

**RITU:n kehittäminen ja
kaasutäytteisiin separaattoreihin
liittyvää ionioptiikkaa**

Jan Sarén

Pro Gradu -tutkielma
Jyväskylän yliopisto
Fysiikan laitos
20. heinäkuuta 2004

Kiitokset

Haluan kiittää mielenkiintoisista keskusteluista ja monista hyödyllisistä työssä tarvitsemistani tiedoista RITU:n kanssa työskenteleviä ihmisiä sekä muuta JYFL:n kiihdytinlaboratorion henkilökuntaa. Erityisesti haluan kiittää työni ohjaajaa prof. Matti Leinoa sekä erikoistutkija Juha Uusitaloa. Ionioptiikkaan liittyvissä kysymyksissä minua auttoivat suuresti Timo Enqvistin ja Pauli Heikkisen kanssa käydyt keskustelut. Lisäksi haluan kiittää kärsivällisyydestä vaimoani Raisaa.

Tiivistelmä

Jyväskylän fysiikan laitoksen (JYFL) kaasutäytteisellä rekyyliseparaattorilla RITU:lla on viime aikoina tutkittu aiempaa symmetrisempiä ydinreaktioita, joissa hiukkaskiihdyttimeltä tulevan primäärisuihkun ja reaktiotuotteiden erottelu on vaikeampaa. Tämän vuoksi RITU:n separointia halutaan tehostaa. Vaihtoehtoina ovat lähinnä RITU:n separoinnin kehittäminen tai täysin uuden separaattorin rakentaminen. Separaattorin erottelutehokkuutta voidaan parantaa lisäämällä ionioptiseen kokoonpanoon toinen dispersiivinen elementti tai muilla tavoilla lisätä erottelua.

Ionioptiikka käsittelee ionien liikettä ulkoisissa erilaisten ionioptisten elementtien sähkömagneettisissa kentissä. Laajemmin siihen kuuluu näiden elementtien rakenne ja fysikaaliset ominaisuudet sekä useiden elementtien muodostamien kokonaisuuksien suunnittelu. Yleisimpiä elementtejä ovat dipolit ja kvadrupolit. Dipoleilla käännetään tai erotellaan hiukkassuihkuja ja kvadrupoleilla fokusoidaan niitä. Ionioptiset elementit jakaantuvat magneettisiin ja sähköisiin elementteihin, joiden hiukkaskohtaisen toiminnan määrää ionin magneettinen tai sähköinen jäykkyys. Täytekaasun lisääminen muuttaa hiukkassuihkun ominaisuuksia siten, että efektiivinen jäykkyys samanmassaisilla hiukkasilla ei enää riipu alkuperäisestä varauksesta eikä merkittävästi hiukkasen nopeudesta. Tämän vuoksi kaasutäytteen separaattori hyväksyy laajan varaustila- ja nopeusjakauman.

Tässä työssä laskettiin optimaalinen kokoonpano RITU:n laitteistolle, johon on lisätty suihkua kahdeksan astetta taittava dipoli. Tarkastelussa lyhennettiin lisäksi päädipolin jälkeen olevaa vapaata matkaa. Ionioptiset laskut tehtiin pääasiassa matriisipohjaisella *Gios*-ohjelmalla. Saadun optimaalisen ratkaisun mukaan päädipolin jälkeistä kenttöntä aluetta voidaan lyhentää 15 cm, mikä lyhentäisi koko separaattoria saman verran. Lisädipoli tulisi sijoittaa ratkaisun mukaan 49 cm päähän viimeisestä kvadrupolista ja 25 cm etäisyydelle ilmaisimesta. Nämä muutokset kasvattaisivat laitteiston dispersiota noin kahdeksan prosenttia arvoon 11.3 mm/% suurennuksen pysyessä lähes samana.

Esitelty muutos RITU:n kokoonpanossa parantanee hieman erottelutehokkuutta. Muutoksen hyötyjen selvittämiseksi ratkaisun ominaisuuksia on kuitenkin tarkasteltava tarkemmin ottamalla huomioon muun muassa täytekaasun aiheuttama sironta, primäärisuihkun pysäytin sekä suihkujen leveys- ja kulmajakaumat.

Sisältö

1	Johdanto	1
2	Ionioptiikkaa	3
2.1	<i>Lorentzin voima ja magneettinen jäykkyys</i>	3
2.2	<i>Koordinaatisto</i>	4
2.3	<i>Taylorin kehittämän soveltaminen ionioptiikkaan</i>	6
2.4	<i>Kuvausmatriisit</i>	7
2.5	<i>Keskeisiä käsitteitä</i>	9
2.6	<i>Kuvausvirheet</i>	11
2.7	<i>Faasiavaruus</i>	12
3	Yleisiä magneettisia ionioptisia elementtejä	14
3.1	<i>Kvadrupoli</i>	14
3.2	<i>Dipoli</i>	17
3.2.1	<i>Liike dipolissa vertailuhiukkasen kanssa samalla jäykkyydellä</i>	18
3.2.2	<i>Barberin sääntö</i>	20
3.2.3	<i>Liike dipolissa poikkeavalla jäykkyydellä</i>	21
3.2.4	<i>Optinen akseli vinossa dipolin reunaa vasten</i>	22
3.3	<i>Dispersio, resoluutio ja erottelukyky</i>	23
3.4	<i>Radiaalisesti kasvava kenttä sektorimagneetissa</i>	25
3.5	<i>Pisteestä pisteeseen fokuoiva symmetrinen dipoli</i>	28
3.6	<i>Kvadrupolimultipletti</i>	29
3.7	<i>Optisten elementtien efektiivinen pituus</i>	30
4	Fuusioreaktioista	32
4.1	<i>Coulombin valli</i>	32
4.2	<i>Fuusioreaktion kinematiikkaa</i>	33
5	Kaasutäytteiset separaattorit ja efektiivinen jäykkyys	37
5.1	<i>Kaasutäytteen separaattorin ominaisuuksia sekä vertailua tyhjiöseparaattoreihin</i>	37
5.2	<i>Ionien efektiivinen jäykkyys kaasussa</i>	38
5.3	<i>RITU — Rekyyliseparaattori</i>	42

6 RITU:n kehittäminen	44
6.1 <i>Kehittämisen syyt ja edellytykset</i>	44
6.2 <i>Kaasutäytteen separaattorin mallintaminen</i>	45
6.3 <i>Testireaktiot</i>	47
6.4 <i>RITU:n kehittämisen pääkohdat</i>	48
6.5 <i>Kvadrupolien Q_2 ja Q_3 maksimikentät sekä lisädipolin pituus</i>	50
6.6 <i>Optimaalisen ionioptisen järjestelmän haku</i>	51
7 Päätelmät	54
Viitteet	55
A Ionien lentoratoja RITU:ssa	57
B Vanhan ja uuden optisen järjestelmän siirtokertoimet	59

1 Johdanto

Hiukkas- ja ydinfysiikan koejärjestelyissä tarvitaan paljon erilaisia hiukkassuihkuja, joilla halutut reaktiot saadaan aikaan. Nämä suihkut tuotetaan yleensä hiukkaskiihdyttimellä ja ohjataan kohtioon, jossa suihku törmää halutun tyyppisiin hiukkasiin. Hiukkassuihkun on koostuttava yleensä varautuneista hiukkasista eli ioneista, koska ionien sähkövaraus mahdollistaa niiden kiihdytyksen ja ohjaamisen sähkömagneettisilla kentillä.

Sähkömagneettinen kenttä vaikuttaa Lorentzin voiman mukaisesti varattuun hiukkaseen. Sähköistä kenttää käytetään lähinnä hiukkasten kiihdytykseen, koska hiukkasen siirtyminen sähköisessä potentiaalitentässä muuttaa sen liike-energiaa vastaavasti. Magneettisilla kentillä voidaan puolestaan vain kääntää ioneja, mutta niiden liike-energiaa ei voida muuttaa. Magneettisia elementtejä käytetäänkin tämän vuoksi enemmän ionisuihkujen siirtolinjoissa ja hiukkasseparaattoreissa. Esimerkiksi magneettisia dipoleja käytetään suihkun kääntämiseen ja kvadrupoleja fokusointiin. Nämä vastaavatkin jossain mielessä valo-optiikan prismoja ja linssejä.

Separattoreilla erotellaan mielenkiintoiset reaktiotuotteet muista hiukkasista. Erityisesti reaaliaikaisilla separattoreilla erottelu tehdään välittömästi reaktion jälkeen. Separointi vaatii jonkin dispersiivisen elementin, joka on usein magneettinen dipoli tai sähkömagneettinen nopeuserotin. Esimerkiksi dipolin magneetikentässä jäykkyydeltään toisistaan poikkeavat hiukkaset kääntyvät eri säteellä, mikä mahdollistaa hiukkassuihkujen erottelun. Separointi voidaan tehdä myös muilla menetelmillä esimerkiksi kemiallisesti, joten separaattori ei aina sisällä edellä kuvattuja sähkömagneettisia elementtejä. Nopeassa separoinnissa voidaan kuitenkin tarkastella esimerkiksi nopeasti hajoavia lyhytikäisiä ytimiä. Separointia voidaan tehdä myös itse hiukkaskiihdyttimellä. Tällaisesta kiihdytinpohjaisesta massaspektroskopiasta on antropologisena esimerkkinä Alpeilta löydetyin Ötzi-jäämiehen iänmääritys [Kut00].

Ionioptiikalla kuvataan sähkömagneettisten elementtien vaikutusta ionisuihkuihin. Nimitys kertoo myös analogiasta valo-optiikan kanssa. Ionioptiikkaa tehdään lähinnä kahdella eri menetelmällä: yksittäisten ionien lentoratoja integroimalla tai käyttämällä elementtikohtaisia kuvausmatriiseja. Integroivalla lähestymistavalla päästään usein tarkempiin tuloksiin, koska ionin vuorovaikutukset ympäristön kanssa voidaan huomioida tarkemmin. Toisaalta elementtikohtaisilla kuvausmatriiseilla voidaan tarkastel-

la esimerkiksi koko laitteiston optisia ominaisuuksia kerralla kertomalla kuvausmatriisit keskenään. Kuvausmatriisien elementit ovat niin sanottuja siirtokertoimia, jotka saadaan optisten elementtien siirtofunktioiden Taylorin potenssisarjakehitelmistä. Nämä kertoimet ilmaisevat suoraan esimerkiksi laitteiston suurennuksen tai dispersion.

Kaasutäytteisissä järjestelmissä ionien optinen käyttäytyminen muuttuu verrattuna tyhjiöön, koska ionit törmäilevät täytekaasun molekyyliin. Varauksenvaihtotörmäykset täytekaasun kanssa aiheuttavat ionille keskimääräisen varaustilan. Varaustilan hajonta on sitä pienempi mitä useammin törmäyksiä tapahtuu. Toisaalta suuri täytekaasun paine sirottaa suihkua enemmän ja aiheuttaa siinä energijättöä. Keskimääräinen varaustila ei ole riippuvainen alkuperäisestä varauksesta eikä ensimmäisen kertaluvun approksimaatiossa ionin nopeudesta, joten kaasuseparaattoreilla voidaan hyödyntää suuri varaus- ja energijakauma mielenkiintoisesta reaktiotuotteesta toisin kuin tyhjiöseparaattoreilla. Toisaalta tyhjiössä järjestelmä voidaan rakentaa siten, että separointi erottelee ionit täydellisesti, jolloin havainnointi yksinkertaistuu.

Kaasutäytteisissä separaattoreissa primäärisuihkun ja reaktiotuotteiden erottelutehokkuus riippuu paljon reaktiosta. Esimerkiksi kohtion ja ammuksen massan ollessa lähellä toisiaan separointi muuttuu vaikeammaksi. Separoinnin lisääminen pidentää toisaalta laitteistoa ja vaikeuttaa jäykkyydeltään tuntemattoman reaktiotuotteen saamista ilmaisimen kohdalle.

2 Ioniopiiikkaa

2.1 Lorentzin voima ja magneettinen jäykkyys

Varattu hiukkanen kokee sähkö- ja magneettikentän. Nämä kentät aiheuttavat ionin kiihtyvyyden. Varatun hiukkasen liikeyhtälö sähkö- ja magneettikentässä on

$$\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (2.1)$$

missä \mathbf{E} on sähkökenttä ja \mathbf{B} on magneettikenttä. Tämän yhtälön kuvaamaa voimaa kutsutaan tunnetusti Lorentzin voimaksi.

Mikäli hiukkaseen vaikuttaa vain magneettikenttä, kiihtyvyys on ristitulon mukaisesti aina kohtisuorassa nopeutta \mathbf{v} vastaan. Täten magneettikenttä ei lisää hiukkasen nopeuden itseisarvoa, vaan ainoastaan kääntää sitä. Ionin nopeus voidaan jakaa magneettikentän kanssa kohtisuoraan ja samansuuntaiseen komponenttiin siten, että $\mathbf{v} = \mathbf{v}_\perp + \mathbf{v}_\parallel$. Magneettikenttä vaikuttaa vain kohtisuoran komponentin \mathbf{v}_\perp suuntaan. Samansuuntainen komponentti \mathbf{v}_\parallel pysyy vakiona.

Tarkastellaan tilannetta $\mathbf{v} = \mathbf{v}_\perp$. Tällöin Lorentzin voiman (2.1) aiheuttama kiihtyvyys ilmenee keskeiskiihtyvyytenä, joten ioni liikkuu pitkin ympyrärataa, mikäli kenttä on vakio tällä alueella. Olkoon θ kiertokulma ympyräradan keskipisteestä. Tällöin

$$m \left(\frac{dv}{dt} \right) = mv \frac{d\theta}{dt} = \frac{mv^2}{\rho} \stackrel{(2.1)}{=} qvB,$$

missä ρ on ympyräradan säde. Määritellään nyt magneettinen jäykkyys χ_B edellisestä yhtälöstä siten, että

$$\chi_B = B\rho = \frac{mv}{q} = \frac{p}{q}. \quad (2.2)$$

Määritelmä on toimiva myös suurilla nopeuksilla lähellä valonnopeutta, koska ionin nopeuden itseisarvo ei muutu, jolloin efektiivinen massa pysyy vakiona.

Magneettinen jäykkyys χ_B yksikkönään teslametri kuvaa magneettikentän aiheuttaman kääntösäteen ja magneettikentän yhteyttä hiukkasen varaukseen ja liikemäärään. Ionit separoituvat magneettikentässä toisistaan jäykkyytensä perusteella. Vastaavasti voidaan määritellä sähköstaattinen jäykkyys

$$\chi_E = E\rho = pv/q, \quad (2.3)$$

tilanteessa, jossa sähkökenttä on kohtisuorassa ionin nopeusvektoria vastaan [Wol87a].

Usein tiedetään hiukkasen energia ja halutaan tätä energiaa ja hiukkasen varausta vastaava magneettinen jäykkyys. Epärelativistisilla nopeuksilla hiukkasen jäykkyydeksi saadaan

$$\chi_B = \frac{p}{q} = \frac{\sqrt{2E_k m_0}}{q}, \quad (2.4)$$

kun E_k on kineettinen energia ja m_0 hiukkasen massa. Valitsemalla energian yksiköksi megaelektronivoltti MeV, massan yksiköksi atomimassayksikkö u ja varauksen yksiköksi elektronin varaus e , saadaan kaava muotoon

$$\chi_B = 0.1440 \frac{\sqrt{E_k [\text{MeV}] \cdot m_0 [u]}}{q [e]} \cdot \text{Tm}. \quad (2.5)$$

Relativistisen hiukkasen kokonaisenergialle pätee

$$E = mc^2 = E_k + m_0 c^2 = c \sqrt{p^2 + (m_0 c)^2}, \quad (2.6)$$

josta ratkaisemalla relativistinen liikemäärä p ja sijoittamalla se magneettisen jäykkyyden lausekkeeseen (2.2) saadaan

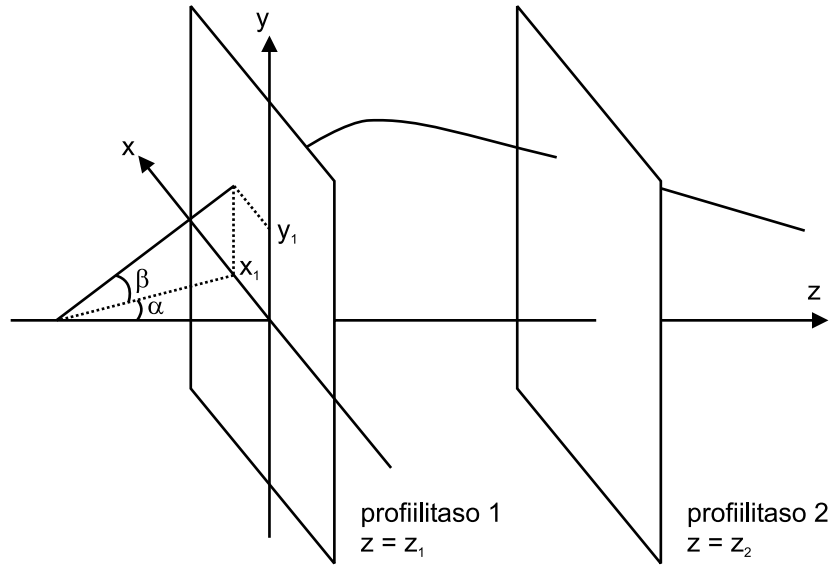
$$\chi_B = \frac{p}{q} = \frac{E_k}{cq} \sqrt{1 + 2 \frac{m_0 c^2}{E_k}}, \quad (2.7a)$$

joka esitettyä edellä kuvatuilla yksiköillä saadaan muotoon

$$\chi_B = 3.336 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{E_k [\text{MeV}]}{q [\text{C}]} \sqrt{1 + 1863 \frac{m_0 [u]}{E_k [\text{MeV}]}} \cdot \text{Tm}, \quad (2.7b)$$

2.2 Koordinaatisto

Ionin liikerataa verrataan yleisesti ionioptiikassa niin sanottuun optiseen akseliin. Optisen akselin muodostaa jonkin vertailuhiukkasen liikerata järjestelmän läpi tietyillä alkuehdoilla. Laitteisto toimii halutulla tavalla hiukkasille, joiden jäykkyydet ovat lähellä vertailuhiukkasen jäykkyyttä. Olkoon z optisen akselin suuntainen koordinaatti siten, että z kertoo alkupisteestä optisella akselilla kuljetun matkan kyseessä olevaan *profilitasoon* (engl. *profile plane*), joka on kohtisuorassa optista akselia vastaan. Olkoon lisäksi x ja y ionin koordinaatit tässä profi ilitasossa siten, että xy -koordinaatiston



Kuva 2.1: Ionin kuvautuminen mielivaltaisen ionioptisen elementin yli.

origo on optisella akselilla ja α ja β ovat ionin inkliinaatiokulmat xz - ja yz -tasoissa suhteessa optiseen akseliin. Kuvassa 2.1 on esitetty ionin nämä koordinaatit ja yleisesti ionin paikan kuvautumista jonkin mielivaltaisen ionioptisen elementin läpi profiilitasolta toiselle.

Määritellään inkliinaatiokulmiin α ja β liittyvät koordinaatit a ja b siten, että

$$a = \frac{v_x}{v} \quad \text{ja} \quad b = \frac{v_y}{v}, \quad (2.8)$$

missä v on hiukkasen nopeuden itseisarvo. Näin ollen a ja b kuvaavat hiukkasen suuntaa xy -tasossa. Ionin x - ja y -suuntaiset liikemäärät voidaan lausua nyt näiden koordinaattien sekä ionin liikemäärän avulla muodossa

$$p_x = a \cdot mv = ap \quad \text{ja} \quad p_y = b \cdot mv = bp. \quad (2.9)$$

Mikäli kulmat α ja β ovat pieniä, niin pätee $v \approx v_z$, jolloin

$$a \approx \frac{v_x}{v_z} = \frac{dx}{dz} = \tan \alpha \approx \alpha \quad \text{ja} \quad b \approx \frac{v_y}{v_z} = \frac{dy}{dz} = \tan \beta \approx \beta. \quad (2.10)$$

Koordinaattien derivaattoja tarvitaan yleensä z -koordinaatin ja ajan suhteen. Merkitään derivaattaa optisen akselin suhteen yläpilkulla ja ajan suhteen koordinaatin päällä

olevalla pisteellä. Esimerkiksi x -koordinaatin derivaatat näiden suhteen ovat:

$$x' \equiv \frac{dx}{dz} \quad \text{ja} \quad \dot{x} \equiv \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dz} \frac{dz}{dt} = x' v_z. \quad (2.11)$$

Muita ionin liikettä ja ominaisuuksia kuvaavia koordinaatteja ovat aika t ja koordinaatit, jotka ilmaisevat ionin jäykkyyden poikkeamaa vertailuionista. Jäykkyyden poikkeama ilmoitetaan yleensä joko suoraan jäykkyyden poikkeamalla tai erikseen hiukkasen massan ja kineettisen energian poikkeaman avulla. Jäykkyyden poikkeama Δ määritellään siten, että

$$\chi_B = \chi_{B,0}(1 + \Delta) \quad (2.12)$$

ja massan sekä kineettisen energian poikkeamat muodossa

$$\frac{m}{q} = \frac{m_0}{q_0}(1 + \delta_m)_{K=\text{vakio}} \quad \text{ja} \quad \frac{K}{q} = \frac{K_0}{q_0}(1 + \delta_K)_{m=\text{vakio}}, \quad (2.13)$$

missä m_0 , K_0 ja q_0 viittaavat vertailuhiukkasen lepomassaan, liike-energiaan ja varaukseen. Toisin sanoen nämä poikkeamat kuvaavat hiukkasen suhteellisia eroja vertailuhiukkaseen. Tällä määrittelytavalla nämä jäykkyyteen vaikuttavat koordinaatit ovat lähellä nollaa ja siksi erityisen sopivia käytettyyn potenssisarjamenetelmään.

