

**Ystävien matemaattisten taitojen yhteys nuoren  
laskutaitoon seitsemännellä ja yhdeksännellä luokalla**

Erika Jalkanen & Iida Kuusela

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma

Artikkelimuotoinen

Kevätlukukausi 2023

Opettajankoulutuslaitos

Jyväskylän yliopisto

## TIIVISTELMÄ

**Jalkanen, Erika & Kuusela, Iida. 2023. Ystävien matemaattisten taitojen yhteys nuoren laskutaitoon seitsemännellä ja yhdeksännellä luokalla. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. 32 sivua.**

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli tarkastella miten ystävät ovat yhteydessä toistensa matematiikan taitoihin yläkoulussa. Tutkimus on osa Jyväskylän yliopiston Alkuportaati-seurantatutkimusta, jossa lapsia on seurattu esikoulusta lähtien koko peruskoulun ajan. Tämän tutkimuksen aineisto kerättiin vuosina 2014 ja 2016 tutkittavien ollessa yläkoulussa. Tutkimukseen osallistui yhteensä 1789 yläkouluikäistä lasta. Tutkittavien vastavuoroiset ystävyys-suhteet määriteltiin sosiometrisen nimeämisen perusteella ja laskutaito kertolaskutestin sekä aritmeettisen sujuvuuden testillä.

Tutkimuksen tulokset osoittivat nuoren ja vastavuoroisten ystävien laskutaidon korreloivan keskenään seitsemännellä ja yhdeksännellä luokalla. Lisäksi hierarkkisessa regressioanalyysissä havaittiin ystävien seitsemännellä luokalla mitatun aritmeettisen sujuvuuden ennustavan nuoren laskutaidon kehitystä seitsemänneltä yhdeksännelle luokalle. Vastaavaa yhteyttä ei havaittu kertolaskutaidon osalta. Tulokset ovat linjassa aikaisempien tutkimusten kanssa, sillä lasten on havaittu muistuttavan toisiaan laskutaidossa alakoulussa.

Tämä tutkimus antaa tärkeää tietoa nykypäivän opettajille ystävyys-suhteiden merkityksestä ja osoittaa ystävillä olevan merkittävä rooli toistensa matemaattisten taitojen kehityksen kannalta. Opetuksessa olisi hyvä tukea ystävyys-suhteita, mutta samalla myös kokeilla ja hyödyntää sellaisia ryhmäjärjestelyitä, joissa olisi eritasoisia oppijoita tukemassa toistensa oppimista. Laskutaidon kehittymisen kannalta saattaa olla merkittävää, minkä tasoisten nuorten kanssa lapsi ystävyystyy.

Asiasanat: ystävät, laskutaito, aritmeettinen sujuvuus, kertolaskutaidot, sosiometria

# SISÄLTÖ

<b>TIIVISTELMÄ.....</b>	<b>2</b>
<b>SISÄLTÖ .....</b>	<b>3</b>
<b>1 JOHDANTO.....</b>	<b>4</b>
1.1 Ystävien yhteys nuoren akateemiseen suoriutumiseen .....	6
1.2 Matemaattinen suoriutuminen ja ystävät .....	7
1.3 Tutkimuskysymykset .....	9
<b>2 TUTKIMUSMENETELMÄT.....</b>	<b>11</b>
2.1 Tutkimusaineisto.....	11
2.2 Mittarit ja muuttujat .....	11
2.3 Aineiston analyysi .....	13
2.4 Eettiset ratkaisut.....	15
<b>3 TULOKSET.....</b>	<b>17</b>
3.1 Ystävien laskutaidon yhteys nuoren omaan laskutaitoon.....	17
3.2 Ystävien laskutaidon ennustavuus .....	19
<b>4 POHDINTA.....</b>	<b>21</b>
<b>LÄHTEET .....</b>	<b>27</b>

# 1 JOHDANTO

Lapset tarjoavat ikätovereilleen tärkeän kehityksen kontekstin, jossa he oppivat toisiltaan käyttäytymismalleja, taitoja ja asenteita (Rubin ym., 2008). Koulu muodostaa sosiaalisen ympäristön, jossa oppilaat ovat jatkuvasti muiden tarkkailun alaisena sekä tarkkailevat jatkuvasti muita oppilaita (Paju, 2011). Murrosiässä ikätovereiden on havaittu vaikuttavan toistensa itsesäätelyyn (King ym., 2018) ja puolestaan itsesäätelyn on havaittu vaikuttavan koulumenestykseen ja oppimiseen (Tuijula, 2011). Ikätovereiden merkitys kasvaakin murrosiässä yhä enemmän ja myös akateeminen vertailu sekä sosiaalinen mallintaminen lisääntyvät (Eccles, 1999). Ystävien merkityksen on havaittu kasvavan iän myötä esimerkiksi käyttäytymisessä ja asenteissa koulua kohtaan (Bernt, 1999; Wang, ym. 2018). Sosiaalista mallintamista tapahtuukin enemmän ystävien kuin muiden vertaisten kesken (Pohjola ym., 2014) ja siksi tässä tutkimuksessa keskitytään erityisesti siihen, miten ystävät vaikuttavat toistensa matematiikan taitojen kehitykseen nuoruudessa. Tämän tutkimuksen tarkoituksena on tarkastella, muistuttavatko ystävät toisiaan laskutaidon suhteen yläkoulun seitsemännellä ja yhdeksännellä luokalla. Lisäksi tarkastellaan, ennustaako ystävien seitsemännellä luokalla mitattu laskutaito nuoren oman laskutaidon kehitystä seitsemänneltä yhdeksännelle luokalle.

Vertaisten vaikutus lisää ihmisissä samankaltaisuutta, kun ihmiset muuttavat omia asenteitaan ja käyttäytymistapojaan muiden ihmisten mukaisesti (Delay ym., 2021; Pohjola ym., 2014). Kun yksi henkilö vaikuttaa yhden tai useamman saman ikäisen henkilön ajatuksiin, asenteisiin tai toimintaan, kutsutaan sitä vertaisvaikutukseksi (Laursen & Veenstra, 2021). Aiemman tutkimuksen mukaan vertaiset vaikuttavat esimerkiksi siihen, millaisena nuori näkee omat kykynsä suoriutua tehtävissä (Eskelä-Haapanen, 2012; Marsh, 1987; Marsh & Hau, 2003). Vertaissuhteella puolestaan tarkoitetaan sosiaalista suhdetta samaa ikäryhmää olevien henkilöiden välillä (Vartiainen ym., 2012). Vertaissuhteet ovat merkittävässä asemassa lapsen elämässä sosiaalisen kehityksen, persoonallisuuden kehittymisen sekä yleisen hyvinvoinnin kannalta (Harris, 1995; Newcomb &

Bagwell, 1995; Pedersen ym., 2007). Vertaissuhteiden on havaittu olevan merkittävässä asemassa myös lapsen oppimisen, koulusuoriutumisen sekä yleisen kouluinnostuksen suhteen (ks. Delay ym., 2016; Guay ym., 1999; Pohjola ym., 2014; Wentzel ym., 2010). Vertaissuhteiden merkityksellisyys kasvaa iän myötä, kun vertaisilta haetaan hyväksyntää (Vartiainen ym., 2012), ja vertaisilta saadulla hyväksynnällä onkin tärkeä merkitys lapsen asemaan ryhmässä (Parker & Asher, 1993). Vertaisvaikutuksen aikaansaamat muutokset voivat olla positiivisia tai negatiivisia (Laursen & Veenstra, 2021). Suurimmalla osalla lapsista vuorovaikutussuhteet vertaisiin muodostuvat myönteisiksi, mutta osa lapsista jää vertaissuhteiden ulkopuolelle (Vartiainen ym., 2012). Lapset, jotka viihtyvät vuorovaikutuksessa vertaistensa kanssa tapaavat ylittää itsensä akateemisessa suoriutumisessa useammin kuin lapset, joilla on haasteita vertaistensa kanssa (Wentzel, 2009).

Vaikka vertaissuhteet ja lapsen asema ryhmässä ovat tärkeässä roolissa (Vartiainen ym., 2012), on myös sillä merkitystä, ovatko lapsen vertaissuhteet vastavuoroisia ja onko lapsella läheisiä ystävyys-suhteita (Newcomb & Bagwell, 1995). Vastavuoroinen ystävyys-suhde tarkoittaa sitä, että molemmat osapuolet tunnustavat suhteen ystävyudeksi ja kiinnostus ystävyyttä kohtaan on molemminpuolista (Rubin ym., 2008). Ystävyys-suhteiden merkitys on intensiivisempi ja syvempi kuin vertaissuhteiden, sillä lapset viettävät aikaa ja jakavat omia asioitaan nimenomaan ystävien kanssa (Newcomb & Bagwell, 1995). Siksi myös sosiaalista mallintamista ja vertaisvaikutusta tapahtuu ennemmin ystävien kuin muiden vertaisten välillä (Pohjola ym., 2014).

