

Oppilaan minäpystyvyys yhteenlaskustrategioiden kehityksen
taustalla 1.-2. luokilla

Johannes Luttinen

Kasvatustieteen
pro gradu -tutkielma
Kevätlukukausi 2024
Opettajankoulutuslaitos
Jyväskylän yliopisto

TIIVISTELMÄ

Luttinen, Johannes. 2024. Oppilaan minäpystyvyys yhteenlaskustrategioiden kehityksen taustalla 1.-2. luokilla. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. 36 sivua.

Minäpystyvyyden on osoitettu olevan yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen. Pienimmillä oppilailla tutkimusta aiheesta on vähän. Minäpystyvyyden roolia yhteenlaskustrategioiden kehityksessä ei ole tutkittu aikaisemmin juuri ollenkaan, vaikka minäpystyvyyden on osoitettu olevan yhteydessä oppilaan sinnikkyyteen ja ponnisteluun tehtävien äärellä.

Tässä pitkittäistutkimuksessa tutkittiin minäpystyvyyden selitysosuutta yhteenlaskustrategioiden kehityksessä 1. luokan keväältä 2. luokan keväälle. Lisäksi tarkasteltiin sukupuolten välisiä eroja yhteydessä. Tutkimuksessa käytettiin lukemisen ja laskemisen sujuvuuteen kohdistuneen FLARE-hankkeen aineistoa. Lopullinen osallistujamäärä tässä tutkimuksessa oli 194 oppilasta. Aineisto analysoitiin käyttäen toistettujen mittausten varianssianalyysia.

1. luokan keväällä raportoitu minäpystyvyys yhteenlaskuissa ei selittänyt yhteenlaskustrategioiden kehitystä 1. luokan keväältä 2. luokan keväälle tilastollisesti merkitsevästi. Myöskään muutos minäpystyvyydessä ei selittänyt yhteenlaskustrategioiden kehitystä 1. luokan keväältä 2. luokan keväälle. Sukupuoli ei ollut yhteydessä siihen, miten minäpystyvyys selitti kehitystä yhteenlaskustrategioissa. Kuitenkin oppilaat, joiden minäpystyvyys oli vahva, käyttivät eniten muistista hakemiseen perustuvia yhteenlaskustrategioita. Oppilaat, joiden minäpystyvyys heikkeni, käyttivät muistista hakemiseen perustuvia strategioita vähiten.

Oppilaan minäpystyvyys on koulupolun alussa vielä vaihteleva. Näyttää siltä, että pienten oppilaiden minäpystyvyydessä tapahtuvat muutokset heijastelevat taidoissa tapahtuvia muutoksia. Tulokset alleviivaavat minäpystyvyyteen suunnatun tuen, kuten myönteisten oppimiskokemusten tuottamisen ja osaamiseen ja ponnisteluun sidotun kannustamisen merkitystä. Minäpystyvyyden roolin mahdollista muutosta alakoulun myöhemmillä luokilla olisi tarpeen tutkia.

Asiasanat: minäpystyvyys, yhteenlaskustrategiat, matematiikka, alkuluokat, minäuskomukset

SISÄLTÖ

TIIVISTELMÄ	2
SISÄLTÖ	3
1. JOHDANTO	4
1.1 Laskustrategioiden kehitys yhteenlaskuissa	6
1.2 Minäpystyvyys oppimisen taustalla.....	9
1.3 Minäpystyvyys ja sukupuoli laskusujuvuuden ja	
yhteenlaskustrategioiden kehityksen taustalla	12
1.4 Tutkimuskysymykset.....	14
2 TUTKIMUSMENETELMÄT	16
2.1 Tutkimuskonteksti ja osallistujat.....	16
2.2 Mittarit	17
2.3 Aineiston analyysi	18
2.4 Eettiset ratkaisut	20
3 TULOKSET	21
3.1 Ensimmäisen luokan minäpystyvyys	
yhteenlaskustrategioiden kehityksen ennustajana 1.-2.	
luokilla.....	22
3.2 Minäpystyvyyden muutos yhteenlaskustrategioiden	
kehityksen selittäjänä 1.-2. luokilla	23
4 POHDINTA	26
LÄHTEET	33

1. JOHDANTO

Matemaattiset taidot ovat arjessa pärjäämisen kannalta lähes välttämättömiä. Heikoillakin taidoilla arjessa voi selvitä, mutta sujuvat taidot mahdollistavat työllistymisen ja monet arkiset askareet, kuten talouden hallinnan. Uusimpien PISA 2022 tulosten mukaan suomalaisnuorista neljäsosa kuitenkin suoriutuu matematiikassa niin heikosti, että sen luonnehditaan olevan riittämätöntä peruskoulun jälkeisiin jatko-opintoihin tai työelämään (Hiltunen ym., 2023). Tämä muodostaa jo koko yhteiskuntaa koskettavan ongelman, mutta ennen kaikkea heikoista taidoista kärsii nuori itse. Heikko menestys jatko-opinnoissa ei rohkaise nuorta uskomaan tulevaisuuteen, eikä työpaikoillakaan ole tarjota soveltuvia töitä näin suurelle määrälle nuoria, joilla on heikot matemaattiset taidot. Riski työn ja koulutuksen ulkopuolelle syrjäytymiseen on ilmeinen.

Työ matemaattisten taitojen kehityksen tukemiseksi peruskoulussa alkaa heti koulupolun alussa. Arjen ja tulevien opintojen kannalta tärkeitä taitoja opetellaan jo 1. luokalta lähtien. Aritmeettinen laskusujuvuus on tärkeä osa-alue oppilaan matemaattisissa perustaidoissa. Se mahdollistaa monimutkaisempien ongelmien ratkomisen, sillä se vapauttaa peruslaskutoimituksiin käytettävää työmuistia muihin tarpeisiin ja monimutkaisempien kokonaisuuksien hahmottamiseen (Geary, 2011). Aritmeettiset taidot ovatkin tulevan kehityksen kannalta välttämättömiä, sillä matemaattiset taidot ovat kumuloituvia (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004). Alkuluokilla heikoiksi jäävät aritmeettiset taidot hidastavat siis muiden matemaattisten taitojen oppimista, sillä uusia taitoja rakennetaan aikaisemmin opitun päälle.

Matematiikassa heikosti pärjäävien oppilaiden haasteista yksi liittyykin juuri laskusujuvuuteen, joka ennustaa taitojen kehitystä sekä tehokkaampien laskustrategioiden käyttöönottoa (Geary ym., 2004; Carr & Alexeev, 2011). Erot oppimisessa alkavatkin näkyä jo päiväkotii-ikäisillä ja ne vain vahvistuvat mentäessä ylemmille luokille (Aunio, 2008). Erot laskustrategioiden käytössä yleensä kapenevat kolmannelle luokalle mentäessä. Kuitenkin hitailla laskijoilla luettelemiseen perustuvat strategiat saattavat olla hallitsevia vielä pitkään sen jälkeen (Ostad, 1997). Onkin erityisen tärkeää kiinnittää huo-

miota yhteenlaskustrategioiden kehitykseen jo varhaisessa vaiheessa, sillä taidoissa olevien suurien puutteiden korjaaminen jälkikäteen on paljon työläämpää ja oppilaan kuva itsestä oppijana on voinut romuttua jo kauan sitten (ks. Sorvo ym., 2017).

Matematiikan oppimiseen vaikuttavia taustamuuttujia tunnetaan useita. Oppimistulosten taustalla on kognitiivisia taitoja kuten kielelliset, määrälliset ja spatiaaliset taidot (Levefre ym., 2010). Yksi keskeinen oppilaan toimintaa ohjaava tekijä on oppilaan kiinnostus matematiikkaa kohtaan. Kiinnostus matematiikkaa kohtaan ei ole vielä kovin pysyvää 1. luokalla, mutta jo 2. luokalla motivaatio muuttuu pysyvämmäksi (Aunola ym., 2004). Lapsen kuva itsestään oppijana on merkittävässä osassa motivaation rakentumisessa. Minäpystyvyys viittaa yksilön tilanne- ja tehtäväkohtaiseen käsitykseen omista kyvyistä suoriutua (Bandura, 1986, s. 391) ja sen on osoitettu olevan yhteydessä myös oppilaan motivaatioon suhteessa matematiikkaan laajemminkin (Schunk, 1991). Vaikka pienet oppilaat ovat yleensä optimistisia kyvyistään suoriutua, on hitailla laskijoilla havaittu olevan heikko luottamus omiin kykyihin jo 2. luokalla (Thronsen, 2011). Myönteinen minäpystyvyys rohkaisee oppilasta yrittämään sitkeämmin vaikeammankin tehtävän äärellä ja toisaalta luottamus omiin kykyihin lisää uusiin ja haastaviin asioihin tarttumista, kun taas heikko minäpystyvyys vähentää sinnikkyyttä (Bandura 1986, s. 394).

Minäpystyvyydellä voi olla yksilön toimintaan ja valintoihin vaikuttavana tekijänä rooli myös oppimisessa. Kuitenkin yhteenlaskustrategioiden kehityksen ja minäpystyvyyden välisestä yhteydestä on tähän mennessä tehty hyvin vähän tutkimusta. Tässä tutkimuksessa pyritään osaltaan täyttämään tätä kirjallisuudessa olevaa aukkoa. Minäpystyvyyden ja yhteenlaskustrategioiden välisen yhteyden tarkempi ymmärrys antaa opettajille paremmat valmiudet kohdentaa tukea niille, joiden matematiikan oppimisen yksi hidastajista on juuri heikko minäpystyvyys. Lisäksi ottaen huomioon jo pitkään jatkuneen laskutrendin matematiikan oppimistuloksissa ja erityisesti poikien oppimistulosten voimistuvan polarisoitumisen (Hiltunen ym., 2023), on perusteltua tarkastella minäpystyvyyden yhteyttä laskustrategioiden kehitykseen myös sukupuolen näkökulmasta. On olemassa viitteitä siitä, että minäpystyvyyden rooli oppimisessa olisi mahdollisesti jossain määrin erilainen tytöillä ja pojilla (Koponen ym., 2023).

1.1 Laskustrategioiden kehitys yhteenlaskuissa

Matemaattisten taitojen kehitys alkaa hyvin varhain. Jopa vauvaikäisten on osoitettu tekevän havaintoja liittyen määrällisyyksiin. 2-vuotiaana lapsi alkaa ymmärtämään lisääntymisen ja vähenemisen merkityksen, vaikka tarkan lukumäärän hahmottaminen on vielä kehitysvaiheessa. 3–4-vuotiaana lapsi alkaa ymmärtämään lukujen tarkan merkityksen ja alkeelliset yhteen- ja vähennyslaskut alkavat onnistua (Clements & Sarama, 2014). Matemaattisten taitojen kehitys onkin luonteeltaan kumulatiivista (Aunola & Nurmi, 2018). Ennen koulua lapsen matemaattisten taitojen kehityksen keskiössä ovat lukumääräisyyden taju, matemaattisten suhteiden ymmärtäminen, laskemisen taidot sekä aritmeettiset perustaidot (Aunio, 2008). Perustaitojen sujuvuuden kehittyminen parantaa edellytyksiä käyttää laskemisen strategioita monipuolisemmin ja tarkoituksenmukaisemmin (Clements & Sarama, 2014). Aritmeettiselle kehitykselle onkin tunnusomaista laskustrategioiden muutokset (Aunola & Nurmi, 2018).

Strategia tarkoittaa valinnaista tapaa saavuttaa tietty tavoite. Se eroaa menetelmästä (procedure) siinä, että menetelmä kuvaa yhtä ja oikeaa tapaa suorittaa jokin tehtävä (esim. auton vaihteen vaihtaminen), kun taas strategioita voi olla useita. (Siegler & Jenkins 1989, s. 11.) Yksinumeroisten yhteenlaskujen laskustrategiat voidaan jakaa neljään perusstrategiaan. Ensimmäisessä suoran mallinnuksen strategiassa mallinnetaan laskua suoraan sormilla tai fyysisillä objekteilla, jotka kukin kuvaavat luettelemalla laskettavia yksiköitä. Tästä kehittyneemmässä laskemisen strategiassa lasketaan ensimmäisestä luvusta alkaen (esim. $3+5$, aloitetaan luvusta 3). Myöhemmin strategia hioutuu vielä niin, että laskija aloittaa suuremmasta luvusta, mikä säästää aikaa. (Carpenter & Moser, 1984). Kolmanneksi strategiaksi Laski ym. (2012) määrittelevät hajottamisen (decomposition). Esimerkiksi $3+4$ voidaan laskea seuraavasti: $3+3=6 > 6+1=7$. Neljäs ja kehittynein strategia nojautuu pitkäaikaiseen muistiin tallentuneisiin numeraalisiin faktoihin (Carpenter & Moser, 1984). Strategiasta käytetään myös nimitystä muistista hakeminen (retrieval). Käytännössä tämä tarkoittaa vastauksen muistamista ulkoa.

