

Solmuvälineet matemaattisen ajattelun kielentämisessä

Sanni Rekilä

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma

Monografiamuotoinen

Kevätlukukausi 2024

Opettajankoulutuslaitos

Jyväskylän yliopisto

TIIVISTELMÄ

Rekilä, Sanni. 2024. Solmuvälineet matemaattisen ajattelun kielentämisessä. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. 31 sivua.

Solmu-ohjelma on tamperelaisen luokanopettajan Maarit Laitisen kehittämä matematiikan opetustapa, jossa matematiikkaan yhdistetään monilukutaito. Ohjelmaan kehitetyt solmuvälineet tuovat lukumäärät konkreettisesti laskijan näkyville ja auttavat niiden hahmottamisessa. Ohjelmassa hyödynnetään myös vastausten kielentämistä. Joutsenlahti ja Rättyä (2015) ovat luoneet kielentämisen neljän kielen mallin, joka kuvastaa kielentämisen eri osa-alueita.

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, mitä kielentämisen alueita oppilaat käyttävät tehtävien ratkaisujen kielentämisessä. Sen lisäksi tarkoituksena on selvittää, miten oppilaat hyödyntävät kielentämisessä Solmu-ohjelman solmuvälineitä.

Tutkimus on laadullinen tapaustutkimus. Tutkimuksessa videoitiin 1. luokan oppilaiden matematiikan tunteja. Luokassa matematiikan opetustapana käytetään Solmu-ohjelmaa. Aineisto analysoitiin sisällönanalyysilla.

Tulokset osoittivat, että tunneilla matemaattista ajattelua kielennettiin runsaasti. Solmuvälineet toimivat myös ajattelun kielentämisen tukena erityisesti ratkaisujen perusteluissa.

Asiasanat: Solmu-ohjelma, kielentäminen, matemaattinen ajattelu

SISÄLTÖ

TIIVISTELMÄ	2
SISÄLTÖ	3
1 JOHDANTO	5
2 KIELENTÄMINEN	7
2.1 Kielentäminen matematiikassa	7
2.2 Matematiikan neljän kielen malli	8
3 SOLMU-OHJELMA	10
3.1 Teoreettinen pohja	10
3.1.1 Sfardin teoria	10
3.1.2 Matemaattisen ajattelun ja lukukäsityksen kehittyminen	12
3.2 Solmu-ohjelman toimintamalli	13
3.3 Solmuvälineet	14
4 TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET	17
4.1 Tutkimustehtävä	17
4.2 Tutkimuskysymykset	17
5 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN	18
5.1 Tutkimuskonteksti	18
5.2 Tutkimusaineisto.....	18
5.3 Tutkimusaineiston keruu.....	19
5.4 Aineiston analyysi	20
5.5 Eettiset ratkaisut.....	21
6 TULOKSET	22
6.1 Mitä kielentämisen alueita ratkaisuisa käytettiin?	22
6.2 Miten solmuvälineitä käytettiin ratkaisujen kielentämisessä?	25

7	POHDINTA.....	27
7.1	Johtopäätökset ja tulkinta	27
7.2	Tutkimuksen arviointi.....	28
7.3	Jatkotutkimuskohteet	29
	LÄHTEET	31

1 JOHDANTO

Uudet PISA-tutkimuksen tulokset (Hiltunen, ym., 2023) ovat herättäneet laajasti huomiota Suomessa. Tutkimustulokset osoittavat, että suomalaisten lasten ja nuorten matemaattinen osaaminen on heikentynyt entisestään. On syytä miettiä, miten matemaattinen osaaminen saataisiin käännettyä nousuun.

Matematiikan opiskelu aloitetaan ensimmäisellä luokalla lukuihin tutustumisella ja niiden laskemisella yhteen. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2014) listaa 1.-2. -luokkien yhdeksi matematiikan oppiaineen tehtäväksi monipuolisten kokemusten tarjoamisen käsitteiden ja rakenteiden muodostumisen perustaksi. Opetussuunnitelma nostaa esille myös erilaisten aistien, välineiden ja toteutustapojen käyttämisen osana oppimista. Lisäksi opetussuunnitelman laaja-alaisen osaamisen tavoitteissa on monilukutaito, joka on myös osana matematiikan oppiainetta.

Tamperelainen luokanopettaja Maarit Laitinen lähti toteuttamaan kokonaista opetustapaa, Solmu-ohjelmaa, joka tuo yhteen kaikki nämä edellä mainitut piirteet. Solmu yhdistää matematiikan ja monilukutaidon sulavasti yhdeksi kokonaisuudeksi. Käsitteiden rakentuminen ja matemaattisen ajattelun kielentäminen nähdään ohjelmassa oppimisen pohjana. Ohjelma tuo matematiikan oppimisen lapsen maailmaan sopivaksi herättämällä luvut eloon lukuolioiden muodossa. Lukuolioiden seikkailujen kautta oppilas oppii aivan kuin leikin kautta tärkeitä matematiikan perustaitoja, kuten yhteenlaskun vaihdannaisuuden.

Kielentäminen matematiikassa on melko tutkittu aihe. Suomessa erityisesti Jorma Joutsenlahti on tehnyt paljon tutkimuksia kielentämiseen liittyen. Joutsenlahti ja Rättyä (2015) loivat neljän kielen mallin, joka havainnollistaa hyvin kieliä, joilla voidaan ilmentää matemaattista ajattelua. Näitä kieliä ovat symbolinen kieli, luonnollinen kieli, kuviokieli ja toiminnan kieli.

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, mitä kielentämisen alueita oppilaat käyttävät matematiikan tehtävien ratkaisemisessa. Sen lisäksi tarkoituksena on selvittää, miten oppilaat hyödyntävät kielentämisessä Solmu-ohjelmaan luotuja solmuvälineitä.

Tällä tutkimuksella halutaan tuoda Solmu-ohjelmaa laajempaan tietoisuuteen. Tutkimus haluaa tuoda esille myös ohjelmassa käytettävien välineiden sekä kielentämisen merkityksen matematiikan oppimisessa. Tarkoituksena on, että matematiikan oppimiseen voitaisiin lisätä vielä enemmän toiminnallisia elementtejä opetuksen monipuolistamiseksi.

2 KIELENTÄMINEN

2.1 Kielentäminen matematiikassa

Matematiikassa puhutaan omaa kieltä. Matematiikan kieli on yhdistelmä luonnollista sekä keinotekoista kieltä. Luonnollisista kielistä saadaan oma erityinen merkityksensä tietyille matematiikan käsitteille. Luonnollista kieltä hyödynnetään myös sanallisissa tehtävissä (Aunola & Nurmi, 2018). Keinotekoinen kieli puolestaan pitää sisällään symbolien lisäksi laskulausekkeet (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Kieltä voidaan Joutsenlahden (2003) mukaan hyödyntää matematiikassa ajattelun, tiedonhankinnan, vaikuttamisen ja tiedonvälittämisen välineenä. Oppilas pystyy omien perusteluiden kautta vaikuttamaan muihin osoittamalla omaa ajatteluaan. Matematiikan kieleen kuuluu olennaisena myös se, että kieli muuttuu sitä mukaa, kun uusia päätelmiä, käsitteitä ja käsityksiä luodaan (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018).