Ystävysten samankaltaisuuden syynä voi olla valikointi ja sosialisointi prosessi (Pohjola ym., 2014; Reindl ym., 2020). Samankaltaisten piirteiden havaitseminen toisessa yksilössä voi johtaa samankaltaisen ystävän valikointiin jo ennen varsinaisen ystävyys-suhteen vakinaistamista (Eccles, 1999; Reindl ym., 2020; Pohjola ym., 2014). Esimerkiksi yhteisen mielenkiinnonkohteen, kuten samanlaisen musiikkimaun, havaitseminen voi olla yhdistävä tekijä, jonka myötä ystävyys-suhde kehittyy. Toisaalta samankaltaisuuden syynä voi olla myös sosialisointi eli samankaltaisuuden muodostuminen ystävyys-suhteen seurauksena

(Reindl ym., 2020). Ystävyys lisää samankaltaisuutta lasten asenteissa ja käyttäytymisessä ystävyysuhteen aikana (Pohjola ym., 2014). Koulusuoriutumisen se tarkoittaa esimerkiksi sitä, että lapsi tarkkailee ystävänsä panostusta ja suoriutumista koulutehtävissä ja sen perusteella panostaa omiin suorituksiinsa matkien ystävänsä (Bernt, 1999).

## 1.1 Ystävien yhteys nuoren akateemiseen suoriutumiseen

Ystävien yhteydestä lapsen koulusuoriutumiseen on tehty tärkeitä havaintoja. Ensinnäkin, Welsh ja kollegat (2001) havaitsivat vastavuoroisen yhteyden akateemisen suoriutumisen ja sosiaalisen aseman välillä: hyvä akateeminen suoriutuminen ja hyvä sosiaalinen asema luokassa kulkivat käsi kädessä ensimmäiseltä kolmannelle luokalle. Toiseksi, hyvin suoriutuvalla ystävällä on havaittu olevan positiivisia vaikutuksia lapsen omaan akateemiseen suoriutumiseen erityisesti niille lapsille, joiden akateemisessa suoriutumisessa ja itseluottamuksessa on havaittu haasteita (Epstein, 1983). Kolmanneksi, Laddin (1990) tutkimuksen tulosten mukaan uusien ystävien saaminen liittyi koulumenestyksen paranemiseen. Toisaalta vähäiset ystävyysuhteet saattavat tuoda riskin heikkoon koulusuoriutumiseen (Ladd ym., 1999).

Wentzelin (2009) mukaan selkein tapa, jolla ystävät vaikuttavat toistensa akateemiseen menestykseen, on toistensa auttaminen. Tällöin oppilaat voivat jakaa tietoa, joka saattaa auttaa akateemisessa suoriutumisessa (Wentzel, 2009). Esimerkiksi matemaattisten ongelmanratkaisujen kielentäminen opiskelukaverille saattaa lisätä toisen oppilaan ajattelun reflektointia ja ymmärrystä käsiteltävästä aiheesta (Kämäräinen, 2021). Murrosiässä nuoret osaavat tunnistaa omasta luokkahuoneestaan ne henkilöt, joiden kanssa haluavat työskennellä oppitunnilta esimerkiksi pari- tai ryhmätyön merkeissä heidän akateemisen kyvykkyytensä perusteella (Hamm & Faircloth, 2005). Kämäräisen (2021) mukaan oppilaiden työskennellessä yhdessä he orientoituvat yhdessä luomaan yhteistä ymmärrystä työskentelyn organisoinnista, oppimistehtävän ratkaisemisen vaiheista sekä opiskeltavasta aiheesta.

Suomalaisissa tutkimuksissa on havaittu, että ystävät muistuttavat toisiaan lukutaidossa alakoulussa ja että samankaltaisuus ystävien kesken lisääntyy koulupolun myötä (Kiuru, 2017; Pohjola, 2014). Pohjola kollegoineen (2014) havaitsivat kolmas- ja neljäsluokkalaisille tekemässään tutkimuksessa ystävien muistuttavan toisiaan lukutaidossa. He määrittelivät vastavuoroiset ystävyysuhteet sosiometrisen nimeämisen avulla, eli lapset valitsivat luokkakavereistaan 1 - 3 henkilöä, joiden kanssa viettävät mieluiten aikaa välitunnilla ja näistä yhdistettiin lapset, jotka olivat nimenneet toisensa. Lasten lukutaitoa testattiin erilaisten teknisen lukutaidon sekä luetunymmärtämisen testien avulla. Pohjolan ym. (2014) tutkimuksen tulokset osoittivat, että ystävysten samankaltaisuus teknisessä lukutaidossa ja luetunymmärtämisessä lisääntyi etenkin tytöillä kolmannelta luokalta neljännelle luokalle siirryttäessä. Mitä paremmat taidot ystävällä oli teknisessä lukutaidossa ja luetunymmärtämisessä, sitä paremmat taidot myös lapsella itsellään oli (Pohjola, ym., 2014). Kiuru ym. (2017) saivat tutkimuksessaan samanlaisia tuloksia ja myös he havaitsivat ystävien muistuttavan toisiaan lukutaidossa yhä enemmän ensimmäiseltä luokalta neljännelle luokalle.

## **1.2 Matemaattinen suoriutuminen ja ystävät**

Matematiikan luontaisena piirteenä on, että aiemmin opitut taidot luovat pohjan uuden oppimiselle ja taidot rakentuvat hierarkkisesti aikaisempien taitojen ja tietojen varaan (Aunola & Nurmi, 2018; Geary ym., 2013; Hannula & Lepola, 2006). Gearyn ym. (2013) tutkimuksessa havaittiin, että lapsen ensimmäisen luokan matemaattinen osaaminen ennustaa seitsemännen luokan matematiikan osaamista. Peruslaskutaitojen, kuten aritmeettisen sujuvuuden ja kertolaskutaitojen kehittäminen alkaa Perusopetuksen opetussuunnitelman tavoitteiden mukaisesti jo vuosiluokalta 1 lähtien ja niiden vahvistaminen jatkuu kumulatiivisesti vuosiluokalta seuraavalle koko peruskoulun ajan (Opetushallitus, 2014). Suomessa lasten osaaminen peruslaskutoimitusten osalta automatisoituinkin tyypillisesti yksinumeroisilla luvuilla laskettaessa jo alkuopetuksen aikana (Polet & Koponen, 2012). Automatisoitumisella tarkoitetaan esimerkiksi sitä, että laskujen

ratkaisussa ei tarvitse käyttää apuna muita, opittuja laskuja (Rusanen & Räsänen, 2012). Peruslaskutoimituksiin kuuluu yhteen- ja vähennyslaskut, kertolaskut ja jakolaskut (Opetushallitus, 2014). Matemaattinen osaamisen kehittyminen jatkuu kuitenkin yhä edelleen yläkoulussa (Metsämuuronen 2013; Salonen & Hannula, 2022). Laskutaidossa lasten välisten taitoerojen on havaittu kasvavan ensimmäisinä kouluvuosina (Aunola ym., 2004), kun taas lukemisessa erojen on havaittu pienenevän (Leppänen ym., 2004).

Ystävien yhteydestä matemaattiseen suoriutumiseen on tehty tärkeitä havaintoja minäkäsityksen suhteen. Ystävillä ja vertaisilla on havaittu vaikutusta omaan käsitykseen kyvykkyydestä oppijana, sillä oppilas vertaa omaa osaamistaan muun ryhmän tasoon ja muuttaa siten käsitystä omista kyvyistään (Marsh, 1987; Marsh & Hau, 2003). Puolestaan matemaattisella minäkäsityksellä ja matematiikan osaamisella on havaittu vahva yhteys (Salonen & Hannula, 2022). Jones kollegoineen (2011) havaitsivat, että ystävän tarkkailu kouluympäristössä ei vaikuttanut suoraan lapsen matemaattiseen suoriutumiseen, mutta se vaikutti käsitykseen itsestä oppijana. Toisin sanoen tulosten mukaan ystävät vaikuttavat nuoren käsitykseen itsestä ja puolestaan käsitys itsestään muuttaa nuoren omaa suoriutumista matematiikassa (Jones ym., 2011). Reindl ym. (2020) tutkivat parhaiden ystävien vaikutusta toistensa arvostuksen kehitykseen matematiikassa ja siihen, eroaako vaikutus tyttöjen ja poikien välisissä kaverisuhteissa. Tutkimuksen tuloksissa havaittiin, että ystävän arvostus matematiikkaa kohtaan ei muuttanut yksilön omaa matematiikan arvostusta, mutta tutkimuksen molemmilla mittauskerroilla ystävysten arvostukset korreloivat toistensa kanssa. Reindl'n ym. (2020) tutkimuksessa kuitenkin havaittiin, että ystävän kokema muutos oppiaineen kuormituksessa vaikuttaa myös yksilön kokeman kuormituksen määrään. Sukupuolten välillä ei havaittu eroja tässä tutkimuksessa (Reindl ym., 2020).

Ystävien ja matemaattisten taitojen välistä yhteyttä on tutkittu Suomessa vähän. Delay ja kollegat (2016) tutkivat Suomessa alakouluikäisten lasten ja heidän ystävien välistä yhteyttä matematiikassa. He tutkivat, onko oppilaiden vertaishyväksyntä ja kiinnostus matematiikkaa kohtaan yhteydessä siihen, kuinka



ystävät vaikuttavat toistensa matematiikan taitoihin. Tutkimukseen otettiin mukaan sellaiset ystäväparit, joista toinen oli saanut enemmän positiivisia mainintoja vertaisilta kuin toinen, eli hänen vertaishyväksyntänsä oli voimakkaampaa. Delayn ym. (2016) tutkimuksen tuloksissa havaittiin, että ystävät muistuttavat toisiaan matemaattisessa päättelyssä kolmannella ja neljännellä luokalla. Lisäksi ystävien havaittiin vaikuttavan lapsen matemaattiseen päättelyyn silloin, kun molemmat olivat kiinnostuneita matematiikasta. Tulosten mukaan kuitenkin kiinnostus matematiikkaa kohtaan hillitsi sitä, missä määrin ystävät vaikuttivat toistensa matematiikan taitoihin. Ystävästä enemmän positiivisia mainintoja saanut lapsi vaikutti ystävänsä matematiikan taitoihin enemmän kuin vähän positiivisia mainintoja vertaisilta saanut lapsi (Delay ym., 2016).

