analysointi	16
2.4 Luotettava tutkimus	18
3 MATEMATIIKKA OPPIAINEENA	22
3.1 “Viisaiden vaikeasti avautuva maailma”	23
3.2 Matematiikan todellinen luonne	25
3.3 Kokemuksia matematiikasta oppiaineena	28
3.3.1 Ala-asteella	29
3.3.2 Yläasteella	31
3.3.3 Yläasteen jälkeen	33
3.3.4 Yliopistossa	35
3.4 Kotien suhtautumisesta matematiikkaan sekä matematiikan sukupuolisuudesta	38
4 MATEMATIIKAN OPETTAMINEN	41
4.1 Konstruktivistinen oppimiskäsitys opetuksen taustalla	41
4.2. Oppimisesta ja opetuksesta	43
4.3 Matematiikan opetuksen lähtökohtia	44
4.4 Arviointi matematiikassa	48

5 MATEMATIIKAN OPETUKSEN KEHITTÄMINEN	51
5.1 Kehittämisen välttämättömyys	51
5.1.1 Omat opettajat muistetaan	51
5.1.2 Opettajien ja oppilaiden käsityksiä omasta matematiikanopettajuudesta taan	54
5.2 Todellisuutta tänään	56
5.2.1 Oppimiskäsitys - käsitetty?	57
5.2.2 Opetussuunnitelmauudistus käytännössä	58
5.2.3 “Oppikirja on opettajan lapio” - vai onko?	61
5.3 Kehityksen tielle perusopetuksessa	64
5.3.1 Kehitysideoita opettajilta ja opiskelijoilta	64
5.3.2 Uusia tuulia	65
5.3.2.1 Unkarilainen matematiikka - kivijalka	66
5.3.2.2 Matikkatuvassa	67
5.4. Opettajien koulutuksen asialla	69
5.4.1 Kehitysideoita matematiikan opetukseen	69
5.4.2 Matematiikkaa sivuaineeksi?	72
6 HYVÄKSI MATEMATIIKAN OPETTAJAKSI	75
6.1 Innostava, innostunut - hyvä opettaja	75
6.2 “Kuten hyvä opettaja muutenkin”	76
6.3 Sen pituinen se	78
LÄHTEET	81
LIITTEET	89

1. JOHDANTO

Kertomukset elämästä ovat kuin maalauksia, joissa on monia värikerroksia. Maalaus- ta raaputettaessa tulee esiin jotain uutta, joka on aikaisemmin ollut piilossa. Näin on myös elämä ja siitä kerrotut tarinat. Jotain uutta tulee aina näkyviin korvaten sen, mikä aikaisemmin oli näkyvissä ja varmaa. Ei ole olemassa yhtä ainoaa totuutta. (Syrjälä 1994, 60.)

Aion esitellä teille yhden maalauksen - kertomuksen itsestäni matematiikan oppijana, opiskelijana ja opettajana. Kertomus on syntynyt pakottavasta tarpeesta purkaa omia kokemuksia, tarpeesta tuoda julki asioita, joista ei ole tarpeeksi puhuttu. Kertomuksen tarkoituksena on myös auttaa kertojaansa ymmärtämään mitä on tapahtunut.

Joulukuussa 2001 saimme kuulla tiedotusvälineiden kautta ilouutisen: suomalaiset 15-vuotiaat nuoret ovat kansainvälistä kärkeä matematiikan osaamisessa (Pirttikoski 2001). Miksi en kuitenkaan ollut vilpittömästi iloinen?

Keskustelua matematiikan opetuksen laadusta ja luonteesta on käyty jo pitkän aikaa. Esimerkiksi oppimiskäsityksen muuttuminen ja opetussuunnitelmauudistus ovat tuoneet omat vaateensa opetukselle ja sen kehittämislle. Tämä on saanut huomion kiinnittymään myös matematiikan opetukseen. Kouluissa ja oppimisen tutkijoiden piirissä on havaittu, että perinteisesti toteutetulla matematiikan opetuksella ei saavuteta haluttuja tavoitteita. Kinnusen ja Vauraan (1998) mukaan oppilaat oppivat vain suuren joukon merkitsemistapoja, laskuoperaatioita ja algoritmeja sekä näiden muistitueksi kehiteltyjä sääntöjä. Oppilaat eivät opi ajattelemaan matemaattisia ongelmia ja niiden ratkaisuvaihtoehtoja joustavasti ja strategisesti, eivätkä myöskään opi soveltamaan matemaattista tietouttaan erilaisissa elämäntilanteissa. (Kinnunen & Vauras 1998, 273.)

Tajusin saman ongelman aloitettuani opinnot opettajankoulutuslaitoksessa - oma matematiikan opiskeluni, vielä yliopistossakin, oli ollut oikeastaan vain laskennon opiskelua. En esimerkiksi hallinnut ongelmanratkaisua juuri lainkaan. Aloin silloin, vähitellen, pohtia matematiikkaa oppiaineena, sen opetusta ja sitä, kuinka sen opetusta voisi kehittää niin perusopetuksessa kuin yliopistossakin. Kiehtovan lisän pohdintaani toi, ja tuo vieläkin se, että minulla on matematiikkaa kohtaan erityinen viha - rakkaus -suhde.

Tavoitteenani on selvittää millaisia käsityksiä opettajilla ja opiskelijoilla matematiikasta oppiaineena on. Tutkimuksessani on mukana kolme ryhmää, tapausta, jotka kertovat

omia kokemuksiaan matematiikasta - sen oppimisesta, opiskelusta ja opettamisesta. Olen itse neljäs tapaus ja kerron tarinaani muiden tapausten rinnalla. Aion myös etsiä ja tuoda esille tietoa siitä, miten matematiikkaa opetetaan ja miten sitä tulisi opettaa - toivon löytäväni uusia ideoita, joita jokainen opettaja ja opiskelija voi käyttää ja soveltaa matkallaan hyväksi matematiikan opettajaksi. Painotan tutkimuksessani erityisesti perusopetuksen kehittämistä, koska käytännöstä lähtee kaikki kehityksen tarpeet - kun ongelmat havaitaan kentällä, tiedostetaan myös se, mitä koulutuksessa tarvitaan ja mihin suuntaan sitä tulee viedä.

Tutkimukseni herättää toivottavasti ajatuksia myös lukijoissaan. Toivon, että lukija huomaa muistelleensa omia matematiikan tuntejaan, opettajiaan sekä mahdollisesti omaa opetustaankin. Lehtovaaran (1994) mukaan ihmistutkimuksen tulee kerätä tietoa sitä ihmistä varten, jota tutkimus tai tutkimuksen kohteena oleva vaikuttaminen koskee. Tutkimuksen tulisi antaa pohjaa korjaavalle toiminnalle: käsitteellistäessään omaa elämänsä maailmaansa, yksilö saa mahdollisuuden vapautua ajattelunsa ja kokemisensa esteistä, jotka ovat muodostuneet hänen oman henkilöhistoriansa kautta. Hänelle tulee tilaisuus paljastaa itselleen omat implisiittiset, omaksutut, jopa kätkeyt olettamuksensa, käsityksensä ja toimintaperiaatteensa itsereflektion avulla. (Lehtovaara 1994, 30.)

Tervetuloa! Meillä on yhteinen tehtävä - kehitystehtävä.

2 TUTKIMUKSENI LAADULLISENA TAPAUSTUTKIMUKSENA

2.1 Tutkimustehtävät ja tutkimusmenetelmät

Tutkimukseni tehtävänä on tuoda esille käsityksiä ja kokemuksia matematiikan opetuksesta ja opetuksen kehittämistarpeista. Millainen oppiaine matematiikka on? Miten matematiikkaa on ennen opetettu ja miten sitä opetetaan tänään - mitkä seikat ovat opetuksen lähtökohtina? Löydettyäni vastauksen näihin kysymyksiin, voin löytää myös keinoja, joita tarvitaan tiellä hyväksi matematiikan opettajaksi.

Haluan tutkimuksessani tuoda esille kokemuksia matematiikasta oppiaineena, kokemuksia sen opettamisesta ja opiskelusta. Haluan myös selvittää, kuinka matematiikan opetusta tulisi kehittää. Kokemusten ja kehitysideoiden avulla pohdin, mikä tekee opettajasta hyvän matematiikan opettajan. Tutkimuksellani on siis kaksi lähtökohtaa tai näkökulmaa: kuvata tutkimukseen osallistuneiden kokemuksia ja käsityksiä sekä kertoa omaa tarinaani matematiikan maailmassa. Tavoitteenani on myös herättää keskustelua ja etsiä keinoja matematiikan opetuksen kehittämiseen niin perusopetuksessa kuin opettajien koulutuksessakin. Väisänen ja Silkeläkin (1999, 230) korostavat, että opettajankoulutuksen kehittämiseksi tarvitaan tietoa opettajaksi opiskelevien kokemuksista ja siitä, kuinka kokemukset vaikuttavat heidän kehittyvään opettajuuteensa.

Tutkimukseni on kvalitatiivinen (laadullinen) tapaustutkimus. Lähtökohtana kvalitatiivisessa tapaustutkimuksessa on todellisen elämän kuvaaminen. Kohdetta pyritään kuvaamaan mahdollisimman kokonaisvaltaisesti ja ymmärtämään syvällisemmin. Yleisesti voidaan todeta, että kvalitatiivisessa tutkimuksessa pyritään pikemminkin löytämään ja paljastamaan tosiasioita kuin todentamaan jo olemassa olevia totuusväittämiä. (Hirsjärvi 1997, 161; Syrjälä 1994, 11.)

Eskola ja Suoranta (1996, 10 - 11) esittävät laadulliselle tutkimukselle tyypillisinä tunnusmerkkeinä mm. sen aineistonkeruumenetelmät, tutkittavien näkökulman, hypoteesittomuuden ja tutkijan aseman. Tutkimuksessani nämä edellä mainitut seikat korostuvat ja saavat erikoisluonteen. Straussin ja Corbinin (1990, 19) mukaan joidenkin tutkimusten luonteeseen sopii paremmin laadullinen lähestymistapa. Kvantitatiivinen eli määrällinen tutkimusote ei tullut kohdallani kysymykseen, koska haluan kertoa omista kokemuksistani ja tuntemuksistani matematiikkaa kohtaan. Lisäksi tutkimuskohteeni

voidaan luokitella singulaariseksi ilmiöksi eli yksilöitäväksi ilmiöksi, jonka tutkimiseen laadullinen tutkimusote sopii tutkittavan ilmiön ainutlaatuisuuden vuoksi paremmin (Uusitalo 1991, 79.)

Tutkimukseni on tapaustutkimus, jonka aineisto koostuu neljästä tapauksesta: kolmesta ryhmästä ja minusta itsestäni. Tapaus-sanaa voidaan käyttää puhuttaessa ihmisestä, ihmisjoukosta, yhteisöstä, tietyistä tapahtumasta tai laajemmasta ilmiöstä (CD-PS 1997; Syrjälä & Numminen 1988, 5). Tapaustutkimus-käsitteen synonyymeinä löytyy kirjallisuudesta lukuisia joukko muita käsitteitä, joita ovat Soinisen (1995) mukaan mm. etnografinen ja fenomenologinen tutkimus. Tunnusomaista kaikille synonyymeille on niiden *kokonaisvaltainen ongelmien tarkastelu ja kuvaus*, jota ei tehdä irrallisena tietyistä yksittäisistä tilanteesta tai tapahtumaketjusta. (Soininen 1995, 81 - 82.)

Tutkimustehtäväni johdattelivat minut valitsemaan fenomenologisen lähestymistavan, jossa korostetaan tapausten kokemuksia niiden alkuperäisissä merkityksissään ja pyritään tuomaan ne esiin kuvailemalla. (Ks. Giorgi 1997; Perttula 1995.) Luonnollisena valintana oli myös elämäkerrallinen lähestymistapa ja narratiivisuus.

Narratiivisessa tapaustutkimuksessa etsitään vastausta kysymykseen, miten tietyt ihmiset ovat sitä, mitä he ovat ja miten heistä on sellaisia tullut.-- Elämäkerrallinen lähestymistapa yhdistyneenä narratiiviseen tutkimukseen nostaa esiin tutkimuksen kohteena olevan henkilön kokemukset, tiedot ja tuntemukset. (Halmio 1997, 9).

Äkkinäinen voisi ajatella, että matematiikkaa tulisi tutkia numeroin, raaoin tilastoin, jotka antaisivat numeerista faktaa tutkittavasta ilmiöstä. Kyseessä on kuitenkin aihepiiri, joka on kiehtova, monialainen ja jopa vaarallinen. Henkilökohtainen viha - rakkaus -suhteeni matematiikkaa kohtaan ei mielestäni missään nimessä paljastuisi ja ilmenisi kvantitatiivisissa mittauksissa, ei ainakaan koko luonteeltaan.

2.1.1 Tapaustutkimus ja autoetnografia

Tapaustutkimus (case study) pyrkii tuomaan esiin yksityiskohtaista, intensiivistä tietoa yksittäisestä tapauksesta tai pienestä joukosta toisiinsa suhteessa olevista tapauksista (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 1997, 130; Stake 2000, 436). Syrjälä ja Numminen (1988, 6 - 8) puolestaan korostavat tapaustutkimuksen yhtenäisen määritelmän esittämisen vaikeutta. Heidän mielestään tapaustutkimus on helpompi määritellä sitä kuvaavien

ominaisuuksien perusteella. Tällaisia ominaisuuksia ovat mm. yksilöllistäminen, kokonaisvaltaisuus, monitieteisyys, mukautuvuus ja vuorovaikutus. Koska määritelmän esittäminen on vaikeaa, Syrjälä ja Numminen pohtivat myös sitä, onko tapaustutkimus oikeastaan vain täydentävä tutkimusmenetelmä.

Staken (2000) mukaan tapaustutkimus ei ole metodologinen valinta, vaan se on tutkimuskohteeseen liittyvä valinta. Stake erottelee tapaustutkimuksen kolmeen tyyppiin niiden tutkimuksellisen tavoitteen mukaan. Tutkimuksen tarkoituksena voi olla yhden tapauksen parempi ymmärtäminen (intrinsic case study), pyrkiminen yleistämiseen tai sisäisen näkökulman hankkimiseen yhden tapauksen avulla (instrumental case study) tai useamman tapauksen avulla (collective case study). Oma tutkimukseni sisältää piirteitä kaikista tyypeistä: Tutkin useita tapauksia ja pyrin selventämään matematiikkaa ilmiönä. Lisäksi haluan tuoda esille omakohtaisen tarinani esimerkkinä kokemuksista matematiikasta. (Stake 2000, 437.)

Soinisen (1995) mukaan tapaustutkimukselle on tyypillistä koota aineistoa luonnollisissa tilanteissa, jolloin tutkija on aineistonkeruun pääinstrumentti. Aineistoa kootaan ihmisläheisin menetelmin, esimerkiksi kirjallisin dokumentein. Tapaustutkimuksessa ajatteluprosessin tulisi olla induktiivista, eli yksityisestä yleiseen menevää, tai abduktiivista eli hypoteesien muodostamista. Tavoitteena olisi etsiä merkitystä mm. kuvailemalla, ilman pyrkimystä aineiston numeeriseen muotoon muuttamiseen. (Soininen 1995, 82.)

Vaikka tapaustutkimus kohdistuukin nykyisyyteen, on silti tärkeää tarkastella myös menneisyyttä (Soininen 1995, 82). Tutkimuksessani menneisyys korostuu koulukokemusten myötä. Pyrin tutkimuksessani tuomaan esille kokemuksia matematiikasta oppiaineena, kokemuksia sen opettamisesta sekä oman matemaattisen kasvutarinani. Haluan herättää keskustelua ja uusia ajatuksia matematiikasta oppiaineena. Edellä mainitsemani tavoitteet tekevät tutkimuksestani etnografisen tapaustutkimuksen (ks. Syrjäläinen 1994; Syrjälä & Numminen 1988).

“Etnografisessa tutkimuksessa tavoitteena on inhimillisen ymmärryksen lisääminen. Tieto, jota tutkija etsii ja saa, on inhimillistä, subjektiivista, arvosidonnaista; tiedon tuottajaa ei voida sivuuttaa. Tieto on rajallista, se on sidoksissa ihmisen sosiaaliseen elämään ja kulttuuriin.”(Syrjälä, Ahonen, Syrjäläinen & Saari 1994, 77.)

Koska tutkimuksessani korostuu myös oma tarinani matematiikasta, voidaan tutkimukseni määritellä myös autoetnograafiseksi tapaustutkimukseksi. Autoetnografia on omaelämäker-

rallinen kirjoittamisen ja tutkimuksen laji, joka pyrkii näyttämään tietoisuuden monia tasoja yhdistämällä yksilön omat kokemukset kulturealisiin kokemuksiin (Ellis & Bochner 2000, 739). Autoetnograafisen tutkimuksen avulla pyritään ymmärtämään elämää ja siihen vaikuttavia tekijöitä. Heikkinen, Huttunen ja Kakkori (1999) korostavat tarinan ja elämänhistorian hahmottamisen merkitystä opettajan ammatillisen identiteetin kehittymisen kannalta:

Tarina on arvokas, jos se auttaa tulevaa opettajaa hahmottamaan ja hallitsemaan elämänsä kokonaisvaltaisena ihmisenä oman elämänhistoriansa valossa. Opettajaksi tulevien elämäkertametodin avulla on kokonaisvaltaista persoonallista ja ammatillista kasvua, oman opettaja-identiteetin kokonaisvaltaista rakentamista. (Heikkinen, Huttunen & Kakkori 1999.)

2.1.2 Elämäkerrallinen lähestymistapa ja narratiivisuus

Kerron tutkimuksessani myös kertomusta. Kerron kokemuksistani matematiikan parissa sekä kuinka matematiikka on esiintynyt elämässäni. Kertomuksellisuus tekee tutkimuksistani narratiivisen. Narratiivista tutkimusta voidaan tarkastella metodina, ilmiönä tai käytännöllisen tiedon tutkimisen välineenä (Halmio 1997, 10). Se voidaan määritellä myös väljäksi metodologiseksi viitekehikseksi, jossa huomio kohdistetaan kertomuksiin todellisuuden ja maailman merkitysten välittäjänä ja tuottajana (Heikkinen, Huttunen & Kakkori 1999, 40).

Halmion (1997) mukaan narratiivisuus viittaa tarkoituksellisesti yksilön näkökulman painottamiseen - tutkijan omaa näkökulmaa pidetään ensisijaisena ja persoonallisia dokumentteja sellaisinaan tosina. Kokemusperäisen ja omakohtaisen tiedon, kertomusten, avulla tutkija ja tutkimuksen käyttäjä pystyvät määrittämään myös omia aikomuksiaan ja arvojaan. Henkilökohtaisen kerronnan kautta asioille annettuja merkityksiä voidaan myös ymmärtää paremmin. (Halmio 1997, 10; Beattie 1995, 59.) Narratiivisen tutkimuksen aineistona on usein tutkittavan elämäkertatietoa - siten narratiivinen ja elämäkerrallinen tutkimus nivoutuvatkin luontevasti yhteen.

Etsin tutkimuksessani vastausta siihen kuka minä olen matematiikan opettajana. Heikkisen (1999) mukaan *itseys* on vastaus minunkin kysymykseeni. Itseyden avulla ihminen ymmärtää oman elämänsä ainutkertaisuutta ja ihmiselämää jatkuvana ilmiönä. Itseys muodostuu elämästä kerrottavan elämäkertomuksen tuloksena. Kertomusta, tarinaa,

joka kertyy ihmisen elämästä ja elämän aikana koetuista kokemuksista, voidaan kutsua narratiiviseksi identiteetiksi. (Heikkinen 1999a, 193.) Kerromme itsestämme tarinaa jäsentämällä muistot ja erottelemalla sen mikä on pysynyt samana ja mikä meissä on muuttunut (Heikkinen, Huttunen & Kakkori 1999). Identiteetti ei rakennu pelkästään itse kerrottujen kertomusten kautta. Siihen vaikuttavat myös toisten kokemukset: eläydymme omien kokemustemme kautta toisten kertomuksiin itsestään ja järjestellemme omia ajatuk-siamme seurattessamme toisten tarinaa. (Heikkinen 1999a, 194 - 195.) Tässä tutkimuksessa rakennan opettaja-identiteettiäni muiden tutkimuksen tapausten avulla. Aineistosta nousee asioita, jotka herättävät muistoja ja johdattavat pohtimaan omaa tarinaani.

Elämäkertatutkimus on kvalitatiivista tutkimusta, jossa elämäkertomukset muodos-tavat moniulotteisen laadullisen aineiston (Huotelin 1996, 18). Elämäkertametodi on kasvatuksen tutkijalle ja kasvattajalle hyödyllinen siksi, että sen avulla ihmisen henkinen kasvu voi avautua entistä paremmin. Omaelämäkerrallinen tieto ja tiedon pohdinta auttaa kasvattajaa ymmärtämään syitä toiminnanmuotojensa valitsemiseen. (Kelchtermans & Vanderberghe 1994, 45; Jaatinen 1994, 182; Syrjälä 1985, 275.) Elämäkerrat voivat olla myös yhteiskunnallisesti merkittävän keskustelun herättäjiä. Niillä voi olla myös terapeu-tinen tehtävä: jäsentäessään elämäänsä kertojat voivat saada aineksia elämänsä muuttami-seen. (Syrjälä 1994, 61.)

Halmio (1997) erottaa varsinaisen elämäkertatutkimuksen ja elämäkerrallisen lähestymistavan toisistaan. Elämäkulusta kerättävät tiedot määrittellään sen mukaan, mitä ja miten niistä kerrotaan. Omaelämäkerrallista aineistoa voidaan käyttää esimerkiksi opettajuuden, ihmiskuvan ja henkilökohtaisen kasvatusteorian hahmottamisessa muun materiaalin taustalla. (Halmio 1997, 11.) Tämä tutkimus on lähestymistavaltaan omaelämä-kerrallinen. Elämäni ja kokemukseni valaistuvat ja valaisevat tutkimusta vain matematiikan osalta: tarkempi elämäni analysointi ei ole tarkoituksenmukaista. Elämäkerrat voivat olla kokonaisvaltaisia tai rajoittua vain joihinkin keskeisiin teemoihin (Syrjälä 1994, 60).

Elämäkerrallinen lähestymistapa on tärkeä valinta tässä tutkimuksessa. Oma suhteeni matematiikkaan ja sen opetukseen ja opettamiseen on niin mutkikas ja vaiherikas koko-naisuus, että haluan jakaa sen muiden kanssa. Elämäkerrallisen lähestymistavan omaavan tutkimuksen merkitys ei rajoitu pelkkään tutkimusraporttiin, teoriaan tai ajattelun kehittä-miseen, vaan saatua tietoa pohtimalla voidaan löytää uusia mahdollisuuksia ja keinoja kouluelämänkin kehittämiseen (Halmio 1997, 12). Tämä on myös minun tavoitteeni.

Haluan kehittää matematiikan opetusta ja herättää keskustelua opetuksen nykytilasta kertomalla omat kokemukseni ja riemun ja raivon tunteeni muille.

Ihmisen omaelämäkerrallista tulkintaa ohjaavat monet sisäiset ja ulkoiset tekijät: jokaisessa elämäntilanteessa ilmenevät ihmisen menneisyyden tapahtumat, odotukset tulevaisuutta kohtaan sekä ihmisen sosiaalinen luonne (Syrjälä & Numminen 1988, 76). Elämäkerrallinen tieto pyrkiiikin tavoittamaan inhimillisen subjektiivisen todellisuuden sekä hänen uskomuksiaan ja olettamuksiaan todellisuudesta. Tämä on Jaatisen (1994, 184) mukaan yksi elämäkerrallisen tiedon tehtävistä kasvatuksessa ja koulutuksessa. Lisäksi hän mainitsee elämäkerrallisen tiedon kontekstisidonnaisuuden: elämäkerrallinen tieto auttaa ihmisen elämän sijoittamisessa osaksi laajempaa kokonaisuutta, huomioimaan sen yhteiskunnallisen ja taloudellisen järjestelmän, jossa hän elää. (Ks. Kelchtermans & Vanderberghe 1994, 48.)

Kolmas Jaatisen (1994) erittelemistä elämäkerrallisen tiedon tehtävistä on kyseisen tiedon arvioiva funktio. “Toisaalta elämäkerrallinen tieto paljastaa ihmisen elämismaailman ja kokemuksen monitahoisuuden ja monimutkaisuuden, toisaalta taas yksilön ehkä hyvinkin puutteellisen käsityksen jostakin ilmiöstä” (Jaatinen 1994, 184). Arvioivalla funktiolla on erittäin tärkeä tehtävä mm. koulun kehittämisessä. Jaatinenkin (1994, 185) korostaa, että koulun kehittymisen ja koulukulttuurin hitaan muuttumisen syynä on järjestelmän tuttuus. Tuttua ja selvää asiaa on vaikeaa kyseenalaistaa, ja siten koulun kehittyminen estyy.

“Perehtyminen uudelleen koulukulttuuriin omaelämäkerrallista tietoa pohtimalla voi vapauttaa opettajan näistä toimintaa rajoittavista käsityksistä ja avata mahdollisuuden uudenlaisen, radikaalistikin erilaisen kouluelämän ja kasvuympäristön hahmottamiselle ja kehittämiselle. (Jaatinen 1994, 185.)

2.1.3 Fenomenologia ja kokemus

Tutkimukseni tavoitteena on tuoda esille kokemuksia matematiikasta, sen opettamisesta ja oppimisesta. Kokemuksella tarkoitetaan koettua tapausta tai elämystä. Se voi olla myös kokemalla saatua tietoa tai taitoa, perehtyneisyyttä, harjaannusta tai tottumusta. (CD-PS 1997.) Tutkimuksessani kokemusta lähestytään sen kaikissa tarkoituksissa. Tuon esiin tutkimukseen osallistuvien kokemuksia kouluajoiltaan, jolloin kyseessä on koettu tapaus

tai elämys. Toisaalta tapaukset kertovat myös työkokemuksen kautta esiin tulleita asioita, jolloin voidaan puhua kokemuksesta sen toisessa merkityksessä.

Perttula (1995, 42) määrittelee kokemuksen "ihmisen tajunnan sisällöksi". Hänen mukaansa kokemuksen käsitteeseen on sisäänrakennettuna tajunnan ja muun todellisuuden välinen suhde - kokemus on siis aina kokemus jostakin. Perttulan (1999) mukaan kokemuksilla on myös merkitysluonne. Ajattelu, tunteminen, uskominen ja intuitio ovat Perttulan mukaan esimerkkejä tajunnan tavoista toimia ja muodostaa kokemuksellisia merkityksiä. Yhdessä ne muodostavat ihmisen *kokemismaailman*, jossa ihminen elää elämäänsä jokaisena elämänsä hetkenä. (Perttula 1999, 43.)

Kokemuksen tutkiminen vaikeutuu, kun kiinnitämme huomiota kokemismaailman käsitteeseen. Perttula (1999) huomauttaa, että kokemismaailma on periaatteessa toisille ihmisille pääsemätön. Ihmisen kokemismaailmaa on mahdotonta ymmärtää vain tarkastelemalla sen ulkopuolista todellisuutta. Ihmisen ulkoinen maailma ja kokemismaailma ovat kiinteässä yhteydessä toisiinsa. "Omassa elämäntilanteessa eläminen ja sen kokeminen muodostavat ihmiselle samaan aikaan sekä kokonaisen maailman että kaksi erilaista maailmaa." (Perttula 1999, 41 - 43.)

Kokemusten tutkiminen on mahdollista fenomenologisen tutkimusmenetelmän avulla (Giorgi 1997, 238). Varto (1996, 118) määrittelee fenomenologian filosofiseksi lähestymistavaksi, joka "korostaa ihmisen tietämisen kyvyn sitoutumista ihmisen elämismaailmaan ja sen ilmiöihin". Varton elämismaailma-käsite on mielestäni yhtenevä kokemismaailma-käsitteen kanssa. Elämismaailma muodostuu merkityksistä. Elämismaailmaa voidaan tarkastella laadullisessa tutkimuksessa merkitysten maailmana, jossa merkitykset ilmenevät ihmisestä lähtöisin olevina ja ihmiseen päätyvinä tapahtumina, esimerkiksi ihmisen tai yhteisön toimintana tai päämäärien asettamisina. Varto korostaa, että mikään elämismaailman ilmiöistä ei ole ihmisestä riippumaton - merkitykset voivat syntyä vain ihmisen kautta. (Varto 1996, 24.) Tämä tekee elämismaailmasta samalla tavoin yksityisen, henkilökohtaisen, kuten kokemismaailmakin jokaiselle yksilölle on.

Ihminen ei voi päästä elämismaailmansa ulkopuolelle (Varto 1996, 26). Tämä tarkoittaa myös tutkijaa: tutkijan oma elämismaailma on mukana tutkimuksessa ja sen teossa. Varto (1996, 26) korostaakin, ettei ihmistä tutkivalle tarjoudu mitään mahdollisuutta toimia vain ulkoisena tarkkailijana (ks. myös Perttula 1995, 56). Fenomenologian perustavoite on kuvata ilmiöitä (deskriptio) juuri sellaisena kuin ne ilmenevät, näyttäytyvät

tai ovat annettuina. Fenomenologiassa deskriptiivisyydellä tarkoitetaan juuri pyrkimystä välttää analyttisiä ja selittäviä käsitteitä. (Perttula 1995, 32, 43.)

Kiinnostus ihmisen subjektiivisesta kokemuksesta, pyrkimys kokemuksen kuvailuun ja tavoittamiseen sellaisenaan, tekevät fenomenologiasta psykologisen tutkimusotteen (Perttula 1995, 54; Tesch 1990, 48). Fenomenologisessa psykologiassa deskriptiolla viitataan sekä ”tutkittavan antaman kuvauksen mahdollisimman suureen vastaavuuteen hänen alkuperäisen kokemuksensa kanssa” että ”tutkijan pyrkimykseen kuvata tutkittavien kokemus mahdollisimman alkuperäisessä muodossa” (Perttula 1995, 43). Pyrin tutkimuksessani tuomaan tutkittavien kuvauksia mahdollisimman paljon sellaisenaan esille. Tämä edesauttaa tutkimukseni objektiivisuutta aineiston käsittelyn osalta.

