LASTEN MATEMATIIKAN OPPIMISVAIKEUKSIEN ANALYSOINTI

Kuuden kolmasluokkalaisen matematiikan oppimisvaikeuksien selvittäminen lukujen ja laskemisen prosessointimallien pohjalta

Tanja Hämäläinen ja Nina Kykkänen

Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma
Syksy 2000
Erityispedagogiikan laitos
Jyväskylän yliopisto

TIIVISTELMÄ

Hämäläinen, Tanja & Kykkänen, Nina 2000. Lasten matematiikan oppimisvaikeuksien analysointi. Kuuden kolmasluokkalaisen matematiikan oppimisvaikeuksien selvittäminen lukujen ja laskemisen prosessointimallien pohjalta. Jyväskylän yliopisto. Erityispedagogiikan laitos. Pro gradu -tutkielma, 78 s. Liitteet 2 s.

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli analysoida, miten aikuisten aritmetiikan vaikeuksien analysointiin kehitetyt kognitiiviset lukujen ja laskemisen prosessointimallit soveltuvat lasten laskemisen erityisvaikeuksien analysointiin. Malleissa oletetaan, että kognitiiviset taidot aritmetiikassa voidaan käsitteellisesti jakaa useisiin erillisiin lukujen käsittelyn osiin. McCloskeyn, Caramazzan ja Basilin (1985) lukujen ja laskemisen prosessointimallia täydennettiin Dehaenen (1992) lukujen prosessointimallin lukumäärän arvioinnin ja vertailun osa-alueella.

Tutkimuksen ensimmäisessä vaiheessa seulottiin kahdeksan ryhmätehtävän perusteella 232 peruskoulun 3. luokkalaisen matematiikan osaamista. Ryhmätehtävien luotettavuus matematiikan oppimisvaikeuksisisten lasten seulomisessa suuresta oppilasjoukosta sai Cronbachin Alpha kertoimeksi 0.8846, joten tehtäväpakettia voidaan pitää luotettavana matematiikan oppimisvaikeuksien mittana.

Tämän jälkeen heistä valittiin tapausoppilaita teorian mukaisten yksilötehtävien suorittamiseen. Tapausoppilaiksi valittiin ne oppilaat, jotka suoriutuivat viidessä tehtävästä kahdeksasta yhden keskihajonnan verran alle muiden oppilaiden keskiarvon. Nämä kriteerit täytti kuusi oppilasta, jotka kaikki olivat tyttöjä. Tapausoppilaille valittiin samoilta luokilta satunnaisesti neljä verrokkia, jotka edustivat samaa ikää ja sukupuolta.

Yksilötehtävien tulokset analysoitiin em. lukujen ja laskemisen prosessointimallien pohjalta, minkä perusteella jokaisen tapausoppilaan kohdalla voitiin todeta kapea-alaisia vaikeusalueita matematiikan osaamisessa. Tutkimuksen perusteella voidaan sanoa, että McCloskeyn ja Dehaenen mallit soveltuvat lasten matematiikan vaikeuksien analysoimiseen. Kunkin oppilaan vaikeudet voitiin määritellä tarkasti, jolloin opetusta voidaan lähteä suunnittelemaan oppilaiden tarpeita vastaavaksi. Tehtävät erottelivat oppilaita hyvin, sillä jokaiselta voitiin löytää erilaisia vaikeusalueita. Vaikeusalueiden lisäksi selville saatiin matematiikan osaamisen vahvoja alueita, joita opetuksessa voidaan hyödyntää.

Avainsanat: matematiikka, oppimisvaikeudet, dyskalkulia, McCloskey, Dehaene

SISÄLLYS

1 JOHDANTO

Erityisopettajien koulutuksessa matematiikan oppimista ja siihen liittyviä oppimisvaikeuksia käsitellään hyvin suppeasti. Koulutuksessa painotetaan puhe- ja lukihäiriöiden kuntoutusta, matematiikan osaamisen arviointiin ei sen sijaan anneta välineitä. Tilanne on kuitenkin se, että suurella osalla oppimisvaikeuksisista oppilaista on hankaluuksia juuri matematiikan oppimisessa (ks. esim. Ahonen & Räsänen 1995, Lerner 1993). Matematiikan oppimisvaikeuksien tutkiminen, tunnistaminen ja niiden kuntoutus on saanut paljon vähemmän huomiota kuin lukivaikeudet, vaikka matematiikan oppimisvaikeudet ovat koulussa yhtä yleisiä kuin lukivaikeudetkin. (Kosc 1974, Badian 1983.)

Ongelmana on myös se, ettei Suomessa ole ollut käytössä matematiikan oppimisvaikeuksien arviointiin soveltuvaa diagnostista välineistöä eikä kattavia normitettuja matematiikan testejä. Opettajan arviot ja koulukokeet ovat usein ainoa tiedonlähde, joilla matemaattisen oppimisvaikeuden olemassaolo voidaan osoittaa. Niissäkin maissa, joissa standardoituja testejä on käytettävissä, käyvät ne lähinnä ongelmien esiintymisen toteamiseen, ja jossain määrin vaikeuksien luokitteluun. (Ahonen & Räsänen 1995, 234.)

Viimeisten kahden vuosikymmenen aikana kognitiivisen neuropsykologian näkökulma oppimisvaikeuksien tutkimisessa on yleistynyt (Sokol, Macaruso & Gollan 1994). Neuropsykologisesti tarkasteltuna matemaattisten suoritusten taustalla on monimutkainen toiminnallinen järjestelmä, johon kuuluu osia aivojen eri alueilta ja tasoilta. Järjestelmän eri osien toimintahäiriöt tuottavat erilaisia virhetyyppejä, aivan vastaavasti kuin tiedetään kielellisissä häiriöissä tapahtuvan.

Neuropsykologinen tutkimus on suuntautunut tarkastelemaan lähinnä lukujen ymmärtämistä ja tuottamista sekä peruslaskutoimitusten hallintaa. (Ahonen & Räsänen 1995, 235.) McCloskey, Caramazza ja Basili (1985) tarjoavat käyttökelpoisen teoreettisen mallin lukujen ja laskemisen prosessoinnin ymmärtämiseksi. Mallissa oletetaan, että kognitiiviset taidot aritmetiikassa voidaan käsitteellisesti jakaa useisiin erillisiin lukujen käsittelyn osiin (Sokol ym. 1994, 419). Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää soveltuuko McCloskeyn ym. (1985) malli aikuisten aivovauriopotilaiden lukujen ja laskemisen prosessoinnista myös lasten lukujen ja laskemisen prosessien tarkasteluun. Tähän tutkimukseen on otettu lisäksi Dehaenen (1992) lukujen prosessointimalli, josta erityisesti huomioon on otettu arvioinin ja vertailun osa-alue. Edellä mainitut teoriat ja mallit ovat keskenään kilpailevia ja tällä hetkellä ainoita aiheesta valmiina olevia kognitiivisia malleja. Painotus tässä tutkimuksessa pidetään McCloskeyn ym. (1985) mallissa, minkä avulla lasten saamia tuloksia analysoidaan.

Tutkimuksessa analysoidaan kuuden kolmasluokkalaisen peruskoululaisen matematiikan osaamista McCloskeyn ym. (1985) mallin pohjalta. Tutkimuksessa pyritään selvittämään soveltuvatko tutkimuksessa käytetyt tehtävät ja teoria erityisopettajan työvälineiksi, voidaanko tulosten tarkan analysoinnin perusteella löytää lasten matematiikan osaamisessa kapea-alaisia vaikeusalueita ja suunnitella opetusta saadun tiedon pohjalta.

2 MATEMATIIKAN OPPIMISVAIKEUKSIEN TUTKIMINEN

Lukemis- ja kirjoittamistaidon oppimisen ohella numerojärjestelmän ymmärtäminen ja peruslaskutoimitusten periaatteiden oppiminen sekä laskutaitojen vähitellen automatisoituminen muodostavat perustan, jolle sekä käytännön elämän laskutaito että myöhempi matematiikan oppiminen rakentuvat (Ahonen & Räsänen 1995, 209). Matematiikan oppimisvaikeuksiin liittyvä tutkimus on ollut selvästi vähäisempää kuin kielen kehitykseen ja lukemiseen liittyvien vaikeuksien tutkiminen (Lerner 1993, Ahonen & Räsänen 1995), huolimatta matematiikan oppimisvaikeuksien yleisyydestä.

Matematiikan oppimista, osaamista ja siinä esiintyviä vaikeuksia on tutkittu niin aikuisilla kuin lapsilla ja nuorillakin. Aikuisten aivovaurion seurauksena tapahtuvasta laskemistaidon menettämisestä käytetään termiä *aiheutunut dyskalkulia* (acquired dyscalculia). Kyseessä on häiriö, jossa tiettyjen kulttuurissa opittujen symbolien, niiden merkityksen tai niihin liittyvien sääntöjen käsittely on mielessä vaikeutunut. Jo opittu laskutaito on silloin häiriintynyt keskushermoston tiettyihin osiin tai näiden välisiin yhteyksiin kohdistuvan vaurion seurauksena. *Kehityksellisestä dyskalkuliasta* (developmental dyscalculia) on kyse silloin, kun keskushermosto voi kehityksensä aikana järjestäytyä siten, että joidenkin lukumääriin liittyvien ärsykkeiden tai aritmetiikan sisältöjen käsittely ja oppiminen voi muodostua lähes ylivoimaiseksi. Arviot siitä, kuinka yleisiä tällaiset lasten kehityksellisen dyskalkulian eri muodot ovat, vaihtelevat käytetyistä kriteereistä riippuen yhdestä lähes seitsemään prosenttiin ikäluokasta. (Räsänen & Ahonen 1998, 164.) Kehityksellisen dyskalkulian termiä käytetään lähinnä lasten matematiikassa ilmenevistä oppimisvaikeuksista puhuttaessa.

Viimeisten kahden vuosikymmenen aikana kognitiivinen neuropsykologia on saanut jalansijaa tutkittaessa kognitiivisen järjestelmän mallia ja syntymän jälkeen saatujen kognitiivisten vammojen (kapea-alainen aivovaurio) vaikutusta siihen. Syntymän jälkeen saatujen vammojen vaikutusta tutkittaessa on saatu arvokasta tietoa normaalin kognitiivisen järjestelmän toiminnasta lukujen ja laskemisen prosessoinnissa. (Sokol ym. 1994, 419.)

Ryhmä- ja alaryhmätutkimuksia matematiikan oppimisvaikeuksien ryhmittelystä, ilmiön muodoista ja mahdollisista syistä on tehty lukuisia (Kosc 1974, Rourke & Finlayson 1978, Rourke 1982, Badian 1983, Strang & Rourke 1985, Geary 1993, Rourke 1993, Rourke & Conway 1997), joita ei tässä tutkimuksessa ole kuitenkaan tarpeen käsitellä erikseen. Lisäksi tutkimuksia on tehty kognitiivisesti suuntautuneesti, mikä korostaa lasten matematiikan suoriutumisessa ilmeneviä eroja normaalien ja oppimisvaikeuksisisten lasten välillä. (Siegler 1988, Geary 1990, Geary & Brown 1991, Ashcraft, Yamasita & Aram 1992.) Suomessa tehdyt tutkimukset liittyvät suurelta osin matematiikan oppimiseen ja opettamiseen eli didaktisiin näkökulmiin (ks. esim. Malinen 1998). Lukujen ja laskemisen kognitiivisesta prosessoinnista ovat Suomessa kirjoittaneet Ahonen ja Räsänen (1995) sekä Räsänen ja Ahonen (1998).

Matematiikan oppimiseen ja oppimisvaikeuksiin liittyvät ryhmä- ja alaryhmätutkimukset ohitetaan tässä tutkimuksessa, koska niiden avulla ei päästä käsiksi lapsen prosesseihin ja yksilölliseen suoriutumiseen. Ryhmätutkimukset eivät anna kuvaa yksilön suoriutumisesta, mikä taas erityisopettajan työn kannalta on ensiarvoisen tärkeää. Erityisopettajan työnkuvaa mielessä pitäen on yksilödiagnostinen lapsen suoriutumista kuvaava menetelmä opetuksen järjestämisen ja suunnittelun kannalta järkevä lähestymistapa lasten matematiikan oppimisvaikeuksien tarkasteluun.

Nykyaikainen erityispedagoginen toimintamalli korostaakin yksilön vahvojen ja heikkojen ominaisuuksien punnintaa suhteessa erilaisten toimenpiteiden mahdollisuuksiin. Erityisopettajan tehtäviin kuuluu tiedon kerääminen oppilaista, tiedon arviointi ja siihen perustuva päätöksenteko. Tiedon keräämisen tavoitteena on saada selville, esim. mistä oppimisvaikeuksissa on kyse, miten oppilaan työskentely sujuu ja millainen opetusmuoto voisi olla sopiva. Diagnoosin tekemisessä on kyse päättelyprosessista, jossa pyritään havaituista oireista ja tunnusmerkeistä selvittämään, mistä on kyse ja millaisesta oppimisen esteestä oppilaan vaikeudet ovat lähtöisin. Hyvällä diagnoosilla pyritään saamaan selville, miten oppilaan tilannetta voitaisiin parantaa, millaista ja mihin kohdistuvaa kuntoutusta oppilas tarvitsee. (Erityispedagogiikka 1, 1993.) Tämä näkökulma oppimisvaikeuksien tarkasteluun on pyritty pitämään mielessä tätä tutkimusta tehtäessä.

Matematiikan oppimisvaikeuksien analysoinnissa tarvitaan ryhmä- ja alaryhmätutkimuksia yksityiskohtaisempaa tietoa lukujen prosessoinnista ja laskutoimitusten suorittamisesta. Matematiikan perustaitojen hallinnassa ilmeneviä vaikeuksia tarkastellaan tässä tutkimuksessa käyttäen apuna kahta olemassa olevaa kognitiivista mallia lukujen ja laskemisen prosessoinnista. Nämä mallit on rakennettu aikuisten aivotoiminnan häiriöiden seurauksena vaikeutuneista matemaattisista prosesseista tehtyjen havaintojen perusteella. Kahdessa seuraavassa luvussa esiteltävät mallit ovat keskenään kilpailevia lukujen ja laskemisen prosessoinnin kognitiivisia malleja, joista tämän tutkimuksen pääpaino on asetettu ensin esiteltävään McCloskeyn, Caramazzan ja Basilin (1985) malliin.

McCloskeyn ym. mallin jälkeen esitelty Dehaenen (1992) malli lukujen prosessoinnista on mukana, koska se haluttiin täydentämään McCloskeyn ym. mallia lukujen arvioinnin ja vertailun osalta. Toinen syy mallin esittelyyn on Dehaenen esittämän mallin erot ensin mainittuun. Kumpi malleista on toimivampi tai oikeampi jäsentelemään lukujen prosessointia jää muiden tutkimusten selviteltäväksi. Tässä tutkimuksessa malleja on käytetty jäsentelemään oppilailla ilmeneviä matematiikan vaikeuksia, pyrittäessä saamaan selville, mikä lapsen oppimisen vaikeusalue on.

3 McCLOSKEYN LUKUJEN PROSESSOINNIN JA LASKEMISEN YLEINEN KOGNITIIVINEN MALLI

McCloskey, Caramazza ja Basili (1985) ovat esittäneet yleisen kognitiivisen mallin lukujen prosessoinnista ja laskemisesta. Mallia tukevat McCloskeyn ym. (1985, ks. myös McCloskey 1992) tekemät yksittäistapaustutkimukset, joita he ovat tehneet aikuisten aivovauriopotilailla. Aivovaurio voi ilmetä hyvin monella tavoin esim. vain yhtenä erittäin kapea-alaisena häiriönä aivojen toiminnassa. Monilla aivovauriopotilailla vain jokin lukujen prosessoinnin osa-alue aivoissa on vaurioitunut muiden alueiden toimiessa normaalisti.

Yksittäistapaustutkimusten tarpeellisuutta McCloskey (1992) perustelee sillä, että ihmiset ovat hyvin yksilöllisiä laskutaidoissaan ja laskustrategioiden käytössä myös silloin, kun aivot eivät ole vaurioituneet. Aivojen normaalista kognitiivisesta toiminnasta saadaan tietoa tutkimalla ihmisiä, jotka ovat saaneet aivovaurion syntymän jälkeen. Vaurion heikentäessä tai häiritessä lukujen ja laskemisen prosessointikykyä, puhutaan aiheutuneesta dyskalkuliasta.

3.1 McCloskeyn mallin perusperiaatteet

McCloskeyn ym. (1985) malli koostuu kahdesta pääosasta, lukujen prosessointimekanismista ja laskemismekanismista, jotka sisältävät useita alaprosesseja. Lukujen prosessointimekanismiin kuuluvat lukujen ymmärtäminen ja lukujen tuottaminen ovat toisistaan riippumattomia kognitiivisia toimintoja, jotka eroavat laskemisessa käytettävistä mekanismeista (ks. kuvio 1). Lukujen ymmärtämismekanismi muuttaa joko verbaalisessa tai arabialaisessa muodossa olevan numeerisen tiedon sisäiseksi semanttiseksi esitykseksi. Tämän muuttamisprosessin jälkeen tieto on saatavilla käyttöön seuraavaan kognitiiviseen prosessointiin, esimerkiksi laskutoimituksen suorittamista tai luvun tuottamista varten. McCloskey (1992) tarkoittaa sisäisellä semanttisella muodolla esimerkiksi luvun tarkoituksen ja suuruuden ymmärtämistä esim. pohdittaessa onko jonkin tuotteen hinta sopiva juuri kyseiselle tuotteelle. Sisäisessä semanttisessa muodossa ei ole mukana välttämättä tuottamista, mutta vastaanotettu numeerinen tieto muutetaan aina sisäiseen semanttiseen muotoon. McCloskeyn mallissa toisistaan riippumattomat ymmärtämisen, laskemisen ja tuottamisen alaprosessit kommunikoivat keskenään abstraktin sisäisen esityksen kautta. Teorian mukaan kaikki erilaiset numeeriset koodit (esim. 2, kaksi, II jne.) muunnetaan tähän abstraktiin muotoon, missä varsinaiset laskutoimitukset suoritetaan. Luvun tuottamismekanismi muuttaa sisäiset semanttiset muodot tarkoituksen mukaisiksi verbaalisiksi tai arabialaisiksi muodoiksi tuottamista varten. (ks. myös Ahonen & Räsänen 1995.)

McCloskey (1992, 122) toteaa, että joissakin tapauksissa voidaan olettaa joidenkin muuttamissääntöjen olevan ulkoa opittuja, jolloin lukujen muuttaminen muodosta toiseen ei menisi sisäisen semanttisen esityksen kautta. On voitu oppia, että esim. luvun perässä olevat kolme nollaa tarkoittavat yleensä tuhatta. Tätä periaatetta voidaan soveltaa yksinkertaisimmissa luvuissa, mutta se ei sovellu monimutkaisempiin lukuihin esim. luku 4012 on käsiteltävä sisäisen semanttisen esityksen kautta.

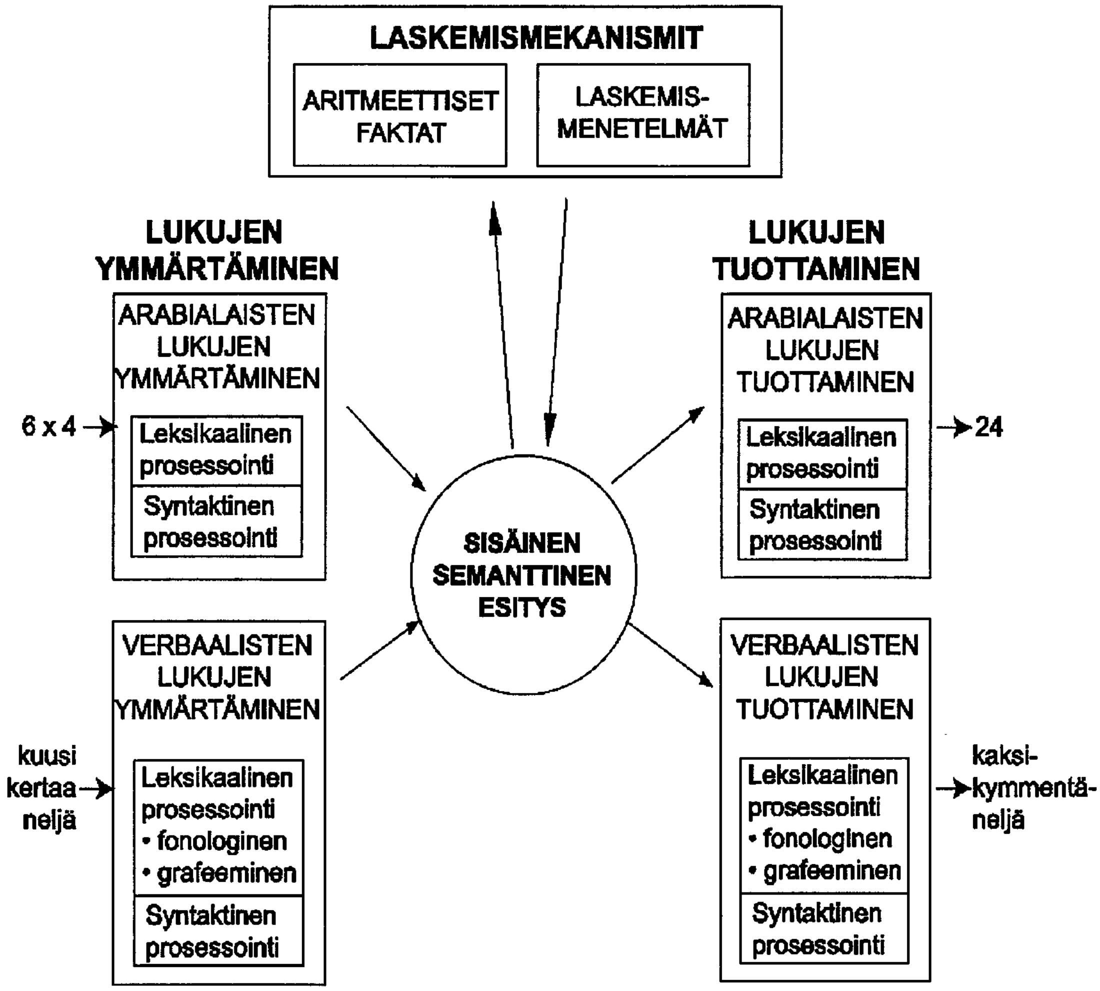
Laskeminen. Laskemiseen sisältyy McCloskeyn mukaan laskutoimituksen suorittamiseen tarvittavat mekanismit. Nämä erillään olevat mekanismit ovat laskutoimitusten suorittamiseen liittyvät tiedot (esim. miten allekkainlasku tehdään), laskuissa olevien symbolien (esim. +, -, x) tai toimitusta kuvaavien sanojen (esim. plus, miinus, kertaa) tarkoituksen ymmärtäminen sekä muistissa olevan laskemisen perustietojen muistaminen ja muistista haku (esim. kertotaulut, yhteenlaskut).

Lukujen ymmärtäminen ja tuottaminen. Luvuilla on McCloskeyn ym. (1985) mukaan kaksi muotoa, jotka pitäisi pystyä käsittelemään ymmärtämis- ja tuottamisvaiheessa. Luvut voivat olla arabialaisin numeroin kirjoitetussa muodossa, esimerkiksi “123”, tai ne voivat olla verbaalissa muodossa “satakaksikymmentäkolme”, joko puhuttuna tai kirjoitettuna. Samalla tavoin joissakin tehtävissä vastaus pitää antaa arabialaisin numeroin tai vaihtoehtoisesti verbaalissa muodossa. Arabialaisten sekä verbaalisten lukujen ymmärtäminen ja tuottaminen jakaantuvat syntaktiseen ja leksikaaliseen prosessointiin.

