

**Kolmannella luokalla heikosti laskevien laskustrategiat  
ja niiden kehitys alkuopetusvuosina sekä laskutaidon yh-  
teys vanhempien sosioekonomiseen taustaan**

Matilda Hamara ja Anna Töllinen

Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma

Kevätlukukausi 2022

Kasvatustieteiden laitos

Jyväskylän yliopisto

## TIIVISTELMÄ

**Hamara, Matilda & Töllinen, Anna. 2022. Kolmannella luokalla heikosti laskevien laskustrategiat ja niiden kehitys alkuopetusvuosina sekä laskutaidon yhteys vanhempien sosioekonomiseen taustaan. Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden laitos. 50 sivua.**

Sujuva laskutaito on elämän kannalta tärkeä koulussa opetettava taito. Laskutaitoon yksi keskeisesti vaikuttava tekijä on oppilaalla käytössään olevat laskustrategiat, eli erilaiset keinot laskun ratkaisemiseksi. Laskustrategioilla tarkoitetaan laskun vastaukseen tähtäävää toimintaa, ja tutkimuksessamme ne ovat luetteleminen, laskun johtaminen ja muistista hakeminen. Heikkojen laskijoiden kehitys laskustrategioiden käytössä on tyypillisesti laskeviin verrattuna poikkeavaa ja tulisikin tutkia sitä, miten ja missä vaiheessa ero oppilaiden välille syntyy.

Tutkimuksemme tarkoituksena on tarkastella laskustrategioiden eroa heikkojen ja tyypillisten laskijoiden välillä kolmannella luokalla, tutkia heikosti laskevien laskustrategioiden kehitystä ensimmäisen ja toisen luokan välillä verrattuna tyypillisesti laskeviin, sekä tarkastella, onko oppilaiden laskutaito yhteydessä perheen sosioekonomiseen taustaan. Kyseessä on pitkäaikais tutkimus, johon osallistui 197 keskisuomalaista oppilasta ja aineisto on osa Jyväskylän yliopiston FLARE-hanketta. Aineistoa analysoitiin parametrittomin menetelmin.

Tulosten perusteella heikosti laskevat oppilaat eroavat tyypillisesti laskevista oppilaista kaikkien kolmen laskustrategian käytössä kolmannella luokalla. Kaikissa laskustrategioissa tapahtuu kehitystä siirryttäessä ensimmäiseltä luokalta toiselle luokalle, mutta kehitys laskutaidon ryhmien välillä on erilaista. Heikosti laskevien oppilaiden kohdalla muutosta luettelemalla laskemisen käytössä ei havaittu, kun tyypillisesti laskevilla se väheni. Heikosti laskevilla muistista hakeminen lisääntyi vain vähän, kun vastaavasti tyypillisesti laskevilla se lisääntyi huomattavasti. Tutkimuksessamme sosioekonomisen taustan ja laskutaidon välillä ei havaittu tilastollisesti merkitsevää yhteyttä.

Asiasanat: laskustrategiat, laskutaito, sosioekonominen tausta, alkuopetus

## SISÄLTÖ

|   |           |
|---|-----------|
| <b>TIIVISTELMÄ</b> .....  | <b>2</b>  |
| <b>SISÄLTÖ</b> .....  | <b>3</b>  |
| <b>1 JOHDANTO</b> .....   | <b>4</b>  |
| 1.1 Laskutaito .....  | 6         |
| 1.2 Laskustrategiat ja niiden kehittyminen.....                             | 9         |
| 1.3 Sosioekonominen tausta ja sen yhteys laskutaitoon .....                 | 14        |
| 1.4 Tutkimuskysymykset .....  | 17        |
| <b>2 TUTKIMUSMENETELMÄT</b> .....   | <b>20</b> |
| 2.1 Tutkimuskonteksti ja osallistujat .....                                 | 20        |
| 2.2 Tutkimusaineiston keruu .....   | 21        |
| 2.3 Aineiston analyysi.....   | 22        |
| 2.4 Eettiset ratkaisut.....   | 25        |
| <b>3 TULOKSET</b> .....   | <b>26</b> |
| 3.1 Heikosti laskevien laskustrategiat kolmannella luokalla .....           | 26        |
| 3.2 Laskustrategioiden kehitys ensimmäiseltä luokalta toiselle luokalle ... | 27        |
| 3.3 Sosioekonomisen taustan yhteys laskutaitoon.....                        | 30        |
| <b>4 POHDINTA</b> .....   | <b>31</b> |
| 4.1 Tulosten tarkastelu ja johtopäätökset.....                              | 31        |
| 4.2 Tutkimuksen arviointi.....  | 35        |
| 4.3 Jatkotutkimushaasteet .....   | 39        |
| <b>LÄHTEET</b> .....  | <b>42</b> |

# 1 JOHDANTO

Sujuva peruslaskutaito on keskeinen arjessa tarvittava taito ja sen sujuvuus on edellytys myöhemmälle matemaattiselle osaamiselle (Koponen, 2012) sekä kehittyneiden laskustrategioiden käytölle (Geary, 2004). Matemaattiset taidot rakentuvat hierarkkisesti, minkä vuoksi sujuvalla peruslaskutaidolla on keskeinen merkitys myöhempien matemaattisten taitojen oppimiseen (Fuchs ym., 2006). Laskutaidon sujuvoituminen jo alkuopetuksessa on tärkeää, sillä sujumattomuus voi vaikeuttaa matemaattisten taitojen oppimista myöhemmin (Koponen ym., 2016), mikä taas voi johtaa negatiivisiin seurauksiin aikuisena (Mazzocco & Thompson, 2005). Yhteiskunnassa osallistumiseen ja arjessa pärjäämisen kannalta matemaattiset perustaidot ovat tärkeitä, sillä matematiikkaa tarvitaan esimerkiksi ruoanlaitossa, kellonajoissa ja kaupassa asioinnissa (Räsänen, 2012). Aina matematiikkaa ja sen merkitystä arkielämässä ei ymmärretä, jolloin sen oppimisen tärkeys voi olla vaikea myös käsittää (Koskinen, 2016).

Varhaisessa vaiheessa erot oppilaiden välisissä matemaattisissa taidoissa voivat olla suuriakin (Salminen ym., 2015). Oppilaiden välinen ero matemaattisissa taidoissa kasvaa ajan kuluessa (Aunola ym., 2004), minkä vuoksi olisikin tärkeää saada tukea tarvitseville oppilaille apua mahdollisimman aikaisessa vaiheessa. Räsänen (2012) mukaan oppimisvaikeuksia ennaltaehkäisevän toiminnan tulisi alkaa oppimisvaikeuksien riskilapsilla jo paljon ennen koulua, koska taitoerot saattavat helposti kasvaa suuriksi jo ennen esikoulua. Perusopetuslaissa velvoitetaan oppimisvaikeuksien varhaisen tuen tunnistamiseen ja tuen antamiseen (Perusopetuslaki 30§).

Suhteessa esimerkiksi lukemisen ja kirjoittamisen oppimisvaikeuksiin, matemaattisista oppimisvaikeuksista on vähän tutkimusta (Räsänen, 2012; Räsänen & Koponen, 2010). Laskutaito on kuitenkin yhtä tärkeää kuin lukemisen taidot ja oppimisvaikeudet näissä taidoissa ovat yhtä yleisiä (Docherty ym., 2010). Matemaattiset vaikeudet ilmenevät useasti lapsilla vaikeuksina jo peruslaskutaidoissa (Hannula & Lepola, 2006). Matemaattisia oppimisvaikeuksia esiintyy eri arvioiden mukaan vähän alle 10 prosentilla väestöstä (Räsänen & Ahonen, 2004) ja ne

ilmenevät monin eri tavoin (Hannula & Lepola, 2006). Kaikilla oppilailla useaan vuoden harjoittelusta huolimatta peruslaskutaito ei kuitenkaan sujuvoin, minkä vuoksi tarvitaan tietoisempaa opetusta laskustrategioiden oppimiseen ja niiden sujuvaan käyttämiseen. Kansainvälinen tautiluokitus ICD-10 käyttää matematiikan oppimisvaikeuksista termiä laskemiskyvyn häiriö, ja määrittelee sen laskutaidon heikkoudeksi, joka ei selity älyllisellä kehitysvammalla tai heikolla kouluopetuksella (Terveystieteiden tutkimuskeskus, 2011). Häiriö liittyy nimenomaan peruslaskutaitojen, kuten yhteen-, vähennys-, kerto-, ja jakolaskujen, oppimiseen sekä hallintaan (World Health Organization, 2015).

Laskutaito ja sen kehittyminen tiedetään tärkeäksi, mutta silti sen kehittymistä koskevia pitkittäistutkimuksia on toistaiseksi melko vähän. Tämän vuoksi on huonosti tiedossa, miten esimerkiksi laskustrategioiden kehitys eroaa tyypillisestä kehityksestä juuri niillä oppilailla, joilla havaitaan matematiikan oppimisvaikeuksia alkuopetuksen jälkeen. Tutkimuksessamme tarkastelemme kolmannella luokalla heikosti laskevien oppilaiden laskustrategioiden eroja tyypillisesti laskevien laskustrategioihin kolmannella luokalla sekä heikosti ja tyypillisesti laskevien oppilaiden laskustrategioiden kehitystä ensimmäiseltä luokalta toiselle luokalle.

Aiemmissä tutkimuksissa on havaittu, että toiset laskustrategiat ovat tehokkaampia kuin toiset (Carpenter & Moser, 1984) ja oppilaita voidaan opettaa tietoisiksi laskustrategioista sekä niiden käytöstä ja opetuksella on havaittu olevan positiivinen yhteys lapsen käyttämiin laskustrategioihin (Fuchs ym., 2010; Hakkarainen ym., 2014; Koponen ym., 2018; Steinberg, 1985). Laskustrategioiden merkityksestä opettamisessa puhutaan liian vähän ja aiheesta tarvitaan myös enemmän ajankohtaista tutkimusta. On tärkeää saada tietoa siitä, millaisia strategioita heikosti laskevat oppilaat käyttävät ja miten heidän laskustrategiansa kehittyvät alkuopetusvuosina, jotta pystytään entistä tarkemmin tunnistamaan niitä kehityksellisiä piirteitä, jotka liittyvät hitaaseen laskutaidon kehitykseen ja mahdolliseen oppimisvaikeuteen. Tämän myötä heikosti laskevia oppilaita voidaan tukea ja ohjata käyttämään tehokkaampia strategioita jo varhaisessa vaiheessa.

Suomalaisten oppilaiden oppimistulosten väliset erot matematiikassa ovat kasvaneet vuosien 2015 ja 2019 välillä, sillä taitavien ja heikosti laskevien osuudet oppilaista ovat kasvaneet (Vettenranta ym., 2020). Berneliuksen & Huillan (2021) mukaan sosioekonomista taustaa voidaan pitää merkittävimpana suomalaisten oppilaiden osaamistulosten välisiin eroihin yhteydessä olevana tekijänä. Sosioekonomisella taustalla tarkoitetaan eriytyneitä koulutuksellisia, taloudellisia ja sosiokulttuurisia resursseja perheiden välillä. Aikaisemmin Suomessa koulut ovat olleet hyvin vakaita sosioekonomisen tasavertaisuuden suhteen (Bernelius & Huilla, 2021), mutta sosioekonomisen taustan aiheuttama epätasa-arvoisuus on kuitenkin lisääntynyt (Vettenranta ym., 2020). Tästä syystä sosioekonomisen taustan yhteyttä esimerkiksi oppimiseen on syytä tutkia enemmän. Tutkimuksemme tutkimme, onko sosioekonomisella taustalla yhteyttä oppilaiden laskutaitoon.

## 1.1 Laskutaito

Tietämys määristä ja numeroista sekä aritmeettiset perustaidot alkavat normaalisti kehittyä jo ennen ensimmäisen luokan alkua (Salaschek ym., 2014). Suurin osa koulunsa aloittavista oppilaista omaa kouluun tullessaan riittävät taidot ensimmäisen luokan matematiikan oppimiselle ja moni osaa jo asioita, joita opetellaan ensimmäisen luokan syksyllä. Näitä taitoja ovat esimerkiksi matemaattisten suhteiden ymmärtäminen, varhaiset aritmeettiset perustaidot sekä laskemisen taidot, kuten numerosymbolien ja lukujonojen hallinta. (Mononen ym., 2013.) Suurin osa suomalaisista lapsista osaa luetella lukuja 20:een ennen esikoulun aloittamista ja 30:een ennen koulun aloittamista. Tämä osoittaa ymmärrystä suomenkielisten numerosanojen muodostumisesta, kun siirrytään 10:tä isompiin lukuihin. (Koponen ym., 2012.) Alakoulun matemaattisten taitojen kehityksen taustalla on esimerkiksi kyky luetella lukuja ja tunnistaa numeroita esikouluikässä (Moll ym., 2015). Ensimmäisen luokan alun taidot puolestaan ennustavat myöhempiä laskutaitoa (Koponen ym., 2012). Useimmiten lapset, joiden taidot ma-

tematiikassa ovat esikoulussa heikot, kokevat haasteita myös kouluiässä (Mononen ym., 2013). Normaaliin matemaattisten taitojen kehitykseen kuuluu esimerkiksi perusteellinen ymmärrys lukujen muodostamisesta sekä hajottamisesta ja tämän taidon oletetaan kehittyvän ensimmäisen kouluvuoden aikana (Salaschek ym., 2014). Ensimmäisen kouluvuoden tavoitteena onkin nopea ja vaivaton laskukyky (Koponen ym., 2012). Koulussa taidot täytyy omaksua nopeasti, eikä hitaampi edistyminen usein ole mahdollista (Rusanen & Räsänen, 2014).

Matematiikka koostuu useasta eri osataidosta (Aunio & Räsänen, 2016), jotka rakentuvat osittain hierarkkisesti (Fuchs ym., 2006; Mononen ym., 2013). Aritmeettisilla perustaidoilla tarkoitetaan yhteen- ja vähennyslaskua käyttäen sellaisia lukuja, joilla laskun tulos on enintään 20 (Cowan ym., 2011). Tutkimuksessamme käytämme aritmeettisista perustaidoista nimitystä peruslaskutaito. Tutkimuksessamme peruslaskutoimituksilla tarkoitetaan yhteen- ja vähennyslaskuja lukualueella 1–20 ja yksinnumeroisten lukujen kerto- ja jakolaskuja, joiden oletetaan automatisoituvan harjoittelun seurauksena. Tutkimuksessamme keskitymme yhteenlaskutaitoon ja määrittelemme esimerkiksi oppilaiden laskutaidon yhteenlaskusujuvuuden perusteella. Sujuvalla laskutaidolla tarkoitetaan laskujen nopeaa ja tarkkaa ratkaisemista (Locuniak & Jordan, 2008). Peruslaskutaitojen sujuessa lapsi muistaa ulkoa aritmeettisiä faktoja, eli laskujen ratkaisuja, ja pysyy nopeasti niiden avulla päättämään ratkaisuja toisiin laskuihin (Koponen ym., 2016). Tätä tilannetta, jossa lapsi muistaa laskujen vastaukset ilman laskujen mekaanista laskemista, kutsutaan aritmeettisten faktatietojen hallinnaksi (Aunio, 2008).