2.2 Tutkimusaineisto

Tutkin neljää tapausta, kolmea hieman erityyppistä ryhmää ja itseäni. Ensimmäisen ryhmän muodosti yhdeksän opettajan joukko ja toisen ryhmän kuusi opiskelijaa, jotka osallistuiivat kuuden opintoviikon laajuiselle matematiikan didaktiikan kurssille. Kolmas ryhmä koostui puolestaan luokanopettajaopiskelijoista, joilla kellään ei ollut matematiikan opintoja taustalla. Opiskelijoita oli yhteensä 30 henkilöä. Aineistoa keräsin keväällä 2000.

Käytin avointa kyselylomaketta kerätessäni tietoja ryhmiltä (Liite 1 - lomake oli pääpiirteitään sama kaikilla ryhmillä). Opettajien nimet sain Tutkiva opettaja -verkoston kautta. Lähetin heille lomakkeet ja vastauskuoret koteihin. Matematiikkaryhmä sai minulta lomakkeet koteihinsa ja opiskelijoilta puolestaan keräsin aineistoa kurssikokoontumisien yhteydessä. Kaikille vastaajille jäi runsaasti aikaa pohtia ja vastata kysymyksiin. Laadulliselle aineistolle onkin tyypillistä, että vastaajat saavat tuottaa sen tutkijan suuremmin vaikuttamatta keräystilanteeseen (Eskola & Suoranta 1996, 11).

Lomake koostui pääosin avoimista kysymyksistä, jotka liittyivät tutkimukseni pääteemoihin: matematiikka oppiaineena, matematiikan opettaminen ja opetuksen kehittäminen sekä hyvä matematiikan opettaja. Strukturoituja eli valmiit vastausvaihtoehdot sisältäviä kysymyksiä käytin vain taustatietojen selvittämisessä. Taustatietoina kysyin sukupuolta, syntymäaikaa, aikaisempia opintoja, matemaattista taustaa, sivuaineita ja opettajakokemusta. (Ks. Liitteet 2, 3, 4.)

Tutkimukseni aineistona on myös oma elämäkertani, opetusharjoitteluraporttini ja muistiinkirjoitettuja ajatuksia opintojeni ajalta (suorat lainaukset tästä aineistosta on raportissa kursivoituina teksteinä). Ajatuksiani olen koonnut muistiinpanopapereiden reunoista, kalenterista ja vihkoista, joista olisi pitänyt tulla virallisia päiväkirjoja. En kuitenkaan ole koskaan tuntenut säännöllistä päiväkirjavuodattamista omaksi tavakseni purkaa asioita ja pohdiskella niitä. Kirjoitan ajatukseni ylös sillä hetkellä kun ne mieleeni ilmestyvät tai annan niiden paisua vuoreksi, jonka puran kerralla ulos. Näitä ajatuksia ja tekstejä sekä pohdiskeluja kokosin tätä tutkimusta varten tietokoneelleni kansioon ”Päiväkirjantapasta”.

Henkilökohtaiset kokemukseni aineistona eivät ole ristiriidassa kyselylomakeaineistoon nähden. Soinisen (1995, 114) avointen kyselylomakkeiden vastauksia voidaan pitää ”itseraportteina, mitkä ilmentävät tutkittavien sisimpiä tunteita”. Koko aineisto on siis erittäin laadullista ja autenttista eli aitoa, väärentämätöntä ja luotettavaa.

Kokonaisuudessaan aineisto on erittäin laaja. Laadullisen tutkimuksen aineistoksi riittäisi hyvin yksikin henkilö tai yksi tapaus (Hirsjärvi 1997, 180). Tutkin kuitenkin neljää tapaus ja yhteensä 46 henkilöä. Juuri aineiston laajuus tekee tutkimuksestani haastavan ja vaikeankin, kuinka analysoida laaja aineisto?

2.3 Aineiston analysointi

Alasuutari on käyttänyt omissa tutkimuksissaan havaintojen taulukointia. Havaintojen tyypittely sekä tapausten laskeminen eivät ole kvantitatiivista analyysiä, vaan kätevä tapa käsitellä ja esitellä aineistoa, johon laadullista analyysiä käytetään. Taulukoinnilla voidaan myös osoittaa, että aineistoa käytetään systemaattisesti, eikä vain poimita yksittäisiä näytteitä intuition perusteella. (Alasuutari 1995, 191 - 195.)

Käytin eräänlaista taulukointia hyväkseni tutkimuksessani. Aloitin analysoinnin keräämällä jokaisesta ryhmästä vastausvariaatiot ja kirjaamalla ne ryhmäkohtaisiksi lomakkeiksi. Seuraavaksi tein variaatioiden avulla taulukon, johon kirjasin kunkin vastauksen ylös ”tukkimiehen kirjanpidon” avulla. Joidenkin kysymysten kohdalla merkitsin lukumäärät suoraan variaatiolomakkeisiin. (Ks. Liite 5.) Tämä vaihe oli hyvin pitkälle ”käsityötä”, vastausten niputtamista yhteen. Vaihe muistuttaa Alasuutarin (1995) kuvaamaa havaintojen pelkistämistä vaihetta.

Alasuutarin (1995, 39) mukaan laadullinen analyysi koostuu kahdesta vaiheesta: havaintojen pelkistämisestä ja arvoituksen ratkaisemisesta. Havaintojen pelkistämisessä aineistoa tarkastellaan aluksi vain tietystä teoreettis-metodologisesta näkökulmasta käsin ja keskitytään vain kulloisenkin kysymyksenasettelun kannalta olennaisimpiin asioihin: aineistosta poimitaan "raakahavaintoja". Seuraavaksi raakahavainnot pyritään yhdistämään yhdeksi havainnoksi tai harvemmaksi havaintojen joukoksi. Yhdistäminen on mahdollista etsimällä havainnosta yhteinen piirre tai nimittäjä tai muotoilemalla sääntö, joka pätee osaltaan poikkeuksetta koko aineistoon. (Alasuutari 1995, 40, 191.)

Laadullisen tutkimuksen toista vaihetta, arvoituksen ratkaisemista, voidaan kutsua myös tulosten tulkinnaksi. Arvoituksen ratkaiseminen tarkoittaa sitä, että tutkittavasta ilmiöstä tehdään merkitystulkintaa tuotettujen johtolankojen ja käytettävissä olevien vihjeiden avulla. (Alasuutari 1995, 44.) Johtolankoina voidaan pitää mm. pelkistämällä tuotettuja havaintoja. Empiiristä aineistoa ei kuitenkaan unohdeta, vaan niistä etsitään yhä vihjeitä merkitystulkintojen tekemiseen ja arvoituksen ratkaisemiseen. "Kun arvoituksen ratkaisemisen vaiheessa pelkistämällä tuotettuja havaintoja tulkitaan johtolankoina, viitataan muuhun tutkimukseen ja kirjallisuuteen." (Alasuutari 1995, 46.)

Analyysini toinen vaihe noudatteli arvoituksen ratkaisemisvaihetta. Tein yhteenvetoja, havaintoja ja päätelmiä variaatiolomakkeiden avulla. Havaintojen pelkistämisvaiheesta paljastuivat ne linjat ja ajatukset, joiden avulla suuren joukon kokemuksia ja ajatuksia oli helpompaa kuvailla. Analysoidessani poimin myös suoria lainauksia, joita käytän kuvailussa apuna. Lainausten lopussa oleva viittaus, koodi, paljastaa tutkittavan 1) ryhmän (A - opettajaryhmä, B - matematiikkaryhmä, C - opiskelijaryhmä), 2) matemaattisen taustan (Y - lukion yleinen oppimäärä, L - lukion laaja oppimäärä), 3) sukupuolen (M - mies, N - nainen) ja henkilön numeron (numero on juokseva matemaattisesta taustasta, sukupuolesta ja syntymävuodesta riippuen). Koodauksen tein variaatiolomakkeiden kirjoittamisen jälkeen. Viitatessani omiin kirjoituksiini, käytän viitteessä sitä lähdettä, josta se on peräisin.

Laadulliselle aineistolle on ominaista ilmauksellinen rikkaus, monitasoisuus ja kompleksisuus Havaintoaineiston dokumentoinnista huolimatta aineisto on edelleen rikkaukseltaan lähes ehtymätöntä verrattuna sen lopulliseen hyödyntämismäärään nähden (Alasuutari 1995, 84 - 85.) Tämä pätee hyvin myös minun tutkimukseni aineistoon. Jotkut vastaukset olivat niin kattavia ja laajoja, että ne olisivat yksin riittäneet tutkimuksen

aineistoksi. Pysin tuomaan em. vastauksia sellaisenaan esille - siten ne pystyvät kertomaan paljon enemmän.

Olen pyrkinyt edellä selvittämään kyselylomakeaineiston analyysiä tutkimuksessani. Tarpeellista on kuitenkin vielä selvittää, kuinka tutkin neljättä tapausta eli itseäni. Välineenä tässä minulla on *reflektio*. “Reflektio on sanan latinalaisen alkuperän mukaisesti kuin peili tai ikkuna tai läpinäkyvä prisma, jonka avulla katsella omaa praktiikkaa. Se auttaa analysoimaan aihetta, suuntaa ja tavoitteita --”, tiivistää Ojanen (1998a, 53.) Sen voisi myös määritellä kyvyksi pohtia ja eritellä omia ajatuksia, tunteita ja mielikuvia sekä omien toimintojen alkuperää, tarkoituksia ja seuraamuksia. Tällöin voidaan puhua *itsereflektiosta* (Väisänen & Silkelä 1999, 220; Tiuraniemi 1995, 150.)

Ojasen (1998a, 54) reflektio voidaan nähdä myös kehitys- ja tutkimisprosessina, sisäisen tiedon muuntumisena tai sisäisenä puheena sekä omasta kontekstistaan tietoiseksi tulemisena. Reflektion luonne sisäistettynä oppimisenäkemyksenä, entisen tietoperustan, kokemuksen ja uuden tiedon jatkuvana vuorovaikutuksena sekä ammatillisen ajattelun kehittymisenä ja rakentumisena tekevät siitä tärkeän välineen juuri opetuksen ja koulutuksen kehittämisessä - uusien ajatusten omaksumisessa ja oppimisessa. (Ks. Väisänen & Silkelä 1999; Heikkinen 1999a sekä luku 3.3.)

“Reflektion avulla voimme oikaista uskomuksiimme sisältyviä vääristymiä ja ongelmanratkaisussa tekemiämme virheitä. Kriittinen reflektio merkitsee niiden ennako-oletusten arvostelua, joille omat uskomuksemme rakentuvat”. (Mezirow 1995, 17.)

2.4 Luotettava tutkimus

Varton (1996, 118) määritelmän mukaan luotettavuus eli *reliabiliteetti* tarkoittaa “tutkimuksen vapautta satunnaisista ja epäolennaisista tekijöistä, erityisesti aineiston hankinnassa ja rajaamisessa”. Perttula (1995) toteaa, että tutkimustavaltaan ihmistieteellisessä tutkimuksessa tutkimuksen luotettavuuden tarkastelun lähtökohtana on tutkimusmenetelmän ja tutkittavan ilmiön perusrakenteen vastaavuus. Luotettavuus määräytyy siis menetelmän suhteesta tutkittavaan ilmiöön - mikään menetelmä ei ole koskaan itsessään epäluotettava tai luotettava. Ihmistieteissä tämä edellyttää sitä, että tutkija tuo esille *ihmiskäsityksen-*

sä: tutkijan on siis analysoitava käsityksensä ihmisen perusluonteesta ennen empiirisen tutkimuksen aloittamista. (Perttula 1995, 97.)

“Ihmiskäsitys on käsitys siitä, mitä ihminen on, kuinka ihminen voidaan erottaa muista ilmiöistä ja olioista ja mitkä ovat ne ihmiselle tyypilliset piirteet, joita ei voi ohittaa ihmisestä puhuttaessa” (Varto 1996, 31). Ihmiskäsityksemme ohjaa tapojamme toimia (Perttula 1999, 23). Ihmiskäsitys ohjaa siten aina myös tutkimusta: kaikki oletukset ja ratkaisut, joita tutkija on tehnyt tutkimuskysymystä pohtiessaan, ovat ihmiskäsitystä (Varto 1996, 31).

Rauhala (1983, 13) erottaa toisistaan tieteellisen ja yleisen ihmiskäsityksen. Minun ihmiskäsitykseni on tähän saakka ollut melko lailla yleisellä tasolla. En ole oikeastaan tiedostanut sitä, eikä se ole ollut mitenkään erityisen selkeä. Perttulan (1999, 35) mukaan ihmiskäsitys voi muotoutua huomaamattakin. Uskon, että minulle on tapahtunut juuri niin. En ole tietoisesti rakentanut ja reflektoinut omaa ihmiskäsitystäni, vaan olen alkanut ymmärtää omaa ajatteluani ja pystyn nyt selittämään sitä hieman eri teorioiden keinoin.

- - *Käsitykseni on holistinen: ihminen on tajunnan, kehon ja tilanteen muodostama kokonaisuus. Humanistinen ihmiskäsitys vastaa osaltaan minun henkilökohtaista ihmiskäsitystäni. Humanistit näkevät ihmisen tarkoitushakuisena, päämäärätietoisena, uteliaana, herkkänä ja olennaisen jalona yksilönä (Vaherva & Ekola 1986, 29). En pidä kuitenkaan humanistien tavasta korostaa yksilöllisyyttä äärimmilleen, pyrkimistä yhä täydellisemmäksi ihmiseksi. Ihmisten itsekkyyden ja ahneuden vain tuhoavat sitä, jonka huolehtijoiksi heidät on luotu. Usein minusta tuntuu, että ihminen on todellakin vain eläin, joka toimii viettiensä mukaan välittämättä mistään tai kenestäkään, eikä käytä hyväkseen sitä arvokasta lahjaa joka hänelle on annettu. Välillä Maslowin tarvehierarkia-ajatus tuntuu pitävän liiankin hyvin paikkaansa.*

- - *huomaan omaavani joitakin essentialistiseen ihmiskäsitykseen viittaavia piirteitä. Perttulan (1999, 26) mukaan essentialistisen ihmiskäsityksen omaavalle yksilölle on selvillä, millaiset arvot ovat ihmisen elämän kannalta hyviä, tuhoisia tai ihmisyyttä loukkaavia. Olen omaksunut pitkälti yhteiskunnassa vallitsevia arvoja, mikä puolestaan auttaa opettajan työssä. Onko konservatiivisuuteni kenties merkki essentialistisesta ihmiskäsityksestä? Onko yhteiskuntamme vanhoillisten arvojen ylläpitäjä? Onko terveellistä tunnustaa tämän hetkisiä yhteiskunnan arvoja? Pitäisikö minun kenties yrittää päästä eroon ihmiskäsitykseni essentialistisistä piirteistä? Onko essentialistinen ihmiskäsitys aivan liian mustavalkoinen? Minusta kuitenkin tuntuu, että jos tarkkaan mietittyään ja arvoitettuaan omaa elämäänsä havaitsee jotkut asiat ylivoimaisesti järkevimmiksi, on tarpeeksi perusteltua ottaa ne sovellettaviksi ja kasvatukseen mukaan. (OH4 1999.)*

Tutkimusraportteja lukiessa tulee usein pohdittua niiden paikkaansa pitävyyttä *objektiivisuuden* näkökulmasta. “Objektiivisuudella tarkoitetaan sitä, miten löydökset selittyvät tutkittavien ominaisuuksista ja kontekstista, eivätkä tutkijan harhoista, kiinnostuksen kohteista, motivaatiosta ja näkökulmista” (Soininen 1995, 122). Tutkija katsoo kohdettaan ikään kuin ulkoapäin, puolueettomana havainnoijana (Eskola & Suoranta 1996, 12). Objektiivisuuden vaatimus on yksi tärkeimmistä ominaisuuksista tutkimusta tehtäessä. Kvantitatiivisessa tutkimuksessa objektiivisuuden kriteerinä on pidetty *intersubjektiivisuutta*. Intersubjektiivisuudella tarkoitetaan sitä, että monen ihmisen jakama kokemus on objektiivinen ja yhden ihmisen kokemus puolestaan subjektiivinen. (Soininen 1995, 21.)

Laadullisessa tutkimuksessa ei objektiivisuuden kysymystä liitetä enää tutkijaan vaan aineistoon (Soininen 1995, 21). Tutkija voi olla jossain määrin subjektiivinenkin, jos sen tuo esille tutkimuksensa lähtökohdissa. Tärkeintä on katsella aineistoa sekoittamatta omia esioletuksiaan ja näkökulmiaan siihen. Laadullisen tutkimuksen lähtökohtana voidaan pitää tutkijan avointa subjektiviteettiä ja sen myöntämistä, että tutkija on tutkimuksensa keskeinen tutkimusväline. (Eskola & Suoranta 1996, 13; Perttula 1995, 103.) Yksi oman tutkimukseni lähtökohdista ja kannustimista on se, että matematiikan opetus ei ole hyvää. Omat kokemukseni, ystäväni kokemukset ja jopa tutkimustulokset puoltavat sitä seikkaa. Tuon tämän subjektiivisen näkemykseni esille raportissani, mutta esittelen toisten tapausten kokemukset sellaisenaan.

Perttulan (1995, 100) mukaan laadullisen tutkimusotteen keskeisinä rakennetekijöinä voidaan pitää toisen ihmisen kokemusta ja hänen tapaansa ilmaista kokemuksensa, tutkijan kokemusta toisen ihmisen kokemuksesta ja sen ilmaisusta, sekä tutkijan tapaa ilmaista kokemuksensa toisen ihmisen kokemuksesta. Kuten jo luvussa *Fenomenologia ja kokemus* osoitin, on kokemus aina yksilöllinen, tosi vain kokijalle itselleen. Siksi kokemusten tutkiminen on niin haasteellista.

Eskola ja Suoranta (1996) korostavat, että kieli ei ole “sosiaalisen todellisuuden neutraali heijastaja”. Kieli tuottaa sosiaalista todellisuutta, mutta samalla se on myös itse saman todellisuuden tuote. Siten kielentuotteetkaan eivät ainoastaan kuvaile tapahtumia vaan ne samalla rakentavat elämää kontekstissaan. Niinpä tekstit, puhutut ja kirjoitetut, eivät pelkästään kuvaa kohdettaan, vaan ne tuottavat jonkinlaista versiota asioista. (Eskola & Suoranta 1996, 107.) Pysin tutkimuksessani tuomaan mahdollisimman paljon aineistoa

sellaisenaan julki. Pysin esimerkiksi esittämään paljon suoria lainauksia tutkittavilta, tuomaan tutkittavien “oman äänen” esiin. (Ks. M. Lehtovaara 1994, 26 - 27.)

Tieteellisen tutkimuksen, erityisesti kvalitatiivisen tutkimuksen, tulisi olla myös *reduktiivista* (reduktio tarkoittaa ‘palautumista’ tai ‘aikaisempaan palauttamista’). Reduktionismin käsite liittyy tutkimuksen selittävyteen, ei pelkästään sen kuvaamiseen. Tutkijan tehtävänä on tuottaa käsittelemästään aineistosta mahdollisimman selkeä raportti. Pyrkimyksenä on selittää mahdollisimman tarkasti tapahtumien ja ilmiöiden välisiä yhteyksiä, jotta voidaan ennustaa, kuinka nämä yhteydet saattaisivat toimia muissa tilanteissa. (Soininen 1995, 21 - 22.)

Selkeyteen pyrkimisen takia aineisto saattaa menettää jossain määrin yksityiskohtaisuuttaan ja ainutkertaisuuttaan. (Soininen 1995, 22.) On kuitenkin huomioitava, että “selvästi kirjoitettu raportti lisää tutkimuksen ymmärrettävyyttä, ja samalla myös sen uskottavuutta” (Iso-Tryykäri 2000, 31). Tutkimusprosessin on oltava johdonmukainen ja tutkimusraportin sellainen, että lukijat hahmottavat siitä prosessin kulun ja kokonaisuuden (Perttula 1995, 102).

(Tutkimukseni luotettavuudesta lisää luvussa 6.3.)

3 MATEMATIIKKA OPPIAINEENA

“...maailmankaikkeus on aina silmiemme edessä, mutta sitä ei ymmärrä ellei aluksi opettele sen kieltä ja tulkitse merkkejä, joilla se on kirjoitettu. Se on kirjoitettu matematiikan kielellä, ja sen merkit ovat kolmioita, ympyröitä ja muita geometrisia kuvioita, joita ilman ihmisen on mahdotonta ymmärtää siitä sanaakaan. Ilman niitä hän vaeltelee pimeässä labyrintissa.”

- Galilei -

Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa (1994) matematiikka määritellään oppiaineeksi, joka tarjoaa välineitä johdonmukaisen ja täsmällisen ajattelun edistämiseen, avaruudelliseen hahmottamiseen sekä monien käytännön ja tieteellisten ongelmien ratkaisemiseen. Opiskelun kautta voidaan kehittää keksimiskykyä ja luovaa ajattelua. Matematiikka tarjoaa myös keinoja välittää informaatiota täsmällisesti, koska se käyttää abstraktista, yleisesti muuallakin hyväksyttyä symbolikieltä. (POP 1994, 74.) Yrjönsuuren (1998) mukaan matematiikkaa luonnehtii juuri sen struktuuri, sen tarkka kielen ja symbolien käyttö. “Matematiikka on formaalinen rakennelma, jonka rakenteista ollaan tiettyyn rajaan saakka yksimielisiä.”(Yrjönsuuri 1998, 28.)

Nykyisessä maailmassa ihminen kohtaa matematiikan lähes kaikkialla jossakin muodossa ja joutuu sen kanssa tekemisiin miltei päivittäin. Peruskoulussa opiskeltava matematiikka olisi nähtävä laajempaan kuin vain tiettyjen yksittäisten laskutaitojen oppimisena. Sillä on ennen kaikkea tärkeä merkitys oppilaan henkiseen kasvuprosessiin. Oppilaan ajattelu ja yleinen maailmankuva laajenevat sekä johdonmukaisuus lisääntyy. (POP 1994, 74.) Haapasalonkin (1993, 33) mukaan matematiikka yleensäkin on inhimillisen ajattelun tuloksena syntynyt konstruktio - jos matematiikkaa haluaa oppia, sitä on tehtävä itse. Mielestäni tämä ajatus on erittäin tärkeä ja keskeinen minunkin työni kannalta. Jos matematiikkaa haluaa tutkia, on mietittävä, mitä se todella on.

3.1 “Viisaiden vaikeasti avautuva maailma”

Sanakirjan mukaan matematiikka on tiede, joka tutkii suureita ja niiden suhteita. Suure puolestaan tarkoittaa jotakin, joka on mitattavissa tai jonka suuruus on määriteltävissä. (CD-PS 1997.) Tämä määritelmä kertoo kaiken, mutta ei ehkä sisällä niitä käsityksiä, jotka kuvaavat ihmisten yleistä ajatusta matematiikasta ja sen luonteesta.

Kyselyyn vastanneet kuvailivat matematiikkaa mm. adjektiiveilla mielenkiintoinen, haastava ja jännittävä. Matematiikkaa pidettiin erittäin tärkeänä ja käytännönläheisenä oppiaineena. Esimerkiksi opettajaryhmässä kaikki suhtautuivat matematiikkaan myönteisesti, vaikka osalla olikin jo ala-asteella vaikeuksia sen oppimisessa tai vaan muuten kielteinen asenne.

Mielenkiintoinen. Perusasioiden hyvä hallinta lisää “Matti Meikäläisen” arkielämän sujuvuutta ja ehkäisee syrjäytymistä. Ts. perusmatikka on olennainen osa yleissivistystä. Pidän matematiikkaa välineaineena, jonka arvo todentuu käytännön sovelluksissa. (ALN2.)

Koulukokemukset rajoittuvat ma perustaitojen harjoitteluun, ja yrityksiin soveltaa taitoja. Nykyään näen ma laajemmin, sen kiinnostavat ympäristöön ja elämään. Tosin koen sen omista lähtökohdistani käsin oppiaineeksi, jonka olemuksessa olisi paljon perehtymistä. (AYN5.)

Toimivimmillaan se on osa arkipäivää, todennäköisyyksiä, todistamista, peruslaskutoimituksia. Käsitteitä pitäisi käyttää alusta alkaen oikeissa kohdissa, ettei myöhemminkään mene sormi suuhun. Elintärkeä oppiaine elämässä selviämisen kannalta - ei tule huijatuksi kaupassa yms. kun osaa edes peruslaskutoimitukset! (BYN2.)

Matematiikkaan suhtaudutaan yleensäkin myönteisesti. Sitä pidetään tärkeänä oppiaineena, kielteisistäkin oppimiskokemuksista huolimatta ja vaikka siinä ei itse välttämättä menestyttäisikään. (Ks. Linnanmäki 1998, 283; Koponen 1994.) Niemen (2001) tutkimus, jossa tutkittiin mm. kuudesluokkalaisten oppimistuloksia ja asenteita matematiikkaa kohtaan, osoitti, että matematiikkaan asennoidutaan siinäkin ikäryhmässä myönteisesti. Esimerkiksi lähes 65 prosenttia kuudesluokkalaisista opiskelisi matematiikkaa, vaikka opiskelu olisi valinnaista. (Niemi 2001, 66.) Samoin Koposen (1994) tekemä asennemittaus paljasti, että

yläaste- ja lukioikäiset oppilaat, jotka suhtautuvat matematiikkaan yleisesti kielteisemmin, pitävät sitä kuitenkin erittäin tärkeänä ja välttämättömänä muuallakin kuin koulussa.

Myönteisyys korostui myös tekemissäni kyselyissä. Vastauksista korostui tärkeyden yhteydessä usein myös opetuksen merkitys. Sitä pidettiin jopa kaiken lähtökohtana.

Oppiaineena ihanan kikkailua ja loogisuutta sisältävä. Tykkään matikan “teoreettisuudesta” ja tosikkomaisuudesta. Opettaja vaikuttaa paljon: itselläni kaikki opet olleet selkeitä ja kannustavia ja asiat kunnolla selittäviä. (BYN1)

Ihan hyödyllinen. Kuinka sen alkuinnostuksen vaan sais säilytettyä? (CLN2.)

Mielenkiintoinen, vaatii kannustavan opettajan, jolta voi kysyä yksinkertaisiakin kysymyksiä. Motivaatio voi hävitä hetkessä, jos tippuu kärryiltä. (CYN1.)

Mukava, jos siitä tehdään mukavaa ja sopivan haastavaa, riippuu siis paljo opettajasta, ala-asteella moni oppilas innostuu huomattavasti nopeammin kuin muut. Se ei kuitenkaan ole tärkeintä, mutta mihin innostus yläasteella kariutuu? (CYN5.)

Hyvinkin selkeä ja arkielämään ja todellisuuteen vahvasti liittyvä aine, josta voi opetuksella tehdä mielenkiintoisen. (CYN16.)

Vaikka käsitykset matematiikasta olivat yleensä myönteisiä, nousi joukosta esiin kuvauksia matematiikan toisestakin puolesta. Matematiikkaa kuvattiin myös tylsänä, latteana, mekaanisena ja pidemmälle mentynä jopa “täytenä hepreana”. Huomion arvoista on, että näitä vastauksia ja kokemuksia löytyi vain opiskelijaryhmästä (C) ja heistäkin vain yleisen matematiikan lukeneista. Määrällisesti kielteisiä vastauksia tuossa ryhmässä oli kuitenkin kolmannes.

“Viisaiden vaikeasti avautuva maailma”. Ei sentään. Vaatii tietynlaista ajattelutapaa, johon kaikilla ei ole valmiuksia? Hyödyllinen, mutta kenelle ja millä tasolla? Perustuu luonnonlainalaisuuksiin, joten yleissivistyksen kannalta tärkeä. (CYN17.)

Mielenkiintoinen, vaikka omat kokemukset ovat osittain kielteisiä. Se johtuu siitä, etten ole osannut tarpeeksi hyvin, oppinut helposti niin kuin esim. kielissä/reaaliaineissa. Matematiikka kehittää ajattelua ja päättelykykyä. (CYN9.)

Selkeä, mutta myös riskialtis: perustiedoissa olevat puutteet kumuloituvat mitä pidemmälle mennään. (CYN8.)

Matematiikka voimakkaana tunteiden herättäjänä aiheuttaa oppijoissa myös enemmän huolenaihetta kuin muut aineet - saavutukset matematiikassa yleistetään usein älykkyystasoon (Linnanmäki 1998, 283).

Matematiikka ei ole tuottanut minulla koskaan erityistä ongelmaa. Sen muistan, että oli jotenkin sisäinen pakko saada vaikeatkin laskut laskettua. Minusta matematiikan tehtävien tekemistä ohjasi sisäinen motivaatio. Se oli haasteellista ja palkitsevaa. Muistan vieläkin yhden tehtävän, jonka ratkaisin väärin. Voi miten se harmitti. Geometrian "todistaminen" taululla ei ollut kivaa. (AYN1.)

3.2 Matematiikan todellinen luonne

Mitä matematiikka on? Sitä on kaikkialla ja se vaikuttaa kaikkeen? Ajattelin sen 8-vuotiaana olevan vain pelkkää ajanhukkaa, minulla oli mielestäni tärkeämpääkin tekemistä. Yhä uudestaan ja uudestaan päätin, etten "enää ikinä tämän jälkeen" opiskelisi matematiikka

Olen aloittamassa tutkimustani matematiikan opettamisesta, opettajuudesta ja opettajaidentiteetistä sekä käyttöteoriasta. Olen pohdiskellut paljon sitä, kuinka olen aiheen piiriin ajautunut ja kuinka omat kokemukseni ja tuntemukseni ovat matematiikasta ja sen opettamisesta muuttuneet. (Päiväkirjantapasta, keväällä 2000.)

Mitä minä siitä nyt ajattelen? Samat tuntemukset vaihtelevat vieläkin: inho ja ahdistus, kiehtovuus ja haasteellisuus. En ole saanut selvitettyksi tunteitani vieläkään. Se on minusta tällä hetkellä äidinkielen kanssa tärkein oppiaine mitä koulussa on ja mitä voi oppia, mutta siltikin tunnen välillä inhon väristyksiä matematiikan osalta. Voiko joku aine olla niin moninainen ja ihmeellinen?

Matematiikka herättää monenlaisia tunteita. Vaikka ole oppinut pitämään siitä, tunnen kuitenkin joskus ahdistustakin. En tiedä juontaako se juurensa ala-asteelta vai mistä, mutta tunne on kuitenkin epämiellyttävä. Olen myös joskus miettinyt, että johtuuko ahdistus matematiikan miehisyystä tai paremminkin ihmisistä, jotka tekevät siitä miehisen aineen. (Päiväkirjantapasta, keväällä 2000.)

