KOLMASLUOKKALAISTEN METAKOGNITIIVISET TAIDOT MATEMATIIKAN SANALLISIA TEHTÄVIÄ RATKAISTAESSA

Päivi Kiiskinen
Sirpa Lesonen

Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma
Syksy 1997
Erityispedagogiikan laitos
Jyväskylän yliopisto

TIIVISTELMÄ

Kiiskinen, Päivi & Lesonen, Sirpa 1997. Kolmasluokkalaisten metakognitiiviset taidot matematiikan sanallisia tehtäviä ratkaistaessa. Jyväskylän Yliopisto. Erityispedagogiikan laitos. Pro gradu -tutkielma, 74 s. Liitteet 19 s.

Tutkimuksen aiheena on kolmasluokkalaisten metakognitiiviset taidot matematiikan sanallisten tehtävien ratkaisemisessa. Tutkimuksen pääongelma oli selvittää, millaisia peruskoulun kolmasluokkalaisten oppilaiden metakognitiiviset taidot ovat sanallisia kerto- ja jakolaskutehtäviä ratkaistaessa. Alaongelmina olivat: 1) onko matematiikassa heikkojen ja hyvien oppilaiden sanallisten kerto- ja jakolaskutehtävien ratkaisemiseen liittyvissä metakognitiivisissa taidoissa eroa, 2) millaisia strategioita oppilaat käyttävät sanallisten tehtävien ratkaisemisessa ja 3) miten oppilaat suoriutuvat sanallisten tehtävien ratkaisemisesta. Lisäksi tutkittiin tarkkaavaisuuden yhteyttä matematiikassa suoriutumiseen.

Tutkimusmenetelminä olivat haastattelu ja oppilaan ongelmanratkaisuprosessin videointi. Aineisto analysoitiin koodaamalla oppilaan käyttämät kognitiiviset ja metakognitiiviset strategiat. Oppilaat valittiin haastatteluun KJK-testin, opettajan arvion ja MAKEKO-kokeen perusteella. Tutkimuksen tuloksena oli, että kolmasluokkalaisten oppilaiden metakognitiiviset taidot rajoittuivat oman toiminnan ja ratkaisuprosessin selittämiseen. Matematiikassa hyvät oppilaat selittivät ratkaisuprosessiaan heikkoja enemmän. Heikot oppilaat lukivat tehtävän hyviä useammin. Hyvät tapausoppilaat ratkaisivat sanalliset jakolaskutehtävät kertolaskuun perustuvalla strategialla, heikot tapausoppilaat käyttivät "kokeile ja tarkista"- tai arvausstrategiaa. Hyvät oppilaat suoriutuivat sanallisista tehtävistä keskimäärin paremmin kuin heikot. Lisäksi tutkimuksessa havaittiin yhteyttä tarkkaavaisuuden ja matematiikassa suoriutumisen sekä ratkaisuun käytetyn ajan ja sanallisten tehtävien pistemäärän välillä.

Asiasanat: matematiikka, oppimisvaikeudet, metakognitio, ongelmanratkaisu

SISÄLLYS

1 JOHDANTO

Peruskoulun matematiikan opetuksessa lähdetään siitä, että oppilas on aktiivinen tiedonhankkija, käsittelijä ja tallentaja. Opiskelu pyritään rakentamaan keskustelunomaisiksi, kokeileviksi ja ongelmakeskeisiksi tilanteiksi, joissa lähtökohtana on oppilaan konkreettiset arkielämäntilanteet. Matematiikan opiskelussa tähdätään alusta lähtien siihen, että oppilas oppisi ymmärtämään matematiikassa käytettyjä käsitteitä. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 76.) Oppimisvaikeuksiset oppilaat ovat kuitenkin usein kykenemättömiä aktiivisesti arvioimaan ja säätelemään ongelmanratkaisussa tarvittavia prosesseja. Näille oppilaille pienryhmä tarjoaa luonnollisen ympäristön interpersonaaliseen arviointiin ja päämääräsuuntautuneisuuteen. Nykyään kiinnostus matematiikan pienryhmäopetusta kohtaan onkin kasvamassa. (Artzt & Armour-Thomas 1992, 137 - 138.) Strategia-ohjauksen tarjoaminen erikseen oppimisvaikeuksisille on sopivaa myös muiden oppilaiden kannalta, koska he eivät tarvitse vastaavaa ohjausta (Montague, Applegate & Marguard 1993, 229). Näin ollen tarvitaan tietoa matematiikassa hyvien ja heikkojen oppilaiden ratkaisuprosesseista ja metakognitiivisista taidoista, jotta saataisiin selville, mitä sellaisia taitoja matematiikassa hyvillä oppilailla on, joita opettamalla myös matematiikassa heikot oppilaat voisivat parantaa ongelmanratkaisuaan.

Matemaattisiin oppimisvaikeuksiin liittyvä tutkimus on ollut selvästi vähäisempää kuin kielen kehitykseen ja lukemiseen liittyvien vaikeuksien tutkimus (Ahonen & Räsänen 1995, 209). Magnen (1994) mukaan matematiikan oppimisvaikeudet saavat vähemmän huomiota kuin lukemisen ja kirjoittamisen vaikeudet. Useimmissa maissa ei ole ollut laajempaa yhteiskunnallista mielenkiintoa matematiikan oppimisvaikeuksisten opetuksen kehittämiselle, vaikka matematiikalla on luku- ja kirjoitustaitoon verrattava sosiaalinen merkitys. (Magne 1994, 34.) Nyt tosin Suomessa on alettu painottaa myös matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen kehittämistä. Opetushallituksen (1996) käynnistämä LUMA-projekti perustuu konstruktivistiseen oppimiskäsitykseen ja ohjelmassa tuodaan esiin myös oppilaiden eroavuuksien huomioonottaminen. (Kallonen- Rönkkö 1997, 252).

Tutkimuksemme tavoitteena on ollut esitutkimuksen luonteisesti kartoittaa, millaisia kognitiivisia ja metakognitiivisia taitoja kolmasluokkalaiset oppilaat käyttävät matematiikan sanallisia tehtäviä ratkaistessaan sekä kuvailla matematiikassa hyvien ja heikkojen oppilaiden ratkaisuprosesseja. Montague (1992, 1996) on tutkinut 6 - 13 -vuotiaiden oppilaiden sanallisten tehtävien ratkaisemista vertaillen matematiikassa hyvien keskitasoisten ja heikkojen oppilaiden käyttämiä ratkaisutapoja.

Tutkimuksemme tarkoituksena on keskittyä kerto- ja jakolaskukäsitteeseen liittyvien sanallisten tehtävien ratkaisemiseen. Halusimme selvittää millaisia ovat peruskoulun kolmasluokkalaisten oppilaiden metakognitiiviset taidot sanallisten kerto- ja jakolaskutehtävien ratkaisemisessa. Miettiessämme ongelmaa, jouduimme ensin selvittämään, miten voidaan löytää hyvät ja heikot oppilaat. Ainoa käytettävissä oleva standardoitu testi, MAKEKO-koe, on tarkoitettu erottelemaan erityisopetusta tarvitsevat heikot oppilaat. MAKEKO sisältää vain kuusi tehtävää kertolaskun alueelta, eikä tarvitsemamme luokkatason koe vielä sisällä jakolaskua. Lisäksi käsitteitä mitataan vain kuvallisesta sanalliseen ja sanallisesta kuvalliseen (vrt. Haapasalo 1994, 205). Myös sanalliset ja soveltavat kerto- ja jakolaskutehtävät puuttuvat MAKEKOsta kokonaan. Näin ollen MAKEKO ei kykene mielestämme riittävästi mittaamaan oppilaan käsitteenhallintaa. Tämän vuoksi kehitimme seulontatestin, kerto- ja jakolaskun käsitteen ymmärtämisen testin (KJK), joka paremmin vastasi tarpeitamme. Tutkittavat oppilaat olivat kolmasluokkalaisia ja he olivat siten vasta oppineet tai olivat vasta omaksumassa kyseiset käsitteet, joten oletimme, että heidän toimintonsa eivät vielä olisi liian automatisoituneita niiden sanalliseen kuvaamiseen. Valitsimme 12 oppilasta haastatteluun KJK-testin, opettajan arvion ja MAKEKO-kokeen perusteella. Haastattelussa keräsimme tietoa oppilaiden käyttämistä strategioista äänittämällä ja videoimalla oppilaiden ongelmanratkaisua. Haastatteluosuutteen liittyvät tehtävät ovat sanallisia jakolaskutehtäviä. Jakolaskutehtävien ratkaiseminen on yhteydessä kertolaskuun, joten käytämme näistä tehtävistä nimitystä kerto- ja jakolaskutehtävät. Ratkaisuprosessista koodattiin oppilaan käyttämät kognitiiviset ja metakognitiiviset strategiat. Aineistoa on käsitelty tapaustutkimusluonteisesti.

2 MATEMATIIKAN OPETUKSEN TAVOITTEET

2. 1 Toiminnallinen matematiikan opetus

Peruskoulun matematiikan opetuksen tavoitteena on, että oppilailla on mahdollisuus hankkia sellaiset matemaattiset perustiedot ja -taidot, jotka ovat perustana jatko-opinnoille ja antavat valmiuksia selviytyä jokapäiväisissä toiminnoissa ja työelämässä. Opetuksen tavoitteena on ennen kaikkea kehittää oppilaan kykyä luokitella, jäsentää ja mallintaa ympäröivässä maailmassa eteen tulevia tilanteita aiemmin oppimillaan käsitteillä. Lisäksi on tavoitteena harjaannuttaa oppilaita johdonmukaiseen ja täsmälliseen ajatteluun sekä asioiden esittämiseen yhtä lailla suullisesti kuin kirjallisestikin. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 74.)

Matematiikan opetuksessa lähdetään siitä, että oppilas on aktiivinen tiedonhankkija, käsittelijä ja tallentaja, jolle oppiminen on opittavien asioiden liittämistä aiempiin tietoihin sekä aikaisempien ajatus- ja toimintamallien uudelleenrakentamista ja täydentämistä. Opiskelutilanteet tulisi rakentaa keskustelunomaisiksi, kokeileviksi ja ongelmakeskeisiksi tilanteiksi, joissa on lähtökohtana oppilaan konkreettiset arkielämän tilanteet. Matematiikan opiskelussa tähdätään alusta lähtien siihen, että oppilas oppisi ymmärtämään matematiikassa käytettyjä käsitteitä. Käsitteiden ymmärtämiseen ohjaaminen tapahtuu konkreettisen toiminnan kautta ja on ala-asteella pitkään leikinomaista. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 76.)

Steffen ja Cobbin (1988) mukaan opettajan tulee ohjata oppilasta reflektiiviseen ajatteluun sen sijaan, että antaisi oppilaalle "oikean" aikuismaisen tavan tehdä asioita. Ei voida olettaa lapsen tulkitsevan tilanteita aikuisen odottamalla tavalla, koska lapsen ja opettajan käsitteelliset rakenteet eroavat toisistaan. Oleellista opetuksessa ei ole opettaa oppilaalle "oikeat tavat tehdä asioita" vaan ohjata oppilasta löytämään itse toteuttamiskelpoiset ratkaisutavat. Ohjauksen tulee lähteä lapsen käsitteellisistä rakenteista ja metodeista riippumatta siitä, kuinka tehottomilta ne aikuisesta näyttävät. (Steffe & Cobb 1988, viii.)

Käsitteellinen tieto on Hiebertin & Lefevren (1986, 3 - 4.) mukaan dynaaminen semanttinen verkosto, joka sisältää tietoa käsitteiden välisistä yhteyksistä. Tietoa voidaan lisätä, kun opetuksessa otetaan huomioon oppilaan aikaisempi käsitys asioista ja käytetään sitä apuna kun annetaan lisätietoa kyseessä olevasta käsitteestä.

Vosniadoun (1994) mukaan käsitteenmuutosprosessi tapahtuu rikastamisen ja korjaamisen kautta. Rikastamisella tarkoitetaan uuden tiedon lisäämistä jo olemassa oleviin käsitteellisiin rakenteisiin. Korjaaminen vaatii muutoksia joko yksilön uskomuksissa ja esioletuksissa tai olemassaolevan teorian rakenteessa. Varhais-lapsuudessa lapsi kehittää naiivin fysiikan kehysteorian, johon sisältyy erilaisia spesifejä teorioita ja jotka kuvaavat tietyn alan käsitteiden sisäistä rakennetta. (Vosniadou 1994, 46.) Esimerkiksi lapsen alkuperäinen käsitemalli maapallosta on mallityyppi "pyöreä laatta" tai "litteä nelikulmio". Nämä mallit pohjautuvat täysin lasten esioletuksille eikä niihin ole yhdistetty mitään tieteellisen mallin ominaisuuksia. Muita tieteellisestä mallista poikkeavia ominaisuuksia voidaan kutsua synteettisiksi malleiksi. Tällaiset mallit muodostuvat siten, että lapset yrittävät sulauttaa yhteen jo olemassa olevat tieto-rakenteensa ja tiedon siitä, että maapallo on pyöreä. Lapset pyrkivät säilyttämään niin monta omaa esioletustaan kuin mahdollista. (Vosniadou & Brewer 1992, 578 - 579.) Vosniadoun ja Brewerin (1992) tutkimuksen tulokset osoittavat, että lasten käsitteellinen tieto ei ole sirpaleista, kuten jotkut tutkijat ovat esittäneet aiemmin, vaan lapset pyrkivät yhdistämään aikuisilta saamansa tiedon ja jokapäiväisistä kokemuksista saamansa tiedon johdonmukaisesti käyttämäkseen kiinteäksi käsitemalliksi. Käsitteenmuutosprosessi on hidas ja vaiheittainen ja edellyttää lapsen tulkintoja omista esioletuksistaan. (Vosniadou & Brewer 1992, 582.)

Haapasalo (1994) jakaa käsitteenmuodostusprosessin viiteen osavaiheeseen. Nämä vaiheet ovat käsitteeseen orientoituminen sekä käsitteen määritteleminen, tunnistaminen, tuottaminen ja lujittaminen. Käsitteenmuodostus voi olla nopea ja eri vaiheet voivat olla limittäin, jolloin niitä ei ole tarpeen erotella, kuitenkin hitaasti etenevien oppilaiden oppimisavaruutta voi olla tarpeen rajata voimakkaasti. Saadakseen käsitteistä riittävän yksiselitteisiä ja mielekkäitä tulkintoja, oppilaan on opittava liittämään siihen määrit-teitä verbaalisessa, kuvallisessa ja symbolisessa esitysmuodossa. (Haapasalo 1994, 202.)

Toiminnallisella opetustavalla tarkoitetaan oppilaiden aktiivista toimintaa ja yksilökohtaista osallistumista opetustapahtumaan (Lindgren 1990, 25). Toiminnallisessa matematiikan opetuksessa käytetään oppimisen apuvälineenä toimintamateriaalia (manipulatives, manipulative aids, manipulative materials, amer. didaktisessa kirjallisuudessa hands-on-materials) (Lindgren 1990, 90). Mark Driscoll (1981) määrittelee toimintamateriaalin esineistönä, jota voidaan tarkastella useammilla eri aisteilla ja jota oppilaat voivat kosketella, käsitellä ja siirrellä. Toimintamateriaalit auttavat lasta ymmärtämään matemaattisia käsitteitä. (Driscoll 1981, 21.) Opetusmateriaalia voi pitää toiminnallisena, kun siihen liittyy eri aistikanavien käyttö ja oppilaan fyysinen osallistuminen aktiiviseen oppimistilanteeseen. Toimintamateriaali voi olla kaupallista "valmista" materiaalia tai opettajan itsensä valmistamaa, se voi olla ympäristöön (esim. raha) liittyvää tai matemaattisesta struktuurista lähtevää kuten helmitaulu. (Driscoll 1981, 23.) Driscollin (1981) mukaan opettajalla on ratkaiseva merkitys materiaalin käytön ohjauksessa. Opettajan täytyy olla tietoinen matemaattisten käsitteiden erilaisista havainnollistamismalleista ja ennen kaikkea hänen tulee osata johdonmukaisesti ohjata lapsen oppimisprosessia alkaen matemaattisen käsitteen konkreettisesta esitysmuodosta aina abstraktiin symboliesitykseen saakka. (Driscoll 1981, 13.) Käsitteiden ja tietorakenteiden oppimista voidaan edistää suunnittelemalla opetus siten, että keskeisiä käsitteitä opetetaan myös laajemmissa opintokokonaisuuksissa, esimerkiksi murtolukukäsitteen yhteydessä on paikallaan opiskella myös prosenttikäsite. Lukujen numeeriset merkinnät sekä niiden peruslaskutoimitukset otetaan käyttöön vasta käytännön ongelmatilanteiden tutkimisen, oppilaiden sanallisten tulkintojen ja mittaamisen kautta. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 76 - 77.)

Matematiikka herättää ihmisissä usein vahvoja tunteita, opiskelukokemukset ja odotukset sekä oppimistilanteiden ulkoiset puitteet ja toteutus vaikuttavat tunnekokemusten suuntaan. Matematiikan opiskeluun motivoituminen vaatii edullisten oppimismahdollisuuksien tarjoamista ja myönteisen, sisäisen oppimishalun virittämistä. Matematiikan opiskelun kiehtovuutta voidaan lisätä valitsemalla esimerkit oppilaan kokemusmaailmasta ja työskentelemällä toiminnallisesti. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 77.) Mekaaninen harjoittelu voidaan tehdä kiinnostavammaksi toteuttamalla se pelien muodossa. Pelin käyttäminen matematiikan opetuksessa antaa mahdollisuuden kehittää oppilaan kokonaispersoonallisuutta ja erityisesti tiedollisen kasvatuksen formaalit tavoitteet tulevat huomioonotetuksi käytettäessä pelaamista opetusmenetelmänä. Peli tarjoaa hyville oppilaille mahdollisuuden näyttää, mitä he ovat oppineet ja hitaammin edistyville oppilaille avautuu mahdollisuus pelin avulla ratkaista omia matemaattisia vaikeuksiaan. (Pehkonen 1987, 38.) Jotta pelaaminen olisi tarkoituksenmukaista, täytyy opettajan Virtasen (1995) mukaan suunnitella pelien käyttö huolella, aivan kuten tavallisenkin asian opetus. Peliä voi käyttää myös eriyttämiseen siten, että opettaja antaa asian jo osaaville oppilaille jonkin haastavan pelin pelattavaksi sillä aikaa, kun hän antaa tukiopetusta heikoimmille oppilaille. Vaikka oppilaat yleensä pitävät peleistä, yleisohjeena voitaneen pitää, että pelikerta kestäisi noin puolet oppitunnista ja ettei pelaaminen toistuisi päivittäin eikä edes viikoittaankaan. Liika pelaaminen ja 'väärien' pelien käyttö voi saada aikaan sen, että oppilaat alkavat inhota pelaamista. (Virtanen 1995, 37 - 38.) Peleillä voidaan lisätä matematiikan opiskelun kiehtovuutta, jännittävyyttä ja yllätyksellisyyttä. Tämän kaltainen opiskelu vaatii oppilailta oma-aloitteisuutta, yhteistyökykyä ja omaperäisyyttä ja se saattaa olla myös vaivalloista ja sitkeyttä vaativaa. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 77.)

2.2 Käsitteen oppiminen ja opettaminen

Haapasalon (1987) mukaan matemaattisen ajattelun edellytyksenä on, että reaalimaailmassa tai kuvitteellisuudessa esiintyville luokille (esineille, suhteille, prosesseille, jne.) on kiinnitetty jokin älyllinen kuva. Tätä voidaan pitää väljänä käsitteen määritelmänä. Matemaattinen käsite puolestaan on määriteltävissä yksiselitteisillä tunnusmerkeillä. (Haapasalo 1987, 42.) Käsitteet voidaan ymmärtää sekä yksilön henkisenä rakenteena että yhteisesti hyväksyttyinä ilmausten merkityksinä. Käsitteet voidaan määritellä joko ilmoittamalla käsiteluokkaan kuuluvia tai kuulumattomia jäseniä tai esittämällä määritteleviä ominaisuuksia ja ehtoja. (Haapasalo 1994, 51.) Käsitteen määritteleminen tapahtuu käsitteen olennaisten tunnusmerkkien avulla. Määritelmän tulee olla asetettu siten, että tunnusmerkkejä ja niiden välisiä riippuvuuksia kuvaavat ilmaukset eivät ole loogisesti vääriä tai keskenään ristiriitaisia (Haapasalo 1994, 52.) Koulumatematiikan käsitteiden määrittelyyn tarvitaan yleensä vain muutama aiempiin matemaattisiin käsitteisiin pohjautuva tunnusmerkki (Haapasalo 1987, 42).

Orientoitumisvaiheessa oppilaalle järjestetään ongelmatilanne, jota hän kykenee tulkitsemaan aiemmilla ajatusmalleillaan. Oppilas käyttää yleensä hyväksi hyvinkin naiiveja mielikuvia ja käsityksiä, joita hän on tottunut käyttämään vastaavissa tilanteissa. Opettajan tehtävä on suunnitella oppimisympäristöjä, joissa oppilas voi kehittää näiden pohjalta itselleen monipuolisia ajattelu- ja toimintamalleja. (Haapasalo 1994, 203.) Käsitteen määrittelyvaihe sisältää käsitteen määrittelemisen kannalta olennaisten tunnusmerkkien kiinnittämisen ja kokoamisen. Mikäli orientoitumisvaihe onnistuu hyvin, oppilas kykenee muodostamaan käsitteen oleelliset tunnusmerkit oman ajatusmallinsa mukaisesti. Tämä vaihe suosii oppilaan luovaa työskentelyä, oleellista on eri esitysmuotojen harjoittelu ja tiedon muuntaminen esitysmuodosta toiseen. (Haapasalo 1994, 204.)

Käsitteentunnistamistehtäviltä vaaditaan, että niillä on vain tunnistamiseen tähtäävä funktio ja ne eivät saa edellyttää tiedon monimutkaisempaa prosessointia. Tehtävien on oltava kyllin helppoja ja riittävän monipuolisia, jotta oppilas voi liittää semanttiseen esitykseensä niin verbaalisia, kuvallisia kuin symbolisiakin käsitemalleja. Tämä edellyttää tehtäviä niiden (verbaalisen ja verbaalisen, verbaalisen ja kuvallisen, verbaalisen ja symbolisen, kuvallisen ja kuvallisen, kuvallisen ja symbolisen sekä symbolisen ja symbolisen) välillä alkaen yksinkertaisimmasta tunnistamisesta ja päätyen monimutkaisempaan tunnistamiseen. Tuottaminen eroaa tunnistamisesta siten, että oppilaan on nyt tuotettava käsitteen jokin vaadittu esitysmuoto lähtien jostain toisesta esitysmuodosta. Kolme esitysmuotoa vaativat yhdeksän eri tuottamistehtävätyyppiä: verbaalisesta verbaaliseen-, verbaalisesta kuvalliseen-, verbaalisesta symboliseen-, kuvallisesta kuvalliseen-, kuvallisesta symboliseen-, kuvallisesta verbaaliseen-, symbolisesta verbaaliseen-, symbolisesta kuvalliseen- ja symbolisesta symboliseen muotoon. Käsitteenmuodostuksen viimeisessä vaiheessa, lujittamisvaiheessa, oppilas syventää konseptuaalista tietoaan ja konstruoi siihen liittyvää proseduraalista tietoa. (Haapasalo 1994, 205.)

Myös Galperinin (1972) teoriassa korostetaan yksilön ulkoisen toiminnan ja tätä vastaavien henkisten prosessien välistä yhteyttä. Tällöin oppimisen ja tietoisuuden selitetään rakentuvan ulkoisten toimintojen sisäistyessä tavalla, jota voidaan kuvata asteittaisena viiden vaiheen prosessina. Käytämme suomenkielisessä kirjallisuudessa (Lindgren 1990, Haapasalo 1994) tunnettuja termejä ja ilmoitamme suluissa Galperinin (1972) käyttämät termit, jos ne eroavat em. suomennoksista. Prosessin kulku on seuraava:

1. Orientoimisvaiheessa hankitaan perusta toiminnalle ja sen tarkoitukselle.
2. Materiaalisessa vaiheessa tapahtuu varsinainen toiminta.
3. Puhutussa vaiheessa toimintaa kuvataan verbaalisesti, puhuen tai kirjoittaen.
4. Sisäisen puheen vaiheessa toiminta irrottautuu konkreettisesta ja siirtyy oppilaan korkeammalle henkiselle tasolle.
5. Sisäistetyssä vaiheessa toiminta on jo täysin automatisoitunut eikä kaipaa materiaalista yhteyttä. (Haapasalo 1994, 89.)

Ensimmäisessä vaiheessa orientoidutaan tehtävään ja toiminnan tavoitteisiin. Tällöin tutustutaan uuteen aiheeseen ja sen käsitteisiin. Tätä kutsutaan orientaatioperustaksi. Orientaatioperusta voi olla suunniteltu tai spontaani ja sen tiedostaminen voi vaihdella. Tämä vaikuttaa oppimisen kulkuun ja tulokseen. Jokaisella inhimillisellä toiminnalla on tietty orientaatioperusta, joka vaihtelee toiminnan laadun mukaan. (Galperin 1972, 36.)

Materiaalisessa eli aineellisessa vaiheessa toiminto suoritetaan käyttäen konkreettisia esineitä tai näiden malleja, esimerkiksi piirroksia, kaavioita, diagrammeja tai kirjoitettuja lappuja. Näiden materiaalien avulla oppilas huomaa ne ominaisuudet ja suhteet, jotka ovat toiminnon kannalta merkityksellisiä, mutta alkuperäisessä muodossaan vaikeatajuisia. Tämä mahdollisuus on omaksumisprosessille erittäin tärkeä. Jotta ulkoinen malli saisi henkisen muodon, käytetään apuna (ulkoista)puhetta. Ulkoinen puhe on ensimmäinen toiminnan puhuttu muoto. Yleensä tämä puheen muoto on vain lyhyt vaihe siirryttäessä aineellisesta toiminnasta henkiseen toimintaan. Materiaalin käyttöön liittyy usein opettajan tai oppilaan puhetta, tämä ulkoinen puhe kuitenkin rajoittuu käsillä olevaan kohteeseen, sen tutkittavana oleviin piirteisiin ja tarkoituksenmukaiseen käyttöön. Ulkoisen puheen avulla toimiminen on heijastus materiaalisesta toiminnasta, vaikka materiaalisen toiminnan koko sisältö ei siirrykään puheeseen. Keskeistä tässä vaiheessa on kuitenkin työskentely konkreettisella materiaalilla. (Galperin 1972, 37 - 39.)

Puhuttu vaihe ei ole vain heijastus materiaaleista vaan puhe on myös tiedonannon väline. Tällainen tiedonanto vastaa sekä kommunikaation että tieteen vaatimuksia. Kun toiminta opitaan tekemään kielellisesti, tulee toiminnan laatu opettajalle käsitettävään muotoon. (Galperin 1972, 39 - 40.) Puhutussa vaiheessa puhe on materiaalin läsnäolosta riippumatonta. Puheen tärkeä merkitys on siinä, että se mahdollistaa abstraktion, jossa ulkoinen toiminta on yksinkertaistunut ja vapautunut materiaalisesta perustasta. Siirtyäkseen puhuttuun vaiheeseen oppilaan on täytynyt perehtyä tarkasti opittavan kohteen sisältöön ja sen kielelliseen esittämiseen. Tässä oppilas tarvitsee opettajan apua. Galperinin (1969) mukaan lapsen tulee suorittaa tehtävät ääneen puhuen, jotta voidaan kontrolloida vastaako puheen muoto tehtävän todellista sisältöä. (Lindgren 1990, 56 - 57.)

Seuraava vaihe on sisäisen puheen vaihe ("äussere Sprache für sich"). Nyt puheen funktio muuttuu ja kommunikaatiovälineen sijasta siitä tulee ajattelun väline, menetelmä, jolla oppilas voi yhä uudelleen muokata käsillä olevaa materiaalia ajatuksissaan. Nämä eri vaiheet ovat tärkeitä, sillä vain hyvin sisäistetty sisäinen puhe mahdollistaa siirtymisen seuraavaan vaiheeseen.

Viimeinen vaihe on sisäistetty toiminta ("innere Sprache"). Sisäistymiselle on tyypillistä, että toiminta on niin automaattista, ettei sitä jatkuvasti tiedosteta. Toiminta on jo täysin sisäistettyä ja ajatus on puhetta nopeampi. Aina kun toiminnan hallinta eri vaiheissa kasvaa, itse toiminta lyhentyy. Lyheneminen on toiminnan tärkein muutos. Sisäistyminenkin on oikeastaan lyhennelmä sisäisestä puheesta. (Galperin 1972, 40 - 41.)