Esikoulu- ja alkuopetusikäisten lasten kehityksen keskiössä olevat matemaattiset perustaidot voidaan jakaa neljään taitoalueeseen: lukumääräisyyden tajuun, laskemisen taitoihin, matemaattisten suhteiden ymmärtämiseen ja aritmeettisiin perustaitoihin (Aunio, 2008). Näiden taitojen on todettu ennustavan myöhempää matemaattista suoriutumista ja matematiikan oppimisvaikeuksia (Aunio, 2008; Aunio & Räsänen, 2016). Aunion ja Räsäsen (2016) luoman neljän eri matemaattisen taitoalueen mallia kutsutaan taitorypäsmaalliksi. Mallin mukaan eri osa-alueet kehittyvät vastavuoroisesti, ja pohjana taitojen kehitykselle

toimii lukumääräisyyden taju (Aunio & Räsänen, 2016). Lukumääräisyyden tajulla tarkoitetaan kykyä hahmottaa lukumääriä laskematta. Kyseessä on syntymästä saakka ihmisellä oleva kyky, jonka päälle kielellinen matemaattinen taito rakentuu. (Aunio, 2008.) Laskemisen taidoilla tässä mallissa tarkoitetaan lukujoonoon liittyviä taitoja, lukumäärän laskemisen taitoa, sekä eri numerosymbolien hallintaa. Matemaattisen kehityksen kannalta nämä taidot ovat erityisen tärkeitä, sillä ne ovat pohjana yhteen- ja vähennyslaskuille etenkin alkuvaiheessa, kun laskujen vastaukset pohjautuvat luettelemalla saatuun vastaukseen. (Aunio, 2008.) Laskemisen taidot luovat siis pohjaa aritmeettisille perustaidoille (Koponen ym., 2007).

Aritmeettisiin perustaitoihin nähdään vaikuttavan myös taitoryppään kolmas taitoalue eli matemaattisten suhteiden ymmärtäminen (Aunio & Räsänen, 2016). Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen tarkoittaa lukujen suhteiden yhtäläisyyksien ja erojen ymmärtämistä. Tähän sisältyy esimerkiksi sarjoittaminen, luokittelu sekä vertailu, ja nämä taidot ovat tärkeässä roolissa matemaattisessa ongelmanratkaisussa. (Aunio, 2008.) Suhteiden ymmärtäminen sisältää matemaattislogiset periaatteet, aritmeettiset periaatteet, matemaattiset symbolit, paikka-arvon ja kymmenjärjestelmän (Aunio & Räsänen, 2016). Taito käsitellä suuruksia luo pohjan aritmeettiselle kehitykselle (Moll ym., 2015).

Peruslaskutaidon kehitykseen on yhteydessä moni asia (esim. Aunio & Niemivirta, 2010; Salminen, 2016; Räsänen, 2012) ja edes kaikki kognitiiviset prosessit sujuvan laskemisen saavuttamisen taustalla eivät ole vielä selvillä (Koponen ym., 2012). Esimerkiksi iällä on merkittävä yhteys laskemisen taitoihin (Aunio & Niemivirta, 2010; Broadman, 2006; Dowker, 2008) ja eroja syntyy jopa samana vuonna syntyneiden lasten keskuudessa riippuen siitä, missä vaiheessa vuotta he ovat syntyneet (Broadman, 2006). Lisäksi laskutaitoon vaikuttaa esimerkiksi työmuistikapasiteetti, sujuva prosessointikyky ja toiminnanohjaus (Salminen, 2016). Laskutaidon kehitykseen on luonnollisesti yhteydessä myös laskutaidon harjoittelu, ja ennen kouluikää tapahtuva laskutaidon harjoittelu edistääkin aritmeettisten taitojen oppimista ja ennustaa menestystä matemaattisissa taidoissa



myös tulevaisuudessa (Aunio & Niemivirta, 2010). Varhaisten numeeristen taitojen kehitykselle edellytyksenä on vanhempien ja lasten yhdessä kotona suoritettavien numeeristen aktiviteettien määrä (Kleemans ym., 2012). Oppimisvaikeudet ovat perinnöllisiä ja sen myötä laskutaidon kehitykseen vaikuttaa oppilaan perimä (Räsänen, 2012). Sukupuolen yhteydestä matematiikan taitoihin ja oppimiseen puolestaan on ristiriitaista tietoa (esim. Aunio & Niemivirta, 2010; Jordan ym., 2006; Mononen ym., 2013). Esimerkiksi Monosen ja kumppaneiden (2013) tutkimuksessa havaittiin suora yhteys sukupuolen ja matemaattisten suhdetaitojen välillä ja tästä johtuva epäsuora yhteys sukupuolen ja laskemisen taitojen välillä. Aunio ja Niemivirta (2010) puolestaan havaitsivat, että sukupuoli ei ollut yhteydessä laskutaitoon, matematiikan arvosanaan tai aritmeettisiin taitoihin.

Matemaattisten taitojen vahvasti hierarkkisen luonteen vuoksi uusia ja vaikeampia matematiikan taitoja on vaikea oppia, jos pohjalla olevat taidot ovat puutteelliset. Esikoulussa matemaattisissa taidoissa heikot lapset ovat useasti heikkoja matematiikassa myös myöhemmin koulussa. (Mononen ym., 2013.) Onkin todettu, että samalla luokalla olevien lasten välillä on mahdollisen ikäeron lisäksi sitäkin suurempi ero matemaattisessa osaamisessa (Broadman, 2006; Dowker, 2008). Tämä pitäisi ottaa opetuksessa huomioon esimerkiksi tuen keinoin, sillä vaikeudet matematiikan osaamisessa ovat suhteellisen pysyviä (Salmiinen, 2016). Vaikeudet matematiikassa voivat hankaloittaa kouluttautumista, työllistymistä, sekä normaalia arkea. Näiden lisäksi se voi tuoda kokemuksen heikosta oppijuudesta, sekä aiheuttaa matematiikkaan liittyvää ahdistusta. (Räsänen, 2012.)

## 1.2 Laskustrategiat ja niiden kehittyminen

Siegler ja Jenkins (1989) määrittelevät strategian yhdeksi toimivaksi tavaksi, useiden tapojen joukosta, jonka avulla päästään haluttuun lopputulokseen. Sormien avulla laskeminen ja laskun pilkkominen ( $8+6=8+2+4=14$ ) ovat esimerkkejä eri-

laisista laskustrategioista, eli vaihtoehtoisia tapoja ratkaista laskutoimitus (Siegler & Jenkins, 1989). Tutkimuksessamme tutkimme yhteenlaskustrategioita ja tästä syystä laskustrategioilla tarkoitetaan meidän tutkimuksessamme nimenomaan yhteenlaskun vastaukseen päätymiseen tähtäävää toimintaa, eli tapaa, jolla yhteenlasku ratkaistaan. Eri tutkimuksissa on käytössä erilaisia tapoja luokitella laskustrategioita, mutta lähtökohtaisesti ne luokitellaan luettelemalla laskemiseen pohjautuviin strategioihin ja aritmeettisten faktojen muistamiseen pohjautuviin strategioihin (Hakkarainen ym., 2014). Yhteenlaskujen luettelemalla laskeminen voidaan puolestaan jakaa kolmeen erilaiseen yhteenlaskustrategiaan: kaikkien luettelemiseen, luettelemisen aloittaminen ensimmäisestä luvusta ja luettelemisen aloittaminen suurimmasta luvusta (Carpenter & Moser, 1982). Aritmeettisten faktojen muistamiseen pohjautuvat strategiat jakautuvat puhtaasti muistista hakemiseen (*fact retrieval*) ja laskun pilkkomiseen pienempiin osiin (*decomposing*) ja vieraiden faktojen johtamiseen tuttujen faktojen kautta (*deriving*) ( $8+6 \rightarrow 6+6=12 \rightarrow 8+6=12+2=14$ ) (Koponen ym., 2018).

Yksinkertaisin yhteenlaskustrategia on kaikkien lukujen luetteleminen yksi luku kerrallaan (Baroody, 1987). Luettelemalla laskeminen voidaan aloittaa myös suoraan toisesta yhteenlaskettavasta luvusta (Baroody, 1987), mikä vaatii kehittyneempiä matemaattisia taitoja, mutta on tehokkaampi tapa ratkaista lasku (Carpenter & Moser, 1984). Tällöin lapsi on jo ymmärtänyt, että ensimmäisen luvun luetteleminen ei ole tarpeellista (Carpenter & Moser, 1984). Strategiaa kutsutaan max-strategiaksi, kun ensimmäinen, eli pohjaluvuksi otettava luku, on pienempi yhteenlaskettavista luvuista ja min-strategiaksi, kun pohjaluvuksi otetaan suurempi yhteenlaskettavista luvuista (Fuchs ym., 2010; Rusanen & Räsänen, 2014). Min-strategia on taloudellisempi käyttää, sillä siinä luettelemalla laskettavia lukuja on vähemmän kuin max-strategiassa (Baroody, 1987). Max- ja min-strategioita esiintyy laskettaessa sekä sormilla että mielessä. Sormilla laskeminen vähenee oppilaan kasvaessa ja lasku ratkaistaan mielessä luettelemalla tai muistista hakemisen avulla (Carpenter & Moser, 1984). Luettelevaa laskemista tehokkaampi strategian onkin aritmeettisten faktojen muistaminen (Carpenter & Mo-

ser, 1984) ja muut muistamiseen pohjautuvat strategiat, kuten laskun pilkkominen tai johtaminen tutun faktan kautta (Koponen ym., 2018). Lapset oppivat toiset aritmeettiset faktat nopeammin kuin toiset ja hyödyntävät näitä tuttuja faktoja muiden laskujen ratkaisemisessa (Carpenter & Moser, 1984).

Tyypillisesti lapset siirtyvät luettelemiseen perustuvista strategioista kohti muistamiseen perustuvia strategioita alkuopetuksen jälkeen (Geary, 2004; Ostad, 1999). Lukuyhdistelmien oppiminen vaatii abstraktin ajattelun kykyä ja tietoa lukujen pysyvyydestä, mitä tarvitaan muistamiseen perustuvissa strategioissa (Steinberg, 1985). Carpenter ja Moser (1984) jakavat tutkimuksessaan laskutaidon viiteen eri tasoon: tasolla 0 ei vielä osata ratkaista yhteen- ja vähennyslaskuja. Tasolla 1 tehtävät ratkaistaan konkretian avulla eli apuvälineitä hyödyntäen. Tasolla 2 siirrytään kehittyneempiä strategioita kohti laskemalla vastauksia luettelemalla, vaikka edelleen osa laskuista lasketaan apuvälineiden avulla. Tasolla 3 strategiat ovat ensisijaisesti luettelemalla laskemista. Viimeisellä tasolla laskut ratkaistaan lukuyhdistelmien kautta tai muistamalla vastaus. (Carpenter & Moser, 1984.) Carr & Alexeev (2011) havaitsivat tutkimuksessaan, että valtaosa neljäsluokkalaisista oppilaista olivat vaihtaneet luettelemiseen perustuvat strategiat muistamiseen pohjautuviin strategioihin.

Rusasen ja Räsänen (2014) mukaan laskustrategioiden kehittyminen ei ole lineaarista, vaan useasti käytössä on samaan aikaan useampi strategia. Kehityksessä on useasti kuitenkin jatkumo apuvälineihin tukeutuvista strategioista kohti mielessä tapahtuvia abstrakteja strategioita. Laskutapojen kehityksellä tarkoitetaan siis sitä, kun lapsi etenee konkreettisten asioiden laskemisesta niiden käyttämiseen muistamisen apuna ja lopulta mielessä luetteluun tai laskun vastauksen hakemiseen muistista. (Rusanen & Räsänen, 2014.) Laskustrategioiden kehityksestä on havaittavissa Sieglerin ja Jenkinsin (1989) mukaan kaksi eri vaihetta: keksiminen ja yleistyminen. Keksimisvaiheessa lapsi on keksinyt uuden strategian ja kokeilee sen käyttöä ensimmäisiä kertoja, kun taas yleistymisvaiheessa siirrytään vanhasta strategiasta kohti uutta (Siegler & Jenkins, 1989). Joidenkin lasten kohdalla uuden strategian oppimista saattaa hidastaa ajatus siitä, että he kokevat jo käyttämänsä strategian riittävän toimivaksi, eivätkä näe syytä opetella uusia

tapoja tehtävän ratkaisemiseksi. Peruslaskujen automatisoitumisen tukemisessa olisikin tärkeää, että lapsille tehtäisiin näkyväksi laskustrategioiden eri vaihtoehdot. (Rusanen & Räsänen 2014.)

Voidaan olettaa, että pienet lapset käyttävät konkreettisempia strategioita ja vanhemmat lapset puolestaan tehokkaampia ja abstraktimpia strategioita (Carpenter & Moser, 1984). Toisaalta myös samanikäiset lapset saattavat käyttää saman laskun ratkaisemiseen erilaisia strategioita (Ostad, 1999). Tyypillisesti laskevat oppilaat vaihtelevat käyttämäänsä laskustrategiaa joustavasti (Rusanen & Räsänen, 2014) ja strategioiden vaihtaminen lisääntyy lapsen kasvaessa (Ostad, 1999). Oppilaiden laskustrategian valinnassa on havaittu epäjohtonmukaisuutta ja välillä lapsi saattaa käyttää tehottomampaa strategiaa, vaikka olisi jo omaksunut tehokkaamman (Carpenter & Moser, 1984). Strategian valintaan voi vaikuttaa esimerkiksi sosiaalinen paine, kokeilun halu, tehtävän vaikeus, usko omaan kykyisensä tai vain halu vaihdella erilaisia strategioita (Steinberg, 1985). Tietyn strategian valinta ei aina ole tietoista (Siegler & Jenkins, 1989), mutta lapset osaa- vat silti yleensä heti laskun laskemisen jälkeen kertoa, miten ratkaisivat laskun (Ostad, 1999). Laskustrategian valinnalla ei aikaisemman tutkimuksen mukaan ole yhteyttä siihen, johtaako strategia oikeaan ratkaisuun (Hakkarainen ym., 2014; Steinberg, 1985).

Lapsen matemaattinen osaaminen on yhteydessä strategian valintaan (Koponen ym., 2018; Ostad, 1999; Wylie ym., 2012) sekä strategioiden kehitykseen (Jordan ym., 2003). Matematiikassa heikosti suoriutuvilla oppilailla on usein haasteita siirryttäessä konkreettisemmista ja hitaammista strategioista kehittyneempiin ja tehokkaampiin strategioihin, kuten muistista hakemiseen tai laskun pilkkomiseen (Koponen ym., 2018). Ostad (1999) havaitsi, että heikosti matematiikassa suoriutuvat lapset käyttävät usein samaa strategiaa koko alakouluajan ja vielä seitsemännelläkin luokalla, heikosti laskevat oppilaat käyttivät keskimäärin vain puoltatoista strategiaa. Vastaavasti tyypillisesti matematiikassa suoriutuvat oppilaat käyttävät joustavasti kahta strategiaa jo ensimmäisellä luokalla ja viidennellä luokalla jopa neljää strategiaa (Ostad, 1999). Toisaalta Steinberg (1985) puolestaan havaitsi, että lähes kaikki oppilaat käyttivät vähintään muutamaa

strategiaa laskujen ratkaisemiseksi. Koska aikaisempi tutkimus on ristiriitaista keskenään heikkojen laskijoiden käyttämien strategioiden osalta, tarvitaan aiheesta enemmän tutkimusta, jotta saadaan tietää, kuinka montaa sekä millaisia strategioita heikosti laskevat ja tyypillisesti laskevat oppilaat käyttävät.