2.3 Taylorin kehittelyn soveltaminen ionioptikkaan

Varatun hiukkasen koordinaatit seuraavalla profiilitasolla 2 riippuvat edellisen profiilitason 1 koordinaateista ja ne voidaan esittää muodossa

$$x_2 = x_2(x_1, \alpha_1, y_1, \beta_1, \Delta; z) \quad (2.14a)$$

$$y_2 = y_2(y_1, \beta_1, x_1, \alpha_1, \Delta; z), \quad (2.14b)$$

Nämä funktiot eivät yleensä ole ratkaistavissa analyttisesti, mutta Taylorin potenssisarjalla voidaan johtaa funktioille approksimaatioita. Koska ionin tilaa kuvaavat konfiguraatioavaruuden koordinaatit x , y , a , b ja Δ ilmaisevat poikkeamaa vertailuhiukkasen vastaavista koordinaateista, ensimmäisen kertaluvun approksimaatiokaavan (2.14a) funktiolle voidaan kirjoittaa muodossa

$$x_2 = x_1 + (x_2|x_1)x_1 + (x_2|a_1)a_1 + (x_2|\Delta_1)\Delta_1 + \mathcal{O}(2). \quad (2.15)$$

Merkinnällä $(u|v)$ tarkoitetaan osittaisderivaattaa $\partial u/\partial v$ [Eng79]. Usein merkinnälle $(u_2|v_1)$ käytetään lyhennysmerkintää $(u|v)$, jossa alaindeksit on jätetty pois. Vastavasti muille koordinaateille saadaan samankaltaiset lineaariset approksimaatiot. Näitä kertoimia kutsutaan *siirtokertoimiksi* (engl. *transfer coefficient*). Lisäämällä kehittämään (2.15) korkeamman kertaluvun termejä voidaan approksimaatiota parantaa.

Usein magneettisen järjestelmän mekaanisesta symmetriasta oletetaan, että magneetikenttä on kohtisuorassa xz-tasoa vastaan ja että xz-taso on magneettisten multipolien symmetriataso. Näistä symmetriaoletuksista johtuu, että muotoa $(x|y^n b^m)$ olevat siirtokertoimet häviävät kun $n + m$ on pariton. Tämä tarkoittaa erityisesti, että $(x|y) = (x|b) = 0$. [Eng79]

2.4 Kuvausmatriisit

Ionioptiikka on kohtalaisen yhdenmukainen tavallisen valo-optiikan kanssa. Ionioptiikassa käsitellään optisten linssien asemasta sähköisiä ja magneettisia linsejä, jotka taittavat ioneja niiden ominaisuuksien perusteella. Nämä linssit eivät ole yleensä ohuita kuten optiikassa, mikä monimutkaistaa käsittelyä. Hiukkasten nopeuskin vaihtelee tapauksittain, mikä tuo käsittelyyn yhden uuden muuttujan.

Ionioptiikassa magneettisille ja sähköisille elementeille kehitetään kuvausmatriisit, jotka siirtävät ionin elementin läpi. Matriisimenetelmää voidaan käyttää tarkasti ainoastaan tyhjiössä toimiviin laitteistoihin. Mikäli elementit eivät ole tyhjiössä, niin tarkka analyysi joudutaan lähes poikkeuksetta tekemään lentorataa integroivalla simulaatiolla. Kuvausmatriiseilla voidaan kuitenkin analysoida karkeasti tällaista laitteistoa.

Tarkastellaan yksinkertaistettua ensimmäisen kertaluvun tilannetta ionioptisessa laitteistossa, joka on vain x-suunnassa dispersiivinen eli y-suunnassa jäykkyyden poikkeama ei olennaisesti vaikuta y-koordinaatin kuvautumiseen. Tällöin hiukkasen x-suuntaisten koordinaattien kuvautuminen profiilitasolta toiselle voidaan ilmaista ensimmäisen kertaluvun approksimaation (2.15) mukaisesti matriisiyhtälönä

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ a_2 \\ \Delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x|x) & (x|a) & (x|\Delta) \\ (a|x) & (a|a) & (y|\Delta) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ a_1 \\ \Delta \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

jossa kuvausmatriisin elementteinä ovat potenssisarjakehitelmästä saadut siirtokertoimet. Vastaavasti voidaan esittää y-suuntaisten koordinaattien muunnos

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (y|y) & (y|b) \\ (b|y) & (b|b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ b_1 \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

Laajentamalla kuvausmatriisien dimensioita voidaan kehittää kuvausmatriiseja myös korkeamman kertaluvun approksimaatioille. Tällöin joudutaan koordinaattivektorien dimensioita kasvattamaan vastaavasti lisäämällä koordinaatteja x^2 , xa ja niin edelleen.

Kuvausmatriiseilla saavutetaan se etu, että järjestelmän optisia elementtejä ei tarvitse käsitellä erikseen. Kertomalla peräkkäin olevien elementtien kuvausmatriisit oikeassa järjestyksessä saadaan halutun osan kuvausmatriisi. Näin ollen tuntemalla yksittäisten elementtien kuvausmatriisit voidaan koko järjestelmää vastaava kuvausmatriisi tuottaa helposti. Tämä on hyödyllistä, koska tällöin koko järjestelmän tärkeimmät optiset ominaisuudet nähdään järjestelmän kuvausmatriisin kertoimista. Koska vektoria merkitään yleisen käytännön mukaisesti sarakematriisilla, niin kuvausmatriisi on kerrottava vektoriin vasemmalta. Edelleen halutun osan kuvautuminen saadaan kertomalla kaikki matriisit järjestyksessä oikealta vasemmalle

$$\mathbf{c}_n = \mathbf{M}_n \mathbf{M}_{n-1} \dots \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_1 \mathbf{c}_0, \quad (2.18)$$

missä \mathbf{c}_i on koordinaattivektori profiilitasolla i ja \mathbf{M}_i on kuvausmatriisi profiilitasolta $i - 1$ tasolle i .

Ionioptisessa järjestelmässä joudutaan kuvaamaan ionin liikettä myös alueessa, jossa ioniin ei vaikuteta ulkoisella kentällä. Tällainen ionin siirtymä tyhjiössä ilman kenttiä kuvataan *vapaan matkan* kuvausmatriisilla (engl. *drift-length*)

$$T_l = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

joka siirtää ionia matkan l verran eteenpäin koordinaattien a ja b osoittamaan suuntaan [Wol87a]. Tarkastellaan ajautumismatriisin toimintaa siirrettäessä ionia matkan l verran profiilitasolta 1 tasolle 2. Hiukkasen x-suuntaiseksi koordinaateiksi profiilitasolla 2 saadaan

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + la_1 \\ a_1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} x_1 + l \tan \alpha_1 \\ a_1 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Koska $a = v_x/v$, niin vapaan matkan kuvausmatriisi siirtää hiukkasta oikein, jos siirron pituus l on hiukkasen nopeuden v suuntainen. Käytännössä siirron pituutena käytetään kuitenkin profi ilitasojen 1 ja 2 välistä etäisyyttä optisella akselilla. Tämä aiheuttaa kuvaukseen vain pienen virheen, mikäli kulmat α ja β ovat pieniä (ks. yhtälö (2.10)). Vapaata matkaa vastaava kuvausmatriisi on sama x- ja y-suunnassa, kun yleensä magneettisille elementeille nämä erisuuntaiset kuvausmatriisit ovat erilaisia.

2.5 Keskeisiä käsitteitä

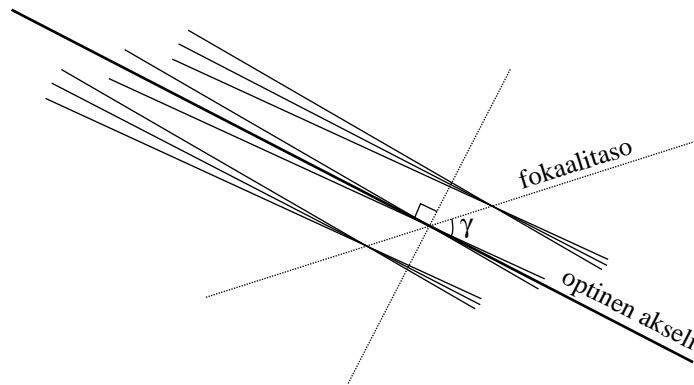
Kuten edellä on kuvattu, *profilitasolla* tarkoitetaan mitä tahansa ionioptista akselia vastaan kohtisuorassa olevaa tasoa. Ioni kuvataan profi ilitasosta toiseen vapaassa avaruudessa vapaan matkan matriisilla, joka on esitetty kaavassa (2.19). Ionioptisen elementin läpi ioni kuvataan profi ilitasolta toisella elementtiä vastaavalla kuvausmatriisilla.

Fokaalitaso (engl. *focal plane*) on pinta, joka muodostuu pisteistä, joihin eri jäykkyiset ionisuihkut fokuoituvat. Fokaalitaso ei yleensä ole kohtisuorassa optista akselia kohden vaan muodostaa optisen akselin kanssa kulman γ . Todellisuudessa fokaalitaso on pikemminkin pinta kuin taso, koska korkeamman kertaluvun kuvauskertoimet tuottavat siihen kaarevuuksia. Fokaalitasolla laitteiston muodostama kuva on pienimmillään, joten mahdolliset ilmaisimet sijoitetaan yleensä tälle tasolle. Kuvassa 2.2 on esitetty periaatekuva fokaalitasosta, joka syntyy tässä kolmen eri jäykkyyden ionisuihkun fokuoituuessa pisteeseen. Kuvassa keskimäinen suihku vastaa periaatteellisesti vertailuionisuihkua ja kaksi muuta jäykkyydeltään tästä poikkeavaa ionisuihkua. Fokaalitasoon muodostama kulma γ voidaan laskea kaavalla [Eng79]

$$\tan \gamma = -\frac{(a|a)(x|\Delta)}{(x|a\Delta)}, \quad (2.21)$$

missä Δ kuvaa jäykkyyden muutosta verrattuna vertailuioniin siten, että $\chi = \chi_0(1 + \Delta)$. Koska fokaalitasoon kulman lausekkeessa on toisen kertaluvun siirtokerroin $(x|a\Delta)$, ilmiö tulee esiin vasta tarkasteltaessa optista laitteistoa vähintään toisen kertaluvun tarkkuudella.

Fokusointia voi tapahtua usealla eri tavalla. Fokusoinnin tyyppi on kiinteässä yhteydessä yleisen kuvausmatriisin (2.16) elementtien häviämiseen.



Kuva 2.2: Periaatteellinen fokaalitaso kuvitteellisessa järjestelmässä

Kertoimen $(x|a)$ häviäminen tuottaa *pisteestä pisteeseen* fokusoinnin (engl. *point-to-point focusing*). Siirtokertoimen $(x|a)$ häviäminen tarkoittaa luonnollisesti, että x -koordinaatti ei riipu kulmasta α , joten profi ilitason 1 jostain pisteestä eri suuntiin lähtevät hiukkaset kuvautuvat ionioptisen elementin jälkeen olevalle fokaalitasolle samaan pisteeseen.

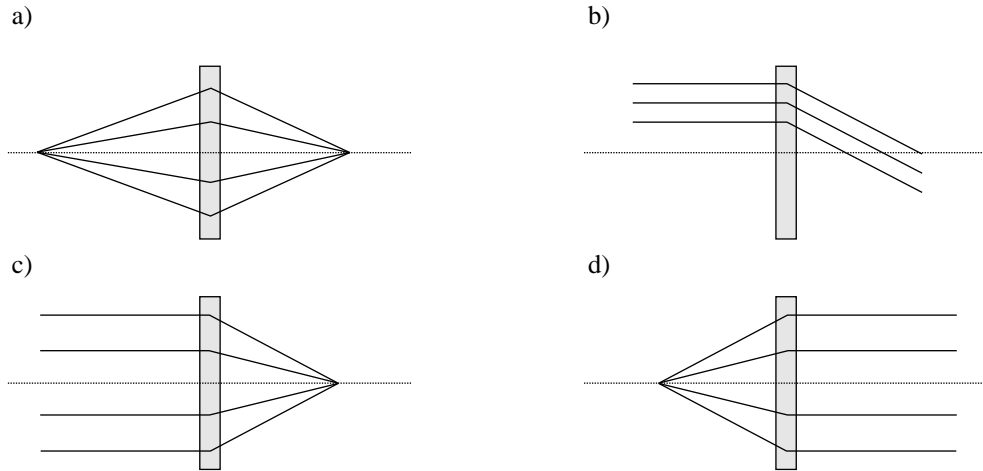
Kertoimen $(a|x)$ häviäminen aiheuttaa fokusoinnin, jossa ennen elementtiä optisen akselin kanssa samansuuntaiset hiukkaset pysyvät keskenään samansuuntaisina yli fokuoivan elementin (engl. *parallel-to-parallel focusing*). Fokusointi pienentää lentoratojen välisiä etäisyyksiä sitä enemmän mitä suurempi taittuminen on.

Mikäli $(x|x)$ häviää, syntyy fokusointi, joka taittaa optisen akselin kanssa samansuuntaiset lentoradat yhteen pisteeseen fokaalitasolle. Ennen elementtiä olevan hiukkasen x -suuntainen etäisyys optisesta akselistä ei siis vaikuta x -koordinaattiin fokaalitasolla.

Kertoimen $(a|a)$ häviäminen on edelliseen tapaukseen verrattuna käänteinen, koska $(a|a) = 0$ aiheuttaa fokusoinnin, jossa samasta optisen akselin pisteestä eri suuntiin lähtevät lentoradat taipuvat siten, että elementin jälkeen lentoradat ovat samansuuntaiset.

Kuvassa 2.3 on havainnollistettu edellä kuvattuja ensimmäisen kertaluvun siirtokertoimien häviämisen vaikutuksia fokusointiin.

Voidaan osoittaa, että magneettisia elementtejä vastaavien kuvausmatriisien determinantti on aina 1, koska magneettikenttä ei muuta hiukkasen energiaa [Wol87a]. Ylei-



Kuva 2.3: Yleisen ensimmäisen kertaluvun kuvausmatriisin elementtien katoaminen. Kohdassa (a) $(x|a) = 0$ aiheuttaa pisteestä pisteeseen fokusoinnin. Kohdassa (b) $(a|x) = 0$ johtaa fokusointiin, jossa samansuuntaiset radat pysyvät samansuuntaisina. Kohdassa (c) on kertoimen $(x|x)$ häviämisen aiheuttama fokusointi ja kohdassa (d) $(a|a) = 0$

sen ensimmäisen kertaluvun kuvausmatriisin (2.16) elementeistä voi tämän vuoksi kadota yhtäaikaan enimmillään kaksi kerrointa siten, että $(x|x) = (a|a) = 0$ tai $(x|a) = (a|x) = 0$.

2.6 Kuvausvirheet

Kuvausvirheet (engl. *aberrations*) ionioptisessa järjestelmässä ovat yleisesti joko geometrisia tai kromaattisia kuten valo-optiikassakin [Wol87a]. Geometrisilla kuvausvirheillä tarkoitetaan virheitä, jotka syntyvät elementtien epäideaalisuuksista ja elementtien kuvausyhtälöiden (tai matriisien) johdossa tehdyistä yksinkertaistuksista. Esimerkiksi oletus, että ionit kulkevat lähellä optista akselia ja niiden lentoradat ovat samansuuntaisia, aiheuttaa geometrisia kuvausvirheitä. Kromaattisilla kuvausvirheillä tarkoitetaan puolestaan ionin ominaisuuksista johtuvaa kuvauksen muuttumista. Esimerkiksi vertailuionista jäykkyydeltään poikkeava ioni kuvautuu eri tavalla järjestelmässä. Myös saman jäykkyyden ioni voi kuvautua poikkeavasti. Esimerkiksi kahden samanjäykkyyden ionin nopeudet voivat poiketa toisistaan, jolloin niiden lentoaika laitteistossa on eri. Lentoajan muutos voi olla myös geometrinen kuvausvirhe, koska eri suuntiin lähtevät monokromaattiset ionit kulkevat esimerkiksi dipolissa yleensä eri pituisen matkan. [Wol87a]

Kuvausvirheet ovat merkittäviä lähinnä järjestelmissä, joissa on tarkoituksena saada kuvatasolle kapea hiukkassuihku. Kuvausvirheitä voidaan korjata multipoleilla ja esimerkiksi dipolien reunojen muotoa muuttamalla, jolloin dipoliin saadaan esimerkiksi kvadrupolin kaltainen vaikutus. [Wol87a]

2.7 Faasiavaruus

Faasiavaruudella (engl. *phase space*) tarkoitetaan yleisesti avaruutta, jonka koordinaatteina ovat paikkakoordinaatit ja niitä vastaavat yleistetyt liikemääräkoordinaatit. Kolmiulotteisessa liikkeessä hiukkaseen liittyvä faasiavaruus on siis kuusiulotteinen, joka koostuu kolmesta paikkaa kuvaavasta koordinaatista (x, y, z) ja kolmesta liikemäärää kuvaavasta koordinaatista (p_x, p_y, p_z) . Konfiguraatioavaruudella tarkoitetaan puolestaan järjestelmän tilan täydellisesti kuvaavien mielivaltaisten koordinaattien muodostamaa avaruutta. Tässä työssä koordinaatit z, x, a, y, b ja Δ muodostavat hiukkasen tilan kuvaavan konfiguraatioavaruuden.

Liouvillen teoreeman mukaan hiukkasjoukon faasiavaruustiheys pysyy vakiona ajan suhteen [Mar95]. Ensimmäisen kertaluvun ionioptiikassa, jota tässä työssä lähinnä käsitellään, paikkakoordinaatit ovat riippumattomia toisistaan, joten Liouvillen teoreema jakaantuu koordinaattien kesken siten, että x-, y-, ja z-suunnassa hiukkasten faasiavaruustiheys pysyy vakiona. Mikäli hiukkasten energia ei muutu, hiukkasten määrittämä tilavuus näissä kaksiulotteisissa faasiavaruuksissa pysyy vakiona. Tätä tilavuutta, E , nimitetään emittanssiksi (engl. *emittance*). Emittanssia merkitään usein myös ϵ :lla, jolle pätee $E = \pi\epsilon$. Yleensä emittanssin yksikkönä on π mm mrad. [Hei]

Kaavan 2.9 mukaan x- ja y-suuntaiset liikemäärät ovat verrannollisia vastaaviin inkliinaatiokoordinaatteihin a ja b verrannollisuuskertoimen ollessa hiukkasen kokonaisliikemäärä. Lisäksi esimerkiksi x-suunnassa $a \approx \alpha$, kun α on pieni. Tällöin faasiavaruuden liikemäärät voidaan korvata vastaavilla inkliinaatiokoordinaateilla. Tämän vuoksi edellä esitetty tavallinen emittanssin yksikkö sisältää yksikön *mmrad*.

Vakiona pysyvä hiukkasjoukon määrittämä faasiavaruuden pinta-ala vaatii, että siirtomatriisin determinantti on yksi, koska ensimmäisen kertaluvun siirtomatriisit ovat lineaarikuvauksia faasiavaruudessa ja matriisin determinantti määrää tunnutusti lineaarikuvauksen suurennussuhteen.

Voidaan myös osoittaa, että faasiavaruudessa joidenkin hiukkasten määrittämän alueen sisällä oleva hiukkanen on alueen sisällä tämän jälkeenkin riippumatta ionioptisista elementeistä. Tietysti jokin muu kuin lineaarikuvaus, esimerkiksi mekaaninen este, voi poistaa hiukkasen alueesta. Tästä seuraa myös se, että optisesta akselistä poikennut hiukkanen ei voi koskaan myöhemmin kulkea optista akselia pitkin.

3 Yleisiä magneettisia ionioptisia elementtejä

Yleisimpiä ionioptisia elementtejä ovat magneettiset dipolit ja kvadrupolit. Dipoli on dispersiivinen elementti, jolla eri jäykkyuden ionisuihkut voidaan erotella toisistaan, koska jäykkyys määrä ionin kääntösäteen. Toisaalta ionisuihkuja voidaan kääntää dipolilla esimerkiksi siirtolinjoissa. Kvadrupolien ensisijainen käyttötarkoitus on fokusoida suihkuja. Kvadrupolit vastaavatkin jossain mielessä valo-optiikan linssejä.

3.1 Kvadrupoli

Kvadrupoli on ionioptinen linssi, joka koostuu neljästä hyperbelin muotoisesta napakengästä tai elektrodista. Valitaan koordinaatit siten, että kvadrupolin symmetria-akseli on z -akseli ja napakengät ovat keskellä xy -tason neljänneksiä. Olkoon tarkasteltavan kvadrupolin pituus z -akselilla w . Merkitään napakenkien rajoittaman sylinterin sädettä vakiolla G_0 . Periaatteellinen kuva kvadrupolin xy -poikkileikkauksesta on esitetty kuvassa 3.1. Kuvassa 3.2 on esitetty magneettinen kvadrupoli puolestaan xz -tasossa. Lisäksi kuvassa on tarkastelussa käytetyt koordinaatit. Sähköisessä kvadrupolissa navat on aseteltu kuten magneettisessa, mutta kvadrupolia on käännetty 45 astetta xy -tasossa, jolloin navat tulevat x - ja y -akseleille. Käsitellään tässä vain magneettista kvadrupolia. Todellisuudessa hyperbolisten napakenkien tai elektrodien valmistaminen on hankalaa, joten usein nämä on korvattu esimerkiksi ympyrän muotoisilla navoilla [wol87a].

Magneettikentän vuon tiheyden komponentit kvadrupolin sisällä voidaan lausua muodossa [Wol87a]

$$B_x(x, y) = -g_B y, \quad (3.1a)$$

$$B_y(x, y) = -g_B x, \quad (3.1b)$$

$$B_z(x, y) = 0, \quad (3.1c)$$

missä kentän gradientti g_B saadaan magneettikentän arvosta napakengän pinnalla B_T ja kvadrupolin sisähalkaisijasta G_0 kaavalla [Wol87a]

$$g_B = -B_T/G_0. \quad (3.2)$$

Kvadrupolin poikkileikkauksessa 3.1 on esitetty yhtälöiden (3.1) mukainen napakenkien välissä oleva magneettikenttä siten, että pisteestä piirretty vektori kuvaa kentän suuntaa tässä pisteessä. Lisäksi vektorin pituus on suoraan verrannollinen kentän

voimakkuuteen tarkasteltavassa pisteessä. Kuvasta nähdään ristitulon määritelmän ja Lorentzin kaavan (2.1) nojalla kvadrupolin fokuoiva ja defokuoiva toiminta. Tarkastellaan ionia, jonka varaus on negatiivinen. Nyt yz-tasossa liikkuva ioni kokee aina voiman, joka fokusoi hiukkasta kohti optista akselia. Vastaavasti xz-tasossa liikkuva ioni defokusoituu kauemmas optiselta akselilta. Mikäli hiukkasen varaus on positiivinen tai kvadrupolia käännetään 90 astetta, vaihtuu xz-taso fokuoivaksi ja yz-taso defokuoivaksi.

