322,

Jyväskylän yliopisto

Taloustieteiden tiedekunta

# Reaalioptioiden käyttö investointilaskennassa

Kansantaloustieteen pro gradu-tutkielma

Antti Kokkonen

Tammikuu 2001

Tutkielman nimi: Reaalioptioiden käyttö investointilaskennassa

Tutkielman laatija: Antti Kokkonen

Ohjaaja: Juhani Raatikainen

Tieteenala: Kansantaloustiede

Julkaisuaika: Tammikuu 2001

Julkaisupaikka: Jyväskylän yliopisto

Sivumäärä: 64 + liitteet 30

Tiivistelmä

Työssä tarkastellaan optioteoriaan perustuvien mallien käyttökelpoisuutta reaali-investointiprojektien arvioinnissa. Yksi tutkimuksen keskeisistä painopistealueista on investointihankkeen tuoton volatiilisuuden estimointi ns. GARCH – menetelmillä. Sovelluskohteeksi on valittu metsäteollisuuden paperikoneinvestointi ja tähän liittyvää epävarmuutta on arvioitu Stora Enson osakekurssin pohjalta, ajanjaksolta 3.1.1995 –11.8.2000. Estimoinnin perusteella saatua tulosta käytetään paperikoneen investointilaskelman tekemisessä soveltaen ns. reaalioptioihin liittyvää lähestymistapaa. Tulosten mukaan reaalioptioihin persutuva hinnoittelumalli antaa investoinnin tuottovaatimukseksi pienemmän arvon kuin perinteiset menetelmät.

Avainsanat: Reaalioptiot, Investoinnit, GARCH

Sisällysluettelo

# 1. Johdanto

Tutkielmassa käsitellään investointien kannattavuuslaskentaan liittyviä ongelmia. Investointihankkeisiin liittyy erilaisia valinnaisuuksia, jotka olisi huomioitava tehtäessä päätöstä investoinnin toteuttamisesta. Pyrittäessä huomioimaan näitä valinnaisuuksia, tulevat perinteisesti päätöksenteon apuvälineinä käytettyjen laskentamallien rajoitukset melko nopeasti esille. Perinteisissä laskentamalleissa ilmenee ongelmia, kun pyritään arvioimaan esimerkiksi investoinnin ajoituksesta, laajentamisesta tai investointiprojektin lopettamisesta aiheutuvia muutoksia koko investoinnin kannalta. Käytettäessä investointien arvioinnissa perinteisistä malleista poikkeavaa, rahoitusmarkkinoilta tuttua lähestymistapaa, joka perustuu optiohinnoitteluun, havaitaan, että se pystyy huomioimaan ainakin osan valinnaisuuksien aiheuttamista ongelmista, joiden mallintamiseen perinteiset tavat eivät pysty.

## *1.1 Tutkimusongelma*

Tutkimusongelma on optioteoriaan perustuvan investointiprojektin arviointimenetelmän käyttökelpoisuus paperikoneinvestoinnin tapauksessa. Projektiksi on valittu paperikoneinvestointi, koska rahoitusmarkkinoilta ei ole suoraan löydettävissä paperikoneinvestointia vastaavaa optiota, joten optiorakennelma joudutaan muodostamaan itse.

## *1.2 Tutkielman rakenne*

Perinteisistä kassavirtoihin perustuvista malleista tässä työssä esitellään muutama yleisimmin käytetty sekä selitetään miksi näiden mallien käyttö ei välttämättä johda totuudenmukaiseen lopputulokseen. Tämän jälkeen selitetään periaate, joka on reaalioptioiden taustalla ja havainnollistetaan esimerkin avulla miten reaalioptioihin perustuvaa lähestymistapaa voidaan käyttää apuna investointiin liittyvässä kannattavuuslaskennassa. Seuraavaksi esitellään kolme mallia, joita käytetään rahoitusoptioiden hinnoittelussa. Tämän jälkeen arvioidaan esimerkin avulla kassavirtoihin perustuvan menetelmän ja reaalioptio–menetelmän käyttöä investointiongelman ratkaisussa. Esimerkissä ilmenee tuottojen volatilisuuden suuri merkitys lopputuloksen kannalta, joten jatkossa keskitytäänkin menetelmään, jolla pyritään tekemään mahdollisimman luotettava arvio volatilisuudesta. Tämä menetelmä esitellään yksityiskohtaisesti, koska sitä käytetään jatkossa volatilisuusestimaatin tekemiseen. Empiirisessä osassa käsitellään paperikoneen investointilaskentaa käyttäen kassavirtoihin perustuvaa menetelmää ja reaalioptio–menetelmää, johon sisältyy volatilisuuden estimointi edellä esitettyä mallia käyttäen. Mallien antamia tuloksia vertaillaan sekä pohditaan mallien välisten erojen syitä ja sitä, ovatko tulokset odotusten mukaisia.

### 1.3 Tutkielman tavoite

Tutkimuksen tavoitteena on yhdistää volatiilisuuden estimointimenetelmät, optioteoria ja investointilaskenta. Kaikkia näitä on tutkittu erikseen, mutta tutkimuksia, jotka yhdistävät nämä kaikki, ei ole juurikaan tehty.

### 1.4 Muita aiheeseen liittyviä tutkimuksia

Michel Benaroch ja Robert Kauffman tutkivat vuonna 1998 optiohinnoittelun käyttöä informaatioteknologian alan projektissa, jossa oli tarkoitus löytää projektin toteutukselle optimaalinen ajankohta. He saivat tutkimuksessaan hyviä tuloksia mallin käytettävyydestä, mutta he käyttivät joissakin parametrien estimoinneissa niin suurta vaihteluväliä, että mikäli parametrit olisi valittu välin eri laidoilta niin mallista saatavat tulokset olisivat poikenneet toisistaan merkittävästi. [Benaroch & Kauffman]

Timothy Luehrman esitteli 1998 mallin toimintaa esimerkkien avulla, mutta hän ei käyttänyt todellista dataa ja hänen käyttämänsä malli oli pelkistetty. Se esimerkiksi perustui tuottojen vaihtelun arvioimisen osalta menetelmään, joka oli laskennallisesti yksinkertainen, mutta ei realistinen.[Luehrman]

Brian Dos Santos käytti myöskin vuonna 1991 julkaistussa artikkelissaan kuvitteellista aineistoa ja hänen käyttämässään mallissa tuottojen vaihtelun arvioinnissa käytettiin melko yksinkertaista mallia ja hän osoitti artikkelissaan miten tärkeä roolia tuottojen vaihtelulla on. [Dos Santos]

# 2. Kassavirtoihin perustuvat menetelmät

Seuraavassa luvussa esitellään perinteisiä kassavirtoihin ja niiden nykyarvolaskentaan perustuvia hinnoittelumalleja. Lisäksi käsitellään hieman mallien rajoitteita sekä syitä joista rajoitteet aiheutuvat.

## *2.1 Netto nykyarvo(NPV)*

Nykyarvolla tarkoitetaan tietyn tulevaisuudessa saatavan rahamäärän $y_i$ (i=1,2,...,n) tämänhetkistä arvoa y0. Tarkoituksena on laskea, mikä on esimerkiksi n vuoden kuluttua saatavan rahamäärän arvo tällä hetkellä. Laskeminen tapahtuu seuraavasti:

(2.1) $$y_0 = \frac{c_n}{(1+r_n)^n}$$

$c_n$ = saatava rahamäärä

$r_n$= diskonttauskorko

Kunkin ajanhetken diskonttauskorko määritellään pääomamarkkinoilla määräytyvän koron mukaan. Jos tulevaisuuden kassavirrat ovat riskittömiä, diskonttauskorko on silloin markkinoiden ajanhetkelle määräämä riskitön korko. Silloin kun tulevaisuuden kassavirrat ovat epävarmoja, odotettu kassavirta diskontataan vastaavasta riskillisestä instrumentista saatavan koron mukaan.

Jatkuvan ajan tapauksessa nykyarvo lasketaan seuraavasti:

(2.2) $$y_0 = c_n e^{-r_n(t_n - t_0)}$$

## *2.2 Takaisinmaksu*

Yritykset voivat käyttää investoinnin kannattavuuden tutkimiseen menetelmää, jonka avulla selvitetään, kuinka nopeasti investointi tuottaa takaisin siihen käytetyn rahamäärän. Takaisinmaksuaika löydetään laskemalla vuosien määrä, joka kuluu ennen kuin kumulatiiviset, ennustetut kassavirrat ovat yhtä suuria kuin alkuinvestointi. Tarkastellaan projekteja A ja B.

*Taulukko 2.1 Projektien takaisinmaksuajat*

| Projekti | C0 | C1 | C2 | C3 | Aika vuuosina | NPV(10%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | -2000 | 2000 | 0 | 0 | 1 | -182 |
| B | -2000 | 1000 | 1000 | 5000 | 2 | 3492 |

Projektissa A alkuinvestointi on 2000 (C0 = -2000) ja projektissa on yksi kassavirta 2000, vuoden kuluttua alkuhetkestä. Oletetaan vaihtoehtoiskustannukseksi 10% joten NPV projektille A on :

$$NPV(A) = -2000 + \frac{2000}{1.20} = -182 \quad (2.3)$$

Projektissa B on alkuinvestointi 2000 (C0 = -2000) ja kassavirta ensimmäisenä vuotena 1000, toisena vuotena 1000 ja kolmantena vuotena 5000. Samalla 10%:n vaihtoehtoiskustannuksella laskettuna projektin B NPV on :

$$NPV(B) = -2000 + \frac{1000}{1.10} + \frac{1000}{(1.10)^2} + \frac{5000}{(1.10)^3} = 3492 \quad (2.4)$$

Takaisinmaksumenetelmän mukaan projekti A on kannattavampi, kun taas käyttäen NPV –menetelmää projekti B osoittautuu kannattavammaksi.

Projektissa A alkuinvestointi on 2000 (C0 = -2000) ja projektissa on yksi kassavirta 2000, vuoden kuluttua alkuhetkestä. Oletetaan vaihtoehtoiskustannukseksi 10% joten NPV projektille A on :

$$NPV(A) = -2000 + \frac{2000}{1.10} = -182 \quad (2.3)$$

Projektissa B on alkuinvestointi 2000 (C0 = -2000) ja kassavirta ensimmäisenä vuotena 1000, toisena vuotena 1000 ja kolmantena vuotena 5000. Samalla 10%:n vaihtoehtoiskustannuksella laskettuna projektin B NPV on :

$$NPV(B) = -2000 + \frac{1000}{1.10} + \frac{1000}{(1.10)^2} + \frac{5000}{(1.10)^3} = 3492 \qquad (2.4)$$

Takaisinmaksumenetelmän mukaan projekti A on kannattavampi, kun taas käyttäen NPV –menetelmää projekti B osoittautuu kannattavammaksi.

Projektissa A alkuperäisen investoinnin takaisinmaksuaika on vuosi ja projektilla B kaksi vuotta. Jos yritys käyttää takaisinmaksun raja-aikana yhtä vuotta, se valitsee ainoastaan projektin A. Jos raja-aikana pidetään kahta tai useampaa vuotta, yritys hyväksyy molemmat projektit. Oli takaisinmaksulle valittu raja-aika mikä tahansa, takaisinmaksumenetelmä antaa eri ratkaisun kuin NPV -menetelmä.

Tulokset ovat erilaisia, koska takaisinmaksumenetelmä antaa jokaiselle kassavirralle ennen raja-aikaa saman painon ja raja-ajan jälkeisille kassavirroille painoarvo on nolla. Otetaan esimerkiksi seuraavat projektit, joilla on jokaisella sama takaisinmaksuaika.

*Taulukko 1.2 Saman takaisinmaksuajan projektit*

| Projekti | C0 | C1 | C2 | C3 | Aika | NPV(10%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B | -2000 | 1000 | 1000 | 5000 | 2 | 3492 |
| C | -2000 | 0 | 2000 | 5000 | 2 | 3409 |
| D | -2000 | 1000 | 1000 | 100000 | 2 | 74867 |

Takaisinmaksumenetelmän mukaan nämä projektit ovat yhtä kiinnostavia. Kuitenkin projektilla B on korkeampi NPV -arvo kuin projektilla C, millä tahansa positiivisella korkotasolla. Projektilla D taas on korkeampi NPV kuin B tai C projektilla.

Käyttäessään takaisinmaksumenetelmää yrityksen on valittava oikea takaisinmaksun raja-aika. Jos se käyttää samaa raja-aikaa kaikille projekteille, eikä ota huomioon projektin kestoa, yritys hyväksyy liikaa lyhytkestoisia ja liian vähän pitkäkestoisia projekteja. Jos raja-aika taas on liian pitkä, yritys hyväksyy projekteja joilla on negatiivinen NPV. Raja-ajan ollessa liian lyhyt, yritys hylkää joitakin projekteja joilla on positiivinen NPV.

Takaisinmaksumenetelmässä on olennaista oikean takaisinmaksun raja-ajan valinta. Jos tyypillinen projektien kassavirtojen kesto on tiedossa, pystytään löytämään raja-aika, jota käyttämällä voidaan valita projekti, jolla on myös suurin NPV. Tämä valittu raja-aika tuottaa parhaan tuloksen kuitenkin ainoastaan projekteilla, joiden kassavirrat ovat tyypillisiä. Näin ollen on parempi käyttää NPV -menetelmää.

Takaisinmaksumenetelmästä on myös muunnos, jossa kassavirrat diskontataan ennen takaisinmaksuajan laskemista. Tämä parantaa alkuperäistä mallia, koska siinä ennen raja-aikaa saatavat kassavirrat on painotettu jokainen samalla kertoimella. Tämä ei kuitenkaan poista ongelmaa, joka syntyy kun raja-ajan jälkeisten kassavirtojen paino on nolla. [Brealey 1996, s.74]

Tarkastellaan projekteja A ja B. Molemmissa alkuinvestointi on 20000. Projekti A alkaa tuottaa kassavirtaa 6500 (mk/vuosi) ensimmäisen vuoden jälkeen ja sen kesto on kuusi vuotta. Projekti B, jonka kesto on kymmenen vuotta alkaa tuottaa kassavirtaa 6000 (mk/vuosi) ensimmäisen vuoden jälkeen. A tuottaa alkuinvestoinnin nopeammin, hieman alle neljässä vuodessa ja B hieman yli neljässä vuodessa. NPV:t ko. projekteille ovat:

$$NPV(A) = -20000 + \sum_{t=1}^{6} \frac{6500}{(1.10)^t} = 8309 \qquad (2.5)$$

$$NPV(B) = -20000 + \sum_{t=1}^{10} \frac{6000}{(1.10)^t} = 16867$$

Parannettu versio huomioi, että nyt saatu markka on arvokkaampi kuin myöhemmin saatu. Tämä parantaa mallia hieman, mutta se ei poista oikean raja-ajan valinnan tärkeyttä eikä myöskään huomioi raja-ajan jälkeisiä kassavirtoja, joten parannettu versiokin johtaa huonompiin valintoihin kuin NPV -menetelmä.[Brealey 1996, s.75-76]

### 2.3 Keskimääräinen tuotto kirjanpitoarvoon

Tässä menetelmässä tehdään päätös projektin kannattavuudesta voiton kirjanpitoarvon avulla. Sen laskemiseksi jaetaan keskimääräinen odotettu voitto keskimääräisellä investoinnin kirjanpitoarvolla, kun on ensin suoritettu poistot ja vähennetty verot. Tätä verrataan sitten yrityksen keskimääräisiin, aikaisemmista projekteista saatuihin tuottoihin tai johonkin ulkopuoliseen tuottomittariin, kuten toimialan keskimääräiseen voiton kirjanpitoarvoon.

Taulukossa 2.3 on projektin arvot sen kolmivuotisen elinkaaren ajalta. Keskimääräinen nettotulo on 2000 mk/vuosi. Vaadittu alkuinvestointi on 9000 mk hetkellä t = 0. Alkuinvestoinnin arvo pienenee vakiosummalla 3000 mk joka vuosi, joten alkuinvestoinnin kirjanpitoarvo menee nollaan kolmessa vuodessa.

*Taulukko 2.3 Tuotto kirjanpitoarvoon samalla keskimääräisellä tulolla*

| Projekti | | Vuosi 1 | Vuosi 2 | Vuosi 3 |
|---|---|---|---|---|
| A | Kassavirta | 6000 | 5000 | 4000 |
| | Nettotulo | 3000 | 2000 | 1000 |
| B | Kassavirta | 5000 | 5000 | 5000 |
| | Nettotulo | 2000 | 2000 | 2000 |
| C | Kassavirta | 4000 | 5000 | 6000 |
| | Nettotulo | 1000 | 2000 | 3000 |

Keskimääräinen tuottoasteen kirjanpitoarvo =

$$(2.6) \qquad \frac{Keskimääräinen\ vuosittainen\ tulo}{Keskimääräinen\ vuosittainen\ investointi} = \frac{2000}{3000} = 0.68$$

Tämän menetelmän mukaan projekti A toteutetaan, mikäli yrityksen tuottovaatimus projekteille on vähemmän kuin 68 prosenttia vuodessa. Menetelmällä on kuitenkin useita heikkouksia. Ensinnäkin keskimääräinen tuotto kirjanpitoarvoon –menetelmä huomioi ainoastaan keskimääräiset tuotot huomioimatta kuitenkaan sitä, että välittömästi saatu tuotto on arvokkaampi kuin myöhemmin tulevaisuudessa saatava. Keskimääräinen tuotto kirjanpitoarvoon -menetelmä antaa tuleville tuotoille liikaa painoa päinvastoin kuin takaisinmaksu –menetelmä, joka ei painota tarpeeksi tulevia tuottoja. Taulukon 2.3 projekteilla B ja C on yhtä suuret keskimääräiset investoinnit, keskimääräiset tulot ja keskimääräiset voitot kuin projektilla A. Projektilla A on kuitenkin suurin nykyarvo.

Menetelmässä käytetyt laskennalliset tulot eivät ole välttämättä verrannollisia projektista aiheutuneiden kassavirtojen kanssa. Osa kassavirroista voidaan merkitä esimerkiksi investoinneiksi ja osa toiminnasta aiheutuviksi kuluiksi. Toiminnasta johtuvat kulut vähennetään välittömästi vuosittaisista tuloista, pääoman kuluminen voidaan valita vapaasti ja myös se vähennetään vuotuisista tuloista. Siten keskimääräistä tuottoa kirjanpitoarvoon vertaavan menetelmän tulokset riippuvat laskennassa tehdyistä valinnoista. Laskentapäätökset eivät kuitenkaan vaikuta projektin todellisiin kassavirtoihin, eikä niillä siten pitäisi olla mitään vaikutusta projektin hylkäys- tai hyväksymispäätöksiin.

Yrityksen, joka käyttää päätöksenteossaan keskimääräistä tuottoa kirjanpitoarvoon vertaavaa menetelmää täytyy valita projektien vertailuun käytettävä mittari. Jos käytetään nykyisten projektien keskimääräistä kirjanpitoarvoa voi yritys, jonka nykyiset projektit ovat tuottoisia, hylätä hyvän projektin ja yritys, jonka nykyiset projektit ovat huonoja, hyväksyä heikon projektin.

Takaisinmaksumenetelmässä on puutteita, mutta keskimääräistä tuottoa kirjanpitoarvoon vertaava menetelmä on ominaisuuksiltaan vielä heikompi. Se ei ota huomioon pääoman vaihtoehtoiskustannuksia eikä perustu projektin todellisiin kassavirtoihin, ja investointipäätös riippuu yrityksen nykyisten projektien kannattavuudesta.[Brealey 1996, s. 77-79]

### *2.4 Sisäinen tuottoaste(IRR)*

Sisäistä tuottoastetta (Internal Rate of Return) käyttävä menetelmä on huomattavasti käyttökelpoisempi ja suositeltavampi kuin edellä mainitut takaisinmaksua ja keskimääräistä tuoton kirjanpitoarvoa käyttävät menetelmät. Tämän vuoksi menetelmää tarkastellaan aiemmin esiteltyjä menetelmiä laaja-alaisemmin.

Nykyarvo voidaan ilmaista tuottoasteena, jolloin investointisääntö on seuraava: "Hyväksy projekti mikäli sen tuottoaste ylittää pääoman vaihtoehtoiskustannukset." Pitkäkestoisille projekteille säännön tulkinta voi olla joskus hankalaa. Investoinnin todellinen tuottoaste on helppo määritellä projektille, joka on vain yhden periodin mittainen:

(2.7) $$tuottoaste = \frac{tuotto}{investo\operatorname{int}i} - 1$$

Vaihtoehtoisesti voidaan kirjoittaa investoinnin nykyarvo ja laskea diskonttauskorko, jolla nykyarvoksi saadaan 0.

(2.8) $$NPV = C_0 + \frac{C_1}{1 + diskonttauskorko} = 0$$

Missä C1 = tuotto ja C0 = suuniteltu investointi. Siten

(2.9) $$diskonttauskorko = \frac{C_1}{C_0} - 1$$

Edellisistä yhtälöistä ilmenee, että diskonttauskorko jolla laskettuna NPV = 0, on samalla myös sisäinen tuottoaste.

Pitkäkestoisille investoinneille ei ole täysin tyydyttävää tapaa määrittää todellista tuottoastetta. IRR -menetelmä on osoittautunut käyttökelpoiseksi, mutta mikäli sen käyttöä ei täysin ymmärretä, menetelmä voi johtaa myös vääriin tuloksiin.[Brealey 1996, s. 79-81]

Sisäinen tuottoaste on määritelty diskonttauskorkona, jolla laskettuna NPV = 0. Tämä tarkoittaa, että mikäli t periodia kestävälle projektille halutaan löytää IRR, on ratkaistava seuraava yhtälö:

(2.10) $$NPV = C_0 + \frac{C_1}{1+IRR} + \frac{C_2}{(1+IRR)^2} + \ldots + \frac{C_t}{(1+IRR)^t} = 0$$

Otetaan esimerkiksi projekti A, jolla seuraavat kassavirrat:

*Taulukko 2.5 Kassavirrat*

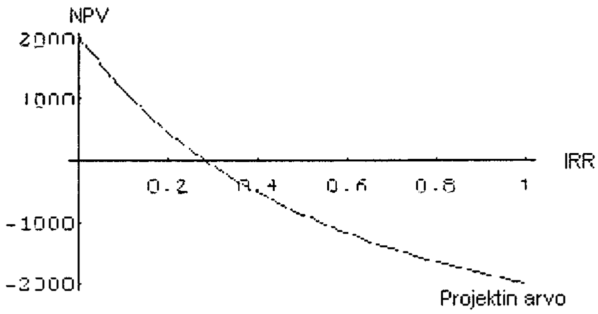
| Projekti | C0 | C1 | C2 |
|---|---|---|---|
| A | -4000 | 2000 | 4000 |

(2.11) $$NPV = -4000 + \frac{2000}{1+IRR} + \frac{4000}{(1+IRR)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow$$

$$IRR = 0.28$$

*Kuvio 2.1 Projektin arvo suhteessa sisäiseen tuottoasteeseen*




Sisäisen tuottoasteen säännön mukaan projekti hyväksytään, mikäli pääoman vaihtoehtoiskustannus on pienempi kuin sisäinen tuottoaste. Yllä olevasta kuvasta on intuitio helppo havaita. Mikäli vaihtoehtoiskustannus on pienempi kuin IRR, projektilla on positiivinen NPV.

Sisäisen tuottoasteen menetelmä pitää kuitenkin sisällään muutamia seikkoja, jotka voivat johtaa väärin tulkintoihin, mikäli ei olla huolellisia.

### 2.4.1 Negatiivinen vai positiivinen kassavirta

Kaikkien kassavirtojen NPV:t eivät laske, vaikka käytetty diskonttauskorko kasvaa.

*Taulukko 2.6 Negatiivisen ja positiivisen kassavirran projektit*

| Projekti | C 0 | C 1 | IRR, % | NPV(10%) |
|---|---|---|---|---|
| A | -1000 | 1500 | 50 | 364 |
| B | 1000 | -1500 | 50 | -364 |

Kummankin projektin IRR on 50%

$$-1000+\frac{1500}{1+0.5}=0 \quad ja \quad 1000-\frac{1500}{1+0.5}=0 \tag{2.11}$$

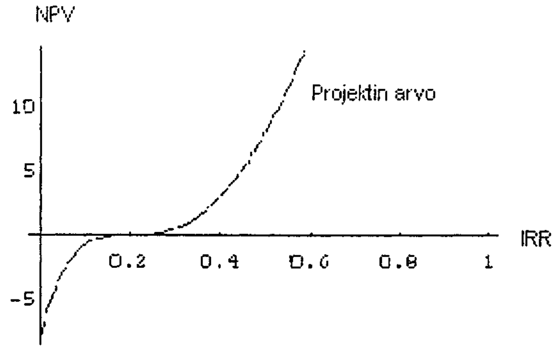
Kuitenkaan projektit eivät ole samanarvoisia. A projektissa ensin antolainataan 50 prosentin korolla. Projektissa B ottolainataan 50 prosentin korolla. Antolainatessa halutaan korkeaa korkoa kun taas ottolainatessa halutaan matalaa korkoa. Jos projektista B piirrettäisiin samanlainen kuvio kuin edellisessä esimerkissä, havaittaisiin NPV:n kasvavan diskonttauskoron myötä. Sisäisen tuottoasteen menetelmä em. tavalla määriteltynä ei selvästikään toimi tässä tapauksessa.