Koska ystävien ja matemaattisten taitojen välistä yhteyttä on tutkittu alakoulussa (Delay ym., 2016), ja ystävien merkityksen nuoren akateemiseen suoriutumiseen on havaittu kasvavan etenkin murrosiässä (Bernt, 1999; Eccles, 1999; Wang, ym. 2018), on luontevaa tutkia seuraavaksi tarkemmin ystävien ja matemaattisten taitojen välistä yhteyttä yläkouluikäisten oppilaiden kohdalla. Tutkimusaihe on merkityksellinen, koska vastaavaa tutkimusta yläkouluikäisten ja heidän ystäviensä matemaattisten taitojen välillä ei ole vielä Suomessa tehty.

### **1.3 Tutkimuskysymykset**

Tämän tutkimuksen tavoitteena on tarkastella ystävien matemaattisten taitojen yhteyttä nuoren omiin matemaattisiin taitoihin seitsemännellä ja yhdeksännellä luokalla. Ystävien merkityksen on havaittu kasvavan iän myötä esimerkiksi käyttäytymisessä ja asenteissa koulua kohtaan (Bernt, 1999; Wang, ym. 2018) ja siksi onkin tärkeää tarkastella ystävien yhteyttä matemaattisiin taitoihin nimenomaan yläkouluikäisillä. Delayn ym. (2016) havaitsivat yhteyden ystävien matemaattisten taitojen välillä alakoulussa, mutta yläkoulussa vastaavaa tutkimustietoa ei ole saatavilla. Täten on tärkeää laajentaa tietämystä ystävien merkityksestä myös nuoren koulupolun myöhemmässä vaiheessa.

## Tutkimuskysymyksiksi muodostuivat

1. Missä määrin ystävät muistuttavat toisiaan laskutaidon suhteen seitsemännellä sekä yhdeksännellä luokalla ja onko sukupuolten välillä eroa?
2. Ennustaako ystävien seitsemännellä luokalla mitattu kertolaskutaito ja aritmeettinen sujuvuus nuoren oman laskutaidon kehitystä seitsemänneltä luokalta yhdeksännelle luokalle?

## 2 TUTKIMUSMENETELMÄT

### 2.1 Tutkimusaineisto

Tutkimusaineisto on osa laajempaa Jyväskylän yliopiston Alkuportaatt-seuranta-tutkimusaineistoa. Tutkimusaineiston kerääminen aloitettiin vuonna 2006 tutkittavien ollessa esikoulussa ( $n = 1800$ ) ja lapsia seurattiin peruskoulun ajan vuoteen 2016 saakka. Yhteensä tutkimukseen on osallistunut  $> 2500$  lasta ja nuorta. Tutkimusaineisto kerättiin neljältä eri paikkakunnalta. Tutkimuksen tarkoituksena on ollut muun muassa kehittää opettajien ja vanhempien yhteistyötä sekä kehittää keinoja tukea oppilaita, joilla on oppimisen haasteita tai heikko koulumotivaatio. Seurantatutkimuksen aineistoa on kerätty havainnointien, kyselyiden ja erilaisten yksilö- ja ryhmätestien avulla. Tämän tutkimuksen osallistujat ovat 1789 nuorta, jotka täyttivät sosiometrin seitsemännen luokan keväällä vuonna 2014 ja tekivät matematiikan tehtäviä seitsemännellä ja yhdeksännellä luokalla. Molemmilla luokka-asteilla oppilaille toteutettiin ryhmätestauksena samat laskutaitoa mittaavat testit. Tutkimukseen osallistuneista oppilaista 47 % oli tyttöjä ( $n = 846$ ) ja poikia 53 % ( $n = 943$ ). Aluksi aineistosta poistettiin tutkittavat ( $n = 20$ ), jotka olivat nimenneet koulun ulkopuolisia henkilöitä tai jättäneet kokonaan vastaamatta kysymyksiin. Tutkittavia, joilla oli vastavuoroinen ystävä ja jotka olivat tehneet vähintään toisen laskutaitoa mittaavista testeistä (aritmeettinen sujuvuus tai kertolaskutaito), oli seitsemännellä luokalla 1442 ja yhdeksännellä luokalla 1425.

### 2.2 Mittarit ja muuttujat

**Tutkittavien ystävyysuhteet.** Oppilaiden ystävyysuhteita mitattiin sosiometrisellä nimeämisellä. Sosiometri tähän tutkimukseen on mukailtu Coien ym. (1982) käyttämästä sosiometristä, jossa oppilaita pyydettiin nimeämään kolme luokkalaista, joista pitää eniten ja kolme luokkalaista, joista pitää vähiten. Tässä tutkimuksessa oppilaita pyydettiin täyttämään seitsemännellä luokalla lomake, jossa tehtävänä oli nimetä kolme oppilasta omalta ja kolme rinnakkaisluokalta,

joiden kanssa on koulupäivän aikana mieluiten. Ystävien sukupuolella ei ollut merkitystä. Oppilaita pyydettiin nimeämään myös kolme omaa ja kolme rinnakkaisluokkalaista, joiden kanssa eivät mielellään ole koulupäivän aikana. Lomakkeeseen vastaaminen ohjeistettiin kerralla yhdelle luokalle, mutta jokainen oppilas vastasi itsenäisesti kyselyyn. Tässä tutkimuksessa aineistona käytettiin ainoastaan myönteisiä nimeämisiä, jolloin kysymys kenen luokkalaisten kanssa oppilas ei halua olla koulupäivän aikana, jätettiin huomioimatta. Tutkittavan vastavuo-roiset ystävät muodostettiin myönteisten nimeämisten perusteella etsimällä tutkittavat, jotka olivat maininneet toisensa ja nämä henkilöt otettiin mukaan tutkimukseen. Osalla tutkittavista vastavuo-roisia ystäviä oli useampia. Enimmillään vastavuo-roisia ystäviä tutkittavalla saattoi olla kuusi kappaletta.

**Tutkittavien laskutaito.** Oppilaiden laskutaitoa mitattiin seitsemännellä ja yhdeksännellä luokalla laskutaitoa mittaavilla kertolaskujen (Koponen & Mononen, 2010) ja aritmeettisen sujuvuuden (Aunola & Räsänen, 2007) testeillä. Sekä seitsemännellä että yhdeksännellä luokalla toteutettiin samat testit, jotka jokainen oppilas teki itsenäisesti luokkatilanteessa. Tehtävissä oli aikaraja, jonka sisällä oppilaiden piti pyrkiä laskemaan mahdollisimman monta laskua mahdollisimman tarkasti. Virheellinen vastaus ohjeistettiin korjaamaan mustaamalla aikaisempi vastaus ja oppilaita ohjeistettiin hyppäämään laskun yli, mikäli se tuntui liian haastavalta. Aritmeettista sujuvuutta mittaava testi sisälsi yhteen-, vähennys-, jako-, ja kertolaskuja (esimerkiksi  $84 + 13 - 27 = \_\_\_$  tai  $240 : 80 = \_\_\_$ ). Testissä oli 28 laskutehtävää ja tutkittavilla oli aikaa tehdä kolmessa minuutissa mahdollisimman monta laskutehtävää. Kertolaskutestissä oli 120 kertolaskutehtävää yksinumeroisilla luvuilla (esimerkiksi  $7 \times 5 = \_\_\_$  tai  $4 \times 2 = \_\_\_$ ). Tutkittavilla oli kolme minuuttia aikaa tehdä niin monta kertolaskutehtävää kuin ehtivät. Jokaisesta oikeasta vastauksesta sai yhden pisteen ja väärästä tai tyhjästä vastauksesta nolla pistettä. Suoriutuminen testeissä vaati sekä nopeutta että tarkkuutta, joka mahdollisti peruslaskutaitojen automatisoinnin arvioinnin.

## 2.3 Aineiston analyysi

Tutkimusaineisto analysoitiin IBM SPSS Statistics 28 -ohjelmistolla. Seitsemännellä luokalla toteutetun sosiometrin perusteella aineistosta yhdistettiin kunkin tutkittavan vastavuoroiset ystävät. Mikäli nuorella oli vastavuoroisia ystäviä useampi kuin yksi, kunkin henkilön vastavuoroisten ystävien matemaattisista taidoista muodostettiin keskiarvosummamuuttuja kertolaskutestin ja aritmeettisen sujuvuuden testin pistemääristä. Myös nuoren omista matemaattisista taidoista muodostettiin keskiarvosummamuuttuja, joka sisälsi sekä kertolaskutestin että aritmeettisen sujuvuuden testin tulokset. Kokonaisuudessaan matematiikan taitojen keskiarvosummamuuttujia muodostettiin siis neljä kappaletta: oma laskutaito 7. lk, oma laskutaito 9. lk, ystävien laskutaito 7. lk ja ystävien laskutaito 9. lk. Tässä tutkimuksessa laskutaidosta puhuttaessa tarkoitetaan joko nuoren oman tai vastavuoroisten ystävien aritmeettisen sujuvuuden ja kertolaskutaidon summaa.