Leksikaalinen prosessointi. Leksikaalinen prosessointi tarkoittaa luvun yksittäisten elementtien ymmärtämistä tai tuottamista. Verbaalisten lukujen ymmärtämisessä ja tuottamisessa leksikaalinen prosessointi jakautuu lisäksi grafeemisen eli kirjoitetun ja fonologisen eli puhutun luvun ymmärtämiseen ja tuottamiseen, esim. prosessoitaessa arabialaista lukua *"3"* tai verbaalista sanaa "*kolme*". Leksikaalinen prosessointivirhe voisi olla esim. yksittäisen luvun tuottaminen väärin sanelusta kirjoittamalla.

Syntaktinen prosessointi tarkoittaa luvun elementtien välisten suhteiden prosessointia luvun ymmärtämiseksi tai tuottamiseksi kokonaisuudessaan eli eräänlaista lukujen kieliopin ymmärtämistä. Räsäsen ja Ahosen (1998, 169-171) mukaan luvun syntaksi viittaa suoraan luvun suuruusluokkaan määrittämällä lukujen paikat ja paikka-arvot suhteessa toisiinsa. Käytössämme olevan kymmenjärjestelmän hahmottaminen edellyttää syntaktisen rakenteen oppimista. Syntaktisen rakenteen muodostamisen jälkeen täytyy vielä pystyä hakemaan muistivarastosta oikeat sanat oikeille paikoilleen. Syntaktinen prosessointivirhe voisi olla esim. luvun väärän muodon tuottaminen eli halutussa luvussa yksittäiset numerot ovat väärässä järjestyksessä tai luvun suuruus on virheellinen. Esim. arabialainen luku "4759" vaatii luvun leksikaalista prosessointia, jotta yksittäisten lukujen 4, 7, 5 ja 9 merkitys selviäisi. Syntaktista prosessointia vaatii puolestaan lukujen paikkojen ja järjestyksen merkityksen ymmärtäminen siten, että kyseinen luku muodostuu neljästä tuhannesta, seitsemästä sadasta, viidestä kymmenestä ja yhdeksästä ykkösestä. Samoin vastaava verbaalinen esitys vaatii sekä leksikaalista että syntaktista prosessointia.

Temple (1997, 267) kokoaa aikuisen aritmeettisen prosessoinnin osat McCloskeyn ym. (1985) mallin mukaan 1) lukujen prosessointiin, 2) muistissa olevaan opittuun tietoon luvuista sekä 3) tietoon laskemistavoista. Lukujen prosessointiin kuuluvat ymmärtäminen erillään tuottamisesta, leksikaalinen ja syntaktinen prosessointi sekä arabialaisten ja verbaalisten lukujen prosessointi. Muistissa olevaa opittua tietoa ovat symbolien merkityksen tietäminen (esim. +, -, x, /) sekä kertotaulut, yhteenlaskut ym. ulkoa opitut faktat. Tieto laskemistavoista sisältää aritmeettisten laskutoimitusten suorittamisen taidon.



KUVIO 1. McCloskeyn, Caramazzan ja Basilin (1985) yleinen kognitiivinen malli lukujen ja laskemisen prosessoinnista.

4 DEHAENEN LUKUJEN PROSESSOINTIMALLI

Dehaene (1992) kritisoi McCloskeyn ym. (1985) mallia siitä, ettei siinä ole huomioitu määrän, suuruuden, vertailun eikä arvioinnin tehtäviä. McCloskeyn mallissa pääasialliset tiedonlähteet ovat numeerisen tiedon muuttaminen muodosta toiseen ja laskeminen. McCloskeyn malli kuvaa Dehaenen mielestä hyvin syntaktista prosessia lukumerkintöjen käsittelyssä (l. lauseoppia), mutta se ei kuvaa lukukäsitteiden semantiikkaa (l. merkitysoppia) eli esimerkiksi suuruuden ja määrän ymmärtämistä tai lukujen järkevyyden tarkistamista. Tästä syystä tutkimuksen teoriaosaa otettiin täydentämään Dehaenen malli (kuvio 2) lukujen prosessoinnista.

Dehaenen (1992) mukaan McCloskey ym. esittävät näkemyksen useiden osien keskinäisistä suhteista luvun tuottamisessa, ymmärtämisessä ja laskemisessa. McCloskeyn ym. malli olettaa, että kaikki vastaanotettu numeerinen tieto käännetään aluksi merkinnänymmärtämiseen erikoistuneiden osien kautta amodaaliksi luvun abstraktiksi esitykseksi. Numeerinen tieto (esim. luku 123) vastaanotetaan joko auditiivisesti tai visuaalisesti ja tämä tieto käännetään sisäiseksi semanttiseksi esitykseksi luvun tarkoituksenmukaista tuottamista varten. Luvun tuottaminen sisältää käännöksen abstraktista sisäisestä esityksestä halutuksi tuotokseksi (verbaaliseksi tai arabialaiseksi muodoksi). Esimerkiksi päässälasku suoritetaan amodaalisessa esityksessä, ei koskaan suoraan arabialaisista tai verbaalisista merkinnöistä.

Dehaenen (1992, 34) mallissa numeerinen tieto prosessoidaan käyttäen samoja kognitiivisia toimintoja kuin muissakin sanoissa. Esim. yhteen - ja kertolaskut ovat Dehaenen mukaan osa opittua verbaalista mielikuvien sanastoa, eivätkä ne olisi sen erilaisempia kuin muutkaan automaattiset muistettavat sarjat, kuten aakkoset tai kuukausien nimien luetteleminen. Tämä tarkoittaisi sitä, että osa numeerisesta tiedosta opitaan ulkoa, eikä sitä tarvitse kääntää sisäisen semanttisen esityksen kautta ymmärrettävään muotoon. Dehaenen mukaan McCloskeyn hypoteesina on, että amodaalinen semanttinen esitys on pakollinen vaihe luvun tuottamisessa.

4.1 Dehaenen mallin periaatteet

4.1.1 Lukujen kolme esityskoodia

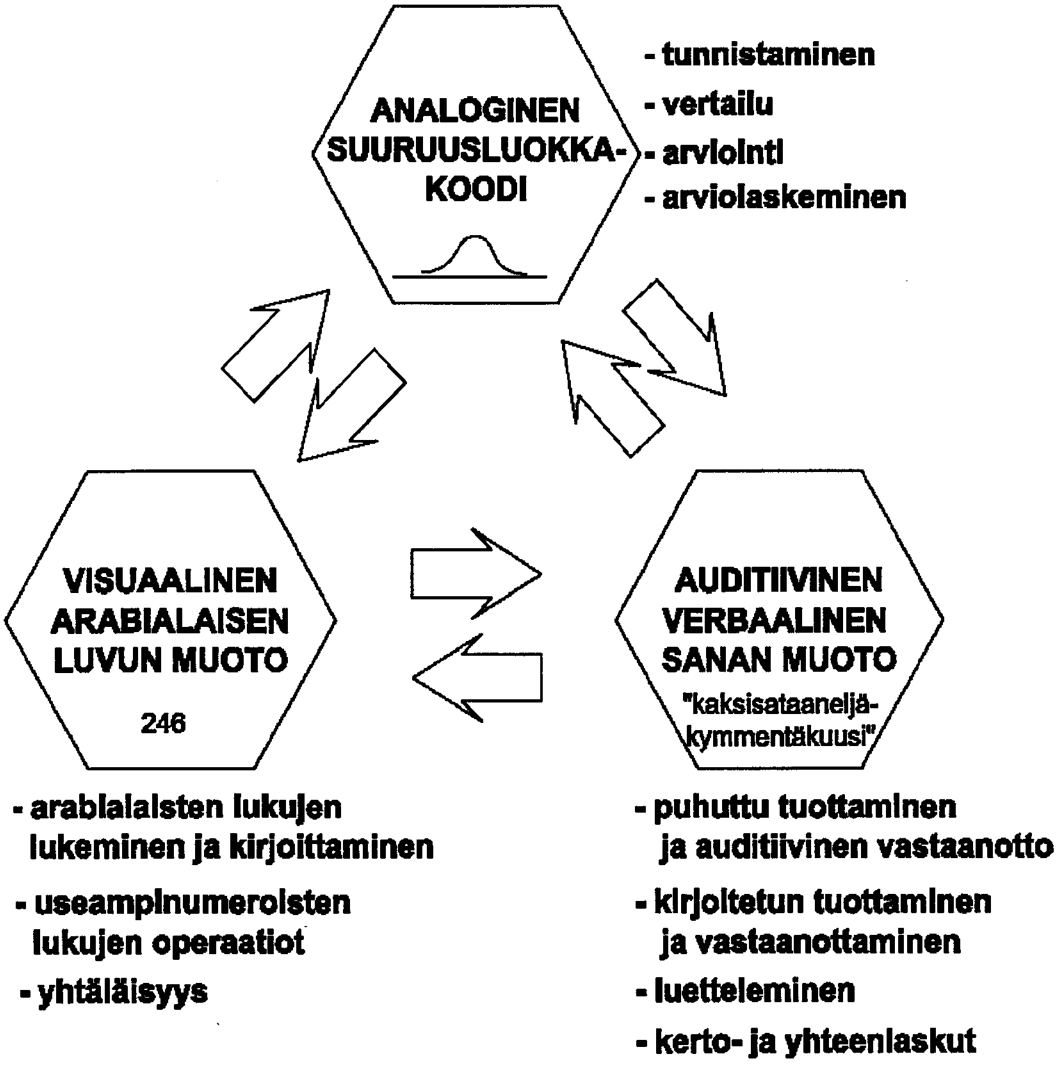
Dehaenen (1992) mallissa luvut voivat olla esitettynä kolmella eri tavalla. Nämä kolme esitystapaa ovat suoraan yhteydessä merkitsemistapaan eli esimerkiksi vastaanotetaanko numeerinen tieto arabialaisessa vai verbaalisessa muodossa. Tämä seikka on hyvin samankaltainen McCloskeyn mallin kanssa.

Ensimmäisessä esitystavassa luku "kaksisataaneljäkymmentäkuusi" on esitetty *auditiivisessa verbaalisessa muodossa.* Tässä muodossa kielellinen prosessointi ja sanajärjestys ovat avainasemassa ymmärtämisessä ja tuottamisessa. Tähän muotoon kuuluvat oleellisesti sekä kirjoitetun että puhutun numeerisen tiedon vastaanotto ja tuottaminen. Laskeminen ja kaikki ulkoa opittu aritmetiikka, esim. kertotaulut ja yhteenlaskut ovat osa tätä esitystapaa.

Toisella esitystavalla *arabialainen luku* "246" *on visuaalisesti esitetty.* Jotta tämä tapa hallittaisiin, täytyy osata lukea ja kirjoittaa arabialainen luku, ymmärtää käsite parillisuus sekä taitaa useampinumeroisten laskutoimitusten säännöt. Auditiivinen verbaalinen ja visuaalinen arabialainen luvun muoto ovat vuorovaikutuksessa keskenään, kun arabialainen luku muutetaan verbaaliseksi tai verbaalinen luku arabialaiseksi. Arabialaisia lukuja luettaessa luetut lukujonot luokitellaan tiedon vastaanottoa varten visuaaliseksi arabialaiseksi esitykseksi ja arabialaisten lukujen kirjoittaminen muuttaa sisäisen arabialaisen koodin motoriseksi suoritukseksi.

Kolmannessa esitystavassa, *analogisessa suuruusluokkakoodissa* luvun tai esimerkiksi yhteenlaskun summan suuruuden arviointi, luvun suuruuden tunnistaminen, luvun sijainti lukusuoralla sekä vertailu ovat oleellisia asioita. Räsänen ja Ahonen (1998, 176-178) huomauttavat, ettei tätä mielessä olevaa lukujonoa pidä sekoittaa numeroiden ja lukujen muodostamaan lukujonoon, vaan kyseessä on suhteellinen lukumäärien ja kokojen välisten suhteiden ja etäisyyksien asteikko. Dehaene on esittänyt, että mielikuva lukujen suuruusluokasta, esim. 5+7 = "suunnilleen 13", olisi ainoa lukumääräisyyteen liittyvä merkityksen aspekti. Analoginen suuruuskoodi on vuorovaikutuksessa sekä visuaalisen arabialaisen että auditiivisen verbaalisen muodon kanssa: luvun nimi tai muoto selvitetään verbaalisen tai arabialaisen kanavan kautta ja suuruusluokka arvioidaan analogisen kanavan kautta.

Lukujen muotojen muuttamisprosessit eivät ole ominaisia vain lukujen käsittelylle, vaan puhutun ja kirjoitetun kielen tuottamisessa ja ymmärtämisessä esiintyy samanlaisia prosesseja.



KUVIO 2. Dehaenen (1992) kolmen esitystavan malli lukujen prosessoinnista.

4.1.2 Yhteenvetoa edellä esitetyistä malleista

Edellä esitetyt kaksi kognitiivista mallia lukujen ja laskemisen prosessoinnista ovat tällä hetkellä ainoita aiheesta rakennettuja malleja ja keskenään kilpailevia. McCloskeyn malli on toisistaan riippumattomia alaprosesseja korostava ja Dehaenen malli toisiinsa assosiatiivisesti liittyviä prosesseja korostava. (Ahonen & Räsänen 1995.)

Dehaenen (1992) ajatus siitä, että muoto, jolla luvut käsitellään, määräytyy erikseen jokaiselle tehtävän osalle. McCloskey olettaa, että lukujen muuttaminen muodosta toiseen kulkee aina abstraktin sisäisen semanttisen esityksen kautta. Dehaene puolestaan olettaa, että jokainen numeerinen menettelytapa on sidottu tiettyyn vastaanotto- ja tuottamiskoodiin. Dehaenen mukaan McCloskeyn ym. kuvaama abstrakti sisäinen representaatio jää epäselvästi tulkittavaksi.

McCloskey (1992) perustelee sisäisen semanttisen esityksen olemassaoloa useilla tekemillään tapaustutkimuksilla, jotka hänen mielestään selkeästi viittaavat tällaisen sisäisen esityksen olemassaoloon. Hänen mukaansa ymmärtämis- ja tuottamisprosessit kommunikoivat abstraktin sisäisen semanttisen esityksen kautta. McCloskeyn mukaan Dehaenen mallia ei ole vielä tarpeeksi perusteltu, jotta se riittäisi kumoamaan McCloskeyn ym. mallin. Tämä ristiriita osoittaa selkeästi, että tutkimusta tarvitaan vielä lisää, jotta tilanteeseen löydettäisiin ratkaisu.

Tässä tutkimuksessa ei oteta kantaa sisäisen semanttisen representaation olemassaoloon, vaan pyritään tulkitsemaan lasten matematiikan oppimisvaikeuksia pääpainon ollessa McCloskeyn ym. (1985) mallissa. Pääpaino McCloskeyn mallissa on sen vuoksi, että malli sopii rakenteeltaan hyvin lukujen ja laskemisen prosessien jäsentelyyn ja analysointiin. Tämän tutkimuksen kannalta malli on varsin käyttökelpoinen ja selkeä, koska siitä on helppo erotella prosessien eri osa-alueet. Koska molempia malleja voidaan kuitenkin käyttää selittämään tapauksia, on tässä tutkimuksessa päädytty Dehaenen mallin pohjalta tarkastelemaan lasten arvioinnin ja vertailun osaamista, mikä McCloskeyn mallissa jää huomiotta.

5 AIKAISEMPIA TUTKIMUKSIA

Neuropsykologiseen kognitiiviseen lukujen ja laskemisen prosessointimalliin liittyviä tutkimuksia lasten matematiikan ongelmien selvittämiseksi on tähän mennessä tehty hyvin vähän. Kehityksellisten dyskalkuliatapausten järjestelmällinen analysointi, aiheutuneesta dyskalkuliasta ja normaalista lukujen prosessoinnista saatujen tietojen avulla, saattaa auttaa ymmärtämään kehityksellisten häiriöiden luonnetta ja löytämään menetelmiä niiden kuntoutukseen. Kehityksellisen dyskalkulian tutkiminen, kuten aiheutuneiden dyskalkulioiden tutkiminenkin, voivat auttaa normaalin lukujen ja laskemisen prosessoinnin ymmärtämistä. (McCloskey 1992, 153.)

Tarkan lukujen ja laskemisen prosessointia kuvaavan kognitiivisen mallin perusteella on Sokol, Macaruso & Gollanin (1994, 417) mukaan tehty vain muutamia yrityksiä luonnehtia kehityksellisen dyskalkulian piirteitä. Sokol ym. (1994, 418) kohdistavat aikaisempiin tutkimuksiin myös kritiikkiä, sillä heidän mukaansa vajauksen tai vahingoittuneen alueen tarkan sijainnin selvittäminen, jää usein epäselväksi, koska aritmeettisiin laskutoimituksiin liittyviä useita prosesseja (esim. lukujen ymmärtämisen ja tuottamisen prosesseja) ei systemaattisesti arvioida. Ellei lukujen prosessointitaitoja yksityiskohtaisesti arvioida, ei voida osoittaa millaisista lukujen prosessoinnin häiriöistä henkilö kärsii, eikä sitä, miten nämä vaikeudet liittyvät yleisiin prosessoinnin häiriöihin.

Kehityksellisen dyskalkulian tutkimisessa olisi tarkasteltava myös sitä, miten perustaitojen prosessointivaikeudet vaikuttavat monimutkaisempien tehtävien ratkaisuun, jotka ovat riippuvaisia peruslaskutaitojen, esim. muistista haun, arvioinnin, laskutoimitusten suorittamisen jne., hallinnasta (Macaruso & Sokol 1998, 218). Lisäksi ryhmätutkimuksissa on usein se ongelma, että johtopäätökset perustuvat keskiarvotietoihin. Ellei ryhmän sisäinen vaihtelu ole mitättömän pientä, ei keskiarvotieto anna todellista tietoa ryhmän jäsenten kykyjen ja taitojen tasosta. (Sokol ym. 1994, 418.)

McCloskey, Aliminosa ja Macaruso (1991) ovat kuvanneet McCloskeyn ym. (1985) mallin teoriaan perustuvia tehtäviä aikuisten aivovauriopotilaiden matemaattisten vaikeuksien arvioimiseksi. Tämän teoreettisen rungon perusteella on mahdollista pyrkiä järjestelmällisesti selvittämään yksilöllisiä vaikeuksia matematiikan osaprosesseissa. Artikkelissa kuvatut tehtävät on havaittu hyödyllisiksi tutkittaessa kognitiivista mekanismia lukujen ymmärtämisessä, lukujen tuottamisessa ja laskemisessa, mutta McCloskey ym. (1991, 286) huomauttavat, että muillakin malliin pohjautuvilla tehtävillä kuin artikkelissa kuvatuilla, voidaan tutkia lukujen ja laskemisen prosessoinnin ongelmia. He eivät tarjoakaan valmista ohjekirjaa testaamiseen ja tulkintojen tekemiseen, vaan korostavat, että testaustilanteessa täytyy aina huomioida tutkittavan yksilöllinen suoritus jokaisessa tehtävässä ja analysoida, millaisia virheitä hän niissä tekee.

Alun perin aikuisten aivovauriopotilaiden matematiikan vaikeuksien tutkimiseen tarkoitettua mallia ja tehtävärunkoa ovat Shalev, Weirtman ja Amir (1988) soveltaneet myös lasten aritmetiikan vaikeuksien selvittämiseen. He jaottelivat tehtävät McCloskeyn ym. (1985) mallin mukaan kolmeen osa-alueeseen mittaamaan ymmärtämistä, tuottamista ja laskemista. Ymmärtämiskategoriaan kuuluivat määrän ymmärtäminen sekä leksikaalinen ja syntaktinen prosessointi. Tuottamiseen kuuluivat luetteleminen sekä lukujen lukeminen ja kirjoittaminen. Laskemisen alle sijoittivat laskuoperaatiomerkkien ymmärtämisen, laskutoimitusten suorittamisen ja numeerisen tiedon muistista haun. Tätä mallia sovellettiin aritmeettisten vaikeuksien analysointiin yhdellätoista 9-15 -vuotiaalla lapsella, joilla kaikilla oli diagnosoitu kehityksellinen dyskalkulia. Kontrolleina tutkimuksessa oli kymmenen aritmetiikassa normaalisti suoriutuvaa 9-11 -vuotiasta oppilasta. Tutkimuksen mukaan ymmärtämis- ja tuottamistehtävissä ei ollut ongelmia, vaan dyskalkuliaoppilaille tyypillisiä olivat muistista haun ongelmat ja laskutoimituksista erityisesti jakolaskujen suorittamisen ongelmat. Vaikka aritmeettisten tietojen muistista haussa oli ongelmia, osoittivat lapset kuitenkin ymmärtävänsä mistä laskutoimituksissa, jakolaskuja lukuun ottamatta, on kyse käyttämällä epäsuoria laskemisstrategioita, kuten sormista laskemista apunaan.

Toinen lukujen ja laskemisen kognitiivista prosessointimallia lasten aritmetiikan oppimisvaikeuksien selvittämiseksi käyttänyt tutkimus on Shalev, Manor, Amir ja Gross-Tsurin (1993) tekemä ryhmätutkimus. He kehittivät aritmetiikan tehtäväpaketin McCloskeyn ym. (1985) mallin mukaan, jolla testattiin kaksisataa n. 9-13-vuotiasta lasta. Tehtävät pyrkivät selvittämään lasten perustietoa luvuista ja laskemisesta erottaen ryhmästä ne, joiden taidot ja tiedot kehittyvät normaalisti niistä, joilla on suuria vaikeuksia aritmeettisissa taidoissa. Tutkimuksen mukaan McCloskeyn ym. (1985) malliin perustuvaa tehtäväpakettia voidaan käyttää apuvälineenä diagnosoitaessa kehityksellistä dyskalkuliaa.

Shalev, Manor, Amir, Wertman-Elad & Gross-Tsur (1995) tutkimuksella pyrittiin selvittämään, miten kehityksellinen dyskalkulia ja aivojen lateralisaatio korreloivat keskenään. Tutkimusjoukkona oli 25 n. 9-13-vuotiasta lasta, joilla oli diagnosoitu kehityksellinen dyskalkulia. Vasemman aivopuoliskon toimintahäiriö todettiin 13 ja oikean 12 lapsella. Tutkimuksessa käytettiin jälleen McCloskeyn ym. (1985) malliin perustuvaa tehtäväpatteristoa. Tutkimustuloksena ilmeni, että molemmat ryhmät saivat testistön keskiarvopisteisiin nähden kaksi keskihajontaa heikomman tuloksen. Vasemman aivopuoliskon ryhmä oli merkittävästi heikompi kolmella alueella, jotka olivat yhteen - ja vähennyslaskun hallinta, useampinumeroiset kerto- ja jakolaskut sekä visuo-spatiaaliset virheet. Tutkimus osoitti, että toimintahäiriö kummalla tahansa aivopuoliskon alueella vaikuttaa häiritsevästi tai estävästi aritmeettisten taitojen kehittymiseen, mutta vaikeudet ovat suurempia toimintahäiriön liittyessä vasemman aivopuoliskon alueelle.