Esimerkiksi projektilla C on seuraavat kassavirrat:

*Taulukko 2.7 Kassavirrat*

| Projekti | C0 | C1 | C2 | C3 | IRR(%) | NPV(10) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| C | 1000 | -3600 | 4320 | -1728 | 20 | -7,5 |

*Kuvio 2.2 Projektin arvo eri diskonttauskoroilla*




Havaitaan, että projektin C NPV on 0, kun diskonttauskorkona on 20 prosenttia. Arvioidaan projektin kannattavuutta vaihtoehtoiskustannusten ollessa 10 prosenttia ja projektin sisältäessä sekä anto- että ottolainausta. Kuviosta 2.2 ilmenee, että diskonttokoron kasvaessa NPV kasvaa ja diskonttokoron arvolla 10 prosenttia projektin NPV saa negatiivisen arvon.

### 2.4.2 Useampi kuin yksi sisäisen tuottoasteen arvo

Jos projektilla on enemmän kuin yksi muutos kassavirtojen suunnassa, sisäisen tuottoasteen arvoja saadaan luultavasti enemmän kuin yksi. Esimerkkinä projekti D, jonka kassavirrat ovat seuraavat:

*Taulukko 2.8 Kassavirrat*

| Projekti | C0 | C1 | C2 | IRR(%) | NPV(10) |
|---|---|---|---|---|---|
| D | -4000 | 25000 | -25000 | 25 ja 400 | -1934 |

*Kuvio 2.3 Kaksi IRR –arvoa*


Investoinnilla on kaksi sisäisen tuottoasteen arvoa, 25 prosenttia ja 400 prosenttia. Aluksi diskonttauskoron kasvaessa NPV kasvaa, mutta alkaa sitten pienentyä. Syy tähän on kassavirroissa olevat kaksi etumerkin muutosta. On myös tapauksia, joissa ei saada sisäisen tuottoasteen arvoa lainkaan. Näissä tapauksissa voidaan käyttää NPV -menetelmää.

### 2.4.3 Toisensa poissulkevat projektit

Sisäistä tuottoastetta käyttävä menetelmä voi johtaa myös väärään lopputulokseen, mikäli joudutaan valitsemaan kahden toisensa poissulkevan projektin kesken. Esimerkkinä projektit E ja F, joilla on seuraavat kassavirrat:

*Taulukko 2.9 Kassavirrat*

| Projekti | C0 | C1 | IRR(%) | NPV(10) |
|---|---|---|---|---|
| E | -10000 | 20000 | 100 | 8182 |
| F | -20000 | 35000 | 75 | 11818 |

IRR –menetelmän käyttö johtaisi projektin E valintaan. Oikea ratkaisu voidaan löytää muodostamalla uusi projekti seuraavasti. Ajatellaan F:n ja E:n välistä erotusta omana projektinaan. Jos kannattaa investoida E:hen, niin kannattaako tehdä lisäinvestointi, jolloin voitaisiin toteuttaa projekti F. Jos lisäinvestointi saa hyväksyttävät arvot, on kannattavampaa investoida projektiin F kuin projektiin E.

*Taulukko 2.10 Kassavirtojen erotus*

| Projekti | C0 | C1 | IRR(%) | NPV(10) |
|---|---|---|---|---|
| F-E | -10000 | 15000 | 50 | 3636 |

Lisäinvestoinnin sisäinen tuottoaste 50 prosenttia ylittää selkeästi vaihtoehtoiskustannuksen (10 prosenttia). Mikäli ei käytetä uutta projektia, sisäisen tuottoasteen menetelmä ei anna vastausta investointiongelmaan.

### 2.4.5 Eriaikaiset kassavirrat

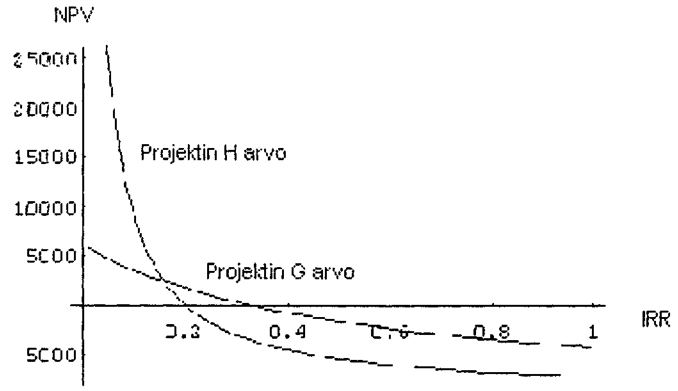
Sisäistä tuottoastetta käyttävä menetelmä ei myöskään onnistu ratkaisemaan oikein ongelmaa silloin, kun kilpailevien projektien kassavirrat eivät ole yhtä pitkäkestoisia. Esimerkkinä projektit G ja H joiden kassavirrat ovat seuraavat:

*Taulukko 2.11 Eriaikaiset kassavirrat*

| Projekti | C0 | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | | IRR(%) | NPV(10) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| G | -9000 | 6000 | 5000 | 4000 | 0 | 0 | ... | 33 | 3592 |
| H | -9000 | 1800 | 1800 | 1800 | 1800 | 1800 | ... | 20 | 9000 |

G:llä on korkeampi sisäinen tuottoaste, mutta H:lla on korkeampi NPV.

*Kuvio 2.4 Eriaikaiset kassavirrat*




Kuviosta 2.4 ilmenee, miksi menetelmien antamat vastaukset eroavat toisistaan. Ylempi käyrä ilmaisee projektin G NPV:n eri diskonttauskoron arvoilla. Diskonttauskoron arvolla 33% NPV = 0, joten IRR projektille G on myös 33%. Alempi käyrä ilmaisee projektin H NPV:t eri diskonttauskoron arvoilla. Tämän projektin IRR on 20%. Projektilla H on korkeampi NPV niin kauan, kun pääoman vaihtoehtoiskustannus on alle 15.6 prosenttia.

IRR antaa väärän vastauksen, koska projektin H kokonaiskassavirta on suurempi, mutta se syntyy pitemmän ajan kuluessa. Kun diskonttauskorko on matala, on projektilla H korkeampi NPV. Diskonttauskoron ollessa korkea, projektin G NPV on korkeampi. IRR -menetelmä kertoo, että 20 prosentin diskonttauskorolla projektin H NPV on 0 ja projektilla G on positiivinen NPV. Jos pääoman vaihtoehtoiskustannus on 20%, investoijat ovat halukkaampia toteuttamaan projektin G. Tässä esimerkissä vaihtoehtoiskustannus on 10 prosenttia, joten investoijat valitsevat projektin H. Pääoman vaihtoehtoiskustannuksen ollessa 10 prosenttia, projektilla H NPV on 9000 mk ja projektilla G NPV on 3592 mk.

Mikäli kuitenkin halutaan käyttää IRR menetelmää, täytyy ratkaisu löytää samoin kuin edellisessä esimerkissä. Vähennetään siis projektin G kassavirrat projektin H kassavirroista.

*Taulukko 2.12 Kassavirtojen erotus*

| Projekti | C0 | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | | IRR(%) | NPV(10%) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H - G | 0 | -4200 | -3200 | -2220 | 1800 | 1800 | ... | 15,6 | 5408 |

Lisäinvestoinnin sisäinen tuottoaste on siten 15,6%. Koska vaihtoehtoiskustannus oli 10%, projekti H on parempi kuin projekti G.

Aiemmissa esimerkeissä pääoman vaihtoehtoiskustannus on pidetty samana jokaisella periodilla. Jos korkotaso muuttuu ajan kuluessa, IRR menetelmän käyttö vaikeutuu. Ongelmana on mihin korkotasoon IRR arvoa pitäisi silloin verrata. Vastaus voidaan löytää laskemalla monimutkainen painotettu keskiarvo korkotasoista. Tehtäessä investointipäätöstä joudutaan vertailemaan projektin IRR arvoa sellaisen arvopaperin odotettuun IRR arvoon, jonka riski on sama kuin arvioitavassa projektissa ja jonka kassavirrat ajoittuvat samoin. Edellä mainittu vertailu voi olla kuitenkin vaikea toteuttaa, joten on parempi käyttää NPV -menetelmää.

Edellä esitettiin useita tapoja, miten IRR -menetelmää käyttäen voidaan tehdä vääriä johtopäätöksiä. IRR -menetelmä on kuitenkin selkeästi parempi menetelmä kuin Takaisinmaksu ja Average Return on Book Value -menetelmät ja oikein käytettynä sen avulla päästään samaan tulokseen kuin NPV menetelmällä. [Brealey 1996, s. 79-86]

Takaisinmaksu ja Average Return on Book Value -menetelmät ovat käytettävyydeltään huonompia kuin NPV ja IRR -menetelmät. IRR -menetelmä antaa oikein käytettynä samat lopputulokset kuin NPV -menetelmä, mutta ei sinällään eroa juurikaan NPV -menetelmästä. Näin ollen esitetyistä menetelmistä NPV -menetelmä on käyttökelpoisin.

# 3. Optiohinnoittelumalli

Edellisessä luvussa osoitettiin perinteisten hinnoittelumallien olevan melko puutteellisia. Käyttämällä rahoitusmarkkinoilta tuttua optiohinnoittelua apuna investointien arvioinnissa, saadaan monesti aivan toisenlaisia tuloksia kuin saataisiin perinteisiä menetelmiä käyttäen. Miten investoinnin arviointiin voidaan soveltaa optiohinnoittelua ja mistä poikkeavat tulokset johtuvat?

Hintojen ja kysynnän vaihtelu aiheuttavat markkinatilanteen jatkuvan muuttumisen. Tämä vaikeuttaa yksittäisen investoinnin lopputuloksen arvioimista. Sama investointi saa helposti erilaisia arvoja riippuen esimerkiksi investointilaskelman tekijän aikaisemmasta kokemuksesta, jonka perusteella hän yrittää arvioida epävarmuuden määrää ja riskin suuruutta.

Kuitenkaan investoinnille ei pitäisi olla kuin yksi oikea arvo joka saadaan rahoitusmarkkinoiden kautta. Markkinat määräävät lopulta investoinnin oikean arvon, sillä ne pystyvät määrittelemään riskin ja epävarmuuden hyvin. Käyttäen rahoitusmarkkinoita apuna, on mahdollista tehdä johdonmukainen päätös, joka perustuu markkinoilta saataville epävarmuuksien ja riskien arvoille.

Markkinoilta saatavan informaation käyttö muuttaa päätöksentekoa ja vaikuttaa myös itse päätökseen. Esimerkiksi öljyteollisuus sijoittaa nykyään paljon enemmän öljyn etsintään kuin muutama vuosi sitten. Porausreiät syvenevät, uusia reikiä porataan enemmän ja etsintää jatketaan pitempään kuin aikaisemmin. Muutokset johtuvat siitä, että investointipäätökset lasketaan nykyään toisella tavalla kuin ennen.

Öljy-yhtiöt ovat huomanneet etsinnän luovan option. Jos öljyä löytyy, yhtiöt saavat mahdollisuuden käynnistää öljyn pumppauksen. Jos pumppaaminen osoittautuukin kannattamattomaksi, on yhtiöillä mahdollisuus lopettaa se. Optiot nostavat näin ollen etsintään panostetun investoinnin arvoa, koska ne mahdollistavat projektin keskeyttämisen tai koko öljypotentiaalin käytön.

Öljy-yhtiöt saavat rahoitusmarkkinoilta tarpeellisen informaation reaalioption arvon määrittelemiseen. Öljyn etsintä on samankaltainen projekti kuin jos ostettaisiin osto-optio öljyyn. Molemmat sisältävät mahdollisuuden saada tulevaisuudessa öljyä tiettyyn, ennalta määrättyyn hintaan. Tämän vuoksi rahoitusmarkkinoilla noteerattava öljyoptio voi jossain olosuhteissa kertoa hyvin tarkasti reaalioption arvon.

Öljy-yhtiöt myös ostavat ja myyvät öljysidonnaisia osto- ja myyntisopimuksia lieventääkseen tulevaa öljynetsintään kuuluvaa hintariskiä. Yhtiöt ovat havainneet, että toisinaan on halvempaa hankkia rahoitusoptio kuin reaalioptio.

Myös muilla toimialoilla on mahdollista toimia kuten öljyteollisuudessa. Öljyn etsintä on helppo esimerkki, koska sen pääasiallisella lopputuotteella käydään jatkuvaa kauppaa Ehkä juuri tämän johdosta öljyteollisuus on edelläkävijä reaalioptioiden käytössä. Vaikka tuotteilla ei käytäisikään kauppaa samalla tavalla kuin öljyllä on kuitenkin mahdollista käyttää reaalioptioita investoinnin hinnoitteluun.

### *3.1 Optionaalisuuksien etsiminen*

Optiopohjaisten menetelmien soveltaminen ei onnistu pelkästään käyttämällä optiohinnoittelussa käytettäviä laskentakaavoja. Menetelmät vaativat hieman perinteisen ajattelutavan muokkaamista. Jos aikaisemmin kysyttiin, mitä kassavirtoja saavutetaan suorittamalla investointi, niin nyt on ennemmin kysyttävä, mitä optionaalisuuksia kohtaamme projektin kestäessä ja mitä voimme niistä hyötyä.

Optionaalisuuksien löytäminen ei ole välttämättä helppoa. Reaalioptiot ovat harvoin tarkoin määriteltyjä kokonaisuuksia toisin kuin rahoitusoptiot. Reaalioptioita kuitenkin esiintyy melkein jokaisessa investointipäätöksessä ja niiden löytämistä helpottaa erilaisten esiintymismuotojen rajoitettu määrä.

- **Ajoitusoptio.** Investointia voidaan siirtää kunnes saadaan tietoa markkinoiden kehittymisestä.
- **Kasvuoptio.** Alkuperäinen investointi voi johtaa lisäinvestointeihin. Lisäinvestoinnin arvo voi olla suurempi kuin alkuperäisen investoinnin.
- **Pilkkomisoptio.** Investointi voidaan toteuttaa monessa vaiheessa. Yhden vaiheen loppuminen luo option toteuttaa, siirtää myöhemmäksi tai peruuttaa seuraava vaihe
- **Lopetusoptio.** Projekti voidaan keskeyttää, jolloin optio pienentää tappioita.
- **Oppimisoptio.** Toteutetaan investointi ensin pienessä mittakaavassa ja tutkitaan tämän investoinnin tuloksia ennen kuin päätetään varsinaisesta investoinnista.

Mikään edellä mainituista optionaalisuuksista esiintyy harvoin yksinään. Esimerkiksi yrityksen investoinnista uuteen tietotekniikkalaitteistoon on löydettävissä helposti erilaisia optioita. Ajoitusoptio löydetään, kun etsitään optimaalista toteutusajankohtaa. Pilkkomisoptio löydetään, kun päätetään toteutetaanko projekti kerralla vai vaiheittain, ja kasvuoptio löydetään, kun pohditaan mitä uusia liiketoiminta mahdollisuuksia voi uuden laitteiston hankinta luoda.[Amram & Kulatilaka 1999, s.96-98]

Kuinka sitten projektin muuttaminen optioksi käytännössä voidaan toteuttaa? Yrityksellä on osto-optioon verrattava mahdollisuus, mutta ei pakko hankkia johonkin projektiin liittyvää käyttöomaisuutta. Jos voidaan löytää suunnilleen samanlainen rahoitusoptio kuin reaalioptio, niin tämän option arvo kertoo jotain projektin arvosta. Harvoin kuitenkin on löydettävissä kelvollista rahoitusoptiota, koska jokainen investointi on yksilöllinen. Sen sijaan on rakennettava optio, jolla on samat ominaisuudet kuin investoinnilla.

Jotta optio voitaisiin määritellä, täytyy löytää tiettyjä yhtäläisyyksiä osto-option ja investoinnin väliltä. Yksinkertaisen osto-option määrittelyyn tarvitaan viisi eri muuttujaa. Tässä tapauksessa käytetään optiona kaikista yksinkertaisinta optiota eli eurooppalaista osto-optiota. Se voidaan toteuttaa ainoastaan yhtenä ajankohtana. Tämä ei ole välttämättä kovin realistinen, mutta on esimerkkinä käyttökelpoinen.

Rahamäärä, joka kulutetaan alkuinvestointiin vastaa option toteutushintaa (x). Investoinnin tulevien kassavirtojen nykyarvo vastaa option alla olevan etuuden, esimerkiksi osakkeen, hintaa (s). Aika, minkä verran investoinnin toteuttamista on mahdollista siirtää vastaa aikaa (t) minkä verran optiolla on jäljellä ennen toteuttamispäivää. Epävarmuus tulevien kassavirtojen arvosta eli investoinnin riskillisyys, vastaa osakkeen tuottojen keskihajontaa ($\sigma$). Rahan aika-arvo on molemmissa tapauksissa laskettu markkinoiden määrittelemän riskittömän koron ($r_f$) avulla. Hinnoittelemalla optio käyttäen edellä määriteltyjä muuttujien arvoja on mahdollista laskea investointiprojekti uudella tavalla. On kuitenkin huomioitava, että reaalioptiomenetelmä on vain yksi lähestymistapa muiden rinnalla.

### 3.2 NPV ja optiohinnoittelu

Investoinnin arvo laskettuna NPV:n avulla ja optiomenetelmää käyttäen ovat samat aina, kun investoinnin siirtäminen on mahdotonta. Tällöin optio on saavuttanut toteuttamispäivänsä eli

(3.1) $$option\_arvo = Max[S - X, 0]$$

ja

(3.2) $$NPV = S - X$$

S vastaa investoinnin kassavirtojen nykyarvoa ja X vastaa investoinnin kuluja. Investointia ei luonnollisesti toteuteta mikäli NPV on negatiivinen, investoinnin arvon ollessa 0.

NPV:n ja optiomenetelmän tulokset eroavat toisistaan silloin kun investointia voidaan siirtää myöhemmin toteutettavaksi. Mahdollisuus investoinnin siirtämiseen kasvattaa investoinnin arvoa kahdella tavalla. Ensiksikin kaikilla positiivisilla riskittömän koron arvoilla kannattaa maksamista siirtää pääoman korkotuottojen vuoksi. Toiseksi, investointikohteen arvo voi nousta odottaessa, ja tällöin investointi voidaan toteuttaa suotuisana ajankohtana normaalisti. Mikäli investointikohteen arvo laskee, voidaan koko investointi jättää toteuttamatta ja näin ollen välttää mahdollisesti tappiollinen investointi.

Molemmat edellä mainitut syyt tekevät investoinnin siirtämismahdollisuudesta arvokkaan. NPV -menetelmä ei osaa huomioida tätä, koska se ei huomioi siirtämismahdollisuutta. Reaalioptiomenetelmä taas edellyttää siirtomahdollisuutta ja mahdollistaa siirtomahdollisuuden arvon määrittelemisen.

### *3.3 Optiohinnoittelun käyttö*

Aluksi määritellään kaksi uutta mittalukua, suhteellinen nykyarvo ja kumulatiivinen volatiliteetti

#### 3.3.1 Suhteellinen nykyarvo ($NPV_q$)

Kuten edellä mainittiin ensimmäinen lisäarvoa tuottava tekijä on korkotuotot investoinnin siirtämisen ajalta. Se voidaan laskea diskonttaamalla investointiin tarvittava pääoma (X) riskittömällä korolla ($r_f$) ja siirtämisen ajalla (t) ja vähentämällä saatu määrä investointiin tarvittavasta pääomasta.

(3.3) $$PV(X) = \frac{X}{(1+r_f)^t}$$

Koska NPV- menetelmä ei huomioi tätä niin lisätään se, jolloin

(3.4) $$\begin{gathered} NPV = S - X \\ \rightarrow \\ NPV_M = S - PV(X) \end{gathered}$$

$NPV_M$ on joko yhtä suuri tai suurempi kuin alkuperäinen NPV, koska alkuperäiseen on lisätty korkotuotot investoinnin siirtämisen ajalta. Ilmaistaan $NPV_M$ S:n ja PV(X):n suhteena, jolloin NPV on aina positiivinen ja laskutoimitukset tulevat helpommiksi. Raja investoinnin siirtämiselle määrättömästi tulee tekniikan ja kilpailutilanteen kehittymisestä.

(3.5) $$NPV_q = \frac{S}{PV(X)}$$

$NPV_M$ ja $NPV_q$ eivät ole täysin samoja, mutta tällä ei ole merkitystä, koska kaikki alkuperäinen informaatio on tallella. [Luehrman 1998, s.53]

### *3.3.2 Kumulatiivinen volatiliteetti*

Toinen lisäarvoa tuova tekijä on markkinaolosuhteiden mahdollinen muuttuminen odottamisen aikana. Tämä on tärkeä tekijä, mutta tulevaa tilannetta on hankala ennakoida.

Lisäarvon määrittely suoraan on vaikeaa, mutta jos pyritään mittaamaan epävarmuutta, optiohinnoittelumenetelmän avulla saadaan lisäarvo laskettua, kun epävarmuuden määrä on arvioitu.

Epävarmuuden arvioinnissa joudutaan etsimään todennäköisyyksiä eri vaihtoehdoille. Ilmeisin keino tähän olisi muodostaa todennäköisyysjakauma kaikista mahdollisista arvoista korkeimman ja matalimman arvon välillä. Parempaan tulokseen päästään kuitenkin ottamalla huomioon eri arvojen suhteelliset todennäköisyydet. Tunnetuin mittari suhteellisille todennäköisyyksille on luultavasti varianssi ($\sigma^2$). Varianssi on mittaluku sille, miten laajalle odotusarvonsa ympärille satunnaisluvut ovat jakautuneet.

Mitä suurempi varianssi, sitä todennäköisempää on, että kaukana keskiarvosta oleva luku esiintyy.

Varianssin lisäksi joudutaan miettimään myös ajan vaikutusta. On mietittävä kuinka paljon olosuhteet muuttuvat ajan kuluessa ja kuinka kauan on mahdollista odottaa. Optiohinnoittelussa käytetty varianssi onkin ilmaistu muodossa varianssi tiettyä aikayksikköä kohti. Jotta saadaan koko varianssi otettua huomioon, kerrottaan varianssi aikayksiköiden määrällä, $\sigma^2 t$. Tätä kutsutaan kumulatiiviseksi varianssiksi. Optiolla, jonka toteutushetki on kahden vuoden kuluttua, on näin ollen kaksi kertaa niin suuri kumulatiivinen varianssi kuin samanlaisen varianssin sisältävällä optiolla, jonka toteutuspäivä on vuoden kuluttua.
Malliin on tehtävä kaksi muokkausta, jotta se saataisiin matemaattisesti helpommaksi. Muokkaukset eivät kuitenkaan hävitä informaatiota, eivätkä siten vaikuta mallin suorituskykyyn.

Ensiksi käytetään investoinnin kassavirtojen varianssia koko investoinnin tuoton varianssin asemasta eli suorien rahamääräisten arvojen sijasta käytetään vuotuisia suhteellisia tuottoja. Tämä ei heikennä mallia, koska investoinnin tuotto on määritelty seuraavasti

$$(3.6) \qquad tuotto = \frac{tuleva\ arvo - nykyinen\ arvo}{nykyinen\ arvo}$$

Todennäköisyysjakauma on yleensä epäsymmetrinen. Arvo voi nousta huomattavasti, mutta se ei saa laskea alle nollan. Tuotot sen sijaan voivat olla joko positiivisia tai negatiivisia, jolloin niiden jakauma on huomattavasti symmetrisempi.

Toiseksi, on helpompaa ilmaista epävarmuutta keskihajonnan kuin varianssin avulla. Keskihajonta on varianssin neliöjuuri eli $\sigma$. Se kertoo epävarmuudesta yhtä paljon kuin varianssikin, mutta on mittayksiköllisesti helpompi käsitellä. Esimerkissä tulevat arvot on mitattu rahayksiköissä ja tuotot prosentteina. Keskihajonta on näin ollen samoin mitattu rahayksiköissä tai prosenteissa, kuten jos varianssi olisi rahayksikön tai prosentin neliöjuuri. Koska tarkoituksena on operoida tuottojen eikä rahamäärällisten arvojen kanssa, mittayksiköt ovat luontevasti prosentteja.