Keskiarvosummamuuttujien normalisuutta tarkasteltiin histogrammien sekä vinous- ja huipukkuuslukujen avulla. Tarkastelussa todettiin muuttujien olevan sekä vinoja että huipukkaita ja tämä otettiin huomioon aineiston analyysissä tarkastelemalla hierarkkisen regressioanalyysin jäännöksiä, joiden havaittiin olevan riittävän normaalisti jakautuneita. Poikkeavia havaintoja oli aineiston kokoon verrattuna vähän, joten ne päädyttiin pitämään mukana aineiston analyysissä.

Ensimmäisessä tutkimuskysymyksessä tarkasteltiin 7.- ja 9.-luokkalaisten matematiikan taitoja, missä määrin ne muistuttavat ystävien matematiikan taitoja ja onko sukupuolten välillä eroa. Nuoren omia matemaattisia taitoja sekä ystävien matemaattisia taitoja tarkasteltiin Spearmanin järjestyskorrelaatiokertoimella muuttujien vinouden ja huipukkuuden vuoksi. Korrelaatiotarkastelu valittiin analyysimenetelmäksi, sillä sen avulla pystyttiin tarkastelemaan eri mittayksiköllisten muuttujien välisiä yhteyksiä (Nummenmaa 2009). Tarkastelut tehtiin seitsemännelle ja yhdeksännelle luokalle sekä laskutaidon summamuuttujalle että erikseen kertolasku ja aritmeettisen sujuvuuden testeille. Lisäksi tarkastelut toteutettiin sukupuolittain.

Toisen tutkimuskysymyksen kohdalla haluttiin tarkastella, ennustaako ystävien seitsemännellä luokalla mitattu kertolaskutaito ja aritmeettinen sujuvuus nuoren omaa laskutaitoa yhdeksännellä luokalla. Lisäksi haluttiin selvittää, ennustaako ystävien seitsemännellä luokalla mitattu kertolaskutaito ja aritmeettinen sujuvuus nuoren oman laskutaidon kehitystä seitsemänneltä yhdeksännelle luokalle. Tämä tutkittiin kontrolloimalla nuoren oma laskutaito seitsemännellä luokalla. Lisäksi mallissa kontrolloitiin sukupuoli. Koska tavoitteena oli selittää usealla eri riippumattomalla muuttujalla yhdeksännen luokan laskutaidon kehitystä ja selvittää, muuttuuko selityksaste, kun kontrollimuuttujat on huomioitu, valittiin analyysimenetelmäksi hierarkkinen regressioanalyysi. Regressioanalyysi valitaan menetelmäksi silloin, kun tavoitteena on mallintaa muuttujien välisiä yhteyksiä ja ennustaa yhdellä tai useammalla selittävällä muuttujalla yhtä selitettävää muuttujaa (Nummenmaa, 2009). Selittävät muuttujat tässä analyysissä olivat ystävien seitsemännellä luokalla mitattu kertolaskutaito sekä aritmeettinen sujuvuus ja kontrollimuuttujana nuoren oma laskutaito seitsemännellä luokalla sekä sukupuoli. Selitettävä muuttuja puolestaan oli nuoren oma laskutaito yhdeksännellä luokalla. Muuttujat lisättiin hierarkkiseen regressioanalyysiin askelmittain, ensimmäiselle askelmalle ystävien seitsemännellä luokalla mitattu kertolaskutaito sekä aritmeettinen sujuvuus ja toiselle askelmalle kontrollimuuttujat. Kertolaskutaito ja aritmeettinen sujuvuus valittiin selittäviksi muuttujiksi erikseen sen vuoksi, jotta saataisiin tarkempaa tietoa niiden yhteydestä ystäviin.

Hierarkkisessa regressioanalyysissä täytyy tarkastaa ensin lähtöoletukset (Nummenmaa, 2009), jotta voidaan olla varmoja tulosten luotettavuudesta. Tässä tutkimuksessa tutkittavia oli riittävästi suhteessa selittäjien lukumäärään ( $n = 1352-1769$ ) ja sirontakuviot osoittivat, että kaikkien selittäjien ja selitettävän välillä oli lineaarinen yhteys. Poikkeavia ääriarvoja esiintyi aineiston kokoon suhteutettuna vähän ( $n = 7, p < .001$ ). Hierarkkista regressioanalyysiä tehdessä on oleellista tarkistaa, että selittävät muuttujat eivät korreloi liikaa keskenään, eli niiden välillä ei ole multikollineaarisuutta (Nummenmaa ym., 2019). Tässä tutkimuksessa multikollineaarisuutta ei ollut selittävien muuttujien välillä (VIF =

1.02–1.46), joten analyysi pystyttiin toteuttamaan. Regressiomallin jäännökset olivat normaalijakautuneita ja homoskedastisia, joten tulokset olivat riippumattomia selitettävän vaihtelusta.

## 2.4 Eettiset ratkaisut

Tämä tutkimus on toteutettu Tutkimuseettisen neuvottelukunnan (TENK) hyvän tieteellisen käytännön ja ihmiseen kohdistuvan tutkimuksen eettisten periaatteiden mukaisesti (ks. Tutkimuseettinen neuvottelukunta, 2012; Tutkimuseettinen neuvottelukunta, 2019). Hyvän tieteellisen käytännön mukaisesti tutkimuksemme noudatetaan rehellisyyttä, huolellisuutta ja tarkkuutta tutkimustyötä tehdessä (Tutkimuseettinen neuvottelukunta, 2012). Tässä työssä on huomioitu muiden tutkijoiden työ asianmukaisilla viittauksilla ja tutkimuksen tuloksissa kunnioitetaan avoimuutta, joka on tieteellisessä tiedossa olennaista (Tutkimuseettinen neuvottelukunta, 2012).

Olemme saaneet tässä tutkimuksessa käytettävän aineiston käyttöömmme Jyväskylän yliopistolta, joka on huolehtinut hyvän tutkimuskäytännön mukaisesti aineiston keruuvaiheessa tutkimuslupien hankinnasta. Tutkimukseen osallistuvilta kunnilta on pyydetty luvat tutkimuksen toteuttamiseksi kouluissa. Tutkittavien ollessa alle 18-vuotiaita, on pyydetty tutkimuslupa sekä huoltajilta että tutkittavilta (Nieminen, 2010). Siksi myös tässä tutkimuksessa lupa tutkimukseen osallistumiseen kysyttiin tutkittavilta itseltään sekä huoltajilta.

Ihmiseen kohdistuvan tutkimuksen eettisten periaatteiden mukaisesti tutkijan tulee kunnioittaa tutkittavien ihmisarvoa, yksityisyyttä sekä toteuttaa tutkimus siten, ettei se aiheuta haittaa tutkittaville henkilöille tai yhteisöille (Nieminen, 2010; Tutkimuseettinen neuvottelukunta, 2019). Tässä tutkimuksessa käytetyt laskutaitoa mittaavat testit ja sosiometristä nimeämistä mittaava lomake vastaavat lähes tavanomaisen koulupäivän aikaisia tehtäviä, jolloin tutkimustilanne ei itsessään ole poikennut huomattavasti normaalista koulutyöstä. Tutkimukseen osallistuvilla on ollut oikeus kieltäytyä tutkimukseen osallistumisesta tai

keskeyttää tutkimukseen osallistuminen milloin tahansa Tutkimuseettisen neuvottelukunnan ohjeiden mukaisesti (2019).

Ihmiseen kohdistuvan tutkimuksen eettisten periaatteiden mukaisesti tutkittavien yksityisyyttä suojellaan ja henkilötiedot poistetaan, kun ne eivät ole enää tarpeellisia tutkimuksen toteuttamiseksi (Tutkimuseettinen neuvottelukunta, 2019). Tässä tutkimuksessa käsitellyssä aineistossa ei ole ollut tutkittavien tunnistetietoja, vaan tutkittavat ovat koodattu ID-numeroin. Täten emme tutkijoina ole voineet tunnistaa tutkimukseen osallistuneita oppilaita. Emme ole myöskään olleet kouluilla keräämässä aineistoa tai tehneet tämän aineiston tunnistetietojen poistamista, joten tutkittavien yksityisyys on pysynyt salassa koko tutkimuksemme teon ajan.

Tutkimushankkeessa ryhmän jäsenten vastuut, oikeudet, periaatteet ja velvollisuudet sekä aineistojen säilyttämistä ja käyttöoikeutta koskevat asiat tulee sopia osapuolten kesken (Tutkimuseettinen neuvottelukunta, 2012). Ennen aineiston käyttöön saamistamme olemme allekirjoittaneet sitoumuksen Alkuperäiset -aineiston käytöstä. Allekirjoituksella olemme lupautuneet käyttämään aineistoa ainoastaan tätä tutkimusta varten sekä säilyttämään sitä asianmukaisella tavalla ja suojaamaan tutkittavien henkilötietoja. Aineisto on ollut turvallisessa säilytyksessä koko tutkimuksen ajan ja työn valmistuttua tuhoamme kaikki itselämme olevat kopiot.