Lindgrenin tulkinnan mukaan Galperin (1972) on tutkimuksissaan todennut, että kaikki viisi toiminnan tasoa ovat tärkeitä opiskeltaessa uutta henkistä toimintoa. Eräässä tutkimuksessa neljä ryhmää opetteli geometrian peruskäsitteitä ja opetustilanteessa jätettiin eri ryhmiltä pois eri vaihe. Minkä tahansa vaiheen poisjättö viivästytti käsitteen sisäistämistä. Suurimmat vaikeudet ilmenivät oppilailla, joilta oli jätetty pois materiaalinen vaihe. Galperinin (1972) tutkimukset osoittavat vakuuttavasti, miten keskeinen rooli konkreettisella oppimismateriaalilla on kaiken uuden henkisen toiminnan sisäistämisessä. (Lindgren 1990, 57.)

Ikäheimon (1989) mukaan matematiikan käsitteenmuodostukseen pitää varata runsaasti aikaa, sillä jos käsite opitaan väärin tai puutteellisesti, virheen poisoppiminen vie paljon aikaa. Oppilaan laskutaito saadaan pysyväksi, kun laskut perustuvat hyvään käsitteenhallintaan, sovellusharjoituksiin ja jatkuvaan kertaamiseen. (Ikäheimo 1989, 24.)

2.3 Toiminnallista matematiikkaa erityisopetuksessa 60-luvulta nykypäivään

Ensimmäiset matematiikkaklinikkakokeilut alkoivat Ruotsissa 1960-luvulla. Heikosti menestyneille oppilaille annettiin erityisopetusta joko toimintamateriaalein varustetussa tilassa tai rinnakkaisopetuksena oppilaan oman luokan matematiikan opetuksen yhteydessä (kokeilu 1963-1970). Magnen raportin mukaan kokeilun tulokset olivat erittäin myönteiset. (Magne 1980, 220 - 221; Apiola, Hytönen & Ollikainen 1974, 2.) Kehittelytyössä kiinnitettiin lähinnä huomiota matematiikan oppimisvaikeuksien diagnosointiin ja itse oppimistapahtumaan. Näin syntyi kaksiaskelinen opetusmenetelmä, missä työskentely aloitetaan käyttäen konkreettista oppimismateriaalia ja jatkuu harjoitteluvaiheena, jolloin opittuihin käsitteisiin pohjautuvat laskuvalmiudet vahvistuvat. (Lindgren 1990, 75.)

Piaget'n teorioihin sekä omiin tutkimustuloksiinsa perustuen Magne, Bengtsson ja Carleke (1977) toteavat konkretisoinnin olevan itsestään selvä ja tarpeellinen perusta kaikelle oppimiselle. He korostavat oppilaan mahdollisuutta aktiiviseen työskentelyyn ja käytännön kokemusten hankkimiseen oppisisältöihin ja oppilaan ajattelun tasoon sopivien materiaalien kautta. (Magne, Bengtsson & Carleke 1977, 12.) Suomessa pidettiin elokuussa 1970 ensimmäinen matematiikan erityisopetuksen kurssi, jossa tutustuttiin erityisopetuksen metodiikkaan, oppimisvaikeuksien syihin ja konkreettisen oppimismateriaalin käyttöön. Opettajana oli Olof Magne. Samana syksynä alkoi Paavo Malisen aloitteesta matematiikan klinikkamuotoinen kokeilu, joka jatkui seuraavina vuosina Hannele Apiolan johdolla. Kokeiluun liittyi opettajien koulutus, jossa ryhmätöiden tuloksena syntyi mm. suositus matematiikan opetukseen käytettävästä konkreettisesta materiaalista. Klinikkaopetuksen lähtökohtana pidettiin oppilaan omalta tasolta lähtemistä ja opetuksen muokkaamista sellaiseksi, jonka oppilas voi ottaa vastaan. (Apiola et al. 1974, 4 - 6.) Matematiikka-klinikka ei ole 1970 ja 80 -luvuilla levinnyt

Suomessa, vaan se on pikemminkin menettänyt suosiotaan. Lindgrenin (1990) mukaan 1990-luvun alkupuolella vaikutti siltä, että tarvetta klinikoille olisi. Useiden eri läänien koulutustilaisuuksissa annettiin koulutusta matematiikan toimintamateriaalin käytössä. (Lindgren 1990, 77 - 78.) Matematiikan opetuksen tutkimus on kuitenkin keskittynyt luokkaopetuksen kehittämiseen ja oppilaiden matemaattisen prosessoinnin analysoimiseen (esim. Leino 1977 ja 1978 sekä Aitola 1989). Malinen on perehtynyt matemaattisen ajattelun kehittymiseen peruskoulun ala-asteen oppilailla ja on tehnyt tästä aihepiiristä syvällisen tutkimuksen (vrt. Malinen 1980). Tapio Keranto (1984, 3.) on tutkinut toisluokkalaisten oppilaiden ratkaisuprosesseja ja -strategioita perustavissa sanallisissa kerto- ja jakolaskutehtävissä. Anneli Aitola (1989) puolestaan on tutkinut matematiikan opiskelun tyylejä ja strategioita lukion alkuvaiheen opiskelussa. Raija Yrjönsuuri (1989) on tutkinut lukiolaisten opiskeluorientaatiota ja menestymistä matematiikassa. 1990-luvulla Suomessa on tehty kaksi matematiikan alueen väitöskirjaa: Sinikka Lindgren (1990) tutki toimintamateriaalin käyttöä matematiikan opiskelussa ja Sisko Repo (1996) derivaatan käsitteen konstruoimista symbolisen laskennan ohjelman avulla. Norjassa on ollut yksilölliseen matematiikanopetukseen tähtääviä projekteja mm. Olav Lundella (1994), Stieg Mellin-Olsenilla (1984) ja Magne Nyborgilla (1986) (ks. Magne 1994, 36 - 37).

Suomessa on nykyään nähtävissä kasvavaa kiinnostusta matematiikan ja luonnontieteiden opetukseen. Opetushallitus käynnisti vuonna 1996 matematiikan ja luonnontieteiden kehittämisohjelman LUMA:n. LUMA-projektin tavoitteena on osaamisen tason kohottaminen ja oppilaiden suuntaaminen matematiikan ja luonnontieteiden opintoihin peruskoulun jälkeen. Ohjelmassa kaavaillut opetuskäytännön ja oppimisen laadun muutokset tukeutuvat konstruktivistiseen oppimiskäsitykseen. (Kallonen-Rönkkö 1997, 252.)

2.4 Kerto- ja jakolaskukäsitteen oppiminen

Kertolaskun opetus alkaa yleensä 2. luokan keväällä, jolloin myös kertotaulujen ulkoa opettelu aloitetaan. Ikäheimon (1995, 81) mukaan parhaat tulokset kertolaskun käsitteen oppimisessa on saatu kokeiluista, joissa heti alussa otetaan esimerkkejä oppilaille tutuista käytännön tilanteista konkreettisia välineitä ja piirroksia apuna käyttäen.

Haapasalon (1993) mukaan kerto- ja jakolaskua tulisi pyrkiä käsittelemään kokoajan yhdessä, jotta oppilas ymmärtäisi näiden operaatioiden käänteisyyden. Hänen mielestään kerto- ja jakolaskujen mekaanista toistattamista tulee välttää ja sen sijaan pysytellä oppilaalle tutuissa arkielämään liittyvissä ongelmatilanteissa. Opetushallitukselle 8. 1. 1992 jättämässään ehdotuksessa eri luokka-asteiden uusiksi opintokokonaisuuksiksi Haapasalo ehdottaa yhdeksi toisen luokan painopistealueeksi kerto- ja jakolaskun käsitteiden perusteellista ymmärtämistä toistensa käänteisinä operaatioina konkreettiseen toimintaan perustuen. (Haapasalo 1993, 19.) Haapasalon ehdotuksen mukaan kerto- ja jakolaskua vahvistetaan kolmannella luokalla ja erityisesti jakolaskun käsitteenmuodostusprosessille varataan riittävästi aikaa. Oppilaille tarjotaan mahdollisuus oppia jakolaskualgoritmi, mutta ainakaan kaikkien ei tarvitse vielä sitä omaksua. Haapasalo ehdottaa jakomerkkinä " : "-merkin sijasta käytettävän merkkiä "— ", jolloin ei tule ongelmia laskujärjestyksen kanssa ja saadaan luonteva yhteys murtolukuihin. Haapasalon ehdotuksessa kerto- ja jakolaskutaitoa varmennetaan vielä neljännellä luokalla. (Haapasalo 1993, 20 - 21.)

Jakolaskun opettelu aloitetaan useissa kouluissa kolmannella luokalla toisella luokalla aloitetun kertolaskun opettelun jälkeen. Kertolasku kulkee kuitenkin kokoajan jakolaskun rinnalla. Ositusjako ja sisältöjako opetetaan kumpikin omina käsitteinään, koska ne pohjautuvat erilaiseen ajattelumalliin. Ositusjaossa tiedetään kuinka moneen yhtä suureen osaan jaettava määrä pitää jakaa ja kysytään yhden osan suuruutta. Sisältöjaossa taas tunnetaan osan suuruus ja kysytään osien määrää. Jakolaskun yhteydessä tutustutaan myös jakojäännöksen merkitsemiseen. (Rikala, Ilmavirta & Strang 1993, 8.)

2.5 Sanallisten kerto- ja jakolaskutehtävien strategiat

Strategioilla tarkoitetaan yleensä yksilöllistä tapaa, jolla lapsi suorittaa laskutoimituksia. Strategiat vaihtelevat alkeellisista strategioista (esim. yhteenlaskussa lapsi luettelee kaikki luvut yksitellen tulokseen päästäkseen) kehittyneempiin strategioihin (esim. mieleenpalauttaminen). Proseduureilla puolestaan tarkoitetaan suoritusperiaatteita ja laskusääntöjä, joita pitää käyttää tai noudattaa, jotta lasku menisi oikein. Strategiat ja proseduurit eroavat toisistaan siinä, että strategiat ovat tapoja, joilla proseduurit toteutetaan. (vrt. Ahonen & Räsänen 1995, 230 - 234.)

Tapio Keranto (1984) on tutkinut toisluokkalaisten oppilaiden ratkaisuprosesseja ja -strategioita perustavissa sanallisissa kerto- ja jakolaskutehtävissä sekä niiden yhteyksiä Piaget'n säilyvyys- luokittelu- ja suhdepäätelmiin, muistikapasiteettiin, lukujonotaitoihin sekä rationaalilukukäsitteen kehitykseen verrannollisten päätelmien yhteydessä. Keranto (1984, 36) luokitteli ratkaisustrategiat toimintojen sisäistymisen ja lyhentymisen perusteella kolmeen luokkaan, jotka ovat:

1. Ulkoisiin apuvälineisiin perustuvat pitkät toiminnot
2. Lukujen luetteluun tietyin välein perustuvat lyhentyneet päässälaskutoiminnot
3. Tosiasiatietoon tai johdettuun tosiasiatietoon perustuvat toiminnot.

Ensimmäisen luokan toiminnot jaettiin lisäksi kahteen ryhmään, sen perusteella oliko kyseessä sisältö- vai ositusjakotilanne. Sisältöjakotilanteessa oppilaat ryhmittelivät palikat suoraan jakajan ilmoittaman kokoisiin osaryhmiin ja laskivat tai totesivat osaryhmien lukumäärän. Ositusjakotilanteessa oppilaat käyttivät yleisimmin "kokeile ja tarkista"-strategiaa kokeillen joitain osaryhmäkokoja, toinen ositusjakoon liittyvä strategia oli "jokaiselle yksi kerrallaan"-strategia. Ositusjakotehtävät ovat sisältöjakotehtäviä vaativampia, koska ne vaativat jakajien lukumäärän muistamista prosessoinnin ajan. (Keranto 1984, 36.) Ikäheimon (1995) mukaan taas sisältöjakotehtävät ovat etenkin matematiikassa heikoimmin menestyville oppilaille vaikeita. Ne saattavat jopa sekoittaa jakolaskukäsitteen ymmärtämistä jakolaskukäsitteen opettamisen alkuvaiheessa. (Ikäheimo 1995, 91.) Kerannon (1984) tutkimuksessa todettiin läheinen yhteys vaativimpien lukujonotaitojen sekä lasten käyttämien kerto- ja jakolaskustrategioiden välillä. Lukujen luettelu tietystä luvusta tietyn lukusanojen määrän eteen- tai taaksepäin sekä lukujen luettelu tietyin välein selitti 72 % kertolaskustrategioista, 62 % sisältöjakostrategioista ja 40 % ositusjakostrategioista. Piaget'n kerrannaiseen vastaavuuteen perustuvat strategiat ja "jokaiselle yksi kerrallaan"-strategia yhdessä transitiivi- ja säilyvyyspäätelmien kanssa selittivät 12-14 % tavanomaisissa kerto- ja jakolaskutehtävissä käytetyistä strategioista. (Keranto 1984, 37.)

3 METAKOGNITIIVISET TAIDOT SANALLISTEN TEHTÄVIEN RATKAISEMISESSA

Ongelmanratkaisulla tarkoitetaan prosessia, joka sisältää ongelmaan orientoitumisen, ongelman työstämisen, ongelman ratkaisemisen sekä ratkaisun tulkinnan (Haapasalo 1994, 17). Polyan (1973) mukaan ongelmanratkaisuprosessi jakautuu neljään osavaiheeseen. Nämä vaiheet ovat ongelman ymmärtäminen, ratkaisusuunnitelman tekeminen, suunnitelman toteuttaminen ja tehtäväprosessin arvioiminen. Ongelman ratkaisu alkaa ongelman kielellisestä ymmärtämisestä. Oppilaan tulee osata sujuvasti toistaa ongelma ja kyetä osoittamaan ongelman pääkohdat, joita ovat tuntematon, tunnettu ja tapauksen ehdot. Ymmärrystä lisää, jos oppilas piirtää ongelmasta kuvan. Tässä vaiheessa mietitään myös, onko ratkaisu annetut ehdot huomioonottaen mahdollinen. (Polya 1973, 6 - 7.) Ratkaisusuunnitelmassa oppilas toteaa, mitä laskutoimituksia hänen tulee suorittaa selvittääkseen tuntemattoman. Tie kielellisestä ymmärtämisestä ratkaisusuunnitelmaan voi olla pitkä ja vaikea ja ratkaisusuunnitelma voi muotoutua pikkuhiljaa vaiheittain. Ratkaisusuunnitelma voi myös löytyä yrityksen ja erehdyksen kautta. Tässä vaiheessa opettaja voi ohjata oppilasta huomaamaan samankaltaisuuksia erilaisten ongelmatilanteiden välillä sekä muistuttaa oppilasta käyttämään hyödyksi kaikki tehtävässä annettu tieto. (Polya 1973, 8 - 10.) Suunnitelman toteutuksessa vaaditaan kärsivällisyyttä. Opettaja vetäytyy tässä vaiheessa syrjään. Jos oppilas on itse löytänyt ratkaisusuunnitelman, hän ei helposti unohda sitä, mutta opettajan tulee muistuttaa oppilasta varmistamaan jokainen ratkaisuvaihe. (Polya 1973, 12 - 13.)

Löydettyään ratkaisun oppilas usein sulkee kirjansa ja siirtyy johonkin muuhun aiheeseen, näin tehdessään hän kuitenkin menettää tärkeän osan oppimisesta. Kerratessaan ratkaisun vaiheet ja etsiessään vaihtoehtoisia ratkaisutapoja oppilaalla on mahdollisuus kehittää ongelmanratkaisutaitojaan. Ratkaisu antaa tilaisuuden tutkia ongelman yhteyksiä. Oppilaat ovat yleensä innokkaita huomaamaan, mitä muuta he voivat saavuttaa samalla vaivannäöllä ja kuinka he voivat suoriutua yhtä hyvin seuraavalla kerralla. Polyan mukaan opettajan tulisikin kannustaa oppilaita näkemään yhteyksiä ongelmien välillä ja kuvittelemaan tilanteita, joissa he voivat käyttää hyväkseen oppimaansa ratkaisumallia. (Polya 1973, 14 - 16.)

Metakognitiolla tarkoitetaan tietoa ajatteluprosessien toiminnasta. Metakognitio on yhteydessä kaikkiin ongelmanratkaisun tasoihin, kuten strategian tarpeen huomaamiseen ja tehtävän vaatimusten arvioimiseen sekä sopivan strategian löytämiseen ja toteuttamiseen. (Ashman & Conway 1989, 47.) Metakognitiiviset taidot ovat perustana kognitiivisten taitojen oppimiselle. Metakognitiivinen tietoisuus kertoo oppilaalle miten, milloin ja miksi käyttää jotain tiettyä strategiaa. Metakognitiivisia toimintoja ovat mm. itsearviointi (self-monitoring) ja itseohjautuvuus (self-regulating). (Cardelle-Elawar 1995, 82.) Berryn ja Sahlbergin (1995, 26) mukaan itseohjautuvuus tarkoittaa sitä, että oppilas haluaa oppia, osaa suunnitella omaa oppimistaan ja kykenee sen perusteella kontrolloimaan oppimisprosessiaan sekä ymmärtää ja osaa arvioida omaa oppimistaan kokonaisuutena.

Kognitiiviset tekijät sisältävät selittävän ja proseduaalisen aritmeettisen tiedon ja kyvyn käyttää näitä tietoja sanallisten tehtävien ratkaisemisessa sekä tietoa ja kykyä käyttää ongelman tulkinta- ja ratkaisustrategioita. Ongelman tulkinta/esittäminen sisältää sanallisen, symbolisen, graafisen ja määrällisen tiedon käyttöä sekä lingvistisen ja numeerisen tiedon muuntamista matemaattisiksi yhtälöiksi ja operaatioiksi. Ongelmanratkaisu sisältää suunnittelustrategiat (vaihtoehtoisten ja epätavallisten ratkaisujen ja lähestymistapojen löytäminen) ja toimintastrategiat. (Mayer 1985, 130 - 132, 147 - 148.)

Metakognitiiviset tekijät eroavat kognitiivisista siten, että ne perustuvat tietoisuuteen kognitiivisesta tiedosta, kognitiivisten prosessien ja strategioiden hyväksikäyttöön ongelmaa ratkaistessa sekä toiminnan tarkkailuun ja säätelyyn. Metakognitiivinen tieto mahdollistaa ratkaisun sekä ratkaisuprosessin ja vastauksen arvioimisen. (Montague & Applegate 1993a, 176.)

Kognitiivisten ja metakognitiivisten tekijöiden lisäksi myös affektiiviset tekijät vaikuttavat ongelmanratkaisuun. Affektiiviset tekijät sisältävät oppilaan asenteen matematiikkaa ja ongelmanratkaisua kohtaan, kiinnostuksen ongelmanratkaisuun, oppimisen itsenäisyyden, uskon omiin kykyihinsä ja käsityksen matemaattisen ongelmanratkaisun tarpeellisuudesta. Ongelmanratkaisua tutkittaessa on tärkeää huomata, että yleensä yksilöt, joilla on hyvä itsetunto ponnistelevat enemmän ja osoittavat parempaa kestävyyttä vaikean tai haastavan tehtävän edessä. (Montague & Applegate 1993a, 177.)

Montague & Applegate (1993b) tutkivat ala-asteikäisten (6-13-vuotiaiden) oppilaiden sanallisten tehtävien ratkaisuprosesseja ääneen ajattelun kautta. He koodasivat oppilaiden ratkaisuprosessin kehittämällään luokituksella ja vertailivat matematiikassa heikkojen, keskitasoisten ja hyvien oppilaiden tapoja ratkaista sanallisia ongelmia. Oppilaat ratkaisivat tutkimuksessa kuusi sanallista ongelmaa, jotka vaativat yhden, kahden tai kolmen laskutoimituksen suorittamista. (Montague & Applegate 1993b, 19 - 23.)

Tutkijat huomasivat, että keskitasoiset ja lahjakkaat oppilaat toimivat automaattisesti ratkaistessaan yhtä laskutoimitusta vaativia ongelmia ja kuvasivat silloin toimintaansa puhuen vähemmän kuin heikot oppilaat. Heikot oppilaat käyttivät tehtäviin keskitasoisia ja lahjakkaita enemmän aikaa. Vaikka hyvät ongelmanratkaisijat ovat yleensä reflektoivampia, kestävämpiä ja ajattelevaisempia kuin heikot, heikot oppilaat kuitenkin jaksoivat yrittää yhtä laskutoimitusta vaativan ongelman ratkaisua, koska he mielsivät sen helpoksi. Montaguen ja Applegaten (1993b) mukaan oppilaan kokemus tehtävän vaikeudesta näyttäisi vaikuttavan siihen, miten hän sitoutuu tehtävän suorittamiseen ja kuinka paljon aikaa hän on valmis siihen käyttämään. Kahta laskutoimitusta vaativissa tehtävissä tutkijat olettivat, että heikot oppilaat kuvaisivat enemmän kognitiivisia toimintoja kuin keskitasoiset ja lahjakkaat oppilaat. Merkittäviä eroja näiden ryhmien välillä ei kuitenkaan löytynyt, mutta tutkijoita yllätti se, että lahjakkaat verbalisoivat kognitiivisia toimintojaan enemmän kuin muut ryhmät. Kolmea laskutoimitusta vaativat tehtävät olivat heikoille oppilaille liian vaikeita, mikä laski heidän kykyään ilmaista sanallisesti prosessejaan ja strategioitaan, lahjakkaat oppilaat sen sijaan alkoivat puhuen ilmaista metakognitiivisia strategioitaan, jotka helpommissa tehtävissä tapahtuivat niin automaattisesti, ettei oppilas verbalisoinut niitä. Sekä lahjakkaat että keskitasoiset oppilaat käyttivät heikkoja enemmän ongelman tulkintaan liittyviä strategioita. Lukemisessa, laskemisessa, arvioimisessa ja tarkistuksessa ei löydetty merkittäviä eroja ryhmien välillä. (Montague & Applegate 1993b, 23 - 29.) Montaguen ja Applegaten (1993b) mukaan näyttää siltä, että heikot oppilaat tarvitsevat ohjausta, joka auttaa heitä yhdistämään informaation prosessoinnin osa-toimintoja ja siten koordinoimaan ongelmanratkaisuprosesseja ja strategioita kuten Swanson (1988) on aikaisemmin todennut (Montague & Applegate 1993b, 29).

Wong (1992) arvelee, että oppilaat tarvitsevat aikaa miettiä, sopeuttaa ja sisäistää uudet strategiat. Se milloin uudesta strategiasta tulee osa yksilön strategiavarastoa vaihtelee, jotkut oppilaat tarvitsevat useampia ohjauskertoja kuin toiset. Kognitiivisen ohjauksen tavoite on, että oppilaat omaksuvat strategiat omaan tyyliinsä ja käyttävät niitä itsenäisesti ratkaistessaan sanallisia tehtäviä. (Montague, Applegate & Marquard 1993, 229.)

Pääsyy matematiikan ongelmanratkaisun vaikeuteen voi Artztin ja Armour-Thomasin (1992) mukaan olla oppilaan kykenemättömyys aktiivisesti arvioida ja säädellä ongelmanratkaisussa tarvittavia prosesseja. Pienryhmä tarjoaa luonnollisen ympäristön interpersonaaliseen arviointiin ja päämääräsuuntautuneisuuteen. Nykyään kiinnostus matematiikan pienryhmäopetusta kohtaan onkin kasvamassa. Tutkimusten mukaan pienryhmäopetus tietyissä olosuhteissa vaikuttaa positiivisesti oppilaiden matematiikan saavutuksiin ja myös oppilaiden ongelmanratkaisutaidot kehittyvät. (Artzt & Armour-Thomas 1992, 137 - 138.) Strategia-ohjauksen tarjoaminen erikseen oppimisvaikeuksisille on sopivaa myös muiden oppilaiden kannalta, koska he eivät tarvitse vastaavaa ohjausta (Montague, Applegate & Marguard 1993, 229).

4 MATEMATIIKAN OPPIMISEEN LIITTYVÄT VAIKEUDET

4.1 Matematiikan oppimisvaikeuden esiintyminen ja luokittelu

Matematiikan oppimisvaikeuksien esiintymisestä ei ole tarkkaa tietoa. Malinen (1983) arvioi 10-15 %: lla oppilaista olevan ongelmia koulumatematiikan oppimisessa. Magnen (1978) mukaan enintään 5 %:lla oppilaista esiintyy erityisiä matematiikan oppimis-vaikeuksia ts. oppimisvaikeuksia, jotka rajautuvat vain matemaattisiin suorituksiin. (ks. Ahonen & Räsänen 1995, 209.) Badian (1983, 236 - 237) totesi tutkimuksessaan matematiikan oppimisvaikeuksia 5.5 %:lla kolmen ensimmäisen vuosiluokan oppilaista ja 6.4 %:lla kaikkien (1-8) luokkien oppilaista. Myös Koscin (1974, 176) tutkimuksen mukaan 6.4 %:lla lapsista on matematiikan oppimisvaikeuksia. Suomessa tutkimus on lähinnä pedagogisesti suuntautunutta. Neuropsykologiset tutkimukset painottuvat numero-järjestelmässä ja aritmeettisten peruslaskutoimitusten oppimisessa ja hallinnassa esiintyviin vaikeuksiin. (Ahonen & Räsänen 1995, 210.)

Matematiikan oppimisvaikeuksia on luokiteltu monin eri termein, mm. arithmasthenia (Ranschburg, 1905), akalkulia (Henschen, 1920), dyskalkulia (Gerstman, 1924) ja dysmatemathika (Magne 1988) (ks. Magne 1996, 3). Badianin (1983) mukaan Henschen käytti termiä akalkulia erotellakseen laskemisen vaikeudet lukemisen ja kirjoittamisen vaikeuksista. Sen jälkeen monet tutkijat ovat yrittäneet luokitella aikuisten akalkulia-tyyppejä. Monissa akalkuliaa tutkineissa tutkimuksissa on käytetty Hécaenin (1962) luokittelua. Badian (1983, 241 - 242) esittelee Hécaenin kolme akalkuliatyyppiä: 1) numeroiden aleksia ja agrafia eli numeroiden lukemisen ja kirjoittamisen vaikeus, 2) spatiaalinen akalkulia eli avaruudellisen hahmottamisen häiriö, joka vaikeuttaa numeroiden sijoittelua ja järjestyksen säilyttämistä ja 3) anaritmetia eli vaikeus suorittaa aritmeettisia operaatioita, vaikka numeroiden lukeminen ja kirjoittaminen onnistuvat, eikä spatiaalisia vaikeuksia esiinny. Hécaenin luokkien lisäksi Badian (1983) ehdottaa vielä neljättä tyyppiä. Hänen mukaansa monet lapset tekevät aritmeettisia virheitä ei siksi, että heillä olisi erityinen matemaattinen vaikeus, vaan koska heillä on yleisempi tarkkaavaisuuden vaikeus. Badianin (1983) tutkimuksen mukaan 42 %:lla lapsista oli tarkkaavaisuuden ja sarjallisen prosessoinnin vaikeuksia. He lisäsivät ja vähensivät epätarkasti, unohtivat ottaa huomioon numeroita, muistinumeroita, desimaalipilkkuja ja laatuja. Heillä oli vaikeuksia myös kertotaulun oppimisessa ja muistamisessa. Nämä lapset tiesivät laskujen suoritusperiaatteet ja tekivät harvoin spatiaalisia virheitä. Badianin mukaan tämä dyskalkulian tyyppi on usein tarkkaavaisuushäiriöisillä tai hyperaktiivisilla lapsilla. (Badian 1983, 248 - 249.)

Gearyn (1993, 354) mukaan matematiikan oppimisvaikeuksiset lapset eroavat muista lapsista laskuproseduurien käytössä ja mieleenpalauttamisen vaikeudessa. Tämän perusteella Geary (1993, 357) teki vielä yhden luokittelun jakaen vaikeudet kolmeen alatyyppiin, jotka ovat: 1) mieleenpalauttamisen vaikeus, 2) proseduraalinen (esim. laskustrategian valinnan) vaikeus ja 3) visuo-spatiaalinen vaikeus.

Lukemis- ja kirjoittamistaidon ohella numerojärjestelmän ymmärtäminen ja peruslaskutoimitusten periaatteiden oppiminen sekä laskutaitojen vähittäinen automatisoituminen muodostavat perustan, jolle myöhempi matematiikan oppiminen rakentuu. Lansdown (1978) mukaan matematiikan alkeissa on kyse monimutkaisista ja monivaiheisista kognitiivisista suorituksista. Lisäksi oppimistilanteeseen liittyvät emotionaaliset seikat, kuten tehtävän suorittamiseen liittyvä ahdistuneisuus, heijastuvat herkästi oppimistuloksiin. Matemaattiset taidot ovat myös selvästi hierarkkisesti rakentuvia, joten opetukseen liittyvät puutteet heijastuvat matematiikan oppimisessa ehkä selkeämmin kuin muissa aineissa. (Lansdown 1978, 182 - 183.)

