

**Yhteenlaskusujuvuutta selittävät
numeeriset taidot 1. ja 3. luokalla**
Sanna Haapsaari

Varhaiskasvatustieteen pro gradu -tutkielma
Artikkelimuotoinen
Kevätlukukausi 2024
Kasvatustieteenlaitos
Jyväskylän yliopisto

TIIVISTELMÄ

Haapsaari, Sanna. 2024. Yhteenlasku sujuvuutta ennustavat numeeriset taidot 1. ja 3. luokalla. Varhaiskasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteenlaitos. 26 sivua.

Matemaattiset taidot kehittyvät hierarkkisesti eli tietyssä järjestyksessä edellisen tiedon päälle esim. yhteenlaskutaito kehittyy numeeristentaiteiden avulla. Ymmärtääksemme opetuksen suunnittelun kannalta hierarkkista kehitystä on tutkittava, millä taidolla on yhteys toisiinsa missäkin oppimisen vaiheessa. Numeeristen taitojen luoman peruspohjan kehittymisen tutkiminen auttaa ymmärtämään taitojen hierarkkisuutta.

Tässä pitkittäistutkimuksessa tutkittiin yhteenlasku sujuvuutta selittäviä numeerisia taitoja. Tarkoituksena oli selvittää, miten numeeriset perustaidot (lukujono, lukukäsite ja lukujenvertailu) selittävät 1. ja 3. luokalla yhteenlasku sujuvuutta. Lisäksi tutkittiin, muuttuvatko selittävät numeeriset taidot kehittymisen myötä. Tutkimuksen aineisto oli osa FLARE -hankeen (Lasten luku- ja laskusujuvuushankkeen) aineistoa. Tutkittavia oli 200, joista tyttöjä 103 ja poikia 97. Analyysimenetelmänä tutkimuksessa käytettiin Pearsonin korrelaatiokerrointa ja lineaarista regressioanalyysia.

Tulosten perusteella lukujono taidot olivat vahvimmin yhteydessä yhteenlaskusujuvuuteen, tämän taidot selitys osuus kuitenkin pieneni 3. -luokalla. Heikoiten yhteenlaskusujuvuutta selittivät lukukäsite taidot, joiden merkitys kuitenkin kasvoi hiukan 3. -luokalla.

Tutkimus vahvistaa lukujono taitojen olevan merkitsevä taito yhteenlaskutaidon vaihtelussa. Numeeriset taidot selittävät yhdessä puolet laskusujuvuuden yksilöllisestä vaihtelusta, mutta selitysosuudet vaihtelevat hieman taidon eri kehitysvaiheessa. Kun kiinnitämme huomiota numeeristentaiteiden kehittymiseen, parannetaan yhteenlaskutaidon sujuvuuden kehittymistä.

Asiasanat: laskusujuvuus, aritmetiikka, numeeriset taidot

SISÄLTÖ

TIIVISTELMÄ	2
SISÄLTÖ	3
1 JOHDANTO	4
1.1 Yhteenlaskutaito aritmeettisten taitojen pohjana	6
1.2 Numeeristen taitojen kehittyminen.....	7
1.3 Numeeristen taitojen yhteys aritmetiikkaan	9
1.4 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset.....	10
2 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN	13
2.1 Tutkimuskonteksti ja osallistujat.....	13
2.2 Tutkimus aineiston keruu ja mittarit.....	13
2.3 Aineisto analyysi.....	15
2.4 Eettiset ratkaisut	17
3 TULOKSET	18
3.1 Numeeriset taidot ensimmäisellä vuosiluokalla	19
3.2 Numeeriset taidot kolmannella vuosiluokalla ja niiden muutos.....	20
3.3 Jäännöstarkastelu.....	21
4 POHDINTA	22
4.1 Tulosten tarkastelua	22
4.2 Luotettavuus ja vahvuudet.....	24
4.3 Jatkotutkimushaasteet	25
LÄHTEET	26

1 JOHDANTO

Suomalaista koulutusta ja osaamista arvostetaan kansainvälisissä keskusteluissa ja pidetään korkealaatuisena. Suomalaisen oppimistulokset ovat tunnetusti olleet hyviä. PISA 2022 (Opetus- ja kulttuuriministeriö, 2023) tulokset kuitenkin osoittavat, että suomalaisten nuorten matemaattiset taidot ovat heikentyneet ennestään. Heikko tasoisten määrä on kasvanut jopa neljännekseen, vertailuna vuonna 2000 heikkojen osuus oli ollut vain alle kymmenen prosenttia ja määrä on noussut vähitellen. Tämän perusteella voimme todeta, että matemaattiset taidot ovat heikentyneet ja sen myötä tärkeä ottaa tarkastelun kohteeksi. Opetuksen oikeanlaisesta kohdentamisesta matematiikan suhteen tarvitsee lisätietoa matemaattisten perustaitojen yhteyksistä toisiinsa.

Alkuopetus on tärkeää aikaa matemaattisten perustaitojen ja etenkin aritmeettisten taitojen kehittymiselle. Osa matemaattisista taidoista kehittyy jo ennen kouluikää ja niiden ajatellaan luovan pohjan koulussa opittavalle matematiikalle. Matemaattisen osaamisen suhteen tapahtuu jonkinlaista muutosta 3. luokan kohdalla. Alkuopetuksen aikana matemaattisten taitojen kehitys on nopeaa, mikä tasoittuu kolmannen luokan jälkeen ja taito erot alkavat näkymään vahvemmin. Alkuopetuksen aikana osoitetut oppimisvalmiudet ennustavat osaamisen lisääntymistä myöhemmillä luokilla. (Metsämuuronen, 2013. 80-81, 336). Numeeristen taitojen merkitys matemaattisten taitojen oppimisen eri vaiheissa tuovat tutkimuksessaan esille Träff ym. (2020). Heidän tutkimuksensa mukaan matemaattisten taitojen alkuvaiheessa numeeriset taidot ovat tärkeässä roolissa, mutta 3. luokan kohdalla näiden taitojen merkitys vähentyi ja palautui takaisin merkittäväksi tekijäksi 6. luokan kohdalla.

Matemaattisia taitoja ennustavia varhaisia taitoja ovat symbolinen ja ei-symbolinen numerotaito (lukukäsite), matemaattiset suhteet (lukumäärän suuruusvertailu), laskemisentaidot (lukujono) sekä aritmeettiset perustaidot, jotka ovat kietoutuneena toistensa kanssa (Aunio & Räsänen, 2016). Aikaisempien tutkimuksien perusteella tutkimus tarpeeksi osoittautuu varhaisten matemaattisten

taitojen eri osa-alueiden vaikutus aritmeettisten taitojen kehittymiseen sekä niiden vaikutus toistensa kehittymiseen.

Matemaattinen osaaminen sisältää paljon taitoja, joita pystytään oppimaan ulkoa. Aunolan ja Nurmen (2018) mukaan matemaattisten perustaitojen oppiminen sujuvaksi vapauttaa työmuisti kapasiteettia monimutkaisempiin prosesseihin. Matematiikan taidot vaikeutuvat niitä opeteltaessa ja perustaitojen tulisi olla hallussa pystyäkseen sisäistämään uutta tietoa ja käyttämään soveltaen jo opittuja matemaattisia taitoja. Matemaattisten taitojen kehitys vaatii järjestelmällistä ja hierarkkisesti etenevää opetusta. (Vogel ym. 2018.) Opettajan työtä ajatellen, on tärkeää tiedostaa matemaattisten rakenteiden kehitys ja matemaattisten osa-alueiden tärkeys oppimisen kannalta.

Tutkimuksien mukaan aritmeettiseen sujuvuuteen vaikuttaa osaltaan numeeriset taidot. Aritmetiikka sisältää numeerisen tiedon soveltamisessa, jossa numerot on järjestetty sarjoihin ja niiden käsittely vaatii ymmärrystä sarjojen muodostumisesta. Aritmeettisten taitojen kehittyminen vaatii ymmärrystä numeroiden järjestystiedosta (esim. luku 5 tulee ennen lukua 6), luvun ja lukumäärän yhteydestä (luku viisi tarkoittaa viittä asiaa) sekä lukujen suuruusvertailusta (kumpi on suurempi luku). Numeeristen taitojen merkitys on suuri varhaisissa matemaattisissa taidoissa, mutta vähenee ylemmillä taito tasoilla. Numeeriset taidot kulkevat taitojen kehittymisen mukana. (Vogel ym., 2018). Yhteenlaskutaito kehittyy askeleittain numeerisia taitoja apuna käyttäen. Opetussuunnitelman (Opetushallitus 2014) mukaan aritmeettisistä taidoista ensin opetetaan yhteenlasku taito, joita ennen harjoitellaan lukumäärän, lukusanan ja numeromerkinnän välistä yhteyttä. Harjoitellaan lukujonotaitoja sekä taitoa vertailla ja asettaa lukuja järjestykseen.