Tässä tapauksessa kumulatiivinen volatiliteetti on :

$$\sqrt{\sigma^2 t} = \sigma\sqrt{t} \tag{3.7}$$

### 3.4 Option arvon laskeminen

Edellä määritellyt $NPV_q$ ja $\sigma t^{1/2}$ sisältävät kaiken informaation, jota tarvitsemme investointiprojektimme arvon laskemiseen käyttäen Black & Scholes optiohinnoittelumenetelmää eurooppalaisille osto-optioille[+]. Seuraavassa taulukossa on laskettu option arvoja parametrien muuttuessa.

[1)] Eurooppalaisella optiolla tarkoitetaan optiota, jonka voidaan toteuttaa ainoastaan ennalta määrättynä päivänä

*Taulukko 3.1 Parametrien vaikutukset option arvoon*

| S | X | r | t | varianssi | d1 | d2 | Option arvo | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 105 | 0,05 | 1 | 0,5 | 0,2 | -0,3 | 19,766 | |
| | | | | 0,6 | 0,26 | -0,4 | 25,765 | |
| | | | | 0,7 | 0,32 | -0,5 | 31,499 | |
| | | | | 0,8 | 0,37 | -0,6 | 36,968 | |
| | | | | 0,4 | 0,14 | -0,2 | 13,470 | |
| | | | | 0,3 | 0,07 | -0,1 | 6,761 | |
| | | | | 0,2 | -0 | 0 | -0,792 | |
| | | | 2 | 0,5 | 0,71 | 0 | 28,498 | |
| | | | | 0,6 | 0,85 | 0 | 32,660 | |
| | | | | 0,8 | 1,13 | 0 | 39,565 | |
| | | | | 0,4 | 0,57 | 0 | 23,899 | |
| | | | | 0,3 | 0,43 | 0,01 | 18,919 | |
| | | | | | | | | |
| | | 0,07 | 1 | 0,5 | 0,22 | -0,3 | 20,554 | |
| | | 0,1 | | | 0,25 | -0,2 | 21,749 | |
| | | 0,01 | | | 0,16 | -0,3 | 18,212 | |
| | | | | | | | | |
| | | 0,07 | 2 | 0,5 | 0,77 | 0,06 | 30,024 | |
| | | 0,1 | | | 0,85 | 0,14 | 32,354 | |
| | | 0,01 | | | 0,6 | -0,1 | 25,523 | |
| | | 0,05 | | | 0,71 | 0 | 28,498 | |

s = kohde-etuuden hinta

x = toteutushinta

r = riskitön korko

t = aika toteutukseen

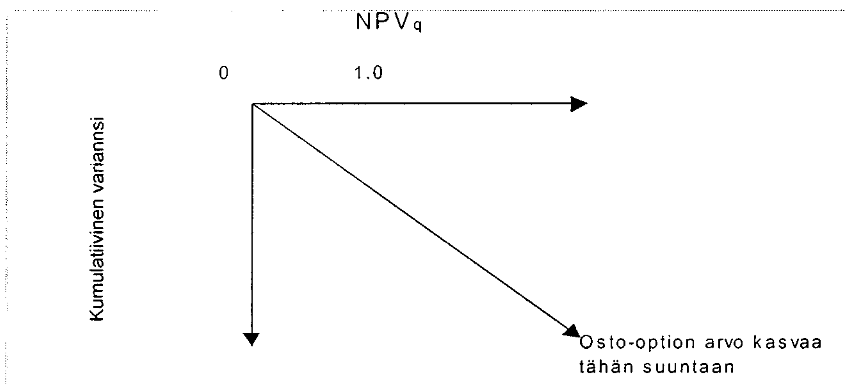
Yllä olevaa taulukkoa 3.1 voidaan kuitenkin edelleen kehittää ja tämän vuoksi kerätään eri muuttujat kahden edellä määritellyn muuttujan alle.

$NPV_q$ sisältää informaation parametreistä S, X, $r_f$, ja t. $\sigma t^{1/2}$ on yhdistelmä $\sigma$:n ja t:n sisältämistä informaatioista

*Taulukko 3.2 Muuttujien yhdistäminen*

| **Investointiprojekti** | **Osto-optio** | **Muuttuja** | | |
|---|---|---|---|---|
| Projektista tulevien kassavirtojen nykyarvo | Osakkeen hinta | S | | |
| Alkuinvestoinnin kulut | Toteutushinta | X | | $NPV_q$ |
| Investoinnin siirtomahdollisuuden pituus | Aika toteutuspäivään | t | | |
| Pääoman aika-arvo | Riskitön korko | $r_f$ | | Kumulatiivinen volatiliteetti |
| Investointiprojektin kassavirtojen riskillisyys | Osakkeen tuottojen varianssi | varianssi | | |

*Kuvio 3.1 Kumulatiivisen varianssin ja kumulatiivisen NPV:n vaikutus*




Kuten kuviosta 3.1 ilmenee, option arvo kasvaa $NPV_q$ :n kasvaessa. Tämä johtuu suuremmista kassavirroista (X) tai pienemmistä investointikuluista (S). $NPV_q$ kasvaa aina kun X pienenee. Korkeampi riskitön korko ($r_f$) tai pitempi aika maturiteettiin (t) johtavat X:n nykyarvon laskemiseen.

*Taulukko 3.3 Kumulatiivisen volatilitettin ja kumulatiivisen NPV:n vaikutus*

| | | | | NPVq | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0,96 | 0,98 | 1 | 1,02 | 1,04 |
| | 0,4 | 14,2 | 15 | 15,9 | 16,7 | 17,5 |
| | 0,45 | 16,2 | 17 | 17,8 | 18,6 | 19,4 |
| **kumulatiivinen** | 0,5 | 18,1 | 18,9 | 19,7 | 20,5 | 21,3 |
| **volatiliteetti** | 0,55 | 20,1 | 20,9 | 21,7 | 22,4 | 23,2 |
| | 0,6 | 22 | 22,8 | 23,6 | 24,3 | 25,1 |

Edellisissä esimerkeissä on käytetty seuraavia lukuja:

S = 100

X = 105

T = 1 vuosi

$r_f = 5\%$

$\sigma = 50\%$ vuodessa

Näistä seuraa $NPV_q = 1.0$ ja $\sigma t^{1/2} = 0.5$

Taulukosta 3.3 saamme arvon 19.7

Kun verrataan sitä NPV –menetelmän antamaan tulokseen

$$\begin{aligned} NPV &= S - X \\ &= 100 - 105 \\ &= -5 \end{aligned}$$

huomataan mallien tuloksissa oleva ero.

# 4. Esimerkki optiohinnoittelun käytöstä

Seuraavassa tarkastellaan optiohinnoittelun soveltamista investoinnin hinnoitteluun kuvitteellisen esimerkin avulla.

Yritys A päättää rakentaa tehtaan voidakseen hyödyntää keksimäänsä ideaa. Samalla yritys päättää tehdä tehtaasta sellaisen, että sitä olisi mahdollisuus laajentaa myöhemmin, mikäli markkinaolosuhteet ovat hyvät. Alkuinvestointi on selkeästi strateginen, koska se luo mahdollisuuden myöhemmin tapahtuvalle laajentumiselle. Investoinnin NPV on kuitenkin negatiivinen.

*Taulukko 4.1 Kassavirtalaskelma*

| | | | | vuosi | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Tulot | | | 455 | 551 | 800 | 1080 | 1195 | 1255 |
| kulut myydyistä tuotteista | | | 341.3 | 414.9 | 595 | 811.1 | 893.9 | 941.3 |
| Bruttovoitto | | | 113.8 | 136.1 | 204 | 268.9 | 301.1 | 313.8 |
| Muut kulut | | | 110.4 | 130 | 219.2 | 251.6 | 280.3 | 287.4 |
| **Voitto** | | | **3.3** | **6.1** | **-15.2** | **17.3** | **20.8** | **26.3** |
| Kassavirrat | | | | | | | | |
| vero | | | 2.2 | 4 | -10 | 11.5 | 13.7 | 17.4 |
| poistot | | | 19 | 21 | 21 | 46.3 | 48.1 | 50 |
| investoitava po | | 100 | 8.1 | 9.5 | 307 | 16 | 16.3 | 17 |
| Käyttöpääoma | | 25 | 4.1 | 5.5 | 75 | 7.1 | 8 | 9.7 |
| Netto kassavirrat | | -125 | 9 | 10 | -371 | 34.7 | 37.5 | 40.7 |
| Loppuarvo tehtaalla | | | | | | | | 610.3 |
| Nykyarvo (12%) | | -125 | 8.035714 | 7.971939 | -264.07 | 22.05248 | 21.27851 | 329.8169 |
| NPV | 0.085025 | | | | | | | |

Taulukossa 4.1 oleva laskelma ei kuitenkaan huomioi sitä, että alkuinvestoinnilla ostetaan optio toiseen, kolmen vuoden kuluttua toteutettavaan investointiin. Tämä on

tärkeää, koska kolmen vuoden kuluttua mahdollisesti tapahtuvan investoinnin kulut ovat huomattavasti alkuinvestoinnin kuluja suuremmat.

### 4.1 Optionaalisuuksien etsiminen

Ensimmäinen vaihe on löytää optio. Tämä voidaan tehdä tutkimalla kassavirtoja ja projektikuvausta. Niistä löydetään helposti kolmantena vuonna tuleva suuri negatiivinen kassavirta, koska ensimmäisen vuoden jälkeen muut kassavirrat ovat positiivisia. Kyseessä oleva optio on ns. kasvuoptio.

Projektissa on kaksi päävaihetta. Ensimmäinen osa on alussa hankittava 150 miljoonan hintainen optio. Toinen osa on mahdollisuus käyttää 350 miljoonaa lisäkapasiteetin hankkimiseen kolmen vuoden kuluttua. Nyt kyseessä oleva optio on ns. osto-optio, jonka maturiteetti on kolme vuotta tästä hetkestä, ja joka voidaan toteuttaa investoimalla 350 miljoonaa.

Ensimmäisessä vaiheessa arvioidaan alkuinvestointia ja siitä tulevia kassavirtoja tavanomaisesti NPV –menetelmällä. Toisessa vaiheessa tutkitaan laajentamismahdollisuutta, mikä mahdollisesti toteutetaan kolmen vuoden kuluttua. Siihen käytetään edellä esitettyjä keinoja, joiden avulla muodostetaan osto-optio ja hinnoitellaan se.

### 4.2 Parametrien määrittely

Alla olevan etuuden arvo (S) on option toteuttamisesta koituvien kassavirtojen nykyarvo. Toteutushinta (X) on option toteuttamiseen vaadittava investointi. Aika toteutukseen (t) on kolme vuotta. Nyt se on kiinnitetty alkuehdoissa, mutta realistisempaa olisi määrätä sille joku aikaväli, jolloin kyseessä olisi amerikkalainen optio. Riskittömäksi koroksi valitaan 5,5%. Tuottojen keskihajontaa ($\sigma$) ei saada mistään suoraan ja tämä huomioidaan jatkossa tarkemmin. Valittu keskihajonnan taso, 40%/vuosi on suhteelllisen keskimääräinen arvo, eikä se muuta tulosta kohtuuttomasti kumpaankaan suuntaan.

### *4.3 Kassavirtojen järjestely*

Eritellään koko investoinnin kassavirrat sen perusteella, kuuluvatko ne ensimmäiseen vai toiseen investointiin. Aluksi pyritään erottelemaan toteutushinta S ja kohde-etuuden arvo X toisistaan. Ensin on eroteltava toisistaan kertaluonteiset ja jatkuvat kassavirrat, sekä jaettava ne alkuinvestoinnista aiheutuviin kassavirtoihin ja toisen vaiheen investoinnista aiheutuviin kassavirtoihin. Kolmantena vuonna toteutuva negatiivinen kassavirta on selkeästi kertaluonteinen ja kuuluu toteutushintaan X. Kolmannen vuoden jälkeiset kassavirrat ovat toistuvia ja diskontattuna ne muodostavat etuuden hinnan S.

Ensimmäisen ja toisen vaiheen kassavirtojen erottelu on toteutettu seuraavasti: Ensimmäiset kolme vuotta saadaan suoraan, mutta sen jälkeen on vähennettävä taulukossa 3.1 rivillä "vapaat kassavirrat" olevasta summasta rivien "käyttöpääoma" ja "pääoma" summat. Toisen vaiheen kassavirrat ovat siten kokonaiskassavirtojen ja ensimmäisen vaiheen kassavirtojen erotus.

*Taulukko 4.3 Investoinnin jakaminen vaiheisiin*

| | | | | vuosi | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **1.vaiheen investoinnit** | | | | | | | |
| kassavirta | 0 | 9 | 10 | 11 | 11,6 | 12,1 | 12,7 |
| loppuarvo | | | | | | | 191 |
| investoinnit | -125 | | | | | | |
| diskonttaus tekijä(12%) | | | | | | | |
| nykyarvo | -125 | 8,035714 | 7,971939 | 7,829583 | 7,37201 | 6,865865 | 103,2008 |
| **NPV** | **16,2759** | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **2. Vaiheen investoinnit** | | | | | | | |
| kassavirta | | | | 0 | 23,1 | 25,4 | 28 |
| loppuarvo | | | | | | | 419,3 |
| investoinnit | | | | -382 | | | |
| diskonttaus tekijä(12%) | | | | | | | |
| nykyarvo | | | | -271,9 | 14,68047 | 14,41264 | 226,6161 |
| **NPV** | **-16,1908** | | | | | | |
| | | | | | | | |
| **Yhdessä** | | | | | | | |
| kassavirta | 0 | 9 | 10 | 11 | 34,7 | 37,5 | 40,7 |
| loppuarvo | | | | | | | 610,3 |
| investoinnit | -125 | | | -382 | | | |
| diskonttaus tekijä(12%) | | | | | | | |
| nykyarvo | -125 | 8,035714 | 7,971939 | -264,07 | 22,05248 | 21,27851 | 329,8169 |
| **NPV** | **0,08503** | | | | | | |

### *4.4 Kassavirta-analyysin tarkennus*

Taulukosta 4.3 nähdään, että ensimmäisen vaiheen NPV on 16,3 miljoonaa ja toisen vaiheen NPV on –16,2 miljoonaa. Koska on mahdollista jättää toisen vaiheen investointi toteuttamatta, täytyy koko projektin NPV:n olla vähintään 16,3 miljoonaa. Toisen vaiheen optioarvo on tärkeä, koska koko investoinnin arvo tulee olemaan huomattavasti suurempi kuin 16,3 miljoonaa, joka jo sellaisenaankin on huomattavasti suurempi kuin alun perin arvioitu 0,1 miljoonaa. Tämä on ollut mahdollista havaita ainoastaan jakamalla projekti kahteen osaan ja ottamalla huomioon optiomahdollisuus.

Ensimmäinen kassavirta-analyysi antoi toisen vaiheen arvoksi –16,2 miljoonaa. Toisen vaiheen oikea NPV on kuitenkin huomattavasti pienempi, koska laskelmissa on käytetty kolmannen vuoden negatiiviselle kassavirralle diskonttauskorkoa 12%, kuten muillekin jatkuville kassavirroille. Kolmannen vuoden negatiivinen kassavirta eroaa kuitenkin muista muutenkin kuin etumerkiltään ja suuruudeltaan. Epävarmuudet tässä kassavirrassa eivät riipu asiakkaiden käyttäytymisestä ja kilpailuolosuhteista, vaan ennemminkin rakennusurakoitsijan suoriutumisesta ja insinööritaidosta. Näiden voidaan olettaa olevan vähemmän vaihtelevia kuin ensin mainitut. Vaikutukset ovat nähtävissä, kun käytetään esimerkiksi riskitöntä korkoa ($r_f$) 5,5% diskonttauskorkona riskisovitetun koron 12% asemasta.

*Taulukkko 4.4 Koron muutoksen vaikutukset*

| | | | | vuosi | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **1.vaiheen investoinnit** | | | | | | | |
| kassavirta | 0 | 9 | 10 | 11 | 11,6 | 12,1 | 12,7 |
| loppuarvo | | | | | | | 191 |
| investoinnit | -125 | | | | | | |
| diskonttaus tekijä(12%) | | | | | | | |
| nykyarvo | -125 | 8,035714 | 7,971939 | 7,829583 | 7,37201 | 6,865865 | 103,2008 |
| NPV | 16,2759 | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **2. Vaiheen investoinnit** | | | | | | | |
| kassavirta | | | | 0 | 23,1 | 25,4 | 28 |
| loppuarvo | | | | | | | 419,3 |
| investoinnit | | | | -382 | | | |
| diskonttaus tekijä(12%) | | | | | | | |
| diskonttaus tekijä(5,5%) | | | | | | | |
| nykyarvo | | | | -325,3164 | 14,68047 | 14,41264 | 226,6161 |
| | | | | | | | |
| NPV | -69,6072 | | | | | | |
| **Yhdessä** | | | | | | | |
| kassavirta | 0 | 9 | 10 | 11 | 34,7 | 37,5 | 40,7 |
| loppuarvo | | | | | | | 610,3 |
| investoinnit | -125 | | | -382 | | | |
| diskonttaus tekijä(12%) | | | | | | | |
| nykyarvo | -125 | 8,035714 | 7,971939 | -317,4868 | 22,05248 | 21,27851 | 329,8169 |
| NPV | -53,3313 | | | | | | |

Kuten taulukosta 4.4 nähdään, käyttämällä korkoa 5,5% laskee toisen vaiheen NPV arvosta –16,2 miljoonaa arvoon -69,6 miljoonaa ja koko projektin NPV on -53,4 miljoonaa. Ero on erittäin merkittävä optiomallin antamaan 16,3 miljoonaan.

### 4.5 Muuttujien kiinnittäminen

Uudelleen järjestellyistä kassavirtataulukoista saadaan arvot sekä X:lle että S:lle. X on summa, jonka yritys joutuu investoimaan kolmantena vuonna (382 miljoonaa). S on toisen vaiheen investoinnin tuottamien kassavirtojen nykyarvo (255,7 miljoonaa). Riskitön korko ($r_f$) oli 5,5%; aika toteutukseen (t) on 3 vuotta ja volatiliteetti ($\sigma$) on 40%.

### 4.6 Suhteutetun nykyarvon ja kumulatiivisen volatiliteetin laskenta

Suhteutettu nykyarvo ja kumulatiivinen volatiliteetti lasketaan seuraavasti:

$$NPV_q = \frac{S}{PV(X)} = \frac{255{,}7}{382/(1.055)^3} = 0.786 \tag{4.1}$$

$$\sigma\sqrt{t} = 0.4 * \sqrt{3} = 0.693$$

### 4.7 Option hinnan laskeminen

Option hinta voidaan etsiä taulukosta 3.3 tai vaihtoehtoisesti laskea käyttäen Black & Scholes laskentakaavaa.

Taulukosta saadaan likimääräinen arvo 0.19 ja 0.19*255.7 = 48.6.

Sijoittamalla kaavaan saadaan tarkempi arvo

| | |
|---|---|
| Osakekurssi | 255.7 |
| Toteutushinta | 382 |
| Korkokanta | 5.50% |
| Vola | 40.00% |
| Jälj. Voimassaoloaika | 1095.00 |

| | |
|---|---|
| Call | 48.75210181 |

Koko investoinnin arvoksi tulee näin ollen 65.1 miljoonaa(48.8 miljoonaa + 16.3 miljoonaa = 65.1 miljoonaa).

Ero verrattuna NPV:n tuottamaan arvoon 0.1 miljoonaa tai –53.4 miljoonaa on erittäin merkittävä ja tulokset saatiin kuitenkin käyttämällä samoja kassavirta-aineistoja. Projekti, joka NPV-menetelmää käyttäen näyttäisi huonolta osoittautuu hyväksi käyttämällä optiohinnoittelumenetelmää

### *4.7 Volatiliteetin ja ajan vaikutus*

Volatiliteetin suuruus ja aikavälin pituus vaikuttavat paljon lopputulokseen.

*Taulukko 4.5 Volatilitettin ja ajan vaikutus*

| S | X | r | t | volatiliteetti | d1 | d2 | Option arvo |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 209 | 350 | 0.055 | 3 | 0.4 | -0.83614 | -1.52896 | 23.385 |
| | | | | 0.5 | -0.20126 | -1.70217 | 74.667 |
| | | | | 0.6 | 0.308597 | -1.87537 | 120.815 |
| | | | | 0.3 | -1.72107 | -1.35576 | -17.086 |
| | | | | 0.2 | -3.23113 | -1.18255 | -35.036 |
| | | | 5 | 0.4 | 0.122431 | -1.73057 | 103.580 |
| | | | 1 | 0.4 | -1.02025 | -1.23614 | -3.699 |

Jatkossa tulee aikavälin pituuden määräämisellä ja oikean volatiliteetin estimoinnilla olemaan tärkeä merkitys mallin määrityksessä.

# 5. Hinnoittelumenetelmiä optioille

Seuraavaksi esitellään kolme mallia, joita käytetään rahoitusmarkkinoilla yleisesti hinnoiteltaessa normaaleja optioita.

### *5.1 Binomimalli*

Binomimallissa käytetään kaksihaaraista päätöspuuta, jossa oksien määrä kasvaa ajan kasvaessa. Malli perustuu kohde-etuuden hinnan aika-arvojen mallintamiseen. Jokaisessa puun haarassa hinta voi joko nousta tai laskea. Mitä pienempiin ajanjaksoihin option elinkaari jaetaan, sitä laajemmaksi puu muodostuu. Mallissa oletetaan, että kohde-etuuden arvo noudattaa binomijakaumaa. Yhdessä ajanjaksossa kohde-etuuden hinta voi nousta $\mu$S:n verran todennäköisyydellä q tai laskea dS:n verran todennäköisyydellä 1-q.($d<1$, $\mu>1$, $d<r<\mu$).[Hull 2000, s.203-204]

Asetetun osto-option arvo hetkellä $\Delta t$ on

$C_\mu$ = max[0, $\mu$S-X] todennäköisyydellä q tai

$C_d$ = max[0, dS-X] todennäköisyydellä 1-q

Kun asetetaan

$$p \equiv \frac{r-d}{\mu-d} \tag{5.2}$$

voidaan osto-option nykyarvo kirjoittaa seuraavasti

$$C = \frac{qC_\mu + (1-q)C_d}{r} = \frac{\text{q}\max[0, \mu\text{S} - \text{X}] + (1-q)\max[0, dS - X]}{r} \tag{5.3}$$

Malli toimii luonnollisesti sitä paremmin mitä pienempiin aikajaksoihin option elinkaari on jaettu, mutta kuten edellä mainittiin se myös kasvattaa puun kokoa huomattavasti. [Cox & Rubinstein 1985, s.171-178]

Mallin termit

C = osto-option arvo

S = kohde-etuuden arvo

$\mu$ = S:n odotettu tuottoaste

X = option toteutushinta

r = riskitön korko +1

t = aika maturiteettiin

$\sigma$ = S:n volatiliteetti

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{\mu - d}$$

### 5.2 Black & Scholes -malli

Black & Scholes optiohinnoittelumalli on lineaarinen osittaisdifferentiaaliyhtälö, joka suhteuttaa option hinnan alla olevan kohde-etuuden hintaan. Black & Scholes mallin parametrit ovat helposti määriteltävissä (lukuunottamatta volatilisuutta). Mallissa ei myöskään tarvitse ottaa erikseen huomioon sijoittajien suhtautumista riskiin eikä kohde-etuuden tuotto-odotuksia.

Black & Scholes -mallissa kohde-etuuden hinnan oletetaan noudattavan Brownin liikettä varianssin ollessa suhteessa kohde-etuuden hinnan neliöön. Kohde-etuuden hinta on äärellisen aikajakson lopulla log-normaalisti jakautunut.

Black & Scholes mallin mukaan osto-option arvo on

$$C = SN(d_1) - e^{-rfT} XN(d_2)$$

$$jossa$$

(5.4)

$$d_1 = \frac{\ln(S/X)rfT}{\sigma\sqrt{T}} + ½\sigma\sqrt{T}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$N(d_1)$ ja $N(d_2)$ ovat standartoidun normaalijakauman kertymäfunktioita. [Black & Scholes 1973, s.644]

Voidaan sanoa Black & Scholes –mallin ylihinnoittelevan option sitä enemmän mitä pitemmästä maturiteetista on kyse. Hinnoitteluvirheeseen ja sen syihin ei paneuduta tässä esityksessä tarkemmin, sillä siitä on tehty aikaisemmin lukemattomia tutkimuksia.

