

**Luokanopettajien käsityksiä matematiikan
kielentämisestä**

Satu Hiisvirta

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma
Monografiamuotoinen
Kevätlukukausi 2023
Kokkolan yliopistokeskus Chydenius
Jyväskylän yliopisto

TIIVISTELMÄ

Hiisvirta, Satu. 2023. Luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kokkolan yliopistokeskus Chydenius. 74 sivua.

Tutkielman tarkoituksena on selvittää, millaisia käsityksiä luokanopettajilla on matematiikan kielentämisestä ja kielentämisen menetelmistä alakoulun matematiikan opetuksessa. Lisäksi selvitetään, millaisia käsityksiä luokanopettajilla on matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen ja millaisen merkityksen he näkevät oppikirjoilla olevan matematiikan kielentämisessä. Matematiikan kielentämisellä tarkoitetaan tässä matemaattisen ajattelun selittämistä suullisesti, kirjallisesti, välinein ja kuvin.

Tämän fenomenografisen tutkimuksen teoriapohja muodostettiin perehtymällä aikaisempiin tutkimuksiin. Aineistonkeruumenetelmänä oli puolistrukturoitu teemahaastattelu, johon osallistui kuusi alakoulun luokanopettajaa. Analyysimenetelmänä käytettiin aineistolähtöistä analyysiä.

Aineistosta nousi keskeisinä kielentämistä kuvaavina käsitteinä sanoittaminen, konkretisointi ja ymmärtäminen. Opettajat näkivät kielentämisen edistävän matemaattisen ajattelun ja ymmärtämisen kehittymistä ja oppimista. Keskeisinä keinoina he käyttivät selittämistä, piirtämistä, välineitä ja sanallisia ongelmanratkaisutehtäviä. Opettajien käsitysten mukaan oppikirjan tulisi toimia opetuksen runkona ja tukea opetusta, oppimista ja eriyttämistä.

Tutkimus vahvistaa käsitystä siitä, että opettajat pitävät matematiikan kielentämistä tärkeänä opetuksessa ja oppimisessa. Heidän käsityksiensä mukaan opetuksen ja oppikirjojen tulee tukea matematiikan kielentämistä, sanoittamista, ymmärtämistä ja konkretisointia.

Asiasanat: matematiikan kielentäminen, matematiikan opetus, matematiikan oppiminen, fenomenografia, peruskoulun alakoulu

SISÄLTÖ

TIIVISTELMÄ.....	2
SISÄLTÖ	3
1 JOHDANTO.....	5
2 MATEMATIIKAN KIELENTÄMINEN, OPPIMINEN JA OPETUS.....	7
2.1 Matematiikan kieli ja matematiikan kielentäminen	7
2.2 Matematiikan oppiminen kielentämisen keinoin	14
2.2.1 Matematiikan oppiminen.....	14
2.2.2 Kielentäminen oppimisen tukena.....	15
2.3 Matematiikan opetus.....	18
2.3.1 Matematiikan kielentäminen opetuksessa	18
2.3.2 Kielentämisen menetelmiä opetuksessa	24
2.3.3 Matematiikan oppimateriaali, oppikirja ja kielentäminen.....	29
3 TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET	34
4 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN.....	35
4.1 Tutkimuskonteksti.....	35
4.2 Tutkimuskirjallisuus, tutkimusaineiston keruu, tutkimukseen osallistujat ja tutkimusaineisto.....	38
4.3 Aineiston analyysi	41
4.4 Eettiset ratkaisut.....	46
5 TULOKSET.....	48
5.1 Luokanopettajien käsityksiä kielentämisestä ja kielentämisen menetelmistä alakoulun matematiikan opetuksessa	48
5.2 Luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen	53

5.3 Luokanopettajien käsityksiä oppikirjan merkityksestä matematiikan kielentämisessä	59
6 POHDINTA.....	66
6.1 Luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä: tutkimustulosten yhteys teoreettiseen taustaan	66
6.2 Tutkimuksen arviointi.....	71
6.3 Tutkimuksen merkitys ja jatkotutkimusehdotukset	75
LÄHTEET	78
LIITTEET	85

1 JOHDANTO

Vygotsky (1978) kirjoitti kielen olevan ilmaisemisen ja ymmärtämisen edellytys ja ihmisen psyykkisen toiminnan rakentuvan ja kehittyvän vuorovaikutuksen kautta. Kieli on ajattelun ja tiedonmuodostuksen väline ja kieltä ja ajattelua ei voi hänen mukaansa erottaa toisistaan kouluikäisillä. Kielen merkitys matematiikan oppimisessa ja matematiikan kielentäminen ovat nousseet 2000-luvulla keskeisiksi tutkimuskohteiksi matematiikan oppimiseen ja opettamiseen liittyvissä tutkimuksissa. Aihetta on lähestytty tutkimalla mm. matematiikan eri kielten merkitystä, oppilaiden kielenkäyttöä, kielen sosiaalista luonnetta, luokassa tapahtuvaa oppimista ja matemaattista pohdintaa (Planas ym., 2018; Radford & Barwell, 2016). Morgan ym. (2014) kirjoittavat, että tutkimuksilla on luotu varmaa teoreettista pohjaa, johon voi nojata opetuksen sisältöä uudistettaessa. Kielentämisellä on todettu olevan ratkaiseva merkitys matematiikan oppimiseen ja opettamiseen sekä matemaattisen ymmärryksen muodostumiseen (Joutsenlahti, 2003; Morgan ym., 2014). Kielentäminen onkin noussut tutkimuksen ansiosta keskeiseksi opetusmenetelmäksi, mikä näkyy myös perusopetuksen opetussuunnitelman tavoitteissa ja sisällöissä (Joutsenlahti & Kulju, 2015; Joutsenlahti & Rättyä, 2014; Opetushallitus, 2014).

Kielentäminen on ajattelun väline. Suomalaiseen tutkimukseen kielentämisen käsitteen toi Joutsenlahti 2000-luvun alussa. Hän kirjoitti jo kaksikymmentä vuotta sitten kielen ja matemaattisen ajattelun yhteydestä, kielen merkityksestä osana kognitiivista kehitysprosessia sekä siitä, kuinka matematiikan kielentäminen auttaa ajattelun jäsentämisessä ja matematiikan käsitteiden oppimisessa (Joutsenlahti, 2003). Perkkilä ja Aarnos (2007) kirjoittivat, että kieli luo yhteyden matematiikan ja tosielämän välille ja että lasten on mahdotonta oppia ymmärtämään matematiikkaa ilman kieltä ja yhteyttä arkipäivään. Sosiaalinen ympäristö, opetuksen dialogisuus ja käytettyjen kielten monipuolisuus vaikuttavat tutkimusten mukaan suoraan oppimiseen ja matematiikan ymmärryksen muodostumiseen (Morgan ym., 2014).

Ajankohtaisen tästä tutkimuksesta tekee se, että Kansallisen koulutuksen arviointikeskus Karvin (Metsämuuronen & Suomilammi, 2023) raportin mukaan suomalaisten lasten ja nuorten matematiikan osaamistaso on laskenut vuoden 2000 jälkeen oleellisesti erityisesti matematiikan erityissanaston, ongelmanratkaisutehtävien ja sanallisten tehtävien osalta. Hälyttävää on, että viimeisien vuosien aikana heikoimpien ja parhaimpien oppilaiden erot ovat tulleet oleellisesti selkeämmiksi. Ratkaisuksi Metsämuuronen ja Suomilammi (2023) ehdottavat heikosti suoriutuvien varhaista tunnistamista ja tukemista sekä kaikkien oppilaiden sanavaraston, tekstinyymmärtämisen, ajattelun taitojen ja pitkäjänteyden työskentelyn taidon kehittämistä.

Kielentämisen pedagogiikka tarjoaa keinot oppilaiden oman ajattelun, päättelyn ja ongelmanratkaisutaitojen kehittämiseen, sillä siinä oppilaat rakentavat matemaattista ymmärrystään moniaistisesti luonnollisen kielen, kuviokielen ja taktiilisen toiminnan kielen kautta (Joutsenlahti & Rättyä, 2014). Vuoden 2014 perusopetuksen opetussuunnitelman (Opetushallitus, 2014) oppimiskäsityksen mukaisesti oppiminen tapahtuu aktiivisen toiminnan kautta kielen, kehollisuuden ja aistikanavien ollessa tie ajattelun kehittämiseen ja oppimiseen. Oppimisen edistämiseksi opettajien tulisi osata poimia oppimateriaalista olennaiset asiat ja mahdollistaa oppilaille ymmärtämiseen pyrkivä toiminnallisuudesta lähtevä oppiminen, joka sisältää omien ajatusten rakentamista ja sanoittamista kielentämisen keinoja käyttäen.

Tässä fenomenografisessa tutkimuksessa tutkitaan alakoulun luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä ja kielentämisen menetelmistä matematiikan opetuksessa. Toiseksi tutkitaan, millaisia käsityksiä heillä on matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen. Kolmanneksi tutkitaan, millaisen merkityksen opettajat näkevät oppikirjoilla matematiikan kielentämisessä.

2 MATEMATIIKAN KIELENTÄMINEN, OPPIMINEN JA OPETUS

2.1 Matematiikan kieli ja matematiikan kielentäminen

Tässä luvussa käsitellään matematiikan kieltä ja matematiikan kielentämistä. Matematiikan kieli on symbolinen kieli, jossa yhdistyvät toisiaan täydentäen ominaispiirteiltään erilaiset taktiilinen toiminnan kieli, kuviokieli, luonnollinen kieli ja matematiikan symbolikieli (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Kielenkäyttäminen on tilannesidonnaista. Matematiikan eri kieliä käyttämällä ja yhdistämällä on mahdollista luoda merkityksellisiä tietorakenteita, ilmaista matemaattista ajattelua selkeästi ja syventää matemaattista ymmärrystä (Perkkilä & Joutsenlahti, 2021; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Morgan ym. (2014) kirjoittavat, että meille muodostuneet matemaattiset käsitteet vaikuttavat siihen, kuinka käytämme kieltä, sovellamme teoriaa ja mitä metodologisia työkaluja käytämme matemaattisen tiedon rakentamisessa. He jatkavat, että koska matematiikan akateeminen ja puhuttu kieli eroavat toisistaan ja arkipäivän ilmaisut saavat uusia merkityksiä matemaattisissa yhteyksissä, oppilaat tarvitsevat paljon harjoitusta matemaattisen sanaston ja käsitteistön ymmärtämiseksi ja sisäistämiseksi. Sen vuoksi opettajan on tärkeää käyttää järjestelmällisesti yhteneväistä kieltä käsitteistä puhuessaan (Morgan ym., 2014).

Matematiikan taktiilinen toiminnan kieli on usein merkittävässä osassa matemaattisen ymmärryksen muodostamisessa. Se on lukujen ja laskujen rakentamista havainnollistavien välineiden avulla. Jotta lapsi voi ymmärtää numeroita, lukuja ja laskutoimituksia, hän tarvitsee paljon konkreettisia harjoituksia ja omakohtaista oivaltamista välineiden kautta. Joutsenlahti ja Perkkilä (2022) kirjoittavat, että esi- ja alakoulun aikana lapsi oppii asioita konkreettisella tasolla. Tällöin ratkaisuja etsimään ja pohtimaan haastavat välineet innostavat oppilasta uusien näkökulmien luomisessa, ajattelun jäsentämisessä sekä ymmärryksen syventämisessä ja monipuolistamisessa. Moaten ym. (2021) mukaan välineet avartavat ajattelua ja innostavat tutkimaan.

Konkreettiset, monikanavaista tukea tarjoavat välineet auttavat mielikuvien muodostamisessa sekä konkretian ja käsitteiden yhdistämisessä. Ne haastavat ajattelemaan ja harjoittelemaan uusia taitoja. Ajattelun jäsentäminen sekä uusien käsitteiden ja toimintamallien oivaltaminen tapahtuu luontevasti leikin, tutkimisen ja tekemisen kautta.

Matematiikan kuviokielellä rakennetaan matemaattista ymmärrystä. Nordberg (2021) kirjoittaa, että kuvien tulkitseminen ja piirtäminen tukee matematiikan ymmärryksen muodostamista. Oppilaat käyttävät aikaisempaa tietoaan uudella tavalla ja luovat piirtäessään uusia merkityksiä (MacDonald, 2013). Joutsenlahti ja Tossavainen (2018) toteavat, että kuvioiden käyttö tukee oppilaiden päättelyä. Heidän mukaansa piirtäessään ja selittäessään matemaattisia tapahtumia oppilaat oppivat ymmärtämään lukumäärien muutoksia ja muutoksiin liittyviä operaatioita, minkä jälkeen kuviokieli ja luonnollinen kieli voidaan yhdistää matematiikan symbolikieleen. Oppilaiden matemaattinen ajattelu kehittyy, kun he käyttävät virikekuvia omien laskutehtävien muodostamisessa, kuten Joutsenlahti ja Tossavainen (2018) kirjoittavat. Lisäksi heidän mukaansa oppilaiden kyky keskittyä matemaattisesti olennaisiin asioihin ja ilmaista ajatuksiaan täsmällisesti kehittyy, kun he harjoittelevat sekä kielentämään omaa ajatteluaan että piirtämään geometrisia kuvioita ohjeiden mukaan. He jatkavat, että matemaattisista tehtävistä tulee oppilaille merkityksellisiä ja mielenkiintoisia, kun he saavat itse keksiä muutoskuville tarinoita oman kokemusmaailmansa pohjalta.

Matematiikan kuviokieltä ja luonnollista kieltä käytetään paljon rinnakkain selventämään ajatuksia. Luonnollinen kieli on keskeinen osa vuorovaikutusta. Joutsenlahden (2003) mukaan oppilaat jäsentävät ajatteluaan kielen avulla. He oppivat refleктоimaan käsityksiään ja perustelemaan laskutoimituksiaan selittäessään ajatteluaan omin sanoin (Joutsenlahti, 2003). Joutsenlahden ja Tossavaisen (2018) mukaan luonnollinen kieli on merkittävässä asemassa matematiikan käsitteiden ja laskujen kuvaajana. Kortosalmen ym. (2022) mukaan lapsen matemaattinen ajattelu kehittyy ja rikastuu luonnollisen kielen ollessa osana matemaattisen ajattelun ilmaisua ja opetusta. Lasten ajattelu tapahtuu

konkreettisella tasolla. He tarvitsevat paljon harjoitusta ratkaisupolkujensa selittämisestä. Lasten matemaattinen ajattelu kehittyy vähitellen, kun he saavat rauhassa tutkia ja pohtia ongelmia ja selittää ratkaisuja kuvia ja välineitä apuna käyttäen. Morgan ym. (2014) kirjoittavat, että voidakseen kertoa ja kirjoittaa selkeästi ongelmanratkaisuprosesseistaan, oppilaiden tulee pohtia syvällisemmin ja ymmärtää oman toimintansa syyt. Erilaisten ratkaisujen selvittäminen ja matemaattisen käsitteellisen ymmärryksen syventäminen on mahdollista juuri luonnollisella kielellä tapahtuvalla käsitteiden ja laskujen selittämisellä ja kuvaamisella. Schleppegrell (2010) kirjoittaa, että kieli on semioottisesta näkökulmasta katsottuna ajattelun ja matemaattisen tiedonmuodostuksen väline. Oppilaat joutuvat argumentoimaan täsmällisesti vaihtaessaan ajatuksiaan vuorovaikutuksessa ja selittäessään päättelyään ja ratkaisupolkujaan muille suullisesti tai kirjallisesti sekä piirtäessään ja erilaisia apuvälineitä käyttäessään (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018; Schleppegrell, 2010). Uusien lähestymistapojen löytäminen ja ratkaisumallien kehittäminen edistää ongelmanratkaisutaitoja ja syventää matemaattista ymmärrystä (Joutsenlahti & Kulju, 2017).

Matematiikan symbolikielellä tarkoitetaan matematiikan omaa merkkijärjestelmää, joka mahdollistaa abstraktien käsitteiden ilmaisemisen niukasti, tiiviisti ja yksiselitteisesti (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Merkkijärjestelmä on riippumaton luonnollisesta kielestä ja eri kieliset ihmiset voivat ymmärtää toistensa matemaattista ajattelua symbolikielellä lauseketasolla. Matematiikan symbolikieli ja ilmaisutavat kehittyvät ja muokkautuvat jatkuvasti, kun aiempia käsitteitä yhdistellään ja muokataan uusia käsitteitä määriteltäessä, kirjoittavat Joutsenlahti ja Tossavainen (2018). Kaartinen ja Latomaa (2015) toteavat, että matemaattisten merkkien hallinta on hyvää silloin, kun oppilaat osaavat selittää ja ymmärtävät, mitä ne tarkoittavat ja mihin niitä käytetään.

Pienet lapset tarvitsevat matemaattisen ymmärryksen rakentamisen tueksi konkreettisia välineitä ja kuvia (Fuson, 2019). Tie kohti abstraktia ajattelua käy Joutsenlahden ja Tossavaisen (2018) mukaan välineillä toimimisen, piirtämisen,

kirjoittamisen ja puhumisen sekä matemaattisen ajattelun ja laskemisen yhdistämisellä symboliseen merkkikieleen. Kun oppilas oppii käyttämään matematiikan kieliä rinnakkain, hän voi liikkua matemaattisissa tehtävissä ja ajattelussa molempiin suuntiin ja tarkistaa omia ajatuskulkujaan palaten tehtävässä tarvittaessa aikaisempiin vaiheisiin, kirjoittaa Schleppegrell (2010). Oppilaiden on mahdollista luoda opiskeltavista käsitteistä itselleen uusia merkityksellisiä tietorakenteita oppiessaan käyttämään kuviokieltä, luonnollista kieltä ja matematiikan symbolikieltä joustavasti (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018).

Seuraavaksi käsitellään matematiikan kielentämistä. Kielentäminen on käsite, jota käytetään oppimisen yhteydessä ja se tarkoittaa ajattelun selittämistä suullisesti, kirjallisesti tai nonverbaalisin keinoin esimerkiksi välineiden tai kuvien kautta (Joutsenlahti & Kulju, 2017; Joutsenlahti & Perkkilä, 2019; Joutsen & Tossavainen, 2018; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Joutsenlahti ja Rättyä (2014) kuvaavat kielentämistä oman ajattelun kuvaamisen ja kehittämisen työkaluna sekä arvioinnin välineenä. Keskeistä on oman ajattelun verbalisointi ongelmanratkaisun yhteydessä (Joutsenlahti & Rättyä, 2014). Matematiikan kielentäminen on jaettua tiedon käsittelyä, joka vaatii sosiaalisen kontekstin ja jonka tavoitteena on syvemmän ymmärryksen rakentaminen vuorovaikutuksessa (Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Kielentäminen tukee matemaattisen ajattelun eli matemaattisen tiedon prosessointia ja ohjaa oppilasta ongelmanratkaisussa oikeaan suuntaan (Joutsenlahti, 2009). Oppilaan ilmaistessa opiskeltavan asian sisältöä omin sanoin puhumalla, piirtämällä tai välineillä, hän rakentaa ymmärrystään, hänen ajattelunsa selkeytyy ja ymmärryksensä kasvaa (Joutsenlahti, 2003; Joutsenlahti, 2009; Joutsenlahti & Rättyä, 2014).

Joutsenlahti (2003) kuvaa kielentämistä käsitteen konstruointiprosessiksi, jossa pohditaan käsitteen keskeisiä piirteitä ja reflektoidaan omia muotoutumassa olevia käsityksiä muiden käsityksiin sosiaalisessa vuorovaikutuksessa. Kielentäminen auttaa ajatusten jäsentämisessä ja ymmärryksen rakentamisessa (Joutsenlahti, 2003). Joutsenlahti (2003) kirjoittaa,

että kielentämisen pedagogiikassa hyödynnetään matematiikan eri kieliä oppilaiden rakentaessa matemaattista ymmärrystään äidinkielen ja yhteistoiminnallisen toiminnan kautta. Koska ajattelu tapahtuu kielen kautta, lapsen äidinkieli on avainasemassa matemaattisen ajattelun kehittymisessä (Joutsenlahti, 2003). Ymmärtämisen potentiaali muodostuu matematiikan kielestä, opetuskielestä ja oppilaan omasta kielestä yhdessä ja tämän huomioiminen vaikuttaa matematiikan oppimiseen (Planas, 2018). Tämä aiheuttaa haasteita monikulttuurisessa yhteiskunnassa, jossa on paljon oppilaita, jotka opiskelevat koulussa samaan aikaan sekä uutta kieltä että matematiikkaa. Kielellisesti vastuullisen pedagogiikan tavoitteena on kaikkien oppilaiden käsitteellisen ymmärtämisen mahdollistaminen tukemalla sekä oppilaiden kielen että sisällön omaksumista yhtäaikaisesti (Alisaari ym., 2022). Kielentämisen eri aistikanavien käyttö tukee kaikkien oppilaiden ymmärtämisen rakentamista. Kun oppilas harjoittelee ilmaisemaan omaa ajatteluaan eri tavoin sanallisesti, kuvin ja välineiden kautta, hänen loogismatemaattinen ajattelunsa kehittyy. Ajatuskuluja ja matemaattisia käsitteitä selittäessään oppilas joutuu jäsentämään matemaattista ajatteluaan.

Erityisesti alaluokilla on tärkeää, että oppilaat pääsevät luomaan merkityksiä taktiilisen toiminnan kielen kautta (Joutsenlahti & Kulju, 2015, Joutsenlahti & Rättyä, 2014). Multisemioottisesta näkökulmasta katsottuna matemaattisen ajattelun kielentäminen tarkoittaa yhden tai useamman kielen käyttöä matemaattisen ajattelun ilmaisussa (Joutsenlahti ja Rättyä, 2014). Luonnollisen kielen, kuviokielen, taktiilisen toiminnan kielen systemaattinen ja monipuolinen käyttö mahdollistaa erilaisten oppijoiden matemaattisen ymmärryksen rakentamisen ja käsitteiden ja matematiikan symbolikielen yhdistämisen (Joutsenlahti & Kulju, 2015; Joutsenlahti & Rättyä, 2014). Kielentäminen ja kollaboratiivinen eli yhteisöllinen oppiminen sekä toiminnallisuus tukevat matematiikan hierarkkista ja kumulatiivista käsitteen muodostumista ja oppilaiden loogista ja luovaa ajattelua (Perkkilä & Joutsenlahti, 2021; Joutsenlahti & Perkkilä, 2022). Aktiivinen oppija muodostaa uusia käsityksiä yhteisen pohdinnan ja keskustelun kautta. Kielentäminen on

itsessään opetusta yksilöllistävää ja eriyttävää. Ajatusten sanoittaminen selkiyttää oppilaan omaa pohdintaa ja tuo näkyväksi ajatusten kulut ongelmanratkaisuissa myös opettajalle, mikä mahdollistaa opetuksen suuntaamisen oppilaan tarpeiden mukaisesti ja helpottaa myös arviointia (Joutsenlahti & Kulju, 2017; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018; Joutsenlahti & Perkkilä, 2022; Korttesalmi ym., 2022).

Kielentämisessä yhdistyvät konstruktivististen oppimisteorioiden sisällöt. Sosiokonstruktivistisen oppimisnäkömyksen mukaisesti tieto syntyy sosiaalisessa vuorovaikutuksessa ja sosiaalinen vuorovaikutus on oppimisen perustava olemus (Tynjälä ym., 2006, s. 28–32). Oppilas liittää matemaattisia käsitteitä omaan elämysmaailmaansa ja rakentaa itselleen ymmärrettäviä merkityssuhteita käsitteiden ja arkipäivän ilmiöiden välille selittäessään ajatuksiaan muille sosiaalisessa vuorovaikutuksessa (Joutsenlahti & Rättyä, 2014). Pragmatistisen oppimiskäsityksen mukaan oppiminen tapahtuu tutkimalla ja tekemällä, ajatusten ja ideoiden syntyessä ja selventyessä toiminnan kautta (Tynjälä ym., 2006, s. 32–37). Lisäksi tiedonmuodostus tapahtuu aikaisemman tiedon päälle kognitiivisen konstruktivismin mukaisesti reflektion kautta sosiaalisessa vuorovaikutuksessa (Tynjälä ym., 2006).

Kielentäminen tuo ajatteluun joustavuutta. Se on oppilaslähtöinen pedagoginen lähestymistapa, jossa tehtävä voidaan esittää hyvin monella tapaa ja jossa oppilas valitsee itselleen luonteenomaisimman tavan käsitellä uutta asiaa. Matematiikan kielentäminen eli matematiikan kielten ja eri informaalikanavien käyttäminen antaa oppilaille mahdollisuuden valita itse, millä tavalla he lähtevät ongelmia selvittämään ja näin oppilaat pystyvät käyttämään omia vahvuusalueitaan (Fuson, 2019). Voidaan sanoa, että kielentämisessä yhdistyvät sosiokonstruktivistinen ja pragmatistinen oppimisteoria, sillä matematiikkaa opiskellaan vuorovaikutuksessa vertaisten kanssa välineellistä toimintaa, piirtämistä ja ajattelun sanallistamista hyödyntäen.

Oppilas innostuu tutuista ja mahdollisesti omiin kokemuksiin liittyvistä asioista ja uusien asioiden oppiminen kannattaa kytkeä niihin. Brunerin (2006) hierarkkisen oppimisteorian mukaan oppiminen ja ymmärryksen rakentaminen

tapahtuu aktiivisen toiminnallisen prosessin kautta vaiheittain edeten välineitä hyödyntävältä taktiilisen toiminnan tasolta visuaalisen kuvia hyödyntävän ikonisen tason kautta matematiikan symbolisen ymmärryksen tasolle. Ikonisessa vaiheessa oppilas jäsentää ajatteluaan piirrosten, kuvien ja mallien kautta ja symbolisessa vaiheessa oppilas liittyy toiminnallisen ja ikonisen vaiheen aikana syntyneet käsityksensä matematiikan symbolikieleen. Monikanavaisuuden vuoksi Brunerin (2006) teoriolla voidaan nähdä yhteys kielentämiseen. Brunerin teoriassa eteneminen on kuitenkin vaiheittain hierarkkista ja yksisuuntaista, kun taas kielentämisessä oppiminen etenee oppilaskohtaisesti oppilaan itse valitessa itselleen parhaan lähestymistavan ja liikkua laskutoimituksia tehdessään konkretian ja abstraktion välillä jouhevasti molempiin suuntiin, palaten välillä tarkistamaan tai korjaamaan omaa ajatteluaan.

Galperin oppimisteorian mukaan oppilas tarvitsee matematiikan käsitteiden ja laskutoimitusten hahmottamiseksi toiminnallisia tehtäviä ja ulkoisia välineitä, Koskinen (2016) kirjoittaa. Koskisen (2016) mukaan Galperin teoria on ongelmalähtöinen: Ongelma siis herättää oppilaan sisäisen motivaation, mikä innostaa oppilasta aktiiviseen konkreettiseen tutkimustoimintaan, jota seuraa oppijan uuden tiedon jäsentäminen ja kuvaaminen luonnollisella kielellä puhuen tai kirjoittaen. Toiminnan automatisoituessa oppilas pystyy lopulta jäsentyneeseen ajatteluun ilman konkreettista toimintaa (Koskinen, 2016). Tässä näen selkeän yhteyden pragmatistiseen oppimiskäsitykseen ja toiminnan teoriaan (Tynjälä ym., 2006). Koskinen (2016) toteaa, että Galperin teorian mukaan oppimisessa on keskeistä ilmiöiden ja asioiden väliset suhteet. Oppiminen etenee vaiheittain ja kieli on Galperin mukaan väline, joka mahdollistaa siirtymisen esineellisestä, konkreettisesta toiminnasta psyykkiselle ymmärtämisen tasolle, jolla monipuolisesti käsitelty tieto on sisäistettyä ja toiminta automatisoitunutta (Koskinen, 2016). Koska kieli on keskeisessä asemassa oppimisessa, yhdistän Galperin oppimisteorian kielentämiseen ja sosiokonstruktivistiseen oppimisteoriaan (Tynjälä ym., 2006).