Sokol, Macaruso & Gollan (1994) ovat tehneet tapaustutkimuksia kehityksellisestä dyskalkuliasta kognitiivisen neuropsykologian näkökulmasta (ks. myös Macaruso & Sokol 1998). Heidän tutkimusjoukkonaan olleiden kahdenkymmenen, 13-20-vuotiaan, nuoren lukujen ja laskemisen prosessointia arvioitiin McCloskeyn ym. (1985) malliin perustuvilla tehtävillä. Kaikilla tutkimukseen osallistuneilla oli tässä tapauksessa aritmeettisten vaikeuksien lisäksi lukivaikeus. Tutkimuksen tarkoituksena oli osoittaa kognitiivisen lukujen ja laskemisen prosessointimallin antavan tietoa kehityksellisistä häiriöistä. Sokolin ym. (1994) tutkimuksen tapaukset antavat tukea McCloskeyn ym. (1985) mallin lukujen ja laskemisen prosessien eroavaisuuksille.

Yksittäistapaustutkimuksia kognitiiviseen malliin perustuen on tehnyt myös Temple (1989, 1991, ks. myös 1992, 1997), joka on löytänyt lapsia ja nuoria tutkiessaan ns. "kaksoisdissosiaatiotapauksia" tukemaan McCloskeyn ym. (1985) mallin prosessien erillisyyttä. Kaksoisdissosiaatioiden etsiminen onkin ollut kognitiivisen neuropsykologian yksi keskeinen tutkimustapa. Dissosiaatiolla tarkoitetaan sitä, että potilaalla on aivovaurion seurauksena huomattavia vaikeuksia kyvyssä A, muttei kyvyssä B. Täten voidaan olettaa, ettei kyky A ole merkityksellinen kyvylle B ja että A ja B ovat ainakin osittain toisistaan riippumattomia kykyjä. Varmuuden saamiseksi tarvitaan toinen tapaus, jossa vaurion vaikutukset ovat päinvastaisia eli kyvyssä B on vaikeuksia, muttei kyvyssä A. Näin löytyneen kaksoisdissosiaation avulla voidaan olettaa, että kyvyt ovat toisistaan riippumattomia ja siten myös anatomisesti eri aivoalueilla tapahtuvia. (Räsänen & Ahonen 1998, 168.) Tätä lähtökohtaa McCloskey ym. (1985) ovat käyttäneet kognitiivista lukujen ja laskemisen prosessointimallia kehittäessään.

Temple (1989) kuvaa 11-vuotiasta poikaa, jonka vaikeutena lukujen prosessoinnissa oli lukujen kirjoittaminen ja lukeminen. Poika pystyi lukemaan pitkiä, outoja ja vaikeita sanoja oikein, kunhan ne eivät olleet lukusanoja. Pojan vastaukset lukujen lukemisessa ja kirjoittamisessa olivat oikean suuruisia, mutta yksittäisten numeroiden tunnistaminen epäonnistui. Esim. lukujen ääneen lukemisessa nähty arabialainen luku 1 muuttui luvuksi "yhdeksän" ja luku 34 luvuksi "seitsemänkymmentäkuusi". Kirjoittaessaan saneltuja lukuja arabialaisiksi hän teki vastaavanlaisia virheitä, esim. luku "kaksi" muuttui luvuksi 3 ja luku "seitsemänsataayksitoista" luvuksi 511. Hän luki väärin myös verbaalisen luvun eli esimerkiksi "viisi" muuttui ääneen luettaessa luvuksi "kuusi". Nämä virheet osoittaisivat lukujen syntaktisen prosessoinnin olevan kunnossa, mutta leksikaalisen prosessoinnin olevan vahingoittunut.

Kaksoisdissosiaatio kehityksellisessä dyskalkuliassa ilmenee toisesta Templen (1991) tutkimuksesta, jossa hän kuvaa kahden nuoren suoriutumista lukujen ja laskemisen prosessoinnin tehtävissä. Ensimmäinen Templen kuvaamista nuorista on 17-vuotias poika, jolla ei esiintynyt vaikeuksia lukujen prosessointia mittaavissa tehtävissä, mutta useampinumeroisten laskutoimitusten suorittaminen tuotti suuria vaikeuksia yhteenlaskuja lukuun ottamatta ja hän saattoi sekoittaa eri laskutoimituksia toisiinsa (esim. kesken vähennyslaskun saattoikin laskea yhteen jne.). Kertotaulujen muistaminen onnistui hyvin, mutta allekkain kertominen kaksinumeroisilla tai niitä isommilla luvuilla ei onnistunut. Toinen nuori oli 19-vuotias tyttö, jolla ei myöskään ollut vaikeuksia lukujen prosessointia mittaavissa tehtävissä. Hän suoriutui hyvin myös yhteen - ja vähennyslaskuista ja osasi laskutoimitusten suoritusperiaatteet, mutta ei kyennyt muistamaan kertotaulua. Nämä kaksi tapausta osoittavat, että laskutoimitusten suorittaminen ja aritmeettisten faktojen muistaminen ovat toisistaan erillään olevia kykyjä (Temple 1991, 172). Kykenemättä muistamaan opetettuja tietoja, esim. kertotaulua, ulkoa voi tuntea laskutoimituksen periaatteet ja ehkä kyetä suorittamaan laskutoimituksen jotain epäsuoraa laskemisstrategiaa käyttäen. (Ahonen & Räsänen 1995, 225.)

McCloskeyn ym. (1985) mallia lasten aritmetiikan vaikeuksien selvittämiseen ja analysointiin soveltaneet tutkimukset ovat antaneet tukea sille, että aikuisten ja lasten matematiikan oppimisessa ja matemaattisten taitojen kehittymisessä on havaittavissa samanlainen jako erilaisiin prosessoinnin osa-alueisiin, jotka toimivat toisistaan riippumatta ja kehittyvät toisistaan irrallaan. (Ahonen & Räsänen 1995, 223.)

Tämän tutkimuksen tarkoitus on jatkaa edellisten tutkimusten jalanjäljissä tarkastellen McCloskeyn ym. mallin ja teorian pohjalta suomalaisten lasten matematiikan osaamisessa ilmeneviä vaikeuksia. Mielenkiintoista on, löytyykö tähän tutkimukseen osallistuneilta lapsilta kapea-alaisia, tarkasti määriteltäviä vaikeuksia. Tarkoitus on pyrkiä analysoimaan malliin sovitetuilla tehtävillä yksityiskohtaisesti lasten yksilöllistä suoriutumista sekä samalla pohtia valittujen tehtävien soveltuvuutta ja niiden käyttökelpoisuutta arviointivälineenä erityisopettajan työssä. Saatujen tulosten perusteella pohditaan lisäksi, mitä kunkin lapsen matematiikan vaikeuksille voisi tehdä.

6 TUTKIMUSTEHTÄVÄ

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, soveltuuko aikuisten aivovauriopotilaiden aritmetiikassa suoriutumisen tutkimisen perusteella kehitetty teoria matematiikan vaikeuksista (McCloskey ym. 1985) myös lasten aritmetiikassa ilmenevien ongelmien selvittämiseen ja tutkimiseen ja löytyykö lasten matematiikan vaikeuksia tutkittaessa yhtäläisyyksiä aikuisilla aivovauriopotilailla todettuihin matematiikan vaikeuksiin?

Suomessa ei ole ollut käytössä normitettua teoriapohjaista arviointivälineistöä lasten matematiikan oppimisvaikeuksien analysoimiseksi. Tässä tutkimuksessa käytetty tehtäväpaketti on Niilo Mäki Instituutin kehitteillä oleva testistö, jota nyt ensimmäisen kerran kokeiltiin. Tämän tutkimuksen yksi tehtävä onkin tutkia, soveltuvatko tehtävät tarkoitukseensa ja mittaavatko ne haluttuja asioita. Lisäksi halutaan selvittää, ovatko tutkimuksessa käytetyt tehtävät sopivia välineitä esim. opettajien ja erityisopettajien käyttöön, mietittäessä oppilaiden opetuksen järjestämistä?

Edellä esitetyn mukaisesti tehtävät täsmennettiin seuraaviksi tutkimusongelmiksi:

1. Voidaanko ryhmätehtävien avulla löytää matematiikan oppimisvaikeuksisia oppilaita suuresta oppilasjoukosta?

2. Voidaanko lasten matematiikan oppimisvaikeuksia kuvata McCloskeyn ym. teorian ja mallin pohjalta?
   2.1 Millaisia matematiikan prosessoinnin vaikeuksia matematiikan oppimisvaikeuksisilla oppilailla McCloskeyn ym. mallin mukaan on?

3. Miten käyttökelpoinen tehtäväpaketti on?
   3.1 Tutkimuksen reliabiliteetti?
   3.2 Tutkimuksen validiteetti?
   3.3 Voiko erityisopettaja käytännössä hyödyntää McCloskeyn ym. teorian ja mallin mukaisia tehtäviä?

7 TUTKIMUSMETODIT

Tämä tutkimus toteutettiin Niilo Mäki Instituutin edelleen käynnissä olevan Arites-projektin eli arviointivälineistötutkimuksen yhteydessä, josta ei tämän tutkimuksen valmistumishetkellä ollut vielä saatavilla raporttia. Tämän tutkimuksen ensimmäisessä vaiheessa oli käytössä erittäin laaja, kahdeksan tehtävää käsittävä matematiikan tehtävien kokonaisuus, jonka avulla pyrittiin seulomaan oppilasjoukosta esiin sellaiset oppilaat, joilla todennäköisesti on vaikeuksia matematiikan tehtävistä suoriutumisessa ja matematiikan oppimisessa.

Laaja matematiikan tehtäväpatteristo oli tässä tutkimuksessa täysin riittävä selvittämään haluttuja asioita. Älykkyystestejä tai muita psykologisia testejä ei ollut mukana, koska niiden tekeminen on osa psykologin, ei erityisopettajan työtä. Sen sijaan opettajan on tärkeää tietää lapsen heikot ja vahvat osaamisen alueet. Erityisopettajia ei kouluteta psykologiseen testaukseen, joten tässä tutkimuksessa haluttiin käyttää menetelmiä, jotka ovat erityisopettajalle mahdollisia toteuttaa.

Tutkimuksen ryhmäseulontaan lähti mukaan seitsemän eri koulua Jyväskylän alueelta opettajien kiinnostuksen myötä. Lähtökohtana oli, että tutkimukseen osallistuminen olisi mahdollista kaikille halukkaille ja täysin vapaaehtoista. Tutkimukseen osallistuneet oppilaat olivat peruskoulun 1.- 6. luokkalaisia. Tutkimuksen kulku on esitetty kokoavasti taulukossa 1.

Tässä tutkimuksessa keskitytään pelkästään 3. luokkalaisiin, joista ryhmäseulonnan perusteella valittiin oppilaita tarkempien matematiikan taitoja mittaavien yksilötehtävien tekemiseen. Kolmannen luokan oppisisältöihin kuuluu mm. lukualueen laajentaminen 0-10 000, keskeisen lukualueen käsittäessä luvut 0-1000. Kertolaskuissa kerrataan toisella luokalla opitut kertotaulut 0-5 ja harjoitellaan kertotaulut 6-9 sekä opetellaan kertomaan allekkain yksinumeroisella kertojalla. Jakolaskun käsite tulee tutuksi kertotaulujen kautta, niitä ei harjoitella vielä allekkainlaskuna. Murtolukuja käsitellään samannimisten murtolukujen yhteen - ja vähennyslaskuina. Yhteen- ja vähennyslaskujen allekkainlaskussa opetellaan muistinumeron käyttöä ja lainaamisen sääntöjä. Vertailua ja arviointia opetellaan mittaamisen kautta. Kolmannella luokalla harjoitellaan myös peruslaatumuunnoksia ja kerrataan ajan käsite. (Rikala, Uus-Leponiemi & Ilmavirta 1997, 1998.)

TAULUKKO 1. Tutkimuksen kulku

mitä	n	milloin	miten
Ryhmäseulonta ja luvat tutkimukseen osallistumista varten	810	keväällä 2000	Opettajat toteuttivat tavallisten koulupäivien aikana ja lähettivät tutkijoille luvan saaneiden oppilaiden tulokset.
Ryhmäseulonnan tulosten analysointi ja tapausoppilaiden ja verrokkien valinta	810	keväällä 2000	Vähintään viidessä tehtävässä yhden keskihajonnan verran alle koko joukon keskiarvon sekä samanikäiset, samaa sukupuolta olevat verrokit samoilta luokilta.
Luvat yksilötehtävien tekemiseen ja yksilötehtävien toteutus	10	keväällä 2000	Luvat internetin kautta opettajille, opettajat jakoivat oppilaille, tieto luvan saaneista tutkijoille. Tutkijat testasivat oppilaat heidän omissa kouluissaan.
Yksilötehtävien analysointi ja raportointi	10	kesällä ja syksyllä 2000	Jaottelu McCloskeyn ym. (1985) mallin mukaan kolmeen osa-alueeseen sekä lisäksi neljäs alue Dehaenen (1992) mallista.

7.1 Ryhmäseulonnan toteutus

Ryhmätehtävien tarkoituksena oli tässä tutkimuksessa seuloa suuresta oppilasjoukosta sellaisia lapsia, joilla todennäköisesti olisi ongelmia matematiikassa. Ryhmäseulontaan hankittiin luvat (liite 1) siten, että ne opettajat, jotka olivat kiinnostuneita lähtemään mukaan projektiin saivat lupalomakkeet internetin välityksellä jaettaviksi omille oppilailleen. Luvassa pyydettiin oppilaiden vanhempien suostumus käyttää lapsen tekemiä matematiikan tehtäviä tutkimustarkoituksiin.

Tutkimuksen ryhmäosuuteen osallistui 810 luvan saanutta (tilanne 5.9.2000 mennessä) oppilasta peruskoulun 1.-6. luokilta Jyväskylän alueelta. Ryhmäseulonnan tehtävät suoritettiin kouluissa lyhyinä harjoituksina oppilaiden omissa luokissa opettajien johdolla tavallisten koulupäivien aikana maalis-toukokuussa 2000. Opettajat saivat tarkat ohjeet tehtävien suorittamiseksi internetin välityksellä, josta heillä oli mahdollisuus itse tulostaa tehtävä- ja tarkistuslomakkeet käyttöönsä. Ryhmäseulonnan jälkeen opettajat palauttivat luvan saaneiden oppilaiden tehtävälomakkeet, jotka koodattiin tietokoneelle. Ryhmätehtävien tarkistamisen jälkeen jokaiselle oppilaalle laadittiin tutkijoiden toimesta henkilökohtainen palaute tehtävissä suoriutumisesta. Palautteet postitettiin jokaisen tutkimukseen osallistuneen luokanopettajalle.

7.2 Ryhmätehtävät

Ryhmätehtävät ovat Niilo Mäki Instituutin tutkijan Pekka Räsäsen kehittelemiä lukuun ottamatta Etsi luku-tehtävän A-osiota (J. Donders & B. P. Rourke 1980). Jokaisen tehtävän alussa on harjoitustehtävä, jossa lapsi voi tutustua tulevaan tehtävään kaikessa rauhassa opettajan johdolla. Tällä on pyritty varmistamaan tehtävän ymmärtäminen.

Kalkulia. Kalkulia -tehtävässä lapsen on laskettava, montako mustaa pistettä kunkin ruudukon sisällä on (pisteiden määrä 6-101) ja merkittävä pisteiden lukumäärä vastausruutuun. Symbolit eli tässä tapauksessa mustat pisteet voidaan laskea luettelemalla tai muulla tavoin, lapsen parhaaksi näkemällä tavalla (esim. ryhmitellä, merkitä muistiin, laskea yhteen, kertoa). Tehtävän tarkoituksena on selvittää lapsen peruslaskutaitoa, kykyä organisoida toimintaansa ja järjestää tietoa. Lapsella on 10 minuuttia aikaa tehdä tehtävää niin pitkälle kuin ehtii. Tehtävästä voi saada korkeintaan 42 pistettä. Tehtävän on alunperin kehitellyt L. Kosc (ks. esim. 1974).

Lukulaatikot. Tehtävässä on laatikoita, joissa jokaisessa on yhdeksän lokeroa. Jokaiseen lokeron kuuluu jokin luku, mutta jokaisesta laatikosta 1-3 lokeroa on jätetty tyhjäksi. Lapsen tehtävänä on keksiä, mikä luku tyhjään lokeroon sopii. Tehtävässä painottuvat päättelykyky ja lukujonotaidot. Tehtävän maksimipistemäärä on 50 ja lapsella on 10 minuuttia aikaa tehdä tehtävää niin pitkälle kuin ehtii.

Viivoitin. Viivoitin tehtävässä on kaksi osiota, joissa molemmissa on yhdeksän tehtävää. Tehtävässä painottuvat arviointitaidot. Ensimmäisessä tehtävässä lapsen on merkittävä pystyviiva viivoittimen siihen kohtaan, jossa olettaa annetun luvun sijaitsevan. Viivoittimen asteikot muuttuvat, 0-10, 0-20, 0-100 ja 0-1000, joten tehtävän suorittaminen vaatii myös tarkkaavaisuutta. Toisessa tehtävässä viivoittimeen on valmiiksi merkitty jokin kohta, ja lapsen tulee arvioida mikä luku kyseiseen kohtaan sopisi. Jälleen viivoittimen asteikot muuttuvat seuraavasti; 0-10, 0-20, 0-50, 0-100, 0-200, 0-400 ja 0-700. Vastaus on annettava ± 10 %:n tarkkuudella. Aikaa tehtävän suorittamiseen ei ole määritelty ja maksimipistemäärä 9+9 (18). Samankaltaista testiä käytetään myös aikuisten matematiikan vaikeuksien tutkimisessa (Cohen, Dehaene, Chochon, Lehéricy & Naccache 2000, 1430).

Etsi luvut. Etsi luvut -tehtävässä on neljä eri osiota. Jokaisen osion tehtävänannossa lasta pyydetään etsimään jokin luku tai lukuja muiden lukujen joukosta ja alleviivaamaan ne. Jokaisessa osiossa lapsi saa korjata huomaamansa virheet vetämällä pystyviivan omasta mielestään virheellisen vastauksen yli. Tehtävän A- ja C- osiot ovat visuaalisen hahmottamisen ja tarkkaavaisuuden tehtäviä, B- ja D- osioissa painottuvat lukujonotaidot. Oikeasta vastauksesta saa yhden pisteen ja virheellisestä yhden miinuspisteen.

Tehtävässä A lapsen on etsittävä niin monta lukua 5, kuin hän annetussa ajassa (30 sekuntia) ehtii. Tehtävässä painottuu visuaalinen tunnistaminen ja tarkkaavaisuus. Tämä osio on kopio J. Dondersin ja B. P. Rourken (1980) kehittämästä tehtävästä.

Tehtävässä B lapsen on etsittävä lukuja väliltä 45-55 mahdollisimman paljon 60 sekunnin aikana. Tehtävässä painottuvat käsitteen 'välillä' ymmärtäminen, kaksinumeroisten arabialaisten lukujen lukeminen ja ymmärtäminen sekä lukujonotaidot.

Tehtävässä C lapsen on etsittävä lukujen joukosta luku (lukusarja) 364. Tehtävässä painottuu lukusarjan visuaalinen tunnistaminen sekä tarkkaavaisuus. Aikaa tehtävän suorittamiseen on 60 sekuntia.

Tehtävässä D lapsen on jälleen ymmärrettävä käsite 'välillä'. Luvut ovat lukualueelta 250-429. Tehtävässä painottuvat lukujonotaidot kolminumeroisten lukujen kohdalla, arabialaisten kolminumeroisten lukujen lukeminen ja ymmärtäminen. Aikaa tehtävän suorittamiseen on 90 sekuntia.

Aritmeettisen päättelyn testi (ART). Langdon & Warrington esittelivät vuonna 1997 uuden aritmeettisen päättelyn testin tutkiessaan aivopuoliskojen osuutta aritmeettisessa päättelyssä vasemman ja oikean aivopuoliskon vaurioista kärsivillä aikuispotilailla. Tämä aritmeettisen päättelyn testi on Langdonin ja Warringtonin käyttämä testi, mutta sen alkuun on lisätty viisi helpompaa tehtävää.

Tehtävässä lapsen täytyy jatkaa näkemäänsä lukusarjaa valitsemalla neljästä mahdollisesta vaihtoehdosta sarjaan sopivan luvun. Lukusarjat vaikeutuvat asteittain. Tehtävässä vaaditaan päättelyn taitoja, jotta keksii lukujen yhdistävän tekijän. Tehtävässä painottuu visuaalinen oikean vaihtoehdon tunnistaminen sekä ongelmanratkaisutaidot. Maksimipistemäärä on 30, eikä tehtävässä ole aikarajoitusta.

Asteittain vaikeutuva aritmetiikan testi (AVAT). Tehtävässä lapselle annetaan ratkaistavaksi 18 yhteen- ja 18 vähennyslaskua, jotka ovat vaikeutuvassa järjestyksessä. Tehtävässä painottuu useampinumeroisten yhteen - ja vähennyslaskujen hallinta ja lapsi voi laskea tehtävät haluamallaan tavalla, sormista, päässä, paperilla, allekkain tai muilla tavoin. Aikaa tehtävän suorittamiseen on 10 minuuttia ja maksimipistemäärä on 36.

RMAT. Testi on peruslaskutaitoja mittaava normitettu ja standardoitu 3-6 luokkien testi, joka sisältää yhteen -, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja sekä muutamia laatumuunnoksia, yhtälöitä, desimaaleja, murtolukuja ja allekkainlaskuja (Räsänen 1992). Aikaa tehtävän suorittamiseen on 10 minuuttia ja maksimipistemäärä on 56.

Lukilasse. Lukilasse (Häyrinen, Serenius-Sirve & Korkman 1999) on peruslaskutaitoja mittaava eri luokka-asteille standardoitu testi, joka on tarkoitettu psykologien käyttöön.

7.3 Yksilötehtävien toteutus

Yksilötehtäviin valittiin kolmansien luokkien oppilaita ryhmäseulonnan tulosten perusteella (n=169, joista tyttöjä 91 ja poikia 78). Yksilötehtävillä tutkittavien tapausten valintakriteerinä käytettiin sitä, että oppilas oli suoriutunut ryhmäseulonnan kahdeksasta tehtävästä vähintään viidessä tehtävässä yhden keskihajonnan verran alle koko joukon keskiarvoa. Etsi luvut tehtävästä A ja C osioita ei käytetty kriteereinä. Valintakriteerin täyttivät kuusi oppilasta, joilla todennäköisesti olisi vaikeuksia matematiikassa. Verrokit valittiin satunnaisesti siten, että he olivat koehenkilöiden kanssa saman ikäisiä, samaa sukupuolta ja samoilta luokilta. Näin pois suljettiin opetuksen vaikutusta matematiikan osaamisessa. Neljän verrokin tehtävänä oli toimia vertailukohteena tarkasteltaessa tapausoppilaiden suoriutumista yksilötehtävissä.

Kaikki yksilötesteihin valikoituneet oppilaat olivat tyttöjä. Tapausoppilaiden keskiarvoikä oli 9 vuotta 9 kuukautta, verrokkien keskimäärin 9 vuotta 11 kuukautta. Yksilötehtäviin valikoituneiden oppilaiden tehtäviä varten laadittiin erilliset luvat (liite 2). Yksilötehtävät suoritettiin tutkijoiden toimesta siten, että mukaan valikoituneet oppilaat pääsivät tekemään tehtäviä tavallisten koulupäivien aikana toukokuussa 2000 rauhalliseen ja yksilölliseen tutkimustilanteeseen. Tutkimusajankohdista sovittiin yhteistyössä opettajien kanssa.