Numeeristen taitojen merkitys 1.-3. luokan aikana on yleisiä kognitiivisia taitoja tärkeämmässä roolissa varhaisten matemaattisten taitojen kehittämisessä. Tutkimus tulokset eivät anna kuitenkaan täysin luotettavaa vahvistusta siihen, että numeeriset perustaidot yhdessä olisivat yhteydessä aritmeettiseen sujuvuuteen, koska tutkimukset eivät ole tutkineet numeeristen perustaitojen yksittäistä selitysosuutta, kun muut taidot ovat huomioituna (Träff ym., 2020). Ristiriitaista

tutkimustulosta numeeristen taitojen ennustavasta yhteydestä varhaisiin matemaattisiin taitoihin löytyy myös. (Östergren ja Träff 2013.) tutkimuksessa.

Edellisten tutkimuksien perusteella numeeriset perustaidot ovat vahvasti yksi matemaattisten taitojen peruspilarin osa, jolla on ainakin osittain merkitystä matematiikan oppimisen alkuvaiheissa enemmän kuin myöhemmässä vaiheessa ja siksi tärkeä tutkimuksen kohde varhaisten aritmeettisten taitojen kehitymisessä.

1.1 Yhteenlaskutaito aritmeettisten taitojen pohjana

Matemaattiset taitoerot kasvavat koulunkäynnin edetessä, joka näkyy vahvasti aritmeettisten taitojen kehityksessä (Aunola & Nurmi, 2018). Aritmeettisillä taidoilla tarkoitetaan yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskua, jotka kehittyvät hierarkkisessa järjestyksessä. Opetussuunnitelman mukaan taidot kehittyvät kumulatiivisesti, jonka myötä opetus etenee systemaattisesti (Opetushallitus, 2014). Aritmeettiset taidot kehittyvät tutkitusti hierarkkisessa järjestyksessä. Yhteenlasku taidolla on yhteys vähennyslasku taidon kanssa, kuin myös näiden taitojen yhteys kertolasku taitoon. Aritmeettisistä taidoista ensimmäisenä kehittyvät yhteen- ja vähennyslaskutaidot, jotka kehittyvät asteittain. (Xu ym., 2021).

Aritmetiikan perustaitojen oppiminen edellyttää ymmärrystä lukujen muodostamasta järjestyksestä ja kykyä hajottaa lukuja sekä matemaattisia suhteita (matemaattis-loogiset periaatteet, aritmeettiset periaatteet, matemaattiset symbolit, paikka-arvo ja kymmenkantajärjestelmä). Edellä mainitut taidot tulisi hallita jo ennen koulun aloitusta, joka voi vaikuttaa numeeristen perustaitojen ennustettavuuteen aritmeettisten taitojen kehitymisessä. (Parviainen, 2019). Ennen koulun alkua lapsi kykenee jo likimääräiseen aritmetiikkaan (pystyy vertailemaan esim. kumpi on suurempi $20+31$ vs 34) ja tällä taidolla on vaikutusta myöhempään aritmeettiseen taitoon (Wei, 2023). Ennen tarkkaa aritmeettistä taitoa lapsen tulisi hallita erilaisia numeerisia taitoja.

Varhaisista aritmeettisistä taidoista tyypillisesti kehittyy ensimmäisenä yhteenlaskutaito, joka vaatii vähiten ongelmanratkaisutaitoja. Yhteenlaskutaito ke-

hittyy erilaisten laskustrategioiden kautta. Yksinumeroisilla yhteenlasku strategia kehittyi ensin laskien kaikki yksiköt yhteen alusta alkaen, käyttäen apuna objekteja kuten sormia. Tämän jälkeen lapsi oppii laskemaan ensimmäisestä luvusta eteenpäin (esimerkiksi $2+3$, aloitetaan luvusta 2), jonka jälkeen lapsi oppii aloittamaan suuremmasta luvusta laskemista. (Carpenter & Moser 1984). Lukujen hajottaminen ja tuttujen yhdistelmien käyttäminen mallintaa seuraavaa vaihetta yhteenlasku strategiassa. Tällä tarkoitetaan esimerkiksi $4+5$ laskun ratkaisemista yhdistämällä ensin tutun tupla numeron $4+4=8$, johon lisää vielä yhden. (Laski ym. 2013). Yhteenlasku taidossa liikutaan lukujonolla eteenpäin, joka on helpompi hallita kuin taaksepäin liikkuminen lukujonolla, jonka myötä yhteenlasku taito kehittyi ensimmäisenä. Aritmeettiselle kehitymiselle on ominaista laskemisen tavan eli laskustrategioiden muuttuminen taidon kehittyessä. (Aunola & Nurmi 2018). Nämä laskustrategia muutokset saattavat olla yksi merkittävä vaikuttaja siihen, miten tai miksi numeeriset taidot vaikuttavat yhteenlaskusujuvuuteen eri luokka tasoilla erilaisin tavoin.

Yhteenlaskutaito on ennustava tekijänä matemaattistentaiteiden alkuvaiheessa aritmeettiselle sujuvuudelle, jonka myötä on perusteltua ottaa tarkastelun kohteeksi yhteenlaskusujuvuus. Matemaattisten taitojen oppiminen ei ala vasta koulussa, vaan aritmeettiset taidot pohjautuvat varhaisemmin kehittyviin numeerisiin taitoihin. Yllä olevat havainnot ja tutkimustulokset viittaavat siihen, että yhteenlaskusujuvuutta ennustaviksi tekijöiksi kannattaa valita numeeriset taidot.

1.2 Numeeristen taitojen kehittyminen

Tässä tutkimuksessa käytettävän numeeristen taitojen viitekehys pohjautuu Aunio ja Räsänen (2016) luomaan taitorypäsmodellin laskemisen taitoihin, joka sisältää numerosymbolin hallinnan, lukujonotaidot sekä lukumäärän laskemisen taidot. Tässä tutkimuksessa tarkastellaan numeerisista taidoista lukujono, lukujen suuruus vertailu (kumpi luku on suurempi) ja lukukäsite (mitä esim. luku viisi on esineinä) taitoja. Hierarkkisen kehittymisen etenemisen kannalta, on tärkeää

ymmärtää miten matematiikan osa-alueet (numeeriset taidot ja aritmeettiset taidot) ovat yhteydessä toisiinsa.

Varhaisia numeerisia taitoja (lukukäsite, lukujen suuruusvertailu, lukujonotaidot) on tutkittu peruslaskemisen taitojen ennustajana. Tutkimus tulokset osoittavat, että matemaattisesti heikko taitoisilla lapsilla puutteita löytyi kirjoitettujen numerosymbolien ja määrien taidoissa. (Salminen ym. 20189). Lukujen suuruusvertailu taidoissa ei symbolinen taito kehittyä ennen symbolista taitoa. Symbolisella suuruusvertailulla näyttää kuitenkin olevan suurempi vaikutus matemaattisten taitojen kehittymiseen, mutta ei symbolisella suuruusvertailulla on enemmän merkitystä alkutaitojen varhaiseen havainnointiin. (Schneider ym. 2016). Symbolisen lukujen suuruusvertailun merkitystä aritmetiikan taitoihin ovat tutkineet myös Wei ym. (2023), jonka tulokset osoittivat symbolisella numero vertailulla olevan yhteys likimääräiseen symboliseen aritmetiikkaan. Tämä ei suoranaisesti tarkoita, että yhteyttä olisi aritmeettiseen sujuvuuteen.