### 5.2.1 Herkkyysanalyysi

Black & Scholes –mallista johdettavien derivaattojen avulla voidaan tutkia helposti miten herkkä option arvo on eri parametrien muutoksille :

$$delta = \Delta = \frac{\partial C}{\partial S}$$

$$vega = \Lambda = \frac{\partial C}{\partial \sigma}$$

$$xi = \Xi = \frac{\partial C}{\partial X}$$

$$theta = \Theta = \frac{\partial C}{\partial t}$$

$$rho = \rho = \frac{\partial C}{\partial r_f}$$

Delta arvioi option herkkyyttä kohde-etuuden arvon muutoksille, vega volatiilisuuden vaikutusta, xi toteutushinnan vaikutusta, theta ajan pituuden vaikutusta ja rho riskittömän koron vaikutusta option hintaan.

## *5.3 Jarrow & Rudd -malli*

Black & Scholes -mallin alkuoletuksissa on vaatimus, että kohde-etuuden arvo noudattaa geometristä Brownin liikettä ja on log-normaalisti jakautunut. Empiiriset havainnot ovat kuitenkin osoittaneet, että näin ei yleensä ole, ja siitä johtuen malli tuottaa systemaattisesti vääriä tuloksia. Robert Jarrow ja Andrew Rudd (1982) kehittivät mallin, jolla pyritään korjaamaan Black & Scholes -mallin puutteet.

Jarrow & Rudd sovelsivat optiohinnoitteluun matemaattisia menetelmiä, joilla todennäköisyysjakaumaa pystytään arvioimaan jonkin muun jakauman avulla käyttäen sarjakehitelmän toista, kolmatta ja neljättä momenttia hyväkseen. Jarrow & Rudd - Mallissa kohde-etuuden tuottojakaumaa arvioidaan log-normaalisti jakautuneen satunnaismuuttujan avulla. Option hinta saadaan lisäämällä Black & Scholes hintaan kohde-etuuden arvon stokastisen prosessin sarjakehitelmän toisesta, kolmannesta ja neljännestä momentista riippuvat korjaustermit. Malli huomioi kohde-etuuden tuottojakauman vinouden ja huipukkuuden vaikutukset option hintaan.

Mallissa käytetään yleistettyä Edgeworthin sarjakehitelmää, jossa esiintyvät kertoimet ovat funktioita havaitun ja arvioidun jakauman eri momenteista. Kertoimet ovat kohde-etuuden keskiarvo (1. momentti), varianssi (2.momentti), vinous (3. momentti) ja huipukkuus (4. Momentti) ja niiden tulisi sisältää tärkeimmät jakauman ominaisuudet, jotka vaikuttavat option hintaan.

Jarrow & Rudd saavat option hinnalle seuraavan approksimaation

$$
\begin{aligned}
C(F) &= C(A) + e^{-rt}\frac{(\kappa_2(F)-\kappa_2(A))}{2!}a(K) \\
&- e^{-rt}\frac{(\kappa_3(F)-(\kappa_3(A))}{3!}\frac{da(K)}{dS_t} \\
&+ e^{-rt}\frac{((\kappa_4(F)-\kappa_4(A))+3(\kappa_2(F)-\kappa_2(A))^2)}{4!}\frac{d^2a(K)}{dS_t^{\,2}} + \varepsilon(K)
\end{aligned}
\qquad (5.8)
$$

jossa

a(K) = toteutushinta

$\kappa_1(A) \equiv \kappa_1(F)$ = keskiarvo

$\kappa_2$ = varianssi

$\kappa_3$ = vinous

$\kappa_4$ = huipukkuus

C(A) = Black & Scholes yhtälö.

Yhtälössä on kolme korjaustermiä, jotka korjaavat Black & Scholes hintaa lähemmäksi option oikeaa hintaa. Ensimmäinen termi korjaa havaitun jakauman ja arvioidun log-normaalin jakauman varianssien eroja. Jos havaitulla jakaumalla on suurempi varianssi, termi on positiivinen. Korjaustermin suuruus riippuu arvioidun tiheysfunktion suuruusluokasta toteutushinnalla a(K). Suuruusluokka riippuu puolestaan siitä onko kyseessä plus-, miinus vai tasaoptio sekä plus- tai miinusoption syvyydestä. Toinen termi korjaa eroja jakaumien välisessä vinoudessa. Sen etumerkki riippuu siitä, onko havaittu jakauma vinompi kuin arvioitu ja mikä on log-normaalin jakauman 1.derivaatan merkki toteutushinnan kohdalla. Tästä löytyy tietoa tarkemmin esim. Jarrow & Rudd [1982, s.352-353]. Kolmas korjaustermi huomioi huipukkuuden ja varianssin väliset erot. Virhetermin $\varepsilon(X)$ suuruus kuvaa approksimaation onnistumista. Mitä pienempi virhetermi, sitä onnistuneempi approksimaatio on.

Jarrow & Rudd testasivat malliaan empiirisesti ja heidän mukaan kaikki sopeuttamistermit olivat hyödyllisiä, mutta kun testattava aineisto oli kaikilta eräpäiviltä ja kaikilta toteutushinnoilta, hyöty mallista oli tilastollisesti tarkastellen vain vähäinen. Kun kyseessä oli "at the money"- tai "out of the money"-optio tulokset olivat parempia.[Jarrow & Rudd 1983 s.81-99]

Edgeworthin sarjakehitelmään perustuvia lähestymistapoja on käytetty lukuisissa erilaisissa sovelluksissa. Esimerkiksi Myyryläisen työssä tarkastellussa Duan-Gauthier-Simonato –mallissa tuottojakauman momentteja arvioidaan GARCH-mallin avulla ja volatilisuuden oletetaan noudattavan jotain stokastista prosessia.[Myyryläinen 1999 s.38 –41,73-75]

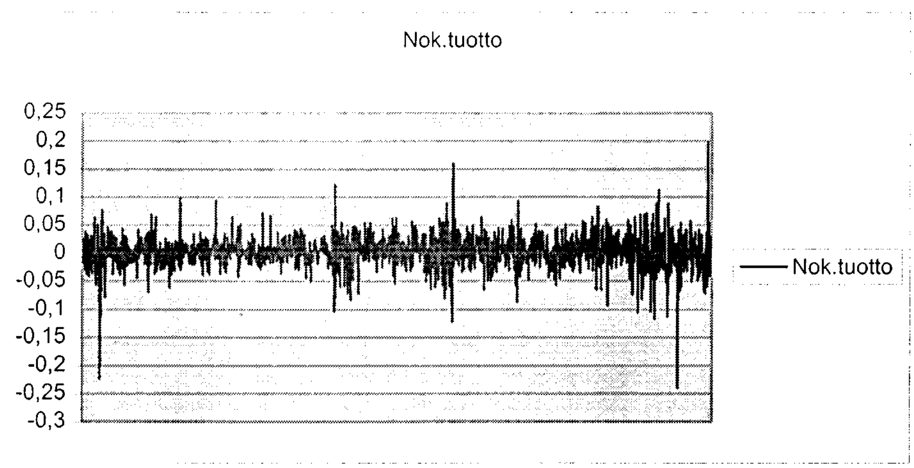
# 6. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedaticity

ARCH -mallin lyhenne tulee sanoista autoregressive conditional heteroscedasticity. ARCH –mallit ovat ei-lineaarisia aikasarjamalleja, joissa aikasarjalle estimoidaan ehdollinen odotusarvo ja ehdollinen varianssi prosessin aikaisempien arvojen perusteella. Robert Engle esitti ARCH –mallin perusteet vuonna 1982 julkaistussa artikkelissaan. Tämän jälkeen on malliperhettä laajennettu uusilla mallispesifikaatioilla, joista tässä luvussa esitellään Tim Bollerslevin vuonna 1986 esittelemä yleistetty ARCH -malli eli GARCH.

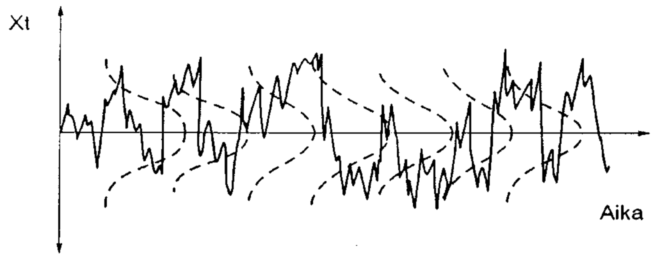
### *6.1 GARCH-mallin taustaa*

Suurin osa "finanssi-aikasarjoista" sisältää autoregressiivistä stokastista heteroskedastisuutta. Aikasarja sisältää stokastista heteroskedastisuutta jos siinä on välillä erittäin suurta varianssia sisältäviä jaksoja ja välillä rauhallisempia pienen varianssin jaksoja. Kuvassa 6.1 on tyypillinen esimerkki stokastisista heteroskedastisista aikasarjasta. (Nokian tuottosarja vuoden 1995 lokakuusta vuoden 2000 lokakuuhun).

*Kuva 6.1 Nokian tuoton volatilisuus*




GARCH-mallin periaatteen ymmärtäminen vaatii stokastisen ja vakion volatiliteetin välillä vallitsevien yhtäläisyyksien ja ennen kaikkea erojen ymmärtämistä. Nämä ideat perustuvat erilaisiin stokastisiin prosesseihin, joiden oletetaan olevan havaittujen

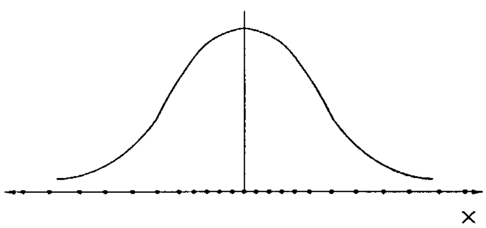



tuottojen taustalla. Kuva 6.2 esittää stokastista prosessia, jonka generoimien tuottojen oletetaan olevan riippumattomia ja identtisesti jakautuneita.

*Kuva 6.2 Stokastisen prosessin tuotto*

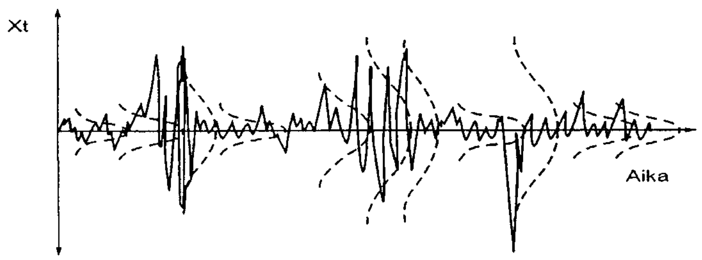
Sama jakauma kattaa kaikki tuottopisteet ja ne voidaan kuvata huomioimatta dynamiikkaa, koska ne ovat riippumattomia toisistaan. Tuottopisteet ajatellaan silloin olevan yhden *vakio*jakauman satunnaispisteitä(kuva 6.3).

*Kuva 6.3 Tuottopisteet vakiojakaumassa*



Kuvassa 6.4 saman datan ajatellaan olevan jonkin ajassa muuttuvan volatiilisuuden sisältävän, stokastisen prosessin tulosta. Siinä tapauksessa ei ole realistista kerätä dataa yhteen jakaumaan ja jättää huomioimatta siten datan dynaaminen komponentti. Ehdollinen jakauma muuttuu jokaisena ajanhetkenä ja volatiliteettiprosessi on stokastinen.[Alexander 1998, s.133-135]

*Kuva 6.4 Tuotto sovitettuna eri jakaumiin*




GARCH –mallin idea on lisätä ARCH -malliin toinen, ehdollista varianssia kuvaava standardi regressioyhtälö. Ensimmäinen yhtälö GARCH –mallissa on ehdollista keskiarvoa kuvaava yhtälö. Aikasarjan ei-ehdollinen keskiarvo on paljas luku ($\mu$) ja ehdollinen keskiarvo ilmoitetaan yleensä lineaariregressiona ($\mu_t$) tai $E(y_t|\Omega_t)$. Koska GARCH –mallissa on kysymys ehdollisesta varianssiyhtälöstä, ehdollinen varianssi $Var_t(y_t)$ tai $Var_t\ (y_t|\Omega_t)$ on ehdollinen keskiarvo ja yleensä yksinkertaista muotoa, esimerkiksi $r_t$ = vakio + $\varepsilon_t$.

GARCH –malliin tuotava riippuva muuttuja on aina jokin aikasarja (tuottosarja) ja yksinkertaisessa tapauksessa $r_t$ = vakio + $\varepsilon_t$ , odottamaton tuotto $\varepsilon_t$ on tuottojen keskihajonta, koska vakio tulee olemaan tuottojen keskiarvo havaintojaksolta. Malliin voidaan lisätä ulkoisia muuttujia huomattavastikin, mutta silloin parsimoonisuuden eli vähäparametrisyyden periaate kärsii.

GARCH –mallin ehdollinen varianssiyhtälö tarjoaa kohtalaisen helpon analyyttisen mallin "finanssisarjoissa" esiintyville stokastisille volatiliteettiprosesseille. GARCH -mallit eroavat toisistaan ehdollisen varianssiyhtälön spesifikaation tai odottamattomien tuottojen ($\varepsilon_t$ ) ehdollisen jakauman oletusten osalta.

Normaalissa GARCH – mallissa oletetaan, että $\varepsilon_t$ on ehdollisesti normaalisti jakautunut, ehdollisella varianssilla $\sigma_t^2$. Painottamaton tuottojakauma muodostuu tällöin paksuhäntäisemmäksi kuin normaalisti. Tämä johtuu siitä, että muuttuva ehdollinen varianssi mahdollistaa suuremman määrän huomattavan poikkeavia havaintoja (outliers). Datassa, joka sisältää suuren määrän havaintoja pieneltä ajalta saattaa silti olla liian "laiha häntä" , jotta sitä voitaisiin käyttää normaalissa GARCH – mallissa siten, että datan koko huipukkuus tulisi mukaan. Tällöin voidaan käyttää GARCH –mallia, jossa jakauma on määritelty eri varianssin sisältävien normaalijakaumien yhdistelmänä.

Neliöimällä GARCH –mallin ehdolliset varianssisarjat ja ilmaisemalla ne vuosittaisina prosentteina saadaan ajassa muuttuva volatiilisuusestimaatti, näin ollen saatava estimaatti ei ole sama kaikille aikajaksoille. Estimoimalla ensiksi GARCH – mallin parametrit voidaan volatiliteetista tehdä keskihakuinen ennuste mille tahansa halutulle ajanjaksolle. [Ahlsted, 1998, s.28]

### *6.2 Erilaisia GARCH – variaatioita*

Kirjallisuudessa on tutkittu erittäin monenlaisia GARCH –malleja, mutta vain jotkut niistä ovat osoittautuneet hyödyllisiksi käytännön sovelluksissa. Seuraavissa alaluvuissa esitellään niistä muutamia yksinkertaisimpia.

#### 6.2.1 ARCH

Alkuperäinen malli autoregressiivisestä ehdollisesta heteroskedastisuudesta on seuraavan kaltainen varianssiyhtälö:[Engle, 1982]

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \tag{6.1}$$
$$\alpha_0 = 0, \alpha_1, \ldots, \alpha_p \geq 0$$

missä

$\sigma_t^2$ = ehdollinen varianssi

$\alpha$ = tuottokerroin

$\varepsilon_t$ = ennustamaton tuotto hetkellä t

Mallissa kertoimien rajoitteet ovat varmistamassa ehdollisen varianssin positiivisuutta. Mallin avulla saadaan kuvattua aikasarjassa esiintyvää ehdollista heteroskedastisuutta käyttämällä havaittujen, odottamattomien tuottojen neliöiden liukuvia keskiarvoja .

### 6.2.3 GARCH (1,1)

Bollerslevin (1986,1987) yleistys ARCH –malliin. Lisätään q kpl autoregressiivisiä termejä odottamattomien tuottojen neliöityyn liukuvaan keskiarvoon:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \ldots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \tag{6.2}$$
$$\omega > 0, \alpha_1, \ldots, \alpha_p, \beta_1, \ldots, \beta_q \geq 0$$

Yleisimmin käytetty versio on parsimooninen GARCH(1,1) malli, jossa on ainoastaan yksi viivästetty virhetermi ja yksi autoregressiivinen termi.

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \tag{6.3}$$
$$\omega > 0, \alpha, \beta \geq 0$$

Edellinen vastaa ääretön askelista ARCH –mallia, jossa historiallisten virheiden painokerroin on eksponentiaalisesti pienevä.[Bollerslev,1986]

$$
\begin{aligned}
\sigma_t^2 &= \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 \\
&= \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta(\omega + \alpha\varepsilon_{t-2}^2 + \beta(\omega + \alpha\varepsilon_{t-3}^2 + \beta(\ldots \\
&= \frac{\omega}{(1-\beta) + \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\varepsilon_{t-2}^2 + \beta^2\varepsilon_{t-3}^2 + \ldots)} \qquad (6.4)
\end{aligned}
$$

*tai*

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{1-\beta} + \alpha\sum_{t=1}^{\infty}\beta^{t-1}\varepsilon_{i-t}^2$$

Edellä oletetaan viivekertoimen β olevan < 1.

Rahoitusmarkkinoilla on havaittu viivekertoimen β olevan yleensä yli 0.7, mutta GARCH –mallin tuottokertoimen α olevan yleensä pienemmän kuin 0.25. Näiden muuttujien arvot määräävät volatiliteetin aikasarjan muodon. Suuri viivekerroin merkitsee varianssin suurten muutosten tasoittumisen kestävän pitkään. Suuret tuottokertoimet taas merkitsevät sitä, että volatiilisuus reagoi nopeasti markkinoiden liikkeisiin ja aikasarjaan muodostuu teräviä nousuja ja laskuja. [Nelson,1990]

Vakio ω määrittää pitkän aikavälin keskimääräisen volatiliteetin tason jolla GARCH - mallin ennusteet ovat konvergoituvia. Toisin kuin viive- ja tuottokerroin, ω:n arvo on herkkä mallissa käytettävän havaintojaksojen pituudelle. Jos havaintojen aikajakso on pitkä ja se sisältää suuria markkinoiden liikkeitä, tulee ω:n arvosta suuri ja volatiliteetti nousee korkeammalle tasolle. [Alexander 1998, s.136-137]

### *6.3 GARCHin käyttö*

Vakiot α,β ja ω estimoidaan suurimman uskottavuuden *(maximum likelihood)* menetelmällä.

### 6.3.1 Maximum likelihood

Muuttujan $X_i$ tiheysfunktio on $f_{xi}$. Silloin otannan($X_1,\ldots,X_n$) tiheysfunktio on

(6.5) $f(x_1,,,x_n) = f_{x1}(x_1)*...*f_{xn}(x_n) = \Pi f_{xi}(x_i)$.

Jakaumasta halutaan estimoida tietyt parametrit $a_1,\ldots,a_q$.

(6.6) $f_{x1}(x_1,\ldots,x_n ; a_1,\ldots,a_q) = \Pi f_{xi}(x_i ; a_1,\ldots,a_q)$.

Edellä esiteltyä funktiota kutsutaan uskottavuusfunktioksi. Parametrien $a_1,\ldots,a_q$ suurimman uskottavuuden estimaattori on se parametriestimaattien vektori $(\hat{a}_1,\ldots,\hat{a}_q)$, jolla uskottavuusfunktio saa suurimman arvonsa. Tiheysfunktio $f_x$ kuvaa satunnaismuuttujan X arvojen todennäköisyyttä, joten uskottavuusfunktion maksimoivat parametrien arvot ovat todennäköisimmin tuottaneet otoksen, jota on käytetty. Suurimman uskottavuuden menetelmä on erittäin tiukasti sidoksissa jakaumasta tehtyihin oletuksiin.

### 6.3.2 Varianssin odotusarvo

GARCH – yhtälö on muotoa

(6.7)
$$\begin{aligned} &\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \\ &\omega > 0, \alpha, \beta \geq 0 \end{aligned}$$

Vakioiden ω,β ja α arvot saadaan estimoitua suurimman todennäköisyyden menetelmällä. ω voidaan ilmaista muodossa

(6.8) $$\omega = (1 - \alpha - \beta)V$$

jossa V on pitkän aikavälin keskimääräinen varianssi.

GARCH – yhtälö tulee näin ollen muotoon

(6.9) $$\sigma_t^2 = V(1-\alpha-\beta)+\alpha_1\varepsilon_{t-1}^2+\beta\sigma_{t-1}^2$$

Varianssi ajalla t$\Delta t$ on

(6.10) $$\sigma_t^2 = V+\alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - V)+\beta(\sigma_{t-1}^2 - V)$$

ajalla k$\Delta t$

(6.11) $$\sigma_{t+k}^2 = V+\alpha(\varepsilon_{t+k-1}^2 - V)+\beta(\sigma_{t+k-1}^2 - V)$$
$$odotusarvo\_\varepsilon_{t+k-1}^2 = \sigma_{t+k-1}^2$$

joten

(6.12) $$E[\varepsilon_{t+k}^2 - V] = (\alpha+\beta)E[\varepsilon_{t+k-1}^2 - V]$$

Iteroimalla edellistä k askelta, saadaan

(6.13) $$E[\varepsilon_{t+k}^2 - V] = (\alpha+\beta)^k(\sigma_t^2 - V)$$

$\alpha+\beta < 1$, joten viimeinen termi pienenee k:n kasvaessa. Mitä pidemmällä tulevassa olevaa varianssia yritetään ennustaa, sitä lähemmäksi arvoa V varianssi tulee.[Hull 2000, s.379-381]

Tarkemmin Maximum likelihood - menetelmän käytöstä GARCH-mallien yhteydessä löytyy esimerksiksi teoksesta Time Series Analysis.[ Hamilton 1994, s.660-661]

### *6.4 GARCHin rajoitukset*

GARCH -mallit toimivat vain suhteellisen vakailla markkinoilla. Vaikka mallit on suunniteltu mallintamaan ajassa muuttuvaa ehdollista varianssia niin ne eivät kuitenkaan pysty huomioimaan erittäin suuria ja nopeita markkinoiden muutoksia kuten koko markkinoihin vaikuttavaa romahdusta tai yksittäisen arvopaperin kohdalla tapahtuvaa jyrkkää nousua tai laskua.

GARCH -mallit eivät yleensä myöskään onnistu täysin huomioimaan tuottosarjoissa esiintyvää paksuhäntäisyyttä. Heteroskedastisuus selittää osan paksuhäntäisyydestä, mutta yleensä ei kaikkea. Tästä johtuen on kehitetty erilaisia GARCH -variaatioita, jotka huomioivat jakaumasta johtuvat poikkeavuudet kuten esimerkiksi studentin t-jakaumalle tarkoitettu TGARCH.

# 7. GARCH – mallien estimointi

Seuraavat GARCH -mallit on estimoitu käyttäen WINRATS ohjelmaa. Testattiin GARCH (1,1); GARCH(1,2); GARCH(2,1) ja GARCH(2,2) –mallit käyttäen aikasarjana Stora Enson osakekurssia aikaväliltä 3.1.1995-11.8.2000. Stora Enso valittiin edustamaan tyypillistä metsäteollisuuden yritystä, jonka tekemiin investointeihin voi kuulua paperikone. Tuottojen välistä riippuvuutta poistavana yhtälönä käytettiin AR(1) -mallia ilman vakioparametriä. AR(2) -malli ensimmäisellä ja seitsemännellä viivellä osoittautui hyväksi ainoastaan GARCH(1,1)-mallissa.

## *7.1 GARCH -mallien testauksesta*

Mallien suorituskykyä voidaan arvioida pääsääntöisesti testaamalla mallien jäännöstermien ja varianssien osamäärää. Oikein spesifioidussa mallissa olisi näiden osamäärien jakauman oltava normaali tai lähellä sitä. Suorituskykyä voidaan arvioida myös vertaamalla tuottojen neliön ja varianssin neliön osamäärän autokorreloituneisuutta tuottojen autokorreloituneiseen.

Mallien testauksessa on käytetty seuraavia menetelmiä normaalien parametrien t-arvojen tarkastelun lisäksi.

Ljung-Box Q-testillä testataan mallien jäännösten autokorreloituneisuutta. Testiä käytetään sejä Bollerslevin testin, että Hullin testin jäännösten tarkasteluun.

(7.1) $$m\sum_{k=1}^{k} w_k \eta_k^2$$

m = havaintojen lukumäärä

$\eta_k$= k:nnen viiveen autokorrelaatio

(7.2) $$w_k = \frac{m-2}{m-k}$$

Bollerslevin testi standartoiduille jäännöksille:

(7.3) $$\frac{(resid_t - \mu\ )}{\sigma_t}$$

Jos mallin yhtälöt residuaaleille ja variansseille ovat oikein spesifioidut, aikasarjan jakauman pitäisi olla lähellä normaalia. [Hsieh 1996, s 309-311]

Hullin testi tuotto/varianssi osamäärän autokorreloituneisuudelle.