Kaikki laskut eivät kuitenkaan päädy pitkäaikaiseen muistiin. Tällöin voidaan käyttää johdettua tietoa, joka perustuu jo muistiin tallentuneisiin faktoihin ja niistä ratkaisun johtamiseen (Carpenter & Moser, 1984). Steinbergin (1984) mukaan siirryttäessä laskemisen strategiasta muistiin tukeutuvaan aritmeettisten faktojen hakuun, kuljetaan läpi vä-

livaiheen kautta, jossa keskiössä ovat jo opitut faktat, joista johdetaan vielä pitkäkestoisesta muistista uupuva faktatieto (esim. $6+7 > 6+6=12+1=13$). Erilaisia laskustrategioita käytetäänkin yleisesti yhtäaikaaisesti, kuhunkin tilanteeseen laskijan mielestä tarkoituksemukaisimmalla tavalla, eivätkä siirtymät strategian käytöstä kehittyneempään, tai helpompaan (ks. Ostad, 1997), ole selvärajaisia (Carpenter & Moser, 1984).

Laskustrategioiden käyttöä ja kehitystä selittämään Siegler & Shrager (1984) loivat tehtävä-vastaus-assosiaatioiden jakaumaan perustuvan mallin (*The Distributions of Associations Model*). Tehtävän ja eri vastausvaihtoehtojen välille muodostuu oppilaan mielessä eri vahvuisia assosiaatioita. Oppilas käyttää ensisijaisena strategiana muistista palauttamista (*retrieval*) päätyäkseen vastaukseen. Mikäli oppilas ei kuitenkaan ole riittävän varma mieleen tulleesta vastauksesta, eikä luottamuskriteeri (*confidence criterion*) vastausta kohtaan täyty, käyttää oppilas seuraavaa strategiaa kasvattaakseen varmuutta vastauksesta. Laskun mallinnukseen perustuvassa strategiassa (*elaborated representation*) oppilas käyttää esimerkiksi sormia mallintamaan laskua, vahvistaakseen tehtävän ja vastauksen assosiaatiota ja nostaakseen siten luottamuskriteeriä. Mikäli luottamuskriteeri saatuun vastaukseen täyttyy, päätyy oppilas vastaukseen. Toisaalta, mikäli tässäkin vaiheessa oppilas ei vielä ole riittävän varma vastauksesta, käyttää hän kolmatta, sormin laskemisen (*counting*) strategiaa. Erona kahden viimeisen strategian välillä on laskemisen tapahtuminen joko pään sisällä tai näkyvällä tavalla (esim. huulten liike tai ääneen laskeminen). Toistojen ja harjoituksen myötä assosiaatioiden jakauma muuttuu huipukkaammaksi, jolloin vastausaika ja -tarkkuus paranee.

Yhteenlaskustrategioiden osalta tutkimuksissa on keskitytty niin useampi numeroisten lukujen (esim. Carr & Alexeev, 2011; Lemaire & Callies, 2009) kuin yksinker- taisten yksinnumeroisten lukujen yhteenlaskustrategioihin ja niissä tapahtuvaan kehitykseen (esim. Baroody, 1987). Yksinnumeroisten yhteenlaskustrategioiden tutkimus on luonnollisesti painottunut alakoulun alemmille luokille – poikkeuksena oppimisvaikeuksiin keskittyvä tutkimus (esim. Ostad, 1997), jossa kehitystä on seurattu pidemmälle.

Yhteenlaskustrategioiden kehitys näyttää etenevän konkreettisen apuvälineen turvin (esim. sormet tai palikat) luettelemalla laskemisesta kohti muistista hakemiseen perustuvia strategioita (Carpenter & Moser, 1984; Baroody 1997; Ostad, 1997; Geary ym., 2004; Carr & Alexeev, 2011). Päiväkoti-ikäisten on osoitettu tarvitsevan opetusta konkreettisten apuvälineiden avulla laskemisessa, sillä strategia ei aina tule itsestään. Toisaalta

päiväkoti-ikäiset lapset oppivat kyseisen strategian suhteellisen nopeasti. (Baroody, 1987.) 1. luokalla oppilaat käyttävät pääosin erilaisia luettelemiseen perustuvia strategioita. Pieni vähemmistö käyttää muistista hakemisen strategiaa jo 1. luokalla. Muistista hakemisen strategia korvaakin lopulta luettelemisen pääasiallisena strategiana yhteenlaskuissa 3. luokalla. (Carpenter & Moser, 1984; ks. myös Carr & Alexeev, 2011.)

Yhteenlaskustrategioiden kehityksessä ja sen nopeudessa on kuitenkin paljon yksilöllistä vaihtelua. Parhaiten menestyvät oppilaat käyttävät 1. luokalla muistista palauttamisen strategiaa yksinkertaisissa yhteenlaskuissa jopa 74 % tehtävistä. Kymmenylityksissäkin muistista palauttamisen aste on 50,3 %. Tämä taso vertautuu jo keskitason 5.–6. luokkalaisten muistista palauttamisen asteeseen. (Lindberg ym., 2013.) Yhteenlaskustrategioiden kehitys heikosti matematiikassa suoriutuvilla (Carr & Alexeev, 2011) tai oppimisvaikeuksien kanssa kamppailevilla (Ostad, 1997; Geary ym., 2004), on puolestaan hitaampaa. Luettelemiseen perustuvat yhteenlaskustrategiat voivat olla oppimisvaikeuksien kanssa kamppailevilla käytössä jopa 7. luokalle asti (Ostad, 1997). Tavanomaisten (Steinberg, 1984) ja hitaiden laskijoiden (Koponen ym., 2018) laskustrategioiden ja laskujuvuuden kehitystä on pystytty edistämään ainakin johtamisen strategian opetteluun painottuvilla interventioilla.

Hitaan tai olemattoman kehityksen taustalla näyttäisi olevan ainakin työmuistiin ja laskennan peruseriaatteiden osaamiseen liittyvät puutteet (Geary ym., 2004). Näyttöä on myös spatiaalisten (avaruudellisen hahmottamisen) taitojen puutteiden yhteydestä laskustrategioiden hitaaseen kehitykseen ainakin tytöillä (Laski ym., 2012). Vähemmän tiedetään kuitenkin oppilaan minäuskomuksien roolista laskustrategioiden kehityksessä.

Laskustrategioiden kehitykseen vaikuttavia kognitiivisia tekijöistä tunnetaan useita, mutta minäuskomuksiin liittyvien tekijöiden, kuten minäpystyvyyden, rooli on toistaiseksi jäänyt tutkimuksissa vähemmälle huomiolle, vaikka sen on osoitettu olevan tärkeä ennustaja matematiikassa menestymisessä yleisemmin (esim. Multon, Brown & Lent, 1991). Sieglein & Shragerin (1984) mukaan oppilas valitsee käyttämänsä laskustrategian sen mukaan, kuinka varma on vastauksen oikeellisuudesta. Mikäli oppilas ei luota riittävästi muistista haettuun vastaukseen, käyttää hän varmistuakseen vastauksesta laskemiseen perustuvaa strategiaa. Harjoituksen ja toistojen myötä luottamus muistista haettuihin ratkaisuihin kasvaa. On mahdollista, että oppilaan itseen ja kykyihinsä liittyvillä

uskomuksilla on rooli valittaessa käytettävää laskustrategiaa. Onkin kiinnostavaa tarkastella tarkemmin minäpystyvyyden roolia yhteenlaskustrategioiden kehityksen taustalla. Seuraavaksi tarkastellaan minäpystyvyyttä Banduran (1986) määrittelemänä sekä minäpystyvyyden roolia oppimisessa yleisesti.

1.2 Minäpystyvyys oppimisen taustalla

Banduran (1986) mukaan ehkä merkittävin jokapäiväiseen toimintaan ja valintoihin vaikuttava psykologinen tekijä on ihmisen käsitys omasta pystyvyydestään. Minäpystyvyys (self-efficacy) tarkoittaa ihmisen käsitystä omista kyvyistään suhteessa johonkin tiettyyn tehtävään tai osa-alueeseen. (Bandura 1986, s. 391). Tässä tutkimuksessa tarkastellaan minäpystyvyyttä akateemisessa kontekstissa. Läheinen käsite akateemiselle minäpystyvyydelle on akateeminen minäkäsitys (self-concept) (Bong & Skaalvik, 2003). Akateeminen minäkäsitys viittaa yksilön arvioon itsestä laajemmassa akateemisessa kontekstissa. Vaikka käsitteet ovat osin limittäisiä – esim. molemmissa keskiössä kognitiivinen arvio omista taidoista (Bong & Skaalvik, 2003) – on niissä kuitenkin eroja.

Minäpystyvyyttä arvioidaan enemmän tehtäväkohtaisesti (Bong & Skaalvik, 2003; Pajares & Miller, 1995; ks. Bandura, 1986, s. 391–393) kun taas minäkäsitys on laajempi näkemys itsestä jollakin osa-alueella, kuten matematiikassa (Bong & Skaalvik, 2003). Yksilö voi kuvata minäkäsitystään esimerkiksi väitteellä: ”matematiikka on helppoa”. Minäkäsitys perustuu menneisiin kokemuksiin, siinä missä minäpystyvyys ammentaa informaation osin menneestä (esim. kokemukset ja mallioppiminen). Minäpystyvyyteen liittyvät väitteet viittaavat tuleviin haasteisiin ja kykyyn suoriutua niistä: ”uskon oppivani kertotaulut ulkoa”. (Bong & Skaalvik, 2003.) Arvio minäpystyvyydestä kohdistuuakin painotetummin taitoihin ja kykyihin (Zimmerman, 1995).

Bong & Skaalvik (2003) toteavat minäpystyvyyden osoittautuneen paremmaksi kognitiivisten prosessien ja suoriutumisen ennustajaksi minäkäsitykseen verrattuna. Samaan tulokseen päätyivät myös Pajares & Miller (1994). Multonin, Brownin & Lentin (1991) meta-analyysin perusteella minäpystyvyys selittää noin 14 % vaihtelusta oppilaiden suoriutumisessa ja 12 % vaihtelusta akateemisessa sinnikkyudessa. Alakoululaisten kohdalla efektikoko suoriutumisessa oli merkitsevästi pienempi, kuin vanhemmilla opiskelijoilla. Tutkijat arvioivat syyksi, että minäpystyvyyteen vaikuttavia kokemuksia on kertynyt

enemmän vanhemmilla opiskelijoilla ja siten arvio omasta pystyvyydestä on osuvampi kuin pienemmällä oppilailla. Talsma ym. (2018) toteavat myös yhteyksien olevan lasten kohdalla pienempiä. Myös mittausajankohtien välinen suuruus vaikuttaa yhteyden voimakkuuteen siten, että alle seitsemän viikon välein toteutetut mittaukset tuottavat yleisemmin vahvemman yhteyden kuin pidempi aikaväli (3-12kk) (Talsma ym., 2018).