2.2 Matematiikan oppiminen kielentämisen keinoin

2.2.1 Matematiikan oppiminen

Matematiikan oppiminen perustuu ajatteluun ja ymmärtämiseen ja vaatii paljon harjoittelua. Vygotskyn (1978) mukaan kaiken opetuksen ja oppimisen sekä matemaattisen ajattelu- ja ongelmanratkaisutaitojen opetuksen ja harjoittelun tulisi tapahtua oppilaiden lähikehityksen vyöhykkeen potentiaalisella tieto- ja kehitystasolla. Sopivan haastavat oppilaan matemaattisen osaamisen taitotasoon suhteutetut tehtävät innostavat oppilasta työskentelemään oppimisen edistämiseksi. Parviainen (2019) kirjoittaa, että matemaattinen ajattelu muodostuu matemaattisesta päättelystä, matemaattisloogisesta ajattelusta, analyttisestä ajattelusta ja ongelmanratkaisustrategioista. Hän toteaa, että ne muodostavat matemaattisen ymmärryksen muodostumisen perustan ja niitä on tärkeää harjoitella rinnakkain monipuolisesti ja samanaikaisesti taitojen kehittämiseksi kokonaisvaltaisesti.

Joutsenlahden ja Tossavainen (2018) sekä Moschkovichin (2012) mukaan oppilaiden ajattelutaidot kehittyvät refleктоivan ja pohtivan kollaboratiivisen keskustelun kautta. He jatkavat, että vertaillessaan ratkaisujaan, oppilaat löytävät uusia lähestymistapoja ja muodostavat uusia ratkaisumalleja, jolloin heidän ongelmanratkaisutaitonsa kehittyvät ja matemaattinen ymmärrys syvenee. Kieli on keskeisessä osassa opettajan ja oppilaiden välisessä vuorovaikutuksessa sekä oppimateriaalien käytössä (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Oppilaat rakentavat ajatteluaan ja heidän argumentointitaitonsa kehittyvät, kun he selittävät omia ajatuksenkulkujaan ja ratkaisupolkujaan piirtäen, kirjoittaen, suullisesti kertoen ja apuvälineitä käyttäen (Joutsenlahti & Kulju, 2017; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018).

Perkkilän ja Joutsenlahden (2021) mukaan olennaisia asioita matemaattisen ymmärryksen muodostumisessa ovat kielentämisen ja yhteistoiminnallisen eli kollaboratiivisen ajattelun kanssa abstraktin ja joustavan päättelyn taito, tarkkuus, pitkäjänteisyys, mielikuvitus, menetelmällinen sujuvuus, rakentava kriittinen ajattelu, strateginen kyky sekä matemaattiset mallit. Hähkiöniemi

(2016) kirjoittaa, että oppilaat keskittyvät yleensä joko proseduraalisen eli matemaattisten menettelytapojen ja päättelyn kuvaamiseen tai konseptuaalisen eli käsitteellisen tietämyksensä selittämiseen ja että molempien tapojen yhtäaikainen hallitseminen vaatii paljon harjoitusta. Matemaattisten käsitteiden ja sanaston oppiminen tapahtuu sosiaalisessa vuorovaikutuksessa. Matemaattisen ajattelun sanallistamisen myötä oppilaat oppivat matematiikan käsitteet täsmällisesti, heidän taitonsa ratkaista erilaisia ongelmia kasvaa ja heidän ongelmanratkaisutaitonsa kehittyvät (Joutsenlahti & Kulju, 2017; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Kun siis kielennetään monipuolisesti ja hyödynnetään matematiikan eri kieliä rinnakkain, matemaattinen ajattelu ja ymmärrys syvenee.

2.2.2 Kielentäminen oppimisen tukena

Matematiikan kielentämisellä tarkoitetaan matemaattisen ajattelun ja merkitysten ilmaisemista, rakentamista ja jäsentämistä selittäen, esittäen ja argumentoiden tehtävien ratkaisuja luonnollisella kielellä suullisesti ja kirjallisesti, kuviokielellä ja matematiikan symbolikielellä niin, että matemaattinen ymmärrys kasvaa (Joutsenlahti & Kulju, 2017; Joutsenlahti & Perkkilä, 2019; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Joutsenlahti ja Tossavainen (2018) kirjoittavat, että kielellinen ajattelu on jatkuvaa käsitteiden ja ajatusten prosessointia sekä liikkumista ajattelun tasolla konkreettisten ja abstraktien käsitteiden välillä molempiin suuntiin. Puhe, kirjoittaminen ja piirtäminen vaikuttavat oppimiseen merkittävästi (Joutsenlahti & Kulju, 2017). Erityisesti piirtäminen ja ääneen selostaminen tukevat muistia luoden siltaa abstraktiin ajatteluun (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Kielentämistä on tärkeää harjoitella pienestä pitäen. Joutsenlahti (2009) toteaa, että tavoitteena on kehittää oppilaan matemaattista ajattelua ymmärrykseen perustuvan matematiikan tekemisen eli kielentämisen myötä.

Tärkeä osa oppimista ja kielentämistä on tutkiva puhuminen ja päättelyminen. Joutsenlahti ja Perkkilä (2022) kirjoittavat, että kun oppilaat selittävät matemaattista ajatteluaan puhumalla, heidän matemaattinen

ajattelunsa kypsyy. Samalla opettajat kuulevat heidän ajatteluansa. Oppilaiden oma ja toisten oppilaiden ajattelu selkeytyy matemaattisen keskustelun kautta (Hufferd-Ackles ym., 2004). Oppilaat oppivat vähitellen selkeää erottelevaa argumentointia, joka sisältää seikkaperäisen loogisten vaiheiden ketjun, jossa oppilas esittää väitteen, selittää ja kielentää johtopäätöksiään ja todistaa niitä artikuloivalla päättelyllä ja todentaa ne todenperäisesti kuvailemalla sanallisesti, laskemalla tai kuvioilla (Hiltunen ym., 2017). Toisin sanoen laskujen ratkaisujen ääneen selittäminen ja ratkaisumallien piirtäminen edistävät ja vahvistavat oppimista. Piirtäminen auttaa ongelmien ratkaisussa ja ajatuskulkujen selostamisessa (Hufferd-Ackles ym., 2004). Oman ajattelun kirjoittaminen näkyväksi lisää matemaattisten käsitteiden ymmärtämistä (Joutsenlahti, 2003).

Hiltunen ym. (2017) mukaan argumentointia tulisi harjoitella paljon kielentämisen ja vuorovaikutteisen keskustelun kautta, jotta oppilaat ymmärtävät minkälaiset selitykset ovat loogisia, uskottavia ja vakuuttavia ja jotta he oppivat ilmaisemaan ajatuksiaan selkeästi. He jatkavat, että argumentoivan keskustelun kulku, johon kuuluu ajatusten esittäminen, kuuntelu, kommentointi ja palautteenanto, on tärkeää opettaa oppilaille ja heitä tulisi rohkaista ajatustensa suulliseen kielentämiseen. Harjoittelun myötä oppilaiden argumentointitaidot kehittyvät. Samalla heidän ajattelunsa kehittyy järjestelmällisemmäksi, sujuvammaksi ja jouhevammaksi.

Kielentäminen auttaa oppilaita rakentamaan ajatteluaan ja ymmärtämään matemaattisia käsitteitä ja järjestelmiä (Joutsenlahti, 2003; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Matemaattisen ymmärryksen rakentamisessa ja ongelmanratkaisussa tarvitaan Perkkilän ja Joutsenlahden (2022) mukaan käsitteellistä ymmärrystä, strategista ymmärrystä ja joustavaa päättelyä, proseduraalista eli menetelmällistä sujuvuutta, pitkäjänteisyyttä, tarkkuutta, abstraktin päättelyn taitoa, rakentavaa kriittistä ajattelua, mielikuvitusta, matemaattisia malleja ja kielentämistä, asianmukaisia työkaluja sekä yhteistoiminnallista eli kollaboratiivista ajattelua. He kirjoittavat, että oppilaiden yhteistyötaitoissa, ajattelussa, tietämyksessä ja asenteissa tapahtuu suhteellisen pysyviä muutoksia kollaboratiivisen oppimisen myötä ja että kielentäessä

oppilaiden verbaalinen päättelytaito, reflektointitaito sekä argumentointi- ja laskutaito kehittyvät. He jatkavat, että merkityksellisen oppimisen myötä oppilaiden ymmärrys matemaattisista käsitteistä ja laskutoimituksista kasvaa. Lisäksi oppilaat oppivat yhdistämään käsitteitä toisiinsa ja luomaan niille omassa ajattelussaan uusia merkityksiä (Perkkilä & Joutsenlahti, 2022). Matematiikan eri kielten monipuolinen ja rinnakkainen käyttäminen eli matematiikan kielentäminen siis tukee matemaattisen ajattelun ja ymmärryksen syventämistä (Perkkilä & Joutsenlahti, 2021; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018).

Merkittävää on myös se, että matemaattisen ymmärryksen kasvun ja oppimisen kokemisen myötä oppilaiden itsetunto kasvaa ja suhtautuminen matematiikkaa kohtaan parantuu, toteavat Joutsenlahti ja Tossavainen (2018). Heidän mukaansa luonnollisen kielen, kuviokielen ja symbolikielen yhdistäminen on luontevaa matemaattisia tehtäviä muistiin kirjattaessa, mikä helpottaa oppimista. Kirjoitettujen ja piirrettyjen versioiden avulla oppilaan on helpompi palauttaa mieleensä omaa ajatteluaan ja tarkistaa ratkaisuprosessiensa kulkuja sekä korjata ja muuttaa niitä. Onnistumisen kokemukset ja tunne siitä, että oppii, vahvistavat oppilaiden matematiikkaminäkuvaa ja innostavat jatkamaan.

Opettaja kuulee ja näkee oppilaiden kielentämisen kautta heidän edistymisensä ja saa samalla arvokasta tietoa heidän osaamisestaan ja ajattelustaan (Joutsenlahti, 2003; Joutsenlahti & Kulju, 2017; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Sisäinen vuoropuhelu sekä omien havaintojen ja tulkintojen reflektointi yhdessä muiden oppilaiden kanssa jäsentää oppilaiden ajattelua (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Opettajan on helpompi arvioida ja muodostaa kuva oppilaiden osaamisesta ja tukea heidän oppimistaan ja edistymistään nähdessään ja kuullessaan heidän kielentämistään ja tehtävänratkaisujaan (Joutsenlahti, 2003; Joutsenlahti & Kulju, 2017; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018; Moschkovich, 2012). Kielentäminen toimii vahvasti oppimisen ja matemaattisen ajattelun tukena. Se antaa monipuoliset välineet matemaattisen ymmärryksen ja ongelmanratkaisutaitojen opettamiseen, oppimiseen ja kehittämiseen.

2.3 Matematiikan opetus

2.3.1 Matematiikan kielentäminen opetuksessa

Tässä luvussa käsitellään matematiikan kielentämistä opetuksessa. Matemaattisten käsitteiden, rakenteiden ja menetelmien ymmärtämistä rakennetaan matematiikan kielentämisen kautta (Joutsenlahti & Tossavainen, 2021; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Kieli on ajattelun väline ja opetuksessa opettajan tulee huomioida oppilaiden erilaiset kielelliset lähtökohdat ja suunnitella opetus oppilaiden yksilöllisyyden huomioiden. Tämä korostuu erityisesti niiden oppilaiden kanssa, jotka opettelevat samaan aikaan uutta kieltä ja uusia matemaattisia käsitteitä itselleen vieraalla kielellä (Morgan ym., 2014), jolloin matematiikan kielen monikanavaisuuden hyödyntäminen on suureksi avuksi (Planas ym., 2018). Tärkeää on huomata, että kielentäminen on itsessään eriyttävää ja matemaattisen ajattelun ja konseptuaalisen ymmärryksen kehittäminen tukee kaikkien matematiikan oppimista (Joutsenlahti & Perkkilä, 2019; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Perkkilän ja Joutsenlahden (2021) mukaan konseptuaalinen ymmärrys kasvaa parhaiten sosiokulttuurisessa ympäristössä kollaboratiivisten työskentelymenetelmien kautta oppilaiden rakentaessa omaa matemaattista ymmärrystään piirtäen, konkreettisten ja kielellisten toimintojen ja symbolikielen yhdistämisen kautta. Keskeistä on, että oppilaat oppivat kielentämisen kautta ymmärtämään ilmiöitä, käsitteitä ja asioita ja heidän matemaattinen ajattelunsa sekä ongelmanratkaisutaitonsa kehittyvät (Hähkiöniemi, 2016; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021).

Matemaattisen ymmärryksen, ongelmanratkaisukyvyyn ja laskemisen sujuvuuden edistämiseksi on tärkeää antaa aikaa oppilaiden ajattelulle, dialogille ja omien ajatusten esittämiselle (Fuson, 2014; Fuson ym., 2015). Perkkilä ja Joutsenlahti (2021) kirjoittavat, että kollaboratiivinen työskentely kehittää yhteistyötaitoja, ajattelua, tietotaitoa ja muokkaa asenteita. Verbaaliset taidot ja päättelytaidot kehittyvät laskutaitojen ja reflektoinnin ohella ja oppilaat oppivat yhdistämään käsitteitä toisiinsa ja käyttämään oppimaansa uusissa yhteyksissä. Opettajan tulisi pyrkiä luomaan oppimiskulttuuria, jossa

huomioidaan oppilaiden yksilölliset lähikehitysvyöhykkeet ja autetaan toisia (Fuson ym., 2015). Erityisesti tehtävien eriyttäminen sekä alas- että ylöspäin sekä monipuolisesti erilaiset kielentämistä ja vuorovaikutteista työskentelyä sisältävät ja edellyttävät tehtävät innostavat oppilaita opiskelemaan ja toimimaan yhdessä (Fuson, 2015). Yhteisen tekemisen ja prosessin kautta oppimisesta ja tietämisestä tulee kaikille merkityksellistä ja mukavaa.

Kieli on yhteistyön ja yhteisymmärryksen luomisen väline, Kaartinen ja Latomaa (2015) kirjoittavat. Heidän mukaansa kollaboratiivisessa yhteistoiminnallisessa oppimisessa ajatukset tehdään näkyviksi kielentämällä matematiikan eri kielillä. Oppijoiden yhteinen ymmärrys rakentuu yhteistoiminnallisen oppimisen kautta (Kaartinen & Latomaa, 2015; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Kollaboratiivinen yhteistoiminnallinen työskentely on eri tavoin kielentämistä, yhteistä pohtimista ja päättelyä, käsitteiden yhdistelyä, verbaalista selittämistä ja tiedon jakamista (Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Siinä kaikki oppivat toisiltaan jotakin. Lehesvuoren ym. (2011; 2017) mukaan oppilaiden kollegiivisuus vahvistuu dialogissa, ja kun oppilaat rohkaistuvat esittämään toisilleen vastaväitteitä ja oppivat perustelemaan näkökantojansa, heidän itsevarmuutensa kasvaa. Opettajan on olennaista tukea kielentämistä esittämällä lisäkysymyksiä, ohjaamalla keskustelua sekä muistuttamalla keskinäisen kunnioituksen ja kuuntelemisen tärkeydestä (Lehesvuori ym., 2011; Lehesvuori ym., 2017).

Konseptuaalisen ymmärryksen muodostumisen ja laskemisen proseduraalisen sujuvuuden kehittämiseksi on tärkeää varata aikaa pari-, pienryhmä- ja kokoluokan yhteisille keskusteluille (Moschkovich & Zahner, 2018). Opettajan ja oppilaiden vastavuoroinen työskentely ja pohtiva keskustelu sekä vaihtoehtoisten näkökantojen esittely ja uusien ratkaisujen perustelu lisäävät yhteistä ymmärrystä (Lehesvuori ym., 2011; Moschkovich & Zahner, 2018) ja oppilaiden sisäinen päättely rikastuu yhteisen ja jaetun pohdinnan kautta (Moate ym., 2021). Yhdessä toimiessaan oppilaiden ymmärrys syvenee, he löytävät enemmän merkityksiä, omaksuvat uusia käsitteitä ja yhdistävät niitä

aikaisempaan käsitteelliseen tietoon (Moschkovich & Zahnder, 2018; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021).

Voidakseen luoda oppimista edistävän, turvallisen kielentämisen pedagogiikkaan perustuvan oppiympäristön, opettajan tulee hallita matematiikan professionaalinen ainesisältö, matematiikan pedagogiikan sisältö, matematiikan kielentämisen ja dialogisen ajattelun taidot sekä ymmärtää matematiikan harjoitusten tarkoituksenmukaisuuden tärkeys, kirjoittavat Perkkilä ja Joutsenlahti (2021). Lisäksi opettajan on hyvä tiedostaa sosiokulttuurisen näkökannan merkitys matematiikan opetukseen ja oppimiseen (Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Korkealla tasolla olevan käsitteellisen ymmärryksen ja matemaattisen tietämyksen lisäksi opettajan tulee kyetä selittämään matematiikkaa oppilaiden ajattelulle ja taitotasolle sopivalla tavalla (Lehesvuori ym., 2021b; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021).

Opettajan on tunnettava oppilaidensa taito- ja tietotaso ja pyrittävä rakentamaan opetus tarkoituksenmukaisten, oppilaita innostavien ja oppilaille merkityksellisten asioiden ympärille (Lehesvuori ym., 2021b; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Oppilaiden motivaatio matematiikan opiskelua kohtaan kasvaa, kun opittavat asiat kytketään arkipäivän asioihin, jotka oppilaat kokevat itselleen tärkeiksi ja merkityksellisiksi (Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Silloin he sitoutuvat yhteiseen työskentelyyn sekä rakentavaan ja kriittiseen pohdintaan, jossa työkaluina käytetään tutkivaa puhumista, päättelyä, kielentämistä ja argumentoivaa todistelua (Lehesvuori ym., 2011; Lehesvuori ym., 2017; Moate ym., 2021). Luova opettaja rakentaa innovatiivisia, omaperäisiä ja uudenlaisia oppimisympäristöjä ja oppimistilanteita, jotka innostavat oppilaita ja joissa heidän matematiikan merkityksellisyyden ymmärtäminen ja matemaattinen ymmärrys kasvavat (Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Kortesalmi ym. (2022) sekä Moschkovich ja Zahner (2018) kirjoittavat, että opettaja vaikuttaa omalla toiminnallaan positiivisen, oppimista edistävän, ymmärtävän, sallivan ja turvallisen ilmapiirin luomiseen, mikä vaikuttaa suoraan oppilaiden rohkeuteen kokeilla erilaisia työskentelytapoja ja esittää omia ratkaisujaan muille kielentämällä. Oppilaiden rohkaiseminen omien ajatusten esille tuomiseen ja

niiden sisällyttäminen opetukseen rikastuttaa opetuksen sisältöä (Lehesvuori ym., 2011; Lehesvuori ym. 2017; Lehesvuori ym., 2021).

Kielentäminen on oppilaslähtöistä kannustavaa dialogista opetusta, jossa opettaja suunnittelee ja ohjaa oppimista ja keskustelua opetukselliset ja kasvatukselliset päämäärät huomioiden (Lehesvuori ym., 2011). Oppilaiden aktivoiminen lisäkysymyksiä tekemällä, keskustelun ohjaaminen, merkityksellisten asioiden käsitteleminen ja kaikkien kunnioittava ja arvostava kuunteleminen tukee oppimista (Lehesvuori ym., 2011; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). On tärkeää, että oppilaat uskaltavat esittää omia ideoitaan ja perustella ajatuksiaan vapaasti pelkäämättä väärää vastauksia yhteiseen ymmärrykseen pyrkien toisiaan kannustaen ja auttaen (Lehesvuori ym., 2011).

Tarkoituksenmukainen dialoginen vuorovaikutuksellinen opetus edistää opetuksellisten tavoitteiden saavuttamista, oppimista ja matemaattisten käsitteiden ja laskutoimituksen ymmärtämistä, Lehesvuori ym. (2021) toteavat. Kollektiivisuus, vastavuoroisuus, tarkoituksenmukaisuus, kumulatiivisuus ja kannustavuus ovat keskeisiä asioita dialogisessa opetuksessa (Lehesvuori, ym., 2017; Lehesvuori ym., 2021). Vastavuoroisessa dialogissa on olennaista opettajan ja oppilaiden keskinäinen ajatusten jakaminen sekä erilaisten ajatusten ja näkökulmien huomioiminen ja arvostaminen (Lehesvuori ym., 2017; Lehesvuori ym., 2021; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Kollegtiivinen dialogisuus toteutuu opettajan ja oppilaiden käsitellessä käsitteitä ja matemaattisia ongelmia yhteisesti joko koko luokan kanssa tai pienryhmissä (Lehesvuori ym., 2021). Toimivan keskustelukulttuurin luomisessa auttaa yhteisten keskustelusääntöjen luominen (Moate ym. 2021). Merkityksellisessä oppimisessa vuorovaikutuksen kielentämisen eri muodot täydentävät toisiaan oppilaiden oppiessa yhdistämään käsityksiä toisiinsa sekä yhdessä ideoiden että opettajan johdolla (Lehesvuori ym., 2021).

Joutsenlahti ja Kulju (2017) kirjoittavat, että matemaattisen ajattelun ja matemaattisten ratkaisujen monipuolinen ilmaisu matematiikan eri kielillä hyödyttää kaikkien oppimista. Heidän mukaansa matemaattinen ajattelu ja ongelmanratkaisutaidot kehittyvät, kun kirjoittamista ja piirtämistä

hyödynnetään ongelmanratkaisuisissa. He jatkavat, että luonnollisen kielen ja kirjoittamisen käyttö selventävät oppilaiden matemaattista ajattelua ja helpottavat omien ratkaisujen esittämistä, mikä lisää oppilaiden intoa matemaattisten ongelmien ratkaisemiseen. Olennaista on, että selittäessään konseptuaalisia ja proseduraalisia ajatuksiaan toisilleen ja opettajalleen oppilaiden tulee pohtia syvällisemmin voidakseen edetä kohti ratkaisua ja pystyäkseen selkeään ajatuskulkujen kielentämiseen (Hähkiöniemi, 2016). Tämä edellyttää sekä oppilailta että opettajalta sitoutumista pitkäjänteiseen työskentelyyn. Koska oppilas selittää ajatteluaan kielentäessään, se helpottaa myös arviointia, sillä opettaja saa selkeän kuvan oppilaan osaamisesta, kun hän kuulee ja näkee oppilaiden kielentämistä (Kortesalmi ym., 2022). Opettajan on helppo puuttua virheelliseen ajatteluun ja auttaa oppilasta, mikäli hän huomaa, että oppilas ei ymmärrä jotain ja tarvitsee apua. Myös oppilaan käsitys omasta osaamisesta syvenee.

Opettajan tehtävänä on huolehtia tehtävien matemaattisesta näkökulmasta ja niiden liittymisestä matematiikan oppiainesisältöön (Lehesvuori ym., 2021). Lehesvuoren ym. (2021) mukaan opettajan on tärkeää jakaa vastuuta oppimisesta myös oppilaille ikäkautta vastaavalla tasolla esimerkiksi valitsemalla tehtäviä oppilaiden elämään ja mielenkiinnonkohteisiin liittyen ja kannustamalla ja rohkaisemalla heitä pohtimaan, vertailemaan ja miettimään ongelmiin erilaisia ratkaisuja ja vastauksia. Spontaanit ja suunnittelemattomat keskustelut johtavat rikkaampaan päättelyyn. Opettaja toimii avoimissa keskusteluissa ohjaajana esittäen avoimia, kannustavia, oppilaiden vastauksiin ja ongelmanratkaisuun peilattuja kysymyksiä, jotka ohjaavat ja johdattelevat oppilaita kohden oppimista tukevien ratkaisujen ja väitteiden muodostamista (Hähkiöniemi, 2016; Lehesvuori ym., 2021; Moschkovich & Zahner, 2018). Hähkiöniemen (2016) mukaan parhaita kysymyksiä ovat ohjaavat kysymykset, jotka ohjaavat oppilaita selvittämään, tarkastamaan ja selittämään ratkaisumetodejaan ja matemaattista ajatteluaan sekä kysymykset, jotka antavat oppilaille ohjeita tai vihjeitä ongelmanratkaisemiseksi. Hän toteaa, että opettajan tulee antaa aikaa ajattelulle ja keskustelulle, huomioida oppilaiden erilaiset ratkaisupolut ja ohjata heitä

oikeaan suuntaan. On selvää, että ajatusten ilmaiseminen monipuolisesti on helpompaa, kun saa rauhassa pohtia ratkaisuja (Hähkiöniemi, 2016; Lehesvuori ym., 2017; Lehesvuori ym., 2021). Lehesvuori ym. (2017) kirjoittavat olevan tärkeää, että opettaja osoittaa kiinnostusta ja tukea oppilaan omakohtaisia päätelmiä kohtaan toistamalla oppilaan selittämiä päätelmiä ja osallistamalla kaikki oppilaat keskusteluun sekä tukemalla oppilaiden välistä yhteistyötä ja dialogia.

Matematiikan kielentämisen ottaminen osaksi opetusta vaatii kulttuurista muutosta matematiikan perinteisestä oppikirjapainoitteisesta opettajajohtoisesta opetuksesta kohti oppilaan aktiivista ajattelua korostavaan vuorovaikutteiseen oppimiseen. Nordbergin (2021) tekemästä tutkimuksesta käy ilmi, että opettajalla on suuri merkitys 7-8-vuotiaiden lasten matematiikkasuhteen ja matematiikkaminän muodostumiseen. Tässä hän näkee keskeiseksi vaikuttavaksi tekijäksi oppilaiden omakohtaisen mahdollisuuden valita matematiikan eri kielistä itselleen sopivimman ja luontevimman tavan tehtävien ratkaisuun. Kielentämisen pedagogiikassa olennaista on juuri se, että oppilas saa valita kuinka lähtee tehtäviä ratkaisemaan ja että käytössä on välineet matematiikan eri kielten ilmaisutapoja varten. Koska matematiikan opetus on ollut pitkään oppikirjajohtoista ja painottunut symbolisen kielen vastauksiin, oppilailla on edelleen kuva siitä, että symbolisen kielen vastaukset olisivat merkityksellisimpiä (Nordberg, 2021). Tämän vuoksi on erityisen tärkeää, että opettaja antaa oppilaille erilaisia ratkaisumalleja ja selittää erilaisten ratkaisumallien ja kuvioden käyttöä ja oikeellisuutta oppilaille niin tarkasti, että oppilaat ymmärtävät, että ne ovat kaikki yhtä arvokkaita tapoja lähestyä ongelmia ja ongelmanratkaisua (Nordberg, 2021). Tavoitteena on, että oppilaat oppivat ja kykenevät käyttämään näitä ratkaisumalleja harjoituksia tehdessään ja ratkoessaan omien vahvuuksiensa mukaisesti (Nordberg, 2021).

Kielentämisen käyttäminen opetuksessa vaatii opettajalta opetuksen suunnittelua uudella tavalla. Hänen tulee huomioida turvallisen ilmapiirin tärkeys, miettiä avoimen ja ohjatun keskustelun suhdetta sekä kiinnittää huomiota avoimien ja suljettujen kysymysten asetteluun (Lehesvuori ym.,

2021b). Lisäksi opettajan tulee pohtia opettajajohtoisuuden ja oppilaslähtöisyyden balanssia sekä keskustelun rytmittämistä ja erilaisten kommunikointilähestymistapojen käyttämistä (Lehesvuori ym., 2021b). Parhaimmillaan kielentäminen johtaa kohti avointa dialogia ja lähestymistapaa mahdollistaen avointen tehtävien käytön sekä oppilaille merkityksellisten ja mielekkäiden aiheiden yhdistämisen matematiikan oppimiseen (Lehesvuori ym., 2021b).