Lorentzin voimasta (2.1) ja kvadrupolin magneettikentän lausekkeista (3.1) saadaan ioniin kohdistuvaksi kiihtyvyydeksi sähkökentän ollessa nolla

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = qg_B [v_z x \hat{\mathbf{x}} - v_z y \hat{\mathbf{y}} + (v_y y - v_x x) \hat{\mathbf{z}}] \approx qg_B (v_z x \hat{\mathbf{x}} - v_z y \hat{\mathbf{y}}), \quad (3.3)$$

missä viimeisessä vaiheessa on arvioitu $v_x = v_y = 0$, koska $v_x \ll v_z$ ja $v_y \ll v_z$.

Toisaalta x- ja y-koordinaattien toisille aikaderivaatoille pätee

$$\ddot{x} = (d^2x/dz^2)(dz/dt)^2 = x''v_z^2, \quad (3.4a)$$

$$\ddot{y} = (d^2y/dz^2)(dz/dt)^2 = y''v_z^2, \quad (3.4b)$$

kun v_z on vakio. Yhdistämällä nämä yhtälön (3.3) kanssa saadaan

$$x'' = \frac{g_B q}{mv_z} x = -k^2 x \approx \frac{g_B}{\chi_B} x, \quad (3.5a)$$

$$y'' = -\frac{g_B q}{mv_z} y = k^2 y \approx \frac{g_B}{\chi_B} y, \quad (3.5b)$$

missä $k^2 = -g_B q / mv_z \approx B_T / G_0 \chi_B$.

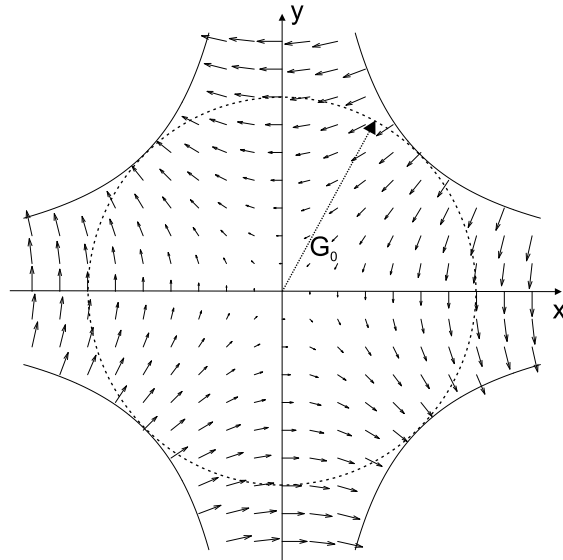
Yhtälöt (3.5) ovat lineaarisia toisen kertaluvun differentiaaliyhtälöitä, joiden lineaarisesti riippumattomat ratkaisut ovat kosini- ja sinimuotoisia. Lisäämällä integrointivakiot ratkaisuiksi saadaan

$$x(z) = c_1 \cos(kz) + d_1 \sin(kz), \quad (3.6a)$$

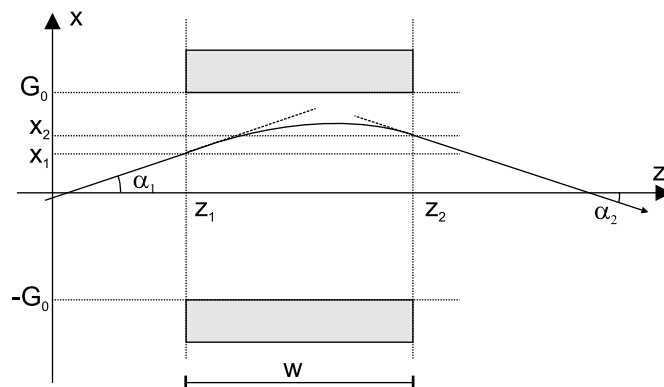
$$y(z) = c_2 \cosh(kz) + d_2 \sinh(kz), \quad (3.6b)$$

kun $k^2 > 0$. Integrointivakiot c_1, c_2, d_1 ja d_2 voidaan määrätä alkuehdoista

$$x(z_1 = 0) = x_1, \quad y(z_1 = 0) = y_1, \quad \alpha(z_1 = 0) = \alpha_1, \quad \beta(z_1 = 0) = \beta_1. \quad (3.7)$$



Kuva 3.1: Magneettisen kvadrupolin poikkileikkaus ja magneettikenttä xy -tasossa. Kuvan vektorit osoittavat kentän suuntaa ja voimakkuutta lähtöpisteissään. G_0 on napakenkien sisään piirretyn ympyrän säde



Kuva 3.2: Magneettisen kvadrupolin poikkileikkaus xz -tasossa. Kuvassa on kuvitteellisen ionin lentorata ja kvadrupoliin liittyvät koordinaatit

Kulmien α ja β tangentit voidaan ratkaista kaavasta (3.6) derivoimalla lausekkeita z :n suhteen kaavan (2.10) mukaisesti. Tästä saadaan

$$\tan \alpha(z) = -c_1 k \sin(kz) + d_1 k \cos(kz), \quad (3.8a)$$

$$\tan \beta(z) = c_2 k \sinh(kz) + d_2 k \cosh(kz), \quad (3.8b)$$

Alkuehdoista (3.7) sekä koordinaattien lausekkeista 3.6 ja 3.8 voidaan ratkaista integrointivakiot. Ionien koordinaateiksi kvadrupolin sisällä ($z_1 < z < z_2$) saadaan yhtälöt

$$x(z) = x_1 \cos(kz) + (\tan \alpha_1/k) \sin(kz), \quad (3.9a)$$

$$\tan \alpha(z) = -x_1 k \sin(kz) + \tan \alpha_1 \cos(kz), \quad (3.9b)$$

$$y(z) = y_1 \cosh(kz) + (\tan \beta_1/k) \sinh(kz), \quad (3.9c)$$

$$\tan \alpha(z) = y_1 k \sinh(kz) + \tan \beta_1 \cosh(kz), \quad (3.9d)$$

joista saadaan kvadrupolin kuvausmatriiseiksi asettamalla $z_2 = w$

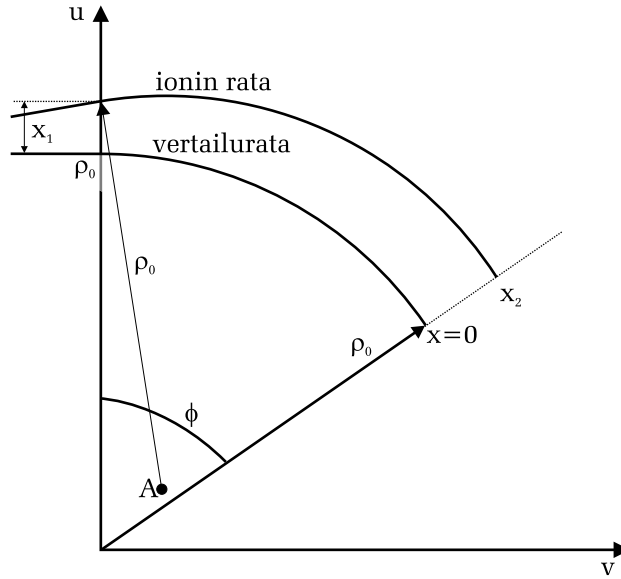
$$\begin{pmatrix} x_2 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(kw) & k^{-1} \sin(kw) \\ k \sin(kw) & \cos(kw) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ a_1 \end{pmatrix}, \quad (3.10a)$$

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(kw) & k^{-1} \sinh(kw) \\ k \sinh(kw) & \cosh(kw) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ b_1 \end{pmatrix}, \quad (3.10b)$$

joissa $\tan \alpha$ ja $\tan \beta$ on korvattu a :lla ja b :llä. Tämä approksimointi voidaan tehdä ensimmäisen kertaluvun tarkastelussa [Wol87a]. Näistä kuvausmatriiseista nähdään helposti, että molempien matriisien determinantti on yksi, kuten magneettisen elementin matriiseille on oltavakin.

3.2 Dipoli

Dipolilla tarkoitetaan tässä sektorin muodossa olevaa homogeenista magneettikenttää, joka on kohtisuorassa optista akselia vastaan ja y -akselin suuntainen. Toisin sanoen $B_x = B_z = 0$ ja $B_y \neq 0$. Tällöin magneettikenttä ei vaikuta ionin nopeuteen y -suunnassa. Oletetaan lisäksi, että dipolin kentän suunta ja hiukkasen varaus ovat niin, että hiukkaset kääntyvät kuten kuvassa 3.3.



Kuva 3.3: Homogeenisen magneettikentän aiheuttama ympyränmuotoinen optinen akseli laboratoriokoordinaatistossa (u, v) . Todellisen ionin ja vertailuionin lentoradat samalla säteellä ρ_0 , eli samalla jäykkyydellä χ_B , kun ionit ovat kääntyneet magneettikentässä kulman ϕ .

3.2.1 Liike dipolissa vertailuhiukkasen kanssa samalla jäykkyydellä

Kuvassa 3.3 on piirretty dipolin muodostaman magneettikentän tuottamat ympyräradat kahdelle ionille. Toinen näistä ioneista on valittu vertailuioniksi, joka kulkee pitkin näin valittua optista akselia. Kuvan ioneilla on sama magneettinen jäykkyys, mistä seuraa sama kääntösäde ρ_0 . Tarkasteltavan ionin ympyräradan keskipiste on merkitty kuvaan A:lla. Olkoon dipolin *kääntökulma* tässä tarkastelussa ϕ_0 . Kääntökulmalla tarkoitetaan kulmaa, jonka ionioptinen akseli kääntyy ko. dipolissa.

Dipolin sisäänmeno ja ulostulo eivät ole välttämättä kohtisuorassa ionioptista akselia vastaan. Usein näitä reunoja käännetään suhteessa optiseen akseliin, koska näin voidaan saada dipoliin myös kvadrupolimaista fokuointia. Tarkastellaan aluksi dipolia, jonka reunat ovat kohtisuorassa optiseen akseliin nähden. Olkoon sisäänmenon kohdalla oleva taso profi ilitaso 1 ja ulostulon kohdalla vastaavasti profi ilitaso 2.

Ionioptista akselia pitkin kulkevan vertailuionin magneettinen jäykkyys on kaavan (2.2) mukaan $\chi_0 = m_0 v_0 / q_0 = B_0 \rho_0$. Tarkastellaan nyt jäykkyydeltään identtisen hiukkasen liikettä dipolissa, kun profi ilitasolla 1 hiukkanen poikkeaa ionioptisella ak-

selillä kulkevasta vertailuhiukkasesta x -suunnassa sekä sisäänmenokulmassa. Olkoon nämä koordinaatit profiilitasolla 1 x_1 ja α_1 vastaavasti.

Tarkasteltavan hiukkasen ympyräradan keskipisteen A sijainti laboratoriokoordinaatistossa (u, v) saadaan yksinkertaisella trigonometrialla kuvasta 3.3. Keskipisteeksi saadaan $A(u, v) = (x_1 + \rho_0(1 - \cos \alpha_1), \rho_0 \sin \alpha_1)$. Vähentämällä hiukkasen paikkaa kuvaavasta (u, v) -koordinaatista keskipisteen $A(u, v)$ saadaan hiukkasen radaksi (u, v) -koordinaatistossa ympyrän yhtälön avulla

$$[u - x_1 - \rho_0(1 - \cos \alpha_1)]^2 + [v - \rho_0 \sin \alpha_1]^2 = \rho_0^2 \quad (3.11)$$

Lausekkeessa (3.11) olevista neliöinneistä tulevat kertoimet $x_1(1 - \cos \alpha_1)$, x_1^2 , $(1 - \cos \alpha_1)^2$ ja $\sin^2 \alpha$ sisältävät termit voidaan jättää huomiotta ensimmäisen kertaluvun potenssisarjassa. Lisäksi $\sin \alpha_1 \approx \alpha_1$. Tästä saadaan radalle yhtälö

$$u^2 - 2x_1u + v^2 - 2\rho_0v\alpha_1 \approx \rho_0^2. \quad (3.12)$$

Toisaalta radan u - ja v -koordinaatit voidaan lausua $x(\phi)$:n avulla muodossa

$$u(\phi) = [\rho_0 + x(\phi)] \cos \phi, \quad (3.13a)$$

$$v(\phi) = [\rho_0 + x(\phi)] \sin \phi, \quad (3.13b)$$

josta neliöimällä ja laskemalla puolittain yhteen saadaan ensimmäisen kertaluvun arvio

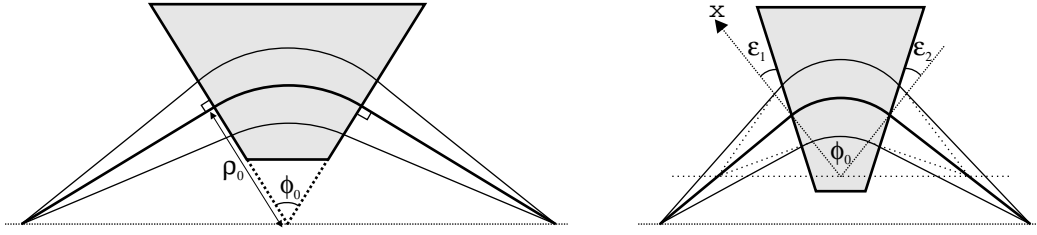
$$u^2 + v^2 = [\rho_0 + x(\phi)]^2 \approx \rho_0^2 + 2\rho_0x(\phi). \quad (3.14)$$

Ratkaistaan yhtälön (3.14) approksimaatiosta $x(\phi)$ ja sijoitetaan näin saatuun yhtälöön $u^2 + v^2$ lausekkeesta (3.12). Tästä saadaan

$$x(\phi) = \frac{\rho_0^2 + 2x_1u + 2\rho_0v\alpha_1 - \rho_0^2}{2\rho_0},$$

johon edelleen sijoittamalla $u = \rho_0 \cos \phi$ ja $v = \rho_0 \sin \phi$ yhtälöstä (3.13) arvioiden saadaan $x(\phi)$:n ensimmäisen kertaluvun lausekkeeksi

$$x(\phi) = x_1 \cos \phi + 2\rho_0\alpha_1 \sin \phi. \quad (3.15a)$$



Kuva 3.4: Tyypillisimmät dipolin muodot. a) Dipolin reunat ovat kohtisuorassa optista akselia vasten. b) Sisään- ja ulostuloa on käännetty kulmiin ε_1 ja ε_2 verrattuna optisen akselin normaaliin.

Edellisestä lausekkeesta (3.15a) saadaan lauseke inkliinaatiokulman α tangentille derivoimalle x -koordinaattia tulon $\rho_0\phi$ suhteen kaavan (2.10) mukaisesti. Inkliinaatiokulman tangentiksi saadaan näin

$$\tan \alpha(\phi) = -\frac{x_1}{\rho_0} \sin \phi + \alpha_1 \cos \phi \approx a \quad (3.15b)$$

x -koordinaatin ja inkliinaatiokulmien lausekkeista saadaan suoraan ensimmäisen kertaluvun kuvausmatriisi x -suunnassa. Hiukkasen sijainniksi ja suunnaksi profi ilitasolla 2 saadaan

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi_0 & \rho_0 \sin \phi_0 \\ -\rho_0^{-1} \sin \phi_0 & \cos \phi_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ a_1 \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

3.2.2 Barberin sääntö

Kuvassa 3.4 on esitetty saman jäykkyyden hiukkasten fokusoituminen pistemäisestä lähteestä pisteeseen toiselle puolelle dipolia. Fokuspisteet ovat samalla suoralla optisen akselin muodostaman keskipisteen kanssa, mikäli dipolin reunoja ei ole käännetty. Tämä yksinkertainen geometrinen ominaisuus tunnetaan Barberin sääntönä (engl. *Barber rule*) [Wol87a]. Kuvassa esitetty tapaus on symmetrinen, mutta sääntö pätee myös tilanteessa, jossa pistemäinen lähde on esimerkiksi lähempänä dipolia. Tällöin fokuspiste siirtyy kauemmas dipolista.

Barberin sääntö voidaan osoittaa oikeaksi tarkastelemalla siirtokerrointa $(x|a)$ kuvausmatriisista, joka on dipolin ja kahden vapaan ajautumisen kuvausmatriisien tulo. Mikäli kyseessä on pisteestä pisteeseen fokusointi, on tämän siirtokertoimen oltava nolla.

Olkoon vapaat ajautumiset lähteestä kuvatasolle l_1 ja l_2 dipolin molemmin puolin tässä järjestyksessä. Olkoon vapaata matkaa l_1 (l_2) vastaava dipolin kääntösäteen keskipisteestä aukeava kulma ϕ_1 (ϕ_2) sekä dipolin kääntökulma ϕ_0 . Nyt Barberin säännön mukaan $\phi_1 + \phi_0 + \phi_2 = \pi$. Trigonometria antaa pituuksille lausekkeet $l_1 = \rho_0 \tan \phi_1$ ja $l_2 = \rho_0 \tan \phi_2$. Järjestelmän kuvausmatriisin kertoimeksi $(x|a)$ saadaan kaavoista (2.19) ja (3.16)

$$(x|a) = [M]_{12} = [M_{Ajautuma_1} M_{Dipoli} M_{Ajautuma_2}]_{12} \quad (3.17)$$

$$= l_1 \cos \phi_0 + \rho_0 \sin \phi_0 - l_1 l_2 \rho_0^{-1} \sin \phi_0 + l_2 \cos \phi_0 \quad (3.18)$$

Sijoittamalla edelliseen lausekkeeseen pituudet kulmien avulla ja dipolin kääntökulma muodossa $\phi_0 = \pi - \phi_1 - \phi_2$ sekä käyttämällä trigonometriaa saadaan $(x|a) = 0$, jolloin Barberin sääntö on todistettu.

3.2.3 Liike dipolissa poikkeavalla jäykkyydellä

Mikäli tarkasteltavan ionin jäykkyys poikkeaa ionioptista akselia pitkin kulkevan vertailuionin jäykkyydestä, ionin kääntösäde on suurempi tai pienempi kuin vertailuionin. Olkoon tämä kääntösäde $\rho = \rho_0(1 + \Delta)$. Hiukkasen ρ -säteisen ympyräradan keskipiste on nyt $A = (\rho_0 + x_1 - \rho \cos \alpha_1, \rho \sin \alpha_1)$. Radan yhtälöksi saadaan tästä

$$(u - x_1 - \rho_0 + \rho \cos \alpha_1)^2 + (v - \rho \sin \alpha_1)^2 = \rho. \quad (3.19)$$

Ensimmäisen kertaluvun lausekkeeksi paikkakoordinaatille x saadaan lausekkeesta (3.19)

$$x(\phi) = x_1 \cos \phi + \rho_0 a_1 \sin \phi + \rho_0 \Delta (1 - \cos \phi), \quad (3.20a)$$

kun käytetään approksimaatioita $u^2 + v^2 - \rho_0^2 \approx 2x\rho_0$ (3.14), $u \approx \rho_0 \cos \phi$ ja $v \approx \rho_0 \sin \phi$ (3.13) sekä jätetään pois muuttujien x_1 , a_1 ja Δ korkeammat kertaluvut. Edellä on käytetty myös arvioita $\sin \alpha_1 \approx \alpha_1 \approx a_1$ ja $\cos \alpha_1 \approx 0$.

Derivoimalla lauseketta (3.20a) $\rho_0 \phi$:n suhteen inkliinaatiokulman tangentiksi saadaan

$$\tan \alpha(\phi) = -\frac{x_1}{\rho_0} \sin \phi + a_1 \cos \phi + \Delta \sin \phi. \quad (3.20b)$$

Kaavat (3.20) voidaan ilmaista suoraan kolmiulotteisella matriisilla. Magneettinen jäykkyys ei muutu magneettikentässä, joten Δ pysyy vakiona. Koordinaateiksi toisella

profi ilitasolla saadaan

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ a_2 \\ \Delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x|x) & (x|a) & (x|\Delta) \\ (a|x) & (a|a) & (a|\Delta) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ a_1 \\ \Delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_x & s_x & d_x \\ -s_x/\rho_0^2 & c_x & s_x\rho_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ a_1 \\ \Delta \end{pmatrix}, \quad (3.21)$$

missä

$$c_x = \cos \phi_0, \quad s_x = \rho_0 \sin \phi_0 \quad \text{ja} \quad d_x = \rho_0(1 - \cos \phi_0).$$

3.2.4 Optinen akseli vinossa dipolin reunaan vasten

Kuvassa 3.4 on oikeanpuoleisena kuva dipolista, jonka sisään- ja ulostuloa on käännetty kulmiin ε_1 ja ε_2 suhteessa optisen akselin normaaliin. Valitaan kulmat siten, että kulmat kasvavat käännettäessä dipolin reunoja kuvan 3.4b mukaisesti.

Reunoja kääntämällä voidaan saada aikaan voimakkaampi fokuointi x-suunnassa, kun $\varepsilon_1, \varepsilon_2 < 0$. Vastaavasti positiiviset kulmat heikentävät fokuointia x-suunnassa. Tämä näkyy kuvasta 3.4b, johon on piirretty fokuointi tässä tapauksessa yhtenäisillä viivoilla sekä suorakulmaisessa tapauksessa ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$) katkoviivoilla. Suorakulmaisessa tapauksessa fokuuspiste on lähempänä dipolia.

Tarkastellaan dipolin sisäänmenoa, joka on kulmassa ε_1 . Hiukkanen kokee x-koordinaatin merkin vuoksi dipolin kentän aikaisemmalla tai myöhemmällä z-koordinaatilla. Olkoon d matka, jonka hiukkanen kulkee dipolin reunasta profi ilitasolle, joka on kohtisuorassa optista akselia vasten. Pienillä x_1 voidaan olettaa, että jana d on samansuuntainen kuin optinen akseli. Toisin sanoen hiukkasen x-koordinaatti ei muutu tällä välillä. Selvästi hiukkasen inkliinaatiokulman muutos on sama kuin kulma, jossa jana d ympyräradan keskipisteessä näkyy. Eli $d = \Delta\alpha_1(\rho_0 + x_1) \approx \Delta\alpha_1\rho_0$. Toisaalta $d = x_1 \tan \varepsilon_1$. Yhdistämällä nämä saadaan inkliinaatiokulman muutokseksi

$$\Delta\alpha_1 \approx \frac{x_1 \tan \varepsilon_1}{\rho_0}. \quad (3.22)$$

Vastaavalla tarkastelulla saadaan sama tulos myös dipolin ulostuloreunalla.