Matematiikan oppimiseen liittyy Rourken ja Strangin (1984, 480 - 481) mukaan monenlaisia taitoja (esim. numeroiden kopiointi ja kirjoittaminen, esineiden laskeminen, numero-käsite, erilaisten laskutoimitusten suorittaminen, kertotaulun muistaminen, sanallisten tehtävien ratkaisu), joten monet kognitiiviset kyvyt joutuvat koetukselle. Badianin (1983, 240) mukaan matematiikan oppiminen on yhteydessä yleiseen älylliseen tasoon, verbaalisiin ja visuo-spatiaalisiin kykyihin sekä spesifeihin numeerisiin taitoihin. Jotkut tutkijat korostavat muistiin liittyviä tekijöitä; mm. Krutetskii (1976, 332) on todennut, että matemaattisista oppimisvaikeuksista kärsivillä lapsille on tyypillistä ajatella ongelmaa erillisinä toisistaan riippumattomina osasina ja suorittaa eri operaatioita kaikilla tehtävän numeroilla muistamatta ja huomioimatta varsinaista ongelmaa. Myös

Strang ja Rourke (1985, 169) ovat havainneet yhteyden verbaalisen muistin ja mekaanisten aritmeettisten taitojen välillä. Pellegrinon ja Goldmanin (1987, 31 - 32) mukaan jo yksinkertaistenkin matemaattisten taitojen suorittaminen edellyttää matemaattisten faktojen, suoritusvaiheiden ja etenemistapojen muistamista ja oppimisvaikeuksisille lapsille on tyypillistä yksinkertaisten operaatioiden hitaus.

Matematiikan oppimisvaikeuksien, kuten lukemaan oppimisvaikeuksienkin, tutkimuksen kannalta on oleellista se, että kyseessä on monimutkaisissa kognitiivisissa suorituksissa ilmenevät vaikeudet, joiden luonteen ymmärtäminen vaatii jonkinlaista alaryhmittelyä. On varsin epätodennäköistä, että spesifitkään matemaattiset oppimisvaikeudet johtuisivat kaikilla lapsilla samanlaisista kognitiivisista puutteista. (Ahonen & Räsänen 1995, 211.)

Aritmeettisia virheitä tarkastelevassa tutkimuksessaan Rourke ja Finlayson (1978) havaitsivat, että lapsilla oli matemaattisten käsitteiden ymmärtämisvaikeus, joka on yhteydessä sensomotoristen kokemusten puutteisiin. Visuaaliset ja psykomotoriset ongelmat ovat vaikeuttaneet syy-seuraussuhteiden kehittymistä niiden konkreettisissa fyysisissä muodoissa. Nämä puutteet vaikuttavat myöhemmissä kehitysvaiheissa rajoittavasti abstraktisen ajattelun kehittymiseen ja sitä kautta matemaattisten käsitteiden ymmärtämiseen. (Rouske & Finlayson 1978, 126 - 131.)

Magne (1991) käyttää matematiikan oppimisvaikeudesta termiä dysmatemathika. Dysmatemaatikot ovat oppilaita, joilla on erityisiä tarpeita matematiikan opetuksessa ja oppimisessa. He suoriutuvat matematiikassa selvästi ikäryhmäänsä ja omaa yleistä kyvykkyyttään heikommin. Alhainen suoriutuminen voi olla seurausta motorisista, sensorisista, kognitiivisista, affektiivisista ja motivaatioon liittyvistä puutteista (Magne 1991, Magne 1994).

Maine (1991, 12) nimeää neljä pääoiretyyppiä:

1) Erilaisia oppimista haittaavia tekijöitä (95 %:lla dysmatematikoista), kuten alhainen älykkyystaso, vaikeus muodostaa uusia assosiaatioita, heikko abstraktiokyky ja alhainen oppimiskapasiteetti.
2) Vähentynyt ponnistelukyky tai aloitekyky (yli 75 %:lla), mm. päiväunelmointi tai vaikeus orientoitua suorituksiin
3) Tunne-elämän häiriöitä (25 - 50 %:lla), jotka usein liittyvät matematiikkaan, kuten inho matematiikkaa kohtaan tai erityinen matematiikka-ahdistus.
4) Rauhattomuus, hyperaktiivisuus, levottomuus ja keskittymiskyvyn aleneminen (noin 50 %:lla).

Myös Rourke ja Strang (1985, 168) toteavat, että osalla matematiikan oppimisvaikeuksisista lapsista vaikeuden taustalla voi olla muun muassa motivaation puute, ahdistus tai tunne-elämän vaikeudet. Gearyn (1990) mukaan matematiikan oppimisvaikeuksiset oppilaat ovat taipuvaisia käyttämään ikätasoaan nuoremmille ominaisia ongelmanratkaisustrategioita. He ratkaisevat ongelmia hitaasti ja tekevät usein virheitä laskiessaan. He valitsevat usein tehottomia ratkaisustrategioita ja mieleenpalauttamisen virheet ovat heille tyypillisiä. (Geary 1990, 363.) Gearyn, Bow-Thomasin ja Yaon (1992, 372.) mukaan he eivät yleensä myöskään erota laskulle oleellisia ja epäoleellisia piirteitä eivätkä huomaa laskuvirheitään. Kinnusen ja Vauraan (1997) mukaan sanallisten tehtävien ratkaisemisen vaikeudet johtuvat usein pinnallisista strategioista, jotka oppilaat ovat omaksuneet koulumatematiikasta saamiensa kokemusten perusteella. He kiirehtivät toteuttamaan laskutoimituksia ennen kuin ovat lukeneet ongelman huolellisesti ja ymmärtäneet sen. He valitsevat laskutoimituksen tilanteeseen tai tehtävään liittyvien ulkoisten piirteiden perusteella sen sijaan, että valitsisivat käytettävän strategian tehtävän sisältämän matemaattisen ongelman pohjalta. Pinnallisia strategioita käyttävä oppilas valitsee sen operaation, jonka kokee hallitsevansa parhaiten tai joka on luokassa viimeksi opetettu ja käyttää siihen kaikki tehtävässä esiintyvät numerot, hän myös usein arvaa operaation tehtävän sisältämistä numeroista. (Kinnunen & Vauras 1997, 276 - 277.)

Montaguen ja Applegaten (1993a, 176) mukaan oppimisvaikeuksisilla oppilailla on riittämätön kyky käyttää kognitiivisia ja metakognitiivisia strategioita lukiessaan, kirjoittaessaan, laskiessaan ja ratkaistessaan matemaattisia ongelmia. Kyky- ja saavutustasojen eroja vertailevat tutkimukset ovat välttämättömiä, jotta ymmärrettäisiin ongelmanratkaisuun vaikuttavia kognitiivisia, metakognitiivisia ja affektiivisia tekijöitä ja jotta voitaisiin erottaa tiettyjä ongelmanratkaisun onnistumista häiritseviä tekijöitä. Glaserin (1991) mukaan on puutetta tiedosta, joka vertailee ongelmanratkaisun eroja kyvykkäiden-, keskitason- ja muiden oppilaiden välillä. Glaserin mielestä pitäisi tutkia näiden oppilaiden matemaattisten ongelmien ratkaisukykyä, jotta paremmin ymmärrettäisiin saavutuseroja matematiikan alueella ja siten voitaisiin lisätä ohjausta, joka helpottaa siirtymistä osaamisen tasolta toiselle. (ks. Montague &Applegate 1993a, 176.)

Kirjallisuuskatsauksessaan itsetunnosta ja oppimisvaikeuksista Chapman (1988) huomasi, että oppimisvaikeuksiset oppilaat raportoivat alempaa akateemista itsetuntoa kuin muut oppilaat. Ongelmanratkaisua tutkittaessa on Chapmanin (1988, 347) mukaan tärkeää huomata, että yleensä yksilöt, joilla on hyvä itsetunto yrittävät kovemmin ja osoittavat parempaa kestävyyttä vaikean tai haastavan tehtävän edessä. Linnanmäki (1997) toteaa minäkäsityksen olevan suhteellisen riippumaton älykkyydestä, mutta korreloivan koulusaavutusten kanssa. Menestys lukemisessa, kirjoittamisessa ja matematiikassa korreloi yleensä positiivisesti oppilaan kouluminäkuvan kanssa. Hänen mielestään myönteistä akateemista minäkuvaa voidaankin pitää välttämättömänä, mutta ei riittävänä edellytyksenä opiskelussa menestymiselle. (Linnanmäki 1997, 287.) Lukuvuonna 1990-91 Åbo Akademin erityispedagogiikan laitoksella käynnistyi projekti "Minäkäsitys ja matematiikka". Projekti on seurantatutkimus, jossa aineistoa on kerätty vuosina 1991, 1994 ja 1997. Projektin 1991 aineiston osatuloksissa todetaan, että toisluokkalaiset oppilaat eivät koe matematiikkaa vaikeana aineena, vaan heillä on myönteinen näkemys oppiaineesta. (Linnanmäki 1997, 291.)

Monilla oppimisvaikeuksisilla oppilailla on puutteita erityisesti ongelmantulkintastrategioissa (problem presentation) ja prosesseissa, kuten ongelman sanomisessa omin sanoin, visualisoinnissa eli kuvan piirtämisessä tai mielikuvan käytössä ja ratkaisuprosessin suunnittelussa. Oppimisvaikeuksiset oppilaat lähestyvät ongelmaa eri tavoin kuin kyvykkäämmät ikätoverinsa, koska heiltä puuttuu tiettyjä ongelman tulkintaan liittyviä strategioita.(Montague &Applegate 1993b, 29.)

Montague & Applegate (1993a) ovat tehneet tutkimuksen, johon valittiin satunnaisesti 30 oppimisvaikeuksista, 30 keskitasoisesti selviytyvää ja 30 lahjakasta oppilasta iältään 12-13 vuotiaita. Oppimisvaikeuksiset saavuttivat tutkimuksessa heikompia tuloksia kuin keskitasoiset kaikilla tutkimuksen alueilla (kykytestit, sanalliset tehtävät, strateginen tieto ja sen käyttö ja kontrolli), lahjakkaat sen sijaan pärjäsivät oppimisvaikeuksisia paremmin ainoastaan kahdella osa-alueella. Laskemisessa ja sanallisten tehtävien vastauksissa ei löydetty eroja näiden ryhmien välillä. Lahjakkaiden ja keskitasoisten välillä ei löytynyt eroja millään osa-alueella. Tutkijat katsovat tämän voivan johtua mm. siitä, että lahjakkaiden ohjelmassa olevat oppilaat saavat enemmän, mutta kuitenkin perusteiltaan samanlaista opetusta kuin tavallisessa ryhmässä olevat oppilaat ja erityisopetuksen oppilaat, eivätkä siten opi sen korkeamman tason matematiikkaa kuin muut ikäisensä. (Montague & Applegate 1993a 185 - 186.) Sekä lahjakkaat että keskitasoiset pärjäsivät oppimisvaikeuksisia paremmin ongelmantulkintastrategioissa. Montaguen ja Applegaten (1993a) mukaan näyttää siltä, että oppimisvaikeuksiset eivät tiedä tai eivät käytä strategioita, jotka ovat välttämättömiä kielellisen ja numeerisen tiedon muuntamisessa ongelman esityksiksi. (Montague & Applegate 1993a, 190.) Oppimisvaikeuksiset kuvasivat matematiikassa suoriutumisensa selvästi huonommaksi kuin lahjakkaat tai keskitasoiset. Lahjakkaat arvioivat ongelmanratkaisukykynsä selvästi paremmaksi kuin oppimisvaikeuksiset. (Montague & Applegate 1993a, 192.)

Montaguen ja Applegaten (1993a) tutkimuksen tulokset osoittavat, että on tärkeää opettaa strategioita, kuten ongelman esittämistä omin sanoin ja kuvan piirtämistä, ongelman tulkitsemiseksi. Erotuksena ikäisistään oppimisvaikeuksiset oppilaat ovat tehottomia ongelmanratkaisijoita, heidän on vaikeaa ymmärtää ja tulkita ongelmia ja he tukeutuvat usein yritys-erehdys strategiaan. Montaguen ja Applegaten (1993a, 193 - 194) mukaan oppimisvaikeuksiset eivät opi käyttämään ongelmanratkaisussa tarvittavia tietoja ja taitoja ilman niiden yksityiskohtaista ohjausta.

Yleensä oppilaita, joilla on oppimisvaikeuksia neuvotaan ratkaisemaan sanallisia matematiikan tehtäviä seuraavasti: lue tehtävä, päätä mitä teet, ratkaise ja tarkista tehtävä. Oppimisvaikeuksisilla on kuitenkin vähän resursseja päättää mitä tehdä, koska heiltä puuttuu strategioita, jotka auttavat tehtävien ratkaisussa. Ongelman tulkintastrategiat, kuten omin sanoin kertominen, visualisointi (kuvan piirtäminen, kuvallinen ajattelu) ja arviointi, näyttävät helpottavan kielellisen ja numeerisen tiedon kääntämistä matemaattisiksi yhtälöiksi ja algoritmeiksi. (Montague, Applegate & Marquard 1993, 223.)

Cardelle-Elawarin (1995) mukaan matematiikassa heikosti menestyvät oppilaat kehittävät usein toimintatapoja, jotka vaikeuttavat tehtävän ratkaisua. He esimerkiksi lukevat tehtävät nopeasti ymmärtämättä niitä, he eivät myöskään järjestele tietoa eivätkä huomaa, että voi olla useita tapoja ratkaista ongelma. He ovat epävarmoja laskemisessa ja ratkaisun tarkistamisessa ja luovuttavat helposti, jos eivät tiedä kuinka lähestyä ongelmaa. Tämän perusteella Cardelle-Elawar halusi tutkia, kuinka heikot oppilaat hyötyvät metakognitiivisten taitojen opetuksesta. Hän toteutti tutkimuksen kahden peruskoulun kahdeksallatoista luokalla, jotka olivat 3- 8 -luokkia. (Cardelle-Elawar 1995, 81.)

Tutkimus osoitti, että metakognitiivista ohjausta saatuaan matematiikassa heikosti suoriutuvat oppilaat alkoivat huomata kuinka lähestyä ongelmaa ja tunnistivat tarvittavan tiedon ja strategiat aikaisempaa paremmin. Metakognitiivinen harjoitus jäsentää opetusta siten, että heikosti suoriutuvat ajattelevat itsenäisesti rajoituksensa tuntien, mikä auttaa ongelmien ratkaisussa. (Cardelle-Elawar 1995, 93.)

4.2 Oppimisvaikeuksisen oppilaan tunnistaminen

Staattinen tieto oppilaan osaamisesta, kuten testipistemäärät, ei ole riittävä perusta tukitoimenpiteille, vaan ohjaajan tulisi hankkia tietoa lapsen dynaamisesta muuntuvuudesta ja keskittyä arvioinnissa oppilaan oppimis- ja toimintaprosesseihin. Opettajan ja tutkijan tulisi tarkkailla lapsen käyttäytymistä koetilanteen aikana ja pyrkiä näkemään todelliset tehtävän käsittelyyn liittyvät toiminnot. (Das 1984, 230.) Tutkijan tulisi havainnoida sitä, miten oppilas lähestyy tehtävää, miten hän käsittelee sitä ja kuinka hän pääsee lopputulokseen. Testaustulokseksi ei riitä tieto siitä, mitä oppilas osaa ja mitä hän ei osaa, vaan tulisi keskittyä siihen, miksi oppilas epäonnistui tai miksi hän suoritti tehtävän niin kuin teki. Arviointitilanteessa kiinnitetään huomiota myös siihen, kuinka oppilas voi onnistua ja päästä oikeaan lopputulokseen. Testaamisen tulisi siten olla dynaamista maksimaalisen potentiaalin arvioimista, jossa lapsi-tehtävä-tutkija-lapsi -vuorovaikutus on toimivaa. (Feuerstein 1979, 26 - 33, Feuerstein 1988, 204 - 205.)

Baroodyn ja Ginsburgin (1991, 209 - 216) mukaan matemaattisten oppimisvaikeuksien arvioinnissa tarvitaan tietoa lapsen suorituksesta ja opetuksesta. Heidän mukaansa arvioinnissa on keskeistä:

- Formaalisen ja arkielämän matemaattisen tietouden tutkiminen
- lapsen vaikeuksien ja vahvojen osaamisen alueiden tarkka kuvaaminen,
- taitojen virheettömyyden, tehokkuuden ja automaattisuuden selvittäminen,
- matemaattisten käsitteiden ja ongelmanratkaisutaitojen tutkiminen.
- ratkaisustrategioiden ja metakognitiivisen tiedon tutkiminen,
- tehtäväsuorituksiin liittyvien affektiivisten tekijöiden ja uskomusten selvittely sekä
- mahdollisimman tarkan virheanalyysin tekeminen lapsen suorituksista.

Suomessa ei ole käytössä hyvin standardoituja matemaattisten taitojen arviointimittareita. Lähimpänä normitettuja matematiikan testejä ovat matematiikan diagnosointikortit (Koponen & Kupari 1982) ja MAKEKO-koe (Ikäheimo, Putkonen & Voutilainen 1988). Opettajien, erityisopettajien ja vanhempien kuvaukset lasten vaikeuksista ovat edelleen keskeisin tietolähde lapsen kanssa yhdessä tehtävien laskujen lisäksi. Ahosen ja Räsäsen (1995) mukaan Jyväskylän yliopiston yhteydessä toimivassa Niilo Mäki Instituutissa on pyritty kehittämään entistä tarkempia diagnostisia välineitä myös matematiikan oppimisvaikeuksien tutkimukseen. Tieteelliseen työhön tarkoitettuja testejä ei tosin voi suoraan soveltaa opettajien käytäntöön. Niissäkin maissa, joissa on käytössä standardoituja matematiikan testejä, ne käyvät lähinnä ongelmien esiintymisen toteamiseen ja jossain määrin niiden avulla voi myös luokitella vaikeuksia. (Ahonen & Räsänen 1995, 241 - 242.)

Matematiikan diagnosointikorttien tarkoitus on löytää ajoissa oppimisvaikeudet sekä antaa oppilaalle myönteistä palautetta oppimisesta. Tehtävät on laadittu niin yksinkertaisiksi, että ainakin heti opetustuokion jälkeen käytettyinä useimpien oppilaiden voi olettaa selviytyvän tehtävistä virheettömästi. (Koponen & Kupari, 1982.) Kutakin luokkatasoa varten on 50 korttia, yhden kortin laskemiseen oppilaalta kuluu noin 5- 10 minuuttia. Diagnosointikortit perustuvat 70-luvun alkupuolella pidettyjen matematiikan erityisopetuksen kurssien aikana laadittuihin oppimisvaikeuksien havaitsemista helpottaviin kortteihin, joita on muuteltu 1976 julkaistun perusoppiainesehdotuksen ja 1982 opetussuunnitelmallisten ohjeiden perusteella. Tekijät ehdottavat kortteja käytettävän esimerkiksi laskuharjoitteluna asian oppimisen jälkeen ja tukiopetuksen yhteydessä sekä osoittamaan, mitä asioita on kerrattava.(Koponen & Kupari, 1982.)

MAKEKO on Hannele Ikäheimon (1988) kehittelemä testi, joka mittaa oppilaan kykyä hallita matematiikan keskeistä oppiainesta kullakin luokka-asteella. Keskeisellä oppiaineksella tarkoitetaan sellaista oppiainesta, jonka omaksuminen on asetettu tavoitteeksi jokaisen oppilaan kohdalla ja jonka hallinta on välttämätöntä, jotta voisi omaksua uusia taitoja. Jokaista luokka-astetta varten on yksi koe. MAKEKOa laadittaessa on pyritty siihen, että kukin tehtävä mittaa vain yhtä asiaa. MAKEKOn tarkoitus on erotella heikot, erityisopetusta tarvitsevat oppilaat, sen sijaan matematiikassa keskitasoisesti ja hyvin suoriutuvien oppilaiden pistemäärät eivät oleellisesti poikkea toisistaan, joten luokkakohtaisissa tuloksissa on odotettavissa vain vähän hajontaa.

Osallistuimme proseminaarivaiheessa tutkimusprojektiin, joka selvitti onko matematiikan vaikeuksilla ja käyttäytymisongelmilla yhteyttä. Tutkimus toteutettiin Jyväskylän kaupungin ala-asteiden kolmansilla luokilla lukuvuonna 1995-96. Tämän projektin yhteydessä havaittiin, että matematiikan keskeisen oppiaineksen testi, MAKEKO, ei ollut riittävän erotteleva haluttaessa tietoa oppilaiden matematiikan taidoista. Myös Pahta (1995) on todennut tutkimuksessaan MAKEKO-kokeessa puutteita käyttäessään MAKEKOa matematiikan oppimisvaikeuden tunnistamiseen. Hänen mielestään opettajan haastattelun tai erityisopettajan arvion ja matematiikan kokeiden käyttö MAKEKOn rinnalla olisi paremmin varmistanut oppimisvaikeuden tunnistamista. (Pahta 1995, 89 - 90.) Tämän perusteella laadimme tätä tutkimusta varten Lenni Haapasalon (1994, 202 -

206) käsitteenmuodostusteoriaan perustuvan seulontatestin, KJK:n, kerto- ja jako-laskun alueelta.

Kehittelemämme KJK-testin on tarkoitus kartoittaa, miten oppilas ymmärtää kerto- ja jakolaskukäsitteen sekä miten hän osaa soveltaa oppimiaan käsitteitä ja laskustrategioita avoimessa ongelmanratkaisutehtävässä Sanallisten tehtävien ratkaisuosuudessa on tarkoituksena tutkia, minkälaisia ratkaisustrategioita ja metakognitiivisia taitoja oppilaat käyttävät.

5 TUTKIMUSONGELMA

Tutkimusongelma: Millaisia ovat peruskoulun kolmasluokkalaisten oppilaiden metakognitiiviset taidot sanallisten kerto- ja jakolaskutehtävien ratkaisemisessa?

Alaongelmat:

1. Onko matematiikassa heikkojen ja hyvien oppilaiden sanallisten kerto- ja jakolaskutehtävien ratkaisemiseen liittyvissä metakognitiivisissa taidoissa eroa?
2. Millaisia strategioita oppilaat käyttävät sanallisten tehtävien ratkaisemisessa?
3. Miten oppilaat suoriutuvat sanallisten tehtävien ratkaisemisesta?

Lisäksi tutkittiin tarkkaavaisuuden yhteyttä matematiikan suorituksiin.

6 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

6.1 Koehenkilöiden valinta

Havaintoyksiköksi valittiin keskisuomalaisen kirkonkylän ala-asteen kolmannes luokat. Tutkimusluvat (liite 1) pyydettiin 61 oppilaan vanhemmilta. Ennen seulontaa esitestasimme yhden luokan varmistaaksemme seulontamenetelmän toimivuutta. Esitestaukseen osallistui 18 oppilasta ja varsinaiseen seulontaan 38 oppilasta, joista kolmen suoritusta ei voitu ottaa huomioon poissaolojen vuoksi. Seulontatestien (KJK ja MAKEKO) ja opettajien arvioiden perusteella valitsimme 12 oppilasta haastatteluihin. Näistä 12 oppilaasta neljä (kaksi matematiikassa hyvää ja kaksi matematiikassa heikkoa oppilasta) valittiin tapausoppilaiksi haastattelun sanallisten tehtävien ratkaisuprosessin perusteella siten, että tapaukset kuvaavat kahta erilaista matematiikassa hyvän ja -heikon oppilaan ratkaisuprosessia.

6.2 Muuttujat ja niiden mittaaminen

6.2.1 Kerto- ja jakolaskun käsitteenymmärtämisen testi

Tätä tutkimusta varten laadimme Lenni Haapasalon (1994, 202 - 206) käsitteenmuodostusteoriaan perustuvan seulontatestin kerto- ja jakolaskun alueelta (ks. liite 2). Kehittelemämme KJK-testi sisältää yhteensä 14 tehtäväosiota, joista 13 mittaa sitä, miten oppilas osaa tunnistaa (6) ja tuottaa (7) kerto- ja jakolaskun käsitettä kuvallisessa, verbaalisessa ja symbolisessa esitysmuodoissa ja yksi tehtävä sitä, mitä laskustrategioita oppilas käyttää ongelmanratkaisutilanteessa sekä sitä, miten hän osaa suunnitella ja arvioida omaa suoritustaan. KJK-testin korkein mahdollinen pistemäärä on 74 pistettä. Tehtävät on pisteytetty siten, että 1. tehtävästä voi saada 0 - 24 pistettä niin, että jokaisesta oikeasta vastauksesta saa yhden pisteen. 2 - 14. tehtävistä voi saada yhteensä 0 - 50 pistettä. 2 - 7. tehtävien tunnistavista tehtävistä saa puoli pistettä oikeasta vastauksesta ja 8 - 13. tuottavista tehtävistä yhden pisteen oikeasta vastauksesta. Tehtävän 14 tuottavista tehtävistä saa kummastakin 2.5 pistettä. Pisteytyksessä on painotettu tuottavan käsitteenymmärtämisen tehtäviä ja ongelmanratkaisutehtävää.

6.2.2 Matematiikan keskeisen oppiaineksen koe, MAKEKO

Käytimme tässä tutkimuksessa MAKEKOn kolmannen luokan testiä 2/3 (ks. liite 3). Tässä kokeessa on 13 eri osa-aluetta: suulliset tehtävät, lukukäsite, yhteenlasku päässä ja allekkain, vähennyslasku päässä ja allekkain, kertolaskun käsite, kertolasku päässä, sovellus-, aika-, pituus-, massa- ja geometriatehtävät. Näiden osa-alueiden tehtävien määrä vaihtelee kahdesta kymmeneen ja tehtäviä on yhteensä 50. Jokaisesta väärin ratkaistusta tehtävästä saa yhden virhepisteen. Tässä tutkimuksessa olemme kuitenkin laskeneet oikeiden vastausten määrän, jotta MAKEKO-kokeen pisteet olisivat paremmin vertailukelpoiset KJK-testin kanssa. Teimme MAKEKO-kokeen kahdelle luokalle, jotta saisimme vertailupohjaa omalle testillemme.

6.2.3 Opettajien arviot

Pyysimme luokkien matematiikan opettajia nimeämään kuusi matematiikassa heikosti ja kuusi hyvin suoriutuvaa oppilasta. Tällä halusimme ottaa huomioon opettajien oppilaantuntemuksen ja heidän käsityksensä oppilaan suoriutumisesta pidemmällä aikavälillä. 3A-luokan matematiikanopettaja nimesi seitsemän matematiikassa hyvää oppilasta, joista yksi oli poissa KJK-testistä, ja kuusi matematiikassa heikkoa oppilasta. 3C-luokan opettaja nimesi viisi matematiikassa hyvää oppilasta ja viisi matematiikassa heikkoa oppilasta. Kaksi heikkoa oppilasta oli poissa KJK-testistä.

Annoimme myös opettajan täytettäväksi lomakkeen, joka kartoittaa oppilaan yleiset taustatiedot ja opettajan käsityksen oppilaan matematiikan taidoista ja selviytymisestä matematiikan tunnilla sekä kyvystä ratkaista sanallisia tehtäviä. Kysymyksissä kartoitetaan samoja asioita kuin oppilaan haastattelulomakkeessa mutta nyt opettajan näkökulmasta (ks. liite 4).

Opettajat arvioivat myös 12 haastatteluun osallistuneen oppilaan tarkkaavaisuutta Jokisen (1996) pro gradu -tutkimuksenaan kehittelemän lomakkeen perusteella (ks. liite 5). Hänen tarkoituksenaan on ollut kehittää DSM-IV luokituksen (DSM-IV 1994, 78 - 85) pohjalta opettajien käyttöön soveltuva arviointilomake, jolla on mahdollista arvioida tarkkaavaisuushäiriöiden vakavuutta sekä eritellä tarkkaavaisuuden eri osa-alueita. Opettajille kehitetyn kyselylomakkeen tarkoituksena oli saada opettajat havainnoimaan oppilaiden koulutyöskentelyssä esiin tulevia tarkkaavaisuuden ja keskittymisen piirteitä sekä niissä mahdollisesti ilmeneviä ongelmia. Jokisen (1996) tutkimuksessa arvioitiin 79 oppilaan tarkkaavaisuutta kyselylomakkeella.