2.3.2 Kielentämisen menetelmiä opetuksessa

Matemaattinen ongelmanratkaisutaito on kyky ratkaista ongelmia matemaattista tietoa käyttäen ja erilaisia matemaattisia ratkaisumalleja ja -strategioita soveltaen (Leppäaho, 2018). Ongelmanratkaisu edellyttää sekä luovaa että loogista analyttistä ajattelua (Leppäaho, 2018). Näitä ajattelun taitoja kehitetään kielentämisen menetelmiä käyttämällä. Tässä luvussa tarkastellaan kahta opetuksessa käytössä olevaa menetelmää, joissa matematiikan kielentäminen on keskeisessä osassa.

Ensimmäiseksi käsittelen vertailumenetelmää, joka on uusi matematiikan opetusmenetelmä, jossa verrataan useita eri ratkaisutapoja niistä keskustellen ja johon liittyy olennaisesti matemaattisen joustavuuden käsite (Palkki, 2018). Joustavuus tarkoittaa tietoa useista erilaisista ratkaisutavoista matemaattiseen ongelmaan ja kykyä valita niistä matemaattisesti sopivin ratkaisu, kuten Palkki (2018) kirjoittaa. Hän jatkaa, että proseduraalinen eli menetelmällinen joustavuus liittyy sekä käsite- että menetelmätietoon ja jotta tietoa voisi soveltaa joustavasti, matematiikan opetuksessa tulee kehittää konseptuaalista eli käsitteellistä ymmärtämistä. Yhteinen erilaisten vaihtoehtojen punnitseminen ja näkökulmien tarkastelu keskustelujen kautta kehittää oppilaiden luovaa ja loogista ajattelua (Hiltunen ym., 2017; Joutsenlahti & Perkkilä, 2022; Moschkovich & Zahner, 2018). Palkin mukaan (2018) vertailumenetelmästä tehtyjen tutkimusten mukaisesti menetelmä tukee erilaisten oppijoiden matematiikan tehtävien, käsitteiden ja

prosessien ymmärtämistä. Lisäksi se kehittää heidän matemaattista ajatteluansa ja ongelmanratkaisutaitojansa (Palkki, 2018).

Oulun yliopiston matematiikan opetuksen tutkimusryhmä toteutti vertailumenetelmään liittyvän Joustava yhtälönratkaisu (JYR) LUMA SUOMI -kehittämishankkeen ja loi materiaalin, jossa keskeistä on oman ajattelun ääneen selittäminen, ymmärrykseen pyrkiminen, eri ratkaisutapojen käyttö sekä virheiden salliminen ja niistä oppiminen (Hästö ym., 2016). Joustavan yhtälön ratkaisumenetelmässä olennaista on ajattelemaan ja perustelevaan oppiminen sekä käsitteiden ymmärtäminen ja oppiminen (Hästö ym., 2016). Ne ovat keskeinen osa ratkaisuprosessia. Opiskelu tapahtuu pääasiassa pienryhmätyöskentelynä ja keskeistä on se, että ryhmäläiset kehittävät käsitteellistä ymmärrystään yhdessä työskennellen, erilaisia ratkaisutapoja tuottaen ja niitä vertaillen. Opettaja kannustaa oppilaita tehtävien tekemiseen yhdessä ja pohtivaan keskusteluun pienryhmissä ohjaten heitä sekä johdattelevin kysymyksin että koko luokan yhteisten keskustelujen avulla uusien käsitteiden ja ratkaisujen äärelle (Hästö ym., 2016).

Näen, että vertailevassa ja joustavassa yhtälön ratkaisumenetelmässä käytetty kollaboratiiviseen työskentelyyn ja ajatusten sanallistamiseen kannustaminen on yhdistävä tekijä kielentämisen pedagogiikan menetelmän kanssa, sillä myös matematiikan kielentämisessä oppilaat selittävät, sanallistavat ja vertailevat omia ratkaisujaan ääneen erilaisia ratkaisutapoja pohtien ja syvään ymmärrykseen pyrkien (Hästö ym., 2016; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018; Moschkovich, 201; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Omien ajatusten sanallistaminen ja kielentäminen tuo ajatteluun joustavuutta. Sekä joustavassa ratkaisumenetelmässä että kielentämisessä hyödynnetään kuvatukea matematiikan symbolikielen, pohdinnan ja sanallistamisen rinnalla (Hästö ym., 2016; Joutsenlahti & Kulju, 2017; Joutsenlahti & Perkkilä, 2019; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Oppilaat, joiden matemaattisen ajattelun vahvuusalueet ovat taktiillisessa toiminnan kielessä, tarvitsevat näiden kuvien ja luonnollisen kielen lisäksi konkreettisia välineitä ajattelun ja oppimisen tueksi. Kielentämisen pedagogiikassa oppilaat voivat hyödyntää kuviokielen ja puhutun luonnollisen

kielen lisäksi taktiilista toiminnan kieltä, kuviokieltä, kirjoitettua luonnollista kieltä sekä matematiikan symbolikieltä (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Sekä matematiikan kielentämisessä että vertailumenetelmässä ajatuksena on, että matematiikan oppimisessa tärkeintä ei ole vastaus, vaan ajatteluprosessi ja että oikeaan vastaukseen voi päästä monesti useaa eri reittiä pitkin (Hästö ym., 2016; Lehesvuori ym. 2011). Matemaattisessa ongelmanratkaisuprosessissa ongelman ratkaisija käyttää matemaattista tietoaan ongelman ratkaisuun, etsii uutta tietoa ja luo uusia tietorakenteita vanhaa ja uutta tietoa yhdistäen (Leppäaho, 2018).

Toisena kielentämisen menetelmänä käsittelen unkarilaista Varga-Neményi-menetelmää, joka on Tamás Vargan ja Eszter Neményin kehittämä oppilasta ja hänen ajatteluaan kunnioittava tapa opettaa matematiikkaa (Varga-Neményi ry). Menetelmässä keskeistä on oivaltaminen ja ymmärtäminen. Tikkasen (2008) mukaan matematiikka tarjoaa tilaisuuksia ajatella, miettiä ja pohtia ja se kehittää ongelmanratkaisutaitoja, luovuutta, mielikuvitusta ja päättelyä, jotka ovat tärkeitä ja hyödyllisiä taitoja elämässä. Varga-Neményi-menetelmässä keskeisenä ajatuksena on, että oppilaiden matemaattinen ajattelu kehittyy monipuolisen työskentelyn kautta. Toiminnallisuus ja toimintavälineet innostavat lapsia. Työskennellessään toiminnallisesti esimerkiksi vertaillen, järjestellen, rakennellen ja piirtäen samaan aikaan puhuen ja kirjoittaen matematiikan luonnollisella kielellä tai matematiikan symbolikielellä omista havainnoistaan, oppilaat jäsentelivät ajatteluaan ja heidän tietonsa, taitonsa ja loogisematemaattinen ajattelunsa kehittyvät toiminnassa saatujen oivallusten kautta (Moate ym., 2021; Joutsenlahti & Perkkilä, 2022; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021; Tikkanen, 2008; Varga-Neményi ry).

Varga-Neményi-menetelmässä käsitteiden muodostaminen tapahtuu toiminnallisuutta ja keskustelua sisältävässä vuorovaikutuksessa (Tikkanen, 2008). Värisauvojen, murtokakkujen ja muiden monipuolisten välineiden käytön avulla lapsi oivaltaa itse ja saa onnistumisen kokemuksia (Varga-Neményi ry). Samalla hänen matematiikkaminä ja minäpystyvyyden tunne vahvistuvat. Opettaja seuraa oppilaiden kehitystä havainnoiden ja teettäen pieniä tehtäviä ja

suunnittelee etenemisen oppilaiden mukaan. Tärkeää on, ettei edetä liian nopeasti, vaan annetaan oppilaille aikaa ajattelulle ja välineillä työskentelylle. Lisäksi menetelmässä korostetaan turvallisen oppimisympäristön ja kannustamisen merkitystä ja sitä, että on tärkeää, että oppilaat eivät pelkää virheitä (Lampinen & Korhonen, 2010).

Varga-Neményi-menetelmässä tavoitteena on, että oppilas oivaltaa matematiikan monimutkaisia rakenteita ja syventää ymmärrystään abstraktion tien kautta (Maalo & Rytönen, 2018; Varga-Neményi ry). Abstraktion tie kuvaa oppimisessa tapahtuvia vaiheita konkreettisen toiminnan ja abstraktin ajattelun välillä eli sitä, miten lapsen käsitteenmuodostus etenee fyysisistä kokemuksista loogis-matemaattiseen ajatteluun (Maalo & Rytönen, 2018; Tikkanen, 2008). Oppilas on aktiivinen toimija ja oppiminen lähtee siitä, että uusiin asioihin tutustutaan leikkien ja pelien avulla liittäen ne oppilaan kokemuspäiriin (Maalo & Rytönen, 2018). Leikkejä ja pelejä seuraa välineillä työskentely, jossa oppilaalle syntyy mielikuvia, joita hän voi myöhemmin palauttaa mieleen (Maalo & Rytönen, 2018). Toiminnallisesta välinetyöskentelystä edetään kohti kolmatta vaihetta eli abstraktien käsitteiden käyttöä ja luovutaan vähitellen välineistä (Maalo & Rytönen, 2018; Varga-Neményi ry). Kolmannessa vaiheessa oppilas tarkastelee, tutkii, tunnistaa ja täydentää tai tuottaa itse kuvia (Maalo & Rytönen, 2018). Tällöin voidaan ottaa myös oppikirja käyttöön. Varga-Neményi oppikirjoissa on tarkasteltavia kuvia, jotka antavat malleja erilaisista mahdollisuuksista piirtää matemaattisia laskuja. Lisäksi niissä on tilaa oppilaiden omille piirroksille. Oppikirjoja käytetään yhdessä toimintavälineiden kanssa oppilaiden edellytykset huomioiden (Tikkanen, 2008).

Kaksisuuntainen abstraktion tie mahdollistaa sen, että käsitteiden opettelussa voidaan lähteä liikkeelle yhtä hyvin joko konkreettisesta tai abstraktista esityksestä (Maalo & Rytönen, 2018; Varga-Neményi ry). Abstraktion tiellä oppimista vahvistetaan ja aihetta käsitellään spiraaliperiaatteen mukaisesti syventäen ja laajentaen palaamalla samoihin käsitteisiin ja teemoihin useita kertoja työstäen niitä eri tavoin. Toisin sanoen tie konkreettisesta toiminnasta symbolikieleen ja takaisin kuljetaan monta kertaa,

kunnes oppilas ymmärtää, että abstrakti käsite ilmentää monia yksittäisiä tapauksia ja että sitä voi soveltaa monin tavoin (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018; Tikkanen, 2008; Varga-Neményi ry).

Muistin kehittäminen on olennainen osa Varga-Neményi menetelmää. Tavoitteena on, että oppilaiden loogismatemaattinen ajattelu kehittyy ja oppilas pystyy palauttamaan mieleensä ja esittämään matemaattista ajatteluaan rikkaasti matematiikan eri kielillä (Tikkanen, 2008). Matematiikan eri osa-alueita voidaan opetella yhtä aikaa niin, että toista vahvistetaan samalla kun toista pohjustetaan. Käsitejärjestelmät muodostuvat pitkien prosessin kautta ja lasten tulee saada kehittyä omaa tahtiaan omien kykyjensä mukaisesti (Maalo & Rytönen, 2018; Tikkanen, 2018). Pelit ja leikit kehittävät muistia, motivoivat ja vähentävät ahdistusta (Tikkanen, 2008). Ohjatun opetuksen sitominen leikkiin innostaa lapsia ja harjoitusten yhdistäminen arkipäivän elämään auttaa lasta ymmärtämään sitä, mihin matematiikkaa tarvitaan ja mitä lasku tarkoittaa (Maalo & Rytönen, 2018; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021).

Toimintavälineiden käyttö innostaa oppilaita tutkimaan, harjoittelemaan ja soveltamaan abstraktisia käsitteitä (Joutsenlahti & Perkkilä, 2022; Moate ym., 2021; Tikkanen, 2008). Konkreettisen tekemisen vaihe luo pohjaa abstraktille ymmärtämiselle ja on erityisen tärkeää tuen tarpeessa oleville oppilaille (Maalo & Rytönen, 2018; Tikkanen, 2008). Toimintavälineet voidaan nähdä Tikkanen (2008) mukaan matemaattisten käsitteiden malleina, jotka ovat kätkeytyneitä puheeseen ja ajatteluun. Varga-Neményi-menetelmällä opetettaessa käytetään sekä pysyviä toimintavälineitä, kuten värisauvoja ja loogisia paloja, että satunnaisia toimintavälineitä, jotka voivat olla mitä tahansa arkeen liittyviä asioita, joiden avulla matemaattisia ongelmia voidaan havainnollistaa (Tikkanen, 2008). Välineiden avulla oppilaat voivat tarkistaa laskutoimituksiaan, luoda uusia ajatusmalleja ja yleistää ratkaisumenetelmiä (Maalo & Rytönen, 2018; Tikkanen, 2008). Samalla he oppivat myös tulkitsemaan symboleita objekteiksi eli kuvaamaan matemaattisia symbolilauseita piirtäen ja välinein (Maalo & Rytönen, 2018; Tikkanen, 2008).

2.3.3 Matematiikan oppimateriaali, oppikirja ja kielentäminen

Tässä tutkielmassa oppimateriaali käsittää oppikirjojen ja opettajan oppaiden lisäksi kaiken materiaalin ja välineet, joita opetuksessa käytetään. Opetuksen sisällön tulee pohjautua opetussuunnitelmaan. Oppimateriaali on opettajan työkalu ja apuväline opettajan ollessa vastuussa opetuksen sisällöstä ja suunnittelusta (Joutsenlahti & Vainionpää, 2010; Perkkilä ym., 2018).

Matematiikan opetus on perinteisesti ollut ja on edelleen hyvin oppikirjapainotteista. Opettajista suurin osa tukeutuu edelleen opetuksessaan oppikirjaan (Niemi, 2010, s. 41) ja oppikirjat ohjaavat opetusta vahvemmin kuin opetussuunnitelma (Crasin, 2018). Opettajat olettavat, että oppikirjoihin on koottu kaikki opetussuunnitelman perusteisiin sisältyvät asiat ja eivät siksi uskalla poiketa niiden sisällöistä (Perkkilä ym., 2018). Joutsenlahti ja Vainionpää (2010) kirjoittavat oppikirjojen ja opettajien oppaiden sisältöjen ja rakenneratkaisujen vaikuttavan voimakkaasti matematiikan opetukseen ja opiskeluun. Heidän mukaansa jopa 97 % (N=363) opettajista pitää oppikirjaa ja 88 % opettajien opasta melko tai erittäin tärkeänä matematiikan opetuksessaan. Oppimateriaalin lisäksi 75 % opettajista kokee toimintamateriaalin alakoulun matematiikan opetuksessa tärkeäksi (Joutsenlahti & Vainionpää, 2010).

Oppikirjoja on aiemmin tarkastettu, mutta tarkastusmenetelmä poistettiin jo vuonna 1990 ja nykyisin opettajien tulisi tiedostaa opetussuunnitelman sisältö ja pohtia oppikirjan hyötyä oppilaan kannalta oppikirjavalintoja tehdessään (Perkkilä ym., 2018). Kirjat etenevät hurjaa vauhtia ja on enemmän sääntö kuin poikkeus, että suurimmalle osalle oppilaista oppiminen ja ymmärrys jää pinnalliseksi ja on paljon oppilaita, jotka eivät ymmärrä lainkaan opettujen asioiden sisältöjä. Koska matematiikan oppiminen on kumuloituvaa, heidän on mahdoton oppia seuraavia asioita, jos he eivät ymmärrä aiempiakaan. Ongelmaksi oppikirjaa seuraavassa opetuksessa tulee se, että opettajat usein tahtoisivat rakentaa oppilaskeskeisiä ja ongelmanratkaisua korostavia oppimisympäristöjä, mutta kiireen keskellä päädytään tekemään pelkästään oppikirjatehtäviä ja oppiminen jää pinnalliseksi (Perkkilä ym., 2018). Tämä johtaa

oppilaiden negatiivisen matematiikkaminän muodostumiseen ja itsetunnon heikkenemiseen.

Perkkilä ym. (2018) kirjoittavat, että oppimisympäristöä ja opetuksen painotuksia ei voi rakentaa pelkästään oppikirjojen varaan, sillä niissä on erilaisia painotuksia ja pedagogisia ratkaisuja. He jatkavat, että opettajan asiantuntijuus opetussuunnitelman painotuksissa korostuu ja että oppikirjojen sisältöjä tulisi kehittää oppilaiden tasa-arvoisen oppimismahdollisuuden takaamiseksi, sillä oppilaan oppimisprosessin ja sosiaalisen vuorovaikutuksen merkitys oppimiselle ja matemaattisen ajattelun kehittymiselle on suuri. Joutsenlahden ja Vainionpään (2010) mukaan opettajia tulisi rohkaista rikkomaan rutiinejaan ja kokeilemaan erilaisia työtapoja ja konkreettisia toimintamateriaaleja matematiikan tunneilla. Vuoden 2014 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa painotetaan matematiikan ymmärtämistä ja ajattelun taitojen kehittämistä (Perkkilä ym., 2018; Opetushallitus, 2014). Perkkilä ym. (2018) toteavat, että opetuksen suunnittelu ja toteutus tulisi pohjautua opetussuunnitelmaan ja oppilastuntemukseen niin, että jokainen oppilas saisi rakentaa omaa matemaattista ymmärrystään omalta tasoltaan lähtien yhteistoiminnassa muiden oppilaiden kanssa. Suurin osa opettajista pitää kuitenkin oppikirjoja opetussuunnitelmaa merkityksellisempinä opetuksen suunnittelussa ja tukeutuu niihin (Crasin, 2018; Joutsenlahti & Vainionpää, 2010; Perkkilä ym., 2018).

Opettaja voi toiminnallaan edistää oppilaan matematiikan oppimista ja käsitteellisen ymmärtämisen kehittymistä (Joutsenlahti & Vainionpää, 2010). Matemaattisten käsitteiden tutkiminen monikanavaisesti vuorovaikutuksessa opettajan ja muiden oppilaiden kanssa tukee oppilaan oppimista (Perkkilä ym., 2018). Perkkilä ym. (2018) erottavat oppimisprosessista kolme osa-aluetta: toiminnallisen, ikonisen ja symbolisen tason. Näiden matematiikan kielentämisen muotojen kautta oppilaiden ajattelu tulee näkyväksi opettajalle. Perkkilä ym. (2018) toteavat, että matematiikan toiminnallisen tutkimisen ja toiminnan kielentämisen vaikutus oppimiseen on merkittävä ja että sitä ei voi jättää pois tai tulee oppimisvaikeuksia. Matematiikan kirjat eivät voi korvata tätä

ja niitä voi käyttää tässä vaiheessa korkeintaan toiminnan rinnalla ohjaavana tekijänä (Perkkilä ym., 2018). Oppilaan edetessä ikoniselle tasolle, hän syventää mielikuviaan ja oppimisen kohteena olevien asioiden ymmärrystä piirtäen, kirjoittaen, puhuen ja kuvia tulkiten käyttämällä edelleen välineitä ajattelunsa tukena (Perkkilä ym., 2018). Matematiikan kirjoissa ja sähköisissä materiaaleissa uudet asiat esitetään monesti kuvallisessa muodossa ja ne voidaan ottaa käyttöön siinä vaiheessa, kun oppilas pystyy selittämään matemaattista ajatteluaan välinein tai piirroksin (Perkkilä ym., 2018). Tämän jälkeen on luontevaa yhdistää opittuun asiaan matematiikan symbolinen kieli ja tutkia, kuinka opittua asiaa voi soveltaa ja mihinkä sitä tarvitaan yhteiskunnassa. Matematiikan oppikirjat toimivat matematiikan symbolisella tasolla opittujen asioiden vahvistamisessa, kun sieltä valitaan tehtäviä, jotka ovat oppilaalle sopivan haastavia (Perkkilä ym., 2018).

Perkkilä ym. (2018) kirjoittavat, että matematiikan oppikirjojen lähestymistapa voi olla määritelmälähtöinen, realistinen tai ongelmalähtöinen: Määritelmälähtöisen tavan lähtökohtana on symbolinen taso. Uusi käsite opetetaan siis teorialähtöisesti ja sitä harjoitellaan mekaanisesti toistamalla: Realistisessa lähestymistavassa lähtökohtana ovat oppilaan kokemusmaailmaan liittyvät arkielämän esimerkit ja siinä liikkeelle lähdetään yleensä toiminnalliselta tasolta. Ymmärryksen kasvaessa toiminnan rinnalla käytetään matematiikan kuviokieltä ja symbolista kieltä: Ongelmalähtöinen lähestymistapa lähtee liikkeelle ongelmasta, joka on tarkoitus ratkaista uutta tietoa tuottaen sitä soveltamalla, käyttämällä ja arvioimalla (Perkkilä ym., 2018). Matematiikan kirjat perustuvat vahvasti symboliseen ja määritelmälähtöiseen lähestymistapaan opetussuunnitelman edellyttämän arkipäiväntilanteisiin liittyvän realistisen lähestymistavan ja ongelmalähtöisen lähestymistavan jäädessä pääasiassa opettajan vastuulle, Crasin (2018), Joutsenlahti ja Vainionpää (2010) sekä Perkkilä ym. (2018) toteavat.

Matematiikan osaamisen alueet ovat matematiikan käsitteellinen ymmärtäminen, proseduraalinen eli menetelmällinen sujuvuus, strateginen kompetenssi eli kyky, mukautuva ja joustava päättely sekä pitkäjänteisyys ja

yritteliäisyys (Joutsenlahti & Lehtonen, 2018; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Lisäksi ymmärryksen rakentamisessa tarvitaan rakentavaa kriittistä ajattelua, abstraktin päättelyn taitoa, mielikuvitusta, tarkkuutta sekä asianmukaisia työkaluja, matemaattisia malleja sekä kollaboratiivista ajattelua ja kielentämistä (Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Oppimateriaalien tehtävissä pääpaino on proseduraalista sujuvuutta ja mukautuvaa päättelyä vahvistavissa tehtävissä käsitteellistä ymmärtämistä ja strategista kykyä kehittävien tehtävien jäädessä vähäisiksi, toteavat Crasin (2018), Joutsenlahti & Lehtonen (2018), Joutsenlahti ja Vainionpää (2010) sekä Perkkilä ym. (2018). Perkkilä ym. (2018) jatkavat, että oppikirjat ovat kaavamaisesti rakennettuja ja ohjaavat suorittamiskeskeiseen opiskelukulttuuriin ymmärrystä rakentavan kulttuurin sijaan.

Joutsenlahden ja Lehtosen (2018) sekä Leppäahon (2018) mukaan suurin osa oppikirjojen tehtävistä on suljettuja tehtäviä, joiden alku- ja lopputilanne on yksikäsitteisesti määritelty. Kuten Joutsenlahti ja Vainionpää (2010) kirjoittavat, oppikirjat ohjaavat vahvasti matematiikan perusopetuksen tunnin kulkua, josta tulee helposti kaavamainen. He jatkavat, että oppikirjojen yksipuolisissa suljetuissa mekaanisissa laskutehtävissä ja sivu sivulta etenemisessä korostuu oikeiden vastausten arvostaminen ja nopeus ilman ongelmanratkaisuprosessin kriittistä tarkastelua. Matemaattisen ajattelun kehittämiseksi tarvittaisiin enemmän avoimia strategista kompetenssia kehittäviä ongelmanratkaisutehtäviä kaikille oppilaille (Joutsenlahti & Lehtonen, 2018; Joutsenlahti & Vainionpää, 2010). Avoimet matemaattiset tehtävät sisältävät useita eritasoisia ongelmia, edellyttävät oppilailta monipuolista tiedonkäyttöä ja antavat heille enemmän harkinnanvapautta ja tilaa luovuudelle (Leppäaho, 2018). Ongelmanratkaisutaitojen lisäksi ne kehittävät käsitteellistä ymmärrystä ja multimodaalista osaamista (Joutsenlahti & Lehtonen, 2018).

Yksi ongelma on, että oppikirjat sisältävät keskenään ristiriitaista tietoa ja niiden matemaattisten toimitusten merkitsemistavat ja painotukset ovat erilaiset (Joutsenlahti & Vainionpää, 2010; Perkkilä ym., 2018). Kirjasarjojen toisistaan poikkeavat ratkaisut laskutapojen esimerkkimerkinnoistä ja oleellisesti toisistaan poikkeavat käsitteiden määrittelyt ovat ongelmallisia sekä oppilaille että

opettajille (Joutsenlahti & Vainionpää, 2010). Oppimisen kannalta on tärkeää, että opettaja käyttää johdonmukaisesti oikeita käsitteitä ja termejä ja että oppimateriaalin matemaattiset merkinnät ovat yhdenmukaisia ja loogisia. Joutsenlahti ja Vainionpää (2010) ehdottavat, että käsitteet määriteltäisiin opetussuunnitelman perusteissa. Oppikirjojen valtakunnallisesti yhtenäiset käsitelmääritelmät ja laskutapaohjeet tukisivat oppilaiden oppimista myös mahdollisissa siirtymätilanteissa esimerkiksi opettajan vaihtuessa tai oppilaan muuttaessa.

Perkkilä ym. (2018) kirjoittavat, että menetelmällisen sujuvuuden lisäksi tavoitteena on oppia esittämään ja perustelemaan tehtävien matemaattisia ratkaisuja ja osoittamaan konseptuaalista ymmärrystä. Oppimateriaalin tulisi tukea näiden tavoitteiden saavuttamista. Oppiminen edellyttää sinnikästä harjoittelua ja opittujen asioiden soveltamista eri tilanteissa. Oppilaat motivoituvat ja innostuvat uuden oppimisesta, kun opettaja huomioi oppilaiden kehitystason ja edellytykset (Perkkilä ym., 2018). Joutsenlahden ja Vainionpään (2010) mukaan oppimateriaalia tulisi kehittää oppilaiden ikäkaudet huomioiden ja sisällyttää sinne paljon avoimia tehtäviä, jotka kehittävät oppilaiden käsitteellistä ymmärtämistä ja ongelmanratkaisutaitoa. Perkkilä ym. (2018) toteavat, että oppimisen vahvistamiseksi ja syventämiseksi oppilaat tarvitsevat runsaasti kertaustehtäviä ja laskuja, joissa uudet käsitteet ja laskumenetelmät sekoittuvat aiemmin opittujen tietojen ja taitojen kanssa ja joissa oppilaiden tulee yhdistellä ja soveltaa tietoa. Crasin (2018) kirjoittaa, että on tärkeää, että oppikirjat ja muut opetuksessa käytettävät materiaalit tarjoavat monipuolisia ja monen tasoisia avoimia matemaattisia tehtäviä, jotka innostavat ongelmanratkaisuun ja ajatteluun sekä aktiiviseen syvemmän ymmärryksen muodostamiseen. Avoimet matemaattiset tehtävät, joihin löytyy useita ratkaisuja, haastavat matemaattiseen pohdintaan, kehittävät kognitiivista ongelmanratkaisutaitoa sekä proseduraalisia taitoja ja innostavat oppilaita kollaboratiiviseen työskentelyyn.