Inkliinaatiokulman muutos sisään- ja ulostulossa (3.22) voidaan kirjoittaa matriisimuodossa

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \rho_0^{-1} \tan \varepsilon_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

Näin ollen dipolin siirtomatriisiksi saadaan

$$\mathbf{M}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \rho_0^{-1} \tan \varepsilon_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_x & s_x & d_x \\ -s_x/\rho_0^2 & c_x & s_x \rho_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \rho_0^{-1} \tan \varepsilon_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.24)$$

Vinossa olevan reunan aiheuttama muutos inkliinaatiokulmassa vastaa ohutta linssiä, jonka keskikohta on optisen akselin ja dipolin reunan leikkauksessa siten, että linssi on kohtisuorassa akselia vasten. Linssi on x-suunnassa fokusoiva mikäli ε on negatiivinen, ja defokusoiva kun ε on positiivinen. [Wol87a]

Kertomalla yhtälön (3.24) kuvausmatriisit saadaan koko dipolia kuvaavaksi siirtomatriisiksi

$$\mathbf{M}_x = \begin{pmatrix} \frac{\cos(\phi_0 - \varepsilon_1)}{\cos \varepsilon_1} & \rho_0 \sin \phi_0 & \rho_0(1 - \cos \phi_0) \\ -\frac{\sin(\phi_0 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\rho_0 \cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2} & \frac{\cos(\phi_0 - \varepsilon_2)}{\cos \varepsilon_2} & \tan \varepsilon_2 + \frac{\sin(\phi_0 - \varepsilon_2)}{\cos \varepsilon_2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

Käännetty dipolin reuna vaikuttavat ensimmäisessä kertaluvussa myös hiukkasen liikkeeseen y-suunnassa. Reunojen muodostama hajakenttä saa y-suunnassa aikaan vastakkaismerkkisen fokuosoinnin kuin x-suunnassa. Negatiivinen kulma aiheuttaa defokuosoinnin y-suunnassa ja positiivinen kulma puolestaan fokuosoinnin. Tämä tulos on kuvattu yksityiskohtaisesti lähteessä [Wol87a]. Dipolin kuvausmatriisi y-suunnassa tulee näin muotoon

$$\mathbf{M}_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \rho_0^{-1} \tan \varepsilon_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho_0 \phi_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \rho_0^{-1} \tan \varepsilon_1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

3.3 Dispersio, resoluutio ja erottelukyky

Mikäli tarkasteltava ionioptinen kokoonpano sisältää dispersoivan elementin kuten dipoli, syntyvä kuva riippuu varattujen hiukkasten jäykkyyksistä. Dispersoivaa järjestelmää kuvaavasta ensimmäisen kertaluvun matriisiyhtälöstä

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ a_2 \\ \Delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x|x) & (x|a) & (x|\Delta) \\ (a|x) & (a|a) & (a|\Delta) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ a_1 \\ \Delta \end{pmatrix}$$

jossa oletetaan magneettisen jäykkyyden $\chi = \chi_0(1 + \Delta)$ pysyvän vakiona, havaitaan, että magneettisen jäykkyyden muutos siirtää pistemäisestä lähteestä $x_1 = 0$ tulevia hiukkasia fokaalitasolla matkan $(x|\Delta)\Delta$ verran. Fokaalitasolla matriisielementti $(x|a)$ häviää. Matriisielementti

$$D_\Delta \equiv (x|\Delta) \quad (3.27)$$

on jäykkyyden *dispersio* (engl. *rigidity dispersion*).

Jäykkyysresoluutiolla tarkoitetaan puolestaan pienintä Δ :a, jolla fokaalitasolle syntyvästä kuvasta Δ :a vastaava piikki voidaan erottaa jäykkyyttä χ_0 vastaavasta piikistä. Toisin sanoen siirtymän $(x|\Delta)\Delta$ on oltava suurempi kuin kuvan leveys $2x_{10}(x|x)$. Jäykkyysresoluutioksi saadaan siis asettamalla edelliset termit yhtäsuuriksi ja jakamalla jäykkyysdispersiolla

$$\Delta_{min} \equiv \frac{(x|x)}{(x|\Delta)} 2x_{10}. \quad (3.28)$$

Jäykkyysresoluution (3.28) käänteisluvun vastalukua

$$R_\Delta \equiv -\frac{(x|\Delta)}{(x|x)2x_{10}}. \quad (3.29)$$

kutsutaan puolestaan *erottelukyvyyksi* (engl. *rigidity resolving power*). Toisin sanoen esimerkiksi erottelukyky 100 tarkoittaa, että yhden prosentin muutos jäykkyydessä riittää erottelemaan hiukkassuihkut.

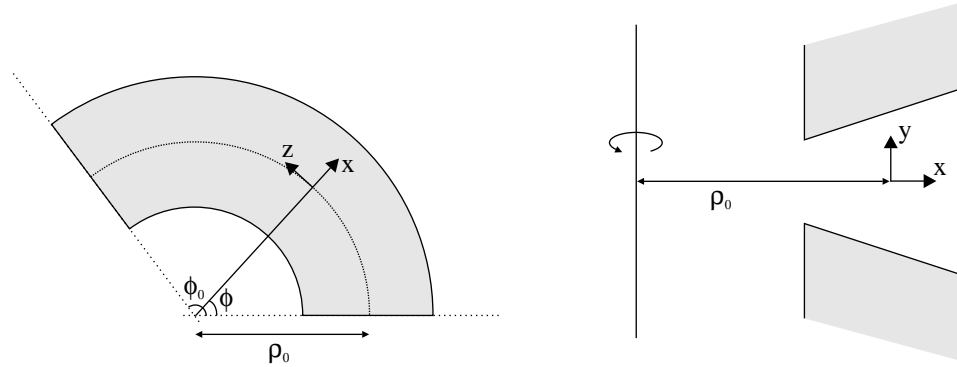
Edellä olevissa erotteluun liittyvissä määrittelyissä ei ole otettu huomioon korkeamman kertaluvun termien vaikutusta. Lisäksi eri suihkujen lähteen ja kuvan koko on oletettu samoiksi eri jäykkyyksille suihkuille. Käytännössä nämä erottelun tunnusluvut ilmaisevat kuitenkin hyvin erottelukyvyn.

Suorakulmaisen sektorimagneetin tapauksessa dispersioksi ja erottelukyvyyksi saadaan suoraan kuvausmatriisin matriisielementeistä (ks. kaava 3.21) ja kaavoista (3.27) ja (3.29)

$$D_\Delta = \rho_0(1 - (x|x)), \quad (3.30a)$$

$$R_\Delta = \frac{\rho_0}{2x_{10}} \left(1 - \frac{1}{(x|x)} \right). \quad (3.30b)$$

Edellisissä kaavoissa on otettu huomioon vain dipolin siirtomatriisi eikä ennen dipolia ja sen jälkeen olevia vapaita matkoja (drift length).



Kuva 3.5: Sektorimagneetti, jonka navat ovat kulmassa. Käännetyt navat aiheuttavat magneettikentän muuttumisen säteen funktiona. Tämä tuottaa sektorimagneetille kvadrupolikomponentin.

3.4 Radiaalisesti kasvava kenttä sektorimagneetissa

Tavallisen sektorimagneetin eli dipolin ja kvadrupolin toiminta voidaan yhdistää kääntämällä dipolin napakenkiä esimerkiksi siten, että kenkien väli pienenee siirryttäessä pienemmille säteille ja kasvaa suuremmilla säteillä. Periaatekuva tällaisesta sektorimagneetista on esitetty kuvassa 3.5. Käännetty napakengät aiheuttavat säteen suhteen epähomogeenisen magneettikentän, joka tuottaa elementille kvadrupolikomponentin.

Mikäli sektorimagneetti on symmetrinen xz -tason suhteen (eli molempia napakenkiä on käännetty saman verran vastakkaisiin suuntiin), magneettikenttä on xz -tasossa symmetriasta johtuen y -akselin suuntainen kuten tavallisessa homogeenisessä dipolisissa. Lisäksi sektorimagneetin symmetrian vuoksi magneettikenttä on magneetin sisällä riippumaton z -komponentista, joten $\mathbf{B} = \mathbf{B}(x, y)$. Magneettikentän komponentit lähellä optista akselia ovat ensimmäisen kertaluvun approksimaatiossa muotoa

$$\mathbf{B}(x, y) = B_0 n \frac{y}{\rho_0} \hat{\mathbf{x}} + B_0 \left(1 - n \frac{x}{\rho_0}\right) \hat{\mathbf{y}}, \quad (3.31)$$

missä B_0 on magneettikenttä optisella akselilla ja n on kentän radiaalisen muutoksen ilmaiseva kenttäindeksi [Wol87a]. Usein kenttäindeksi ilmoitetaan myös kirjaimella k , joka on vastakkaismerkkinen verrattuna kenttäindeksiin n . Kenttäindeksi on yksikötön suure, joka saadaan optisen akselin kääntösäteestä ja magneettikentästä lausekkeella [Hei]

$$n = - \left. \frac{r}{B_0} \frac{dB}{dr} \right|_{r=\rho} \quad (3.32)$$

Lorentzin voimasta (2.1) saadaan xzy -koordinaatistossa vaikuttavaksi magneettiseksi voimaksi

$$\mathbf{F}(x, y) = q[v_z B_y \hat{\mathbf{x}} - (v_r B_y - v_y B_r) \hat{\mathbf{z}} - v_z B_r \hat{\mathbf{y}}] \quad (3.33a)$$

$$\approx q[v_z B_y \hat{\mathbf{x}} - v_z B_r \hat{\mathbf{y}}] \quad (3.33b)$$

$$\approx qB_0 \rho_0 \dot{\phi} \left[\left(1 - n \frac{x}{\rho_0}\right) \hat{\mathbf{x}} - n \frac{y}{\rho_0} \hat{\mathbf{y}} \right], \quad (3.33c)$$

missä on viimeisessä vaiheessa sijoitettu magneettikentän komponentit sekä z -suuntainen nopeus lausuttu muodossa $v_z = \rho_0 \dot{\phi}$.

Koordinaatisto on käyräviivainen z -akselin suhteen, joten laboratoriokoordinaatistossa suoraan kulkeva hiukkanen näyttää ajautuvan kauemmaksi x -akselilla kuljettaessa z -akselia pitkin. Fysikaalisesti tämä voidaan kuvata koordinaatistossa hiukkaseen vaikuttavalla keskipakovoimalla. Keskipakovoimaksi saadaan

$$\mathbf{F}_{cf} = m \frac{v_z^2}{\rho_0 + x} \hat{\mathbf{x}} = m \frac{[(\rho_0 + x) \dot{\phi}]^2}{\rho_0 + x} \hat{\mathbf{x}} = m(\rho_0 + x) \dot{\phi}^2 \hat{\mathbf{x}}, \quad (3.34)$$

missä on oletettu hiukkasen nopeuden koostuvan vain z -suuntaisesta komponentista.

Liikkeyhtälöt x - ja y -suunnassa koostuvat magneettisista voimista (3.33c) näissä suunnissa ja lisäksi x -suunnassa vaikuttavasta näennäisestä keskipakovoimasta (3.34). Liikkeyhtälöt ovat siis muotoa

$$m\ddot{x} = m(\rho_0 + x) \dot{\phi}^2 - F_x, \quad (3.35a)$$

$$m\ddot{y} = -F_y, \quad (3.35b)$$

mihin on lisätty magneettisiin voimiin miinusmerkit, koska varaus q halutaan esittää positiivisen lukuna. Ketjusäännön avulla saadaan $d/dt = (dz/dt) d/dz$ ja tätä edelleen käyttämällä $\ddot{x} = (\rho_0 \dot{\phi})^2 x''$, kun $z = \rho_0 \phi$. Vastaavasti saadaan myös \ddot{y} :lle. Jakamalla liikkeyhtälöt suureella $m \dot{\phi}^2$, joka voidaan muuttaa muotoon $mv^2/(\rho_0 + x)^2$, saadaan liikkeyhtälöt (3.35) muotoon

$$\rho_0^2 x'' = (\rho_0 + x) - F_x (\rho_0 + x)^2 / (mv^2), \quad (3.36a)$$

$$\rho_0^2 y'' = -F_y (\rho_0 + x)^2 / (mv^2). \quad (3.36b)$$

Sijoittamalla näihin yhtälöihin magneettiset voimat (3.33c) sekä jättämällä x^2 :n sisäl-

tävän termin pois yhtälöstä (3.36a) ja termin x pois yhtälöstä (3.36b) saadaan

$$\rho_0^2 x'' = (\rho_0 + x) - (\rho_0^2 + 2x\rho_0) \frac{q}{mv} B_0 \left(1 - n \frac{x}{\rho_0}\right), \quad (3.37a)$$

$$\rho_0^2 y'' = -(\rho_0 + x)^2 \frac{q}{mv} B_0 n \frac{y}{\rho_0}. \quad (3.37b)$$

Tarkastelemalla sellaisen hiukkasen liikettä, jonka magneettinen jäykkyys on $\chi_B = \chi_{B0}(1 + \Delta) = B_0\rho_0(1 + \Delta)$, saadaan x :n ja y :n suhteen ensimmäisen kertaluvun liikeyhtälöiksi yhtälöstä (3.37)

$$x'' + x \frac{1-n}{\rho_0^2} - \Delta \frac{1}{\rho_0} = 0, \quad (3.38a)$$

$$y'' + y \frac{n}{\rho_0^2} = 0, \quad (3.38b)$$

jotka ovat toisen kertaluvun vakiokertoimisia differentiaaliyhtälöitä. Olkoon $k_x^2 = (n-1)/\rho_0^2$ ja $k_y^2 = n/\rho_0^2$ yhtälöparissa (3.38). Mikäli $k_x^2 > 0$ ja $k_y^2 > 0$, niin differentiaaliyhtälöiden ratkaisut ovat

$$x(z) = c_1 \cos(k_x z) + d_1 \sin(k_x z) + \Delta/(k_x^2 \rho_0), \quad (3.39a)$$

$$y(z) = c_2 \cos(k_y z) + d_2 \sin(k_y z). \quad (3.39b)$$

Inkлинаatiokulmat a ja b saadaan derivoimalla (3.39):n lausekkeet z :n suhteen

$$a(z) \approx \mp c_1 k_x \sin(k_x z) + d_1 k_x \cos(k_x z), \quad (3.40a)$$

$$b(z) \approx \mp c_2 k_y \sin(k_y z) + d_2 k_y \cos(k_y z), \quad (3.40b)$$

jossa ensimmäisten termien merkki on miinus kun $k_x^2 > 0$ tai $k_y^2 > 0$. Vakioiden ollessa negatiivisia termit ovat vastaavasti positiivisia. Jälkimmäisessä tapauksessa sini ja kosini on korvattava hyperbolisella sinillä ja kosinilla.

Olkoon ennen sektorimagneettia oleva profi ilitaso 1 paikassa $z = 0$ ja elementin jälkeen profi ilitaso 2 paikassa $z = l$, jossa l on magneetin sisällä olevan optisen akselin pituus. Merkitään koordinaatteja näissä profi ilitasoissa vastaavilla alaindekseillä. Yhtälöistä (3.39) ja (3.40) saadaan

$$c_1 = x_1 - \Delta/(k_x^2 \rho_0), \quad c_2 = y_1, \quad d_1 = a_1/k_x \quad \text{ja} \quad d_2 = b_1/k_y,$$

kun $z = 0$. Sijoittamalla nämä yhtälöihin (3.39) ja (3.40) saadaan radiaalisesti muuttuvalla sektorimagneetille kuvausmatriiseiksi

$$M_x = \begin{pmatrix} (x|x) & (x|a) & (x|\Delta) \\ (a|x) & (a|a) & (a|\Delta) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(k_x l) & \frac{\sin(k_x l)}{k_x} & \frac{1 - \cos(k_x l)}{(\rho_0 k_x^2)} \\ -k_x \cos(k_x l) & \cos(k_x l) & \frac{\sin(k_x l)}{\rho_0 k_x} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.41a)$$

$$M_y = \begin{pmatrix} (y|y) & (y|b) \\ (b|y) & (b|b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(k_x l) & \frac{\sin(k_x l)}{k_x} \\ -k_x \cos(k_x l) & \cos(k_x l) \end{pmatrix} \quad (3.41b)$$

3.5 Pisteestä pisteeseen fokusoiva symmetrinen dipoli

Pisteestä pisteeseen fokusoivan ionioptisen laitteen kuvausmatriisin ensimmäisen kertaluvun vaatimus on termien $(x|a)$ ja $(y|b)$ häviäminen yhtäaikaan. Tämä on mahdollista toteuttaa pelkällä homogeenisella dipolilla, jonka sisään- ja ulostuloreunoja on käännetty suhteessa ionioptiseen akseliin. Tämä on esitetty periaatteellisesti kuvassa 3.4. Oletetaan dipoli symmetriseksi siten, että $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \equiv \varepsilon$. Näiden kulmien on oltava positiivisia, jotta magneetti aiheuttaisi fokusoinnin y -suunnassa. Oletetaan, että ennen dipolia ja sen jälkeen vapaat matkat ovat $l_1 = l_2 \equiv l$.

Käännettyjen reunojen vaikutus voidaan kuvata ensimmäisen kertaluvun tarkkuudella ohuella linssillä, jonka y -suuntainen polttoväli on $f_y = \rho_0 / \tan \varepsilon$ kaavan (3.26) mukaan. Selvästi hiukkasten ratojen on oltava samansuuntaiset dipolin keskellä y -suunnassa, mikäli järjestelmän halutaan olevan symmetrinen kulkusuunnan suhteen. Toisaalta dipoli vastaa y -suunnassa vapaata matkaa, joten tällöin eri kulmiin lähteestä lähteneiden suihkujen on oltava samansuuntaisia jo dipolin reunalla. Näin ollen dipolin sisääntuloreunan hajakentän on käännettävä etäisyyden l päästä lähteestä lähteneet hiukkaset samansuuntaisille radoille. Tämä tapahtuu, mikäli ennen dipolia oleva vapaa matka on sama kuin hajakenttää kuvaavan ohuen linssin polttoväli

$$l = \rho_0 (\tan \varepsilon)^{-1}. \quad (3.42)$$

Vastaavasti x -suunnassa symmetrian vuoksi keskellä dipolia olevat hiukkaset ovat keskenään samansuuntaiset, mistä saadaan ehto $(a|a) = 0$. Vapaasta matkasta ja dipolin

kuvausmatriisista dipolin puoleen väliin (3.24) saadaan tällöin yhtälö

$$(a|a) = -\frac{l}{\rho_0^2} s_x + \frac{l \tan \varepsilon}{\rho_0} c_x + c_x \stackrel{\text{merk.}}{=} 0,$$

josta voidaan ratkaista pituus l käyttäen tietoa $l \tan \varepsilon = \rho_0$ kaavasta (3.42)

$$l = 2\rho_0 \left(\tan \frac{\phi_0}{2} \right)^{-1}. \quad (3.43)$$

Tarvittaviksi dipolin reunojen kääntökulmiksi saadaan sijoittamalla (3.43) y-suuntaiseen ehtoon (3.42)

$$\tan \varepsilon = \frac{1}{2} \tan \frac{\phi_0}{2}. \quad (3.44)$$

Esimerkiksi 90 asteen dipolille edellä olevista kaavoista saadaan: $l = 2\rho_0$ ja $\varepsilon = 26.6^\circ$

3.6 Kvadrupolimultipletti

Kvadrupolimultiplletilla tarkoitetaan usean peräkkäin olevan kvadrupolin muodostamaa kokonaisuutta. Matriisimenetelmällä esimerkiksi kvadrupoliduplettia kuvaava matriisi saadaan aikaan kolmella ajautumismatriisilla ja kahdella kvadrupolia vastaavalla kuvausmatriisilla. Kvadrupoliduplettia vastaava ensimmäisen kertaluvun kuvausmatriisi on siis näiden matriisien tulo

$$\begin{pmatrix} (x|x) & (x|a) \\ (a|x) & (a|a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & l_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{x2} & s_{x2} \\ -k_{x2}^2 s_{x2} & c_{x2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{x1} & s_{x1} \\ -k_{x1}^2 s_{x1} & c_{x1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.45)$$

missä l_1 on profi ilitaso 1:n ja ensimmäisen kvadrupolin välimatka, d_1 on kvadrupolien välinen etäisyys ja l_2 matka jälkimmäiseltä kvadrupolilta profi ilitasolle 6. Profi ilitasot 2-5 vastaavat kvadrupolien reunoja. Vastaavasti saadaan y-suunnan kuvausmatriisi.

Kvadrupolidupletilla tai -tripletillä pyritään fokuoimaan ionisuihkua molemmissa suunnissa. Dupletin fokuoiva vaikutus saadaan karkeasti aikaan kiertämällä toista kvadrupolia toisen suhteen 90 astetta, jolloin kvadrupolit fokuoivat eri suunnissa. Fokuoiminen tapahtuu samalla periaatteella kuin valo-optiikassakin, eli peräkkäin olevat fokuoivat ja defokuoivat linssit aiheuttavat kokonaisuudessa fokuoinnin. Yleensä kvadrupoleja käytetäänkin multipletteina. Tripletti on usein käyttökelpoisempi kuin dupletti, koska se voidaan rakentaa symmetriseksi optisen akselin suunnassa.

Dupletin kahdesta kvadrupolista ja kolmesta vapaasta matkasta aiheutuu optimoinnin kannalta jo useita valittavia muuttujia. Valittavia etäisyyksiä on kolme ja kvadrupolien pituuksia kaksi. Lisäksi kvadrupolien kenttien arvot aiheuttavat kaksi muuttujaa. Aina kaikkia elementtejä ei kuitenkaan tarvitse huomioida. Esimerkiksi x- ja y-suunnassa pisteestä pisteeseen fokusoinnissa kvadrupolitripletillä riittää tarkastella triplettiä puoleen väliin, koska symmetrian vuoksi ionien on kuljettava optisen akselin suuntaisesti keskimmäisen kvadrupolin keskellä.