Jokinen (1996) tutki kyselylomakkeen kykyä erotella tarkkaavaisuuden eri piirteitä exploratiivisella faktorianalyysillä. Analyysin perusteella Jokinen löysi viiden faktorin mallin ja karsi kysymyksiä alkuperäisestä 37:stä 15 kysymykseen. Karsitun lomakkeen perusteella tehtiin vielä ongelma-alueita kuvaavat profiilit 28 tarkkaavaisuushäiriöiselle oppilaalle. Tämän jälkeen lomakkeella arvioituja tarkkaavaisuuden piirteitä verrattiin tietokonepeliympäristössä saatuihin havaintoihin lasten tarkkaavaisuudesta. Tavoitteena oli löytää lisätarkastelun kohteeksi mahdollisimman samankaltaisia tarkkaavaisuuden komponentteja kuin mitä tietokonepelikin mittasi, jotta tarkkaavaisuuden elementit olisivat vertailukelpoisia keskenään. Jokinen (1996) jakoi tarkkaavaisuuden viiteen osa-alueeseen. Cronbachin alfa-testillä mitattuna karsitun lomakkeen sisäinen homogeenisuus oli hyvä (Alfa-kertoimet vaihtelivat välillä .88 - .96). Seuraavassa osa-alueet ja kunkin osa-alueen kysymysten numerot.

1. Tarkkaavaisuuden ylläpito eli keskittymiskyky (1-3)
2. Selektiivisyys eli kyky tarkoituksenmukaiseen huomion kohdentamiseen (4-6)
3. Joustavuus eli kyky muuttaa kohdetta tavoitteen mukaisesti (7-9)
4. Impulsiivisuus (10-12)
5. Hyperaktiivisuus (13-15)

Opettaja arvioi oppilaan tarkkaavaisuutta ottaen huomioon oppilaan käyttäytymisen viimeisen puolen vuoden ajalta. Tarkkaavaisuuden arviontiasteikko on viisiportainen, ääripäät ovat "kuvaa erittäin hyvin oppilaan käyttäytymistä" ja " kuvaa erittäin huonosti oppilaan käyttäytymistä". Pisteytimme vaihtoehdot siten, että yksi piste kuvaa tarkkaamattomuutta ja viisi pistettä tarkkaavaisuutta.

6.2.4 Haastattelulomake ja sanalliset tehtävät

Haastattelulomake (ks. liite 6) on suomennettu versio Montaguen (1996) lomakkeesta Mathematical Problem Solving Assesment- Short Form (MPSA-SF). MPSA-SF on strukturoitu haastattelu, joka on suunniteltu arvioimaan ongelmanratkaisun affektiivisia, kognitiivisia ja metakognitiivisia tekijöitä. Montague on käyttänyt MPSA-haastattelun pidempää versiota neljässä tutkimuksessaan (Montague & Applegate 1993a; Montague & Bos 1990; Montague, Bos & Doucette 1991; Montague, Marquard & LeBlanc 1993). Näiden tutkimusten tulokset tukevat MPSA-haastattelun käyttöä erottelemaan matematiikassa oppimisvaikeuksiset, keskitasoiset ja keskitasoa paremmat oppilaat. (Montague 1996, 240.) Ajan ja vaivan säästämiseksi Montague teki haastattelusta lyhennetyn version, MPSA-SF:n. Haastattelussa on kaksi osaa: A-osa, joka sisältää kysymykset 1 - 9 ja B-osa, joka sisältää kysymykset 1 - 21. A-osan kolmessa ensimmäisessä kysymyksessä kysytään oppilaan matematiikan taitoja, selviytymistä matematiikan tunnilla ja kykyä ratkaista sanallisia tehtäviä. Nämä kysymykset on pisteytetty Likert-tyyppisen asteikon mukaisesti. Kysymykset 5 - 7 liittyvät siihen, miten oppilas suhtautuu matematiikkaan ja kysymykset 8 - 9 liittyvät oppilaan käsitykseen siitä, miten häntä on opetettu ratkaisemaan sanallisia tehtäviä ja miten hän niitä ratkaisee. B-osan kysymykset keräävät tietoa siitä, miten oppilas suunnittelee ja ratkaisee matematiikan sanallisia tehtäviä sekä arvioi suoriutumistaan niissä. Lisäksi B-osan kysymyksissä pyritään selvittämään oppilaan omia käsityksiä arvioinnista ja tarkistamisesta.

A-osasta muutimme 2. kysymyksen luokkatasoon sopivaksi siten, että kysymme matematiikan arvosanan sijaan oppilaan arviota matematiikan tunneilla selviytymisestään. Kysymyksissä 4 ja 6 korvasimme aikaa kuvaavan määritteen "1/4 ajasta" sanalla "joskus" ja "½ ajasta" sanalla "useimmiten". Yhdistimme Montaguen kysymykset 9 ja 10 muuttaen yleistä ratkaisua koskevat kysymykset yhdeksi spesifimmäksi kysymykseksi. A- ja B-osan välillä oppilas ratkaisee kolme sanallista tehtävää. Sovelsimme nämä tehtävät opetettavaan ainekseen liittyviksi ja vaikeustasoltaan sopiviksi siten, että tehtävät sisältävät yhden yksi- ja yhden kaksitasoisen sanallisen tehtävän sekä yhden ongelmanratkaisutehtävän (ks. liite 6).

B-osassa olemme käyttäneet Montaguen (1996) haastattelusta kysymyksiä 11-22, 26-33 ja 36-40. Selvyyden vuoksi aloitimme B-osan numeroinnin 1:stä. Esitestauksen perusteella vaihdoimme B-osan ensimmäisten kysymysten järjestystä, koska oppilaiden tuntui olevan helpompi vastata kysymykseen, kuinka monta kertaa lukee tehtävän, kuin kysymykseen siitä, miten lukee tehtäviä. Kysymystä "miten luet sanallisia tehtäviä" tarkensimme lisäkysymyksellä "mihin asioihin kiinnität huomiota". Montaguen kysymykset 13 ja 14 yhdistimme niin ikään yhdeksi tehtävän ymmärtämistä koskevaksi kysymykseksi. Kysymykset 15 ja 16 yhdistimme yhdeksi tehtäväksi, jossa kysytään, mitä kysymyksiä oppilas esittää itselleen lukiessaan tehtävää. Montague kysyy kuvien piirtämisestä neljällä kysymyksellä (kysymykset 22, 23, 24 ja 25), joiden asemesta me olemme päätyneet yhteen moniosaiseen kysymykseen. Montaguen kysymystä 26 olemme tarkentaneet siten, että kysymme myös, miten oppilas suunnitteli esimerkkitehtävän ratkaisemista (ks. liite 6).

6.3 Tutkimuksen kulku

Tutkimus ajoittui 20.1 - 27.5 1997 väliselle ajalle. Tutkimuksessa tehtiin esitestaukset KJK-testille, haastattelulle ja haastattelun sanallisille tehtäville. Varsinaisia testauksia olivat KJK-testi, MAKEKO-koe ja haastattelu tehtävineen. Haastattelut videoitiin ja äänitettiin, jonka jälkeen nauhat litteroitiin ja koodattiin. Aineisto käsiteltiin tapaustutkimusluonteisesti. Koulun erityisopettaja teki kontrollikoodauksen. Lisäksi kerättiin taustatietoa oppilaista opettajille jaetuilla tarkkaavaisuuden arviointi- ja taustatietolomakkeilla (ks. taulukko 1).

TAULUKKO 1. Tutkimuksen kulku

Testi	n	milloin	missä	miten	y/r
KJK-testin esitestaus	18	20.1. ja 23.1.97	3B-luokka	Luokkatilanteessa yksilötestit	r
KJK-testi	36	4.-5.2.1997	3A ja 3C lk.	Luokkatilanteessa yksilötestit	r
MAKEKO-koe	38	13.2 - 3.3.1997	3A ja 3C lk.	Luokkatilanteessa yksilötestit	r
haastatteluiden ja tehtävien esitestaus	2	7.3.1997	opettajienhuone, pienryhmä lk	Haastattelut äänitettiin	y
haastattelut ja tehtävät	12	21.4. ja 23.4.97	av-luokka	Haastattelut äänitettiin ja videoitiin	y
tarkkaavaisuuslomake	12	21.4. opettajille	kotona/koulussa	3A ja 3C-luokan opettajat täyttivät lomakkeet	
taustatietolomake	4	13.5. opettajille, 27.5. palautus	kotona/koulussa	3A-lk:n opettaja ja matematiikan opettaja ja 3C- lk:n opettaja täyttivät lomakkeet	
kontrollikoodaus	3	13.5.1997	av-lk., eo-lk.	Erityisopettaja koodasi haastattelut	

Huom. r = yksilötesti ryhmätilanteessa, y = yksilötilanne

6.4 Matematiikassa suoriutumista kuvaavat aineiston analyysimenetelmät

KJK- testin yhteispisteiden perusteella laitoimme oppilaat paremmuusjärjestykseen sekä koko ryhmässä että kummassakin luokassa erikseen ja valitsimme koko ryhmästä kuusi testissä heikoimmin ja kuusi parhaiten menestynyttä oppilasta. Laskimme myös MAKEKO-kokeen yhteispisteet ja laitoimme oppilaat luokittain paremmuusjärjestykseen. Tämän jälkeen annoimme jokaiselle oppilaalle järjestysnumeron ja vertasimme oppilaan sijoittumista luokassaan KJK-testin ja MAKEKO-kokeen mukaan ja laskimme oppilaille järjestysnumeroiden keskiarvon. Sitten järjestimme keskiarvot paremmuusjärjestykseen ja vertasimme miten yhtäpitäviä järjestysnumerokeskiarvot ovat opettajan arvion kanssa.

Pisteytimme haastattelun kysymykset 1-3 Likert-asteikon mukaan ja laskimme kullekin oppilaalle keskiarvon, joka kuvaa hänen käsitystään omista matematiikan taidoistaan. Laskimme myös hyvien ja heikkojen oppilaiden keskiarvot ja vertasimme niitä toisiinsa. Litteroidun haastatteluaineiston vastauksia käytimme kuvailemaan tapaus-oppilaiden kognitiivisia ja metakognitiivisia taitoja ja niiden käyttöä. Sanalliset tehtävät pisteytettiin seuraavasti: 1. tehtävässä sai oikeasta ratkaisusta yhden pisteen, 2. tehtävästä sai kaksi pistettä, jos molemmat vaiheet oli ratkaistu oikein, 3. tehtävästä sai 8 pistettä, jos oppilas löysi kaikki kahdeksan jakajaa. Oppilaan tehtävissä käyttämät strategiat pisteytettiin seuraavalla tavalla:

1 piste: Oppilas kokeilee jakajia ilman kertotaulupohjaa.
2 pistettä: Oppilas löytää jakajat kertotaulun perusteella, mutta ei käytä strategiaa johdonmukaisesti.
3 pistettä: Oppilas löytää jakajat kertotaulun perusteella ja käyttää strategiaa johdonmukaisesti hyväkseen.

Sanallisten tehtävien ratkaisut koodattiin Montaguen ja Applegaten (1993b) ja Newmanin ja Schwagerin (1995) analyysimenetelmiä muokaten ja yhdistellen siten, että koodit ovat muuten Montaguen ja Applegaten (1993b, 31) mukaan paitsi koodit Ks, Kpv, Kiv, Kv ja Kov, jotka ovat Newmanin ja Schwagerin (1995, 354) mukaan. Lisäksi lisäsimme koodeihin toimintamateriaalien käytön (TM). Ryhmittelimme koodit Artztin ja Armour-Thomasin (1992, 142) mukaisesti. Seuraavassa kognitiiviset ja metakognitiiviset luokat, koodit ja toiminnan määritelmät, joita käyttäen koodasimme haastattelun tehtäväosuudet (ks. taulukko 2).

TAULUKKO2 Kognitiiviset ja metakognitiiviset koodit

luokka		koodi	toiminta
Lukeminen			
	Ensilukeminen	L1	Lukee ongelman ensimmäisen kerran.
	Uudelleen lukeminen	L2	Lukee ongelman uudelleen.
	Osittain lukeminen	OL	Lukee ongelman osat
Ymmärtäminen			
	Avainsanat	AS	Käyttää avainsanoja vihjeinä.
	Omin sanoin kertominen	OS	Sanoo ongelman omin sanoin.
Analysointi			
	Määrittely	M	Määrittelee ongelmatilanteen vertaillen niitä samankaltaisiin tilanteisiin.
	Selittäminen	S	Selittää prosessia tai toimintaa.
Tutkiminen ja kokeilu			
	Visualisointi	KU	Piirtää kuvan tai taulukon tai tekee mieli-kuvan.
	Konkretisointi	TM	Käyttää ratkaisun apuna toimintamateriaa-lia.
Tehtävän suunnittelu			
	Hypoteesin esittäminen	H	Tekee suunnitelman, päättää ratkaisutavan, asettaa päämäärän ja tiedostaa käytettävät operaatiot.
	Selityksen kysyminen	Ks	Mitä tässä kysytään?
Suunnitelman toteuttaminen			
	Ennakointi	E	Arvioi vastauksen suuruusluokkaa.
	Laskeminen	LÄ	Laskee ääneen.
	Tuloksen tarkistaminen	TT	Tarkistaa, että lasku on oikein
	Prosessin tarkistaminen ja	PT	Tarkistaa, että kaikki vaiheet on suoritettu kaikki tieto on käytetty.
	Informaation valikointi	IV	Valitsee tarvittavan tiedon.
	Huomiokyvyn kontrolli	HK	Tarkkailee huomiokykyään.
	Korjaaminen	K	Tarkkailee ja korjaa virheitä.
	Itseohjaus	IO	Antaa ohjeita itselle, poissulkee ja valitsee operaatioita
	Osittainen vastaus sa	OV	Antaa osittaisen vastauksen monivaiheises-ongelmassa.
	Vastauksen antaminen	V	Antaa ongelmaan vastauksen.
	Pieni vihje	Kpv	Prosessin osaa koskeva vihje
	Iso vihje	Kiv	Koko prosessia koskeva vihje
	Varmistaminen	Kv	Varmistaa osaprosessin tai vastauksen oikeellisuuden
	Oikea vastaus	Kov	Kysyy oikeaa vastausta
Arviointi			
	Arviointi	A	Arvioi prosessia.
	Itsearviointi	IA	Arvioi itseään ongelman ratkaisijana.

Huom. : Koodit Ks, Kpv, Kiv, Kv ja Kov ovat Newmanin ja Schwagerin (1995) mukaan, TM koodi on oma, muut koodit Montaguen ja Applegaten (1993b) mukaan. Koodit on luokiteltu alaryhmiin Artztin ja Armour- Thomasin (1992) mukaisesti.

6.5 Tutkimuksen luotettavuus

6.5.1 Reliabiliteetti

Tutkimuksen reliabiliteetti kuvaa tulosten pysyvyyttä ja tutkimuksen toistettavuutta. Reliabiliteettikerroin ilmaisee sitä, kuinka suuri osa tietyn muuttujan vaihtelusta perustuu todelliseen vaihteluun eikä virhevarianssiin. Reliaabeliusarvo vaihtelee välillä 0 - 1. Mitä lähempänä arvo on ykköstä sitä vähemmän mittarissa on virhevarianssia ja mittari on sitä homogeenisempi. (Tähtinen & Kaljonen 1996, 138.)Tutkimuksen luotettavuutta laskee alhainen arvioitsijareliabiliteetti. Arvioitsijareliabiliteetti kuvaa sitä, miten yhdenmukaisesti arvioitsijat ovat koodanneet käyttäytymisen. (Kadzin 1982, 48.) Arvioitsijareliabiliteetin luotettavuuden rajana pidetään yleensä 80 %, yhdenmukaisuuden luotettavuusraja voi kuitenkin vaihdella tutkimuslöydösten luonteesta riippuen (Kadzin 1982, 73).

Koulun erityisopettaja koodasi kolmen oppilaan sanallisten tehtävien ratkaisuprosessin. Erityisopettajalle selvitettiin koodausjärjestelmä ja hän koodasi prosessin pääasiassa litteroitujen haastatteluosioiden perusteella, tarkastaen mielestään epäselvät kohdat videolta. Litteroitu materiaali ei paljastanut kaikkea tehtävänratkaisun aikana tapahtunutta, joka on osaltaan syynä siihen, että arvioitsijoiden koodit erosivat toisistaan. Myös koodaukseen käytetty aika ja paneutuminen oli erityisopettajalla huomattavasti vähäisempi kuin meillä. Oppilaat saivat meidän koodauksessamme yhteensä 64 koodimainintaa, joista 15 oli samoja kuin erityisopettajan koodimaininnat eli arvioitsijareliabiliteetti oli 24 %.

Kolmannen luokan MAKEKO-koe (MAKEKO 2/3, josta Hermansson käyttää nimeä MAKEKO 2-testi) on Hermanssonin (1992, 38) tutkimuksen mukaan sisäiseltä johdonmukaisuudeltaan melko luotettava. (Cronbachin alfakerroin = . 59) Omassa tutkimuksessamme MAKEKOn Cronbachin alfa = .57 standartisoiduille pisteille laskettaessa. KJK-testin sisäinen johdonmukaisuus laskettiin z-pisteillä. KJK-testin Cronbachin alfa = .56. Sekä MAKEKOn että KJK-testin sisäinen johdonmukaisuus on siten melko luotettava.

6.5.2 Validiteetti

Pragmaattinen validiteetti on todistus sanatarkasta havainnoinnista eli siitä, että on tehty oikea ja totuudenmukainen tulkinta. Pragmaattinen validiteetti on riippuvainen kommunikatiivisesta validiteetista eli siitä, miten yksimielisiä tutkijat ovat haastatteluista tehdyistä tulkinnoista. (Kvale 1988, 46- 47.) Alhaisesta arvioitsijareliabiliteetista huolimatta esitämme tulokset, koska olemme yksimielisesti päätyneet kyseessä oleviin tulkintoihin. Osa koodien eroista johtuu mielestämme siitä, että jotkut koodit ovat hyvin lähellä toisiaan. Esimerkiksi selittämistä (selittää prosessia tai toimintaa), arviointia (arvioi prosessia) ja itseohjausta (antaa ohjeita itselle, poissulkee ja valitsee operaatioita) on usein vaikea erottaa toisistaan, koska ne voivat esiintyä myös samanaikaisesti. Meidän koodauksessamme selittämis-koodia on käytetty paljon (23 kertaa), kun taas arvioitsija käytti niissä tilanteissa arviointi-, itseohjaus-, ennakointi-, omin sanoin kertomis-, informaationvalikointi-, vastaus-, määrittely- ja hypoteesinesittämiskoodia ja vain kerran selityskoodia. Nämä toiminnat voidaan nähdä joko itsenäisinä tai prosessia ja toimintaa selittävinä. Koodauksen ongelmana onkin koodien ja käsitteiden päällekkäisyys ja tulkinnanvaraisuus. Lukemisen ja toimintamateriaalien käytön koodaus on aika yksiselitteistä. Vastauksen antaminenkin on aika selkeä, jos se käsitetään laskun vastauksena, jolloin eroavuuksia on osittaisenvastauksen ja vastauksen välillä sekä siinä, milloin vastaaminen katsotaan tapahtuneeksi. Itse pyrimme selvittämään tarkan hetken videolta, kun taas litteroituun materiaaliin perustuen vastauskoodi voi tulla pienellä viiveellä.

Sisäinen validiteetti tarkoittaa sitä varmuutta, jolla kausaalipäätelmä oletetun syyn ja seurauksen suhteesta voidaan tehdä, eli miten hyvin vaihtoehtoiset kilpailevat selitykset on tutkimuksessa voitu kontrolloida ja eliminoida (Moberg & Tuunainen 1989, 57 - 58). Tässä tutkimuksessa pyritään kuvaamaan matematiikassa heikkojen ja hyvien oppilaiden metakognitiivisia taitoja ja niiden mahdollisia eroja, ei niinkään erojen syitä ja seurauksia.

Pahdan (1995, 88) mukaan MAKEKOssa on rakennevaliditeetin puutteita mm. siinä, että MAKEKO keskittyy äskettäin opetettuihin sisältöihin ja sama sisältöalue käsittää sisällöltään erilaatuisia tehtäviä sekä siinä, että sisältöalueiden tehtävämäärä on myös vähäinen.

Haastattelutietojen luotettavuuteen vaikuttaa se, miten merkitykset kohtaavat aikuisen ja lapsen välisessä vuorovaikutuksessa (Salner 1988, 68- 69). Esitestasimme haastattelulomakkeen varmistaaksemme, että haastattelulomakkeen suomennetut kysymykset ovat sellaisia, että lapset ymmärtävät ne. Kun oppilas selitti omaa ratkaisuprosessiaan, tutkijat olivat itse paikalla ja jos jotain oppilaan selitystä ei ymmärretty, oli mahdollista tehdä tarkentavia kysymyksiä. Esitestasimme myös KJK-testin varmistaaksemme, että oppilaat ymmärsivät tehtäviin liittyvät ohjeet.

Erotteluvaliditeettia on mitattu Pearsonin tulomomenttikertoimella. Korrelaatio ilmaisee tilastollisen yhteyden muuttujien välillä ja korrelaatiokertoimen neliö kertoo kahden muuttujan välisen yhteyden selitysosuuden eli sen, kuinka suuri osuus variaabeleiden vaihtelusta on yhteistä tai selitettävissä toisen variaabelin muutoksen kautta (Tähtinen 1993, 88 - 89). MAKEKOn ja KJK-testin välillä ($n=35$) on merkittävä lineaarinen riippuvuus (Pearson $r = .61$, p-arvo $< .01$). Yhteistä varianssia testeillä on 37 %. Testit mittaavat noin 60 % eri asiaa, mikä tässä tutkimuksessa tukee KJK-testin tavoitetta mitata matematiikan osaamisen alueita, joita ei ole MAKEKO 2/3 testissä. Näitä alueita ovat mm. jakolaskun käsitteen ymmärtäminen ja kerto- ja jakolaskun sanallisten tehtävien osaaminen.

Ulkoinen validiteetti kuvaa sitä, onko tutkimuksessa saatu tulos yleistettävissä tutkimusolosuhteiden ulkopuolelle. Ulkoinen validiteetti tarkoittaa siis sitä todennäköisyyttä, jolla tutkimusoloissa tehty päätelmä voidaan yleistää laajempaan populaatioon sekä muihin olosuhteisiin ja ajankohtiin. (Moberg & Tuunainen 1989, 64.) Triangulaatio tarkoittaa sitä, että tutkittavaa tietoa on kerätty eri tiedonlähteistä (Kvale 1988, 43). Triangulaatio tukee ulkoista validiteettia, olemme keränneet oppilasvalinnan perusteeksi tietoa MAKEKOlla, itse kehittelemällämme KJK-testillä sekä opettajan oppilaantuntemushaastattelulla. Tutkimukseen on valittu ne oppilaat, jotka ovat kaikkien edellä mainittujen kriteerien perusteella joko hyviä tai heikkoja matematiikassa. Luotettavuutta tukee myös se, että kun keräsimme tietoa kolmasluokkalaisten käyttämistä metakognitiivisista strategioista sanallisissa tehtävissä, käytimme tiedonkeruumenetelmänä haastattelua sekä toiminnallista matematiikan sanallisten tehtävien ratkaisuprosessin havainnointia. Jotta havainnointi voitiin tehdä luotettavasti, aineisto videoitiin ja nauhoitettiin. Videoitu ja nauhoitettu materiaali litteroitiin ja ratkaisustrategiaan liittyvät metakognitiiviset ja kognitiiviset taidot koodattiin sekä litteroidusta tekstistä, että videoidusta materiaalista.

Ulkoinen validiteetti sisältää populaatiovaliditeetin ja ekologisen validiteetin. Populaatiovaliditeetilla tarkoitetaan sitä, kuinka hyvin otoksesta tehtävät päätelmät voidaan yleistää perusjoukkoon, jota otoksen on määrä edustaa. (Moberg & Tuunainen 1989, 64.) Ekologinen validiteetti taas kuvaa sitä, kuinka hyvin tutkimusolosuhteet vastaavat sitä tilanteiden joukkoa, johon tutkija aikoo saadut tuloksensa yleistää. (Moberg & Tuunainen 1989, 64). Kaikki tutkimuksessamme käytetyt tehtävät on otettu kolmannen luokan kirjoista tai sovellettu kolmannen luokkatason sisältöihin sopiviksi. Myös metakognitiivisia taitoja kartoittava strukturoitu haastattelulomake on suunnattu ala-asteikäisille ja se on aikaisemmissa tutkimuksissa (Montague & Applegate 1993a; Montague 1996; Montague 1992.) todettu käyttökelpoiseksi. Tutkimusolosuhteet ovat verrattavissa yksilölliseen erityisopetuksen diagnosointitilanteeseen, joten voitaneen sanoa, että ekologinen validiteetti on hyvä, mutta tutkimuksemme pieni otos ja esitutkimusluonteisuus ei anna edellytyksiä laajoihin yleistyksiin, koska populaatiovaliditeetti oli heikko.

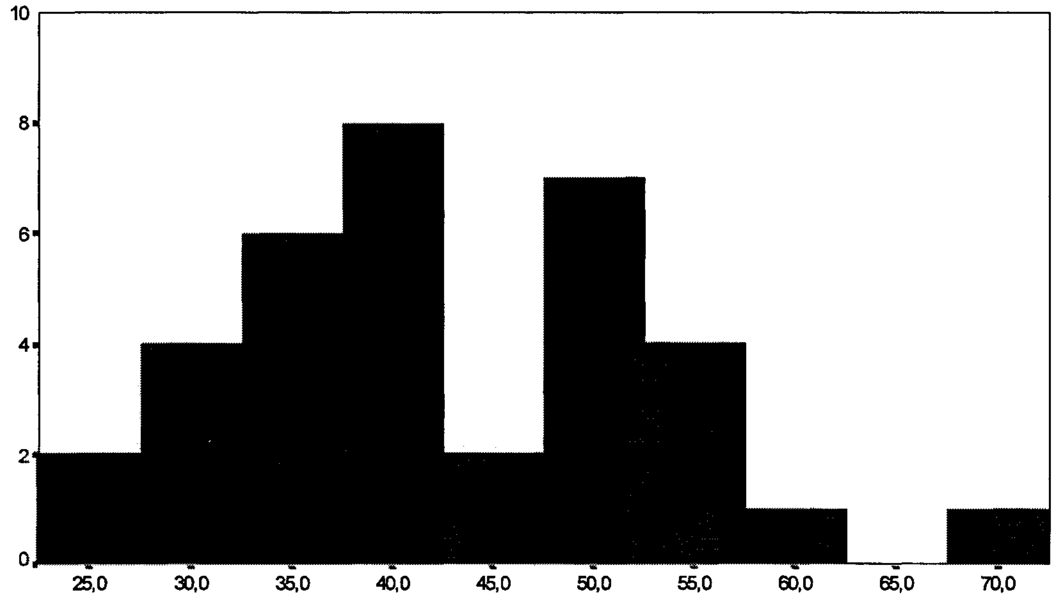
7 TULOKSET

7.1 Tapausoppilaiden valinta

3A-luokan oppilaista (n=18) opettajan nimeämät kuusi matematiikassa heikointa oppilasta sijoittuivat KJK-testissä yhdeksän heikoimman joukkoon järjestysnumeroille 10, 13, 14, 15, 16 ja 18 ja kuusi matematiikassa hyvää oppilasta kahdeksan parhaan joukkoon järjestysnumeroille 1, 2, 5, 6, 7 ja 8. MAKEKO-kokeessa opettajan nimeämät kuusi heikointa oppilasta sijoittuivat järjestysnumeroille 8, 8, 13, 13, 16, ja 17 ja kuusi hyvää järjestysnumeroille 1, 1, 1, 4, 11 ja 11. Kun lasketaan KJK- testin ja MAKEKOn järjestysnumeroiden oppilaskohtaiset keskiarvot ja verrataan niitä opettajan valitsemiin heikkoihin (n=6) ja hyviin oppilaisiin (n=6) neljä kuudesta oppilaasta sijoittuu samaan ryhmään kummallakin kriteerillä. KJK-testin ja opettajan arvion vastaavuus matematiikassa heikoissa oppilaissa on viisi kuudesta ja hyvissä oppilaissa neljä kuudesta oppilaasta. MAKEKO-kokeen ja opettajan arvion vastaavuus on sekä heikoissa että hyvissä oppilaissa neljä kuudesta.