Tällä hetkellä ajattelen hieman toisella tavalla. Ei inhotuksessa ole kyse aineen miehisyydestä. Kouluissa ja opetuksessa ei huomioida matematiikan todellista luonnetta, sitä opetetaan vain välineenä, laskentona. Matematiikka on tiede, kieli, taide, ajattelutapa. Harva ymmärtää tai tulee ajatelleeksi matematiikan todellista, ympäristömme ja elämämme kanssa yhteen kietoutunutta luonnetta. (Ks. Pappas 1999.)

Paul Ernest on eritellyt kolme erilaista filosofiaa tai psykologista ajatushahmotelmaa siitä, mitä matematiikka luonteeltaan on. On olemassa *instrumentaalinen näkemys*, jonka mukaan matematiikka on kuin työkalupakki, joka koostuu erillisistä faktoista, säännöistä ja taidoista, joita kokenut ammattilainen käyttää saavuttaakseen jonkin tietyn ulkoisen päämäärän. *Platonistisen näkemyksen* mukaan matematiikka on puolestaan johdonmukainen, staattinen, ja yhtenäinen ikään kuin valmis kokonaisuus, jonka koossapitävänä voimana on logiikka - täten matematiikkaa voidaan ainoastaan löytää, ei luoda. Kolmannen eli *ongelmanratkaisunäkemyksen* mukaan matematiikka on dynaaminen inhimillinen luomus, jota ongelmat johdattavat aina eteenpäin. Säännöt siihen saadaan yksityistapauksia yleistämällä. Tämän näkemyksen mukaan matematiikka ei ole loppuunsaatettu tuote, vaan se on avoimena korjauksille ja laajenukselle. (Lindgren 1998, 308.)

Oma käsitykseni matematiikasta on varmaan sekoitelma noita kaikkia näkemyksiä, yhdyin kuitenkin mielelläni Pappaksen (1999) ehkä hieman platonistiseen näkemykseen, jonka mukaan matematiikkaa on kaikkialla. Sitä löytää luonnosta, ihmisestä, arkkitehtuurista musiikista ja jopa saippuakuplista (kuplat koskettavat toisiaan 120 asteen suuruudessa kulmassa muodostaen kolmoisliitoksen, joka löytyy myös kalansuomuista, banaanin sisäpinnalta, maissinjyvien asettumisesta tähkälle jne. - se on eräänlainen luonnon tasapainopiste). Se ei siis ole pelkkä eristäytynyt kouluaine, jonka ainoa kosketus todellisuuteen on vaikeiden laskutehtävien aiheuttama ahdistus. (Pappas 1999, 7, 13, 231.)

Olen itse viimeksi kokenut ahdistusta laskujen yhteydessä matematiikan POM-opinnoissa syksyllä 1996. (POM-opinnoilla tarkoitan luokanopettajille pakollisina kuuluvia Peruskoulussa opettavien aineiden ja aihekokonaisuuksien monialaisia opintoja, jotka ovat laajuudeltaan 35 opintoviikkoa. Ks. Kasvatustieteiden tiedekunnan opinto-opas 2001.). Olimme ensimmäistä vuotta opiskelemassa. Jokaisella tuntui olevan oma vahvuutensa - osa oli SM-tason urheilijoita, toiset olivat soittaneet jotain instrumenttia lähes koko elämänsä jne. Tunsin tuolloin, että matematiikka oli juuri se minun vahvuuteni, se jolla minä pitäisin muiden joukossa (kurssillani ei ollut, eikä tullut koskaan olemaankaan, muita

matematiikan erikoistujia). Saimme kuitenkin ratkaistavaksemme kuuluisan tunneli-tehtävän (Liite 7), joka kysyy ongelmanratkaisutaitoja. Huomasin kauhukseni, etten saanut ratkaistua tehtävää - minä, matematiikan erikoistuja. Tulin todella vihaiseksi itselleni, enkä jaksanut ymmärtää, mistä oli kyse. Meidän piti kuvailla didaktikolle tuntojamme tehtävän pohjalta:

Mitä enemmän olen matematiikkaa lukenut, sitä enemmän terveenjärjen käyttöni on mutkistunut. Todella kärjistetysti sanottu, mutta osaksi tottakin. "Kikkaileminen" esim. ääretön-käsitteellä mutkistaa, antaa aivan uusia ulottuvuuksia ajatusmaailmaan. Onhan se esim. totta, että nollan ja yhden välillä on yhtä monta lukua kuin nollan ja sadan!

Ehkä tämän tunneli-tehtävänkin ratkaiseminen takertui taas siihen. Ratkaisu taitaa vaatia jotain erityiskikkailuja tai siinä on juju, jota en viitsi pähkäillä. Tämä on asioita, ei niitä parhaita, joita olen oppinut OKL:ssa - on stressaavaa jos ei huvita. En todellakaan viitsi tässä mielenkiintotilassani uhrata aikaa jopa yöuniavievän tehtävän ratkaisemiseen. (Päiväkirjantapasta, keväällä 1997.)

Kiukussani alkoivat myös silmäni avautua. Käsitin, etteivät ongelmanratkaisutaitoni olleet juurikaan kehittyneet opintojeni aikana, korkeintaan se, kuinka aloin ongelmia lähestymään. Kyseinen tunneli-tehtävä on nykyisin suosikkejani opetuksessa. Se on kaikin puolin mainio: Kuulin myöhemmin matematiikan didaktiikan kurssilla, että sama ongelma oli esitetty matematiikan pääaineopiskelijoille, joilla oli myös suuria ongelmia sen ratkaisemisessa. Kuitenkin olen omassa opetuksessani nähnyt, kuinka neljäsluokkalainen, vilkas "ei-matemaatikko" poika, ratkaisi tehtävän oppitunnin aikana.

Koulutuksessa oli ollut ja on vieläkin jotakin omituista - välineitä ongelmanratkaisuun ei löydy, ne ovat samat kuin ala-asteikäisillä oppilaille. Kommenttini em. lainauksessa paljastavat sen turhautumisen, mitä aloin POM-opintojen aikaan tuntea. Mitä olin matematiikasta oikeastaan koskaan oppinut?

Matematiikan perusopinnoissa minulle selvisi, millaista ohjelmointia oma matematiikan opiskeluni oli aina ollut. Annettiin kaava, jota sitten sovellettiin. Laskentoa, ei matematiikkaa, ei ongelmanratkaisua. Aloin silloin prosessoimaan sitä kaikkea, mitä olin kokenut ja miten voisin käyttää oppimaani mahdollisimman paljon hyödyksi. Pääajatus oli muuttaa huonoa opetusta ja ehkä saada muidenkin silmiä avautumaan. (Päiväkirjantapasta, keväällä 2000.)

Kriittisyys matematiikan opetuksen luonteeseen näkyi myös aineistosta. Toivoin tutkimuksen tekoa aloittaessani, että saisin silmiä avautumaan. On kuitenkin mahtavaa havaita, että ongelmat on havaittu ja tiedostettu jo monen opiskelijankin ajatuksissa. Kriittisyys on kasvanut, mitä ehkä perusopinnoissammekin ajettiin takaa.

Tärkeä ajattelun, loogisen johdattelun, deduktiivisen ajattelun kehittäjä, mutta meillä Suomessa painotus on valitettavasti mekaanisen laskennon ja ulkoa osaamisen puolella! (ALM1.)

Matematiikka on oppiaineena monessa suhteessa peruslähtökohta ja pohjaa luova. Se integroituu luonnostaan moniin muihin oppiaineisiin ja on siksi mielestäni tärkeä. Toisaalta se on myös usein ongelmallinen oppiaine, vaatii oppilaalta paljon, ongelmanratkaisutaitoja, ajattelua, muistia, loogisuutta, abstrahointikykyä jne. Siksi se on myös vaikea oppiaine opettaa. (CLN5.)

Mielenkiintoinen, loogista ajattelua vaativaa, mutta myös sääntöihin mukautumista edellyttävää; jotkin asiat on sovittu, että ne ovat näin ja piste. Avaruudellinen hahmottaminen tärkeää, matematiikan kielen ymmärtäminen oleellista. Pitäisi painottaa käytännön todelliseen elämään, varsinkin ala-asteella -> sovellus. (CLN3.)

Mielenkiintoinen aine, joka pitäisi markkinoida oppilaille paremmin. Hyvät mahdollisuudet oman ajattelun ja ongelmanratkaisun kehittäjänä jäävät usein käyttämättä vanhojen kaavojen toistamisen takia. (CLM5.)

Käytännönläheinen, rutinoituneita toimintamalleja, voisi olla monimuotoinen, tuntuu keskittyvän eniten mekaaniseen laskemiseen. (CLN4.)

3.3 Kokemuksia matematiikasta oppiaineena

Olen itse oppinut valtavasti omien kokemusteni kautta. Kokemukseni POM-opintojen ajalta, eräänlaiset “valaistumiskokemukseni”, voidaan katsoa täyttävän *merkittävän oppimiskokemuksen* kriteerit. Antikaisen (1996, 252) mukaan merkittäviä oppimiskokemuksia ovat sellaiset oppimiskokemukset, jotka ovat ohjanneet yksilön elämäntulkua ja/tai muuttaneet tai vahvistaneet hänen identiteettiään. Millainen matematiikan opettaja olisin-

kaan, jos pitäisin itseäni vielä eksperttinä ja hyvänä matematiikan opettajana vain sen takia, että olen sitä jonkin verran opiskellut?

Kokemusten tarkastelu on opettajalle ja opettajaopiskelijalle erittäin tärkeää. Yksilön sisäisessä toiminnassa, esimerkiksi intentioissa ja käsityksissä, välittyvät hänen aikaisemat elämäkokemuksensa, arvonsa, motiivinsa ja odotuksensa (Väisänen & Silkelä 1999, 219). Jos kokemuksia ei missään vaiheessa pohdita tai käsitellä, on vaarana, että ne eivät myöskään opeta. Puhutaan jopa eräänlaisesta noidankehästä tai opettaminen - oppiminen - opettaminen -syklistä, jonka mukaan opettajat opettavat siten, kuinka heitä itseään on opetettu (Lindgren 1998, 307). Siksi opettajille ja opiskelijoille olisi tärkeää välittää reflektion merkitystä työn kannalta (Ks. Mewborn 1999; luku 2.4). Kyseisen käsitteen myötä korostuu kriittisen pohdiskelun merkitys ja aiempien kokemusten hyväksikäyttö uusien toiminta- ja ajatustapojen oppimisessa - reflektiossa kokemus siis käännetään oppimiseksi kokemusten uudelleenarvioinnin ja tulkinnan avulla (Väisänen & Silkelä 1999, 220 - 221).

Kun pyysin kyselyssäni kertomaan kokemuksista (Ks. Liite 1), halusin saada tietoa tutkittavien kokemuksista sellaisenaan, en pyytänyt heitä refleктоimaan kokemuksiaan. Toivon kuitenkin, että kokemusten muistelemisen ja ylöskirjaaminen herätti jonkinlaisia ajatuksia jokaisen mieleen - jotakin, jonka avulla voisi omaa opetusta parantaa. Tarkastelen tapausten kokemuksia koettuina tapauksina tai elämyksinä (Ks. luku 2.2.3) ja tuon niitä esille sellaisenaan. En pyri löytämään selityksiä ja tulkintoja heidän kokemuksilleen. Heidän kuvauksensa on kuitenkin mukana vaikuttamassa pohdintaani siitä, kuinka matematiikan opetusta tulisi kehittää.

3.3.1 Ala-asteella

Inhosin itse matematiikkaa koko ala-asteen ajan. Minulla ei ollut siinä juurikaan vaikeuksia ja pärjäsin siinä hyvin. En kuitenkaan saanut siitä mitään iloa - tunnit olivat pitkäväteisiä, laskimme kirjaa aukeama tunnissa eteenpäin, välillä koe jne. Ainoat todelliset muistoni tunneilta ovat kielteisiä. Muistan eräänkin tapauksen, jossa opettaja korjasi kaikkien aukeamat punakynällä. Minun kohdallani opettaja nosti kirjan kaikkien nähtäväksi ja totesi, että "onpa Johannallakin paljon punaista..."

Tutkimusaineistoni kokemukset erosivat kuitenkin omista kokemuksistani aika lailla. Suurin osa kaikista ryhmistä oli kokenut matematiikan myönteisenä oppiaineena ala-asteella (Liite 6). Perusteluina pidettiin helppoutta, mielenkiintoisuutta ja omaa osaamista.

Pidin kovasti matematiikka oli helppoa ja innostavaa. Tunneilla kisailin aina nopeimman laskijan tittelistä, mikä oli aika stressaavaa. (CLN2.)

Mekaanista “kuka laskee aukeaman nopeiten” -tyyppistä. Kohtuullisen helppoa. Mukavat kirjat, värikkäät! Hiljaista yksin näpertelyä. Ei havainnollistavia esimerkkejä juurikaan. Pidin matematiikan selkeydestä. (CYN17.)

Neutraalina matematiikan oli odotetusti kokenut vain hyvin harva. Matematiikkaa pidettiin neutraaleissa tapauksissa aineena muiden joukossa tai sitten siitä ei vain ollut erityisiä muistikuvia. Kielteisiä kokemuksia kuitenkin oli: sekä opettajaryhmällä (A) että opiskelijaryhmällä (C) lähes viidennes oli kokenut matematiikan kielteisenä - vaikeana, työläänä tai muuten ikävänä - oppiaineena. (Liite 6.)

1. luokalla matematiikka oli vaikeaa. Silloin tuli joukko-oppi. En ymmärtänyt joukko-oppia ja matematiikan opiskelu tuotti jatkuvia vaikeuksia. Numeroni todistuksessa oli 6. Ennen koulua olin ollut kiinnostunut laskemisesta. Laskin esim. yhteen- ja vähennyslaskuja. Halusin myös “esikoulukirjan”, johon itsenäisesti harjoittelin. Myöhemmin ala-asteella matematiikka ei enää ollut niin hankalaa kuin aluksi. Koskaan se ei kuitenkaan helpoksi tullut, aina koin jonkinasteisia vaikeuksia opiskeluisällöistä riippuen. Yleisin matematiikan numeroni oli 1-luokan jälkeen 8. (AYN5.)

En pitänyt matematiikasta ja se oli minulle tosi hankalaa. Minulla on aina ollut jotenkin kauhean monimutkainen tapa ajatella. (CYN4.)

Ei matematiikka ole koskaan ollut lempiaineeni, paremminkin yksi ikävimmistä aineista, vaikka pärjäsin ihan hyvin. (numero todistuksessa 8/9) Kertotaulun oppiminen tuotti tuskaa 3. lk:lla. Olin aika nopea laskija, mekaaniset tehtävät helppoja, soveltavat laskut/sanalliset eivät ole alaani! (CYN14.)

3.3.2 Yläasteella

Matematiikka oli jo haastavampaa ja oli mukava pakertaa ongelmien ja sanallisten tehtävien parissa, ratkaisusta jäi onnistumisen maku suuhun, opettaja oli tosi mukava ja kannustava, pääsin paljon taululle ja olin innostunut. (CYN5.)

Luokat oli jaettu erikseen ryhmiin esim. matematiikassa ja kielissä. Ryhmät oli jossain määrin tasoryhmät. Matikka oli edelleen mukavaa ja haasteita riitti, koska tason mukaan edettiin välillä ylimääräisiäkin asioita. (CLM5.)

Matematiikka oli yläasteella vielä monen vastaajan mielestä myönteinen asia: Matematiikkaryhmässä (B) viisi kuudesta piti ainetta helppona ja mielenkiintoisena, samoin opiskelijaryhmästä (C) hieman yli puolet. Opettajaryhmässä ala-asteen melko tasainen jakautuma myönteisiin, kielteisiin ja neutraaleihin kokemuksiin oli nyt muuttunut siten, että ala-asteella neutraalina matematiikan kokeneiden määrä yksilöitä oli kokenut matematiikan nyt kielteisenä. Neutraalien kokemusten määrä pysyi matematiikka- ja opiskelijaryhmissä lähes samana. (Liite 6.)

Matematiikka oli edelleen kiinnostavaa (numero vaihteli 8 - 9), mutta opettaja olisi soveltunut paremmin arnejään. Opetustekniikkana oli mm. julkinen nolaaminen, jos ei osannut vastata tai taulutehtävässä oli virhe... En kokenut omalta osaltani vaikeuksia, mutta muiden osalta harmitti! (BYN2.)

Kun tunnilla teki töitä, selvisi eteenpäin. Pakollisena velvollisuutena, tehtävät olivat osittain mielenkiintoisia ja haastavia, vihkotyöskentelyä. (CLN4.)

Kielteisyys matematiikkaa kohtaan oli yläasteella tutkimukseni perusteella voimakkaasti kasvanut. Sama ilmiö on havaittavissa myös asennetutkimuksissa, joiden mukaan yläasteella mielenkiinto matematiikkaa vähenee ja asenteet muuttuvat kielteisimmiksi. Syynä tähän muutokseen voi Koposen mielestä olla vähemmän mielenkiintoiset oppikirjat. Niemi puolestaan pohtii, muuttaako koulu tai koulun ilmapiiri oppilaiden asenteet. (Niemi 2001, 74; Koponen 1994, 34.)

Aineistossani kielteisiä kokemuksia perusteltiin edelleen vaikeudella, työläydellä ja ikävyydellä, mutta nyt myös huonoilla opettajilla ja opetuksella. Kiinnostavaa oli se, että

opiskelijaryhmässä lähes puolet oli kokenut aineen kielteisenä ja heistä kaikki oivat myöhemmin opiskelleet lukion yleisen matematiikan oppimäärän.

Opiskelin yläasteen ajan laajalla kurssilla. 7-luokalla matematiikka sujui kohtuullisesti ja numeroni oli siinä 8. 8 - 9 -luokalla koin jälleen matematiikan itselleni hyvin vaikeaksi ja olisin halunnut vaihtaa keskikurssille. Opettaja oli koulumme ankara mieslehtori, jota pelkäsin. Hänen mielestään vaihto keskikurssille ei ollut hyvä ajatus, vaikka matematiikka tuotti minulle selviä vaikeuksia kaikkiin muihin opintoihin verrattuna. 8 - 9 -luokalla matematiikan tunnit eivät itselleni olleet mieluisia: jännitin enkä kokenut saavani riittävästi tukea ja ohjausta. Tunnin aluksi opettaja piti pienen opetustuokion, jonka jälkeen laskimme itsenäisesti. Opettaja tuli usein pian minun luokseni, koska tiesi vaikeuteni. Koin kuitenkin tämän jatkuvan kaavamaisesti toistuvan tilanteen ahdistavaksi. Jatkoin kuitenkin laajalla kurssilla koko yläasteen ajan. Muistaakseni päästötodistukseni numero on 7. (AYN5.)

Aukot taidoissa ja matemaattisessa ajattelussa alkoivat vaikuttaa, aloin pudota kärryiltä monilla aihealueilla. (CYM2.)

Yhtälöt aiheuttivat ongelmia ja seilasin tasoryhmästä toiseen. Tiettyyn tasoryhmään pääseminen oli statusta, mutta en saanut olla hyvässä ryhmässä kauaa. Aika epäselvää ja sekavaa oli niin opetus kuin oppiminenkin. (CYN3.)

Jälleen mekaanisena puurtamisena. Yhteys elävään elämään puuttui: En kokenut laskemista mitenkään mielekkäänä, enkä arvostanut itseäni laskijana. Pyrin kuitenkin tekemään hommia sen verran, että sain kiitettävän numeron. (CYN17.)

Omat kokemukseni ovat taas hieman erilaiset. Innostuin matematiikasta vasta yläasteella. En tiedä oliko syynä aluksi opettajat, joiden silmätikkuna olin vai jokin muu. Aloin kuitenkin innostua matematiikasta

Suhde opettajaan oli hieman kireä, mutta aloin kiinnostua ja innostua luonnontieteistä. En tiedä kuinka paljon halusin vain näyttää opettajalle ja kuinka paljon oikeasti innostuin. Innostus on kuitenkin kestänyt... (Päiväkirjantapasta, yläastekoemuksista keväällä 2000.)

3.3.3 Yläasteen jälkeen

Kaikki kyselyyni vastanneet yhtä henkilöä lukuun ottamatta olivat käyneet lukion. Lukion käyneistä puolestaan noin 36 prosenttia oli opiskellut matematiikasta laajan oppimäärän. Aineistossa jakaumat olivat aika lailla, varsinkin opettajaryhmän (A) kohdalta, edellisten kaltaiset. Kiinnostavimmat muutokset tulivat laajan oppimäärän opiskelleiden henkilöiden kohdalla: heistä kukaan ei ollut kokenut matematiikka kielteisenä oppiaineena ennen lukiota, lukiossa heitä oli jo yli puolet koko ryhmästä. Kielteisten kokemusten määrä oli kasvanut muutenkin - matematiikkaryhmästä puolet ja opiskelijaryhmästä puolet olivat kokeneet matematiikan jollakin tavoin kielteisenä lukion aikana. (Liite 6.)

Myönteisiä kokemuksia perusteltiin samoin kuvauksin kuin aikaisemmin: oma osaaminen, helppous, mielenkiinto, mielekkyys. Myös hyvää opetusta ja hyviä opettajia kehuettiin:

Peruskoulun jälkeen lukion lyhyt matematiikka tuntui vapauttavalta. Ensimmäisen kerran pitkästä ajasta tunsin osaavani ja ymmärtäväni jotakin. Ensimmäisistä kursseista sai kiitettäviä numeroita. Opettajani oli ystävällinen ja oppilaista välittävä naisopettaja. Tästä myönteisestä kokemuksesta huolimatta mielenkiintoni kohdistui kuitenkin muihin aineisiin. Kieliin, uskontoon, psykologiaan. Kun matematiikka viimeisillä kursseilla oli taas hankalampaa, en tästä syystä kirjoittanut sitä yökokeessa. Halusin keskittyä itseäni enemmän kiinnostaviin ja "varmempisiin" aineisiin. (AYN5.)

Lukiossa opettaja oli huippuhyvä! "Keittiömatikasta" ei voinut olla pitämättä. Oli ihanaa ymmärtää kaikki asiat. Vaikeiden laskujen jippojen ratkaisujen jälkeen itse laskut olivat loogisia ja selkeitä. Aivan ihanaa! (BYN1.)

Vastauksissa oli myös taas hyvin tulkinnanvaraisia vastauksia kielteisyyden ja myönteisyyden kannalta.

Lukiossa matematiikan opettaja oli juoruileva hössö, jonka seurauksena ryhmässä pärjäisivät ne, jotka osasivat opiskella itsenäisesti, tunneilla aika tahtoi kulua kuulumisten vaihtoon... Avoimessa yliopistossa tehty yhden opintoviikon peruskurssi herätti kiinnostuksen jälleen! (BYN2.)

Lukiossa pidin yleisestä matematiikasta, todennäköisyyslaskuja lukuun ottamatta, tosi paljon. Tein kuitenkin paljon töitä eli opettelín laskuja laskujen perään “ulkoa”, kunnes niiden ratkaisemisesta alkoi tulla rutiinia. Pidín kuitenkin tästä. (CYN4.)

Lukiossa harkitsin pitkään laajaa matikkaa, mutta ilman kannustusta en uskaltanut valita sitä, yleinen matematiikka oli melko helppoa, myöskin aika mekaanista, menestyin hyvin ja arvosanani olivat 9 - 10. (CYN5.)

Lukiossa otin laajan matikan, mutta vaihdoin ekan vuoden jälkeen yleiseen, motivaatio (eikä vissiin pää) ei riittänyt jatkamaan laajana. (CYN7.)

Omat kokemukseni ovat myös hieman ristiriitaiset. Pidín välillä jostakin osa-alueesta todella paljon, välillä en voinut taas sietää jotain asiaa - esimerkiksi todennäköisyyslaskut aiheuttavat kauhunväristyksiä vieläkin. Jotakin tästä kertoo varmaan myös silloiset kurssi-arvosanani, jotka vaihtelivat välillä 6 - 10. Varmasti kokemuksiini vaikutti myös monet muut kiinnostuksen kohteet: jos olisin harrastanut vähemmän ja keskittynyt enemmän, olisin saattanut saada opinnoista ja kursseista enemmän irti.

Menestykseni lukion matematiikan opinnoissa oli vaihtelevaa. Joistakin osa-alueista innostuin valtavasti ja jotkut eivät kiinnostaneet laisinkaan. Kirjoitukset menivät kuitenkin matematiikan osalta hyvin, mutta olin kai jotenkin rasittunut, ja varmaan jossain vaiheessa uhosin matematiikan opintojeni jo päättyneen. Kuitenkin kun syksy koitti kirjoitusvuonna, löysin itseni viettämässä välivuotta Avoimen yliopiston matematiikan kurssilta. (Päiväkirjantapasta, keväällä 2000.)

Laajan matematiikan oppimäärän suorittaneet olivat kokeneet matematiikan usein hyvin vaikeana ja työläänä, joku mainitsi kielteisen kokemuksen perusteluksi myös oman laiskuutensa. Laaja oppimäärä on työläs ja vaativa, sitä ei käy kiistäminen. Se vaatii todella hyvän opettajan, joka osaa itse asian ja ymmärtää sen vaikeuden myös oppijoille. Kaasilan (2000, 235) tutkimuksessa opiskelijat, jotka vielä ala- ja yläasteella menestyivät hyvin matematiikassa, menettivät kiinnostuksensa lukiossa. Tämä johti myös siihen, ettei opiskelija enää viitsinyt tehdä riittävästi töitä matematiikan oppimisen eteen.

Haasteita riitti, välillä sujui ja useasti takkusi. (CLM1.)

Lukiassa matikka meni monesti “yli hilseen”. Osasin laskea mekaanisesti, mutta en oikein koskaan kokonaan käsittänyt mistä oli kyse - ainakaan joillain osa-alueilla. (CLN2.)

Lukion laajan matikan suoritin pakon alaisena, en tehnyt ikinä mitään ylimääräistä, mutta onnistuin pysymään kelkassa, joskus oli mielenkiintoisia keskusteluja. (CLN4.)

Lukiassa laaja matematiikka oli aluksi kiinnostavaa, mutta opetus ei ollut kovin perusteellista ja into lopahti. Tunsin, että kykyjä olisi ollut, mutta motivaatio lakkasi huonon opetuksen takia. (CLN1.)

3.3.4 Yliopistossa

Tutkimukseen osallistuvien kokemukset, varsinkin opiskelijoiden osalta, olivat minullekin kovin tuttuja. Eräs syy tämän tutkimuksen tekemiseen oli henkilökohtainen huolenaiheeni opettajille annettavasta ja opettajien omaksumasta tiedosta matematiikan opetuksen osalta. Muistan erittäin kriittisiä keskusteluja matematiikan POM-opinnoista - samaa keskustelua käytiin monien vuosikurssien keskuudessa. Aineistosta nousi kuitenkin myös kokemuksia yliopiston muista matematiikan kursseista valottamaan lisää aihetta.

Opettajaryhmässä (A) kokemukset olivat jakaantuneet melko tasaisesti myönteisiin, neutraaleihin ja kielteisiin kokemuksiin. Myönteisiä kokemuksia perusteltiin mm. mielekkyyden näkökulmasta.

Pakollinen asia, kuitenkin ajattelin, että se on tärkeä työssäni. (AYN4.)

Matematiikkaan suhtauduttiin opettajaopinnoissa yhtenä aineena muiden joukossa, toisaalla taas moitittiin huonoa opetusta. Neljä opettajaa mainitsi erikseen tilastotieteen, jonka suhteen kokemukset olivat hyvin erilaisia - toiset pitivät kovasti ja toiset taas kokivat sen työläänä.

Opettajakorkeakoulussa tilastomatematiikkaa opiskellessani koin ensimmäiset onnistumisen elämykseni. (AYN2.)

Matematiikkaryhmässäkin mainittiin erikseen muita yliopiston kursseja. Puolet kurssilaisista suoritti matematiikan approbatur-opintoja. Niitä pidettiin työläinä, mutta kiinnostavina. Yksi kyseisistä opiskelijoista kommentoi kokemuksiaan seuraavasti:

Edelleen haasteellista ja työteliästä. Enemmän vapauksia ja yhteistyöllä ensiarvoinen osuus etenemisessä. - OKL:n opinnot lähinnä säälistävä kokonaisuus. (BLM2.)

Matematiikkaryhmässä (B) POM-opintoja kommentoineet antoivat aika kovaa kritiikkiä kyseisiä opintoja kohtaan - ne koettiin mm. hyvin pinnallisina. Samanlaista palautetta tuli myös opiskelijaryhmästä (C), jossa yli kaksi kolmasosaa moitti opetuksen tasoa ja sisältöjä.

Olivat vähän yhtä tyhjän kanssa. Toisaalta tietty kriittisyys perinteistä matikan opetusta kohtaan jäi, mikä on tietysti terveellistä. Mutta aivan omalle kontrolle asia jätettiin. Ei kai sitä kukaan toista mihinkään voi pakottaa. (CLN2.)

En saanut mitään kosketuspintaa OKL:n matematiikan opintoihin. Huonoimpia kursseja, millä olen ollut. En koe oppineeni oikeastaan mitään OKL:n matematiikan orientoivien opintojen kurssilla. Omat taidot eivät karttuneet, saati sitten pedagogiset valmiudet. (CYN17.)

En ole oppinut uutta - OKL:n matikkakurssit olivat vain opetuksen kannalta katsottuja. En ole mielestäni saanut minkäänlaisia eväitä matikan opetukseen täältä, vaikka olisin tarvinnut heikohkojen taitojeni vuoksi. (CYN10.)

Matemaattisluonnontieteellisen tiedekunnan matikka menee minulla ihan "yli hilseen" - yritin olla propedeuttisella kurssilla huonolla menestyksellä. OKL:n matematiikka on kasvatustieteellistä matikkaa, ei matematiikkaa. (CYN4.)

POM-opinnoista ei jäänyt takkiin muuta kuin tunne matematiikan epämiellyttävästä puolesta, demot olivat pitkästyttäviä, eikä asia aina edes koskenut mielestäni matematiikkaa. (CYN5.)

POM-opinnoissa ensimmäinen luentokurssi oli turhauttavan tuntuinen, ei mitään hyötyä. Demoilla sai jotain vinkkejä ja ideoita toiminnalliseen opetukseen. Olisi kaivannut antoisampaa, perusteellisempaa opetusta. (CLN1.)

Kritiikkiin oli varmasti aihetta. Minusta itsestänikin tuntuu, että omalla kurssillammekin yritettiin saada liian paljon aikaan. Olimme ensimmäisen vuoden opiskelijoita, eikä esimerkiksi konstruktivismista ollut monellakaan juuri mitään käsitystä. Lisäksi kurssin pitäjät eivät tehneet yhteistyötä, ja se teki sisällöstä entistäkin hajanaisemman.