## 3 TULOKSET

### 3.1 Ystävien laskutaidon yhteys nuoren omaan laskutaitoon

Tämän tutkimuksen ensimmäisen tutkimuskysymyksen tavoitteena oli selvittää, missä määrin ystävät muistuttavat toisiaan laskutaidon suhteen seitsemännellä ja yhdeksännellä luokalla ja onko sukupuolten välillä eroa. Tulokset osoittivat, että ystävien mitattu laskutaito oli tilastollisesti positiivisesti yhteydessä nuoren omaan laskutaitoon seitsemännellä ja yhdeksännellä luokalla. Taulukossa 1 esitetään Spearmanin korrelaatiokertoimet nuorten ja heidän vastavuoroisten ystävien välillä aritmeettisen sujuvuuden, kertolaskutaidon sekä näistä muodostetun summamuuttujan (laskutaidon) osalta.

Tulokset osoittivat nuoren ja vastavuoroisen ystävän laskutaidon muistuttavan toisiaan sekä seitsemännellä ( $r = .19, p < .001$ ) että yhdeksännellä luokalla ( $r = .23, p < .001$ ), mutta yhteys oli molemmilla luokilla heikko. Cohenin (1988) mukaan yhteys on heikko kun se on  $.10 < |r| < .30$  ja olematon korrelaatiokerroimen ollessa  $r < .10$ . Nuoren ja vastavuoroisten ystävien laskutaitojen välinen yhteys oli saman suuruista myös tarkasteltaessa laskutaidon osa-alueita erikseen. Nuoren oma kertolaskutaito ja aritmeettinen sujuvuus korreloivat yhtä voimakkaasti vastavuoroisten ystävien vastaavien matemaattisten taitojen kanssa.

Korrelaatiotarkastelut tehtiin myös sukupuolittain, mutta on huomattavaa, että sukupuolieroja tarkasteltaessa sukupuoli on määritelty tutkittavan osalta, ei ystävän osalta. Ystävät voivat siis olla samaa tai eri sukupuolta. Tyttöillä ja pojilla vastavuoroisten ystävien yhteys omaan laskutaitoon oli tilastollisesti merkitsevää sekä seitsemännellä ( $r_{\text{tytöt}} = .17, p > .001, r_{\text{pojat}} = .20, p < .001$ ) että yhdeksännellä ( $r_{\text{tytöt}} = .10, p < .05, r_{\text{pojat}} = .27, p < .001$ ) luokalla.

TAULUKKO 1. Spearmanin korrelaatiokertoimet

Muuttuja	n	KA	KH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1. Oma laskutaito 7.lk	1750	26.61	9.85	-										
2. Oma aritmeettinen sujuvuus 7.lk	1749	13.68	3.82	.69***	-									
3. Oma kertolaskutaito 7.lk	1748	39.58	17.28	.98***	.56***	-								
4. Ystävän laskutaito 7.lk	1422	27.26	7.62	.19***	.14***	.18***	-							
5. Ystävän aritmeettinen sujuvuus 7.lk	1421	13.82	2.88	.14***	.18***	.12***	.67***	-						
6. Ystävän kertolaskutaito 7.lk	1421	40.72	13.45	.18***	.12***	.18***	.99***	.53***	-					
7. Oma laskutaito 9.lk	1631	27.68	10.57	.81***	.67***	.78***	.18***	.16***	.17***	-				
8. Oma aritmeettinen sujuvuus 9.lk	1627	14.89	3.92	.61***	.75***	.53***	.16***	.19***	.15***	.72***	-			
9. Oma kertolaskutaito 9.lk	1630	40.45	18.54	.80***	.60***	.78***	.18***	.15***	.17***	.98***	.60***	-		
10. Ystävän laskutaito 9.lk	1402	28.30	8.27	.17***	.16***	.16***	.80***	.63***	.77***	.23***	.19***	.22***	-	
11. Ystävän aritmeettinen sujuvuus 9.lk	1401	15.05	2.99	.15***	.18***	.13***	.56***	.74***	.48***	.18***	.18***	.17***	.70***	-
12. Ystävän kertolaskutaito 9.lk	1402	41.53	14.56	.16***	.14***	.16***	.79***	.56***	.77***	.22***	.17***	.21***	.99***	.59***

*Huom.* Laskutaito = summamuuttuja aritmeettisestä sujuvuudesta ja kertolaskutaidosta,  $n = 1401-1750$

\*\*\*  $p < .001$ , \*\*  $p < .01$ , \*  $p < .05$ .

### 3.2 Ystävien laskutaidon ennustavuus

Toisen tutkimuskysymyksen tarkoituksena oli selvittää, ennustaako ystävien seitsemännellä luokalla mitattu kertolaskutaito ja aritmeettinen sujuvuus nuoren oman laskutaidon kehitystä seitsemänneltä luokalta yhdeksännelle luokalle. Tämän vuoksi tutkittiin, muuttuuko ystävien seitsemännellä luokalla mitattujen kertolaskutaidon ja aritmeettisen sujuvuuden selitysaste, kun nuoren oma seitsemännellä luokalla mitattu laskutaito ja sukupuoli oli kontrolloitu.

Hierarkkisen regressioanalyysin tulokset osoittivat, että ystävien seitsemännellä luokalla mitattu aritmeettinen sujuvuus ja kertolaskutaidot ennustivat nuoren yhdeksännen luokan laskutaitoa tilastollisesti merkitsevästi, kun nuoren omaa seitsemännen luokan laskutaitoa tai sukupuolta ei ollut kontrolloitu ( $F(2, 1354) = 22.86, p < .001$ ) (taulukko 2). Tulokset osoittivat, että mitä parempi aritmeettinen sujuvuus ja kertolaskutaito nuoren ystäväillä oli seitsemännellä luokalla ollut, sitä parempi laskutaito nuorella oli yhdeksännellä luokalla. Ystävien aritmeettinen sujuvuus ja kertolaskutaidot selittivät 3.3 % nuoren laskutaidon vaihtelusta. Kun analyysiin otettiin toisella askelmalla mukaan kontrollimuuttujaksi nuoren oma seitsemännen luokan laskutaito sekä sukupuoli, selitysaste kasvoi 69.9 %:a ( $F(2, 1352) = 1757.29, p < .001$ ). Kun nuoren oma seitsemännellä luokalla mitattu laskutaito ja sukupuoli oli kontrolloitu, ystävien seitsemännellä luokalla mitattu aritmeettinen sujuvuus ennusti nuoren laskutaitoa edelleen tilastollisesti merkitsevästi, mutta kertolaskutaidot eivät ennustaneet ( $F(4, 1352) = 919.73, p < .001$ ). Kokonaisuudessaan hierarkkinen regressiomalli selitti yhteensä 73.2 % nuoren laskutaidon vaihtelusta. Tulokset osoittivat nuoren laskutaidon kehittyvän nopeammin ystävien ollessa taitavia aritmeettisessä sujuvuudessa ja puolestaan taitojen kehittyvän hitaammin ystävien ollessa heikompia aritmeettisessä sujuvuudessa.

TAULUKKO 2. Hierarkkisen regressioanalyysin tulokset ystävien 7. luokan kertolaskutaidon ja aritmeettisen sujuvuuden yhteydestä nuoren omaan 9. luokan laskutaitoon

Muuttuja	Malli 1				Malli 2			
	<i>B</i>	KV	$\beta$	<i>p</i>	<i>B</i>	KV	$\beta$	<i>p</i>
<u>Askelma 1:</u>								
Ystävien aritmeettinen sujuvuus	.43	.12	.12	<.001	.15	.06	.04	.017
Ystävien kertolaskutaito	.07	.03	.09	.006	-.03	.01	-.03	.057
<u>Askelma 2:</u>								
Oma laskutaito 7.lk					.91	.02	.85	<.001
Sukupuoli					1.22	.30	.06	<.001

Huom. *n* = 1352-1769

## 4 POHDINTA

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli selvittää, muistuttavatko ystävät toisiaan matemaattisten taitojen suhteen yläkoulun seitsemännellä ja yhdeksännellä luokalla. Lisäksi haluttiin selvittää, ennustaako ystävien seitsemännellä luokalla mitatut aritmeettisen sujuvuuden taidot tai kertolaskutaidot nuoren oman laskutaidon kehitystä seitsemänneltä luokalta yhdeksännelle luokalle. Aiemman tutkimuksen mukaan ystävillä on havaittu olevan vaikutusta lasten ja nuorten lukutaitoon, akateemiseen suoriutumiseen, asenteisiin opiskeltavaa aihetta kohtaan sekä panostukseen koulua kohtaan (Bernt, 1999; Epstein 1983; Kiuru ym., 2017; Pohjola ym., 2014). Lisäksi Delay ym. (2016) löysivät yhteyden ystävien ja matemaattisten taitojen välillä alakouluikäisillä oppilailta. Koska ystävien merkityksen on havaittu korostuvan nuoruudessa (Eccles, 1999; Wang, ym. 2018), tässä tutkimuksessa oletettiin, että ystävillä voisi olla yhteyttä myös nuoren matemaattisiin taitoihin ja niiden kehitykseen yläkoulun aikana. Tämän tutkimuksen tulokset osoittivatkin nuorten muistuttavan toisiaan laskutaidossa ja taitojen muuttuvan yhä samankaltaisemmiksi aritmeettisen sujuvuuden suhteen yläkoulun aikana.