Koko luokan kattavassa vuorovaikutuksessa oppilas joutuu jatkuvasti pohtimaan omaa päättelyään (Chapin, ym., 2009). Oppilas joutuu rakentamaan ratkaisun ennen sen esittämistä muille. Pohdinnan kohteena ovat asian esitystyyli, käytettävät käsitteet ja oman ajattelun reflektointi. Joutsenlahden (2003) mukaan muun luokan tulee puolestaan verrata kuulemaansa jo olemassa oleviin käsityksiin ja tietoihin. Näin ollen koko luokka pystyy rakentamaan omaa ajatteluaan toisilta saatujen ajatusten kautta (Chapin, ym., 2009).

2.2 Matematiikan neljän kielen malli

Oppilas voi ilmaista omaa matemaattista ajatteluaan neljällä eri kielellä: kuviokielellä, toiminnan kielellä, symbolikielellä ja luonnollisella kielellä. Näitä kieliä voidaan hyödyntää joko yksinään tai useampaa saman aikaisesti. Kielen valintaan vaikuttaa olennaisena se, mikä kielistä tulee oppilaalta luonnostaan. (Joutsenlahti & Rättyä, 2015) Nämä kielet myös täydentävät toisiaan.

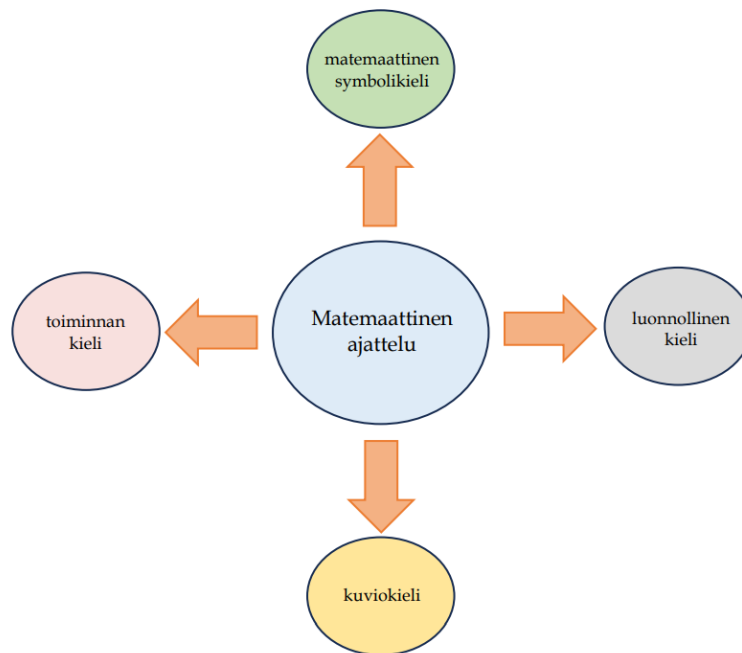
Luonnollisella kielellä tarkoitetaan puhuttua kieltä. Luonnollinen kieli voikin siis olla suomalaisessa koulussa esimerkiksi suomi tai ruotsi. Joutsenlahden ja Tossavaisen (2018) mukaan luonnollista kieltä käytetään erityisesti silloin, kun käsitteelle halutaan löytää merkitys mahdollisimman laadullisin perustein. Luonnollinen kieli on yleistä siis esimerkiksi vastausten perusteluissa ja ryhmitöissä.

Toiminnan kielellä tarkoitetaan toimintaa, jota tehdään keholla. Toiminnan kieleen liittyy usein jokin matematiikan väline, kuten laskusauvat. Toiminnan kieli on Joutsenlahden ja Rättyän (2015) tunnetuksi tuoma kielentämisen osa-alue. He kokivat, että aiemmista kielentämisen malleista puuttui tämä toimintaan liittyvä osa-alue kokonaan.

Kuviokielellä tarkoitetaan esimerkiksi erilaisia taulukoita, muotoja ja kaavioita. Kuviokieli mahdollistaa erityisen hyvin erilaisten matemaattisten yhteyksien ilmentämisen. (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018)

Symbolikielellä tarkoitetaan esimerkiksi numeroita ja merkkejä, joita matematiikassa käytetään. Symbolikieli on erityisesti tarkoitettu kuvaamaan matematiikan määrällisiä muutoksia. (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018).

Kuva 2 Matemaattisen ajattelun ilmaiseminen neljällä kielellä (Joutsenlahti & Rättyä, 2014)



Toiminnan kielen muuttuminen kuviokieleksi ja luonnolliseksi kieleksi mahdollistaa sen muuntautumisen lopulta symboliseksi kieleksi. Myöhemmin alustana toimiva kieli voi vaihtua. Tämän avulla voidaan pohtia, miten ilmaisisi asian eri kielellä. Kielen merkitys laajenee. Kieltä ei nähdä enää vain kommunikoinnin välineenä, vaan se saa uuden merkityksen tiedon rakentajana. (Joutsenlahti & Kulju, 2015)

3 SOLMU-OHJELMA

Solmu-ohjelma on tamperelaisen luokanopettajan Maarit Laitisen kehittämä, joustavaan lukukäsitykseen pohjautuva, pedagogiikka. Laitinen kertoo henkilökohtaisessa tiedoksiannossaan (2023), että sai idean ohjelman kehittämiseksi seuratessaan tiiviisti 1.-3. -luokkalaisia oppilaita, joilla oli matematiikassa oppimisen haasteita. Eniten huomiota kiinnittivät luettelointi laskustrategiana sekä puutteet lukujen määrien ymmärtämisessä ja lukujonotaidoissa.

Tampereen kaupunki toteutti vuonna 2011–2013 Solmu-projektin, jossa tuettiin yksilöllisesti tuen tarpeessa olevia. Kehittäminen jatkui vuosina 2014–2019 LUMA-Suomen kehittämisohjelmassa. Tässä kehittämishankkeessa Solmu toimi matematiikan opetustapana koko luokalle yhdessä luokassa Tampereella ja Hämeenlinnassa. (Laitinen, Rantamäki & Joutsenlahti, 2015)

3.1 Teoreettinen pohja

Solmu-ohjelman teoriapohja nojaa vahvasti kielentämiseen, joustavaan lukukäsityksen kehittymiseen sekä Anna Sfardin (1991) kehittämään matematiikan teoriaan, joka käsittää matematiikan käsitteiden duaalisen luonteen.

3.1.1 Sfardin teoria

Solmu-ohjelman yksi merkittävimmistä teoreettisista lähtökohdista on Anna Sfardin (1991) kehittämä matemaattinen teoria, jossa matematiikan käsitteellinen ajattelu nähdään ikään kuin prosessina. Sen yksi ydinideoista käsittelee käsitteiden duaalista luonnetta (Laitinen, ym., 2015). Sfard puhuu teoriassaan

”käsityksistä” (conceptions), joka on subjektiivisempi korvaaja aiemmin käytössä olleelle objektiivisemmalle käsitteelle (concept).

Käsitteet muodostavat hierarkisen tason, jota voidaan proseduraalisen prosessin lisäksi pitää myös strukturaalisena, eli rakenteellisena, objektina. Objektilla tarkoitetaan tässä yhteydessä oppimisen määränpäättä, esimerkiksi lukukäsitystä.