Liian vähän liian jäsentymättömästi, en edes muista paljoakaan, Lenni Haapasalon teos "Oppiminen, tieto ja ongelmanratkaisu" -> myöhemmin tutustuessani antoisa teos, silloin en oikein saanut vielä ajatuksesta kiinni. (CLN4.)

Yliopiston POM-opintojen matematiikan opinnot oli riman alitus, todella surkeaa opetusta! Pilviä hipova konstruktivistinen löpinä ei paljon anna apuja opetustyöhön, pedagogisia apuja ei todellakaan kurssista saanut! (CLN5.)

POM-opintojen matematiikasta ei oikein jäänyt mitään käteen, tuntui kovin irralliselta ja sekavalta - en oikein tavoittanut siitä matematiikkaa... (CYN8.)

Mielestäni opiskelijoiden kritiikistä paistaa kuitenkin myös opettajaopiskelijoiden halukkuus saada valmiita vastauksia opetustyötä ajatellen, mikä ei mielestäni ole koulutuksen tarkoitus. (Ks. luku 6.) Olen samaa mieltä siitä, että kurssi olisi voinut olla paljon parempi, mutta omaa ajatteluakin on opittava käyttämään.

Olen sitä mieltä, että vaikka koulutuksemme ei kaikkia vastauksia annakaan, niin kuitenkin opettajaksi opiskelevakin saa tietoa siitä, mitä hän tulee työssään tarvitsemaan. Kaikkia epäkohtia koulutuksemme suhteen ei voida täyttää, ja siksi vastuu onkin opiskelijalla itsellään. Asioita voi opiskella muuallakin kuin OKL:ssa, yliopistossa tai ylipäätään missään koulussa. Tietoa saa nykyisin vaikka mistä. Uskon, että jo vain aikaansa seuraamalla oppii paljon. Kentältä kuulee, mihin suuntaan asiat ovat kouluissa menossa, ja omaa kiinnostuksen kohdetta voi suunnata sen mukaan. (Kenttäharjoitteluraportti1999.)

Oli opiskelijoiden joukossa myönteisiäkin kokemuksia. Opinnot oli koettu mielekkäinä ja mielenkiintoisina sekä ajatuksia herättävinä. Olipa joukossa toisenlaisenkin "POM-paketin" suorittanut opiskelija.

Didaktikolla oli mielenkiintoisia ajatuksia ja toteuttamistapoja matikan opetuksesta. Jäi ihan positiivinen kuva, saattaisin itsekin kokeilla vastaavia metodeja. (CYM3.)

POM-opintojen matikka oli positiivinen kokemus. Kurssin aikana totesin, että jos minunkin kouluajanani opetusta olisi toteutettu toisin, olisin varmasti oppinut enemmän matemaattisen ajattelun taitoja. (CYM2.)

POM-opinnot suoritin Savonlinnassa. Ne olivat 4 ov:n laajuiset ja mahtava paketti. Opettajamme -- oli omistautunut aiheeseen ja oli väsymätön kannustaja. Tosi hyvä kokonaisuus. Rohkaistuini ja sain hyvät eväät matikan opettamiseen. (CYN2.)

3.4 Kotien suhtautumisesta matematiikkaan sekä matematiikan sukupuolisuudesta

Selvitin kyselyssäni myös kotien suhtautumista matematiikkaan oppiaineena. Kaikkien ryhmien vastauksista ilmeni, että matematiikkaan oltiin suhtauduttu "kunnioittaen ja arvostaen" (BLM2) sekä sen opiskelussa oli kannustettu.

Koposen (1994) asennetutkimuksen mukaan vanhemmista lähes 80 - 90 prosenttia sanoi pystyvänsä auttamaan lastaan matematiikan tehtävissä. Auttamishalukkuus kyllä pieneni huomattavasti, mitä ylemmille luokille lapsi siirtyi. (Koponen 1994, 30 - 34.) Aineistosta ilmeni myös hyvin tämä seikka.

OK- - aina autettiin kun kysyin, pidettiin tärkeänä yleensäkin koulunkäyntiä ja läksyjen tekoa -- siskoni oli haka - kun itku tuli, sitten hänet passitettiin apuun. (CYN10.)

Kyllä minua yritettiin tukea ma-opinnoissa. Isäni oli ollut aina jokseenkin hyvä tällä alueella ja siihen hänen työnsäkin osittain liittyi. Välillä vanhempani ihmettelivät, mikä mahtoi olla syynä matematiikan opiskelun vaikeuksiin. Mutta kyllä sain kotoa apua. Tosin näin jälkepäin muistellessa, ei se isänikään tainnut kaikkein kärsivällisimmin opettaja olla. (AYN5.)

Hyvin, isä pystyi opettamaan ala-asteen oppisisältöjä kotona, mikäli tarvitsin niissä ohjausta. Yläasteen olivat hänelle vieraita, kuten myös äidilleni. (CYN9.)

Kiintoisaa olla se, että suuri osa vastaajista mainitsi isän olleen apuna. Yleistä oli se, että vastauksissa eriteltiin vanhempien osallistuminen ja taitoja. Esimerkiksi opettajaryhmässä (A) neljä yhdeksästä eritteli vanhemmat ja näistä vastauksista kolmessa kerrottiin isän olleen auttajana. Ryhmissä B ja C noin puolet eritteli vanhemmat ja niistä vastauksista noin 50 prosentissa oli isä auttajana.

Rupesin taas pohtimaan matematiikkaa ja sukupuolta. Tutkimusten mukaan sukupuolten välillä ei ole merkittäviä eroja matematiikan osaamisessa, varsinkaan peruskouluikäisillä. Itseasiassa Niemen (2001) tekemässä kansallisessa arvioinnissa tytöt pärjäsivät kokeessa kaikille muilla sisältöalueilla, paitsi geometriassa, poikia paremmin (Niemi 2001, 97). “Löydettyjen” erojen arvellaan johtuvan asenteista: pojilla on paremmat käsitykset itsestään “matematiikkoina”, kun taas tytöt eivät usko menestyvänsä matematiikassa, vaikka yrittäisivätkin enemmän. Asenteissa on havaittavissa selviä eroja jo kuudennella luokalla. (Hannula, Kupari & Räsänen 1998; Niemi 2001; Hall & Davis 1999; Lindgren 1998.)

Matematiikan kouluopetuksessa on jotain vikaa, koska tyttöjen kiinnostus matematiikkaa kohtaan ei ole mm. tehostetun ammatinohjauksenkaan avulla lisääntynyt (Martio 1998, 90). Lindgren (1998, 306) pohtii, tekeekö koulu pojista todellisuutta matemaattisempia ja tytöistä puolestaan todellisuutta vähemmän matemaattisia. Tyttöjen osaamattomuuden syynä voidaan pitää ympäristön - opettajien, vanhempien ja nimenomaan vastakkaisen sukupuolen - välittämiä asenteita. “Mukautuvatko tytöt ympäristön odotuksiin murrosikään tullessaan ja halutessaan esiintyä naisellisina”, Lindgren (1998) arvelee.

Äiti on aina väittänyt olevansa todella heikko matikassa, joten kai se laulu on tarttunut minuunkin. Motivaatiota ei ainakaan ole kehittynyt vaan matikka on ollut välttämätön pakko. Isä on yrittänyt joskus avittaa kykyjensä mukaan. (CYN2.)

Isä yritti aikoinaan auttaa, jos joku tehtävä tuntui ylivoimaisen vaikealta. Äiti totesi usein, etteivät hänen lahjansa olleet matematiikassa vaikka numeromuisti olikin erinomainen... (BYN2.)

Emme ole mikään matematiikkaperhe. Äiti on monesti sanonut, että hänelle ei matikka ole ollut helppoa koulussa. Isä auttoi yläasteella ja lukiossa kotitehtävien teossa. Matematiikka on läsnä käytännön arkielämässä: raha-asiat, km:t, ajat, urheilutulokset jne. (CYN14.)

En muista omasta kodistani tai kouluajaltani erityistä sukupuolijaottelua matematiikan suhteen. Minua auttoi läksyissä pääasiassa äiti, koska oli kotona, mutta myös muut perheenjäsenet. Omat vanhempani ovat syntyneet 1940-luvulla, mutta ovat silti välittäneet aika tasa-arvoista ajattelua, ainakin jos vertaa seuraavien esimerkkien kokemuksiin

matematiikasta ja sukupuolesta. Esimerkit ovat karkeimpia ja ainoita todella jyrkkiä aineistossa. Molemmat opettajista ovat 1950-luvulla syntyneitä.

Tytöt ei osaa matikkaa, isä auttoi, äiti ei osannut (AYN4).

Lukiossa oli aivan kauheaa; lehtorin mielestä naisille ei kannattanut edes opettaa matematiikkaa -- (AYN2).

4 MATEMATIIKAN OPETTAMINEN

4.1 Konstruktivistinen oppimiskäsitys opetuksen taustalla

Mahtavimpia juttuja, joihin törmäsin harjoittelun aikana, oli konstruktivismi. En tiedä tarkalleen, mitä se on teoriassa, mutta tiedän, ainakin osittain, miten se toimii käytännössä. Olen valtavan onnellinen siitä, että lapsia opetetaan ajattelemaan omilla aivoillaan, toimimaan ajatustensa mukaan.

- - Konstruktivinen, rakentava, hyödyttävä. Sitähän konstruktivismikin on. Omat ideat, omat suunnitelmat. "Miten olet ajatellut", juuri sinä. Ei oikeita ja vääriä vastauksia, ei tyrmätä toista ajatuksineen. Olen aina inhonnut sanaa "normaali". Mikä on normaalia? Mikä on oikein ja mikä väärin? (OH1 1996.)

Jokainen koulun tai koulutuksen kanssa tekemisissä oleva törmää konstruktivismin käsitteeseen. Mitä konstruktivismi, tai tarkemmin konstruktivistinen oppimiskäsitys, tarkoittaa? Miten se kuuluu minun elämäni tai kenties vaikuttaa toimintaani?

Oppimisen tutkimisessa vallitsi aina 1960-luvulle saakka niin kutsuttu behavioristinen suuntaus, joka keskittyi tutkimaan oppimista vain ulkoisen käyttäytymisen perusteella. Behaviorismin syrjäytti kuitenkin kiinnostus kognitiivisiin prosesseihin oppimisessa. Muutos oli niin radikaali, että sitä kutsuttiin *kognitiiviseksi vallankumoukseksi*. Tutkimuksen painopiste siirtyi oppimisprosessiin, mm. oppijan sisäisiin tekijöihin, kognitiivisten rakenteiden kehittymiseen ja oppimisstrategioihin. (Tynjälä 1999b, 21.)

Kognitiivisen tutkimuksen rinnalle muodostui viime vuosikymmenen aikana tutkimussuuntaus, joka tarkastelee oppimista tilannesidonnaisena sosiaalisena toimintana. Ihminen rakentaa aktiivisesti ymmärrystään ja tulkintojaan yhdessä muiden ihmisten kanssa, *sosiaalisena olentona*. Tällaista rakentamiseen verrattavaa tiedonhankintaprosessia voidaan nimittää kielikuvalla *konstruointi*. (Tynjälä 1999b, 21 - 22.)

Kaiken systemaattisen opettamisen ja kouluttamisen perustana on aina jonkinlainen käsitys oppimisesta (Oppimiskäsitys 1989, 7). Tynjälä määrittelee konstruktivistisen oppimiskäsityksen joukoksi erilaisia oppimiskäsityksiä, joita kaikkia yhdistää konstruointi-metaforan käyttö. (Tynjälä 1999b, 22.) Kouluopetuksen tulisi pyrkiä noudattamaan konstruktivistista oppimiskäsitystä: Oppija käsitetään aktiiviseksi tiedon rakentajaksi, joka myös tähtää tavoitteisiin ja odottaa palautetta. Oppija mukauttaa uutta tietoa aikaisemmin

opittuun ja omaksuessaan sitä, rakentaa kuvaa kokemuksiansa pohjalta. Tieto on pohjimiltaan yksilön kokemusmaailman uudelleen organisoitumista ja sen olemukseen vaikuttavat aina se kokemusmaailma, käsitteistö ja näkökulma, jotka kulloinkin synnyttävät tai tarkastelevat tietoa. (Haapasalo 1994, 95 - 96; Linna 1999, 16.)

Patrikaisen (1999, 144) mukaan oppimiskäsitys heijastuu hyvin vahvasti myös Peruskoulun opetussuunnitelman perusteista 1994, joka on varsin selkeästi kognitivistis-konstruktivistinen. Kognitivismia ja konstruktivismia on vaikeaa erottaa selkeästi. Haapasalon (1994) mukaan yksi peruste on kuitenkin käsitysten suhtautuminen objektiiviseen tietoon: kognitivistin mielestä objektiivista tietoa on olemassa, konstruktivisti ei puolestaan usko objektiivisen tiedon olemassaoloon.

Konstruktivismi itsessään on juuri tiedon olemusta käsittelevä paradigma (ajattelutapa, suuntaus). Konstruktivistinen oppimiskäsitys on puolestaan tämän tietoteoreettisen paradigman pedagogiikan alueella oleva ilmenemismuoto. Konstruktivismin eri suuntausten välillä on painotuseroja myös sen mukaan, onko suuntauksen kiinnostuksen kohteena yksilöllinen vai sosiaalinen tiedon konstruointi. (Tynjälä 1999b, 37 - 39.) Molemmat suuntaukset ovat tulleet tutuiksi opintojemme kautta: opiskellessamme olemme toteuttaneet sosiaalisen konstruktivismin mukaisia työtapoja tehdessämme mm. ryhmätöitä, kun taas yksilökonstruktivismi on ollut esillä erityisesti tarkastellessamme oppilaita oppimistilanteissa. Vahvimmin konstruktivismia on käsitelty juuri matematiikan ja ympäristö- ja luonnontiedon opinnoissa.

Olin valtavan innostunut konstruktivismista opintojeni alkuvaiheessa. Into on hieman laantunut, mutta ajatus konstruktivismista oppimiskäsityksenä on kuitenkin niin hyvä ja käyttökelpoinen, että uskon omaksuvani siitä ainakin konkreettisimmat merkit omaan opetukseeni. Konstruktivismi on vastaus minun omiin ongelmiini kouluajalta, jolloin kaikki ohjelmoitiin meihin valmiiksi pureskeltuna, eikä omille ajatuksille annettu sijaa. (OH2 1998.)

4.2. Oppimisesta ja opetuksesta

Oppiminen ei koskaan tapahdu tyhjiössä. Se on aina ympäröivään tilanteeseen sekä laajempaan sosiaaliseen kontekstiinsa ja kulttuuriin sidottu ilmiö. Oppimista on pyritty hahmottomaan eräänlaisen kokonaismallin avulla. Mallissa on kolme rakenneosaa - taustatekijät, prosessi ja tuotos- jotka ovat kulttuurin ja kontekstin sisällä olevia osia. (Ramsden 1988, 160 - 161; Tynjälä 1999b, 19; Biggs 1987, 9.)

Oppimisen *taustatekijöitä* ovat henkilökohtaiset tekijät ja oppimisympäristöön liittyvät tekijät. Henkilökohtaisia tekijöitä ovat oppijan aikaisemmat tiedot ja taidot, kotitausta ja yksilön ominaisuudet, kuten älykkyys, kyvyt ja persoonallisuus. Oppimisympäristö muodostuu puolestaan opetukseen liittyvistä tekijöistä, kuten opetussuunnitelma, oppiaine, opettaja sekä opetus- ja arviointimenetelmät. Nämä taustatekijät vaikuttavat oppijan tekemiin havaintoihin ja tulkintoihin ja sitä kautta *oppimisprosessiin*. Oppija esimerkiksi motivoituu ja orientoituu oppimiseensa sen mukaan, millaiseksi hän itse kokee oman älykkyytensä ja oppimiskykynsä. Samoin hän ohjaa oppimisstrategioitaan havaintojensa pohjalta - toiminta on siis metakognitiivista. (Tynjälä 1999b, 17 - 18; Ramsden 1988, 160; Biggs 1987, 10.)

Oppimisprosessi siis koostuu oppijan aikaisemmista tiedoista, motiiveista ja orientaatiosta, metakognitiivisesta toiminnasta, strategioista sekä tyyleistä ja prosessointitavoista. Oppimisprosessin seurauksena on *tuloksia* - taitoja ja käsityksiä ilmiöistä (mentaalisia malleja). Tuloksina voidaan pitää myös omien tavoitteiden saavuttamisia sekä oppimistehtävien tuotoksia että saatuja arviointeja. Oppijan oppimistulokset ja hänen saamansa arvioinnit vaikuttavat myöhemmin taas oppijan uusiin havaintoihin ja tulkintoihin ja sitä kautta uusiin oppimisprosesseihin. (Entwistle 1990, 665; Tynjälä 1999b, 18 - 19; Biggs 1987, 10.)

Yrjönsuuren (1998) määritelmässä opiskelu on "aikomuksellista toimintaa ja oppiminen tuon toiminnan aikaansaama sisäinen prosessi." Konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaan matematiikan opiskelua ja oppimista tulisi tarkastella seuraavista lähtökohdista käsin: Mitkä rakenteet muodostavat peruskoulun matematiikan sisällön, millaisia ajattelun sisäisiä malleja tehtävän ratkaiseminen vaatii ja kuinka oppilas rakentaa omat sisäiset mallinsa tavoitteenaan matemaattisen ajattelun ja sisältöjen oppiminen, sekä siitä, millaista on matematiikan osaaminen peruskoulun päättyessä. "Matematiikan oppimisen

saavat aikaan kaksi tekijää: matemaattiset kokemukset ja niiden refleктоiminen”. (Yrjönsuuri 1998, 7 - 8.)

Oppijan omat sisäiset mallit rakentuvat skeemoista. Skeema-käsitettä käytetään kuvaamaan laajojen ja monimutkaisten toiminta- ja tietorakenteiden kehittymistä. Skeemat ohjaavat yksilön ajattelua ja niille on tyypillistä muuntuminen ja lisääntyminen. Tämä tapahtuu mm: kolmella seuraavalla tavalla: Yhteenliittämällä, jolloin uusi tieto liitetään olemassa oleviin skeemoihin; mukautumalla tai kehittymällä, jolloin skeemat muuntuvat käyttötilanteen mukaisiksi tai rakentamalla kokonaan uudelleen, jolloin muodostuu sisäisiä malleja sovellettavaksi uuteen tilanteeseen. (Yrjönsuuri 1998, 9.)

Olen edellä määritellyt oppimista, mutten opetusta. Lahdeksen (1997, 13 - 14) mukaan opetus käsitteenä on vaikea määriteltävä. Hän määritelmässään opetus on “kasvatustavoitteista johdettavaa tarkoituksellista ja suunniteltua opettajan ja oppilaiden välistä sosiaalista, vuorovaikutuksellista toimintaa”. Yrjönsuuri (1998, 7) korostaa, että opetus on aina kahden ihmisen yhteistä toimintaa, jota kukaan ei voi tehdä yksin - opetuksena ei siis voida pitää vain kaikkea opettajan toimintaa.

Aikaisemmin opetus lähti liikkeelle siitä, millä menetelmällä opettaja aikoi opettaa. Nyt painopiste on siirtymässä puolestaan siihen, miten oppiminen tapahtuu vuorovaikutuksessa, eli miten oppilaan ja opettajan yhteinen toiminta onnistuu ja kuinka oppilas asian oppii. (Yrjönsuuri 1998, 7.) Opetuksen tarkoituksena on oppimisen avulla luoda oppilaalle edellytykset tavoitteiden saavuttamiseen. Kyseisen määritelmän avainkäsitteistä voidaan hahmottaa opetukselle nelivaiheinen perusmalli, joka koostuu *tavoitteista, suunnittelusta, opetus- ja oppimisprosessista* sekä *arvioinnista*. (Lahdes 1997, 14.)

4.3 Matematiikan opetuksen lähtökohtia

Tarkastelen tässä luvussa matematiikan opetuksen lähtökohtia Peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden (1994) asettamien tavoitteiden ja sisältöjen kautta. Vertaan esiinnoukseita asioita tapausten vastauksiin kysymykseen “Mikä on mielestäsi keskeistä matematiikan opetuksessa?”. Opetussuunnitelman perusteet kertovat mitä tulisi opettaa, sekä lähtökohdat sille, miten opetetaan - perusteiden avulla opettaja saa reunaehdot suunnitelmilleen (Ahtee & Pehkonen 2000). Lopullisen suunnitelman sisältöineen opettaja tekee koulunsa oman opetussuunnitelman ja mahdollisesti valitsemansa oppikirjasarjan avulla.

Opetussuunnitelman perusteiden mukaan peruskoulussa matematiikan opetuksen tavoitteena on tarjota kaikille oppilaille mahdollisuudet hankkia sellaiset matemaattiset perustiedot ja -taidot, jotka luovat pohjaa jatko-opinnoille ja jotka antavat valmiuksia selviytyä jokapäiväisissä toiminnoissa ja työelämässä. Oppija tulisi nähdä aktiivisena tiedon konstruoijana, jolle oppiminen on uuden tiedon mukauttamista sekä hänen aikaisempien ajatustensa ja toimintamalliensa uudelleenrakentamista ja täydentämistä. "Näin tähdätään siihen, että pitkäjänteisen työskentelyn tuloksena tiedot ja taidot vähitellen jäsentyvät ja tarkentuvat oppilaalle käyttökelpoiseksi rakennelmaksi." (POP 1994, 74, 76.)

Edellä mainittu ajattelu voisi muistuttaa Ernestin instrumentaalista näkemystä (ks. luku 3.2), jota Pehkosen (1999) mukaan voi nimittää myös työkalupakki-aspektiksi (työkalupakki = matematiikka on kokoelma laskusääntöjä ja -rutiineja, joita sovelletaan tilaisuuden mukaan). Pehkosen tutkimuksessa professorien matematiikkakäsityksistä ilmeni, että käsitysten mukaan ideaalissa matematiikan opetuksessa ala-asteella korostuisi juuri työkalupakki-aspekti, jonka osuus vähenisi sitten ylemmille luokille siirryttäessä. (Pehkonen, 1999, 122, 125.)

Sellaisenaan työkalupakki-ajattelu on aika karkea, varsinkin jos opetuksessa ei pyritä jo varhaisessa vaiheessa ylevämpiin päämääriin, kuten esimerkiksi matemaattisen ajattelun, kehittämiseen. Jos pakkaa ajatellaan perustaitojen pankkina, on asia toinen ja lähempänä opetussuunnitelmankin näkemystä. Perustaitojen merkitys korostui myös aineistosta, opettaja- ja opiskelijaryhmissä se mainittiin useimmiten tärkeimpänä asiana opetuksessa.

Perusasiat oltava kunnossa, että on jokin jonka päälle voidaan rakentaa. Onneksi on menty sovelluksiin enemmän ja enemmän (Oma koulumatikkani oli varsin mekaanista...). (CYN1.)

Perustietojen ja -taitojen kunnollinen opettaminen, selkeys ja johdonmukaisuus, rohkaiseva ja myönteinen asenne matematiikkaa kohtaan. (CYN8.)

Oppilaita tulisi harjaannuttaa johdonmukaiseen ja täsmälliseen ajatteluun sekä perinteisten oppisisältöjen kriittiseen tarkasteluun. Oppilaiden tulisi iästään tai tasostaan huolimatta saada rakennella ja tehdä käsillään malleja kyetäkseen luomaan oikeita mielikuvia ja muodostamaan käsitteitä. Konkreetin toiminnan kautta, esimerkiksi askartelua ja leikinomaisuutta korostamalla, sekä oppimistilanteiden muokkaamisella ongelmakeskeisiksi

ja kokeileviksi, pystyttäisiin tavoittelemaan vankkaa käsitteiden ymmärtämistä ja edistetäisiin myös loogisen päättelytaidon kehittymistä. “Matemaattisen ajattelun kehittymistä tuetaankin usein parhaiten silloin, kun ei liian nopeasti kiirehdiä abstraktiin symboliesitykseen.” (POP 1994, 74, 76; ks. myös Lester & Lambdin 1999, 59 - 60.)

Ymmärtäminen on keskeistä. Ajattelun kehittäminen sekä ratkaisuvaihtoehtojen punnitseminen. Matematiikka on logiikkaa ja sen kehittämistä. Tärkeää olisi lapselle saada “varmuuden kokemus” siis että “näin se sujuu”. Pitää kannustaa, mutta myös haastaa ja vaatia. Tarvitaan riittävästi aikaa, jotta asiat myös automatisoituisivat. Konkreettista toimintaa alaluokilla. Lasten pitää saada luoda “peruskäsityksiä” matematiikasta. (AYN1)

Se, että ymmärtää, mihin matematiikkaa tarvitaan ja se, että pääsee sisälle matematiikan vaatimaan tai ennemminkin omanlaiseen maailmaan - tavallaan syntyy matemaattinen ajattelutapa, käsitys siitä, mitkä asiat ovat yhteydessä toisiinsa ja miksi. (CYN4)

Matematiikan opiskelussa ajattelua opitaan tiedollisten ja sosiaalisten mallien avulla. Matematiikan rakenteista muodostuu tiedollisia sisäisiä malleja yksilön omakohtaisen kokemuksen kautta, sosiaalisessa vuorovaikutustilanteessa. Huomioitavaa on, että sisäiset mallit ovat tästä vuorovaikutuksesta huolimatta vain yksilölle ominaisia, henkilökohtaisia. (Yrjönsuuri 1998, 9.)

Matemaattinen ajattelu ei ole ajattelua matematiikasta, vaan se muodostuu mm. prosesseista eli tapahtumasarjoista sekä operaatioista eli toimituksista. Matematiikassa (ja muissa luonnontieteissä) käytettäviä ajattelustrategioita ovat esimerkiksi luokittelu, järjestäminen, deduktiivinen ja induktiivinen päättely sekä ongelmanratkaisutaidot. (Ahtee & Pehkonen 2000, 18 - 19.) Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissakin (1994) korostetaan, että ongelmanratkaisu on matemaattis-loogisten vaatimusten ohella opetuksen keskeinen periaate - ongelmanratkaisuprosessien merkitys korostuu ennen kaikkea tietojen hankkimisessa sekä soveltamisessa. “Osvien kysymysten asettaminen, ongelman hahmottaminen, tehtävän rajaaminen, sopivien ratkaisumenetelmien löytäminen ja läpivieminen sekä tulosten arviointi ja muotoilu ovat opiskelutilanteissa keskeisiä.” (POP 1994, 76.)

Ongelmanratkaisua pidettiin myös kyselyjen vastauksissa keskeisenä opetuksen sisältönä (opiskelijaryhmässä C yksi “suosituimmista” vastauksista). Voidaankin todeta,

että opetus POM-opinnoissa on ainakin siltä osin “mennyt perille”: Haapasalo (1994) korostaa, että tiedon syntyessä juuri ongelmanratkaisuprosessien yhteydessä, oppijalle muodostuu vankka käsitteellinen pohja, jolle rakentaa uutta, myöhempää tietoa. Hän kuitenkin huomauttaa, että ongelmanratkaisun yhteydessä tulisi opettamisen sijasta puhua ongelmanratkaisutaidon kehittamisestä, sillä ongelmanratkaisu on “aivan turhan kompleksinen asia ‘opetettavaksi’”. (Haapasalo 1994, 36, 223.)

Oppiminen on koettava mielekkäänä ja merkityksellisenä - kun oppija uskoo saavansa tietoon, hän pitää sen oppimista mielekkäänä, mutta vasta kun hän käsittää sen merkityksen hänelle itselleen ja sen, kuinka mieluista tiedon oppiminen on, tulee siitä hänelle merkityksellinen kokemus (Yrjönsuuri & Yrjönsuuri 1998, 113). Motivaatioon konstruktivistisessa viitekehyksessä puolestaan vaikuttavat keskeisesti oppilaiden omat oppimistilanteiden tulkinnat ja niihin vaikuttavien kokemusten merkityksellisyys sekä sosiaalisten vuorovaikutustilanteiden ehdot (Tynjälä 1999b, 107). Matematiikka on voimakkaita emootioita herättävä oppiaine. Monipuolisilla menetelmillä ja virikkeellisellä oppimisympäristöllä pidetään yllä oppilaiden motivaatiota ja mahdollistetaan myönteisten oppimiskokemusten syntymistä.

Oppilaslähtöisyyttä ja oppimisen iloa pidettiin erittäin tärkeänä tapaustenkin mieles-tä. Vastauksista korostui esimerkiksi eriyttämisen tärkeys ja sopiva etenemisvauhti. Opetuksen avulla on saatava oppilaille käsitys matematiikan osaamisen merkityksestä. Oppilaille tulisi syntyä myös luottamus omiin kykyihinsä sekä tarve oppia ja käyttää matematiikkaa järkevissä ja mielekkäissä tilanteissa (POP 1994, 76).

Se, ettei tule luovuttamisen tai kauhean epäonnistumisen tunnetta - tärkeää on saada jokainen osaamaan ainakin jotain, saada hyvä mieli uuden oppimisesta! Ala-asteella hyvän pohjan luominen sekä itseensä luottamisen saavuttaminen. (CYN10.)

Konkreettisuus, selkeys, sovellus, oppilaan maailmaan kytkeytyminen (on aivan turha laskea sataman sillitynnyreitä kun samat asiat voi laskea vaikka pääsiäismunil-la). -- (CLN3.)

Keskeistä siinä on ennen kaikkea auttaa oppilasta soveltamaan tieteellinen, matemaattinen tieto, kieli käytännön tasolle, sellaiselle ajattelun tasolle, minkä voi ymmärtää. Toisaalta opettajan tulee osata selittää matemaattiset toimitukset tarpeeksi ymmärrettävästi, havainnollistaen. (CLN5.)

Matematiikan kouluopetuksesta on sanottu, että se vain etenee, muttei sovelle. Kun matematiikan kouluopetuksen käsittelemästä tietoaaineksesta esitetään sen aktiivinen ja dynaaminen luonne, saadaan oppilas itse luonnostaan ja aktiivisesti soveltamaan oppimisaan käsitteitä sekä teorioita ja tutkimaan uusia asioita. (Männistö 1995, 9.) Käsitteiden ja tietorakenteiden oppimista varten olisikin tärkeää suunnitella yksittäisistä sisällöistä tai keskeisistä käsitteistä laajoja opintokokonaisuuksia (POP 1994, 77).