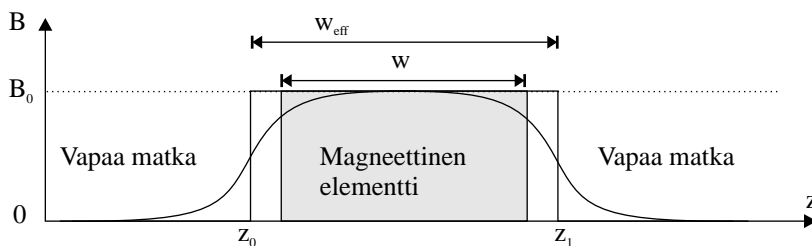
Usein optimaalisen ratkaisun löytämiseksi on otettava huomioon myös muut laitteiston ionioptiset elementit ennen ja jälkeen tarkasteltavan kvadrupolimultipleletin.

3.7 Optisten elementtien efektiivinen pituus

Todellisten magneettikenttien käyttäminen ionioptisissa laskuissa on vaikeaa, joten suunnittelussa käytetään yleensä magneettikentille jyrkkäreunaista ideaalista mallia (engl. *hard edge model*). Periaate mallista on esitetty kuvassa 3.6. Mallissa oletetaan, että magneetin reunojen sisällä magneettikenttä on B_0 ja ulkopuolella nolla. Kenttä B_0 on todellisen magneetin maksimikenttä, ja magneetin pituus on niin sanottu efektiivinen pituus w_{eff} . Efektiivinen pituus voidaan määrittää multipoleille integraalista [Bry84]

$$\int_{-\infty}^{\infty} B dz = B_0 w_{\text{eff}}. \quad (3.46)$$

Taulukkoon 3.1 on koottu approksimatiiviset efektiiviset magneettien pituudet dipolille, kvadrupolille ja heksapolille. Taulukossa on lisäksi esitetty arvioidut kentät keskellä magneettia.



Kuva 3.6: Periaatekuva jyrkkäreunaisesta magneettikenttämallista. Todellisen magneetin leveys on esitetty kuvassa tummennetulla pohjalla. Käyrä viiva kuvaa todellista magneettikenttää ja kanttifunktio efektiivistä suorareunaista magneettikenttää.

Taulukko 3.1: Approksimatiiviset efektiiviset multipolimagneettien pituudet ja keskellä olevat kentät, kun raot tai sisäsäteet ovat paljon pienempiä kuin magneetin raudan pituus ja rauta on saturoitumaton. Taulukossa h on dipolin raon korkeus [m], a on multipolilinsin sisäsäde [m], w_{Fe} on rautaosan pituus ja $N_p I$ on tarvittava napakohtainen ampeerikierrosmäärä. [Bry84]

Multipoli	Efektiivinen pituus	Kenttä/gradientti keskellä
dipoli	$w_{eff} \approx w_{Fe} + 1.3h$	$B_0 \approx \frac{\mu_0 N_p I}{h/2}$
kvadrupoli	$w_{eff} \approx w_{Fe} + a$	$g_0 \approx \frac{2\mu_0 N_p I}{a^2}$
hexapoli	$w_{eff} \approx w_{Fe} + 0.5h$	$g_0 \approx \frac{6\mu_0 N_p I}{a^3}$

Todellisen magneetin epäideaalisuus otetaan itse magneetin suunnittelussa huomioon siten, että magneetti vastaa toiminnaltaan ionioptisessa suunnittelussa käytettyä ideaalista magneettia. Edellä kuvattu efektiivinen pituus otetaan esimerkiksi karkeasti huomioon tekemällä magneetista sen verran lyhyempi, että efektiivinen pituus vastaa optisen suunnittelun mallia. Yleensä magneettien reunojen rakennetta kuitenkin muokataan siten, että magneetikentän reuna-alue lyhenee. Tähän tarkoitukseen käytetään muun muassa hajakentän heikentimiä (engl. *fringing field shunt*). Näistä ja hajakentistä on kerrottu yksityiskohtaisesti esimerkiksi lähteessä [Wol87a].

4 Fuusioreaktioista

4.1 Coulombin valli

Fuusioreaktion ehdottomana edellytyksenä on ytimien tarpeeksi lyhyt keskinäinen etäisyys, jolla vahva vuorovaikutus vaikuttaa. Vahvan vuorovaikutuksen kantama ytimen keskuksesta arvioidaan etäisyydeksi

$$R(A) = 1.44A^{1/3} \text{ fm}, \quad (4.1)$$

missä A on ytimen massaluku. Yleisesti oppikirjoissa (esim. [Wil91]) mainitaan ytimen säteeksi $1.2A^{1/3}$ fm, mutta kaavan kerroin 1.44 on havaittu käyttökelpoisemmaksi arvioksi raskaiden isotooppien kohdalla, kun käsitellään näiden fuusiota ja siihen liittyvää Coulombin vallia. Itse asiassa todellisuutta paremmin vastaava kerroin on 1.45, mutta usein käytetään arviota 1.44, koska tällöin Coulombin energian kaavasta (4.5) supistuu lukukertoimet pois käytettäessä energian yksikkönä megaelektronivoltteja. [Lei04]

Ytimien 1 ja 2 keskusten on vähintään päästävä etäisyyden $R(A_1) + R(A_2)$ päähän toisistaan, jotta ytimet olisivat edes osittain toistensa vahvan vuorovaikutuksen piirissä. Positiivisesti varautuneiden ytimien välillä vaikuttaa Coulombin lain mukainen hylkivä voima, minkä vuoksi ammushiukkasella on oltava tarpeeksi energiaa, jotta ammus pääsisi riittävän lähelle kohtiohiukasta. Mahdollisten kuorielektronien vaikutus voidaan arvioida tarvittavan ammuksen energian laskennassa merkityksettömäksi.

Pistevarauksien q_1 ja q_2 välinen Coulombin voima varausten välisen etäisyyden r funktiona on

$$F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (4.2)$$

missä ϵ_0 ($8.85419 \cdot 10^{-12}$ F/m) on tyhjiön permittiivisyys. Pistevarausten ollessa äärettömän kaukana toisistaan hylkivä voima on nolla. Energia, joka tarvitaan tuomaan varaukset etäisyydelle R , saadaan integroimalla voimaa etäisyyden yli äärettömyydestä etäisyydelle R . Energiaksi saadaan

$$\begin{aligned} W(R) &= - \int_{\infty}^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} dr \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Coulombin energialle saadaan lausekkeiden (4.1) ja (4.3) avulla arvio

$$W_C = \frac{1}{1.44 \text{ fm} \cdot 4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \quad (4.4)$$

$$= \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \text{ MeV} \quad (4.5)$$

Coulombin repulsiassa lähestyvä ammus saa kohtioytimen liikkeelle, jolloin osa ammuksen liike-energiasta siirtyy kohtioytimen liike-energiaksi. Ammuksen liike-energialle laboratoriokoordinaatistossa on siis pädevä $K_{1,lab} = W_C + K_{f,lab}$, missä $K_{f,lab}$ on fuusiotuotteen energia fuusion jälkeen. Liikemäärän säilymisestä seuraa $K_{f,lab} = M_1/(M_1 + M_2) K_{1,lab}$, joten Coulombin potentiaalın ylittämiseksi ammuksen energian on oltava

$$K_{1,lab} = \frac{M_1 + M_2}{M_2} W_C, \quad (4.6)$$

missä M_1 on ammuksen massa ja M_2 on kohtioytimen massa.

Lausekkeella (4.5) voidaan arvioida kohtioon ammuttavien hiukkasten energiaa kärkeasti. Todellisuudessa vaadittava energia on hieman suurempi, koska ammuksen on päästävä kohtioytimen sisälle. Lisäksi ytimien keskinäinen pyörimismäärä lisää vaadittavaa energiaa niin sanotulla *pyörimismäärä-vallilla* (engl. *angular momentum barrier*)

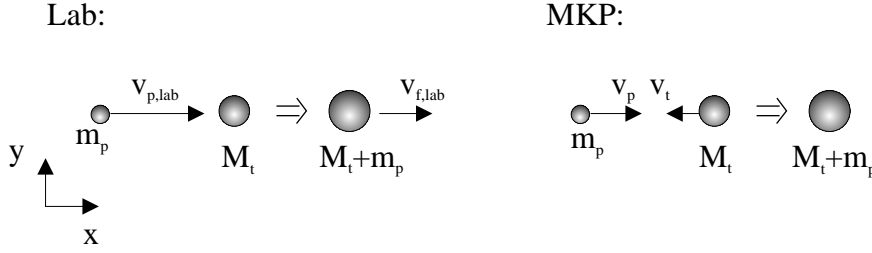
$$E_l = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu R^2} \quad (4.7a)$$

missä l on ytimien suhteellinen pyörimismäärä ja μ ytimien redusoitu massa. Mega-elektronivolteina pyörimismäärä-valli on

$$E_l = 12 \cdot \frac{l(l+1)}{\frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})} \text{ MeV}. \quad (4.7b)$$

4.2 Fuusioreaktion kinematiikkaa

Oletetaan laboratorion koordinaatistossa levossa oleva kohtioatomi, jonka massa on M_t ja ammus, jonka nopeus on $v_{p,lab}$ ja massa m_p sekä kineettinen energia $K_{p,lab}$. Tarkastellaan yksinkertaisinta törmäystä, jossa näiden ytimien suhteellinen pyörimismäärä l on nolla ja ne fuusioituvat keskenään muodostaen hiukkasen, jonka massa on



Kuva 4.1: Täysin elastinen kahden ytimen fuusioituminen laboratorio- ja massakeskipiste-koordinaatistossa sekä laskuissa käytetyt merkinnät.

$M_t + m_p$ ja kineettinen energia $K_{f,lab}$. Olkoon ydinreaktiossa sidosenergioista vapautuva energia Q . Oletetaan nopeudet epärelativistisiksi. Tilanne ja merkinnät on esitetty kuvassa 4.1.

Liikemäärän säilymisestä reaktiossa saadaan yhtälö

$$v_{f,lab} = \frac{m_p}{M_t + m_p} v_{p,lab}, \quad (4.8)$$

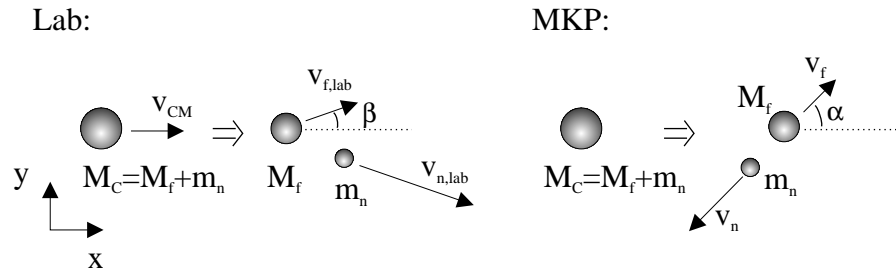
missä $v_{f,lab}$ on fuusiotuotteen nopeus laboratoriokoordinaatistossa. Vastaavasti fuusiotuotteen liike-energia on ammuksen liike-energian avulla lausuttuna

$$K_{f,lab} = \frac{m_p}{M_t + m_p} K_{p,lab} \quad (4.9)$$

Fuusituotteella on energian säilymisen perusteella viritysendergia $E^* = K_{p,lab} + Q - K_{f,lab}$. Suoraan sijoittamalla edelliseen yhtälöön $K_{f,lab}$ yhtälöstä (4.9) saadaan viritystilän energiaksi

$$E^* = \frac{M_t}{M_t + m_p} K_{p,lab} + Q. \quad (4.10)$$

Yleensä fuusioreaktiossa syntyvä viritystila on niin korkea, että törmäyksessä syntynyt ydin hajoaa edelleen. Tällöin törmäyksessä syntynyttä ydintä kutsutaan väliyttimeksi. Tarkastellaan nyt tilannetta, jossa väliydin emittoi yhden neutronin. Oletetaan, että väliydin on ehtinyt unohtaa törmäyksen eli se on kunnolla muodostunut eikä sisällä tietoa historiastaan. Tällöin voidaan olettaa neutronin emittoituvan isotrooppisesti eli yhtä suurella todennäköisyydellä kaikkiin suuntiin, kun emissiota tarkastellaan massakeskipistekoordinaatistossa. Emissio on esitetty kinematiikan osalta kuvassa 4.2 sekä laboratorio- että mkp-koordinaatistossa.



Kuva 4.2: Neutronin emissio reaktiotuotteesta laboratorio- ja massakeskipistekoordinaatistossa.

Tarkastellaan väliytimen A^* neutroniemissiota massakeskipistekoordinaatistossa. Olkoon väliytimen massa $M_c = M_f + m_n$, missä M_f on lopputuotteen massa ja m_n neutronin massa. Olkoon lisäksi näiden nopeudet v_f ja v_n vastaavasti. Liikemäärän säilymisestä x- ja y-suunnissa saadaan

$$M_f v_{fx} = -m_n v_{nx}, \quad (4.11a)$$

$$M_f v_{fy} = -m_n v_{ny}, \quad (4.11b)$$

josta saadaan edelleen laskemalla yhtälöiden neliöt puolittain yhteen liike-energioiden suhteeksi

$$K_n/K_f = M_f/m_n. \quad (4.12)$$

Kaavasta (4.12) nähdään, että massakeskipistekoordinaatistossa liike-energiaksi muuttuva energia jakaantuu käänteisesti suhteessa kappaleiden massoihin. Esimerkiksi väliytimen massaluvun ollessa luokkaa 100 - 200 emittoituva neutroni vie lähes kaiken liike-energian.

Energian säilymisen perusteella liike-energioiden summan on vastattava väliytimen viritystilän energian muutosta, josta on otettu pois sidosenergian muutos. Toisin sanoen $K_f + K_n = \Delta E^* + Q$. Yhtälön (4.12) ja energian säilymisen avulla hiukkasten kineettinen energia voidaan lausua toisen hiukkasen kineettisen energian ja ΔE^* :n avulla, kun Q tiedetään.

Reaktion Q -arvo on yleensä negatiivinen, koska muutoin neutronin separaatioenergia olisi negatiivinen ja neutroni ei olisi sidottu ytimeen. Yleensä vähäneutronisten ytimien alueella (engl. *neutron-deficient*) sidosenergia muuttuu noin 10 MeV neutronin

emissiossa. Muutama esimerkki neutronin separaatioenergioista on esitetty taulukossa 6.1. [www2]

Lasketaan kulma β , johon lopputuote liikkuu laboratoriokoordinaatistossa suhteessa x-akseliin, joka on väliytimen liikesuunta. Olkoon vastaava kulma MKP-koordinaatistossa α . Tällöin saadaan

$$\begin{aligned}\tan \beta &= \frac{v_f \sin \alpha}{v_f \cos \alpha + V_{CM}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sqrt{M_f/(M_f + m_n)K_{i,lab}K_f}} \\ &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + g}, \quad g \equiv \sqrt{\frac{M_f K_{i,lab}}{m_n \Delta E^*}}.\end{aligned}\quad (4.13)$$

Lopputuotteen liike-energiaksi $K_{f,lab}$ laboratoriokoordinaatistossa saadaan useahkon välivaiheen kautta

$$\begin{aligned}K_{f,lab} &= \frac{1}{2}M_f [v_{fy}^2 + (v_{fx} + V_{CM})^2] \\ &= \frac{M_f}{M_f + m_n}K_{i,lab} \left(1 + \frac{2 \cos \alpha}{g} + \frac{1}{g^2}\right).\end{aligned}\quad (4.14)$$

Käytännössä usean isotrooppisesti emittoituvan neutronin tapauksessa lopputuotteen nopeus voidaan olettaa samaksi kuin alkuperäisen fuusiossa syntyneen väliytimen nopeus. Tämä johtuu siitä, että neutronit emittoituvat keskimäärin vastakkaisiin suuntiin, jolloin niiden emissioiden tuottamat rekyylit kumoavat toisensa. Yksinkertaisesta energiatarkastelusta saadaan eteen- ja taaksepäin emittoituneiden neutronien ioniin tuottamien nopeuden muutoksien suhteeksi $\sqrt{1 - (2/A)}$, missä A on alkuperäisen väliytimen massaluku. Rekyyliin kumoutumisesta johtuen ionin energia vähenee keskimäärin vain massan vähenemisen kautta nopeuden pysyessä vakiona, mikä voidaan ilmaista lausekkeella

$$K_{xn} \approx \left(1 - \frac{x}{A_0}\right) K_0, \quad (4.15)$$

missä K_{xn} on ionin liike-energia, kun se on emittoinut x neutronia, ja K_0 on alkuperäisen massaluvun A_0 väliytimen liike-energia.

5 Kaasutäytteiset separaattorit ja efektiivinen jäykkyys

Kaasutäytteisiä separaattoreita on käytetty fysiikan tutkimuksessa 1950-luvulta lähtien. Pienipaineinen täytekaasu dispersiivisissä elementeissä mahdollistaa muun muassa isobaarien (sama massaluku A) erottelun toisistaan. Ionien vuorovaikutus täytekaasun kanssa saa aikaan ioneille keskimääräisen varauksen, jolloin eri varaustiloilla olevat ionit voidaan hyödyntää. Keskimääräinen varaus on yhden ionin efektiivinen varaus, joka muodostuu ionin eri varaustiloista varauksenvaihtotörmäyksiensä kanssa aikakeskiarvona. Tyypillisin täytekaasu on noin yhden millibaarin paineessa oleva helium.

Kaasutäytteistä hiukkasseparaattoria käyttivät ensimmäiseksi C. B. Fulmer ja B. L. Cohen Oak Ridgen kansallisessa laboratoriossa tutkiessaan fissiotuotteiden ydinvarausjakautumia [Ful58, Coh58]. Myöhemmin vastaavaa tutkimusta kehitti muun muassa Armbruster yhteistyökumppaneineen. Dubnassa, Venäjällä, puolestaan sovellettiin ensimmäisenä kaasutäytteistä separaattoria raskaisionireaktioissa tutkittaessa harvinaisia vähäneutronisia isotooppeja. [Lei03a]

Nykyisin käytössä olevat merkittävät kaasutäytteiset separaattorit ovat RITU (Recoil Ion Transport Unit) [Lei95] Jyväskylän yliopistossa, BGS (Berkeley Gas-Filled Separator) Berkeleyssä, GARIS (GAs-filled Recoil Isotope Separator) Japanissa (RIKEN) sekä Dubnan separaattori [Laz93]. Käytöstä poistettuja kaasuseparaattoreita ovat muun muassa SASSY (Small Angle Separation SYstem) [Ghi88] LBL:ssä Berkeleyssä ja HECK (HElium Charge exchange Kaleidoscope) [Nin95] GSI:ssä Darmstadtissa. Näistä SASSY on aloittanut uudelleen toimintansa nimellä SASSY2 Yalessa. [Lei03b]

5.1 Kaasutäytteen separaattorin ominaisuuksia sekä vertailua tyhjiöseparaattoreihin

Rekyyliseparaattorin tärkein tehtävä on erotella hiukkassuihkusta mielenkiintoiset hiukkaset havaitsemista varten. Rekyyliseparaattoreiden suunnittelussa niiden erottelutehokkuus on erittäin tärkeä ominaisuus. Tehokkuutta rajoittaa lähinnä *läpäisy* (engl. *transmission*) ja *massaresoluutio*. Molempien maksimointi parantaa tehokkuutta, joka vaikuttaa suoraan muun muassa kokeen vaatimaan keston.

Valitettavasti läpäisy ja massaresoluutio ovat sidoksissa toisiinsa siten, että toisen pa-

rantaminen pääsääntöisesti huonontaa toista. Tämä ominaisuus jakaa osittain separaattorit tyhjiö- ja kaasuseparaattoreihin. Kaasutäytteinen separaattori hyväksyy kaikki fuusioreaktiossa syntyvät varaukset, joten laitteen läpäisy on parempi. Toisaalta täytekaasu aiheuttaa suihkua leventävää sirontaa, mikä huonontaa massaresoluutiota ja läpäisyä.

Tyhjiöseparaattoreissa suuri massaresoluutio saavutetaan usein monimutkaisella ionioptisella järjestelmällä, jossa myös korkeampien kertalukujen kuvausvirheitä on poistettu. Tyhjiöseparaattorin ionioptinen laitteisto vaatii kuitenkin usein enemmän tilaa ja sähkömagneettisia elementtejä kuin kaasuseparaattori. Toisin sanoen kaasutäyteinen separaattori on merkittävästi halvempi.

Kuvassa 5.2 on esitetty kattavasti tyypilliset jäykkyysresoluution osatekijät. Merkittävimmät tekijät ovat varauksenvaihtostatistiikka eli törmäysten taajuus ja ionisuihkun siroaminen täytekaasusta. Suurempi törmäystodennäköisyys tuottaa efektiivisen varauksen ja jäykkyyden paremmin, mutta jossain kriittisessä paineessa moninkertainen sironta alkaa levittää suihkua huonontaan resoluutiota. Heliumkaasulla optimaalinen paine sijoittuu yleensä yhden millibaarin alueelle.