Yksilötehtävät toteutettiin kynä- ja paperitehtävinä sekä tietokonetehtävinä. Jokaisen tehtävän kohdalla oppilaalle luettiin ohje siitä, miten tehtävä tulisi suorittaa. Tutkijoilla oli käytössä samanlaiset ohjekirjat, joista ohjeet luettiin. Lapsen tehtävän ymmärtäminen varmistettiin aina ennen tehtävän aloittamista kysyen lapselta, onko tämä ymmärtänyt tehtävän. Tarvittaessa tehtävänanto luettiin uudelleen läpi. Kynä- ja paperitehtävissä oppilaille annettiin laskemista varten lyijykynä ja tyhjiä valkoisia A4- arkkeja.

Tietämyksemme mukaan tämä oli maailman ensimmäinen internetvälitteisellä tietokonetestillä toteutettu oppimisvaikeustutkimus. Koulujen tietokoneista vastaava opettaja oli asentanut tutkijoiden käytössä olleisiin tietokoneisiin Netscape 4.5 -selaimen. Tehtävät tehtiin viisitoistatuumaisilla SVGA -näytöillä. Ohjelmaan kirjautumalla tehtävät saa käyttöönsä henkilökohtaisella tunnuksella, jonka ohjelma automaattisesti tekee jokaiselle sisään rekisteröityneelle käyttäjälle. Ohjelma tekee jokaiselle lapselle oman kansion, johon tämän suoriutuminen kirjautuu automaattisesti tehtävien tekemisen jälkeen. Tietokonetehtäviin voi tutustua internetissä osoitteessa www.nmi.jyu.fi/arites rekisteröitymällä ARITES-ohjelman käyttäjäksi tai käyttämällä tutustumistunnusta demo52294.

Ennen jokaista tehtävää ruutuun ilmestyy näkyviin kirjalliset ohjeet. Tutkimustilanteessa ohjeet luettiin oppilaille ääneen. Tietokone laskee lapsen käyttämän ajan sekunnin tarkkuudella ja kirjaa jokaiseen tehtävään käytetyn ajan ja lapsen vastauksen muistiin. Tieto siirtyy suoraan käytettäväksi tehtävien tekemisen jälkeen, näyttäen tehtäviin käytetyn tarkan ajan sekä mm. pylväsdiagrammin (%) oikein laskettujen tehtävien mukaan. Yksityiskohtaiset tulokset ovat taulukkona erillisessä tiedostossa.

Tutkimuksessa tietokonetehtävät toteutettiin mahdollisimman rauhallisessa paikassa koulujen omien tietokoneiden välityksellä, joissa oli tarvittava internetyhteys. Tutkimustilanteessa tutkija ja oppilas olivat kahdestaan joko tietokoneluokassa, erityisopettajan luokassa tai koulun kanslistin huoneessa. Neljän oppilaan kohdalla tehtävät toteutettiin kahtena eri päivänä alussa ilmenneistä tietokoneongelmista johtuen. Yhden oppilaan kohdalla tilaa jouduttiin vaihtamaan kahdesti kesken tehtävien tekemisen tilavarausten vuoksi. Jos tehtävien teon aikana oli kyseisen oppilaan luokan vuoro ruokailla, niin oppilas kävi välillä syömässä ja palasi sitten takaisin jatkamaan tehtävien tekemistä.

7.4 Yksilötehtävät

Tämän tutkimuksen yksilötehtävät perustuvat alun perin Numerical-testistöön (2000), josta käytössä oli Räsäsen & Salmen suomentama versio. Tehtävät on valittu McCloskeyn (1985) ja Dehaenen (1992) lukujen ja laskemisen kognitiivisten prosessointimallien pohjalta. Tehtävät on jaoteltu mallin mukaan samoin kuin myöhemmin tarkasteltavat tuloksetkin. Yksilötehtävien osa-alueiden jaottelun perusteena on käytetty mukaillen McCloskeyn ym. (1991) teoriaan perustuvaa runkoa, jonka avulla on mahdollista pyrkiä järjestelmällisesti arvioimaan yksilöllisiä vaikeuksia matematiikassa. Tässä tutkimuksessa on otettu myös mallia Shalevin ym. (1988, ks. myös 1993, 1995) tutkimuksessaan käyttämää jaottelua McCloskeyn ym. (1985) pohjalta. He ovat jaotelleet tutkimuksessaan käytössä olleet tehtävät McCloskeyn ym. mallin pohjalta ymmärtämisen, tuottamisen ja laskemisen tehtäviin. Ymmärtämistä mittaaviin tehtäviin kuuluvat tehtävät, joissa on tarkoituksena selvittää oppilaan määrän hallintaa sekä leksikaalista ja syntaktista prosessointia. Tuottamista mittaavissa tehtävissä painottuvat lukujen luettelemistaidot, lukujen lukeminen sekä lukujen kirjoittaminen. Laskemiseen sisältyy merkkien (+, -, x, /) ymmärtäminen, numeerisen tiedon muistista haku sekä laskutoimitusten suorittaminen.

Osa-alueet, joita tässä tutkimuksessa käytetään, ovat ymmärtäminen ja tuottaminen, laskeminen sekä arviointi ja vertailu. Ymmärtäminen ja tuottaminen on tässä yhdistetty, koska useassa tehtävässä painottuvat molemmat osa-alueet. Yhdeksi osa-alueeksi on lisäksi otettu arviointi ja vertailu Dehaenen (1992) mallin mukaan.

7.4.1 Ymmärtäminen ja tuottaminen

Määrä palikoina. Tehtävässä lapsi näkee tietokoneen näytöllä arabialaisin numeroin kirjoitetun luvun, jota vastaavan lukumäärän hänen olisi löydettävä neljästä annetusta vaihtoehdosta. Vaihtoehdot ovat palikoiden muodossa yhden, viiden tai kymmenen palikan kokonaisuuksina. Tehtäviä on yhteensä kymmenen. Tehtävä pyrkii selvittämään lapsen luokittelun ja kymmenjärjestelmän taitoja. Tarkoitus olisi, että tehtävässä kykenisi visuaalisesti hahmottamaan palikoiden muodostamat kokonaisuudet ilman, että jokainen vaihtoehto olisi laskettava luettelemalla palikat yksitellen. Tehtävässä tulee esiin lukumäärän ymmärtäminen.

Määrästä luvuksi. Tehtävässä lapsi näkee tietokoneen näytöllä dominopalikoita, joissa on jokin tietty määrä palloja lukualueella 0-20. Kuvan alapuolella lapsella on nähtävissä neljä vaihtoehtoa arabialaisin luvuin merkittynä, joista hän hiirtä klikkaamalla valitsee dominopalikan osoittamaa määrää vastaavan luvun. Tehtävässä on kahdeksan osiota. Tehtävässä painottuvat luettelemalla laskeminen, visuaalinen vastaanotto sekä määrän ja arabialaisen luvun vastaavuuden ymmärtäminen.

Lukumäärän tuottaminen laskemalla. Tehtävässä lapsen on laskettava luettelemalla kuudelle A4 kokoiselle arkille piirrettyjen mustien pallojen määrä. Tehtävässä painottuvat lukujen luettelemistaidot, visuaalinen hahmottaminen sekä lukumäärän ääneen tuottaminen. Tarkoituksena on selvittää, ymmärtääkö lapsi, että viimeiseksi lueteltu luku on koko joukon lukumäärä. Suurin lueteltava määrä tehtävässä on 23. Luettelemisen tarkkuus on myös yhtenä tarkkailun kohteena, esim. luetteleeko saman pallon kahteen kertaan, muistaako mitkä pallot on jo laskenut, joutuuko laskemaan koko määrän uudelleen jne. McCloskeyn mallissa tehtävä sijoittuu verbaaliseen numeraalien tuottamiseen.

Lukujen luetteleminen. Tehtävässä on kahdeksan osiota, joissa lasta pyydetään luettelemaan lukuja ääneen. Tehtävä pyrkii selvittämään lapsen lukujonotaitoja. Lukuja pyydetään luettelemaan eteenpäin, taaksepäin, yhden, kahden ja kolmen luvun välein lukualueella 0-150. McCloskeyn mallissa tämäkin tehtävä kuuluu verbaaliseen numeraalien tuottamiseen.

Numerolukujen kirjoittaminen kuullusta. Tehtävässä on kymmenen kohtaa, joissa lasta pyydetään kirjoittamaan kuulemansa luku arabialaisina numeroina. Tehtävä painottaa kuullun luvun ymmärtämistä ja sen tuottamista numeroina yksilukuisista numeroista aina viisilukuisiin numeroihin saakka. McCloskeyn mallissa tehtävä viittaa verbaaliseen numeraalien auditiiviseen ymmärtämiseen sekä arabialaisten numeraalien tuottamiseen.

Kirjaimista luvuiksi. Tehtävässä on kymmenen kohtaa, joissa lapsi näkee tietokoneen näyttöruudussa kirjaimin kirjoitetun luvun, mikä hänen on tuotettava arabialaisena lukuna näytössä olevaan tilaan. Tehtävässä ei edellytetä ääneen tuottamista vaan luvun tunnistamista visuaalisesti, koska tarvittavat numerot ovat näkyvillä näppäimistöllä. Esim. tietokoneen ruudussa lukee *viisi* ja lapsen on näppäiltävä ruutuun oikea luku *5*. Tehtävässä pyritään mittaamaan vastaavuuden ja lukukäsitteen ymmärtämistä yksinumeroisista aina viisinumeroisiin lukuihin saakka. McCloskeyn mallin mukaan tehtävä kuuluu verbaaliseen visuaaliseen ymmärtämiseen sekä arabialaisten numeraalien tuottamiseen.

7.4.2 Laskeminen

Yhteenlasku. Tehtävässä lapsi näkee tietokoneen näytöllä 20 yhteenlaskua yksinumeroisilla luvuilla 0-9, mitkä hänen on laskettava ja tuotettava vastaus arabialaisin numeroin ruudulla näkyvään tilaan. Tehtävässä pyritään selvittämään, miten lapsi tehtävän ratkaisee (tutkijan havainnot), käyttääkö lapsi apunaan esim. sormia, luetteleeko hän lukuja ääneen, hakeeko tarvittavan tiedon muistista jne. Tehtävien ratkaisuun käytetty aika kertoo, onko yksinumeroisilla luvuilla yhteenlaskeminen vakiintunut eli onko tarvittava tieto varastoituna muistiin vai täytyykö lapsen laskea vastaus jotakin epäsuoraa strategiaa käyttäen. Yhteenlaskut mittavat aritmeettisten faktojen hallintaa, samoin kuin tietokoneella tehdyt vähennys- ja kertolaskutkin.

Vähennyslasku. Tehtävässä lapsi näkee tietokoneen näytöllä yksinkertaisia vähennyslaskuja lukualueella 0-20, mitkä hänen on laskettava. Tehtäviä on yhteensä 20.

Samoin kuin yhteenlaskutehtävissä pyritään tässäkin selvittämään lapsen peruslaskutaitoja, tapaa laskea ja hakea tietoa muistista.

Kertolasku. Tehtävässä lapselle esitetään tietokoneen ruudulla 25 kertolaskua yksinumeroisilla luvuilla. Tarkoituksena on selvittää lapsen tapaa laskea kertolaskut, hakeeko hän tarvitsemansa tiedon suoraan muistista vai käyttääkö hän epäsuoria menetelmiä, esim. sormitemppuja, päästäkseen oikeaan tulokseen. Samoin kuin yhteen- ja vähennyslaskuissa pyritään selvittämään lapsen peruslaskutaitoa.

Sanallisten tehtävien laskeminen. Lapselle luetaan kymmenen sanallista tehtävää, jotka hänen on laskettava ja sitten kerrottava, miten hän tehtävän ratkaisi. Lapselle annetaan tehtävien ratkaisua ja muistiinpanoja varten tyhjä A4 kokoinen arkki ja lyijykynä, joita hän halutessaan voi käyttää. Tehtävässä on kymmenen eri tehtävää ja ne sisältävät peruslaskutaitoja mittaavia yksinkertaisia yhteen -, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja. Tehtävä painottaa sanallisen tehtävän ratkaisutaitoa ja lapsen kykyä poimia kuulemastaan olennainen tieto. Laskutoimituksen suorittamisen omin sanoin selittäminen antaa olennaista tietoa lapsen ajattelusta. McCloskeyn mallissa sanalliset tehtävät sijoittuvat laskemismenetelmien hallintaan. Sanalliset tehtävät mittaavat myös ymmärtämistä ja tuottamista, mutta tässä tutkimuksessa on painotettu laskemista.

Allekkainlaskuja. Tehtävässä on neljä osiota, jotka pyrkivät selittämään useampinumeroisten yhteen -, vähennys-, kerto- ja jakolaskutoimitusten suorittamista. Jokaisessa osiossa on kuusitoista laskua. Tehtävässä painottuu useampinumeroisilla luvuilla laskemisen taito sekä laskusääntöjen hallinta ja tiedon muistista haku. Lapselle sanotaan laskuja, jotka hänen on kirjoitettava lukuina tyhjälle paperille ja laskettava allekkain. Tehtävässä liikutaan lukualueella 0-100000. Allekkainlaskut sijoittuvat McCloskeyn mallissa laskemismenetelmiin.

7.4.3 Arviointi ja vertailu

Seuraavat neljä tehtävää mittaavat arviointi- ja vertailukykyä, jotka tässä tutkimuksessa sijoitettiin Dehaenen (1992) malliin.

Pallojen määrä. Tehtävässä lapsi näkee näytöllä ryhmän vihreitä ja ryhmän punaisia palloja, joista häntä pyydetään arvioimaan kummassa ryhmässä palloja on enemmän. Tehtävä mittaa lapsen vertailu- ja arviointitaitoja. Mitä kauemmin tehtävän suorittamiseen käytetään aikaa, sitä todennäköisemmin lapsi laskee pallot luettelemalla ja luottaa tarkkaan tietoon. Tehtävä on mahdollista suorittaa nopeasti, silmämääräisesti arvioiden. Tehtävässä on kymmenen kohtaa.

Kuultujen lukujen vertailu. Tehtävässä on kymmenen kohtaa, joissa jokaisessa lapselle sanotaan kaksi lukua. Niistä hänen on kuulemansa perusteella valittava, kumpi luku on suurempi. Suurimmat keskenään vertailtavat luvut tehtävässä ovat 34 601 ja 9 768. Tehtävä toteutetaan siten, että lapsi voi vastata kysymykseen osoittamalla sitä kättä, jossa hänen mielestään on suurempi luku. Tällöin verbaalinen tuottaminen (puhuminen) ei ole välttämätöntä. Tehtävässä painottuu auditiivinen vastaanotto ja auditiivisen tiedon prosessointi. Tehtävän tarkoituksena on selvittää lapsen kykyä vertailla kahta lukua keskenään ja saada tietoa lapsen lukumäärän suuruuden ja lukujen syntaksin ymmärtämisestä.

Järjestä luvut. Tehtävässä lapsi näkee tietokoneen näytöllä viisi lukua, jotka hänen on asetettava suuruusjärjestykseen pienimmästä alkaen. Yhteensä tehtäviä on kymmenen kappaletta ja tehtävässä liikutaan lukualueella ykkösistä tuhansiin. Tehtävän tarkoituksena on selvittää lapsen kykyä ymmärtää lukujen suuruutta ja vertailla niitä keskenään. Tehtävässä tulevat esiin myös lapsen lukujonotaidot sekä käsitteiden pienempi ja suurempi, pienin ja suurin ymmärtäminen.

Yhteenlasku lukusuoralla. Tehtävässä lapsi näkee tietokoneen ruudulla yhteenlaskun arabialaisilla luvuilla ja laskun alapuolella lukusuoran 0-100. Lasta pyydetään arvioimaan yhteenlaskun vastaus ja näpäyttämään hiirellä lukusuoran sitä kohtaa, johon arvioisi vastauksen kuuluvan. Yhteensä tehtäviä on kymmenen. Tehtävässä tulee myös yhteenlaskutoimituksen suorittamista, jota tutkija havainnoi.

Tässä tutkimuksessa käytetyt matematiikan tehtävät ja niiden sijoittuminen tämän luokittelun mukaan on esitetty taulukossa 2.

TAULUKKO 2. Yksilötehtävien luokittelu

Tehtävä	Ymmärtäminen	Laskeminen	Tuottaminen	Arviointi ja vertailu
Kuultujen lukujen vertailu	X			X
Lukumäärän tuottaminen laskemalla			X	
Lukujen luetteleminen			X	
Numerolukujen kirjoittaminen kuullusta	X		X	
Sanalliset tehtävät		X		
Allekkainlaskut		X		
Kirjaimista luvuiksi	X		X	
Yhteenlaskut		X		
Määrästä luvuksi	X			
Vähennyslaskut		X		
Määrä palikoina	X			
Pallojen määrä				X
Järjestä luvut	X			X
Kertolaskut		X		
Yhteenlasku lukusuoralla				X

7.5 Aineiston analysointimenetelmät

Alla olevassa taulukossa 3 esitetään tiiviissä muodossa tutkimusongelmat ja miten niihin on pyritty vastaamaan.

TAULUKKO 3. Tutkimusongelmat ja niihin vastaaminen

1. Voidaanko ryhmätehtävien avulla löytää matematiikan oppimisvaikeuksisia oppilaita suuresta oppilasjoukosta?	Ryhmäseulonnan toteutus tutkimukseen osallistuneissa oppilasryhmissä ja tapausoppilaiden valinta heikosti menestyneiden oppilaiden joukosta.
2. Voidaanko lasten vaikeuksia kuvata McCloskeyn ym. ja Dehaenen teorioiden ja mallien pohjalta? 2.1 Millaisia matematiikan prosessoinnin vaikeuksia matematiikan oppimisvaikeuksisilla oppilailla mallien mukaan on?	Tapausoppilaat tekivät teorian ja mallien mukaan valitut tehtävät, joissa suoriutumista analysointiin tarkasti. Tapausoppilaiden suoriutumista neljällä osa-alueella verrattiin verrokkien tuloksiin vaikeusalueiden selvittämiseksi.
3. Miten käyttökelpoinen tehtäväpaketti on? 3.1 Tutkimuksen reliabiliteetti 3.2 Tutkimuksen validiteetti? 3.3 Voiko erityisopettaja käytännössä hyödyntää näiden teorioiden ja mallien mukaisia tehtäviä?	Ryhmäseulonnan ja yksilötehtävien reliabiliteetin ja validiteetin tarkastelu sekä tutkijoiden kokemukset ja havainnot tehtävistä ja niiden toteuttamisesta.

8 TULOKSET JA NIIDEN TARKASTELUA

8.1 Ryhmäseulonnat

Tässä tutkimuksessa raportoidaan vain kolmannen luokan oppilaiden seulontojen tulokset, koska kaikki yksilötehtäviin osallistuneet oppilaat olivat kolmasluokkalaisia. Kolmasluokkalaisia oli yksilötehtäviin valittaessa kertynyt suurin ja edustavin joukko, yhteensä 169 oppilasta, joista tyttöjä 91 ja poikia 78. Lopullisessa aineistossa kolmasluokkalaisten oppilaiden määrä on 232, joista tyttöjä 121 ja poikia 111. Tutkimuksessa esitettävät kolmasluokkalaisten keskiarvo- ja vaihteluvälitiedot ovat lopullisesta, kaikkien kolmasluokkalaisten aineistosta.

Taulukossa 4 on esitetty kuuden yksilötehtäviin osallistuneiden oppilaiden ryhmätehtävien tulokset sekä neljän verrokkioppilaan keskiarvot. Lisäksi taulukossa on mukana kaikkien kolmasluokkalaisten (n=232) keskiarvot ja keskihajonnat jokaisen ryhmäseulonnan tehtävän kohdalla.

TAULUKKO 4. Ryhmätestien tulokset yksilötestatuilla kolmasluokkalaisilla oppilailla

Tehtävä	Oppilas 1	Oppilas 2	Oppilas 3	Oppilas 4	Oppilas 5	Oppilas 6	Verrokkien keskiarvo	3.luokkalaisten keskiarvo	3.luokkalaisten keskihajonta
Kalkulia	27	32	27	24	23	23	28	26.13	4.55
Lukulaatikot	16	10	13	21	22	9	34.25	32.56	8.93
Viivotin	10	3	8	11	4	4	16.25	13.03	3.20
*Etsi luku A	13	17	18	13	15	13	20.75	16.31	4.56
Etsi luku B	5	10	-14	-5	10	9	12.25	10.93	4.99
*Etsi luku C	3	5	5	6	3	5	5.5	5.63	1.45
Etsi luku D	-8	-16	1	2	0	-2	10	7.19	3.18
ART	4	11	10	13	10	6	15	15.00	3.83
AVAT	22	11	18	13	19	8	22.5	24.72	6.58
RMAT	25	23	20	19	14	21	26.5	28.01	7.02
Lukilasse	14	6	14	10	12	7	19.25	23.49	6.94

* ei kriteereinä valittaessa oppilaita yksilötehtävien tekemiseen

8.2 Yksilötehtävien tulokset

Yksilötehtävien tulokset on raportoitu oppilaskohtaisesti siten, että ensin tarkastellaan jokaisen tapausoppilaan suoriutumista neljällä eri osa- alueella: ymmärtäminen ja tuottaminen, laskeminen sekä arviointi ja vertailu. Ymmärtämistä ja tuottamista mittaavat tehtävät on raportoitu selvyyden vuoksi samassa kappaleessa, sillä monessa tehtävässä on kumpaakin taitoa mittaavia elementtejä. Verrokkien suoriutumisesta yksilötehtävissä on yhteenvetoa ennen tapausoppilaiden tulosten yksilökohtaista analysointia. Verrokkien keskiarvot ja vaihteluvälit sekä jokaisen tapausoppilaan saamat pistemäärät on esitettynä tehtäväkohtaisesti taulukoissa 5 ja 6. Taulukossa 6 on lisäksi esitetty tehtäviin käytetyt tarkat ajat, jotka kirjattiin ylös tietokoneen avulla.