Olen itse saanut kokea sen, että oppilaat alkavat omatoimisesti selvittää asioita ja ymmärtävät niiden merkityksen käytännössä. Pidin kolmannessa opettajaharjoittelussa Taloudellisuus ja säästäminen -projektin, johon oli integroitu sisältöjä matematiikasta, äidinkielestä ja kansalaistaidosta. Oppilaita motivoi sen käytännönläheisyys ja omakohtaisuus.

Jaksolle asettamani tavoitteet onnistuivat mukavasti. Oppilaat pohtivat säästämistä ihan tosissaan ja lopulta ymmärsivät budjetinkin käsitteestä ihan mukavasti. Puhutaan matematiikan osalta olen myös ihan tyytyväinen. Osasin ohjata oppilaita ajattelemaan, vaikka välillä vähän hirvittikin. (OH3 1999.)

Opetussuunnitelman perusteissakin (1994) korostetaan integroinnin merkitystä. Matematiikan opetuksen integrointi monipuolisesti koulun muuhun työskentelyyn ja ulkopuoliseen maailmaan sekä yli oppiainerajojen projektien myötä auttaa oppilasta saamaan realistisen kuvan matematiikan käyttökelpoisuudesta - oppilaat saavat kokemuksia matematiikan tarjoamista tietokokonaisuuksista ja mallien hyväksikäytöstä sekä niiden rajoituksista. (POP 1994, 77.)

4.4 Arviointi matematiikassa

Olen edellä tuonut esille sisältöjä, joiden tulisi kuulua matematiikan opetukseen olennaisena osana. Olennainen osa opetusta ja oppimista on myös arviointi. En kysynyt arvioinnista kyselyissäni, joten tämän luvun sisältö on koottu kirjallisuuden pohjalta.

Arvioinnilla tarkoitetaan laajassa mielessä kaikkea oppimistulosten arviointia. Se antaa palautteen toiminnasta, sen tuloksesta sekä toiminnan yhteydestä tulokseen. Arvioinnin kohde vaihtelee yksittäisestä oppilaasta aina opettajaan ja suunnittelutyöhön saakka. Arviointi auttaa oppijaa ja opettajaa siinä reflektointiprosessissa, jossa he käsittele-

vät ajatuksiaan ja keinojaan aikaisempaa tuloksellisempaa opiskelua ja opetusta varten. Arviointi liittyy kiinteästi tavoitteisiin, opetusjärjestelyihin sekä oppimiseen ja sen avulla voidaan edistää kasvatustavoitteisiin pääsyä. (Yrjönsuuri 1998, 8; Lahdes 1986, 175-179.)

Arvioinnilla on lukuisia eri tehtäviä, kuten tilanteiden toteaminen, valikointi, järjestykseen laittaminen, tulevan menestyksen ennustaminen, toiminnan kontrollointi, palkitseminen, motivointi, toiminnan ohjaaminen sekä kehittäminen. Eri asiat ja tahot tarvitsevat arviointia hyvinkin vaihteleviin tarkoituksiin. Joskus on tarpeellista kontrolloida asioita arvioinnin avulla. Opetuksen ja oppimisen osalta arviointi on kuitenkin tarkoitettu kehittämisen ja tukemisen välineeksi, eikä se ole itsetarkoitus. (Lappalainen 1997, 14.)

Arviointimenetelmään vaikuttavat monet seikat. Näitä ovat mm. arvioijan ihmiskäsitys ja oppimiskäsitys, arvioijan näkemys opittavasta sisällöstä, arvioitavien kehitysvaihe ja välinetaitojen taso sekä arvioijan tottumukset ja mieltymykset (Koppinen, Korpinen & Pollari, 46.) Mikäli arvioitsija pitää oppilasta esimerkiksi ymmärtävänä ja vuorovaikutukseen kykenevänä ja siten oppimista konstruktivistisen ihmiskäsityksen mukaisena tapahtumana, arvioi hän oppilaan oppimistuloksia eri tavoin kuin sellainen arvioija, joka katsoo tehtäväkseen pelkän opitun kontrolloimisen. Arvioijan ihmiskäsitys vaikuttaa arviointimenetelmien ohella myös opetustapojen ja -menetelmien valintaan. Oppilaille annettavien tehtävien laadinnassa ja valinnassa arvioija käyttää erilaisia perusteita ajatellessaan oppilaan tapaa oppia. (Koppinen, Korpinen & Pollari 1994, 46.)

Arvioitavien kehitysvaihe vaikuttaa myös arviointimenetelmän valintaan. Arvioijan on tiedostettava, että toisille erinomaisesti soveltuva arviointitapa ei avaudu kaikille. Huomio on kiinnitettävä koko ryhmän tasoon, jotta jokainen oppilas on arvioinnissa samalla lähtöviivalla (Koppinen, Korpinen & Pollari 1994, 46). Opettajan on oltava tietoinen oppilaidensa käytettävistä olevista mentaalimalleista ja ajattelutavoista ja luotava tämän tiedon perusteella ideaali opetussuunnitelma. Tapa, joka on omasta mielestä hyvä ja helppo toteuttaa, ei välttämättä ole tilanteeseen paras mahdollinen.

Perinteisesti oppilaan arviointi matematiikassa on perustunut pääasiassa siihen näyttöön, minkä hän antaa tiedollisesta osaamisestaan ratkaistessaan tuttuja, lyhyehköjä tehtäviä. Kun siirrytään korostamaan oppimisen prosessiluontoisia tavoitteita, on arvioinnin painopistettä siirrettävä prosessien arviointiin erilaisen toiminnan luokittelemisen ja luonnehdinnan pohjalta. (Haapasalo 1994, 245.) Nykyisin arviointia ei enää erotella diagnostiseen, formatiiviseen ja summatiiviseen, vaan arviointi on jatkuvaa ja koko

prosessia arvioivaa.

Prosessiarvioinnin avulla oppilas tulee tietoiseksi omasta oppimisestaan sekä matematiikan merkityksestä omassa kehityksessään. Tarkoituksena on myös päästä pois pelkästä laskusuoritusten arvioinnista kohti matematiikan käyttötaitojen arviointia. Matematiikan menetelmien ja arviointitapojen valinnoilla pyritään parantamaan matemaattista ymmärrystä ja ennaltaehkäisemään mahdollisia matematiikkapelkoja (POP 1994.)

Oppilasarvioinnin keskeiseksi lähtökohdaksi olisi nostettava oppilaan ajatteluprosessien selkiyttäminen. Niin sanottujen perinteisten koetyyppien (esim. pelkkiä standarditehtäviä) rinnalle tulisi tuoda oppilasarviointiin muotoja, joiden avulla kyettäisiin arvioimaan itse oppimisprosessia ja myös oppilaiden henkilökohtaisia asenteita. Oppilaita tulisi ohjata ja neuvoa itsearviointiin jo varhaisessa vaiheessa (itsearviointi on myös opettajalle hyväksikäyttöön) sekä opastaa salkkuarviointiin, jossa oppilas voi itsenäisesti ja muiden kanssa seurata omaa edistymistään.

5 MATEMATIIKAN OPETUKSEN KEHITTÄMINEN

5.1 Kehittämisen välttämättömyys

Ensimmäisenä opiskeluvuoteni tuli jo paljon opintojenkin takia pohdiskeltua opettajuutta. Etsimme syitä valintaamme. Yksi suurimmista syistä minun kohdallani on ehkä haluni parantaa ja pelastaa muita. En aina tiedä miltä, mutta kuitenkin. Vahvoja vaikuttajia elämässäni ovat olleet omat opettajani, etupäässä huonot. Ala-asteella luokkamme oli suuri, n. 25 oppilaan luokka. Meiltä vaihtui opettaja viitenä vuonna. Olimme vilkkaita, välillä tilanne oli luokka vastaan opettaja. Karvain muisto on neljännen luokan opettajasta. - - Hän sai stressin ensimmäisellä työviikolla. Niinpä hän alkoi joka päivä merkitä taululle niiden päivien lukumäärän, joina hänen täytyi sietää meitä. En usko hänen tapansa kasvattavan lasten itsetuntoa kovinkaan terveeseen suuntaan... On vaikuttavia opettajia ollut muitakin. Julkista nolaamista, haukkumista jne. Onneksi koimme nuo asiat kuitenkin luokan kanssa yhdessä. (Elämäkerta 1998.)

Omat kovat kokemukset vievät eteenpäin. Halu tehdä asioita toisin kuin omat opettajat ovat tehneet saa yrittämään kovemmin. Siksi teen tätäkin tutkielmaa. Eräs opiskelija vastasi kysymykseen Kuinka kehittäisit matematiikan opetusta peruskoulussa seuraavasti: "En tiedä, mutta asiaa ymmärtäviltä olen kuullut, että töitä olisi ja paljon" (CLM1). - Niinpä.

5.1.1 Omat opettajat muistetaan

Kysyin tutkimukseen osallisuilta, millaisia matematiikan opettajia heillä oli ollut. Vastauksista paljastui valtava opettajien kirjo, jonka avulla sain käsityksen myös heidän saamastaan opetuksesta. Opettajissa oli päteviä pedagogeja, kärsivällisiä kannustajia, mutta myös ankaria, "epäkannustavia" kehoja pedagogeja sekä pahimmillaan alkoholisteja tai sovinisteja. Vastauksista paljastui vastaajien opettaja-ajattelu, tietoisuus hyvästä opettajasta. Kritiikkiä oli perusteltu usein juuri pedagogisilla argumenteilla, esimerkiksi kirjasiidonaisuudella.

Ala-asteella luokanopettaja opetti sen, mitä kirjassa luki, mutta hieman erilaisin esimerkein. Sitten laskettiin kirjan aukeamia. Yläasteella sama juttu. Lukiossa tahti pysyi samantyyppisenä. Kotitehtävien tarkistus -> opettajajohtoisesti uusi asia -> itsenäinen laskeminen. Jokainen opettaja on noudattanut samaa kaavaa. (CYN17.)

Ala-asteen opettajien matematiikan opetusta en erikseen muista, mutta yläasteen opettajien pedagogisissa valmiuksissa oli paljon toivomisen varaa. Myös lukion opettajat olivat varmasti hyvin päteviä matemaatikkoja, mutta opettajaksi heistä ei oikein ollut. (CYN8.)

Vastauksissa korostui erityisesti “perinteinen” opettajuus ja sen paheksuntakin.

Aika perinteisiä ja “tavallisia”: ei suurta innostusta matematiikkaan heillä itsellään, oppikirja kaikki kaikessa. Yläasteen opettaja paras juuri konkreettisuutensa ja kannustamisensa vuoksi. Lukion opettaja syvältä; kaveerasi 9 - 10 arvosanan oppilaiden kanssa eikä ollut kiinnostunut opettamaan huonompia; ei kannustusta, ei opetusta, ei mahdollisuutta kysyä tai opiskella parin kanssa. (CLN3.)

Laidasta laitaa. Yläasteen ope oli ihan ok ja lukion ope tosi hyvä... persoonallinen tyyppi. Hän esim. käytti toisinaan todella perinteisiä metodeja: kirjoita kaava 50 kertaa jos et osaa sitä seuraavalla tunnilla... hyvin tuntui toimivan. (CYN1.)

Aineiston vastauksista löytyi hyviäkin opettajia. Myönteisiä opettajakokemuksia oli erityisesti matematiikkaryhmässä (B), jossa neljä kuudesta kuvasi myönteisiä kokemuksiaan. Muissa ryhmissä samankaltaisia kokemuksia oli noin kolmanneksella joukosta.

Älyttömän hyviä. Ala-asteella 2 opea: vanhoja ja kohtuu tiukkoja: perusasiat tuli hyvin opittua luuytimeen saakka. Yläasteella sama juttu. Yläasteella oma aktiivisuus palkittiin ja sai usein laskea omassa tahdissa. Lukiossa todella selkeä ja myös heikoimmille oppilaille kärsivällinen ope. Myös hauska! (BYN1.)

Pääasiassa erittäin hyviä. Ovat olleet valmiita perustelemaan, osanneet asiansa ja tehneet sen eteen töitä, että eritasoisilla oppijoilla on tasonsa mukaista tekemistä. (CYN15.)

Aika sympaattisia. Eräs mies oli hajamielinen, vanha herra, ystävällinen, ei moittinut - vaikka olinkin heikko. Eräs nainen oli lempeä, mukava - ei juuri tullut henkilökohtaista kosketusta oppikoulussa. (AYN4.)

Kuten jo edellä mainitsinkin, olivat monet hyvin kriittisiä omia matematiikan opettajiin kohtaan. Varsinkin opiskelijaryhmässä (C) puolet vastaajista oli erittäin tyytymättömiä.

Ala-asteella neljä. Jälkimmäinen oli vasta valmistunut, aika epävarma 6. lk:n matikassa. Oppilaat neuvoivat häntä. Yläasteella ihan ok opettaja. Muutaman loistavan nuoren naissijaisen muistan. Lukion opettajasta jo kerroinkin. Koin hänet todella vastenmielisenä (nainen), epäreiluna ja teoreettisena. Hänellä ei ollut juuri halua heikoimpien oppilaiden kannustamiseen. (CYN2.)

Osittain juuri sellaisia, jotka eivät ole osanneet selittää käytännön esimerkein -> monia asioita on opetellut vain ulkoa opettelemalla, pystymättä kuitenkaan ymmärtämään asiaa niin, että kykenisi sovelluksiin. (CLN5.)

OK - ala-asteella ihan hyvä, mutta olin joskus aika pihalla - yläasteella matemaatikko, joka ei saanut kuria - kun hän jäi eläkkeelle, oli sijaisia - yksi oli ½ vuotta ja vaikka ei ollut pätevä, sai mut ainakin oppimaan ja pitämään matikasta! Toinen sijainen ½ vuotta, ei oikein itse osannut... Lukiassa ensin oli aivan järkyttävä, joka halusi karsia ylimääräiset ryhmästä pois ekoissa kokeissa... Kun vaihtui 1. luokan jälkeen, 2 loppuvuotta oli ihana, selkeästi ja kärsivällisesti opettava! (CYN10.)

On tietenkin hullunkurista ajatella, että opetus olisi samanlaista kuin omalla tai muiden tutkimukseen osallistujien kouluajalla. Kuitenkin havaintoja opetuksen kehnoudesta on muutenkin: Olin kouluavustajana yhden lukuvuoden ajan entisellä kotipaikkakunnallani ja seurasin siellä mm. matematiikan opetusta. Havaintoja olen tehnyt myös sijaisuuksien aikana opiskellessani - Voisinpa näiden havaintojeni pohjalta väittää, ettei odotettuja, suuria konstruktivistisia mullistuksia ja uudistuksia eikä uusia opetusmenetelmiä ole saatu kunnolla käyttöön.

On esimerkiksi surullista huomata, kuinka 3. - 6. -yhdysluokkien oppilaat toteavat, että "aina meillä on näin tehty", kun selvitän luokan opiskelutyyliä sijaisuutta tehdessäni - käytäntö on yleensä se, että kukin oppilas etenee omaa tahtiaan kirjassa eteenpäin, välittämättä edes saman luokka-asteen tovereistaan. Joku on tehnyt koko vuoden asiat kirjasta jo syksyllä, eikä toinen välttämättä ole oppinut edes ensimmäistäkään uutta asiaa. Onhan se "hienoa", että on näppärä laskija, mutta mitä hän on oikeasti oppinut - matematiikasta.

5.1.2 Opettajien ja opiskelijoiden käsityksiä omasta matematiikanopettajuudesta

Opettaja ei automaattisesti kehitä opetustaan esimerkiksi omien huonojen kokemustensa kautta (Ks. luku 3.3 - noidankehäopetus). Kokemuksia on reflektoitava, uudet ajatukset ja menetelmät on omaksuttava ja ymmärrettävä sekä uutta tietoa ja uusia ajatuksia on itse etsittävä ja osattava etsiä - ilman omatoimisuutta mitään ei tapahdu.

- - Toivon, että olen oppinut jotakin omien opettajieni puutteista, enkä enää toista samoja virheitä. Konkretisointi on omia vahvuksiani yleensä opetuksessani, kai se sitten näkyy matikassakin. (Toivotaan!) (CYN11.)

Toivon että kysymys "Millainen matematiikan opettaja olet itse tällä hetkellä?" auttoi osaltaan tapauksia refleктоimaan omaa toimintaansa. Tuntuu oudolta todeta, että olin iloinen siitä, kuinka paljon vastaajissa oli kriittisyyttä omaa toimintaa kohtaan. Usein kuulee kommentteja, että "matematiikkaa on niin ihanan helppo opettaa". Omasta mielestäni tilanne on aivan toinen - minusta se on vaikein koulussa opetettavista aineista.

Vastauksissa oli paljon eroja opettajakokemuksen takia: opettajaryhmästä kaikki olivat luonnollisesti ainetta opettaneet ja joillakin opiskelijoilla ryhmästä C ei ollut kokemuksia matematiikan opetuksen osalta edes harjoitteluista. Tämä saattoi olla osasyynä opiskelijoiden erittäin suureen kriittisyyteen omaa opettajuutta kohtaan.

Voin myöntää, että olen täysin kiinni oppikirjassa sekä muissa valmiissa malleissa. Matematiikan suhteen mielikuvitukseni ei riitä mihinkään. Pyrin perustelemaan itselleni ja oppilaille sen, miksi jokin tehdään ja lasketaan. Osaan opettaa perusasiat, jotka löytyvät opetussuunnitelmasta ja oppikirjoista, that's it. (CYN17.)

Huono. En osaa selittää lapsille miksi jokin asia lasketaan niin kuin lasketaan, koska en itsekään ymmärrä! Turvaudun myös yleensä kirjaan, koska en luota itseeni. (CYN4.)

Varmaan aika perinteinen (CYN7).

Opettajan oppaaseen tukeutuva keltanokka (CLM1).

No en minä tällä hetkellä mikään matikan ope oo -- (CLN2).

Oli upeaa tutustua vastauksiin, joissa voi sanoa jo reflektoinnin vaikuttaneen opettamiseen. Vastaajat olivat usein kriittisesti pohtineet omaa opettajuuttaan, mutta löysivät asioita itsensä kehittämiseen sekä asioita, jotka ovat opettamisen kannalta tärkeitä. Näitä vastauksia oli eniten - uskallan siis toivoa, että jotakin edistystä tulee tapahtumaan.

Keskeneräinen - minulla on vielä paljon opittavaa - mutta kehityskelpoinen. (Koulun tuntijako asettaa omat rajoitteensa.) Omakuvani matematiikan opettajana ei vielä ole kovin selkiytynyt. Elän vielä kokeiluvaihetta seuraten kuitenkin pääosin oppikirjaa. Etsin ideoita ja virikkeitä oppikirjasarjojen lisäksi alan kirjallisuudesta ja tutkimuksesta. (ALN2.)

Raakile. Johtuen ehkä opintojen ja kokemuksen vähyydestä. Soveltavuus-aspektilla aika hyvä, sillä osaan hyvin käyttää käytäntöä apuna laskutapojen yms. selityksessä. (BYN1.)

Motivoitunut, joskin kokemusta puuttuu. (BLM1.)

Vielä hyvin kokematon, mutta innokas ja aiheeseen motivoitusti suhtautuva. Kirjan todellisuuteen liiaksi tukeutuva. (BLM2.)

Yritän olla innostunut, vaikka monella tapaa tunnen itseni epävarmaksi omien koulukokemusten vuoksi. Toisaalta yritän kääntää sen eduksi. Mielestäni ymmärrän hyvin oppilaista, joilla on vaikeuksia ja yritän nähdä, mistä vaikeudet johtuvat. (CYN2.)

70 % parempi kuin omat opettajani. Tiedän kokemuksesta missä mennään helposti metsään ja miten heikoimmat yrittävät peitellä heikkouttaan. Taidoissa on parantamisen varaa (paljon), mutta asenteeni on nähdäkseni ok. (CYM2.)

Opetan perusasiat kunnolla ja haluan pohjustaa lasten taidot perusteellisesti, kiire ei ole. Eriyttämistä en mielestäni osaa vielä tarpeeksi hyvin, eli lahjakkaat tekevät vain enemmän töitä, mutta eivät saa taidoilleen vastaavia tehtäviä. Tykkään kyllä pitää matikkaa. (CYN10.)

Perusteellinen, selkeä, havainnollinen, mutta tiedostan, että minun on opeteltava sisältöjä vielä paljon, jotta voin olla matematiikan opettaja. (CYN9.)

Alkutaipaleella olen vielä matikan opettajana. Sijaisuuksissa olen edennyt kirjan mukaan ja opetus on ollut varsin opettajakeskeistä. Haluaisin kehittyä monipuolisemmaksi ja oppilaskeskeisemmäksi. Ehkä joku lisäkurssi olisi vielä hyvä. (CLM5.)

Joistakin vastauksista näkyi hienosti opettajuuden luonne - opettaja ei ole koskaan valmis. Matka jatkuu ja uusia asioita tulee koko ajan omaksuttavaksi ja huomioitavaksi. Vaikka matkalla ollaankin, voi silti olla jostakin asiasta hyvin perillä. Mielestäni seuraava opiskelija on jo sisäistänyt jotain, jota moni "valmis" opettaja ei koskaan löydä - toivottavasti vain resurssit antavat hänelle mahdollisuuden.

Pyrin löytämään kullekin oppilaalle parhaimman ja havainnollisimman tavan päästä selville matematiikan kielestä ja tehtävistä. Haluan olla selvillä oppilaan ajatuskultta tehtävän ratkaisussa: miksi mikäkin laskutoimitus on tehty, mistä luvut saadaan, mitä saadaan selville kun lasketaan jokin lasku (esim. sanallisissa), miten oppilas päätyi johonkin ratkaisuun. Sitä kautta voi kohdistaa opetusta oppilaan ongelmakohtiin. (CLN3.)

5.2 Todellisuutta tänään

Tätä tutkimusta tehdessä ja omaa matematiikan opettajuuttani sekä opetusta pohtiessa esiin on noussut useita kokonaisuuksia, jotka ovat jarruttaneet opetuksen kehittymistä tai joissa ajattelu ei ole edennyt uusien tuulien tasolle erityisesti perusopetuksen osalta. Tässä luvussa esittelen niitä keskeisimpiä kokonaisuuksia, joita koskevia kysymyksiä on noussut jatkuvasti esille oman opettajuuteni aikana. Samoja asioita olivat pohtineet myös tutkimukseen osallistujat omissa vastauksissaan kysymykseen "Kuinka kehittäisit matematiikan opetusta peruskoulussa?". Esimerkiksi oppikirjasidonnaisuudesta (luku 5.2.3) oli erittäin paljon kommentteja kaikissa ryhmissä. (Aineistoa käsittelen saman kysymyksen osalta erityisesti luvussa 5.3 - tuon esille keskeisimpiä ja suosituimpia kehitysnäkemyksiä.)

5.2.1 Oppimiskäsitys - käsitetty?

Konstruktivismi ei ole tavoittanut kaikkia kouluyhteisön jäseniä eikä kaikkea opetusta. Uutta on aina vaikea omaksua, ja jos siihen ei saa tukea, turvautuu usein vanhoihin ja tuttuihin tapoihin. Oppikirjat ovat usein varsin vanhoillisia behavioristisia eivätkä haasta oppijaa itsenäiseen tutkiskeluun ja tiedon hankintaan. Lisäksi opettajat ovat varsin varovaisia opetustyyliensä muuttamisessa ja turvautuvat helposti oppikirjoihin ja niiden tehtäviin. (Ks. Kilpisaari 1999.)

Patrikainen (1999, 145) huomauttaa, että resurssit konstruktivistisen opetuksen järjestämiseen eivät ole välttämättä kunnossa: luokkakoot ovat aivan liian suuria, jolloin yksilöllistä itseohjautuvuuteen ja itsenäiseen vastuuseen ohjaavaa pedagogiikkaa on vaikeaa toteuttaa. Opetuksen järjestäminen konstruktivistiseksi vaatii opettajalta paljon enemmän työtä - ovatko opettajat valmiita siihen?

Jokaisen opettajan tulisi omaksua oppimiskäsitys niin, ettei sitä tarvitsisi erikseen pohtia. Sen tulisi heijastua opettajan toimintaan ja opetukseen luonnollisena ja puhtaana. Kuinka moni opettaja pohtii ja ehtii pohtimaan sitä, kuinka oppija todella oppii? Määritelmän voi muistaa kirjasta, mutta onko se sisäistettynä ja mukana opetuksessa? Kohtaako teoria taaskaan käytäntöä? Olen kohdannut opettajia, jotka toteavat: "Ei mikään oppimiskäsitys ole muuttunut, sille on vain vaihdettu nimi!"

Konstruktivismi voi jäädä vain opetussuunnitelmien tasolle tai olla pelkästään näennäistä toimintaa - käytännössä se ei ole kovin usein edes opetussuunnitelmissa. Koulukohtaisiin opetussuunnitelmiin on hyvin harvoin sisällytetty oppimiskäsitystä, se tulee esille korkeintaan tavoitteiden, sisältöjen ja työtapojen kautta. Uutta oppimiskäsitystä ei ole nivottu yhteen uudistuneen opetussuunnitelman kanssa, sillä opettajien mielestä "oppimiskäsitystä on hankalampi muuttaa ja siihen sisältyy erilaisia menetelmiä". (Pietilä & Toivanen 2000, 43; Ropo & Huopainen 2000, 111.)

Oppimiskäsityksen omaksuminen on vaikea prosessi: Ropo ja Huopainen (2000) pohtivat tietokäsityksen omaksumisen vaikeutta. Mielestäni näin on jokaisen uuden käsityksen omaksumisprosessissa. Yksilö ei voi muuttaa käsitystään samoin kuin esimerkiksi koneeseen vaihdettaisiin varaosia. Jos muutokset otetaan passiivisesti vastaan, jäävät ne helposti vain retoriseksi tasolle, kielellisiksi muutoksiksi, jotka ilmenevät pelkästään puheessa, eivät toiminnassa. Käsitusten muutoksilla voi olla syvällisiä heijastusvaikutuksia

opetuksen toteutukseenkin vain, jos ne ovat edellyttäneet yksilöltä sisäisen maailman uudelleen järjestäytymistä. (Ropo & Huopainen 2000, 94.)

Oma opetukseni ei varmastikaan toteuta tarkkaan minkään ismin sääntöjä. Behavioristisiakin piirteitä löytyy ainakin joka toisesta kasvattajasta. Vahtiessani esimerkiksi vilkkaita sisarenpoikiani, en jaksa aina suhtautua tilanteisiin kovin rakentavasti. Kuitenkin jo ennen opintojeni aloittamista tunsin omikseni opetusmenetelmät, jotka korostivat yksilön omaa ajattelua ja kokemuksia. Koin heti tutustuttuani teorian konstruktivismista melko lailla minulle sopivaksi. Konstruktivismi on jotenkin luonnollinen tapa oppia, sillä Haapasalonkin (1994, 95) mukaan ulkoisen maailman havaitseminen on valikoivaa ja tulkitsevaa sen kokemuksen mukaan, mikä havaittajalla jo on. (OH3 1999.)

Ideaali, maailmoja syleilevä, opetus ei aina ole mahdollista. Yritän opettaa konstruktivismiin mukaan jo siitäkkin syystä, että tiedän millaista koulunkäynti voi pahimmassa tapauksessa olla: tiedon ohjelmointia oppilaisiin, passiivista toimintaa, “väärää” vastauksia. Mielestäni opettaja voi tietoisena valintana käyttää muitakin kuin konstruktivistisia keinoja opetuksessaan. On kuitenkin tärkeää, että opettaja erottaa, mikä ei ole vallitsevan oppimiskäsityksen mukainen tapa opettaa ja omaksua asioita.

5.2.2 Opetussuunnitelmauudistus käytännössä

“Hyvin suunniteltu on puoliksi tehty” -sanonta pitää paikkansa. Hyvä opetussuunnitelma kannattelee koko opetusprosessia ja antaa opettajalle aikaa keskittyä vuorovaikutukseen opetuksen aikana. Olemme opetusharjoitteluissamme ja POM-opinnoissakin harjoitelleet tulevaa ammattiamme varten suunnittelutyötä opetusprojektien kautta. Kaikelle opetuksen suunnittelutyölle tulisi löytää eväät opetussuunnitelman perusteista (1994), joita uudistettiin uuden oppimiskäsityksen ja opetuksen uudistumisen tarpeen myötä.

Vuonna 1994 toteutetun peruskoulun opetussuunnitelman uudistamisen pääasiallisenä tavoitteena oli käynnistää oppilaitoksissa omien opetussuunnitelmien uudistaminen kansallisten perusteiden antamissa raameissa. Tarkoituksena oli myös siirtää päätösvaltaa

valtakunnan tasolta oppilaitoksiin. (Lindström 2000, 5.) Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa 1994 annettiin ohjeet koulu- ja kuntakohtaisten opetussuunnitelmien laadintaan. Ohjeiden mukaan opetussuunnitelmista tulee ilmetä mm. seuraavat asiat: koulun tehtävä, omaleimaisuus ja toiminta-ajatus; tuntijako; aihekokonaisuudet ja oppiaineryhmien tavoitteet ja sisällöt sekä arviointiperusteet. (POP 1994, 15 - 16.)

Opetussuunnitelmauudistusta ja sen onnistumista tarkasteltiin Pietilän ja Toivasen (2000) toimittamassa selvityksessä. Selvityksen mukaan opetussuunnitelmien laadinnasta vastasivat pääasiassa opettajat. Useimmissa tapauksissa oli mukana myös oppilaiden vanhempia, kunnan muita kouluja ja opettajia. Opetussuunnitelmatyön katsottiinkin vaikuttaneen myönteisesti opettajien väliseen yhteistyöhön sekä yhteistyöhön kotien kanssa - yleisesti uudistukseen suhtauduttiin myönteisesti ja työhön oli paneuduttu innokkaasti. (Pietilä & Toivanen 2000, 14, 16, 50.) Opetussuunnitelman kehittämisprosessi nähtiin mielekkäänä, opettajan työmotivaatiota ja yhteistyötä lisäävänä. Opettajat joutuivat pohtimaan työtään ja sen kehittämistä. Opetussuunnitelma nähtiin nyt uudella tavalla - virikepakettina ja kehittyvänä kokonaisuutena. (Ropo & Huopainen 2000, 103, 115 - 116.)

Koulujen opetussuunnitelmien toteutumisen esteeksi selvityksessä todettiin resurssien puute. Resurssit koskivat rahaa, koulun henkilöstöä, tiloja sekä laite- ja materiaalikysymyksiä. Myös opetukseen käytettävä aika katsottiin resurssiksi. Koulujen resurssit toivottiin otettavan huomioon opetussuunnitelman perusteissa, ja turvattavan opetussuunnitelmien toteutumismahdollisuudet tavalla tai toisella. (Pietilä & Toivanen 2000, 24.)