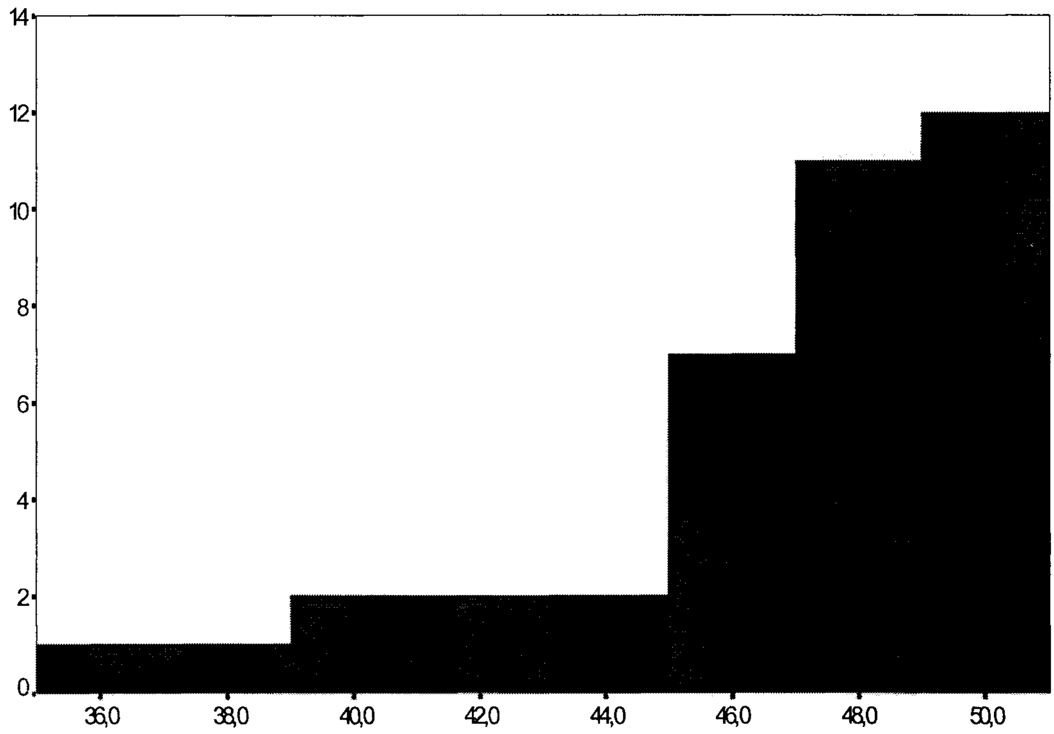
3C-luokan oppilaista (n=17) opettajan nimeämistä viidestä matematiikassa heikoimmasta oppilaasta kaksi oli poissa KJK-testistä ja kolme muuta sijoittuivat testissä kolmen heikoimman joukkoon järjestysnumeroille 15, 16 ja 17 ja viisi hyvää kymmenen parhaan joukkoon järjestysnumeroille 1, 2, 4, 7 ja 10. MAKEKO- kokeessa opettajan nimeämät kolme heikkoa oppilasta sijoittuvat järjestysnumeroille 7, 14 ja 17 ja viisi hyvää järjestysnumeroille 1, 1, 5, 7 ja 11. Kun lasketaan MAKEKOn ja KJK-testin järjestysnumeroiden oppilaskohtaiset keskiarvot ja verrataan niitä opettajan nimeämiin oppilaisiin sekä heikoista että hyvistä oppilaista kolme viidestä sijoittui samaan ryhmään kummallakin kriteerillä. KJK-testin ja opettajan arvion vastaavuus on heikoissa oppilaissa kolme kolmesta ja hyvissä oppilaissa kolme viidestä MAKEKO-kokeen ja opettajan arvion vastaavuus oli heikoissa oppilaissa yksi kolmesta ja hyvissä kolme viidestä oppilaasta.

Valitsimme molemmista luokista kolme matematiikassa heikosti ja kolme hyvin suoriutuvaa oppilasta KJK-testin ja opettajan arvion mukaan painottaen opettajien arvioita siten, että kaikki valitut oppilaat olivat opettajien nimeämiä. Painotimme MAKEKOn sijaan KJK-testiä, koska se harkintamme mukaan mittaa MAKEKOa paremmin käsitteen- ja sanallisten tehtävien hallintaa.



KUVIO 1. KJK-testin pistemäärät

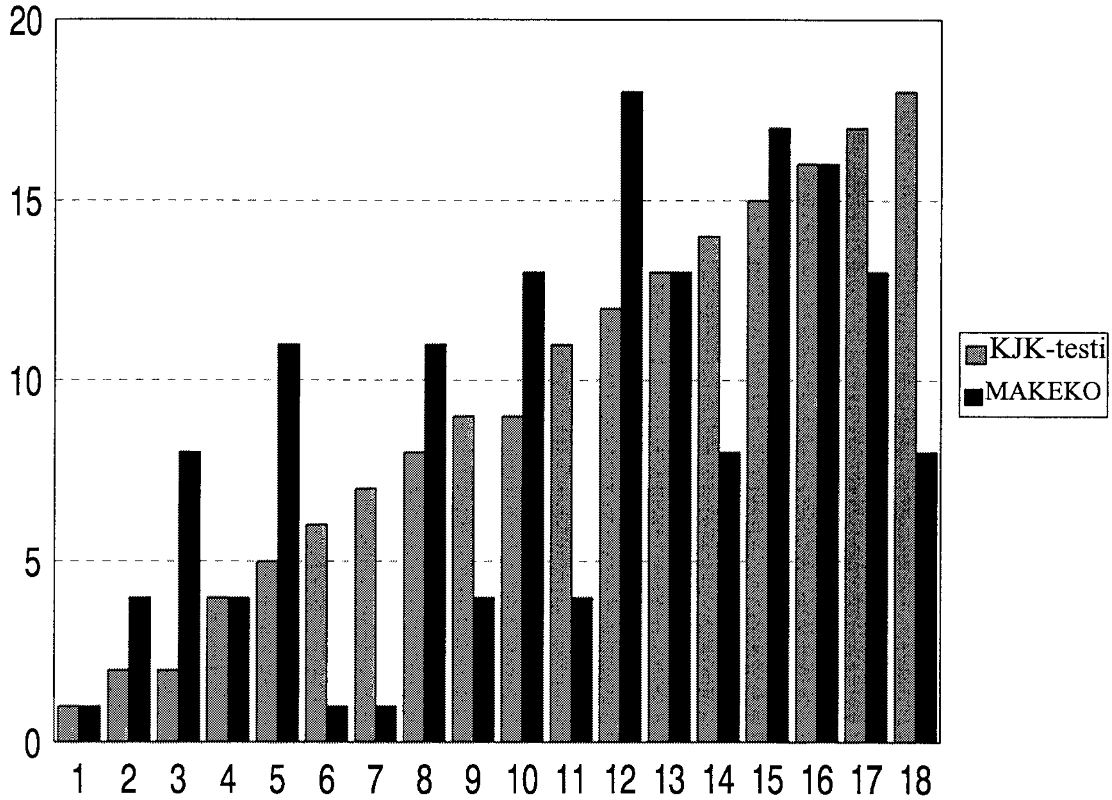
KJK- testissä oppilaiden saamat pistemäärät vaihtelivat välillä 26.5 - 70.5. Pistemäärien keskiarvo oli 42.54 ja keskihajonta 10.36.



KUVIO 2. MAKEKO-kokeen pistemäärät

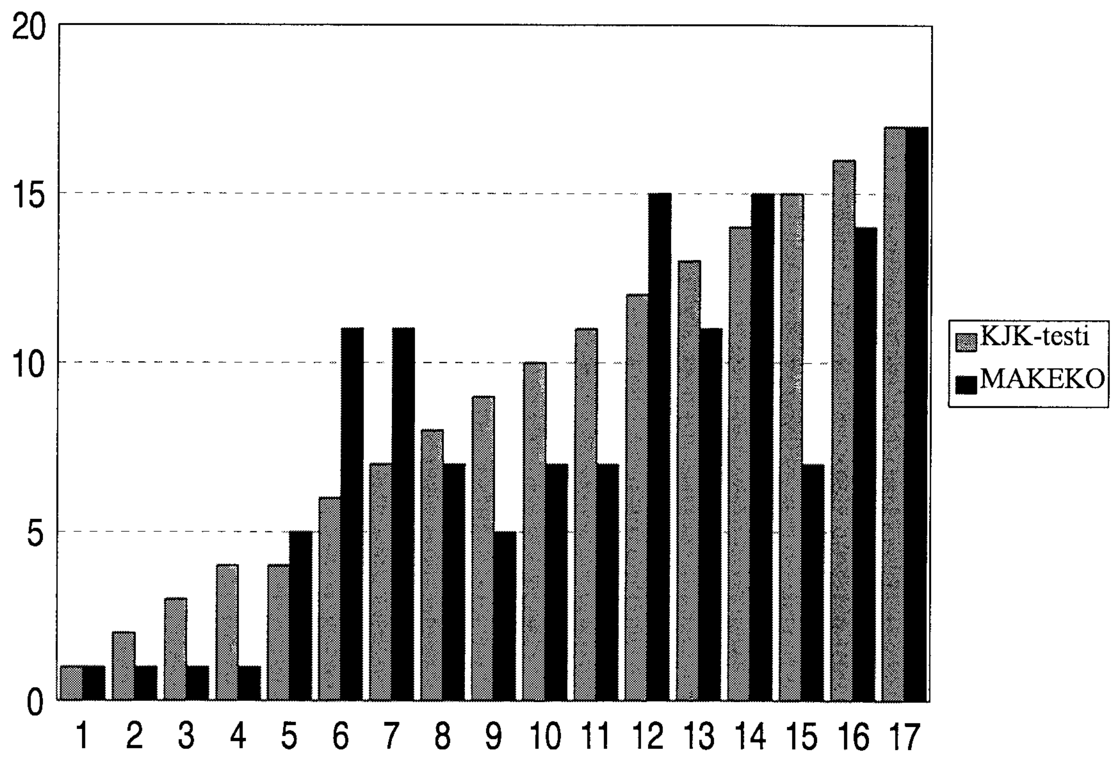
MAKEKOssa oppilaiden pistemäärät vaihtelivat 36 - 50 pisteen välillä. Pistemäärien keskiarvo oli 46.3 ja keskihajonta 3.49.

3A-luokalta (n=18) haastatteluun valitut kolme heikkoa oppilasta (kaikki oppilaiden nimet on muutettu); Aku, Olli ja Mari, sijoittuivat KJK-testissä järjestysnumeroille 15, 16 ja 18. Haastatteluun valitut hyvät oppilaat; Eero, Heikki ja Arttu, sijoittuivat KJK-testissä järjestysnumeroille 1, 2 ja 6 . Järjestysnumerolle 3 ja 4 sijoittuneet oppilaat eivät olleet opettajan nimeämiä ja järjestysnumerolle 5 sijoittunutta oppilasta ei valittu haastatteluun heikon MAKEKO-sijoituksen vuoksi (ks. kuvio 3).



KUVIO 3. 3A-luokan oppilaiden MAKEKO- ja KJK-testisijoitukset

3C-luokalta (n=17) haastatteluun valitut kolme heikkoa oppilasta; Heini, Veera ja Ismo sijoittuivat KJK-testissä järjestysnumeroille 15, 16 ja 17. Haastatteluun valitut hyvät oppilaat; Riina, Hannele ja Emmi sijoittuivat KJK-testissä järjestysnumeroille 1, 2 ja 4. KJK-testissä järjestysnumerolle 3 sijoittunut oppilas ei ollut opettajan nimeämä. Opettaja kertoi tämän oppilaan tulleen luokalleen vasta joulun jälkeen, eikä siksi uskonut olevansa selvillä oppilaan taidoista (ks. kuvio 4). Opettajien oppilaantuntemus osoittautui erittäin hyväksi verrattaessa opettajan arvioita testituloksiin.



KUVIO 4. 3C-luokan MAKEKO- ja KJK-testisijoitukset

7.2 Kognitiiviset ja metakognitiiviset taidot sanallisten tehtävien ratkaisemisessa

Jaoimme ongelmanratkaisuprosessin Artztin ja Armour-Thomasin (1992) mukaan seitsemään osavaiheeseen, jotka ovat 1) ongelman lukeminen, 2) ongelman ymmärtäminen, 3) analysointi, 4) tutkiminen ja kokeilu, 5) suunnitteleminen, 6) suunnitelman toteutus ja 7) arviointi. Nämä toiminnat luokitellaan kognitiivisiksi ja metakognitiivisiksi siten, että lukeminen on puhtaasti kognitiivinen toiminta ja ymmärtäminen, analysointi ja suunnittelu ovat puhtaasti metakognitiivisia toimintoja. Tutkimisessa ja kokeilussa, suunnitelman toteutuksessa ja arvioinnissa yhdistyvät sekä kognitiiviset että metakognitiiviset toiminnot. (Artzt & Armour-Thomas 1992, 142.) Nämä seitsemän ratkaisuprosessin osavaihetta olemme jakaneet alaluokkiin Montaguen ja Applegaten (1993b) ja Newmanin ja Schwagerin (1995) mukaan lisäten koodeihin toimintamateriaalien käyttöä kuvaavan koodin “konkretisointi (TM)”.

7.2.1 Oppilaiden käyttämät strategiat

Kaikki haastatteluihin osallistuneet oppilaat lukivat tehtävän ennen ratkaisemiseen ryhtymistä ja heikot oppilaat lukivat tehtävän uudelleen hyviä useammin. Oppilaat analysoivat ongelmaa lähinnä selittäen ratkaisuprosessia tai toimintaa. Tutkimisessa ja kokeilussa oppilaat käyttivät visualisointia useammin konkreettista materiaalia. Tehtävän suunnittelussa oli havaittavissa selventävien kysymysten esittäminen. Heikot esittivät kysymyksiä hyviä enemmän. Ratkaisusuunnitelman toteutukseen liittyvistä toiminnoista ilmeni useimmin osittaisen vastauksen ja vastauksen antaminen. Hyvät antoivat osittaisen vastauksen heikkoja useammin. Vastauksen antamisessa ei ollut merkittävää eroa hyvien ja heikkojen oppilaiden välillä. Myös varmistamista ja itseohjausta ilmeni jonkin verran. Varmistamista ja itseohjausta esiintyi enemmän heikoilla kuin hyvillä oppilailla. Haastatteluun osallistuneet oppilaat tarkistivat tuloksen tai korjasivat tehtäviä harvoin. Informaation valikointia ja huomiokyvyn kontrollointia ilmeni hyvin vähän. Hyvät oppilaat valikoivat informaatiota ja kontrolloivat huomiokykyään keskimäärin 0.17 kertaa. Heikoilla oppilailla ei havaittu informaation valikointia eikä huomiokyvyn kontrollointia. Koko prosessia koskevaa vihjettä kysyttiin vain kerran. Oppilaiden ei juurikaan havaittu arvioivan tehtäväprosessin ratkaisua tai itseään tehtävän ratkaisijana (ks. taulukko 3).

TAULUKKO 3. Kognitiivisten ja metakognitiivisten koodien esiintyminen

koodit	heikot x̄	heikot sd	hyvät x̄	hyvät sd
1. Ensilukeminen	3.00	.00	3.00	.00
2. Uudelleen lukeminen	1.33	1.21	.17	.41
3. Osittain lukeminen	-	-	.17	.41
4. Avainsanat	-	-	-	-
5. Omin sanoin kertominen	-	-	-	-
6. Määrittely	-	-	-	-
7. Selittäminen	4.67	1.86	8.00	.47
8. Visualisointi	.17	.41	-	-
9. Konkretisointi	1.67	1.21	1.33	1.37
10. Hypoteesin esittäminen	-	-	-	-
11. Selityksen kysyminen	1.17	.75	.50	.55
12. Ennakointi	.33	.82	.17	.41
13. Laskeminen	.50	.84	.17	.41
14. Tuloksen tarkistaminen	.17	.41	.67	1.03
15. Prosessin tarkistaminen	-	-	-	-
16. Informaation valikointi	.17	.41	-	-
17. Huomiokyvyn kontrolli	-	-	.17	.41
18. Korjaaminen	.50	.55	.33	.52
19. Itseohjaus	1.83	2.64	1.00	1.27
20. Osittainen vastaus	4.83	4.07	5.50	4.97
21. Vastauksen antaminen	2.67	.52	2.33	.82
22. Pieni vihje	.33	.82	-	-
23. Iso vihje	.17	.41	-	-
24. Varmistaminen	2.00	2.19	.17	.41
25. Oikea vastaus	-	-	-	-
26. Arviointi	-	-	-	-
27. Itsearviointi	.17	.41	-	-

Lukeminen: 1 - 3, ymmärtäminen: 4 - 5, analysointi: 6 - 7, tutkiminen ja kokeilu 8 - 9, tehtävän suunnittelu 10 - 11, suunnitelman toteuttaminen: 12 - 25 ja arvioiminen: 26 - 27

7.2.2 Matemaattiset kyvyt ja sanallisten tehtävien ratkaiseminen

Matematiikassa heikot oppilaat (n=6) arvioivat matematiikan taitonsa, matematiikan tunneilla selviytymisensä ja sanallisten tehtävien ratkaisukykynsä keskimäärin heikommaksi kuin matematiikassa hyvät oppilaat (n=6) (ks. taulukko 4).

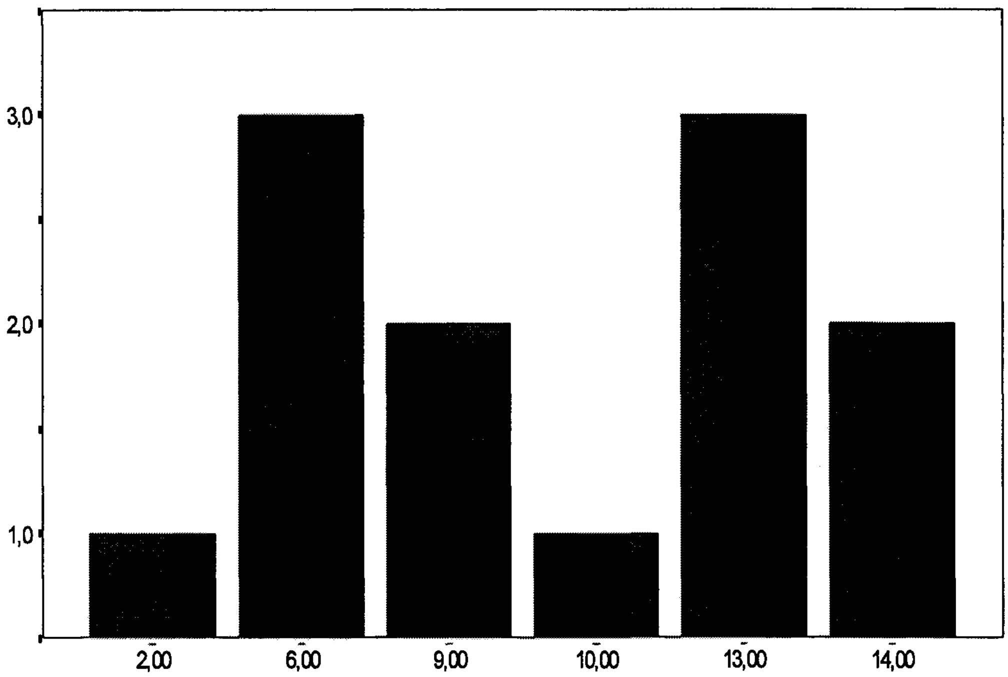
TAULUKKO 4. Oppilaiden arviot matematiikan kyvyistään

oma arvio kyvyistä	heikot $\bar{x}$	heikot sd	hyvät $\bar{x}$	hyvät sd
matematiikan taidot	3.50	.55	4.33	.52
matematiikan tunneilla selviytyminen	4.00	.89	4.17	.41
sanallisten tehtävien ratkaiseminen	3.83	.75	4.33	.52
oma arvio kyvyistä yht.	3.78	.73	4.28	.46

Oppilaat (n=12) ratkaisivat haastattelun yhteydessä kolme sanallista tehtävää, tehtävät sisältävät yhden yksi- ja yhden kaksivaiheisen sanallisen tehtävän sekä yhden ongelmanratkaisutehtävän. Sanalliset tehtävät pisteytettiin seuraavasti: 1. tehtävässä sai oikeasta ratkaisusta yhden pisteen. 2. tehtävästä sai kaksi pistettä, jos molemmat vaiheet oli ratkaistu oikein. 3. tehtävästä sai 8 pistettä, jos oppilas löysi kaikki kahdeksan jakajaa. Oppilaan tehtävissä käyttämistä strategioista annettiin 1-3 pistettä. Näin ollen oppilaan korkein mahdollinen yhteispistemäärä oli 14 pistettä. Oppilaiden pistemäärät vaihtelivat kahden ja neljäntoista välillä (ks. kuvio 5). Jaoimme oppilaat sanallisten tehtävien ratkaisusta saatujen pistemäärien perusteella kolmeen ryhmään: hyvät (11-14 pistettä), keskitasoiset (7-10 pistettä) ja heikot (0-6 pistettä). Matematiikassa heikoista oppilaista neljä sijoittui sanallisten tehtävien ratkaisemisessa heikkojen ryhmään. Yksi matematiikassa heikko oppilas sijoittui keskinkertaisesti ja yksi hyvien ryhmään. Matematiikassa hyvistä oppilasta neljä sijoittui hyvien ryhmään ja kaksi keskitasoisten ryhmään.

Kaikki oppilaat, yhtä heikkoa lukuun ottamatta, osasivat ratkaista oikein ensimmäisen tehtävän: " Laatikossa on 42 helmeä. Ne jaetaan seitsemän lapsen kesken. Kuinka monta helmeä kukin saa?" Toisen tehtävän: " Helmet ovat kahdessa rasiassa. Isossa on 23 helmeä ja pienessä 12 helmeä. Helmet jaetaan tasan viiden lapsen kesken. Kuinka monta helmeä kukin saa." osasi ratkaista oikein kymmenen oppilasta. Kaksi matematiikassa heikkoa oppilasta ei saanut oikeaa tulosta. Heistä toinen osasi tehdä laskun ensimmäisen vaiheen (yhteenlaskun) oikein, mutta alkoi sitten jakamisen sijasta laskea yhteen- ja vähennyslaskulla. Toinen ei osannut laskea tehtävää.

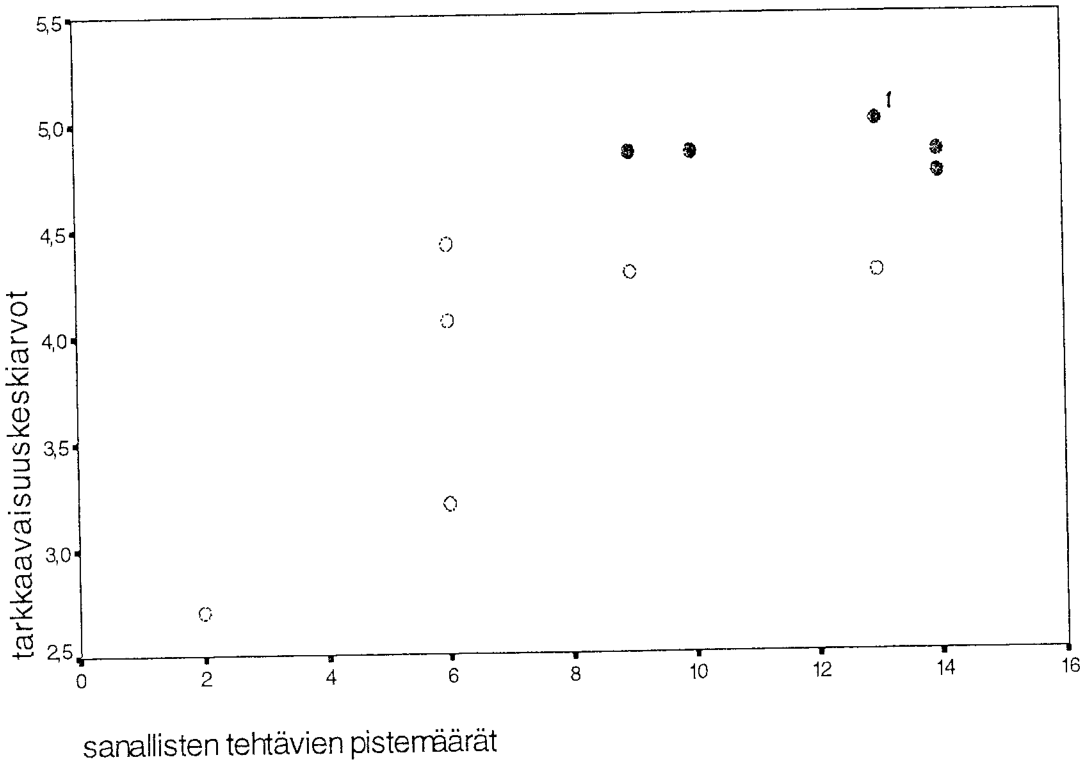
Kolmannessa tehtävässä: "Mieti kuinka monin tavoin voit jakaa 24 markkaa siten, että jokainen saa yhtä paljon?" kaksi matematiikassa hyvää oppilasta löysi kaikki kahdeksan jakotapaa käyttäen strategiaansa johdonmukaisesti. Kaksi matematiikassa hyvää ja yksi heikko oppilas löysivät seitsemän oikeaa tapaa jakaa rahat ja käyttivät strategiaa johdonmukaisesti. Yksi matematiikassa hyvä ja yksi heikko oppilas keksivät neljä oikeaa jakamistapaa. Hyvä oppilas käytti strategiaa johdonmukaisesti, heikko oppilas sen sijaan käytti strategiaa satunnaisesti ja merkitsi ylös myös virheellisiä vaihtoehtoja. Yksi matematiikassa hyvä oppilas löysi kolme oikeaa jakamistapaa ja käytti strategiaa johdonmukaisesti. Kaksi matematiikassa heikkoa oppilasta löysi yhden oikean jakamistavan käyttäen kertotaulupohjaa hyväkseen. Yksi matematiikassa heikko oppilas ryhmitteli markat oikeisiin ryhmiin kertotaulupohjalta, hän ei tosin käyttänyt kertotaulustrategiaa johdonmukaisesti. Hän laski ja merkitsi laskut väärin eikä siten löytänyt yhtään oikeaa jakamistapaa.



KUVIO 5. Sanallisten tehtävien pistemäärät

7.3 Tarkkaavaisuuden yhteys matematiikassa suoriutumiseen

Jokisen (1996) alkuperäisen tarkkaavaisuuden arviointilomakkeen selektiivisyyden alueelta kysymystä 4 ei voitu käsitellä, koska toinen opettajista ei osannut arvioida oppilaan kykyä suorittaa kahta tehtävää samanaikaisesti. Tarkkaavaisuuden arviointilomakkeen summamuuttujien keskiarvo suhteutettiin käytettyyn asteikkoon. Matematiikassa heikkojen oppilaiden sanallisten tehtävien pistemäärät vaihtelivat kahdesta kolmeentoista ja tarkkaavaisuuskeskiarvot sijoittuivat välille 2.71 - 4.43. Hyvien oppilaiden pistemäärät vaihtelivat yhdeksästä neljääntoista ja heidän tarkkaavaisuuskeskiarvonsa sijoittuivat välille 4.75 - 5.00 (ks. kuvio 6).



Huom. o = matematiikassa heikko oppilas
• = matematiikassa hyvä oppilas
1= kaksi tapausta

KUVIO 6. Tarkkaavaisuuden yhteys sanallisten tehtävien ratkaisukykyyn

Opettajat arvioivat matematiikassa hyvät oppilaat tarkkaavaisemmiksi kuin matematiikassa heikot oppilaat. Oppilailla, jotka ratkaisivat sanalliset tehtävät keskinkertaisesti tai paremmin oli keskimääräistä parempi tarkkaavaisuuskeskiarvo ja oppilaalla, joka ei pystynyt ratkaisemaan oikein yhtään sanallista tehtävää, oli keskimääräistä alhaisempi tarkkaavaisuuskeskiarvo.

7.4 Tapausoppilaat

7.4.1 Eero

Eerolla on kaksi vanhempaa sisarusta, hänen yleinen koulusuoriutumisensa on erittäin hyvä eikä hän ole ollut erityisopetuksessa. Eero harrastaa ATK:ta ja urheilua. Eerolla on omassa luokassa muutamia kavereita ja hän on luonteeltaan auttavainen. Eero sai KJK-testistä molempien luokkien parhaan pistemäärän ja hän oli ainoa oppilas, joka löysi seulontatehtävien ensimmäisen avoimen tehtävän kaikki 24 ratkaisua. Opettaja arvioi Eeron tarkkaavaiseksi oppilaaksi. Sekä Eero että opettaja arvioivat Eeron matematiikan taidot ja sanallisten tehtävien ratkaisukyvyn hyviksi. Eeron tunneilla selviytymisen opettaja arvioi erinomaiseksi, kun taas Eero itse arvioi selviytyvänsä hyvin (ks. taulukko 5).