(7.4) $$\frac{u_t^2}{\sigma^2}$$

Jos tämän sarjan autokorreloituneisuus on pientä verrattuna alkuperäisen tuottosarjan neliöiden autokorreloituneisuuteen, mallin voidaan sanoa onnistuneen autokorrelaation selittämisessä.[Hull 2000, s.378-379]

### *7.2 GARCH(1,1)*

Liite 1.

(7.5) $$\begin{aligned}\sigma_t^2 &= \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 \\ \varepsilon_t &= tuotto_t - c * tuotto_{t-1}\end{aligned}$$

*Taulukko 7.1 GARCH1(1,1)*

| Variable | Coeff | Std Error | T-Stat | Signif |
|---|---|---|---|---|
| C | 0.0940969528 | 0.0263154611 | 3.57573 | 0.00034925 |
| W | 0.0000197771 | 0.0000050520 | 3.91466 | 0.00009053 |
| Alfa | 0.0796171980 | 0.0162026624 | 4.91383 | 0.00000089 |
| Beta | 0.8863389609 | 0.0214949079 | 41.23483 | 0.00000000 |

(7.6) $$\sigma_t^2 = 0.0000197771 + 0.0796171980\varepsilon_{t-1}^2 + 0.8863389609\sigma_{t-1}^2$$

T-arvot ovat merkitseviä ja muutujien alfa ja beta summa on alle 1, kuten oletuksissa edellytetään.

Ljung-Box –testi AR(1)-mallin jäännöksille osoittaa, että oletus autokorreloituneisuudesta voidaan hylätä. Q-arvot osoittavat autokorrelaation kasvavan viiveiden 7, 9 ja 17 kohdalla, mutta niiden ottaminen mukaan malliin ei parantanut mallin suorituskykyä.[Liite 1 s.2-3]

Bollerslevin testi osoittaa, että VAR –mallin spesifikaatio on onnistunut, koska varianssi on lähellä ykköstä ja keskiarvo lähellä nollaa. Jäännösten vinouden ja huipukkuuden perusteella joudutaan kuitenkin hylkäämään oletus jäännösten normaalisuudesta. Vinouden ja huipukkuuden arvot eivät kuitenkaan ole huonontuneet merkittävästi verrattuna AR –mallin jälkeisiin arvoihin. [Liite 1, s. 4-5]

Hullin testi osoittaa, että ensimmäisen ja kahdeksannen viiveen autokorrelaation taso on selvästi muista poikkeava, mutta näiden viiveiden lisääminen malliin ei parantanut tulosta. Kuitenkin jos verrataan alkuperäiseen tuottosarjaan on autokorreloituneisuus pienentynyt huomattavasti, eli mallin voidaan sanoa onnistuvan kohtuullisesti autokorrelaation mallintamisessa.[Liite 1, s.3]

### *7.3 GARCH(1,2)*

Liite 2

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1} + \beta_2\sigma_{t-2}^2 \qquad (7.7)$$
$$\varepsilon_t = tuotto_t - c * tuotto_{t-1}$$

*Taulukko 7.2 GARCH(1,2)*

| Variable | Coeff | Std Error | T-Stat | Signif |
|---|---|---|---|---|
| C | 0.0941404335 | 0.0237108521 | 3.97035 | 0.00007177 |
| W | 0.0000509443 | 0.0000097245 | 5.23875 | 0.00000016 |
| Alfa | 0.1351193049 | 0.0236352153 | 5.71686 | 0.00000001 |
| Beta1 | 0.5371502706 | 0.1797574460 | 2.98819 | 0.00280631 |
| Beta2 | 0.2405026167 | 0.1750144634 | 1.37419 | 0.16938361 |

(7.8) $\sigma_t^2 = 0.0000509 + 0.1351\varepsilon_{t-1}^2 + 0.5371\sigma_{t-1}^2 + 0.2405\sigma_{t-2}^2$

T-arvot hyviä lukuunottamatta muuttujaa Beta2.

Ljung-Box –testin Q-arvot AR(1)-mallin jäännöksille osoittavat, että oletus autokorreloituneisuudesta voidaan hylätä. Q- arvot osoittavat autokorrelaation kasvavan viiveen 7 kohdalla, mutta niiden ottaminen mukaan malliin ei parantanut mallia ja viiveen 7 autokorrelaatio ei ole tilastollisesti merkitsevä .[Liite 2 s.8-9]

Bollerslevin testi osoittaa, että VAR –mallin spesifikaatio on onnistunut, koska varianssi on lähellä ykköstä ja keskiarvo lähellä nollaa. Jäännösten vinouden ja huipukkuuden perusteella joudutaan kuitenkin hylkäämään oletus jäännösten normaalisuudesta. Vinouden ja huipukkuuden arvot eivät kuitenkaan ole huonontuneet merkittävästi verrattuna AR –mallin jälkeisiin arvoihin. [Liite 2, s. 10-11]

Hullin testi osoittaa, että ensimmäisen ja kahdeksannen viiveen autokorrelaation taso on selvästi muista poikkeava, mutta näiden viiveiden lisääminen malliin ei parantanut tulosta. Verrattaessa alkuperäiseen tuottosarjaan on autokorreloituneisuus pienentynyt, mutta ei tilastollisesti merkitsevästi..[Liite 2, s.9-10]

### *7.4 GARCH (2,1)*

Liite 3

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \beta_1\sigma_{t-1} \tag{7.9}$$
$$\varepsilon_t = tuotto_t - c * tuotto_{t-1}$$

*Taulukko 7.3 GARCH(2,1)*

| Variable | Coeff | Std Error | T-Stat | Signif |
|---|---|---|---|---|
| C | 0.0855064844 | 0.0264165723 | 3.23685 | 0.00120857 |
| W | 0.0000128033 | 0.0000043054 | 2.97376 | 0.00294176 |
| Alfa1 | 0.0604792535 | 0.0258191580 | 2.34242 | 0.01915926 |
| Alfa2 | 0.0065009257 | 0.0289616149 | 0.22447 | 0.82239397 |
| Beta1 | 0.9115271116 | 0.0198662248 | 45.88326 | 0.00000000 |

$$\sigma_t^2 = 0.000012 + 0.0604\varepsilon_{t-1}^2 + 0.0065\varepsilon_{t-2}^2 + 0.9115\sigma_{t-1}^2 \tag{7.10}$$

Alfa2 on tilastollisesti ei-merkitsevä.

Ljung-Box –testin Q-arvot AR(1)-mallin jäännöksille osoittavat, että oletusta autokorreloituneisuudesta ei voida hylätä.[Liite 3, s.15]

Bollerslevin testi osoittaa, että VAR –mallin spesifikaatio on epäonnistunut, koska normaalisuusoletuksista ei toteudu yksikään. [Liite 3, s. 16-17]

Hullin testi osoittaa, että ensimmäisen ja kahdeksannen viiveen autokorrelaation taso on selvästi muista poikkeava, mutta näiden viiveiden lisääminen malliin ei parantanut tulosta. Verrattaessa alkuperäiseen tuottosarjaan ei autokorreloituneisuus ole pienentynyt merkitsevästi.[Liite 3, s.15-16]

### *7.5 GARCH(2,2)*

Liite 4

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \beta_1\sigma_{t-1} + \beta_2\sigma_{t-2} \qquad (7.11)$$
$$\varepsilon_t = tuotto_t - c * tuotto_{t-1} -$$

*Taulukko 7.4 GARCH(2,2)*

| Variable | Coeff | Std Error | T-Stat | Signif |
|---|---|---|---|---|
| C | 0.0942389662 | 0.0249900454 | 3.77106 | 0.00016256 |
| W | 0.0000299483 | 0.0000132174 | 2.26582 | 0.02346243 |
| Alfa1 | 0.0621965611 | 0.0251280161 | 2.47519 | 0.01331661 |
| Alfa2 | 0.0647763034 | 0.0517676370 | 1.25129 | 0.21082886 |
| Beta1 | 0.4786288163 | 0.3614293323 | 1.32427 | 0.18541450 |
| Beta2 | 0.3438962533 | 0.3106779025 | 1.10692 | 0.26832759 |

$$(7.12)\, \sigma_t^2 = 0.000029 + 0.06219\varepsilon_{t-1}^2 + 0.06447\varepsilon_{t-2}^2 + 0.4786\sigma_{t-1}^2 + 0.3439\sigma_{t-2}^2$$

VAR –mallin kertoimet kaikki tilastollisesti ei-merkitseviä.

Ljung-Box –testin Q-arvot AR(1)-mallin jäännöksille osoittavat, että oletus autokorreloituneisuudesta voidaan hylätä.[Liite 4 s.21]

Bollerslevin testi osoittaisi aluksi mallin spesikaation olevan onnistunut, mutta verratessa jakauman vinoutta alkuperäisen jakauman vinouteen, huomataan vinouden kasvaneen huomattavasti. [Liite 4, s. 22-23]

Hullin testi osoittaa ensimmäiselle viiveelle niin suurta autokorrelaatiota, että autokorrelaatio ei pienene myöhemminkään merkittävälle tasolle.[Liite 4, s.21-22]

### *7.6 GARCH(1,1) AR(2)1,7*

Liite 5

$$(7.13)\qquad \begin{aligned} \sigma_t^2 &= \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1} \\ \varepsilon_t &= tuotto_t - c * tuotto_{t-1} - c2 * tuotto_{t-7} \end{aligned}$$

*Taulukko 7.5 GARCH(1,1) AR(2)1,7*

| Variable | Coeff | Std Error | T-Stat | Signif |
|---|---|---|---|---|
| C | 0.0961 | 0.0272 | 3.52791 | 0.00041886 |
| C1 | -0.0581 | 0.0269 | 2.16212 | 0.03060867 |
| W | 4.8905e-5 | 9.2474e-6 | 5.28852 | 0.00000012 |
| Alfa1 | 0.1279 | 0.0229 | 5.57864 | 0.00000002 |
| Beta1 | 0.7889 | 0.0308 | 5.58470 | 0.00000000 |

$$(7.14)\qquad \sigma_t^2 = 0.0000489 + 0.1279\varepsilon_{t-1}^2 + 0.7889\sigma_{t-5}^2$$

Kaikki parametrit ovat merkitseviä.

Ljung-Box –testi AR(2)-mallin jäännöksille osoittaa, että oletus autokorreloituneisuudesta voidaan hylätä. Q- arvot osoittavat autokorrelaation kasvavan viiveiden 9 ja 13 kohdalla, mutta niiden ottaminen mukaan malliin ei parantanut mallia ja viiveiden autokorrelaatiot eivät ole tilastollisesti merkitsevä .[Liite 5 s.26-27]

Bollerslevin testi osoittaa, että VAR –mallin spesifikaatio on onnistunut. Normaalisuusoletukset jäännöksien jakaumasta toteutuvat lukuunottamatta huipukkuutta. [Liite 5, s. 28-29]

Hullin testi osoittaa, että ensimmäisen ja kolmannentoista viiveen autokorrelaation taso on selvästi muista poikkeava, mutta näiden viiveiden lisääminen malliin ei parantanut tulosta. Verrattaessa alkuperäiseen tuottosarjaan on autokorreloituneisuus pienentynyt, mutta ei tilastollisesti merkitsevästi..[Liite 5, s.27-28]

Ensimmäistä GARCH -mallia voidaan kuitenkin pitää parempana, koska siinä on vähemmän parametrejä (parsimoonisuus).

### 7.8 Yhteenveto testatuista malleista

GARCH -malleista osoittautuivat parhaiksi ensimmäinen ja viimeinen eli GARCH(1,1) AR(1) ja AR(2) filttereitä käyttäen. Tulos on samansuuntainen kuin Lamourexin ja Lastrapesin(1990) esittämät tulokset, joista ilmenee että GARCH(1,1)–malli on paras suurimmalle osalle taloudellisista aikasarjoista.

### 7.7 GARCH -volatiilisuusestimaatti

Volatiilisuus estimaatti saadaan seuraavasti estimoidusta mallista:

$$(7.15) \qquad V = \frac{\omega}{1-\alpha-\beta}$$

Sijoittamalla aiemmin saadut arvot GARCH(1,1) -mallista

$$(7.16) \quad V = \frac{0.00001977\,71}{1 - 0.07961719\,80 - 0.88633896\,09}$$
$$\rightarrow V = 0.000565$$

edellisestä saadaan päivittäiseksi volatiliteetiksi 2.38 % ja vuositason volatiliteetiksi 37.7%.[2]

2) Nyt GARCH-volatiliteetista ei ole laskettu ennustetta, koska aikaväli(4 vuotta) on niin pitkä, että ennusteen tuottama arvo ei eroa merkitsevästi tässä lasketusta pitkän aikavälin volatiliteetista.

# 8. Case: Paperikoneen investointilaskelma

Tässä käytetyt numeroarvot on pyritty pitämään mahdollisimman todenmukaisina käyttäen lähteenä tutkimusta paperikoneesta investointikohteena.[Ahlström et al 1999]

Paperikoneen investointikulut ovat kokonaisuudessaan 2300 miljoonaa markkaa. Rakentaminen kestää 18 kk ja kulut jakautuvat siten, että heti maksetaan 20 prosenttia, sen jälkeen tasaisin aikavälein kolme 20 prosentin erää ja koneen valmistuttua viimeiset 20 prosenttia. Koneen käyttöikä on 8 vuotta valmistumisesta. Diskonttaustekijänä käytetään 10%/vuosi. Kun kone on ollut toiminnassa kaksi ja puoli vuotta, on mahdollisuus suorittaa tarvittaessa lisäinvestointi, jonka jälkeen koneella pystytään valmistamaan toisen laatuista paperia. Tämän investoinnin kustannukset ovat 25 prosenttia alkuinvestoinnista. Lisäinvestoinnin toteuttaminen kestää puoli vuotta, minkä ajan kone on pysähdyksissä.

Kyseessä on optiorakennelma, jossa alkuinvestoinnilla saadaan mahdollisuus toisen vaiheen investointiin. Investointi kannattaa toteuttaa, mikäli uudesta paperilaadusta saadaan niin paljon tuloja, että ne ylittävät investointikulut, ilman investoinnin toteutusta saatavat kassavirrat ja koneen seisokista johtuvan tulon menetyksen. Tulojen nykyarvon on siis vastattava investointikustannuksien nykyarvoa.

Suorittamalla alkuinvestointi 2300 miljoonaa saadaan mahdollisuus toteuttaa 575 miljoonan investointi, joka antaa jonkin verran paremman tulon koneen lopulta käyttöiältä. Tässä ei oteta ainakaan toistaiseksi huomioon mahdollista käyttöiän kasvua, mikäli laskelmat eivät osoita sitä tarpeelliseksi.

### *8.1 Parametrien määrittely*

Alla olevan etuuden arvo (S) saadaan vähentämällä option toteuttamisesta koituvien kassavirtojen nykyarvosta koneen seisokista aiheutuvat kulut ja ilman option toteutusta koituvat kassavirrat. Toteutushinta (X) on option toteuttamiseen vaadittava investointi. Toteutusaika on neljä vuotta, mutta sitä voidaan tarvittaessa muuttaa. Tuoton keskihajonta saadaan laskettua taulukosta. Riskitön korko on asetettu tasolle 10%/vuosi.

### *8.2 Kassavirta-analyysi*

*Taulukko 7.1 Kassavirrat*

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | aika | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | 0 | 1 | 1,375 | 1,75 | 2,125 | 2,5 | | | | |
| **Kustannukset** | | | | | | | | | **Paperista saatava voitto =** | 1506 |
| kassavirta | 0 | -460 | -460 | -460 | -460 | -460 | | | **Paperin hinta** | 3000 |
| loppuarvo | | | | | | | | | - | |
| investoinnit | | | | | | | | | **tuotantokustannukset** | -1494 |
| diskonttaus tekijä(10%) | | | | | | | | | | |
| nykyarvo | 0 | -418,1818182 | -403,4993966 | -389,332477 | -375,66296 | -362,47338 | | | | |
| **NPV** | -1949,150032 | | | | | | | | **Tuotantomäärä/vuosi** | **330000** |
| | | | | | | | | | | |
| | 3,5 | 4,5 | 5,5 | 6,5 | 7,5 | 8,5 | 9,5 | 10,5 | | |
| **Tuotot** | | | | | | | | | | |
| kassavirta | 496,98 | 496,98 | 496,98 | 496,98 | 496,98 | 496,98 | 496,98 | 496,98 | | |
| loppuarvo | | | | | | | | | | |
| investoinnit | | | | | | | | | | |
| diskonttaus tekijä(10%) | | | | | | | | | | |
| nykyarvo | 356,011899 | 323,6471809 | 294,2247099 | 267,477009 | 243,16092 | 221,055379 | 200,95944 | 182,690396 | | |
| **NPV** | 2089,226928 | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Yhteensä | 140,0768953 | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |

Kuten laskelmasta ilmenee on investointi NPV:lla laskettuna kannattava. Sovitetaan nyt lisäinvestoinnin kulut ja tuotot taulukkoon siten, että koko investointi on kannattava.

*Taulukko 7.2 Lisäinvestoinnin sovittaminen*

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | aika | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | 0 | 1 | 1,375 | 1,75 | 2,125 | 2,5 | | | | |
| **Kustannukset** | | | | | | | | | **Paperista saatava voitto =** | 1506 |
| kassavirta | 0 | -460 | -460 | -460 | -460 | -460 | | | **Paperin hinta** | 3000 |
| loppuarvo | | | | | | | | | - | |
| investoinnit | | | | | | | | | **tuotantokustannukset** | -1494 |
| diskonttaus tekijä(10%) | | | | | | | | | | |
| nykyarvo | 0 | -418,1818182 | -403,4993966 | -389,332477 | -375,66296 | -362,47338 | | | | |
| **NPV** | -1949,150032 | | | | | | | | **Tuotantomäärä/vuosi** | **330000** |
| | | | | | | | | | | |
| Lisäinvestointi | | | 4.5v-5.0v | | | | | | | |
| kesto .5 vuotta | | | -575 | | | | | | **Lisäonvestoinni jälkeen** | |
| jolloin tuotanto seis | | | | | | | | | **tuotantomäärä** | **1,415** |
| | | | | | | | | | **ja kustannukset** | **1** |
| **NPV** | -374,4559721 | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | 3,5 | 4,5 | | 5,5 | 6,5 | 7,5 | 8,5 | 9,5 | 10,5 | |
| **Tuotot** | | | | | | | | | | |
| kassavirta | 496,98 | 496,98 | | 351,61335 | 703,2267 | 703,2267 | 703,2267 | 703,2267 | 703,2267 | |
| loppuarvo | | | | | | | | | | |
| investoinnit | | | | | | | | | | |
| diskonttaus tekijä(10%) | | | | | | | | | | |
| nykyarvo | 356,011899 | 323,6471809 | -374,4559721 | 208,163982 | 378,47997 | 344,072698 | 312,79336 | 284,357602 | 258,5069106 | |
| **NPV** | 2091,57763 | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| **Yhteensä** | 142,4275976 | | | | | | | | | |

Lisäinvestointi kannattaa toteuttaa näin ollen mikäli tuotantomäärä sen jälkeen kohoaa 41.5% verrattuna alkuperäiseen.

## *8.3 Option arvo*

Seuraavassa lasketaan reaalioption arvo:

X = 575 miljoonan nykyarvo 10%:n diskonttauskorolla

=375

S = Option toteutuksen jälkeisten kassavirtojen nykyarvo(ei mukana kuluja seisovasta tuotantolinjasta)

= 375

t = 4v

$\sigma$ = GARCH(1,1)-mallin avulla tehty volaestimaatti 37.7%/a

r = 10%/a

$$c = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2)$$

*missä*

(8.1) $$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

*ja*

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)}$$

Sijoittamalla B&S kaavaan saadaan option arvoksi 165 miljoonaa. Koko investoinnin arvo on näin ollen 165 + 142 = 307 miljoonaa eli reaalioption ottaminen mukaan laskentaan yli kaksinkertaistaa investoinnin arvon tai vastaavasti laskee investoinnilta vaadittavia tuottovaatimuksia.

GARCH -mallilla laskettua volatiliteettia ei voida teorian perusteella sijoittaa suoraan Black & Scholes yhtälöön, koska se perustuu ajassa vakiolle volatiliteetille kun GARCH-prosessin sisältävä volatiliteetti on ajassa muuttuva. Engle testasi kuitenkin Black & Scholes -mallia käyttämällä implisiittisen volatiliteetin sijaan GARCH -mallin tuottamaa volatiliteettiennustetta ja sai tulokseksi, että GARCH -malliin pohjautuva volatiliteetti toimii paremmin kuin implisiittinen volatiliteetti[Engle & al.1993]

Nyt option toteuttamisesta saatava kassavirtojen kasvu oli sovitettu tarkoituksella siten, että saadaan optioksi niin sanottu at the money optio. Tämä tehtiin sen vuoksi, että Black and Scholes –mallissa implisiittinen volatiliteetti on korkeampi "in the money"- ja "out of the money" -optioissa kuin "at the money" -optioissa ja implisiittisen volatiliteetin on havaittu olevan rahoitusoptioissa korkeamman kuin todellinen volatiliteetti. [Latané & Rendleman 1976, s.375-377]

Jos mallissa olisi käytetty aineistosta laskettua volatiliteettia oltaisiin päädytty ainoastaan 0.5 prosenttia poikkeavaan lukuun verrattuna siihen mitä nyt saatiin GARCH –prosessilla. Kun estimointi tehdään aineistoilla, jossa volatilisuus on erittäin klusteroitunutta voidaan saada hyvin poikkeavia tuloksia. Tästä voitaisiin esimerkkinä mainita Nokian kurssiaineisto, jonka pohjalta tehty malli antaa volatiliteetin arvoksi 66.2 prosenttia ja aineistosta laskettu historiallinen volatiliteetti on 50.8 prosenttia.

### *8.4 Herkkyysanalyysi*

Black & Scholes –mallin yhteydestä tuttu herkkyysanalyysi antaa seuraavat arvot:
delta = 0.819 eli kun investoinnin toteutushinnan nykyarvo nousee miljoonan niin option arvo nousee 819000
vega = 1.99 eli kun volatiliteetti nousee prosentin nousee option arvo 1990000
theta = -0.064 eli kun toteutus aika lyhenee päivän laskee option arvo 64000
rho = 5.58 eli kun riskitön korko nousee prosentin niin option arvo nousee 5580000
Herkkyysanalyysi kertoo siis, että volatiliteetin lisäksi suuri vaikutus option arvoon on myös toteutusajalla(myös riskitön korko vaikuttaa paljon, mutta se on tässä eksogeeninen muuttuja). Yksi mahdollisuus olisikin muodostaa optiorakennelma jolla etsittäisiin optimaalista ajoitusta option toteutukselle. Ajoitusoptiota ovat tutkineet Benaroch ja Kauffman artikkelissaan optioajattelun käytöstä informaatioteknologian investoinnin arvioinnissa.[Benaroch & Kauffman 1998]

# 9. Johtopäätökset

Tutkielmassa käsiteltiin erilaisia investointien hinnoittelussa sovellettavia malleja. Perinteisissä malleissa esiintyviä puutteita ja niiden taustoilla olevia syitä selitettiin lyhyesti. Puutteita ei ryhdytty kuitenkaan korjaamaan tekemällä malleihin muutoksia, sen sijaan keskityttiin uuden lähestymistavan esittelyyn sekä pohdittiin hieman syitä, joiden takia uuden mallin pitäisi toimia paremmin kuin perinteisten mallien. Mallia sovellettiin myös käyttäen olosuhteisiin nähden mahdollisimman realistisia taustaoletuksia. Perinteisistä malleista poikkeavaa oli optiohinnoittelun periaatteiden soveltaminen investointilaskentaan.

Koska volatilisuus on erittäin merkitsevä tekijä optioiden hinnoittelussa, työssä paneuduttiin tarkasti GARCH -menetelmään, joka on yksi monista, aikaisemmissa tutkimuksissa tehokkaaksi havaittuista, volatilisuuden arvioinnissa käytettävistä menetelmistä. Menetelmän taustalla on havainto eri suuruisten volatilisuuksien kasaantuminen osakkeiden tuottosarjoissa. Menetelmässä pyritään tilastotieteen keinoin löytämään malli, joka selittää kasaantuminen rakenteen ja siihen vaikuttavat tekijät mahdollisimman hyvin.

Esimerkkitapauksessa suoritettiin paperikoneinvestointiin liittyvä kannattavuuslaskenta käyttäen perinteistä menetelmää sekä reaalioptioihin perustuvaa menetelmää. Peinteistä kassavirta-analyysiä käytettäessä investoinnin arvoksi saatiin noin 140 miljoonaa ja reaalioptioihin perustuvaa menetelmää käyttäen investoinnin arvoksi saatiin noin 300 miljoonaa. Tulokset olivat näiltä osin teorian mukaisia eli investoinnin arvo nousi huomattavasti tai toisin ajatellen tuottovaatimukset laskivat huomattavasti, kun laskennassa käytettiin volatilisuuden vaikutukset huomioivaa reaalioptiota.