Niemen (2001, 81) tutkimukseen osallistuneista matematiikan opettajista lähes puolet koki, että oman koulun opetussuunnitelmasta on "jonkin verran" apua ja lähes 30 prosenttia tunsu saavansa siitä apua melko paljon. Pietilän ja Toivasen (2000) selvityksessä opetussuunnitelmien todettiin selkeyttäneen ja elävöittäneen opetus- ja kasvatustyötä sekä yhtenäistäneen opetusta. Sekä ala- että yläasteella opetussuunnitelman todettiin kehittäneen opetusmenetelmiä ja lisänneen oppilaskeskeisyyttä. Oppikirjasidonnaisuuden todettiin vähentyneen, joskin joidenkin mielestä oppikirjat olivat edelleenkin liiaksi yhtä kuin opetussuunnitelma. (Pietilä & Toivanen 2000, 16 - 20.)

Selvitys osoitti, että opetussuunnitelman perusteiden keskeiset ideat löytyvät monien koulujen suunnitelmista konkretisoituina yleisiin osiin - työhön on siis käyty vakavalla mielellä. Puutteita ja parannettavaa kuitenkin löytyy: Suurin puute opetussuunnitelmissa on oppiainesosioiden ylimalkaisuus, varsinkin ala-asteiden opetussuunnitelmissa, joissa

neljännes jää koko ala-astetta koskevien tavoitteiden varaan esittelemättä ainetta vuosiluokittain. Vaikka opetussuunnitelmatyöhön on käyty innolla ja saatu hyviä tuloksia yhteisistä osioista, jäävät ainekohtaiset osiot vaatimattomiksi. Joidenkin aineiden opetussuunnitelmista näkyi vuoden 1985 perusteiden ja jopa käytettävien oppikirjojen vaikutus. Oli myös suunnitelmia, joissa joko tavoitteet tai sisällöt tai molemmat puuttuivat, sekä suunnitelmia, joista ei jonkin aineen opetussuunnitelmaa löytynyt laisinkaan. Eroja oli odotetusti ala- ja yläasteiden välillä (yläasteiden ainekohtaiset osiot olivat täsmällisempiä ja asiantuntevammin laadittuja kuin ala-asteilla). Syvällisesti pohdittu ja hyvin kirjoitettu ainekohtainen opetussuunnitelma näytti kuitenkin selvityksen mukaan olevan poikkeus. (Pietilä & Toivonen 2000, 49.)

On ymmärrettävää, etteivät suunnitelmien oppiainekohtaiset osiot vastanneet perusteiden asettamiin haasteisiin. Vuosina 1994 - 1996 järjestetty opettajien koulutus keskittyi yleisien osien laadintaan. Lisäksi opettajien voimat ja ainekohtainen asiantuntemus eivät riittäneet konkretisoimaan perusteissa tiiviisti esitettyjä ideoita ja uusia suuntia. On kuitenkin valitettavaa, että juuri puutteet ainekohtaisissa opetussuunnitelmien osioissa heijastuvat suoraan opetukseen - opetus ei siksi ole kehittynyt kaikissa kouluissa tarkoitettussa laajuudessa ja tarkoitettulla tavalla. (Pietilä & Toivonen 2000, 50.) Jos opettajalla olisi käytössään toimiva ainekohtainen suunnitelma, uskaltaisi hän myös todennäköisemmin ottaa käyttöönsä uusia opetusmenetelmiä ja -materiaaleja.

Vuonna 1994 laaditut perusteet näyttivät suunnan ja antoivat tavoitteet, jotka ovat vieläkin ajankohtaisia. Ne eivät kuitenkaan ohjanneet opettajia riittävästi suunnitelmien laadintaan ja oman opetustyön kehittämiseen - siksi perusteet on uudistettava. (Pietilä & Toivonen 2000, 50.) Toivoisin, että uudistus paransi myös oppimiskäsityksen painottamisen osalta - kuten jo kerran todettiin kaiken systemaattisen koulutuksen ja opetuksen taustalla on aina jokin oppimiskäsitys.

Koulutuksen kehittäminen pohjautuu koulukohtaiseen opetussuunnitelma-ajatteluun sekä näkemykseen opettajasta oman työnsä kehittäjänä. Useat tutkimukset osoittavat, että kun opettaja osallistuu omakohtaisesti opetussuunnitelman laadintaan, se myös lisää hänen sitoutumistaan toteuttamaan yhteistä opetussuunnitelmaa. Omakohtainen osallistuminen luo myös edellytykset muuttaa omaa työskentelyä ja koulun toimintaa. (Pietilä & Vanne 2000, 59.)

Matematiikan opetuskin tarvitsee taustalleen kunnan opetussuunnitelmatyötä. Luomalla kouluihin kattavat ja epävarmaa opettajaakin auttavat opetussuunnitelmat, saadaan opetusta

kehitettyä ja vietyä matemaattisempaan suuntaan. Kupari korosti jo vuonna 1993, että juuri opettajat ovat muutoksen agentteina: opettajille tulee markkinoida uusia ajatuksia kritisoi-
matta heidän entistä toimintaansa ja muistuttaa heidän roolinsa tärkeydestä muutosproses-
seissa ja opetuksen kehittämisessä (Kupari 1993, 80).

5.2.3 “Oppikirja on opettajan lapio” - vai onko?

Opettajat kuvasivat Ropon ja Huopaisen (2000) tutkimuksessa aikaa kouluissa ennen opetussuunnitelmauudistusta ylhäältäpäin ohjatuksi, kirjakeskeiseksi toiminnaksi. Oppikirja toimi käytännön opetussuunnitelmana ja varsinaista opetussuunnitelmaa ei välttämättä oltu edes nähty. Tällöin opettajien yhteistyö oli lähinnä kirjoissa etenemisen vertailua ja kirjaa opetettiin kritiikittömästi. (Ropo & Huopainen 2000, 101.) Voisin vannoa, että tuo aika ei ole jäänyt uudistuksen taa. Matematiikkaan erikoistuneen mieheni opetussuunnitelmaa jarruteltiin hänen päättöharjoittelussaan:

Mussukalle sanottiin harjoittelussa, että opeta kirjasta - vanhemmat ihmettelevät muuten, jos kirja ei täyty. (Päiväkirjanpasta, syksyllä 2000.)

Tyypillinen matematiikan tunti etenee suomalaisessa koulussa yhä oppikirjan ehtojen ja ohjeiden mukaan: Oppimateriaali on laadittu siten, että kaikki opettajat, tai oikeastaan kuka tahansa, pystyvät viemään matematiikan tunnin sen avulla läpi. Aluksi tehtävien tarkastus, sitten opettajan oppaasta ekstratehtäviä, joita oppilaiden kirjassa ei ole. Seuraavaksi tutustutaan uuden aukeaman opetusruutuun, jossa hyvin tyhjentävästi ammennetaan uusi asia oppilaiden hallittavaksi. Lopputunti kuluukin sujuvasti aukeaman tehtävien parissa - nopeat ennättävät jopa lisätehtäviin. (Vaahtokari & Vähäpassi 1998, 213.) Varmasti jokainen tunnistaa tuon kuvion. Olen itsekin monta kertaa pitänyt tunnin tutulla kaavalla. En kuitenkaan halua tunnustaa, että se on minun tapani hoitaa matematiikan tunnit. Usein kuitenkin joutuu tilanteisiin, joissa ei itse ehdi vaikuttamaan tuntien sisältöön.

Niemen (2001) tutkimuksen opettajista yli puolet käytti perinteistä opetusmenetelmää, jossa opetus suunnitellaan oppikirjojen pohjalta. Opetustilanne puolestaan muodostuu siitä, että opettaja puhuu ja oppilaat kuuntelevat ja vastaavat, jos heiltä kysytään - silti näistä opettajista noin 95 prosenttia piti sosiaalista vuorovaikutusta tärkeänä opetuksen lähtökohtana? (Niemi 2001, 86 - 87.)Uudistuneiden opetussuunnitelmien myötä uudistui-

vat myös opetusmenetelmät - ne eivät ole enää mm. niin opettajajohtoisia kuin aikaisemmin. Uudet menetelmät aiheuttivat innostuksen lisäksi kritiikkiäkin - oppilaiden konservatiivisina väitettiin pitävän vanhoista ja tutuista tavoista. (Ropo & Huopainen 2000, 109.) Olen kuullut joskus jotain mutinaa, kun sanon, että "tänään ei tarvita kirjoja". Mutina kuitenkin häviää yleensä hyvin pian, kun opiskelussa päästään vauhtiin.

Pelasimme eppuluokkalaisten kanssa tunnin roskispeliä - en olis ikinä uskonu, että ne innostuu niin kovasti. Ei sitten ennätetty muuta tekemäänkään. (Päiväkirjantapasta, syksyllä 2001.)

Huolestuttavinta mielestäni on se, että kirjoja arvostetaan niin paljon ja kritiikittömästi. On tietenkin ymmärrettävää, että opettajat eivät yksinkertaisesti jaksa panostaa kaikkeen opetukseen. Kuitenkin tietynlainen kriittisyys tulisi olla valittuihin kirjoihin - ne ovat kuitenkin kaupallisia tuotteita ja heijastavat aina tekijöidensä arvoja sekä asenteita. Lisäksi jokainen oppikirja sisältää oman piilo-opetussuunnitelmansa, siirtää tiettyjä arvoja ja ideologioita ja painottaa aivan omia asioitaan. (Ks. Vaahtokari & Vähäpassi 1998, 215 - 216; Kahanpää & Koskela 1998, 366.)

Niemen (2001) tutkimuksessa opettajista lähes puolet oli sitä mieltä, että oppikirja ja työkirja antavat paremman perustan opetuksen suunnittelulle kuin koulun opetussuunnitelma. Järkytyksekseni yli 60 prosenttia opettajista oli sitä mieltä, että oppikirjan tiedot ja niihin liittyvät tehtävät ovat "oppilaiden työn perusta". (Niemi 2001, 57.) Koska oppimateriaali on näin keskeisessä asemassa, tulee siitä opetussuunnitelma - se on siten yksi tärkeimmistä matematiikan oppimis- ja opiskeluympäristön määrittäjistä (Vaahtokari & Vähäpassi 1998, 214). Siksi tulisikin jatkossa selvittää opetussuunnitelmien ja oppimateriaalien vastaavuutta (Niemi 2001, 58).

Kirjasarjoissa on hyvin paljon eroja - osa on hyvin perinteisiä, osa on ilmentää uutta oppimiskäsitystä. Vaahtokarin ja Vähäpassin (1998) artikkelissa vertaillaan eri kirjasarjoja ja tutkaillaan sitä, millaisen kuvan kirja antaa matematiikasta, oppimisesta ja todellisuudesta. Vertailussa ovat mm. toiminta- ja oheismateriaalit, joiden määrässä ja valinnassa näkyvät tutkijoiden mielestä hyvin tekijäryhmien valinnat ja arvostukset sekä käsitykset oppimisesta. (Vaahtokari & Vähäpassi 1998, 220.)

Huomioni kiinnittyi tässä yhteydessä vertailun ääripäihin, Laskutaitoon ja Mieta ja laske -kirjaan. Molemmat kirjasarjat ovat minulle tuttuja: olen opettanut luokissa, joissa on

käytetty kumpaakin sarjaa. Lisäksi tutustuimme kyseisiin sarjoihin Matematiikan tiedonhankintaprosessit -kurssilla, jossa vertailimme kirjoja. Perkkilän (2000) kertoman ja omien kriittisten havaintojemme mukaan *Mieti ja laske* -kirjasarja ilmentää paremmin valitsevaa oppimiskäsitystä ja kokonaisuutena monipuolisempi kuin *Laskutaito*, jota kuitenkin paljon koulussa suositaan. Vaahtokarin ja Vähäpassin (1998) vertailussa havaittiin, että *Laskutaidossa* ei ole oppimisperlejä ja oheismateriaalit ovat numerokortit ja kellotaulu. *Mieti ja laske* sisältää 12 peliä sekä oheismateriaalina kolikoita, seteleitä, numerokortteja, leikkelykuvioita ja tasogeometrisia perusmuotoja. Mainitunlaisten liitteiden lisääntyminen uusissa oppimateriaaleissa heijastelee tutkijoiden mielestä oppimiskäsityksen muutosta. (Vaahtokari & Vähäpassi 1998, 220.)

Niemen (2001) tutkimus kuitenkin osoitti, että oppikirjalla oli yhteys kansallisessa kokeessa menestymiseen. Yllättävää oli se, että *Mieti ja laske* -kirjasarjankäyttäjillä tulokset oli heikommat kuin *Laskutaitoa* käyttäneiden tulokset. Niemen mukaan erot saattavat johtua siitä, että opettajat käyttävät oppikirjaa pääasiallisena opetusvälineenä ja opetussuunnitelmien merkitys on toissijainen. Lisäksi syynä voi olla myös kirjojen erilainen ja eriaikainen painotus opetettavissa asioissa. (Niemi 2001, 57.) On kuitenkin ihmeellistä, että selvästi konstruktivistisempi (muutenkin kuin oheis- ja toimintamateriaalien osalta) oleva kirjasarja tuottaa heikompiä tuloksia. Olen kuullut *Mieti ja laske* -kirjasarjan yhteydessä valituksia siitä, että se “vaatii opettajalta niin paljon”. On ehkä totta, että lapset eivät osaa yksin puurtaa kyseisen kirjan parissa. Otsikon vertaus lapiosta kuvaa hyvin sitä tarkoitusta, mikä oppikirjalla tulisi opetuksessa olla. “Lapio on oiva apu kaivamisessa, mutta se ei määrää mihin oja kaivetaan tai miten leveä tai syvä siitä tehdään.” (Ahtee & Pehkonen 2000, 16.)

Oppikirjasidonaisuudesta irtipääseminen auttaisi myös opetuksen eheyttämisessä. Matematiikan integrointi muihin oppisisältöihin vaikeutuu huomattavasti, jos kirjaa ja sen sisältöjä seurataan orjallisesti. Integroinnilla ja esimerkiksi teemaopetuksella päästäisiin irti opetuksen sirpaleisuudesta, joka korostui myös ryhmien kehitysvastauksissa. Ainerajojen ylittämällä saataisiin opettajan työhönkin uutta mielekkyyttä.

Matikkaa reilusti muillakin kuin matikan tunneilla. Esim. kässä on oiva paikka yhdistää matikan taitoja ja tietoja. (CLN2.)

Perusasioiden tulisi kiinnittää enemmän huomiota. Oppilaille tulisi muodostaa positiivinen kuva oppimisesta. Laskemista ja soveltamista. Integrointi muihin aineisiin. (BLM1.)

5.3 Kehityksen tielle perusopetuksessa

5.3.1 Kehitysideoita opettajilta ja opiskelijoilta

Lähtökohtana on oltava se, että matematiikassa tärkeintä on ymmärtäminen, siksi ajattelun kehittämisen strategiat on keskeisessä asemassa. Sinne enemmän matematiikkaympäristöjä, jotta lapset saavat harjoitella riittävästi konkreettisella materiaalilla. Esim. lukujonotaidot jäävät aivan liian hataraksi monilla lapsilla. Visuokonstruktivisten taitojen yhteys matematiikan taitoihin täytyy näkyä oppimisympäristössä. (AYN1.)

Tuo yhden opettajan vastaus kuvaa hyvin aineistosta nousseita ajatuksia kehitystarpeista. Opetuksen tulisi irrottautua pelkästä laskennon opettamisesta, mekaanisesta laskemisesta. Vastauksissa peräänkuulutettiin konkretisointia ja käytännönläheisyyttä. Ajatus konkreettisesti opetuksesta on erittäin tärkeä: vielä yläasteikäisistäkään oppilaista suuri osa ei pysty abstraktiin ajatteluun vaan tarvitsee konkretiaa opetukseen. Siksi mm. unkarilainen matematiikan opetuksen (ks. 5.3.2) ideoiden omaksuminen on tärkeää. Unkarilaisessa matematiikan opetuksessa huomioidaan lapsen oma ajattelun kehitysvaihe ja toiminta, jota häneltä odotetaan. Mitä hän itse tekee on aina konkreettia, toiminnallista ja havainnollista (Risku 2000). Opetuksen tulisi pyrkiä pois pelkistä kaavojen opettelemisista, koska se ei kehitä ajattelua eikä päättely- ja ongelmanratkaisutaitoja.

Opettajan itse tajuttava, että ei muistisäännöillä voi pelkästään elää. Pönttöhön se sellainen ope on. (CYM1.)

Kaikissa ryhmissä korostui oppilaslähtöisyyden tarpeellisuus ja merkitys. Voimavaroja ja toimenpiteitä tulisi suunnata toisaalta lahjakkaisiin, toisaalta heikommin menestyviin oppilaisiin (SMLO 1999, 74).

Kiinnittämällä erityistä huomiota siihen, että kaikki oppilaat saavuttavat oppimista-

voitteet: matematiikan opettaminen ainakin ala-asteella vaatii mielestäni eriyttämistä, jotta kaikki oppilaat saavat mahdollisuuden kehittyä ja oppia. (CYN8.)

Eriyttäminen! => eri tasoryhmät. Miksi ei ole esim. matematiikkapainotteisia lukioita? => suuri puute, lahjakkaat oppilaat turhautuvat peruskoulussa ja ehkä vielä lukiossakin. Enemmän kytkentää normaaliin elämään. Enemmän havaintovälineitä varsinkin ala-asteelle => Itsekin voi tehdä materiaalia (esim. geometria). (CYN9.)

Vastaajat pitivät tärkeänä myös opettajien täydennyskoulutusta. Kouluilla ja opetuksella on paljon haasteita, joihin opettajien on oltava valmiita vastaamaan. Täydennyskoulutuksen avulla saataisiin välitettyä uutta tutkimustietoa ja uusia materiaalia ja niiden käyttöä opettajille. Uudistusten välittäminen jollakin tapaa olisi tärkeää, koska esimerkiksi Niemen (2001, 87) tutkimukseen osallistuneista opettajista lähes 60 prosenttia ilmoitti, ettei lue pedagogista kirjallisuutta.

Koulutuksen laatuun ja järjestämiseen olisi kiinnitettävä myös huomiota. Opetussuunnitelmaselvityksessä (Pietilä & Vanne 2000) käsiteltiin koulutustarvetta ja koulutuksen toteutusta. Koulutuksen hankinta koettiin kalliiksi ja ajallisesti hankalaksi järjestää. Koulutukseen haluttaisiin työajalla, muttei se ole rahallisesti mahdollista. Lisäkoulutuksen tarvetta pidettiin suurena ja se korostui jatkuvasti - toivottiin mm. lisää tutustumiskäyntejä muille kouluille ja ehkä jonkinlaista ajankohtaisuutta teemojen ja käytännön asioiden kautta. Tuloksellisempaa pidettiin pitkäkestoista koulutusta - esimerkiksi Veso-koulutus koettiin turhana ja sitä tulisi siksi kehittää. (Pietilä & Vanne 2000, 79 - 80.)

Opettajien perus- ja täydennyskoulutuksella tähdätään siihen, että opettajista tulisi asiantuntijoita - sellaisia, jotka osaisivat suunnitella, arvioida ja kehittää opettamiensa aineiden opetusta. Tähän pyrittiin opetussuunnitelmauudistuksellakin, kun vastuu suunnitelmien laadinnasta annettiin kouluille ja opettajille. (Erätuuli & Lavonen 1998, 235.)

5.3.2 Uusia tuulia

Tutkimukseen osallistuvien vastauksista korostui myös "uudenlaisen matematiikan kaipuu". Opetuksen ja oppimisen tulisi olla toiminnallisempaa ja hauskaa. Opetukseen kaivattiin myös uutta oppimateriaalia. Esittelen ideoita ja metodeja, joihin olen itse törmännyt, ja jotka ovat vallitsevaan oppimiskäsitykseen sopivia.

5.3.2.1 Unkarilainen matematiikka - kivijalka

Erittäin toimiva vastaus moniin kehitysvaateisiin on *unkarilaisessa matematiikassa*. Toisin kuin Suomi, Unkari on pärjännyt erittäin hyvin kaikissa kansainvälisissä vertailuissa matematiikan oppimisessa - maassa on paljon huippumatematiikoita ja useita Nobelin palkintoja aloilta, jotka vaativat hyvää matemaattista pohjaa (Näätänen 2000, 114). Siksi Suomen kannattaa lähteä hakemaan ideoita “avulialta kielisukulaiselta”.

Aineistossa korostettiin useassa yhteydessä hyvän perustan luomista. Siihen unkarilainen matematiikkakin perustuu: Matematiikkaa rakennetaan perustasta asti ikään kuin taloa, luodaan pohja myöhemmille opinnoille. Siksi alkuopetuksella on tärkeä merkitys, ja siitä ideoiden soveltaminen kannattaa Suomessakin aloittaa. (Näätänen 2000, 114.) Suomalaisille opettajille on tarjottu kursseja, joista on informaatiota mm. Internetissä. (Risku 2000.)

Osallistuin itse yhdelle Unkarilaisen matematiikan kurssille Jyväskylässä 15. - 24.8.2000. Innostuin tuolloin valtavasti siitä, ja olen sitä pienissä määrissä yrittänyt ottaa mukaan myös omaan opetukseeni (esim. Roskis-leikki). Idea on kuitenkin opiskeltava ja sisäistettävä ennen kuin sen voi ottaa oman opetuksen ohjenuoraksi. Minusta tuntui jo käymälläni kurssilla, että metodin omaksumiseen ja oppimiseen tarvittaisiin taustateorian käsittelyä. Kurssilla teoriaa sivuttiin nopeasti ja kunnollinen taustan selvittäminen jätettiin jokaisen omaksi asiaksi. Jäin pohtimaan sitä, kuinka opettaja voi perustella ratkaisunsa ja opetuksensa esimerkiksi vanhemmille, jos hän ei itsekään ole täysin tietoinen käyttämänsä metodin teoriataustasta. Jaksavatko opettajat yleensä selvittää teorioita omatoimisesti kirjallisuuden avulla? (Ks. luku 5.3.1.)

Metodi on idealtaan kuitenkin erittäin hyvä. Unkarilaisessa matematiikan opetuksessa on taustalla jo alkuopetuksessa syvälinen ja tarkkaan mietitty matemaattinen sisältö ja strukturi (ks. luku 5.3.1). Opetus sisältöineen on hyvin lähellä lapsen omaa kokemusmaailmaa, esimerkiksi tehtävät liittyvät lapsille tuttuihin ympäristöihin. Lapselle puhutaan kielellä, joka on hänen käsityskykynsä ulottuvissa, mutta sisältää silti tarkkaan mietityn matemaattisen käsitteistön. (Risku 2000.)

Mielestäni kieltä ei yleensäkään huomioida tarpeeksi opetuksessa - oppilaalle voi avautua aivan uusi maailma ja moni asia selvitä jo pelkästään pohtimalla kieltä ja sen merkityksiä. Esimerkiksi “senti tarkoittaa sadasosaa - senttimetri on siis sadasosametri”.

Samoin helpottuvat prosenttilaskut, kun oppilas osaa muodostaa sanallisen vihjeen (prosentti on sadasosa) avulla desimaalilukuja. Laskimme mm. kerran harjoitteluluokkani oppilaiden kanssa Seppälän 40 prosentin alennuksen suuruksia rahassa - oppilaat olivat neljännellä ja osasivat ajatella asiaa kieltä apuna käyttäen. Jos esimerkiksi murtoviivaa sanottaisiin aina jakoviivaksi, auttaisi se oppilaita hahmottamaan mitä murtoluvuissa oikeastaan tapahtuu.

Unkarilaisessa matematiikan tunneilla haetaan kokemuksia toimimalla: Oppilaat mittaavat, punnitsevat, peittävät, taputtavat, tömistävät jne. Toiminnasta muodostuu aivoihin mielikuva, josta myöhemmin rakentuu haluttu käsite perusominaisuuksineen. Vaikka opettajan rooli on hyvin keskeinen, ovat lapset silti aktiivisina toimijoina ja tiedon rakentajina ja muuttajina aikuisen ohjatessa tätä prosessia (Risku 2000; ks. myös Näätänen 2000, 114 - 115.) Toiminnallisuus-idea on soveltanut myös Hannele Ikäheimo. Hän on vakuuttunut unkarilaisen matematiikan toimivuudesta ja soveltanut sitä omissa oppimateriaaleissaan ja teoksissaan. Ikäheimo on ollut myös mukana luomassa Matikkamaata, jossa opettajat saavat ohjausta ja koulutusta loogisen ajattelun ja sen varaan rakentuvan vahvan perusosaamisen kehittämiseen omassa opetuksessaan. (Matikkamaasta tietoa mm. osoitteesta <http://ok.espoo.fi/story>; ks. myös Ikäheimo 1997; Ikäheimo, Aalto & Puumalainen 1998.)

5.3.2.2 Matikkatuvassa

Tämä luku pohjautuu yhdessä Petri Kainulaisen kanssa tekemäämme seminaariesitelmään 16.5.2000. Esitelmän aiheena oli Lindgrenin (1990) tutkimus toimintamateriaalin käytöstä matematiikan opetuksessa.

“Matikkatupa” pitää sisällään kaksi keskeistä merkitystä. Se on matematiikanopetuksen varattu tila, jossa oppilaiden käyttöön on varattu runsaasti eritasoista toimintamateriaalia. Toisaalta se on oppimisfilosofia, missä uskotaan oppilaiden omakohtaisen aktiivisuuden keskeiseen merkitykseen eli tekemällä oppimiseen. Toiminta tapahtuu erillisessä tilassa tai nurkkauksessa ja vaatii välineitä, materiaalia, jonka avulla toiminta ja sen myötä oppiminen tapahtuu. Materiaalit voivat olla ostettuja tai itse tehtyjä (helmitaulut, kirjat, laskimet, tietokoneet, itse tehdyt pelit ja murtolukumallit). Toiminta matikkatuvassa voi olla joko opettajajohtoista tai itsenäisesti ohjautuvaa.

Lindgrenin (1990) tutkimuksen tuloksista ilmeni, että avoimen opetuksen periaatteiden mukaan toteutettu opetus edistää oppilaiden kiinnostuneisuutta matematiikkaa kohtaan. Merkittävää oli se, että heikkojen ja keskitason oppilaiden itsetunto kohosi, erityisesti joidenkin tyttöoppilaiden kohdalla. Myös vanhemmat osoittivat huomattavan suurta myönteisyyttä kokeilua kohtaan. Lisäksi todettiin, ettei koeryhmän työskentely matikkatuvassa huonontanut oppimistuloksia kontrolliryhmään verrattuna. Päinvastoin, tulokset paranivat erityisesti tietyillä oppilailla ja oppilasryhmillä. Mitään yleistä tilastollista yhteyttä tulosten parantumisen ja kaiken materiaalin välillä ei kuitenkaan ollut. Tutkimuksessa päädyttiin kuitenkin tuloksiin, joiden mukaan kaikki oppilaat tarvitsevat ohjausta oikean työtavan löytämiseksi. Huolellisesti ja tarkoituksenmukaisesti valitun toimintamateriaalin avulla voidaan kuitenkin selvästi edistää uusien matematiikan käsitteiden sisäistämistä ja hallintaa.

Kaikki oppilaat eivät nauti vapaudesta luokkahuoneessa, päinvastoin. Oppilaat, jotka kärsivät epävarmuudesta ja epäselvyydestä, kokevat vapaan luokkahuoneen pelottavana ja ahdistusta herättävänä. Oppilaille annettu täydellinen valinnanvapaus oppimisessa ei ole suotavaa myöskään tehokkaan matematiikan opiskelun kannalta, vaan sekä hyvät että heikot oppilaat tarvitsevat opettajan apua tarkoituksenmukaisen työtavan löytämisessä. Työskentely avoimessa opetuksessa vaatii harjoittelua sekä opettajilta että oppilailta onnistuakseen mahdollisimman edullisella tavalla. Opettajan tulee olla selvillä oppilaidensa tarpeista ja matemaattisista kehitystasoista ja annettava oppilaalle aikaa myös työtavan omaksumiseen. Esimerkiksi osa oppilaista ei kokeilun aikana ehtinyt kunnolla oppia uutta tapaa työskennellä ja ei siten osannut valita itselleen sopivia työmuotoja. Oppilastovereiden valinnat saattavat tällaisissa tilanteissa vaikuttaa suuresti oppilaan omiin valintoihin.

Matikkatupakokeilun tavoitteineen katsottiin onnistuneen opettajien ja vanhempien arviointien perusteella. Oppilaat kiinnostuivat matematiikasta uudella tavalla ja joidenkin itsetuntokin saatiin nousemaan. Kokeilun laajemman käyttöönoton esteenä on kuitenkin raha. Ei nykyajan kouluilla ole välttämättä rahaa ylläpitää vaadittuja (optimaalisia) tiloja matematiikkatuvalla vaan joudutaan tyytymään ns. matikkavaunuihin, jotka ovat jo kyllä askel parempaan suuntaan. Idea matikkatuvasta on hyvä, ja se voidaan saada toimimaan, kun opettaja ja oppilaat tietävät tehtävänsä ja työskentelyyn saadaan luontevaa jatkuvuutta. Erillinen tila, jossa on toimintamateriaalia, ei itsessään vastaa käsitystä matikkatuvasta eikä palvele suunniteltua tarkoitusta.

Onnistuessaan matikkatuvasta on paljon iloa oppilaiden lisäksi lasten opettajille ja vanhemmille. Opettajalla on käytössään uusi työväline ”kikka” auttaessaan lasta oppimaan ja auttaa häntä eriyttämään niin yksilöitä kuin ryhmiäkin. Vanhemmat puolestaan voivat itsekin tuttujen materiaalien esim. pelien avulla tukea lastaan.

(Seminaariesitelmä 2000.)

5.4. Opettajien koulutuksen asialla

Jos kirjoittaisin niistä tuntemuksista, jotka minulla juuri tällä hetkellä ovat, syntyisi minusta kuva vain kaikesta negatiivisesti ajattelevana kiukuttelijana, jota en todellakaan ole. Periaatteenani on löytää kaikesta jotakin hyvää - - tiedän vahvasti haluavani opettajaksi, mutta jotkin asiat saavat vahvasti epäilemään omia tuntemuksia. Esimerkiksi joillakin opettajillamme on tapana rikkoa meidän käsitys- ja ajatusmaailmaamme. Kyseenalaistaminen ei ole pahasta, mutta jos kaikki viedään pois, eikä tilalle anneta uutta, alkaa minulla ainakin ajatukset harhailemaan. (Päiväkirjantapasta, keväällä 1997.)