3 TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tässä tutkimuksessa selvitetään tutkimukseen osallistuneiden alakoulun luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä sekä kielentämisen menetelmistä matematiikan opetuksessa. Tarkoituksena on tutkia, millaisia käsityksiä luokanopettajilla on matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen ja mitä kielentämisen menetelmiä he käyttävät opetuksessaan. Lisäksi selvitetään, millainen merkitys oppikirjoilla on matematiikan kielentämisessä luokanopettajien mielestä.

Matematiikan opettamiseen ja oppimiseen liittyvissä tutkimuksissa matematiikan kielentämisellä on todettu olevan ratkaiseva merkitys matematiikan oppimiseen ja opettamiseen (Morgan ym., 2014). Perusopetuksen opetussuunnitelmassa (2014) matematiikan opetuksen tehtäväksi on määritelty oppilaiden luovan, täsmällisen ja loogisen matemaattisen ajattelun kehittäminen. Sen oppimiskäsityksen mukaisesti oppilaan ajattelu- ja ongelmanratkaisutaidot kehittyvät moniaistillisen aktiivisen toiminnan kautta (Opetushallitus, 2014). Matematiikan kielentäminen ajattelun välineenä tukee oppimista ja syvemmän ymmärryksen rakentamista (Hähkiöniemi, 2016; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Käsitykset vaikuttavat toimintaamme. Näiden syiden vuoksi on merkityksellistä tutkia alakoulun luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä sekä sitä, käyttävätkö he kielentämistä opetuksessaan.

Tutkimuskysymykset ovat seuraavat:

1. Millaisia käsityksiä luokanopettajilla on matematiikan kielentämisestä ja kielentämisen menetelmistä alakoulun matematiikan opetuksessa?
2. Millaisia käsityksiä luokanopettajilla on matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen?
3. Millainen merkitys oppikirjoilla on matematiikan kielentämisessä?

4 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

4.1 Tutkimuskonteksti

Tämä tutkimus on laadullinen fenomenografinen tutkimus. Valitsin tutkimusmetodikseni kuvailevan, empiirisen kasvatustieteen piirissä syntyneen kvalitatiivisen fenomenografisen tutkimusmetodisen otteen, sillä tarkoitukseni on tutkia alakoulun luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä (Kakkori & Huttunen, 2014; Vehmas, 2015). Fenomenografisessa tutkimuksessa tutkitaan fenomenografian perustaja Martonin mukaan ihmisten laadullisesti ja rajallisesti erilaisia tapoja havaita, ymmärtää, käsittää ja käsitteellistää erilaisia ilmiöitä ja ympärillämme olevaa maailmaa (Kakkori & Huttunen, 2014; Marton & Pong, 2005; Vehmas, 2015; Åkerlind, 2012). Tutkijan rooli on tarkastella ja analysoida toisten ihmisten käsityksiä ympäröivästä maailmasta toisen asteen perspektiivistä (Marton, 1981; Vehmas, 2015). Toisin sanoen tulkitsemalla ilmiöitä ja antamalla niille merkityksiä, tutkija ymmärtää ja käsittää niitä (Marton, 1981). Tutkimuksessani tutkin sitä, miten opettajat käsittävät ja ymmärtävät matematiikan kielentämisen ja sen hyödyn matematiikan oppimisen suhteen. Tutkin, millaisia käsityksiä alakoulun luokanopettajilla on matematiikan kielentämisestä ja kielentämisen menetelmistä alakoulun matematiikan opetuksessa, minkälaisia käsityksiä luokanopettajilla on matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen sekä millainen merkitys oppikirjoilla on matematiikan kielentämisessä. Pyrin siis tutkimuksessani kuvaamaan, analysoimaan, ja ymmärtämään opettajien näkökulmia matematiikan kielentämisestä (Marton, 1981).

Fenomenografia toimii Paloniemen ja Huuskon (2016) mukaan oppijakeskeisenä pedagogisena kehittämistyön välineenä luoden käyttäjälähtöistä arviointitietoa, minkä vuoksi sitä käytetään paljon, kun selvitetään käsityksiä oppimisesta, ohjaamisesta ja pedagogisista käytännöistä. Tutkiessani opettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä ja oppikirjoista, saan opettajilta käyttäjälähtöistä, autenttista tietoa siitä, mitä opettajat pitävät

matematiikan opetuksessa tärkeänä ja mitä he toivovat oppikirjoilta ja oppimateriaalilta.

Käsitykset muodostuvat ihmisten erilaisista näkökulmista ja tavoista priorisoida ja arvottaa asioita (Feldon & Tofel-Crehl, 2018). Kakkori ja Huttunen (2014) kirjoittavat, että ihmisen elämismaailma ja näkökulmat vaikuttavat käsitysten muodostumiseen ja siihen, miten uudet käsitykset vaikuttavat yksilölliseen tapaan ymmärtää maailmaa. Heidän mukaansa maailman kokemisen tavat ovat oppimisessa merkityksellisiä ja opettajien ja oppilaiden käsitykset oppimisesta vaikuttavat oppimiseen (Kakkori & Huttunen, 2014). Kun tiedetään matematiikan kielentämisen positiiviset vaikutukset oppimiseen, voidaankin todeta, että opettajien käsitykset kielentämisestä ja kielentämisen menetelmistä oppimisen suhteen ovat tärkeä tutkimuskohde. Tässä tutkimuksessa saadaan tietoa siitä, millaisia näkökulmia haastatteluihin osallistuneilla opettajilla on kielentämisestä ja kuinka heidän käsityksensä vaikuttavat heidän tapaansa ymmärtää matematiikan kielentämistä sekä tapoihinsa opettaa.

Vehmaksen (2015) mukaan fenomenografia asettuu ontologisilta sitoumuksiltaan realismin ja konstruktivismiin välille. Hän jatkaa, että pragmatistisen realismin mukaan on olemassa objektiivinen totuus ja maailma, joka on riippumaton ihmisten havainnoista. Fenomenografi tutkii ihmisten käsityksiä todellisuudesta ja korostaa kriittisestä realistisesta näkökulmasta ihmisten henkilökohtaisten käsityksien merkitystä ihmisten käsitysten ymmärtämisessä (Feldon & Tofel-Crehl, 2018). Ontologiselta kannalta katsottuna fenomenografia näkee yksilön erottamattomana osana todellisuutta (Vehmas, 2015). Marton (1981) kirjoittaa, että ilmiöitä tulkitessaan ja antaessaan merkityksiä ilmiöille, yksilö käsittää asioita. Toisin sanoen yksilöt näkevät ja kokevat todellisuuden eri tavoin ja tieto syntyy ihmisen ja maailman välisessä suhteessa (Vehmas, 2015). Merkityksellistä on, että tieto todellisuudesta välittyy ja rakentuu kielen kautta (Vehmas, 2015). Jokainen henkilö siis rakentaa omia käsityksiään ja ajatuksiaan oman tietopohjansa päälle suhteessa ympäristöönsä.

Näin myös opettajat muodostavat omia käsityksiään kielentämisen merkityksestä oppimisen suhteen suhteessa kouluympäristöön.

Fenomenografisen tutkimuksen tavoitteena on paitsi löytää ja kuvata ihmisten erilaisia käsityksiä myös tutkia, analysoida ja ymmärtää niiden välisiä suhteita (Paloniemi & Huusko, 2016; Vehmas, 2015), mikä on tavoitteena myös tässä tutkimuksessa. Ihminen on rationaalinen olento, joka rakentaa omaa ymmärrystään kontekstin, yhteisön ja ympäristön vaikutuksessa (Vehmas, 2015). Tutkijan käsitykset rakentuvat hänen aiemman tietonsa päälle tutkimusympäristön vaikuttaessa käsitysten muodostumiseen. Näin ollen myös tutkijat voivat muodostaa samasta aineistosta erilaisia kategorioita ja merkityksiä (Vehmas, 2015). Tämän tutkimuksen kategoriat nousivat analyysin myötä haastattelussa kerätystä aineistosta tulosavaruutta muodostaessani (Vehmas, 2015; Åkerlind, 2012).

Koska tutkimukseni on kasvatustieteen tutkimus, näen tärkeänä avata myös ihmiskäsitystä tutkimukseni taustalla, sillä ihmiskäsitys on tie kasvatusetiikan ja kasvatuksen tarkoituksen pohdintaan (Ojansuu, 2014). Tutkimuksessani näen ihmisyyden kehollisena, tajullisena ja situationaalisena kokonaisuutena, jonka kehitys ja kasvu on sidoksissa kulttuuriin. Kulturalismissa ihmisyyys rakentuu kulttuurin kautta järjen ollessa ihmisyyden olemuskehys (Ojansuu, 2014). Ihmisyyys siis perustuu vuorovaikutuksellisuuteen. Toisin sanoen, kun ihminen käy kulttuurisesti määräytyneen kasvu- ja kokemusprosessin läpi, hän samalla määrittää ja kontrolloi itseään tietyissä kulttuurisessa viitekehyksessä kasvaen ihmiseksi tietyn kulttuurin sisällä (Ojansuu, 2014). Lisäksi hän omaksuu kulttuurin kielen, symbolit, arvot, normit ja sosiaaliset tavat (Ojansuu, 2014). Onkin selvää, että tietoinen, tavoitteellisesti toimiva, järkevään toimintaan ja päättelyyn kykenevä, oppiva ihminen tekee tietoisia valintoja ja muodostaa käsityksiään ilmiöistä ja maailmasta kulttuurisidonnaisesti. On mielenkiintoista selvittää, millaisena tutkimukseen osallistuneet luokanopettajat näkevät matematiikan kielentämisen merkityksen oppimisen suhteen.

4.2 Tutkimuskirjallisuus, tutkimusaineiston keruu, tutkimukseen osallistujat ja tutkimusaineisto

Fenomenografinen tutkimus on aineistolähtöinen tutkimustapa, joka sisältää esitutkimuksen eli kirjallisuuteen perehtymisen ja teoriataustan kartoituksen teorian ollessa erottamaton osa tutkimusprosessia (Vehmas, 2015). Aloitin tutkimukseni teon teoriaan perehtymällä, sillä näin tärkeäksi muodostaa tutkimukselle teoriapohjan, jonka kautta tutkimuskysymykset vähitellen tarkentuivat ja täsmentyivät tutkimuksen edetessä (Kiviniemi, 2018). Käytin tutkimuksessani pääasiassa vertaisarvioituja tieteellisiä artikkeleita ja väitöskirjoja ja suurin osa lähteistäni on kirjoitettu viimeisen kymmenen vuoden aikana eli niiden tutkimustieto on suhteellisen uutta ja ajantasaista. Sähköiset tiedonhakujärjestelmät, joista hain tietoa hakusanojen¹ avulla olivat JYKDOK, JYX, Eric (ProQuest) ja Google Scholar. Löysin monia mielenkiintoisia lähteitä myös lukemieni artikkeleiden ja tutkimusten lähdeluetteloista. Jos lukiessani huomasin mielenkiintoisen lähteen, tutkin myös sen. Lisäksi sain tutkijoilta vinkkejä mielenkiintoisista artikkeleista, jotka liittyivät aiheeseeni.

Aineistonkeruumenetelmäksi valitsin puolistrukturoidun teemahaastattelun (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s. 47). Keskeisenä teemana haastattelussa oli matematiikan kielentäminen ja tavoitteeni oli saada opettajat avaamaan käsityksiään matematiikan kielentämisestä liittyen alakoulun matematiikan opetukseen ja oppimiseen. Haastattelukysymykset (liite 1) muodostin tutkimuskirjallisuuden kautta hankkimani teoreettisen esiyymmärryksen pohjalta (Eskola ym., 2018). Aikaisempiin tutkimuksiin perehtymällä muodostin käsityksen siitä, minkälaisilla kysymyksillä on mahdollista saada vastauksia tutkimuskysymyksiini (Eskola ym., 2018) ja muodostin haastattelurungon.

¹ matematiikan kielentäminen, matematiikan sanallistaminen, matemaattinen ajattelu, matematiikan kieli, matematiikan oppiminen, matematiikan opettaminen, matemaattiset taidot, eriyttäminen, oppiminen, oppimisen tuki, mathematical thinking, language of mathematics, language and mathematics education, language in mathematics teaching and learning, teaching mathematics, mathematical thinking, mathematical skills, conception of learning, language and communication in mathematics, language in mathematics education, mathematics education, sociocultural theory

Haastattelin kuutta virassa olevaa alakoulun luokanopettajaa luokkasteilta 1–6. Koska halusin tutkia alakoulun luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä, otin aluksi yhteyttä muutamaa luokanopettajaan, joiden uskoin omaavan haluamaani tietoa ja käytin niin sanottua lumipallo-otantaa, jossa kysyin heiltä suosituksia muista sopivista haastateltavista (Eskola ym., 2018). Noudatin tutkimuseettisen neuvottelukunnan ohjeita hyvistä tieteellisistä käytännöistä ja informoin haastateltavia ihmistieteiden eettisten periaatteiden mukaisesti (Ranta & Kuula-Luumi, 2017). Laadin kirjallisen tutkimustiedotteen ja tietosuojailmoituksen (liitteet 2 ja 3). Haastatteluun osallistuminen oli vapaaehtoista. Kerroin haastateltaville tutkimuksesta, haastattelusta ja siihen liittyvistä tietosuojaasioista ja kysyin heiltä luvan ja suostumuksen haastatteluun sekä haastattelun tallentamiseen jo heihin yhteyttä ottaessani ja haastatteluaikaa sopiessani. Haastattelupaikat sovittiin luokanopettajien toiveiden mukaan (Eskola ym., 2018). Haastatteluista viisi pidettiin luokanopettajien opetusluokissa ja yksi haastattelu toteutettiin Microsoft Teamsin kautta etänä.

Haastateltavat opettajat olivat kasvatustieteen maistereita, joilla oli luokanopettajan koulutus. Heistä neljällä oli takanaan pitkä joko yli kahdenkymmenen vuoden tai lähes kahdenkymmenen vuoden kokemus luokanopettajana. Kaksi haastateltavaa oli toiminut luokanopettajana noin kuusi vuotta. Toinen heistä oli aiemmalta koulutukseltaan lastentarhaopettaja ja toinen musiikkipedagogi. Kaikki haastatellut näkivät matematiikan tärkeänä oppiaineena. Heillä oli myönteinen asenne matematiikkaa kohtaan, ja he näkivät matemaattisen ymmärryksen rakentamisen tärkeänä. Kaksi heistä oli erityisen kiinnostuneita matematiikan opetuksesta, mikä näkyi heidän mielenkiintonaan tehdä omaa opetusmateriaalia. Taulukossa 1 on koottuna tietoja haastateltavien koulutuksesta ja työkokemuksesta haastattelujen toteutuksen järjestyksessä.

Taulukko 1

Haastateltavien taustatiedot

Koulutus	Työkokemus
Lastentarhaopettaja 1981 ja Kasvatustieteen maisteri 1997	Perhepäiväkodin ohjaaja 1981–1994 Luokanopettaja vuodesta 1997 lähtien vuosiluokilla 1–4
Kasvatustieteen maisteri 1993	Luokanopettajana 25,5 vuotta vuosiluokilla 1–5
Lastentarhaopettaja 1994 ja Kasvatustieteen maisteri 2016	Lastentarhaopettajana 20 vuotta Luokanopettaja vuodesta 2016 lähtien vuosiluokilla 1–6
Kasvatustieteen maisteri 2005	Erityisopettajan sijaisuuksia ennen valmistumista Luokanopettaja vuodesta 2005 vuosiluokilla 1–5
Kasvatustieteen maisteri 2001	Eskariopettajana 2001–2002 Luokanopettaja vuodesta 2002 lähtien vuosiluokilla 1–6
Musiikkipedagogi 1995 ja Kasvatustieteen maisteri 2017	Musiikkipedagogina 18 vuotta Luokanopettajana 6 vuotta vuosiluokilla 3–6

Tunnelma haastatteluissa oli avoin ja haastateltavat kertoivat mielellään näkemyksistään. Pysin haastattelun alussa luomaan mukavan ilmapiirin keskustelemalla haastateltavan kanssa ensin hieman yleisesti jostain neutraalista aiheesta ja kiittämällä haastattelun järjestymisestä (Ruusuvuori & Tiittala, 2017). Luottamusta rakentaakseni muistutin samalla haastattelun käyttötarkoituksesta ja anonymitteetistä (Eskola ym., 2018; Ruusuvuori & Tiittala, 2017). Aloitin haastattelut yksinkertaisilla ja helpoilla taustaa kartoittavilla avauskysymyksillä (Ruusuvuori & Tiittala, 2017). Esitin kaikille haastateltaville samat peruskysymykset (Ruusuvuori & Tiittala, 2017). Keskustelu oli vapaata ja en käynyt kysymyksiä aina samassa järjestyksessä, vaan annoin haastateltavien kertoa asioista vapaasti, mikäli juttua riitti. Pysin minimoimaan oman osuuteni, en ilmaissut omaa mielipidettäni ja vältin turhaa kommentointi (Ruusuvuori & Tiittala, 2017). Kommenttini olivat lähinnä jatkamiskehotuksia tai tarkentavia

kysymyksiä (Ruusuvuori & Tiittala, 2017). Tarkistin aina haastattelun lopuksi, että olimme käsitelleet kaikki aiheet ja annoin haastateltavalle mahdollisuuden lisäkommenttien esittämiseen (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s. 184). Nauhoitin haastattelut, kuuntelin ja litteroin ne aina heti haastattelun jälkeen samana päivänä niin, että ketään ei ole aineistosta tunnistettavissa (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s. 185; Åkerlind, 2012). Litteroitua tekstiä tuli yhteensä 43 sivua.

4.3 Aineiston analyysi

Tutkimuksen aineisto kerättiin haastattelemalla. Analyysimenetelmänä tutkimuksessa oli aineistolähtöinen sisällönanalyysi, jossa analyysi lähtee aineistosta (Eskola, 2018, s. 212; Hirsjärvi & Hurme, 2008; Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 108). Tutkimuksen teoriapohjaa rakensin lukemalla valitsemani artikkelit ja tutkimukset kirjaten samalla ylös niiden keskeiset sisällöt, tavoitteet ja tulokset. Niiden pohjalta rakensin omaa teoreettista käsitystäni ja ymmärrystäni peilaten tutkimuksista saamaani tietoa aikaisempaan teorian tietooni. Tarkensin tutkimuksen teoriaosuutta vielä haastattelujen jälkeenkin analyysin teon aikana (Kiviniemi, 2018). Tutkimuksen haastatteluiden kautta kerätyn aineiston analyysi eteni hermeneuttisessa kehässä uuden tiedon rakentuessa vanhan esiyymmärryksen päälle (Tuomi ja Sarajärvi, 2018, s. 40). Etenin yksittäisistä havainnoista yleiseen luomalla aineistosta teoreettista kokonaisuutta (Hirsjärvi & Hurme, 2008). Valitsin analyysiyksiköt tutkimuksen tehtävän asettelun ja tarkoituksen mukaisesti (Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 108). En ollut määritellyt tutkimuksen merkitysten ja käsitysten luokkia etukäteen, vaan ne nousivat esiin aineistosta analyysin myötä (Åkerlind, 2012).

Aluksi luin haastatteluaineiston useamman kerran läpi (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s. 143; Kiviniemi, 2018; Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 122; Åkerlind, 2012). Rajasin datasta pois sellaiset asiat, jotka eivät kuuluneet tutkimuskysymysten piiriin, minkä jälkeen ryhdyin etsimään merkityksiä ja niiden variaatioita (Hirsjärvi & Hurme, 2008 s. 143–150; Tuomi & Sarajärvi, 2018; Åkerlind, 2012). Ensin etsin aineistosta asiat, jotka vastasivat tutkimuksen ensimmäiseen

tutkimuskysymykseen. Alleviivasin samaa asiaa kuvaavat ilmaisut samalla värillä (Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 123). Merkitsin sinisellä kohdat, joissa opettajat kuvasivat ymmärrystään matematiikan kielentämisestä ja omilla väreillään eri kielentämisen menetelmät, joita opettajat kuvasivat ja kertoivat käyttävänsä. Keräsin kaikki omiin tiedostoihinsa. Sitten erotin aineistosta tummanvihreällä alleviivaten ja omaan tiedostoonsa kooten käsitykset, jotka vastasivat toiseen tutkimuskysymykseen ja liittyivät oppimiseen. Kolmanneksi keräsin aineistosta asiat, jotka vastasivat kolmanteen tutkimuskysymykseen. Alleviivasin oppimateriaaliin liittyvät käsitykset vaalean vihreällä ja oppikirjoihin liittyvät käsitykset punaisella ja keräsin ne omiin tiedostoihinsa.

Tämän jälkeen keskityin vuorollaan jokaiseen kysymykseen vastaavien käsitysten pelkistettyjen ilmausten listaamiseen ja analysointiin (Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 123–125). Lajittelin ja luokittelin dataa kuvailevia kategorioita luoden ja niitä vertaillen (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s. 144–150; Åkerlind, 2012). Muodostin ensin alakategorioita, joista analyysin myötä päädyin vähitellen kuvauskategorioita yhdistävien yläkäsitteiden nimeämiseen (Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 123–125). Lisäksi pohdin datasta nousevien käsitysten suhdetta teoreettisiin näkökulmiin (Kiviniemi, 2018) ja pyrin tekemään johtopäätöksiä aineistosta löytyvistä uusista näkökulmista suhteessa teoreettisiin oletuksiin ja johtoajatuksiin. Analyysi tapahtui rinnakkain teorian rakentumisen kanssa (Kiviniemi, 2018).

Esimerkkinä analyysin tekemisestä kuvaan kielentämistä selittävän ensimmäisen yläkäsitteen ja sen kuvauskategorioiden muodostumista. Tutkin aineistosta keräämiäni kielentämistä ja kielentämisen keinoja kuvaavia opettajien käsityksiä ja keräsin yhteen samaa asiaa tarkoittavia asioita. Pelkistettyinä ilmauksina luokittelin samaan ryhmään kuuluviksi mm. seuraavia: ”puhutaan, mitä tarkoittaa”, ”osaa sanoittaa asioita”, ”osaa pukea asiat sanalliseen muotoon”, ”osaa sanoittaa laskuja ja tehdä laskutarinoita”, ”oppilaat puhuu siitä, kuinka ne pääsi johonkin ratkaisuun”, ”oppilaat vertailevat”, ”asioiden arkipäiväistäminen” ja ”avataan sanallisesti se, mitä lasketaan”. Pelkistetyistä ilmauksista muodostin neljä

alaluokkaa: matematiikkatarinat, arkipäiväistäminen, puhuminen ja vertailu ja näistä yhdistin tulosavaruudessa yhden yläkäsitteen, joka on sanoittaminen. Muut kuvausgategoriat ja yläkäsitteet muodostin samalla tavalla. Huomasin, että analyysi vei paljon aikaa ja että joskus pieni tauko teki hyvää ja selkeytti ajattelua, sillä kun asian jätti hetkeksi taka-alalle ja keskittyi toiseen asiaan, ajatus kehittyi ja muotoutui vähitellen.

Analyysi vaatii tutkijalta valppautta ja oman ajattelun kriittistä reflektointia (Åkerlind, 2012). On pidettävä koko ajan mielessä tutkimuksen tavoite ja toimittava sen mukaisesti (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s. 169). Pysin luomaan kriteereitä, strukturoimaan ja ryhmittelemään käsitteitä luokiksi sekä etsimään yhteneväisyyksiä ja eroavaisuuksia luokkien välillä. Eri perspektiivien kautta tutkiminen ja keskittyminen vuoroin tietoon, rakenteeseen tai merkitykseen, selvensi ajatuksiani (Åkerlind, 2012). Analyysistä nousevien käsitteiden luokittelu selveni minulle vähitellen myös teorian ja aineiston kesken käydyn vuoropuhelun kautta (Vehmas, 2015). Pysin rakentamaan temaattista kokonaisuutta, joka vastasi tutkimuskysymyksiin, ja luokittelemaan ja jäsentämään aineistoni analyttisen analyysin avulla kielentämistä kuvaaviin teema-alueisiin (Kiviniemi, 2015). Loin käsitysten kirjosta kategoriat eli tulosluokat ja järjestin ne loogisesti ja struktuurisen hierarkkisesti (Åkerlind, 2012). Vähitellen hahmotin aineistosta ydinkategorioita ja keskeisiä käsitteitä. Lopulta muodostin löytämistäni käsityksistä tulosavaruuden eli käsitekokonaisuuden, jota ei voi ymmärtää tutkimuksesta erillisenä (Vehmas, 2015; Åkerlind, 2012).

Tutkimustuloksina ensimmäiseen tutkimuskysymykseen nousi analyysissä kolme yläkäsitettä, jotka kuvaavat opettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä. Ensimmäinen keskeinen aineistosta noussut kielentämisen käsite on *sanoittaminen*, toinen keskeinen käsite on *konkretisointi* ja kolmas keskeinen käsite on *ymmärtäminen* (taulukko 2). Nämä kaikki kolme käsitettä nousivat yhtä voimakkaasti opettajien näkemyksistä. Sanoittaminen ja konkretisointi ovat kielentämisen keinoja ja matemaattinen ymmärrys kasvaa niiden kautta.

Taulukko 2

*Tutkimustuloksien yläkäsitteet
tiivistettynä
tutkimuskysymyksittäin*

Tutkimuskysymys	Kuvauskategorioita yhdistävä yläkäsitteet
Millaisia käsityksiä luokanopettajilla on matematiikan kielentämisestä ja kielentämisen menetelmistä alakoulun matematiikan opetuksessa?	Sanoittaminen Konkretisointi Ymmärtäminen
Minkälaisia käsityksiä luokanopettajilla on matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen?	Matematiikan konkreettiseksi tekeminen Matemaattisen ajattelun ja ymmärtämisen edistäminen Oppimisen tuki Innostaminen ja motivointi
Millainen merkitys oppikirjoilla on matematiikan kielentämisessä?	Kirja toimii opetuksen runkona Kirjan tulisi tukea opetusta, oppimista ja eriyttämistä Kirjojen rinnalle tarvitaan välineitä ja piirtämistä Toivotaan lisää sanallisia tehtäviä ja ongelmanratkaisutehtäviä Toivotaan enemmän aikaa harjoittelemiselle, pohtimiselle ja tutkimiselle sekä peruslaskutaitojen vahvistamiselle Kirjoissa on liian paljon asiaa epäloogisessa järjestyksessä. Niiden sisältöjä voisi karsia ja jättää vain olennaiset asiat Vanhat ja uudet oppikirjat eroavat paljon toisistaan, uudet kirjasarjat tukevat paremmin kielentämistä

Tutkimustuloksina toiseen tutkimuskysymykseen nousi opettajien käsityksistä matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen neljä yläkäsitettä (taulukko 2). Opettajat näkevät matematiikan kielentämisen hyödyttävän oppimista, sillä *matematiikka voidaan tehdä lapsille konkreettiseksi kielentämällä. Kielentäminen edistää matemaattista ajattelua ja ymmärtämistä. Se tukee oppimista ja innostaa ja motivoi oppilaita työskentelemään matematiikan parissa.* Näistä yläkäsitteistä merkittävimpänä oppimisen suhteen opettajat pitivät matemaattisen ajattelun ja ymmärtämisen edistämistä sekä matematiikan konkreettiseksi tekemistä. Konkreettiseksi tekeminen tukee oppimista ja kun oppilaat saavat onnistumisen kokemuksia mielekkään työskentelyn tuloksena, he innostuvat ja motivoituvat harjoittelemaan lisää.