Laskustrategioiden käytön lisäksi laskutaito on yhteydessä laskustrategioiden kehitykseen (Geary, 2004; Ostad, 1999). Ostadin (1999) kahden vuoden pitkästä tutkimuksesta mukaan heikosti laskevat alakouluikäiset oppilaat kehittävätkin eri laskustrategioiden käyttäjinä poikkeavasti verrattuna tyypillisesti laskeviin. Tyypillisesti laskevilla on käytössä useita erilaisia strategioita, kun puolestaan heikot laskijat käyttävät pääsääntöisesti yhtä strategiaa koko alakouluajan. Lisäksi on havaittu, että ensimmäiseltä toiselle luokalle siirryttäessä heikosti laskevat oppilaat käyttävät konkreettisia strategioita, kun taas tyypillisesti laskevat ovat siirtyneet jo käyttämään muistamiseen perustuvia strategioita (Geary, 2004; Ostad, 1999). Tyypillisesti laskustrategiat muuttuvat joustavasti konkreettisista kohti mielestä palauttamisen strategiaa, mutta heikoilla laskijoilla strategian käyttö rajoittuu lähinnä yhteen strategiaan, eivätkä he pysty vaihtelevaan osaamiseen strategioita eri laskujen välillä (Ostad, 1999).

Jordanin ja kumppaneiden (2003) tutkimuksessa oppilaat, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia toisella ja kolmannella luokalla, käyttivät kolmannella luokalla edelleen laskustrategioina sormilla laskemista, mikä on myöhäistä ja tavanomaisesta poikkeavaa. Haasteet matematiikassa näyttäytyvät usein vaikeuksina muistaa lukuyhdistelmiä (Geary, 2004) ja oppilaat, joilla on matemaattisia haasteita luottavat lähinnä konkretiaan ja luettelemiseen perustuviin strategioihin vielä yläkoulun alkaessakin (Ostad, 1999). Vastaavasti tyypillisesti laskevat alkavat hyödyntämään muistamiseen perustuvia strategioita jo alkuopetuksessa ja käyttävät luettelemiseen pohjautuvia strategioita koko ajan vähemmän siirtyessään ylemmille luokille (Ostad, 1999). Sieglerin ja Jenkinsin (1989) mukaan oppilaat yrittävät yleensä ensin palauttaa mielestään vastauksen, mutta jos mielestä palauttaminen ei onnistu, he siirtyvät hyödyntämään jotain toista laskustrategiaa.

Ostadin (1999) laskustrategioita käsittelevässä kahden vuoden pitkittäistutkimuksessa heikkoutena on se, että kaikista tutkimukseen osallistuvista kolmesta eri ikäryhmästä on vain alku- ja loppumittaukset, eikä kehityksen eri vaiheita pystytä erittelemään. Aikaisemmin ei ole tehty pitkittäistutkimusta laskustrategioiden kehityksestä, jossa oppilaat ryhmitellään heikkoihin laskijoihin tutkimuksen lopussa, jolloin vaikeuksia on ilmennyt oppilaiden laskuharjoittelusta ja opetuksesta huolimatta. Tutkimusta tarvittaisiinkin tällaisesta lähestymistavasta, jonka vahvuutena on tarkastella laskustrategioiden kehitystä sellaisilla oppilailta, joiden haasteet matematiikassa ovat olleet pysyviä harjoittelusta huolimatta. Lähestymistapa antaa lisää tietoa siitä, kuinka ja missä vaiheessa heikkojen laskijoiden laskustrategiat kehittyvät ja mikä niiden eroavaisuus on tyypillisesti laskevien oppilaiden laskustrategioiden kehitykseen. Lisäksi voidaan tarkastella oppilaiden varhaisempaa laskustrategioiden kehitystä ja sen yhteyttä myöhempään matemaattiseen osaamiseen.

### **1.3 Sosioekonominen tausta ja sen yhteys laskutaitoon**

Kasvatustieteissä on melko yleistä määritellä perheen sosioekonominen tausta tarkoittamaan perheiden suhteellista asemaa hierarkkisessa sosiaalisessa rakenteessa, joka perustuu varallisuuteen, arvostukseen, valtaan tai hallintaan (Muel-ler & Parcel, 1981). Sosioekonominen asema on luokiteltu myös tarkoittamaan standardia, jossa huomioidaan henkilön ammatti, ammattiasema, työn luonne ja elämänvaihe (Tilastokeskus, 1989). Suomessa vakiintuneeksi tavaksi kuvata sosioekonomista asemaa on muodostunut kuvaus joko tulotason, koulutuksen, sosiaaliryhmän, ammatin tai työmarkkina-aseman perusteella (Lahelma & Rahkonen, 2011). Meidän tutkimuksessamme mittaamme sosioekonomista taustaa vanhempien korkeimman koulutuksen avulla. Sosioekonomista taustaa voidaan kuitenkin mitata myös monilla muilla tavoilla, sillä yksiselitteistä mittaria ei ole. Mittareina voidaan käyttää esimerkiksi ammattia (Thiel, 2012; Vettenranta ym., 2016; Vettenranta ym., 2020), perheen lapsimäärää (Jefferson ym., 2011), talouden tulotaso (Kieffer, 2012), kouluttautumiseen käytettyjä vuosia (Nesbitt ym.,

2013), kotona olevien kirjojen määrää tai tietokoneen omistamista (Kupari & Nissinen, 2013).

Kansainvälisissä tutkimuksissa sosioekonominen taustan on todettu olevan yhteydessä akateemiseen osaamiseen eri luokkatasoilla (Nesbitt ym., 2013; Thiel, 2012; Wang ym., 2014) ja eri oppiaineissa, kuten matematiikassa (Kupari & Nissinen, 2013; Nesbitt ym., 2013; Wang ym., 2014), lukemisen taidoissa (Kieffer, 2012) ja luonnontieteissä (Vettenranta ym., 2016; Vettenranta ym., 2020) suoriutumiseen. Sosioekonomisella taustalla on kuitenkin havaittu olevan vahvempi yhteys matemaattiseen suoriutumiseen kuin esimerkiksi lukemisen taitoihin (Nesbitt ym., 2013).

Suomessa sosioekonomisen taustan aiheuttamat erot ovat pienempiä kuin monissa muissa Euroopan maissa, kuten Saksassa, Belgiassa, Portugalissa tai Yhdistyneissä kuningaskunnissa (Martins & Veiga, 2010), mutta myös Suomessa sosioekonomisen taustan on todettu olevan yhteydessä akateemiseen osaamiseen (Koponen ym., 2007; Kupari & Nissinen, 2013; Kupari ym., 2012; Vettenranta ym., 2020; Vettenranta ym., 2016). Tuloksissa näkyy kuitenkin vaihtelua, jonka voidaan tulkita tarkoittavan, että matalan sosioekonomisen taustan perheen lapset voivat menestyä matematiikassa kuten korkeamman sosioekonomisen taustan perheiden lapset. Matalan sosioekonomisen taustan perheiden lapsilla on kuitenkin suurempi riski saada heikompia oppimistuloksia perustaidoissa. (Vettenranta ym., 2016.) Programme for International Students Assessment (PISA) -tutkimuksessa vuonna 2018, sosioekonomiselta taustalta heikoimpien oppilaiden keskimääräiset tulokset olivat edelleen aiempia tuloksia heikompia. Samaan aikaan sosioekonomiselta taustaltaan parempiosaisiin perheisiin kuuluvien lasten oppimistulokset olivat pysyneet korkealla tasolla. Suomi sijoittui kuitenkin matematiikan osaamisen suhteen keskiarvollisesti muiden Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD)-maiden keskiarvoa paremmin. (Leino ym., 2019).

Vaikka Suomessa tilanne on verrattain hyvä (Martins & Veiga, 2010), Suomessa sosioekonomisen tausta merkitys oppimiseen lähivuosina on kasvanut

(Vettenranta ym., 2020). Mitä paremmat resurssit kotona on opiskelulle, sitä paremmalla tasolla oppilaiden osaaminenkin on. Vastaavasti osaaminen on heikentynyt eniten niillä oppilailla, joiden kotien opiskeluresurssit ovat heikoimpia. (Vettenranta ym., 2020.) PISA 2015 -tutkimuksen mukaan vanhempien antama tuki lasten koulunkäyntiin vaihteli kodin sosioekonomisen aseman mukaan enemmän Suomessa kuin useimmissa muissa maissa. Mitä korkeampaan sosioekonomisen taustan ryhmään lapsi kuului, sitä enemmän hän koki saavansa vanhempien kannustusta koulua kohtaan. (Väljærvi, 2017.) Lapsi saa lisäksi paremmat lähtökohdat kouluun, jos kotiympäristön tiedot, taidot ja tottumukset ovat yhdenmukaisia koulukulttuurin kanssa. Yleensä näin on keskiluokkaisten kotien ja korkeasti koulutettujen vanhempien lapsilla. (Naumanen & Silvennoinen, 2010.)

Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) on kansainvälinen tutkimus, jossa arvioidaan 4. ja 8. luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaamista. Suomalaisten oppilaiden sosioekonomisen taustan ja matemaattisen suoriutumisen välinen yhteys on useampana vuonna havaittu myös TIMSS-tutkimuksissa (Vettenranta ym., 2016; Vettenranta ym., 2020; Kupari ym., 2012). Tasa-arvoisemmissa maissa kokonaisvaltainen suoriutuminen matematiikassa on parempaa kuin epätasa-arvoisemmissa (Martins & Veiga, 2010). Suomessa heikoiten matematiikassa suoriutuneet menestyivät kuitenkin muiden maiden heikoimpaan viiteen prosenttiin verrattuna hyvin (Vettenranta ym., 2016). Sosioekonomisen taustan yhteys osaamiseen vahvistuu perusopetuksen aikana, sen ollessa merkittävin perusopetuksen viimeisillä luokilla (Caro ym., 2009). On kuitenkin myös todettu, että jo kouluun tullessa huonotuloisempien perheiden lapsilla matemaattiset taidot ovat heikompia kuin hyvätuloisten perheiden lapsilla (Siegler, 2009). Aunion ja Niemivirran (2010) tutkimuksen mukaan, Suomessa vanhempien koulutustaustalla onkin merkittävä positiivinen vaikutus lasten aritmeettisiin taitoihin ensimmäisellä luokalla.

Syyksi sosioekonomisen taustan aiheuttamalle epätasa-arvolle on esitetty esimerkiksi, että korkeamman sosioekonomisen taustan perheissä lapset saavat kotona enemmän tukea opiskeluun, jota ilman matalamman sosioekonomisen



taustan perheiden lapset jäävät. Epätasa-arvoisuutta ei voida selittää esimerkiksi lapsen opiskelun tukemiseen käytettävissä olevaa aikaa, sillä paremmin menestyvät kokopäivätoissa käyvän vanhemman lapset kuin osa-aikatoissa käyvän tai työttömän vanhemman lapset. (Thiel, 2012.) Sosioekonominen tausta saattaisi myös vaikuttaa siihen, kuinka paljon akateemisia taitoja harjoitellaan kotona (Koponen ym., 2007). Kleemans ja kumppanit (2012) arvelevatkin, että matalan sosioekonomisen taustan perheissä vanhemmat viettävät lastensa kanssa vähemmän aikaa matematiikkaan liittyvien tehtävien parissa kuin korkean sosioekonomisen perheiden vanhemmat. Tämä saattaisi selittää sosioekonomisen taustan ja aikaisten matematiikan taitojen yhteyttä (Kleemans ym., 2012). Lisäksi yhteinen geneettinen tausta vanhempien ja biologisten lasten välillä saattaa selittää yleistä kyvykkyyttä ja akateemisia taitoja (Koponen ym., 2007). Oppilaiden väliset erot ja heikoimpien oppilaiden osaamistason laskun syyt perustuvat yhteiskunnallisen eriarvoisuuden kautta koulutuksen periytyvyyteen ja sen tuottamiin mahdollisuuksiin saavuttaa hyviä oppimistuloksia (Bernelius & Huilla, 2021). Sen lisäksi epätasa-arvoisuutta aiheuttaa saatavilla olevien resurssien määrä, kuten mahdollisuus yksityisen tukiopetuksen järjestämiseen (Wang ym., 2014).

#### **1.4 Tutkimuskysymykset**

Tutkimuksemme kohteena oli lasten laskustrategiat, strategioiden muutokset ja sosioekonomisen taustan yhteys laskutaitoon. Ostadin (1999) kahden vuoden pitkittäistutkimuksessa todettiin, että tyypillisesti laskevat oppilaat kehittivät alakouluiässä strategioiden monipuolisessa käytössä. Heikot laskijat puolestaan eivät saaneet käyttöönsä uusia laskustrategioita ja strategioiden käyttö oli yksipuolista (Ostad, 1999). Tutkimuksesta on otettava huomioon, että osa heikoista laskijoista kehittyi kahden vuoden aikana, eikä heitä voitu enää sisällyttää molempiin mittaustuloksiin tutkittaessa heikkojen laskijoiden kehitystä, sillä heillä ei enää todettu olevan matemaattisia oppimisvaikeuksia. Meidän tutkimuksemme lähestymme tutkimusongelmaa toisesta suunnasta: kartoittamme ensin

kolmannella luokalla heikot laskijat ja selvitämme sen jälkeen, millaisia laskustrategioita he käyttävät ensimmäisten kolmen kouluvuoden aikana. Onkin tärkeää tutkia heikkojen laskijoiden laskustrategioita ensimmäisillä luokilla, jotta voidaan tunnistaa epätyypillisen laskutaidon kehitykseen liittyvät piirteet jo varhaisessa vaiheessa. Lisäksi tällöin täsmällinen laskustrategioiden opetus voidaan tulevaisuudessa aloittaa jo ennen oppimisvaikeuksien ilmenemistä.

Viimeaikaisissa tutkimuksissa on havaittu, että sosioekonomiselta taustalta heikommassa asemassa olevien oppilaiden oppimistulokset ovat aiempia heikompia, kun taas vastaavasti korkeammassa sosioekonomisessa asemassa olevien lasten oppimistulokset ovat pysyneet korkealla (Leino ym., 2019). Sosioekonomisen taustan on havaittu olevan yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen eri luokkatasoilla (Wang ym., 2014). Matalamman sosioekonomisen taustan perheistä tulevat lapset oppivat vähemmän matemaattisia taitoja koulussa ja heidän kehityksensä on hitaampaa (Siegler, 2009). Sosioekonomisen taustan yhteyden matemaattiseen suoriutumiseen on arvioitu voimistuvan tulevaisuudessa (Thiel, 2012). Tästä syystä onkin tärkeää mahdollisimman pian selvittää, miten ja miksi sosioekonominen tausta vaikuttaa osaamiseen.