Proseduraalisella käsityksellä tarkoitetaan käsitteen ymmärtämisen prosessia. Sfardin (1991) mukaan proseduraaliset ja strukturaaliset käsitykset ovat toisiaan vahvasti täydentävät. Samalla ne kuitenkin ovat täysin erilaiset. Strukturaalinen käsitys on paljon abstraktimpaa kuin proseduraalinen käsitys. Sen vuoksi alimmalta hierarkiatasolta löytyy proseduraalinen käsitys. Laitinen, Rantamäki ja Joutsenlahti (2015) käyttävät artikkelissaan esimerkkinä luonnollisen luvun käsitettä. Heidän mukaansa luonnollinen luku ajatellaan proseduraalisesti aina silloin, kun siihen lisätään yksi. Tämä kuvaa luvun ordinaalista luonnetta, sillä lukuun voidaan lisätä loputtomiin. Näin myös hierarkiset tasot alkavat muotoutua. Harjoittelun avulla käsitteisiin muodostuu uusia käsitteitä. Tämä johtaa käsitteen tiivistymiseen ja sitä kautta käsitteen yleistämisen.

Sfardin (1991) mukaan viimeinen hierarkinen taso on käsitteenmuodostus. Hän käyttää termiä reifikaatio eli uudelleenmuodostuminen (Laitinen, ym., 2015). Reifikaatiossa tuttu käsite nähdäänkin uudella tavalla muodostuneena kokonaisuutena. Käsite on muuttanut siis muotoaan prosessista selkeäksi objektiksi. Laitinen, Rantamäki ja Joutsenlahti (2015) antaa esimerkin luonnollisen luvun reifikaatiosta. Heidän mukaansa reifikaatiossa luonnollinen luku alkaa edustamaan lukumäärää. Tietty luku alkaa edustamaankin kaikkia kokonaisuuksia, jossa on sama lukumäärä asioita.

Erityisesti reifikaatiossa erot strukturaalisen ja proseduraalisen käsityksen välillä erottuvat. Sfardin (1991) mukaan strukturaalisessa näkemyksessä yksi silmäys riittää kertomaan kokonaisuuden eli objektin. Siihen liittyy myös vahvasti itseluottamuksen tunne. Proseduraalisessa käsityksessä laskija ei pysty kertomaan ennakkoon, minkälaiseen kokonaisuuteen hän on päätyvässä.

3.1.2 Matemaattisen ajattelun ja lukukäsityksen kehittyminen

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2014) listaavat luovan matemaattisen ajattelun kehittymisen yhdeksi matematiikan opetuksen tehtävistä. Joutsenlahti (2003) tuo esille matemaattisen ajattelun käsitteen moninaisuuden. Jokainen tutkija lähestyy käsitettä oman tutkimuksensa näkökulmasta ja samalla luo oman merkityksensä matemaattiselle ajattelulle. Pehkosen (2011) mukaan matemaattinen ajattelu yhdistää loogisen ja luovan ajattelun. Hänen mukaansa monesti matemaattinen ajattelu yhdistetään vain loogisuuteen, mutta todellisuudessa siinä tarvitaan myös luovaa ajattelua. Molemmat elementit kiteytyvät hyvin matemaattiseen ongelmanratkaisuun.

Matematiikan syvällisempi ymmärtäminen vaatii sekä konseptuaalista että proseduraalista tietoa. Proseduraalinen tieto pitää sisällään erilaisten taitojen oppimisen. Tähän kuuluvat esimerkiksi yhteenlaskujen oppiminen. Konseptuaalisen tieto sisältää puolestaan esimerkiksi erilaisten käsitesuhteiden ymmärtämisen. Käsitesuhteisiin kuuluu esimerkiksi lukukäsitys. (Laitinen, ym., 2015). Näiden kahden tiedon ymmärtäminen vaikuttaa olennaisesti myös ajattelun laatuun. Sfardin (1991) mukaan proseduraalista tietoa voidaan pitää hyvänä pohjana, mutta todellinen matemaattinen ymmärtäminen ja ajattelu vaativat kykyä nähdä prosessin lisäksi myös objekti. Objektilla Sfard tarkoittaa oppimisen lopputulosta, esimerkiksi lukukäsityksen ymmärtämistä. Jotta ymmärrys olisi laadukasta, vaaditaan myös prosessin eli oppimisen vaiheiden havaitsemista. Oppilaan tulisi siis päästä oppimisessa pintaa syvemmälle, jotta hän välttäisi pelkän ulkoa opettelun.

Haapasalon (2004) mukaan konseptuaalisen ja proseduraalisen tiedon ero on todella monimutkainen. Sen vuoksi niitä voidaan erottaa pelkästään vain perustelujen avulla. Se, kuinka vastauksen sekä prosessin vaiheet perustelee, määrittää onko tieto proseduraalista vai konseptuaalista.

3.2 Solmu-ohjelman toimintamalli

Tässä osiossa lähteinä toimivat Maarit Laitisen, Heli Rantamäen ja Jorma Joutsenlahden (2015) artikkeli ”Puhutko matematiikkaa” sekä Maarit Laitisen (2023) antama henkilökohtainen tiedoksianto.

Solmu-ohjelman tavoitteena on tukea joustavaa ja sujuvaa peruslaskutaitoa. Tuki pyritään saavuttamaan keskittymällä erityisesti luvun käsitteen vahvistamiseen ja se aloitetaan jo aivan käsitteen ymmärtämisprosessin alkuvaiheessa. (Laitinen, ym., 2015)

Ohjelmassa kielentäminen on erityisen tärkeässä roolissa. Kielentäminen tuo luvut moniaistillisesti esille. (Laitinen, 2023) Oppilas pystyy näkemään, kuulemaan ja tuntemaan luvut. Tämä mahdollistuu neljän kielen mallin kautta. Nämä alueet ovat luonnollinen kieli, kuviokieli, toiminnan kieli ja symbolikieli. Tähän kielentämisen malliin liitetään proseduraalinen ja strukturaalinen ajattelu. Solmu-ohjelmassa lähdetään liikkeelle luonnollisen kielen lisäksi toiminnan kielellä ja kuviokielellä. Tarkoituksena on luoda ensin merkityksiä ja sen jälkeen yhdistää ne symbolikieleen. Kehityksen myötä lähtökohtakielellä ei ole enää merkitystä. (Laitinen, ym., 2015)

Solmu-ohjelmassa on tärkeää lukumääräisyyden taju (number sense). Ohjelmassa hyödynnetään erityisesti subitisaatiota, jolla tarkoitetaan ilman laskemista tapahtuvaa lukumäärien tunnistamista. Subitisaatiota hyödynnetään jo aivan oppimisen alkuvaiheessa. (Laitinen, ym., 2015) Liikkeelle lähdetään pienistä luvuista ja niiden avulla harjoitellaan matematiikan keskeisiä periaatteita, kuten osien ja kokonaisuuksien hahmottamista ja yhteenlaskun vaihdannaisuutta (Laitinen, 2023).