Minäpystyvyys onkin kiinnostava suoriutumiskäyttäytymistä ennustava tekijä, sillä sen tiedetään myönteisenä innostavan kehittämään taitoja (Schunk, 1995). Akateemista minäpystyvyyttä voidaan Schunkin (1991) mukaan tukea asettamalla tavoitteita, jotka ovat riittävän lähellä, konkreettisia ja sopivan haastavia. Lähempänä olevat tavoitteet parantavat pystyvyyttä, sillä edistymistä on helpompi arvioida. Oppilas tarvitsee myönteisen minäpystyvyys käsityksen lisäksi tehtävien edellyttämiä taitoja (Bandura, 1986, s. 391). Taitojen opetus vaikuttaakin oppimistuloksiin kahdella tavalla: suoraan kehittämällä taitoja sekä parantamalla minäpystyvyyden kokemusta, joka puolestaan lisää sitkeyttä (Schunk, 1984). Minäpystyvyys on yhteydessä yksilön toimintaan usealla tavalla (Bandura, 1986). Kokemus pystyvyydestä määrittelee paljon yksilön toimintaa valintatilanteissa. Sen tiedetäänkin olevan yhteydessä jopa uravalintoihin liittyviin ratkaisuihin (Schunk, 1989). Ratkaisujen taustalla on arvio omista kyvyistä ja mahdollisista lopputulemista. Virheellinen arvio kyvykkyydestä voi johtaa tarpeettomiin pettymyksiin tai toisaalta alisuoriutumiseen.

Oppimisen kannalta paras minäpystyvyykokemus on hieman optimistinen. Tällöin yksilö tarttuu realistisiin tavoitteisiin ja toisaalta kehittää omia taitojaan (Bandura, 1986, s. 394). Minäpystyvyyden onkin osoitettu olevan yhteydessä erityisesti ponnisteluun ja sinnikkyyteen (Schunk, 1989). Omaan pystyvyyteen luottava oppilas yrittää sinnikkäämin ratkaista tehtävän, siinä missä pystyvyyttään epäilevä luovuttaa jo aikaisemmassa vaiheessa (Bandura, 1986, s. 394; Schunk, 1989). Sinnikkyyteen vaikuttaa myös lopputulemaan kohdistetut odotukset ja arvostukset. Vahva kokemus pystyvyydestä voi antaa oppilaalle virheellisen käsityksen siitä, kuinka paljon oppimisen eteen tulee ponnistella. Toisaalta jo opittujen taitojen soveltamisessa vahva kokemus pystyvyydestä edesauttaa oppilasta ponnistelemaan vaikeamman tehtävän edessä enemmän. (Bandura 1986, s. 393–399.)

Minäpystyvyys vaikuttaa myös yksilön ajatusmalleihin ja tunnereaktioihin. Yksilöt, jotka kokevat pystyvyytensä heikoksi, keskittyvät puutteisiinsa enemmän sekä näkevät

edessä olevat haasteet vaikeampina kuin ne todellisuudessa ovat. Tällainen ajattelutapa aiheuttaa stressiä ja heikentää kykyä hyödyntää jo hankittuja taitoja ongelman ratkaisemiseksi. Pystyvyydeltään vahvat keskittävät energiansa tehtävän edellyttämiin vaatimuksiin. Lisäksi epäonnistuessaan minäpystyvyydeltään vahva oppilas pitää usein lopputuloksen syynä riittämätöntä ponnistelua, kun taas oppilas heikolla minäpystyvyyden kokemuksella syyttää todennäköisemmin omaa kyvyttömyyttään. (Bandura, 1986, s.393–394.)

Banduran (1986, s. 399–409) mukaan käsitystä pystyvyydestä muovaa useammasta lähteestä tuleva tieto. *Aikaisemmat saavutukset* ovat kokemuksia, jotka muovaavat käsitystä omasta pystyvyydestä. Useat onnistumiset tai epäonnistumiset muovaavat hiljalleen kokemusta minäpystyvyydestä. Toisaalta yksittäinen onnistuminen tai epäonnistuminen ei muuta kokemusta minäpystyvyydestä merkittävästi, mikäli kokemus ei ole linjassa aikaisempien kokemusten kanssa. Samoin yksilön kokemaan pystyvyyteen vaikuttaa muiden onnistumiset toimissaan. *Sijaiskokemukset* voivat toimia ikään kuin mallin kautta (ks. myös Schunk, 1991) Toisaalta minäpystyvyyteen vaikuttaa se, miten suoriutumistaan arvioi ja mihin sen suhteuttaa. Yleensä omaa suoriutumista verrataan juuri muiden suoriutumisiin.

Sanallinen kannustaminen puolestaan voi saada yksilön yrittämään rohkeammin, vaikka olisi epävarma lopputuloksesta. Toisaalta yltiöpäinen kannustus kohti epärealistisia lopputulemia voi tuottaa epäonnistumisen kokemuksia ja siten jopa heikentää minäpystyvyyttä. Palautteen ja kannustamisen tulisi olla sidottua menneeseen toimintaan ja ponnisteluun (Schunk 1991). Viimeisenä Bandura (1986) mainitsee *fysiologisen tilan*. Kehon negatiiviset reaktiot (esim. hikoilu tai vapina) stressaavissa tilanteissa voivat viestiä epävarmuudesta, mikä heikentää tulevaa suoriutumista. Edellä mainittujen tekijöiden vaikutus toimintaan on riippuvainen yksilön tavasta käsitellä ja tulkita informaatiota. Eri-laisten kokemusten tulkintaan vaikuttavat tehtävän vaikeus, ponnistelut, ulkopuolisen avun määrä, olosuhteet sekä onnistumisten ja epäonnistumisten ajalliset suhteet.

Oppilaan käsitys minäpystyvyydestä on tärkeä toimintaa ja oppimista edesauttava tai rajoittava psykologinen tekijä. Jokainen oppilas kokee oman pystyvyytensä erilaisissa oppimistilanteissa joko oppimista edesauttavana, rohkaisevana luottamuksena omiin kykyihin tai vastaavasti ponnistelua vähentävänä epäilynä omia kykyjä kohtaan, joka pidemmällä aikavälillä vähentää myös onnistumisen kokemuksia ja oppimista. Minäpystyvyys

onkin eittämättä keskeinen tekijä oppimisen taustalla. Tämän vuoksi on tärkeää tutkia minäpystyvyyden yhteyksiä opittaviin asioihin. Seuraavaksi pureudutaan minäpystyvyyden ja yhteenlaskustrategioiden ja -sujuvuuden yhteyksiin liittyvään tutkimukseen.

1.3 Minäpystyvyys ja sukupuoli laskusujuvuuden ja yhteenlaskustrategioiden kehityksen taustalla

Minäpystyvyyden roolia matematiikassa suoriutumisessa on tutkittu yliopisto-opiskelijoilla (Pajares & Miller, 1994), yläkouluikäisillä (Grigg ym., 2018; Arens, Frenzel & Goetz, 2022), mutta vain vähän alakouluikäisillä Kaskensin ym. (2020) tutkimusta lukuun ottamatta. Yliopisto-opiskelijoilla minäpystyvyys matemaattisessa ongelmanratkaisussa ennusti suoriutumista ongelmanratkaisutehtävissä minäkäsitystä, koettua hyödyllisyyttä matematiikasta ja sukupuolta paremmin (Pajares & Miller, 1994). Yläkouluikäisillä minäpystyvyyden on osoitettu olevan myönteisesti yhteydessä matematiikassa suoriutumiseen. Yhteyden vahvuudesta arvosanoihin ja testituloksiin on kuitenkin saatu erilaisia tuloksia. (Grigg ym., 2018; Arens ym., 2022). Alakoululaisten osalta yhteyttä matemaattisen minäpystyvyyden ja matematiikassa suoriutumisen välillä ei kyetty osoittamaan, kun tarkasteltiin kehitystä aritmeettisessa sujuvuudessa ja ongelmanratkaisutaidoissa (Kaskens ym., 2020). Kaskens ym. (2020) pitävät mahdollisena, että minäpystyvyys ennustaakin taitojen kehitystä vasta myöhemmin, koska arvio omista kyvyistä tarkentuu myöhemmällä iällä. Tutkimukseen osallistujat olivat 4. luokkalaista.

Sukupuolten välisiä eroja minäpystyvyydessä ei ole pystytty osoittamaan täysin johdonmukaisesti (Pajares, 2005; Talsma ym., 2018). Toisaalta Pajaresin & Millerin (1994) tutkimuksessa yliopistossa opiskelevat miehet raportoivat naisia korkeampaa minäpystyvyyttä. Miesten ja naisten erot minäkäsityksessä ja suoriutumisessa ongelmanratkaisutehtävissä olivat suurelta osin epäsuoria ja välittyivät juuri minäpystyvyyden kautta. Toisin sanoen, erot oppimistuloksissa selittyivät paljolti eroilla minäpystyvyydessä. Myös Grigin ym. (2018) tutkimuksessa yläkoululaiset pojat raportoivat vahvempaa minäpystyvyyttä ensimmäisellä mittauskerralla, mutta tilastollisesti merkitsevä ero katosi toisella mittauskerralla. Poikien suoriutuminen standardoituissa testeissä oli tilastollisesti merkitsevästi parempaa, mutta minäpystyvyyden välittävää roolia ei tässä tutkittu. Pajaresin (2005) mukaan pojat raportoivat korkeampaa minäpystyvyyttä johdonmukaisesti alkaen

yläkoulusta. Kiinnostavaa poikien keskimäärin korkeammassa minäpystyvyydessä matematiikassa on myös korkeampi minäpystyvyys tyttöihin verrattuna myös silloin, kun tytöt suoriutuvat poikia paremmin (Pajares, 2005).

Minäpystyvyyden yhteyttä yhteenlaskustrategioihin ja laskusujuvuuteen on tutkittu melko vähän, mutta joitakin tutkimuksia on aiheesta julkaistu. Throndsenin (2011) tutkimuksessa oppilailla ei ollut minäpystyvyydessä juuri eroja 2. luokalla, mutta 3. luokalla erot tulivat esiin, kun kysyttiin minäpystyvyyttä suhteessa kehittyneempien strategioiden käyttöön. Oppilaat, jotka käyttivät vähemmän muistista hakemiseen perustuvia strategioita, raportoivat heikompaa minäpystyvyyttä. Minäpystyvyys heijasteli tässä käytettyjen strategioiden kehittyneisyyttä.

Koponen ym. (2021) selvittivät tutkimuksessaan strategiaopetuksen ja minäpystyvyyteen suunnatun tuen hyötyä 2.–4. luokkalaisten minäpystyvyydelle ja laskusujuvuudelle. Yksi ryhmä sai tukea strategioiden opettelussa ja toinen sai tukea myös minäpystyvyyteen. Hitaiden laskijoiden minäpystyvyys parani molemmissa ryhmissä. Sen sijaan oppilaiden, joilla oli heikkojen taitojen lisäksi alhainen minäpystyvyys, minäpystyvyys parani tilastollisesti merkitsevästi vain, kun he saivat integroitua tukea strategioiden opeteluun ja minäpystyvyyteen. Koko aineistossa laskusujuvuus kehittyi eniten oppilailla, joilla oli korkein minäpystyvyys. Samoin oppilaiden, joiden minäpystyvyys parani, laskusujuvuus kehittyi. Toisaalta, vaikka minäpystyvyydeltään heikkojen oppilaiden minäpystyvyydessä ei tapahtunut muutoksia, myös heidän laskusujuvuutensa kehittyi intervention aikana, vaikkakin vähemmän kuin oppilailla, joilla oli korkea minäpystyvyys. Minäpystyvyyden paraneminen ei siis ole taitojen kehityksen ehto, mutta vahvempi minäpystyvyys on yhteydessä taitojen voimakkaampaan kehitykseen.

Koposen ym. (2023) tutkimuksessa tarkasteltiin 2.–5. luokilla aritmeettiseen sujuvuuteen kohdistuneen intervention vaikutusten taustalla olevia kognitiivisia taitoja ja matematiikkaan liittyviä tunteita sekä uskomuksia ryhmille, joista toinen sai tukea myös minäpystyvyyteen. Tulokset osoittivat, että korkeampi minäpystyvyyden lähtötaso on myönteisesti yhteydessä saatuun hyötyyn laskusujuvuuteen kohdistuvasta interventtiosta. Matematiikkaan liittyvät tunteet ja uskomukset ennustivat tytöillä vastetta voimakkaammin kuin pojilla. Oppilaan minäpystyvyydellä voi siis olla merkittävä rooli siinä, miten opetus vaikuttaa oppimiseen.