Keskustelua koulutuksestamme on käyty koko opiskelujen aika - keskustelua käydään aiheesta vieläkin, vaikka suurin osa kurssikavereista on jo valmistuneita ja työelämässä. Keskustelu on ollut erittäin kiihvasta varsinkin matematiikan osalta. Halusin selvittää ja tuoda esille niitä asioita, joista on puhuttu.

Tutkimukseen osallistujat saivat tuoda omia kehitysideoitaan opettajankoulutukseen. Selvitin myös, olivatko opiskelijat (ryhmässä C) kiinnostuneita matematiikan sivuaineopinnoista ja millä ehdoilla.

5.4.1 Kehitysideoita matematiikan opetukseen

Kuinka kehittäisit matematiikan opetusta opettajien koulutuksessa? Kysymykseen vastattiin kahden eri näkökulman mukaan: jotkut vastaajista keskittyivät pohtimaan, mitä sisältöjä opettajien matematiikan opintoihin tarvittaisiin, toiset taas toivat esille opetuksen laadun parantamisen.

Opettajien koulutukseen matematiikassa tulisi sisällyttää vastaajien mielestä enemmän didaktiikkaa ja pedagogiikkaa - tietoa siitä, miten matematiikkaa tulisi opettaa sekä

tietoa erilaisista ja uusista opetusmenetelmistä. Vaatimus on erittäin perusteltu, sillä matematiikan osaamisen perusta luodaan ala-asteella. Siksi luokanopettajan rooli on erittäin tärkeä ja siksi luokanopettajilla tulisi olla sekä teoreettiset että didaktiset valmiudet matematiikassa (Kahanpää & Koskela 1998, 369.) Monien mielestä myös matematiikan oppimisvaikeuksista tulisi keskustella enemmän, samoin muista vaikeista asioista.

Ala-asteen opettajien koulutus lähtökohtanaan didaktiikka, keskustelua yleisimmistä ongelmakohdista matematiikan oppimisessa ja kuinka ne voi välttää, opetusmenetelmät ja niiden tarkoituksenmukaisuus, matematiikan oppimisvaikeudet yleisiä: erityispedagogiikkaa mukaan. (CLN3.)

Enemmän keskustelua siitä, miten tuetaan eritasoisia oppilaita. (CYN9.)

Vastauksissa toivottiin myös, että koulutuksessa keskityttäisiin erityisesti ala-asteikäisten opetukseen ja heidän kehitystasolleen sopivaan opetukseen. Mielestäni olisi kuitenkin tärkeämpää, että luokanopettajakoulutuksessa huomioitaisiin jollakin tapaa koko perusopetus: Ala- ja yläasteen raja on poistettu ja tietoa siitä, mihin suuntaan opettajat perusopetuksessa liikkuvat on vielä hämärä. Siksi kaikilla opettajilla, myös aineenopettajilla, pitäisi olla tietoa oppilaiden kehitystasosta koko perusopetuksen ajalta.

Monet vastaajista olivat kiinnostuneita myös oppimateriaalin kehittamisestä ja tekemisestä. Useissa vastauksissa oltiin kehitettäviä asioita pohdiskeltu hyvinkin tarkasti ja monipuolisesti.

Virikkeitä opetuksen monipuolisuuteen. Miten lapsijoukko toimii aktiivisesti oppijajoukkona - yhteisöllinen oppiminen. Opetettava asia pitää sitoa kontekstiin, jolla on merkitystä oppijalle/oppijaryhmälle. Hienoa jos osaa opettaa lapset neuvottelemaan: mikä on oikea tieto?! (AYN4.)

En tiedä. Ainoa, jonka olen havainnut on, että ala-asteella tarvitaan enemmän kehitykseen nojaavaa matematiikkaa ja sen huomiointia opetuksessa. Ts. suurin osa vielä ala-asteiässä konkreettisen ajattelun vaiheessa: pelkät numerot ja kirjat ei riitä. Enemmän lukukäsitteen ymmärtämistä (esim. draaman kautta) ja yleensä konkreettisuutta. (BYN1.)

Opiskelijat on ohjattava ajattelemaan matematiikkaa ja sen merkitystä sekä harjoittelemaan opetuksessa tarvittavia taitoja (ongelman asettaminen, kyselytekniikka, menetelmät). POM-opintojen matikka oli ok. (CYM2.)

Erityisesti opiskelijoiden vastauksista ilmeni myös sitä turhautumista, jota oli havaittavissa jo vastauksissa kysymykseen matematiikkakokemuksista yliopistossa. Moni opiskelijoista oli pettynyt ja turhautunut saamastaan koulutuksesta. Koulutukseen haluttiin sisällyttää konkreettisia vinkkejä ja "kikkoja" - valmista ja käytettävää tietoa.

Lisää opetusta jo perusopintoihin, koska matematiikka on niin keskeinen ja tärkeä oppiaine ala-asteella, ei riitä, että meille paasataan matemaattisen ajattelun opettamisen tärkeydestä ellei meille konkreettisesti opeteta miten sitä opetetaan tai oppisisälötkin ovat epäselviä... tärkeintä kai olisi hallita edes vähän mutta hyvin! (CYN5.)

Enemmän didaktiikkaa! Täytyisi avoimemmin puhua siitä, mikä opetuksessa on mennyt "pieleen", jottemme me enää toistaisi samoja virheitä kuin meitä edeltäneet opettajat! Laajempi kurssi, jotta asioihin ehdittäisiin paneutua hieman syvällisemmin. Ainakin itse kaipaisin myös käytännön vinkkejä opetuksen konstruktivistisesta suuntauksesta huolimatta. (CLM5.)

Edellisissä vastauksissa korostuu myös toiveet koulutuksen laadun parantamisesta - se pieni määrä, mikä matematiikkaa opettajankoulutukseen kuuluu, tulisi olla hyvin ja selkeästi suunniteltu kokonaisuus.

Enemmän aikaa/kursseja matematiikkaan, voisi esim. jättää tilastokurssin pois ja käyttää senkin ajan "ala-asteen" matikkaan, didaktiikkaan jne. (CLM2.)

No jaa - paljon on kehittämistä! Kannattaisi varmaan mieltä aivan perin pohjin koko jakson tavoitteet ja toimintatavat. (CYN1.)

Approbatur-opinnot ovat todella hyvät. Oma laskutaito varmentuu ja rutinoituu. Orientoivat opinnot mielestäni liian ylimalkaiset. (BLM1.)

Yksi opettajista toi esille tärkeän näkökulman, opetusharjoittelun. Väisäsen ja Silkelän (1999) mukaan teoriaopintoja ja harjoittelukokemuksia on opiskelijoiden mielestä vaikeaa sovittaa yhteen. Kuitenkin harjoitteluja on kuvattu opettajankoulutuksen keskeisimmiksi ja

merkityksellisimmiksi osiksi. Harjoittelun tehtävänä on muuttaa opiskelijan hankkima teoreettinen sekä pedagoginen tieto ja tietämys opetuksessa ja kasvatuksessa tarvittaviksi taidoiksi. (Väisänen & Silkelä 1999, 217 - 218.)

Koen opetusharjoittelun tässä suhteessa tärkeänä -> opetuksen suunnittelu ja toteuttaminen nykyistä oppimiskäsitystä vastaavalla tavalla on todella tärkeää ennen kuin opettaja lähtee työhönsä valmistumisen jälkeen. Työssä opettajalla on niin laaja alue kokonaisuutena vastuullaan, että jonkin yksittäisen oppiaineen opettaminen voi jäädä stereotypian taustalle, ellei tähän ole saanut syvällisempää ohjausta. (AYN5.)

5.4.2 Matematiikkaa sivuaineeksi?

Luokanopettajien matemaattista koulutusta ja siihen hakeutumista on pyritty kehittämään jo pitkään - erikoistumisopinnot korvattiin täysimittaisella matematiikan approbaturilla. Luokanopettajille tarjottavaa perusopintopakettia on kehitetty ja sen opiskeluun on yritetty houkutella opiskelijoita. (Kahanpää & Koskela 1998.) Vuosina 1995 - 97 matematiikan ja luonnontieteiden sivuainekokonaisuuksien osuus kaikista sivuaineista oli 10 prosenttia - vuoden 2002 tavoite on, että vähintään 15 prosenttia luokanopettajiksi valmistuvista suorittaa matematiikan tai luonnontieteiden arvosanaopintoja. (SMLO 1999, 21.)

Edellä mainittu LUMA-talkoiden asettama tavoite on aika kova (LUMA tarkoittaa Opetushallituksen 1995 käynnistämää matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen kehittämishanketta.). Matematiikka sivuaineena ei ole saavuttanut suurta suosiota ainakaan Jyväskylän yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden joukossa - käytännössä erikoistujien määrä on ollut lähempänä yhtä kuin viittä vuosittain. Luonnontieteitä opiskellaan kuitenkin muuten, esimerkiksi tutkimukseen osallistuneilla oli sivuaineina ympäristö- ja luonnontietoa, biologiaa ja maantietoa (Ks. liite 2, 3, 4).

Kysyin opiskelijaryhmältä C voisivatko he ajatella matematiikkaa sivuaineekseen. Vastanneista 29 opiskelijasta 21 opiskelijaa vastasi myöntävästi. Ehtoina valinnalle oli, että opinnot sopisivat sisällöltään työelämään ja niissä opittaisiin opettamaan matematiikkaa. Lisäksi mainittiin, etteivät opinnot saisi vaatia laajoja pohjatietoja. Valinnan edellytyksenä pidettiin myös laadukasta opetusta ja runsasta aikaa opintoihin sekä mahdollista palkkaetua työelämässä.

Kyllä ja olen miettinytkin hakemista. Matematiikan appro, cumu ja lavi taitavat vain (käsitykseni mukaan) painottua vektoreihin, jotka itselleni ovat aika hepreaa. Ottaisin matematiikan sivuaineeksi heti, jos tarjolla olisi nimenomaan luokanopettajille suunnattu "kurssi", jossa painottuisi didaktiikka ja opetusmenetelmät eikä niinkään matematiikan teoria. Ala-asteen tehtävät kyllä onnistuvat ilman "gurutietoakin". (CLN3.)

Ehkä, mutta vain jos kokisin, etten osaisi opettaa sitä ala-asteella ilman lisäopintoja. (CYN8.)

Kahdeksan opiskelijaa ei valitsisi matematiikkaa sivuaineekseen. Perusteluina heillä oli oppiaineen vaikeus ja muut kiinnostuksen kohteet. Osa koki, ettei sivuaineopinnoista olisi hyötyä ala-asteen opetukseen ja pelkät lyhyet didaktiikan kurssit olisivat parempia.

En usko. Tuntuu niin vaikealta, enkä usko että sivuaineesta olisi minulle niin kovasti hyötyä. Sen sijaan kyllä kaikenlaiset kurssit, jotka soveltuvat juuri matematiikan opettamiseen ala-asteella kiinnostavat kovasti. (CYN15.)

Ei tunnu kovin houkuttelevalta/todennäköiseltä - on paljon vaihtoehtoja, jotka kiinnostavat enemmän. (CLM1.)

En missään nimessä näillä ehdoilla mitkä nyt on olemassa! Uudistuksia kyllä kaivataan: enemmän käytännönläheisyyttä ja ala-asteen nykytodellisuuden pohjautuvaa koulutusta. (CYN11.)

Olin itse todella turhautunut ja vihainen tajuttuani, että olin opiskellut sivuaineena oikeastaan vain laskentoa. Mietin, olisiko opinnoissani minulle mitään hyötyä työelämään. Ajan kuluessa käsitykseni kuitenkin muuttui.

Olen pohtinut paljon matematiikkaa erikoistumisaineena. Perusopinnoissa edetään lukion laajan matematiikan asioista eteenpäin. On tietenkin tärkeää, että opettajalla on syvyyttä opettamaansa asiaan, mutta onko tässä tapauksessa liikaakin. Vai tarvitsisinko vielä lisää opintoja (ei pelkästään didaktiikkaa) saavuttaakseni unelmi-en opettajan tason. Tunnen vielä tälläkin hetkellä itseni hyvin avuttomaksi. Olen kyllä saanut vastauksia joihinkin kysymyksiini ja oppinut lisää, mutta tarvitsen vieläkin jotain. (Päiväkirjantapasta, keväällä 2000.)

“Ohjelmoidun” tiedon siirtäminen omaan toimintaan on ollut todella vaikeaa. Tällä hetkellä minusta tuntuu, että olen siinä jossain määrin onnistunut, mutta toisaalta tekemistä on vielä paljon. “Paradoksaalista on, että mitä syvempään ymmärtämiseen pääsee itsestään, sen selvemmin tajuaa keskeneräisyytensä.” (Heikkinen 1999a, 199).

6 HYVÄKSI MATEMATIIKAN OPETTAJAKSI

*Etsin vastausta kysymykseen "Millainen on hyvä matematiikan opettaja?". Tunnuks-
merkkejä voisi koota useista lähteistä ja listoista, jotka esim. kertovat ne asiat, jotka
hyvä opettaja tunnillaan huomioi. Olisi aivan mahtavaa, jos kuitenkin löytäisin vielä
jotakin uutta ja erilaista. Sellaista, mitä en osannut etukäteen ajatella. (Päiväkirjan-
tapasta, keväällä 2000.)*

6.1 Innostava, innostunut - hyvä opettaja

Kouluaikaisilla muistoilla on keskeinen merkitys siihen, millaisena me näemme matematiikan oppiaineena, matematiikan opetuksen, oppilaan aseman luokassa ja opetuskäytännöissä sekä itsemme matematiikan osaajina (Kaasila 2000). Kuka kouluaikaisiin muistoihin vaikuttaa eniten? Kun ajattelen omaa kouluaikaani, kiinnittyvät muistot aina ensin johonkin opettajaan. Opettajan kautta heräävät muistot luokasta, tapahtumista, iloista ja suruista. En tiedä onko näin vain minun kohdallani.

Ellsworthin ja Bussin (2000, 9) tutkimuksen mukaan opettajien vaikutus opiskelijoiden menestykseen ja asenteisiin matematiikkaa kohtaan on erittäin selvä. Samoja tuloksia on saanut myös Lindgren (1998, 305): opettajalla on ratkaisevin osuus oppilaidensa asenteiden muovaajana - esimerkiksi huonot kokemukset yhdistyvät enemmän opettajaan kuin oppiaineeseen. Myös omat kokemukseni ovat osoittaneet sen (ks. 5.1).

Ilmapiiirin luominen on tärkeintä; open pitää olla itsekin innostunut asiastaan ja saada oppilaille tunne, että matska voi olla kivaa ja tärkeätäkin. (Elämönhallintataidot mukaan!) (CYN11.)

Positiivinen suhtautuminen aineeseen (itse en epävarmuudeltani jaksa näyttää, tosin opettaminen on ollut mukavaa). Osaa ottaa huomioon sen, että lapset oppivat/ajattelevat eri tavoin -> ei ole yhtä tapaa ratkaista tai ainakaan yhtä oikeaa - aina tulisi ottaa esille myös muut ratkaisumallit. Virheet eivät ole hävettäviä vaan oppimisenpaikkoja - missä/miksi meni vikaan? (CYN10.)

Innostava, korostaa ajattelemisen taitoja, ongelmanratkaisua, luovuutta. Hän keksii mielikuvituksellisia muistisääntöjä mekaanisille asioille. (CLN1.)

Hallitsee didaktiikan ja osaa käyttää havaintomateriaalia, itse kiinnostunut matematiikasta, osaa olla pitkäjänteinen ja osaa oikean etenemistahdin, huomaa oppilaiden ongelmat. (BLN1.)

Opettaja on aika hyvä, jos on vain innostunut opettamastaan. Oppiminen tapahtuu vuorovaikutuksessa ja yhdessä - opettajan ei tarvitse olla ehdoton matematiikan "ekspertti". Niemen (2001) tutkimuksessa parhaimmat tulokset kansallisessa kokeessa oli niillä oppilailta, joiden opettajalla oli alemmikorkeakoulututkinto ilman opettajapätevyyttä - kansakoulunopettajien oppilaiden tulokset olivat merkittävästi parempia kuin kasvatustieteen kandidaattien tai maistereiden oppilailta. Mielenkiintoista oli myös se, että matematiikan erikoistumisopinnot suorittaneiden opettajien oppilaat menestyivät suhteellisesti heikommin. Niemen mukaan tämä voisi olla osoitus siitä, että suorittamalla matematiikasta approbaturopinnot, ei saa sen parempia valmiuksia matematiikan opettamiseen kuin perusopinnoista. (Niemi 2001, 89 - 90.)

Hyvä matematiikan opettaja ei ole sama kuin jolla on huippuarvosanat matematiikassa. Hyväksi matematiikan opettajaksi voi kehittyä sellainen, jolla on ollut itsellään vaikeuksia matematiikassa! (AYN1.)

6.2 "Kuten hyvä opettaja muutenkin"

Korpisen (1996, 14) mukaan "opettajuus sisältää kaiken sen, minkä me liitämme opettajana olemiseen, opettajan työhön ja asemaan, opettajan ominaisuuksiin, häneen kohdistettaviin odotuksiin, toiveisiin ja kokemuksiimme erilaisista opettajista". Kaikkosen (1999) mukaan aika trendineen vaikuttaa siihen, millainen opettajuus asetetaan tavoitteeksi. Meidän aikamme opettajuus on saanut leimansa yleisestä tehokkuusajattelusta ja odotetusta aktiivisuudesta. Opettajan odotetaan osallistuvan suurella panoksella oppilaidensa kasvatukseen, kehitystyöhön koulussa sekä opetussuunnitelmien parissa ja lisäksi häneltä odotetaan sujuvaa yhteistyötä kotien, kollegojen ja muun ympäröivän yhteisön kanssa. Kaikkonen pohtiikin, tuleeko opettajasta huonompi opettaja, jos hän ei onnistu kaikissa noissa odotuksissa. Opettajan odotetaan olevan innovatiivinen, uudistuvan tiedon etsijä. Onko hyvä opettaja tällainen? (Kaikkonen 1999, 86.)

Kuvatessaan hyvää matematiikan opettajaa vastaajat kuvailivat usein hyvää opettajaa yleensä. Adjektiivit, joilla hyvää opettajaa kuvailtiin, ja ominaisuudet, joita hyvältä opettajalta edellytettiin, olivat juuri Kaikkosen (1999) esittämän trendijattelun mukaisia.

Motivoiva, joka luo erilaisia oppimistilanteita ja -ympäristöjä. Vie esimerkkejä arkielämään, tai opettaa vaikkapa satujen avulla. Käyttää erilaisia menetelmiä, ei kangistu kaavoihin. (CYN16.)

Hallitsee asian niin, että uskaltautuu kyseenalaistamaan ja keskustelemaan. Innovatiivinen, hyödyntää monipuolisesti eri oppimiskanavia, tekee itse ja oppilaiden kanssa oppimateriaalia. (CLN4.)

Kannustava, kiinnittää oppilaan huomion hänen omiin vahvuuksiin, on kiinnostunut asiastaan ja valmis keksimään uusia työtapoja, ei ole sidoksissa oppikirjaan vaan pyrkii yhdistämään asioita ja tekemään ymmärrettäviä asiakokonaisuuksia juuri kyseessä olevalle opetusryhmälle, on kiinnostunut oppilaan ajattelusta, havainnollistaa, kunnioittaa kunkin oppilaan oppimisstrategioita ja tukee niitä. (CLN3.)

Kannustava, avoin ideoille, hyväksyy huonommankin oppilaan yrityksen. Vaativa... -> perusasiat osattava ja siitä on vastuu myös tietty opella. Opella oltava rohkeutta irrottautua kirjasta. (CYN1)

Se, että tuntee opetettavat asiat ja on perillä niistä. Eriyttää, koska luokassa on hyvin monentasoisia oppilaita. Työpistetyöskentely varmasti motivoi ala-asteen oppilaita ja he saavat siinä tukea toisiltaan. (CYN9)

Joka haastaa oppilasta oppimaan. (BYM1)

Kuulostaa erittäin vaativalta ja raskaalta, mutta tärkeältä tehtävältä. Opettaja on juuri se muutosagentti, joka opetusta kehittää ja tuo uusia ideoita opetukseen ja kasvatukseen. Opiskelijoiden ja opettajienkin "marina" siitä, etteivät opinnot anna mitään työelämään ei voi olla totta. Koulutuksen tehtävä ei ole koskaan antaa valmiiksi pureskeltua tietoa opiskelijoiden sovellettavaksi. Koulutuksen tulisi auttaa opiskelijoita kehittämään omaa ajatteluaan ja tiedonhakutaitoaan sekä rohkaisemaan uusien polkujen etsimiseen - opettaa opiskelijoita asiantuntijuuteen. Näihin koulutuksen tehtäviin tulisi mielestäni keskittyä puhuttaessa koulutuksen kehittämisestä.

Asiantuntijuutta on perinteisesti mitattu koulutuksen ja työkokemuksen määrällä. Todellisia asiantuntijoita ovat kuitenkin ne, jotka määrittävät koko ajan uudelleen tehtäviinsä ja toimintaansa. Asiantuntijuus ei siis ole mikään pysyvä ominaisuus, joka on kerran saatu pidettäväksi, vaan se liittyy pikemminkin toimintatapaan: “asiantuntijuus on jatkuvaa itsereflektiota ja oppimista eri tilanteissa”. (Tynjälä 1999a, 160 - 161.)

Asiantuntijaopettaja on selvillä vallitsevasta oppimiskäsityksestä ja on omaksunut sen toimintansa tasollekin. Konstruktivismiin avulla ei varmastikaan pystytä ratkaisemaan kaikkia opetuksen ja oppimisen ongelmia. Sillä on kuitenkin selkeä asema oppimisen ja opetuksen kentässä ja se on antanut opetuksen kehittämislle uuden ja tärkeän lähtökohdan: oppilaiden ajattelun ja käsittelyn tuntemisen. Se on kova, mutta tärkeä haaste opettajille. (Ahtee 1998, 153.)

Hän haluaa vaikuttaa omaan työhönsä ja sen mielekkyyteen osallistumalla opetuksen suunnittelun luokkansa ulkopuolellakin - hän on omaksunut opetussuunnitelma-ajattelun ja haluaa olla mukana. Heikkinenkin (1999b) korostaa opettamisen yhteisöllisyyttä. Opettaminen sosiaalisena toimintana sitoutuu yhteisön ylläpitämiin arvoihin ja merkityksiin. Siten hyväksi opettajaksikin kasvaminen on itsensä löytämistä siinä yhteisössä, jossa toimii. (Heikkinen 1999b, 60.)

6.3 Sen pituinen se

Kertomus alkaa olla päätöksessään. Olenko onnistunut sen kertomisessa? Olen kertonut rehellisesti tarinaani ja tuonut esille omia kokemuksiani iloineen ja suruineen. Opettajien ja opiskelijoiden ääni on tullut esiin sellaisenaan objektiivisen kuvauksen kautta. Voisin toistaa tutkimuksen ja löytäisin saman kertomuksen uudelleen. Se kertomus kulkee kouluaikeisista opinnoista matematiikanopettajuuteen.

Opettajien ja opiskelijoiden kokemukset eivät kuitenkaan tulleet täysin uusina. Monet keskustelut jo ennen tutkimukseni aloittamista paljastivat niitä tunteuksia ja kokemuksia, joista tämä tutkimuskin kertoo. Ne on nyt tuotu esiin, kaikkien kuultaviksi ja tarkasteltaviksi. Mutta onnistuiko kertomus yhdessä tehtävässään: onnistuiko se auttamaan kertojaansa luomaan uusia kertomuksia?

Ajatellessani omaa opettajuuttani kokonaisuudessaan tunnen ahdistusta. Täytänkö ne tavoitteet mitä olen omalle opettajuudelleni luonut? Tämän tutkielman myötä olen löytänyt asioita, joita tarvitsen kaikkeen opetukseen.

Kuvasin ensimmäisessä opetusharjoitteluraportissani tuntemuksiani seuraavalla tavalla: "Minulla on päässäni eräänlainen hylly, johon laitan kaiken kokemani ja oppimani. Nyt hyllyn edessä on valtava pino laatikoita, joissa on päällä tekstit, esimerkiksi konstruktivismi, minä-viestintä jne. Minulla oli ainakin aavistus, mihin hyllyyn minkäkin laatikon laittaisin, se vain veisi valtavasti aikaa ja vaivaa. Noihin laatikoihin tulisin myöhemmin keräämään lisää tietoa." Voin käyttää samaa kuvausta tämänkin hetkisistä tuntemuksistani. Hyllyn edessä on yhä pino laatikoita, ne eivät kaikki ole samoja kuin aikaisemmin. Osa laatikoista on löytänyt paikkansa eli olen saanut sisäistettyä asian ja voin käyttää sitä toiminnassani. Osa vanhoista laatikoista on kuitenkin tullut alas. En siis ole saavuttanut "järjestelyssäni" haluttua lopputulosta. Tämä kirjoitelma on ehkä auttanut minua jäsentämään ajatuksiani, järjestämään laatikoita paikoilleen. (Elämäkerta 1998.)

Tuo kuvaus sopii elämäni ja tuntemuksiini tänäkin päivänä. Risku (2000) sanoi löytäneensä punaisen langan oman opettamiseensa unkarilaisesta matematiikasta. Minäkin etsin omaa punaista lankaani, tai oikeastaan paikkoja laatikoille. Paikkaansa hakee kokonainen matematiikka-laatikko - en tiedä sijoitanko laatikon keskeiselle paikalle hyllyyni vai laitanko sen sivulle odottamaan.

Tämä tutkielma on tavallaan päätös matematiikan keskeiselle osalle elämässäni - se on sitä ainakin toistaiseksi. Toteutan tällä hetkellä unelmaani, opiskelen suomen kieltä tutkinto mielessäni. Matematiikka ja äidinkieli olivat minulle lapsena jonkinlainen vastapari - kuin yö ja päivä, taivas ja maa. Pidin äidinkielestä todella paljon ja se oli minulle se oikea aine, silloin.

Lapsena inhosin matematiikkaa. Minulla ei ollut oppimisvaikeuksia, mutta motivaatio puuttui täysin. Ja kun omat opettajani ala-asteella eivät sitä yrittäneetkään lisätä, tuntui matematiikka aivan turhalta kouluaineelta koko ala-asteen ajan. Jos minun olisi silloin pitänyt valita kielten tai matematiikan väliltä, olisivat matematiikan opinnot kyllä karsiutuneet minimiin. Nykyisin minun on hieman vaikeaa ymmärtää ajattelua, etteivät kielet ja matematiikka sovi yhteen. (Päiväkirjantapasta, keväällä 2000.)

Kun matematiikka alkoi kiehtoa, jäi äidinkieli oppiaineena hieman taka-alalle. Pidin siitä yhtä paljon kuin ennenkin, mutten pohtinut suhdettani siihen koskaan niin kuin matematiikkaan. Halusin yliopistossa pätevöityä jossain aineessa aineenopettajaksi ja vaihtoehtoina olivat matematiikka tai opinnot suomen kielen laitoksella. Valitsin ehkä turvallisemman vaihtoehdon - suomen kieli ei aiheuta koskaan inhon väristyksiä.

Ehkä tulevaisuudessa entisistä vastapareista tuleekin sydänparit - yhteen kuuluvat. Jos jatkan matematiikan tutkimista, voisi hyvä aihe olla matematiikan kieli ja kielentäminen.

Teen tällä hetkellä opettajan työtä vain lyhyinä sijaisuuksina, joiden aikana on hyvin vaikeaa löytää itsestään jotain uutta, kokeilla uusia ideoita tai tehdä ylipäättään sitä, mikä silloin tuntuisi hyvältä ja sopivalta. En saa varmuutta omasta osaamisestani.

Osaan opettaa matematiikkaa. Tunnen itseni vain jotenkin epävarmaksi, enkä luota tarpeeksi omiin kykyihini. Pelkään, että väsyn joskus ja alan opettaa niin kuin omat opettajani joskus opettivat. (Päiväkirjantapasta 2000.)

Luulen, että tämä tutkielma auttoi minua hyväksymään omat puutteeni opettajana. Joskus opintojen alkuvaiheessa tunsin olevani ritari, joka kiittää valkoisella ratsullaan pelastamaan kaikki pienet koululaiset. Haluan toki kehittyä työssäni ja kehittää työtäni, mutta minusta tuntuu, ettei minun tarvitse tehdä sitä enää yksin.

LÄHTEET

- Ahtee, M. 1998. Luonnontieteiden opettaminen ja konstruktivismi. Teoksessa J. Lavonen & M. Erätuuli (toim.), 138 - 153.
- Ahtee, M. & Pehkonen, E. 2000. Johdatus matemaattisten aineiden didaktiikkaan. Helsinki: Edita.
- Alasuutari, P. 1995. Laadullinen tutkimus 3. Uudistettu painos. Jyväskylä: Gummerus.
- Antikainen, A. 1996. Merkittävät oppimiskokemukset ja valtautuminen. Teoksessa A. Antikainen & H. Huotelin (toim.), 251 - 296.
- Antikainen, A. & Huotelin, H. (toim.) 1996. Oppiminen ja elämänhistoria. Aikuiskasvatuksen 37. vuosikirja. Kansanvalistusseura ja Aikuiskasvatuksen tutkimusseura. Jyväskylä: Gummerus.
- Beattie, M. 1995. New Prospects for teacher education: narrative ways of knowing teaching and teacher learning. *Educational research* 37 (1), 53 - 70.
- Biggs, J. 1987. *Student Approaches to Learning and Studying*. Melbourne: Australian Council for Educational Research.
- CD-PS 1997 = CD-Perussanakirja 1997. Kotimaisten kielten tutkimuskeskuksen julkaisuja 94. Kotimaisten kielten tutkimuskeskus. Helsinki: Edita - Lingsoft.
- Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (toim.) 2000. *Handbook of Qualitative Research*. Thousand Oaks: Sage.
- Ellis, C. & Bochner, A. P. 2000. Autoethnography, Personal Narrative, Reflexivity. Researcher as Subject. Teoksessa N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (toim.), 733 - 768.
- Ellsworth, J. & Buss, A. 2000. Autobiographical Stories from Preservice Elementary Mathematics and Science Students: Implications for K-16 Teaching. *School Science & Mathematics* 100 (7), 355 - 365.
- Entwistle, N. (toim.) 1990. *Handbook of Educational ideas and Practices*. London: Routledge.
- Entwistle, N. 1990. Introduction: Changing Conceptions of Learning and Teaching. Teoksessa N. Entwistle (toim.), 662 - 667.
- Erätuuli, M. & Lavonen, J. 1998. Täydennyskoulutuksen mahdollisuudet - esimerkkinä fysiikan ja kemian opetuksen työtapojen monipuolistamistentäydennyskoulutuskurssi. Teoksessa J. Lavonen & M. Erätuuli (toim.), 231 - 249.