Kokonaisuudessaan Solmu-ohjelman tarkoituksena on luoda opetustapana luokkaan toimintakulttuuri, jossa oikean ratkaisun sijasta painotetaan erilaisten ratkaisutapojen etsimistä sekä omien havaintojen ja näkemysten esille tuomista. (Laitinen, 2023) Toimintakulttuurin luonnin pohjana toimii sosiokonstruktivistinen oppimiskäsitys, joka painottaa erityisesti vuorovaikutuksen merkitystä oppimisessa (Laitinen, ym., 2015). Ohjelman

ytimestä löytyvät luokkahuonevuorovaikutuksessa syntyneet keskustelut, joihin jokainen oppilas pystyy osallistumaan. Keskustelun avulla luodaan yhdessä ymmärrystä. Ymmärryksen kohteena ovat luvut ja niiden käyttötarkoitukset. (Laitinen, 2023)

3.3 Solmuvälineet

Solmu-ohjelmassa pyritään tuomaan aktiivisesti esille sekä proseduraaliset että strukturaaliset näkemykset. Erityisesti strukturaalisten käsitysten tukemista varten on luotu omat materiaalit, jossa pääasiassa esiintyy toiminnan kieli ja sen tuotoksena syntynyt kuviokieli. (Laitinen, ym., 2015) Tämä visualisointi mukailee Sfardin (1991) ajatusta, jonka mukaan visualisointi toimii tukena strukturaaliselle käsitykselle.

Solmu-ohjelmassa toiminnallisina opetusvälineinä toimivat kymppikehykset, lukumääräpalat ja lukuoliot. Näitä välineitä kutsutaan ohjelmassa solmuvälineiksi. Lukumääräpalat ja lukuoliot ovat muodoltaan samanlaisia. Niiden ero tulee esille, kun perehtyy käyttötarkoitukseen. Lukuoliot herättävät lukumääräpalat eloon. Niille jokaiselle on kehitelty kasvot ja nimet. Lukuoliot seikkailevat oppitunneilla luettavissa tarinoissa. Kymppikehyksiä hyödynnetään erityisesti ensimmäisen luokan aikana lukumääräpalojen kanssa, kun harjoitellaan muodostamaan luvuista kymppipareja ja täyttämään kymppikehystä. Kymppikehykset voivat olla joko irrallisia, konkreettisia alustoja tai monistepohjalla olevia kehyksiä. Niissä kymppi muodostetaan ruuduista, joihin mahtuu aina yksi ykkönen. Kuvassa 1 on Solmu-ohjelman lukumääräpalat. Ensimmäisenä on ykkönen ja viimeisenä kymmenen. Kymppikehys muodostuu kuvan 1 mukaisen lukumääräpalan kymmenen muodosta.

Kuva 1

Solmu-ohjelman lukumääräpalat



Solmuvälineiden tarkoituksena on kohdistaa oppilaan huomio lukumäärään. Yleisesti nämä lukumäärät sijoittuvat alueelle 1–4. Lukumääräpalojen kuviot ovat muodostettu hyödyntäen subitisaatiota ja tavoitteena onkin laajentaa tätä käsitystä myös suurempiin lukuihin.

Yhteenlaskuissa lukumääräpalat luovat visuaalisen näkökulman oppilaalle. Palojen avulla yhteenlaskussa lukukuviot muodostavat yhdessä uusia kuvioita ja näin mahdollistavat strukturaalisen käsityksen eli oppilas hahmottaa uuden kokonaisuuden vain yhdellä silmäyksellä. Oppilaille voidaan esittää esimerkiksi lukujen hajotelmat. Paloja voidaan asettaa päällekkäin, jolloin huomataan lukujen muodostuvan pienemmistä luvuista. Samalla lukumääräpalojen luoma visuaalinen tuki auttaa työmuistin kuorman vähentämisessä. Oppilas pystyy näkemään sekä laskun että summan yhdessä.

Välineet tukevat myös opettajan työtä. Ne auttavat opettajaa herättämään keskustelua. Solmu-ohjelmassa erityisesti lukuoliot tukevat vuorovaikutusta. (Laitinen, 2023) Erityisesti ne tuovat siis tukea oppimis-opettamistilanteisiin. Solmuvälineet toimivat opettajalla myös luokan yhdistämisen välineenä. Välineet tuovat jokaisen oppilaan samalle viivalle luokkatilanteissa, sillä jokainen oppilas pystyy seuraamaan opetusta sen visuaalisen luonteen takia.

Laitinen, Rantamäki ja Joutsenlahti (2015) huomasivat opetuskokeilussaan, että osa oppilaista osasi vain yhdellä silmäyksellä huomata lukumääräpalojen yhteensopivuuden. Toiset oppilaat saivat vastauksen palojen yhdistelyn ja rakentelun kautta. Tällainen opiskelutyyli ei asettanut oppilaita eriarvoiseen

asemaan taitotason mukaisesti, vaan antoi jokaiselle mahdollisuuden kokeilla omalla tavallaan muodostaa lukuja.

Vastaavanlaisia välineitä on kehitetty myös muualla maailmassa. Knox ja Kontorovich (2023) ovat kehittäneet Numicon -palat, joiden ulkonäkö ja toimintaperiaate vastaa hyvin läheisesti lukumääräpaloja. Heidän tekemä tutkimuksensa osoitti, että joukko 8-vuotiaita oppilaita pystyi todistamaan erilaisia yhteenlaskuja. Lisäksi palojen avulla voidaan havainnollistaa laskuja sekä kokonaisuuksia ja lopulta myös antaa erilaisille kokonaisuuksille nimet.

4 TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET

4.1 Tutkimustehtävä

Tutkimuksen tehtävänä on selvittää, mitä kielentämisen alueita oppilaat käyttivät ratkaisuissa. Lisäksi tehtävänä on selvittää, miten tehtävien kielentämisessä hyödynnetään solmuvälineitä.

4.2 Tutkimuskysymykset

Tutkimus pyrkii vastaamaan seuraaviin tutkimuskysymyksiin:

1. Mitä kielentämisen alueita ratkaisuissa käytettiin?
2. Miten solmuvälineitä käytettiin ratkaisujen kielentämisessä?

5 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

5.1 Tutkimuskonteksti

Tutkimus on kvalitatiivinen eli laadullinen tapaustutkimus. Tutkimukseen valikoitui yksi 1. luokka. Vaatimuksena tutkimukseen osallistumiselle oli, että luokassa hyödynnetään matematiikassa Solmu-ohjelmaa opetustapana. Valikoituneessa luokassa Solmu-ohjelma systemaattisessa käytössä ja sen käyttö oltiin aloitettu jo syksyllä. Kaikki opetusmenetelmät ja solmuvälineet olivat siis oppilaille jo entuudestaan tuttuja.

Luokka harjoitteli aineiston keräyshetkellä kymmenylityksiä. He olivat aineiston keruuta edeltäneellä viikolla aloittaneet harjoittelun. Kuvaushetkellä teemana oli lukuihin seitsemän ja kuusi lisääminen. Oppilaat eivät käyttäneet oppitunneilla matematiikan oppikirjoja. Kaikki oppitunneilla hyödynnetyt materiaalit, kuten monisteet, olivat Solmu-ohjelmaan luotuja oppimateriaaleja.

5.2 Tutkimusaineisto

Tutkimusaineisto koostui viidestä, 45 minuuttia kestävästä ensimmäisen luokan matematiikan tunnin litteraatista. Tunnit videoitiin ja myöhemmin litteroitiin. Litteraatit sisälsivät luokahuonekeskustelua ja liikkeiden kuvausta.