Käytetyllä aineistolla GARCH -menetelmän antama volatilisuusestimaatti ei poikennut aineistosta normaalisti lasketusta historiallisesta volatiliteetistä kuin hieman, mutta option hinnan herkkyydestä volatiliteetin suhteen johtuu pienen volatiliteetin muutoksen aiheuttama suuri muutos option hinnassa. Tämän lisäksi on syytä huomioida, että volatilisuusestimaatti tehtiin neljän vuoden päähän, mikä on erittäin pitkä aikaväli volatilisuuden arviointiin. GARCH -menetelmä on tarkoituksenmukaisempi kun ennuste tehdään merkittävästi lyhyemmälle aikavälille.

Reaalioptioiden käyttö ei ole aivan yksinkertaista. Realistisen optiorakennelman etsiminen voi olla hankalaa ja kaikista investoinneista ei sellaista ole löydettävissä. Huomattavasti suoraviivaisempaa on muodostaa optiorakennelma tapauksessa, jossa investoinnin lopputuotteet, kuten öljy, kahvi tai jalometallit, ovat johdannaispörssissä noteerattuja. Volatilisuuden arviointiin on aiheellista kiinittää riittävästi huomiota. Tässä työssä volatilisuuden arvioinnissa käytettiin paperiteollisuudessa toimivan yhtiön osakekurssia, koska osakekurssin pitäisi kertoa yrityksen suorittamien investointien onnistumisesta ja paperikone on yksi merkittävimmistä investoinneista, jonka paperiteollisuudessa toimiva yritys voi kohdata. Osakekurssiin vaikuttaa kuitenkin monet muutkin tekijät investointien lisäksi, joten se ei aina ole relevantti mittari tietyn investoinnin volatilisuuden arviointiin.

Jatkossa voisi olla aiheellista keskittyä tarkemmin volatilisuuden estimointiin. Ensinnäkin kannattaisi tutkia, mikä merkitys osakekursseilla on investoinnista aiheutuvien kassavirtojen volatilisuuden estimoinnissa. Toiseksi volatilisuusestimaatin tekemiseen käytettyjen GARCH –mallien virhetermin varianssin ja jakauman oletukset eroavat toisistaan. Näiden oletusten soveltuvuutta erilaisiin aineistoihin sekä eri pituisten ennusteiden tekemiseen olisi hyödyllistä tutkia. Volatilisuuden lisäksi investoinnin optimaalinen toteutusaika voisi olla hyödyllinen tutkimuskohde, koska toteutusajan vaikutus option hintaan on merkittävä. Myös optiorakennelmaa voisi muuttaa siten, että optio olisi kiinteän toteutusajan, ns. eurooppalaisen option sijaan, liukuvalla toteutusajalla oleva ns. amerikkalainen optio, koska se olisi ainakin joissakin tapauksissa huomattavasti realistisempaa.

Lähdeluettelo

Ahlsted M.(1998): Analysis in financial risks in a GARCH framework. Bank of Finland studies E:11,1998.

Ahlström, Blomqvist and Wikström(1999): Effects of thorough preparation phase planning on paper mill projects. Paperi ja puu Vol.81, no.8

Alexander C.(1998): Risk management and analysis Vol.1 West Sussex, John Wiley & Sons Ltd.

Amram M. & Kulatilaka N.(1999): Disciplined Decisions, Harvard Business Review

Benaroch, Michel & Kauffman, Robert (1998): A Case for Using Real Options Pricing Analysis to Evaluate Information Technology Project Investments (Forthcoming)

Black F. & Scholes M (1973): Pricing of options and corporate liabilities, Journal of political economy, vol. 81

Bollerslev T.(1986): Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. Journal of econometrics, Vol. 31

Brealey S. & Myers S.(1996): Principles of corporate finance. Mcgraw-Hill companies

Cox J. & Rubinstein M.(1985):Option Markets. New York, Prentice Hall

Dos Santos B.L.(1991): Justifying Investment in New Information Technologies Journal of Management Information Systems, Vol. 7.

Engle R.F.(1982): Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. Econometrica,50, no.4

Engle R.F. , Kane A. & Noh J. (1993): Index option pricing with stochastic volatility and the value of accurate variance forecast. National Bureau of Economic Research Inc., Working paper No.1459

Hamilton J.(1994) Time series analysis. Princeton university press

Hsieh D. (1989): Modeling heteroskedasticity in daily foreign-exchange rates. Journal of Business & Economic Statistics,Vol.7, No.3

Hull J (2000):Options, futures and other derivatives. New Jersey, Prentice Hall

Jarrow R & Rudd A. (1982): Approximate option valuation for arbitrary stochastic processes. Journal of financial economics 10, 1982

Jarrow R & Rudd A. (1983):Option pricing. Homewood, Ill.Irwin.1983

Lamourex C.G.& Lastrapes W.D. (1990) Heteroscedasticity in stock return. Journal of Finance Vol. XLV,No.1.

Latané H. & Rendleman R. Jr. (1976): Standard deviations of stock price ratios implied in option prices. Journal of Finance Vol. II

Luehrman, Timothy A.(1998): Investment Opportunities as real options, Harvard Business Review

Myyryläinen T. (1999): Optioiden hinnoittelu volatiliteetin ollessa stokastinen. Jyväskylän yliopisto, Taloustieteiden tiedekunta, Pro gradu

Liite 1

GARCH(1,1)

```
cal(daily) 1995 1 3
allocate 1402
open data d:\exelit\gradu\stora.wks
data(format=wks,org=obs)
set dR = log(stora) - log(stora{1})        ;* Tuoton logaritmisointi
statistics dr
set w = 0.0
set u = 0.0
nonlin   b1 a0 a1 a2                      ;*  a3*res{4}**2
frml res = dr  - b1*dr{1}                              ;* AR(1) filtteri ilman vakiota
frml var = a0 + a1*res{2}**2  + a2*w{1}                   ;* määritellään GARCH-rakenne+
frml L = (u=res), (w=var),-.5*(log(var)+res(t)**2/var)              ;*minimoitava logaritminen
uskottavuusfunktio
boxjenk(noprint,ar=||1||) dr
compute b1=%beta(1), b2=%beta(2)
compute a0=%seesq,a1 = 0.01, a2 = 0.8          ;* alkuarvot arvauksena
nlpar(subiterations=1240)
maximize(iterations=75) L 10 *
set resids = 0.0
set resids 1995:1:3 1400 = dr -  %beta(1)*dr{1}
 ;*- %beta(2)*dr{2}

cor(partial=pafc, qstats,dfc=%nreg-1, number=20,span=1) resids 5 1400
set hull = ((dr**2)/var)
cor(qstats,dfc=%nreg-1,number=20,span=1) hull 5 1400
set bollerslev = (resids - 0.000247886)/sqrt(var) ;*
cor(qstats,dfc=%nreg-1,number=20,span=1) bollerslev 5 1400
statistics resids
set tuotto = dr**2
cor(qstats,number=20,span=1) tuotto 5 1400
statistics bollerslev
set bollerslev2 = bollerslev**2
cor(partial=pafc, qstats,dfc=%nreg-1,number=20,span=1) bollerslev2 5 1400
```

```
Statistics on Series DR
Daily(5) Data From 1995:01:04 To 2000:05:17
Observations   1401
Sample Mean   0.00027698868        Variance           0.000556
Standard Error 0.02358453801       SE of Sample Mean   0.000630
t-Statistic      0.43960         Signif Level (Mean=0) 0.66029760
```

| | | | |
|---|---|---|---|
| Skewness | 0.02713 | Signif Level (Sk=0) | 0.67880288 |
| Kurtosis | 3.35348 | Signif Level (Ku=0) | 0.00000000 |

Estimation by BFGS
Iterations Taken 22
Daily(5) Data From 1995:01:16 To 2000:05:17
Usable Observations 1393 Degrees of Freedom 1389
Function Value 4617.46821654

| Variable | Coeff | StdError | T-Stat | Signif |
|---|---|---|---|---|
| 1. B1 | 0.0940969528 | 0.0263154611 | 3.57573 | 0.00034925 |
| 2. A0 | 0.0000197771 | 0.0000050520 | 3.91466 | 0.00009053 |
| 3. A1 | 0.0796171980 | 0.0162026624 | 4.91383 | 0.00000089 |
| 4. A2 | 0.8863389609 | 0.0214949079 | 41.23483 | 0.00000000 |

Correlations of Series RESIDS
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1: | 0.0084970 | 0.0035456 | -0.0046581 | -0.0228875 | -0.0067952 | 0.0225301 |
| 7: | -0.0445167 | -0.0037380 | -0.0381271 | -0.0015799 | -0.0239325 | -0.0135604 |
| 13: | 0.0009526 | 0.0476403 | -0.0166660 | 0.0053327 | -0.0360119 | -0.0049760 |
| 19: | -0.0083345 | -0.0214990 | | | | |

Partial Autocorrelations

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1: | 0.0084970 | 0.0034737 | -0.0047180 | -0.0228228 | -0.0063808 | 0.0227969 |
| 7: | -0.0451088 | -0.0037096 | -0.0379243 | -0.0003019 | -0.0255994 | -0.0148492 |
| 13: | 0.0015141 | 0.0452575 | -0.0175348 | 0.0010875 | -0.0352240 | -0.0052399 |
| 19: | -0.0099882 | -0.0258711 | | | | |

Ljung-Box Q-Statistics

| | | | |
|---|---|---|---|
| Q(1) = | 0.1010. | Significance Level | 0.00000000 |
| Q(2) = | 0.1186. | Significance Level | 0.00000000 |
| Q(3) = | 0.1490. | Significance Level | 0.00000000 |
| Q(4) = | 0.8834. | Significance Level | 0.34726204 |
| Q(5) = | 0.9482. | Significance Level | 0.62243843 |
| Q(6) = | 1.6609. | Significance Level | 0.64565706 |
| Q(7) = | 4.4454. | Significance Level | 0.34907677 |
| Q(8) = | 4.4650. | Significance Level | 0.48458041 |
| Q(9) = | 6.5104. | Significance Level | 0.36850057 |
| Q(10) = | 6.5139. | Significance Level | 0.48117623 |
| Q(11) = | 7.3210. | Significance Level | 0.50242554 |
| Q(12) = | 7.5803. | Significance Level | 0.57692808 |
| Q(13) = | 7.5816. | Significance Level | 0.66963083 |

Q(14) = 10.7866. Significance Level 0.46130721
Q(15) = 11.1792. Significance Level 0.51363017
Q(16) = 11.2194. Significance Level 0.59244541
Q(17) = 13.0547. Significance Level 0.52221833
Q(18) = 13.0898. Significance Level 0.59536171
Q(19) = 13.1883. Significance Level 0.65894678
Q(20) = 13.8438. Significance Level 0.67812566

Residuaalien autokorreloituneisuus oletus voidaan hylätä, eli AR -malli on ok.

Correlations of Series HULL
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.0743112 0.0161805 0.0072526 -0.0167048 -0.0333156 -0.0142686
7: -0.0023868 0.0645866 0.0168676 -0.0009181 0.0419744 -0.0151590
13: -0.0125939 -0.0101784 -0.0209292 -0.0177840 0.0076715 -0.0159322
19: -0.0077847 0.0230088

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 7.7255. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 8.0920. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 8.1657. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 8.5570. Significance Level 0.00344203
Q(5) = 10.1142. Significance Level 0.00636392
Q(6) = 10.4001. Significance Level 0.01545433
Q(7) = 10.4081. Significance Level 0.03408707
Q(8) = 16.2733. Significance Level 0.00610550
Q(9) = 16.6737. Significance Level 0.01056041
Q(10) = 16.6749. Significance Level 0.01961743
Q(11) = 19.1575. Significance Level 0.01403971
Q(12) = 19.4815. Significance Level 0.02139603
Q(13) = 19.7053. Significance Level 0.03216611
Q(14) = 19.8516. Significance Level 0.04741724
Q(15) = 20.4707. Significance Level 0.05869013
Q(16) = 20.9179. Significance Level 0.07456769
Q(17) = 21.0012. Significance Level 0.10160108
Q(18) = 21.3607. Significance Level 0.12569457
Q(19) = 21.4466. Significance Level 0.16197501
Q(20) = 22.1975. Significance Level 0.17724338

Testin tulos on muuten hyvä, mutta ensimmäisen viiveen autokorreloituneisuus aiheuttaa ongelmia. Yrityksistä huolimatta sitä ei saatu pienennettyä, mutta verrattaessa alkuperäiseen tuottosarjaan on autokorrelaation esiintyminen huomattavasti epätodennäköisempää eli VAR -malli onnistuu kohtalaisesti autokorrelaation mallintamisessa.

Correlations of Series BOLLERSLEV
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations

```
 1: 0.0015341 -0.0053515 0.0098483 -0.0088251 -0.0178838 0.0251886
 7: -0.0393517 0.0094922 -0.0204449 -0.0228922 0.0002763 -0.0024037
13: -0.0109768 0.0274658 -0.0008542 0.0109294 -0.0063215 0.0085398
19: -0.0083371 -0.0209293
```

Ljung-Box Q-Statistics

```
Q(1)  = 3.2924e-003. Significance Level 0.00000000
Q(2)  =      0.0434. Significance Level 0.00000000
Q(3)  =      0.1793. Significance Level 0.00000000
Q(4)  =      0.2885. Significance Level 0.59120860
Q(5)  =      0.7372. Significance Level 0.69170546
Q(6)  =      1.6280. Significance Level 0.65305669
Q(7)  =      3.8038. Significance Level 0.43320971
Q(8)  =      3.9305. Significance Level 0.55946727
Q(9)  =      4.5186. Significance Level 0.60685480
Q(10) =      5.2565. Significance Level 0.62868708
Q(11) =      5.2567. Significance Level 0.72982513
Q(12) =      5.2648. Significance Level 0.81064069
Q(13) =      5.4348. Significance Level 0.86030525
Q(14) =      6.5001. Significance Level 0.83800110
Q(15) =      6.5012. Significance Level 0.88874543
Q(16) =      6.6701. Significance Level 0.91834359
Q(17) =      6.7266. Significance Level 0.94473634
Q(18) =      6.8299. Significance Level 0.96219831
Q(19) =      6.9284. Significance Level 0.97461582
Q(20) =      7.5497. Significance Level 0.97525189
```

Osoittaa mallispesifikaation onnistuneeksi. Varianssi lähellä ykköstä ja keskiarvo lähellä nollaa. Myöskään huipukkuus ja vinous eivät ole huonontuneet merkittävästi verrattuna RESIDS:n vastaaviin. [Hsieh s.310]

Statistics on Series BOLLERSLEV
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:17
Observations 1398

```
Sample Mean    0.00436243989   Variance                1.018792
Standard Error 1.00935219323   SE of Sample Mean       0.026995
t-Statistic    0.16160         Signif Level (Mean=0)   0.87164453
Skewness       0.07014         Signif Level (Sk=0)     0.28487453
Kurtosis       2.38689         Signif Level (Ku=0)     0.00000000
```

Statistics on Series RESIDS
Daily(5) Data From 1995:01:05 To 2000:05:17
Observations 1400

| | | | |
|---|---|---|---|
| Sample Mean | 0.00022414085 | Variance | 0.000550 |
| Standard Error | 0.02345017431 | SE of Sample Mean | 0.000627 |
| t-Statistic | 0.35763 | Signif Level (Mean=0) | 0.72067108 |
| Skewness | 0.02890 | Signif Level (Sk=0) | 0.65923270 |
| Kurtosis | 3.40746 | Signif Level (Ku=0) | 0.00000000 |

Correlations of Series TUOTTO
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations

```
 1: 0.11697647 0.12784775 0.12204733 0.03459849 0.04220080 0.08154497
 7: 0.09791121 0.12597060 0.09669151 0.05224449 0.12227023 0.04447683
13: 0.04371597 0.10825516 0.05930743 0.05138433 0.17005497 0.04916532
19: 0.05992109 0.06517355
```

Ljung-Box Q-Statistics

```
Q(1)  =   19.1432.  Significance Level 0.00001213
Q(2)  =   42.0264.  Significance Level 0.00000000
Q(3)  =   62.8952.  Significance Level 0.00000000
Q(4)  =   64.5735.  Significance Level 0.00000000
Q(5)  =   67.0722.  Significance Level 0.00000000
Q(6)  =   76.4084.  Significance Level 0.00000000
Q(7)  =   89.8780.  Significance Level 0.00000000
Q(8)  =  112.1902.  Significance Level 0.00000000
Q(9)  =  125.3453.  Significance Level 0.00000000
Q(10) =  129.1886.  Significance Level 0.00000000
Q(11) =  150.2547.  Significance Level 0.00000000
Q(12) =  153.0442.  Significance Level 0.00000000
Q(13) =  155.7410.  Significance Level 0.00000000
Q(14) =  172.2904.  Significance Level 0.00000000
Q(15) =  177.2611.  Significance Level 0.00000000
Q(16) =  180.9951.  Significance Level 0.00000000
Q(17) =  221.9218.  Significance Level 0.00000000
Q(18) =  225.3452.  Significance Level 0.00000000
Q(19) =  230.4341.  Significance Level 0.00000000
Q(20) =  236.4585.  Significance Level 0.00000000
```

Alkuperäinen tuottosarja autokorreloitunut

Correlations of Series BOLLERSLEV2
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations

```
 1:  0.0711692  0.0176912  0.0101945 -0.0100675 -0.0342872 -0.0106555
 7: -0.0024373  0.0561935  0.0213525 -0.0026586  0.0417423 -0.0151342
13: -0.0128297 -0.0059053 -0.0258521 -0.0198266  0.0084459 -0.0186538
```

19: -0.0097706 0.0185909

Partial Autocorrelations

1: 0.0711692 0.0126905 0.0080905 -0.0116346 -0.0332146 -0.0057373
7: -0.0000894 0.0575443 0.0131260 -0.0080946 0.0405218 -0.0204981
13: -0.0075152 -0.0028474 -0.0239812 -0.0168812 0.0092993 -0.0193717
19: -0.0124849 0.0193006

Ljung-Box Q-Statistics

Q(1) = 7.0860. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 7.5242. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 7.6698. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 7.8119. Significance Level 0.00519035
Q(5) = 9.4613. Significance Level 0.00882072
Q(6) = 9.6207. Significance Level 0.02208122
Q(7) = 9.6291. Significance Level 0.04716179
Q(8) = 14.0690. Significance Level 0.01517708
Q(9) = 14.7105. Significance Level 0.02263179
Q(10) = 14.7205. Significance Level 0.03975429
Q(11) = 17.1757. Significance Level 0.02833051
Q(12) = 17.4987. Significance Level 0.04145566
Q(13) = 17.7310. Significance Level 0.05967498
Q(14) = 17.7802. Significance Level 0.08682256
Q(15) = 18.7247. Significance Level 0.09539271
Q(16) = 19.2806. Significance Level 0.11465713
Q(17) = 19.3816. Significance Level 0.15087583
Q(18) = 19.8744. Significance Level 0.17680518
Q(19) = 20.0097. Significance Level 0.21978536
Q(20) = 20.4999. Significance Level 0.24946292

Standardoitujen residuaalien neliöt osoittavat myös autokorrelaation hylkäystä, mutta jälleen ensimmäinen viive aiheuttaa ongelmia.

Liite 2

```
cal(daily) 1995 1 3
allocate 1402
open data d:\exelit\gradu\stora.wks
data(format=wks,org=obs)
set dR = log(stora) - log(stora{1})        ;* Tuottojen logaritmisointi
statistics dr
set w = 0.0
set u = 0.0
nonlin b1 b2 a0 a1 a2 a3
frml res = dr -  b1*dr{1} - b2*dr{7}     ;* AR(2)-prosessi jäännöstermin esitysmuodossa  (ei vakiota)
frml var = a0 + a1*res{2}**2 + a2*w{1} + a3*w{2}        ;*määritellään GARCH-rakenne
frml L = (u=res), (w=var),-.5*(log(var)+res(t)**2/var)              ;*minimoitava logaritminen
uskottavuusfunktio
boxjenk(noprint,ar=||1||) dr
compute b1=%beta(1), b2=%beta(2)
compute a0=%seesq,a1 = 0.05, a2 = 0.2, a3 = 0.7              ;*alkuarvot arvauksena
nlpar(subiterations=1240)              ;*
maximize(iterations=75) L 15 *
set resids = 0.0
set resids 1995:1:3 1400 = dr - %beta(1)*dr{1}  - %beta(2)*dr{7}
cor(partial=pafc, qstats,dfc=%nreg-1, number=20,span=1) resids 5 1400
set hull = ((dr**2)/var)
cor(partial=pafc, qstats,dfc=%nreg-1,number=20,span=1) hull 5 1400
set bollerslev = (resids - 0.000247886)/sqrt(var) ;*
cor(partial=pafc, qstats,dfc=%nreg-1,number=20,span=1) bollerslev 5 1400
statistics resids
set tuotto = dr**2
cor(qstats,number=20,span=1) tuotto 5 1400
statistics bollerslev
set bollerslev2 = bollerslev**2
cor(partial=pafc, qstats,dfc=%nreg-1,number=20,span=1) bollerslev2 5 1400
```

Statistics on Series DR
Daily(5) Data From 1995:01:04 To 2000:05:17
Observations 1401

| | | | |
|---|---|---|---|
| Sample Mean | 0.00027698868 | Variance | 0.000556 |
| Standard Error | 0.02358453801 | SE of Sample Mean | 0.000630 |
| t-Statistic | 0.43960 | Signif Level (Mean=0) | 0.66029760 |
| Skewness | 0.02713 | Signif Level (Sk=0) | 0.67880288 |
| Kurtosis | 3.35348 | Signif Level (Ku=0) | 0.00000000 |

Estimation by BFGS
Iterations Taken 29
Daily(5) Data From 1995:01:23 To 2000:05:17
Usable Observations 1388 Degrees of Freedom 1383
Function Value 4579.19430927

| Variable | Coeff | Std Error | T-Stat | Signif |
|---|---|---|---|---|
| 1. B1 | 0.0941404335 | 0.0237108521 | 3.97035 | 0.00007177 |
| 2. A0 | 0.0000509443 | 0.0000097245 | 5.23875 | 0.00000016 |
| 3. A1 | 0.1351193049 | 0.0236352153 | 5.71686 | 0.00000001 |
| 4. A2 | 0.5371502706 | 0.1797574460 | 2.98819 | 0.00280631 |
| 5. A3 | 0.2405026167 | 0.1750144634 | 1.37419 | 0.16938361 |

A3 tilastollisesti merkitsemätön

Correlations of Series RESIDS
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.0084534 0.0035415 -0.0046577 -0.0228872 -0.0067950 0.0225325
7: -0.0445174 -0.0037345 -0.0381267 -0.0015772 -0.0239317 -0.0135596
13: 0.0009513 0.0476410 -0.0166682 0.0053348 -0.0360119 -0.0049740
19: -0.0083333 -0.0214998

Partial Autocorrelations
1: 0.0084534 0.0034703 -0.0047172 -0.0228228 -0.0063826 0.0227984
7: -0.0451076 -0.0037099 -0.0379246 -0.0003025 -0.0255989 -0.0148505
13: 0.0015114 0.0452583 -0.0175327 0.0010885 -0.0352237 -0.0052408
19: -0.0099875 -0.0258729

Ljung-Box Q-Statistics

| | | | |
|---|---|---|---|
| Q(1) | = | 0.1000. | Significance Level 0.00000000 |
| Q(2) | = | 0.1175. | Significance Level 0.00000000 |
| Q(3) | = | 0.1479. | Significance Level 0.00000000 |
| Q(4) | = | 0.8823. | Significance Level 0.00000000 |
| Q(5) | = | 0.9471. | Significance Level 0.33045490 |
| Q(6) | = | 1.6600. | Significance Level 0.43605807 |
| Q(7) | = | 4.4445. | Significance Level 0.21729616 |
| Q(8) | = | 4.4641. | Significance Level 0.34682661 |
| Q(9) | = | 6.5095. | Significance Level 0.25975022 |
| Q(10) | = | 6.5130. | Significance Level 0.36824001 |
| Q(11) | = | 7.3200. | Significance Level 0.39633843 |
| Q(12) | = | 7.5793. | Significance Level 0.47560730 |
| Q(13) | = | 7.5806. | Significance Level 0.57690473 |
| Q(14) | = | 10.7857. | Significance Level 0.37445664 |
| Q(15) | = | 11.1783. | Significance Level 0.42844792 |
| Q(16) | = | 11.2186. | Significance Level 0.51028657 |
| Q(17) | = | 13.0539. | Significance Level 0.44365561 |
| Q(18) | = | 13.0890. | Significance Level 0.51953137 |
| Q(19) | = | 13.1874. | Significance Level 0.58782747 |
| Q(20) | = | 13.8430. | Significance Level 0.61040981 |

Residuaalit eivät ole autokorreloituneita joten AR –malli toimii hyvin. 7. viive antaa huonompia arvoja, mutta viiveen autokorrelaation suuruus ei ole tilastollisesti merkitsevä(-0.044).