Ensimmäisen tutkimuskysymyksen tulokset osoittivat, että ystävien matemaattisilla taidoilla oli tilastollisesti merkitsevä positiivinen yhteys nuoren omaan laskutaitoon sekä seitsemännellä että yhdeksännellä luokalla, vaikkakin yhteys oli heikko. Näin ollen nuori ja hänen ystävänsä siis muistuttivat toisiaan sekä seitsemännellä että yhdeksännellä luokalla. On kuitenkin otettava huomioon, että vaikka ystävien taidoilla oli positiivinen yhteys, se ei tarkoita, että taidot kehittyisivät vain positiivisesti. Toisin sanoen myös ystävän heikon laskutaidon ja nuoren oman heikon laskutaidon välillä oli yhteys. Mitä paremmat taidot ystävällä oli, sitä paremmat taidot oli myös nuorella. Toisaalta mitä heikommat taidot ystävällä oli, sitä heikommat taidot myös nuorella itsellään oli.

Toisen tutkimuskysymyksen tulokset osoittivat, että ystävien seitsemännellä luokalla mitatut aritmeettisen sujuvuuden taidot sekä kertolaskutaidot en-

nustivat nuoren yhdeksännen luokan laskutaitoa kun nuoren omaa seitsemännen luokan laskutaitoa ja sukupuolta ei oltu kontrolloitu. Toisin sanoen, mitä parempi aritmeettinen sujuvuus ja kertolaskutaito nuoren ystävillä oli seitsemännellä luokalla ollut, sitä parempi laskutaito nuorella oli yhdeksännellä luokalla. Tulosten mukaan ystävät siis ennustivat toistensa yhdeksännen luokan laskutaitoa. Toisaalta, kun tarkasteltiin nuoren oman laskutaidon kehitystä seitsemänneltä yhdeksännelle, huomattiin, että ystävät ennustivat nuoren laskutaidon kehitystä aritmeettisen sujuvuuden suhteen, mutta kertolaskutaidot eivät. Tutkimus ei kuitenkaan anna selvyyttä siihen, onko kehitys tapahtunut vain oppilailla, joilla on tietty lähtötaso matematiikassa.

Tämän tutkimuksen tulokset vahvistavat Delayn ym. (2016) tuloksia, jossa havaittiin ystävien muistuttavan toisiaan alakoulussa ja lasten matematiikan taitojen muuttuvan yhä samankaltaisemmiksi kouluvuosien myötä. Myös Pohjolan ym. (2014) tulokset, jossa havaittiin ystävien taitojen ennustavan lapsen taitoja lukemisessa, osoittaa ystävyysuhteiden olevan merkityksellisiä akateemisten taitojen kehittymisessä. Tämän tutkimuksen tuloksissa mielenkiintoista oli se, että aritmeettinen sujuvuus ennusti nuoren laskutaidon kehitystä seitsemänneltä yhdeksännelle luokalle, mutta kertolaskutaidot eivät. Pohdimmekin, voisiko tähän vaikuttaa kertolaskutaitojen opiskelulle tyypillinen ulkoa oppiminen? Aritmeettisessä sujuvuudessa on laskemisella suurempi rooli, kuin kertolaskuissa, jossa oppilas on voinut ulkoa opetella kertolaskujen tulot. Aritmeettisessä sujuvuudessa ystävän rooli saattaa siksi olla merkityksellisempi, sillä laskut ovat haastavampia ja laskujen ratkaisuun tarvitaan erilaisia strategioita.

Tässä tutkimuksessa sukupuolella ei ollut merkitystä tulosten kannalta, sillä tytöillä ja pojilla molemmilla vastavuoroisten ystävien yhteys omaan laskutaitoon oli tilastollisesti merkitsevää kummallakin luokka-asteella. Sukupuolten samankaltaisuus on linjassa Reindlin ym. (2020) tutkimuksen kanssa, jossa sukupuolesta riippumatta ystävän vaikutus oli yhtä vahvaa matematiikan arvostukseen. Tämän tutkimuksen osalta on myös huomioitava, että ystäviä ei oltu määriteltä sukupuolen mukaan esimerkiksi tyttö-tyttö tai poika-poika pareiksi, vaan

sukupuoli määriteltiin tutkittavan mukaan ja ystävät saivat olla kumpaa sukupuolta tahansa. Tosin esimerkiksi Wangin ym. (2018) tutkimuksessa nuorten nimeämistä ystävistä lähes 90 % oli samaa sukupuolta olevia, vaikka ystäväksi sai nimetä kenet tahansa. Tässä tutkimuksessa ei ole tiedossa millaisia ystäväpareja lopulta muodostui, eikä sen vuoksi voida tehdä johtopäätöksiä sukupuolen vaikutuksista.

Suuri osa aikaisemmin tehdyistä tutkimuksista, joissa ystävien akateemisten taitojen, kuten teknisen lukutaidon, luetun ymmärtämisen sekä matemaattisen päättelyn, välillä on löydetty yhteyksiä, on toteutettu alakoulussa (ks. Delay ym., 2016; Kiuru ym., 2017; Pohjola ym., 2014). Tämä tutkimus kuitenkin osoittaa, että ystävät muistuttavat toisiaan laskutaidon suhteen edelleen myös yläkoulussa. Perusopetuksen opetussuunnitelmassa todetaan, että nuorten kehityserot kasvavat yläkouluiässä (Opetushallitus, 2014) ja siksi onkin mielenkiintoista havaita, että siitä huolimatta ystävien välillä yhteys säilyy. Tämän tutkimuksen tulokset osoittivat, että mitä paremmat taidot ystäväillä on, sitä paremmiksi nuoren omat taidot kehittyivät. Ystäväpiirit saattavatkin alkaa eriytyä toisistaan akateemisesti hyvin pärjääviin ja heikosti pärjääviin, mikä saattaa selittää nuorten taitoerojen kasvua. Hyvin pärjäävät oppilaat saattavat viedä toistensa kehitystä yhä kauemmas eteenpäin, kun puolestaan heikosti pärjäävät eivät saa tätä hyötyä ystäväpiiriltään.

Seitsemännen luokan ystävien taitojen samankaltaisuuden taustalla saattaa olla ystävän valikoimisen prosessit. Jo ystäväsuhteita luodessa voidaan ystäviksi valikoida itsensä kaltaisia henkilöitä (Reindl ym., 2020). Toisaalta myös ystäväsuhteen aikana ystävät alkavat muistuttaa toisiaan (Reindl ym., 2020) ja tämä selittääkin ystävien samankaltaistumista laskutaidossa. Tutkimusten mukaan heikommin suoriutuvan ystävän on havaittu hyötyvän hyvin suoriutuvasta ystävästä (Epstein, 1983; Rambaran ym., 2017) sen sijaan, että hyvin suoriutuvan ystävän taidot heikentyisivät. Myös Cooc ja Kim (2017) havaitsivat lasten, joilla oli heikot lukemisen taidot hyötyvän eniten ystävästä, jolla on hyvät lukutaidot. Toisaalta, kuten Pohjola ym. (2014) pohtivat, voisiko ystävä vaikuttaa myös päin-

vastaisesti koulusuoriutumiseen siten, että lapsen halu samaistua ystävän kielteisiin asenteisiin koulua kohtaan muokkasi myös lapsen omaa asennetta negatiivisemmaksi?

Tässä tutkimuksessa ei tutkittu, millaisia prosesseja ystävysten taitojen samankaltaistumisen taustalla on ollut, mutta aikaisempien tutkimustulosten valossa voidaan olettaa ystävän vaikuttavan lapsen koulusuoriutumiseen ennemminkin myönteisesti kuin kielteisesti (ks. Epstein, 1983; Cooc & Kim, 2017; Rambaran ym., 2017). Myöskään sitä ei tässä tutkimuksessa saada selville, kuinka suoraan ystävien vaikutus lapsen taitoihin on ollut vai onko taustalla mekanismeja, joiden vaikutuksen kautta ystävä vaikuttaa nuoren taitoihin. Taustamekanismeina eli välivaikuttajina saattaisi olla esimerkiksi ystävien vaikutus nuoren kiinnostukseen, arvostukseen tai minäkäsitykseen matematiikan oppijana ja sitä kautta taitoihin.

Kiinnostus ja arvostus matematiikkaa kohtaan saattaa olla nuorten samankaltaisten laskutaitojen selittäjänä. Oppilaiden taidot tulevat esiin jossain määrin oppitunneilla, mutta ehkäpä vielä näkyvämpää oppitunneilla on oppilaiden arvostus opiskeltavaa aihetta kohtaan ja kiinnostus akateemiseen suoriutumiseen. Tutkimusten mukaan ystävien arvostus matematiikkaa kohtaan korreloi nuoren oman arvostuksen kanssa (Reindl ym., 2020) ja kiinnostuksen on havaittu olevan vaikuttavana tekijänä määrittämässä, kuinka vaikutusvaltainen ystävä on muovaamaan lapsen matemaattista päättelyä (Delay ym., 2016). Salmela-Aron (2018) mukaan se, mistä asioista lapsi on kiinnostunut ja minkälaiset asiat lapsi kokee itselleen tärkeiksi, vaikuttaa koulussa suoriutumiseen ja siihen, millaisia kouluun tai opiskeluun liittyviä valintoja lapsi tekee. Vertaisvaikutuksen ansiosta lasten kiinnostuksen kohteet saattavatkin peilata toinen toistaan ystävien keskuudessa (Delay ym., 2016; Pohjola ym., 2014; Rubin ym., 2008). Delayn ym. (2016) mukaan nuorilla, jotka eivät ole kiinnostuneita matematiikasta, saattaakin olla suurempi todennäköisyys suoriutua siitä huonommin.