Minäpystyvyys näyttäisi olevan yhteydessä suoriutumiseen matematiikassa jokaisessa ikäryhmässä. Tutkimustietoa minäpystyvyyden roolista yhteenlaskustrategioiden ja -sujuvuuden kehityksessä alkuluokilla on kuitenkin vähän. Alakoululaisilla minäpystyvyys näyttäisi kuitenkin olevan yhteydessä ainakin siihen, miten oppilas hyötyy opetuksesta (Koponen ym., 2023). On myös näyttöä minäpystyvyydessä tapahtuvan muutoksen yhteydestä muutokseen laskusujuvuudessa. Yhteys voi selittyä sujuvuuden paranemisesta johtuneesta nosteesta minäpystyvyydessä. (Throndsen, 2011; Koponen ym., 2021; ks. myös Talsma ym., 2018.) Taitojen harjoittelu vahvistaa oppilaiden minäpystyvyyttä, mutta oppilaat, joilla on heikot taidot ja matala minäpystyvyys tarvitsevat integroitua tukea taitoihin ja minäpystyvyyteen (Koponen ym., 2021). Tutkimustieto minäpystyvyyden ja laskustrategioiden kehityksen yhteyksistä alkuluokilla on tähän mennessä hyvin vähäistä. Koposen ym. (2021) interventiotutkimuksessa ei tutkittu muutoksia strategioissa, vaan strategiaopetuksen vaikutuksia laskusujuvuuteen. Throndsenin (2011) tutkimuksessa otanta oli hyvin pieni ($N = 27$), joten tulokset ovat vain suuntaa antavia. Tutkimusta minäpystyvyyden roolista yhteenlaskustrategioiden kehityksessä on tarpeen tehdä myös suuremmalla otannalla.

1.4 Tutkimuskysymykset

Tässä tutkimuksessa tarkastellaan minäpystyvyyden roolia yhteenlaskustrategioiden kehityksessä. Minäpystyvyys vaikuttanee oppimiseen monella tapaa. Keskeisenä mekanismina on minäpystyvyyden vaikutus sinnikkyuteen ja ponnisteluun. Banduran (1986, s. 394) mukaan oppilas, jolla on vahva minäpystyvyys, työskentelee sinnikkäämmin tehtävän ratkaisemiseksi pidempään verrattuna oppilaaseen, joka ei usko pystyvänsä ratkaisemaan tehtävää. Toisaalta minäpystyvyys vaikuttaa myös siihen, millaisiin tehtäviin ja haasteisiin oppilas tarttuu. On myös mahdollista, että minäpystyvyydellä on merkitystä oppilaan valitessa käytettävää laskustrategiaa (ks. Siegler & Shrager, 1984).

Minäpystyvyyden roolia yhteenlaskustrategioiden kehityksessä on tutkittu tähän mennessä vähän. Aikaisemman tutkimuskirjallisuuden perusteella voidaan olettaa, että minäpystyvyys olisi myönteisesti yhteydessä laskustrategioiden kehitykseen (ks. Koponen ym., 2023). Kirjallisuuden perusteella on myös mahdollista, että tytöillä ja pojilla

yhteenlaskustrategioiden kehitys olisi erilaista, sillä pojat ovat useissa tutkimuksissa raportoineet minäpystyvyytensä korkeammaksi (esim. Pajares & Miller, 1994; Pajares, 2005; Grigg ym., 2018). Lisäksi matematiikkaan liittyvät tunteet ja uskomukset ovat olleet tytöillä voimakkaammin yhteydessä interventioista saatuun hyötyyn (Koponen ym., 2023). Tutkimuksissa ei ole tarkasteltu minäpystyvyydessä tapahtuvan muutoksen ja taidoissa tapahtuvien muutoksien yhteyksiä aivan koulupolun alussa. Samoin katveeseen on jäänyt miten yhteenlaskustrategioiden muutos selittyy muutoksella minäpystyvyydessä.

Tämän tutkimuksen tavoitteena on selvittää, miten 1. luokalla koettu minäpystyvyys selittää yhteenlaskustrategioiden kehitystä 1.–2. luokilla ja miten minäpystyvyydessä tapahtuva muutos selittää kehitystä yhteenlaskustrategioissa samalla aikavälillä. Tutkimuksessa tarkastellaan samalla sukupuolen vaikutusta yhteyksiin. Tutkimuskysymykset ovat seuraavat:

1. Miten 1. luokalla koettu minäpystyvyys selittää yhteenlaskustrategioiden kehitystä 1. luokan keväältä 2. luokan keväälle? Onko yhteys erilainen tytöillä ja pojilla?
2. Miten kehitys yhteenlaskustrategioissa selittyy minäpystyvyyden muutoksella siirtäessä 1. luokalta 2. luokalle? Onko yhteys erilainen tytöillä ja pojilla?

Aikaisemman tutkimuksen perusteella voitaneen olettaa, että minäpystyvyys selittäisi yhteenlaskustrategioiden kehitystä. On kuitenkin mahdollista, että efektikoko jäisi 1.–2. luokkalaisille suhteellisen pieneksi, sillä minäpystyvyyden arvioinnissa on pienemmillä oppilailla suurempaa vaihtelua verrattuna vanhempiin oppilaisiin eikä käsitys minäpystyvyydessä ole vielä kovin tarkka. Minäpystyvyyden muutos puolestaan oletettavasti selittää yhteenlaskustrategioiden muutosta, mutta on mahdollista, että efektikoko on tässäkin kohtuullisen pieni. Minäpystyvyyden muutoksen oletetaan selittävän yhteenlaskustrategioiden kehitystä niillä, joilla muutos minäpystyvyydessä on suurinta, sillä vastaavia tuloksia on saatu yhteenlaskusujuvuuden suhteen minäpystyvyyteen ja laskustrategioihin kohdistuneessa interventiossa (Koponen ym., 2021).

2 TUTKIMUSMENETELMÄT

2.1 Tutkimuskonteksti ja osallistujat

Tutkimukseen osallistui 194 peruskoulun oppilasta. Kyseessä on vuosina 2016–2018 kerätty pitkittäisaineisto. Tutkimusaineisto on kerätty osana laajempaa Jyväskylän yliopiston FLARE-hanketta (FLuency, Arithmetic, Reading). Tässä tutkimuksessa hyödynnetty aineiston osa on kerätty kahdella mittauskerralla (1. ja 2. luokan kevät). Hanketta rahoitti Suomen Akatemia (277340) vuosina 2014–2018. Tutkimuksen vastuullisena johtajana toimi professori Mikko Aro.

Hankkeessa tutkittiin lukemisen ja aritmeettisten taitojen sujuvuuden kehitystä sekä sujuvuuteen liittyvien haasteiden taustatekijöitä. Hankkeeseen osallistui alun perin 200 oppilasta, joista tyttöjä 103 (51.5 %) ja poikia 97 (48.5 %). Tutkimuksesta jätettiin pois ne oppilaat, jotka jättäytyivät pois tutkimuksesta aineiston keruun aikana paikkakunnalta muuttamisen tai vuosiluokan kertaamisen takia ja ne, joilta puuttui tietoja minäpystyvyydestä tai yhteenlaskustrategioista. Lopullinen tutkittavien määrä oli 194, joista tyttöjä 100 (51.5 %) ja poikia 94 (48.5 %). Kaikkien oppilaiden äidinkieli oli suomi, joten voidaan olettaa kielitaidon olleen riittävä ohjeiden ja tehtävien ymmärtämiseen. Oppilaat olivat tutkimuksen alussa ensimmäisellä luokalla ja heidän keski-ikänsä oli seitsemän vuotta ja yhdeksän kuukautta ($KH = 3.5$ kk).

Aineiston keräsivät FLARE-hankkeen koulutetut tutkimusavustajat oppilaiden koulupäivien aikana. Aineiston keruu kesti molemmilla kerroilla noin kuusi viikkoa. Aineistoa kerättiin jokaisella mittauskerralla kahdella yksilöarviointikerralla, jotka molemmat kestivät 40 minuuttia. Arviointikerrat nauhoitettiin. Suoritukset pisteytettiin myöhemmin tallenteita hyödyntäen. Lisäksi mittauskertoihin kuului kaksi koko opetusryhmän 45 minuutin arviointitilannetta ja yksi 45 minuutin pienryhmätilanne, jossa oppilaat työskentelivät tietokoneilla.

2.2 Mittarit

Minäpystyvyys. Minäpystyvyyttä suhteessa yhteenlaskuihin mitattiin kahdella kysymyksellä. Minäpystyvyyskysymyksiin oppilaat vastasivat tietokoneella. Kysymykset olivat seuraavat: 1. Kuinka varma olet, että pystyt oppimaan laskemaan yhteenlaskuja tarkasti, eli ilman virheitä? 2. Kuinka varma olet, että pystyt oppimaan laskemaan yhteenlaskuja nopeasti? Vastausasteikkona käytettiin viisiportaista Likert-asteikkoa (1 = täysin varma, että EN pysty, 2 = melko varma, että EN pysty, 3 = en ole varma, pystynkö vai en, 4 = melko varma, että pystyn, 5 = täysin varma, että pystyn). Kahden kysymyksen vastauksista muodostettiin keskiarvosummamuuttuja kuvaamaan minäpystyvyyttä 1. luokalla (1. lk: $KA = 4.04$, $KH = 0.92$, vaihteluväli 1-5, $\alpha = .62$) ja 2. luokalla (2. lk: $KA = 4.28$, $KH = 0.84$, vaihteluväli 1-5, $\alpha = .66$). Metsämuurosen (2009, 467) mukaan alimpana hyväksyttävänä Cronbachin alfan arvona on pidetty arvoa 0.60, joten minäpystyvyysmuuttujan katsottiin olevan riittävän luotettava.

Minäpystyvyysryhmät muodostettiin 1. luokalla raportoidun minäpystyvyyden keskiarvosummamuuttujasta: 1 = heikko minäpystyvyys ($n = 42$), 2 = keskimääräinen minäpystyvyys ($n = 60$), 3 = vahva minäpystyvyys ($n = 92$). Luokitteluperusteena käytettiin keskiarvosummamuuttujan arvoa. Minäpystyvyys luokiteltiin vahvaksi, kun keskiarvo oli välillä 4.5–5, keskimääräiseksi välillä 3.5–4.5 ja heikoksi 3.5 arvoa alemmat keskiarvot.

Minäpystyvyyden muutosta kuvasi erotusmuuttuja, joka muodostettiin vähentämällä 2. luokan minäpystyvyyden keskiarvosummamuuttujasta 1. luokan minäpystyvyyden keskiarvosummamuuttuja. Erotusmuuttujan perusteella muodostettiin minäpystyvyyden muutosta kuvaavat ryhmät: 1 = minäpystyvyys heikentyi ($n = 41$), 2 = minäpystyvyys ei muuttunut ($n = 71$), 3 = minäpystyvyys vahvistui ($n = 82$). Luokittelu perustui erotusmuuttujaan siten, että negatiivinen arvo luokiteltiin heikentyneeksi minäpystyvyydeksi, muuttumaton arvo muuttumattomaksi minäpystyvyydeksi ja positiivinen arvo minäpystyvyyden vahvistumiseksi.

Yhteenlaskustrategiat. Oppilaan käyttämää yhteenlaskustrategiaa mitattiin 12 laskun yksilötestillä, jossa oppilaalle näytettiin yksi lasku kerrallaan ja oppilas kertoi vastauksen tutkimusavustajalle ääneen. Tutkimusavustaja kirjasi vastauksen sekä ratkaisuun käytetyn ajan ja strategian paperilomakkeelle. Laskustrategioiden vaihtoehtoina olivat luetteleminen mielessä, luetteleminen ääneen, muisti ulkoa tai apulaskun avulla tai muisti ulkoa heti (alle 3 sekuntia). Käytetyn laskustrategian tutkimusavustaja päätteli oppilaan

nopeudesta ja eleistä (luetteleminen, nyökyttely, sormien käyttäminen). Mikäli käytettyä strategiaa ei ole edellä mainituin keinoin kyetty tunnistamaan, on oppilasta pyydetty kuvailemaan, miten hän laski laskun. Lisäksi oppilaan toimintaa on voitu tarkistella tallenteelta. Nauhoitteiden avulla on voitu varmistaa yhdenmukainen tapa tulkita, mitä strategiaa oppilaat ovat käyttäneet kussakin laskussa. Yhteenlaskustrategioita kuvaavat muuttujat koodattiin (1 = luetteli ääneen, 2 = luetteli mielessä, 3 = muisti ulkoa, tai apulaskun avulla, 4 = muisti ulkoa heti). 12 laskussa käytetyistä strategioista muodostettiin keskiarvosummamuuttujat kuvaamaan oppilaan käyttämiä yhteenlaskustrategioita (1. lk: $KA = 2.97$, $KH = 0.63$, vaihteluväli 1.00–3.92, $\alpha = .92$ ja 2. lk: $KA = 3.39$, $KH = 0.51$, vaihteluväli 1.83–4.00, $\alpha = .91$). Sukupuolimuuttuja koodattiin aineistossa numeroiksi (1 = tyttö, 2 = poika). Tyttöjä aineistossa oli 100 (51.5 %) ja poikia 94 (48.5 %).