Kolmanteen tutkimuskysymykseen, joka koski opettajien käsityksiä oppikirjojen merkityksestä matematiikan kielentämisessä nousi keskeiseksi käsitykseksi se, että *oppikirjan tulisi toimia opetuksen runkona ja tukea opetusta, oppimista ja eriyttämistä*. Kielentämisen kannalta merkittävänä opettajat näkivät sen, että *kirjojen rinnalla käytettäisiin välineitä ja piirtämistä* ja että *kirjat sisältäisivät paljon sanallisia tehtäviä ja ongelmanratkaisutehtäviä*. Lisäksi he toivoivat *lisää aikaa harjoittamiselle, pohtimiselle, tutkimiselle sekä peruslaskutaitojen vahvistamiselle*. Opettajien käsityksien mukaan *kirjoissa on liian paljon asiaa epäloogisessa järjestyksessä*. Heidän näkemystensä mukaan vanhat ja uudet *oppikirjat eroavat paljon toisistaan ja uudet kirjasarjat tukevat paremmin kielentämistä* (taulukko 2).

4.4 Eettiset ratkaisut

Huolehdin tutkimusta tehdessäni tutkimusetiikasta mahdollisimman hyvin. Tein aineistonhallintasuunnitelman siitä, kuinka aineistoa käsitellään tutkimuksen aikana huolellisesti ja tarkasti ja kuinka se hävitetään asianmukaisesti tutkimuksen valmistuttua (TENK, 2019). Laadin tutkimushaastattelusta tiedotteen sekä tietosuojailmoituksen, joihin kirjasin tutkimusaiheen, aineiston käyttötarkoituksen sekä sen, että tutkimusaineistoa käsitellään niin, että haastateltavat eivät ole tunnistettavissa (liitteet 2 ja 3) (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s. 20; Kinna & Puuranen, 2021; TENK, 2019). Olin tutkittaviin lisäksi yhteydessä henkilökohtaisesti puhelimitse, kerroin tutkimuksesta ja kysyin heidän suostumuksensa haastatteluun (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s. 20). Haastateltavat osallistuivat tutkimukseen vapaasta tahdostaan ja he tiesivät etukäteen, mitä asiaa haastattelu koski (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s.20; TENK, 2019). Haastateltavat saivat itse valita haastattelupaikan. Haastattelujen jälkeen litteroin (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s. 20) ja pseudonymisoin aineiston huolellisesti niin, että haastateltavat eivät ole tunnistettavissa ja merkitsin heidät koodeilla H1 - H6 (Jyväskylän yliopisto). Käytin raportoinnissa näitä koodeja viitatessani haastateltavien suullisiin lausumiin ja käsittelin aineistoa luottamuksellisesti, joten haastateltavien

yksityisyys on suojattu, he eivät ole olleet tunnistettavissa missään vaiheessa tutkimusta ja heille ei koidu minkäänlaisia jälkiseuraamuksia tutkimuksesta (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s.20).

Tutkijan roolin ja oman tarkasteluperspektiivin selkiyttäminen sekä omien käsitysten tiedostaminen on tärkeää (Kiviniemi, 2018; Åkerlind, 2012). Fenomenografisen tutkimusmetodin mukaisesti konstituoin eli rakensin tulkintaa aiempien tietojeni, käsityksieni ja kokemuksieni pohjalta (Vehmas, 2015). Näin ollen onkin tärkeää suhtautua kriittisesti tutkimustuloksiin, sillä vaikka raportoin tutkimukseni aineiston keruun ja analyysin mahdollisimman tarkasti ja avoimesti, aineiston analyysi ja tutkimusraportin laadinta on aineistolähtöisessä analyysissä tulkinnallista ja tutkijan henkilökohtaisen konstruoinnin tulosta (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s. 20; Kiviniemi, 2018). Tiedostan, että aiemmat tiedot väistämättä vaikuttivat haastattelurungon suunnitteluun, aineiston analyysiin ja tulosten tulkintaan ja siten myös tutkimuksen lopputulokseen, vaikka pyrin olemaan objektiivinen (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s.20; Kiviniemi, 2018; Åkerlind, 2012). Jonkun toisen tekemänä samasta aineistosta voisi siis nousta erilainen tulosavaruus. Analysoidessani pohdin tuloksia kielentämisen kannalta. Tulkinta kehittyi tutkimuksen edetessä. Tuloksia raportoidessani pyrin vastaamaan tutkimuskysymyksiin ja esittämään ja perustelemaan oman tulkintani mahdollisimman avoimesti, rehellisesti, selkeästi ja johdonmukaisesti pohjaamalla perusteluni tutkimusdataan ja teoriaan (Kiviniemi, 2018).

5 TULOKSET

Luokanopettajien käsitykset matematiikan kielentämisestä ja kielentämisen vaikutuksesta oppimiseen näkyvät heidän tavassaan opettaa ja käyttää opetuksessaan kielentämisen menetelmiä, mikä tulee hyvin esiin tämän tutkimuksen tuloksissa. Tutkimukseen osallistuneet opettajat käyttivät kielentämisen menetelmiä monipuolisesti oppilaita innostaakseen ja kannustaakseen sekä oppimista ja ymmärrystä edistääkseen. Opettajilla on selkeä näkemys siitä, millainen oppikirjan tulisi olla ja mitä muutoksia he toivoisivat oppikirjoihin, jotta ne tukisivat mahdollisimman hyvin oppimista.

5.1 Luokanopettajien käsityksiä kielentämisestä ja kielentämisen menetelmistä alakoulun matematiikan opetuksessa

Tässä tutkimuksessa tulosavaruus nousi aineistosta tutkijan henkilökohtaisen konstruoinnin tuloksena (Kiviniemi, 2018). Kun opettajilta kysyttiin, mitä heille tulee mieleen matematiikan kielentämisestä, vastauksista nousi mm. käsitteet sanoittaminen, ymmärtäminen, konkretisointi, puhuminen, ajattelu, arkipäiväistäminen, vertailu ja piirtäminen. Tutkimuksen tulosavaruudessa eli käsitekokonaisuudessa (Vehmas, 2015; Åkerlind, 2012) keskeisiksi opettajien käsityksiksi matematiikan kielentämisestä nousivat käsitteet *sanoittaminen*, *konkretisointi* ja *ymmärtäminen* (taulukko 3). Ne olivat kaikki yhtä tärkeitä käsitteitä ja vahvasti yhteydessä toisiinsa. Sanoittaminen ja konkretisointi auttavat sanallisten ongelmanratkaisutehtävien ratkaisussa ja ymmärryksen ja matemaattisen ajattelun rakentamisessa.

Taulukko 3

Opettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä ja heidän käyttämiään kielentämisen menetelmiä

Kuvauskategorioita yhdistävä yläkäsite	Kuvauskategoria
Sanoittaminen	Matematiikkatarinat Arkipäiväistäminen Puhuminen Vertailu
Konkretisointi	Piirtäminen Välineet Arkipäiväistäminen Matematiikkapelit Moniaistillisuus
Ymmärtäminen	Matemaattisen ajattelun kehittäminen Sanalliset tehtävät Ongelmanratkaisutehtävät ja ongelmanratkaisutaitojen kehittäminen

Ensimmäinen keskeinen käsite on sanoittaminen. Kaikki haastateltavat käsittivät matematiikan kielentämisen matematiikan laskujen ja yhtälöiden sanoittamiseksi. Yksi haastatelluista kuvasi kielentämistä seuraavasti: "Kielentämisestä tulee mieleen, että osaa sanoittaa asioita ja pukea lausekkeet sanalliseen muotoon (H3)". Opettajat näkivät tärkeänä, että matematiikka tuodaan osaksi arkipäivää, että esimerkit nostetaan lapsen omasta elinpiiristä ja että abstraktit asiat käännetään lapsen kokemuspiiriin kuuluvaksi, kuten seuraavat kommentit kuvastavat: "Se on tavallaan matematiikan konkretisointia - Tuodaan matematiikka osaksi toisen arkipäivää (H1)", "Asioiden arkipäiväistäminen ja konkreettisesti selittäminen ja näyttäminen (H4)". Konkreettinen selittäminen ja havainnointi auttavat lasta ymmärtämään, mistä laskut koostuvat ja mitä niissä lasketaan. Käsityksenä nousi selkeästi esiin se, että matematiikan sanoittaminen, puhuminen ja oppilaiden välinen dialogi edistävät matemaattista ajattelua ja ymmärrystä. On tärkeää, että

oppilaat sanoittavat laskuja ja tekevät laskutarinoita. Kun avataan sanallisesti se, mitä lasketaan, mitä tehdään ja miksi laskussa tehdään niin kuin tehdään, oppilaat oppivat ymmärtämään matematiikkaa. Oppilaat voivat myös neuvoa toisiaan ja harjoitella esimerkiksi vertailua tai matematiikkatarinoiden keksimistä yhdessä. He huomaavat, että on erilaisia tapoja päästä ratkaisuun.

Kaikki opettajat näkivät sekä opettajan että oppilaiden tekemien laskutoimitusten ja ajatusten sanoittamisen tärkeänä. Oppilaat sanoittavat ja selittävät laskuja opettajalle ja toisilleen sekä neuvovat toisiaan. Opettajat kehottavat oppilaita kertomaan, mitä he tekevät ja miksi he tekevät niin. Moni opettaja yhdisti piirtämisen, sanoittamisen ja välineiden käytön. Neljä kuudesta opettajasta käytti matematiikka- ja laskutarinoita. He näkivät ne tärkeänä välineenä ja tien avaajana matematiikan maailmaan. He käyttivät niitä laskujärjestysten opettamiseen, sanallisten tehtävien harjoitteluun, matematiikan lasten elämisaailmaan tuomiseen, peruslaskutoimitusten harjoitteluun ja ylöspäin eriyttämiseen. Opettajat kuvasivat matematiikkatarinoiden käyttöä mm. seuraavasti: "Nyt kun meillä oli laskujärjestys, niin meillä oli kuningassulku - Mä yritän tehdä tarinaa niin, että ne muistais niitä asioita (H3)" ja "Taululle on keksitty laskutarinoita ja muutama tosi taitava teki toisilleen laskuja jostain kuvasta (H4)". Opettajien käsitystensä mukaan tarinat uppoavat alakoulussa kaikille.

Toinen keskeinen käsite on konkretisointi. Kaikki tutkimuksen haastatteluihin osallistuneet opettajat käyttivät piirtämistä ja kuvia matematiikan opetuksessa. He piirsivät itse ja pyysivät oppilaita piirtämään sanalliset tehtävät auki, jotta he hahmottaisivat ja ymmärtäisivät, mitä kysytään. Yksi opettajista kertoi: "Piirtäminen on aivan älyttömän tärkeää sanallisissa tehtävissä ja asioiden konkreettisesti tuominen siihen hetkeen (H3)". Piirtäminen siis auttaa sanallisissa tehtävissä asioiden konkretisoimisessa. Opettajien käsitysten mukaan kuvien piirtäminen sekä numeeristen laskujen että sanallisten tehtävien ja ongelmanratkaisutehtävien yhteydessä selventää oppilaiden matemaattista ajattelua. He kannustivat oppilaita piirtämään mm. seuraavalla tavalla: "Piirrä pieni kuva, niin sä hahmotat, että mitä siinä kysytään (H2)".

Matematiikkatarinoiden keksimisessä, laskujen lasten arkipäivään tuomisessa sekä abstraktien asioiden konkretisoinnissa piirtäminen nähtiin keskeiseksi keinoksi ymmärtämiseen johtavalla tiellä. Yksi opettaja kertoi myös yhdistävänsä välillä matematiikan ja kuvaamataidon esimerkiksi silloin, kun harjoitellaan geometriaa: "Viime vuosiluokalla jätin geometrian kuvaamataitoon (H3)". Osa opettajista yhdisti piirtämisen ja sanalliset tehtävät myös toiminnallisiin harjoituksiin, sijoittamalla eri puolille luokkaa tehtäviä, joita oppilaat käyvät lukemassa ja tekemässä, jolloin pieni liike virkistää ja aktivoi aivoja. Opettaja antoi esimerkin toiminnasta: "On laitettu seinälle piirretty kuusi ja ympäri luokkaa tehtäviä ja annettu tehtäväksi, että tee kuuseen sen ja sen verran punaisia palloja tai palloja, joista sen ja sen verran osuutta on punaista ja sen ja sen verran sinistä (H6)".

Opettajat käyttävät paljon välineitä matematiikan konkretisoinnissa erityisesti pienten lasten kanssa. Opetuksessa ja laskemisessa käytettävät välineet opettajat valitsevat oppilaiden mukaan sekä opetettavan asiasisällön mukaan. Yksi opettajista näkee, että konkreettisesti koskettaminen tukee moniaistista oppimista: "Se on monelle on hirmu tärkeää se, että ne saa koskettaa, että se tulee monen aistin kautta (H2)". Yksi opettajista totesi, että on tärkeää, että välineiden käytöstä tulee arkipäiväistä eikä erottelevaa. Tämä toteutuu, kun niitä käyttävät kaiken tasoiset oppilaat. Opettamisen havaintovälineinä ja oppilaiden laskemisen tukena opettajat hyödyntävät esimerkiksi helmiä, nappeja, kyniä, palikoita, munakennoja, massapalloja, leikkirahoja, magneettinappuloita, satavälineitä, ruudukkoja, helmitauluja ja sormia. Yksi opettaja totesi huomanneensa, että on kuitenkin tärkeää, ettei saa olla liikaa välineitä kerralla käytössä, vaan kun ryhtyy käyttämään jotakin välinettä, niin sitten on hyvä käyttää sitä. Useampi opettaja nosti sormien käytön tärkeäksi ja esitti, että niitä pitäisi käyttää enemmänkin, koska ne ovat aina mukana. Yksi haastateltavista sanoi: "Sormia on hirveen paljon käytetty aina. Se on sellainen laskukone, joka on niin lähellä, ettei pääse edes eroon. Ne on parhaat, ne on aina mukana, ei tarte ladata (H2)". Toinen opettaja kertoi, että oppilaille on kyllä ollut tarjolla välineitä, mutta ettei hän ole tarvinnut välineitä oppilaidensa kanssa muuta kuin

kymmenylitysten harjoittelussa, sillä kaikki oppilaat ovat oivaltaneet asiat sanallistamisen ja piirtämisen sekä kirjan oheismateriaalin, digimateriaalin ja kirjan tehtävien kautta.

Opettajien käsitysten mukaan matematiikkapelit motivoivat ja innostavat oppilaita ja edistävät yhteisöllistä oppimista. He käyttivät niitä monessa muodossa. Oppikirjoissa olevat pelit nähtiin kivoina ja kehittävinä välipaloina. Lisäksi opettajat keksivät itse pelejä ja käyttivät mm. numerokortteja, pelikortteja, pelilautoja, kirjojen lisämateriaaleja sekä digimateriaaleja. Yksi opettaja rakensi oppilaidensa kanssa säännöllisesti matematiikkapelejä tai useamman oppiaineen eheyttäviä pelejä. Hän teki niitä myös itse ja kertoi seuraavasti: ”Periaatteessa meillä on joka viikko yksi matikan pelitunti. Siinä on sitten välillä niitä pelejä, joita ne on ite tehnyt tai sitten mulla on niitä pelejä – ja ne on sanallisia juttuja ja hyvin usein pari- tai ryhmätehtäviä (H6)”. Peleissä vahvistettiin opittuja asioita ja ne sisälsivät paljon sanallisia tehtäviä. Opettajat näkivät pelien tärkeänä elementtinä sen, että niissä aktivoidaan oppilaiden ajattelua ja sanallistetaan paljon puolin ja toisin.

Kun opettajilta kysyttiin tarkemmin eri kielentämisen keinoista ja sitä, mitä menetelmiä he käyttävät matematiikan opettamisessa, ilmeni siis, että he käyttävät paljon erilaisia matematiikan kielentämisen keinoja opetuksessaan. Heidän mukaansa kuvat ja piirtäminen, sanoittaminen, matematiikkatarinat, sanalliset ongelmanratkaisutehtävät, pelit, välineet ja toiminnallisuus tukevat oppilaiden oppimista ja ymmärtämistä. Painotukset eri keinojen käytössä riippuivat opettajasta, mutta jokainen näki tärkeäksi sen, että matematiikkaa tulee lähestyä lapsen maailmasta käsin ja mitä pienemmästä lapsesta on kyse, sitä konkreettisemmasta on tärkeää lähteä liikkeelle.

Kolmas keskeinen kielentämisen käsite on ymmärtäminen. Opettajien näkemysten mukaan matematiikan opetuksen ja oppimisen päämääränä on matemaattisen ajattelun ja ymmärryksen kehittäminen ja heidän käsityksensä mukaan kielentäminen edistää näiden tavoitteiden saavuttamista: ”Kun oppilas osaa itse selittää, mitä on tehnyt laskussa, hän on ymmärtänyt sen (H6)”. Heidän käsitystensä mukaan ymmärtämistä ja ajattelua kehittävät erityisesti sopivan

tasoiset sanalliset ongelmanratkaisutehtävät, jotka haastavat oppilaita pohtimaan ja joiden ratkaisemiseen oppilaiden tulee nähdä vaivaa. Yksi opettaja käyttää opetuksessaan erityisen paljon ongelmanratkaisutehtäviä ja kertoo seuraavasti: ”Pyrin tekemään aika paljon sanallisia juttuja, plus että oppilaat niinku itse tekevät sanallisia juttuja (H6)”. Keskeisiä kielentämisen keinoja, jotka auttavat ymmärryksen muodostamisessa, ovat opettajien opetuksessa piirtäminen, puhuminen, selittäminen, vertailu, matematiikkatarinat, välineet, matematiikkapelit sekä sanalliset ongelmanratkaisutehtävät. Yksi opettaja kuvaa näin: ”Oppilaat puhuu siitä, kuinka ne pääsee johonkin ratkaisuun ja ne neuvoo toisiaan ja huomaa, että niillä on kaikilla erilaisia tapoja päästä ratkaisuun (H5)”.

5.2 Luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen

Analyysissä luokanopettajien käsityksistä matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen keskeisiksi käsitteiksi nousivat *matematiikan konkreettiseksi tekeminen, matemaattisen ajattelun ja ymmärtämisen edistäminen, oppimisen tuki sekä innostaminen ja motivointi*. Nämä yläkäsitteet ovat sidoksissa toisiinsa, sillä matematiikan konkreettiseksi tekeminen edistää matemaattista ajattelua ja ymmärtämistä sekä tukee oppimista. Lisäksi monipuoliset kielentämisen menetelmät ja yhteisöllinen oppiminen innostavat ja motivoivat oppilaita.

Opettajien näkemysten mukaan kielentäminen mahdollistaa oppilaiden yksilöllisyyden huomioimisen ja erilaisten lähestymistapojen käytön. Heidän käsityksiensä mukaan matematiikan sanallistamisen, piirtämisen ja välineiden käytön kautta luodaan matematiikan yhteys lasten elämismaailmaan ja matematiikan maailma avautuu lapsille innostavana ja motivoivana yhteisöllisen ja moniaistillisen työskentelyn myötä. Oppilaat muodostavat uusia käsitteitä ja yhteyksiä käsitteiden välille ja heidän ajattelunsa ja matemaattinen ymmärtämisensä kasvaa yhteisen pohdinnan, sanallisten tehtävien ja ongelmanratkaisutehtävien ratkomisen kautta (taulukko 4).

Taulukko 4

Luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen

Kuvauskategorioita yhdistävä yläkäsite	Kuvauskategoria
Matematiikan konkreettiseksi tekeminen	Matematiikan maailman avaaminen Välineet Piirtäminen Sanallistaminen Arkipäivään yhdistäminen Moniaistillisuus Matematiikkapelit
Matemaattisen ajattelun ja ymmärtämisen edistäminen	Käsitteiden muodostaminen Sanalliset tehtävät Ongelmanratkaisutehtävät ja ongelmanratkaisutaitojen kehittäminen Yhteinen pohdinta
Oppimisen tuki	Välineet Piirtäminen Arkipäivään yhdistäminen Moniaistillisuus Matematiikkapelit
Innostaminen ja motivointi	Monipuoliset menetelmät Pari - ja ryhmätyöskentely, yhteinen pohdinta

Tutkimukseen osallistuneiden opettajien käsityksien mukaan kielentäminen eri muodoissaan tukee oppimista ja on ehdotonta etenkin niiden oppilaiden opettamisessa, joille numeroiden kieli ja matemaattiset kuviot eivät avaudu helposti. He näkevät, että kielentäminen on erityisen tärkeää niille lapsille, joiden matemaattinen ajattelu ei ole vielä kovin pitkälle kehittynyt. Opettajat kertovat mm. seuraavasti: "Oppilaat, joille ei numeroiden kieli taikka nää kuviot avaudu, niin ne tarvii siihen tueksi sen kielentämisen (H1)", "Haittaa siitä ei ole kenellekään(H1)" ja "Kyllä kielentäminen on ehdoton juttu, että pystyt vaikka tarinoiden kautta avaamaan oppilaille ja tuomaan sen konkretiaan, että mitä tämä tarkoittaa (H3)". Opettajat kertovat yhdistävänsä matematiikan arkipäivään ja konkretiaan tarinoiden kautta. Yksi heistä toteaa

matikkatarinoista seuraavasti: "Tavallaan avaisi sitä matikan maailmaa, joka on toisille tosi hankala hahmottaa. Ja sitten niinku ymmärtää, että ei se matikka ole mitään ihmeellistä. Se onkin ihan meidän arkipäivää. Se on joka hetki meillä läsnä (H3)".

Välineiden käytön nähdään edistävän oppimista erityisesti alkuopetuksessa. Ne mahdollistavat konkreettisen koskettamisen ja näkemisen ja monen aistihavainnon yhdistämisen, mikä helpottaa monien lasten ajatusten jäsentämistä ja ymmärtämistä. Opettajat totesivat, että kun välineiden käyttö on oppilaille arkipäivää ja kaiken tasoiset oppilaat käyttävät niitä, jokainen uskaltaa ja kehtaa käyttää niitä omien tarpeidensa mukaisesti eikä koe välineiden käytön olevan rangaistus tai pelkää joutuvansa leimatuksi heikoksi oppilaaksi. Yksi opettaja oli näyttänyt oppilailleen videon, jossa oikein taitavat helmitaulunkäyttäjät laskivat melkein nopeammin kuin koneet ja osoittanut siten oppilailleen, kuinka ihan kaikki voivat hyötyä välineiden käytöstä hyödyntämällä niitä omalla tavallaan.

Välineiden käyttö ja tutkiminen on opettajien käsitysten mukaan helpompaa pienempien kanssa, sillä heidän mielestään matematiikka muuttuu teoreettisemmaksi ylemmille luokille edettäessä. He tuovat esiin myös sen, että matematiikka on monimuotoista ja vaatii erilaisia lähestymistapoja ja välineitä riippuen siitä matematiikan osa-alueesta, jota ollaan käsittelemässä. Samat ideat ja välineet, joita käytetään yhteen- ja vähennyslaskuja harjoiteltaessa eivät välttämättä toimi geometriaa harjoiteltaessa. Yksi opettaja kuvaa tätä seuraavasti: "Se vaihtelee. se riippuu vähän matematiikan aiheesta. Kun on mittayksikkömuunnos, se on aivan toinen maailma, geometria on eri maailma ja yhteen ja vähennyslasku on taas eri maailma. Samat ideat ei pakolla toimi (H3)". Yksi opettaja tuo esille sen, että liian monen välineen käyttö saattaa sotkea lapsen ajattelua ja että olisi sen vuoksi hyvä pitäytyä kerralla muutamassa välineessä. Oppimisen kannalta olisi hyvä, että oppilaalla olisi myös kotona välineitä käytössä, niin hän pääsisi myös siellä vahvistamaan taitoaan tutulla ja parhaalla mahdollisella tavalla.

Oppilaat tarvitsevat ohjausta ja tukea myös välineiden käytössä. Opettajien käsityksen mukaan oppilaat ovat nykyisin lyhytjänteisempiä ja luovuttavat helpommin, mikäli jokin asia ei suju tai joku asia ei heti aukea heille. He saattavat silloin todeta, että väline on tyhmä ja lakkaavat yrittämästä pienenkin vastoinkäymisen kohdatessaan. Opettaja kertoo: "Pitkäjänteinen työskentely on osalle tosi vaikeeta. On kova opetteleminen. - Jos se väline ei heti aukea se asia, niin voi olla, että se väline on tyhmä ja en tee (H2)". Tällöin opettajalla on suuri merkitys innostavana, kannustavana ja rohkaisevana ohjaajana, joka auttaa löytämään ratkaisun, ohjaa välineen käytössä, ehdottaa oppilaalle mahdollisesti toisen välineen kokeilemistä ja etsii oppilaan kanssa hänelle sopivia tapoja oppia.

Opettajat toivat esille myös sen, että on olennaista, että oppilas kokee välineiden käytön hyödylliseksi ja kokee saavansa niistä apua. Kaikille ei sovi kaikki välineet. Tietyt välineet, kuten kymmenjärjestelmävälineet ja helmitaulu toimivat vain silloin, kun lapsi hahmottaa ja ymmärtää jo vähän kymmenjärjestelmää, kuten seuraavat kommentit kuvaavat: "Mä huomasin niissä kymppivälineissä, että ne, jotka mun mielestä niitä tarttis, niin ne ei tahdo niitä osata käyttää. - Pitää yrittää miettiä, että mitkä on ne keinot tai välineet, mitkä olisi niitä hyviä juttuja (H3)" ja "Helmitaulukin on sellainen, että se ei sovi kaikille. Jos lapsella on vielä hyvin alkutekijöissään ja ei ole se lukumäärä vielä hallinnassa eikä ymmärrä mitä se tarkoittaa, niin ei helmitaulu ole siinä ollenkaan paras (H2)". Väline, jonka käyttöä oppilas ei ymmärrä, ei siis innosta eikä tue oppimista.

Opettajien käsityksien mukaan piirtäminen auttaa oppilaita hahmottamaan ja ymmärtämään sanallisia tehtäviä, sitä mitä niissä kysytään, mikä on kysymyksessä olennaista ja mitä tiedetään. Yksi opettajista kertoo: "Oon yrittänyt opettaa lapsille, että piirrä pieni kuva, niin sillä lailla hahmotat, että mitä siinä kysytään. - Kuva auttaa hahmottamaan (H2)". Piirtäminen auttaa sanallisissa tehtävissä asioiden konkretisoimisessa. Opettajien käsitysten mukaan kuvien piirtäminen sekä numeeristen laskujen että ongelmanratkaisutehtävien yhteydessä selventää oppilaiden matemaattista ajattelua. Matematiikkatarinoita keksittäessä, laskujen lasten arkipäivään

tuomisessa sekä abstraktien asioiden konkretisoinnissa piirtäminen nähtiin keskeiseksi keinoksi ymmärtämiseen johtavalla tiellä.

Opettajien käsitysten mukaan lapsi on ymmärtänyt asian, kun hän osaa selittää ja kuvata sanoin ja kuvin sen, mitä ajattelee. Opettajat pyytävät oppilaita piirtämään ja sanoittamaan sen, mitä sanallisessa tehtävässä on kirjattu: ”Piirrä tämä, mieti, ajattele, mitä siinä sanotaan (H1).” Oppilaat saavat piirtää kirjaan, vihkoon tai koepaperiin kuvia laskemisen tueksi ja opettajat kannustavat heitä tekemään niin. He kertovat sanovansa oppilaille, että kaikki keinot, joilla saa ratkaisun, ovat luvallisia ja piirrookset saavat näkyä. Opettaja kuvailee: ”Aika paljon piirretään niinku kuvia siihen kirjaan. – Kokeissa, kun niillä on niitä ongelmanratkaisutehtäviä, niin monet käyttää siellä sitä, että ne on kuvittanut sitä (H5)”. Niistä myös opettajat näkevät, kuinka oppilas on päätenyt johonkin vastaukseen. Opettajien mukaan osa oppilaista tarvitsee piirtämisen lisäksi konkreettisia välineitä, joita voi liikutella. Olennaista on löytää kullekin oppilaalle ominainen tapa hahmottaa ja oppia. Opettajat piirtävät myös itse paljon selittäessään ja opettaessaan uutta asiaa: ”Piirrän varsinkin pienemmille oppilaille ja kyllä mä näillekin piirrän, jos siitä on hyötyä (H4)”.