Tarinoissa seikkaili Matti, Maija ja lukuoliot. Lukuoliot olivat lukualueella 1–10. Jokaisella oliolla oli oma nimensä, joka viittasi olion sisältämään lukumäärään. Olion ulkonäkö vastasi kyseisen numeron lukumääräpalan kuviota. Oliot olivat personoituja, joten ne olivat hyvin lapsen kokemusmaailman mukaisia. Tarinat käsittelivät kymmenylityksiä. Aineiston keruun aikana oppilaat lisäsivät lukuihin seitsemän ja kuusi. Viimeisellä tunnilla harjoiteltiin yhteenlaskun vaihdannaisuutta, sillä lukuun lisäämisessä oli jäljellä luvut viisi, neljä, kolme, kaksi ja yksi.

Pari- ja yksilötehtävät jatkoivat samojen teemojen käsittelyä. Paritehtävässä oppilailla oli lukumääräpalat, monistepohja ja laskuja. Toinen pareista nosti laskun ja laittoi sen esille. Toinen parista valitsi oikeat lukumääräpalat ja laskei laskun. Tämän jälkeen osia vaihdettiin.

Yksilötehtävässä oppilas otti purkin, jossa oli valmiina kaksi lukumääräpalaa. Tehtävänä oli laskea lasku. Oppilaiden tuli miettiä, miten päin heidän on itse helpompi laskea lasku ja toimia sen mukaisesti.

5.3 Tutkimusaineiston keruu

Tutkimusaineisto kerättiin tammikuussa 2023. Aineisto kerättiin videoimalla viisi 1. luokan matematiikan oppituntia, jossa opetus noudatti Solmu-ohjelmaa. Tutkija oli luokassa läsnä koko aineiston keruun. Hän kuitenkin pysyi passiivisena havainnoitsijana.

Tutkija istui aineiston keruun ajan luokan takana. Kamera oli asetettu luokan taakse. Kamera kuvasi opettajajohtoisissa tilanteissa taulua. Pari-, ryhmä- ja yksilötehtävissä tutkija valitsi satunnaisesti kuvattavan kohteen. Näissä tehtävissä sekä tutkija että kamera liikkuvat kuvattavien kohteen luokse. Kuvaus kohdistui vain pulpetilla tapahtuneeseen toimintaan.

Videoitu aineisto litteroitiin. Litterointiin sisällytettiin kaikki puhe ja liike, jota videoissa tapahtui. Litterointivaiheessa tapahtui myös tutkimusaineiston anonymisointi.

5.4 Aineiston analyysi

Aineisto analysoitiin teoriapohjaisen sisällönanalyysin periaatteiden mukaisesti. Analysointia ohjasi Joutsenlahden ja Rättyän (2015) luoma matematiikan kielentämisen neljä aluetta; luonnollinen kieli, symbolikieli, toiminnan kieli ja kuviokieli. Lisäksi analysoinnissa kiinnitettiin huomiota Solmu-ohjelman solmuvälineiden käyttöön kielentämisen tukena. Solmuvälineistä analysoitiin lukumääräpalojen ja lukuolioiden käyttöä. Kymppikehysten käyttö rajattiin analysoinnin ulkopuolelle, sillä niitä hyödynnettiin vain lukumääräpalojen kanssa yhdessä.

Aineisto luokiteltiin alaluokkiin ensin sen mukaan mitä kielentämisen aluetta vastauksissa käytettiin. Luokkia olivat: luonnollinen kieli, toiminnan kieli, symbolikieli ja kuviokieli. Näiden tiettyjen luokkien valinta perustui Joutsenlahden ja Rättyän (2015) matematiikan kielentämisen neljän alueen malliin. Alaluokkien jaon jälkeen tarkasteltiin, oliko ratkaisussa hyödynnetty yhtä vai useampaa kielen aluetta.

Muodostettuja alaluokkia hyödynnettiin myös toisen tutkimuskysymyksen analysoinnissa. Tässäkin tutkimuskysymyksessä analyysitapana oli teoriapohjainen sisällönanalyysi. Ensin ratkaisut jaettiin karkeasti kahteen yläluokkaan sen mukaan, oliko ratkaisussa hyödynnetty solmuvälinettä. Tämän jälkeen tarkasteltiin jo valmiina olleita alaluokkia, eli kielen alueita. Ratkaisuista siis tarkasteltiin, mitä aluetta kyseisessä ratkaisussa hyödynnettiin. Viimeisenä muodostettiin vielä yhdet alaluokat. Alaluokat jaettiin sen perusteella, mitä solmuvälinettä ratkaisussa hyödynnettiin. Solmuvälineinä olivat lukumääräpalat ja lukuoliot.

5.5 Eettiset ratkaisut

Ennen tutkimukseen osallistumista tutkittaville annettiin tietosuojailmoitus sekä lupalomake henkilötietojen käsittelyyn. Koska tutkimukseen osallistujat olivat alaikäisiä, pyydettiin lupalomakkeeseen myös heidän huoltajiensa allekirjoitukset. Tutkimuksen toteuttamiseen pyydettiin lupa myös koululta, jossa kuvaaminen suoritettiin.

Eskolan ja Suorannan (1998) mukaan luotettavuus ja anonymiteetti ovat keskeisimmässä roolissa tietojen käsittelyssä. Anonymiteetti tulee säilyttää myös tulosten julkaisemisessa. Tutkimukseen osallistujien anonymiteetti turvattiin jo aineistoa litteroidessa. Osallistujista ei käytetty litteraatissa heidän omia nimiään. Näin aineistosta pystyttiin erottamaan oppilaiden toiminta, mutta samalla heidän anonymiteettinsa turvattiin. Tämän lisäksi oppilaiden luokkaa ei mainita tarkasti. Tämä nähdään epäolennaisena tietona tutkimuksen kannalta. Lisäksi luokan paljastaminen asettaisi osallistujat asemaan, jossa heidän henkilöllisyytensä olisi helpompi selvittää.

Tutkijan on hyvä arvioida myös tutkimuksesta mahdollisesti koituvia seurauksia tutkittavalle niin seuraus- kuin velvollisuuseettisestä näkökulmasta (Eskola & Suoranta, 1998). Mahdollisten seurausten arvioinnin jälkeen lopputuloksena oli, että tutkimuksesta ei koidu minkäänlaista haittaa osallistujalle. Tutkimuksen aineiston kerääminen toteutettiin siten, että tilanne ei aiheuttanut osallistujille muutoksia normaaleihin matematiikan oppitunteihin. Tutkimukseen osallistuminen ei myöskään velvoittanut osallistujia mihinkään normaalista oppitunnista poikkeavaan toimintaan, kuten henkilökohtaisiin haastatteluihin tai ääneen puhumisen pakottamiseen.

6 TULOKSET

Tässä luvussa esittelen saatuja tutkimustuloksia. Ensimmäisessä alaluvussa käyn läpi ensimmäiseen tutkimuskysymykseen saatuja tuloksia. Ensimmäisen tutkimuskysymyksen tarkoituksena oli selvittää mitä kielentämisen alueita oppilaat käyttivät ratkaisuisaan. Toinen alaluku käsittelee vastaavasti toiseen tutkimuskysymykseen saatuja tuloksia. Toisen tutkimuskysymyksen tarkoituksena oli selvittää, miten oppilaat hyödynsivät solmuvälineitä ratkaisun kielentämisessä.