2.3 Aineiston analyysi

Aineiston analyysi suoritettiin SPSS 28.0-ohjelmistolla. Analyysimenetelmänä käytettiin toistomittausten varianssianalyysia molemmissa tutkimuskysymyksissä. Selitettävänä muuttujana molemmissa tutkimuskysymyksissä käytettiin yhteenlaskustrategioita, joita oli mitattu kaksi kertaa. Ensimmäisessä tutkimuskysymyksessä ajan lisäksi selittävänä muuttujana käytettiin 1. luokalla raportoidun minäpystyvyyden perusteella luotuja minäpystyvyydsryhmiä. Toisessa tutkimuskysymyksessä ajan lisäksi selittävänä muuttujana tarkasteltiin minäpystyvyyden muutoksen perusteella luotuja ryhmiä. Lisäksi molemmissa tutkimuskysymyksissä toisena selittävänä muuttujana oli sukupuoli.

Ennen toistettujen mittausten varianssianalyysia varmistettiin, että Tabachnickin & Fidellin (2013) määrittelemät menetelmän lähtöoletukset ovat voimassa. Tutkittavia tulisi olla pienimmässä ryhmässä enemmän kuin muuttujia, mikä tässä tutkimuksessa toteutui, sillä jokaisessa ryhmässä oli tutkittavia yli 20. Kovarianssimatriisien yhtäsuuruus tarkasteltiin. Selitettävä muuttuja oli mitta-asteikoltaan vähintään välimatka-asteikollinen. Selittävät muuttujat olivat luokitteluasteikollisia muuttujia.

Normaalisuustarkastelussa selvisi, että yhteenlaskustrategioita kuvaava muuttuja oli hieman oikealle vino molemmilla mittauskerroilla kaikissa minäpystyvyydsryhmissä. Vahvan minäpystyvyyden ryhmän jakauma oli toisella luokalla lisäksi huipukas. Minäpystyvyyden muutos -ryhmissä esiintyi myös hieman vinoutta oikealle. Samoin tyttöjen

ja poikien yhteenlaskustrategioita kuvaava muuttuja oli hieman oikealle vino. Nummenmaan (2021) mukaan yleinen kriteeri on, että jakauman voidaan olettaa olevan normaali, jos vinouden ja huipukkuuden itseisarvot ovat pienempiä kuin yksi. Tämän tutkimuksen aineistossa kertoimet olivat pääosin lähellä tätä suositusarvoa, vaikkakin yksittäiset arvot suosituksen ylittivätkin (erityisesti ryhmässä vahva minäpystyvyys). Yhteenlaskustrategiamuuttujan katsottiin olevan riittävästi normaalijakautunut kaikissa tarkastelluissa ryhmissä (vrt. Tabachnick & Fidell 2013, 391). Yhteenlaskustrategiamuuttujan vinoudet ja huipukkuudet on esitetty taulukossa 1.

Taulukko 1. *Yhteenlaskustrategiamuuttujan vinoudet ja huipukkuudet kaikissa tarkastelluissa ryhmissä.*

Yhteenlaskustrategiat	<i>n</i>	lk.	Vinous	Huipukkuus
Heikko minäpystyvyys	42	1	-0.79	0.03
		2	-1.06	0.25
Keskimääräinen minäpystyvyys	60	1	-1.00	1.05
		2	-0.60	-0.34
Vahva minäpystyvyys	92	1	-1.06	0.34
		2	-1.80	3.56
Minäpystyvyys heikentyi	41	1	-0.32	-1.19
		2	-0.70	-0.61
Minäpystyvyys ei muuttunut	71	1	-1.29	1.65
		2	-0.71	-0.04
Minäpystyvyys vahvistui	82	1	-0.95	0.60
		2	-1.21	0.92
Tytöt	100	1	-0.66	-0.10
		2	-1.05	0.39
Pojat	94	1	-1.23	1.18
		2	-1.23	1.38

Huom. *N* = 194.

Ensimmäisen tutkimuskysymyksen analyysin yhteydessä havaittiin, että kovarianssimatriisien yhtäsuuruusoletus täyttyi [$\text{Box M F}(15, 64360) = 1.06, p = .386$], joten monimuuttujatesteistä tulkittiin Wilksin Lambda -testiä. Toisessa tutkimuskysymyksessä kovarianssimatriisien yhtäsuuruusoletus täyttyi myös [$\text{Box M F}(15, 77626) = 1.62, p = .061$], joten myös toisen tutkimuskysymyksen analyysin tulokset tarkasteltiin Wilksin Lambda -testillä.

2.4 Eettiset ratkaisut

Tutkimuksessa on pyritty noudattamaan Tutkimuseettisen neuvottelukunnan ohjetta hyvästä tieteellisestä käytännöstä (TENK 2012). Hyvä tieteellinen käytäntö sisältää oletukset rehellisyydestä, yleisestä huolellisuudesta ja tarkkuudesta tutkimustyössä. Nämä ovat keskeisiä periaatteita tutkimuksen eettisyyden, mutta myös luotettavuuden kannalta. Tarkkuus ja rehellisyys tarkoittaa tässä tutkimuksessa eritoten erilaisten tutkimustulosten raportoinnin huolellisuutta ja rehellisyyttä siinä määrin, ettei tuloksia raportoitaisi esimerkiksi harhaanjohtavasti tai johdatellen jopa virheellisiin mielikuviin asioiden todellisesta laidasta. Tutkimuksiin viittaamisessa on pyritty noudattamaan täsmällisyyttä ja huolellisuutta. Tämän tutkimuksen prosessi on pyritty kuvaamaan mahdollisimman läpinäkyvästi niin, että tutkimus olisi periaatteessa toistettavissa sellaisenaan.

FLARE-hankkeeseen osallistuneiden oppilaiden vanhemmilta on ennen aineiston keruuta saatu kirjalliset tutkimusluvut ja tutkimukseen osallistuneita on informoitu tutkimuksesta mukaan lukien osallistumisen vapaaehtoisuus. Tutkimusaineisto on anonymisoitu siten, ettei yksittäisen tutkittavan henkilöllisyyttä voida aineiston perusteella enää selvittää. Aineistoa on säilytetty ja säilytetään tietoturvallisuusnäkökulma huomioiden päätelaitteella usean eri salasanan takana. Tutkimusaineistoa käsitelleet ovat allekirjoittaneet sitoumuksen tutkimusaineiston käytöstä. Ulkopuolisilla ei ole mahdollista päästä tutkimusaineistoon käsiksi.

Tutkimuksen tarkoituksena on pohjimmiltaan tuottaa tietoa, joka mahdollisesti edistää tutkimukseen osallistuneiden ja heihin rinnastuvan perusjoukon saaman opetuksen laatua sekä lisää tietoisuutta minäpystyvyyden ja yhteenlaskustrategioiden kehityksen välisestä suhteesta.

3 TULOKSET

Ensimmäisen luokan keväällä raportoidun minäpystyvyyden perusteella luotujen minäpystyvyyksiryhmien minäpystyvyyden keskiarvot ja -hajonnat on esitetty taulukossa 2. Taulukossa 3 puolestaan on esitetty minäpystyvyyden erotusmuuttujan perusteella luotujen minäpystyvyyden muutos -ryhmien sekä koko aineiston tyttöjen ja poikien minäpystyvyyksien keskiarvot ja -hajonnat 1. luokan keväällä ja 2. luokan keväällä sekä minäpystyvyyden muutoksen keskiarvot ja -hajonnat.

Taulukko 2. *Minäpystyvyyksiryhmien keskiarvot ja keskihajonnat 1. luokalla.*

Minäpystyvyys	<i>n</i>	<i>KA</i>	<i>KH</i>
Heikko minäpystyvyys	42	2.61	0.55
Keskimääräinen minäpystyvyys	60	3.84	0.23
Vahva minäpystyvyys	92	4.82	0.24

Huom. *N* = 194.

Taulukko 3. *Minäpystyvyyden ja minäpystyvyyden muutoksen keskiarvot ja keskihajonnat minäpystyvyyden muutos -ryhmissä.*

Minäpystyvyys	<i>n</i>	1.lk		2.lk		Muutos	
		<i>KA</i>	<i>KH</i>	<i>KA</i>	<i>KH</i>	<i>KA</i>	<i>KH</i>
Minäpystyvyys heikentyi	41	4.39	0.67	3.43	0.88	-0.96	0.62
Minäpystyvyys ei muuttunut	71	4.56	0.65	4.56	0.65	0.00	0.00
Minäpystyvyys vahvistui	82	3.41	0.88	4.48	0.69	1.05	0.61
Tytöt	100	3.95	0.93	4.26	0.81	0.31	0.89
Pojat	94	4.14	0.92	4.31	0.88	0.18	0.95

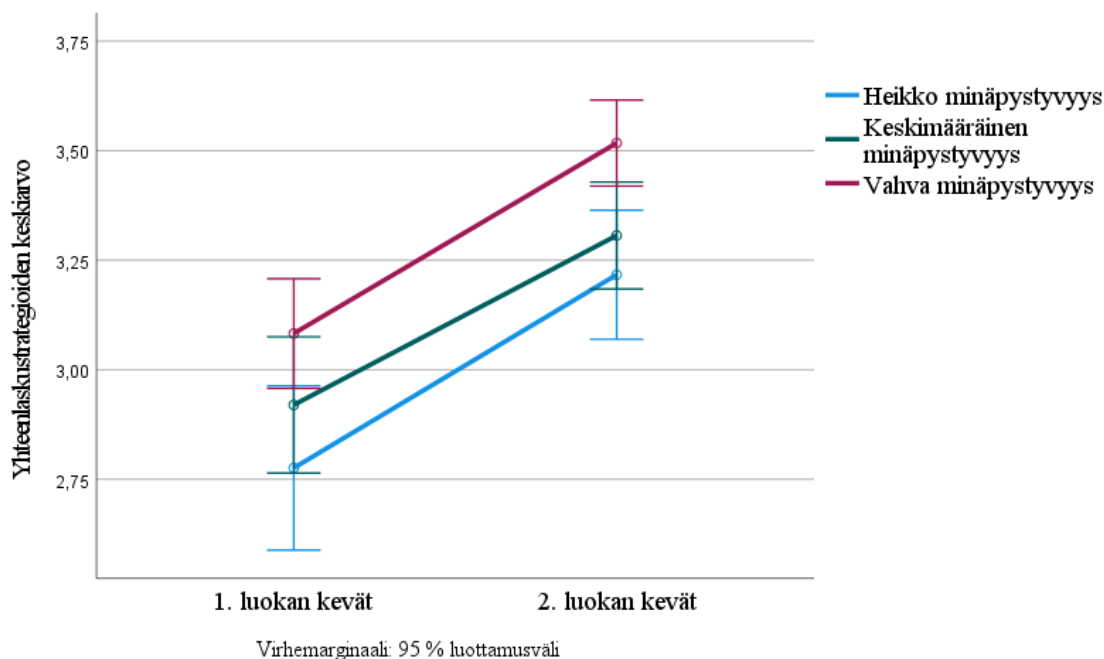
Huom. *N* = 194.

3.1 Ensimmäisen luokan minäpystyvyys yhteenlaskustrategioiden kehityksen ennustajana 1.–2. luokilla

Ensimmäisellä tutkimuskysymyksellä haluttiin selvittää, miten 1. luokalla koettu minäpystyvyys ennustaa yhteenlaskustrategioiden kehitystä 1.–2. luokilla. Samalla haluttiin tarkastella, onko yhteys tytöillä ja pojilla erilainen. Kysymyksiin haettiin vastauksia toistettujen mittausten varianssianalyysillä.