Opettajien käsityksien mukaan matemaattisen ajattelun sanoittaminen on merkityksellistä oppimisen kannalta, sillä sanoittaessaan laskua oppilas rakentaa ymmärrystään. ”Mä oon huomannu, että ne oppii eri tavalla ajattelemaan sitä, että miksi näin tehdään ja mihkä tää johtaa. – Lapsi joutuu itse miettimään sitä ratkaisua (H5)”, kertoo yksi haastatelluista. Opettajat näkevät, että oppilaat oppivat toisiltaan tehdessään pari- tai ryhmätöitä ja neuvossaan toisiaan. Yksi toteaa: ”Ne puhuu siitä, kuinka ne pääsee johonkin ratkaisuun – ja ne neuvoo toisiaan – huomaa niinku, että niillä on monilla erilaisia tapoja päästä siihen ratkaisuun. – Ne niinku oikeasti ajattelee ja ymmärtää, että mitä ne niinku tekee siinä, kun ne laskee (H5)”. Opettajat näkevät sanallistamisen siis tukevan vahvasti matematiikan oppimista.

Opettajat näkevät sekä oppilaiden että opettajien sanallistamisen tärkeänä: ”Tehdään paljon pelejä ja sanallistetaan puolin ja toisin (H6)”, kertoo yksi opettaja. Opettajat ovat huomanneet, että pienet oppilaat kertovat omia

ratkaisujaan paljon innokkaammin ja rohkeammin, kun taas isommat oppilaat ovat arempia kertomaan omista ratkaisuisistaan, mikä ilmenee seuraavasta kommentissakin: ”Pienet on paljon innokkaampia, ne uskaltaa kertoa omia ratkaisutapoja. Isot oli vähän sellaisia, että en mä nyt tiedä, kuinka mä tän vastauksen sain (H5)”. Olisikin hyvä kasvattaa ja rohkaista lapsia keskustelemaan oppimiskulttuuriin jo pienestä pitäen. Opettajat kertoivat sanallistavansa itse paljon ja kertovansa esimerkkejä yhdistämällä sanalliseen selittämiseen piirtämisen ja konkreettisten välineiden käytön. ”Selitän niin paljon kuin vain sielu sietää, niin selitän ja käytän kaikenlaisia konkreettisia välineitä (H4)”, opettaja kuvailee. Opettajat kannustavat oppilaita selittämään ratkaisujaan ja kertomaan muille, miten lasku etenee sekä tekemään tarkentavia lisäkysymyksiä toisilleen.

Opettajien käsityksien mukaan matematiikkatarinoiden avulla matematiikka on luontevaa kytkeä arkipäivään. Haastatteluun vastanneista opettajista puolet käytti niitä säännöllisesti opetuksessaan, puolet käytti satunnaisesti tai ei ollenkaan. Opettajat toivoisivat, että olisi enemmän aikaa pysähtyä ja nautiskella asioista tarinoiden muodossa. He näkevät, että käsiteltäviä asioita on liian paljon ja toivoisivat, että opetussuunnitelma olisi väljempi ja antaisi enemmän tilaa ja aikaa työskennellä vapaammin. Tällöin tulisi käytettyä enemmän kaikkia kielentämisen keinoja. ”Tavallaan opetussuunnitelmien tulisi olla väljempää, että jäisi aikaa nautiskella niistä asioista enemmän vaikka tarinoiden muodossa, että oppilaat tekis niitä (H3)”, miettii yksi opettajista.

Opettajien käsitysten mukaan sanalliset tehtävät ja ongelmanratkaisutehtävät toimivat hienosti eriyttämisen keinona sekä alas- että ylöspäin. He näkevät piirtämisen merkittävänä apukeinona sanallisten tehtävien ratkaisemisessa. Sanallisissa tehtävissä piirtäminen auttaa ymmärtämään, mitä kysytään, mikä on kysymyksessä olennaista ja mitä tiedetään. Oppilas ikään kuin sanoittaa tehtävää piirtämällä. Opettajien käsitysten mukaisesti sanalliset tehtävät haastavat oppilaita ja niiden ratkaiseminen kehittää oppilaiden ajattelua ja ongelmanratkaisutaitoja. Opettaja kertoo huomioitaan sanallisten tehtävien

hyödyistä: ”Mä oon niinku huomannut, että ne niinku oppii eri tavalla ajattelemaan sitä, että miksi näin tehdään ja mihkä tää johtaa. Jos se on vain laskuja, ne oppii sen mekaanisen taidon, mutta ne ei tiedä, mistä tähän on päädytty (H5)”. Yksi opettaja kertoi käyttävänsä opetuksessaan hyvin paljon sanallisia tehtäviä ja keränneensä paljon eritasoisia sanallisia tehtäviä, lisämateriaalia sekä matikkadiplomeita, joista riittää tekemistä kaiken tasoisille oppilaille. Hänestä on tärkeää tarjota oppilaille tehtäviä, joissa pitää käyttää ”hoksottimia” ja että kaikilla oppilaille olisi koko ajan tekemistä ja haastetta.

Opettajat näkivät kielentämiseen innostavat pelit oppilaita motivoivina. Osa opettajista piti niitä kehittävinä välipaloina. Yksi kertoi, että oppilaat saivat pelata joka matematiikan tunti jossain vaiheessa jotain paripeliä, jossa he joutuivat yhdessä pohtimaan ja sanoittamaan ratkaisujaan: ”Melkein joka aukeama päättyy siihen, että siellä on paripeli. Et saavat pelata sitten, kun pääsevät siihen. Kaikki pääsee (H5)”. Opettaja, joka kertoi tekevänsä itse pelejä ja teettävänsä niitä oppilailla, käyttää yhden tunnin viikossa matematiikkapeleihin. Pelit voivat olla jonkun alueen kertauspelejä tai isompia useamman aineen yhdistäviä ja jonkin teeman, kuten Kalevalan ympärille rakennettuja pelejä. Hänen itsensä tekemät pelit sisältävät sekä sanallisia että mekaanisia laskuja, sopivasti kilpailua ja matematiikan kielentämistä. Hän kertoo sen toimivan oppilaiden kanssa loistavasti. Molempien paljon pelejä käyttävien opettajien oppilaat tykkäävät matematiikasta ja tekevät innolla erilaisia tehtäviä. Toinen heistä kertoi: ”Oppilaat rakastaa mun luokassa matikkaa. Ne tykkää matikasta aivan yli paljon (H5)”. Pelien kautta oppilaat oppivat yhteistyöskentelyä sekä sanallisten tehtävien ja ongelmanratkaisutehtävien ratkaisemista.

5.3 Luokanopettajien käsityksiä oppikirjan merkityksestä matematiikan kielentämisessä

Pääpaino tässä tulosluvussa on opettajien käsityksissä oppikirjan merkityksestä matematiikan kielentämisessä. Tutkimukseen osallistuneiden opettajien

käsitysten mukaan oppikirjalla on keskeinen merkitys *opetuksen runkona ja oppikirjan pitäisi tukea opetusta, oppimista ja eriyttämistä*. Vanhat ja uudet kirjasarjat eroavat hyvin paljon toisistaan ja tutkimuksessa kävi ilmi, että *uudet kirjasarjat tukevat opettajien näkemysten mukaan paremmin matematiikan kielentämistä ja ymmärryksen muodostamista kuin vanhat*. Opettajat toivovat, että oppikirjat sisältäisivät vain opetussuunnitelmaan kuuluvat *keskeiset sisällöt loogisessa järjestyksessä ja että olisi paljon aikaa pohtimiselle, tutkimiselle ja perusasioiden oppimiselle ja vahvistamiselle*. Heidän käsityksiensä mukaan *piirtäminen ja välineiden käyttö oppikirjan rinnalla sekä matematiikan konkretisointi, sanallistaminen ja ongelmanratkaisutehtävät* tukevat parhaiten oppilaiden oppimista (taulukko 5). Tällä hetkellä opettajat etsivät ja tekevät itse paljon lisämateriaalia.

Taulukko 5

Luokanopettajien käsityksiä oppikirjoista ja oppikirjojen merkityksestä matematiikan kielentämisessä

Kuvauskategorioita yhdistävä yläkäsite	Kuvauskategoria
Oppimateriaali	Oppikirja, oppikirjan oheismateriaali, digimateriaali, monisteet ja opettajien tekemät ja hankkimat lisämateriaalit, kuvat, välineet, matematiikkapelit
Oppikirja	Kirja toimii opetuksen runkona Kirjan tulisi tukea opetusta, oppimista ja eriyttämistä Kirjojen rinnalle tarvitaan välineitä ja piirtämistä Toivotaan lisää sanallisia tehtäviä ja ongelmanratkaisutehtäviä Toivotaan enemmän aikaa harjoittelemiselle, pohtimiselle ja tutkimiselle sekä peruslaskutaitojen vahvistamiselle Kirjoissa on liian paljon asiaa epäloogisessa järjestyksessä. Niiden sisältöjä voisi karsia ja jättää vain olennaiset asiat Vanhat ja uudet oppikirjat eroavat paljon toisistaan, uudet kirjasarjat tukevat paremmin kielentämistä

Taulukkoon 5 on koottu käsitykset, jotka tutkimukseen osallistuneilla luokanopettajilla on oppikirjoista tällä hetkellä ja minkä merkityksen luokanopettajat näkevät matematiikan oppikirjalla matematiikan kielentämisessä. Opettajat toivat esille myös sen, että oppimateriaali sisältää paljon muutakin kuin oppikirjan, minkä vuoksi näin tarpeelliseksi kirjata taulukkoon myös luokanopettajien haastatteluissa esiin tulleen muun oppimateriaalin, jota he käyttävät oppikirjan ohella matematiikan kielentämisessä.

Tutkimukseen osallistuneiden opettajien käsityksien mukaan hyvä oppikirja on sellainen, joka tukee oppimista. Osa opettajista tukeutuu lähes täysin oppikirjaan ja oppikirjan oheismateriaaliin, osa käyttää kirjaa vain runkona ja tekee paljon oppimateriaalia itse. Yksi opettajista kokee toista vuotta käytössään olevan uuden oppikirjasarjan niin loistavaksi, että käyttää luokkansa kanssa sen digimateriaalia uuden asian läpikäymiseen ja opettelemiseen. Hän kuvaili digimateriaalin käyttöä näin: ”Me toistetaan oppilaiden kanssa ja sitten mä usein stoppaan ja kysyn, että mitäs tässä seuraavaksi tapahtuisi. Niin sitten ne heti tietää, et nyt laitetaan ne niin ja niin ja nyt tulee se ja se. Ne osaavat ajatella tosi taitavasti (H5)”. Hänellä on lisäksi käytössä toiminnallinen systeemi ja hän tapaa pitää yhden toiminnallisen matematiikan tunnin viikossa. Sinne hän valmistaa materiaalin itse ja laatii tehtäviä, jotka vahvistavat kirjasta opittua asiaa. Hän kertoo: ”Mä käytän värikoodaussysteemiä, niin sillä mun oppilaat on oppineet tekemään toiminnallisia. Ehkä justiin se, että on se pieni liike, niin ne jotenkin muistaa paremmin (H5)”. Yksi opettajista käyttää paljon pelejä, sanallisia tehtäviä ja ongelmanratkaisutehtäviä. Hän katsoo paikallisesta OPS:ista, mitkä asiat tulee opetella milläkin luokalla, mihinkä tutustutaan, mitä vahvistetaan, mihinkä harjaannutaan ja valitsee sen mukaan asiat, jotka käydään kirjasta läpi. Hän kuvailee pelin tekemistä näin: ”Nyt me on tehty vitosten kanssa semmonen kertauspeli. Ne tekee ihan sellaisen pelilaudan A4:lle ja keräävät siihen niitä kaikenlaisia asioita, mitä me ollaan käyty läpi ja ne laskee ja sen ryhmän täytyy osata ne asiat, mitä ne laskee ja tavallaan sitten vaihdetaan ryhmien välillä pelilautoja (H6)”.

Opettajien käsityksien mukaan oppikirjoissa on liian paljon asiaa ja heidän mukaansa pitäisi olla enemmän aikaa peruslaskutoimitusten harjoittelukselle kuten seuraava kommentti kuvastaa: ”Meidän matematiikan kirjat ovat ihan liian täynnä kaikkea nipun näppyyä. Pitäisi olla paljon enemmän aikaa siihen peruslaskutoimitusten harjoittelukselle. Onko ihan tarpeellista, että ihan näin laajasti asioita käsitellään. Mun mielestä voisi karsia ja varmistaa sitä, että oppimisikaa olisi tarpeeksi (H2)”. Opettajat pohtivat, voisiko kirjojen sisällöistä karsia ja varmistaa se, että oppimisaikaa olisi tarpeeksi. Pari opettajista kertoo varmistavansa opetussuunnitelmasta, mitä oppikirjan sisällöistä tulisi ehtiä käymään läpi, jotta oppilaille ei syntyisi aukkoja oppimiseen. Yksi kertoi näin: ”Pitäis katsoa siihen opetussuunnitelmaan, että onko siellä kaikki ne asiat, mitä sille vuosiluokalle on laitettu, mitä siellä kirjassa on. Kylmän raa-asti jättää jotakin pois, jos ei sitä oo, koska kyllä siellä vähän niin kuin turhaakin joskus on (H3)”. Vanhojen kirjasarjojen digimateriaalin ei koeta tukevan oppimista, vaan opettajat tukeutuvat mieluummin perinteiseen taulutyöskentelyyn ja selittävät oppilaille uudet asiat omin sanoin: ”Digimateriaali on ihan aikansa elänyt, että sen takia olisi kiva vaihtaa kirjasarjaa (H4)”. Osa opettajista haluaisikin vaihtaa uudempiin, eri lähtökohdista lähteviin ja eri tavoin eteneviin kirjasarjoihin, mutta rajallisten resurssien vuoksi se ei ole ollut mahdollista.

Uudempaa kirjasarjaa käyttävä opettaja kehuu kirjasarjaa ja sen digimateriaalia ja kertoo molempien tukevan matematiikan kielentämistä: ”Meillä on aivan loistava matematiikan kirjasarja nytten. - Et se on musta tosi selkeä ja opettaa lasta ajattelemaan. - Me oikeastaan aloitetaan kaikki oppitunnit sillä, kun siinä on ne tosi hyvät opetusvideot (H5).” Opettaja kertoo, että he laskevat laskuja yhdessä ja opettaja stoppaa välillä videon ja kysyy oppilailta, että mitä tapahtuu seuraavaksi ja antaa heidän pohtia. Oppilaat osaavat hienosti kertoa ja sanoittaa sen, mitä seuraavaksi tapahtuu ja miten lasku lasketaan. He käyttävät oppikirjan lisäksi kymmenjärjestelmävälineitä ym. välineitä. Opettaja näkee siis oppikirjan ja digimateriaalin tukevan kielentämistä ja sanoittamista sekä ruokkivan oppilaan omaa ajattelua. Oppikirja sisältää paljon tehtäviä, joissa on piirtämistä ja laskujen keksimistä. Kirjan päättely- ja

ongelmanratkaisutehtävät ovat sen tasoisia, että oppilaat pystyvät ratkaisemaan ne itse ja oppilaat saavat onnistumisen kokemuksia. Opettaja kertoo: "Kirjassa ne päättely ja ongelmanratkaisutehtävät ovat sen tasoisia, että oppilaat pystyvät ne itse ratkaista ja sitten ei tule sellaista, että en mä näitä kumminkaan osaa (H5)". Lisäksi kirjan joka kappaleessa on matikkapeli, mikä innostaa oppilaita. Digimateriaali sisältää lauluja, joiden kautta asiat jäävät oppilaille helposti mieleen.

Kirjaan tukeutuminen ja kirjan käyttäminen nähtiin opettajan ajankäytön ja jaksamisen kannalta helpottavana tekijänä. Opettajat pitivät tärkeänä sitä, että oppikirja tukisi opetusta, oppimista ja eriyttämistä. Yksi opettajista toteaa: "Näin se mun mielestä pitää olla, että kirja eriyttää. Se ois muuten aika työlästä matikassa varsinkin (H4)". Opettajat näkivät kuitenkin myös sen, että kirjasta pitäisi osata irtautua sopivasti ja sitä ei tarvitsisi seurata orjallisesti. Yksi opettajista on myös pohtinut kirjattomasti opettamista, mutta koska matematiikassa tarvitaan tietty määrä toistoa, hän totesi, että kirja on silloin helpompi kuin suuri määrä monisteita. Hän sanoo: "Välillä voisi tehdä sellaisen kirjattoman jakson tai sitten voisi tehdä muuten kirjattomasti, mutta sitten antaisinkin jonkun mekaanisen tai jonkun sanallisen jutun, että tulisi vähän kotonakin sitä toistoa. Oppitunti on kuitenkin aika lyhyt ja matematiikassa on paljon sisältöjä läpi vuoden (H3)". Yksi opettajista kertoi keräävänsä paljon sanallisia tehtäviä ja muuta materiaalia oppikirjan rinnalle ja käyttävänsä oppikirjaa vain opetuksen runkona.

Opettajat pohtivat myös oppikirjojen sisältöjen järjestystä. Koululla käytössä olleessa kirjasarjassa geometriajakso on ollut aina lukuvuoden lopuksi ja se jää sen vuoksi helposti vähemmälle. Opettajat näkivät tämän ongelmalliseksi, sillä jos geometrian osuus jää joka kerta vähälle, niin oppilaille jää helposti oppimiseen aukko, jota voi olla hankala korjata myöhemmin. Opettajat tiedostivat, että on opettajan vastuulla huolehtia siitä, että kaikki keskeiset sisällöt opetussuunnitelmasta tulee käsiteltyksi. Yksi opettajista oli ratkaissut ongelman vaihtamalla joinain vuosina kirjan sisältöjen järjestystä ja liittämällä geometrian jakson kuvaamataidon opetukseen. Toinen opettajien

esiin nostama sisällöllinen ongelma on se, että oppikirjojen sisältö on opettajien näkemysten mukaan välillä erittäin epäloogisessa järjestyksessä, kuten seuraava kommentti kertoo: ”Siellä on erittäin epäloogista välillä. Yhtäkkiä tulee joku hyppy, että ensin tulee yksi asia yhdellä aukeamalla ja sitten mennään taas johonkin muualle, että se on mun mielestä sillä lailla aika huono (H4)”.

Opettajat näkevät, että eriyttämistä varten laaditut omakirja ja helpotettu kirja riittävät eriyttämiskeinoksi suurelle osalle oppilaista, mutta osalle oppilaista se ei ole riittävä eriyttämisen keino. Uudemmassa kirjasarjassa eriyttävät tehtävät ovat samassa oppikirjassa. Ne, jotka pystyvät, voivat tehdä myös vaikeammat tehtävät, jotka ovat haastavampia pohdintatehtäviä. Opettaja kuvailee: ”Siinä matematiikan kirjassa, niin siinä ykkönen ja kakkonen on sellaisia, että ne on kaikille ja kolmonen on semmoinen ratastehtävä, mikä vaatii enemmän ajattelua, niin se on aina vapaaehtoinen (H5)”. Opettajat käyttävät sekä ylös- että alaspäin eriyttämiseen monisteita. Suurin osa koki, että kaikkein nopeimmat ja taitavimmat oppilaat jäävät oman onnensa varaan, kun opettajat joutuvat priorisoimaan ja keskittymään enemmän tukea tarvitseviin oppilaisiin. Yksi opettaja kertoo: ”Kyllähän ne kaikkein nopeimmat ja taitavimmat jää niin ku oman onnensa varaan, että ei siihen tahdo enää millään riittää resurssit, että eriyttäis jatkuvasti ylöspäin, kun nekin tarttis siinä ohjausta. Mä oon priorisoinut niin, että autan niitä heikoimpia (H2)”. Ongelmana on se, että vaikka materiaalia löytyisi molemmille, niin myös pidemmälle edenneet tarvitsisivat apua ja ohjausta haastavampien tehtävien kanssa. Eriyttävä oppikirja ja oppimateriaali ei ole siis ratkaisu, vaan opettajat tarvitsisivat enemmän apua opetukseen ja ohjaukseen, jotta kaikkien oppilaiden yksilölliset tarpeet voitaisiin huomioida.

Opettajien mielestä ylöspäin eriyttäminen on vaikeampaa sen vuoksi, että materiaalia on hankalampi löytää. Yksi opettaja kertoo: ”Se on mun mielestä vaikeaa se ylöspäin eriyttäminen. Kun on näin iso ryhmä, niin se jää. Sitä pitäis tehdä enemmän jollakin muulla tavalla (H4)”. Yksi opettajista on tulostanut lisämateriaalia Matematiikkalehti Solmun matematiikkadiplomi-tehtäväsivuilta sekä peruskouluun suunnatuista tehtäväpaketeista. Sieltä hän on saanut paljon materiaalia oppilaille, jotka ovat nopeita ja kaipaavat lisää haastetta. Hän kertoo,

että tehtävät ovat todella hauskoja ja monipuolisia ja että oppilaat innostuvat niistä: ”Mä oon pyytänyt sellaisia matikkadiplomeita, tehtäväpaketteja kouluun. Tää on ollut kans kiva tää matikka ja taide. Siin on hirveen paljon kaikenlaisia tosi kivoja erilaisia tehtäviä – mekaanisia ei laisinkaan tai minimissään. Pitää käyttää hoksottimia (H6)”. Oppilaita innostavina lisämateriaaleina kaikki haastatellut opettajat käyttivät digimateriaaleja kuten Ville-sovellusta sekä Sanoma Pron Bingeliä.

6 POHDINTA

6.1 Luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä: tutkimustulosten yhteys teoreettiseen taustaan

Käsittelin tutkimuksessani alakoulun luokan opettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä. Matematiikan kielentäminen on matemaattisen ajattelun selittämistä suullisesti, kirjallisesti, piirtäen ja välinein (Joutsenlahti & Kulju, 2017; Joutsenlahti & Perkkilä, 2019; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä selvitin, millaisia käsityksiä luokanopettajilla on matematiikan kielentämisestä ja kielentämisen menetelmistä alakoulun matematiikan opetuksessa. Tutkimustuloksien mukaan opettajat käsittivät kielentämisen matemaattisen ajattelun ja ymmärtämisen kehittämisenä yhteisöllisen oppimisen, konkretisoinnin, sanoittamisen, kuvakielen ja välineiden kautta. He ajattelivat matematiikan kielentämisen olevan matematiikan laskujen ja yhtälöiden sanoittamista ja konkreettiseksi tekemistä. Keskeisinä käsitteinä nousivat esiin matematiikan sanoittaminen, ymmärtäminen ja konkretisointi. Perkkilä ja Joutsenlahti (2021) kirjoittavat, että oppilaiden motivaatio matematiikan oppimista kohtaan kasvaa, kun opittavat asiat kytketään oppilaiden arkipäivään. Tutkimukseen osallistuneista opettajista kaikki pyrkivät liittämään laskut ja abstraktit asiat lasten elämysmaailmaan käyttämällä apuna piirtämistä, kuvia, matematiikkatarinoita, matematiikkapelejä tai konkreettisia välineitä. He käyttivät siis joko tiedostaen tai tiedostamattaan koko ajan kielentämisen eri keinoja opetuksessaan.

Toisena tutkimuskysymyksenä selvitin, minkälaisia käsityksiä luokanopettajilla on matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen. Perkkilän ja Joutsenlahden (2021) mukaan kielentäminen auttaa oppilaita rakentamaan ajatteluaan ja ymmärtämään matemaattisia käsitteitä ja järjestelmiä. Myös tähän tutkimukseen osallistuneet opettajat näkivät kielentämisen tukevan oppilaiden

oppimista ja heidän käsityksiensä mukaan matematiikan kielentämisen keinot edistävät matemaattisen ymmärryksen muodostumista.

Kieli on yhteistyön ja yhteisymmärryksen luomisen väline (Kaartinen & Latomaa, 2015) ja ajattelun taidot kehittyvät yhteisöllisen dialogin ja pohdinnan kautta (Joutsenlahti, 2003; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018; Moschkovich, 2012) kielen ollessa keskeisessä osassa vuorovaikutuksessa ja oppimateriaalien käytössä (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Opettajat kertoivat selittävänsä itse ja ohjaavansa oppilaita selittämään, vertailemaan ja pohtimaan yhdessä matemaattisten tehtävien ratkaisuja. Opettajien käsityksenä nousi selkeästi esille se, että he pitävät matematiikan sanoittamista ja oppilaiden kollaboratiivista työskentelyä keskeisenä matemaattisen ajattelun ja ymmärryksen rakentamisessa. Kuten Moate ym., (2021) sekä Lehesvuori ym., (2011) sekä Moschkovich ja Zahner (2018) myös tutkimukseen osallistuneet opettajat näkevät oppilaiden erilaisten ja vaihtoehtoisten ratkaisujen esittelyn toisilleen rikastuttavan oppilaiden päättely- ja ongelmanratkaisutaitoja. Aikaisemmat tutkimukset (Joutsenlahti & Kulju, 2017; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018) tukevat opettajien käsityksiä myös sen suhteen, että voidakseen selittää omia ratkaisujaan ja ajatuksiaan selkeästi suullisesti, kirjallisesti, piirtäen tai välineiden avulla oppilailta tulee olla jäsentynyt ajatus siitä, miten tehtävä ratkaistaan.

Tutkimukseen osallistuneet opettajat kertoivat käyttävänsä toiminnallisuutta ja välineitä sekä kannustavansa oppilaita piirtämään, vertailemaan ja selittämään toisilleen omia havaintojaan. Tällöin oppilaat muodostavat käsitteitä, jäsentelevät ja rakentavat samalla ajatteluansa ja heidän loogismatemaattinen taitonsa ja tietonsa kasvaa (Moate ym., 2021; Joutsenlahti & Perkkilä, 2022; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021; Tikkanen, 2008; Varga-Neményi ry). Kuvien hyödyntäminen ja piirtäminen pohdinnan, sanallistamisen ja matematiikan symbolikielen rinnalla on keskeistä kielentämisessä sekä aikaisempien tutkimusten mukaan että tähän tutkimukseen osallistuneiden opettajien käsitysten mukaan (Hästö ym., 2016; Joutsenlahti & Kulju, 2017; Joutsenlahti & Perkkilä, 2019; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018).

Matematiikan kielentämisen menetelmissä keskeistä on oivaltaminen ja ymmärtäminen monipuolisen työskentelyn kautta. Oppilaiden välinen kollaboratiivinen työskentely, matematiikan sanallistaminen sekä erilaisten ratkaisutapojen vertailu ja pohdinta ovat keskeisessä asemassa matemaattisen ymmärryksen muodostuksessa (Hästö ym., 2016; Joutsenlahti & Tossavainen, 2018; Moschkovich, 201; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Myös tutkimukseen osallistuneiden opettajien käsitysten mukaan oppimisessa olennaista on ratkaisuprosessiin kuuluva pohdinta, käsitteiden ymmärtäminen ja oppiminen sekä ratkaisujen perusteleminen.