Lukukäsite taidot ovat myös vahva ennustava tekijä numeeristen taitojen kehityksessä, etenkin matemaattisten taitojen kehittymisen alkuvaiheessa (Koponen ym. 2016). Lukukäsite taidolla tarkoitetaan lukusanan ja numeron yhteys lukumäärään, jolla merkittävä vaikutus numeeristen taitojen kehityksessä (Johansson 2005). Lukukäsite taito kehittyä kaardinaalisuus ajattelusta. Lapsi laskee asioiden määrää, jossa viimeiseksi lueteltu numero nimi edustaa asioiden kokonaismäärää. Tämän myötä lapsi oppii ymmärtämään yksi-yhteen vastaavuuden (viisi asiaa tarkoittaa lukua viisi). Lukukäsitteen kehittymiseen liittyy subitointi vahvasti, jossa lapsi kykenee tunnistamaan lukumäärän ilman laskemista. Lukukäsite taitoa tarvitaan myös lukujen vertailemisessa. (Leavy & Hourigan 2017). Lukukäsite taidon kehittyessä lapsi oppii tunnistamaan säännönmukaisuuksia, joiden avulla opitaan muodostamaan ja käyttämään tarkempia laskustrategioita aritmeettisissä tehtävissä. (Johansson 2005). Lukukäsite- ja lukujono taidot ovat yhdessä merkittävä yhdistelmä aritmeettisten taitojen kehittymisessä (Fuson 1982).

Ainola ja Nurmi (2018) esittävät tutkimustulosten osoittavan myös lukujonotaitojen olevan yksi tärkeimmistä osa-alueista matemaattisten taitojen kehittämisessä. Lukujonotaidoissa lapsi oppii ensin liikkumaan eteenpäin lukujonolla (1,2,3...), jonka jälkeen oppii aloittamaan lukujonon keskeltä luettelemisen (5,6,7...) tai luettelemaan tapaperin lukujonoa (5, 4, 3...). Lopulta lapsi kykenee luettelemaan lukuja myös hyppäyksittäin (2,4,6...). Näillä taidoilla on merkitys edellä mainittuun Fuson (1982) esittämän laskemisen taidon kehittymiseen.

Numeeristentaitojen kehityksen kannalta on tärkeää tunnistaa numeeristen taitojen kehityksen järjestys ja ymmärtää niiden merkitys aritmeettistentaitojen sujuvuuden kehittymisen kannalta (Xu 2021; Vogel 2018). Numeeriset taidot esim. lukumäärienlaskeminen, numero vertailu, lukujonotaidot ja aritmeettiset operaatiot tarvitsevat suunnitelmallista harjoittelua kehittyäkseen (Östergren & Träff 2020).

1.3 Numeeristen taitojen yhteys aritmetiikkaan

Monen tutkimuksen mukaan numeerisilla taidoilla on yhteys aritmeettisten taitojen kehitykseen ja tuovat esille oikean aikaisen sekä järjestyksen taitojen kehittämisen parantamiseksi. (Xu 2021; Vogel 2018; Östergren & Träff 2020). Tällainen oikean aikainen ja järjestyksellinen oppiminen vaatii ymmärrystä siitä, millä taidon osa-alueella on minkäkin verran merkitystä esim. aritmeettisten taitojen kehittymiselle. Aritmeettisten taitojen sujuvuuden kehittymistä tutkittaessa on hyvä ottaa mukaan numeeriset taidot.

Yksinumeroisilla laskeminen eli varhaiset aritmeettiset taidot riippuvat numeerisista taidoista (Träff ym. 2020). Lukujonotaidot ovat yksi numeerisista taidoista, joiden on osoitettu olevan merkittävä aritmeettisten taitojen kehityksen ennustaja (Koponen ym. 2016). Lukukäsite taidot ja niiden käyttäminen ovat tärkeä osa aritmeettistä kehitystä (Xu:n ym. 2005). Lukukäsite taidot nousevat esille Johanssonin (2005) tutkimuksessa aritmeettisten taitojen kehittymisen kannalta olennaiseksi taidoksi. Numeerisista taidoista lukujen suuruusvertailulla on vai-

kutusta aritmetiikan kehittymiseen (Wei ym. 2023). Tässä tutkimuksessa käytettävillä numeerisella taidoilla on tutkitusti yhteys aritmeettistentaitojen kehittymiseen erikseen tutkittuna.

Laskutaidon kehitys lähtee liikkeelle ensin luettelemalla laskemalla ja myöhemmin tietoa aletaan ottamaan muistista. (Aunio & Räsänen 2016). Muistin varainen toiminta voisi olla yksi merkittävä selittäjä siihen, onko numeerisilla taidoilla vielä ennustavaa merkitystä 3. luokan kohdalla, koska laskustrategiat kehittyvät kolmannen luokan kohdalla muistista ottamiseen.

Aritmeettinen sujuvuus tarkoittaa tarkkaa oikein vastaamista eli mahdollisimman vähän virheitä, johon Aunola ym. (2004) tutkimus osoitti laskentataitojen (lukumäärä laskeminen, lukujono) merkittävyydellä olevan suuri vaikutus. Heidän tutkimuksessaan tuotiin esille juuri pedagogisesta näkökulmasta laskentataitoihin huomion kiinnittäminen ja tarvetta löytää matemaattisten osataitojen kehitysteorioita.

Ennen sujuvaa aritmeettista taitoa kehittyä symbolinen likimääräinen aritmetiikka, jolla on merkitystä matemaattisiin taitoihin. Numeroiden suuruusvertailu kehittyä ennen lukujono taitoa, joka kehittyä merkittävästi 1.-3. luokan aikana. (Wei ym. 2023). Lukujonotaitoja ennen kehittyä lukukäsite taito. Nämä kaksi taitoa yhdessä ennustavat aritmeettisten taitojen sujuvuutta. (Koponen 2016).

Aikaisempien tutkimuksien perusteella voimme huomata numeeristen taitojen olevan ennustavana taitona aritmeettiselle sujuvuudelle. Jokaisella numeerisella taidolla on jonkinlainen yhteys aritmeettisiin taitoihin, mutta niiden yhteisvaikutusta ei olla tutkittu. Tutkimukset eivät kerro onko numeeristen taitojen kehittämisessä hierarkkista järjestystä.

1.4 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset

Aiempien tutkimuksien mukaan aritmeettiset taidot kehittyvät hierarkkisesti (Xu ym., 2021; Träff ym., 2020), jonka myötä on perusteltua ottaa tutkimuksen kohteeksi aritmeettisistä taidoista ensimmäiseksi kehittyvä yhteenlaskutaito,

joka ei sisällä vielä mustin varaista toimintaa heti alkuun. Yhteenlaskutaito kehittyi askeleittain numeerisia taitoja apuna käyttäen. Opetussuunnitelman (Opetushallitus 2014) mukaan aritmeettisista taidoista ensin opetetaan yhteenlaskutaito. Opetussuunnitelma on linjassa tutkimustuloksien kanssa siitä, minkälaisia taitoja tarvitaan aritmeettisten taitojen pohjalle.

Aritmeettisten taitojen kehittymiseen vaikuttaa tutkimuksien (Koponen ym. 2016; Aunola ym. 2004; Träff ym. 2020; Östergren & Träff 2013) mukaan numeeriset taidot. Näiden taitojen hierarkkista yhteyttä aritmeettistentaitojen kehittymiseen tutkimukset eivät silti kerro. Tutkimus tuloksista saatu tieto antaa ymmärtää, että lukujen suuruusvertailulla, lukujonotaidoilla ja lukukäsite taidoilla olisi yhteys aritmetiikan sujuvuuden kehittymiseen. Aiemmat tutkimukset eivät ole käsitelleet yhtä aikaa kaikkia numeerisia taitoja aritmeettisen sujuvuuden kehittämisessä, jonka avulla saadaan tietoa numeeristen taitojen yksilöllisestä vaikuttavuudesta, kun muita numeerisia taitoja huomioidaan. Pitkittäistutkimuksen avulla on myös mahdollista saada selvitettyä numeeristen taitojen merkittävyys taitojen kehittyessä.

Tutkimuksissa (Vogel ym. 2018; Träff ym. 2020) nousi esille numeeristentaitojen vaikutus aritmeettisen sujuvuuden kehittymiseen 1-3-luokilla. Onko tämä se kohta, jossa perusnumeeristentaitojen harjoittelu tulisi olla voimakkainta? Vai onko näillä taidoilla vielä merkitystä matemaattistentaitojen kehittymiseen myöhemmin?