Tarkasteltaessa yhteenlaskustrategioiden kehitystä 1. luokalta 2. luokalle aika x ryhmä yhdysvaikutus ei ollut tilastollisesti merkitsevä [$F(2, 188) = 0.21, p = .813, \eta_p^2 = .00$]. Yhteenlaskustrategioiden kehitys minäpystyvyydeltään erilaisilla oppilailla 1. luokan keväältä 2. luokan keväälle ei ollut erilaista (ks. kuvio 1).

Kuvio 1. Yhteenlaskustrategioiden kehitys minäpystyvyyssryhmissä.



Tarkasteltaessa minäpystyvyyden ja laskustrategioiden kehityksen yhteyttä tytöillä ja pojilla, havaittiin, että aika x ryhmä x sukupuoli yhdysvaikutus ei ollut tilastollisesti merkitsevä [$F(2, 188) = 0.13, p = .883, \eta_p^2 = .00$]. Minäpystyvyyden yhteys laskustrategioiden kehitykseen ei ollut erilainen tytöillä ja pojilla.

Ajan päävaikutus sen sijaan oli tilastollisesti merkitsevä [$F(1, 188) = 122.14, p < .001, \eta_p^2 = .39$]. Yhteenlaskustrategiat kehittyivät kohti muistista hakemisen strategioita 1. luokan keväältä 2. luokan keväälle kaikissa minäpystyvyyssryhmissä (ks. taulukko 4). Myös

minäpystyvyyssryhmän päävaikutus oli tilastollisesti merkitsevä [$F(2, 188) = 6.29, p = .002, \eta_p^2 = .06$]. Ryhmien parittaiset vertailut käyttäen Bonferroni korjattuja p -arvoja osoittivat, että oppilaat, joilla oli heikko minäpystyvyys, käyttivät enemmän luettelemiseen perustuvia yhteenlaskustrategioita verrattuna oppilaisiin, joilla oli vahva minäpystyvyys ($p < .001$). Oppilaat, joilla oli puolestaan vahva minäpystyvyys, käyttivät muistista hakemiseen perustuvia strategioita enemmän, kuin oppilaat, joiden minäpystyvyys oli keskimääräinen ($p = .021$). Käytetyissä yhteenlaskustrategioissa ei ollut tilastollisesti merkitseviä eroja oppilailla, joiden minäpystyvyys oli heikko tai keskimääräinen ($p = .709$). Samoin sukupuoliryhmän päävaikutus oli tilastollisesti merkitsevä [$F(1, 188) = 9.53, p = .002, \eta_p^2 = .05$]. Pojat käyttivät tyttöjä enemmän muistista hakemiseen perustuvia strategioita 1. ja 2. luokilla (ks. taulukko 4).

Taulukko 4. *Minäpystyvyyssryhmien keskiarvot ja -hajonnat yhteenlaskustrategioissa*

Yhteenlaskustrategiat	Heikko minäpystyvyys ($n = 42$)		Keskimääräinen minäpystyvyys ($n = 60$)		Vahva minäpystyvyys ($n = 92$)		Tytöt ($n = 100$)		Pojat ($n = 94$)	
	<i>KA</i>	<i>KH</i>	<i>KA</i>	<i>KH</i>	<i>KA</i>	<i>KH</i>	<i>KA</i>	<i>KH</i>	<i>KA</i>	<i>KH</i>
1. luokan kevät	2.76	0.65	2.90	0.56	3.1	0.63	2.82	0.65	3.12	0.57
2. luokan kevät	3.20	0.63	3.29	0.47	3.53	0.46	3.27	0.53	3.51	0.43

Huom. $N = 194$.

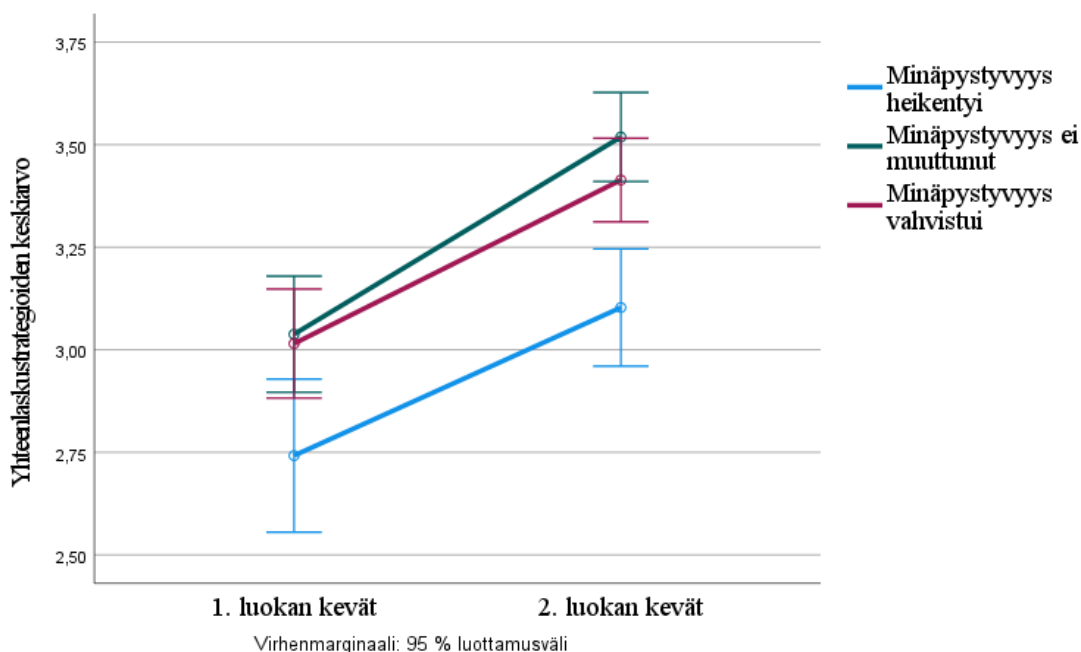
3.2 Minäpystyvyyden muutos yhteenlaskustrategioiden kehityksen selittäjänä 1.-2. luokilla

Toisella tutkimuskysymyksellä haluttiin selvittää, miten yhteenlaskustrategioiden muutos selittyy minäpystyvyyden muutoksella ja onko yhteys erilainen tytöillä ja pojilla. Vastauksia kysymyksiin haettiin toistettujen mittausten varianssianalyysillä.

Toistettujen mittausten varianssianalyysissä aika x ryhmä -yhdysvaikutus ei ollut tilastollisesti merkitsevä [$F(2, 188) = 0.92, p = .402, \eta_p^2 = .01$]. Minäpystyvyyden erilainen kehitys ei selittänyt yhteenlaskustrategioissa tapahtunutta kehitystä 1. luokan keväältä 2.

luokan keväälle (ks. kuvio 2). Tarkasteltaessa minäpystyvyyden muutoksen roolia laskestrategioiden kehityksessä tytöillä ja pojilla havaittiin, ettei aika x ryhmä x sukupuoli yhdysvaikutus ollut tilastollisesti merkitsevä [$F(2, 188) = 2.25, p = .108, \eta_p^2 = .02$]. Minäpystyvyyden muutoksen rooli yhteenlaskustrategioiden kehityksessä ei siis ollut erilainen tytöillä ja pojilla.

Kuvio 2. Yhteenlaskustrategioiden kehitys minäpystyvyyden muutos -ryhmissä



Sen sijaan ajan päävaikutus oli koko aineistossa tilastollisesti merkitsevä [$F(1, 188) = 125.21, p < .001, \eta_p^2 = .40$]. Yhteenlaskustrategiat kehittyivät tarkasteluvälillä kaikilla minäpystyvyyden kehityksestä riippumatta. Myös minäpystyvyyden muutos -ryhmän päävaikutus oli tilastollisesti merkitsevä [$F(2, 188) = 7.59, p < .001, \eta_p^2 = .08$]. Ryhmien parittaiset vertailut käyttäen Dunnett T3 -korjattuja p-arvoja osoittivat, että oppilaat, joiden minäpystyvyys heikkeni, käyttivät vähemmän muistista hakemiseen perustuvia strategioita kuin oppilaat, joiden minäpystyvyys ei muuttunut tarkasteluvälillä ($p < .001$). Samoin oppilaat, joiden minäpystyvyys parani, käyttivät enemmän muistista hakemiseen perustuvia strategioita kuin oppilaat, joiden minäpystyvyys heikkeni ($p = .014$). Ryhmien yhteenlaskustrategioiden keskiarvot ja -hajonnat 1. ja 2. luokilla on esitetty taulukossa 5. Samoin sukupuoliryhmän päävaikutus oli tilastollisesti merkitsevä [$F(1, 188) = 18.57, p < .001, \eta_p^2 = .09$]. Pojat käyttivät muistista hakemiseen perustuvia strategioita enemmän kuin tytöt.

Taulukko 5. *Minäpystyvyyden muutos -ryhmien yhteenlaskustrategioiden keskiarvot ja -hajonnat.*

Yhteenlaskustrategiat	Minäpystyvyys heikentyi ($n = 41$)		Minäpystyvyys ei muuttunut ($n = 71$)		Minäpystyvyys vahvistui ($n = 82$)	
	<i>KA</i>	<i>KH</i>	<i>KA</i>	<i>KH</i>	<i>KA</i>	<i>KH</i>
1. luokan kevät	2.75	0.63	3.05	0.61	3.00	0.63
2. luokan kevät	3.12	0.59	3.52	0.35	3.40	0.52

Huom. $N = 194$.

4 POHDINTA

Tutkimuksen tavoitteena oli selvittää, miten 1. luokalla raportoitu minäpystyvyys suhteessa yhteenlaskuihin ennustaa yhteenlaskustrategioiden kehitystä 1. luokan keväältä 2. luokan keväälle sekä, miten yhteenlaskustrategioiden kehitys selittyy muutoksella minäpystyvyydessä 1. luokan keväältä 2. luokan keväälle. Molempien kysymysten ohella tarkasteltiin sukupuolen mahdollista vaikutusta yhteyksiin. Tulokset osoittivat, että 1. luokalla raportoitu minäpystyvyys ei selittänyt tilastollisesti merkitsevästi yhteenlaskustrategioiden kehitystä 1. luokan keväältä 2. luokan keväälle. Selitysosuudessa ei ollut tilastollisesti merkitsevää eroa tytöillä ja pojilla. Myöskään muutos minäpystyvyydessä ei selittänyt tilastollisesti merkitsevästi yhteenlaskustrategioiden kehitystä. Selitysosuus ei eronnut tilastollisesti merkitsevästi tytöillä ja pojilla. Pojat käyttivät kuitenkin muistista hakemiseen perustuvia strategioita enemmän kuin tytöt.

1. luokan minäpystyvyys yhteenlaskustrategioiden kehityksen ennustajana 1.–2. luokilla. Ensimmäisen luokan keväällä raportoidun minäpystyvyyden oletettiin selittävän yhteenlaskustrategioiden kehitystä 1. luokan keväältä 2. luokan keväälle ainakin heikosti. Tilastollisesti merkitsevää itsenäistä selitysosuutta ei kuitenkaan löytynyt. Kaskensin ym. (2020) tutkimuksessa minäpystyvyys ei ennustanut matemaattista suoriutumista 4. luokkalaisilla. Samoin Multonin ym. (1991) ja Talsman ym. (2018) meta-analyseissa havaittiin, että lapsilla minäpystyvyyden yhteys suoriutumiseen oli selvästi heikompi verrattuna aikuisiin. Tämän arvioitiin johtuvan lasten vielä kehittyvästä kyvystä abstraktioihin ja reflektiivisyyteen, joka aiheuttaa minäpystyvyyssarvioissa epävarmuutta ja perusteetonta vaihtelua. Kaskensin ym. (2020) arviot syistä olivat samankaltaisia. Tässä tutkimuksessa 1. luokalla raportoitu minäpystyvyys oli kuitenkin suhteellisen hyvin linjassa yhteenlaskustrategioiden kehityksen kanssa 1. ja 2. luokilla, vaikka se ei taitojen kehitystä ennustanutkaan. Tulos ei tässä suhteessa tue aikaisemmin esitettyä arviota siitä, että näin pienten oppilaiden minäpystyvyys ei välttämättä vastaisi oppilaiden taitoja. Tutkimuksen tulos on linjassa Throndsenin (2011) tutkimuksen tulosten kanssa, jotka osoittivat minäpystyvyyden heijastelevan käytettyjä laskustrategioita 2.–3. luokkalaisilla oppilailla.