- Eskola, J. & Suoranta, J. 1996. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä julkaisuja C13.
- Eteläpelto, A. & Tynjälä, P. 1999. Oppiminen ja asiantuntijuus. Työelämän ja koulutuksen näkökulmia. Porvoo: WSOY.
- Giorgi, A. 1997. The Theory, Practise, and evaluation of the Phenomenological Method as a Qualitative Research Procedure. *Journal of Phenomenological Psychology* 28, 235 - 260.
- Haapasalo, L. 1993. Matematiikan opetussuunnitelmien lähtökohtia ja kehittämisenäkymiä. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Opetuksen perusteita ja käytänteitä 2.
- Haapasalo, L. 1994. Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu. Vaajakoski: MEDUSA-Software.
- Haapasalo, L. & Venola, R. 1992. Metallialan matematiikkaa. Matematiikkaa kone- ja metallitekniikan sekä pintakäsittelytekniikan peruslinjoille. Opetushallitus. Helsinki: Valtion painatuskeskus.
- Hall, C. W. & Davis, N. B. 1999. Gender and Racial Differences in Mathematical performance. *Journal of Social Psychology* 139 (6), 677 - 690.
- Halmio, P. 1997. Elämän ja kokemuksen ääni - Narratiivisuus ja elämäkerrallinen lähestymistapa opettajatutkimuksessa. *Tiedepolitiikka* 22 (3), 9 - 14.
- Hannula, M., Kupari, P. & Räsänen, P. 1998. Matematiikka ja sukupuoli. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), 189 - 215.
- Heikkilä, J. & Aho, S. (toim.) 1995. Muutosagenttiopettaja - Luovuuden irtiotto. Turun yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Julkaisusarja B: 48.
- Heikkinen, H. 1999a. Opettajaksi kertomusten kautta. Teoksessa H. Niemi (toim.), 192 - 216.
- Heikkinen, H. 199b. Tulla opettajaksi - tulla siksi mitä olet. Teoksessa H. Heikkinen, P. Moilanen & P. Räihä (toim.), 47 - 64.
- Heikkinen, H., Huttunen R. & Kakkori, L. 1999 "Ja tämä tarina on tosi..." Narratiivisen totuuden ongelmasta. *Tiedepolitiikka* 24 (4), 39 - 52.
- Heikkinen, H., Moilanen, P. & Räihä, P. (toim.) 1999. Opettajuutta rakentamassa. Kirjoituksia Jouko karin 60-vuotispäivänä. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Opetuksen perusteita ja käytänteitä 34.
- Hirsjärvi, S. 1997. Metodologiset ja teoreettiset lähtökohdat. Teoksessa S. Hirsjärvi, P.

- Remes & P. Sajavaara., 117 - 168.
- Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 1997. Tutki ja kirjoita. Helsinki: Kirjayhtymä.
- Huotelin, H. 1996. Elämäkerrallinen lähestymistapa. Teoksessa A. Antikainen & H. Huotelin (toim.), 13-45.
- Ikäheimo, H. 1997. Iloa ja ymmärrystä matematiikkaan. Helsinki: Oy Opperi.
- Ikäheimo, H., Aalto, A. & Puumalainen, K. 1998. Opi matematiikkaa leikkien esi- ja alkuopetuksessa. Helsinki: Oy Opperi Ab.
- Iso-Tryckäri, S. 2000. Minun kyläkouluni. Matkalla pienen koulun opettajaksi. Tutkiva opettaja. Journal of Teacher Researcher 4. Jyväskylä.
- Jaatinen, R. 1994. Merkityksen maailma opetus- ja kasvatustyössä toimimisen ja kehittymisen lähtökohtana. Teoksessa J. Lehtovaara & R. Jaatinen (toim.), 181 - 196.
- Kaasila, R. 2000. "Eläydyn oppilaan asemaan". Luokanopettajaksi opiskelevien kouluikäisten muistikuvien merkitys matematiikkaa koskevien käsitysten ja opetuskäytäntöjen muotoutumisessa. Lapin yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Acta Universitatis Lappeensis 32.
- Kahanpää, L. & Koskela, P. 1998. Matematiikan opettajakoulutuksen kehittämissuunnista. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), 364 - 370.
- Kaikkonen, P. 1999. Hyvä vai huono opettaja? Teoksessa H. Heikkinen, P. Moilanen & P. Räihä (toim.), 85 - 90.
- Kalaoja, E. (toim.) 1985. Kohtaaminen ja kasvu. Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan tutkimuksia 32.
- Kansanen, P. (toim.) 1999. Discussions on Some Educational Issues VIII. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitoksen tutkimuksia 204.
- Kasvatustieteiden tiedekunnan opinto-opas 2001 - 2003. 2001. Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä: Gummerus.
- Kelchtermans, G. & Vandenberghe, R. 1994. Teachers' professional development: a biografical perspective. Journal of Curriculum Studies 26 (1), 45 - 62.
- Kilpisaari, J. 1999. Kielen kuvallisuuden opetus yläasteen ja lukion äidinkielen oppikirjoissa 1980- ja 1990-luvuilla. Pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopiston suomen kielen laitos.
- Kinnunen, R. & Vauras, M. 1998. Matemaattisten ongelmien ratkaisutaito ala-asteella. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), 269 - 283.

- Koponen, R. 1994. Asenteet matematiikkaa kohtaan. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 56.
- Koppinen, M-L, Korpinen, E. & Pollari, J. 1994. Arviointi oppimisen tukena. Porvoo: WSOY.
- Korpinen, E. 1996. Opettajuutta etsimässä. Kunnallissalan kehittämissäätiön Polemia-sarja 18. Vammala: Vammalan kirjapaino.
- Korpinen, E. (toim.) 2000. Esiopetus. Nyt! Tutkiva opettaja. Journal of Teacher Researcher 8. Jyväskylä.
- Kupari, P. 1993. Curriculum Development in the Finnish Comprehensive School Mathematics - Progress and Challenges. Teoksessa P. Kupari & L. Haapasalo (toim.), 69 - 82.
- Kupari, P. & Haapasalo, L. (toim.)1993. Constructivist and Curriculum Issues in School Mathematics Education. Mathematics Education Research in Finland: Yearbook 1992 - 1993. University of Jyväskylä. The Finnish Association of Mathematics and Science Education Research and the Institute for Educational Research.
- Lahdes, E. 1986. Peruskoulun didaktiikka. Keuruu: Otava.
- Lahdes, E. 1997. Peruskoulun uusi didaktiikka. Keuruu: Otava.
- Lappalainen, M. 1997. Opetus, oppiminen ja arviointi. Turun yliopisto.
- Lavonen, J. & Erätuuli, M. (toim.) 1998. Tuulta purjeisiin. Matemaattisten aineiden opetus 2000-luvulle. Opetus 2000. Juva: WSOY.
- Lehtovaara, J. & Jaatinen, R. (toim.) 1994. Dialogissa - matkalla mahdollisuuteen. Tampereen yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Julkaisuja A: 21.
- Lehtovaara, M. 1994. Fenomenologinen näkökulma ihmisen tutkimuksen metodologiaan. Teoksessa J. Varto (toim.), 1 - 34.
- Lester, F. K. & Lambdin, D. V. 1999. Preparing Prospective Elementary Teachers to Teach Mathematics: a Problem-Solving Approach. Teoksessa P. Kansanen (toim.), 41 - 62.
- Lindgren, S. 1990. Toimintamateriaalin käyttö matematiikan opetuksessa. Acta Universitatis Tamperensis ser A vol 307. Tampereen yliopisto.
- Lindgren, S. 1998. Voidaanko matematiikan opiskeluasenteita muuttaa? Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), 301 - 315.
- Lindström, A. 2000. Peruskoulun opetussuunnitelman uudistaminen 1994 ja uudistustyö vuodesta 2000 eteenpäin. Teoksessa A. Pietilä & O. Toivanen (toim.), 5 - 7.

- Linna, H. 1999. Lukuonni. Kirjallisuuden opetus ala-asteella. Porvoo: WSOY.
- Linnanmäki, K. 1998. Minäkäsitys ja matematiikan oppiminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), 283 - 300.
- Martio, O. 1998. Matematiikan opettajankoulutuksen muutospainet. Teoksessa J. Lavenen & M. Erätuuli (toim.), 83 - 97.
- Mewborn, D. S. 1999. Reflective thinking among preservice elementary mathematics teachers. *Journals for Research in mathematics Education* 30 (3), 316 - 342.
- Mezirow, J. 1995. Kriittinen reflektio uudistavan oppimisen käynnistäjänä. Teoksessa J. Mezirow ym., 17 - 37.
- Mezirow, J. ym. 1995. Uudistava oppiminen. Kriittinen reflektio aikuiskoulutuksessa. Suom. L. Lehto. 2. painos. Helsingin yliopisto. Lahden tutkimus- ja koulutuskeskus. Oppimateriaaleja 23.
- Männistö, J. 1995. Matemaattiset käsitteet kouluopetuksessa. Tampereen yliopisto. Tampereen normaalikoulun julkaisuja. Sarja A1: Tutkielmia ja monisteita 3.
- Niemi, E. K. 2001. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000. Matematiikan oppimistulokset, asenteet matematiikkaa kohtaan ja yhteydet taustamuuttujiin. Opetushallitus. Oppimistulosten arviointi 2/2001. Helsinki: Yliopistopaino.
- Niemi, H. (toim.) 1999. Opettajankoulutus modernin murroksessa. Tampere: Yliopistopaino.
- Näätänen, M. 2000. Vaikutteita Unkarista matematiikan esi- ja alkuopetukseen. Teoksessa E. Korpinen (toim.), 114 - 119.
- Ojanen, S. 1998a. Reflektion käsite opettajankoulutuksessa. Muotihulluus vai kasvatusreformin kulmakivi? Teoksessa S. Ojanen (toim.), 51 - 61.
- Ojanen, S. 1998b. (toim.) Tutkiva opettaja 2. 2. Painos. Helsingin yliopisto. Lahden tutkimus- ja koulutuskeskus. Oppimateriaaleja 55.
- Oppimiskäsitys. 1989. Opetus ja kasvatus. Kouluhallitus. Helsinki: Valtion Painatuskeskus.
- Pappas, Theoni 1999. Matematiikan ilot. Näe matematiikkaa ympärilläsi. Suom. Juha Pietiläinen. Terra Cognita. Helsinki: Hakapaino.

- Patrikainen, R. 1999. Opettajuuden laatu. Ihmiskäsitys, tiedonkäsitys ja oppimiskäsitys opettajan pedagogisessa ajattelussa ja toiminnassa. Opetus 2000. Jyväskylä: PS-KUSTANNUS.
- Pehkonen, E. 1999. Professorien matematiikkakäsityksistä. Kasvatus 30 (2), 120 - 127.
- Perkkilä, P. 2000. Luentomuistiinpanot kurssilta Matematiikan tiedonhankintaprosessit. 31.3. - 23.5.2000. Jyväskylän yliopisto.
- Perttula, J. 1995. Kokemus psykologisena tutkimuskohteena, johdatus fenomenologiseen psykologiaan. SUFI 14. Tampere: Suomen fenomenologinen instituutti.
- Perttula, J. 1999. Mitä opettajuus on? Teoksessa P. Räsänen, J. Arikoski, P. Mäntynen. & J. Perttula, 12-61.
- Pietilä, A. & Toivanen, O. (toim.) 2000. Opetussuunnitelmatyö kunnissa ja peruskouluissa vuosina 1994 - 1999. Kehittyvä koulutus 2/2000. Opetushallitus. Helsinki: Painatuskeskus.
- Pietilä, A. & Vanne, A. 2000. Opetustyön muutokset. Teoksessa A. Pietilä & O. Toivanen (toim.), 52 - 88.
- Pirttikoski, R. 2001. Suomalaisnuoret ovat 32:n maan parhaita lukemisessa. 15-vuotiaat kansainvälistä kärkeä myös matematiikassa ja luonnontieteissä. Keskisuomalainen 5.12.2001, Kotimaa, 8.
- POP 1994 = Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet. 1994. Opetushallitus. Helsinki: Painatuskeskus.
- Ramsden, P. 1988. Context and Strategy. Situational influences on learning. Teoksessa R. R. Schmeck (toim.), 159 - 184.
- Rauhala, L. 1983. Ihmiskäsitys ihmistyössä. Jyväskylä: Gummerus.
- Risku, A-M. 2000. Unkarista oppia matematiikan alkuopetukseen. [Viitattu 14.1.2002]. Saatavilla www-muodossa:
<URL:<http://solmu.math.helsinki.fi/2000/alkuopetus/amr.html>>.
- Ropo, E. & Huopainen, M. 2000. Koulu opetussuunnitelmauudistuksen pyörteissä: Havaintoja rehtoreiden kokemuksista opetussuunnitelmaprosessin vaiheista peruskouluissa. Teoksessa A. Pietilä & O. Toivanen (toim.), 89 - 117.
- Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) 1998. Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. 2. Painos. Niilo Mäki Instituutti ja Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino.

- Räsänen, P., Arikoski, J., Mäntynen, P. & Perttula, J. 1999. Opettajuuden psykologia. Julkishallinnon koulutuskeskus oy. Jyväskylä: Yliopistopaino.
- Schmeck, R.R. (toim.) 1988. Learning Strategies and Learning Styles. New York: Plenum Press.
- Soininen, M. 1995. Tieteellisen tutkimuksen perusteet. Turun yliopiston täydennyskoulutuskeskuksen julkaisuja A: 43.
- Stake, R. E. 2000. Case Studies. Teoksessa N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (toim.), 435 - 454.
- Strauss, A. & Corbin, J. 1990. Basics of Qualitative Research. Grounded Theory Procedures and Techniques. Newbury Park: SAGE Publications.
- SMLO 1999 = Suomalaisten matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen vuonna 2002. Kansallisten kehittämistalkoiden väliarvio. 1999. Opetusministeriö. Koulutus- ja tiedepolitiikan osaston julkaisusarja.
- Syrjäläinen, E. 1994. Etnografinen opetuksen tutkimus: kouluetnografia. Teoksessa L. Syrjälä, S. Ahonen, E. Syrjäläinen & S. Saari, 67 - 112.
- Syrjälä, L. 1985. Elämäkerrat kasvatustieteen tutkimusaineistona. Teoksessa E. Kalaoja (toim.), 262 - 279.
- Syrjälä, L. 1994. Tapaustutkimus opettajan ja tutkijan työvälineenä. Teoksessa L. Syrjälä, S. Ahonen, E. Syrjäläinen & S. Saari, 9 - 66.
- Syrjälä, L. & Numminen, M. 1988. Tapaustutkimus kasvatustieteessä. Oulun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan tutkimuksia 51.
- Syrjälä, L., Ahonen, S., Syrjäläinen, E. & Saari, S. 1994. Laadullisen tutkimuksen työtapoja. Helsinki: Kirjayhtymä.
- Tesch, R. 1990. Qualitative Research. Analysis types and software tools. New York: Falmer Press.
- Tiuraniemi, J. 1995. Reflektio, vuorovaikutus ja asiantuntijuus. Teoksessa J. Heikkilä & S. Aho (toim.), 149 - 158.
- Tynjälä, P. 1999a. Konstruktivistinen oppimiskäsitys ja asiantuntijuuden edellytysten rakentaminen koulutuksessa. Teoksessa A. Eteläpelto & P. Tynjälä (toim.), 160 - 179.
- Tynjälä, P. 1999b. Oppiminen tiedon rakentamisena. Konstruktivistisen oppimiskäsityksen perusteita. Helsinki: Kirjayhtymä.

- Uusitalo, H. 1991. Tiede, tutkimus ja tutkielma. Johdatus tutkielman maailmaan. Juva: WSOY.
- Vahtokari, A & Vähäpassi, A. 1998. Kirjat esiin ja laskekaa! Teoksessa J. Lavonen & M. Erätuuli (toim.), 213 - 230.
- Vaherva, T. & Ekola, J. 1986. Aikuisten opettamisen taito. Helsinki: Yleisradio.
- Varto, J. (toim.) 1994. Kohti elämismaailman ja ihmisen laadullista tutkimista. Tampereen yliopisto. Seminaariraportti. Filosofisia tutkimuksia 44.
- Varto, J. 1996. Laadullisen tutkimuksen metodologia. Helsinki: Kirjayhtymä.
- Väisänen, P. & Silkelä, R. 1999. Kokemukset ja merkitykset opettajaksi kasvussa. Teoksessa H. Niemi (toim.), 217 - 234.
- Yrjönsuuri, R. 1998. Opiskelun taidon ja matematiikan osaamisen arvioiminen. Helsingin kaupungin opetusviraston julkaisusarja A12:1998.
- Yrjönsuuri, R & Yrjönsuuri, Y. 1998. Matematiikan opiskelun ja opetuksen käsitteet. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), 111 - 127.

PAINAMATTOMAT LÄHTEET

- Elämäkerta, syksyllä 1998.
- Kenttäharjoitteluraportti, keväällä 1999.
- OH1, harjoitteluraportti syksyllä 1996.
- OH2, harjoitteluraportti keväällä 1998.
- OH3, harjoitteluraportti keväällä 1999.
- OH4, päättöharjoitteluraportti syksyllä 1999.
- Päiväkirjantapasta, kevät 1997 - syksy 2001
- Seminaariesitelmä, 16.5.2000 yhdessä Petri Kainulaisen kanssa.

9. Mitä luokka-asteita olet opettanut opintojesi yhteydessä?

10. Oletko opettanut matematiikkaa opintojesi yhteydessä? a) kyllä b) en
Jos olet, mitä oppisisältöjä ja mille luokka-asteille?

11. Kuinka paljon sinulla on opettamiskokemuksia opintojen ulkopuolelta?

a) alle 1 kk:n

b) 1 - 3 kk

c) 3 - 6 kk

d) 6 - 12 kk

e) enemmän, kuinka kauan

12. Missä koulumuodoissa olet ollut opettajana?

13. Oletko silloin opettanut matematiikkaa? a) kyllä b) en
Jos olet, mitä oppisisältöjä ja mille luokka-asteille?

MATEMATIIKKA OPPIAINEENA

14. Voitko kertoa, miten koit matematiikan oppiaineena

a) ala-asteella

b) yläasteella

c) peruskoulun jälkeen

d) yliopistossa (esim. POM-opinnot)

15. Kuinka kotonasi suhtauduttiin/suhtaudutaan matematiikkaan?

16. Millainen oppiaine matematiikka mielestäsi on?

MATEMATIIKAN OPETTAMINEN

17. Mikä on mielestäsi keskeistä matematiikan opetuksessa?

18. Millaisia opettajia sinulla on ollut matematiikassa?

19. Millainen matematiikan opettaja olet itse tällä hetkellä?

20. Millainen on mielestäsi hyvä matematiikan opettaja?

21. Kuinka kehittäisit matematiikan opetusta

a) peruskoulussa

b) opettajien koulutuksessa

Kiitoksia paljon vastauksistasi!

Jos voit osallistua tutkimushaastatteluun, pyydän sinulta yhteystietojasi:

nimi _____

osoite _____

puhelinnumero _____

sähköpostiosoite _____

Liite 2: Opettajaryhmän taustatiedot

1 / 2

Opettajaryhmä A (n = 9)

TAUSTATIETOJA

1. Sukupuoli mies 2 nainen 7
2. Syntymävuosi 40 -luvulla 1 50 -luvulla 5
 60 -luvulla 1 70 -luvulla 2
-
3. Opintosi ennen yliopistoa/opettajankoulutusta
- a) lukio, yo-tutkinto 9
- b) lukio, ei yo-tutkintoa 0
- c) joku muu tutkinto, mikä 0
4. Valmistumisvuosi 70 -luvulla 2
 80 -luvulla 2
 90 -luvulla 5
5. Matematiikan opintosi
- a) lukion laaja matematiikka 3
- b) lukion yleinen matematiikka 6
- c) opintoja yliopistossa (approbatur, cum laude, laudatur) 0
- d) muita opintoja, mitä (didaktiikankurssi) 4
6. Mitkä olivat erikoistumis- /sivuaineesi yliopistossa?
- | | | | | | |
|--------------|----------|------------|----------|---------------------|----------|
| kuvaamataito | <u>4</u> | käsityö | <u>1</u> | äidinkieli | <u>6</u> |
| alkuopetus | <u>4</u> | psykologia | <u>3</u> | erityispedagogiikka | <u>4</u> |
| liikunta | <u>1</u> | teologia | <u>1</u> | yhteiskuntatiede | <u>1</u> |
| biologia | <u>1</u> | maantiede | <u>1</u> | ympäristö- ja | |
| | | | | luonnontieto | <u>1</u> |

2/2

7. Kuinka paljon sinulla on opettamiskokemusta?

- a) alle 1 vuoden 1
- b) 1 - 5 vuotta 1
- c) 5 - 10 vuotta 2
- d) enemmän 5

8. Missä koulumuodoissa olet ollut opettajana?

- a) ala-asteella 1 -6 7
1 - 4 1
3 - 4 0
- b) keskiasteella 1
- c) kansakoulu 1
- d) erityispäiväkoti 1
- e) yliopisto 1

Koodit AYN 1 -5, AYM 1, ALN 1 - 2, ALM 1

Liite 3: Matematiikkaryhmän taustatiedot

1 / 2

Matematiikkaryhmä B (n = 6)

TAUSTATIETOJA

1. Sukupuoli mies 3 nainen 3

2. Syntymävuosi 60 -luvulla 2 70 -luvulla 4

3. Opintosi ennen yliopistoa/opettajankoulutusta
 - a) lukio, yo-tutkinto 6
 - b) lukio, ei yo-tutkintoa 0
 - c) joku muu tutkinto, mikä 2 (päivähoitaja)

4. Matematiikan opintosi
 - a) lukion laaja matematiikka 3
 - b) lukion yleinen matematiikka 3
 - c) opintoja yliopistossa (approbatur, cum laude, laudatur) 0
 - d) muita opintoja, mitä 0

5. Mitkä olivat erikoistumis- /sivuaineesi yliopistossa?

käsityö	<u>4</u>	matematiikka	<u>3</u>
äidinkieli	<u>2</u>	historia	<u>1</u>
ympäristö- ja		erityispeda-	
luonnontieto	<u>2</u>	gogiikka	<u>2</u>
atk	<u>2</u>		

OPETTAJAKOKEMUS

6. Kuinka paljon sinulla on opettamiskokemusta?
 - a) ei yhtään 0
 - b) pakollisia opettajaharjoitteluja 5

OPETTAJAKOKEMUS

7. Kuinka paljon sinulla on opettamiskokemusta?

- a) ei yhtään 0
 b) pakollisia opettajaharjoitteluja 30

8. Mitä luokka-asteita olet opettanut opintojesi yhteydessä?

- | | | | | | |
|---|-----------|---|-----------|---|-----------|
| 1 | <u>17</u> | 2 | <u>17</u> | 3 | <u>17</u> |
| 4 | <u>17</u> | 5 | <u>15</u> | 6 | <u>12</u> |

9. Oletko opettanut matematiikkaa opintojesi yhteydessä?

Jos olet, mitä oppisisältöjä ja mille luokka-asteille?

kyllä 23 en 7

peruslaskutoimitukset, lainaaminen, kymmenylitykset, geometriaa, laskujärkestys, kellonaikoja, kertolaskuja, ongelmanratkaisua

10. Kuinka paljon sinulla on opettamiskokemuksia opintojen ulkopuolella?

- | | | | |
|---------------|-----------|--------------|----------|
| a) alle 1kk:n | <u>11</u> | b) 1 - 3 kk | <u>7</u> |
| c) 3 - 6 kk | <u>2</u> | d) 6 - 12 kk | <u>7</u> |
| e) yli 12kk. | <u>3</u> | | |

11. Missä koulumuodoissa olet ollut opettajana?

- | | | | |
|--------------------|-----------|----------------|----------|
| a) ala-asteella | <u>25</u> | b) yläasteella | <u>4</u> |
| c) keskiasteella | <u>2</u> | d) esiopetus | <u>1</u> |
| e) erityiskoulussa | <u>5</u> | f) opistot | <u>1</u> |
| g) leirikoulu | <u>1</u> | | |

12. Oletko silloin opettanut matematiikkaa?

Jos olet, mitä oppisisältöjä ja mille luokka-asteelle?

kyllä 23 en 5

kaikkeaa, yhtälöitä 7 -9 lk., murtolukuja, prosentteja.

Koodit CYN 1 - 17, CYM 1 - 3, CLN 1 - 5, CLM 1 - 5

21. Kuinka kehittäisit matematiikan opetusta

vastaamatta II

a) peruskoulussa

- opettajan on itse tajuttava, ettei pelkillä muistisäännöillä voi elää

Yleinen

- pois pelkästä laskemisesta asioiden konkretisoimiseen
- uudet asiat opetettava käytännön kautta; enemmän tekemistä, kokeilemista ja havainnointia, pois oppikirjoista
- opetus ei saisi olla sirpaleista, irrallista, vaan se koskettaisi koko oppilasta
- pois oppikirjoista, tutkimaan ympäristöä ja sen ilmiöitä; kokeilevaa ja toiminnallista oppimistyyliä
- tehtävät (kirjoissa) sekavia, eivätkä kehitä omaa ajattelua
- toiminnallisuutta, oikeita ongelmia, keksimistä
- ei kaavojen opettelua ja toistamista -> ei kehitä ajattelua
- valinnaisuutta lisää
- integrointia muihin aineisiin
- enemmän ongelmanratkaisu- ja päättelytehtäviä
- arkielämää enemmän mukaan, lisää soveltamista, oppilaiden arki
- konkretisointi ja kontekstisidonnaisuus tärkeää, materiaalia ympäristöstä
- monipuolisemmaksi
- pitäisi käyttää mielikuvitusta ja soveltaa monin eri tavoin, motivointia
- tärkeää on , että lapset ymmärtävät miksi jokin asia menee niin kuin menee
- oppimisesta hauskaa
- pois mekaanisuudesta
- oppilaiden omat ideat mukaan
- 38, 39, 41

Laaja

- integrointia muille tunneille
- en oikein tunne tilannetta, mutta ei se kovin huonolta vaikuta...24???
- en tiedä millaista tällä hetkellä
- en tiedä, mutta olen kuullut, että töitä olisi ja paljon
- lisää luovuuden käyttöä
- täydennyskoulutusta opettajille; myös oppilaskesk. huomioimiseen
- uutta ja erilaista oppimateriaalia, värikkyyttä
- monipuolisia menetelmiä
- oppilaille mahd. omaan etenemiseen ja ohjausta omalla tasolla
- luodaan käytännötilanteita, joissa tarvitaan matikkaa, opetellaan siten

- 30

b) opettajien koulutuksessa

- käytännönharjoituksia ja opetusharj. demoilla

Yleinen

- matematiikka sivuaineena teoreettista , eikä kohtaa ala-asteen OPS:a

- OKL:een oma matikan sivuaine

- enemmän didaktiikkaa ja tietoa miten käytännössä opetetaan; pedagogiikkaa

- enemmän käsittelyä oppimisvaikeuksiin, väärinkäsityksiin ja peruskoulun matem.hallintaan ja sen opetuksen kehittämiseen

- enemmän opetusta, ja siten, että se kohdistuisi enemmän ala-asteelle

- selkeyttä ja eheyttä opetukseen

- 21, 20, 36, 37, 39, 41

- opettajien tulisi antaa didaktisia vinkkejä opiskelijoille, eikä aina vastata kysymyksiin "mitä itse tekisi?"

- vaikeimpien asioiden pohtimista - miten niitä tulisi opettaa

- ongelmanratk.teht. pohdintaa ja keksintää

- POM-opinnot uusiksi, ala-asteen oppisisältöjä korostavaksi ja tutustumista esimerkkiope-
tustyyliin

- vinkkejä oppisisältöjen valintaan ja lähestymistapaan

Laaja

- demoille keskustelua vaikeitten asioiden opetuksesta

- opiskelijoille pitäisi luoda posit. suhtautumista aiheeseen

- tietoa miten matikkaa eri ikäisille/ eri kehitysvaiheessa oleville lapsille opetetaan

- tietoa kuinka opetusta saa enemmän opp.keskeiseksi

- tietoa havaintomateriaalinen käytöstä

- enemmän aikaa kursseja matikkaan, esim tilasto pois ja tilalle ala-asteen matikkaa ja didaktiikkaa jne.

- rehellisesti sanottuna ensimmäisenä pitäisi vaihtaa opettajaa

- sivuaineopintojen markkinointia, asennekasvatus

- enemmän demo-opetusta

- mielekästä kirjallisuutta ajattelun ja opetuksen kehittämiseen

- lisää erkkää 30

- selkeämpi kokonaisuus: demot ja luennot täydentämään toisiaan, oppikirjoihin tutustuminen ja didaktiikan pohtiminen niistä käsin, pohdittaisiin oppimisvaikeuksia.

- 31, 42

Liite 6: Kokemukset matematiikasta

(M = myönteinen, N = neutraali, K = kielteinen)

	Opettajaryhmä A (n = 9)			Matematiikka-ryh- mä B (n = 6)			Opiskelijaryhmä C (n = 30)		
	M	N	K	M	N	K	M	N	K
ala-aste	4	3	2	5	1	0	21	3	6
yläaste	4	0	5	5	1	0	16	2	12
peruskoulun jäl- keen	5	0	4	3	0	3	6 *	0 *	16 *
yliopistossa	4	2	3	3	0	3	3 **	0 **	22 **

* n = 22

** n = 25

Liite 9: Tunneli-tehtävä

Tunneli-tehtävä

Andy, Bill, Carl ja David ovat samassa päässä pimeää, kapeaa ja äärimmäisen vaarallista tunnelia. Heidän tulee päästä tunnelin toiseen päähän turvallisesti. He tietävät, että tunneliin mahtuu samanaikaisesti vain kaksi henkilöä ja että matkalla tarvitaan ehdottomasti taskulamppu. Andy kulkee tunnelin läpi viidessä, Bill neljässä, Carl kahdessa ja David yhdessä minuutissa. Miten heidän on meneteltävä, kun taskulampussa riittää virtaa korkeintaan 12 minuutiksi?

(Tehtävä löytyy mm. teoksesta Haapasalo & Venola 1992.)