Kiinnostuksen ja arvostuksen lisäksi yksi selittävä mekanismi ystävien samankaltaisuuden taustalla saattaa olla ystävien vaikutus oppijan käsitykseen itsestä. Jones kollegoineen (2011) havaitsivat ystävän tarkkailemisen vaikuttavan



omaan matemaattiseen suoriutumiseen muuttuneen minäkäsityksen kautta. Ystävän havainnointi ei muovannut suoraan suoriutumista vaan minäkäsitystä, joka puolestaan vaikutti suoriutumiseen (Jones ym., 2011). Tutkimuksemme matemaattisten taitojen samankaltaisuuden taustalla saattaakin siis olla ystävien vaikutus siihen, millaisena nuoret näkevät itsensä ja kykynsä oppia. Minäkäsitys puolestaan ohjaa nuoren suhtautumista matematiikan opiskeluun. Ystävät voivat vaikuttaa toistensa minäkäsitykseen sosiaalisen vertailun kautta, kun omaa kyvykkyyttä verrataan ystävien taitoihin (Bong & Skaalvik, 2003). Yksilön kokemus omasta kyvykkyydestä on parempi ryhmän taitotason ollessa heikko (Marsh, 1987). Wentzel (2009) esittää myös yhdeksi tavaksi ystävien vaikuttavuudelle vastavuoroisen avunannon. Tässä tutkimuksessa tutkittavat matemaattiset taidot ovat kuitenkin peruslaskutaitoja, eivätkä esimerkiksi pohdintaa vaativaa ongelmanratkaisua, joten avunanto ei välttämättä ole suuressa roolissa samankaltaistumisen taustalla.

Tulosten yleistettävyyden vuoksi on tärkeää tarkastella rajoituksia, joita tähän tutkimukseen liittyy. Tämän tutkimuksen ensimmäisenä rajoitteena voidaan pitää oletusta siitä, että oppilaan seitsemännen luokan keväällä nimeämät ystävät pysyivät samana yhdeksännelle luokalle saakka. Osalla tutkittavista on vastavuoroiset ystävät saattaneet vaihtua yhdeksännellä luokalla toteutettuun mittaukseen mennessä. Mikäli tutkimuksessa olisi varmennettu ystäväparien pysyminen samana yhdeksännelle luokalle saakka, voisi yhteys olla nykyistä voimakkaampi. Toisena rajoitteena voidaan pitää sitä, että tässä tutkimus kohdistui ainoastaan vastavuoroisiin ystäviin. Mikäli tutkimukseen otettaisiin mukaan vertaisryhmänä sellaiset oppilaat, joilla ei ole vastavuoroisia ystäviä, voitaisiin saada yhä tarkempaa tutkimustietoa ystävien vaikutuksesta toistensa taitoihin.

Jatkossa olisi mielenkiintoista ja tärkeää tutkia miten ne oppilaat, joilla on vastavuoroisia ystäviä eroavat matematiikan taidoiltaan oppilaista, joilla ei ole vastavuoroisia ystäviä. Wentzelin (2009) mukaan tutkimuksen tulokset ovat osoittaneet, että sosiometrisissä testeissä hyljeksityt lapset kokevat akateemisia haasteita, kun taas suositut lapset näyttävät suoriutuvan akateemisesti hyvin. Vaikka oppilaalla ei olisi vastavuoroisia ystäviä, on hän silti altis vertaisryhmän

vaikutukselle ja olisikin tutkimuksen arvoista selvittää, missä määrin oppilaat, joilla on vastavuoroisia ystäviä poikkeavat oppilaista, joilla niitä ei ole. Toinen tästä tutkimuksesta herännyt jatkotutkimusaihe on se, miten mahdolliset taustatekijät vaikuttavat ystävien ja taitojen yhteyteen ja missä määrin nuoret muistuttavat toisiaan esimerkiksi matemaattisen kiinnostuksen suhteen? Voisiko esimerkiksi kiinnostus olla tässäkin tutkimuksessa taitojen muistuttavuutta selittävä tekijä?

Tämä tutkimus vastasi kysymykseen, missä määrin ystävät muistuttavat toisiaan laskutaidossa yläkoulussa ja ennustaako ystävien seitsemännellä luokalla mitattu kertolaskutaito ja aritmeettinen sujuvuus nuoren oman laskutaidon kehitystä seitsemänneltä luokalta yhdeksännelle luokalle. Tämän tutkimuksen tulokset osoittivat, että ystävyysuhteilla on merkitystä myös yläkoulussa laskutaidon osalta. Vaikka tutkimuksen tuloksissa ystävien yhteys matematiikan taitoihin oli heikko, on tämä merkityksellistä, sillä matematiikan oppiaineen luonne on niin hierarkkinen ja oma aikaisempi osaaminen selittää suurimman osan kehityksestä. Tulokset antavat tärkeää tietoa nykypäivän opettajille ystävyysuhteiden merkityksestä ja niiden yhteydestä akateemisiin taitoihin. Yläkouluikäisten oppilaiden laskutaidon kehittymisen kannalta saattaakin olla merkittävää, minkä tasoisia ystäviä lapsella on. Opettajien olisi hyvä tukea ystävyysuhteita, mutta samalla myös kokeilla ja hyödyntää sellaisia ryhmäjäjestelyitä, joissa olisi eritasoisia oppijoita, jotka tukisivat toistensa oppimista. Opettajien olisikin syytä pohtia, miten he voivat opetuksessaan hyödyntää ystävien apua, arvoja ja asenteita, kun tutkimustulokset ovat osoittaneet, että ystävillä on positiivinen yhteys nuoren akateemiseen suoriutumiseen ja tässä tapauksessa laskutaitoon.

## LÄHTEET

- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M., & Nurmi, J. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96*(4), 699-713.  
<https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699>
- Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2018). Matemaattisten taitojen kehitys kouluikässä. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Niilo Mäki Instituutti, 54-69.
- Aunola, K., & Räsänen, P. (2007). The basic arithmetic test. Unpublished. Jyväskylän yliopisto.
- Berndt, T. J. (1999). Friends' influence on students' adjustment to school. *Educational Psychologist, 34*(1), 15-28.  
[https://doi.org/10.1207/s15326985ep3401\\_2](https://doi.org/10.1207/s15326985ep3401_2)
- Bong, M. & Skaalvik, E. M. (2003). Academic self-concept and self-efficacy: How different are they really? *Educational Psychology Review 15*(1), 1-40
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Routledge.
- Coie, J. D., Dodge, K. A., & Coppotelli, H. (1982). Dimensions and types of social status: A cross-age perspective. *Developmental Psychology, 18*(4), 557-570.  
<https://doi.org/10.1037/0012-1649.18.4.557>
- Cooc, N. & Kim, J.S. (2017) Peer Influence on children's reading skills: A social network analysis of elementary school classrooms. *Journal of Educational Psychology, 109*(5), 727-740.
- DeLay, D., Laursen, B., Kiuru, N., Poikkeus, A., Aunola, K. & Nurmi, J. (2016). Friend influence and susceptibility to influence: Changes in mathematical reasoning as a function of relative peer acceptance and interest in mathematics. *Merrill-Palmer Quarterly, 62*(3), 306-333.  
<https://doi.org/10.13110/merrpalmquar1982.62.3.0306>
- DeLay, D., Laursen, B., Kiuru, N., Rogers, A., Kindermann, T. & Nurmi, J. (2021). A comparison of dyadic and social network assessments of peer influence. *International Journal of Behavioral Development, 45*(3), 275-288.  
<https://doi.org/10.1177/0165025421992866>

- Eccles, J. S. (1999). The development of children ages 6 to 14. *The future of children*, 9(2), 30-44. <https://doi.org/10.2307/1602703>
- Epstein, J. L. (1983). The influence of friends on achievement and affective outcomes. Teoksessa J. L. Epstein & N. Karweit (toim.), *Friends in School: Patterns of Selection and Influence in Secondary Schools*. New York: Academic Press, 177-200.
- Eskelä-Haapanen, S. (2012). *Kohdennettu tuki perusopetuksen alkuluokilla*. [väitöskirja, Tampereen yliopisto].
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Bailey, D. H. (2013). Adolescents' functional numeracy is predicted by their school entry number system knowledge. *PloS one*, 8(1). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0054651>
- Guay, F., Boivin, M., & Hodges, E. V. E. (1999). Predicting change in academic achievement: A model of peer experiences and self-system processes. *Journal of Educational Psychology*, 91(1), 105-115. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.91.1.105>
- Hamm, J. V., & Faircloth, B. S. (2005). Peer context of mathematics classroom belonging in early adolescence. *The Journal of Early Adolescence* 25(3), 345-366. <https://doi.org/10.1177/0272431605276932>
- Hannula, M. M. & Lepola, J. (2006) Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehitystä? Teoksessa J. Lepola & M.M. Hannula (toim.), *Kohti koulua. Kielellisten matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys*. Turun yliopisto - kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja, 129-153.
- Harris, J. R. (1995). Where is the child's environment? A group socialization theory of development. *Psychological Review*, 102(3), 458-489. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.102.3.458>
- Jones, M. H., Audley-Piotrowski, S. R., & Kiefer, S. M. (2012). Relationships among adolescents' perceptions of friends' behaviors, academic self-concept, and math performance. *Journal of Educational Psychology*, 104(1), 19-31.