Tulos on kiinnostava, sillä tämän tutkimuksen asetelma poikkeaa aikaisemmista tutkimuksista. Ensiksikin tutkittiin oppilaita 1. ja 2. luokilla, kun aikaisemmassa tutkimuksessa on tutkittu lähinnä vanhempia oppilaita. Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin minäpystyvyyden osuutta yhteenlaskustrategioiden kehityksessä, joka on yleisempää matematiikassa suoriutumista tarkempi matematiikan osa-alue. Banduran (1986) mukaan minäpystyvyys on tehtäväkohtainen arvio omista kyvyistä. Tässä tutkimuksessa myös minäpystyvyyden mittarissa pitäydyttiin nimenomaan yhteenlaskuihin liittyvissä väittämissä. Aikaisemmassa tutkimuksessa minäpystyvyyttä on usein mitattu laajemmassa merkityksessä (Talsma ym., 2018; Kaskens ym., 2020). Throndsenin (2011) tutkimuksessa minäpystyvyyttä mitattiin tehtäväkohtaisesti, mutta minäpystyvyyden itsenäistä selitysosuutta yhteenlaskustrategioiden kehityksessä ei tutkittu. Tämän tutkimuksen tulokset antavat tukea käsitykselle minäpystyvyyden pienemmästä selitysosuudesta matematiikassa suoriutumisessa nuoremmilla oppilailla (vrt. Talsma ym., 2018).

Muistista hakemiseen perustuvia yhteenlaskustrategioita käyttivät eniten 1. ja 2. luokilla oppilaat, joilla oli vahva minäpystyvyys. Minäpystyvyydeltään heikot ja keskimääräiset eivät eronneet toisistaan yhteenlaskustrategioiden käytön osalta tilastollisesti merkitsevästi. Sieglerin & Shragerin (1984) tehtävävastaus-assosiaation jakaumaan perustuvan mallin mukaan oppilas käyttää muistista hakemiseen perustuvaa strategiaa lähtökohtaisesti, mutta mikäli assosiaatio ja luottamus mieleen tulleen vastauksen oikeellisuudesta ei ole riittävän vahva, käyttää hän ”varmistusstrategiaa”. Voitaneen ajatella vahvan minäpystyvyyden näkyvän suurempana todennäköisyytenä käyttää muistista hakemiseen perustuvaa strategiaa.

Vahvan minäpystyvyyden oppimista edesauttava rooli perustuu lisääntyneeseen sinnikkyYTEEN (Schunk, 1989) ja innostukseen kehittää taitoja (Schunk, 1995). Tässä tutkimuksessa yhteenlaskustrategioiden kehityksen voimakkuus ei kuitenkaan riippunut tilastollisesti merkitsevästi oppilaan minäpystyvyyden tasosta 1. luokan keväällä. Tätä voi selittää oppilaiden itseensä liittyvien käsitysten ja uskomusten vakiintumattomuus alku- luokilla. Minäpystyvyydeltään erilaisten oppilaiden käyttämien yhteenlaskustrategiat olivat kuitenkin saman suuntaisia verrattuna aikaisempien tutkimusten tuloksiin (Throndsen, 2011; Koponen ym., 2021).

Minäpystyvyyden muutos yhteenlaskustrategioiden kehityksen taustalla 1.–2. luokilla. Minäpystyvyyden muutoksen oletettiin selittävän ainakin joiltain osin yhteenlaskustrategioiden kehitystä, mutta minäpystyvyydeltään eri lailla kehittyneiden oppilaiden yhteenlaskustrategioiden kehityksessä ei ollut tilastollisesti merkitseviä eroja. Minäpystyvyyden muutoksen selitysosuutta yhteenlaskustrategioiden kehityksessä ei ole aikaisemmin tutkittu, joten tulos on jo itsessään kiinnostava. Ryhmien käyttämien yhteenlaskustrategioiden keskiarvoissa oli kuitenkin eroja. Oppilaat, joiden minäpystyvyys ei muuttunut tarkasteluvälillä, käyttivät eniten muistista hakemiseen perustuvia strategioita, kun taas vähiten muistista hakemiseen perustuvia strategioita käyttivät ne oppilaat, joiden minäpystyvyys heikkeni tarkasteluvälillä. Toisaalta minäpystyvyyttään vahvistaneiden strategioiden käyttö ei eronnut tilastollisesti merkitsevästi verrattuna oppilaisiin, joiden minäpystyvyys ei muuttunut.

Tulokset ovat saman suuntaisia kuin Koposen ym. (2021) tutkimuksessa, jossa korkeana minäpystyvyytensä säilyttäneet kehittyivät eniten laskusujuvuudessa ja oppilaat, joiden minäpystyvyys parani heikosta hyväksi, kehittyivät laskusujuvuudessaan kohti luokan keskiarvoa. Talsma ym. (2018) mukaan suoriutuminen on kolme kertaa vahvempi minäpystyvyyden ennustaja kuin toisinpäin. Muutos minäpystyvyydessä heijastelee siis enemmän muutosta taidoissa pienillä oppilailla.

Jokaisessa ryhmässä kuitenkin tapahtui kehitystä kohti muistista hakemisen strategioita. Onkin kiinnostavaa, että vaikka oppilaiden taidot keskiarvojen perusteella paraniivat, siitä huolimatta osalla oppilaista minäpystyvyyden kokemus heikkeni merkittävästi (ks. taulukko 5). Toisaalta oppilaat, joilla minäpystyvyys vahvistui, arvioivat 1. luokalla minäpystyvyytensä alakanttiin suhteessa taitoihin, jotka olivat lähestulkoon samalla tasolla, kuin oppilailla, joiden – jo valmiiksi korkea – minäpystyvyys ei muuttunut. Banduran (1986, s. 399) mukaan aikaisemmat oppimiskokemukset ovat tärkeä minäpystyvyyteen vaikuttava lähde, mutta tässä tutkimuksessa osalla oppilaista aikaisemmin opittu ei näkynyt minäpystyvyydessä 1. luokan keväällä. Osa oppilaista arvioi omat taitonsa ylioptimistisesti ja siten minäpystyvyyden kokemus on ollut taitoihin suhteutettuna perusteettoman korkea. Pienille oppilaille on toisaalta tyypillistä korkea luottamus omiin taitoihin (Thronsen, 2011), mutta tässä tutkimuksessa erot minäpystyvyydessä 1. luokan keväällä olivat jo aika selkeitä.

Toinen minäpystyvyyteen vaikuttava tekijä on vertaisten menestyminen (Bandura 1986, s. 399–400; Schunk, 1991). On mahdollista, että osa minäpystyvyyden muutoksista selittyy juuri sillä, miten oppilas kokee suoriutuvansa suhteessa vertaisiin. Oppilaat, joiden minäpystyvyys ei muuttunut, käyttivät eniten kehittyneitä strategioita jo 1. luokan keväällä, mutta myös 2. luokalla. Suoriutuminen vertaisiin nähden ei siis muuttunut. Minäpystyvyys puolestaan heikkeni oppilailla, joiden yhteenlaskustrategiat eivät olleet kovin kehittyneitä vielä 1. luokan keväällä, vaikka oppilaiden minäpystyvyys oli korkealla tasolla. Multonin ym. (1991) mukaan nuorempien oppilaiden kohdalla minäpystyvyyden arvioon liittyy epävarmuutta aikaisempien oppimiskokemusten vähäisyyden vuoksi. Toisaalta 1. luokan kevääseen mennessä oppilaat ovat harjoitelleet yhteenlaskuja jo koko lukuvuoden ajan, joten pelkästään siitä selittämätön vaihtelu ei voi johtua. On mahdollista, että oppilaiden, joiden taidot ja minäpystyvyys olivat johdonmukaisesti korkealla tasolla 1. luokalla, olivat edellä kognitiivisessa kehityksessä muutenkin. Tämä saattoi näkyä yhteenlaskustrategioiden kehityksessä, realistisessa käsityksessä omista taidoista ja korkeassa minäpystyvyydessä. Havainto osin epäjohdonmukaisesta minäpystyvyyden raportoinnista suhteessa taitoihin, tukee aikaisemmissa tutkimuksissa esitettyä näkemystä pienten lasten minäpystyvyydsarvioissa esiintyvistä epävarmuudesta ja perusteettomasta vaihtelusta (Multon, Brown & Lent, 1991; Talsma ym., 2018, Kaskens ym., 2020). Toisaalta 2. luokan kevään arvioit minäpystyvyydestä ovat jo selvästi paremmin linjassa käytettyjen yhteenlaskustrategioiden kanssa.

Tutkimuksen arviointi. Tutkimuksen tuloksia tarkasteltaessa on huomioitava tutkimuksen luotettavuuteen mahdollisesti vaikuttavia tekijöitä. Merkittävin tekijä on muutujien sisäiseen konsistenssiin liittyvät tekijät. Oppilaan minäpystyvyyttä mitattiin tässä tutkimuksessa kahdella kysymyksellä: 1. Kuinka varma olet, että pystyt oppimaan laskemaan yhteenlaskuja tarkasti, eli ilman virheitä? 2. Kuinka varma olet, että pystyt oppimaan laskemaan yhteenlaskuja nopeasti? Oppilaan minäpystyvyyttä mitattiin 1. ja 2. luokkien keväällä. Minäpystyvyyden mittarin Cronbachin alfojen arvot olivat hyvin matalia (1.lk $\alpha = .62$ ja 2.lk $\alpha = .66$). Nummenmaan (2021) mukaan matalin hyväksyttäväksi katsottu arvo on $.60$, joten mittarin katsottiin kuitenkin olevan riittävän reliabeli analyysin toteuttamiseksi. Cronbachin alfa kertoo mittarin sisäisestä konsistenssista (Nummenmaa 2009, 356). Tässä minäpystyvyyttä mittaavassa mittarissa oli vain kaksi ominaisuutta

mittaavaa kysymystä, itemiä. Nummenmaan (2009) mukaan mittarin reliabeliuteen vaikuttaa itemien antamien mittaustulosten samankaltaisuus ja itemien määrä. Mittarin reliabeliuden mataluus voi aiheuttaa sen, etteivät mittaustulosten perusteella tehdyt johtopäätökset ole täysin luotettavia (Nummenmaa 2009, 370).

Minäpystyvyyssmittarin kysymyksien tulisi olla tehtävä- tai aihekohtaisia (vrt. Bandura 1986). Ensimmäisessä kysymyksessä kysytään yhteenlaskujen laskemisesta tarkkaan ja toisessa kysymyksessä puolestaan kysytään oppilaan luottamusta nopeasti laskemiseen. Nopeasti laskeminen on läheisesti kosketuksissa kehittyneempien yhteenlaskustrategioiden kanssa, mutta tarkkaan laskeminen voi oppilaan mielessä yhdistyä siihen, kuinka varmasti oppilas laskee laskun oikein. Vaikka nämä kysymyksen kohtuudella samaa asiaa mittaavatkin, on mahdollista, että kysymykset eivät mittaa yhdessä nimenomaan yhteenlaskustrategioihin liittyvää minäpystyvyyttä vaan aritmeettisiä taitoja yleisemmin. Tutkimuksessa ilmennyt suuri vaihtelu minäpystyvyydessä ja sen jokseenkin poikkeava suhde oppilaan käyttämiin yhteenlaskustrategioihin voi osin selittyä sillä, että minäpystyvyyssmittariin ”tarttui” muutakin, kuin tehtävä- tai aihekohtaista informaatiota.

Tässä tutkimuksessa Cronbachin alfat olivat suositusten mukaisia, mutta jatkossa olisi tärkeää huolehtia siitä, että mittarit olisivat luotettavampia. Tähän päästäisiin esimerkiksi lisäämällä minäpystyvyyssmittarin kysymysten määrää (ks. Nummenmaa, 2009, 370). Tutkimuksen vahvuuksina voidaan pitää pitkittäisasetelmaa, joka mahdollistaa pidemmän aikavälin muutosten ja yhteyksien tarkastelun. Toisaalta oppilaiden kehityspolkujen tarkempaa tarkastelua varten olisi suotavaa ulottaa tutkimus vielä pidemmälle aikavälille. Tutkittavien määrä ($N = 194$) lisää tulosten luotettavuutta omalta osaltaan. Yhteenlaskustrategioiden osalta mittareiden reliabelius ei ollut ongelma (1.lk $\alpha = .91$ ja 2.lk $\alpha = .91$).