Correlations of Series HULL
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1: | 0.0733436 | -0.0224052 | 0.0204963 | -0.0215717 | -0.0329635 | -0.0193874 |
| 7: | 0.0005940 | 0.0692211 | 0.0115600 | -0.0019426 | 0.0462240 | -0.0084570 |
| 13: | -0.0120651 | 0.0043815 | -0.0082816 | -0.0065721 | 0.0251929 | -0.0100068 |
| 19: | -0.0006798 | 0.0381827 | | | | |

Partial Autocorrelations

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1: | 0.0789805 | -0.0326280 | 0.0275813 | -0.0291411 | -0.0262137 | -0.0157532 |
| 7: | 0.0077880 | 0.0201668 | 0.0091711 | -0.0145070 | 0.0498228 | -0.0155712 |
| 13: | -0.0066408 | 0.0048002 | -0.0067965 | -0.0015742 | 0.0275493 | -0.0144610 |
| 19: | 0.0027350 | 0.0373559 | | | | |

Ljung-Box Q-Statistics

| | | | |
|---|---|---|---|
| Q(1) | = | 7.5256. | Significance Level 0.00000000 |
| Q(2) | = | 8.2284. | Significance Level 0.00000000 |
| Q(3) | = | 8.8170. | Significance Level 0.00000000 |
| Q(4) | = | 9.4694. | Significance Level 0.00000000 |

Q(5) = 10.9939. Significance Level 0.00091412
Q(6) = 11.5216. Significance Level 0.00314853
Q(7) = 11.5221. Significance Level 0.00921296
Q(8) = 18.2594. Significance Level 0.00109806
Q(9) = 18.4474. Significance Level 0.00243494
Q(10) = 18.4527. Significance Level 0.00519508
Q(11) = 21.4635. Significance Level 0.00314146
Q(12) = 21.5643. Significance Level 0.00579023
Q(13) = 21.7697. Significance Level 0.00963811
Q(14) = 21.7968. Significance Level 0.01617366
Q(15) = 21.8938. Significance Level 0.02520926
Q(16) = 21.9549. Significance Level 0.03802894
Q(17) = 22.8531. Significance Level 0.04347363
Q(18) = 22.9949. Significance Level 0.06035285
Q(19) = 22.9955. Significance Level 0.08423440
Q(20) = 25.0633. Significance Level 0.06871644

Autokorrelaatin esiintymistä ei voida hylätä. Ongelmat johtuvat jälleen ensimmäisen viiveen autokorreloituneisuudesta, mutta sitä ei saada poistettua. Malli on kuitenkin pienentänyt autokorrelaatiota, mutta ei tilastollisesti merkitsevästi.

Correlations of Series BOLLERSLEV
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.0071687 0.0006800 0.0093974-0.0102401 -0.0197306 0.0240172
7: -0.0363564 0.0086511 -0.0240735 -0.0253337 -0.0042780 -0.0034094
13: -0.0061733 0.0254545 -0.0009387 0.0120380 -0.0113282 0.0078436
19: -0.0094062 -0.0182642

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 0.0719. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 0.0725. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 0.1963. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 0.3433. Significance Level 0.00000000
Q(5) = 0.8895. Significance Level 0.34561908
Q(6) = 1.6994. Significance Level 0.42755205
Q(7) = 3.5565. Significance Level 0.31350428
Q(8) = 3.6618. Significance Level 0.45371220
Q(9) = 4.4772. Significance Level 0.48293954
Q(10) = 5.3809. Significance Level 0.49596568
Q(11) = 5.4067. Significance Level 0.61046051
Q(12) = 5.4231. Significance Level 0.71154548
Q(13) = 5.4769. Significance Level 0.79091705
Q(14) = 6.3919. Significance Level 0.78133767
Q(15) = 6.3931. Significance Level 0.84589134
Q(16) = 6.5980. Significance Level 0.88299493

Q(17) = 6.7797. Significance Level 0.91314697
Q(18) = 6.8668. Significance Level 0.93972526
Q(19) = 6.9922. Significance Level 0.95786636
Q(20) = 7.4653. Significance Level 0.96321645

Osoittaa mallispesifikaation onnistuneeksi. Varianssi lähellä ykköstä ja keskiarvo lähellä nollaa. Myöskään huipukkuus ja vinous eivät ole huonontuneet merkittävästi verrattuna RESIDS:n vastaaviin.

Statistics on Series BOLLERSLEV
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:17
Observations 1398

| | | | |
|---|---|---|---|
| Sample Mean | 0.00423840861 | Variance | 1.007300 |
| Standard Error | 1.00364323393 | SE of Sample Mean | 0.026843 |
| t-Statistic | 0.15790 | Signif Level (Mean=0) | 0.87455987 |
| Skewness | 0.04250 | Signif Level (Sk=0) | 0.51697597 |
| Kurtosis | 2.65840 | Signif Level (Ku=0) | 0.00000000 |

Statistics on Series RESIDS
Daily(5) Data From 1995:01:05 To 2000:05:17
Observations 1400

| | | | |
|---|---|---|---|
| Sample Mean | 0.00022413037 | Variance | 0.000550 |
| Standard Error | 0.02345016573 | SE of Sample Mean | 0.000627 |
| t-Statistic | 0.35762 | Signif Level (Mean=0) | 0.72068350 |
| Skewness | 0.02890 | Signif Level (Sk=0) | 0.65921655 |
| Kurtosis | 3.40747 | Signif Level (Ku=0) | 0.00000000 |

Correlations of Series TUOTTO
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.11697647 0.12784775 0.12204733 0.03459849 0.04220080 0.08154497
7: 0.09791121 0.12597060 0.09669151 0.05224449 0.12227023 0.04447683
13: 0.04371597 0.10825516 0.05930743 0.05138433 0.17005497 0.04916532
19: 0.05992109 0.06517355

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 19.1432. Significance Level 0.00001213
Q(2) = 42.0264. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 62.8952. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 64.5735. Significance Level 0.00000000
Q(5) = 67.0722. Significance Level 0.00000000
Q(6) = 76.4084. Significance Level 0.00000000
Q(7) = 89.8780. Significance Level 0.00000000
Q(8) = 112.1902. Significance Level 0.00000000
Q(9) = 125.3453. Significance Level 0.00000000

Q(10) = 129.1886. Significance Level 0.00000000
Q(11) = 150.2547. Significance Level 0.00000000
Q(12) = 153.0442. Significance Level 0.00000000
Q(13) = 155.7410. Significance Level 0.00000000
Q(14) = 172.2904. Significance Level 0.00000000
Q(15) = 177.2611. Significance Level 0.00000000
Q(16) = 180.9951. Significance Level 0.00000000
Q(17) = 221.9218. Significance Level 0.00000000
Q(18) = 225.3452. Significance Level 0.00000000
Q(19) = 230.4341. Significance Level 0.00000000
Q(20) = 236.4585. Significance Level 0.00000000

Alkuperäinen tuottosarja autokorreloitunut

Correlations of Series BOLLERSLEV2
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.0722676 -0.0224106 0.0211125 -0.0160353 -0.0341026 -0.0162512
7: -0.0009115 0.0614002 0.0153306 -0.0029158 0.0453790 -0.0086455
13: -0.0116442 0.0074844 -0.0141065 -0.0089177 0.0261990 -0.0125709
19: -0.0024295 0.0332520

Partial Autocorrelations
1: 0.0722676 -0.0277783 0.0249338 -0.0202176 -0.0304137 -0.0130162
7: 0.0003723 0.0623823 0.0058022 -0.0027480 0.0428983 -0.0143630
13: -0.0032615 0.0082531 -0.0136694 -0.0074539 0.0254959 -0.0163691
19: -0.0040409 0.0317328

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 7.3064. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 8.0096. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 8.6341. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 8.9946. Significance Level 0.00000000
Q(5) = 10.6263. Significance Level 0.00111493
Q(6) = 10.9971. Significance Level 0.00409276
Q(7) = 10.9982. Significance Level 0.01173540
Q(8) = 16.2991. Significance Level 0.00264303
Q(9) = 16.6298. Significance Level 0.00525822
Q(10) = 16.6417. Significance Level 0.01069415
Q(11) = 19.5434. Significance Level 0.00664506
Q(12) = 19.6488. Significance Level 0.01174950
Q(13) = 19.8402. Significance Level 0.01892481
Q(14) = 19.9193. Significance Level 0.03002556
Q(15) = 20.2005. Significance Level 0.04266582
Q(16) = 20.3129. Significance Level 0.06139280
Q(17) = 21.2844. Significance Level 0.06749156

```
Q(18) =     21.5082. Significance Level 0.08930132
Q(19) =     21.5165. Significance Level 0.12112200
Q(20) =     23.0848. Significance Level 0.11148751
```

Standadrdoitujen residuaalien neliöiden autokorreloituneisuus-oletusta ei voida hylätä kaikilla viiveillä. Ongelmat johtuvat pääasiallisesti ensimmäisen viiveen suuresta autokorrelaatiosta, koska myöhemmin ei merkitsevää autokorrelaatiota esiinny.

Liite 3

GARCH(2,1)

```
cal(daily) 1995 1 3
allocate 1402
open data d:\exelit\gradu\stora.wks
data(format=wks,org=obs)
set dR = log(stora) - log(stora{1})      ;* tuottojen logaritmisointi
statistics dr
set w = 0.0
set u = 0.0
nonlin b1 a0 a1 a2 a3                    ;*valmistellaan parametrit
frml res = dr -  b1*dr{1}     ;* AR(1) -prosessi jäännöstermin esitysmuodossa
frml var = a0 + a1*res{2}**2 + a2*res{3}**2 + a3*w{1}                    ;*määritellään
ARCH-rakenne
frml L = (u=res), (w=var),-.5*(log(var)+res(t)**2/var)              ;*minimoitava logaritminen
uskottavuusfunktio
boxjenk(noprint,ar=||1||) dr
compute b1=%beta(1)
compute a0=%seesq,a1 = 0.05, a2 = 0.05, a3 = 0.85            ;*alkuarvot arvauksena
```

Correlations of Series RESIDS
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations

1: 0.1027149 0.0125368 -0.0055989 -0.0236377 -0.0071367 0.0175062
7: -0.0429484 -0.0112991 -0.0390614 -0.0075583 -0.0256723 -0.0153454
13: 0.0037819 0.0459647 -0.0119921 0.0007058 -0.0360707 -0.0093191
19: -0.0108698 -0.0196779

Partial Autocorrelations

1: 0.1027149 0.0020077 -0.0071659 -0.0226017 -0.0023451 0.0190078
7: -0.0473975 -0.0029887 -0.0374036 0.0007714 -0.0267415 -0.0117753
13: 0.0069628 0.0430901 -0.0218455 -0.0006318 -0.0355414 -0.0030730
19: -0.0115373 -0.0218522

Ljung-Box Q-Statistics

Q(1) = 14.7600. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 14.9800. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 15.0239. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 15.8073. Significance Level 0.00000000
Q(5) = 15.8787. Significance Level 0.00006753
Q(6) = 16.3090. Significance Level 0.00028743
Q(7) = 18.9007. Significance Level 0.00028663
Q(8) = 19.0802. Significance Level 0.00075792
Q(9) = 21.2271. Significance Level 0.00073379
Q(10) = 21.3076. Significance Level 0.00161513
Q(11) = 22.2363. Significance Level 0.00231271
Q(12) = 22.5683. Significance Level 0.00396500
Q(13) = 22.5885. Significance Level 0.00718966
Q(14) = 25.5721. Significance Level 0.00436042
Q(15) = 25.7753. Significance Level 0.00700830
Q(16) = 25.7760. Significance Level 0.01154473
Q(17) = 27.6174. Significance Level 0.01022883
Q(18) = 27.7404. Significance Level 0.01539966
Q(19) = 27.9078. Significance Level 0.02215328
Q(20) = 28.4570. Significance Level 0.02786527

Residuaalien autokorreloituneisuus oletusta ei voida hylätä. AR –malli ei sovi aineistoon kovin hyvin, mutta ensimmäisen viiveen lisäksi ei esiinny merkitsevi autokorrelaatio/osittaisautokorrelaatio arvoja.

Correlations of Series HULL
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations

1: 0.0676430 0.0049639 0.0047795 -0.0248857 -0.0315443 -0.0135704
7: -0.0050446 0.0665959 0.0184432 -0.0121548 0.0368431 -0.0159508
13: -0.0093278 -0.0137018 -0.0259860 -0.0197226 0.0015145 -0.0164211

19: -0.0085658 0.0172154

Partial Autocorrelations
1: 0.0676430 0.0003901 0.0044378 -0.0256273 -0.0283050 -0.0095048
7: -0.0031081 0.0673390 0.0083187 -0.0158177 0.0372131 -0.0185736
13: -0.0026698 -0.0117657 -0.0224602 -0.0197007 0.0020145 -0.0154014
19: -0.0129741 0.0174374

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 6.3967. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 6.4311. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 6.4631. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 7.3308. Significance Level 0.00000000
Q(5) = 8.7258. Significance Level 0.00313730
Q(6) = 8.9842. Significance Level 0.01119698
Q(7) = 9.0200. Significance Level 0.02902677
Q(8) = 15.2514. Significance Level 0.00420721
Q(9) = 15.7297. Significance Level 0.00765975
Q(10) = 15.9376. Significance Level 0.01409304
Q(11) = 17.8489. Significance Level 0.01267043
Q(12) = 18.2075. Significance Level 0.01972372
Q(13) = 18.3302. Significance Level 0.03153065
Q(14) = 18.5951. Significance Level 0.04571744
Q(15) = 19.5487. Significance Level 0.05192770
Q(16) = 20.0984. Significance Level 0.06524715
Q(17) = 20.1017. Significance Level 0.09270441
Q(18) = 20.4833. Significance Level 0.11562611
Q(19) = 20.5872. Significance Level 0.15054502
Q(20) = 21.0072. Significance Level 0.17823216

Ensimmäinen ja kahdeksas viive osoittavat merkitsevää autokorrelaatiota, mutta niitä ei onnistuta poistamaan.

Correlations of Series BOLLERSLEV
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.58391425 0.48771166 0.41621864 0.38979119 0.37569335 0.37243707
7: 0.34731387 0.34098169 0.32092175 0.28715726 0.27716756 0.27113421
13: 0.26642833 0.27828208 0.26884497 0.26507765 0.25145167 0.25448063
19: 0.24489958 0.24224215

Partial Autocorrelations
1: 0.5839143 0.2226798 0.1034958 0.1038336 0.0931818 0.0900072
7: 0.0428298 0.0571344 0.0305293 -0.0058462 0.0216031 0.0267218
13: 0.0252983 0.0511663 0.0222929 0.0266803 0.0094888 0.0318079

19: 0.0122983 0.0147482

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 476.6570. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 809.4282. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 1051.9633. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 1264.8299. Significance Level 0.00000000
Q(5) = 1462.7194. Significance Level 0.00000000
Q(6) = 1657.3334. Significance Level 0.00000000
Q(7) = 1826.6991. Significance Level 0.00000000
Q(8) = 1990.0631. Significance Level 0.00000000
Q(9) = 2134.8754. Significance Level 0.00000000
Q(10) = 2250.9028. Significance Level 0.00000000
Q(11) = 2359.0759. Significance Level 0.00000000
Q(12) = 2462.6657. Significance Level 0.00000000
Q(13) = 2562.7633. Significance Level 0.00000000
Q(14) = 2672.0450. Significance Level 0.00000000
Q(15) = 2774.1143. Significance Level 0.00000000
Q(16) = 2873.4151. Significance Level 0.00000000
Q(17) = 2962.8342. Significance Level 0.00000000
Q(18) = 3054.4871. Significance Level 0.00000000
Q(19) = 3139.4302. Significance Level 0.00000000
Q(20) = 3222.6003. Significance Level 0.00000000

Autokorrelaatio-oletusta ei voida hylätä. Mallin spesifikaatio huono, residuaalirakenne pielessä..
Jakauman normaalisuusoletuksista ei toteudu mikään.

Statistics on Series BOLLERSLEV
Daily(5) Data From 1995:01:10 To 2000:05:17
Observations 1397

| | | | |
|---|---|---|---|
| Sample Mean | -4.0396048226 | Variance | 2.661723 |
| Standard Error | 1.6314788284 | SE of Sample Mean | 0.043650 |
| t-Statistic | -92.54557 | Signif Level (Mean=0) | 0.00000000 |
| Skewness | -2.93273 | Signif Level (Sk=0) | 0.00000000 |
| Kurtosis | 31.53880 | Signif Level (Ku=0) | NA |

Statistics on Series RESIDS
Daily(5) Data From 1995:01:04 To 2000:05:17
Observations 1401

| | | | |
|---|---|---|---|
| Sample Mean | -0.0851273979 | Variance | 0.000566 |
| Standard Error | 0.0237869370 | SE of Sample Mean | 0.000636 |
| t-Statistic | -133.95222 | Signif Level (Mean=0) | 0.00000000 |
| Skewness | 0.07752 | Signif Level (Sk=0) | 0.23670132 |
| Kurtosis | 3.37225 | Signif Level (Ku=0) | 0.00000000 |

Correlations of Series TUOTTO
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations

1: 0.11697647 0.12784775 0.12204733 0.03459849 0.04220080 0.08154497
7: 0.09791121 0.12597060 0.09669151 0.05224449 0.12227023 0.04447683
13: 0.04371597 0.10825516 0.05930743 0.05138433 0.17005497 0.04916532
19: 0.05992109 0.06517355

Ljung-Box Q-Statistics

Q(1) = 19.1432. Significance Level0.00001213
Q(2) = 42.0264. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 62.8952. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 64.5735. Significance Level 0.00000000
Q(5) = 67.0722. Significance Level 0.00000000
Q(6) = 76.4084. Significance Level 0.00000000
Q(7) = 89.8780. Significance Level 0.00000000
Q(8) = 112.1902. Significance Level 0.00000000
Q(9) = 125.3453. Significance Level 0.00000000
Q(10) = 129.1886. Significance Level 0.00000000
Q(11) = 150.2547. Significance Level 0.00000000
Q(12) = 153.0442. Significance Level 0.00000000
Q(13) = 155.7410. Significance Level 0.00000000
Q(14) = 172.2904. Significance Level 0.00000000
Q(15) = 177.2611. Significance Level 0.00000000
Q(16) = 180.9951. Significance Level 0.00000000
Q(17) = 221.9218. Significance Level 0.00000000
Q(18) = 225.3452. Significance Level 0.00000000
Q(19) = 230.4341. Significance Level 0.00000000
Q(20) = 236.4585. Significance Level 0.00000000

Correlations of Series BOLLERSLEV2
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations

1: 0.66067837 0.45156319 0.22008396 0.19976116 0.18700506 0.17573561
7: 0.17743488 0.15732851 0.14011348 0.08799076 0.07785536 0.07569067
13: 0.07270246 0.07498010 0.08105630 0.07746734 0.07770456 0.07694635
19: 0.07962328 0.08269510

Partial Autocorrelations

1: 0.6606784 0.0267385 -0.1561753 0.1876445 0.0575861 -0.0290763
7: 0.0877402 0.0124853 -0.0067667 -0.0321712 0.0353940 0.0231528
13: -0.0225565 0.0280693 0.0353843 -0.0150493 0.0235437 0.0259640
19: 0.0077551 0.0155002

```
Ljung-Box Q-Statistics
Q(1)  =    610.2222.  Significance Level 0.00000000
Q(2)  =    895.4925.  Significance Level 0.00000000
Q(3)  =    963.3048.  Significance Level 0.00000000
Q(4)  =   1019.2117.  Significance Level 0.00000000
Q(5)  =   1068.2418.  Significance Level 0.00000000
Q(6)  =   1111.5717.  Significance Level 0.00000000
Q(7)  =   1155.7754.  Significance Level 0.00000000
Q(8)  =   1190.5538.  Significance Level 0.00000000
Q(9)  =   1218.1575.  Significance Level 0.00000000
Q(10) =   1229.0517.  Significance Level 0.00000000
Q(11) =   1237.5868.  Significance Level 0.00000000
Q(12) =   1245.6598.  Significance Level 0.00000000
Q(13) =   1253.1133.  Significance Level 0.00000000
Q(14) =   1261.0469.  Significance Level 0.00000000
Q(15) =   1270.3251.  Significance Level 0.00000000
Q(16) =   1278.8060.  Significance Level 0.00000000
Q(17) =   1287.3452.  Significance Level 0.00000000
Q(18) =   1295.7246.  Significance Level 0.00000000
Q(19) =   1304.7037.  SignificanceLevel 0.00000000
Q(20) =   1314.3960.  Significance Level 0.00000000
```

Liite 4
GARCH(2,2)

```
cal(daily) 1995 1 3
allocate 1402
open data d:\exelit\gradu\stora.wks
data(format=wks,org=obs)
set dR = log(stora) - log(stora{1})       ;* tuottojen logaritmisointi
statistics dr                   ;* tarkastellaan muuttujan tilastollisia ominaisuuksia
set w = 0.0
set u = 0.0
nonlin b1  a0 a1 a2 a3 a4                          ;* valmistellaan parametrit
frml res = dr - b1*dr{1}
frml var = a0 + a1*res{2}**2 + a2*res{3}**2 + a3*w{1} + a4*w{2}
                          ;* määritellään GARCH-rakenne
frml L = (u=res), (w=var),-.5*(log(var)+res(t)**2/var)              ;*minimoitava logaritminen
uskottavuusfunktio
boxjenk(noprint,ar=||1||) dr
compute b1=%beta(1)
compute a0=%seesq,a1 = 0.05, a2 = 0.05, a3 = 0.6, a4 = 0.1            ;* alkuarvot arvauksena
nlpar(subiterations=1240)            ;* jos malli ei meinaa konvergoitua, voidaan nlpar-toiminnolla
lisätä ali-iteraatioiden lukumäärää
```

```
maximize(iterations=75) L 6 *
set resids = 0.0
set resids 1995:1:3 1400 = dr - %beta(1)*dr{1}
cor(partial=pafc, qstats,dfc=%nreg-1, number=20,span=1) resids 5 1400
set hull = ((dr**2)/var)
cor(partial=pafc,qstats,dfc=%nreg-1,number=20,span=1) hull 5 1400
set bollerslev = (resids - 0.000247886)/sqrt(var) ;*
cor(partial=pafc, qstats,dfc=%nreg-1,number=20,span=1) bollerslev 5 1400
statistics resids
set tuotto = dr**2
cor(qstats,number=20,span=1) tuotto 5 1400
statistics bollerslev
set bollerslev2 = bollerslev**2
cor(partial=pafc, qstats,dfc=%nreg-1,number=20,span=1) bollerslev2 5 1400
```

```
Statistics on Series DR
Daily(5) Data From 1995:01:04 To 2000:05:17
Observations  1401
Sample Mean    0.00027698868        Variance             0.000556
Standard Error 0.02358453801        SE of Sample Mean    0.000630
t-Statistic      0.43960            Signif Level (Mean=0) 0.66029760
Skewness         0.02713            Signif Level (Sk=0)   0.67880288
Kurtosis         3.35348            Signif Level (Ku=0)   0.00000000
```

```
Estimation by BFGS
Iterations Taken    30
Daily(5) Data From 1995:01:10 To 2000:05:17
Usable Observations   1397      Degrees of Freedom  1391
Function Value                4631.10353888

   Variable              Coeff        Std Error      T-Stat     Signif
*******************************************************************************
1.  B1               0.0942389662 0.0249900454    3.77106  0.00016256
2.  A0               0.0000299483 0.0000132174    2.26582  0.02346243
3.  A1               0.0621965611 0.0251280161    2.47519  0.01331661
4.  A2               0.0647763034 0.0517676370    1.25129  0.21082886
5.  A3               0.4786288163 0.3614293323    1.32427  0.18541450
6.  A4               0.3438962533 0.3106779025    1.10692  0.26832759
```

VAR –mallin kertoimet kaikki merkityksettömiä.