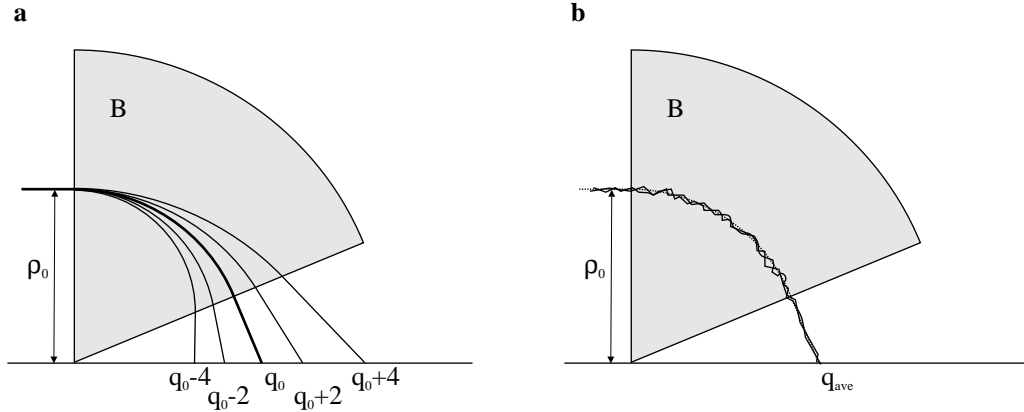
5.2 Ionien efektiivinen jäykkyys kaasussa

Ionin alkuperäinen varaus ei vaikuta efektiiviseen jäykkyyteen, mikäli ionin varauksenvaihtotörmäysten välillä kulkema vapaa matka on lyhyt verrattuna kääntösäteeseen ρ , koska tällöin varauksenvaihtotörmäyksiä täytekaasun kanssa on usein. Tämän vuoksi kaasutäytteinen separaattori ei erottele ioneja alkuperäisen varauksen perusteella. Varauksenvaihtotörmäyksissä ionin varaus muuttuu elektronien sieppausten ja menetysten vuoksi. Keskimääräinen varaus on jokin funktio

$$q_{ave} = q_{ave}(Z_1, Z_2, v, p), \quad (5.1)$$

jossa Z_1 on ionin ydinvaraus, Z_2 on täytekaasun ydinvaraus, v on ionin nopeus ja p on täytekaasun paine [Arm71]. Kuvassa 5.1 on esitetty kvalitatiivisesti täytekaasun vaikutus ionin lentorataan homogeenisessä magneettikentässä.

Keskimääräisen varauksen lauseketta ei voida ratkaista teoreettisesti mielivaltaisella tarkkuudella, koska se riippuu nopeuden lisäksi esimerkiksi ionin elektroniverhon ra-



Kuva 5.1: Kaasun vaikutus laadullisesti ionien lentoratoihin homogeenisessa magneettikentässä eri varausasteilla. Kuvassa (a) dipolin sisällä on tyhjiö ja kuvassa b dipolissa on kaasua. Kuvan (a) lentoradat on laskettu graafisesti tapauksessa $q_0 = 10$

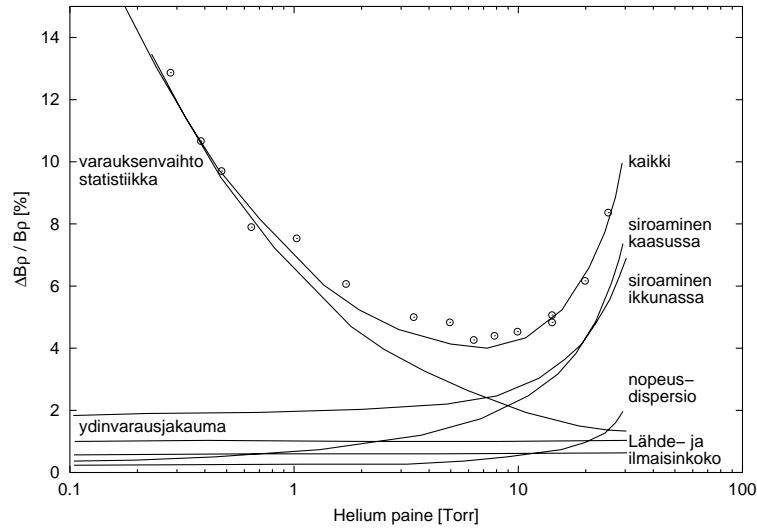
kenteesta. Lisäksi keskimääräinen varaus on tilastollinen ja esimerkiksi varauksenvaihtotörmäyksen välinen aika vaihtelee paljon. Elektronien kaappaus- ja luovutustodennäköisyydet vaihtelevat myös atomin viritystilan mukaan, koska eri kuorilla olevien elektronien ionisaatiopotentiaalit ovat erilaisia. Elektronikuorien aiheuttama aaltoileva käyttäytyminen varaukseen näkyy selvästi kuvassa 5.3.

Yleinen lähtökohta haettaessa teoreettista approksimaatiota keskimääräiselle varaukselle on käyttää Bohrin oletusta, jonka mukaan tarkasteltavan ionin elektronit, joiden nopeus on pienempi kuin ionin nopeus, jäävät täytekaasuun. Yleensä tarvittavat elektronien nopeudet on otettu Thomas-Fermi -atomimallista. Tällöin keskimääräiseksi varaukseksi saadaan

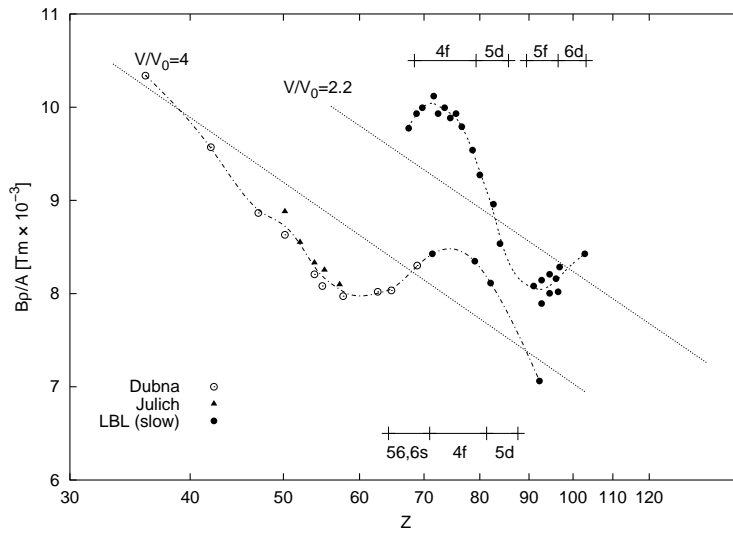
$$q_{ave} = \left(\frac{v}{v_0} \right) Z^{1/3}, \quad (5.2)$$

missä v_0 on Bohrin nopeus ($v_0 = 2.19 \times 10^6$ m/s $\approx c/137$). Kaava (5.2) on mallin mukaan pätevä, kun $1 < v/v_0 < Z^{2/3}$. [Ghi88, Lei03a]

Keskimääräisen varauksen kaavassa (5.2) ei oteta huomioon lainkaan täytekaasun tyyppiä tai painetta. Paine voitaneen jättää huomiotta, koska se vaikuttaa havaittavaan keskimääräiseen varaukseen vain ionin kulkeman vapaan matkan kautta. Täytekaasun tyyppi vaikuttaa kuitenkin merkittävästi optimaaliseen paineeseen. Tämä näkyy useissa kokeellisissa mittauksissa kuten esimerkiksi lähteessä [Arm71].



Kuva 5.2: Magneettisen jäykkyyden $B\rho = \chi_B$ resolution tyypillinen käyttäytyminen Helium-kaasussa paineen funktiona. Pallot ovat kokeellisia mittauspisteitä ja jatkuvat käyrät resolution osatekijöitä. Käyrä ”kaikki” kuvaa mittauspisteisiin sovitettua resoluutiota, joka on osatekijöiden summa. Kuva on otettu lähteestä [Arm71].



Kuva 5.3: Esimerkki elektronikuorien vaikutuksesta keskimääräiseen varaukseen. Yksittäiset pisteet ovat kokeellisia mittauksia ja suorat viivat kuvaavat kaavan (5.2) mukaista käyttäytymistä. Kokeelliset pisteet on yhdistetty seuraamisen helpottamiseksi yhtenäisellä käyrällä. Kuva on otettu lähteestä [Ghi88].

Sijoittamalla yhtälöön (2.2) keskimääräisen varauksen (5.2) saadaan jäykkydeksi

$$\chi_B = B\rho = \frac{mv}{q_{ave}} = 0.0227 \frac{A}{Z^{1/3}} \text{ Tm}, \quad (5.3)$$

missä A on ionin massaluku. Yhtälöstä (5.3) on huomattava, että sen mukaan magneettinen jäykkyys on vain ionin massaluvun ja ydinvarauksen funktio. Nopeus v kumoutuu jäykkyyden lausekkeesta, joten kaasutäyteinen magneettinen separaattori ei ole dispersiivinen myöskään ionin nopeuden suhteen. Tämä pitää paikkansa vain ensimmäisen kertaluvun tarkastelussa, koska todellisuudessa ionin keskimääräinen varaustila ei ole tarkalleen suoraan verrannollinen nopeuteen.

Keskimääräiselle varaukselle on mahdotonta kehittää yksinkertaista teoreettista lauseketta, koska ilmiöön vaikuttaa moni osatekijä, kuten edellä on todettu. Teoreettista kaavaa (5.3) voidaan käyttää hyvin approksimatiivisessa mielessä ja kuvaamaan täytekaasun keskeisiä vaikutuksia. Tarkempiin ennustuksiin keskimääräisestä varauksesta päästään käyttämällä kokeellisia kaavoja, jotka on sovitettu mittauspisteisiin. Kokeellisia lausekkeita on kehitetty lukuisia eri täytekaasuille ja nopeusalueille.

Keskimääräisen varauksen kokeellinen kaava voidaan parametrisoida esimerkiksi muotoon [Bet72]

$$q_{ave} = Z[1 - C_1 \cdot \exp(-C_2 Z^{2/3} v/v_0)], \quad (5.4)$$

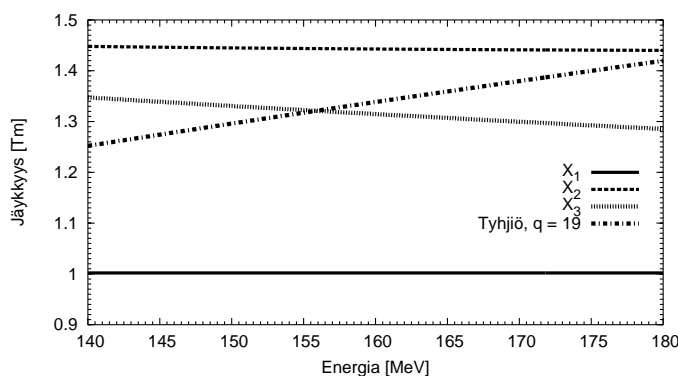
jonka parametrit C_1 ja C_2 määritetään sovittamalla käyrä mittaustuloksiin. Tästä kaavasta saadaan ensimmäisen kertaluvun approksimaationa kaava (5.2), kun molempien vakioiden C_1 ja C_2 arvoiksi valitaan yksi. Näiden vakioiden arvoiksi on saatu sovittamalla kokeellisiin mittauksiin muun muassa $C_1 = 1.04$ ja $C_2 = 0.91$ [Ghi88].

RITU:lla käyttökelpoiseksi on havaittu kokeellinen kaava [Oga91]

$$q_{ave} = 0.00871 \times \left(\frac{v}{v_0}\right)^{1.54} \times Z^{1.10} + 2.05. \quad (5.5)$$

Kuvassa 5.4 on esitetty edellä olevilla keskimääräisen varaustilan kaavoilla lasketut jäykkyydet energian funktiona ytimelle ^{195}Rn energia-alueella 140–180 MeV. Kuvaan on lisätty myös tyhjiön tilannetta kuvaava, yhtälön (2.2) mukainen, jäykkyys energian funktiona olettamalla, että ^{195}Rn :n varaus on 19. Varaustila 19 on saatu kaavasta (5.5) ionin kineettisellä energialla 156 MeV. Kuvasta huomataan selvästi, että energian

muutos ei vaikuta paljon jäykkyyteen empiirisillä kaavoilla (5.4) ja (5.5). Yksinkertaisen teoreettisen kaavan (5.2) energiariippuvuus kumoutuu täysin sijoitettaessa lauseke jäykkyyden yhtälöön kuten edellä on todettu. Tyhjiössä jäykkyyden muutos on suurempi energian kasvaessa kuin kaasutäytteisessä tapauksessa. Tyhjiössä energian kasvattaminen suurentaa aina jäykkyyttä, mutta kaasutäytteessä suureneva energia saattaa pienentää jäykkyyttä joillakin energia-alueilla, kuten kuvan tapauksessa. Tämä ilmiö johtuu siitä, että kineettisen energian kasvu lisää keskimääräistä varausta nopeammin kuin liikemäärää kaavassa (2.2). Tämä ilmiö on hyvä pitää mielessä, kun tarkastellaan kaasutäytteen ionioptisen laitteiston käyttäytymistä tyhjiömallin avulla.



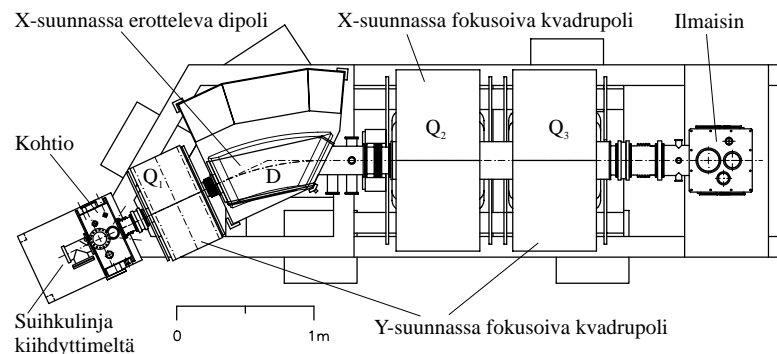
Kuva 5.4: Keskimääräisen varaustilan antavien kaavojen (5.2), (5.4) ja (5.5) vertailua ^{195}Rn ionilla energian funktiona. Kuvan alaindeksit viittaavat näihin kaavoihin kasvavassa järjestyksessä. Vertailun vuoksi kuvassa on myös tyhjiötä vastaava tapaus, kun $q = 19$ e.

5.3 RITU — Rekyyliseparaattori

RITU (Recoil Ion Transport Unit) on Jyväskylän yliopiston Fysiikan laitoksen (JYFL) kaasutäytteen rekyyliseparaattori [Lei95]. RITU:n kaaviokuva on esitetty ylhäältäpäin kuvassa 5.5. Separaattori on tyyppiä QDQQ eli siinä on ennen separoivaa dipolia yksi ja dipolin jälkeen kaksi kvadrupolia. Ensimmäisen kvadrupolin tarkoituksena on sovittaa kohtiosta tulevat ionit paremmin dipolin sisäänmenoaukkoon. Dipolin jälkeinen kvadrupolidupletti puolestaan fokusoi dipolin läpäisseen ionisuihkun ilmaisimelle. Ennen dipolia oleva vahva kvadrupoli erottaa RITU:n muista kaasutäytteisistä rekyyliseparaattoreista, koska tyypillisesti näiden ionioptinen kokoonpano on DQQ. Taulukossa 5.1 on esitetty nykyisen RITU:n tärkeimmät ominaisuudet.

Tarkasti ottaen RITU:lla tarkoitetaan vain sen magneettien muodostamaa separaattoria. Toisin sanoen laitteella ainoastaan erotellaan ioneja, ja varsinaisia fysikaalisia tutkimuksia varten laitteistoon on liitettävä muun muassa kohtio ja ilmaisimet. RITU:lla tehdyt tutkimukset ovat keskittyneet raskaiden vähäneutronisten alkuaineiden rakenne- tutkimukseen. RITU:lla on tuotettu yli kaksikymmentä uutta isotooppia muun muassa alkuaineista Ir, Hg, Po, At, Rn, Fr, Ra, Ac ja Th, joiden alfa-hajoamisia on myös tutkittu. Lisäksi esimerkiksi alkuaineiden Bi, Po, At ja Fr tiettyjen isotooppien isomeerisiä ja tunkeutuneita tiloja on tutkittu RITU:lla. [www1]

RITU:n kohtion sekä ilmaisintason ympärille on asennettu joissakin kokeissa esimerkiksi gamma- tai elektroni-ilmaisimia, jolloin voidaan vaatia havaittavalta ydinreaktiolta erilaisia reaktioon liittyviä yhtäaikaisuusehtoja. [www1]



Kuva 5.5: JYFL:n kaasutäytteenen rekyyliseparaattori RITU (Recoil Ion Transport Unit)

Taulukko 5.1: Keskeisimmät nykyisen RITU:n ominaisuudet. Ilmoitettu akseptanssi ja dispersio ovat laskennallisia. Q_i on i :s kvadrupoli kuljettaessa kohtiosta fokaalitason ilmaisimelle

Suihkun maksimi jäykkyys	2.2 Tm	Dipolin tulo- ja lähtökulma	$0^\circ, -25^\circ$
Kokonaismassa	17500 kg	Q_1 :n aukon halkaisija	105 mm
Horisontaalinen akseptanssi	± 30 mrad	Q_1 :n maks. gradientti	13.5 T/m
Vertikaalinen akseptanssi	± 80 mrad	Q_1 :n pituus	350 mm
Dispersio	10 mm/(1%)	Q_{23} :n aukon halkaisija	200 mm
Dipolin kääntösäde	1850 mm	Q_{23} :n maks. gradientti	6.0 T/m
Dipolin maksimikenttä	1.2 T	Q_{23} :n pituus	600 mm
Dipolin kääntökulma	25°	Kokonaispituus	4.8 m
Dipolin napakenkien väli	100 mm		

6 RITU:n kehittäminen

6.1 Kehittämisen syyt ja edellytykset

RITU on suunniteltu raskaille massa-alueen $A \geq 200$ tuotteille ja epäsymmetrisiin reaktioihin. Epäsymmetrisessä reaktiossa ammuksen ja kohtioatomin massat poikkeavat huomattavasti toisistaan. Esimerkiksi reaktio $^{22}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$ on epäsymmetrinen. Tällä massa-alueella primäärisuihku ja reaktiotuotteet voidaan pääasiassa erotella hyvin toisistaan, joilloin suihkun ja tuotteiden erottelukerroin (engl. *suppression factor*) on suuruusluokkaa $10^{-12} - 10^{-15}$. Siirryttäessä symmetrisempiin reaktioihin esimerkiksi $^{58}\text{Ni} + ^{56}\text{Fe}$ ja fuusiotuotteen massaluvun pienentyessä alueelle 100-150 fuusiotuotteiden ja suihkun magneettiset jäykkyydet eroavat vähemmän toisistaan, mikä huonontaa erottelua. Primäärisuihku on merkittävin ilmaisimelle pääsevä tausta, mutta lisäksi taustaa aiheuttavat myös muut fuusiotuotteet. Primäärisuihkua on havaittu lähinnä fokaalitason ilmaisimen oikeanpuoleisessa laidassa (kuvassa 5.5 ilmaisimen alapuoli) [Uus03].

Liian suuri tausta heikentää fokaalitason ilmaisimen kykyä havaita mielenkiintoisia tapahtumia sekä pahimmassa tapauksessa energeettinen primäärisuihku voi vahingoittaa ilmaisinta. RITU:ssa on pyritty vähentämään primäärisuihkua myös dipolin sisällä olevalla mekaanisella säädettävällä suihkuesteellä, joka on kapea pystysuunnassa ja pitkä vaakasuunnassa. Este on pystysuunnassa optisen akselin korkeudella ja voidaan työntää yli optisen akselin. Tällä esteellä voidaan vähentää primäärisuihkun osuutta fokaalitasolla, koska primäärisuihkun kulmajakauma on yleensä kapeampi kuin fuusiotuotteiden.

Jyväskylän yliopiston fysiikan laitoksella on suunniteltu myös toista rekyyliseparaattoria, jonka ominaisuuksista on kerrottu lähteessä [Enq03]. Tässä artikkelissa on esitetty fysikaalisia sekä muita syitä uuden separaattorin rakentamiseen. Fysikaalisesti esitetyt syyt ovat samat kuin edellä esitetetyt liittyen erottelun parantamiseen. Uutta separaattoria on esitetty vaihtoehdoksi RITU:n kehittämiselle myös siksi, että osa RITU:lla tehtävistä kokeista estää koejärjestelyiden vuoksi RITU:n käyttämisen muutamaa kuukautta. Tällainen koejärjestely on esimerkiksi massiivinen gamma-ilmaisinpallo kohdion ympärillä. [Enq03]

6.2 Kaasutäyteen separaattorin mallintaminen

Usein, kuten myös RITU:n tapauksessa, sähkömagneettisiin elementteihin perustuvan separaattorin kokoonpanossa käytettävät ionioptiset elementit ovat suhteellisen yksinkertaisia. Yksinkertaistenkin elementtien sovittaminen yhteen ja kokonaisuuden optimointi on kuitenkin monimutkainen prosessi, koska kokonaisuuteen vaikuttavia parametreja on paljon ja näistä muodostuvia vaihtoehtoja lähes rajattomasti. Käytännössä jonkin elementin ominaisuuksien muuttaminen vaatii myös muiden ja varsinkin muutettavan elementin jälkeisten elementtien muokkaamista.

Ionioptisten järjestelmien suunnittelussa hyödynnetään paljon tietokoneohjelmia, joiden avulla voidaan tarkastella laitteiston ominaisuuksia suunnitteluvaiheessa. Tietokoneella laitteiston suunnittelu on huomattavasti helpompaa kuin käsin, koska käytettävissä on erilaisia optimointialgoritmeja, joilla haluttu ratkaisu voidaan löytää nopeasti ja keskittyä itse suunnitteluun. Ohjelmat jakautuvat lähinnä kahteen päätyyppiin: matriisipohjaisiin ja hiukkasen liikeyhtälöitä integroiviin koodeihin. Kuvausmatriiseja käyttävät ohjelmat ovat yleensä hieman nopeampia, koska kuva voidaan synnyttää hiukkasjoukosta suoraan kuvausmatriisin avulla. Liikeyhtälöihin perustuva koodi joutuu puolestaan seuraamaan jokaisen yksittäisen ionin rataa haluttuun pisteeseen. Liikeyhtälöihin voidaan ottaa mukaan myös monimutkaisempia ja paikallisia vuorovaikutuksia kuten esimerkiksi ionien energiajätö ja varauksenvaihtotörmäykset täytekaasun kanssa, mikä ei onnistu matriisipohjaisella koodilla. Ionien lentoratoja seuraavalla ohjelmalla voidaan tehdä huomattavasti tarkempi analyysi järjestelmän ominaisuuksista.

Koodityypit eivät ole kuitenkaan toisensa poissulkevia, koska esimerkiksi suunnittelun alkuvaiheessa matriisikoodilla voidaan saada tarkemman suunnittelun lähtökohta ja karkea analyysi aikaan. Tämä johtuu lähinnä siitä, että kuvausmatriisin alkioista eli siirtokertoimista ja varsinkin niiden häviämisestä nähdään suoraan esimerkiksi ionisuihkun fokuksipisteet. Kuvausmatriisien kanssa järjestelmän jonkin ominaisuuden hakeminen on lähinnä lineaarista optimointia. Toisaalta lentorataa seuraavilla koodeilla voidaan laskea siirtokertoimia esimerkiksi viidenteen kertalukuun asti ja hyödyntää näitä kertoimia matriisipohjaisissa ohjelmissa. Yleensä matriisikoodeissa rajoitutaan kolmannen kertaluvun tarkkuuteen.