6.1 Mitä kielentämisen alueita ratkaisuisa käytettiin?

Ratkaisuja tuli yhteensä 105. Niistä 75 (71 %) olivat sellaisia, joissa ratkaisu annettiin vain yhdellä kielentämisen alueella. Loput 30 (29 %) ratkaisua olivat sellaisia, joissa hyödynnettiin kahta kielentämisen aluetta.

Käytetyin kielentämisen alue oli luonnollinen kieli. Sitä hyödynnettiin 77 eri ratkaisussa. Toiseksi käytetyin alue oli toiminnan kieli. Sitä hyödynnettiin 32 ratkaisussa. Kolmanneksi käytetyin alue oli symbolikieli. Sitä hyödynnettiin 27 ratkaisussa. Kuviokieltä ei käytetty lainkaan. Kuviokielen puuttuminen johtui oppituntien rakenteesta. Kuviokielellä tarkoitetaan esimerkiksi matemaattisia taulukoita ja geometrisiä kuvioita, joita oppitunneilla ei käsitelty lainkaan eriävän teeman vuoksi.

Seuraavassa esimerkissä on opettajan ja oppilaan välinen keskustelu opettajajohtoisesta oppimistilanteesta. Taululle on laitettu lasku $7 + 5$. Edellisenä laskuna oli $7 + 6$. Oppilaiden tehtävänä on ratkaista lasku ja kertoa laskustrategia ääneen. Tilanteessa oppilas käyttää luonnollista kieltä.

- | | |
|------------|--|
| 1 Opettaja | Nii äsken oli seittemän ja kuus ja nyt onkin seittemän ja viis. No jos ei muistais sitä vanhaa laskua nii mikäs toinen tapa sulla vois olla ratkasta tää lasku? No Kerttu. |
| 2 Kerttu | No ajattelen vähän niiku sillee samalla tavalla mitä oli aiemmin. |
| 3 Opettaja | No kerros vähän miten se tapahtuis. |
| 4 Kerttu | No mää niiku ajattelin, että tosta viidestä otetaan kolme ja laitetaan ne tohon toiseen. |
| 5 Opettaja | Jes. Siirretään tuolta viidestä tänne kolme. |

Erilaisia kielen alueiden yhdistelmiä löytyi yhteensä 2. Suosituin yhdistelmä oli toiminnan kielen ja symbolikielen yhdistelmä. Sitä hyödynnettiin yhteensä 24 kertaa. Toinen yhdistelmä oli luonnollisen kielen ja toiminnan kielen yhdistelmä. Sitä hyödynnettiin yhteensä 6 kertaa. Toiminnan kieli oli siis tässä tapauksessa käytetyin kieli.

Seuraava esimerkki on tilanteesta, jossa oppilaat suorittivat itsenäistä tehtävää. Oppilas haki pöydälleen purkin, jossa on kaksi lukumääräpalaa. Hänen tehtävänä on laskea lasku vihkoon. Oppilas hyödyntää tilanteessa sekä toiminnan kieltä että symbolikieltä.

Anni ottaa purkin, jossa ovat luvut seitsemän ja kuusi. Asettaa luvut pöydälle niin että seitsemän on kuuden yläpuolella. Kirjoittaa laskun ($7 + 6 =$). Siirtää paloja niin, että seitsemän on kuuden vasemmalla puolella. Siirtää lukuja uudestaan niin, että seitsemän on kuuden yläpuolella. Pohtii laskua. Ottaa palat käteensä päällekkäin. Asettaa palat pöydälle niin, että seitsemän on yläpuolella. Laskee sormella lukumääräpalojen ykkösiä. Merkitsee vastauksen (13) ja palauttaa purkin.

Kielten yhdistelmiä käytettiin erityisesti itsenäisesti tai pareittain suoritettavissa tehtävissä. Kielillä vahvistettiin toista kieltä. Kielten yhdistäminen auttoi myös tehtävän suorittamisessa ja omien ratkaisujen perustelussa.

Seuraavassa esimerkissä oppilas on juuri suorittanut paritehtävää. Opettaja on tullut parin pulpetin luokse ja pyytää oppilasta kertomaan, miten ratkaisi tehtävän. Oppilas käyttää tilanteessa sekä luonnollista että toiminnan kieltä.

Aleksi: No mä lasken sen niin, että tästä otetaan yks pois (ottaa nelosen käteen ja vaihtaan ykkösen ja kolmosen tilalle) nii sit tästä tulee kolme ja sitten se kolmonen laitetaan tänne (asettaa kolmosen seiskan yläpuolelle) ja sit jää vielä yks.

Aineistossa ilmeni tilanteita, joissa oppilas hyödynsi vain symbolikieltä. Oppilas ei siis tarvinnut tehtävän ratkaisun tueksi toista kieltä ja kirjoitti sekä laskun että vastauksen suoraan paperille. Symbolikieltä oppilaat käyttivät erityisesti yksin suoritettavissa tehtävissä, joita oli kahdenlaisia. Toisessa tehtävässä oppilaat hakivat purkkeja, joissa oli laskuja ja lukumääräpaloja. Oppilaan tehtävänä oli laskea laskut vihkoon.

Toinen yksin suoritettava tehtävä oli monistenippu, jossa oli erilaisia Solmu-ohjelmaan suunniteltuja tehtäviä. Niissä laskettiin peruslaskuja ja näkyvillä oli kymppikehykset. Näissä tehtävissä lukumääräpalojen tarkoitus oli toimia apuna laskujen konkreettisessa hahmottamisessa.

Myös paritehtävässä oppilaat hyödynsivät usein vain luonnollista kieltä. Paritehtävässä oppilas ei kirjoittanut vastausta sille annetulle kohdalle, vaan kertoi vastauksen suoraan parille. Tehtävänä oli, että toinen pareista nostaa laskun ja asettaa sen näkyville sille annetulle kohdalle monisteessa. Toisen parin täytyi valita oikeat lukumääräpalat ja niiden avulla laskea lasku. Tehtävässä haettiin sitä, että oppilas muodostaisi toisesta luvusta hajotelman, jotta saisi kympin täyttämisen avulla laskettua kymmenylityslaskun.

6.2 Miten solmuvälineitä käytettiin ratkaisujen kielentämisessä?

105 ratkaisua jaettiin ensin puoliksi sen mukaan, käytettiinkö ratkaisussa solmuvälineitä. Solmuvälineitä hyödynnettiin 54 ratkaisussa. Välineitä ei hyödynnetty 51 ratkaisussa. Hyödynnetyt solmuvälineet olivat lukumääräpalat ja tarinassa esiintyneet lukuoliot.

Hyödynnetyt välineet riippuivat tehtävätyypistä. Opettajajohtoisessa opetustilanteessa oppilaat käyttivät samaa välinettä kuin mikä opettajalla oli käytössä. Opettajajohtoiset tehtävät liittyivät tunnilla kuultuihin tarinoihin. Opettajalla oli käytössään lukuoliot, jotka olivat oppilaille jo ennestään tuttuja. Lukuolioita hyödynnettiin tarinoiden yhteydessä. Oppilaat kertoivat luonnollisella kielellä annetussa ratkaisussa lukuolioiden nimiä ratkaisuna. Esimerkiksi "Koska Viisari-Viis on liian iso eikä mahu mukaan".