Pitkittäistutkimusta laskustrategioiden kehityksestä on tehty liian vähän. Lisäksi monissa aikaisemmissa tutkimuksissa heikot laskijat on määritelty alkuopetusvuosina, jolloin pysyvien oppimisvaikeuksien tunnistaminen ei ole vielä luotettavaa. Usein laskutaito on myös määritelty vain yhden mittauskerran perusteella, jolloin virheelliset määrittelyt ovat todennäköisempiä. Tässä pitkittäistutkimuksessamme puolestaan määrittelemme laskutaidon kahden mittauskerran avulla ja vaiheessa, jolloin matemaattiset vaikeudet ovat jo pysyvämpiä. Näillä keinoilla pyrimme lisäämään laskutaidon ryhmittelyyn, sekä sen myötä koko tutkimuksen luotettavuutta.

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, miten kolmannella luokalla heikosti laskevien lasten laskustrategiat eroavat kolmannella luokalla tyypillisesti laskevien lasten laskustrategioista. Selvitimme myös heikosti laskevien lasten laskustrategioiden muutosta ensimmäiseltä luokalta toiselle luokalle, sekä

tutkimme, onko sosioekonomisella taustalla yhteyttä oppilaiden laskutaidon eroihin. Tutkimuskysymyksiksemme muodostuivat seuraavat:

1. Missä määrin kolmannella luokalla heikosti laskevien laskustrategiat eroavat tyypillisesti laskevien strategioista kolmannen luokan keväällä?
2. Millaista kehitystä heikosti laskevien laskustrategioissa tapahtuu ensimmäisen luokan keväältä toisen luokan keväälle verrattuna tyypillisesti laskeviin?
3. Onko oppilaiden laskutaito yhteydessä perheen sosioekonomiseen taustaan (vanhempien koulutustausta)?

Aikaisempien tutkimusten perusteella oletimme, että heikot laskijat käyttäisivät konkreettisempia laskustrategioita kuten luettelemista ja tyypillisesti laskevat käyttäisivät kolmannella luokalla abstraktimpia strategioita kuten vastauksen hakemista muistista. Oletimme myös, että laskustrategioiden kehitys ensimmäiseltä luokalta toiselle olisi hyvin erilaista heikoilla ja tyypillisillä laskijoilla. Heikkojen laskijoiden kehityksen oletimme olevan hitaampaa ja käytön painottuvan yhteen konkreettisempaan strategiaan. Tyypillisiltä laskijoilta oletimme havaitsevamme nopeampaa kehitystä kohti abstraktimpia strategioita. Lisäksi oletimme sosioekonomista taustaa tässä tutkimuksessa mittaavan vanhempien koulutustaustan olevan yhteydessä lasten laskutaitoon kolmannella luokalla. Oletuksemme oli, että yhteys ei ole voimakas, sillä Suomessa tilanne on kuitenkin verrattain hyvä, jos asiaa mietitään esimerkiksi koko Euroopan näkökulmasta.

## 2 TUTKIMUSMENETELMÄT

### 2.1 Tutkimuskonteksti ja osallistujat

Tutkimuksemme osallistui 197 peruskoulun oppilasta. Kyseessä on pitkittäistutkimus, jonka aineisto on kerätty viidellä eri mittauskerralla vuosina 2016–2018. Tutkimuksen tekoon käytetty aineisto on kerätty osana laajempaa Jyväskylän yliopiston FLARE-hanketta (FLUency, ArithmetiC, REading). Hankkeessa tutkittiin lukemisen ja aritmeettisten taitojen sujuvuuden kehitystä ja sujuvuusvaikeuksien taustalla olevia tekijöitä, ja hankkeen tavoitteena oli saada uutta tietoa sujuvuuden kehityksestä sekä siihen liittyvistä haasteista. FLARE-hankkeeseen osallistui alun perin 200 peruskoulun oppilasta, joista 103 tyttöjä (51,5 %) ja 97 poikia (48,5 %). Meidän tutkimuksemme aineisto koostuu vain oppilaista, jotka olivat osallistuneet molempiin kolmannen luokan mittauksiin. Näitä oppilaista oli 197. Jätimme siis tutkimuksestamme pois ne yksittäiset oppilaat, jotka jättäytyivät pois tutkimuksesta aineiston keruun aikana paikkakunnalta muuttamisen tai vuosiluokan kertaamisen johdosta. Kaikki tutkimukseen osallistuneet oppilaat olivat suomea puhuvia, joten voidaan olettaa, että oppilaiden kielitaito oli riittävä, eikä kielitaito ole vaikuttanut matemaattisten tehtävien tekemiseen tai ohjeiden ymmärtämiseen. Oppilaat olivat tutkimuksen alkaessa ensimmäisellä luokalla ja heidän keski-ikänsä oli seitsemän vuotta ja yhdeksän kuukautta (keskihajonta 3,5 kuukautta). Tutkimuksen päättyessä oppilaat olivat kolmannella luokalla ja tällöin heidän keski-ikänsä oli yhdeksän vuotta ja yhdeksän kuukautta. Tutkimukseen osallistuvien oppilaiden vanhemmista 2,1 %:lla ei ollut jatkotutkintoa, 33,9 %:lla oli ammatillinen tutkinto, 10,9 %:lla ylioppilastutkinto, 10,9 %:lla opistotutkinto, 21,4 %:lla ammattikorkeakoulututkinto, 18,4 %:lla yliopisto- tai korkeakoulututkinto ja 2,6 %:lla yliopistotollinen jatkotutkinto. Oppilaiden mittaustulosten lisäksi FLARE-hankkeen aineistoon kuuluu ensimmäisen luokan keväällä vanhempien täyttämä taustatietolomake. Hanketta rahoitti Suomen Akatemia (277340) vuosina 2014–2018. Tutkimuksen vastuullisena johtajana toimi professori Mikko Aro.

## 2.2 Tutkimusaineiston keruu

Aineisto on kerätty kolmessa keskisuomalaisessa kunnassa yhteensä kuudesta koulusta vuosien 2016–2018 aikana. Aineisto on kerätty viidellä mittauskerralla kuuden kuukauden välein. Ensimmäinen mittauskerta on ollut tutkittavien ensimmäisen luokan keväällä (maalis-huhtikuussa) ja viimeinen kolmannen luokan keväällä (maalis-huhtikuussa). Aineisto kerättiin oppilailta koulussa koulupäivän aikana. Aineiston keräsivät koulutetut FLARE-hankkeen tutkimusavustajat. Aineistoa kerättiin jokaisella mittauskerralla kahdella yksilöarviointikeralla, jotka molemmat kestivät 40 minuuttia. Nämä tuokiot videoitiin, jotta oppilaan suoritus voitiin pisteyttää myöhemmin. Lisäksi jokaiseen mittauskertaan kuului kaksi koko opetusryhmän kanssa tehtyä 45 minuutin arviointitilannetta ja yksi 45 minuutin pienryhmätilanne, jossa oppilaat työskentelivät tietokoneilla. Aineistonkeruu kesti jokaisella mittauskerralla noin kuusi viikkoa.

Tutkimuksessamme laskutaitoa mitattiin oppilaiden tekemillä yhteenlaskutesteillä (Koponen & Mononen, 2010), joissa oppilailla oli kaksi minuuttia aikaa ratkaista 120 yksinnumeroista yhteenlaskua. Oppilaat tekivät yhteenlaskutestin ryhmättestauksena omassa luokassa. Sama testi teetettiin oppilaille jokaisella mittauskerralla, mutta siinä vaihdeltiin ensimmäisten laskujen järjestystä. Oikein laskettujen laskujen määrästä määrääjassa muodostettiin summamuuttuja kuvaamaan oppilaiden laskutaitoa.

Oppilaiden käyttämää laskustrategiaa mitattiin 12 laskun yksilötestillä, jossa oppilas kertoi laskun vastauksen ääneen tutkimusavustajalle. Vastaus sekä sen ratkaisemisessa käytetty laskustrategia kerättiin ylös lomakkeelle ja tilanne on videoitu myöhempää tarkastelua varten. Laskustrategioiden vaihtoehtoina olivat luetteleminen mielessä, luetteleminen ääneen, muisti ulkoa tai apulaskun avulla tai muisti ulkoa heti (alle 3 sekuntia). Näiden lisäksi tutkimusavustaja kirjasi ylös, käyttikö oppilas laskemisen apuna sormia ja kummasta luvusta oppilas aloitti lukujen luettelemisen käyttäessään strategiana luettelemalla laskemista mielessä tai ääneen. Käytetyn laskustrategian tutkimusavustaja päätteli oppilaan nopeudesta ja eleistä (luetteleminen, nyökyttely, sormien käyttäminen). Joissain

tilanteissa oppilaalta on kysytty, miten on laskun laskenut, jos käytettyä strategiaa ei olla voitu päätellä oppilaan toiminnasta. Oppilaan toiminta on voitu tarkistaa myös myöhemmin tilanteesta otetulla nauhalla. Nauhoitteiden avulla on voitu varmistaa yhdenmukainen tapa tulkita, mitä strategiaa oppilaat ovat kussakin laskussa käyttäneet. Jokaisen laskustrategian käytöstä muodostettiin omat summamuuttujat kuvaamaan, kuinka monessa laskussa oppilas kutakin laskustrategiaa käyttivät.

Perheen sosioekonominen tausta on määritelty taustatietolomakkeeseen kirjatun vanhempien korkeimman koulutuksen perusteella. Vanhemmat vastasivat koulutukseen seitsemänportaisen asteikon avulla, jossa 1 = "ei jatkotutkintoa", 2 = "ammattillinen tutkinto", 3 = "ylioppilastutkinto", 4 = "opistotutkinto", 5 = "ammattikorkeakoulututkinto", 6 = "yliopisto-/korkeakoulututkinto" ja 7 = "yliopistollinen jatkotutkinto". Vanhemmat täyttivät taustatietolomakkeen kotona ensimmäisen luokan keväällä ja palauttivat sen opettajalle. Lomake palautui 183 oppilaalta. Muuttujasta muodostui järjestysasteikollinen muuttuja, joka määriteltiin vanhemman korkeimman koulutuksen mukaisesti.

### **2.3 Aineiston analyysi**

Aineistomme analysoitiin SPSS 26.0-ohjelmistolla. Käyttämämme muuttujat, eli laskustrategiamuuttujat muistista hakeminen, vastauksen johtaminen ja luettelemalla laskeminen, sekä sosioekonomista taustaa mittaava koulutusmuuttuja, eivät olleet normaalisti jakautuneita (Taulukko 1). Erityisesti vinoja muuttujia olivat luettelemalla laskemisen muuttujat, jotka olivat kaikkina mittauspisteinä voimakkaasti oikealle vinoja. Lisäksi esimerkiksi laskun johtamisen muuttujat toisella ja kolmannella luokalla olivat vinoja oikealle. Luettelemalla laskemisen muuttujat olivat lisäksi toisella ja kolmannella luokalla hyvin terävähuippuisia. Sosioekonominen tausta oli puolestaan huiputon.

TAULUKKO 1 Laskustrategiamuuttujien ja sosioekonomisen taustan vinoudet ja huipukkuudet (N = 177).

| Muuttuja                          | Vinous | Huipukkuus |
|-----------------------------------|--------|------------|
| Luettelemalla laskeminen (1. lk.) | 6.0    | -0.7       |
| Laskun johtaminen (1. lk.)        | 1.0    | -2.7       |
| Muistista hakeminen (1. lk.)      | 2.5    | -2.3       |
| Luettelemalla laskeminen (2. lk.) | 10.1   | 6.5        |
| Laskun johtaminen (2. lk.)        | 3.8    | -1.0       |
| Muistista hakeminen (2. lk.)      | -1.2   | -2.7       |
| Luettelemalla laskeminen (3. lk.) | 22.4   | 47.6       |
| Laskun johtaminen (3. lk.)        | 5.6    | 1.6        |
| Muistista hakeminen (3. lk.)      | -4.6   | -0.5       |
| Sosioekonominen tausta            | 2.5    | -3.2       |

Käytimme muuttujien voimakkaan vinouden ja huipukkuuden takia aineiston analysointiin parametrittomia analyysimenetelmiä: Mann Whitney'n U-testiä, Wilcoxonin merkittyjen sijalukujen testiä, Khiin neliö -testiä sekä ristiintaulukointia. Analyysiamme varten jaoinme tutkittavat kolmannen luokan laskutaidon perusteella kahteen ryhmään: tyypillisesti laskeviin (TD = typically development) sekä heikkoihin laskijoihin (MD = mathematical disability). Tutkimuksemme määrittelemme heikot laskijat hitauden kautta, sillä yhteenlaskutestin laskuissa tehtiin hyvin vähän virheitä, mutta heikot laskijat ehtivät laskemaan niitä vähemmän kuin tyypillisesti laskevat oppilaat. Laskusujuvuuden haasteet näkyvätkin usein hitaiden laskustrategioiden käyttönä (Koponen ym., 2018). Tutkittavan piti molemmissa kolmannen luokan mittauksissa olla vähintään yhden keskihajonnan verran keskiarvoa heikompi, jotta hänet tulkittiin hitaaksi laskijaksi. Tällä pystyimme poissulkemaan esimerkiksi heikosta vireystilasta johtuvan yksittäisen heikon tuloksen aiheuttaman virheellisen luokittelun laskutaidon ryhmiin. Sen vuoksi oppilaat, jotka suoriutuivat toisesta kolmannen luokan mittauksessa tyypillisesti, mutta eivät molemmissa, jätettiin pois aineistosta. Näitä

oppilaita oli 20. Lopullisessa aineistossamme oli 177 oppilasta, joista 155 (87,6 %) oppilasta on tyyppillisesti tai hyvin laskevia ja 22 (12,4 %) heikkoja laskijoita.

Ensimmäistä tutkimuskysymystä varten yhdistimme alkuperäisistä neljästä strategiasta yhdeksi luettelemalla laskemisen strategiaksi muuttajat ”luettelee ääneen” ja ”luettelee mielessä”, koska ääneen luettelemista ei juuri esiintynyt. Käytimme tässä tutkimuskysymyksessä analyysimenetelmänä parametritonta Mann-Whitneyn U-testiä, jonka avulla tarkastelimme kolmannen luokan laskutaidon perusteella muodostettujen ryhmien (0 = tyyppillisesti laskevat, 2 = heikot laskijat) eroja laskustrategioissa (1 = muisti ulkoa heti eli alle kolmessa sekunnissa, 2 = muisti ulkoa tai apulaskun avulla, 3 = laski luettelemalla). Tutkimuksessamme luokittelimme laskustrategioita kolmeen eri kategoriaan, joita nimitämme muistista hakemiseksi, laskun johtamiseksi ja luettelemalla laske-  
miseksi.

Toisen tutkimuskysymyksen tarkastelua varten muodostimme kaikista kolmesta laskustrategiasta omat muutosmuuttujat, jossa tarkastelimme laskustrategiamuuttujan loppuarvon eli toisen luokan kevään ja aloitusarvon eli ensimmäisen luokan kevään erotusta. Ryhmien välisiä eroja laskustrategioiden kehityksessä tarkastelimme ensin Mann-Whitneyn U-testin avulla ja mikäli ryhmien välillä esiintyi laskustrategioiden kehityksessä eroa, tutkimme muuttujien kehitystä Wilcoxonin testillä.