TAULUKKO 5. Yksilötestien tulokset (kynä- ja paperi- tehtävät)

Tehtävä	Oppilas 1	Oppilas 2	Oppilas 3	Oppilas 4	Oppilas 5	Oppilas 6	Verrokkien keskiarvo	Verrokkien vaihteluväli
Kuultujen lukujen vertailu	12/20	18/20	18/20	16/20	20/20	12/20	19.25/20	18-20
Lukumäärän tuottaminen laskemalla	12/12	12/12	12/12	10/12	8/12	10/12	9.75/12	8-12
Lukujen luetteleminen	10/16	10/16	13/16	13/16	12/16	8/16	13/16	9-16
Numerolukujen kirjoittaminen kuullusta	6/10	7/10	8/10	8/10	9/10	7/10	9.25/10	9-10
Sanallisten tehtävien laskeminen	14/20	14/20	12/20	11/20	17/20	10/20	16.25/20	14-19
Allekkainlaskut	21	24	5	19	23	23	29.5	16-40

TAULUKKO 6. Yksilötehtävien tulokset (tietokonetehtävät)

Tehtävät	Oppilas 1	Oppilas 2	Oppilas 3	Oppilas 4	Oppilas 5	Oppilas 6	Verrokkien keskiarvo	Verrokkien vaihteluväli
Kirjaimista luvuksi	9/10 115s.	6/10 397s.	9/10 111s.	9/10 95s.	9/10 143s.	9/10 98s.	9.5 91.75s.	9-10 67-109s.
Yhteenlas-kut	19/20 152s.	20/20 163s.	19/20 130s.	20/20 124s.	20/20 210s.	19/20 283s.	19.75 153s.	19-20 93-200s.
Määrästä luvuksi	8/8 111s.	8/8 84s.	8/8 80s.	7/8 86s.	7/8 121s.	8/8 118s.	7.25 75.5s.	7-8 51-102s.
Vähennys-laskut	19/20 183s.	20/20 176s.	13/20 137s.	19/20 139s.	15/20 259s.	19/20 381s.	18.25 166.75s.	17-19 104-202s.
Määrä pali-koina	8/10 155s.	10/10 351s.	9/10 185s.	8/10 270s.	10/10 276s.	10/10 173s.	9.75 221s.	9-10 158-250s.
Pallojen määrä	10/10 46s.	puuttuva tieto	10/10 78s.	10/10 109s.	9/10 42s.	8/10 124s.	9.75 108s.	9-10 39-173s.
Järjestä lu-vut	10/10 286s.	8/10 677s.	8/10 252s.	7/10 308s.	7/10 316s.	10/10 381s.	9.75 183.75s.	9-10 154-209s.
Kertolaskut	24/25 216s.	puuttuva tieto	11/25 222s.	19/25 145s.	14/25 294s.	20/25 245s.	23 307.25s.	19-25 210-422s.
Yhteenlasku lukusuoralla	3/10 512s.	puuttuva tieto	0/10 158s.	3/10 165s.	1/10 106s.	0/10 105s.	6 200.5s.	4-8 170-232s.

Verrokkien suoriutuminen

Kolme neljästä verrokista suoriutui kaikista muista tehtävistä vaikeuksitta, ainoastaan kerto- ja jakolaskujen allekkainlaskut tuottivat hankaluutta. Yhteenlasku lukusuoralla -tehtävä oli myös suhteellisen vaikea, mutta verrokit suoriutuivat siinäkin tapausoppilaita paremmin. Yksi verrokeista suoriutui muita verrokkeja heikommin ymmärtämistä ja tuottamista sekä laskemista kartoittavissa tehtävissä. Kuitenkaan hänen vaikeutensa eivät tulleet ilmi ryhmäseulonnassa käytettyjen kriteerien perusteella, joten tässä tutkimuksessa hänen suoriutumistaan ei ole kuvattu tarkemmin McCloskeyn mallin mukaisesti.

Tapausoppilaiden suoriutumista on tarkasteltu verrokkien saamien tulosten valossa, jotta tutkimukseen saataisiin kuva siitä, onko heidän suoriutumisensa merkittävästi heikompaa kuin satunnaisesti poimittujen vertailulasten.

Oppilas 1

Oppilas 1 oli testaustilanteessa levoton ja pyrki tekemään tehtävät nopeasti, vaikka hän tiesi, ettei nopeus ollut tehtävissä pääasia. Hän oli koko ajan liikkeessä, esim. pyöri tuolilla ja kyseli montako tehtävää vielä olisi jäljellä. Hän kuitenkin teki tehtävät mielellään ja näytti keskittyvän niihin levottomuudestaan huolimatta. Hän suoriutui viidestä tehtävästä muita tapausoppilaita nopeammin, mutta tehtävien tulokset sen sijaan vaihtelevat parhaasta mahdollisesta koko joukon huonoimpaan, mikä näkyy taulukossa 7.

Ymmärtäminen ja tuottaminen. Hankalilta oppilaalle näyttäisivät tehtävät, joissa on prosessoitava auditiivisesti vastaanotettuja lukuja. Kuultujen lukujen vertailussa ja lukumäärän kirjoittamisessa kuullusta oppilas on heikko. Taulukossa 7 on esitetty esimerkkejä oppilaan suoriutumisesta kuultujen lukujen kirjoittamistehtävässä, jossa hänen tuloksensa oli kaikista testatuista oppilaista heikoin. Vastauksista havaitaan hänellä olevan lukujen kirjoittamisessa kuullusta syntaktisia virheitä.

TAULUKKO 7. Oppilas 1:n vastaukset kuultujen lukujen kirjoittamisessa.

verbaalinen oppilaan kuulema luku	*oppilaan kirjoittama arabialainen luku*
tuhatsatakahdeksan	1018
seitsemänsataakahdeksantoista	118
tuhatkolmekymmentäneljä	1304
viisikymmentäkaksituhattakymmenen	5021010

Keskimääräistä nopeammin oppilas suoriutui määrä palikoina -tehtävästä, jossa hän kolmannen osion kohdalla oivalsi palikoiden muodostavan aina 1, 5 ja 10 palikan ryhmiä. Hän ei laskenut kaikkia osioita, vaan päätteli näkemänsä perusteella, missä laatikossa oli sopiva määrä palikoita. Oppilas on suoriutunut erinomaisesti myös tehtävässä, jossa on laskettava pallojen lukumäärä. Suoritus oli nopea ja varma ja oppilas laski palloja myös ryhmittelemällä niitä laskemisen helpottamiseksi, esim. 4+4+4=12.

Kirjaimista ja määrästä luvuksi -tehtävät onnistuivat oppilaalta hyvin. Lukujen luetteleminen vei tapausoppilaista vähiten aikaa ja tulos oli keskinkertainen verrattuna verrokkeihin. Hän meni helposti sekaisin ja unohti, missä oli menossa yrittäessään korjata virheensä. Lukujen luetteleminen suuremmasta pienempään (82→, 60→) osoittautui erityisen hankalaksi.

Laskeminen. Aritmeettiset faktat. Tietokoneella tehdyt yhteen- ja vähennyslaskutehtävät onnistuivat hyvin. Yhteen- ja vähennyslaskuista vaikeimmat (esim. 7+8, 6+7, 8-6 jne.) oppilas laski käyttäen apuna sormiaan. Kertolaskuista hän suoriutui myös nopeasti ja sai tapausoppilaista parhaimman tuloksen.

Laskutoimitukset. Sanallisissa tehtävissä ja allekkainlaskuissa oppilas tarvitsi useita toistoja. Sanallisissa tehtävissä oppilas ei osannut käyttää muistiinpanotekniikkaa apunaan, vaan yritti muistaa kaiken kuulemansa tiedon ja muodostaa suoraan laskemiseen tarvittavan yhtälön. Oppilas pystyi kuitenkin pitämään ainakin yhden luvun kerralla muistissa. Päässälaskemisesta johtuen oppilaan oli vaikea jälkeenpäin selittää, miten oli tehtävän ratkaissut, miten ajatellut ja tehnyt. Oppilas suoritti sanalliset tehtävät tapausoppilaista nopeimmin.

Allekkainlaskujakin oppilas yritti ratkaista päässälaskuina ja siksi teki paljon pieniä laskuvirheitä. Yhteen- ja vähennyslaskuissa oppilas ei aina osannut käyttää muistinumeroa eikä lainaamista oikein. Yhteenlaskuista vähennyslaskuihin siirryttäessä oppilas jäi kiinni yhteenlaskujen suorittamiseen. Nollan ja nollasta vähentäminen sekä kertolaskujen nollasäännöt eivät ole oppilaalle selvillä. Kertolaskuissa muistinumeron paikka on sama kuin yhteenlaskuissa, mikä sekoittaa muistinumeron helposti kerrottaviin lukuihin. Kertominen allekkain näyttäisi sujuvan mikäli kertojana on yksinumeroinen luku. Jakolaskujen allekkainlaskemisen idea ei ollut oppilaalle tuttu, eikä hän osannut omin sanoin kertoa mitä jakaminen tarkoittaa. Oppilas kirjoitti helposti kuulemansa kolminumeroiset ja sitä suuremmat luvut väärin ja virheellisestä tuotoksesta johtuen laski laskut väärin.

Esimerkkejä oppilaan allekkainlaskuista, jossa mukana luku nolla:

	11		
102	114	12	76
- $\underline{60}$	- $\underline{30}$	x $\underline{10}$	x $\underline{30}$
100	80	10	30

Arviointi ja vertailu. Pallojen määrän arviointi ja lukujen järjestäminen onnistuivat erinomaisesti. Pallojen määrä tehtävässä oppilas arvioi suoraan näkemänsä perusteella kummassa ryhmässä on enemmän, mikä näkyy tehtävän nopeassa suoriutumisajassa. Järjestä luvut -tehtävässä hän on kuluttanut keskimääräistä enemmän aikaa. Yhteenlasku lukusuoralla tehtävässä oppilas on ollut kaikkein hitain ja kuluttanut yli kaksi kertaa pitemmän ajan tähän tehtävään kuin seuraavaksi hitain oppilas. Yhteenlaskut tuottivat suuria vaikeuksia ja oppilas yritti laskea niitä sekä päässään että sormia apuna käyttäen. Kun oppilaalle annettiin neuvo laskea ensin yhteen kympit ja sitten vasta ykköset, kysyi hän hämmästyneenä "ai, mitkä kympit?". Oppilas ei osannut sijoittaa näkemästään luvusta yksittäisiä numeroita ykkösiin, kymppeihin ja satoihin. Vaikka vastaukset olivat pitkän laskutoimituksen jälkeen usein lähellä oikeaa, meni arviointi lukusuoralla kuudessa kohdassa yli kymmenellä yksiköllä pieleen.

Yhteenvetoa oppilas 1:n tuloksista. Oppilaalla vaikuttaisi olevan hyvin kapea-alainen McCloskeyn ym. mallin mukainen arabialaisten lukujen syntaktisen rakenteen ongelma. Auditiivisesti vastaanotettua numeerista tietoa oppilas ei pysty tuottamaan oikein arabialaisilla numeroilla. Sen sijaan visuaalisesti vastaanotetun verbaalisen tiedon oppilas näyttäisi kykenevän prosessoimaan arabialaisiksi luvuiksi. Oppilas ei osaa muodostaa arabialaisia lukuja kuulemansa perusteella, kun kyseessä on kolminumeroiset ja sitä suuremmat luvut. Se, ettei oppilas hallitse nollasääntöjä laskutoimituksissa, liittyy syntaktisen rakenteen ongelmaan. Oppilas osaa hyvin yhteenlaskut allekkain, mutta vaikeudet vähennyslaskuissa liittyvät todennäköisesti siihen, ettei oppilas hallitse lukujonoa taaksepäin. Oppilas pyrkii ratkaisemaan vähennyslaskut kääntämällä ne yhteenlaskuiksi. Oppilasta tulisi opettaa rakentamaan lukuja, myös sellaisia, joissa nolla esiintyy eri paikoissa. Lisäksi pitäisi harjoitella lukusuoraa taaksepäin.

Oppilas 2

Oppilas 2 piti testaustilanteeseen tulemista aluksi epämiellyttävänä ja pelottavana, eikä olisi halunnut tulla tekemään tehtäviä. Pitkällisen suostuttelun jälkeen hän myöntyi laskemaan ja kertoi lopuksi, että oli ihan mukavaa, eivätkä laskut olleet liian vaikeita. Omasta syntymäajastaan tytöllä ei ollut mitään käsitystä, hän ei muistanut edes syntymäkuukauttaan.

Tietokonetehtävissä on tämän oppilaan kohdalla puuttuvia tietoja kolmessa kohdassa tietokoneongelmien vuoksi. Tehtävät suoritettiin, mutta ne eivät teknisestä viasta johtuen tallentuneet koneelle. Niinpä pallojen määrä, kertolaskut sekä yhteenlasku lukusuoralla jäävät tässä tarkemmin raportoimatta. Kertolaskuissa hän käytti sormitemppua 5 ja 9 kertotauluissa ja 6, 7 ja 8 kertotaulut olivat hänelle vaikeita.

Ymmärtäminen ja tuottaminen. Ymmärtämistä mittaavista tehtävistä kuultujen lukujen vertailu sekä määrästä luvuksi onnistuivat hyvin. Numerolukujen kirjoittaminen kuullusta sujui pienillä luvuilla hyvin, mutta kolminumeroisten lukujen ja niitä suurempien kanssa oli ongelmia ja prosessointi oli hidasta. Kirjaimista luvuksi-tehtävässä hänellä oli koko joukon heikoin tulos. Aikaa tehtävään kului noin neljä kertaa enemmän kuin verrokkien keskiarvoaika oli. Lukujen kirjoittamisessa kuullusta ja nähdystä oli samankaltaisia virheitä lukujen syntaksissa. Esimerkkejä oppilaan suorituksista numerolukujen kirjoittaminen kuullusta sekä kirjaimista luvuksi tehvtävistä on esitettynä taulukoissa 8 ja 9.

TAULUKKO 8. Oppilas2. Lukujen kirjoittaminen kuullusta

verbaalinen oppilaan kuulema luku	*oppilaan kirjoittama arabialainen luku*
tuhatsatakahdeksan	10018
tuhatkolmekymmentäneljä	10034
viisikymmentäkaksituhattakymmenen	502110

TAULUKKO 9. Oppilas 2. Kirjaimista luvuksi

verbaalinen oppilaan näkemä luku	*oppilaan kirjoittama arabialainen luku*
neljäkymmentäkuusi	406
sataviisi	1
tuhatneljäkymmentä	140
kymmenentuhattakolmekymmentä	1030

Lukumäärän tuottaminen laskemalla oli oppilaalle helppo tehtävä ja kaikki osiot menivät oikein. Lukujen luetteleminen takaperin oli vaikeaa ja aikaa vievää. Lukujen luetteleminen kahden ja kolmen välein onnistui, kun oppilaalle annettiin neuvo joko lisätä tai ottaa pois kaksi tai kolme, jolloin hän käytti sormia apunaan luettellessaan lukuja. Aikaa tehtäviin oppilas käytti keskimäärin yhtä paljon kuin muut lukuun ottamatta määrä palikoina tehtävää, jossa hän on ollut joukon hitain. Hitaus johtunee siitä, että oppilas laski jokaisen laatikon sisältämät palikat tarkasti, kunnes löysi laatikon, jossa oli tarvittava määrä palikoita. Erikoiseksi laskemisen tekee se, ettei hän osoittanut itse palikoita millään, vaan nyökytteli päätään ja kosketti polveaan etusormella jokaisen laskemansa palikan kohdalla.

Laskeminen. Aritmeettiset faktat. Oppilas suoriutui erinomaisesti pienistä yhteen- ja vähennyslaskutehtävistä. Vähennyslaskuissa hän käytti paljon sormia apuna, mutta oli siinä aika tehokas, sillä sormista laskeminen ei näy ajassa.

Laskutoimitukset. Sanallisia tehtäviä laskiessaan oppilas unohti välittömästi tehtävän laskettuaan tehtävässä käytetyt luvut. Hän ei tehnyt muistiinpanoja ja hänen oli vaikea selittää, miten ratkaisi tehtävän. Sanalliset tehtävät hän ratkaisi melko nopeasti. Allekkainlaskuissa hän sai koeoppilaista parhaimman tuloksen ja suoriutui ajallisestikin nopeimmin, mutta onnistui hyvin vain yhteen- ja vähennyslaskuissa. Jakolaskuja oppilas ei osannut. Kertolaskuista kokeiltiin viittä ensimmäistä tehtävää, joista vain kaksi onnistui. Kertolaskujen allekkainmerkintätapa oli kunnossa, mutta muistinumeroa hän ei osannut sijoittaa mihinkään, eikä tiennyt miten laskussa olisi edennyt lukujen merkitsemisen jälkeen.

Yhteenlaskun perustekniikka oli oppilaalla hallinnassa, mutta satojen ja siitä suurempien lukujen merkintä oli vaikeaa ja muutama lasku meni väärin virheellisen merkinnän vuoksi. Esim. "satakuusi" → 1061, "tuhatyhdeksänsataakuusi" → 196. Vähennyslaskunkin idea oli selvillä, joitakin huolimattomuusvirheitä tuli. Laskussa 155-33 oppilas kuitenkin aloitti laskemisen tehtävän keskeltä: laski kymmenet ensin 5-3=2 ja jatkoi lainaamalla juuri vähentämistään kymmenistä yhden ja merkitsi ykkösten päälle 15. Laskua hän ei osannut laskea tämän pidemmälle.

Arviointi ja vertailu. Näistä tiedoista puuttuvat kahden tehtävän tulokset, jotka mittaavat erityisesti arviointi- ja vertailutaitoja, joten kovin vahvoja johtopäätöksiä ei voida tehdä. Erittäin paljon aikaa hän on käyttänyt järjestä luvut -tehtävään, reilusti yli kolme kertaa enemmän kuin verrokkien keskiarvo ja lukujen järjestäminen vaikutti työläältä. Kuultujen lukujen vertailu on mennyt mukavasti.

Yhteenvetoa oppilas 2:n tuloksista. Puuttuvista tehtävistä johtuen oppilaan määrän ymmärtämisestä ei voida tehdä varmoja päätelmiä. Määrä palikoina ja järjestä luvut tehtäviin oppilas on käyttänyt todella paljon aikaa, mikä saattaisi osoittaa suuruuden ja määrän hahmottamisen olevan oppilaalle vaikeaa. Vaikein asia oppilaalle vaikuttaisi olevan McCloskeyn mallin mukaan arabialaisten lukujen kirjoittaminen niin auditiivisesti kuin visuaalisesti vastaanotetun verbaalisen tiedon perusteella. Virheet olivat syntaktisia.

Oppilas 3

Oppilas 3 oli innoissaan päästessään laskemaan tehtäviä. Hän kertoi, että matematiikka on ihan kivaa, mutta "ihan kaikenlaisia laskuja" hän ei osaa laskea.

Ymmärtäminen ja tuottaminen. Lukumäärän tuottaminen laskemalla onnistui täydellisesti eikä lukujen luettelemisessakaan ollut suuria ongelmia. Luettelemisen idean hän ymmärsi jokaisen tehtävän kohdalla, mutta virheitä tuli, kun lukuja oli lueteltu jonkin aikaa. Kuultujen lukujen vertailussa viimeinen kohta meni väärin, vaikka se toistettiin kahdesti (34601 vs. 9768) . Lukumäärän kirjoittaminen kuullusta ei onnistunut kahdessa kohdassa, jossa oli mukana satoja ja tuhansia ("tuhatsatakahdeksan" → 1018, "viisikymmentäkaksituhattakymmenen" → 5210). Sen sijaan luku "tuhatkolmekymmentäneljä" (→1034) meni oikein pitkällisen miettimisen jälkeen. Määrästä luvuksi, määrä palikoina ja kirjaimista luvuksi tehtävät sujuivat hyvin.

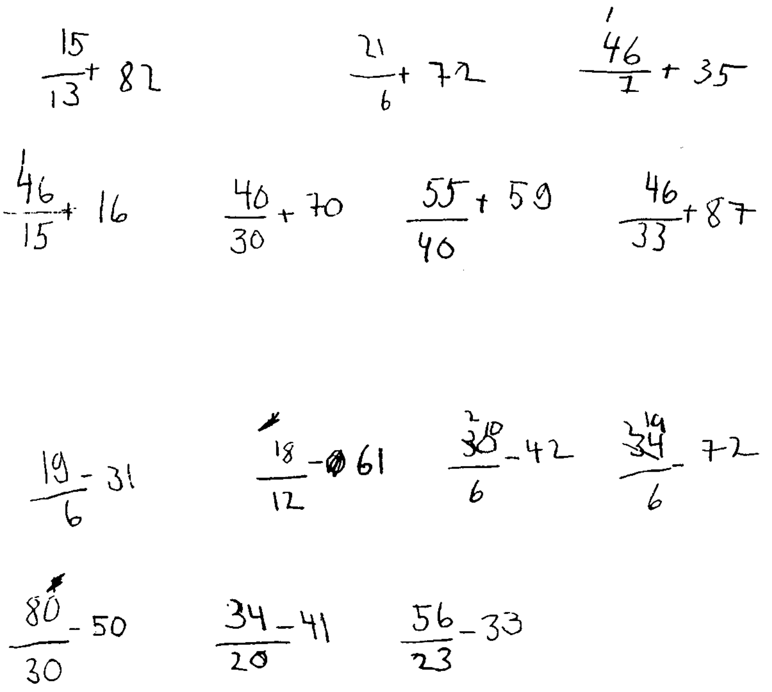
Laskeminen. Aritmeettiset faktat. Tietokoneella tehdyt yhteenlaskutehtävät sujuivat hyvin, niissä ei tarvinnut laskea allekkain ja luvut olivat suhteellisen pieniä. Huomattavia vaikeuksia tämän oppilaan kohdalla on ollut vähennyslaskutehtävissä, joita tehdessään hän on ollut kyllä nopea, mutta tuloksellaan hän on tässä joukon huonoin. Vähennyslaskuissa esiintyi pieniä laskuvirheitä. Kertolaskutehtävissä on myös hankaluutta, vaikka samoin niistä hän on suoriutunut hieman keskimääräistä nopeammin. Kertolaskuissa oli vaikeuksia erityisesti nollan kertotaulun hallinnassa.

Laskutoimitukset. Sanallisten tehtävien ratkaisussa oppilas oli hyvin nopea silloin, kun osasi laskea ja hän kirjoitti oikean vastauksen ja laskutavan paperille. Väärin menneissä kohdissa hän on saattanut ymmärtää tehtävän väärin. Käsite "kaksi kertaa niin paljon kuin" oli tuntematon.

Allekkainlaskut veivät aikaa ja niissä tulos oli heikko. Syynä oli väärä allekkainlaskutekniikka. Oppilaan omasta mielestä laskutekniikassa ei ollut mitään väärin. Yhteenlaskuissa oikein oli lasku 40+30, voi olla, että sen hän osasi laskea päässään. Muissa tehtävissä hän kirjoitti yhteenlaskettavat samalla tavoin kuin jakolaskussa, esimerkiksi 15 jakoviivan yläpuolelle ja 13 alapuolelle ja plus- merkin laskun oikealle puolelle. Yhtäsuuruusmerkkiä hän ei käyttänyt lainkaan, se oli hänen kertomansa mukaan viiva yhteenlaskettavien välillä. Tulos kääntyi myöskin ympäri, hän laski yhteenlaskun oikealta vasemmalle, mutta tulos merkittiin vasemmalta oikealle. Esimerkiksi 15+13= 82. Yhteenlaskut olivat oikein laskettuja sekä muistinumeroa oppilas osasi käyttää, vaikka merkitsemistapa oli väärä.

Vähennyslaskun tekniikka oli samanlainen: miinusmerkki oli laskun oikealla puolella ja tulos kääntyi nurin päin, esimerkiksi 19-6=31. Oikein olivat ainoastaan laskut 80-30 sekä 56-23, jonka tuloksessa ykkösten ja kymmenten järjestyksellä ei ole merkitystä (33). Oppilaalle näytettiin lukujen oikea sijoittelu yhteen- ja vähennyslaskujen allekkainlaskussa, mutta se ei tuntunut oppilaasta tutulta ja esimerkiksi laskua 19-6 oppilas ei osannut laskea näytetyllä tekniikalla.

Esimerkkejä oppilas 3:n yhteen- ja vähennyslaskujen allekkainlaskutekniikasta.



Jakolaskuja hänkään ei osannut, vaikka muisti niitä opetetun. Jakolaskun merkintätekniikka oli oikea. Kertolaskujen allekkainlaskutekniikka oli oikein, mutta oppilas hallitsi vain yhden laskun, jossa oli yksinumeroinen kertoja. Muistinumeron paikka kertolaskussa oli sama kuin yhteenlaskussa.