Tämän pro- gradun tarkoituksena on kiinnittää huomiota numeerisiin taitoihin juuri aritmeettisista taidoista yhteenlasku sujuvuuden kehittymiselle ennustajana, löytääksemme matematiikan opetukselle tärkeitä osa-alueita. Tehtävänä on saada tietoa missä määrin numeeriset taidot selittävät aritmeettisista taidoista yhteenlasku sujuvuuden kehittymistä. Tarkoituksena on kartoittaa mikä numeerinen taito ennustaa eniten aritmeettisen sujuvuuden kehittymisen vai selittävätkö kaikki numeeriset taidot yhdessä kyseisen taidon kehittymisen. Pitkittäistutkimuksen avulla saamme tarkennettu numeeristentaitojen merkityksen muuttumista ensimmäisen vuosiluokan ja kolmannen vuosiluokan kohdalla.

1. Missä määrin numeeriset taidot (lukujono, lukukäsité ja lukujen suurusvertailu) ovat yhteydessä yhteenlaskusujuvuuteen 1. - luokalla?
 - a) Mikä on numeerisen taidon yhteys laskusujuvuuteen
 - b) Mikä on numeerisen taidon oma selitysosuus, kun muut numeeriset taidot huomioitu

2. Missä määrin numeeriset taidot (lukujono, lukukäsité ja lukujen suurusvertailu) ovat yhteydessä yhteenlaskusujuvuuteen 3. -luokalla ja muuttuvatko niiden yhteys yhteenlaskusujuvuuteen 3. -luokalla?
 - a) Mikä on numeerisen taidon yhteys laskusujuvuuteen
 - b) Mikä on numeerisen taidon oma selitysosuus, kun muut numeeriset taidot huomioitu

3. Ovatko numeeristen taitojen yhteydet erilaisia eri luokka-asteilla?

Aikaisempien tutkimuksien perusteella oletimme, että numeerisilla taidoilla on suuri vaikutus yhteenlaskusujuvuuteen, mutta löytyykö uniikkeja yhteyksiä (kun muut numeeriset taidot on huomioitu). Oletimme myös lukujonotaidoilla olevan suurin vaikuttavuus numeerisista taidoista yhteenlaskusujuvuuteen aikaisempien tutkimuksien perusteella, mutta muuttuuko selittävin taito taitojen kehittyessä.

2 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

2.1 Tutkimuskonteksti ja osallistujat

Tämän tutkimuksen tekoon käytetty aineisto on osa Lasten luku- ja laskutaidon sujuvuus -hankkeen FLARE (Fluency Arithmetic Reading) aineistoa. FLARE-hanke oli kaksivuotinen pitkittäistutkimus, joka käynnistyi vuonna 2016. Aineisto on kerätty vuosina 2016-2018 viidellä eri mittauskerralla. FLARE hankkeessa tutkitaan lukemisen ja aritmeettisten taitojen sujuvuuden kehitystä sekä sujuvuusvaikeuksien taustalla olevia tekijöitä. Hankkeen tavoitteena on saada uutta tietoa sujuvuuden kehityksestä sekä siihen liittyvistä haasteista. FLARE-hankkeeseen osallistui hankkeen alussa 200 peruskoulun oppilasta, joista oli 103 tyttöjä (51,5 %) ja 97 poikia (48,5 %).

Tässä tutkimuksessa käytetty aineisto on kerätty 1.- (n=200) ja 3.- luokan (n=197) keväällä eli tutkimusaineiston keruun ensimmäisellä ja viimeisellä mittauskerralla. Suurin osa oppilaista osallistui molemmilla mittauskerroilla. Tutkimukseen osallistuneet oppilaat olivat suomea puhuvia, jonka myötä voimme päätellä, ettei tehtävien tekemiseen tai ohjeiden ymmärtämiseen ei ole vaikuttanut kielitaito. Tämän tutkimuksen aineisto koostuu yhteenlaskusujuvuus, lukujen vertailu, lukujono sekä numero-määrä (lukukäsite) vastaavuus tehtävistä.

2.2 Tutkimus aineiston keruu ja mittarit

Aineistonkeruun toteutettiin tehtävään koulutettujen tutkimusavustajien avulla. Testit teetettiin yksilö- ja ryhmätestauksena. Yksilötestit (lukujono taidot) toteutettiin kahden kesken oppilaan kanssa erillisessä tilassa, lukukäsite ja lukujen suurusvertailu tehtävät suoritettiin tietokoneella pienryhmittäin käyttäen kuulokkeita ja ryhmätestauksessa (yhteenlaskusujuvuus) jokainen oppilas teki itsenäisesti tehtävät lomakkeelle luokkahuoneessa.

Yhteenlaskusujuvuuden mittarina käytettiin molemmilla mittaus kerroilla yksinumeroisilla (esim. 2+4) tehtäviä yhteenlasku tehtäviä. Laskujen laskemiseen käytettiin 2 minuuttia ja lapsi suoritti mahdollisimman monta tehtävää (120)

annetussa ajassa. Vastauksista katsottiin oikein vastatut tehtävät, joista sai pisteen. Oikeista vastauksista muodostettiin summamuuttuja.

Numero vertailu taitoa mitattiin tehtävässä, jossa vertailtiin kahta lukusymbolia, joista tuli tunnistaa suurempi. Tehtävä suoritettiin tietokoneavusteisesti. Tehtävät alkoivat tietokoneen ohjeistuksella, jossa oppilaalle kerrottiin, että pelaan peliä suurempi luku voittaa. Ohjeistus kertoi oppilaalle, miten pelissä vastataan. Ohjeistuksen jälkeen oppilas pääsi harjoittelemaan vastaamista harjoitustehtävien avulla (H1: 1-2 H2: 2-5 H3: 9-7). Harjoitus kerroilla tietokone ohjeisti vielä väärin vastauksien kohdalla katsomaan tarkasti, esim. kaksi on suurempi kuin yksi, paina siis näppäimistöä luvun kaksi puolelta (oppilas painoi vielä oikein). Tämän jälkeen alkoi varsinainen tehtävä, jossa oli 30s aikaa. Oikeasta vastauksesta sai pisteen ja väärästä vastauksesta sai miinus pisteen.

Numero-määrä vastaavuus eli tässä tutkimuksessa käytetty lukukäsite taitoa mitattiin tehtävällä, jossa käytettiin numerosymbolia viisi vertailu kohteena, johon tuli verrata näkyvillä olevia lukumääriä ja onko niitä yhtäsuuri määrä. Tehtävä suoritettiin tietokone avusteisesti. Tehtävän alkuun oppilaalle annettiin ohjeet, joissa kerrottiin vertailtavana lukuna olevan viisi ja alapuolella olevan kaksi lukumäärä laatikkoa. Tehtävä on väittämä muotoinen, jossa oppilaan tuli laskea kahden laatikon lukumäärät ja vastata onko laatikoissa yhteensä viisi. Oppilaan tulisi vastata kyllä tai ei. Oppilas saa kaksi esimerkkiä, joissa toinen kuvastaa kyllä vastaus tehtävää ja toinen ei vastaus tehtävää. Ohjeiden jälkeen oppilas sai kolme harjoitustehtävää, joissa tietokone antaa palautteen (hyvä juuri noin tai katso tarkasti laatikoissa on..., ja odotettiin oppilaan vastaavan oikein). Tämän jälkeen aloitettiin varsinainen tehtävä, jonka suorittamiseen oli 30s aikaa.

Lukujono taitoja mitattiin neljällä tehtävällä. Kaksi tehtävää olivat lukujonon luettelemista eteenpäin. Ensimmäinen tehtävä aloitettiin luettelemalla lukujonon alusta (1,2,3...), johon oli aikaa 30s ja tämän jälkeen lukujonon keskeltä (17,18...) mahdollisimman monta 30s aikana. Toisessa eteenpäin lukujonon luettelemisen tehtävässä harjoiteltiin ensin parittomien lukujen (1,3,5 ...) osaamista 30s ajan, jonka jälkeen siirryttiin nopeustestiin, jossa luettiin parittomia lukuja

niin paljon kuin kerkesi 30s aikana. Toiset kaksi tehtävistä olivat lukujonon luettelemista taaksepäin. Ensin lapsi sai harjoitella luvuista 5 taaksepäin luettelemista (5,4,3...) ja sitten pyydettiin luettelemaan luvusta 17 (17,16,15...) taaksepäin. Tämän jälkeen pyydettiin luettelemaan luvusta 20 taaksepäin (20, 19, 18...) niin nopeasti kuin pystyy, tehtävän tekemiseen oli 30s aikaa. Viimeiseksi pyydettiin luettelemaan luvusta 52 taaksepäin (52, 51, 50...) ensin harjoituksen omaisesti ja tämän jälkeen niin nopeasti kuin pystyy. Näidenkin tekemiseen oli 30s aikaa kumpaankin.