Kolmannessa tutkimuskysymyksessä, koskien laskutaidon yhteyttä perheen sosioekonomiseen taustaan, analysoimme aineistoa Khiin neliö -testin sekä ristiintaulukoinnin avulla. Tätä analyysia varten muutimme sosioekonomisen taustan asteikon kolmiportaiseksi, sillä määrät joissain yksittäisissä koulutustasoissa olivat hyvin pieniä. Alkuperäisestä asteikosta yhdistimme vaihtoehdot ei-jatkotutkintoa, ammatillinen tutkinto ja ylioppilastutkinto vaihtoehdoksi 1 = ”korkeintaan toisen asteen tutkinto”, opistollinen tutkinto ja ammattikorkeakoulututkinto vaihtoehdoksi 2 = ”opisto- / ammattikorkeakoulututkinto” ja yliopisto-/korkeakoulututkinto ja yliopistollinen jatkotutkinto vaihtoehdoksi 3 = ”yliopistollinen tutkinto”.



## 2.4 Eettiset ratkaisut

Tutkimuksen toteutuksessa on noudatettu Tutkimuseettisen neuvottelukunnan (2019) asettamia henkilötietojen käsittelyä koskevia ohjeita ja hyviä tieteellisiä käytänteitä (ks. Hirsjärvi ym., 2016). Tutkimukseen osallistuminen oli kouluille, oppilaille sekä heidän vanhemmilleen vapaaehtoista ja tutkimukseen osallistumisen sai keskeyttää missä vaiheessa tahansa. Kaikilta tutkittavilta kerättiin vanhempien kirjallinen lupa osallistua tutkimukseen. Tutkittaville kerrottiin tutkimuksen tarkoituksesta ja mitä siihen osallistuminen oppilailta vaatisi. Tutkittavien anonymiteettiä on suojeltu pseudonymisoinnalla aineisto, eikä yksittäisen oppilaan tunnistaminen ole mahdollista.

Tutkimustyössä on panostettu tarkkuuteen ja rehellisyyteen koko tutkimuksen ajan. Tutkimuksesta saadut tulokset on kirjattu avoimesti ja huolellisesti, jolloin ne kuvaavat todellista tilannetta. Lisäksi olemme kirjanneet tutkimuksessa käyttämämme lähteet asianmukaisin ja tarkoin lähdeviittauksin.

Aineistoa käsittelevät henkilöt ovat kaikki sitoutuneet noudattamaan Jyväskylän yliopiston asettamia henkilötietojen käsittelemistä koskevia ohjeita ja määräyksiä, eikä tutkimusaineisto ole ollut saatavilla tutkimuksen teon ulkopuolisille henkilöille. Tämän tutkimuksen tekoon osallistuneet henkilöt ovat allekirjoittaneet tutkimusaineiston käyttöä koskevan sopimuksen, jossa sitoutuvat käsittelemään ja säilyttämään aineistoa hyvän tieteellisen käytännön ja tietosuojavaatimusten mukaisesti. Tutkimusaineistoa on säilytetty ja käsitelty luottamuksellisesti yliopiston tietosuojatulla asemalla. Tutkimuksen teon jälkeen tutkimuksen tekoon käytetty aineisto tuhotaan asianmukaisesti.

### 3 TULOKSET

#### 3.1 Heikosti laskevien laskustrategiat kolmannella luokalla

Heikosti laskevat oppilaat eroavat tyypillisesti laskevista oppilaista kaikkien strategioiden käytössä kolmannella luokalla. Ryhmien välisiä eroja kuvaavat Mann-Whitneyn  $U$ -testisuureet on kirjattu taulukkoon 2. Ryhmien väliset erot olivat kaikkien strategioiden suhteen tilastollisesti merkitseviä.

TAULUKKO 2 Laskustrategioita koskevat tunnusluvut ja testisuureet kolmannella luokalla ( $N = 177$ ).

| Laskustrategia           | Ryhmä        | $ka$ | $kh$ | $md$ | Järjestyslukujen $ka$ | Vaihteluväli | $U$        | $\rho$ |
|--------------------------|--------------|------|------|------|-----------------------|--------------|------------|--------|
| Luettelemalla laskeminen | MD (N = 22)  | 2.0  | 3.3  | 0,0  | 113.4                 | 10           | 1168.00*** | .30    |
|                          | TD (N = 155) | 0.4  | 1.5  | 0,0  | 85.5                  | 12           |            |        |
| Laskun johtaminen        | MD           | 5.7  | 3.6  | 6,5  | 131.5                 | 12           | 771.00***  | .32    |
|                          | TD           | 2.4  | 2.3  | 2,0  | 83.0                  | 10           |            |        |
| Muistista hakeminen      | MD           | 3.8  | 2.3  | 3,5  | 23.6                  | 8            | 265.50***  | .49    |
|                          | TD           | 9.2  | 2.7  | 10,0 | 98.3                  | 12           |            |        |

MD = heikosti laskevat, TD = tyypillisesti laskevat,  $ka$  = keskiarvo,  $kh$  = keskihajonta,  $md$  = mediaani,  $U$  = Mann-Whitneyn testisuure,  $\rho$  = efektikoko Spearmanin korrelaatiolla ja \*\*\* $p < .001$

Heikosti laskevat oppilaat käyttivät kolmannen luokan keväällä luettelemalla laskemista enemmän kuin tyypillisesti laskevat oppilaat. Molempien ryhmien kohdalla raportoimme taulukossa 2 myös järjestyslukujen keskiarvon, sillä mediaanit olivat luettelemalla laskemisessa molempien ryhmien kohdalla samat, vaikka ryhmät erosivat strategian käytössä tilastollisesti merkitsevästi. Heikosti laskevat oppilaat käyttivät luettelemalla laskemista keskimäärin kahdessa las-

kussa kahdestatoista ja tyypillisesti laskevat oppilaat keskimäärin puolessa laskussa. Efektikoko luettelemalla laskemisen ja luokitellun laskutaidon muuttujan välillä oli keskisuuri (ks. Cohen, 1988), eli käytetty laskustrategia selitti laskutaitoa keskiuuresti.

Laskun johtamista heikosti laskevat oppilaat käyttivät kolmannen luokan keväällä enemmän kuin tyypillisesti laskevat oppilaat. Heikosti laskevat oppilaat käyttivät johtamista keskimäärin kuudessa laskussa ja tyypillisesti laskevat keskimäärin kahdessa. Heikosti laskevien oppilaiden käytetyin laskustrategia kolmannen luokan keväällä oli johtaminen. Efektikoko laskun johtamisen ja luokitellun laskutaidon muuttujan välillä oli keskisuuri (ks. Cohen, 1988).

Muistista hakemista heikosti laskevat käyttivät vähemmän, kuin tyypillisesti laskevat. Heikosti laskevat oppilaat käyttivät muistista hakemista keskimäärin neljässä laskussa ja tyypillisesti laskevat keskimäärin yhdeksässä laskussa. Muistista hakeminen oli tyypillisesti laskevien oppilaiden käytetyin laskustrategia kolmannen luokan keväällä. Efektikoko muistista hakemisen ja luokitellun laskutaidon muuttujan välillä oli keskisuuri (ks. Cohen, 1988).

### **3.2 Laskustrategioiden kehitys ensimmäiseltä luokalta toiselle luokalle**

Toisessa tutkimuskysymyksessämme tutkimme, millaista kehitystä heikosti laskevilla oppilailla tapahtuu ensimmäisen luokan keväältä toisen luokan keväälle verrattuna tyypillisesti laskeviin oppilaisiin. Kaikissa laskustrategioissa tapahtuu muutosta ensimmäiseltä luokalta toiselle luokalle siirryttäessä. Kolmannella luokalla heikosti laskevien ja tyypillisesti laskevien oppilaiden välillä ryhmät eroavat laskustrategioiden kehityksessä luettelemisen ja muistista hakemisen suhteen tilastollisesti merkitsevästi (Taulukko 3). Johtamisen suhteen ryhmät eivät eronneet kehityksessä toisistaan tilastollisesti merkitsevästi.

TAULUKKO 3 Laskustrategioita koskevat tunnusluvut ja testisuureet ensimmäisellä ja toisella luokalla ( $N = 177$ ).

| Laskustrategia           | Ryhmä        | 1. luokan ke- |           |           | 2. luokan ke- |           |           | <i>U</i>           | $\rho$ |
|--------------------------|--------------|---------------|-----------|-----------|---------------|-----------|-----------|--------------------|--------|
|                          |              | vät           |           |           | vät           |           |           |                    |        |
|                          |              | <i>ka</i>     | <i>kh</i> | <i>md</i> | <i>ka</i>     | <i>kh</i> | <i>md</i> |                    |        |
| Luettelemalla laskeminen | MD (N = 22)  | 4.1           | 4.8       | 2.0       | 4.6           | 4.6       | 3.0       | 1248.00*           | .16*   |
|                          | TD (N = 155) | 2.8           | 3.7       | 1.0       | 1.4           | 2.7       | 0.0       |                    |        |
| Laskun johtaminen        | MD           | 5.4           | 4.5       | 6.0       | 4.8           | 3.8       | 5.0       | 1469.00 <i>ns.</i> | .08    |
|                          | TD           | 4.6           | 3.2       | 5.0       | 3.2           | 2.7       | 3.0       |                    |        |
| Muistista hakeminen      | MD           | 1.1           | 1.4       | 1.0       | 2.4           | 2.1       | 1.5       | 2420.50***         | .24**  |
|                          | TD           | 4.3           | 3.0       | 4.0       | 7.2           | 3.2       | 7.0       |                    |        |

MD = heikosti laskevat, TD = tyypillisesti laskevat, *ka* = keskiarvo, *kh* = keskihajonta, *md* = mediaani, *U* = Mann Whitney testisuure,  $\rho$  = efektikoko Spearmanin korrelaatiolla

\*\*\* $p < .001$ , \* $p < .05$  ja *ns.* ei tilastollisesti merkitsevä

Luettelemalla laskemista tutkimme ensin Mann Whitney U-testillä ja havaitsimme ryhmien välillä olevan eroa luettelemalla laskemisen suhteen (Taulukko 3). Tästä syystä teimme Wilcoxonin testin, jossa huomasimme, ettei heikoilla laskijoille kehitystä tapahdu ( $z$ -arvo = 0.65,  $p = 0.52$ ,  $\rho = .08$ ). Tyypillisesti laskevilla vastaavasti tapahtuu kehitystä ensimmäiseltä toiselle luokalle siirryttäessä ( $z$ -arvo = 4.89,  $p < 0.001$ ,  $\rho = .22$ ). Heikosti laskevien kehityksen efektikoko oli olematon eli muutosta ei juuri tapahtunut luettelemalla laskemisen suhteen ensimmäisen ja toisen luokan välillä. Tyypillisesti laskevien oppilaan kehitys oli puolestaan pieni eli muutosta tapahtui vähän. Tyypillisesti laskevilla oppilailla luettelemalla laskeminen oli vähiten käytetty strategia ensimmäisen luokan keväällä ja sen käyttö väheni keskimäärin noin puoleltoista ( $ka = -1.4$ ,  $kh = 3.4$ ,  $md = 0.0$ ) laskulla toiselle luokalle siirryttäessä. Heikoilla laskijoilla luettelemalla laskeminen oli toiseksi yleisin strategia ja sen käytössä ei tapahtunut tilastollisesti merkitsevää muutosta siirryttäessä toiselle luokalle. Luettelemalla laskemisen määrä

lisääntyi heikoilla laskijoilla keskimäärin puolessa laskussa ( $ka = 0.5$ ,  $kh = 4.7$ ,  $md = 0.0$ ).

Laskun johtamisen suhteen laskutaidon ryhmien välillä Mann-Whitneyn U-testissä ei havaittu tilastollisesti merkitsevää eroa. Tutkimme, tapahtuiko kehitystä ensimmäiseltä luokalta toiselle luokalle koko otoksessa, ja huomasimme, että kehitystä koko ryhmällä tapahtui ( $z$ -arvo = 4.62,  $p < 0.001$ ,  $\rho = .19$ ). Kehityksen efektikoko oli pieni (ks. Cohen, 1988) eli muutosta koko otoksessa tapahtui vähän. Molemmilla laskutaidon ryhmillä laskujen johtaminen väheni hieman. Heikosti laskevilla oppilaille johtamisen käyttäminen laskustrategiana väheni noin puolen laskun verran ( $ka = -0.6$ ,  $kh = 4.4$ ,  $md = 0.0$ ). Tyypillisesti laskevilla johtamisen käyttäminen väheni noin puolentoista laskun verran ( $ka = -1.4$ ,  $kh = 3.9$ ,  $md = -2.0$ ). Laskun johtaminen oli molemmilla laskutaidon ryhmillä käytetyin strategia ensimmäisellä luokalla ja heikoilla laskijoilla myös käytetyin strategia toisella luokalla.

Muistista hakemisen suhteen Mann-Whitneyn U-testin perusteella havaitsimme, että ryhmien välillä on eroa laskustrategian kehityksessä. Ryhmien välillä ollessa eroa, tutkimme muuttujia Wilcoxonin testillä. Heikosti laskevien ryhmässä muutosta tapahtui ( $z$ -arvo = 2.89,  $p = 0.004$ ,  $\rho = .25$ ), kuten myös tyypillisesti laskevien ryhmässä ( $z$ -arvo = 9.29,  $p < 0.001$ ,  $\rho = .43$ ). Kehityksen efektikoko oli heikosti laskevilla pieni (ks. Cohen, 1988) eli muutosta muistista hakemisen suhteen tapahtui heikosti laskevilla vähän. Tyypillisesti laskevilla efektikoko oli keskikokoinen (ks. Cohen, 1988) eli muutosta tapahtui keski-suuri määrä. Heikoilla laskijoilla muistista hakeminen lisääntyi toiselle luokalle siirryttäessä noin yhden laskun verran ( $ka = 1.3$ ,  $kh = 1.8$ ,  $md = 1.0$ ). Tyypillisesti laskevilla muistista hakeminen lisääntyi puolestaan keskimäärin kolmen laskun verran siirryttäessä toiselle luokalle ( $ka = 3.0$ ,  $kh = 2.7$ ,  $md = 3.0$ ). Muistista hakeminen oli toisella luokalla tyypillisesti laskevien käytetyin strategia.

### 3.3 Sosioekonomisen taustan yhteys laskutaitoon

Kolmannessa tutkimuskysymyksessämme tutkimme ristiintaulukoinnilla, onko oppilaiden laskutaito yhteydessä vanhempien sosioekonomiseen taustaan. Tutkimuksessamme sosioekonomisen taustan tilastollisesti merkitsevää yhteyttä laskutaitoon ei ilmennyt ( $X^2(2, N = 166) = 1,27, p = 0,53, \text{Cramerin } V = 0,08$ ). Havaitut frekvenssit on esitetty taulukossa 4.