Seuraavassa esimerkissä oppilas on kertomassa omaa ratkaisuaan opettajajohtoiseen tehtävään. Oppilaat ovat kuunnelleet tarinaa, jossa lukuoliot lähtevät seilaamaan veneillä. Veneisiin mahtuu kerrallaan yhteensä vain luku kymmenen. Muut oliot ovat jo lähteneet ja jäljellä on oliot Viisari-Viisi ja Noppa-Kuusi. Lisäksi veneitä on jäljellä vain yksi. Oppilaiden tehtävänä on ratkaista, miten molemmat oliot saadaan veneeseen. Oppilas hyödyntää ratkaisussa sekä luonnollista kieltä että lukuolioita.

Joel: Se hajottaa itensä ykköseks ja neloseks. Se nelonen hyppää sen kutosen päälle.

Samoin annetuissa yksilö- ja paritehtävissä oppilaat hyödynsivät annettuja välineitä. Eniten hyödynnetyin väline oli lukumääräpalat. Niitä hyödynnettiin kielentämisen tukena sekä opettajajohtoisissa että oppilaiden itsenäisesti- ja parityönä suoritetuissa tehtävissä.

Erityisesti lukumääräpalojen merkitys oli suuri. Ne toimivat monipuolisesti erilaisissa tehtävissä. Niiden avulla oppilas pystyi esimerkiksi tarkistamaan yhteenlaskujen summia laskemalla lukumääräpaloissa olevien ykkösten määrän.

Solmuvälineiden hyödyntäminen painottui erityisesti oman, jo annetun, ratkaisun perusteluun. Oppilas vastasi kysymykseen luonnollisella kielellä noin yhden lauseen verran. Tämän jälkeen opettaja pyysi oppilasta perustelemaan oman ratkaisunsa. Nämä ratkaisut olivat erityisen hedelmällisiä oppilaiden matemaattisen ajattelun tarkastelun kannalta. Vaikka oppilas ei sanonut perustelussaan tietyn lukumääräpalan tai lukuolion nimeä, tilanteessa pystyi selkeästi ymmärtämään oppilaan tarkoittavan tiettyä palaa tai oliota.

Kun oppilas yhdisti kaksi eri kielen aluetta keskenään, solmuvälineen hyödyntäminen vaihteli valittujen kielten ja tehtävän mukaisesti. Erityisesti pareittain ja yksin ratkaistuissa tehtävissä lukumääräpalat toimivat luonnollisen kielen vahvistuksena toiminnan kielen muodossa. Yleisin lukumääräpalojen hyödyntämistapa oli palojen järjesteleminen annetun ratkaisun mukaisesti. Yksilötehtävässä tämän siirtelyn lisäksi oppilaat pyörittivät paloja käsissään ja laskivat näin kokonaisuuksia.

7 POHDINTA

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli selvittää, miten oppilaat kielentävät ratkaisujaan matematiikassa ja miten Solmu-ohjelman solmuvälineet tukevat ratkaisujen kielentämistä. Matematiikan kielentämiseen on luotu neljän alueen malli (Joutsenlahti & Rättyä, 2015), jotka ovat luonnollinen kieli, toiminnan kieli, symbolikieli ja kuviokieli. Solmu-ohjelma toi opetustapana matematiikan ja kielentämisen sulavasti yhteen. Ohjelmaan on luotu ovat solmuvälineet, jotka auttavat oppilaiden subitisaation eli lukumääräisyyden tajun kehittämisessä.

7.1 Johtopäätökset ja tulkinta

Tuloksista ilmenee, että oppilaat hyödyntävät kielentämistä jokaisessa ratkaisussaan. Tämä tutkimustulos tukee Joutsenlahden ja Tossavaisen (2018) painotusta luonnollisen kielen merkityksestä ja sen roolista suosituimpana kielenä. Luonnollinen kieli toimii yleisimpänä kommunikointikielenä matematiikan tunneilla, joten se odotetusti osoitti merkityksensä myös tässä tutkimuksessa.

Johtopäätöksenä voidaan kuitenkin myös todeta, että toiminnan kielellä on suuri merkitys matematiikan kielentämisessä. Toiminnan kieli toimi erityisesti tukena itsenäisissä tehtävissä yhdessä lukumääräpalojen kanssa. Oppilas pääsi itse siirtelemään paloja ja siten muodostamaan kokonaisuuksia. Palojen siirtely loi sekä kinesteettisen että visuaalisen mallin oppilaalle. Tämä johtopäätös on linjassa Solmu-ohjelman kanssa. Ohjelmaan luotiin solmuvälineet juuri lukumäärien visualisointiin ja sitä kautta subitisaation harjoitteluun (Laitinen, ym., 2015).

Tuloksista voidaan päätellä, että ratkaisut saavat enemmän sisältöä ja selkeyttä, kun kieliä käytetään yhdessä. Kielten yhdisteleminen toi selkeää vahvistusta ratkaisuihin. Oppilaat hyödynsivät toiminnan kieltä erityisesti

luonnollisen kielen tukena. He paikkasivat toiminnalla sen, mitä eivät välttämättä osanneet selittää luonnollisen kielen avulla.

Tuloksista voidaan todeta, että matemaattinen ajattelu on alkanut muotoutumaan Sfardin (1991) teorian mukaisesti kohti reifikaatiota. Tuloksista ei kuitenkaan voida osoittaa sitä, oliko oppilaat tai osa heistä jo saavuttanut tämän ylimmän tason. Yksilölliset erot olivat kuitenkin suuret. Osa oppilaista pystyi selkeästi osoittamaan perusteluiden kautta, että kymmenylityksen periaate myös prosessina oli sisäistetty. Osa oppilaista ei vielä pystynyt täysin perustelemaan kymmenylistä prosessina, jolloin opettajan täytyi sanoittaa oppilaiden puhetta uudelleen yksinkertaisempaan muotoon.

Solmuvälineiden käyttö näkyi tuloksissa painottuvan selkeästi annetun tehtävätyypin mukaisesti. Lukuolioiden käyttö painottui tarinoihin liittyviin tehtäviin, jotka olivat opettajajohtoisia. Lukumääräpaloja hyödynnettiin sekä pareittain että yksin suoritettavissa tehtävissä. Välineiden käyttäminen vaikutti olevan oppilaille luonteva tapa harjoitella. Oppilailla ei ilmennyt lukumääräpaloihin liittyviä haasteita ja he osasivat käsitellä paloja tarkoituksenmukaisesti. Lisäksi oppilaat tunnistivat lukuoliot ja osasivat puhua niistä omilla nimillään tarvittaessa.

7.2 Tutkimuksen arviointi

Tämän tutkimuksen tulokset olivat selkeästi linjassa Solmu-ohjelman periaatteiden kanssa. Laitinen, Rantamäki ja Joutsenlahti (2015) saivat Solmun hankevaiheessa jo selkeitä tuloksia siitä, kuinka monilukutaitoon liittyvän kielentämisen avulla voidaan vaikuttaa positiivisesti oppilaan lukukäsitykseen ja matemaattiseen ajatteluun lukujen rakentumisesta.