2.3 Aineisto analyysi

Tämä tutkimus analysoitiin määrällisin tutkimus menetelmin. Analyysit suoritettiin SPSS 28- ohjelmistolla. Analyysia varten lukujonotaitotehtävän neljä osiota yhdistettiin standardoimalla ensin kunkin osion pistemäärä (muuttujan arvosta vähennetään sen keskiarvo ja jaetaan hajonnalla), ja laskemalla standardoitujen osioiden keskiarvo, jotta eri osiot painottuivat muuttujassa samassa suhteessa. Lukujonotaidot mittarin reliabiliteettia oli hyvä tutkia cronbach alfaker-toimen avulla. Reliabiliteetti arvon tulisi olla enemmän kuin 0.60, jotta mittaria voidaan pitää luotettavana. (Metsämuuronen 2003, s.395). Lukujono taitojen mittarin reliabiliteetti oli .836, joten mittaria voidaan pitää luotettavana. Aikarajallisten muuttujien reliabiliteettia ei voitu laskea, koska kaikki vastaajat eivät yrittäneet kaikkia osioita. Osiot olivat satunnaisjärjestyksessä, ei vaikeutuvassa.

Regressioanalyysin ennakko oletuksia tarkasteltiin ensin, joita ovat muuttujien normaalijakautuneisuus, selitettävän ja selittävien muuttujien väliset korrelaatiot sekä mahdollinen multikollinearisuus (muuttujien keskinäinen korrelaatio) ja riittävän suuri otoskoko. (Nummenmaa 2010).

Normaalijakautuneisuutta tutkittaessa havainnoimme pientä vinouttaa ja huipukkuutta monimuuttujaista tilastollista menetelmää varten. Normaalijakautuneisuutta tutkittaessa (bloxplots) otoksesta löytyi yksittäisiä outlieriä, jotka olivat harvinaisen poikkeavia verrattuna muihin havaintoihin (enemmän kuin 3 kertaa keskihajonta laatikon mittaa ja 25% kvartaalia pienempi/suurempi) eli ne

eroavat dramaattisesti datan normaalista tai tavanomaisesta mallista tai käyttäytymisestä. (Metsämuuronen 2011, 643). Selkeästi heikosti suoriutuneiden poikkeavat havainnot saattavat johtua vastaus tavasta (arvailu) tietokoneavusteisissa tehtävissä, joissa kaksi vaihtoehtoa. Poistimme kaksi (2) selkeästi poikkeavat havainnot 1- luokan numero vertailusta sekä 3- luokan numero vertailusta kuusi (6) ja lukukäsitteestä yhden (1) poikkeavan havainnon. Poikkeavien havaintojen poistaminen teki muuttujista normaalijakautuneempia ja regressioanalyysin tekeminen on mahdollista (kts. taulukko 1).

Analysoimme muuttujia Pearsonin korrelaatio kertoimella. Vertasimme lisäksi Pearsonin korrelaatioita Spearmanin järjestyskorrelaatioihin numeeristen taitojen osalta, koska muuttujissa oli hiukan vinoutta ja huipukkuutta. Korrelaatiot olivat suuruusluokaltaan samoja, jonka myötä raportoimme vain Pearsonin korrelaatiot tuloksissa. Korrelaatio tarkastelussa huomioimme myös multikollinearisuuden mahdollisuuden selitettävien muuttujien välillä. Ennakko oletuksena voidaan pitää selittävien eli numeeristen taitojen yhteyttä toisiinsa. Selittävät muuttujat korreloivat keskenään kohtalaisesti. Multikollinearisuus tarkastelussa VIF arvot vaihtelivat 1.- luokalla välillä [1.226, 1.349] ja 3.- luokalla välillä [1.137, 1.417]. VIF -arvojen ollessa suurempi kuin 1, mutta pienempi kuin 5 muuttujat korreloivat keskenään kohtalaisesti (Shrestha 2020).

Lisäksi tarkastelimme regressioanalyysien jäännöksiä, koska muuttujat eivät olleet täysin normaalijakautuneita. Jäännöksiä tarkastelmalla voidaan tarkastaa regressioanalyysiin sisältyvät oletukset normaalijakautuneisuudesta, lineaarisuudesta ja jäännösten homoskedastisuudesta (Tabachnick & Fidell 2014, 161).

Korrelaatioiden lisäksi analysoimme aineistoa lineaarisen regressioanalyysin avulla tutkiaksemme numeeristen taitojen yhteyttä yhteenlaskusujuvuuteen. Korrelaatiokertoimen neliön (r^2) avulla voidaan kertoa, kuinka paljon toisella muuttujalla voidaan selittää toista muuttujaa. Regressioanalyysillä voidaan tutkia myös monen muuttujan yhtäaikaista vaikutusta (multiplekorrelaatiokerroin), joka kertoo kuinka paljon muuttujien joukko yhdessä selittää selitettävästä muuttujasta. (Metsämuuronen 2011, 710). Analysoimme ensimmäisen luokan ja kolmannen luokan tulokset erikseen, koska halusimme nähdä juuri tietyn luokan

yhteenlaskusujuvuuteen yhteydessä olevia numeerisia taitoja. Regressiomalli tehtiin erikseen tutkimuskysymykselle 1 ja 2, koska niillä oli omat selittävät numeeriset muuttujat. Regressioanalyysillä tutkimme, onko numeerisilla taidoilla omaa yhteyttä yhteenlasku sujuvuuteen, kun muiden numeeristen taitojen vaikutus kontrolloitu. Selitettävänä muuttujana regressioanalyysissä on yhteenlaskusujuvuus (addition fluency) ja selittävinä muuttujina olivat lukujonotaidot (counting fluency), lukujen suuruusvertailu (number comparison) sekä lukukäsite (number concept)

2.4 Eettiset ratkaisut

FLARE-hankkeen toteuttamisessa noudatettiin tutkimuseettisiä periaatteita. Hankkeen tekemiseen pyydettiin Jyväskylän yliopiston eettisen toimikunnan lausunto, joka noudattaa Tutkimuseettisen neuvottelukunnan ohjeistusta. Tutkimukseen osallistuminen perustui vapaaehtoisuuteen. Tutkimukseen osallistumisesta pyydettiin tutkittavien lasten vanhemmilta kirjallinen suostumus tutkimukseen osallistumisesta. Tutkimukseen osallistumisen pystyi keskeyttämään halutessaan missä tahansa tutkimuksen vaiheessa.

Tämän tutkimuksen aikana tutkimusaineistoa käsiteltiin hyvän tieteellisen käytännön mukaisesti ja sitä säilytettiin asianmukaisesti tutkittavien yksityisyydestä huolehtien vain yhden tietokoneen kiintoasemalla, eikä siitä ole kopioita. Ennen aineiston luovuttamista analysointiin aineisto on pseudonomisoitu eli lasten tunniste tiedot on poistettu. Tutkimuksen teon jälkeen tutkimuksen tekoon käytetty aineisto tuhotaan asianmukaisesti.

Tutkimuksen tekemisessä on huolehdittu tiedon tarkkuudesta ja rehellisyydestä. Raportoinnissa kiinnitetty huomiota tekstin luonteeseen, ettei se ole harhaanjohtava tai anna vääristyneitä mielikuvia tuloksista. Tutkimuksen tekemiseen käytettyjen lähteiden viittaamisessa on noudatettu huolellisuutta ja täsmällisyyttä. Tutkimuksen prosessi on pyritty kuvaamaan mahdollisimman tarkkaan ja näin ollen olisi mahdollista toistaa sama tutkimus myöhemminkin.

3 TULOKSET

Taulukossa 1 on esitetty muuttujien väliset Pearsonin korrelaatiokertoimet sekä muuttujakohtaisten havaintojen keskiarvot, keskihajonnat, vinous ja huipukkuus. Taulukossa 2 on esitetty 1. luokan ja taulukoissa 3 on esitetty 3. luokan lineaarisen regressioanalyysin tulokset.