Arviointi ja vertailu. Pallojen määrä tehtävässä oppilas ei ole välttämättä ole laskenut kaikkia palloja luettelemalla vaan tehnyt arviointia. Yhteenlaskuissa lukusuoralla oppilas ei ole saanut yhtään vastausta oikein, vaikka hän on jälleen suoriutunut keskimääräistä nopeammin. Siinä hän on neljässä osiossa arvioinut luvun sijoittuvan lukusuoralle yli 20 yksikköä ja kolmessa tehtävässä yli 10 yksikköä ohi oikean kohdan. Järjestä luvut -tehtävä on sujunut keskinkertaisesti ja nopeasti.

Yhteenvetoa oppilas 3:n tuloksista. Laskeminen on oppilaalle vaikeaa. Vaikeuksia on McCloskeyn mallin mukaisesti sekä aritmeettisissa faktoissa että laskutoimitusten suorittamisessa. Aritmeettisista faktoista pienet yhteenlaskut tietokoneella sujuvat hyvin, mutta kerto- ja vähennyslaskuissa paljon virheitä. Nollasääntöä oppilas ei hallitse kertolaskuissa. Oppilaan allekkainlaskutekniikka on väärä ja siksi oppilas suoriutuu allekkainlaskuissa huonosti. Jakolaskun kertaaminen keväällä sekä murtoluvun käsitteen oppiminen ovat saattaneet sekoittaa oppilaan laskemismenetelmiä. Yhteen- ja vähennyslaskujen allekkainlaskutekniikka ei ole ollut todennäköisesti vakiintunut ennen uuden asian opettelua. Oppilaalle pitäisi opettaa oikea allekkainlaskutekniikka, erityisesti merkitsemistapa sekä allekkain laskemisen säännöt. Kertotauluja sekä pieniä vähennyslaskuja pitäisi harjoitella lisää.

Oppilas 4

Oppilas 4 jännitti laskemista kovasti ja kertoi matematiikan olevan vaikeaa. Hän kertoi odottaneensa testattavaksi tulemista ja oli ilmeisesti pelännytkin.

Ymmärtäminen ja tuottaminen. Kuultujen lukujen vertailuissa oppilaalla ei ollut ongelmia. Lukumäärän tuottaminen laskemalla oli oppilaasta helppo tehtävä ja sen hän osasikin hyvin. Lukujen luettelemisen oppilas koki itse vaikeaksi. Kahden välein eteenpäin luetteleminen oli työlästä, mutta sujui kuitenkin. Taaksepäin kahden välein luetteleminen ei onnistunut. Kolmen välein luetteleminen oli myös vaikeaa ja oppilas onnistui siinä vain osittain. Numeroluvun kirjoittaminen kuullusta onnistui hyvin pienillä luvuilla, suurempien lukujen kirjoittaminen oli vaikeaa ("tuhatkolmekymmentäneljä" →1304, "viisikymmentäkaksituhattakymmenen" →5210). Kirjaimista ja määrästä luvuksi -tehtävät sujuivat hyvin. Määrä palikoinatehtävään hänellä on kulunut keskimääräistä enemmän aikaa, mikä osoittaa hänen laskeneen aika tarkasti palikoiden määriä.

Laskeminen. Aritmeettiset faktat. Tietokoneella tehdyistä yhteen- ja vähennyslaskutehtävistä oppilas on suoriutunut hyvin ja varsin nopeastikin. Kertolaskuissakin oppilas on ollut erittäin nopea, mutta on jättänyt vastaamatta kuuden kertotaulun tehtäviin.

Laskutoimitukset. Sanallisten tehtävien ratkaisemisessa oppilaalla oli hyvä laskutekniikka paperilla, mutta puolessa välissä ote herpaantui ja oppilas ei keksinyt ratkaisuja, vaikka tehtävät luettiin useampaan kertaan. Oppilas oli hyvin jännittynyt ja hermostunut, kun ei osannut laskea tehtäviä. Jännitys ei tuntunut hellittävän tehtävien teon aikana lainkaan.

Kaksinumeroisten lukujen yhteenlaskussa allekkain oppilas ei osannut sijoittaa muistinumeroa oikeaan paikkaan, mutta kolmi- ja useampinumeroisten lukujen kohdalla muistinumero oli oikein. Esimerkiksi laskusta 46+7 oppilas sai tulokseksi 413, koska muistinumero oli merkitty alas. Yhdessä yhteenlaskussa, missä toinen yhteenlaskettava oli kolmi- ja toinen nelinumeroinen lukujen sijoittelu oli väärin: kolminumeroisen luvun sadat oli merkitty nelinumeroisen luvun tuhansien yläpuolelle, kymmenet satojen ja ykköset kymmenten ylle.

Vähennyslaskuissa oppilas ei hallitse lainaamissääntöä. Muutamassa laskussa oppilas on kääntänyt vähenevän ja vähentäjän toisin päin laskiessaan tehtävää, merkinnät olivat oikein. Esimerkiksi tehtävässä 30-6 oppilas oli vähentänyt 6-0=6 ja tulokseksi saatiin 36. Kahdessa vähennyslaskutehtävässä oppilas ei ollut lainattuaan kymmeniä muistanut lisätä lainattuun kymmeneen ykkösten määrään ja siksi tulos oli väärin.

Oppilas ei osannut jakolaskuja, mutta osasi laskea päässään helpoimman jakolaskun ja kirjoitti tuloksen paperille ohjattuna. Samoin kertolaskuista helpoimman hän osasi laskea päässään, mutta ei osannut kirjoittaa kertolaskua allekkain. Mallin jälkeen hän muisti merkintätavan, mutta ei osannut laskuperiaatteita.

Arviointi ja vertailu. Lukujen järjestäminen on vienyt myös runsaasti aikaa ja tuottanut kolme virhettä satojen ja tuhansien järjestämisessä. Yhteenlaskut lukusuoralla ovat olleet tällekin oppilaalle hankalia. Tässäkin hän on ollut keskimääräistä nopeampi, mutta arvioinneista on osunut kohdalleen vain kolme. Neljässä osiossa hän on arvioinut saamansa summan yli 30 yksikköä, yhdessä yli 20 ja yhdessä yli 10 yksikköä ohi oikean vastauksen. Pallojen määrän arvioinnissa oppilas on suoriutunut erinomaisesti.

Yhteenvetoa oppilas 4:n tuloksista. Oppilas hallitsee aritmeettiset faktat, paitsi kuuden kertotaulun kohdalla. Oppilaalla näyttäisi olevan ongelmia laskutoimitusten suorittamisessa niin yhteen-, vähennys- kuin kertolaskuissakin. Oppilas ei hallitse muistinumeron käyttöä. Vähennyslaskuissa yhteen- ja vähennyslaskut sekoittuvat tai oppilas vaihtaa laskiessaan vähenevän ja vähentäjän paikat. Oppilaan vaikeudet tiivistyvät McCloskeyn mallissa laskutoimitusten suorittamisen vaikeuteen.

Opetuksessa olisi kiinnitettävä huomiota laskutoimitusten suorittamisen johdonmukaisuuteen ja sääntöihin: muistinumeron käyttöön, lainaamiseen sekä käsitteisiin vähenevä ja vähentäjä. Oppilaan paikkajärjestelmän hallinta olisi hyvä varmistaa.

Oppilas 5

Oppilas 5 oli reipas ja ulospäinsuuntautunut tyttö. Tehtävänsä hän suoritti erityisen reippaasti ja näppärästi. Hän oli hyvä huomaamaan omia virheitään ja kysyi neuvoa testaustilanteessa, jos ei osannut laskea.

Ymmärtäminen ja tuottaminen. Kuultujen lukujen vertailu sujui ongelmitta, eikä oppilaan tarvinnut miettiä vastauksiaan lainkaan. Numerolukujen kirjoittaminen kuullusta onnistui hyvin, väärin oli vain kaikkein suurin luku "viisikymmentäkaksituhattakymmenen" → 5010. Tehtävässä, jossa piti laskea pallojen lukumäärä virheet olivat mahdollisesti huolimattomuusvirheitä. Lukujen luettelemisessa pienempien lukujen luettelu takaperin onnistui, mutta suurempia lukuja (82-60) hän ei osannut luetella lainkaan. Kolmen ja kahden välein eteen päin lueteltavissa luvuissa alku sujui hyvin, mutta rytmi sekaantui ja tuli virheitä. Määrä palikoina tehtävästä hän on myös saanut täydet pisteet, vaikka aikaa onkin jälleen kulunut jonkin verran enemmän verrokkien keskiarvoon nähden. Hyvään suoritukseen hän on yltänyt kirjaimista ja määrästä luvuksi -tehtävissä, joissa aikaa on jälleen kulunut jonkin verran keskimääräistä enemmän.

Laskeminen. Aritmeettiset faktat. Tietokoneella tehdyistä yhteenlaskuissa oppilas on suoriutunut erinomaisesti. Vähennyslaskuissa on vaikeuksia, sillä tehtävien suorittamiseen on kulunut paljon aikaa ja tehtävät ovat tuottaneet viisi virhettä (12-3=4, 11-5=5, 12-9=8, 13-5=3, 15-8=2). Kertolaskuissa oppilas kertoi olevansa hyvä, mikä on ristiriidassa hänen suorituksensa kanssa. Hän on suorituksellaan joukon heikoin kertolaskuissa, vaikka ajallisesti hän on suoriutunut keskimääräisesti. Kertolaskuissa hän on jättänyt kokonaan vastaamatta kahdeksaan tehtävään (6x8, 9x7, 3x7, 3x4, 7x6, 2x8, 8x3, 6x9) ja virheellinen tulos hänellä on laskuissa 6x4=19, 3x3=6 ja 4x6=16. Hänellä on vaikeuksia muistaa kertotauluja ja hänellä olikin muistisäännöt viiden ja yhdeksän kertotauluihin. Viiden kertotaulussa voi luetella lukuja viiden välein ja katsoa sormista, kuinka monta lukua on jo luetellut ja yhdeksän kertotaulun "sormitempun" oppilas oli oppinut koulussa.

Laskutoimitukset. Sanalliset tehtävät oppilas laski päässään ja suoriutui niistä kaikkein parhaiten. Allekkainlaskuja, erityisesti jakolaskuja, oli luokanopettajan mukaan kerrattu aamupäivällä, joten niiden olisi pitänyt olla hallinnassa. Jakolaskun idea ei kuitenkaan ollut oppilaalla selvillä, helpoin lasku meni oikein, mutta muiden tehtävien laskemisesta oppilaalla ei ollut käsitystä. Helpoimmastakaan laskusta 12:4 oppilas ei osannut selittää, mitä jakaminen oikeastaan tarkoittaa. Kertolaskujen merkitseminen allekkain oli hallinnassa, mutta laskeminen ei. Oppilas laski kerrottavat yhteen sen sijaan, että olisi kertonut ne. Oppilasta muistutettiin, että kyseessä oli kertolasku, mutta tehtävien tekotapa ei muuttunut.

Yhteenlaskutekniikka oli oppilaalla kunnossa ja muistinumeron merkitseminen oli hyvin hallinnassa. Laskuissa tulleet virheet olivat pieniä muisti- tai huolimattomuusvirheitä, esimerkiksi 9+6 =16 tai 8+7 =16. Vaikeimmassa yhteenlaskussa yhteenlaskettavien lukujen merkitseminen tuotti vaikeuksia. Vähennyslaskunkin perusperiaate oli selvillä, merkitsemistapa, laskeminen ja lainaaminen olivat hallinnassa. Aluksi oppilas laski yhteen, kun piti vähentää. Kun mainittiin, että "nämähän olivat vähennyslaskuja", oppilas huomasi virheensä heti. Vähennyslaskuissa tulleet virheet olivat, kuten yhteenlaskussakin, pieniä muisti- tai huolimattomuusvirheitä. Allekkainlaskuihin tällä oppilaalla meni paljon aikaa ja ne olivat silminnähden työläämpiä verrattuna muihin tehtäviin.

Arviointi ja vertailu. Pallojen määrä tehtävässä hän on suoriutunut hyvin ja ollut siinä erittäin nopea, mistä voidaan päätellä hänen arvioineen pallojen määrät silmämääräisesti. Järjestä luvut -tehtävässä aikaa on kulunut runsaasti keskimääräistä enemmän ja virheellisiä vastauksia on kolme. Lukusuoratehtävässä oppilas on ollut nopea, koska ei osannut laskea tehtävän yhteenlaskuja vaan vastasi summittaisesti. Vain yhdessä kohdassa vastaus on osunut oikeaan. Kahdessa osiossa hän on arvioinut summan yli 30 yksikköä ja neljässä yli 20 yksikkö pieleen oikeasta arviosta. Kolmessa osiossa virheellisyys on 10 yksikkö tai enemmän.

Yhteenvetoa oppilas 5:n tuloksista. McCloskeyn mallin mukaan oppilaan ongelmana matematiikassa on aritmeettisten faktojen hallinta. Oppilas osaa hyvin pienet yhteenlaskut, mutta vähennys- ja kertolaskuissa oli vaikeuksia. Dehaenen esittämä määrän ja suuruuden ymmärtäminen saattaa olla jonkin verran pielessä suuria esim. tuhatlukuja käsiteltäessä. Lukujonotaidoissa taakse päin lueteltaessa oppilas on epävarma suurten lukujen kohdalla. Laskutoimitusten suorittaminen onnistuu hyvin.

Oppilaan opetuksessa tulisi keskittyä vähennys- ja kertolaskujen kertaamiseen. Oppilaan lukujonotaitoja kannattaisi harjoittaa esim. luettelemalla lukuja taakse päin. Määrän ja suuruuden ymmärtämistä voisi harjoitella erilaisten vertailu- ja arviointitehtävien avulla.

Oppilas 6

Oppilas 6 oli hyvin rauhallisen oloinen oppilas. Hän käytti moneen tehtävään kaikkein eniten aikaa ja teki paljon virheitä.

Ymmärtäminen ja tuottaminen. Kuultujen lukujen vertailussa oppilaalla oli vaikeuksia muistaa kuulemiaan lukuja. Viidessä tehtävässä luvut toistettiin ja toistetuistakin kohdista vain kaksi meni oikein. Oppilas arvioi luvun suuruutta monessa kohtaa viimeisen luvun eli ykkösten perusteella. Ilmeisesti viimeinen saneltu luku oli se, mikä hänen mieleensä jäi. Numerolukujen kirjoittaminen kuullusta onnistui kaksinumeroisilla luvuilla. Luvun "tuhatkolmekymmentäneljä" hän sai oikein, mutta vaikeammat kohdat menivät väärin. Esim. "tuhatsatakahdeksan" → 1008, seitsemänsataakahdeksantoista → 118, viisikymmentäkaksituhattakymmenen → 50210.

Lukumäärän tuottaminen laskemalla onnistui hyvin, kaksi kohtaa oppilas laski sormilla. Lukujen luettelemisen ideaa oppilaan oli kovin vaikea ymmärtää. Taaksepäin luetteleminen tuotti paljon vaikeuksia pienilläkin luvuilla, suuremmilla se ei onnistunut ollenkaan. Kahden välein luettelemisesta oppilaalla ei ollut mitään käsitystä eteen- eikä taaksepäin, kymmenen ja kolmen välein luettelemista piti miettiä kauan ja ne onnistuivat vain osittain. Määrästä luvuksi tehtävä oli oppilaalle helppo, mutta aikaa kului paljon. Kirjaimista luvuksi tehtävässä on myös vain yksi virhe, mikä on sama kuin useilla muillakin tämän ryhmän oppilailla eli verbaalinen luku "kymmenentuhattakolmekymmentä" hän on kirjoittanut muotoon 1030. Määrä palikoinakin oli oppilaalle helppo, mutta jälleen aikaa vievä.

Laskeminen. Aritmeettiset faktat. Tietokoneella tehdyissä yhteen- ja vähennyslaskuissa oppilaalla on molemmissa vain yksi virhe, mutta aikaa näiden tehtävien tekemiseen on kulunut noin kaksi kertaa enemmän verrokkien keskiarvoon nähden. Tämä osoittaa, että oppilas käyttää epäsuoria laskustrategioita laskiessaan pieniä yhteen- ja vähennyslaskuja. Näissä laskuissa luvut olivat pienempiä ja voi olla, että oppilas muisti tuloksia ulkoa tai virheellinen sormistalaskutekniikka ei haitannut näissä tehtävissä. Kertolaskuissa näyttäisi olevan jonkin verran vaikeuksia kuuden kertotaulussa, vaikka hän onkin ollut hieman keskimääräistä nopeampi. Neljään tehtävään, joissa kertojana tai kerrottavana oli luku kuusi, oppilas on käyttänyt aikaa 72 sekuntia. Muissa kertolaskuissa oppilas on ollut huomattavasti nopeampi.

Laskutoimitukset. Sanallisten tehtävien ratkaisussa oppilaalla oli suunnattomia vaikeuksia ymmärtää tehtäviä ja muistaa niissä esiintyneitä lukuja. Oppilas laski sormistaan väärällä tekniikalla. Oppilas yritti piirtää palloja ja kirjoittaa lukuja, mutta sekään ei auttanut. Oppilas teki virheitä helpohkoissakin laskuissa: 5+6=1 tai 11-5=1. Tehtävän osio kuusi toistettiin oppilaalle neljästi. (Pekalla on 7 palloa. Annella on kaksi kertaa enemmän palloja kuin Pekalla. Kuinka monta palloa heillä on yhteensä?) Tehtävän ratkaisuperiaatteen oppilas ymmärsi ja sai oikein 7+7=14, mutta tehtävää 14+7 oppilas ei pystynyt mitenkään ratkaisemaan. Oppilaalle annettiin vihje, että paperia ja kynää voi käyttää apuna, mutta oppilas ei keksinyt, että sen voisi kirjoittaa allekkain.

Allekkainlaskuissa työskentely oli hidasta ja lukujen kirjoittamissuunta oli väärä erityisesti kaksinumeroisissa luvuissa, vaikka oppilas kirjoitti luvut oikein, esimerkiksi luvun 15 hän kirjoitti: numeron viisi ykkösten paikalle ja numeron 1 kymmenten paikalle, kun oikein kirjoitetaan ensin kymmenet (1) ja sen perään ykköset (5).

Oppilas kysyi luvan, saako laskea ääneen allekkainlaskuja laskettaessa ja lupa annettiin. Se selkiyttikin laskemista jonkin verran.

Yhteenlaskutekniikka oli hallussa hyvin ja muistinumeroa oppilas osasi käyttää. Virheet tulivat väärin kirjoitetuista luvuista, esim. luvun "kolmesataakolme" oppilas kirjoitti 133. Viimeistä yhteenlaskua 10 348 + 29 706 oppilas ei suostunut edes kirjoittamaan paperille, koska sellaista lukua ei heille oppilaan mielestä ollut koulussa opetettu.

Vähennyslaskujen merkintätapa oli oikein ja laskemisen perusperiaate selvillä. Lainattuaan esimerkiksi kymmeniä oppilas ei muistanut vähentää lainaamiaan kymmeniä ja siksi tuli virheitä. Kaksinumeroiset luvut oli kirjoitettu oikein, kolminumeroisissa luvuissa oli jälleen joitakin merkitsemisvirheitä. Oppilas laski paljon sormistaan, mutta väärällä tekniikalla, minkä vuoksi virheitä tuli runsaasti. Esim. jos laskettavana oli lasku 12-5, oppilas nosti toisesta kädestä kaksi sormea pystyyn (ajatellen sen kuvaavan lukua 12) ja toisesta kädestä viisi (toinen luku 5) ja vähensi niistä (yhteensä seitsemästä pystyssä olevasta sormesta) viisi. Jäljelle jäi kaksi sormea ja tulokseksi siis kaksi. Oppilas ei siis muistanut tai ymmärtänyt, että kaksi ensimmäistä sormea tarkoittivat lukua 12. Vähennettyään kaksi hänen olisi pitänyt ottaa täysi kymppi, josta vähentää loput kolme. Tämän virheellisen tekniikan vuoksi virheitä tuli myös monessa muussa tehtävässä.

Jakolaskuja oppilas ei osannut laskea. Kertolaskujen merkitsemistavan hän hallitsi, mutta laskeminen ei onnistunut. Laskun 10x8 oppilas osasi laskea päässään, vaikka merkitsikin sen allekkain. Kertolaskussa 12x3 oppilas kertoi 2x3=6 ja mainitsi, ettei ykkösellä ole paria, joten sitä ei voi kertoa ja oppilas merkitsikin ykkösen kymmenten kohdalle saaden kertolaskusta tulokseksi 12x3=16.

Arviointi ja vertailu. Lukujen järjestämiseen on kulunut kaksi kertaa enemmän aikaa verrokkien keskiarvoaikaan nähden, mutta hän on saanut kaikki kohdat oikein. Osan tehtävien luvuista hän järjesti lukujen pituuden mukaan, esim. kolminumeroinen luku on suurempi kuin kaksinumeroinen. Pallojen määrän arvioinnissa oppilas on saanut tässä joukossa heikoimman tuloksen sekä ajallisesti että pisteissä kahdella virheellisellä vastauksella. Yhteenlaskut lukusuoralla ei ole tuottanut nopeasta suoriutumisajasta huolimatta yhtään oikeaa vastausta. Hän on arvioinut vastauksen kahdessa osiossa yli 50 yksikköä pienemmäksi kuin oikea vastaus olisi ollut ja kolmessa osiossa yli 40 yksikkö oikeata vastausta pienemmäksi ja kahdessa osiossa hänen arvionsa on yli 20 yksikkö ohitse oikean vastauksen. Vaikuttaisi siltä, kuin hän olisi summittaisesti arvannut joka kohdan.

Yhteenvetoa oppilas 6:n tuloksista. Oppilas osaa mekaaniset laskutoimitukset hyvin, mutta virheet johtuvat siitä, ettei oppilas ymmärrä määrän ja suuruuden merkitystä. Oppilas ei pysty arvioimaan, onko hänen johonkin tehtävään antamansa vastaus järkevä. Oppilas laskee sormistaan väärin, koska sormista laskeminen on hänelle mekaaninen suoritus, eikä hän kykene arvioimaan laskemiensa sormien ja tehtävän lukujen vastaavuutta. McCloskeyn mallissa määrän ymmärtäminen sijoittuu sisäiseen semanttiseen esitykseen, Dehaenen mallissa kysymys on analogisen suuruusluokan ymmärtämisestä. Opetuksessa oppilaan huomio tulisi kiinnittää lukujen määrän ymmärtämiseen. Määrän ymmärtämistä voitaisiin harjoitella erilaisten vertailujen ja määrällisten päätelmien tehtävillä.

8.3 Reliabiliteetti

Ryhmäseulonnoissa oli käytössä kahdeksan erilaista tehtävää ja niissä viidestä lapsen oli menestyttävä yhden keskihajonnan verran kaikkien keskiarvoa heikommin, jotta hänet valittiin tekemään yksilötehtäviä. Näin monen tehtävän käyttö valintakriteerinä poistaa joukosta ne, jotka eivät ymmärtäneet yksittäistä tehtävää tai suoriutuivat väsymyksen tai motivaation puutteen vuoksi tavanomaista heikommin jossakin yksittäisessä tehtävässä. Tehtäviä tehtiin useana eri päivänä lyhyinä harjoituksina oppituntien aikana ja ne olivat erilaisia, joten oppilas ei väsynyt liikaa tehtäviä tehdessään.