TAULUKKO 4 Sosioekonomisen taustan havaitut frekvenssit ja prosenttiosuudet laskutaidon ryhmittäin ( $N = 166$ ).

| Lasku-<br>taito | Korkeintaan<br>toisen<br>asteen tutkinto |      | Opisto-/ammatti-<br>korkea-<br>koulututkinto |      | Yliopistollinen<br>tutkinto |      | Yhteensä |       |
|-----------------|--|------|--|------|-----------------------------|------|----------|-------|
|                 | N  | %    | N  | %    | N                           | %    | N        | %     |
| MD              | 11                                       | 57,9 | 5  | 26,3 | 3                           | 15,8 | 19       | 100,0 |
| TD              | 65                                       | 44,2 | 50   | 34,0 | 32                          | 21,8 | 147      | 100,0 |

MD = heikosti laskevat, TD = tyypillisesti laskevat

Oppilaita, joiden vanhemmilla oli korkeintaan toisen asteen tutkinto, oli yhteensä 76. Opisto- /ammattikorkeakoulututkinto oli 55 oppilaan vanhemmilla. Yliopistollinen tutkinto oli 35 oppilaan vanhemmilla. Vaikka tilastollisesti merkitsevää yhteyttä sosioekonomisen taustan ja laskutaidon välillä ei ollut, voidaan taulukosta 4 havaita, että heikkoja laskijoita vanhemmista vain 15,8 %:lla oli yliopistollinen tutkinto, kun vastaava luku tyypillisesti laskevien kohdalla oli 21,8 %. Kummassakin ryhmässä suurimman osan oppilaiden vanhemmilla oli korkeintaan toisen asteen tutkinto. Heikkojen laskijoiden vanhemmista kuitenkin selvästi yli puolet (57,9 %) kuului tähän joukkoon ja tyypillisesti laskevien oppilaiden vanhemmat jakaantuivat tasaisemmin kaikkiin kolmeen sosioekonomisen taustan ryhmiin.

## 4 POHDINTA

### 4.1 Tulosten tarkastelu ja johtopäätökset

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, eroavatko kolmannella luokalla heikosti ja tyypillisesti laskevat oppilaat kolmannen luokan keväällä käyttämien laskustrategioiden suhteen, tapahtuuko oppilaiden laskustrategioissa kehitystä ensimmäisen ja toisen luokan välillä ja onko heikkojen ja tyypillisten laskijoiden kehitys erilaista sekä eroavatko laskutaidon ryhmät sosioekonomisen taustan eli tässä vanhempien koulutustaustan suhteen. Tutkimuksemme tulokset osoittivat, että laskutaidon ryhmät erosivat toisistaan käytettyjen strategioiden suhteen kolmannen luokan keväällä ja ryhmät kehittyivät eri tavalla strategioiden käytössä ensimmäisen luokan keväältä toisen luokan keväälle muistista hakemisen ja luettelemisen suhteen, mutta eivät johtamisen suhteen. Johtamisen suhteen kokonaisuudessa tapahtui kuitenkin kehitystä ensimmäisen luokan ja toisen luokan välillä. Sosioekonomisen taustan ja laskutaidon välillä ei tässä tutkimuksessa havaittu yhteyttä.

Tutkimuksessamme kolmannella luokalla heikot laskijat käyttivät yhä luettelemalla laskemista joissain laskuissa, kun tyypillisesti laskevat eivät kolmannella luokalla käyttäneet luettelemalla laskemista lähes ollenkaan. Aikaisemmissa tutkimuksissa onkin havaittu, että tyypillisesti laskevat lapset käyttävät luettelemalla laskemista aina vain vähemmän alkuopetusvuosien jälkeen (Geary, 2004; Ostad, 1999) ja meidän tuloksemme olivat näiden tutkimusten kanssa yhdensuuntaiset. Heikot laskijat käyttivät kolmannella luokalla noin puolissa laskuissa johtamista ja muistista hakemista aavistuksen enemmän kuin luettelemalla laskemista. Tyypillisesti laskevat käyttivät johtamista joissain laskuissa, mutta selkeästi vähemmän kuin muistista hakemista, jota he käyttivät lähes kaikissa laskuissa. Useammassa aikaisemmissa tutkimuksissa onkin havaittu, että matemaattinen osaaminen on yhteydessä laskustrategioiden valintaan (Koponen ym., 2018; Ostad, 1999; Wylie ym., 2012). Sujuvasti laskevilla on käytössään use-

ampia ja tehokkaampia strategioita kuin heikoilla laskijoilla. Myös meidän tutkimuksemme tulos oli samansuuntainen ja oppilaat erosivat laskustrategioiden käytössä eri laskutaidon ryhmissä. Efektikoko oli kaikkien kolmen laskustrategian ja luokitellun laskutaidon muuttujan välillä keskisuuri (ks. Cohen, 1988), eli käytetty laskustrategia selitti laskutaidon ryhmittelyä heikosti ja tyypillisesti laskeviin keskisuuressi. Tutkimuksessamme laskutaito määriteltiin laskusujuvuuden testin avulla. Toiset laskustrategiat ovat nopeampia käyttää, mikä näyttäytyy myös laskusujuvuudessa (Koponen ym., 2018). Abstraktimmilla strategioilla saavutetaan usein nopeampi laskusujuvuus kuin konkreettisimmilla.

Meidän tutkimuksessamme ensimmäisellä ja toisella luokalla molemmat laskutaidon ryhmät käyttivät kaikkia kolmea laskustrategiaa. Rusasen ja Räsäsen (2014) mukaan oppilaat saattavatkin samaan aikaan käyttää useampaa laskustrategiaa. Tutkimuksessamme heikkojen laskijoiden kohdalla luettelemisen määrä pysyi lähes samana siirryttäessä ensimmäiseltä luokalta toiselle luokalle. Tyypillisesti laskevat oppilaat puolestaan käyttivät luettelemalla laskemista ensimmäisen luokan keväällä jo hyvin vähän ja käyttö väheni entisestään siirryttäessä ensimmäiseltä luokalta toiselle. Gearyn (2004) tutkimuksen mukaan tyypillisesti laskevat oppilaat ovat siirtyneet käyttämään muistista hakemista toiselle luokalle siirryttäessä, kun taas heikosti laskevat käyttävät yhä lähinnä konkreettisempia laskustrategioita. Tutkimuksessamme tyypillisesti laskevat oppilaat olivat toisella luokalla jo siirtyneet käyttämään muistamiseen perustuvia strategioita, mikä on samansuuntainen Gearyn (2004) tutkimustuloksen kanssa. Tulevaisuudessa kouluissa tulisikin kiinnittää erityisesti huomiota oppilaisiin, jotka yhä toisella luokalla käyttävät konkreettisia laskustrategioita. Tulostemme mukaan nämä oppilaat ovat kolmannella luokalla todennäköisesti heikosti laskevia. Myöhempää laskutaitoa voidaan siis ennustaa jo alkuopetusvuosina käytettyjen laskustrategioiden perusteella ja oppilaille voidaan tarjota tukea jo ennen mahdollisten vaikeuksien ilmentymistä.

Tutkimuksessamme laskustrategioiden kehitystä tapahtui molempien laskutaidon ryhmien kohdalla ensimmäiseltä luokalta toiselle luokalle siirryttäessä. Ryhmät kehittivät eri tavoin luettelemisen ja muistista hakemisen suhteen,



mutta eivät laskun johtamisen. Aiemmin tutkimuksissa on havaittu, että matemaattisilta taidoiltaan erilaisten oppilaiden laskustrategioiden kehitys on erilaista (Jordan ym., 2003) ja taidoiltaan heikkojen laskijoiden kehitys on hidasta tai jopa täysin poikkeavaa (Ostad, 1999). Myös Rusasen ja Räsänen (2014) mukaan laskustrategioiden kehitys ei välttämättä ole lineaarista. Meidän tutkimuksemme heikkojen laskijoiden kohdalla alkuopetusvuosien aikana muistista hakeminen lisääntyi vähän ja laskun johtaminen puolestaan väheni hieman. Luettelemalla laskemisen käytössä ei juuri tapahtunut muutosta. Tyypillisillä laskijoilla puolestaan muistista hakeminen lisääntyi voimakkaasti ja muiden strategioiden käyttö väheni. Tyypillisesti laskevilla oppilailla muistista hakeminen oli jo toisella luokalla selvästi käytetyin laskustrategia, kun heikosti laskevilla oppilailla se oli yhä vähiten käytetyin strategia, vaikka sen käyttö olikin lisääntynyt ensimmäiseltä luokalta. Verrattuna tyypillisten laskijoiden kehitykseen, heikkojen laskijoiden laskustrategioiden kehitys oli poikkeavaa, mikä näkyy esimerkiksi siinä, ettei luettelemalla laskeminen vähentynyt ensimmäiseltä luokalta toiselle siirryttäessä. Kehitys kohti abstraktimpia strategioita oli huomattavasti hitaampaa, mikä näkyy esimerkiksi siinä, että heikosti laskevat oppilaat laskevat vielä toisella luokalla laskuja luettelemalla ja tämä strategian käyttö vähenee vasta kolmannella luokalla. Saamamme tulokset olivat yhdensuuntaisia aikaisempien tulosten kanssa (Jordan ym., 2003; Ostad, 1999; Rusanen & Räsänen, 2014). Oletuksemme mukaan laskustrategioiden kehittymisen kannalta olisikin tärkeää, että laskutaidon haasteisiin puututtaisiin riittävän ajoissa, jotta oppilaan laskustrategiat kehittyisivät ikätasonsa mukaisesti. Varhaisen puuttumisen merkityksellisyttä vahvistaa myös tieto uusien matemaattisten taitojen rakentumisesta aina aikaisemmin opitun päälle eli taitojen hierarkkinen rakentuminen (Fuchs ym., 2006).

Tässä tutkimuksessa erityisten tyypillisten laskijoiden kohdalla voidaan huomata käytettyjen laskustrategioiden yksipuolistuminen eli oppilaan laskutaidon kehittyessä laskustrategiana korostuu entistä enemmän muistista hakeminen ainoana strategiana. Aikaisempi tutkimus käytettyjen laskustrategioiden määrästä on ristiriitainen (Ostad, 199; Steinberg, 1985). Ostad (1999) havaitsi, että

heikot laskijat käyttivät laskujen ratkaisemiseen ensimmäiseltä luokalta kolmannelle luokalle vain yhtä strategiaa ja tyypillisesti laskevat jopa neljää strategiaa alakoulun viimeisillä luokilla. Steinbergin (1985) tutkimuksessa puolestaan lähes kaikki oppilaat käyttivät vähintään muutamaa strategiaa. Saamamme tulokset ovat eriäviä erityisesti Ostadin (1999) saamien tulosten kanssa, sillä meidän tutkimuksessamme tyypillisesti laskevien käyttämien laskustrategioiden määrä väheni. Tuloksia verratessa täytyy ottaa huomioon erilaiset tavat määritellä strategioita. Ostadin (1999) tutkimuksessa oppilaat käyttävät viidennellä luokalla jopa neljää strategiaa ja meidän tutkimuksessamme strategioita on kaikkiaan vain kolmea erilaista. Lisäksi meidän tutkimuksessamme tarkastellaan kaikista laskustrategioista vain yhteenlaskustrategioita, mikä saattaa näkyä myös määriteltyjen strategioiden määrässä.

Kansainvälisissä tutkimuksissa on huomattu sosioekonomisen taustan olevan yhteydessä akateemiseen osaamiseen (esim. Nesbitt ym., 2013; Thiel, 2012; Wang ym., 2014). Esimerkiksi Nesbittin ja kumppaneiden (2013) tutkimuksessa on huomattu, että sosioekonomisen taustan yhteys on vahvempi matematiikassa kuin esimerkiksi lukemisen taidoissa. Meidän tutkimuksessamme ei kuitenkaan sosioekonomisen taustan ja laskutaidon eri ryhmien välille löytynyt merkitsevää yhteyttä. Suomessa sosioekonomisen taustan aiheuttamat akateemiset erot ovat pienempiä kuin muissa Euroopan maissa (Martins & Veiga, 2010), mutta aiemmissa tutkimuksissa on silti huomattu eroja myös Suomessa (Koponen ym., 2007; Kupari & Nissinen, 2013; Vetterranta ym., 2016). Tämän tutkimuksen tuloksiin saattaa vaikuttaa esimerkiksi aineiston paikallisuus, sillä aineistoon kuuluu vain keskisuomalaisia oppilaita. Tulokset olisivat saattaneet olla erilaisia, jos aineisto kattaisi esimerkiksi koko Suomen. Aiempien tutkimusten tuloksissa on kuitenkin Vetterrannan ja kumppaneiden (2016) mukaan ollut vaihtelevuutta, minkä voidaan tulkita tarkoittavan sitä, että myös heikommasta sosioekonomisesta taustasta tulevat oppilaat voivat menestyä samalla tavalla kuin korkeamman sosioekonomisen taustan lapset. Tämä tutkimustulos on samansuuntainen meidän saamamme tutkimustuloksen kanssa.

Tutkimuksessamme ”yliopistollinen tutkinto” -ryhmä oli muita sosioekonomisen taustan ryhmiä pienempi ja molemmissa laskutaidon ryhmissä oli vähiten oppilaita tässä ryhmässä. Tyypillisesti laskevien kohdalla jakautuminen kolmeen sosioekonomisen taustan ryhmään oli kuitenkin huomattavasti tasaisempaa kuin heikosti laskevien kohdalla, joista yli puolet kuuluivat ”korkeintaan toisen asteen tutkinto” -ryhmään. Vaikka saamamme tulos sosioekonomisen taustan aiheuttamista laskutaidon eroista ei ollut merkitsevä, on kuitenkin hyvä ottaa huomioon aiemmat tutkimustulokset erilaisten sosioekonomisten taustojen aiheuttamista eroista akateemiseen suoriutumiseen. Suomessa tilanne on vielä verrattain hyvä (Martins & Veiga, 2010), mutta sosioekonomisen taustan merkitys oppimiseen on kasvanut (Vettenranta ym., 2020). Lisäksi Thielin (2012) tutkimuksen mukaan sosioekonomisen taustan yhteys matemaattiseen suoriutumiseen on arvioitu voimistuvan tulevaisuudessa.

Tutkimuksemme on toteutettu oppilaille koulun alkaessa, jolloin sosioekonomisen taustan aiheuttamia eroja ei vielä mahdollisesti ole ehtinyt syntyä. Alkuopetuksessa keskitytään vasta peruslaskutaitoihin ja erot saattavat lisääntyä vasta myöhemmin siirryttäessä vaativampiin ja abstraktimpiin taitoihin. Caron ja kumppaneiden (2009) tutkimuksen mukaan sosioekonomisen taustan yhteys akateemiseen osaamiseen lisääntyy perusopetuksen aikana ja on merkittäväntä perusopetuksen viimeisillä luokilla. Tämän vuoksi osaamistason eroihin olisi hyvä puuttua jo aikaisessa vaiheessa, jotta sosioekonomisen taustan aiheuttamat osaamisen erot eivät pääsisi lisääntymään. Olisi kuitenkin tärkeää, että jatkossa sosioekonomisen taustan aiheuttamia osaamisen eroja tarkasteltaisiin eri vaiheissa oppilaiden koulupolkuja.