TAULUKKO 1 PEARSONIN JÄRJESTYSKORRELAATIO KERTOIMET 1.- JA 3. -LUOKALLA SEKÄ KESKIARVO, KESKIHAJONTA, VINOUS JA HUIPUKUUUS

1. vuosiluokka				
Muuttujat	1.	2.	3.	4.
1. Yhteenlasku sujuvuus	-			
2. Numero vertailu taidot	.492**			
3. Lukujono taidot	.648**	.402**		
4. Lukukäsite taidot	.404**	.402**	.306**	-
<i>Ka</i>	9.46	18.72	.00	10.65
<i>Kh</i>	3.76	3.79	.82	3.92
<i>vinous</i>	.64	.81	.32	-.80
<i>huipukkuus</i>	.69	.93	.87	1.10
3. vuosiluokka				
Muuttujat	1.	2.	3.	4.
1. Yhteenlasku sujuvuus	-			
2. Numero vertailu taidot	.465**			
3. Lukujono taidot	.548**	.336**		
4. Lukukäsite taidot	.409**	.494**	.240**	-
<i>Ka</i>	18.18	22.77	.00	15.86
<i>Kh</i>	7.75	3.27	.81	4.80
<i>vinous</i>	.75	-.94	.58	-1.16
<i>huipukkuus</i>	.65	1.30	.08	1.90

Muuttujien korrelaatiot olivat tilastollisesti merkitseviä ($p < .01$). Yhteenlasku-, numerovertailu- ja lukukäsite tehtäviä suoritettiin oikein keskimäärin ensimmäisellä luokalla 9,5-19 ja kolmannella luokalla keskimäärin enemmän kuin 1- luokalla. Lukujonotaidot oli standardoitu muuttuja, jonka takia keskiarvo on 0.

Kaikki numeeristen taitojen korrelaatiot yhteenlaskusujuvuuden kanssa olivat positiivisia eli mitä parempi numeerinen taito, sitä parempi oli yhteenlasku sujuvuus. Numeeriset taidot (lukujono, lukukäsite ja lukujen suuruusvertailu) korreloivat keskenään heikosti ($<.40$) ja kohtalaiset ($.40-.60$) toistensa kanssa 1. ja 3. luokalla, kun taas laskusujuvuus ja numeeriset taidot korreloivat keskenään vahvemmin eli kohtalaisesti ja korkeasti ($.60-.80$) 1. ja 3. luokalla (Metsämuuronen 2002, s.43.) Kaikilla numeerisilla taidoilla on selkeä uniikki oma vaikutus yhteenlaskutaidon vaihtelusta, kun muita numeerisia taitoja ei ole huomioituna.

3.1 Numeeriset taidot ensimmäisellä vuosiluokalla

Aluksi laskusujuvuus taitoa ja numeeristen taitojen yhteyttä tarkasteltiin korrelaatioiden avulla. Samalla tarkasteltiin myös numeeristen taitojen yhteyttä toisiinsa. Yhteenlaskusujuvuuden vaihtelua kanssa korreloi vahvasti lukujono taidot ja heikosti lukukäsite taidot. Numeerisia taitoja tarkasteltaessa suurin korrelaatio on lukujonotaidoilla niin lukukäsite kuin myös lukujen vertailu taitoihin. Heikoimmin korreloivat keskenään lukukäsite ja lukujenvertailu taidot.

Tutkimusongelmana tarkasteltiin, kuinka selittävät muuttujat (lukujono, numerovertailu sekä lukukäsite) ovat yhteydessä lapsen yhteenlasku sujuvuus taitoon ensimmäisen luokan lopulla lineaarisen regressio analyysin avulla. Numeeriset taidot selittivät yhdessä 51% yhteenlaskusujuvuuden vaihtelusta ensimmäisen luokan lopulla ($F(3, 191) = 65.65 p < .001$). Lisäksi tutkittiin lineaarisen regressioanalyysin avulla, missä määrin yksittäin numeeriset taidot ovat yhteydessä yhteenlaskusujuvuuteen.

Taulukossa 2 on esitettyinä lineaarisen regressio analyysin tulokset. Lukujono taidot selittävät itsenäisesti 26 % ja selittää parhaiten numeerisista taidoista yhteenlasku sujuvuuden vaihtelua. Lukujono taitojen regressio kerroin on vahva ($\beta = .508$) kun muut numeeriset taidot ovat huomioituna ja tilastollisesti erittäin merkitsevä ($p < .001$).

TAULUKKO 2 LINEAARISEN REGRESSIOANALYYSIN TULOKSET LUKUJENVERTAILU, LUKUJONO JA LUKUKÄSITE TAITOJEN YHTEYKSISTÄ YHTEENLASKU SUJUVUUTEEN 1. -LUOKALLA

	yhteenlasku sujuvuus
	β
Lukujen vertailu	.230***
Lukujono	.508***
Lukukäsite	.152***
R^2	.508
$F(3, 191) = 65.65 p < .001$	

Huom. *** $p < .001$. β = standardoitu regressiokerroin

Lukukäsite taidot ovat itsenäisesti tilastollisesti merkitseviä (.008) tekijä, mutta selitti vain 2,3 % prosenttia yhteenlaskusujuvuuden vaihtelusta, kun

muiden numeeritentaitojen selitysosuus on huomioitu. Lukukäsite taitojen yhteys on suhteellisen heikko ($\beta = .152$) yhteys yhteenlasku sujuvuuteen yhdessä muiden numeeristen taitojen kanssa. Lukujenvertailut taidot selittävät myös vain 5,3 % yhteenlaskusujuvuuden vaihtelusta, mutta on silti tilastollisesti erittäin merkitsevä ($p < .001$). Yhteys yhteenlaskusujuvuuteen on heikko ($\beta = .230$), kun muut numeeriset taidot ovat huomioituna.

3.2 Numeeriset taidot kolmannella vuosiluokalla ja niiden muutos

Toisena tutkimuskysymyksenä tarkastelimme numeeristen taitojen vaikutusta kolmannella luokalla ja kuinka ne muuttuvat verrattuna ensimmäiseen luokkaan. Numeeriset taidot selittävät yhdessä kolmannella luokalla 42% yhteenlaskusujuvuuden vaihtelusta ($F(3, 189) = 44.87 p < .001$). Numeeristen taitojen selittävä osuus yhteenlaskusujuvuudesta heikentyi ensimmäiseltä luokalta 9 %. Numeeriset taidot selittivät yhdessä tilastollisesti merkitsevästi yhteenlaskusujuvuuden vaihtelua. Lineaarisen regressiomallin avulla selvitettiin numeeristen taitojen itsenäisiä ja jaettua selitysosuutta (taulukko 3) 3. luokalla.

Lukujono taidot oli suurin selittävä tekijä 1. luokalla yhteenlaskusujuvuuden vaihtelusta ja 3. luokalla tämän itsenäinen vaikutus yhteenlasku sujuvuuden vaihtelusta oli 18,7 % prosenttia. Lukujono taitojen selityssaste pieneni ensimmäiseen luokkaan verrattuna 7,3 % prosenttia. Lukujono taitojen regressio kerroin on edelleen vahvin ($\beta = .432$) ja tilastollisesti erittäin merkitsevä ($p < 0.001$).