Tutkimukseen osallistuneet opettajat toivat esille oppilaiden yksilöllisyyden huomioimisen tärkeyden sekä tarpeen eriyttää sekä ylös että alaspäin. Heidän käsitystensä mukaan matematiikan kielentäminen tukee oppimista ja kehittää matemaattista ajattelua ja ymmärtämistä. Lehesvuoren ym., (2021b) sekä Perkkilän ja Joutsenlahden (2021) mukaan on tärkeää, että opettajat tuntevat oppilaidensa tason ja pyrkivät huomioimaan sen opetuksessaan. Myös haastatteluihin osallistuneet opettajat nostivat esille oppilastuntemuksen tärkeyden. Fuson (2015) kirjoittaa, että sopivan haastavat tehtävät motivoivat ja innostavat oppilaita opiskelemaan ja laskemaan sekä yksin että yhdessä. Myös tutkimukseen osallistuneet opettajat ovat huomanneet tämän ja pyrkivätkin parhaansa mukaan tarjoamaan kaikille oppilaille heidän taitotasolleen sopivia tehtäviä. Heidän mukaansa kielentämisen monipuoliset työskentelytavat innostavat ja motivoivat oppilaita matemaattisten ongelmien parissa työskentelemiseen ja mahdollistavat oppilaiden yksilöllisten tarpeiden huomioimisen sekä erilaisten lähestymistapojen käyttämisen. Haasteena on opettajien mukaan kuitenkin resurssipula, mikä ilmenee siten, että heillä ei riitä aikaa kaikkien oppilaiden yksilölliseen ohjaamiseen ja tämän vuoksi he joutuvat priorisoimaan ja kohdistamaan opetuksensa erityisesti enemmän tukea tarvitseville oppilaille, jolloin matemaattisesti taitavat eivät saa riittävästi mielekkäitä, haastavia ja kehittäviä tehtäviä.

Tutkimusten mukaan (Fuson, 2014; Fuson ym., 2015) ongelmanratkaisukyvyyn ja matemaattisen ymmärryksen kehittyminen sekä

laskemisen sujuvuuden edistäminen vaatii aikaa. Myös tutkimukseen osallistuneet opettajat tiedostavat sen ja toivoivatkin, että olisi enemmän aikaa yhteiselle pohdinnalle, tutkimiselle ja ajattelulle. Kielentäminen on Lehesvuoren ym., (2011) mukaan dialogista opetusta. He sekä Perkkilä ja Joutsenlahti (2021) kirjoittavat, että merkityksellisten asioiden käsitteleminen, oppilaita aktivoivien lisäkysymysten tekeminen ja keskustelun ohjaaminen tukee oppimista. Opettajat kertoivat kannustavansa ja ohjaavansa oppilaita keskustelemaan ja pohtimaan asioita yhdessä välillä pareittain ja välillä koko luokan kesken. He tiedostavat, että ongelmanratkaisutehtäviä ja ratkaisuja yhdessä pohtiessaan oppilaat muodostavat uusia käsitteitä ja yhteyksiä käsitteiden välille ja samalla heidän matemaattinen ajattelunsa ja ymmärtämisensä kasvaa.

Kolmantena tutkimuskysymyksenä selvitin, millainen merkitys oppikirjoilla on matematiikan kielentämisessä. Matematiikan opetus on perinteisesti ollut hyvin oppikirjapainoiteista (Nordberg, 2021). Opettajista suurin osa tukeutuu edelleen oppikirjaan (Niemi, 2010, s.41) ja oppikirjat ohjaavat opetusta vahvemmin kuin opetussuunnitelma (Crasin, 2018), sillä opettajat olettavat, että oppikirjoihin on koottu kaikki keskeiset opetussuunnitelmaan sisältyvät asiat (Perkkilä ym., 2018). Tämä tuli esiin myös tämän tutkimuksen haastatteluissa. Opettajat tukeutuvat vahvasti oppikirjoihin, vaikka tiedostavat, että opetuksen sisällön tulee pohjautua opetussuunnitelmaan. Oppikirjat toimivat opettajien opetuksen runkona ja opettajien käsitysten mukaan oppimateriaalilla ja oppikirjoilla on suuri vaikutus oppilaiden motivaatioon. Opettajien käsitysten mukaan oppikirjoihin on tällä hetkellä kasattu liian paljon asioita ja heidän on hankalaa erottaa sieltä se, mikä on olennaista ja tärkeää ja minkä voisi jättää pois. Lisäksi oppikirjojen sisällöt ovat opettajien mielestä epäloogisesti eteneviä. Heidän mielestään kirjojen sisältöjä voisi karsia ja keskeisille sisällöille tulisi antaa enemmän aikaa.

Oppimateriaalin tulisi olla opettajan työkalu ja apuväline opettajan ollessa vastuussa opetuksen sisällöstä ja suunnittelusta (Joutsenlahti & Vainionpää, 2010; Perkkilä ym., 2018). Opettajien käsitysten mukaan hyvän oppikirjan ja oppimateriaalin tulisi tukea opetusta, oppimista ja eriyttämistä. Heidän

mielestään oppikirjan tulisi toimia opetuksen runkona ja tukena. Kuudesta opettajasta kaksi kertoi tarkistavansa paikallisesta opetussuunnitelmasta, mitkä kirjan sisällöistä kuuluvat millekin vuosiluokalle ja valitsevansa opiskeltavat asiat sen mukaisesti. Muut pyrkivät käymään oppikirjan sisällön kokonaan, jotta mitään olennaista ei jäisi uupumaan. Kaksi opettajista teki itse oppimateriaalia ja etsi oheismateriaalia kirjan materiaalin lisäksi. Muut monistivat lähinnä kirjan lisämateriaaleja.

Perusopetuksen opetussuunnitelmassa (Opetushallitus, 2014) painotetaan matematiikan ymmärtämisen ja ajattelun taitojen kehittämistä. Oppikirjan tulisi tukea kielentämistä. Matematiikan eri kielentämisen muotojen käyttämisellä matemaattisten käsitteiden tutkimisessa on merkittävä vaikutus oppimiseen (Perkkilä ym., 2018). Matematiikan kirjat eivät voi Perkkilän ym. (2018) mukaan korvata matematiikan toiminnallista tutkimista ja toiminnan kielentämistä. Heidän mukaansa oppimisprosessi sisältää toiminnallisen, ikonisen ja symbolisen tason. Symboliselle ymmärryksen tasolle päästäkseen oppilas tarvitsee välineillä toimimista, kuvien piirtämistä ja ajatustensa sanoittamista puheen ja kirjoittaen (Perkkilä ym., 2018). Tutkimukseen osallistuneet opettajat kertoivat käyttävänsä selittämistä, piirtämistä ja välineitä oppilaidensa matemaattisen ymmärryksen muodostamisen välineinä. He näkivät matemaattisen ajattelun ja ymmärtämisen kehittämisen sekä yhteisöllisen oppimisen tärkeänä matematiikan oppimisessa ja opettamisessa.

Opettajat toivoivat kirjoihin lisää eri tasoisia sanallisia ongelmanratkaisutehtäviä sekä tehtäviä, jotka vahvistavat peruslaskutaitoa. He toivovat voivansa ottaa käyttöön uusia oppikirjasarjoja, jotka tukevat paremmin matemaattisen ajattelun kehittymistä. Tälle esteenä on kuitenkin monissa kouluissa rajalliset resurssit, sillä usea opettaja toi esille sen, että ei ole varaa vaihtaa oppikirjasarjaa uuteen. Tämä luo epätasa-arvoa koulujen välille. Opettajat toivovat oppikirjojen ja oppimateriaalin tarjoavan enemmän pohdintaan innostavaa ja eriyttämiseen sopivaa materiaalia. Lisäksi he toivovat oppimiselle ja ajattelulle enemmän aikaa.

Tutkimuksen perusteella näyttää siltä, että tietoa oppimista ja ymmärrystä edistävästä työtavoista on ja että opettajat haluaisivat toimia entistä oppilaslähtöisemmin. Tämä ei kuitenkaan ole aina mahdollista aikapulan, suuren tuentarvitsijoiden määrän tai resurssipulan vuoksi. Tarvitaan lisää resursseja sekä tukea ja aikaa oppimiselle. Mitä pienempi oppilas on, sitä enemmän hän tarvitsee konkreettisia välineitä ajattelun tueksi. Kaikkiin kouluihin tulisi saada käyttöön sellaiset matematiikan opetusmenetelmät ja oppimateriaalit, jotka mahdollistavat vankan pohjan luomisen. Vain sen päälle on mahdollista oppia uutta.

6.2 Tutkimuksen arviointi

Tässä fenomenografisessa tutkimuksessa tutkittiin luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä ja kielentämisen menetelmistä alakoulun matematiikan opetuksessa, heidän käsityksiään matematiikan kielentämisestä oppimisen suhteen sekä heidän käsityksiään oppikirjojen merkityksestä matematiikan kielentämisessä (Kakkori & Huttunen, 2014; Kakkori & Huttunen, 2018; Marton & Pong, 2005; Åkerlind, 2012). Tutkimusmetodista riippumatta tutkijan on tärkeää huolehtia tutkimuksen luotettavuudesta, uskottavuudesta ja tutkimusetiikasta. Erityisesti olisi kiinnitettävä huomiota tutkimusaineiston sisäiseen luotettavuuteen eli siihen, että kootut tiedot kuvaavat sitä ilmiötä ja niitä asioita, joita tutkimuksessa on ollut tarkoitus tutkia ja pohtia (Hakala, 2018), sillä sisäisesti luotettava tieto on edellytys ulkoisesti luotettavan tiedon muodostumiselle. Tässä tutkimuksessa on keskitytty tutkimaan ja kuvaamaan opettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä. Koottu aineisto ja tulokset vastaavat tutkimuskysymyksiin. Pyrin raportoinnissani läpinäkyvyyteen eli selittämään tutkimuksen kulun, perustelemaan tutkimukselliset valintani, tuomaan esiin esikäsitykseni ja avaamaan tutkimukseni tutkimusmenetelmät, haastateltavien valinnan, aineistonhankinta- ja analyysiprosessin sekä tulokset mahdollisimman tarkasti ja kriittisesti niin, että lukija saisi mahdollisimman

hyvän ja aukottoman kuvan tutkimuksestani ja voisi arvioida sen luotettavuutta (Eskola ym., 2018; Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 163–164; Vehmas, 2015).

Laadullisessa tutkimuksessa luotettavuutta arvioitaessa tulee arvioida tutkimuksen vastaavuutta, siirrettävyyttä, tutkimustilannetta ja vahvistettavuutta (Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 160–163). Perehdyin matematiikan kielentämisen teoriaan kevästä 2022 lähtien ja löysin uusia mielenkiintoisia tutkimuksia ja artikkeleita aivan tutkimuksen loppumetreilläkin. Valitsin tutkimuksen tavoitteet ja näkökulman ja muotoilin tutkimustehtävän. Tutkimuksen edetessä jouduin pohtimaan usein sitä, mikä on tutkimuksen kannalta olennaista ja mikä ei liity suoraan aiheeseen ja kannattaa jättää pois (Kiviniemi, 2018). Tutkimus on toteutettu tutkimuseettisesti huolellisesti ja tarkasti (Hirsjärvi & Hurme, 2008). Tämä on tärkeää tutkimuksen laadun ja luotettavuuden kannalta (Hirsjärvi & Hurme, 2008).

Valitsin tutkimusmenetelmäksi fenomenografisen tutkimuksen ja aineistonkeruumenetelmäksi puolistrukturoidun teemahaastattelun (Hirsjärvi & Hurme, 2008, s. 47). Analyysimenetelmänä käytin aineistolähtöistä sisällönanalyysiä (Eskola, 2018, s. 212; Hirsjärvi & Hurme, 2008; Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 108). Valintani sopivat tähän tutkimukseen, sillä tavoitteeni oli tutkia opettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä ja haastatteleamalla pystyin keräämään hyvin tietoa ja tekemään tarvittaessa lisäkysymyksiä tutkimustehtävän suuntaisesti. Analyysissä tutkin aineistoa kielentämisen näkökannalta ja aineistolähtöisyys palveli tutkimusta tässä parhaiten.

Hyödynsin aikaisempien tutkimusten teorioita haastattelun teemoja ja kysymyksiä pohtiessani (Eskola ym., 2018; Hirsjärvi & Hurme, 2008). Käytin tutkimuksen teoriapohjan rakentamisessa vertaisarvioituja tutkimusraportteja tai artikkeleita. Tutkimuskysymykset tarkentuivat teoriapohjan rakentamisen kautta (Kiviniemi, 2018). Haastateltavat osallistuivat tutkimukseen vapaaehtoisesti ja heitä informoitiin tutkimukseen liittyvistä asioista sekä suullisesti että kirjallisella tiedotteella ja tietosuojalomakkeella (liitteet 2 ja 3). Pidin haastattelupäiväkirjaa, esitin kaikille haastateltaville samat pääkysymykset ja litteroin haastattelut heti samana päivänä haastattelujen jälkeen (Hirsjärvi &

Hurme, 2008). Pyrin olemaan haastatteluissa mahdollisimman neutraali niin, etten tuonut esiin omia näkökulmiani. Kommenttini olivat lähinnä lisäkysymyksiä tai kehotuksia jatkaa tai tarkentaa jotain asiaa. Tutkimusaineiston käsittely ja analyysi on tehty anonyymisti ja tutkimuksen kaikki vaiheet on raportoitu tarkasti (Hirsjärvi & Hurme, 2008).

Jännitin sitä, saanko riittävästi haastateltavia, mutta helpotukseksi huomasi, että jo viidennen haastattelun kohdalla alkoi tuntua siltä, että haastattelujen sisällöt alkoivat toistaa itseään ja uutta olennaista ei enää ilmennyt. Saavutin siis haastatteluissa saturaation eli kylläntymisen (Eskola ym., 2018). Otos on kuitenkin pieni ja mikäli tavoiteltaisiin yleistettäviä tutkimustuloksia, tutkimus pitäisi toteuttaa huomattavasti suuremmalla haastateltavien joukolla. Koska kyseessä on empiirinen tutkimus ja koska haastateltavia opettajia oli vain kuusi, tuloksien yleistettävyydessä tulee olla kriittinen ja niitä ei voi yleistää. Tutkimustulokset vastaavat tähän tutkimukseen osallistuneiden opettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä. Tutkimustuloksissa on otettu huomioon ja esitetty kaikki haastateltujen opettajien esiin tuomat käsitykset matematiikan kielentämisestä (Hirsjärvi & Hurme, 2008). Tämä lisää tutkimuksen luotettavuutta. Samalla on kuitenkin huomioitava se, että tuloskategorioiden käsitteet voivat olla joko kaikkien haastateltujen opettajien näkemyksiä, vain yhden opettajan näkemys tai jotain siltä väliltä. Lisäksi puutteena voidaan nähdä se, että tässä tutkimuksessa tutkittiin opettajien käsityksiä kielentämisestä ja heidän käyttämiään menetelmiään, mutta ei paneuduttu siihen, kuinka paljon, kuinka monipuolisesti ja kuinka säännönmukaisesti kukin heistä käyttää niitä.

Tutkimuksen analyysissä lähdettiin liikkeelle aineistosta käsin tutkien ensin sitä, mitä käsitteitä sieltä nousi esiin (Vehmas, 2015). Tapoja kokea, käsittää ja ymmärtää jotain tiettyä ilmiötä on olemassa rajallinen määrä (Paloniemi & Huusko, 2016; Vehmas, 2015). Tämän tutkimuksen tutkimustulokset eivät ole suoraan siirrettävissä, sillä tutkimuksessa on haastateltu vain kuutta yksittäistä luokanopettajaa, joiden vastauksista nousseista käsityksistä on muodostunut tutkimuksen analyysin myötä tulosavaruus, joka on yhden tutkijan

konstruoinnin tulos. Fenomenografisen tutkimuksen mukaisesti aiemmat tietoni, käsitykseni ja kokemukseni vaikuttivat tulkintaani, vaikka pyrin tutkijana objektiivisuuteen (Kiviniemi, 2018; Vehmas, 2015; Åkerlind, 2012). Aikaisemmat teoriat ja teorianäköni vaikuttivat väijäämättä taustalla analyysiä tehdessäni ja käsitteitä nimitessäni (Eskola, 2018, s. 213; Kiviniemi, 2018; Åkerlind, 2012; Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 107). On siis otettava huomioon, että mikäli toinen tutkija analysoisi samaa litteroitua materiaalia, hän voisi päätyä osittain samoihin tulkintoihin tai sitten ei, sillä koska tulosavaruuden muodostuksessa vaikuttaa luonnollisesti osana tutkijan aikaisemmat tiedot ja käsitykset, toisen tutkijan muodostama tulosavaruus olisi hyvin epätodennäköisesti samanlainen (Hirsjärvi & Hurme, 2008; Vehmas, 2015; Åkerlind, 2012).

Esi oletukseni oli, että opettajat tulkitsevat matematiikan kielentämisen olevan sanoittamista eivätkä välttämättä yhdistä siihen matematiikan luonnollisen kielen lisäksi taktiilista toiminnan kieltä ja kuviokieltä ja että opettajat tukeutuvat opetuksessaan hyvin pitkälti oppikirjoihin ja käyttävät välineitä ja piirtämistä vain niukasti oppikirjojen ohella. Tutkimustulokset osoittavat, että esikäsitykseni piti osittain paikkansa, mutta oli osittain väärä ja olen iloinen siitä, että käsitykseni tietyiltä osin kumoutuivat. Opettajat käsittävät tutkimuksen mukaan kielentämisen laajemmin kuin pelkästään sanoittamisena ja käyttävät monipuolisesti erilaisia kielentämisen menetelmiä, kuten piirtämistä ja välineitä sanallistamisen ohella. Käsitykseni siitä, että opettaja tukeutuvat oppikirjoihin piti paikkansa, mutta esikäsityksestäni poiketen he käyttävät oppikirjojen rinnalla myös paljon muuta materiaalia. Tutkimustulokseni osoittavat, että opettajat näkevät kielentämisen tarpeellisena ja tärkeänä matematiikan opetuksessa, mikä ilahdutti minua tutkijana, sillä näen itse kielentämisen tienä matemaattisen ajattelun avaamiseen ja kehittämiseen.

Tämän tutkimuksen analyysin tuloksena muodostui tulosavaruus eli käsitekokonaisuus tutkimukseen osallistuneiden opettajien käsityksistä liittyen matematiikan kielentämiseen (Vehmas, 2015; Åkerlind, 2012). Teoreettinen tieto auttaa tutkijaa omien käsitysten tunnistamisessa ja objektiivisessa tarkastelussa.

Tutkimuksen tuloksia pohdittaessa ja teorian yhteyksien pohdinnassa näen tärkeänä tutkimustulosten arvioinnin suhteessa aikaisempiin tutkimuksiin (Kiviniemi, 2018) ja olenkin pyrkinyt tarkastelemaan tutkimustuloksia suhteessa teoriaan. Tutkimustuloksista nousee esiin matematiikan kielentämisestä jo aikaisemmissa tutkimuksissa esiin tulleita käsitteitä, jotka vahvistavat ymmärrystä kielentämisen merkityksestä matemaattisen ymmärryksen kehittämisessä. Tutkimustuloksissa on kerrottu kaikki aineistosta esiin nousseet opettajien käsitykset ja merkitykset ja tutkimusraportti on laadittu mahdollisimman huolellisesti ja kattavasti (Hirsjärvi & Hurme, 2008; Tuomi & Sarajärvi, 2018, s. 160–163).

6.3 Tutkimuksen merkitys ja jatkotutkimusehdotukset

Tarkoitukseni oli tutkia sitä, kuinka alakoulun luokanopettajat, jotka opettavat monilla tavoilla käsittävät tai ymmärtävät matematiikan kielentämisen vai ymmärtävätkö lainkaan, millaisia kielentämisen keinoja he käyttävät työssään, miten he ymmärtävät kielentämisen oppimisen suhteen ja millainen merkitys oppikirjoilla on matematiikan kielentämisessä.

Tutkimus ei tuonut uutta teorian tietoa, mutta se vahvisti käsitystä siitä, että opettajat pitävät matematiikan kielentämistä tärkeänä matematiikan oppimisen ja ymmärryksen muodostuksessa ja että he käyttävät eri kielentämisen keinoja opetuksessaan. Opettajien käsityksillä on suuri merkitys siinä, kuinka he etenevät opetuksessaan ja mitä menetelmiä he käyttävät. Tällä hetkellä opettajilla ja kouluilla on käytössä hyvin erilaisia kirjasarjoja, joista osa tukee paremmin kielentämistä ja matemaattisen ymmärryksen rakentamista osan keskittyessä pääasiassa mekaanisen laskutaidon vahvistamiseen. Toivottavaa olisi, että kaikki koulut voisivat uudistaa oppimateriaalinsa nykyisiä opetusmenetelmiä ja kielentämistä tukeviksi.

Kansallisen koulutuksen arviointikeskuksen Karvin (2023) raportin tulokset suomalaisten lasten ja nuorten matematiikan osaamistason laskusta ovat

huolestuttavia ja edellyttävät pikaisia toimia suunnan kääntämiseksi (Metsämuuronen & Suomilammi, 2023). Matemaattisia taitoja tarvitaan läpi elämän. Tarvitaan riittävästi resursseja, opettajia, ohjaajia ja välineitä varhaisen ja riittävän tuen tarjoamiseksi. On tärkeää innostaa lapset matematiikan pariin ja luoda hyvä pohja matemaattisen ymmärryksen ja oivaltamisen kehittämiseksi. Matematiikan kielentämisen on todettu edistävän matemaattisen ajattelun rakentumista ja kehittymistä (Joutsenlahti & Rättyä, 2014; Joutsenlahti & Tossavainen, 2021; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Se on tie matemaattisen ymmärryksen rakentamiseen (Joutsenlahti & Tossavainen, 2021; Perkkilä & Joutsenlahti, 2021). Se tarjoaa monipuoliset keinot oppilaiden yksilöllisten tarpeiden huomioimiseksi ja innostamiseksi ja hyödyttää kaikkien oppimista (Joutsenlahti & Kulju, 2017). Lapsi oppii parhaiten konkreettisen tekemisen ja vuorovaikutuksellisen toiminnan kautta. Onnistumisista saadun ilon myötä kasvaa halu oppia lisää.

Ilmeistä on, että vaikka on paljon tietoa oppimisen tavoista ja kielentämisen hyödyistä oppimisen tukena, tiellä on vielä erilaisia rakenteellisia tai resurssillisia esteitä opetusmenetelmien muokkaamisessa oppimista edistäviksi ja tukeviksi. Tarvitaan opetuskulttuurin muutosta, opettajien täydennyskoulutusta, uusia oppimateriaaleja sekä kansallista panostusta kielentämisen pedagogiikan vahvistamiseksi ja lisäämiseksi, jotta voidaan tukea oppilaiden ajattelun taitojen ja matemaattisten taitojen tasapainoista kehittymistä.

Olisi mielenkiintoista tutkia tarkemmin sitä, mitä kielentämisen keinoja ja kuinka paljon kielentämistä hyödynnetään alas- ja ylöspäin eriyttämisessä sekä erityisopetuksessa. Toisena mielenkiintoisena tutkimuskohteena näkisin sen, että paransivatko oppimistulokset, jos kielentämistä käytettäisiin enemmän ja monipuolisemmin. Kolmas mielenkiintoinen tutkimuskohde olisi, kuinka oppilaat kokevat kielentämisen.

Oppikirjoja kehitetään jatkuvasti. Oppikirjat ohjaavat opetusta opetussuunnitelmaa vahvemmin (Crasin, 2018). Opettajat tukeutuvat opetuksessaan oppikirjoihin, jolloin oppikirjojen ja opettajan oppaiden sisällöt

vaikuttavat matematiikan opetukseen ja oppimiseen voimakkaasti (Crasin, 2018; Joutsenlahti & Vainionpää, 2010; Niemi, 2010, s. 41). Tämä käsitys vahvistui myös tämän tutkimuksen myötä. Neljäntenä tutkimuskohteena olisikin mielenkiintoista tutkia, mikä vaikutus olisi, jos kaikilla kouluilla olisi käytössä sellainen oppimateriaali oppikirjoineen ja välineineen, joka tukisi kielentämistä, etenisi loogisesti, sisältäisi keskeiset opetussuunnitelman mukaiset opittavat asiat ja tukisi erilaisia oppijoita tasapuolisesti. Se vaatisi resursseja ja mahdollisesti opettajien lisäkoulutusta, mutta olisi varmasti sen arvoista, sillä jokaisella oppilaalla on oikeus oppia ja kehittyä omaan parhaaseensa ja koulun tehtävä on mahdollistaa se. Kielentäminen mahdollistaa kaikkien oppimisen.