Ensimmäisessä ja toisessa tehtävässä Eeron toimintaa ohjasi sisäinen puhe. Hän ratkaisi tehtävän nopeasti päässälaskuna. On kuitenkin vaikea määritellä toiminnan automatisoitumista ja toiminnan sisäistymisen astetta. Eero tiedosti toimintansa ja osasi kuvailla ensimmäisen tehtävän toimintatapaansa : *"Eli ratkaisen 42 helmeä sitte ne pitää jakaa seittemällä. Kuinka monta helmeä kukin saa niin mää lasken että monta kertaa seittemän on 42 ja siitä saa sen tuloksen."(s. 38)* Toisen tehtävän prosessia Eero selitti: *"Nämä kaks yhteen että paljon tulee yhteensä ja sit mää siitä lasken että kuinka monta samalla tavalla lasken kun tuossa ensimmäisessä...monta kertaa ..se on seittemän kertaa."(s. 39)*

Kolmannessa tehtävässä Eero toimi sisäistetyn puheen vaiheen mukaisesti käyttäen johdonmukaisesti opittuja peruslaskutoimituksia ja hänen toimintaansa ohjasi mielikuva siitä millä luvuilla luku 24 voi olla jaollinen. Tehtävä oli sen verran vaikea, että Eero halusi varmistaa omaa toimintatapaansa ja kysyi selitystä: *"No mitä mä nyt teen laitanko mää ne tavat?"(s. 39)* Saatuaan myöntävän vastauksen Eero kirjoitti paperille: jakolaskulla, kertolaskulla ja yhteenlaskulla. Kysyttäessä millaisia ryhmittelyjä hän keksi näille lasku-tavoille Eero kertoi tehtävän osavastauksia: *"Sitte 24 jaettuna kuudella... sitte kertolaskulla 12 kertaa 2 sitte monta kertaa 6 menee 24... 24: 4 sehän on sitte kuus."* (s. 39) Kysyttäessä keksikö hän vielä muita tapoja Eero vastasi ensin, että ei mutta jatkoi kuitenkin: *"No tietenkin silleen ett 24 lasta että yks markka yhelle...1+1+... aina plussaan ykkösen ...ja sitte jos nuita otan kaks niin sitte tuota niin laittaa noi kahtia... 24:2...no tietenkin jos niitä lapsia on kolme 24 : 3...Sitte on se 24: 2... Sitte on yhellä 24: 24...Entäs vielä tosta saa 24:12 on kaks." (s. 39 - 40)*

7.4.2 Emmi

Emmillä on 5-vuotias veli. Emmin yleinen koulusuoriutuminen on hyvä eikä hän ole ollut erityisopetuksessa. Emmillä on yksi hyvä kaveri omassa luokassa, hän on luonteeltaan määrätietoinen. Emmi oli KJK-testissä luokallaan kolmanneksi paras. Opettaja on arvioinut Emmin tarkkaavaiseksi oppilaaksi. Sekä Emmi että opettaja arvioivat Emmin matematiikan taidot, tunneilla selviytymisen ja sanallisten tehtävien ratkaisukyvyn hyviksi (ks. taulukko 5).

Ensimmäisessä tehtävässä Emmi toimi aluksi materiaalisen vaiheen mukaisesti käyttäen helmiä apunaan: *"Onks täällä nelkytkaks helmee? No on varmaan.* (kaatoi helmet pöydälle) *Voi ei yks meni lattialle. Voi, noin.noh.hmm...montako...hööh. Aina jää yks ylimääräinen, minne se kuuluu. Näin. Yks, kaks, kolme, neljä , viis, kuus. Apua. Yy, kaa, koo, nee, vii, kuu, seittemän ...näin jokainen lapsi saa kuus niin kuusi helmeä."(s. 2)* Hän huomasi kuitenkin, että olisi osannut laskea tehtävän ilman materiaaliakin: *"Nää, nää helmet rupee ärsyttämään kun emmää... Että mää oisin voinu laskee sen ihan hyvin tosta kertotaulusta." (s. 2)*

Toisessa tehtävässä Emmin toimintaa ohjasi pääasiassa sisäinen puhe. Aluksi hän varmisti kuitenkin toimintaansa kysymällä: *"No saaks nää jakaa nää seitsemän helmee?" (s. 2)* Emmi ei ryhmitellyt helmiä vaan katsoi niitä: *"Mää en ollu ihan varma niin mun oli pakko laskee..."(s. 2)* Kysyttäessä, miten hän laski tehtävän Emmi kertoi: *"Mää vaa, mää vaa mietin, että että silleen että että ensin niinku kakskyt kolme niin mää aattelin että et jokainen saa siitä niinku neljä lasta saa viis ja sit mää kolme ja kaks nii niistä saa sitte numero ykkösen sille jää niin niin siitä tulee niinku kaks jokaiselle niin että ne saa seittemän.... Tai ton kymmenen se on."(s. 2 - 3)* Laskun perustana oli ajatus jakaa ensin 23 helmeä viidelle ja sitten 12 helmeä viidelle ja kun jako ei mene tasan, jäljellä olevat helmet lasketaan yhteen ja jaetaan viidelle.

Kolmannessa tehtävässä Emmi toimi sisäistetyn puheen vaiheen mukaisesti käyttäen johdonmukaisesti opittuja peruslaskutoimituksia ja hänen toimintaansa ohjasi mielikuva siitä, millä luvuilla luku 24 voi olla jaollinen. Hän sormeili markkoja, mutta ei ryhmitellyt niitä. Tehtävä oli sen verran vaikea, että Emmi halusi varmistaa omaa toimintatapaansa ja kysyi selitystä: *"Höh, mutta kun kuinka monta siinä on?"(s. 3)* Häntä kehotettiin miettimään, mitä tarkoittaa "kuinka monin eri tavoin voit jakaa". Emmi huomasi, että: *"Esimerkiks silleen että molemmat saa kakstoista."(s. 3)* Häntä kehotettiin miettimään lisää vaihtoehtoja ja hän kertoi osavastauksia: *"No nii jokainen saa yhen kun niiton nelkyt kaks....jos niitä kavereita on nelkytkaks niin ne saa jokainen yhen markan.* (naurahti) *Sitte silleen että jokainen saa kuus markkaa, monta niitä sillon on, neljä...Sitte...no sillee että kakstoista lasta saa kaks markkaa.... yksi lapsi saa kaksikymmentä neljä markkaa, mutta siinä ei oo paljon jakamista* (nauroi)... *kaheksan lasta saa kolme markkaa."(s. 3)* Emmi kirjoitti vastauspaperille myös käänteiset laskut (ks. taulukko 5).

7.4.3 Heini

Heinillä on kaksi vanhempaa veljeä, 19- ja 20-vuotiaat. Opettajan kertoman mukaan Heini on äidinkielessä hyvä ja matematiikassa keskinkertainen. Heini on ollut matematiikasta erityisopetuksessa. Heini on luonteeltaan vähän ujo ja hänellä on yksi hyvä kaveri omassa luokassa. Heini oli KJK-testissä luokkansa kolmanneksi heikoin. Opettaja arvioi Heinin melko tarkkaavaiseksi oppilaaksi. Sekä Heini että opettaja arvioivat Heinin matematiikan taidot ja sanallisten tehtävien ratkaisukyvyn keskinkertaisiksi. Opettaja arvioi Heinin tunneilla selviytymisen keskinkertaiseksi, kun taas Heini itse arvioi selviytyvänsä hyvin (ks. taulukko 5).

Ensimmäisessä tehtävässä Heinin toimintaa ohjasi ulkoinen puhe ja hän käytti apunaan toimintamateriaaleja: hän piirsi vastauspaperille seitsemän ympyrää ja ryhmitteli niiden alapuolelle 42 helmeä siten, että kuhunkin ryhmään tuli kuusi helmeä. Samalla hän mumisi: *"...kertaa seitsemän kertaa kaks, kuus kertaa seittämän."* (s. 7) ja vastasi: *"Ne saa kaikki kuus helmeä!"(s. 7)*

Heini ohjasi toimintaansa myös toisessa tehtävässä ulkoisella puheella esimerkiksi: *"*(kuiskasi) *--Yhteensä kolkytviis -- kertaa viis on kolkytviis-- jokainen saa seittemän." (s.7)* Huulten liikkeistä huomasi hänen puhuvan lähes koko ajan tehtävää tehdessään, vaikka kaikkea puhetta ei voitu litteroida. Kysyttäessä miten hän laski tehtävän Heini kirjoitti vastauspaperille laskun 23+12 ja sai vastaukseksi 35 sekä piirsi vastauspaperille viisi ympyrää ja kirjoitti vastaukseksi, että jokainen sai 7 helmeä.

Heini käytti myös kolmannessa tehtävässä ulkoista puhetta ja toimintamateriaaleja. Aluksi Heini luki tehtävän useaan kertaan ja kertoi ettei ymmärrä tehtävää. Heinille toistettiin, mitä tehtävässä kysyttiin ja hän kysyi: *"Voinks mää sit ite päättää kuinka monelle mää jaan sen?"(s. 7)* Saatuaan myöntävän vastauksen hän kokeili jakajia ilman kertotaulupohjaa ja löysi joitakin jakajia. Heini piirsi kaksi palloa, joiden alapuolelle hän jakoi markat yhtäsuuriin ryhmiin (sipisi tehdessään tehtävää) ja vastasi: *"Ne saa kakstoista markkaa kaikki."(s. 7)* Kysyttäessä, keksiikö hän muita tapoja hän vastasi ensin, että ei keksi. Kun haastattelija totesi Heinin äsken jakaneen helmet kahdelle ihmiselle, Heini huomasi, että helmet voi jakaa myös kolmelle. Sitten hän keräsi markat pois, piirsi paperille kolmannen ympyrän ja ryhmitteli markat ympyröiden alle. Sitten Heini taas kokosi markat pois ja piirsi paperille neljännen ympyrän ja ryhmitteli markat neljään ryhmään saaden vastaukseksi kuusi markkaa. Heini jatkoi samaan tapaan ja jakoi nyt markat viiteen ryhmään: *"Yks sai vaan neljä markkaa ja toiset sai viis markkaa."(s. 8)* Sitten hän jakoi markat kuuden ympyrän alle ja sai vastaukseksi neljä. Seuraavaksi hän jakoi markat seitsemän ympyrän alle ja vastasi: *"Kolme lasta sai neljä markkaa ja sitte neljä sai kolme markkaa."(s. 8)* Kysyttäessä, saivatko kaikki yhtä paljon, Heini otti kolme "ylimääräistä" markkaa käteensä, ryhmitteli pöydällä olleet markat seitsemään kolmen ryhmään ja vastasi: *"Noi jos laittaa niin tulee kolme markkaa."(s. 8)* Heini jatkoi samaan tapaan ja jakoi markat kahdeksaan ja yhdeksään ryhmään. Kysyttäessä, saivatko kaikki yhtä paljon ja toteutuiko tehtävän ehto, Heini vastasi, että ei toteudu, vaan markkoja "jää yli", mutta jatkoi kuitenkin samoin kuin edellä. Kun Heini oli jakanut markat kymmeneen ryhmään, häneltä kysyttiin, milloin jako meni tasan. Heini muisti, että kahdella ja neljällä jaettaessa, muttei muistanut eikä osannut päätellä muita vaihtoehtoja (ks. taulukko 5).

7.4.4 Ismo

Ismolla on kolme sisarta, 12-, 21- ja 23-vuotiaat. Ismo on luonteeltaan vilkas ja hänellä on useita kavereita. Ismon yleinen koulusuoriutuminen on heikompaa keskitasoa. Hän on saanut erityisopetusta matematiikassa ja äidinkielessä lähinnä epäselvän käsialan vuoksi. Ismo on työskentelyssään hätäinen. Ismo sai KJK-testistä molempien luokkien heikoimman pistemäärän. MAKEKOsta Ismo sai 36 pistettä ollen myös siinä molempien luokkien heikoin. Ismon virheprosentti MAKEKOssa oli 28 %, kun yli 20 % virheprosenttia voidaan pitää rajana erityisopetuksen tarpeelle. Opettaja arvioi Ismon tarkkaavaisuuden hieman keskimääräistä heikommaksi. Opettaja arvioi osan Ismon vaikeuksista liittyvän juuri heikkoon keskittymiskykyyn. Ismon ja opettajan arviot Ismon kyvyistä erosivat paljon toisistaan. Ismo arvioi matematiikan taitonsa ja tunneilla selviytymisensä hyviksi ja opettaja keskinkertaisiksi. Ismo arvioi ratkaisevansa sanallisia tehtäviä erinomaisesti, kun taas opettajan mielestä Ismo ratkaisee tehtäviä heikosti (ks. taulukko 5).

Ensimmäisessä tehtävässä materiaali ohjasi Ismon toimintaa. Hän ymmärsi jakamisen käsitteen, mutta siirtyminen materiaaliselta tasolta verbaaliselle tasolle tuotti vaikeuksia. Hän ennakoi heti ensimmäisen tehtävän luettuaan tehtävän vastausta: *"Mää ei tiijä saako niitä viis."(s. 17)* Tuntui, että hän pikemminkin arvasi kuin ennakoi tehtävän vastauksen. Hän ohjasi toimintaansa sanoen: *"En oo varma, pitää kattoo"(s. 17)* ja jakoi toimintamateriaalin 42 helmeä seitsemään ryhmään, kuusi helmeä kuhunkin ryhmään. Tämän tehtyään hän varmisti prosessin oikeellisuuden: *"Yhellekkö lapselle piti seitsemän?"(s. 17)* Kun hän siirtyi konkreettisen toiminnan tasolta puhutulle tasolle vastaus oli virheellinen: *"Viis helmee".(s.17)*

Toisessakin tehtävässä materiaali ohjasi Ismon toimintaa. Hän toimi samoin kuin ensimmäisessä tehtävässä, myös virhetyyppi oli sama. Ismo kysyi ja varmisti toimintaansa usein: *"Nyt mää en tajuu, pitääks nää niinku laskee yhteen?"(s. 17)* (Ismoa kehotettiin lukemaan tehtävä uudelleen ja miettimään tehtävää) Ismo jakoi isomman purkin 23 helmeä viiteen ryhmään ja kysyi neuvoa: *"Lasketaanko nääkin yhteen?"(s. 17)* (osoitti pientä purkkia) ja sai taas vastaukseksi kehotuksen miettiä itse. Ismo katsoi arvioiden helmiä: *"No tota tähän tulee kolme, kolme tota helmeä sit lasketaan ne..."(s. 17)* ja varmisti prosessin oikeellisuutta: *" Nii eikö se oo ihan silleen?"(s. 17)* Ismo kokosi 23 helmeä takaisin isoon purkkiin ja otti sitten pienen purkin. Ismo arveli tietävänsä jo tehtävän ratkaisun ja ohjasi toimintaansa: *"Nii siitä saa mää tiiän tän vastauksen mut voinhan mää ne laskea."(s. 17)* Ismo jakoi helmet viiteen ryhmään siten, että jokaiseen tuli kaksi helmeä, otti kaksi jäljelle jäävää helmeä käteensä ja vastasi: *"Yhen helmen saa"(s. 17)* sekä varmisti: *Oliks se äskenen viis?"(s. 17)* Merkitessään tulosta ylös Ismo vielä varmisti: *"Oliks se viis helmee?"(s. 17)* ja selitti: *"Se sai tosta yhen ja tosta viis helmee."(s. 17)* Ismo merkitsi paperille numerot 1 ja 5. Kysyttäessä vielä montako helmeä kukin lapsi sai Ismo vastasi: *"Viistoista, eiku viis ... Kuus."(s. 17)* ja varmisti vielä: *"Onko?"(s. 17)* Vastaukseksi Ismo kirjoitti kuusi helmeä.

Kolmannessa tehtävässä Ismo osasi jakaa markat toiminnan tasolla. Hän ymmärsi jakolaskun käsitteen konkreettisella tasolla oikein, mutta ei pystynyt muuttamaan toimintaansa symbolikielelle. Jotta Ismo tiesi ryhmän markkojen määrän, hänen täytyi joka kerta laskea markat erikseen. Määrän laskeminen ei kuitenkaan onnistunut, vaan tulos eroasi oikeasta pienemmissä määrissä yhdellä suuntaan tai toiseen ja suuremmissa ero oli kaksikin yksikköä. Ismo löysi joitakin oikeita jakajia (ei kylläkään saanut oikeita vastauksia), mutta ei käyttänyt johdonmukaisesti kerto- ja jakolaskuun perustuvaa strategiaa, vaan yritti jakaa 24 myös kymmenellä.

Ismo luki aluksi kolmannenkin tehtävän ja totesi, ettei tajua sitä. Sitten Ismo luki tehtävän uudelleen ja otti toimintamateriaalin (24 markan kolikkoa) jakaen markat kahteen yhtä suureen ryhmään. Sitten Ismo laski toisen ryhmän markat ja vastasi: *"Neljätoista"(s. 18)* sekä varmisti prosessin jatkoa: *"Voiko sillee monta erilaista tehä?"(s. 18).* Ismo sai myöntävän vastauksen ja kehotuksen merkitä lasku vastauspaperille. Ismo laski markat uudelleen ja sai nyt vastaukseksi kolmetoista. Tämän jälkeen hän ryhmitteli markat neljään yhtä suureen ryhmään ja sai vastaukseksi seitsemän. Hän jakoi markat myös kuuteen ja kahdeksaan yhtä suureen ryhmään. Sitten Ismo jakoi helmet kymmeneen ryhmään, mutta tässä vaiheessa ryhmittely hajosi, eikä selkeitä ryhmiä muodostunut. Ismon ryhmittely oli sujuvaa ja johdonmukaista, mutta ryhmien markkamäärät hän laski aina väärin. Ismo kirjoitti vastaukset paperille: 13 markkaa 2 delle, 7 markaa 4 delle, 3 markaa 3 delle, 2 markkaa 8 delle, 1 markka 10 delle (ks. taulukko 5).

Ismon tehtävissä eteneminen vaikutti haparoivalta ja hän varmisti usein prosessin oikeellisuutta. Vaikutti siltä, että Ismo arvaili tehtävien tuloksia ja koetti sitten haastattelijan/opettajan reaktioista päätellä osuiko arvaus oikeaan. Ismo ei ratkaissut tehtäviä itsenäisesti, vaan tuntui tarvitsevan jonkin auktoriteetin ohjausta kyetäkseen etenemään tehtävissä.

TAULUKKO 5. Tapausoppilaiden kognitiiviset ja metakognitiiviset koodit sekä testipisteet

	Eero	Emmi	Heini	Ismo
MAKEKO-pisteet	50	48	47	36
Seulonta-pisteet	70.5	51	31	26.5
Sanallisten tehtävien pisteet	13	14	6	2
Tarkkaavaisuuskeskiarvo	5.00	4.86	4.43	2.71
Opettajan arvio kyvyistä	4.33	4.00	3.00	2.67
Oma arvio kyvyistä	4.00	4.00	3.33	4.33
Ensilukeminen	3	3	3	3
Uudelleen lukeminen			2	
Osittain lukeminen				
Avainsanat				
Omin sanoin kertominen				
Määrittely				
Selittäminen	10	7	3	2
Visualisointi				
Konkretisointi		3	2	3
Hypoteesin esittäminen				
Selityksen kysyminen	1	1	1	1
Ennakointi				2
Laskeminen		1	2	
Tuloksen tarkistaminen				
Prosessin tarkistaminen				
Informaation valikointi				
Huomiokyvyn kontrolli				
Korjaaminen				1
Itseohjaus	1	2		2
Osittainen vastaus	13	5	10	3
Vastauksen antaminen	2	2	2	2
Pieni vihje				2
Iso vihje				
Varmistaminen				6
Oikea vastaus				
Arviointi				
Itsearviointi				

7.5 Tapausoppilaiden käyttämät strategiat

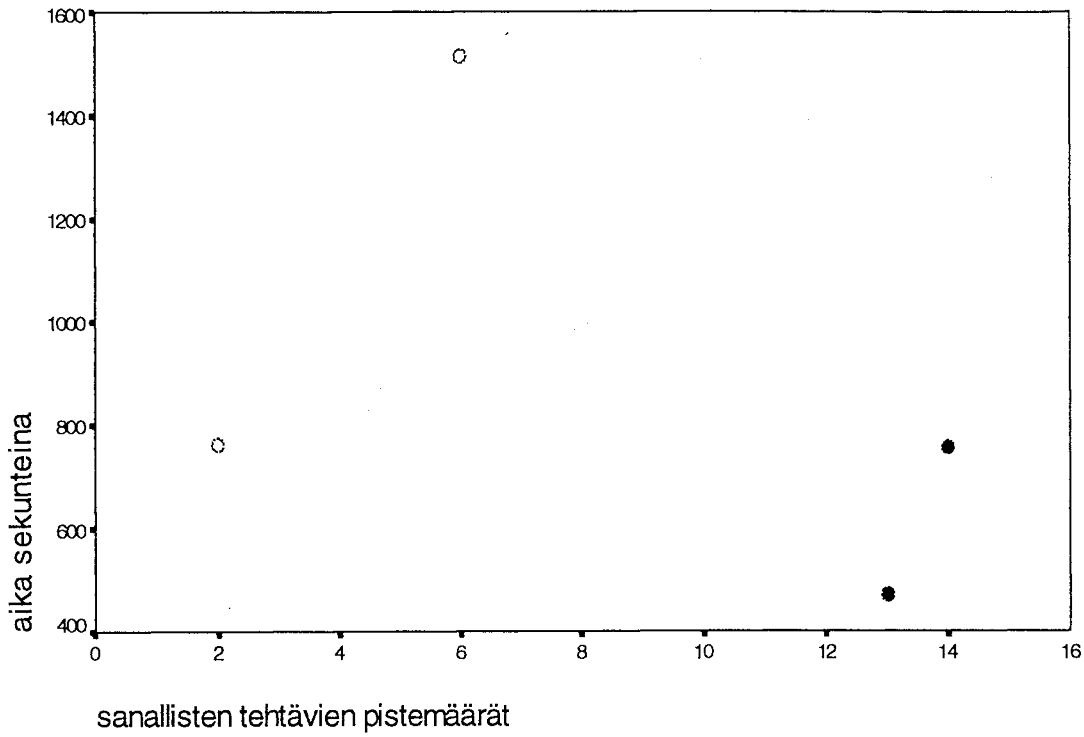
Hyvät oppilaat, Eero ja Emmi, ratkaisivat sanalliset tehtävät siten, että sisäinen puhe ohjasi heidän toimintaansa, paitsi ensimmäisessä tehtävässä Emmi käytti myös toimintamateriaalia. Heikoilla oppilailla, Heinillä ja Ismolla, toiminta oli Galperinin tasojen mukaan alemmilla vaiheilla kuin hyvillä oppilailla. Heini ratkaisi sanalliset tehtävät toimien samanaikaisesti sekä materiaalisella että puhutulla tasolla. Ismo toimi materiaalisella tasolla, hän ymmärsi jakamisen käsitteen materiaalisella tasolla, mutta tiedon muuttaminen virheettömästi puhuttuun vaiheeseen ei häneltä onnistunut.

Eero ja Emmi käyttivät kertolaskuun perustuvaa strategiaa ja Heini "kokeile ja tarkista" -strategiaa, Ismo puolestaan ratkaisi ositusjakotehtävät "jokaiselle yksi kerrallaan" -strategialla tai arvaamalla. Heinin ja Ismon käyttämät strategiat olivat pitkiä ja perustuivat ulkoisiin apuvälineisiin.

Laskimme jokaisen oppilaan tehtäviin käyttämän ajan siten, että aika alkoi, kun oppilas sai tehtävän ja päättyi, kun oppilas antoi vastauksen. Eero suoritti tehtävät nopeimmin, hän ratkaisi kaksi ensimmäistä tehtävää hyvin nopeasti, mutta kolmas tehtävä vaati pidempää ajattelua. Essi suoritti tehtävät toiseksi nopeimmin, hänellekin kolmas tehtävä tuotti eniten päänvaivaa. Ismo ratkaisi tehtävät melkein yhtä nopeasti kuin Emmi ja hän käytti kolmanteen tehtävään vähiten aikaa. On kuitenkin huomattava, että Ismo ei ratkaissut oikein yhtään tehtävää, vaan lyhyt ratkaisuaika oli seurausta hätäisestä tehtäviin paneutumisesta ja arvaamisesta (ks. taulukko 6).

TAULUKKO 6. Sanallisten tehtävien ratkaisuajat

	Eero	Emmi	Heini	Ismo
1. Tehtävä	32 s	2 min	5 min 39 s	2 min 10 s
2. Tehtävä	25 s	1 min 20 s	37 s	4 min 25 s
3. Tehtävä	6 min 54 s	9 min 18 s	19 min	6 min 9 s
yhteensä	7 min 51 s	12 min 38 s	25 min 16 s	12 min 44 s



Huom. o = matematiikassa heikko oppilas • = matematiikassa hyvä oppilas

KUVIO 7. Sanallisten tehtävien pistemäärien yhteys tehtävien ratkaisuun käytettyyn aikaan

Hyvät tapausoppilaat ratkaisivat sanalliset tehtävät heikkoja nopeammin ja paremmalla menestyksellä. Hyvistä tapausoppilaista Eero ratkaisi tehtävät nopeimmin saaden tehtävistä 13 pistettä. Toinen matematiikassa hyvä oppilas, Emmi, sai sanallisista tehtävistä 14 pistettä ja ratkaisi tehtävät melko nopeasti. Heikoista tapausoppilaista Ismo käytti tehtäviin vähän aikaa saaden 2 pistettä. Toinen matematiikassa heikko oppilas, Heini, käytti tehtäviin runsaasti aikaa saaden kuitenkin vain 6 pistettä.

8 POHDINTA

Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, millaisia ovat peruskoulun kolmasluokkalaisten oppilaiden metakognitiiviset taidot sanallisia kerto- ja jakolaskutehtäviä ratkaistaessa. Alaongelmina olivat 1) onko heikkojen ja hyvien oppilaiden sanallisten kerto- ja jakolaskutehtävien ratkaisemiseen liittyvissä metakognitiivisissa taidoissa eroa, 2) millaisia strategioita oppilaat käyttävät sanallisten tehtävien ratkaisemisessa ja 3) miten oppilaat suoriutuvat sanallisten tehtävien ratkaisemisesta.

Valitsimme 12 oppilasta haastatteluun KJK-testin, opettajan arvion ja MAKEKO-kokeen perusteella. Haastattelussa keräsimme tietoa oppilaiden käyttämistä strategioista äänittämällä ja videoimalla oppilaiden ratkaisuprosessia, josta koodattiin oppilaiden käyttämät kognitiiviset ja metakognitiiviset strategiat.

Kolmasluokkalaisten oppilaiden metakognitiiviset taidot rajoittuivat oman toiminnan tai ratkaisuprosessin selittämiseen. Matematiikassa hyvät oppilaat selittivät omaa ratkaisuprosessiaan enemmän kuin matematiikassa heikot oppilaat. Heikot oppilaat puolestaan käyttivät enemmän puhtaasti kognitiivisia toimintoja; he lukivat ongelman useampaan kertaan kuin matematiikassa hyvät oppilaat. Hyvät tapausoppilaat ratkaisivat sanalliset jakolaskutehtävät kertotauluun pohjautuen, miettien kyseessä olevien lukujen jaollisuutta. Heikot tapausoppilaat yrittivät ratkaista samoja tehtäviä "kokeile ja tarkista"-strategialla tai arvaamalla vastauksen. Oppilasta (n=12) viisi ratkaisi sanalliset tehtävät hyvin (1 heikko ja 4 hyvää oppilasta), kolme oppilasta ratkaisi ne keskinkertaisesti (1 heikko ja 2 hyvää oppilasta) ja neljä oppilasta heikosti (4 heikkoa oppilasta).

Yllättävää tuloksissa oli se, että matematiikassa hyvien ja heikkojen oppilaiden käyttämissä metakognitiivisissa strategioissa ei ollut laadullista eroa. Odotettavissa oleva tulos puolestaan oli se, että hyvät oppilaat selittävät omaa toimintastrategiaansa määrällisesti enemmän eli käyttivät puhtaasti metakognitiivisia strategioita enemmän kuin heikot oppilaat. Näin tapahtui myös Montaguen ja Applegaten (1993b, 29) tutkimuksen vaativimmissa sanallisissa tehtävissä. Odotettavaa oli myös se, että heikot oppilaat lukivat tehtävän hyviä oppilaita useammin. Myös Montaguen ja Applegaten (1993b, 29) mukaan heikot oppilaat käyttivät puhtaasti kognitiivisia strategioita, kuten lukemista, enemmän kuin hyvät oppilaat.

Hutchinsonin (1992, 149 - 150) mukaan Montague ei selkeästi nimeä kognitiivisia ja metakognitiivisia taitoja, myös käsitteet olisi hänen mielestään pitänyt nimetä tarkemmin. Selkeyttääksemme luokitusta erottelimme kognitiiviset ja metakognitiiviset taidot Artztin & Armour-Thomasin (1992) mukaisesti.