Johtopäätökset. Tämä tutkimus täydentää minäpystyvyyden ja matemaattisen suoriutumisen tutkimuskenttää tuomalla näyttöä 1. ja 2. luokkalaisten osalta sekä tehtävä- ja aihekohtaisemman minäpystyvyyden muuttujan analyysilla. Oppilaan 1. luokalla raportoima minäpystyvyys yhteenlaskuissa ei selittänyt yhteenlaskustrategioiden kehitystä 1. luokan keväältä ja 2. luokan keväälle. Minäpystyvyydeltään vahvat oppilaat käyttivät kuitenkin muistista hakemiseen perustuvia strategioita enemmän kuin oppilaat, joilla oli heikko minäpystyvyys. Minäpystyvyydessä 1.–2. luokilla tapahtunut muutos ei myös-

kään selittänyt yhteenlaskustrategioiden kehitystä. Kuitenkin oppilaat, joiden minäpystyvyys ei muuttunut, käyttivät eniten kehittyneempiä strategioita. Oppilaat, joiden minäpystyvyys heikkeni, käyttivät muistista hakemiseen perustuvia strategioita vähiten. Oppilaiden yhteenlaskustrategioissa tapahtui kuitenkin myönteistä kehitystä minäpystyvyyden muutoksen suunnasta huolimatta. Näyttää siltä, että oppilaan minäpystyvyydessä tapahtuvat muutokset heijastelevat taidoissa tapahtuneita muutoksia, mutta on myös mahdollista, että minäpystyvyyteen vaikuttaa taitojen lisäksi suoriutuminen suhteessa vertaisiin.

Tässä tutkimuksessa oppilaiden minäpystyvyydessä tapahtuneet muutokset olivat joillain oppilailla suuria. On mahdollista, että minäpystyvyyteen vaikuttavaa tietoa ei ole kertynyt oppilaille vielä 1. luokan kevääseen mennessä, jotta arvio olisi taitoihin nähden realistinen. Minäpystyvyyden on myös esitetty olevan pienillä oppilailla altis muutoksille, sillä oppilaiden abstraktioihin ja reflektiivisyyteen liittyvät kognitiiviset taidot eivät ole vielä ehtineet kehittyä. Joka tapauksessa myönteinen näkemys omista kyvyistä ja vahva minäpystyvyys lisää ponnistelua ja sinnikkyyttä, jotka auttavat oppilasta hyödyntämään jo opittuja taitoja monipuolisemmin sekä oppimaan uutta (Bandura 1986, s. 394; Schunk, 1995). Heikko minäpystyvyys puolestaan laskee motivaatiota, joka alkaa vakiintua oppilailla jo toisella luokalla (Aunola ym., 2004). Tämä alleviivaa minäpystyvyyteen suunnatun tuen, kuten myönteisten oppimiskokemusten tuottamisen ja aikaisempaan osaamiseen ja ponnisteluun sidotun kannustamisen merkitystä, jota myös Schunk (1991) on korostanut.

Jatkotutkimushaasteet. Koulupolun alussa minäpystyvyys näyttäisi olevan suhteellisen volatiili. Vaikuttaisi kuitenkin siltä, että oppilaan minäpystyvyys heijastelee oppilaan taitoja. Minäpystyvyyden raportointiin pienillä oppilailla liittyy epävarmuutta, mutta motivaatio alkaa kuitenkin vakiintua 2. luokalla (Aunola ym., 2004). Tässä tutkimuksessa minäpystyvyyden heikentyminen 1. luokan keväältä ja 2. luokan keväälle ei näkynyt tilastollisesti merkitsevänä erona yhteenlaskustrategioiden kehityksessä. Oppilaiden minäpystyvyydessä tapahtui kuitenkin selkeitä muutoksia ja ottaen huomioon motivaation orastavan vakiintumisen, olisi kiinnostavaa tarkastella, miten heikentynyt – tai vahvistunut – minäpystyvyys näkyy tulevaisuudessa. On mahdollista, että minäpystyvyyden rooli oppimista ja taitoja selittävänä tekijänä muuttuu iän myötä enemmän ennusta-

vaksi tekijäksi, sillä minäpystyvyyden on osoitettu olevan myönteisesti yhteydessä ponnisteluun ja sinnikkyyteen (Schunk, 1991), joka voi osaltaan edesauttaa oppimista. Lisäksi minäpystyvyyden rooli suoriutumisessa on aikaisemman tutkimuksen perusteella suurempi vanhemmilla oppilailla ja opiskelijoilla (Multon, Brown & Lent, 1991). Talsman ym. (2018) katsauksessa havaittiin, että minäpystyvyyden ja suoriutumisen välinen yhteys oli yleensä voimakkaampi, kun mittausten aikaväli oli alle kolme kuukautta, kun taas siitä pidemmät mittausvälit tuottivat heikompia yhteyksiä. Tässä tutkimuksessa mitaukset suoritettiin vuoden välein. Minäpystyvyyden herkkyys suurillekin muutoksilla pienillä oppilailla osaltaan korostaa tarvetta tutkia aihetta lyhyemmällä tarkasteluvälillä.

LÄHTEET

- Aunio, P. (2008). Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. *NMI-bulletin : Niilo Mäki instituutin tiedotteita ja raportteja*, 18(4), 63–74.
- Aunola, K., & Nurmi, J.-E. (2018). Matemaattisten taitojen kehitys kouluikässä. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 54–69). Niilo Mäki Instituutti.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 699–713.
- Bandura, A. 1986. *Social Foundations of Thought and Action. A Social Cognitive Theory*. Stanford University.
- Baroody, A. J. (1987). The development of counting strategies for single-digit addition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(2), 141–157. <https://doi.org/10.2307/749248>
- Bong, M. & Skaalvik, E. M. (2003). Academic self-concept and self-efficacy: How different are they really? *Educational Psychology Review*, 15, 1–40
- Carpenter, T. P. & Moser, J. M. 1984. The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education* 15(3), 179–202. <https://doi.org/10.2307/748348>
- Carr, M. & Alexeev, N. (2011). Fluency, accuracy, and gender predict developmental trajectories of arithmetic strategies. *Journal of Educational Psychology*, 103(3), 617–631. <https://doi.org/10.1037/a0023864>
- Clements, D. H. & Sarama, J. 2014. *Learning and teaching early math: the learning trajectories approach*. New York : Routledge, Taylor & Francis Group, 2014.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & DeSoto, M. C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of experimental child psychology*, 88(2), 121-15
- Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: a 5-year longitudinal study. *Developmental psychology*, 47(6), 1539.

- Grigg, S., Perera, H. N., McIlveen, P., & Svetleff, Z. (2018). Relations among math self efficacy, interest, intentions, and achievement: A social cognitive perspective. *Contemporary Educational Psychology, 53*, 73-86.
- Kaskens, J., Segers, E., Goei, S. L., van Luit, J. E., & Verhoeven, L. (2020). Impact of Children's math self-concept, math self-efficacy, math anxiety, and teacher competencies on math development. *Teaching and teacher education, 94*, 103096.
- Koponen, T. K., Sorvo, R., Dowker, A., Räikkönen, E., Viholainen, H., Aro, M., & Aro, T. (2018). Does multi-component strategy training improve calculation fluency among poor performing elementary school children? *Frontiers in Psychology, 9*, 1187.
- Koponen, T., Aro, T., Leskinen, M., Peura, P., Viholainen, H., & Aro, M. (2023). Cognitive Skills, Math-Related Emotions, and Beliefs Explaining Response to Arithmetic Fluency Intervention. *The Journal of Experimental Education*, 1-20.
- Koponen, T., Aro, T., Peura, P., Leskinen, M., Viholainen, H., & Aro, M. (2021). Benefits of integrating an explicit self-efficacy intervention with calculation strategy training for low-performing elementary students. *Frontiers in psychology, 12*, 714379.
- Koponen, T., Sorvo, R., Dowker, A., Räikkönen, E., Viholainen, H., Aro, M. & Aro, T. (2018). Does multi-component strategy training improve calculation fluency among poor performing elementary school children? *Frontiers in Psychology, 9*, 1–14. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01187>
- Laski, E. V., Casey, B. M., Yu, Q., Dulaney, A., Heyman, M., & Dearing, E. (2013). Spatial skills as a predictor of first grade girls' use of higher level arithmetic strategies. *Learning and Individual Differences, 23*, 123-130.
- Lemaire, P., & Callies, S. (2009). Children's strategies in complex arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*(1), 49-65.
- Multon, K. D., Brown, S. D., & Lent, R. W. (1991). Relation of self-efficacy beliefs to academic outcomes: A meta-analytic investigation. *Journal of Counseling Psychology, 38*, 30-38. doi:10.1037/0022-0167.38.1.30
- Nummenmaa, L. (2021). Tilastotieteen käsikirja. Werner Söderström Ltd.
- Nummenmaa, L. (2009). Tilastolliset menetelmät. Helsinki: Tammi.
- Ostad, S. 1997. Developmental differences in addition strategies: a comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. *British Journal of Educational Psychology (1997)*. 67, 345-357.

- Pajares, F. (2005). Gender differences in mathematics self-efficacy beliefs. Teoksessa Gallagher, A. & Kaufman, J. C. (toim.) *Gender Differences in Mathematics*. Cambridge University press.
- Pajares, F., & Miller, M. D. (1994). Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: a path analysis. *Journal of Educational Psychology*, 86, 193-203. doi: 10.1037/0022-0663.86.2.193
- Pajares, F., & Miller, M. D. (1995). Mathematics self-efficacy and mathematics performances: The need for specificity of assessment. *Journal of Counseling Psychology*, 42, 190-198.
- Hiltunen, J., Ahonen, A., Hienonen, N., Kauppinen, H., Kotila, J., Lehtola, P., ... & Vettenranta, J. (2023). PISA 2022 ensituloksia.
- Schunk, D. H. (1984). Self-efficacy perspective on achievement behavior. *Educational Psychologist*, 19, 48-58
- Schunk, D. H. (1989). Self-efficacy and achievement behaviors. *Educational psychology review*, 1, 173-208.
- Schunk, D. H. (1991). Self-efficacy and academic motivation. *Educational psychologist*, 26(3-4), 207-231.
- Schunk, D. H. (1995). Self-efficacy and education and instruction. Self-efficacy, adaptation, and adjustment: Theory, research, and application, 281-303.
- Siegler, R. S. & Jenkins, E. (1989). How children discover new strategies. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Steinberg, R. (1985). Instruction on Derived Facts Strategies in Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(5), 337-355. <https://doi.org/10.2307/749356>
- Siegler, R. S. & Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? *Origins of cognitive skills*.
- Sorvo, R., Koponen, T., Viholainen, H., Aro, T., Räikkönen, E., Peura, P., ... & Aro, M. (2017). Math anxiety and its relationship with basic arithmetic skills among primary school children. *British Journal of Educational Psychology*, 87(3), 309-327.
- Steinberg, R. M. 1984. *Derived Fact Strategies in Learning Addition and Subtraction*. University of Wisconsin-Madison.
- Talsma, K., Schüz, B., Schwarzer, R., & Norris, K. (2018). I believe, therefore I achieve (and vice versa): A meta-analytic cross-lagged panel analysis of self-efficacy and academic performance. *Learning and Individual Differences*, 61, 136-150.

- Thronsen, I. (2011). Self-regulated learning of basic arithmetic skills: A longitudinal study. *British journal of educational psychology*, 81(4), 558-578.
- Lindberg, S., Linkersdörfer, J., Lehmann, M., Hasselhorn, M., & Lonnemann, J. (2013). Individual differences in children's early strategy behavior in arithmetic tasks. *Journal of Educational and Developmental Psychology*, 3(1), 192.
- Zimmerman, B. J. (1995). Self-efficacy and educational development. *Self-efficacy in changing societies*, 1(1), 202-231.