LÄHTEET

- Alisaari, J., Heikkola, L. M., Harju-Autti, R. (2022). "Tää pitäisi piirtää, Tämä tehtävä on kielellisesti vaikea kaikille". Luokanopettajaopiskelijoiden kieliopin hallinta ja käsitys kielellisestä tuesta. *Journal. Ainedidaktiikka* 6(1), 47-69 <https://doi.org/10.23988/ad.109885>
- Bruner, J. S. (2006). *In Search of Pedagogy Volyme I. The selected works of Jerome S. Bruner*. Routledge.
- Crasin, D. G. (2018). Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. Taylor & Francis, 49 (7), 1003-1024. <https://doi.org/10.1080/0020739x.2018.1431849>
- Eskola, J. (2018). Laadullisen tutkimuksen juhannustaiat: Laadullisen aineiston analyysi vaihe vaiheelta. Teoksessa R. Valli (toim.), *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 2: Näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin*. (5. uudistettu ja täydennetty painos, s. 209-231). PS-kustannus.
- Eskola, J., Lätti, J. & Vastamäki, J. (2018). Teemahaastattelu: Lyhyt selviytymisopas. Teoksessa R. Valli (toim.), *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 1: Metodien valinta ja aineistonkeruu virikkeitä aloittelevalle tutkijalle* (5. uudistettu painos, s. 27-51). PS-kustannus.
- Feldon, D. F. & Tofel-Crehl, C. (2018). Phenomenography as a Foundation for Mixed Model Research. SAGE. *American Behavioral Scientist* 62(7), 887-889. <https://doi:10.1177/0002764218772640>
- Fuson, K. C. (2014). *CCSS Mathematical Practice 4: Model with Mathematics*. Northwestern University.
- Fuson, K. C., Clements, D. H. & Sarama, J. (2015). Making early math education work for children. *Kappanmagazine*, 97(3).
- Fuson, K. C. (2019). Relating Math Words, Visual Images, and Math Symbols for Understanding and Competence. *International Journal of Disability, Development and Education*. Routledge, 66 (2), 119-132. <https://doi.org/10.1080/1034912X.2018.1535109>
- Hakala, J. T. (2018). Toimivan tutkimusmenetelmän löytäminen. Teoksessa R. Valli (toim.), *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 1: Metodien valinta ja aineistonkeruu virikkeitä aloittelevalle tutkijalle* (5. uudistettu painos, s. 14-26) PS-kustannus.
- Hirsjärvi, S. & Hurme, H. (2008). *Tutkimushaastattelu. Teemahaastattelun teoria ja käytäntö*. Yliopistopaino.
- Hiltunen, J., Hähkiöniemi, M., Jokiranta, K., Lehesvuori, S., Nieminen, P. & Viiri, J. (2017). Recognising Articulated Reasoning in Student Argumentative Talk in Mathematics Lessons. *Proceedings of the annual FMSERA symposium 2016* (s. 1-11) Finnish Mathematics and Science Education Research Association (FMSERA). <https://journal.fi/fmseera/article/view/60950/27028>
- Hufferd-Ackles, K., Fuson, K. C. & Sherin, M. G. (2004). Describing Levels and Components of a Math-Talk Learning Community. Teoksessa E. A. Silver

- & P.A. Kenney (toim.), *More lessons learned from research: Volume 1: Useful and usable research related to core mathematics practices* (s. 125-134). Reston.
- Hähkiöniemi, M. (2016). Student teachers' questioning behaviour which elicit conceptual explanation from students. Teoksessa C. Csikos, A. Rausch & J. Sztányi (toim.), *PME40: Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 337-344. <https://urn.fu.fi/URN:NBN:fi:ju-201608123782>
- Hästö, P., Tuomela, D., Palkki, R., Kostama, V., Leinonen, M., Suvanto, H. & Jaako, J. (2016). *Joustava yhtälön ratkaisu*. Oulun yliopisto. <file:///C:/Users/satuh/Downloads/jyropettaja-1663933934907.pdf>
- Joutsenlahti, J. (2003). Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.2.2003. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja*. (s. 188-196). Turun opettajankoulutuslaitos.
- Joutsenlahti, J. (2009). Matematiikan kielentäminen kirjallisessa työssä. Teoksessa R. Kaasila (toim.), *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Rovaniemellä 7.-8.11.2008. Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9*. (s. 71-86). Lapin yliopisto.
- https://www.academia.edu/20874448/Matematiikan_kielent%C3%A4minen_kirjallisessa_ty%C3%B6skentelyss%C3%A4?email_work_card=thumbnail
- Joutsenlahti, J. & Kulju, P. (2015). Kielentäminen matematiikan ja äidinkielen opetuksen kehittämisessä. Teoksessa T. Kaartinen (toim.), *Monilukutaito kaikki kaikessa*. (s. 57-76). Tampereen yliopiston normaalikoulu.
- Joutsenlahti, J. & Kulju, P. (2017). Multimodal Languageing as a Pedagogical Model - A Case Study of the Concept of Division in School Mathematics. *Education Sciences*, 7(9). <https://doi.org/10.3390/educsci7010009>
- Joutsenlahti, J. & Lehtonen, D. (2018). Luokanopettajaopiskelijoiden arviointeja ei-rutiininomaisista matematiikan tehtävistä. *FMSERA Journal* 2(1). <https://journal.fi/fmsera/article/view/69880>
- Joutsenlahti, J. & Perkkilä, P. (2019). "Sustainability Development in Mathematics Education - A Case Study of What Kind of Meanings Do Prospective Class Teachers Find for the Mathematical Symbol "2/3"?" *Sustainability* 11(2), 457. <https://doi.org/10.3390/su11020457>
- Joutsenlahti, J. & Perkkilä, P. (2022). Mathematical thinking and understanding in learning of mathematics. *LUMAT Special Issue: Mathematical Thinking and Understanding in Learning of Mathematics*. 10 (2), 1-6. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.2.1824>
- Joutsenlahti, J. & Rättyä, K. (2014). Kielentämisen käsite ainedidaktisessa tutkimuksessa. Teoksessa M. Kauppinen, M. Rautiainen & M. Tarnanen (toim.), *Rajaton tulevaisuus. Kohti kokonaisvaltaista oppimista. Ainedidaktinen symposium Jyväskylässä 13.-14.2.2014. Ainedidaktisia tutkimuksia 8*. (s. 45-61). Suomen ainedidaktinen tutkimusseura.
- Joutsenlahti, J. & Tossavainen, T. (2018). Matematiikan ajattelun kielentäminen ja siihen ohjaaminen koulussa. Teoksessa J. Joutsenlahti, Silfverberg, H. &

- Räsänen, P. (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. (s. 410–430). Niilo Mäki Instituutti.
- Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. (2010). Oppimateriaali matematiikan opetuksessa ja oppimisessa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Koulutuksen seurantaraportti 2010:2. (s. 138–149). Edita Prima Oy. Opetushallitus.
- Kaartinen, S. & Lomaa, T. (2015). The role of semiotic tools in mediating shared meaning making in the learning of mathematics pedagogy. Teoksessa M. Kauppinen, M. Rautiainen & M. Tarranen (toim.), *Elävä pedagogiikka: Ainedidaktinen symposium Jyväskylässä 13.-14.2.2014*, 155–171. Suomen ainedidaktinen tutkimusseura ry. Ainedidaktisia tutkimuksia, 9. <http://urn.fi/URN:NBN:fi:ju-201609063984>
- Kakkori, L. & Huttunen, R. (2014). Fenomenologia, hermeneutiikka ja fenomenografinen tutkimus. Teoksessa A. Saari, O.-J. Jokisaari & V.-M. Värri (toim.), *Ajan kasvatustutkimus: Kasvatustutkimusfilosofia aikalaismetodologianäkökulmasta*. (s. 367–401). Tampereen yliopistopaino Oy. <https://urn.fi/URN:ISBN:978-951-44-9613-4>
- Kinna, R.-L. & Puurunen, P. (2021). Tutkimusetiikka tieteellisen tutkimuksen erottamattomana osana. *Janus* 29(4), 313–314. <https://doi.org/10.30668/janus.112654>
- Kiviniemi, K. (2018). Laadullinen tutkimus prosessina. Teoksessa R. Valli (toim.), *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 2: Näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin*. (5. uudistettu ja täydennetty painos, s. 73–87). PS-kustannus.
- Korteesalmi, M.-K., Perkkilä, P. & Joutsenlahti, J. (2022). Kielentämisen näkökulmia kuudennen luokan oppilaiden matematiikan sanallisten tehtävien ratkaisuihin. *LUMAT-B: International Journal of Math, Science and Technology Education*, 7(2), 54–57. <https://urn.fi/urn:nbn:hulib:editori:lumatb.v7i2.1804>
- Koskinen, R. (2016). Mielekäs oppiminen matematiikan opetuksen lähtökohtana: systemaattinen analyysi *Journal of Gesearch in Mathematics* lehden artikkelien pohjalta. HELDA. Helsingin yliopisto. <https://helda.helsinki.fi>
Jyväskylän yliopisto. KOPPA. <https://koppa.jyu.fi/avoimet/kirjasto/tutkimusaineistojenhallinta/henki/lotiedot/anonymisointijapseudonymisointi> Luettu 21.3.2023
- Lampinen, A. & Korhonen, H. (2010). Matematiikkaa kaikille: Eszter Neményin haastattelu. *Dimensio*, 1, 18–22. https://drive.google.com/file/d/1XUHi_OCIDoDL2sYQBMXD-drkTUy9cyH_/view Luettu 28.10.2022
- Lehesvuori, S., Ratinen, I., Kulhomäki, O., Lappi, J. & Viiri, J. (2011). Enriching primary student teachers' conceptions about science teaching: Towards dialogic inquiry-based teaching. *Nordic Studies in Science Education*, 7(2), (s. 140–159). <https://doi.org/10.5617/nordina.235>

- Lehesvuori, S., Hähkiöniemi, M., Jokiranta, K., Nieminen, P., Hiltunen, J. & Viiri, J. (2017). Enchancing Dialogic Argumentation in Mathematics and Science. *Studia Pedagogica*, 22(4), 55–76. <https://doi.org/10.5817/SP2017-4-4>
- Lehesvuori, S., Hähkiöniemi, M., Ketonen, L., Pöysä, S. & Lerkkanen, M-K. (2021). Oppilaslähtöisyyden ja dialogisuuden ilmeneminen matematiikan opetuskeskusteluissa. *NMI-Bullet*, 2. <https://bulletin.nmi.fi/2021/06/22/luokahuonevuorovaikutus-matematiikan-aineen-opettajaopiskelijoiden-tunneilla-oppilaslahtoisuys-ja-dialogisuus/>
- Lehesvuori, S., Hähkiöniemi, M., Ketonen, L., Lerkkanen, M-K., Pöysä, S. & Pakarinen, E. (2021b). Reflections on dialogicity: Challenges and suggestions by mathematics student teachers. *Learning, Culture and Social Interaction*, 31(A), artikkeli 100567. <https://doi.org/10.1016/j.lcsi.2021.100567>
- Leppäaho, H. (2018). Ongelmanratkaisun opettamisesta. Teoksessa J. Joutsenlahti, Silfverberg, H. & Räsänen, P. (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. (s. 368–392). Niilo Mäki Instituutti.
- Maalo, I. & Rytönen, M. (2018). Matemaattisten taitojen harjoittaminen leikin keinoin Varga-Neményi-menetelmällä. Teoksessa J. Kangas & E. Fonsén (toim.), *Leikin ammatillaiset. Leikki ilmiönä ja varhaiskasvatuksen toimintamuotona*. (s. 57–69). Opettajankoulutuslaitoksen muut julkaisut, Helsingin yliopisto. <http://hdl.handle.net/10138/232536>
- MacDonald, A. (2013). Using children’s representations to investigate meaning-making in mathematics. *Australian Journal of Early Childhood*. Sage Publication. 38(2), 65-73. <https://doi.org.ezproxy.jyu.fi/10.1177/183693911303800209>
- Marton, F. (1981). Phenomenography – Describing conceptions of the world around us. *Springer. Instructional Science*. 10(2), 177-200. <https://www.jstor.org/stable/23368358>
- Marton, F. & Pong, W. Y. (2005). On the unit of description on phenomenography. *Higher Education Research & Development*. Routledge. 24(4), 335-348. <https://doi.org/10.1080/07294360500284706>
- Metsämuuronen, J. & Suomalampi, M. (2023). Matematiikan osaamisen eriytyminen ja osaamisen heikentämistä selittäviä tekijöitä. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (toim.), *Matematiikka COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021. Julkaisut 5:2023*. (s. 127–172). Kansallisen koulutuksen arviointikeskus.
- Moate, J., Küntze, S. & Chan, M. C. E. (2021). Student participation in peerinteraction – Use of material resources as key consideration in an open-ended-problem-solving mathematics task. *International Journal on Math, Science and Technology Education*. University of Helsinki. <https://doi.org/10.31129/lumat.9.1.1470>
- Morgan, C., Craig, T., Schütte, M. & Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: an overview of research in the field. *The International Journal on Mathematics Education*, 46(6), 834-

853. <https://www.researchgate.net/publication/276885319> luettu 8.10.2022
- Moschkovich, J. (2012). Mathematics, the Common Core, and Language: Recommendations for Mathematics Instruction for Els Aligned with the Common Core. *Research Gate*. Stanford University.
- Moschkovich, J. & Zahner, W. (2018). Using the academic literacy in mathematics framework to uncover multiple aspects of activity during peer mathematical discussions. *Springer*. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0982-9>
- Niemi, E. K. (2010). Matematiikan oppimistulokset 6. vuosiluokan alussa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Koulutuksen seurantaraportti 2010:2*. (s. 17–68). Edita Prima Oy. Opetushallitus.
- Nordberg, M. (2021). Communicating mathematics through images: A multimodal study of Year One students' meaning-making when working with mathematics textbooks. *LUMAT General Issue*, 9(1), 945-970. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.9.1.1480>
- Ojansuu, J. (2014). Kasvatustehtävän antropologiset ulottuvuudet. Teoksessa A. Saari, O.J. Jokisaari & V-M. Värri (toim.), *Ajan kasvatustieteet: Kasvatustieteiden aikalauskriittinä*. (s. 125–151). Tampereen Yliopistopaino Oy. <https://urn.fi/URN:ISBN:978-951-44-9613-4>
- Opetushallitus. (2014). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014: Määräykset ja ohjeet 2014:96*. Opetushallitus.
- Palkki, R. (2018). Matematiikan opettajaopiskelijoiden käsityksiä vertailumenetelmästä. *LUMAT General Issue*, 6(1), 105–128. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.6.1.327>
- Paloniemi, S. & Huusko, M. (2016). Fenomenografia ja variaatioteoria aikuiskasvatustieteen tutkimuksessa. *Aikuiskasvatus* 36(2), 119–121. <https://doi.org/10.33336/aik.88486>
- Parviainen, P. (2019). The development of early mathematical skills – A theoretical framework for a holistic model. *Journal of Early Childhood Education Research*, 8(1), 162-191. https://doi.org/10.1007/978-3-030-29215-7_15
- Perkkilä, P. & Aarnos, E. (2007). Childrens talk about mathematics and mathematical talk. *Consortium refereed and presented in CERME 5*. <http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-3057-8>
- Perkkilä, P. & Joutsenlahti, J. (2021). Academic Literacy Supporting Sustainability for Mathematics Education – A Case: Collaborative Working as a Meaning Making for “2/3”? Teoksessa E. Jeronen (toim.), *Transitioning to Quality Education*. MDPI. <https://doi.org/10.3390/books978-3-03897-893-0-8>
- Perkkilä, P., Joutsenlahti, J. & Sarenius, V-M. (2018). Peruskoulun matematiikan oppikirjat osana oppimateriaalitutkimusta. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. (s. 344–365). Niilo Mäki Instituutti.

- Planas, N. (2018). Language as resource: a key notion for understanding the complexity of mathematics learning. *Educational studies in mathematics*, 98(3), 215-229. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9810-y>
- Planas, N., Morgan, C. & Shütte, M. (2018). Mathematics education and language: Lessons and directions from two decades of research. Teoksessa T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger & K. Ruthven (toim.), *Developing Research in mathematics education. Twenty years of communication, cooperation and collaboration in Europe* (s. 196-210). Routledge. [ISBN 978-1-138-08029-4]
- Ranta, J. & Kuula-Luumi, A. (2017). Haastattelun keruun ja käsittelyn ABC. Teoksessa M. Hyvärinen, P. Nikander & J. Ruusuvuori (toim.), *Tutkimushaastattelun käsikirja* Vastapaino. (E-kirja) <https://www.ellibslibrary.com/reader/9789517686112>
- Radford, L. & Barwell, R. (2016). Language in mathematics education research. Teoksessa Á. Gutierrez, G. C. Leder & P. Boero (toim.) *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. The Journey Continues* (s. 275-313). Sense Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-561-6_8
- Ruusuvuori, J. & Tiittula, L. (2017). Tutkimushaastattelu ja vuorovaikutus. Teoksessa M. Hyvärinen, P. Nikander & J. Ruusuvuori (toim.), *Tutkimushaastattelun käsikirja* (s. 46-83). Vastapaino.
- Schleppegrell, M. J. (2010). Language in Mathematics Teaching and Learning: A Research Review. Teoksessa J. N. Moschkovich (toim.), *Language and Mathematics Education: Multiple Perspectives and Directions for Research*. Charlotte (NY): Information Age Publishing, Inc.
- TENK. Tutkimuseettinen neuvottelukunta. (2019). *Ihmiseen kohdistuvan tutkimuksen eettiset periaatteet ja ihmistieteiden eettinen ennakoarviointi Suomessa. Tutkimuseettisen neuvottelukunnan ohje 2019*. Tutkimuseettisen neuvottelukunnan julkaisu 3/2019. https://tenk.fi/sites/default/files/2021-01/Ihmistieteiden_eettisen_ennakoarvioinnin_ohje_2020.pdf
- Tikkanen, P. (2008). *”Helpompaa ja hausempaa kuin luulin.” Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana*. [Väitöskirja. Jyväskylän yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta.] <http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-3247-3>
- Tuomi, J. & Sarajärvi, A. (2018). *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi*. Uudistettu laitos. Kustannusosakeyhtiö Tammi.
- Tynjälä, P., Heikkinen, H. L. T. & Huttunen, R. (2006). Konstruktivistinen oppimiskäsitys oppimisen ohjaamisen perustana. Teoksessa P. Kalli & Malinen, A. (toim.), *Konstruktivismi ja realismi*. (2. painos, s. 20-48). Kansanvalistusseura & Aikuiskasvatuksen Tutkimusseura.
- Varga-Neményi ry. www.varganemenyi.fi luettu 28.10.2022
- Vehmas, H. (2015). *Arvottomuudesta osallisuuteen: Opiskelijoiden käsitykset ohjaavan koulutuksen laadusta työllistymiseen tähtäävien palvelumallien kehittämisen pohjana*. [Väitöskirja. Tampereen yliopiston kasvatustieteiden yksikkö.] <https://urn.fi/URN:ISBN:978-951-44-9860-2>

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society. The Development of Higher Psychological Process*. Harward University Press.

Åkerlind, G. S. (2012). Variation and commonality in phenomenographic research methods. *Higher Education Research & Development*. 31(1), 115–137.
<https://doi.org/10.1080/07294360500284672>

LIITTEET

Liite 1. Haastattelurunko

Teemahaastattelurunko

1) Taustatiedot

- Kertoisitko ensin koulutuksesi ja työkokemuksesi?

2) Käsitys matematiikan kielentämisestä

- Mitä ymmärrät kielentämisellä matematiikan opetuksessa?
- Millaisia kielentämisen keinoja käytät?
- Miten ymmärrät näiden keinojen merkityksen oppimisessa?
- Miksi käytät kielentämistä eli millaista hyötyä näet kielentämisen käyttämisessä?
- Käytätkö toiminnallisuutta? (Millaista?)
- Käytätkö välineitä?
- Käytätkö piirtämistä?
- Käytätkö sanallistamista?
- Käytätkö matematiikkatarinoiden keksimistä ja kerrontaa?
- Kuinka koet piirtämisen ja välineiden käytön vaikuttavan oppimiseen?

3) Oppikirjaan liittyvät kysymykset

- Mitä mieltä olet oppimateriaalista?
- Käytätkö oppikirjaa?
- Miten näet oppikirjan merkityksen opetuksessa ja oppimisessa?

Tarpeen mukaan täydentäviä lisäkysymyksiä.



Liite 2. Tutkimustiedote

JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

KOKKOLAN
YLIOPISTOKESKUS
CHYDENIUS

9.12.2022

TIEDOTE TUTKIMUKSESTA

1. Haastattelututkimus ja pyyntö osallistua tutkimukseen

Sinua pyydetään mukaan pro gradu tutkielman haastattelututkimukseen, jossa tutkitaan luokanopettajien käsityksiä matematiikan kielentämisestä.

Tämä tiedote kuvaa tutkimusta ja siihen osallistumista. Liitteessä on kerrottu henkilötietojesi käsittelystä.

Tutkimukseen osallistuu 4–8 luokanopettajaa.

Tämä on yksittäinen tutkimus, eikä sinuun oteta myöhemmin uudestaan yhteyttä.

2. Vapaaehtoisuus

Tähän tutkimukseen osallistuminen on vapaaehtoista. Voit kieltäytyä osallistumasta tutkimukseen, -keskeyttää osallistumisen tai peruuttaa jo antamasi suostumuksen syytä ilmoittamatta milloin tahansa tutkimuksen aikana. Tästä ei aiheudu sinulle kielteisiä seurauksia.

3. Tutkimuksen kulku

Haastattelu kestää noin puoli 20–30 minuuttia. Haastattelu nauhoitetaan.

4. Tutkimuksesta mahdollisesti aiheutuvat hyödyt

-

5. Tutkimuksesta mahdollisesti aiheutuvat riskit, haitat ja epämukavuudet sekä niihin varautuminen

Tutkimukseen osallistumisesta ei aiheudu osallistujille riskejä, haittoja tai epämukavuuksia.

6. Tutkimuksen kustannukset ja korvaukset tutkittavalle sekä tutkimuksen rahoitus

Tutkimukseen osallistumisesta ei makseta palkkiota.

7. Tutkimustuloksista tiedottaminen ja tutkimustulokset

Tutkimustulokset raportoidaan pro gradututkielmassa, jonka osa haastattelu on. Analyysi ja tutkimustulokset toteutetaan täysin anonymisti ja tutkittavat eivät ole tunnistettavissa.

8. Tutkittavien vakuutusturva

Jyväskylän yliopiston toiminta ja tutkittavat on vakuutettu.

Jyväskylän yliopiston vakuutukset korvaavat etänä suoritettavissa tutkimuksissa ainoastaan sellaiset vahingot, jotka liittyvät suoraan annettuun tutkimustehtävään ja jotka ovat sattuneet varsinaisen ohjeistetun tutkimustehtävän aikana. Vakuutus ei korvaa taukojen aikana sattuneita vahinkoja.

Jyväskylän yliopiston vakuutukset eivät ole voimassa etänä suoritettavissa tutkimuksissa, jos tutkittavan kotikunta ei ole Suomessa.

Vakuutus sisältää potilasvakuutuksen, toiminnanvastuuvakuutuksen ja vapaaehtoisen tapaturmavakuutuksen. Tutkimuksissa tutkittavat (koehenkilöt) on vakuutettu tutkimuksen ajan ulkoisen syyn aiheuttamien tapaturmien, vahinkojen ja vammojen varalta. Tapaturmavakuutus on voimassa mittauksissa ja niihin välittömästi liittyvillä matkoilla.

9. Lisätietojen antajan yhteystiedot

Satu Hiisvirta

Tutkinto-opiskelija, pro gradu tutkielman tekijä

Liite 3. Tietosuojailmoitus

JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

TIETOSUOJAILMOITUS

KOKKOLAN
YLIOPISTOKESKUS
CHYDENIUS



9.12.2022

Olet osallistumassa tieteelliseen tutkimukseen. Tässä tietosuojailmoituksessa sinulle kerrotaan henkilötietojesi käsittelystä osana tutkimusta. Sinulla on lain mukaan oikeus saada nämä tiedot.

1. Rekisterinpitäjä

Rekisterinpitäjä vastaa henkilötietojen käsittelyn lainmukaisuudesta tutkimuksessa.

Tämän tutkimuksen rekisterinpitäjä on:

Pro gradu tutkielman tekijä Satu Hiisvirta

2. Henkilötietojen käsittelijä

Henkilötietojen käsittelijällä tarkoitetaan tahoa, joka käsittelee henkilötietoja rekisterinpitäjän lukuun ja sen antamien ohjeiden mukaisesti. Henkilötietojen käsittelijän kanssa on laadittava tietojenkäsittelysopimus. Tässä tutkimuksessa henkilötietoja käsittelee tutkimuksen tekijä.

3. Henkilötietojen muu luovuttaminen tutkimuksen aikana

Tietojasi käsitellään luottamuksellisesti eikä niitä luovuteta sivullisille.

4. Tutkimuksessa käsiteltävät henkilötiedot

Henkilötietojasi käsitellään tiedotteessa kuvattua tutkimustarkoitusta varten.

Tutkimuksessa Sinusta kerätään seuraavia henkilötietoja: koulutus, työkokemus, äänitallenne.

Tietojen kerääminen perustuu tutkimussuunnitelmaan.

Tutkimuksessa ei käsitellä erityisiä henkilötietoryhmiä.

Kaikki tutkittavat ovat täysi-ikäisiä.

5. Henkilötietojen käsittelyn oikeudellinen peruste tieteellisessä tutkimuksessa

Yleisen edun mukainen tieteellinen tutkimus (tietosuoja-asetuksen artikla 6.1.e, erityiset henkilötietoryhmät 9.2.j)

Tutkittavan suostumus (tietosuoja-asetuksen artikla 6.1.a, erityiset henkilötietoryhmät 9.2.a)

Lisäperusteet

Henkilötietojen käsittely akateemisen ilmaisun tarkoituksia varten (tietosuojalaki 27 §)

6. Henkilötietojen siirto EU/ETA ulkopuolelle

Tutkimuksessa tietojasi ei siirretä EU/ETA-alueen ulkopuolelle.

7. Henkilötietojen suojaaminen

Henkilötietojen käsittely tässä tutkimuksessa perustuu asianmukaiseen tutkimussuunnitelmaan ja tutkimuksella on vastuuhenkilö. Tutkimuksen rekisteriin tallennetaan vain tutkimuksen tarkoituksen kannalta välttämättömiä tietoja.

Tunnistettavuuden poistaminen

Aineisto anonymisoidaan aineiston perustamisvaiheessa (kaikki tunnistetiedot poistetaan täydellisesti, jotta paluuta tunnisteelliseen tietoon ei ole eikä aineistoon voida yhdistää uusia tietoja).

Tutkimuksessa käsiteltävät henkilötiedot suojataan

Haastattelunauhut litteroidaan täysin anonyymisti. Nauhat ja litteroidut tekstit hävitetään asianmukaisesti tutkimuksen valmistuttua.

8. HENKILÖTIETOJEN KÄSITTELY TUTKIMUKSEN PÄÄTTYMISEN JÄLKEEN

Tutkimusrekisteri hävitetään tutkimuksen päätyttyä arviolta 08.2023 mennessä.

9. Rekisteröidyn oikeudet

Sinulla on oikeus peruuttaa antamasi suostumus, mikäli henkilötietojen käsittely perustuu suostumukseen. Suostumuksen peruuttaminen ei vaikuta suostumuksen perusteella ennen sen peruuttamista suoritetun käsittelyn lainmukaisuuteen.

Sinulla on oikeus saada tieto siitä, käsitelläänkö henkilötietojasi ja mitä henkilötietojasi käsitellään. Voit myös halutessasi pyytää jäljennöksen käsiteltävistä henkilötiedoista.

Jos käsiteltävissä henkilötiedoissasi on epätarkkuuksia tai virheitä, sinulla on oikeus pyytää niiden oikaisua tai täydennystä.

Sinulla on oikeus vaatia henkilötietojesi poistamista tietyissä tapauksissa. Oikeutta tietojen poistamiseen ei kuitenkaan ole, jos tietojen poistaminen estää tai vaikeuttaa suuresti käsittelyn tarkoituksen toteutumista tieteellisessä tutkimuksessa.

Sinulla on oikeus henkilötietojesi käsittelyn rajoittamiseen tietyissä tilanteissa kuten, jos kiistät henkilötietojesi paikkansapitävyyden.

Sinulla on oikeus vastustaa henkilötietojesi käsittelyä, jos käsittely perustuu yleiseen etuun tai oikeutettuun etuun. Tällöin rekisterinpitäjä ei voi käsitellä henkilötietojasi, paitsi jos se voi osoittaa, että käsittelyyn on olemassa huomattavan tärkeä ja perusteltu syy, joka syrjäyttää oikeutesi.

Oikeuksista poikkeaminen

Tässä kuvatuista oikeuksista saatetaan tietyissä yksittäistapauksissa poiketa tietosuojasetuksessa ja Suomen tietosuojalaissa säädetyillä perusteilla siltä osin, kuin oikeudet estävät tieteellisen tai historiallisen tutkimustarkoituksen tai tilastollisen tarkoituksen saavuttamisen tai vaikeuttavat sitä suuresti. Tarvetta poiketa oikeuksista arvioidaan aina tapauskohtaisesti. Oikeuksista voidaan poiketa myös, jos rekisteröityä ei pystytä tai ei enää pystytä tunnistamaan.

Profilointi ja automatisoitu päätöksenteko

Tutkimuksessa henkilötietojasi ei käytetä automaattiseen päätöksentekoon. Tutkimuksessa henkilötietojen käsittelyn tarkoituksena ei ole henkilökohtaisten ominaisuuksiesi arviointi, ts. profilointi vaan henkilötietojasi ja ominaisuuksia arvioidaan laajemman tieteellisen tutkimuksen näkökulmasta.

Rekisteröidyn oikeuksien toteuttaminen

Jos sinulla on kysyttävää rekisteröidyn oikeuksista, voit olla yhteydessä yliopiston tietosuojavastaavaan. Kaikki oikeuksien toteuttamista koskevat pyynnöt toimitetaan Jyväskylän

yliopiston kirjaamoon. Kirjaamo ja arkisto, PL 35 (C), 40014 Jyväskylän yliopisto, puh. 040 805 3472, e-mail: kirjaamo(at)jyu.fi. Käyntiosoite: Seminaarinkatu 15 C-rakennus (Yliopiston päärakennus, 1. krs), huone C 140.

Tietoturvaloukkauksesta tai sen epäilystä ilmoittaminen Jyväskylän yliopistolle

<https://www.jyu.fi/fi/yliopisto/tietosuojailmoitus/ilmoita-tietoturvaloukkauksesta>

Sinulla on oikeus tehdä valitus erityisesti vakinaisen asuin- tai työpaikkasi sijainnin mukaiselle valvontaviranomaiselle, mikäli katsot, että henkilötietojen käsittelyssä rikotaan EU:n yleistä tietosuoja-asetusta (EU) 2016/679. Suomessa valvontaviranomainen on tietosuojavaikuttettu.

Tietosuojavaikuttetun toimiston ajantasaiset yhteystiedot: <https://tietosuoja.fi/etusivu>