TAULUKKO 3

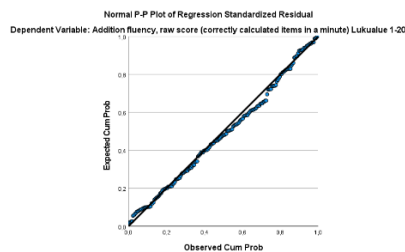
LINEAARISEN REGRESSIOANALYYSIN TULOKSET LUKUJENVERTAILU, LUKUJONO JA LUKUKÄSITE TAITOJEN YHTEYKSISTÄ YHTEENLASKU SUJUUVUUTEEN 3. -LUOKALLA

	yhteenlasku sujuvuus
	β
Lukujen vertailu	.224***
Lukujono	.432***
Lukukäsite	.193***
R^2	.422
$F(3, 189) = 44.87 p < .001$	

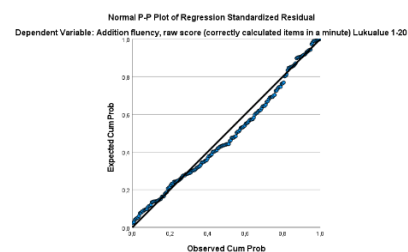
Huom. *** $p < .001$. β = standardoitu regressiokerroin,

Lukukäsite taito selittää itsenäisesti 3,7 % yhteenlaskusujuvuuden vaihtelusta. Yhteys yhteenlaskusujuvuuteen on heikko ($\beta = .193$), joka on tilastollisesti erittäin merkitsevä ($p < 0.001$). Lukukäsite taitojen itsenäinen selitysaste yhteenlasku sujuvuudesta kasvoi 1,4 % 1. -luokkaan verrattuna. Lukujenvertailu taidot selittävät 3. -luokalla 5% yhteenlasku sujuvuuden vaihtelusta. Itsenäinen selitys osuus heikkeni 1.- luokalta 3. -luokalle siirryttäessä 0,3 %. Lukujenvertailu taitojen yhteys yhteenlasku sujuvuuteen on edelleen suhteellisen heikko ($\beta = .224$), mutta on tilastollisesti merkitsevä (0.008).

3.3 Jäännöstarkastelu



KUVA 1 JÄÄNNÖSTARKASTELU 1. LUOKKA



KUVA 2 JÄÄNNÖSTARKASTELU 3. LUOKKA

Jäännösten jakauma 1. -luokalla noudatti normaalijakaumaa (kuva1). Siron-takuvion tarkastelu paljasti, että selittävien ja selitettävän muuttujan välinen yhteys oli systemaattinen. 3. -luokalla jäännösten jakauma (kuva2) oli hiukan va-semmalle vino ja muuttujien välinen siron-takuvio suhteellisen lineaarinen. (Met-sämuuronen 2003). Regressiosuoraa tarkasteltaessa jäännökset eivät asetu tar-kasti suoralle, vaan sen läheisyyteen noudattaen regressiosuoran suuntaa. Jään-nösten tulisi olla homoskedastisesti jakautuneita ja tässä tapauksessa tämä toteu-tuu (Tabachnick & Fidell 2014, 163).

4 POHDINTA

4.1 Tulosten tarkastelua

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää kolmen numeerisen taidon (lukujono, lukukäsite, lukujenvertailu) yhteyttä yhteenlaskutaidon sujuvuuteen. Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä selvitimme, kuinka numeeriset taidot ja yhteenlaskusujuvuus olivat yhteydessä toisiinsa 1. -luokalla. Tarkastelimme myös numeeristen taitojen itsenäistä ja jaettua selitysosuutta yhteenlasku sujuvuuden vaihtelusta. Toisena tutkimuskysymyksenä selvitimme numeeristen taitojen yhteyttä yhteenlaskusujuvuuteen 3. -luokalla ja kolmantena tutkimuskysymyksenä tarkastelimme, kuinka numeeristen taitojen yhteys yhteenlasku sujuvuuteen muuttuu verrattuna 1. -luokkaan.

Numeeristen taitojen yhteydet yhteenlaskun sujuvuuteen. Numeeristen taitojen ja yhteenlasku sujuvuuden välillä havaittiin tilastollisesti merkitseviä yhteyksiä. Itsenäiset selitys osuudet numeerisissa taidoissa vastasivat tuloksia, joita on esitetty aiemmissa tutkimuksissa, joissa numeerisilla taidoilla on ollut vahva yhteys matemaattisten taitojen kehittymiseen. (Wei ym 2023; Koponen 2016; Ainola & Nurmi 2018). Tässä tutkimuksessa yhteenlaskusujuvuuden ja numeeristen taitojen välisten korrelaatioiden havaittiin olevan voimakkuudeltaan heikkoja ja kohtalaisia. Kaikki numeeriset taidot korreloivat merkitsevästi yhteenlaskusujuvuuden kanssa positiivisesti. Tämä tarkoittaa sitä, että numeerisilla taidoilla on merkittävyyttä yhteenlaskusujuvuuden kehittymisen kanssa. Ensimmäisellä luokalla lukukäsite taidoilla oli pienin yhteys yhteenlasku sujuvuuteen, kun taas lukujonotaidoilla näyttää olevan suurin selitysosuus tämän taidon kehittymiseen. Numeeristen taitojen yhteyttä toisiinsa myös löytyy kohtalaisesti. Oletus multikollinearisuudesta ei kuitenkaan toteutunut.

Tässä tutkimuksessa havaitut numeeristen taitojen ja yhteenlasku sujuvuuden väliset yhteydet voivat selittyä sillä, kun matemaattiset taidot kehittyvät hierarkkisesti ja osittain päällekkäin. Edelliset tutkimukset ovat tutkineet numeerisia taitoja erikseen, joiden mukaan lukujonotaidot ovat olleet merkittäviä matemaattistentaitojen kehittymisessä (Ainola & Nurmi 2018; Koponen 2016). Tämän

tutkimuksen tulos on linjassa edellisten tutkimuksien mukaan. Lukujono taidoilla oli voimakkain yhteys yhteenlasku sujuvuuden kehittämisessä koko alkuopetuksen ajan, jonka jälkeen tämän taidot merkitsevyys lähti laskuun.

Numeeristen taitojen jaettu ja itsenäinen selitysosuus yhteenlaskusujuvuudesta. Toisena tarkastelimme numeeristen taitojen ja yhteenlasku sujuvuuden välistä yhteyttä regressiomallien avulla molemmilla luokilla. Itsenäiset selityssasteet olivat tilastollisestimerkitseviä, joka selittää kaikkien numeeristen taitojen olevan tärkeitä opetuksen kannalta. Jokaisella numeerisella taidolla on oma selittävä vaikutus, kun muut numeeriset taidon on huomioituna. Ilman jotakin tutkimuksessa käytettyä numeerista taitoa ei kehitys yhteenlaskusujuvuuden suhteen olisi samanlainen.

Edelliset tutkimukset osoittivat myös eri numeeristen taitojen olevan merkitseviä aritmeettisten taitojen kehittämisessä (Parviainen 2019). Lukujono taidot olivat vahvasti yhteydessä niin itsenäisesti kuin jaettunakin, joka merkitsee tämän taidon kokoaikaista vahvaa merkitsevyyttä. Opetuksen kannalta on siis tärkeää ylläpitää koko ajan lukujonotaitoja ja harjoittaa niitä monipuolisesti. Aritmeettisten taitojen kehittämiselle lukukäsite ja lukujenvertailu taidoilla ei näyttyädy olevan yhtä suurta vaikutusta yhteenlasku sujuvuuden kehittämisen alkuvaiheessa.

Ensimmäisellä luokalla lukukäsite ja lukujen suuruusvertailu taidot selittivät vähiten yhteenlaskusujuvuuden vaihtelua. Lukukäsite taidot olivat ainoa taito, jonka yhteys kasvoi kolmannella luokalla hiukan. Merkitsevyyden muutos saattaa johtua matemaattisten taitojen kehittämisen hierarkiasta, joka määrittelee taitojen kehittämisen järjestystä. Lukukäsite taidot kehittyvät taustalla pienemmissä määrin koko ajan ja niiden merkitsevyys kasvaa tasaisen hitaasti. Yhteenlaskutaitoa kehittävät strategiat myös kehittyvät taitojen kehittyessä ja 3. luokan aikana strategioiden on tutkittu muuttuvan enemmän muistista otettavaksi strategiaksi. Tämä saattaisi selittää lukujonotaitojen heikkenevän vaikuttavuuden, koska se muuttuu automatisoituneeksi alkuopetuksen aikana.

Muutokset numeeristen taitojen merkitsevyydessä. Tutkimusten mukaan 3-luokalla yleisten kognitiivisten taitojen merkitys vahvistui matemaattisten taitojen kehittämisessä, koska perustaitojen tulisi olla automatisoituneita (Ainola & Nurmi 2018). Automatisoituminen vaikuttaa myös laskusujuvuuteen. Edellisten tutkimuksien (Träff ym. 2020) mukaan 3-luokalla numeeristen taitojen merkitsevyys vähenee ja tämä tutkimus vahvisti kyseistä väitettä osittain. Lukujono taitojen ja lukujenvertailu taitojen vahva yhteys lievästi pieneni kolmannella luokalla. Taitojen automatisoituminen siirtää taidot käyttöä muistin varaisuuteen ja saattaa siksi vaikuttaa taidon merkitsevyyden laskuun. Mielenkiintoista oli kuitenkin se, että lukukäsite taitojen merkitsevyys kasvoi 3.-luokalla hiukan, joka saattaisi merkitä tämän taidon harjoittelun tarvetta vielä alkuopetuksenkin jälkeen.