Ongelmalliseksi tulosten tulkinnan tekee se, että etenkin metakognitiivisia strategioita on vaikea koodata yksiselitteisen luotettavasti, ne ilmenevät osittain päällekkäin kognitiivisten strategioiden kanssa ja niitä on vaikeaa havainnoida ja luokitella. Erittäin suureksi ongelmaksi muodostui nimenomaan metakognitiivisten ja kognitiivisten strategioiden koodaukseen liittyvä alhainen arvioitsijareliabiliteetti, joka oli 24 %. Koulun erityisopettaja koodasi kolmen oppilaan sanallisten tehtävien ratkaisuprosessin. Erityisopettaja koodasi prosessin pääasiassa litteroitujen haastatteluosioiden perusteella tarkastaen mielestään epäselvät kohdat videolta, litteroitu materiaali ei kuitenkaan paljastanut kaikkea tehtävänratkaisun aikana tapahtunutta. Tämä oli osaltaan syynä siihen, että arvioitsijoiden koodit erosivat toisistaan. Myös koodaukseen käytetty aika ja paneutuminen oli erityisopettajalla huomattavasti vähäisempi kuin meillä. Yleensä arvioitsijareliabiliteetin pitäisi olla vähintään 80 %, jotta tutkimuksen tulosta voitaisiin pitää luotettavana (Kadzin 1982, 73).

Tässä tutkimuksessa havaittiin, että opettajan arvion mukaan matematiikassa hyvät oppilaat ovat tarkkaavaisempia kuin heikot oppilaat. Myös tarkkaavaisuuskeskiarvolla ja sanallisten tehtävien pistemäärällä oli yhteyttä. Niillä oppilailla, jotka ratkaisivat sanalliset tehtävät keskinkertaisesti tai paremmin oli keskimääräistä parempi tarkkaavaisuuskeskiarvo ja oppilaalla, joka ei pystynyt ratkaisemaan yhtään sanallista tehtävää, oli keskimääräistä alhaisempi tarkkaavaisuuskeskiarvo. Opettajat arvioivat kaikkien heikkojen oppilaiden tarkkaavaisuuden hyviä oppilaita huonommaksi. Tarkkaavaisuudella ja sanallisten tehtävien ratkaisukyvyllä oli siis odotetunlainen yhteys. Myös Magnen (1991, 12) mukaan noin 50 %:lla matematiikan oppimisvaikeuksisista lapsista oppimisvaikeuteen liittyy rauhattomuutta, hyperaktiivisuutta, levottomuutta ja keskittymiskyvyn alenemista. Samoin Badianin (1983, 248-249) mukaan 42 % matematiikan oppimisvaikeuksisilla oppilailla oli vaikeuksia tarkkaavaisuudessa ja sarjallisessa prosessoinnissa. Räsäsen ja Ahosen (1997) mukaan tarkkaavaisuushäiriöisten lasten kohdalla on usein todettu, että tarkkaavuuden ja keskittymiskyvyn lisääntyminen on parantanut matemaattisia suorituksia. Tutkimuksen vähäisyyden vuoksi ei kuitenkaan kyetä sanomaan, millaiset toiminnanohjauksen tai tarkkaavaisuuden osakomponentit vaikuttavat aritmeettisissa proseduureissa. (Räsänen & Ahonen 1997, 174.)

Hyvät oppilaat käyttivät sanallisten tehtävien ratkaisemiseen vähemmän aikaa kuin heikot oppilaat. Toinen heikoista oppilaista käytti tehtävien ratkaisuun vähän aikaa, yrittäen ratkaista tehtävät nopeasti, toinen puolestaan ratkaisi tehtävät erittäin hitaasti. Tätä voidaan pitää odotettuna tuloksena, sillä myös Montaguen & Applegaten (1993b, 28 - 29) tutkimuksessa heikot oppilaat käyttivät keskitasoisia ja lahjakkaita enemmän aikaa tehtävien ratkaisemiseen.

Haastattelemistamme oppilaista (n=12) matematiikassa hyvät oppilaat arvioivat matemaattiset kykynsä keskimäärin paremmiksi (keskiarvo 4.28) kuin heikot oppilaat (keskiarvo 3.78). Myös Montaguen ja Applegaten (1993a, 192) tutkimuksessa oppimisvaikeuksiset kuvasivat matematiikassa suoriutumisensa selvästi huonommaksi kuin lahjakkaat tai keskitasoiset ja lahjakkaat arvioivat ongelmanratkaisukykynsä selvästi paremmaksi kuin oppimisvaikeuksiset. Myös Chapman (1988, 352 - 353.) huomasi kirjallisuuskatsauksessaan itsetunnosta ja oppimisvaikeuksista, että oppimisvaikeuksiset oppilaat raportoivat muita oppilaita alempaa akateemista itsetuntoa. Lukuvuonna 1990-91 Åbo Akademin erityis-pedagogiikan laitoksella käynnistyi projekti "Minäkäsitys ja matematiikka". Projekti on seurantatutkimus, jossa aineistoa on kerätty vuosina 1991, 1994 ja 1997. Projektin 1991 aineiston osatuloksissa todetaan, että toisluokkalaiset oppilaat eivät koe matematiikkaa vaikeana aineena, vaan heillä on myönteinen näkemys oppiaineesta. (Linnanmäki 1997, 291.) Tutkimuksessamme sekä matematiikassa hyvät että heikot oppilaat kokivat olevansa hyviä matematiikassa.

Haastattelun tarkoituksena oli syventää tietoa oppilaiden sanallisten tehtävien ratkaisustrategioista. Haastattelussa ei kuitenkaan löytynyt selviä eroja hyvien ja heikkojen oppilaiden vastauksissa koskien heidän strategioitaan, joten päädyimme tarkastelemaan oppilaiden käyttämiä strategioita tapausoppilaiden kautta. Mielestämme haastattelulomake kokonaisuudessaan voi olla hyödyllinen suunniteltaessa yksilöllistä matematiikan opetusta. Lomakkeella saa käyttökelpoista tietoa oppilaan toimintatavoista ja siten perustaa korjaaville toimenpiteille. Toinen tutkijoista on todennut tämän myös käytännössä yläasteen matematiikan erityisopetuksessa.

Yllättävää oli, että kehittelemämme KJK-testi oli hyvin yhtäpitävä opettajien oppilaantuntemuksen kanssa. 3A-luokalla KJK-testin ja opettajan arvion vastaavuus matematiikassa heikoissa oppilaissa oli viisi kuudesta ja hyvissä oppilaissa neljä kuudesta oppilaasta MAKEKO-kokeen ja opettajan arvion vastaavuuden ollessa neljä kuudesta sekä heikoissa että hyvissä oppilaissa. 3C-luokalla KJK- testin ja opettajan arvion vastaavuus oli heikoissa oppilaissa kolme kolmesta ja hyvissä oppilaissa kolme viidestä MAKEKO-kokeen ja opettajan arvion vastaavuuden ollessa heikoissa oppilaissa yksi kolmesta ja hyvissä kolme viidestä oppilaasta. Näin ollen KJK-testi erotteli MAKEKOa paremmin opettajien mielestä matematiikassa heikot ja hyvät oppilaat. KJK-testin sisäinen johdonmukaisuus laskettiin z-pisteillä, Cronbachin alfa oli .56. Sisäistä johdonmukaisuutta voidaan siis pitää melko luotettavana. Luotettavuuden arviointiin vaikutti se, että ensimmäinen testin kolmesta osiosta oli rakenteeltaan hyvin erilainen verrattuna kahteen seuraavaan. Muista osioista poiketen se koostui vain yhdestä tehtävästä jossa pistemäärien hajonta oli suuri.

Tutkimuksemme oli esitutkimusluonteinen, eikä tutkimuksen tuloksia luotettavuusongelmien ja pienen otoskoon vuoksi voitane pitää yleistettävissä olevina tuloksina, vaan lähinnä esitutkimusluonteisena tietona. Tätä tietoa voitaisiin käyttää, jos jatkettaisiin matematiikan testistön kehittelyä, jossa pyritään kartoittamaan oppilaiden kerto- ja jakolaskun käsitteen-ymmärtämistä sanallisiin tehtäviin liittyvien metakognitiivisten taitojen koodauksen avulla. Tutkimuksessamme ilmeni lähinnä niitä ongelmakohtia, joita ko. testin kehittelyssä tuli ottaa huomioon, jotta voitaisiin välttää testistön kehittelyyn liittyvät luotettavuusongelmat. Aloitimme käsitteenymmärtämistä ja metakognitiivisia taitoja kartoittavan matematiikan testin kehittelyn, mutta jotta voitaisiin kehittää standardoitu ko. asioita mittaava testi, tarvittaisiin tarkempi metakognitiivinen koodausjärjestelmä. Videointi vaikuttaa hyvältä metakognitiivisten taitojen havainnointikeinolta silloin, kun arvioidaan toiminnalliseen opetustapaan perustuvaa ratkaisuprosessia. Toimintamateriaalilla työskentelevän oppilaan toimintatapoja voidaan havainnoida videon avulla. Kun lisäksi kysytään oppilaan käyttämiä metakognitiivisia strategioita haastattelun muodossa, on opettajalla mahdollisuus saada oppilaan sen hetkisestä käsitteen konstruointivaiheesta tietoa, jota voidaan käyttää hyväksi oppilaan käsitteenmuodostusprosessin ohjaamisessa. KJK-testiä voisi muokata ja testata sen erottelukykyä edustavammalla otosjoukolla. Muokattuna KJK-testiä voisi mahdollisesti käyttää ala-asteella kerto- ja jakolaskukäsitteen hallinnan diagnosointivälineenä, jonka kautta luokanopettaja tai erityisopettaja saisi lisätietoa oppilaan käsitteenhallinnasta.

Uskomme, että ongelmanratkaisutaidoiltaan heikot oppilaat hyötyisivät yksilöllisestä metakognitiivisten taitojen opetuksesta. Strategia-ohjauksen tarjoaminen erikseen oppimisvaikeuksisille on sopivaa myös muiden oppilaiden kannalta, koska he eivät tarvitse vastaavaa ohjausta (Montague, Applegate & Marguard 1993, 229).

Useimmissa maissa ei ole ollut laajempaa yhteiskunnallista mielenkiintoa matematiikan oppimisvaikeuksisten opetuksen kehittämiselle, vaikka matematiikalla on luku- ja kirjoitustaitoon verrattava sosiaalinen merkitys (Magne 1994, 34). Suomessa yleinen kiinnostus matematiikan opetuksen kehittämiseen on lisääntynyt LUMA-projektin (1996) myötä ja siksi nyt olisi syytä panostaa myös matematiikan erityisopetuksen kehittämiseen. Linnanmäen (1997) mukaan matematiikan ongelmia ymmärrettäisiin parhaiten, jos onnistuttaisiin sovittamaan yhteen psykologisesti suunnattu oppimisstrategiatutkimus ja pedagogisesti suunnattu opetussuunnitelmateoreettinen tutkimus. (Linnanmäki 1997, 258). Mielestämme Jyväskylässä tämän tyyppistä tutkimusyhteistyötä voisi olla enemmän erityispedagogiikanlaitoksen ja Niilo Mäki Instituutin välillä. Jatkossa olisi tarvetta kehittää käytännön työhön soveltuva diagnosointiväline, joka erottelee tehokkaasti matematiikan oppimisvaikeuksiset oppilaat ja mittaa myös heidän kykyrakennettaan. Jatkotutkimuksessa tulisi tehdä tarkempaa analyysiä oppilaiden käyttämistä metakognitiivisista taidoista, jotta saataisiin selville, mitä sellaisia taitoja hyvillä oppilailla on, joita opettamalla myös heikot voisivat parantaa ongelmanratkaisuaan.

LÄHTEET

Ahonen, T. & Räsänen, P. 1995. Matemaattiset oppimisvaikeudet. Teoksessa H. Lyytinen (toim.), 209 - 246.

Aitola, A. 1989. Matematiikan opiskelun tyylit ja strategiat. Tampereen yliopisto. Acta Universitas Tamperensis ser A vol. 271.

Apiola, H., Hytönen, M., Ollikainen, A. 1974. Matematiikkaklinikkakokeilu Suomessa lukuvuonna 1972-73. Matematiikan opetuksen työryhmän tutkimuksia. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitos. Julkaisuja 216.

Artzt A.F., & Armour-Thomas, E. 1992. Development of cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem-solving in small groups. Cognition and instruction 9 (2), 137 - 175.

Ashman, A. F. & Conway, R. N. F. 1989. Cognitive strategies for special education. London: Routledge.

Badian, N. A. 1983. Dyscalculia and nonverbal disorders of learning. Teoksessa H. R. Myklebust (toim.), 235 - 264.

Baroody, A. J. & Ginsburg, H. P. 1991. A Cognitive approach to assessing the mathematical difficulties of children labeled "learning disabled". Teoksessa H. L. Swanson (toim.), 177 - 227.

Berry, J. & Sahlberg, P. 1995. Matematiikka elämään. Mallintamista ja ongelmanratkaisua. Juva: WSOY.

Cardelle-Elawar, M. 1995. Effects of metacognitive instruction on low achievers in mathematics problems. Teaching & Teacher education 11 (1), 81 - 95.

Chapman, J. W. 1988. Learning disabled children´s self-concepts. Review of educational research 58 (3), 347 - 371.

Das, J. P. 1984. Simultaneous and successive processes and K-ABC. The journal of special education 18 (3), 227 - 238.

Driscoll, M. J. 1981. Research within reach. Elementary school mathematics. Reston: National council of teachers of mathematics.

DSM-IV, 1994. Diagnostic and statistical manual of mental disorders. 4. painos. Washington DC: American Psychiatric association.

Feuerstein, R. 1979. The dynamic assesment of retarded performers; the learning potential assesment device, theory, instruments and techniques. Baltimore: University Park Press.

Feuerstein, R. Rand, Y. & Rynders, J. E. 1988. Don´t accept me as I am. Helping "retarded" people to exel. New York: Plenum Press.

Galperin, P. J. 1972. Die Geistige Handlung als Grundlage fur die Bildung von Gedanken und Vorstellungen. Teoksessa P. J. Galperin & A. N. Leontjev (toim.), 33-49.

Galperin, P. J. & Leontjev, A. N. (toim.) 1972. Probleme der Lerntheorie. 3. painos. Berlin: Volk und Wissen.

Geary, D. C. 1990. A componental analysis of an early learning deficit in mathematics. Journal of Experimental Child Psychology 49 (3), 363 - 383.

Geary, D. C. 1993. Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological and genetic components. Psychological Bulletin 114 (2), 345 - 362.

Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C. & Yao, Y. 1992. Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematically disabled children. Journal of experimental child psychology 54 (3), 372 - 391.

Haapasalo, L. 1987. Matemaattinen käsitteenmuodostusprosessi ja opetustietokoneen käyttömahdollisuudet sen eri vaiheissa. Dimensio 51 (8), 42 - 47.

Haapasalo, L. 1993. Matematiikan opetussuunnitelmien lähtökohtia ja kehitysnäkymiä. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Opetuksen perusteita ja käytänteitä 2.

Haapasalo, L. 1994. Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu. Jyväskylä: MEDUSA-Software.

Hermansson, J. 1992. Matematiikan oppimisvaikeuksien ja karkeamotoriikan hallinnan yhteyksistä. Helsingin yliopiston kasvatustieteen syventävien opintojen tutkielma.

Hiebert, J. (toim.) 1986. Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics. London: Lawrence Erlbaum associates.

Hiebert, J. & Lefevre, P. 1986. Condeptual and prosedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. Teoksessa J. Hiebert (toim.), 1 - 27.

Hutchinson, N. L. 1992. The challenges of componental analysis: Cognitive and metacognitive instruction in mathematical problem solving. Journal of learning disabilities 25 (4), 249 - 252, 257.

Ikäheimo, H. 1989. Matematiikan keskeisen oppiaineksen hallinta Helsingin peruskouluissa. Helsingin kaupungin kouluviraston julkaisusarja A4:1989

Ikäheimo, H. 1995. Iloa ja ymmärrystä matematiikkaan. 2. painos. Helsinki: OPPERI.

Ikäheimo, H., Putkonen, H. & Voutilainen, E. 1988. MAKEKO -matematiikan keskeisen oppiaineksen kokeet. Helsinki: OPPERI

Jokinen, A-M. 1996. Opettajille tarkoitetun tarkkaavaisuuden piirteitä erottelevan arviointilomakkeen kehittäminen. Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma. Erityispedagogiikan laitos. Jyväskylän yliopisto. Avoin yliopisto.

Kallonen-Rönkkö, M. 1997. Matematiikan oppiminen ala-asteen uusiutuvissa oppimisympäristöissä. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), 251 - 268.

Kazdin, A. E. 1982. Single-case research designs. Methods for clinical and applied settings. Oxford: Oxford university press.

Keranto, T. 1984. Ratkaisuprosessit ja strategiat perustavissa sanallisissa kerto- ja jakolaskutehtävissä. Tutkimus kerto- ja jakolaskutaitojen yhteyksistä Piaget-kykyihin, muistikapasiteettiin, lukujonotaitoihin sekä rationaaliluku-käsitteeseen.Tampereen yliopiston Hämeenlinnan opettajankoulutuslaitoksen julkaisu 11.

Kinnunen, R. & Vauras, M. 1997. Matemaattisten ongelmien ratkaisutaito ala-asteella. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), 269 - 282.

Kosc, L. 1974. Developmental dyscalculia. Journal of learning disabilities 7 (3), 164 - 177.

Koponen, R. & Kupari, P. (toim.) 1982. Matematiikan diagnosointikortit peruskoulun 3. ja 4. luokalle. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitos. Selosteita ja tiedotteita 201.

Krutetskii, V. A. 1976. The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. Chicago: University of Chicago Press.

Kvale, S. 1987. Validity in the qualitative research interview. Oppimateriaalissa Selected readings for nordisk forskarkurs "The question of validity in qualitative research in the social sciences", 33 - 50.

Lansdown, R. 1978. Retardation in mathematics: A consideration of multi-factorial determination. Journal of child psychology and psychiatry 19 (2), 181 - 185.

Leino, J. 1977. Matemaattisten kykyjen ja ajatteluprosessien kehittäminen kouluopetuksessa 1. Helsingin yliopiston kasvatustieteen laitos. Tutkimuksia 60.

Leino, J. 1978. Matemaattisten kykyjen ja ajatteluprosessien kehittäminen kouluopetuksessa 2. Helsingin yliopiston kasvatustieteen laitos. Tutkimuksia 66.

Lindgren, S. 1990. Toimintamateriaalin käyttö matematiikan opiskelussa. Toimintatupakokeilu peruskoulun toisella luokalla. Tampereen yliopisto. Acta universitas Tamperensis ser A vol 307.

Linnanmäki, K. 1997. Minäkäsitys ja matematiikan oppiminen.Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), 283 - 300.

Lyytinen, H. (toim.) 1995. Oppimisvaikeudet. Neuropsykologinen näkökulma. Juva: WSOY.

Magne, O. 1980. Matematikinlärningen i grundskolan. Hur eleverna lyckas eller mislyckas. Pedagogiska skrifter. Nummer 261. Lund: Sveriges lärarförbund.

Magne, O. 1991. Dysmathematics. Facts and theories concerning mathematics learning for handicapped pupils. Lund University. School of education Malmö. Department of educational and psychological research. Educational and psychological interactions 106.

Magne, O. 1994. Dysmatematik. Den framtida skolans matematik för elever med särskilda utbildningsbehov. Lund universitet. Lärarhögskolan. Institutionen för pedagogik och specialmetodik. Pedagogisk-psykologiska problem 592.

Magne, O. 1996. Bibliography of literature on dysmathematics. Lund University. School of education Malmö. Department of educational and psychological research. Didakometry 76.

Magne, O., Bengtsson, M. & Carleke, I. 1977. Hur man undervisar elever med matematiksvårigheter. 3. painos. Stockholm: Norstedts Tryckeri.

Malinen, P. 1980. Matemaattisen ajattelun kehittyminen peruskoulun ala-asteen oppilailla. Jyväskylän yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 4.

Mayer, R. E. 1985. Mathematical ability. Teoksessa R. J. Sternberg (toim.), 127 - 150.

Moberg, S. & Tuunainen, K. 1989. Erityispedagogiikan metodologinen perusta. Jyväskylä: Atena

Montague, M. 1992. The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. Journal of learning disabilities 25 (4), 230 - 248.

Montague, M. 1996. Assessing mathematical problem solving. Learning disabilities research and practice 11 (4), 238 - 248.

Montague M. & Applegate B. 1993a. Mathematical problem-solving characteristics of middle school students with learning disabilities. The journal of special education 27 (2), 175 - 201.

Montague, M. & Applegate, B. 1993b. Middle school students′ mathematical problem solving: an analysis of think-aloud protocols. Learning disability quarterly 16, 19 - 32.

Montague, M., Applegate, B. & Marquard, K. 1993. Cognitive strategy instruction and mathematical problem-solving performance of students with learning disabilities. Learning disabilities research & practice 8 (4), 223 - 232.

Myklebust, H. R. (toim.) 1983. Progress in learning disabilities. Volume V. New York: Grune & Stratton.

Newman, R. S. & Schwager, M. T. 1995. Students′ help seeking during problem solving: effects of grade, goal, and prior achievement. American educational research journal 32 (2), 352 - 376.

Pahta, V. 1995. Matematiikan oppimisvaikeudet peruskoulun kolmannen luokan oppilailla neuropsykologisesti tarkasteltuna. Joensuun yliopisto, Psykologia; Keskustelualoitteita 17.

Pehkonen, E. 1987. Oppimispelejä peruskoulun matematiikan opetukseen. Dimensio 51 (8), 38 - 39.

Pellegrino, J. W. & Goldman, S. R. 1987. Information prosessing and elementary mathematics. Journal of learning disabilities 20 (1), 23 - 57.

Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994. Opetushallitus. Helsinki: Valtion Painatuskeskus.

Polya, G. 1973. How to solve it. A new aspect of mathematical method. 2. painos. Princeton: Princeton university press.

Repo, S. 1996. Matematiikkaa tietokoneella. Derivaatan käsitteen konstruoiminen symbolisen laskennan ohjelman avulla. Joensuun yliopiston kasvatustieteellisiä julkaisuja 33.

Rikala, S., Ilmavirta, R. & Strang, T. 1993. Laskutaito 3. Kevätosan opettajan kirja. Porvoo: Weilin & Göös

Rourke, B. P. & Finlayson, M. A. J. 1978. Neuropsychological significance of variations in patterns of academic performance: Verbal and visual-spatial abilities. Journal of abnormal psychology 6 (1), 121 - 133.

Rourke, B. P. (toim.) 1985. Neuropsychology of learning disabilities. Essentials of subtype analysis. New York: Guilford Press.

Rourke, B. P. & Strang, J. D. 1984.Subtypes of reading and arithmetical disabilities: A neuropsychological analysis. Teoksessa M. Rutter (toim.), 473 - 488.

Rutter, M. (toim.), 1984. Developmental Neuropsychiatry. New York: Churchill Livingstone

Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) 1997. Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Säätiö ja Koulutuksen tutkimuslaitos.

Selected readings for nordisk forskarkurs "The question of validity in qualitative research in the social sciences". 1988. Uppsala universitet. Pedagogiska institutionen.

Steffe, L. P. & Cobb. P. 1988. Construction of arithmetical meanings and strategies. New York: Springer-Verlag.

Sternberg. R. J. (toim.) 1985. Human abilities. An information-prosessing approach. New York: W. H. Freeman and company.

Strang, J. D. & Rourke, B. P. 1985. Arithmetic disability subtypes: The neuropsychological significance of specific arithmetical impairment in childhood. Teoksessa B. P. Rourke (toim.), 167 - 183.

Swanson, H. L. (toim.) 1991. Handbook on the assesment of learning disabilities. Theory, research, and practice. Austin: Pro-ed.

Tähtinen, J. 1993. Tilastollisen analyysin tulkinnan lähtökohtia. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja B:41.

Tähtinen, J. & Kaljonen, A. 1996. Tilastollisen analyysin perusteita kasvatustieteellisessä tutkimuksessa. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja B:55.

Virtanen, A. 1995. Matematiikan oppimispelit, tyhjänpäiväistä ajanvietettä vai matematiikan piilo-opetusta. Dimensio 59 (3), 34 - 38.

Vosniadou, S. & Brewer, W.F. 1992. Mental models of the earth: A study of conceptual change in childhood. Cognitive Psychology 24 (4), 535 - 585.

Vosniadou, S. 1994. Capturing and modelling the process of conceptual change. Learning and Instruction 4, 45 - 69.

Yrjönsuuri, R. 1989. Lukiolaisten opiskeluorientaatiot ja menestyminen matematiikassa. Helsingin yliopiston kasvatustieteen laitos. Tutkimuksia 120.

Liite 1 : Tutkimussopimus

Jyväskylä 14.1. 1997

Hyvät vanhemmat

Olemme kaksi erityispedagogiikan opiskelijaa Jyväskylän yliopistosta. Teemme opintoihimme kuuluvaa pro gradu -tutkielmaa matematiikan oppimisesta. Tutkimuksemme ohjaaja on yliassistentti Markku Leskinen erityispedagogiikan laitokselta. Toteutamme tutkimuksen Muuramen kirkonkylän ala-asteen kolmansilla luokilla kuluvan kevään aikana. Tutkimuksen alussa valitsemme tutkimukseen osallistuvat oppilaat kerto- ja jakolaskuun liittyvillä tehtävillä. Tulosten perusteella valitsemme kahdeksan oppilasta, jotka muodostavat kaksi ryhmää, joista toisen ryhmän oppilaat saavat yksilöllistä erityisopetusta, toisen ryhmän saadessa tavallista matematiikan opetusta. Tutkimuksen tarkoituksena on kartoittaa ja kehittää tutkimukseen osallistuvien oppilaiden ajattelun taitoja ja siten auttaa matematiikan tehtävien ratkaisua. Tutkimus toteutetaan kouluaikana koulun tiloissa. Kaikki tieto on ehdottoman luottamuksellista eikä tutkimukseen osallistuvien oppilaiden nimiä julkaista tutkimuksessa. Toimimme yhteistyössä luokkien opettajien kanssa, jotta tutkimuksen tuloksia voidaan hyödyntää myös luokkaopetuksessa. Mikäli teillä on kysyttävää annamme mielellämme lisätietoja tutkimuksesta.

Ystävällisin terveisin:

Päivi Kiiskinen
erityispedagogiikan opiskelija
p. 040- 5109 212

Sirpa Lesonen
erityispedagogiikan opiskelija
P. 014- 216 021

Markku Leskinen
yliassistentti, KT
Jyväskylän yliopisto, erityispedagogiikan laitos
p. 014- 601 627

Tutkimussopimus. Päivi Kiiskisen ja Sirpa Lesosen pro gradu -tutkimus.
Pyydämme ystävällisimmin teitä rastittamaan valitsemanne vaihtoehdon ja palauttamaan tämän paperin alaosan mahdollisimman pian lapsenne mukana luokanvalvojalle.

____________________ saa osallistua tutkimukseen ___
oppilaan nimi ei saa osallistua tutkimukseen___

___/ ___1997________________________
huoltajan allekirjoitus

Liite 2: KJK-testi

Nimi:____________________________

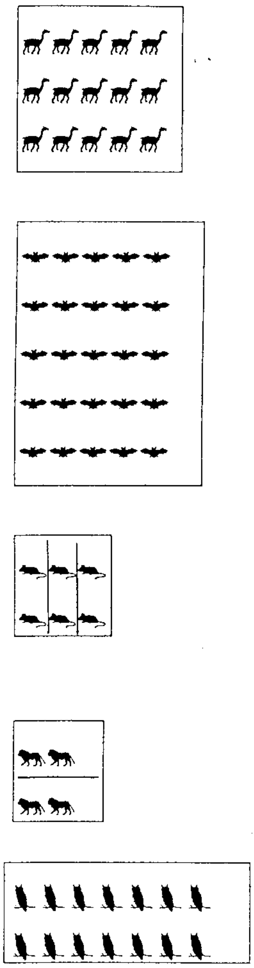
1. Sinulla on 24 tulitikkua. Ryhmittele tikut yhtäsuuriin ryhmiin. Keksi niin monta vaihtoehtoista ryhmittelyä kuin mahdollista.

a) Suunnittele tähän miten aiot tehdä tämän tehtävän:

b) Mitä laskuja saat? Kirjoita laskut.