Tämän tutkimuksen luotettavuutta vahvistaa myös sen hyvä reliabiliteetti. Termillä tarkoitetaan sitä, että aineiston tulkinta ei sisällä ristiriitaisuuksia (Eskola & Suoranta, 1998). Tämän tutkimuksen aineisto noudatti hyvin selkeää

linjaa sekä kielen alueiden että solmuvälineiden käytöstä. Aineistoa oli sen vuoksi helppo tulkita.

Tutkimuksella on myös hyvä ulkoinen validiteetti. Sillä tarkoitetaan, että tulkinnat ja johtopäätökset ovat päteviä suhteessa aineistoon (Eskola & Suoranta, 1998). Tämän tutkimuksen ulkoista validiteettiä on hyvä, sillä kaikki tulkinnat ja johtopäätökset kuvaavat aineistoa sellaisenaan. Aineistoon ei ole tehty muutoksia litteroinnin jälkeen. Myös tulkinnat ja johtopäätökset ovat muodostettu vain kerätyn aineiston perusteella.

Tämä tutkimus on hyvin toistettavissa. Tutkimusmenetelmät ja -asetelma ovat olleet sellaiset, jotka on helppo toistaa uudelleen. Toistettavuuden lisäksi tutkimuksen tarkkuus on hyvä. Aineisto on kerätty useammalla kerralla, jolloin sen tarkkuus parantuu. Aineisto on kerätty myös samaa osallistujaryhmää tarkastelemalla.

7.3 Jatkotutkimuskohteet

Tämä tutkimus antaa laajasti hyviä jatkotutkimuskohteita. Solmu-ohjelma on itsessään uusi opetustapa, jolloin sen tutkimisen tarve korostuu. Tutkimuksen avulla ohjelmaa saataisiin laajempaan tietoisuuteen ja sitä kautta mahdollisesti tärkeäksi osaksi nykypäivän peruskoulua.

E erityisen kiinnostavaa olisi saada tietoa Solmu-ohjelman ja matematiikan kielentämisen vaikutuksesta pitkällä aikavälillä. Tämä tapaustutkimus antoi vain poikkileikkauksen tämänhetkiseen tilanteeseen ensimmäisen luokan kevään tasoon. Pitkän aikavälin tutkimuksella saataisiin tietoa oppimisen kehittymisestä. Tutkimus mahdollistaisi vertailun oppimistuloksissa Solmu-ohjelmaa noudattavien ja muunlaista opetustapaa noudattavien välillä. Erityisesti lukumääräpalojen hyödyntämisestä opetusvälineenä ja käytön yhteydestä oppimistuloksiin olisi kiinnostavaa saada pitkän aikavälin tuloksia.

Tämän lisäksi jatkotutkimuksen kohteena voi olla kielentämisen hyödyt. Tällä hetkellä kielentämistä on tutkittu enimmäkseen ulkomailla. Suomessa

kielentäminen on uusi termi. Oman kokemuksen perusteella siihen ei perehdytä lainkaan luokanopettajakoulutuksessa. Laajempi tietämys kielentämisestä auttaisi myös sen laajentumisessa paremmin kouluihin. Opettajien tietoisuus kielentämisestä voisi mahdollisesti auttaa opetuksen eriyttämisessä, kun tiedon rakentuminen kielen kautta tulisi laajemmin tunnetuksi.

Solmu-ohjelman noudattamisella voi mahdollisesti olla osansa matematiikan oppimistulosten parantamisessa. Perehtyminen matematiikan oppimisen ytimeen voi parhaimmillaan auttaa oppilaita saamaan varman pohjan matemaattisen ajattelun kehittymiselle. Uskon, että Solmun avulla voidaan saada monet matematiikkaa koskevat negatiiviset leimat kääntymään positiiviseksi ja sitä kautta vaikuttaa positiivisesti tulevaisuuden osaajiin.

LÄHTEET

- Chapin, S. H., O'Connor, M. C. & Anderson, N. C. (2009). *Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Students Learn, Grades K-6*. Math Solutions.
- Eskola, J. & Suoranta, J. (1998). *Johdatus laadulliseen tutkimukseen*. Vastapaino.
- Haapasalo, L. (2004). Pitääkö ymmärtää voidakseen tehdä vai pitääkö tehdä voidakseen ymmärtää? Teoksessa T. Ahonen (toim.), *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (2. uud. p., s.50–83). Jyväskylän yliopisto.
- Hiltunen, J., Ahonen, A., Hienonen, N., Kauppinen, H., Kotila, J., Lehtola, P., . . . Vettenranta, J. (2023). *PISA 2022 ensituloksia*. Opetus- ja kulttuuriministeriö. <https://urn.fi/URN:ISBN:978-952-263-949-3>
- Joutsenlahti, J. (2003). Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa Virta A. & Mattila O. (2003). *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.2.2003*. Turun opettajankoulutuslaitos. Turku.
- Joutsenlahti, J. & Kulju, P. (2015) Kielentäminen matematiikan ja äidinkielen opetuksen kehittämisessä. Teoksessa T. Kaartinen (toim.), *Monilukutaito kaikki kaikessa*. (s.57–76). Tampereen yliopiston normaalikoulu. https://trepo.tuni.fi/bitstream/handle/10024/98047/monilukutaito_kaikki_kaikessa_2015.pdf
- Joutsenlahti, J. & Rättyä, K. (2015). Kielentämisen käsite ainedidaktisissa tutkimuksissa. Teoksessa M. Kauppinen, M. Rautiainen & M. Tarnanen (toim.), *Rajaton tulevaisuus: Kohti kokonaisvaltaista oppimista: ainedidaktiikan symposium Jyväskylässä 13.-14.2.2014*. (s. 55–62) Suomen ainedidaktinen tutkimusseura. <https://helda.helsinki.fi/server/api/core/bitstreams/7dacb5af-faf3-4b3e-ae21-161d46e5b3b3/content>

- Joutsenlahti, J. & Tossavainen, T. (2018). Matemaattisen ajattelun kielentäminen ja siihen ohjaaminen koulussa. J. Joutsenlahti (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen* (1. painos, s.410–431). Niilo Mäki Instituutti.
<https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1264227/FULLTEXT01.pdf>
- Knox, J. & Kontorovich, I. (2023). Leveraging interdiscursivity to support elementary students in bridging the empirical-deductive gap: the case of parity. *The Journal of Mathematical Behavior*. Volume 70.
<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101052>
- Laitinen, M. (2023). Henkilökohtainen tiedoksianto. Tampere
- Laitinen, M., Rantamäki, H. & Joutsenlahti, J. (2015). Puhutko matematiikkaa?. Teoksessa T. Kaartinen (toim.), *Monilukutaito kaikki kaikessa*. (s.132–154) Tampereen yliopiston normaalikoulu.
https://trepo.tuni.fi/bitstream/handle/10024/98047/monilukutaito_kaikki_kaikessa_2015.pdf
- Opetushallitus (2014). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet*.
Opetushallitus.
- Pehkonen, E. (2011). *Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkataidoista*. Helsingin yliopisto.
- Sfard, A. (1991). On the dual nation of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*. 22. (s.1–36). DOI: 10.1007/BF00302715