<https://doi.org/10.1037/a0025596>

King, K. M., McLaughlin, K. A., Silk, J., & Monahan, K. C. (2018). Peer effects on self-regulation in adolescence depend on the nature and quality of the peer interaction. *Development and Psychopathology*, 30(4), 1389-1401.

<https://doi.org/10.1017/S0954579417001560>

Kiuru, N., DeLay, D., Laursen, B., Burk, W. J., Lerkkanen, M.-K., Poikkeus, A.-M., & Nurmi, J.-E. (2017). Peer selection and influence in students' reading skills in early primary grades: A social network approach. *Reading and Writing*, 30(7), 1473-1500.

<https://doi.org/10.1007/s11145-017-9733-5>.

Koponen, T., & Mononen, R. (2010). The 2-minute multiplication fluency test. Unpublished.

Kämäräinen, A. (2021). Vuorovaikutuksen rakentumisen syvälinen ymmärtäminen auttaa tunnistamaan matematiikan oppimista edistäviä vuorovaikutustekijöitä. *Prologi* 17(1), 48-54.

<https://doi.org/10.33352/prlg.107319>

Ladd, G. W. (1990). Having friends, keeping friends, making friends, and being liked by peers in the classroom: Predictors of children's early school adjustment? *Child development*, 61(4), 1081-1100.

<https://doi.org/10.2307/1130877>

Ladd, G. W., Birch, S. H., & Buhs, E. S. (1999). Children's social and scholastic lives in kindergarten: Related spheres of Influence? *Child development*, 70(6), 1373-1400. <https://doi.org/10.1111/1467-8624.00101>

Laursen, B. & Veenstra, R. (2021). Toward understanding the functions of peer influence: A summary and synthesis of recent empirical research. *Journal of Research on Adolescence*, 31(4), 889-907. <https://doi.org/10.1111/jora.12606>

Leppänen, U., Niemi, P., Aunola, K., & Nurmi, J. (2004). Development of reading skills among preschool and primary school pupils. *Reading Research Quarterly*, 39(1), 72-93. <https://doi.org/10.1598/RRQ.39.1.5>

Marsh, H. W. (1987). The big-fish-little-pond effect on academic self-concept. *Journal of Educational Psychology* 79(3), 280-295.

- Marsh, H. W. & Hau, K. (2003). Big-fish-little-pond effect on academic self-concept: A cross-cultural (26-country) test of the negative effects of academically selective schools. *American Psychologist* 58(5), 364–376.  
<https://doi.org/10.1037/0003-066X.58.5.364>
- Metsämuuronen, J. (2013). *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012*. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Helsinki: Opetushallitus.
- Newcomb, A. F., & Bagwell, C. L. (1995). Children's friendship relations: A meta-analytic review. *Psychological Bulletin*, 117(2), 306-347.  
<https://doi.org/10.1037/0033-2909.117.2.306>
- Nieminen, L. (2010). Lasten ja nuorten tutkimus: oikeudellinen tarkastelu. Teoksessa T. Pösö, N. Rutanen, K. Vehkalahti, H. Lagström, N. Ellonen & L. Raevaara. *Lasten ja nuorten tutkimuksen etiikka*. Nuorisotutkimusseura : Nuorisotutkimusverkosto.
- Nummenmaa, L. (2009). *Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät* (1. p., uud. laitos.). Tammi.
- Nummenmaa, L., Holopainen, M., Pulkkinen, P., & Kimpimäki, K. (2019). *Tilastollisten menetelmien perusteet* (1.-5. painos.). Sanoma Pro Oy.
- Opetushallitus. (2014). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet*. Määräykset ja ohjeet 96. Opetushallitus.
- Paju, P. (2011). Koulua on käytävä: Etnografinen tutkimus koululuokasta sosiaalisena tilana. Nuorisotutkimusverkosto : Nuorisotutkimusseura.
- Parker, J. G., & Asher, S. R. (1993). Friendship and friendship quality in middle childhood: Links with peer group acceptance and feelings of loneliness and social dissatisfaction. *Developmental Psychology*, 29(4), 611-621.  
<https://doi.org/10.1037/0012-1649.29.4.611>
- Pedersen, S., Vitaro, F., Barker, E. D., & Borge, A. I. H. (2007). The timing of middle-childhood peer rejection and friendship: Linking early behavior to early-adolescent adjustment. *Child Development*, 78(4), 1037-1051.  
<https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01051.x>
- Pohjola, T., Lerkkanen, M., Poikkeus, A., Nurmi, J. & Kiuru, N. (2014).

- Ystävien vaikutus lasten lukutaitoon kolmannella ja neljännellä luokalla. *NMI-bulletin : Niilo Mäki instituutin tiedotteita ja raportteja*, 24(3), 12-30.
- Polet, J. & Koponen, T. (2012). *LukiMat - Oppimisen arviointi: Matematiikan tuen tarpeen tunnistamisen välineet 1. luokalle. Tekninen opas*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Rambaran, J. A., Schwartz, D., Badaly, D., Hopmeyer, A., Steglich, C., & Veenstra, R. (2017). Academic functioning and peer influences: A short-term longitudinal study of network-behavior dynamics in middle adolescence. *Child Development*, 88(2), 523-543. <https://doi.org/10.1111/cdev.12611>
- Reindl, M., Gniewosz, B. & Dresel, M. (2020). Friends' influence on the development of academic values in mathematics: Are there differences between female and male dyads? *European Journal of Psychology of Education*, 36(3), 781-797. <https://doi.org/10.1007/s10212-020-00503-3>
- Rubin, K.H., Bukowski, W., Parker, J., & Bowker, J.C. (2008). Peer interactions, relationships, and groups. Teoksessa W. Damon, & R. Lerner (toim.), *Developmental Psychology: An Advanced Course*. New York: Wiley.
- Rusanen, E., & Räsänen, P. (2012). Matematiikassa heikosti suoriutuvien lasten laskustrategioiden kehitys. *NMI-bulletin : Niilo Mäki instituutin tiedotteita ja raportteja*, 22(3), 28-41.
- Rönkä, M., Lerkkanen, M.-K., Poikkeus, A.-M., Nurmi, J.-E., & Kiuru, N. (2011). Luku- ja laskutaidon sekä oppiainekohtaisten minäkäsitysten yhteydet lapsen sosiaaliseen asemaan vertaisryhmässä. *Psykologia* 46 (5), 312-327.
- Salmela-Aro, K. (2018). Motivaatio ja oppiminen kulkevat käsi kädessä. Teoksessa A. Salo, A. Kajamies, K. Salmela-Aro, K. Aunola, & M. Vauras. *Motivaatio ja oppiminen*. PS-kustannus.
- Salonen, R. V. & Hannula, M. S. (2022). Matematiikan osaamistaso ja matemaattisen minäkäsityksen kehitys alakoulusta toiselle asteelle. *LUMAT*, 10(1), <https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.1.1732>
- Tuijula, T. (2011). "Jos tietää, mitä haluaa": *Seurantatutkimus lukio-opiskelijoiden itsesäätelystä, opiskelun kulusta ja odotusten toteutumisesta*. [väitöskirja, Turun yliopisto].

- Tutkimuseettinen neuvottelukunta. (2012). *Hyvä tieteellinen käytäntö ja sen loukkausepäilyjen käsitteleminen Suomessa*.  
[https://tenk.fi/sites/tenk.fi/files/HTK\\_ohje\\_2012.pdf](https://tenk.fi/sites/tenk.fi/files/HTK_ohje_2012.pdf)
- Tutkimuseettinen neuvottelukunta. (2019). *Ihmiseen kohdistuvan tutkimuksen eettiset periaatteet ja ihmistieteiden eettinen ennakoarviointi Suomessa*.  
 Tutkimuseettisen neuvottelukunnan ohje 2019.  
[https://tenk.fi/sites/default/files/2021-01/Ihmistieteiden\\_eettisen\\_ennakoarvioinnin\\_ohje\\_2020.pdf](https://tenk.fi/sites/default/files/2021-01/Ihmistieteiden_eettisen_ennakoarvioinnin_ohje_2020.pdf)
- Vartiainen, J., Poikkeus, A., Lerkkanen, M., Nurmi, J., & Kiuru, N. (2012). Vertaissuhdevaikeudet, kielelliset taidot sekä lukemaan ja kirjoittamaan oppiminen. *NMI-bulletin : Niilo Mäki instituutin tiedotteita ja raportteja*, 3, 42-57.
- Wang, M., Kiuru, N., Degol, J. L., & Salmela-Aro, K. (2018). Friends, academic achievement, and school engagement during adolescence: A social network approach to peer influence and selection effects. *Learning and Instruction*, 58, 148-160. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.06.003>
- Welsh, M., Parke, R. D., Widaman, K., & O'Neil, R. (2001). Linkages between children's social and academic competence: A longitudinal analysis. *Journal of School Psychology*, 39(6), 463-482.  
[https://doi.org/10.1016/S0022-4405\(01\)00084-X](https://doi.org/10.1016/S0022-4405(01)00084-X)
- Wentzel, K. R. (2009). Peers and academic functioning at school. Teoksessa K.H. Rubin, W.M. Bukowski, B. Laursen (toim.), *Handbook of Peer Interactions, Relationships, and Groups*. The Guilford Press, 531-547.
- Wentzel, K. R., Battle, A., Russell, S. L. & Looney, L. B. (2010). Social supports from teachers and peers as predictors of academic and social motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 35(3), 193-202.  
<https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2010.03.002>