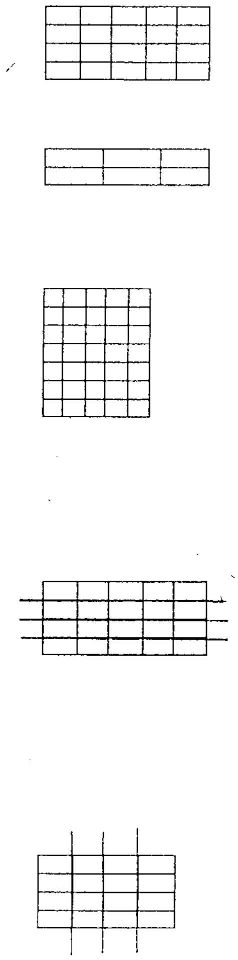
c) Arvioi miten onnistuit tässä tehtävässä:

2. Yhdistä samaa tarkoittava kuva ja lasku



- kaksi kertaa seitsemän
- seitsemän kertaa kaksi
- seitsemän jaettuna kahdella
- neljä jaettuna kahdella
- viisi kertaa kolme
- kuusi jaettuna kolmella
- viisi kertaa viisi
- kuusi jaettuna kahdella
- viisitoista jaettuna kolmella
- kolme kertaa neljä
- viisitoista jaettuna viidellä
- kolme kertaa viisi

3. Yhdistä kuva ja lasku



$4 \cdot 5$

$16 : 4$

$4 \cdot 4$

$2 \cdot 3$

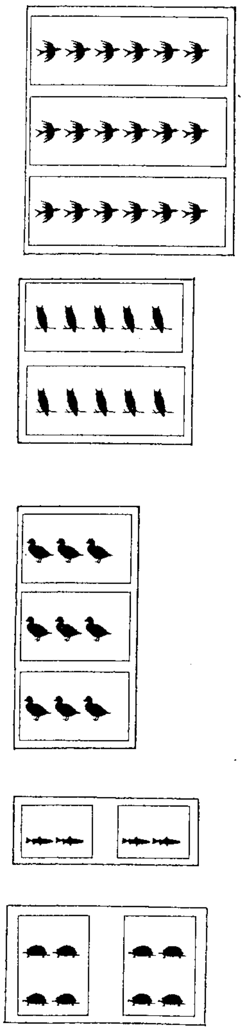
$12 : 6$

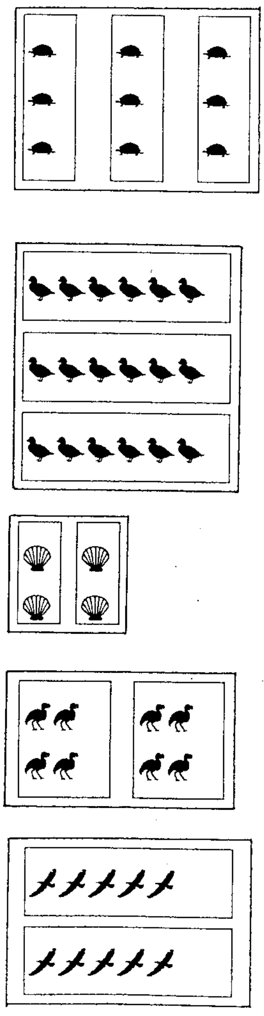
$7 \cdot 5$

$16 : 2$

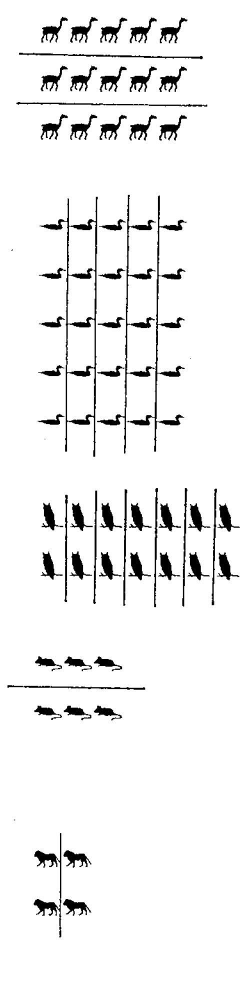
$20 : 4$

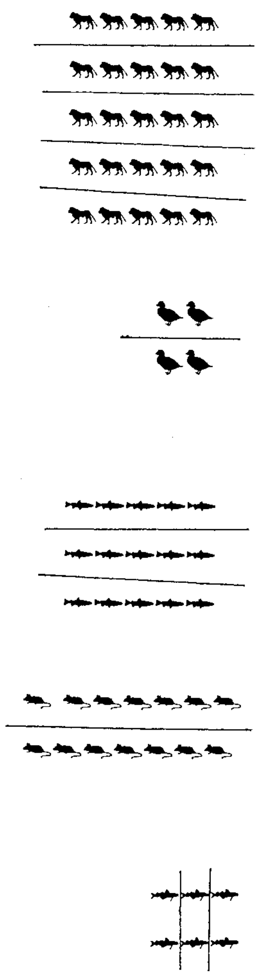
4. Yhdistä samaa laskua tarkoittavat kuvat





5. Yhdistä samaa laskua tarkoittavat kuvat





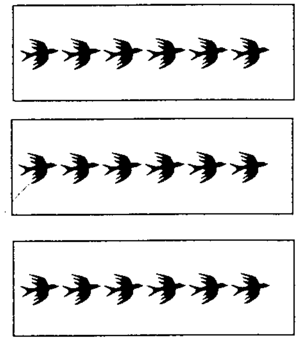
6. Yhdistä samaa tarkoittava lasku ja teksti

	¤ 8 · 7
Viisi kertaa kuusi ¤	¤ 24 : 6
Kuusi kertaa neljä ¤	¤ 5 · 6
Kolme kertaa neljä ¤	¤ 6 · 4
Kaksikymmentäneljä ¤ jaettuna kuudella	¤ 12 : 3
Kaksitoista jaettuna ¤ kolmella	¤ 3 : 12
	¤ 3 · 4

7. Yhdistä samaa tarkoittavat lauseet

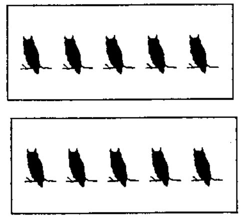
Sopuli saa neljä kertaa vuodessa kuusi ¤ poikasta.	¤ kolme kertaa seitsemän.
	¤ Yksi kertaa kuusi.
Piisami saa kolme kertaa vuodessa ¤ kahdeksan poikasta.	¤ Kuusi jaettuna kolmella.
	¤ Kuusi kertaa neljä.
Kärppä saa kerran vuodessa kuusi ¤ poikasta.	¤ Kymmenen jaettuna kahdella.
	¤ Kolme kertaa kahdeksan.
Päivillä on kuusi puruluuta, jotka hän jakaa kolmelle ¤ koiralleen.	¤ Neljä kertaa kuusi.
Villellä on kymmenen kalaa, joista hän antaa yhtä monta ¤ kahdelle kissalleen.	¤ Kolme jaettuna kuudella.

8. Kirjoita sanoilla mitä laskua kuva tarkoittaa



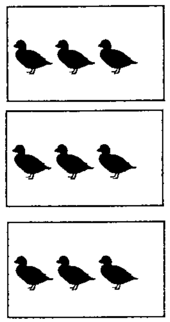
a) ____________________

____



b) ____________________

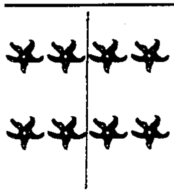
____



c) ____________________

____

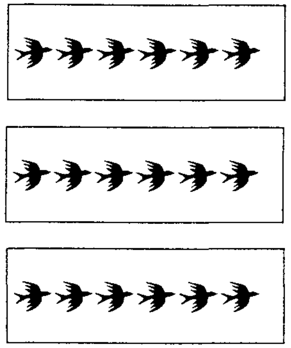
d) ____________________

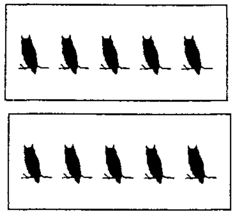


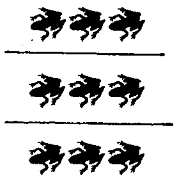
e) ____________________

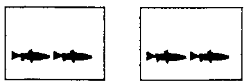
____

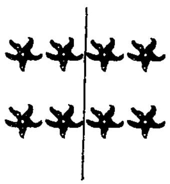
9. Piirrä samaa laskua tarkoittava kuva



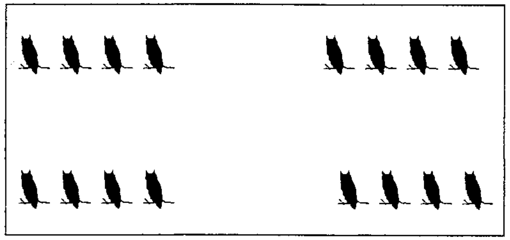




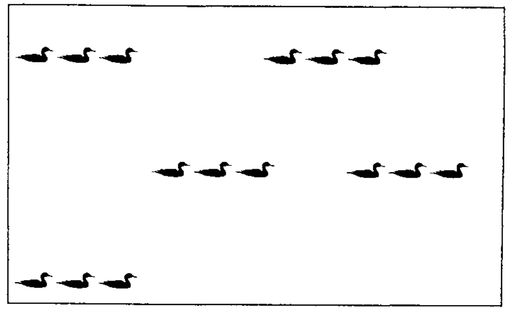




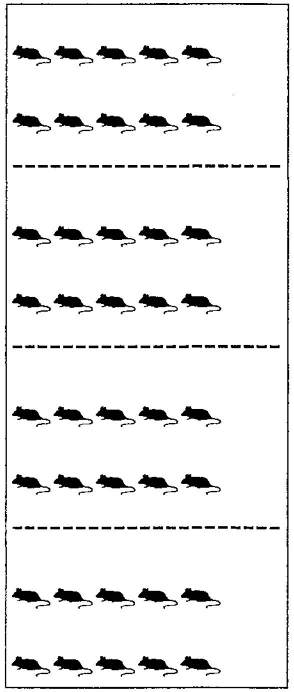
10. Tee lasku kuvasta. Minkä laskun saat?

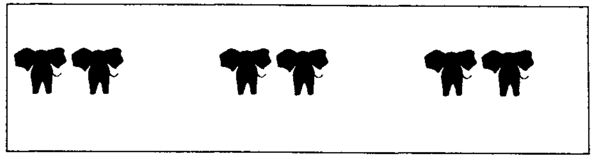


a) Kertolasku on ____________________

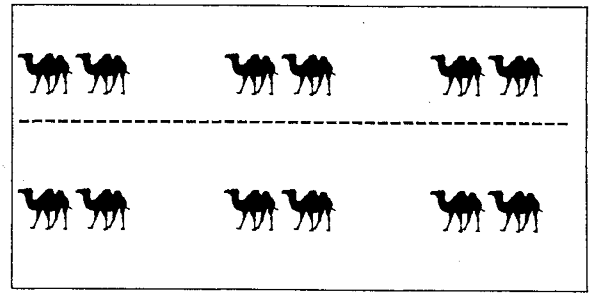


b) Kertolasku on ____________________





c) Kertolasku on ____________________



d) Jakolasku on ____________________

e) Jakolasku on ____________________

11. Kirjoita sanallisesti millaisen laskun saat

a) Marilla on 7 paria sukkia, yhteensä Marilla on 14 sukkaa.

---

b) Matilla on kaksi emohamsteria, molemmat saivat viisi poikasta. Poikasia on yhteensä kymmenen.

---

c) Kalle ostaa neljä vihkoa, yksi vihko maksaa kolme markkaa. Vihkot maksavat yhteensä kaksitoista markkaa.

---

d) Äiti ostaa kaupasta 12 omenaa ja jakaa ne kolmelle lapselleen.

---

e) Karamellipussissa on 24 karamellia. Anun syntymäpäivillä on kuusi vierasta. Anu antaa jokaiselle yhtä monta karamellia.

---

12. Piirrä kuva

a) Kaksi kertaa kolme

b) Kolme kertaa kaksi

c) Yksi kertaa neljä

d. Kaksitoista jaettuna kolmella

e) Kaksitoista jaettuna neljällä

13. Merkitse lasku. Laske.

a) Kuusi tyttöä myy jokainen 7 merkkiä.

Kuinka monta merkkiä he myyvät yhteensä?

---

b) Kahdeksan poikaa myy jokainen 9 merkkiä.

Kuinka monta merkkiä he myyvät yhteensä?

---

c) Jääkiekkotarra maksaa 6 mk kappale

Kuinka paljon 7 tarraa maksaa yhteensä?

---

d) Kolme poikaa jakaa 27 makeista keskenään tasan.

Kuinka monta kukin saa?

---

e) Viisi poikaa ostaa Marille 40 mk maksavan lahjan.

Kuinka paljon kukin joutuu lahjasta maksamaan?

---

14. Keksi sanallinen laskutehtävä:

$3 \cdot 6$

$24 : 6$

Liite 3:

(Opettajalle)

MATEMATIIKAN KESKEISEN OPPIAINEKSEN KOE
2. luokan lopussa ja 3. luokan alussa

SUULLISIA PÄÄSSÄLASKUJA

* Opettaja lukee jokaisen tehtävän kaksi kertaa.
* Luvut kirjoitetaan taululle.

Tehtävä	Vastaus	
 kissa	8	Mirrillä oli 15 kalaa. Se söi niistä 7 kalaa. Kuinka monta kalaa jäi jäljelle?
 koira	14	Musti löysi maasta 6 luuta. Sillä oli ennestään 8 luuta. Kuinka monta luuta Mustilla oli nyt yhteensä?
 lento-kone	29 mk	Sinulla on 25 mk rahaa. Saat kaveriltasi vielä 4 mk. Kuinka monta markkaa sinulla on nyt?
 lintu	12	Oksalla istuu 20 lintua. 8 lintua niistä lentää pois. Kuinka monta lintua jää oksalle?
 ihminen	75 cm	Punaisen hyppynarun pituus on 80 cm. Sininen hyppynaru on 5 cm lyhyempi. Kuinka pitkä on sininen hyppynaru?

Liite 2

MATEMATIIKAN KESKEISEN OPPIAINEKSEN KOE

2. luokan lopussa ja 3. luokan alussa

NIMI: ____________________

LUOKKA: ________ PISTEMÄÄRÄ: ______/ 50

1. Luonnolliset luvut

					0 1 2 3 4 5
______	______	_____ mk	______	______ cm	

Merkitse ruutuun < , > tai =

161 □ 116 | 203 □ 302 | 600 □ 599 0

2. Luonnolliset luvut

Jatka. 126, 127, 128, ____, ____, ____ 1

Jatka. 496, 497, 498, ____, ____, ____ 2

2.1 Lukukäsite

Luvussa 234 on 3

___ sataa, ___ kymmentä ja ___ ykköstä 4

Luvussa 605 on 5

___ sataa, ___ kymmentä ja ___ ykköstä 6

Kuinka paljon rahaa? 7

100 mk | 10 mk | 1 1 1 1 1 1 ________ mk 8

9

100 mk | 100 mk | 100 mk | 100 mk | 10 mk | 10 mk | 10 mk ________ mk

Jatkoa 2/3 kokeeseen Nimi: 2.

2.2 Yhteenlasku päässä

Laske. 7 + 8 = ___ 57 + 3 = ___

33 + 4 = ___ 46 + 9 = ___

0 1 2 3 4

2.3 Yhteenlasku allekkain

Laske allekkain.

62 + 25

Laske.

$$\begin{array}{r} 56 \\ +\,27 \\ \hline \end{array}$$

0 1 2

2. Vähennyslasku päässä

Laske. 13 − 5 = ___ 60 − 6 = ___

47 − 4 = ___ 54 − 7 = ___

0 1 2 3 4

2.5 Vähennyslasku allekkain

Laske allekkain.

68 − 36

Laske.

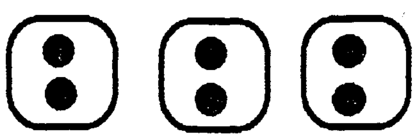
$$\begin{array}{r} 62 \\ -\,38 \\ \hline \end{array}$$

0 1 2

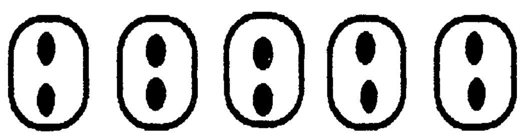
2.6 Kertolasku päässä

2.6.1 Kertolaskun käsite

Mikä kertolasku? K - S K - S



___ kertaa ___



___ kertaa ___

Piirrä 5 kertaa 2.

S - K

Piirrä 2 kertaa 4.

0 1 2 3 4

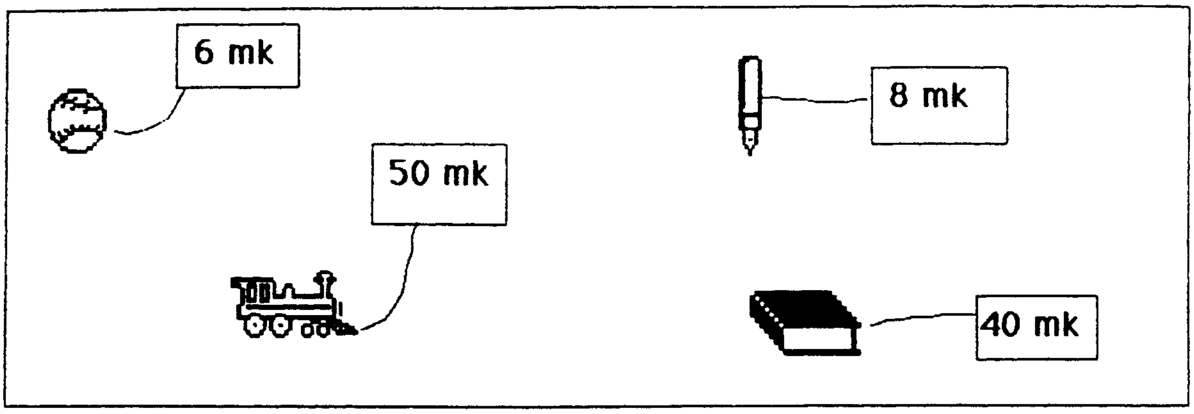
2.6.2 Kertolasku päässä

Laske. T S

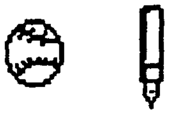
2 · 8 = ___ 6 · 5 = ___

0 1 2

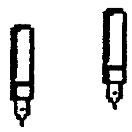
2.10
Sovelluksia



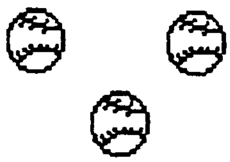
Laske ostosten hinta.

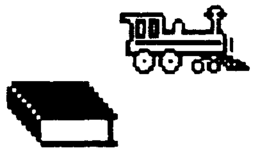

_____ mk


_____ mk


_____ mk


_____ mk


_____ mk


_____ mk

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

Kuinka paljon rahasta jää jäljelle?

Rahaa 10 mk 1 1 1 1 1 1

Ostos


Jää _____ mk

Rahaa 10 mk 10 mk 10 mk 10 mk 10 mk 10 mk

Ostos


Jää _____ mk

Rahaa 10 mk 10 mk 10 mk 10 mk 10 mk 10 mk 1 1 1 1

Ostos


Jää _____ mk

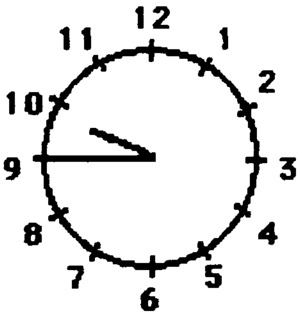
Rahaa 100 mk

Ostos

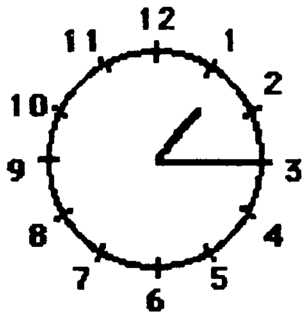

Jää _____ mk

7.
Mitta-
yksiköt

7.1
Aika



Kello on

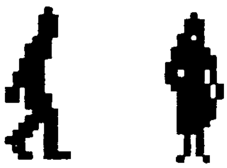


Kello on

0
1
2

7.2
Pituus

Opettaja lukee ääneen.



Kalle Liisa

98 cm 92 cm

Täydennä.

Kalle on ____ cm pitempi kuin Liisa.

Liisan pitää kasvaa vielä _____ cm,

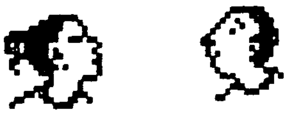
jotta hän olisi metrin pituinen.

0
1
2

7.3
Massa

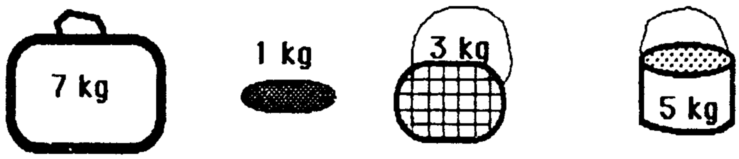
Opettaja lukee ääneen.

Mitkä kaksi allaolevaa esinettä Maijan pitää ottaa käsiinsä, jotta hän painaisi yhtä paljon kuin Ville?



Maija Ville

25 kg 35 kg



kassi kivi kori ämpäri

Vastaus: ________________ ja ____________________

0
1
2

13.
Geometriaa

Opettaja lukee ääneen.

Piirrä viivaimella kolmio ja nelikulmio.

0
1
2

Loppu

Liite 4: Taustatietolomake

Oppilaan nimi:______________________________

Luonne:____

____

Perhe:____

____

Harrastukset:____

____

Koulusuoriutuminen:____

____

Sosiaaliset suhteet:____

____

Muuta: (esim. erityisopetus)____

____

	Erittäin heikko	heikko	keskin-kertainen	hyvä	erinomainen
1. Millaiset ovat oppilaan matematiikan taidot?	1	2	3	4	5
2. Miten oppilas selviytyy matematiikan tunneilla?	1	2	3	4	5
3. Miten hyvin ratkaiset sanallisia tehtäviä?	1	2	3	4	5

Liite 5

OPPILAAN TARKKAAVAISUUDEN ARVIOINTILOMAKE

Arvioija:______________________________

Oppilas:______________________________

Mieti oppilaan käyttäytymistä viimeisen puolen vuoden aikana ja arvioi, kuinka hyvin seuraavat väittämät kuvaavat oppilasta. Rastita kuvaavin vaihtoehto.

	Kuvaa erittäin hyvin				Kuvaa erittäin huonosti
1. On usein vaikeuksia ylläpitää tarkkaavaisuutta tehtävissä tai leikeissä.	☐	☐	☐	☐	☐
2. On usein vaikeuksia toimia annettujen ohjeiden mukaisesti ja suorittaa tehtävät loppuun.	☐	☐	☐	☐	☐
3. Välttää usein tai on haluton suorittamaan tehtäviä, jotka vaativat pitkäjännitteistä henkistä ponnistelua.	☐	☐	☐	☐	☐
4. Pystyy suorittamaan kahta tehtävää samanaikaisesti (esim. kykenee solmimaan kengännauhat kun samalla tulee ottaa vastaan ohje ja ymmärtää se).	☐	☐	☐	☐	☐
5. Pystyy keskittymään omaan tehtäväänsä kun opettaja opettaa muita.	☐	☐	☐	☐	☐
6. Jaksaa seurata opetettavaa asiaa, eikä häiriinny epäolennaisesta.	☐	☐	☐	☐	☐
7. Vaihtaa sujuvasti työtapaa (esim. siirtyminen peruslaskutavasta toiseen saman opetusjakson aikana).	☐	☐	☐	☐	☐
8. Rutiinien muuttuminen aiheuttaa oppilaassa levottomuutta, oppilas vastustaa muutosta (esim. lukujärjestyksestä poikkeamista).	☐	☐	☐	☐	☐
9. Takertuu ensin käyttämäänsä työtapaan (pyrkii tekemään kaikki tehtävät saman "kaavan" mukaan).	☐	☐	☐	☐	☐
10. Vastaa usein ennen kuin kysymystä on ehditty kokonaan esittää.	☐	☐	☐	☐	☐
11. Keskeyttää tai häiritsee usein muita (esim. keskeyttää keskustelun tai leikin).	☐	☐	☐	☐	☐
12. Puhuu usein liikaa.	☐	☐	☐	☐	☐
13. Liikuttelee usein hermostuneesti käsiään tai jalkojaan tai vääntelehtii istuimellaan.	☐	☐	☐	☐	☐
14. Juoksentelee ja kiipeilee usein sopimattomissa tilanteissa..	☐	☐	☐	☐	☐
15. On jatkuvasti liikkeessä.	☐	☐	☐	☐	☐

Lähde:

Jokinen, A-M. 1996. Opettajille tarkoitetun tarkkaavaisuuden piirteitä erottelevan arviointilomakkeen kehittäminen. Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma. Erityispedagogiikan laitos. Jyväskylän yliopisto. Avoin yliopisto.

Haastattelijan instruktiot oppilaalle

Luen sinulle kolme sanallista ongelmaa, sinun ei tarvitse ratkaista niitä.

***1. Laatikossa on 42 helmeä. Ne jaetaan seitsemän lapsen kesken.
Kuinka monta helmeä jokainen saa?***

***2. Helmet ovat kahdessa rasiassa. Isossa on 23 helmeä ja pienessä 12 helmeä.
Helmet jaetaan tasan viiden lapsen kesken. Kuinka monta helmeä kukin saa?***

3. Mieti kuinka monin tavoin voit jakaa 24 markkaa siten, että jokainen saa yhtä paljon.

Nyt haluaisin sinun vastaavan seuraaviin kysymyksiin. Vastaukset kirjataan ylös.
(Oppilaalle annetaan haastattelun A-osa)

B-osa

Nyt haluaisin sinun ratkaisevan nämä ongelmat. Jos sinulla on ongelmia lukemisessa tai sanojen ymmärtämisessä, voit pyytää minulta apua. Kerro kun olet valmis. (Oppilaalle annetaan yksi tehtävä/ongelma kerrallaan. Kun oppilas on valmis, jatketaan kyselemistä: haastattelun B-osa)

(B-osan kysymysten jälkeen oppilaalle annetaan noin viideksi minuutiksi muuta ajateltavaa. Sen jälkeen kysytään vielä viimeinen kysymys.) **21. Millä tavoin ratkaiset matematiikan sanallisia tehtäviä?**

Nimi_______________________________ Luokka_______Pvm________ A-osa 2/5

	Erittäin heikko	heikko	keskin-kertainen	hyvä	erinomainen
1. Millaiset ovat matematiikan taitosi?	1	2	3	4	5
2. Miten selviydyt matematiikan tunneilla?	1	2	3	4	5
3. Miten hyvin ratkaiset sanallisia tehtäviä?	1	2	3	4	5

4. Pidätkö matematiikasta? en lainkaan joskus useimmiten aina

5. Miksi pidät/et pidä matematiikasta?____

____

6. Pidätkö sanallisten tehtävien ratkaisemisesta? en lainkaan joskus useimmiten aina

7. Miksi pidät/et pidä sanallisten tehtävien ratkaisemisesta?_____________________________

____

8. Miten sinua on opetettu ratkaisemaan sanallisia tehtäviä?______________________________

____

9. Kerro strategioista, joita käytät sanallisten tehtävien ratkaisussa eli miten suunnittelet tehtävän tekemisen ja mitä laskutapoja käytät?

____

____

1. Kuinka monta kertaa luet tehtävän?

2. Miten luet sanallisia tehtäviä? Mihin asioihin kiinnität huomioita?

3. Jos et ymmärrä jotain tehtävässä, mitä teet?

4. Mitä kysymyksiä esität itsellesi lukiessasi tehtävää?

5. Mitä muuta teet lukiessasi sanallista tehtävää?

6. Mikä auttaa sinua muistamaan, mitä tehtävässä sanotaan?

7. Yritätkö yleensä sanoa tehtävän 'omin sanoin'

Helmet ovat kahdessa rasiassa. Isossa on 23 helmeä ja pienessä 12 helmeä. Helmet jaetaan tasan viiden lapsen kesken. Kuinka monta helmeä kukin saa?

8. Kun sanot tehtävän omin sanoin, mistä tiedät että olet ymmärtänyt oikein?

9. Teetkö tehtävistä piirroksia tai näetkö tehtävän mielessäsi? Millaisen kuvan? Kuinka usein ja milloin piirrät kuvia tehtävistä?

10. Miten suunnittelet sanallisen tehtävän ratkaisemista? Miten suunnittelit esimerkkitehtävän ratkaisemista?

11. Miten käytät suunnitelmaasi tehtävän ratkaisemisessa?

12. Mistä tiedät mitä laskutoimitusta käyttää?

13. Mistä tiedät montako vaihetta laskussa on?

14. Mitä on arvioiminen?

15. Arvioiminen on sitä, että ennustaa vastauksen käyttäen apuna tehtävän antamia tietoja. Miten arvioiminen auttaa sanallisen tehtävän ratkaisemisessa?

16. Miten arvioit/ennustat vastauksen ennen kuin olet laskenut sanallisen tehtävän?

17. Miten vertaat arviotasi lopulliseen vastaukseen?

18. Mistä tiedät, että olet laskenut oikein?

19. Mitä on tarkistaminen?

20. Miten tarkistat, että olet ratkaissut sanallisen tehtävän oikein?

Kiitos !