4.2 Luotettavuus ja vahvuudet

Tämän tutkimuksen yksi luotettavuuteen vaikuttava tekijä on tietokoneavusteisten tehtävien käyttäminen. Ihmistieteitä tutkittaessa inhimillisyys ja tekojen havainnoiminen on yksi merkittävä tekijä. Tietokoneavusteisissa tehtävissä vastausten tulkinnallisuudessa ei tarvitse epäroidä, mutta todellinen vastausmotivaatio ym. jää huomiotta. Tämän tutkimuksen kannalta tietokoneavusteisuus herättää pohdintaa siitä, miten väärät vastaukset huomioidaan. Voi olla sattumaa ja virhelyönti lapselle vastata väärin tai sitten hän ei vain osaa. Tätä emme pysty huomioimaan tässä tutkimuksessa käytetyissä tietokoneavusteisissa tehtävissä.

Osa tutkimuksen rajoitteista liittyvät myös lukujonotaidot mittariin. Tutkimusasetelma on erilainen kuin muissa muuttujissa. Yksilöllisesti kahdestaan tehdyissä tehtävissä on oma riskinsä oppilaan luottamiseen aikuiseen. Rohkeus vastaamiseen saattaa kadota ja epävarmuutta vastaamisessa ei raportoida. Tehtävää ei kuitenkaan voisi tehdä ryhmätilanteenakaan, koska silloin lapset ottaisivat toisiltaan mallia. Tutun aikuisen kanssa tehtynä tehtävän tulos olisi luotettavin.

Tutkimuksemme vahvuutena voidaan pitää pitkäikäistä tutkimusasetelmaa. Sen myötä pystyimme tutkimaan kehitystä eri luokka-asteiden välillä. Aikaisemmat tutkimukset olivat tutkineet vain yleisesti numeerisen taidon yhteyttä, kun

nyt pystyimme ottamaan huomioon kaikki yhtä aikaa ja eri ajan jaksolla antaen kehityskaaren taitojen merkitykselle.

4.3 Jatkotutkimushaasteet

Tämän tutkimuksen myötä olemme saaneet käsityksen millä numeerisella taidolla on merkittävyyttä aritmetiikan kehittymiseen. Emme kuitenkaan pysty selittämään tämän tutkimuksen avulla sitä, kuinka taitojen vahvempi harjoittelu vaikuttaisi aritmeettisen taidon kehittymiseen. Lukukäsite taitojen yhteys yhteenlasku taitoa selittävänä tekijänä vahvistuivat hiukan 3. luokalla, jota olisi merkittävää seurata pidemmälle, jotta saisimme selvyyttä siihen, jatkuuko tämän taidot kasvu ja merkitsevyys ylemmillä luokilla. Mielekästä olisi myös tutkia interventio tutkimuksen avulla, olisiko tiettyjä numeerisia taitoja enemmän harjoittamalla saavutettavissa parempia tuloksia. Opetuksen suunnittelun kannalta tämä tutkimus antoi hyvin suuntaa, mihin numeerisiin taitoihin kannattaa kiinnittää huomiota milloinkin.

Mielekäs tutkimuksen aihe voisi myös olla numeeristen taitojen ja laskestrategioiden kehittymisen yhteys. Yhteyttä on tutkittu strategioiden kehittämisen pohjatietona, mutta ei pitkittäistutkimuksena.

LÄHTEET

- Aunio, P. & Räsänen P. 2016. Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years—a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, 24(5), 684–704, <http://dx.doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424>.
- Aunola, K., & Nurmi, J.-E. (2018). Matemaattisten taitojen kehitys kouluikässä. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*, 54-69. Niilo Mäki Instituutti.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. and Nurmi, J.-E. 2004. Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 699 –713.
- Carpenter, T. P. & Moser, J. M. 1984. The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education* 15(3), 179–202. <https://doi.org/10.2307/748348>
- Fuson, K. (1982). An analysis of the counting-on solution procedure in addition. Teoksessa T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*, 67–81. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates
- Johansson, B. S. 2005. Number-word sequence skill and arithmetic performance. *Scandinavian Journal of Psychology*, 46, 157–167
- Koponen, T., Salmi, P., Torppa, M., Eklund, K., Aro, T., Aro, M., Poikkeus, A.-M., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2016). Counting and rapid naming predict the fluency of arithmetic and reading skills. *Contemporary Educational Psychology*, 44- 45, 83-94. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2016.02.00>
- Laski, E. V., Casey, B. M., Yu, Q., Dulaney, A., Heyman, M. & Dearing, E. 2013. Spatial skills as a predictor of first grade girls' use of higher level arithmetic strategies. *Learning and Individual Differences*, 23, 123-130
- Leavy, A. & Hourigan, M. 2017. Using Lesson Study to Support the Teaching of Early Number Concepts: Examining the Development of Prospective

- Teachers' Specialized Content Knowledge. *Early Childhood Educ J*, 46, 47–60 DOI 10.1007/s10643-016-0834-6.
- Matsämuuronen, J. 2002. Tilastollisen kuvauksen perusteet. Metodologia – sarja 2. Helsinki: International Methelp.
- Metsämuuronen, J. 2011. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. Helsinki: International Methelp.
- Metsämuurojen, J. 2013. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005-2012. *Koulutuksen seurantaraportti 2013:4 Opetushallitus*.
- Nummenmaa, L. 2010. Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät. (2. painos.) Tammi.
- Opetushallitus. 2014. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf
- Opetus- ja kulttuuriministeriö. 2022. PISA 2022: Ensituloksia lyhyesti. [PISA 2022 ensituloksia lyhyesti \(valtioneuvosto.fi\)](https://www.pisa.fi/ensituloksia-lyhyesti)
- Parviainen, Piia. 2019. The Development of Early Mathematical Skills – A Theoretical Framework for a Holistic Model. *Varhaiskasvatuksen Tiedelehti Journal of Early Childhood Education Research*, 162–191. <https://journal.fi/jecer/article/view/114110/67309>
- Salminen, J., Koponen, T., & Tolvanen, A. 2018. Individuality in the Early Number Skill Components Underlying Basic Arithmetic Skills. *Frontiers in Psychology*, 9(1056). <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01056>
- Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J., & De Smedt, B. 2016. Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: A meta-analysis. *Developmental science*, 20(3).
- Shrestha, N. 2020. Detecting Multicollinearity in Regression Analysis." *American Journal of Applied Mathematics and Statistics*, 8 (2), 39-42. doi: 10.12691/ajams-8-2-1.

- Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. 2014. Using multivariate statistics (6. painos). Pearson Education.
- Träff, Ullf., Olsson, Linda., Skagerlund, Kenny & Östergren, Rickard. 2020. Kindergarten Domain-Specific and Domain-General Cognitive Precursors of Hierarchical Mathematical Development: A Longitudinal Study. *Journal of Educational Psychology*. American Psychological Association, 112(1), 93–109 <http://dx.doi.org/10.1037/edu0000369>
- Vogel, Stephan E., Koren, Nikolaus., Falb, Stefan., Haselwander, Martina., Spradley, Anna., Schadenbauer, Philip., Tanzmeister, Sandra., Grabner, Roland H. 2018. Automatic and intentional processing of numerical order and its relationship to arithmetic performance. *Acta Psychologica*, 193, 30-41.
- Wei, W., Liao, H., Deng, W. & Ye, Q. 2023. Training on number comparison, but not number line estimation, improves preschoolers' symbolic approximate arithmetic. *Early Childhood Research Quarterly* 65, 241-249
- Xu, C., LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Di Lonardo Burr, S., Lafay, A., Wylie, J., Osana, H. P., Douglas, H., Maloney, E. A., & Simms, V. 2021. Individual differences in the development of children's arithmetic fluency from grades 2 to 3. *Developmental Psychology*, 57(7), 1067–1079. <https://doi.org/10.1037/dev0001220>
- Östergren, R., Träff, U. 2013. Early number knowledge and cognitive ability affect early arithmetic ability. *Journal of Experimental Child Psychology* 115(3), 405-421.