Ryhmäseulonnassa käytetyt kahdeksan tehtävää muodostavat yhdessä yhtenevän kokonaisuuden (Cronbachin Alpha =,8846), joten tehtäväpakettia voidaan pitää luotettavana matematiikan oppimisvaikeuden mittana. Korkea Cronbachin Alpha kertoo hyvästä sisäisestä johdonmukaisuudesta eli siitä, miten hyvin kahdeksan tehtävää korreloivat keskenään. Tästä syystä alfaa nimitetään myös sisäisen johdonmukaisuuden kertoimeksi (coefficient of internal consistency). (Nummenmaa, Konttinen, Kuusinen & Leskinen 1997, 187.)

Yksilötehtävissä tutkijoilla oli käytössään samanlaiset ohjekirjat ja tietokoneohjelmat, joista tehtävien suorittamisohjeet luettiin oppilaille. Tehtävien pisteytyskriteerit oli kirjattu tehtävien ohjeisiin. Neljän oppilaan kohdalla yksilötehtäviä tehtiin kahtena eri päivänä, muiden oppilaiden kohdalla sekä kynä- ja paperitehtävät että tietokonetehtävät tehtiin yhden päivän aikana. Aikaa tehtävien tekemiseen kului useamman oppitunnin verran, joten voi olla, että tutkimuksen tekeminen oli joillekin oppilaille liian rasittavaa ja voi siten vaikuttaa tuloksiin.

Matematiikan osaamista arvioitaessa ei ole tarkoituksenmukaista käyttää ryhmätestejä, koska ne kertovat vain, osaako oppilas asian vai ei. Ne eivät kerro mitään niistä syistä, miksi oppilas epäonnistuu jossakin tehtävässä. Ryhmätestit, esim. koulukokeet, mittaavat opetuksen onnistumista, eivät sitä, miten taito osataan. Usein pintaopittu asia saattaa unohtua kokeen jälkeen. Matematiikan oppimisvaikeuksisisten oppilaiden ryhmä on hyvin heterogeeninen, eikä mitään tyypillistä oppimisvaikeutta voida määritellä. Osaaminen on hyvin yksilöllistä, eikä löydy kahta samanlaista oppilasta täysin samanlaisine ongelmineen.

8.4 Validiteetti

Validiteetti ei ole testien ominaisuus, vaan se kuvaa tehtyjä päätelmiä. Validiteetti ei välttämättä ole kertoimen avulla ilmaistava asia, vaan se voidaan perustella myös muunlaisella näytöllä. (Nummenmaa ym. 1997, 203-204.) Tapaustutkimuksessa yksittäinen tapaus ei edusta koko populaatiota, vaan tarkoitus on kuvata yksittäisen oppilaan matematiikan osaamista ja siinä olevia vaikeuksia teorian avulla. Tuloksia ei voida, eikä niitä ole tarkoituksenmukaistakaan, yleistää muihin oppilaisiin. Tarkoitus on luoda erityisopettajalle väline ymmärtää ja lähestyä oppilaan matematiikassa ilmeneviä vaikeuksia teoreettisesta näkökulmasta.

Tutkimuksen luotettavuutta sisältövaliditeetin osalta lisää se, että yksittäistapausten tekemät matematiikan tehtävät on rakennettu teoreettisen mallin mukaan. Jos mitataan auditiivista vastaanottoa, niin oppilaalle annetaan ärsyke auditiivisesti, jos halutaan selvittää tuottamista, niin oppilasta pyydetään tuottamaan vastaus ääneen tai kirjoittamalla. Jokaisen tässä tutkimuksessa mukana olleen tapauksen matematiikan vaikeudet voidaan selittää McCloskeyn mallin mukaan. Lisättäessä teoriaan ja malliin Dehaenen arvioinnin ja vertailun osa-alue, jota McCloskeyn mallissa ei erikseen esitetä, tarkentuu tehtävien tulosten tarkastelu myös siltä osin. Tehtävien luotettavuutta lisää myös se, että ne on rakennettu aiemmin käytettyjen tehtävien pohjalta (Numerical 2000).

Tässä tutkimuksessa ei voitu selvittää, paraniko oppilaiden osaaminen näiden matematiikan tehtävistä tehtyjen tulkintojen mukaisella opetuksella. Oppilaiden osaamisen muuttumista voitaisiin testata näillä oppilailla esim. neljännen luokan keväällä samanlaisilla tehtävillä ja tulkita oppilaan menestyminen niissä. Näin saataisiin tukea tehtyjen johtopäätösten paikkansa pitävyydelle ja tutkimuksen validiteetille. Käyttökelpoisuudesta saataisiin tietoa opettamalla tapausoppilaita kuvatulla tavalla ja tutkimalla uudelleen, ovatko tulokset samanlaisia.

8.5 Tehtävien käyttökelpoisuus

Oppilaiden taitoja ja vaikeusalueita voidaan ymmärtää ja jäsentää McCloskeyn ym. (1985) lukujen ja laskemisen prosessointimallin mukaan. Oppilaiden suoriutumista mallin mukaan valituilla tehtävillä voidaan tarkasti analysoida ja saada selville, onko lapsella jokin kapea-alainen lukujen tai laskemisen prosessointivaikeus. Tässä tutkimuksessa löydettiin kaikkien edellä esitettyjen tapausoppilaiden suoriutumisesta jokin alue, jossa lapsella erityisesti näytti olevan vaikeutta.

Etuna tässä tutkimuksessa on monipuolisuus ja tehtäväpaketin laajuus, vaikka toisaalta tehtävät voivat olla kertasuorituksena oppilaalle raskaita. Tehtävillä voidaan saada selville oppilaan matematiikan osaamisen heikoin osa-alue, mutta myös se, onko lapsella monia vaikeuksia tuottavia osa-alueita tai ns. yleinen heikkous aritmetiikassa. Tehtäväpakettia voidaan pitää hyvänä erityisopettajan työvälineenä, jonka avulla opetusta on helpompi suunnitella kuin tavallisten koulukokeiden perusteella. Koska tässä tutkimuksessa ei tehty seurantatutkimusta, eikä pyritty vaikuttamaan oppilaiden osaamiseen, ei voida sanoa paranevatko tulokset, jos esimerkiksi erityisopetuksella puututaan korjaavasti sen osa-alueen taitoihin, mikä tehtävien tulosten tulkinnassa on todettu heikoimmaksi.

Tietokonetehtävät ovat osalle oppilaista varmasti hyvä motivointikeino, mutta osa oppilaista saattaa jännittää koneen käyttämistä. Tietokonetehtävien toteuttaminen saattaa olla monissa kouluissa vielä hankalaa, sillä kaikilla kouluilla ei ole ehkä ole tarvittavaa internetselainta. Apua saatetaan tarvita ATK-tukihenkilöltä tms. ellei yhteyden olemassa olosta huolimatta päästä kirjautumaan ohjelmaan sisälle. Ongelmia tietokoneiden käytössä ilmeni tämän tutkimuksen aikana jonkin verran, sillä kouluille asennetuista netscape-ohjelmista huolimatta tietokoneita ei saatu heti toimimaan. Oppilas 2:n kohdalla osa tiedoista ei tallentunut ja ongelmia tulosten tulkinnassa tuotti myös tietokoneohjelman kertolaskutehtävien kirjautumisessa ollut virhe, missä tietokone ei hyväksynyt 0 (nollaa) vastaukseksi. Tämä virhe kuitenkin havaittiin tutkimuksen aikana ja oppilaiden tiedot saatiin korjattua. Kaikilla erityisopettajilla ja luokanopettajilla ei välttämättä ole vielä mahdollisuutta käyttää tietokonetta arvioinnin välineenä. Koska tietokonetehtävät on mahdollista suorittaa myös kynä ja paperi -tehtävinä, olisi niistä hyvä olla saatavilla tehtäväpaketin mukana kirjallinen versio.

Tehtävien toteuttaminen ja pisteytys olivat yksinkertaisia ja helppoja tehtävien ohjeita noudattamalla. Toimivaan yksilölliseen arviointiin tämän tutkimuksen tekijät suosittelevat tehtäväksi tarkkaa ohjekirjasta, josta selviävät tehtävien taustalla olevan teorian ja mallin pääperiaatteet sekä tehtäväpaketin tehtävien sijoittuminen malliin. Lisäksi voisi olla aiheellista antaa kirjasessa esimerkkejä lasten tekemien virheiden tulkinnasta. Tämä auttaisi pääsemään eroon tavanomaisesta “osaa - ei osaa” analysoinnista, mistä ei ole kovinkaan paljon hyötyä opetuksen järjestämisessä ja suunnittelussa.

9 POHDINTA

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, soveltuuko McCloskeyn ym. (1985) malli lukujen ja laskemisen prosessoinnista lasten matematiikan oppimisvaikeuksien analysointiin. Tutkimuksessa selviteltiin mallin toimivuuden lisäksi oppilaiden suorittamien tehtävien käyttökelpoisuutta erityisopettajan työvälineenä.

Tutkimuksessa ensimmäinen tehtävä oli pyrkiä seulomaan suuresta oppilasjoukosta niitä oppilaita, joilla todennäköisesti olisi vaikeuksia matematiikan osaamisessa. Tässä osuudessa onnistuttiin hyvin ja käytetty kahdeksan tehtävän tehtäväpaketti osoittautui toimivaksi kokonaisuudeksi. Ryhmäseulonnan perusteella päädyttiin valitsemaan kolmannen luokan oppilaista kuusi tapausoppilasta ja heille neljä verrokkia yksilötehtävien suorittamiseen. Yksilötehtävät oli valittu McCloskeyn ym. (1985) mallin mukaan, jotta tulosten analysointi mallin ja teorian pohjalta olisi mahdollista.

Tutkimuksessa mukana olleet oppilaat olivat kahdelta eri koululta, kolmelta eri luokalta. Kaikki tapausoppilaat ja verrokit olivat tyttöjä. Tutkimuksen tuloksia ei voida yleistää, mutta voidaan olettaa muillakin matematiikan oppimisvaikeuksisilla oppilailla löytyvän sekä vahvoja että heikkoja osa-alueita matematiikan osaamisessa. Olisi ollut mielekästä, jos yksilötehtäviin olisi valikoitunut poikiakin. Yksittäistapaustutkimus ja sellaisten verrokkien käyttö tutkimuksen vertailukohtana, joilla ei matematiikassa erityistä vaikeutta ole, on hyvin lähellä erityisopettajan käytännön työtä. Yksittäiseen oppilaaseen perehtyminen antaa selkeämmän kuvan oppilaan taidoista, kuin koko luokalle pidettävät testit, esim. koulukokeet. Oppilaan osaamiseen saattavat vaikuttaa hyvin monet asiat, esim. opetusmenetelmät, mitä ja miten on opetettu sekä kiinnostus asiaa kohtaan. Näitä asioita voi selvittää jossakin määrin työskentelemällä oppilaan kanssa kahdestaan.

Tulosten analysoinnissa voitiin löytää jokaiselta tutkimuksessa mukana olleelta tapausoppilaalta McCloskeyn ym. mallin olettamia prosessointivaikeuksia joko hyvin kapealta tai useammalta osa-alueelta. Verrokit suoriutuivat odotetusti tapausoppilaita paremmin.

Tapausoppilailta 1 ja 2 löydettiin molemmilta lukujen syntaktisen rakenteen ongelma. Oppilas 1 ei pysty tuottamaan oikein auditiivisesti vastaanotettua numeerista tietoa arabialaisilla numeroilla. Oppilas 2:lle vaikein asia vaikuttaisi olevan arabialaisten lukujen kirjoittaminen niin auditiivisesti kuin visuaalisesti vastaanotetun verbaalisen tiedon perusteella.

Arabialaisten lukujen kirjoittaminen oli näille oppilaille hankalaa, joko verbaalisen kuullun tai nähdyn kautta tai molemmista. Yleensä lasten tekemät syntaktiset virheet kirjoitettaessa arabialaisia lukuja sanelusta ovat lukujen prosessoinnin kehittymiseen liittyviä ja keskenään samankaltaisia. Esim. kuultu luku "kaksisataaviisi" kirjoitetaan arabialaisin numeroin 2005, kuultu luku "kolmetuhattaviisisataakahdeksan" kirjoitetaan 30005008. He ikään kuin soveltavat arabialaisten lukujen kirjoittamisen sääntöjä yli, esim. luku "kaksisataaviisi" sääntönä on, että luvun "200" viimeinen "0" korvataan luvulla "5". Lapset sen sijaan soveltavat ns. ketjusääntöä, missä luku "5" liitetään luvun "200" jatkoksi, jolloin siitä tuleekin luku 2005. (Macaruso & Sokol 1998, 212.) Tämän tutkimuksen tapausoppilaiden arabialaisten lukujen kirjoittamisen virheissä ei ollut havaittavissa tällaisia piirteitä, vaan virheet olivat monimutkaisempia ja enemmän erityiseen vaikeuteen viittaavia, kuin normaaliin lukujen prosessoinnin kehitykseen liittyviä sääntöjen ylisoveltamista.

Oppilas 3:lle vaikeaa on laskeminen. Vaikeuksia on sekä aritmeettisissa faktoissa että laskutoimitusten suorittamisessa. Oppilas 4 puolestaan hallitsee aritmeettiset faktat, mutta hänen vaikeutensa liittyvät laskutoimitusten suorittamiseen. Oppilas 5:n ongelmana matematiikassa on aritmeettisten faktojen hallinta. Määrän ja suuruuden ymmärtämisessä saattaa myös olla jonkin verran vaikeuksia suuria esim. tuhatlukuja käsiteltäessä. Oppilas 6 osaa mekaaniset laskutoimitukset hyvin, mutta virheet johtuvat siitä, ettei oppilas ymmärrä määrän ja suuruuden merkitystä. Oppilas ei pysty arvioimaan, onko hänen johonkin tehtävään antamansa vastaus järkevä.

Pienet yhteen-, vähennys- ja kertolaskut näyttävät erottelevan oppilaiden osaamista hyvin ja niiden suorittamisessa sai kuvan lapsen käyttämistä laskemisstrategioista. Pienet yhteenlaskut sujuivat kaikilta varsin hyvin, mutta kolmasluokkalaisen tulee ne jo osatakin. Pienet vähennyslaskut puolestaan tuottivat kahdelle tapausoppilaalle vaikeuksia. Lähes kaikki tapausoppilaat käyttivät ainakin jonkin verran apuna sormista laskemista. Geary & Brown (1991) sekä Geary (1993) ovat tutkineet yksinumeroisilla luvuilla (0-9) yhteenlaskemisesta suoriutumista kouluikäisillä matematiikan oppimisvaikeuksisilla oppilailla. Heidän tutkimuksensa perusteella voidaan todeta, että matematiikan oppimisvaikeuksiset oppilaat turvautuvat paljon pitempään epäsuoriin laskemisstrategioihin, esim. sormista laskemiseen, kuin aritmetiikassa normaalisti edistyvät lapset. Normaalisti edistyvät lapset siirtyvät nopeammin muistista hakustrategiaan, kun taas ne oppilaat, joilla on vaikeuksia aritmetiikassa eivät luota laskutaitoihinsa vaan turvautuvat sormista laskemiseen ja verbaaliseen laskemiseen. Tätä voidaan selittää Gearyn & Brownin (1991, 404) mukaan siten, että joillakin lapsilla pitkäkestoisen aritmeettisen muistivaraston kehittyminen on hitaampaa kuin toisilla tai pitkäkestoinen muistivarasto on syystä tai toisesta epänormaalisti kehittynyt.

Strategian valinta ongelmanratkaisussa riippuu strategian luotettavuudesta ja nopeudesta saavuttaa oikea vastaus (Geary & Brown 1991, 399), eli jos oppilas ei ole varma omasta päässälaskutaidostaan (muistista hausta) hän tarkistaa vastauksen esim. sormilla laskien, jolloin myös laskutoimitukseen käytetty aika pitenee. Mielikuva tehtävän ja oikean vastauksen välillä kehittyy matematiikan oppimisvaikeuksisilla hitaammin kuin muilla (Geary & Brown 1991, 405). Tämän tutkimuksen tapausoppilaista kolme ja verrokeista kaksi turvautuivat sormista laskemiseen. Verrokit näyttivät selviytyvän kuitenkin tapausoppilaita useammin suoran muistista haun avulla. Templen (1997, 263) mukaan normaalissa kehityksessä suurin osa yksinkertaisista yhteenlaskutehtävistä ratkaistaan suoralla muistista haulla viimeistään 11-12 ikävuoteen mennessä. Tässä tutkimuksessa lasten ikä oli keskimäärin 10 vuotta.

Peruslaskutaitojen opettelussa pitäisi Ahosen ja Räsäsen (1995, 230) mukaan pyrkiä huomioimaan lapsen oma tapa ratkaista laskutoimituksia. Näistä esimerkkinä ovat luettelemispohjaisten strategioiden käyttö ja tarvittaessa erilaisten luettelemista tukevien apuvälineiden, ennen kaikkea sormien, käyttö. Myös Dehaene (1997, 129) muistuttaa sormista laskemisen olevan tärkeä vaihe kymmenjärjestelmän oppimisen kannalta. Dehaenen mukaan lapsen strategian valinta laskutoimitusten suorittamisessa riippuu menetelmän luotettavuudesta ja nopeudesta eli valinta perustuu lapsen omiin kokemuksiin strategian toimivuudesta. Yleensä lapsi käyttää juuri sitä menetelmää, minkä parhaiten osaa ja palaa heti varmempaan strategiaan esim. muistista haun epäonnistuessa tai tarkistaessaan laskun vastausta. Tähän tutkimukseen osallistuneista oppilaista moni arkaili sormien käyttöä, eikä uskaltanut laskea sormista vaikka mieli olisi tehnyt. Sormista laskemista jopa hävettiin, tutkijat saivat sen mielikuvan, ettei sormista laskemista pidetä koulussa hyväksyttävänä.

Niin pienet yhteenlaskut kuin kertotaulutkin olisi hallittava kolmannen luokan jälkeen. Templen (1997) mukaan jotkut kertotaulut ovat helpompia oppia kuin toiset myös niille lapsille, joiden aritmeettisessa prosessoinnissa ei ole häiriötä. Yleensä pieniä lukuja sisältävät kertolaskut, esim. 2x4, 3x1, ovat helpompia kuin suurilla luvuilla kertominen, esim. 9x7, 6x8. Lopulta suurin osa lapsista oppii muistamaan myös vaikeimmat laskut. Jos taitoa ei opita, voi kyseessä olla kehityksellisen dyskalkulian muoto, jossa vain pieni alue on ongelmallinen muiden taitojen kehittyessä normaalisti.

Ashcraft & Christy (1995) ovat kartoittaneet yhteen- ja kertolaskujen toistuvuutta matematiikan oppikirjoissa, jonka avulla he pyrkivät selvittämään miksi ns. suurten lukujen (6-9) yhteen- ja kertolaskut ovat vaikeampia oppia ja muistaa kuin pienten lukujen (2-5). Suurempien lukujen tehtävissä reaktioaika on pitempi ja virheet yleisempiä kuin pienten lukujen tehtävissä. Tämä ilmiö on yleinen sekä lapsilla että aikuisilla. Pienten lukujen toistuvuus tehtävissä on heidän mukaansa paljon suurempi kuin suurten lukujen toistuvuus, mikä saattaa johtaa epätasapainoon yhteen- ja kertolaskujen hallinnassa, ellei esim. opettaja huomaa korjata tätä epätasapainoa. Nollan ja ykkösen kertolaskujen harjoittelu korvataan usein pelkästään opettelemalla niitä koskevat säännöt (0 x N = 0, N x 0 = 0, 1 x N = N, N x 1 = N) , joiden ajatellaan riittävän ko. laskujen hallintaan. Tässä tutkimuksessa yhden oppilaan kohdalla oli selkeästi huomattavissa nollasääntöjen osaamattomuus.

Tehtävien tekeminen oppilaiden kanssa sujui hyvin ja tuloksia analysoitiin McCloskeyn ym. (1985) ja Dehaenen (1992) mallien mukaan varsin onnistuneesti. McCloskeyn ym. malli sopii tämänkin tutkimuksen perusteella aikuisten aritmetiikan osaamisen analysoimisen lisäksi myös lasten matematiikan oppimisvaikeuksien kuvaamiseen ja analysointiin, kuten Shalev, Weirtman ja Amir (1988) ovat omassa tutkimuksessaan todenneet. Tapausoppilaiden suoritusprofiileista löytyi eroavaisuuksia ja niitä kyettiin analysoimaan McCloskeyn mallin pohjalta. Analysoinnilla löydettiin sekä heikkoja että vahvoja osa-alueita oppilaan matematiikan osaamisessa. Oppilaiden vahvoja puolia pitäisi osata opetuksessa käyttää hyödyksi, sillä moni matematiikan oppimisvaikeuksinen oppilas pitää itseään huonona koko matematiikan osaamisessa.

Yleinen matematiikan oppimisvaikeuksiin liittyen raportoitu tulos on, että syynä vaikeuksiin olisivat työmuistin puutteet (Macaruso & Sokol 1998, 203). Tutkimusten puute muistin osalta on ollut se, ettei niissä ole onnistuttu tarkastelemaan työmuistin toimintaa sen liittyessä suoraan matematiikan tehtävien ratkaisuun (Macaruso & Sokol 1998, 218). Tässä tutkimuksessa ei pyritty mittaamaan muistiin liittyviä seikkoja, pitäen mielessä erityisopettajan työnkuvaan liittyviä asioita, sillä muistin tutkiminen kuuluu psykologeille. Muistin osuus tässä tutkimuksessa tuli esille lasten vaikeuksissa oppia muistamaan aritmeettisia faktoja, kuten kertotauluja, yhteenlaskuja ja allekkainlaskutoimitusten sääntöjä. Räsänen ja Ahonen (1998, 173) mainitsevat, että ongelmat muistaa lainaus- ja muistinumerosääntöjä tai laskuoperaation vaihtaminen kesken laskutoimitusta ovat hyvin tyypillisiä lapsille, joille matematiikka on hankalaa, ja erityisen tyypillisiä lapsille, joilla on myös tarkkaavuuden tai oman toiminnan ohjaamisen häiriöitä.

Tehtävien soveltuvuus. Yksilötehtäväpaketti on monipuolinen kokonaisuus oppilaiden vaikeusalueita etsittäessä. Tulosten analysoiminen McCloskeyn ym. (1985) ja Dehaenen (1992) mallien perusteella antaa hyvän pohjan yksilöllisen opetuksen suunnittelua ja järjestämistä varten. Suomea koskeva ongelma on ollut diagnostisen arviointivälineistön puuttuminen, sillä normitettuja matematiikan testistöjä ei ole, eivätkä olemassa olevat testit ja tehtäväpaketit ole riittäviä lasten matematiikan oppimivaikeuksien analysoimiseksi. (Ahonen & Räsänen 1995.)

Tässä tutkimuksessa käytössä olleissa tehtävissä on sekä helppoja että vaikeita osioita peruskoulun kolmasluokkalaisille. Perustaitojen puutteet paljastuvat näillä tehtävillä hyvin. Liian helpoilta tehtäviltä kolmasluokkalaisille vaikuttavat määrästä luvuksi ja pallojen määrä. Molemmissa tehtävissä kaikki oppilaat menestyivät hyvin, sillä lukumäärät olivat pieniä eivätkä tehtävät erotelleet oppilaita. Pallojen määrä -tehtävää voisi muuttaa siten, että pallot olisivat pienempiä ja samanvärisiä, esim. mustia. Pallot voitaisiin ryhmitellä siten, ettei niitä voisi laskea, vaan tehtävässä olisi pakko arvioida.