## **4.2 Tutkimuksen arviointi**

Tutkimuksemme toteutusta pitkittäistutkimuksena voidaan pitää tutkimuksemme vahvuutena, sillä siten pystyimme tutkimaan kehitystä eri luokka-asteiden välillä. Tutkimus mahdollisti lisätiedon saamisen oppilaiden laskutaidon ja

laskustrategioiden kehityksestä alkuopetusvuosina. Aikaisemmin laskustrategioiden kehitystä on tutkittu myös pitkittäistutkimuksena, mutta vain siten, että oppilaiden laskustrategioiden kehitystä seurataan alkuopetuksen aikana. Vahvuutena tutkimuksessamme onkin poikkeava tarkastelusuunta, jossa ensin määrittelimme kolmannella luokalla heikot oppilaat, minkä jälkeen vasta lähdemme tutkimaan heidän laskustrategioiden kehitystä alkuopetusvuosina. Tutkimuksemme heikoilla laskijoilla vaikeudet matematiikassa ovat jo pidemmällä aikavälillä pysyväytyneet, mikä lisää luotettavuutta tarkastellessamme heikkoja laskijoita. Tällä tavalla pystytään saamaan tietoa laskustrategioista ja niiden kehitykseen liittyvistä piirteistä juuri niiden oppilaiden kohdalla, joilla on pysyvämpiä vaikeuksia matematiikassa. Tällaisen tarkastelusuunnan etuna on se, että saadaan tietoa jatkossa varhaisempaan vaikeuksien tunnistamiseen, mikä mahdollistaa varhaisemman tuen.

Tässä tutkimuksessa heikon laskutaidon ryhmä oli määrällisesti verrattain suuri (11,2 % koko aineistosta), kun esimerkiksi useassa kansainvälisessä tutkimuksessa matemaattisten oppimisvaikeuksien esiintyvyys on noin 5–7 % (Räsänen ym., 2010). Pidimme heikon laskutaidon katkaisurajana tutkimuksessamme eroamista yhden keskihajonnan verran keskiarvosta. Tutkimuksemme luotettavuutta lisää käyttämämme kaksi eri mittauspistettä, jolloin yhdessä mittauksessa epäonnistuminen ei vielä tarkoita heikkoa laskutaitoa. Tutkimuksestamme poistimme ne oppilaat, jotka suoriutuivat vain toisesta mittauksesta tyyppillisesti, mikä saattaa vaikuttaa laskutaidon ryhmien esiintyvyyden prosenttiosuuksiin ja selittää esimerkiksi heikkojen laskijoiden suurta osuutta.

Aineistomme muuttajat olivat selkeästi sekä vinoja että huipukkaita, jonka vuoksi käyttämämme analyysimenetelmämme olivat parametrittomia. Ei-parametriset testit eivät ole kuitenkaan yhtä vahvoja testejä, mitä parametriset testit ovat, mikä tulee ottaa huomioon tulosten tarkastelussa. Tutkimuksemme vaihtelevat ja suuret vinoudet ovat selitettävissä laskustrategioiden tyyppillisellä kehitymisellä alkuopetusvuosien aikana, sillä tiettyä strategiaa on käytetty tietyssä mittauksessa selkeästi paljon tai vastaavasti hyvin vähän.

Tutkimuksessamme ei otettu huomioon oppilaiden koulussa saamaa tukea matematiikassa. Jatkossa olisikin hyvä ottaa huomioon se, kuinka varhainen tuen saaminen ja laskustrategioiden opettaminen vaikuttaa laskutaidon ja laskustrategioiden kehitykseen. Tämä tutkimus ei myöskään ottanut huomioon oppilaiden vanhempien matemaattista taitoa, eikä perheen tarjoamaa tukea laskutaidon kehitykseen. Tutkimuksessamme keskityttiin ainoastaan matematiikan taitoihin, eikä tutkimuksessamme otettu huomioon oppilaan muuta suoriutumista koulussa. Voidaan kuitenkin olettaa, että kaikki tutkimukseen osallistuneet oppilaat ovat ymmärtäneet hyvän suomen kielen taitonsa ansiosta tutkimuskysymykset ja tehtävät, mitä voidaan pitää tutkimuksen vahvuutena.

Tämän tutkimuksen tutkimusaineisto on kerätty vain keskisuomalaisista kouluista, joten tuloksia ei voida yleistää koko Suomen tasolla. Tämän lisäksi tutkimusjoukko on ollut keskikokoinen ( $N < 200$ ) sekä kulttuuritaustaltaan mahdollisesti hyvin samankaltainen. Kaikki tutkimukseen osallistuneet oppilaat olivat natiiveja suomen puhujia, jolloin tutkimuksen tuloksia ei voi yleistää koskemaan esimerkiksi heikosti suomea puhuvia oppilaita. Jatkossa tutkimusta olisi hyvä jatkaa myös muualla Suomessa ja tutkia, ovatko tulokset samankaltaisia.

Laskutaitoa tutkimuksessamme mitattiin Koposen ja Monosen (2010) tutkimuskäyttöön kehittämällä testillä, jonka tehtävät koostuivat erilaisista yksinumeroisista yhteenlaskuista. Testin luotettavuudesta ei ole tietoa. Jokaisella tutkimuskerralla testi oli sama, mutta vaihtelemalla ensimmäisten laskujen järjestystä poistettiin vastausten ulkoa muistamisen mahdollisuus. Testi tehtiin ryhmätestauksella luokassa, mikä on saattanut vaikuttaa osan oppilaiden keskittymiseen ja sen myötä testin tuloksiin. Kuitenkin tutkimuksemme kaksi mittauspistettä mahdollistivat sen, ettei yhden kerran testissä epäonnistuminen vielä luokitellut oppilasta heikon laskutaidon ryhmään.

Laskustrategiaa tutkimuksessamme mitattiin yksilötestillä, jossa tutkimusavustaja kirjasi ylös oppilaan käyttämän laskustrategian. Vaihtoehtoina eri strategioille oli 1) muistaa ulkoa heti (alle 3 sekuntia), 2) muisti ulkoa viiveellä tai johti vastauksen toisen laskun avulla, 3) luettelee mielessä, 4) luettelee ääneen.

Tutkimuksessamme on käytetty nimitystä "laskun johtaminen" kaikista niistä tilanteista, jossa vastauksen antamiseen on mennyt yli kolme sekuntia, eikä oppilas ole antanut merkkejä luettelemalla laskemisesta. Mielessä laskeminen voi kuitenkin sisältää johtamisen lisäksi muitakin strategioita, kuten esimerkiksi laskun pilkkomisen ( $8+5 = 8+2+3$ ) tai hitaan mielessä laskemisen. Strategioiden erilainen määrittely tulee ottaa huomioon tarkastellessa tuloksia. Tätä aineistoa kerätessä tutkimusavustaja kirjasi ylös myös, mikäli oppilas käytti apuna sormia sekä kummasta luvusta oppilas aloitti luettelemisen. On mahdollista, että laskustrategia on voitu kirjata vääräksi, mikäli oppilas ei ole pystynyt kertomaan käyttämänsä strategiaa, tai sen käyttö on muuten ollut tutkimusavustajalle epäselvää. Lapset kuitenkin osaavat yleensä kysyttäessä kertoa, miten ovat ratkaisseet laskun, eli mitä strategiaa ovat käyttäneet (Ostad, 1999). Yksilötestauksena toteutettu laskustrategian tutkiminen on mahdollistanut testin tekemisen rauhassa, mutta osalle tutkittavista testitilanne vieraan ihmisen kanssa on saattanut olla jännittävä, mikä on saattanut vaikuttaa suoriutumiseen.

Sosioekonomiselle taustalle ei ole olemassa yksiselitteistä mittaria ja mittarina käytetään eri tutkimuksissa erilaisia asioita. Meidän tutkimuksessamme mittasimme perheen sosioekonomista taustaa vanhempien korkeimmalla koulutuksella. On hyvä muistaa, että sosioekonomista taustaa pystytään mittaamaan myös muilla mittareilla, eikä Suomessa vanhempien koulutustaustalla ole merkitystä esimerkiksi oppilaiden mahdollisuuteen saada koulussa tarvittaessa lisätukea, mikä mahdollistaa oppilaiden tasa-arvoisen opetuksen kouluissa. Sosioekonomisen taustan mittauksen luotettavuutta lisäisi laajempi ja monipuolisesti erilaisia asioita huomioiva mittari.

Tutkimuksessamme yhdistimme vanhempien koulutustasoa mittaavia eri koulutusasteita yhteen, jotta saimme suurempia ryhmiä ja pystyimme analysoimaan aineistoa. Sen vuoksi tutkimuksessamme esimerkiksi alempi korkeakoulututkinto oli vastausvaihtoehdoissa kahdella tasolla, ammattikorkeakoulututkintona 2 = "opisto- / ammattikorkeakoulututkinto" -vaihtoehdossa, kuin myös yliopistollisessa tutkinnossa 3 = "yliopistollinen tutkinto". Lisäksi alkuperäisen seitsemänportaisen asteikon kaventamisen myötä asteikko ei vastannut enää

yhtä tarkasti vanhempien koulutustaustaa. Yhdistimme esimerkiksi vaihtoehtoon ”yliopistollinen tutkinto” alkuperäisen asteikon ”yliopisto-/korkeakoulututkinto” ja ”yliopistollinen jatkotutkinto”. Asteikon kaventamisen myötä ”yliopistollinen tutkinto” sisälsi mahdollisesti perheitä, joissa vanhemman korkein koulutus oli alempi korkeakoulututkinto, ylempi korkeakoulututkinto tai tohtorintutkinto. Vaihtoehto siis saattoi sisältää laajan kirjon eritasoisia tutkintoja. Kotona täytettävä lomake vanhempien koulutustasoista ei palautunut kaikilla oppilaille, joten emme voineet ottaa huomioon kaikkia oppilaita tutkimuksestamme. Tämän vuoksi emme voi tietää, rajasiko taustatietolomakkeeseen vastausmattomuus jotain tiettyä ryhmää pois tutkimuksestamme.

### **4.3 Jatkotutkimushaasteet**

Sujuva laskutaito näyttäytyy merkityksellisenä taitona niin koulussa kuin arkielämässäkkin, jonka vuoksi sujuvan laskutaidon tukeminen on tärkeää. Tutkimuksestamme havaitsimme, että tyypillisesti laskevat oppilaat käyttivät kehittyneempiä laskustrategioita kuin heikosti laskevat. Jatkossa tulisikin tutkia, miten peruskoulun ensimmäisillä luokilla suoritettava tietoinen laskustrategioiden opetus vaikuttaisi oppilaiden käyttämiin laskustrategioihin. Olisi mielenkiintoista selvittää, vaikuttaako laskustrategioiden opetus oppilaiden laskutaitoon positiivisesti ja olisiko sen myötä mahdollisuus sujuvoittaa taidoltaan heikkojen oppilaiden peruslaskutaitoa.

Matemaattisten vaikeuksien tunnistaminen jo alkuopetuksen aikana olisi jatkossakin tärkeää, jotta oppilaille olisi mahdollista antaa mahdollisimman tarkkaan tiettyä taitoa kehittävää harjoitusta. Merkittävää olisikin löytää sellaisia menetelmiä, joiden avulla olisi jo koulupolun alkuvaiheissa mahdollista tunnistaa ne oppilaat, joilla on riski heikkoihin matemaattisiin taitoihin. Tutkimuksemme tuloksista voidaan huomata, että kolmannella luokalla heikot laskijat käyttivät kehittymättömämpiä laskustrategioita jo alkuopetuksessa ja heidän kehityksensä oli hidasta. Kuitenkin tutkimuksestamme myös heikoilla oppilaille kehi-

tystä tapahtuu kolmannelle luokalle siirryttäessä, vaikka kehitystä kohti abstrakteja strategioita ei heillä juuri tapahtunutkaan vielä ensimmäisen ja toisen luokan aikana.

Tutkimuksemme antoi lisätietoa siitä, kuinka jatkossa taitojen kehityksen seuraaminen alkuopetusvuosien aikana tulisi olla tarkempaa. Annetun tuen vastetta pitäisi jatkossa koulussa arvioida tarkasti ja tarjota heikoille oppijoille sellaista tukea, joka antaisi tehokkaita keinoja matematiikan laskujen ratkaisemiseen. Yleisesti muutos kohti abstrakteja laskustrategioita tapahtuu oppilailla siirryttäessä ensimmäiseltä luokalta toiselle luokalle, mutta tutkimuksemme mukaan heikoilla oppilailla sitä ei vielä siinä vaiheessa tapahdu. Tutkimusasetelmamme myötä saatiin lisää tärkeää tietoa siitä, millaisia laskustrategioita ne oppilaat käyttivät alkuopetuksen aikana, joilla on pitkittynyt ja useammassa mitauspisteessä havaittu vaikeus matemaattisessa suoriutumisessa, mikä taas mahdollistaa jatkossa tuen tarjoamisen niille oppilaille jo ennen vaikeuksien ilmenemistä alkuopetuksen aikana.

Heikosti laskevien laskustrategioiden kehitys on hidasta ja erilaista verrattuna tyypillisesti laskeviin (Ostad, 1999). Meidän tuloksemme olivat tämän aikaisemman tiedon kanssa yhdenmukaisia ensimmäisen ja toisen luokan välillä. Heikkojen laskijoiden laskustrategiat kuitenkin kääntyivät jo kolmannella luokalla samaan suuntaan kuin tyypillisesti laskevien käyttämät strategiat. Jatkossa olisikin tärkeää tutkia kehitystä myös pidemmällä aikavälillä sekä alkuopetusvuosien jälkeen. Meidän tutkimuksessamme aikaväli saattaakin olla liian lyhyt osoittaakseen kehityksen täyden poikkeavuuden. Lisäksi olisi mielenkiintoista tutkia, jatkuuko kehitys ja saavuttavatko heikosti laskevat oppilaat tyypillisesti laskevien tason laskustrategioiden käytössä jossain vaiheessa.

Suomessa tilanne sosioekonomisen taustan yhteydestä oppilaiden koulu-menestykseen on vielä verrattain pieni moneen muuhun maahan verrattuna (Martins & Veiga, 2010). Tasa-arvoisen opetuksen takaamiseksi on kuitenkin tärkeää, että ymmärrämme monimutkaisia tekijöitä, jotka aiheuttavat epätasa-arvoa erilaisten ryhmien välille (Reyes & Stanic, 1988). Lisäksi on tärkeää, että kouluissa



tiedetään, miten sosioekonominen tausta vaikuttaa akateemiseen suoriutumiseen, jotta tämä voidaan opetuksessa ottaa huomioon (Brown, 1991). Kun huomioidaan sosioekonomista asemaa, samalla huomioidaan eri luokkien välillä olevia eroavaisuuksia, mikä on edesauttamassa tasa-arvon toteutumista (Eshelman & Rottinghaus, 2015). Sosioekonomisen taustan mittaamiseen liittyvien haasteiden takia olisi syytä tutkia aihetta käyttämällä laajasti erilaisia mittareita ja vertailla samasta aineistosta eri mittareilla saatuja tuloksia keskenään. Aiheesta tarvitaan jatkuvasti uutta tutkimusta, jotta voidaan varmistaa suomalaisen koulutuksen pysyminen entisellä korkealla tasolla ja mahdollistetaan tasa-arvoinen opetus kaikille oppilaille.