Tietokoneohjelmillakaan ei voitane tuottaa yhdellä kertaa monimutkaiselle järjestel-

mälle optimaalisinta ratkaisua, vaan suunnittelussa on edettävä iteratiivisesti. Tämä tarkoittaa lähinnä järjestelmän kasaamista pienemmistä loogisista osista ja optimoimalla syntyvää kokonaisuutta pienissä askeleissa. Toisaalta iteratiivinen lähestymistapa voi sivuuttaa jonkin optimiratkaisun, koska kaikkia mahdollisuuksia ei käydä läpi, jolloin optimointi voi päättyä vain kohtuulliseen hyvään paikalliseen optimiratkaisuun.

Kaasutäytteisen separaattorin tapauksessa ionioptiikan suunnittelu poikkeaa joiltain osin tyhjiössä toimivasta ionioptiikasta. Esimerkiksi toisen kertaluvun laskujen tuottamat korjaukset ionioptiikassa peittyvät suurelta osin kaasun aiheuttamaan suihkun levenemiseen, minkä vuoksi järjestelmän optiikka riippuu lähinnä ensimmäisen kertaluvun ominaisuuksista [Enq04]. Kaasutäytteisessä järjestelmässä yleinen erittäin merkittävä vaatimus optiselle linjalle onkin linjan mahdollisimman pieni pituus. Pituuden kasvaessa moninkertainen sironta levittää suihkua huomattavasti verrattuna ionioptiisiin kuvausvirheisiin. Käytännössä tämä muuttaa optimaalista järjestelmää verrattuna tyhjiössä toimivaan ionioptiikkaan, koska ionioptisten kuvausvirheiden pienentäminen vaatii pidempää linjaa useampien elementtien vuoksi. Kuvausvirheiden pienentäminen muuttaakin tällöin linjan pitenemisen vuoksi todellista suihkua epätarkemmaksi. Tämä on nähtävillä myös kuvasta 5.2, jossa käyrä ”siroaminen kaasussa” kasvaa voimakkaasti paineen kasvaessa huonontaan voimakkaasti jäykkyysresoluutiota. Paineen ja separaattorin pituuden kasvun vaikutukset ovat oleellisesti samat.

Efektiivinen magneettinen jäykkyys, joka määrää kääntösäteen magneettikentässä on kaavan (2.2) mukaan

$$\chi_B = B\rho = \frac{p}{q_{ave}},$$

jossa q_{ave} on keskimääräinen varaus, joka voidaan arvioida esimerkiksi kaavoilla (5.2), (5.4) ja (5.5). Tyhjiömoodissa vertailuionista jäykkyydeltään poikkeavaa ionia kuvataan kertoimien δ_K , δ_m ja δ_p avulla, jotka määräävät liike-energian, massan ja liikemäärän suhteellisen poikkeaman vertailuionista. Toisaalta jäykkyyden poikkeama voidaan ilmaista suoraan kaavan (2.12) Δ :lla, mikäli hiukkasen paikkaa ei tarkastella ajan funktiona. Kaasutäytteisessä ionioptisessa järjestelmässä magneettisen jäykkyyden riippuvuus liike-energiasta, massasta ja liikemäärästä poikkeaa tyhjiössä esiintyvistä riippuvuudesta, koska energia, massa ja liikemäärä vaikuttavat efektiiviseen varaukseen edellä esitettyjen kaavojen mukaisesti, eivätkä ainoastaan jäykkyyden kaavan (2.2) liikemäärään. Tätä on havainnollistettu kuvassa 5.4, josta nähdään, että esitettyssä

energialueessa energian kasvaessa ionin jäykkyys kasvaa tyhjiössä, mutta kaasutäyteessä jäykkyys pienenee.

Tässä työssä ionioptisessa suunnittelussa on käytetty lähinnä *Gios*-ohjelman [Wol87b] windows-versiota *Wingios*.

6.3 Testireaktiot

Tässä työssä tutkitaan seuraavia ydinreaktioita RITU:n ionioptiikan kannalta.



joista ensimmäinen edustaa hyvin symmetristä reaktiota ja seuraavat vähemmän symmetrisiä. Kaikkien edellä olevien reaktioiden lopputuotteet ovat kuitenkin isotooppikartan vähäneutronisella alueella. Taulukossa 6.1 on esitetty reaktioiden väliytimien neutronien separaatioenergioita tämän työn kannalta oleellisella massa-alueella. Taulukossa näkyy parillisen ja parittoman massaluvun vaikutus sidosenergioiden erotuksessa reilun 2 MeV:n eroina.

Taulukko 6.1: Reaktioiden (6.1) reaktiotuotteiden isotooppien neutronien separaatioenergioita. Separatioenergiat on laskettu lähteen [www2] tietojen perusteella.

Xe	S_n [MeV]	Pb	S_n [MeV]	Rn	S_n [MeV]
114	12.950(296)	185	8.647(503)	200	10.523(406)
113	10.197(243)	184	11.548(503)	199	8.510(428)
112	13.629(456)	183	8.766(324)	198	10.754(481)
111	10.720(703)	182	11.831(179)	197	8.675(482)

Taulukkoon 6.2 on laskettu reaktioiden (6.1) olennaisimmat ominaisuudet. Coulombin valli on laskettu käyttäen kaavaa (4.5). Reaktioiden Q-arvot on laskettu sidosenergioiden erotuksesta käyttäen lähdettä [www2]. Ammuksen kineettinen energia $K_{p,lab}$, joka vaaditaan Coulombin vallin ylittämiseen, on laskettu kaavalla (4.6). Taulukossa on esitetty samassa sarakkeessa myös lopuissa laskuissa käytetty ammuksen liike-energia. Viimeisessä reaktiossa ammukselle käytetään suurempaa liike-energiaa, koska viritystilan energian halutaan olevan riittävän suuri kolmen neutronin höyrystämiseen. Kah-

nessa ensimmäisessä reaktiossa tarkastellaan kahden neutronin emission tapausta, johon riittää Coulombin vallin ylittäminen taulukossa 6.1 olevien separaatioenergioiden mukaan. Lisäksi taulukossa on esitetty kaavalla (4.10) laskettu viritystilan energia sekä kaavoilla (4.9) ja (4.15) laskettu fuusiotuotteen liike-energia ennen ja jälkeen neutronien emission.

Taulukko 6.2: Reaktioihin (6.1) liittyvät Coulombin vallit ja ammuksien vähimmäisenergiat sekä myöhemmissä laskuissa käytettävät energiat. K_p on ammuksen energia ja E^* on väliytimen viritystilan energia. Ammuksen energioista ensimmäinen on Coulombin vallin vaatima vähimmäisenergia ja jälkimmäinen laskuissa käytetty todellinen energia. N_n on emittoituneiden neutronien määrä ja $K'_{c,lab}$ on lopputuotteen energia neutroneiden emittoiduttua. Kaikki energiat on esitetty MeV:na.

Reaktio	Q	W_C	$K_{p,lab}$	E^*	$K_{c,lab}$	N_n	$K'_{c,lab}$
6.1a	-53.9	94.6	185; 185	40.7	91.3	2	89.7
6.1b	-153.1	184	319; 319	30.8	135	2	134
6.1c	-170.8	195	345; 365	35.7	159	3	156

Taulukkoon 6.3 on laskettu taulukon 6.2 tietojen perusteella reaktioiden primäärisuihkujen ja lopputuotteiden jäykkyydet edellä esitetyillä keskimääräisen varaustilan kaavoilla ja jäykkyyden kaavalla (2.2). Tuloksista nähdään, että eri kaavojen antamat jäykkyydet eroavat jonkin verran toisistaan. Lisäksi nähdään, että symmetrisen reaktion tapauksessa erottelu on vaikeampaa, koska eroteltavien hiukkasten jäykkyysero on pienempi.

Reaktiotuotteiden energia pienenee törmäyksissä täytekaasun kanssa. Edellä esitellyille reaktiotuotteille energiajättö 4.5 metrin matkalla on noin 7 MeV – 11 MeV. Suurin energiajättö on ^{195}Rn -ionilla, lähinnä koska sen energia on suurin. Tämän suuruisella suhteellisella energian pienenemisellä ei ole merkittävää vaikutusta ionien jäykkyyksiin. Energiajättöjä tarkasteltiin SRIM-ohjelmalla [Zie03].

6.4 RITU:n kehittämisen pääkohdat

RITU:n kehittämisen lähtökohtana on lisätä ylimääräinen noin 8 astetta taittava dipoli nykyisen ionioptisen järjestelmän loppuun eli viimeisen kvadrupolin jälkeen ennen ilmaisinta. Dipoli on x-suunnassa dispersiivinen kuten 25 asteen päädipolikin. Tällöin y-suunnassa dipoli vastaa pelkästään vapaata matkaa ja dipolin sijoittaminen viimeisen

Taulukko 6.3: Reaktioiden ammuksien ja lopputuotteiden keskimääräiset varaukset sekä jäykkydet. Keskimääräisten varaustilojen alaindeksit viittaavat kaavoihin (5.2), (5.4) ja (5.5) kasvavassa järjestyksessä. Osa arvoista on suluissa, koska ehto $v/v_0 < Z^{2/3}$ ei ole voimassa kaavassa (5.2). Viimeisessä sarakkeessa on χ_3 arvoista laskettu ammuksen jäykkyyden suhteellinen ero lopputuotteeseen verrattuna.

Ioni	v/v_0	Z	$Z^{2/3}$	Keskim. varaus [e]			Jäykkyys [Tm]			Δ_3 [%]
				q_1	q_2	q_3	χ_1	χ_2	χ_3	
^{56}Fe	11.54	26	8.78	(34.18)	17.83	15.61	(0.43)	0.82	0.94	20
^{112}Xe	5.68	54	14.29	21.48	14.89	12.23	0.67	0.97	1.18	
^{78}Kr	12.84	36	10.90	(42.39)	23.18	24.91	(0.54)	0.98	0.91	31
^{182}Pb	5.44	82	18.87	23.65	16.41	17.14	0.95	1.37	1.31	
^{86}Kr	13.08	36	10.90	(43.18)	23.43	25.57	(0.59)	1.09	1.00	24
^{195}Rn	5.68	86	19.48	25.07	17.40	19.02	1.00	1.44	1.32	

kvadrupolin jälkeiseen kentättömään alueeseen ei vaadi suoraan muutoksia muihin elementteihin. Dispersiivisessä x-suunnassa dipolin lisääminen joudutaan huomioimaan jälkimmäisten kvadrupolien kentissä, mikä puolestaan vaikuttaa myös y-suuntaiseen liikkeeseen.

Lisädipoli on asennettu tai lisäämistä suunnitellaan myös japanilaiseen GARIS-kaasuseparaattoriin sekä Dubnan Vassilissaan ja GSI:n SHIP:iin. Näistä kaksi viimeistä ovat tyhjiössä toimivia nopeusfi ltereitä. [Uus03]

Myös aikoinaan dipolin ja toisen kvadrupolin välissä olleen kuvausvirheitä vähentäneen heksapolin vaatima tila on käytettävissä. Tarkoituksena onkin pienentää tämä vapaa matka mahdollisimman lyhyeksi, jotta separaattorin kokonaispituus ei kasvaisi dipolin lisäämisen vuoksi. Nykyisessä RITU:ssa tämä vapaa matka on 30 cm ja sitä voidaan lyhentää noin 15 cm.

Uuden kokonaisuuden optimaalinen ratkaisu etsitään siten, että ensin haetaan optimaalinen ratkaisu ilman lisädipolia lyhentämällä heksapolille varattua tilaa ja säätämällä dipolin jälkeisiä kvadrupoleja sekä viimeistä vapaata matkaa. Tämän jälkeen lisätään dipoli loppuun ja säädetään sen molemmin puolin olevia vapaita matkoja. Tarvittaessa palataan optisessa linjassa taaksepäin ja säädetään kvadrupolien kenttiä. Kvadrupolien Q_2 ja Q_3 välinen etäisyys pidetään nykyisessä 25 cm:ssä sekä koko ionioptinen järjestelmä ennen poistetun heksapolin kohdalla olevaa vapaata matkaa säilytetään ennal-

laan.

Magneettisten elementtien välisten etäisyyksien muuttamisessa on otettava huomioon myös laitteiston muodostamat fyysiset rajat. Esimerkiksi kvadrupolien ja dipolin kelat tulevat käytännössä aina ulommas magneetin varsinaisesta reunasta. Nämä on otettu huomioon edellä.

6.5 Kvadrupolien Q_2 ja Q_3 maksimikentät sekä lisädipolin pituus

Kvadrupolin magneettikentän gradientti g_B saadaan kaavasta (3.2)

$$g_B = -B_T/G_0,$$

missä G_0 on etäisyys keskipisteestä napakengän kärkeen ja B_T on magneettikentän navan kärjessä. Koska magneettisen optisen linjan elementtien kentät skaalautuvat samassa suhteessa toisiinsa säädettäessä järjestelmää vaaditulle jäykkyydelle, on järkevää valita kvadrupolien kentiksi $\lambda_i B_D$, jossa λ_i on kvadrupolin i magneettikentän vuon tiheyden suhde separoivan dipolin kentän vuon tiheyteen B_D .

Kvadrupoleille $i = 2, 3$ kentän suurin gradientti on $g_B^{(max)} = 6.0$ T/m. Suurin jäykkyys, jonka dipoli voi taivuttaa on puolestaan n. 2.2 Tm, joka vastaa kaavan (2.2) mukaisesti vuon tiheyttä $B_D^{(max)} = 1.2$ T. Tällöin suurimmiksi kertoimiksi itseisarvoiksi $|\lambda_{1,2}|$ saadaan

$$|\lambda_{1,2}^{(max)}| = \frac{G_0 g_B^{(max)}}{B_D^{(max)}} = 0.47.$$

Näin ollen kvadrupolien kenttien ollessa välillä $-0.47B_D$:stä $0.47B_D$:hen voidaan laitteistoa käyttää separoivan dipolin maksimikenttään asti ilman kvadrupolien säätövaran loppumista.

Lisädipolin kääntösäteen voidaan olettaa olevan 1.85 m, joka on sama kuin RITU:n päädipolin kääntösäde. Säde ei voi olla käytännössä pienempi, koska tällöin tarvittaisiin suurempi magneettikenttä, mikä aiheuttaisi ongelmia dipolissa käytetyn raudan saturaantumisen vuoksi. Kääntökulmaksi oletetaan $\phi_0 = 8^\circ$. Kääntösäteestä ja -kulmasta saadaan dipolin ionioptisen akselin pituudeksi

$$l = \rho\phi_0 = 1.85 \text{ m} \cdot 8^\circ \cdot \pi/180^\circ \approx 0.258 \text{ m}.$$

6.6 Optimaalisen ionioptisen järjestelmän haku

Uuden optisen kokonaisuuden lähtökohtana oli vuodelta 1995 peräisin oleva RITU:n suunnittelussa käytetty Gios-ohjelman syöttötiedosto. Tällä tiedostolla haettiin optimaaliset kentät kvadrupoleille Q_1 ja Q_2 . Syöttötiedostossa käytetty ioni muutettiin reaktion (6.1c) tuotteeksi ^{195}Rn , liike-energian arvoksi 156 MeV ja keskimääräiseksi varaukseksi 19.02 e. Nämä on laskettu edellä taulukoihin 6.2 ja 6.3. Käytetyllä ionilla ei ole varsinaisesti merkitystä, mikäli ohjelmalla ei tarkastella jäykkyyden muutosta. Alkuperäistä syöttötiedostoa vastaavat ionien lentoradat ja elementtien keskinäiset etäisyydet on esitetty graafisesti liitteen A kuvassa A.1. Kuvassa on myös x- ja y-suuntaista ± 7 mrad:n kulmajakaumaa vastaava primäärisuihku ^{86}Kr , jonka jäykkyyden poikkeamaksi on otettu $\Delta = -4$ % toisin kuin mitä taulukkoon 6.3 on laskettu. Nämä arvot on otettu lähteestä [Enq03] vertailun helpottamiseksi.

Gios laskee automaattisesti syötetystä vertailuionista dipolien magneettikentät ja käyttää niitä. Ensimmäisen kvadrupolin absoluuttinen kentän arvo otettiin alkuperäisestä syöttötiedostosta ja laskettiin tästä dipolin kenttään suhteutettu kerroin

$$\lambda_1 = B_{Q_1}/B_0 = -0.49 \text{ T}/0.9499 \text{ T} = -0.5158.$$

Kertomalla tällä uuden vertailuionin jäykkyyden vaatima magneettikenttä kaavan (2.2) mukaisesti saadaan ensimmäisen kvadrupolin absoluuttiseksi kentäksi $B_{Q_1} = -0.3682 \text{ T}$. Vastaavasti kvadrupolien 2 ja 3 dipolin kenttään suhteutetuiksi kenttien arvoiksi saatiin 0.3611 ja -0.4878 tässä järjestyksessä. Näistä jälkimmäinen ylittää kappaleessa 6.5 lasketun rajan hieman, joten hyväksytään suhteelliseksi maksimiksi 0.49. Tämä voitaneen tehdä, koska RITU:ssa normaalisti separoitavien ionien jäykkyys on yleensä korkeintaan 2 Tm :n suuruusluokkaa ja erittäin harvoin lähellä arvoa 2.2 Tm , joka on dipolin aiheuttama maksimi.

Järjestelmää muokattaessa ja haettaessa optimaalisia arvoja muuttujille vaadittiin ratkaisulta aina

$$(x|a) = (y|b) = 0,$$

eli pisteestä pisteeseen fokusointi. Varioitavia muuttujia oli kaikissa vaiheissa vain kaksi, koska useamman muuttujan tapauksessa ohjelma tai sen käyttämä *Simplex*-algoritmi ei tuottanut luotettavia ratkaisuja. Useamman muuttujan tapauksia voidaan

ratkaista kohtuullisen luotettavasti käyttäen vuorottain kahta eri muuttujaa iteratiivisesti ja valitsemalla nämä fysikaalisessa mielessä järkevästi.

Seuraavaksi syöttötiedostoa muutettiin siten, että Gios haki Simplex-algoritmilla optimaaliset arvot dipolin jälkeiselle vapaalle matkalle ja Q_2 :n kentälle. Viimeisen kvadrupolin kentäksi valittiin maksimi eli $-0.49 \cdot 0.7139 \text{ T} \approx 0.350 \text{ T}$. Maksimikentän valinta oli perusteltua, koska kenttä oli maksimissaan jo alkuperäisessä ratkaisussa ja siten selvästi alkuperäisen ratkaisun rajoittava ehto eikä pieni muutos kvadrupolidupletin edellä olevassa vapaassa matkassa poistaisi Q_3 :a olemasta rajoittava ehto. Vapaan matkan varioinnille pantiin rajoiksi 0.38 - 0.53 m, kun alkuperäinen matka oli 0.53 m. Toisen kvadrupolin kentän vaihteluväliksi määritettiin 0.0 - 0.49 T. Gios antoi ehdot täyttäväksi ratkaisuksi

$$l_{dl} = 0.38 \text{ m}, \quad B_{Q_2} = 0.2611 \text{ T}.$$

Ratkaisun rajoittavana ehtona on selvästi vapaa matka. Edellä tehty kiinteän Q_3 :n kentän valinta testattiin vielä kiinnittämällä vapaa matka arvoon 0.38 m ja varioimalla kvadrupolien Q_2 ja Q_3 arvoja. Tämä muutti kvadrupolien kenttiä vain neljännessä desimaalissa pienemmiksi, joten edellinen optimointi voitiin hyväksyä.

Seuraavaksi lisättiin 8 astetta taittava lisädipoli viimeisen kvadrupolin jälkeen. Aikaisemmassa ratkaisussa tässä oli 1.0 m:n vapaa matka. Vapaa matka jaettiin dipolin molemmin puolin siten, että kumpikin sai vaihdella välillä 0.25 - 1.0 m. Tämä optimointi tuotti pisteestä pisteeseen fokusoinnille ratkaisun

$$l_{dl,ennen} = 0.487 \text{ m}, \quad l_{dl,jälkeen} = 0.25 \text{ m}.$$

Tätä ratkaisua vastaavia ionien lentoratoja on esitetty liitteen A kuvassa A.2. Kuva on esitetty samalla sivulla alkuperäisen kokoonpanon vastaavan kuvan A.1 kanssa vertailun helpottamiseksi. Kuvasta A.2 sekä Giosin tuottamasta vastaavasta kuvasta (ei ole esitetty tässä työssä) nähdään, että lisädipolia ei olisi voitu sijoittaa lähemmäksi viimeistä kvadrupolia, koska tämä olisi pienentänyt RITU:n pystysuuntaista kulmaakseptanssia, joka määrää maksimikulman ionille, jonka laite voi kuljettaa ilmaisimelle. Molemmista kuvista on esitetty myös primäärisuihkun kuvautuminen kahdella lentoradalla. Lentoratojen laskennassa käytetyt parametrit on esitetty kuvatekstissä.

Taulukkoon 6.4 on kerätty olennaisimmat ionioptiset arvot alkuperäisestä ja muokatusta järjestelmästä. Liitteessä B on esitetty kaikki ensimmäisen ja toisen kertaluvun siirtokertoimet alkuperäisestä ja muokatusta ionioptisesta järjestelmästä. Kertoimet on otettu suoraan Giosin tulostiedostosta.

Ensimmäisen kertaluvun erottelua alkuperäisessä ja edellä esitetyllä tavalla muokatussa järjestelmässä on havainnollistettu graafisesti liitteen A kuvissa. Jälkimmäisissä kahdessa kuvassa on esitetty halutun reaktiotuotteen ja jäykkyydeltään neljä prosenttia pienemmän primäärisuihkun kuvautumista ionioptisen järjestelmän läpi erilaisilla alkuarvoilla. Lähtöpaikan x-suunnan vaikutusta ilmaisimelle syntyvään kuvaan on kuvattu lentoradoilla, jotka lähtevät kohtion keskeltä ja viiden millimetrin päästä. Primäärisuihkun kulmajakaumaksi on oletettu kaikissa kuvissa 7 mrad lähteen [Enq03] mukaan. Näistä kuvista nähdään, että primäärisuihku ja reaktiotuotteet erottuvat hienan paremmin fokaalitasolla uudessa versiossa. Kaikista liitteen A kuvista on huomioitava, että ne on piirretty ensimmäisen kertaluvun tarkkuudella, jolloin esimerkiksi vinon fokaalitasoon vaikutukset eivät tule esiin.