Sanallisista tehtävistä kukaan oppilaista ei saanut kaikkia tehtäviä oikein. Tehtävissä oli paljon lukuja ja käsitteitä ja ne olivat kuultuna suhteellisen pitkiä muistettavia. Tässä tutkimuksessa käytetyt sanalliset tehtävät saattavat olla liian vaikeita kolmasluokkalaisille. Sanallisia tehtäviä voisi suorittaa myös siten, että oppilas itse lukee tehtävän, jolloin tehtävän suorittamisesta näkisi, miten oppilas lukee tehtävän, mihin hän kiinnittää huomionsa ja mikä on hänen tekniikkansa nähdyn sanallisen tehtävän suorittamisessa. Tällöin ei tarvitsisi muistaa kuulemaansa tietoa ulkoa, vaan tehtävä olisi näkyvillä ja tarvittavat luvut ja käsitteet tarkistettavissa. Sanallisten tehtävien ratkaiseminen sekä kuullun että nähdyn perusteella paljastavat oppilaan taidoista eri asioita.

Jakolaskujen allekkainlaskut olivat liian vaikeita kolmasluokkalaisille, sillä kolmannella luokalla harjoitellaan vasta yksinkertaisia jakolaskuja eikä niitä lasketa allekkain. Tapausoppilaista kaksi ja verrokeista kaksi osasivat laskea ensimmäisen eli helpoimman jakolaskun 12:4. Tapausoppilaista kukaan ei osannut selittää omin sanoin, mistä jakolaskuissa on kysymys, vaikka esim. yleisesti käytössä olevassa matematiikan Laskutaito-oppikirjassa (Rikala ym. 1997, 1998) jakolaskuihin perehdytään joulun jälkeen kevätlukukaudella ja niitä kerrataan toukokuussa. Samassa oppikirjassa kevätlukukaudella ei enää käydä lainkaan läpi yhteen- ja vähennyslaskujen allekkainlaskuja. Oppilaiden vaikeudet yhteen- ja vähennyslaskujen allekkainlaskutoimitusten suorittamisessa saattavat johtua kertaamisen puutteesta, jos ko. laskuja on viimeksi harjoiteltu ennen joulua. Tämän tutkimuksen tapausoppilailla ja yhdellä verrokeista oli havaittavissa sekaannusta eri laskutoimitusten merkintätavoissa, mikä saattaa johtua keväällä opetelluista jakolaskuista ja murtolukumerkinnöistä. Uuden oppiminen saattaa sekoittaa aikaisemmin opittuja taitoja, varsinkin jos aikaisemmin opitut taidot eivät ole vielä vakiintuneet ennen uusien asioiden opettelua.

Myös kertolaskut allekkain olivat varsin vaikeita, sillä kolmannella luokalla opetetaan kertolasku yksinumeroisella kertojalla, mutta tutkimuksessa käytössä olleet kertolaskut olivat suurelta osin monimutkaisempia. Yleisesti tehtävien tekemisen ja teettämisen kannalta allekkainlaskuja oli liikaa. Kymmenen laskua jokaisesta laskutyypistä (+, -, x, /) olisi riittävä, kun tehtävät valitaan huolella. Allekkainlaskutehtävissä moni oppilaista väsyi laskujen määrään.

Macaruso & Sokol (1998) toteavat tutkimustensa perusteella, että arviointitaidot ovat vaikeita monille lapsille, joilla on kehityksellinen dyskalkulia. Tässä tutkimuksessa vaikeaksi arvioinnin tehtäväksi osoittautui arviointi lukusuoralla, joka sisälsi myös arvioivaa yhteenlaskua. Lapset eivät tuntuneet luottavan laskutaitoonsa tarpeeksi voidakseen laskea, mitä yhteenlaskun vastaukseksi suurinpiirtein voisi tulla, vaan lähes kaikki yrittivät saada laskemalla selville tarkan vastauksen ja vasta sen jälkeen arvioida, mihin tarkka vastaus sijoittuisi. Tässä arviointi sujui kaikilla tapausoppilailla ja yhdellä verrokilla erittäin heikosti, eikä kukaan verrokeista saanut kaikkia osioita oikein. Yhteenlaskut voisivat olla helpompia ainakin tehtävän alkupäässä esim. tasakymmenien yhteenlaskua. Lukusuora voisi olla erilaisilta välimatkoilta, nyt kaikissa tehtävissä piti arvioida yhteenlaskun tuloksen sijoittumista välillä 0-100. Joissakin kohdissa alue voisi olla 0-10, 0-20 tai 0-50, jolloin myös yhteenlaskun vaikeustaso vaihtelisi. Nyt oppilailla kului tehtävässä liikaa aikaa ja energiaa pelkän yhteenlaskun tuloksen selvittämiseen, ja arviointi saattoi jäädä joidenkin oppilaiden kohdalla toisarvoiseksi suoritukseksi.

Tehtäviä voisi edelleen kehittää selkeämmin mittaamaan vain tiettyä aluetta McCloskeyn ym. mallin mukaan, jolloin monitulkintaisuudesta päästäisiin eroon. Tässä tutkimuksessa tutkijat totesivat monen tehtävän menevän taitoja tarkasteltaessa ikään kuin päällekkäin, sillä esim. ymmärtämistä ja tuottamista mittaavissa tehtävissä taitojen erottaminen toisistaan ei ollut yksiselitteistä. Tämän vuoksi ymmärtämis- ja tuottamistehtävät yhdistettiin tarkastelussa yhdeksi alueeksi, josta tosin oli kaikkia tehtäviä tarkasteltaessa nähtävissä kummalla osa-alueella ongelmia oli enemmän. Tulosten analysoiminen ei välttämättä ole kovin helppo tehtävä, ellei taustalla olevaan teoriaan ole perehtynyt.

Opettajan tehtävänä on analysoinnin perusteella löytää oppilaan opettamiseen soveltuvat yksilölliset menetelmät ja tehtävät. Ongelmien paikantamisen jälkeen on vuorossa opetuksen suunnittelu oppilaan tarpeita vastaavaksi. Joskus matematiikan osaamisen vaikeuksissa saattaa olla kyse vain pienestä väärin ymmärretystä tai väärin opitusta seikasta, jonka korjaaminen tapahtuu nopeasti ja helposti vaikeusalueen löydyttyä. Vaikeuksien korjaaminen voi kuitenkin olla myös pitkällinen prosessi, johon sekä opettajan että oppilaan olisi sitouduttava. Analysoinnin perusteella voidaan myös muodostaa pieniä oppilasryhmiä, mikäli heiltä löytyy samanlaisia vaikeusalueita. Analysoimalla oppilaiden osaamista ja opettamalla samaan aikaan niitä oppilaita, joilla on samanlaisia vaikeuksia, opetus on tehokkaampaa.

Jatkotutkimusaiheita. Tutkimuksessa käytettyjä tehtäviä voisi edelleen muokata kunkin ikäluokan opetussuunnitelmien mukaan ja näin kehittää tehtäviä eri ikäisille oppilaille. Tutkimuksen aikana tutkijat tulivat pohtineeksi myös sitä, mihin ajankohtaan lasten testaaminen matematiikan osaamisen kannalta olisi järkevää. Ensimmäisen tai toisen luokan jälkeen ajankohta testaamiselle olisi hyvä, sillä alkuopetuksen jälkeen voitaisiin hyvin tarkistaa ovatko lapset oppineet kymmenjärjestelmän ja tarvittavat peruslaskutaidot ennen suuriin sata- tai tuhatlukuihin siirtymistä. Mielekästä olisi teettää yksilötehtävät myös esim. kuudennen luokan aikana, koska siirtyminen seitsemännelle luokalle ja usein eri kouluun muuttavat totuttuja opiskelurutiineja ja koulunkäyntiä. Tällöin voitaisiin kartoittaa niiden oppilaiden vaikeuksia aritmetiikassa, joilla niitä opettajan mielestä näyttäisi olevan ja välittää tietoa oppilaiden osaamisesta sekä oppilaille itselleen että tuleville opettajille.

Tämän tutkimuksen puitteissa pitkittäistutkimus ei ollut mahdollista, joten tutkimuksessa mukana olleille kuudelle oppilaalle olisi mielenkiintoista teettää mahdollisuuksien mukaan uusi yksilötehtävien osuus, jotta nähtäisiin ovatko tulokset pysyneet samanlaisina, onko korjaantumista tapahtunut vai onko joissakin asioissa menty taaksepäin. Mikäli tehtäviä edelleen muokataan, olisi uusia paranneltujen tehtävien toimivuutta myös hyvä kokeilla. Ihanteellista olisi, jos oppilaat voisi testata esimerkiksi syksyllä tai heti alkukeväästä ja uusia testi kevään lopussa. Tällöin voisi olla mahdollista antaa testien välissä korjaavaa opetusta ja tutkia sen vaikutusta.

LÄHTEET

Ahonen, T. & Räsänen, P. 1995. Matemaattiset oppimisvaikeudet. Teoksessa H. Lyytinen, T. Ahonen, T. Korhonen, M. Korkman & T. Riita (toim.) Oppimisvaikeudet -neuropsykologinen näkökulma. Juva: Wsoy, 209-246.

Arites. 2000. Niilo Mäki Instituutti. http://www.nmi.jyu.fi/arites 15.9.2000

Ashcraft, M. H. & Christy, K. S. 1995. The frequency of arithmetic facts in elementary texts: addition and multiplication in grades 1-6. Journal for Research in Mathematics Education. National Council of Teachers of Mathematics. Vol. 26, no. 5, 396-321

Ashcraft, M. H., Yamashita, T. S. & Aram, D. M. 1992. Mathematics performance in left and right brain-lesioned children and adolescents. Brain and Cognition, 19, 208-252.

Badian, N. A. 1983. Dyscalculia and nonverbal disorders of learning. Teoksessa H. R. Myklebust (toim.) Progress in learning disabilities. Vol. 5. New York: Grune & Stratton, inc., 235-255.

Cohen, C., Dehaene, S., Chochon, F., Lehéricy, S. & Naccache, L. 2000. Language and calculation within the parietal lobe: a combinet cognitive, anatomical and fMRI study. Neuropsychologia 38, 1426-1440.

Dehaene, S. 1992. Varieties of numerical abilities. Special Issue in Numerical Cognition. Cognition. Vol 44, no. 1-2, 1-42.

Dehaene, S. 1997. The number sense. How the mind creates mathematics. Oxford University Press: New York.

Donders, J. & Rourke, B. P. 1980. Visual discrimination abilities in learning-disabled children assessed by the underlining test. Ontario: University of Windsor, Department of Psychology.

Erityispedagogiikka 1. 1993. J. Hautamäki, U. Lahtinen, S. Moberg, K. Tuunainen (toim.) Wsoy: Juva. 99-120.

Geary, D. C. 1990. A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. Journal of Experimental Child Psychology, 49, 363-383.

Geary, D. C. 1993. Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. Psychological Bulletin. Washington: APA. Vol. 114, no. 2, 345-362.

Geary, D. C. & Brown, S. 1991. Cognitive addition: strategy choice and speed-of-processing differences in gifted, normal, and mathematically disabled children. Developmental Psychology. Vol. 27, no. 3, 398-406.

Kosc, L. 1974. Developmental dyscalculia. Journal of learning disabilities. Programs, materials, techniques. Vol. 7, no. 3, 164-178.

Langdon, D. W. & Warrington, E. K. 1997. The abstraction of numerical relations: a role for the right hemisphere in arithmetic? Journal of International Neuropsycholigical Society, 3, 260-268.

Lerner, J. 1993. Learning disabilities. Theories, diagnosis & teaching strategies. Boston: Northeastern Illinois University.

Lukilasse. 1999. Lukemisen, kirjoittamisen ja laskemisen seulontatestistö peruskoulun ala-asteen luokille 1-6. T. Häyrinen, S. Serenius-Sirve & M. Korkman (toim.) Psykologien Kustannus oy.

Macaruso, P. & Sokol, S. M. 1998. Cognitive neuropsychology and developmental dyscalculia. The development of mathematical skills. Studies in Developmental Psychology. C. Donlan (Ed.) Psychology Press. 201-226.

Malinen, P. 1998. Katsaus matematiikan oppimisen, oppimisvaikeuksien ja opetuksen tutkimuksiin Suomessa. Teoksessa: T. Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka -näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Yliopistopaino: Jyväskylä. 11-17.

McCloskey, M. 1992. Cognitive mechanisms in numerical processing: evidence from acquired dyscalculia. Special Issue in Numerical Cognition. Cognition. Vol 44, no. 1-2, 105-157.

McCloskey, M., Aliminosa, A. & Macaruso, P. 1991. Theory-based assesment of acquired dyscalculia. Brain and Cognition. Academic Press, inc. Vol 17, no. 2, 285-308.

McCloskey, M., Caramazza, A. & Basili, A. 1985. Cognitive mechanisms in number processing and calculation: evidence from dyscalculia. Brain and Cognition. Academic Press, inc. Vol 4, no. 1., 171-196.

Numerical. 2000. Test neurocognitif pour l´apprentissage du nombre et du calcul. Actualités psychologiques. Gaillard, F., Conne, F. & Tiéche Christinat, C. (Suom. Räsänen, P. & Salmi, P.)

Nummenmaa, T., Konttinen, R., Kuusinen, J. & Leskinen, E. 1997. Tutkimusaineiston analyysi. WSOY: Porvoo.

Rikala, S., Uus-Leponiemi T. & Ilmavirta R. 1997. Laskutaito 3. Syysosan opettajan kirja. WSOY: Porvoo.

Rikala, S., Uus-Leponiemi T. & Ilmavirta R. 1998. Laskutaito 3. Kevätosan opettajan kirja. WSOY: Porvoo.

Rourke, B. P. 1982. Central processing deficiencies in children: toward a developmental neuropsychological model. Journal of Clinical Neuropsychology. Vol. 4, no. 1, 1-18.

Rourke, B. P. 1993. Arithmetic disabilities, specific and otherwise: a neuropsychological perspective. Journal of Learning Disabilities. Vol. 23, no. 4, 214-226.

Rourke, B. P. & Conway, J. A. 1997. Disabilities of arithmetic and mathematical reasoning: perspectives from neurology and neuropsychology. Journal of Learning Disabilities. Vol 30, no. 1, 34-46.

Rourke, B. P. & Finlayson, M. A. J. 1978. Neuropsychological significance of variations in patterns of academic performance: verbal and visual-spatial abilities. Journal of Abnormal Child Psychology. Vol. 6, no. 1, 121-133.

Räsänen, P. 1992. RMAT. Matematiikan suoritustesti 8-12 -vuotiaille. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Räsänen, P. & Ahonen, T. 1998. Yksittäistapaustutkimus aritmetiikan kognitiivisen prosessoinnin arkkitehtinä -neuropsykologinen näkökulma matematiikan oppimisvaikeuksiin. Teoksessa T. Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka -näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Yliopistopaino: Jyväskylä. 163-188.

Shalev, R., Manor, O., Amir, N. & Gross-Tsur, V. 1993. The acquisition of arithmetic in normal children: assessment by a cognitive model of dyscalculia. Developmental Medicine and Child Neurology. Cambridge University Press. No. 7, 35, 593-601.

Shalev, R. S., Manor, O., Amir, N., Wertman-Elad, R. & Gross-Tsur, V. 1995. Developmental dyscalculia and brain laterality. Cortex. A Journal Devoted to the Study of the Nervous System and Behavior. Vol. 31, no. 2, 357-365.

Shalev, R., Weirtman, R. & Amir, N. 1988. Developmental dyscalculia. Cortex. A Journal Devoted to the Study of the Nervous System and Behavior. Vol 24, no. 4, 555-561.

Siegler, R. S. 1988. Individual differences in strategy choices: good students, not-so-good students, and perfectionists. Child Development. Vol. 59, no. 4, 833-851.

Sokol, S. M., Macaruso, P. & Gollan, T. M. 1994. Developmental dyscalculia and cognitive neuropsychology. Developmental Neuropsychology. Vol. 10, no. 4, 413-441.

Strang, J. D. & Rourke, B. P. 1985. Arithmetic disability subtypes: the neurosychlogical significance of specific artihmetical impairment in childhood. Teoksessa: B. P. Rourke (toim.) Neuropsychology of Learning Disabilities. Essentials of Subtype Analysis. New York: The Guilford Press. Chapter 8, 167-183.

Temple, C. M. 1989. Digit Dyslaxia: A category-specific disorder in developmental dyscalculia. Cognitive Neuropsychology. Vol 6, no. 1, 93-116.

Temple, C. M. 1991. Procedural dyscalculia and number fact dyscalculia: double dissociation in developmental dyscalculia. Cognitive Neuropsychology. Vol. 8, no. 2, 155-176.

Temple, C. M. 1992. Developmental dyscalculia. Handbook of Neuropsychology. S. J. Segalowitz, I. Rapin (Eds.) Section 10. Child Neuropsychology. Part 2, Vol.7, 211-222.

Temple, C. M. 1997. Arithmetical disorders. Chapter 7, 253-286. Teoksessa: Developmental cognitive neuropsychology. Brain Damage, Behavior and Cognition Series. Psychology Press.

Hyvät vanhemmat ja huoltajat

Niilo Mäki Instituutti on Jyväskylän yliopiston yhteydessä toimiva tutkimuslaitos, joka tutkii oppimista ja oppimisvaikeuksia. Nyt yhdessä Jyväskylän koulutoimen kanssa Niilo Mäki Instituutti toteuttaa tutkimuksen, jolla pyritään kehittämään matematiikan osaamisen arviointivälineitä luokanopettajien ja erityisopettajien käyttöön.

Myös teidän lapsenne luokka on mukana tutkimuksessa, johon osallistuu yhteensä yli 600 lasta. Tutkimus toteutetaan siten, että opettaja teettää osana koulutyötä koko luokalle joukon erilaisia matematiikan tehtäviä, joiden tulokset eri luokilta ja eri kouluista kootaan yhteen tehtävien analysoimista varten. Analysoinnin tulokset raportoidaan keskiarvoina ja muina useiden oppilaiden suorituksia kuvaavina tunnuslukuina. Kenenkään yksittäisen lapsen tuloksia tai tietoa hänen osallistumisestaan tutkimukseen ei julkisteta. Myöskään mitään yksittäistä oppilasta koskevaa tietoa tai sellaista materiaalia, josta oppilaan henkilöllisyys olisi tunnistettavissa ei julkaista tai luovuteta ulkopuolisille.

Jotta opettajat voisivat toimittaa luokkiensa oppilaiden matematiikan tehtävien tulokset tutkijoille, tarvitsemme jokaisen lapsen huoltajilta siihen kirjallisen luvan. Tämä opettajalle palautettava lupa koskee ainoastaan koko luokalle tehtäviä matematiikan tehtäviä. Lupia ei toimitetaan tutkijoille, vaan ne jäävät opettajan haltuun.

Tietoa tehtävistä ja niiden tuloksista annetaan opettajan välityksellä kirjallisesti jokaisen tutkimukseen osallistuvan oppilaan kotiin tutkimuksen suorittamisen jälkeen. Myöhemmin keväällä toivomme voivamme tarkentaa tutkimuksemme tuloksia ja tällöin pyydämme osallistumislupaa pienemmältä oppilasryhmältä. Tämä pyyntö toimitetaan valittujen oppilaiden vanhemmille erikseen.

Pyydämme Teitä palauttamaan tämä lupalomakkeen täytettynä opettajalle viimeistään **perjantaina 10.3.2000.**

Yhteistyöstä kiittäen, lisätietoja tutkimuksesta antavat

Pekka Räsänen
tutkija/ neuropsykologian erikoispsykologi
Niilo Mäki Instituutti
p. 260 2901
e. prasanen@jyu.fi

Tanja Hämäläinen
erityispedagogiikan opiskelija
p. 0400 939 297
e. thhamala@st.jyu.fi

Nina Kykkänen
erityispedagogiikan opiskelija
p. 040 505 4081
e. ninaky@st.jyu.fi

— (leikkaa tästä)

Niilo Mäki Instituutti
Matematiikan arviointivälineistötutkimus, 2000

Lapseni ________________________________
(etunimi sukunimi)

☐ matematiikan tehtävien tulokset saa antaa tutkimuksen käyttöön.
☐ matematiikan tehtävien tuloksia ei saa antaa tutkimuksen käyttöön.

____
Huoltajan allekirjoitus

Hyvät vanhemmat ja huoltajat

Lapsenne luokka on aiemmin tänä keväänä osallistunut Niilo Mäki Instituutin matematiikan arviointivälinetutkimuksen ensimmäiseen vaiheeseen. Tutkimukseen osallistui yhteensä yli 600 oppilasta (1.-6.- luokkalaisia) Jyväskylän eri kouluista.

Tutkimuksen toisessa vaiheessa haluaisimme tarkentaa tuloksia pienemmän oppilasjoukon kanssa. Tutkimuksen tavoitteena on selvittää käytettyjen tehtävien soveltuvuutta lasten laskutaidon arvioinnissa. Lisäksi tulokset auttavat opettajaa matematiikan opetuksen suunnittelussa.

Oppilaat on valittu yhteistyössä opettajan kanssa, osa aiempien tehtävien tulosten perusteella, osa arpomalla. Tutkimuksessa oppilaat tekevät runsaan tunnin ajan erilaisia laskutehtäviä koulussa tavallisen koulupäivän aikana eikä niiden tekemiseen tarvitse valmistautua mitenkään. Yksilöllisen ohjauksen avulla pyrimme varmistamaan, että tutkimustilanne on lapselle miellyttävä.

Teidän lapsellanne on mahdollisuus osallistua tutkimuksen toiseen vaiheeseen. Jotta lapsenne voisi osallistua tutkimukseemme, mitä suuresti toivomme, tarvitsemme siihen Teiltä kirjallisen luvan. Tutkimukset ovat ehdottoman luottamuksellisia. Tutkimustulokset raportoidaan siten, ettei yksikään lapsi ole tuloksista tunnistettavissa. Mitään lastanne koskevaa tietoa tai sellaista materiaalia, josta lapsenne henkilöllisyys olisi tunnistettavissa ei julkaista eikä luovuteta ulkopuolisille. Kenenkään lapsen tuloksia sellaisenaan tai edes tietoa hänen osallistumisestaan tutkimuksiin ei julkisteta. Lapsenne tutkimustuloksista annetaan palautetta ainoastaan teille ja hänen opettajalleen, joka osallistuu tutkimuksen järjestämiseen koululla.

Pyydämme Teitä palauttamaan tämä lupalomakkeen täytettynä opettajalle välittömästi seuraavana koulupäivänä.

Yhteistyöstä kiittäen, lisätietoja tutkimuksesta antavat

Pekka Räsänen
tutkija/ neuropsykologian erikoispsykologi
Niilo Mäki Instituutti
p. 260 2901
e. prasanen@jyu.fi

Tanja Hämäläinen
erityispedagogiikan opiskelija
p. 0400 939 297
e. thhamala@st.jyu.fi

Nina Kykkänen
erityispedagogiikan opiskelija
p. 040 505 4081
e. ninaky@st.jyu.fi

-- (leikkaa tästä)

Niilo Mäki Instituutti
Matematiikan arviointivälinetutkimus, osa2 , 2000

Lapseni ______________________________
(etunimi sukunimi)

☐ saa osallistua Matematiikan arviointiväline -tutkimukseen.
☐ ei saa osallistua Matematiikan arviointiväline -tutkimukseen.

____
Huoltajan allekirjoitus