Correlations of Series RESIDS

Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.0083545 0.0035321 -0.0046567 -0.0228864 -0.0067947 0.0225378
7: -0.0445191 -0.0037265 -0.0381257 -0.0015709 -0.0239299 -0.0135577
13: 0.0009483 0.0476428 -0.0166731 0.0053397 -0.0360118 -0.0049694
19: -0.0083307 -0.0215017

Partial Autocorrelations
1: 0.0083545 0.0034625 -0.0047154 -0.0228229 -0.0063869 0.0228020
7: -0.0451048 -0.0037104 -0.0379252 -0.0003037 -0.0255978 -0.0148536
13: 0.0015054 0.0452600 -0.0175281 0.0010907 -0.0352232 -0.0052431
19: -0.0099861 -0.0258769

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 0.0976. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 0.1151. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 0.1455. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 0.8799. Significance Level 0.00000000
Q(5) = 0.9446. Significance Level 0.00000000
Q(6) = 1.6578. Significance Level 0.19789983
Q(7) = 4.4425. Significance Level 0.10847161
Q(8) = 4.4621. Significance Level 0.21569957
Q(9) = 6.5073. Significance Level 0.16432888
Q(10) = 6.5108. Significance Level 0.25963622
Q(11) = 7.3177. Significance Level 0.29246143
Q(12) = 7.5769. Significance Level 0.37137352
Q(13) = 7.5782. Significance Level 0.47571908
Q(14) = 10.7836. Significance Level 0.29083704
Q(15) = 11.1764. Significance Level 0.34393993
Q(16) = 11.2167. Significance Level 0.42528857
Q(17) = 13.0521. Significance Level 0.36526628
Q(18) = 13.0871. Significance Level 0.44110961
Q(19) = 13.1854. Significance Level 0.51197824
Q(20) = 13.8411. Significance Level 0.53760967

AR –malli hyvä, koska autokorreloituneisuus oletus voidaan hylätä.

Correlations of Series HULL
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.0901538 0.0025377 -0.0008614 -0.0348042 -0.0455814 -0.0204562
7: -0.0021804 0.0292152 0.0193899 -0.0154357 0.0472043 -0.0138580
13: -0.0139129 -0.0102297 -0.0225788 -0.0168362 0.0112273 -0.0141405
19: -0.0075359 0.0230426

Partial Autocorrelations

1: 0.0901538 -0.0056358 -0.0005882 -0.0349440 -0.0396597 -0.0130713
7: 0.0006970 0.0285549 0.0116819-0.0211645 0.0495361 -0.0214327
13: -0.0073091 -0.0076284 -0.0192916 -0.0116938 0.0124229 -0.0174442
19: -0.0090862 0.0209033

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 11.3625. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 11.3716. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 11.3726. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 13.0697. Significance Level 0.00000000
Q(5) = 15.9826. Significance Level 0.00000000
Q(6) = 16.5697. Significance Level 0.00004689
Q(7) = 16.5764. Significance Level 0.00025147
Q(8) = 17.7757. Significance Levd 0.00048928
Q(9) = 18.3043. Significance Level 0.00107604
Q(10) = 18.6396. Significance Level 0.00224297
Q(11) = 21.7772. Significance Level 0.00132875
Q(12) = 22.0478. Significance Level 0.00249269
Q(13) = 22.3207. Significance Level 0.00435512
Q(14) = 22.4684. Significance Level 0.00750729
Q(15) = 23.1883. Significance Level 0.01007236
Q(16) = 23.5889. Significance Level 0.01458212
Q(17) = 23.7672. Significance Level 0.02187552
Q(18) = 24.0502. Significance Level 0.03067166
Q(19) = 24.1306. Significance Level 0.04418522
Q(20) = 24.8831. Significance Level 0.05153493

Ensimmäistä lukuunottamatta viiveiden autokorrelaatio pientä(11. viive myös lähellä merkitsevää). Ensimmäinen kuitenkin niin suuri että oletusta autokorrelaatiosta ei voida hylätä.

Correlations of Series BOLLERSLEV
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.0022707 0.0010306 0.0074198-0.0123099 -0.0183707 0.0268644
7: -0.0375348 0.0067429 -0.0169313 -0.0137705 -0.0030102 -0.0046442
13: -0.0094998 0.0266619-0.0041286 0.0100284 -0.0061894 0.0091461
19: -0.0083890 -0.0244419

Partial Autocorrelations
1: 0.0022707 0.0010254 0.0074152 -0.0123453 -0.0183328 0.0269315
7: -0.0374869 0.0070463 -0.0177935 -0.0128286 -0.0029264 -0.0063306
13: -0.0074376 0.0241005-0.0033724 0.0093365 -0.0076481 0.0095367
19: -0.0081473 -0.0264854

Ljung-Box Q-Statistics

| | | |
|---|---|---|
| Q(1) = | 7.2081e-003. | Significance Level 0.00000000 |
| Q(2) = | 8.6939e-003. | Significance Level 0.00000000 |
| Q(3) = | 0.0858. | Significance Level 0.00000000 |
| Q(4) = | 0.2981. | Significance Level 0.00000000 |
| Q(5) = | 0.7712. | Significance Level 0.00000000 |
| Q(6) = | 1.7838. | Significance Level 0.18168408 |
| Q(7) = | 3.7619. | Significance Level 0.15244530 |
| Q(8) = | 3.8258. | Significance Level 0.28090136 |
| Q(9) = | 4.2289. | Significance Level 0.37591813 |
| Q(10) = | 4.4957. | Significance Level 0.48046130 |
| Q(11) = | 4.5084. | Significance Level 0.60821337 |
| Q(12) = | 4.5388. | Significance Level 0.71603593 |
| Q(13) = | 4.6661. | Significance Level 0.79259501 |
| Q(14) = | 5.6692. | Significance Level 0.77251200 |
| Q(15) = | 5.6933. | Significance Level 0.84033890 |
| Q(16) = | 5.8354. | Significance Level 0.88411616 |
| Q(17) = | 5.8896. | Significance Level 0.92154437 |
| Q(18) = | 6.0080. | Significance Level 0.94586157 |
| Q(19) = | 6.1077. | Significance Level 0.96370432 |
| Q(20) = | 6.9544. | Significance Level 0.95890329 |

Tämän mukaan spesifikaatio olisi hyvä. Jakauman vinous kuitenkin kasvanut 0.02->0.13

Statistics on Series BOLLERSLEV
Daily(5) Data From 1995:01:10 To 2000:05:17
Observations 1397

| | | | |
|---|---|---|---|
| Sample Mean | 0.00577233512 | Variance | 0.999131 |
| Standard Error | 0.99956537229 | SE of Sample Mean | 0.026743 |
| t-Statistic | 0.21584 | Signif Level (Mean=0) | 0.82914144 |
| Skewness | 0.13339 | Signif Level (Sk=0) | 0.04203588 |
| Kurtosis | 2.09995 | Signif Level (Ku=0) | 0.00000000 |

Statistics on Series RESIDS
Daily(5) Data From 1995:01:05 To 2000:05:17
Observations 1400

| | | | |
|---|---|---|---|
| Sample Mean | 0.00022410661 | Variance | 0.000550 |
| Standard Error | 0.02345014644 | SE of Sample Mean | 0.000627 |
| t-Statistic | 0.35758 | Signif Level (Mean=0) | 0.72071164 |
| Skewness | 0.02890 | Signif Level (Sk=0) | 0.65917988 |
| Kurtosis | 3.40748 | Signif Level (Ku=0) | 0.00000000 |

Correlations of Series TUOTTO
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations

1: 0.11697647 0.12784775 0.12204733 0.03459849 0.04220080 0.08154497
7: 0.09791121 0.12597060 0.09669151 0.05224449 0.12227023 0.04447683

13: 0.04371597 0.10825516 0.05930743 0.05138433 0.17005497 0.04916532
19: 0.05992109 0.06517355

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 19.1432. Significance Level 0.00001213
Q(2) = 42.0264. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 62.8952. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 64.5735. Significance Level 0.00000000
Q(5) = 67.0722. Significance Level 0.00000000
Q(6) = 76.4084. Significance Level 0.00000000
Q(7) = 89.8780. Significance Level 0.00000000
Q(8) = 112.1902. Significance Level 0.00000000
Q(9) = 125.3453. Significance Level 0.00000000
Q(10) = 129.1886. Significance Level 0.00000000
Q(11) = 150.2547. Significance Level 0.00000000
Q(12) = 153.0442. Significance Level 0.00000000
Q(13) = 155.7410. Significance Level 0.00000000
Q(14) = 172.2904. Significance Level 0.00000000
Q(15) = 177.2611. Significance Level 0.00000000
Q(16) = 180.9951. Significance Level 0.00000000
Q(17) = 221.9218. Significance Level 0.00000000
Q(18) = 225.3452. Significance Level 0.00000000
Q(19) = 230.4341. Significance Level 0.00000000
Q(20) = 236.4585. Significance Level 0.00000000

Correlations of Series BOLLERSLEV2
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.0827333 0.0048211 0.0023964 -0.0290011 -0.0459630 -0.0162952
7: -0.0022735 0.0205143 0.0209980 -0.0167336 0.0458903 -0.0139559
13: -0.0140397 -0.0057257 -0.0277701 -0.0192469 0.0120034 -0.0174607
19: -0.0099078 0.0182942

Partial Autocorrelations
1: 0.0827333 -0.0020376 0.0021803 -0.0295721 -0.0414471 -0.0091406
7: 0.0000941 0.0204417 0.0155441 -0.0225131 0.0482023 -0.0212230
13: -0.0085124 -0.0032447 -0.0260666 -0.0125316 0.0131509 -0.0205655
19: -0.0097524 0.0153011

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 9.5690. Significance Level 000000000
Q(2) = 9.6016. Significance Level 0.00000000

Q(3) = 9.6096. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 10.7879. Significance Level 0.00000000
Q(5) = 13.7499. Significance Level 0.00000000
Q(6) = 14.1224. Significance Level 0.00017129
Q(7) = 14.1297. Significance Level 0.00085464
Q(8) = 14.7210. Significance Level 0.00207131
Q(9) = 15.3409. Significance Level 0.00404392
Q(10) = 15.7349. Significance Level 0.00764306
Q(11) = 18.7003. Significance Level 0.00470092
Q(12) = 18.9747. Significance Level 0.00826687
Q(13) = 19.2527. Significance Level 0.01356514
Q(14) = 19.2990. Significance Level 0.02276762
Q(15) = 20.3880. Significance Level 0.02578923
Q(16) = 20.9115. Significance Level 0.03429946
Q(17) = 21.1153. Significance Level 0.04871762
Q(18) = 21.5468. Significance Level 0.06279469
Q(19) = 21.6858. Significance Level 0.08530520
Q(20) = 22.1601. Significance Level 0.10367320

Liite 5
GARCH(1,1) AR(2)1,7

```
cal(daily) 1995 1 3
allocate 1402
open data d:\exelit\gradu\stora.wks
data(format=wks,org=obs)
set dR = log(stora) - log(stora{1})        ;* Tuottojen logaritmisointi
statistics dr
set w = 0.0
set u = 0.0
nonlin b1 b2 a0 a1 a2
frml res = dr - b1*dr{1} - b2*dr{7}     ;* AR(2) -prosessi jäännöstermin esitysmuodossa (ei vakiota)
frml var = a0 + a1*res{2}**2 + a2*w{1} ;*+ a3*w{2}       ;*määritellään GARCH-rakenne
frml L = (u=res), (w=var),-.5*(log(var)+res(t)**2/var)                ;*minimoitava logaritminen
uskottavuusfunktio
boxjenk(noprint,ar=||1,7||) dr
compute b1=%beta(1), b2=%beta(2)
compute a0=%seesq,a1 = 0.05, a2 = 0.8 ;*a3 = 0.7               ;*alkuarvot arvauksena
nlpar(subiterations=1240)              ;*
maximize(iterations=75) L 15 *
set resids = 0.0
set resids 1995:1:3 1400 = dr  - %beta(1)*dr{1} - %beta(2)*dr{7}
cor(partial=pafc, qstats,dfc=%nreg-2, number=20,span=1) resids 5 1400
set hull = ((dr**2)/var)
cor(partial=pafc,qstats,dfc=%nreg-2,number=20,span=1) hull 5 1400
```

```
set bollerslev = (resids - 0.000247886)/sqrt(var) ;*
cor(partial=pafc, qstats,dfc=%nreg-2,number=20,span=1) bollerslev 5 1400
statistics resids
set tuotto = dr**2
cor(qstats,number=20,span=1) tuotto 5 1400
statistics bollerslev
set bollerslev2 = bollerslev**2
cor(partial=pafc, qstats,dfc=%nreg-2,number=20,span=1) bollerslev2 5 1400
```

```
Statistics on Series DR
Daily(5) Data From 1995:01:04 To 2000:05:17
Observations   1401
Sample Mean    0.00027698868          Variance            0.000556
Standard Error 0.02358453801         SE of Sample Mean      0.000630
t-Statistic        0.43960          Signif Level (Mean=0) 0.66029760
Skewness           0.02713           Signif Level (Sk=0)   0.67880288
Kurtosis           3.35348          Signif Level (Ku=0)   0.00000000
```

```
Estimation by BFGS
Iterations Taken    21
Daily(5) Data From 1995:01:23 To 2000:05:17
Usable Observations   1388     Degrees of Freedom  1383
Function Value               4580.19297896

  Variable                  Coeff      Std Error     TStat     Signif
*******************************************************************************
1.  B1                      0.0961      0.0272      3.52791  0.00041886
2.  B2                     -0.0581      0.0269     -2.16212  0.03060867
3.  A0                     4.89e5       9.24e-6     5.28852  0.00000012
4.  A1                      0.1279      0.0229      5.57864  0.00000002
5.  A2                      0.7889      0.0308     25.58470  0.00000000
```

```
Correlations of Series RESIDS
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
   1:  0.0077638  0.0011902 -0.0062229 -0.0251679 -0.0080128  0.0232079
   7:  0.0158110 -0.0005449 -0.0370372 -0.0025167 -0.0266917 -0.0145949
  13:  0.0026120  0.0470204 -0.0169226  0.0034924 -0.0353991 -0.0043229
  19: -0.0080106 -0.0227182

Partial Autocorrelations
   1:  0.0077638  0.0011300 -0.0062413 -0.0250750 -0.0076175  0.0233663
   7:  0.0151926 -0.0015716 -0.0372518 -0.0006943 -0.0254465 -0.0149927
```

13: 0.0003015 0.0460757 -0.0173978 0.0036395 -0.0341579 -0.0015337
19: -0.0078470 -0.0272354

Residuaalien autokorreloituneissus oletus voidaan hylätä eli AR –malli sopii hyvin aineistoon.

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 0.0841. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 0.0861. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 0.1402. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 1.0257. Significance Level 0.31117184
Q(5) = 1.1155. Significance Level 0.57249009
Q(6) = 1.8696. Significance Level 0.59990952
Q(7) = 2.2198. Significance Level 0.69539987
Q(8) = 2.2202. Significance Level 0.81790569
Q(9) = 4.1449. Significance Level 0.65707151
Q(10) = 4.1538. Significance Level 0.76190010
Q(11) = 5.1549. Significance Level 0.74090129
Q(12) = 5.4544. Significance Level 0.79303606
Q(13) = 5.4640. Significance Level 0.85810935
Q(14) = 8.5773. Significance Level 0.66084200
Q(15) = 8.9809. Significance Level 0.70456166
Q(16) = 8.9981. Significance Level 0.77308764
Q(17) = 10.7665. Significance Level 0.70427385
Q(18) = 10.7929. Significance Level 0.76713270
Q(19) = 10.8836. Significance Level 0.81661318
Q(20) = 11.6135. Significance Level 0.82295309

Correlations of Series HULL
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.0786194 -0.0240607 0.0158087 -0.0252240 -0.0338570 -0.0198327
7: 0.0066104 0.0196334 0.0155321 -0.0108896 0.0505131 -0.0052671
13: -0.0120083 0.0068628 -0.0045241 -0.0038647 0.0302183 -0.0079494
19: 0.0003502 0.0424097

Partial Autocorrelations
1: 0.0786194 -0.0304298 0.0202944 -0.0291003 -0.0286674 -0.0167803
7: 0.0088386 0.0179971 0.0121540 -0.0143514 0.0524014 -0.0139754
13: -0.0049150 0.0065547 -0.0037881 -0.0008890 0.0310393 -0.0141623
19: 0.0027666 0.0394775

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 8.6102. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 9.4172. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 9.7658. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 10.6540. Significance Level 0.00109831

Q(5) = 12.2554. Significance Level 0.00218155
Q(6) = 12.8053. Significance Level 0.00507705
Q(7) = 12.8665. Significance Level 0.01194699
Q(8) = 13.4062. Significance Level 0.01985587
Q(9) = 13.7442. Significance Level 0.03262834
Q(10) = 13.9104. Significance Level 0.05279771
Q(11) = 17.4905. Significance Level 0.02538772
Q(12) = 17.5295. Significance Level 0.04104171
Q(13) = 17.7321. Significance Level 0.05965424
Q(14) = 17.7983. Significance Level 0.08637941
Q(15) = 17.8271. Significance Level 0.12104088
Q(16) = 17.8482. Significance Level 0.16336984
Q(17) = 19.1350. Significance Level 0.15985422
Q(18) = 19.2241. Significance Level 0.20375640
Q(19) = 19.2243. Significance Level 0.25720320
Q(20) = 21.7645. Significance Level 0.19394720

Ensimmäisen viiveen lisäksi ainoastaan 11. viive merkittävästi autokorreloitunut. Voidaan sanoa var – mallin sopivan hyvin aineistoon eli se onnistuu autokorrelaation mallinnuksessa.

Correlations of Series BOLLERSLEV
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.0111746 0.0012325 0.0089065 -0.0122064 -0.0242050 0.0200077
7: 0.0182771 -0.0003439 -0.0197332 -0.0158342 -0.0079595 -0.0062077
13: -0.0031095 0.0253792 -0.0024241 0.0103763 -0.0119019 0.0097195
19: -0.0068029 -0.0207219

Partial Autocorrelations
1: 0.0111746 0.0011078 0.0088815 -0.0124088 -0.0239577 0.0205094
7: 0.0181255 -0.0005285 -0.0207722 -0.0158361 -0.0061096 -0.0051528
13: -0.0039204 0.0239720 -0.0029598 0.0113140 -0.0121594 0.0105183
19: -0.0063621 -0.0217189

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 0.1739. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 0.1761. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 0.2867. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 0.4947. Significance Level 0.48182724
Q(5) = 1.3132. Significance Level 0.51860747
Q(6) = 1.8729. Significance Level 0.59920984
Q(7) = 2.3402. Significance Level 0.67345753
Q(8) = 2.3404. Significance Level 0.80031850
Q(9) = 2.8860. Significance Level 0.82301886
Q(10) = 3.2375. Significance Level 0.86219803
Q(11) = 3.3264. Significance Level 0.91223878

Q(12) = 3.3805. Significance Level 0.94728409
Q(13) = 3.3941. Significance Level 0.97057317
Q(14) = 4.2998. Significance Level 0.96031290
Q(15) = 4.3081. Significance Level 0.97721426
Q(16) = 4.4597. Significance Level 0.98524719
Q(17) = 4.6593. Significance Level 0.99001211
Q(18) = 4.7925. Significance Level 0.99374200
Q(19) = 4.8578. Significance Level 0.99641592
Q(20) = 5.4643. Significance Level 0.99612223

Oletus autokorrelaation olemassa olosta voidaan hylätä. Mallin spesifikaatio hyvä. Oletukset jakauman normaalisuudesta toteutuvat(poislukien huipukkuus)

Statistics on Series BOLLERSLEV
Daily(5) Data From 1995:01:17 To 2000:05:17
Observations 1392

| | | | |
|---|---|---|---|
| Sample Mean | 0.00705417840 | Variance | 1.000863 |
| Standard Error | 1.00043154525 | SE of Sample Mean | 0.026814 |
| t-Statistic | 0.26307 | Signif Level (Mean=0) | 0.79253215 |
| Skewness | 0.05143 | Signif Level (Sk=0) | 0.43392121 |
| Kurtosis | 2.53836 | Signif Level (Ku=0) | 0.00000000 |

Statistics on Series RESIDS
Daily(5) Data From 1995:01:13 To 2000:05:17
Observations 1394

| | | | |
|---|---|---|---|
| Sample Mean | 0.00026412376 | Variance | 0.000550 |
| Standard Error | 0.02345398633 | SE of Sample Mean | 0.000628 |
| t-Statistic | 0.42046 | Signif Level (Mean=0) | 0.67421606 |
| Skewness | 0.04590 | Signif Level (Sk=0) | 0.48461886 |
| Kurtosis | 3.32842 | Signif Level (Ku=0) | 0.00000000 |

Correlations of Series TUOTTO
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.11697647 0.12784775 0.12204733 0.03459849 0.04220080 0.08154497
7: 0.09791121 0.12597060 0.09669151 0.05224449 0.12227023 0.04447683
13: 0.04371597 0.10825516 0.05930743 0.05138433 0.17005497 0.04916532
19: 0.05992109 0.06517355

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 19.1432. Significance Level 0.00001213
Q(2) = 42.0264. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 62.8952. Significance Level 0.00000000
Q(4) = 64.5735. Significance Level 0.00000000

Q(5) = 67.0722. Significance Level 0.00000000
Q(6) = 76.4084. Significance Level 0.00000000
Q(7) = 89.8780. Significance Level 0.00000000
Q(8) = 112.1902. Significance Level 0.00000000
Q(9) = 125.3453. Significance Level 0.00000000
Q(10) = 129.1886. Significance Level 0.00000000
Q(11) = 150.2547. Significance Level 0.00000000
Q(12) = 153.0442. Significance Level 0.00000000
Q(13) = 155.7410. Significance Level 0.00000000
Q(14) = 172.2904. Significance Level 0.00000000
Q(15) = 177.2611. Significance Level 0.00000000
Q(16) = 180.9951. Significance Level 0.00000000
Q(17) = 221.9218. Significance Level 0.00000000
Q(18) = 225.3452. Significance Level 0.00000000
Q(19) = 230.4341. Significance Level 0.00000000
Q(20) = 236.4585. Significance Level 0.00000000

Statistics on Series BOLLERSLEV
Daily(5) Data From 1995:01:17 To 2000:05:17
Observations 1392
Sample Mean 0.00705417840 Variance 1.000863
Standard Error 1.00043154525 SE of Sample Mean 0.026814
t-Statistic 0.26307 Signif Level (Mean=0) 0.79253215
Skewness 0.05143 Signif Level (Sk=0) 0.43392l2
Kurtosis 2.53836 Signif Level (Ku=0) 0.00000000

Correlations of Series BOLLERSLEV2
Daily(5) Data From 1995:01:09 To 2000:05:15
Autocorrelations
1: 0.0759118 -0.0249690 0.0161412 -0.0208563 -0.0360676 -0.0158212
7: 0.0072200 0.0130922 0.0154272 -0.0108838 0.0483094 -0.0055277
13: -0.0110814 0.0084955 -0.0107836 -0.0079652 0.0255981 -0.0122261
19: 0.0003418 0.0389940

Partial Autocorrelations
1: 0.0759118 -0.0309097 0.0205798 -0.0246801 -0.0316829 -0.0122677
7: 0.0083275 0.0119706 0.0131365 -0.0145221 0.0505024 -0.0139031
13: -0.0045625 0.0080368 -0.0109590 -0.0033657 0.0261178 -0.0176332
19: 0.0039295 0.0351484

Ljung-Box Q-Statistics
Q(1) = 8.0273. Significance Level 0.00000000
Q(2) = 8.8964. Significance Level 0.00000000
Q(3) = 9.2599. Significance Level 0.00000000

| | | |
|---|---|---|
| Q(4) = | 9.8671. | Significance Level 0.00168260 |
| Q(5) = | 11.6845. | Significance Level 0.00290237 |
| Q(6) = | 12.0344. | Significance Level 0.00726626 |
| Q(7) = | 12.1073. | Significance Level 0.01657076 |
| Q(8) = | 12.3473. | Significance Level 0.03032668 |
| Q(9) = | 12.6808. | Significance Level 0.04839515 |
| Q(10) = | 12.8468. | Significance Level 0.07592913 |
| Q(11) = | 16.1214. | Significance Level 0.04067503 |
| Q(12) = | 16.1643. | Significance Level 0.06352866 |
| Q(13) = | 16.3369. | Significance Level 0.09038702 |
| Q(14) = | 16.4383. | Significance Level 0.12562177 |
| Q(15) = | 16.6020. | Significance Level 0.16519262 |
| Q(16) = | 16.6913. | Significance Level 0.21380188 |
| Q(17) = | 17.6147. | Significance Level 0.22489438 |
| Q(18) = | 17.8255. | Significance Level 0.27194806 |
| Q(19) = | 17.8257. | Significance Level 0.33420117 |
| Q(20) = | 19.9732. | Significance Level 0.27560279 |