Taulukko 6.4: Keskeisimmät ionioptiset ominaisuudet nykyisessä ja muokatussa RITU:ssa. Fokaalitasoon kulma on laskettu siirtokertoimista kaavalla (2.21) ja tarkoittaa fokaalitasoon ja optisen akselin välistä kulmaa.

	Opt. akselin pituus [m]	Suurennus ($x x$)	Suurennus ($y y$)	Dispersio ($x \Delta$) [cm/%]	Fokaalitaso [astetta]
Alkup.	4.69	1.12	0.97	1.05	4
Muokattu	4.53	1.14	1.00	1.13	4

7 Päätelmät

Kuvausmatriisien käyttö tuntuu tehokkaalta menetelmältä tarkasteltaessa ionioptisen laitteiston ominaisuuksia. Kuvausmatriisien elementtien eli siirtokerrointen sisältämä informaatio on suuri, koska elementit ilmaisevat suoraan kuvausmatriisia vastaavan osan optisista ominaisuuksista esimerkiksi suurennussuhteen, dispersion ja fokusoinnin. Toisaalta matriisimenetelmässä ei voida huomioida tarkasti täytekaasun vaikutusta, joten menetelmällä voidaan kuvata kaasutäytteistä järjestelmää vain keskimääräisesti.

Optimaalinen ratkaisu löytyi hyvin suoraviivaisesti RITU:n muokatulle ionioptiselle järjestelmälle, johon oli lisätty kahdeksan astetta taittava dipoli ja jonka päädipolin jälkeistä vapaata matkaa oli lyhennetty. Ilman suurempia muutoksia on epätodennäköistä, että dipolin ja vapaan matkan lyhentäminen kannattaisi tehdä muulla tavalla, mikäli lähtökohtana on nykyinen RITU:n kokoonpano. Saatu ratkaisu lyhentää laitteistoa 15 cm, mikä vähentää hieman sironnan vaikutusta. Pituuden muutos on kuitenkin vain joitain prosentteja, joten tällä on tuskin havaittavia vaikutuksia. Laitteiston dispersio puolestaan kasvaa noin kahdeksan prosenttia arvoon 11.3 mm/%, mikä parantaa erottelua. Suurennussuhde pysyy molemmissa suunnissa lähellä yhtä.

Laskettu optimaalinen lisädipolin sijoitus ei välttämättä paranna erottelua riittävästi. Tämän selvittäminen vaatii tarkempia laskelmia tai simulaatioita, joissa otetaan huomioon hiukkasten siroaminen ja laitteiston fyysiset ominaisuudet kuten esimerkiksi dipolin sisällä oleva primäärisuihkun pysäytin. Näissä tarkasteluissa on lisäksi tarkasteltava primäärisuihkun ja reaktiotuotteiden paikka- ja kulmajakauman vaikutusta.

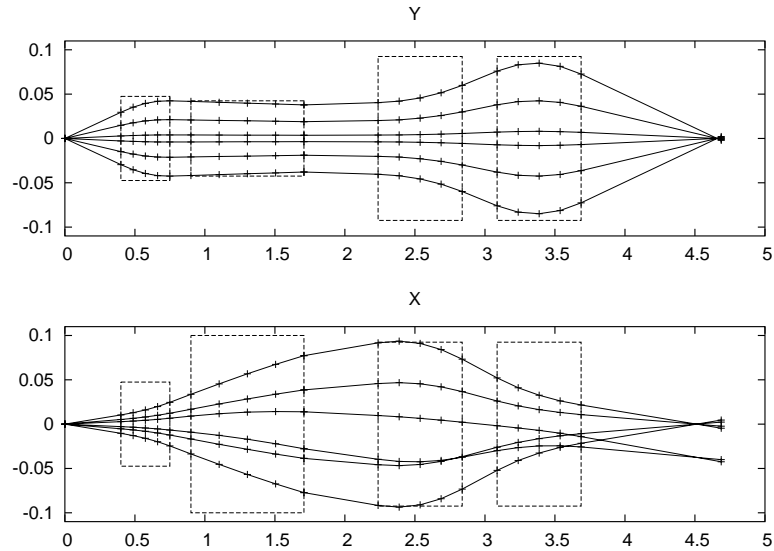
Opinnäytteeni tekeminen on opettanut minulle hyvin ionioptiikan perusasiat ja kaasuseparaattorin perusominaisuudet. Monet alussa päänvaivaa tuottaneista asioista ovat muuttuneet hämmästyttävän selviksi työn edetessä. Toisaalta juuri tämä on lisännyt kiinnostustani niistä osa-alueista, jotka työn rajallisen laajuuden vuoksi jouduin ohittamaan. Tutustuminen RITU:n toimintaan on myös kasvattanut tiedonhaluani ymmärtää RITU:lla tehtävien fysikaalisten kokeiden kulkua ja merkitystä.

Viitteet

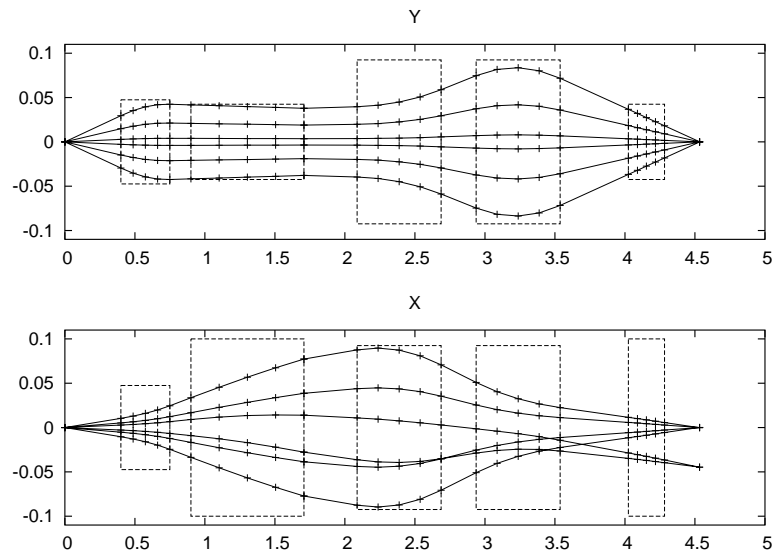
- [Arm71] P. Armbruster, J. Eidens, J. W. Grüter, H. Lawin, E. Roeckl, K. Sistemich, Are Gas-Filled Magnetic Separators a Useful Tool to Investigate Heavy Fast Recoils from Nuclear Reactions, *Nucl. Instr. and Meth.* 91 (1971) 499
- [Bet72] H.D. Betz, Charge States and Charge-Changing Cross Sections of Fast Heavy Ions Penetrating Through Gaseous and Solid Media, *Rev. Mod. Phys.* 44 (1972) 465
- [Bry84] P. J. Bryant, Introduction to Transfer Lines and Circular Machines, Luentomateriaali, Academic Training Programme of CERN, 1984
- [Coh58] B. Cohen, C. Fulmer, Fission-Fragment Mass Separator and the Nuclear Charge Distribution of Fission Fragments of a Single Mass, *Nucl. Phys.* 6 (1958) 547
- [Eng79] H. A. Enge, Magnetic Spectrographs for nuclear reaction studies, *Nucl. Instr. and Meth.* 162 (1979) 161
- [Eng81] H. A. Enge, Progress in recoil spectrometers for separation of fast nuclear reaction products, *Nucl. Instr. and Meth.* 186 (1981) 413
- [Enq03] T. Enqvist, P. Heikkinen, H. Kettunen, P. Kuusiniemi, M. Leino, A.-P. Lepänen, C. Scholey, J. Uusitalo, The design of a new gas-filled separator at JYFL, *Nucl. Instr. and Meth. B* 204 (2003) 138
- [Enq04] T. Enqvist, yksityiset keskustelut, 2004
- [Ful58] C. Fulmer, B. Cohen, Equilibrium Charges of Fission Fragments in Gases, *Phys. Rev.* 109 (1958) 94
- [Ghi88] A. Chiorso, S. Yashita, M. Leino, L. Frank, J. Kalnins, SASSY, A Gas-Filled Magnetic Separator for the Study of Fusion Reaction Products, *Nucl. Instr. and Meth. A* 269 (1988) 192
- [Hei] P. Heikkinen, Kiihdytinfysiikka, luentomuistiinpanot, 2002
- [Kut00] W. Kutschera, W. Rom; Ötzi, the prehistoric Iceman *Nucl. Instr. and Meth. B* 164-165 (2000) 12
- [Laz93] JINR report E7-93-274, Dubna 1993, vol. 2B497
- [Lei95] M. Leino, J. Äystö, T. Enqvist, P. Heikkinen, A. Jokinen, M. Nurmia, A. Ostrowski, W. H. Trzaska, J. Uusitalo, K. Eskola, P. Armbruster, V. Ninov,

- Gas-filled recoil separator for studies of heavy elements, *Nucl. Instr. and Meth. B* 99 (1995) 653
- [Lei03a] M. Leino, Gas-filled separators - An overview, *Nucl. Instr. and Meth. B* 204 (2003) 129.
- [Lei03b] M. Leino, yksityiset keskustelut, 2003
- [Lei04] M. Leino, yksityiset keskustelut, 2004
- [Mar95] J. Marion, S. Thornton, *Classical Dynamics of Particles and Systems*, 4. painos, Saunders College Publishing, 1995
- [Nin95] V. Ninov, P. Armbruster, F.P. Heßberger, S. Hofmann, G. Münzenberger, Y. Fujita, M. Leino, A. Lüttgen, *Nucl. Instr. Meth. A* 357 (1995) 486
- [Oga91] Yu. Ts. Oganessian, Yu. V. Lobanov, A. G. Popeko, F. Sh. Abdullin, Yu. P. Kharitonov, A. A. Ledovskoy, Yu. S. Tsyganov, The average equilibrium charge states of heavy ions with $Z > 60$, *JINR LNR Scientific Report 1989-1990* (1991) 160
- [Pau89] M. Paul, B. G. Glagola, W. Henning, J. G. Keller, W. Kutschera, Z. Liu, K. E. Rehm, B. Schneck, R. H. Siemssen, Heavy ion separation with a gas-filled magnetic spectrograph, *Nucl. Instr. and Meth. A* 277 (1989) 418
- [Uus03] J. Uusitalo, yksityiset keskustelut, 2003–2004
- [Wil91] W.S.C. Williams, *Nuclear and Particle Physics*, Clarendon Press, Oxford, Iso-Britannia, 2001
- [Wol87a] H. Wollnik, *Optics of Charged Particles*, Academic Press inc, 1987
- [Wol87b] H. Wollnik, J. Brezina, M. Berz, Gios-Beamtrace — a program package to determine optical properties of intense ion beams, *Nucl. Instr. and Meth. A* 258 (1987) 408
- [www1] <http://www.phys.jyu.fi/research/ritu/>, 8.1.2004
- [www2] <http://atom.kaeri.re.kr/>, 28.1.2004
- [Zie03] J. F. Ziegler, SRIM-2003, <http://www.srim.org/>, 19.2.2003

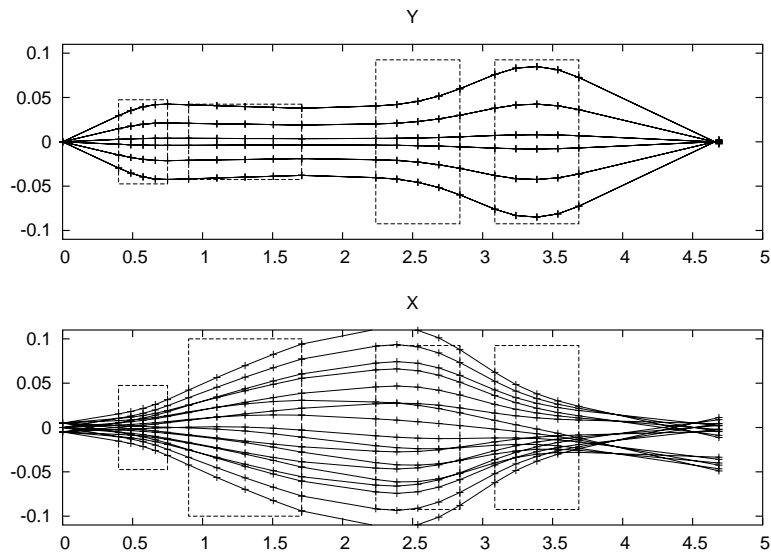
A Ionien lentoratoja RITU:ssa



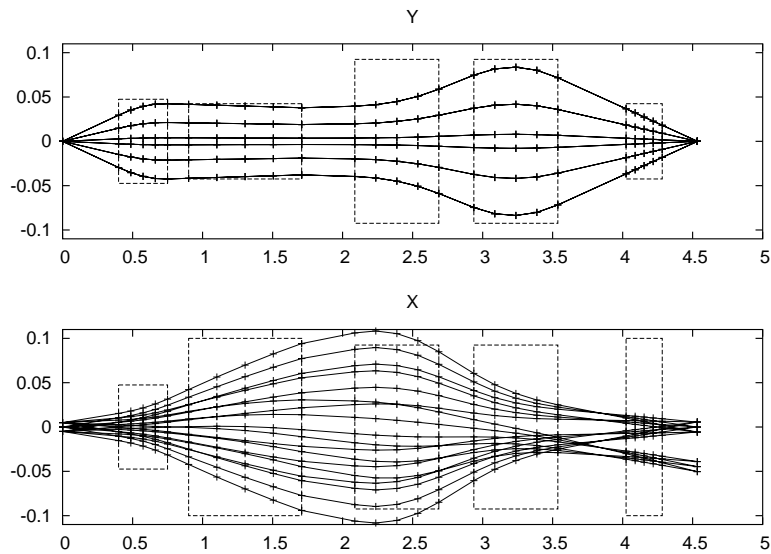
Kuva A.1: Ionien ensimmäisen kertaluvun lentoratoja nykyisessä RITU:n kokoonpanossa. Keskelle ilmaisinta fokusoituvat lentoradat vastaavat reaktiotuotteita kulmajakaumilla $\Delta\alpha = \pm 26$ mrad ja $\Delta\beta = \pm 74$ mrad. Kuvassa on myös primäärisuihku parametreilla: $\Delta\alpha = \Delta\beta = \pm 7$ mrad ja $\Delta = -4$ % . Kaikki lentoradat lähtevät kohtiön keskeltä.



Kuva A.2: Ionien lentoratoja RITU:n kokoonpanossa kun heksapolin paikalla ollutta vapaata matkaa on lyhennetty ja loppuun on lisätty 8 astetta taittava dipoli. Piirretyt lentoradat ovat kuin kuvassa A.1.



Kuva A.3: Ionien lentoratoja nykyisessä RITU:n kokoonpanossa. Kuvaan on piirretty myös primäärisuihku. Lentoratojen lähtöarvot ovat samat kuin kuvassa A.1, mutta kuvaan on lisätty kohtion keskeltä ± 5 mm x-suunnassa poikkeavat lähtöpisteet.



Kuva A.4: Ionien lentoratoja RITU:n kokoonpanossa kun heksapolin paikalla ollut vapaata matkaa on lyhennetty ja loppuun on lisätty 8 astetta taittava dipoli. Piirretyt lentoradat ovat kuin kuvassa kuvassa A.3.

B Vanhan ja uuden optisen järjestelmän siirtokertoimet

Ohessa ovat alkuperäisen sekä muokatun RITU:n ionioptiset ensimmäisen ja toisen kertaluvun siirtokertoimet. Kertoimet on tuotettu Gios-ohjelmalla.

Alkuperäinen järjestelmä

```

NON SYMPLECTIC SYSTEM TRANSFER MATRIX AT PATH LENGTH L= 4.687214779E+00 LLU
=====
      X AND Y IN TLU, A AND B IN RAD, G AND D IN PARTS OF M0 AND K0

(X,X )=-1.117066497E+00 (A,X )=-1.657753723E+00 (T,X )= 2.416914912E-01
(X,A )=-1.363573886E-03 (A,A )=-8.971395149E-01 (T,A )= 2.016444817E-01
(X,G )= 5.271211645E-01 (A,G )= 2.752446205E-01 (T,G )= 5.027327949E-01
(X,D )= 5.271339853E-01 (A,D )= 2.752513151E-01 (T,D )=-4.972306558E-01

(X,XX )=-9.910893711E+00 (A,XX )=-6.415832378E+00 (T,XX )= 1.940444306E+00
(X,XA )=-1.891315923E+01 (A,XA )=-1.216405492E+01 (T,XA )= 3.310163237E+00
(X,XG )= 7.307773424E+00 (A,XG )= 4.703230081E+00 (T,XG )=-1.655253317E-03
(X,XD )= 7.307762608E+00 (A,XD )= 4.703223562E+00 (T,XD )=-2.434751045E-01
(X,AA )=-8.976711056E+00 (A,AA )=-5.734354929E+00 (T,AA )= 1.521248506E+00
(X,AG )= 6.722390809E+00 (A,AG )= 4.112807859E+00 (T,AG )= 7.195225380E-02
(X,AD )= 6.722380906E+00 (A,AD )= 4.112801839E+00 (T,AD )=-1.297948343E-01
(X,GG )=-1.241655384E-01 (A,GG )=-8.031399697E-02 (T,GG )=-1.123850788E-01
(X,GD )= 2.790758544E-01 (A,GD )= 1.147567486E-01 (T,GD )=-2.247676197E-01
(X,DD )=-1.241591572E-01 (A,DD )=-8.031106315E-02 (T,DD )= 3.848877369E-01
(X,YY )=-4.113957319E-01 (A,YY )=-4.528140622E-02 (T,YY )= 6.199323509E+00
(X,YB )=-1.394224370E+00 (A,YB )=-9.373546106E-01 (T,YB )=-1.942146793E+00
(X,BB )=-8.494363156E-02 (A,BB )=-4.464271867E-02 (T,BB )= 2.362196085E-01

(Y,Y )=-9.714875637E-01 (B,Y )= 5.258568926E+00
(Y,B )= 5.738059810E-04 (B,B )=-1.032362404E+00

(Y,YX )=-1.109399449E+00 (B,YX )= 7.556217197E+00
(Y,YA )=-1.109446236E+00 (B,YA )= 6.985737858E+00
(Y,YG )=-4.509733153E+00 (B,YG )=-8.305866693E+00
(Y,YD )=-4.509733450E+00 (B,YD )=-8.305859387E+00
(Y,BX )=-2.390433839E-01 (B,BX )= 2.468107622E+00
(Y,BA )=-2.026577787E-01 (B,BA )= 2.271463249E+00
(Y,BG )= 1.071523167E+00 (B,BG )=-1.002991740E+00
(Y,BD )= 1.071523619E+00 (B,BD )=-1.002993878E+00
    
```

Muokattu järjestelmä

NON SYMPLECTIC SYSTEM TRANSFER MATRIX AT PATH LENGTH L= 4.532596031E+00 LLU

=====

X AND Y IN TLU, A AND B IN RAD, G AND D IN PARTS OF M0 AND K0

(X,X)=-1.144171491E+00 (A,X)=-1.616911787E+00 (T,X)= 2.337352850E-01
 (X,A)=-5.684837217E-03 (A,A)=-8.819435278E-01 (T,A)= 2.187077362E-01
 (X,G)= 5.636319327E-01 (A,G)= 3.339798315E-01 (T,G)= 5.157255274E-01
 (X,D)= 5.641159958E-01 (A,D)= 3.342666628E-01 (T,D)=-4.829734615E-01

(X,XX)=-1.006256225E+01 (A,XX)=-6.384530717E+00 (T,XX)= 1.702412404E+00
 (X,XA)=-1.938053628E+01 (A,XA)=-1.193890602E+01 (T,XA)= 2.810140846E+00
 (X,XG)= 6.952719595E+00 (A,XG)= 4.305625538E+00 (T,XG)= 1.210387261E-01
 (X,XD)= 6.952253536E+00 (A,XD)= 4.305465880E+00 (T,XD)=-1.128361890E-01
 (X,AA)=-9.216984435E+00 (A,AA)=-5.585525414E+00 (T,AA)= 1.272562469E+00
 (X,AG)= 6.402559788E+00 (A,AG)= 3.709961952E+00 (T,AG)= 2.082845149E-01
 (X,AD)= 6.402185176E+00 (A,AD)= 3.709790928E+00 (T,AD)=-1.049216340E-02
 (X,GG)=-1.813281764E-01 (A,GG)=-1.580606750E-01 (T,GG)=-1.073479696E-01
 (X,GD)= 2.017157548E-01 (A,GD)= 1.821821784E-02 (T,GD)=-2.146437416E-01
 (X,DD)=-1.811150885E-01 (A,DD)=-1.579906377E-01 (T,DD)= 3.763389688E-01
 (X,YY)= 7.554289782E-01 (A,YY)=-1.834689078E+00 (T,YY)= 5.503378060E+00
 (X,YB)=-1.797993329E+00 (A,YB)=-1.625419609E-01 (T,YB)=-1.870372487E+00
 (X,BB)=-6.045985604E-02 (A,BB)=-1.205424048E-01 (T,BB)= 2.399223098E-01

(Y,Y)=-1.004210451E+00 (B,Y)= 4.730477465E+00
 (Y,B)= 4.607864373E-03 (B,B)=-1.017422166E+00

(Y,YX)=-2.580662010E+00 (B,YX)= 5.778837913E+00
 (Y,YA)=-1.476821201E+00 (B,YA)= 5.828819942E+00
 (Y,YG)=-3.638839117E+00 (B,YG)=-7.488093266E+00
 (Y,YD)=-3.638446283E+00 (B,YD)=-7.487723385E+00
 (Y,BX)= 5.085779007E-03 (B,BX)= 2.563884641E+00
 (Y,BA)=-1.685296405E-01 (B,BA)= 2.263055678E+00
 (Y,BG)= 9.796208300E-01 (B,BG)=-8.937332330E-01
 (Y,BD)= 9.795565164E-01 (B,BD)=-8.938301126E-01