## LÄHTEET

- Aunio, P. (2008). Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. *NMI-bulletin : Niilo Mäki instituutin tiedotteita ja raportteja*, 18(4), 63–74.
- Aunio, P. & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20(5), 427–435. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.06.003>
- Aunio, P. & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years - a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, 24(5), 684–704. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424>
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 699–713. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699>
- Baroody, A. J. (1987). The development of counting strategies for single-digit addition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(2), 141–157. <https://doi.org/10.2307/749248>
- Bernelius, V. & Huilla, H. (2021). *Koulutuksellinen tasa-arvo, alueellinen ja sosiaalinen eriytyminen ja myönteisen erityiskohtelun mahdollisuudet*. Valtioneuvosto.
- Broadman, M. (2006). The impact of age and gender on prep children's academic achievements. *Australasian Journal of Early Childhood*, 31(4), 1–6. <https://doi.org/10.1177/183693910603100402>
- Brown, B. W. (1991). How gender and socioeconomic status affects reading and mathematic achievement. *Economis of Education Review*, 10(4), 343–357. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0617-8>
- Caro, D.H., McDonald, J. T. & Willms, J.D. (2009). Socio-economic status and academic achievement trajectories from childhood to adolescence. *Canadian Journal of Education*, 32 (3), 558–590. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0617-8>

- Carr, M. & Alexeev, N. (2011). Fluency, accuracy, and gender predict developmental trajectories of arithmetic strategies. *Journal of Educational Psychology, 103*(3), 617–631. <https://doi.org/10.1037/a0023864>
- Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills. Teoksessa T. P. Carpenter, J. M. Moser & T. A. Romberg (toim.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (s. 9–24) Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Carpenter, T. P. & Moser, J. M. 1984. The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education 15*(3), 179–202. <https://doi.org/10.2307/748348>
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Cowan, R., Donlan, C., Shepherd, D. L., Cole-Fletcher, R., Saxton, M., & Hurry, J. (2011). Basic calculation proficiency and mathematics achievement in elementary school children. *Journal of Educational Psychology, 103*(4), 786–803. <https://doi.org/10.1037/a0024556>
- Docherty, S. J., Davis, O. S. P., Kovas, Y., Meabern, E. L., Dale, P. S., Petrill, S. A., Schalkwyk, L. C. & Plomin, R. (2010). A genome-wide association study identifies multiple loci associated with mathematics ability and disability. *Genes, Brain and Behavior, 9*(2), 243–247. <https://doi.org/10.1111/j.1601-183X.2009.00553.x>
- Dowker, A. (2008). Individual differences in numerical abilities in preschoolers. *Developmental Science 11*(5), 650–654. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00713.x>
- Eshelman, A. & Rottinghaus, P. J. (2015). Viewing adolescents' career futures through the lenses of socioeconomic status and social class. *The Career development quarterly 63*(4), 320–332. <https://doi.org/10.1002/cdq.12031>
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., Schatschneider, C. & Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic

word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 29–43.

<https://doi.org/10.1037/0022-0663.98.1.29>

- Fuchs, L. S., Powell, S. R., Sheethaler, P. M., Cirino, P. T., Fletcher, J. M., Fuchs, D. & Hamlett, C. L. (2010). The effect of strategic counting instruction, with and without deliberate practice, on number combination skill among students with mathematics difficulties. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 89–100. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.09.003>
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 4–15. <https://doi.org/10.1177/00222194040370010201>
- Hakkarainen, A., Haring, M., Holopainen, L., Lappalainen, L. & Mäkihönko, M. (2014). Matemaattisen ajattelun mallintaminen ja laskustrategioiden opettaminen: yleisen tuen interventio ensimmäisen luokan oppilaille. *NMI-bulletin : Niilo Mäki instituutin tiedotteita ja raportteja*, 24(1), 9–24.
- Hannula, M. M., & Lepola, J. (2006). Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehitystä? Teoksessa J. Lepola & M. M. Hannula (toim.), *Kohti koulua. Kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys* (s. 129–153). Turku: Turun yliopisto.
- Hirsjärvi, S., Remes, P., Sajavaara, P. & Sinivuori, E. (2009). *Tutki ja kirjoita*. Helsinki: Tammi.
- Jefferson, A. L., Gibbons, L. E., Rentz, D. M., Carvahlo, J. O., Manly, J., Bennett, D. A. & Jones, R. N. (2011). A life course model of cognitive activities, socioeconomic status, education, reading ability, and cognition. *Journal of the American Geriatrics Society*, 59(8), 1403–1411. <https://doi.org/10.1111/j.1532-5415.2011.03499.x>
- Jordan, N. C., Hanich, L. B. & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development*, 74(3), 834–850. <https://doi.org/10.1111/1467-8624.00571>

- Jordan, N. C., Kaplan, D., Olán, L. N. & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development* 77(1), 153–175.  
<https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x>
- Kieffer, M. J. (2012). Before and after third grade: Longitudinal evidence for the shifting role of socioeconomic status in reading growth. *Reading and Writing* 25(7), 1725–1746. <https://doi.org/10.1007/s11145-011-9339-2>
- Kleemans, T., Peeters, M., Segeres, E. & Verhoeven, L. (2012). Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly* 27(3), 471–477.  
<https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2011.12.004>
- Koponen, T. (2012). Peruslaskutaito matematiikan kivijalkana. *NMI-bulletin : Niilo Mäki instituutin tiedotteita ja raportteja*, 22(2), 59–62.
- Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T. & Nurmi, J-E. (2007). Cognitive predictors of single digit and procedural calculation skills and their covariation with reading. *Journal of Experimental Child Psychology*, 97(3), 220–241.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2007.03.001>
- Koponen, T. & Mononen, R. (2010). Kahden minuutin yhteenlaskutesti. Julkaisematon.
- Koponen, T., Salmi, P., Eklund, K. & Aro, T. (2012). Counting and RAN: Predictors of arithmetic calculation and reading fluency. *Journal of Educational Psychology*, 105(1), 1–14. <https://doi.org/10.1037/a0029285>
- Koponen, T., Salmi, P., Torppa, M., Eklund, K., Aro, T., Aro, M., Poikkeus, A.-M., Lerkkanen, M-K., & Nurmi, J. E. (2016). Counting and rapid naming predict the fluency of arithmetic and reading skills. *Contemporary Educational Psychology*, 44–45, 83–94.  
<https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2016.02.004>
- Koponen, T., Sorvo, R., Dowker, A., Räikkönen, E., Viholainen, H., Aro, M. & Aro, T. (2018). Does multi-component strategy training improve calculation fluency among poor performing elementary school children? *Frontiers in Psychology*, 9, 1–14. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01187>

- Koskinen, R. (2016). *Mielekäs oppiminen matematiikan opetuksen lähtökohtana: Systemaattinen analyysi Journal of Research in Mathematics Education aikakauslehden artikkelien pohjalta.* (Väistöskirja, Helsingin yliopisto). Haettu [https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/230140/mielekas\\_oppiminen.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/230140/mielekas_oppiminen.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Kupari, P. & Nissinen, K. (2013). Background factors behind mathematics achievement in Finnish education context: Explanatory models based on TIMSS 1999 and TIMSS 2011 data.
- Kupari, P., Sulkunen, S., Vettenranta, J. & Nissinen, K. (2012). *Enemmän iloa oppimiseen. Neljännen luokan oppilaiden lukutaito sekä matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen. Kansainväliset PIPLS- ja TIMS-tutkimukset Suomessa.* Koulutuksen tutkimuslaitos.
- Lahelma, E. & Rahkonen, O. (2011). Sosioekonominen asema. Teoksessa M. Laaksonen & K. Silventoinen (toim.) *Sosiaali-epidemiologia. Väestön terveyserot ja terveyteen vaikuttavat sosiaaliset tekijät* (s. 41–59). Helsinki: Gaudeamus.
- Leino, K., Ahonen, A.K., Hienonen, N., Hiltunen, J., Lintuvuori, M., Lähteinen, S., Lämsä, J., Nissinen, K., Nissinen, V., Puhakka, E., Pulkkinen, J., Rautopuro, J., Sirén, M., Vainikainen, M-P. & Vettenranta, J. (2019). *Pisa 18 ensituloksia. Suomi parhaiden joukossa.* Opetus- ja kulttuuriministeriö.
- Locuniak, M. N., & Jordan, N. C. (2008). Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities, 41*(5), 451-459. <https://doi.org/10.1177/0022219408321126>
- Martins, L. & Veiga, P. (2010). Do inequalities in parents' education play an important role in PISA students' mathematics achievement test score disparities. *Economics of Education Review, 29*(6), 1016–1033. <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2010.05.001>
- Mazzocco, M. M. M. & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research & Practice, 20*(3), 142–155. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2005.00129.x>

- Moll, K., Snowling, M. J., Göbel, S. M. & Hulme, C. (2015). Early language and executive skills predict variations in number and arithmetic skills in children at family-risk of dyslexia and typically developing controls. *Learning and Instruction, 38*, 53–62.  
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.03.004>
- Mononen, R., Aunio, P., Hotulainen, R. & Ketonen, R. (2013). Matematiikan osaaminen ensimmäisen luokan alussa. *NMI-bulletin : Niilo Mäki instituutin tiedotteita ja raportteja, 23(4)*, 12–27.
- Mueller, C. W., & Parcel, T. L. (1981). Measures of socioeconomic status: Alternatives and recommendations. *Child Development, 52(1)*, 13–30.  
<https://doi.org/10.2307/1129211>
- Naumanen, P. & Silvennoinen, H. (2010). Koulutus, yhteiskuntaluokat ja eriarvoisuus. Teoksessa J. Erola (toim.) *Luokaton Suomi? Yhteiskuntaluokat 2000-luvun Suomessa* (s. 67–88). Helsinki: Gaudeamus.
- Nesbitt, K. T., Baker-Ward, L. & Willoughby, M. T. (2013). Executive function mediates socio-economic and racial differences in early academic achievement. *Early Childhood Research Quarterly, 28(4)*, 774–783.  
<https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2013.07.005>
- Ostad, S. A. (1999). Developmental progression of subtraction strategies: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education, 14(1)*, 21–36.  
<https://doi.org/10.1080/0885625990140103>
- Perusopetuslaki 2010, 642/24.6.2010
- Reyes, L. H. & Stanic, G. M. A. (1988). Race, sex, socioeconomic status and mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 19(1)*, 26–43.  
<https://doi.org/10.2307/749109>
- Rusanen, E. & Räsänen, P. (2014). Matematiikassa heikosti suoriutuvien lasten laskustrategioiden kehitys. *NMI-bulletin : Niilo Mäki instituutin tiedotteita ja raportteja, 22(3)*, 28–41.
- Räsänen P. & Ahonen T. (2004). Oppimisvaikeudet matematiikassa – neuropsykologinen näkökulma. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari,

- T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (s. 274–300). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Räsänen, P. (2012). Laskemiskyvyn häiriö eli dyskalkulia. *Duodecim : lääketieteellinen aikakauskirja*, 128(11), 1168–1177.
- Räsänen, P. & Koponen, T. (2010). Matemaattisten oppimisvaikeuksien neuropsykologisesta tutkimuksesta. *NMI-bulletin : Niilo Mäki instituutin tiedotteita ja raportteja*, 20(3), 39–51.
- Räsänen P., Närhi V. & Aunio P. (2010). Matematiikassa heikosti suoriutuvat oppilaat perusopetuksen 6. luokan alussa. Teoksessa EK. Niemi, J. Metsämuuronen (toim.) *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*, 165–203. Helsinki: Opetushallitus.
- Salaschek, M., Zeuch, N. & Souvignier, E. (2014). Mathematics growth trajectories in first grade: Cumulative v. compensatory patterns and the role of number sense. *Learning and Individual Differences*, 35, 103–112. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2014.06.009>
- Salminen, J. (2016). Matematiikan oppimisvaikeudet: riskin tunnistaminen ja tuen varhainen vaste. *NMI-bulletin : Niilo Mäki instituutin tiedotteita ja raportteja*, 26(4), 4–10.
- Salminen, J. B., Koponen, T. K., Leskinen, M., Poikkeus, A.-M. & Aro, M. T. (2015). Individual variance in responsiveness to early computerized mathematics intervention. *Learning and Individual Differences*, 43, 124–131. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2015.09.002>
- Siegler, R. S. (2009). Improving the Numerical Understanding of Children From Low-Income Families. *Child Development Perspectives*, 3(2), 118–124. <https://doi.org/10.1111/j.1750-8606.2009.00090.x>
- Siegler, R. S. & Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Steinberg, R. (1985). Instruction on Derived Facts Strategies in Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(5), 337–355. <https://doi.org/10.2307/749356>



- Terveyden ja hyvinvoinnin laitos, (2011). *Tautiluokitus ICD-10. Luokitukset, termistöt ja tilasto-ohjeet* (3. uudistettu painos). Mikkeli: StMichel Print
- Thiel, O. (2012). Socio-economic diversity and mathematical competences. *European Early Childhood Education Research Journal*, 20(1), 61-81.  
<https://doi.org/10.1080/1350293X.2012.650012>
- Tilastokeskus (1989). Sosioekonomisen aseman luokitus 1989, Helsinki.  
 Tilastokeskus, Käsikirjoja 17.
- Tutkimuseettinen neuvottelukunta. (2019). Ihmiseen kohdistuvan tutkimuksen eettiset periaatteet ja ihmistieteiden eettinen ennakkoarviointi Suomessa: Tutkimuseettisen neuvottelukunnan ohje 2019. Tutkimuseettinen neuvottelukunta
- Vettenranta, J., Hiltunen, J., Nissinen, K., Puhakka, E. & Rautopuro, J. (2016). Lapsuudesta eväät oppimiseen: Neljännen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen : kansainvälinen TIMSS-tutkimus Suomessa. Jyväskylän yliopisto, Koulutuksen tutkimuslaitos.
- Vettenranta, J., Hiltunen, J., Kotila, J., Lehtola, P., Nissinen, K., Puhakka, E., Pulkkinen, J. & Ström, A. (2020). Perustaidoista vauhtia koulutielle. Neljännen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen. Kansainvälinen TIMSS-tutkimus Suomessa. Jyväskylän yliopisto, Koulutuksen tutkimuslaitos.
- Väljärvi, J. (2017). PISA 2015 Oppilaiden hyvinvointi. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos.
- Wang, L., Li, X. & Li, N. (2014). Socio-economic status and mathematical achievement in China. *Mathematics Education*, 46(7), 1051–1060.  
<https://doi.org/10.1007/s11858-014-0718-8>
- World Health Organization. (2015). International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems (10th Revision; ICD-10). Chapter V: Mental and behavioural disorders, Disorders of psychological development, F81.2 Specific disorder of arithmetical skills.
- Wylie, J., Jordan, J-A. & Mulhern, G. (2012). Strategic development in exact calculation: Group and individual differences in four achievement

subtypes. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113(1), 112–130.

<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.05.005>

Leech, N. L., & Onwuegbuzie, A. J. (2009). A typology of mixed methods research designs. *Quality & Quantity: International Journal of Methodology*, 43(2), 265–275. <https://doi.org/10.1007/s11135-007-9105-3>