1582

MATEMATIIKAN RIKASTUTTAMISOHJELMAN VAIKUTUS MATEMATIIKAN OPPIMISEEN ENSIMMÄISEN LUOKAN SYKSYN AIKANA

Carita Vesander

Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma
Kevät 1999
Erityispedagogiikan laitos
Jyväskylän yliopisto

Matematiikan rikastuttamisohjelman vaikutus matematiikan oppimiseen ensimmäisen luokan syksyn aikana

Carita Vesander, Erityispedagogiikan pro-gradu -tutkielma, 1999

Tiivistelmä

Matematiikan opetukseen kohdistetaan yhä enemmän muutospaineita. Mekaanisen laskutaidon sijaan painotetaan matemaattisten prosessien ymmärtämistä. Ymmärtämisen edellytyksenä on joustavien, tilanteiden mukaan vaihtelevien toimintastrategioiden oppiminen. Toiminnallisilla opetusmenetelmillä voidaan aktivoida oppilasta tiedon prosessointiin. Matematiikan konkretisoinnilla pyritään ennaltaehkäisemään matematiikan oppimiseen liittyviä oppimisvaikeuksia, jotka ovat seurauksena yleensä liian nopeasta symboliselle tasolle siirtymisestä.

Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää matematiikan rikastuttamisohjelman vaikutusta ensimmäisen luokan oppilaiden matematiikan perustaitojen oppimiseen. Tutkimukseen osallistui kaksi samassa kaupunginosassa toimivaa perusopetuskoulua. Koulut valittiin harkinnanvaraisesti. Tutkimusjoukko käsitti 84 ensimmäisen luokan oppilasta. Koeryhmässä oli 52 oppilasta kolmesta eri luokasta. Kontrolliryhmässä oli 32 oppilasta kolmesta eri luokasta. Koeryhmän lapset noudattivat yleisopetuksen opetussuunnitelmaa, samoin kontrollikoulun kaksi luokkaa. Kolmas kontrolliluokka oli "starttiluokka", jossa oli normaalisti koulunsa aloittavia ensimmäisen luokan oppilaita. He noudattivat kuitenkin mukailtua opetussuunnitelmaa (ei virallisesti minkään erityisopetuksen alueen opetussuunnitelma). Tutkimuksessa suoritettiin matematiikan perustaitojen alkumittaus elokuussa 1998 ja loppumittaus joulukuussa 1998. Tutkimuksessa käsiteltiin mm. lukusuunnan ja lukukäsitteen hallintaa sekä yhteen- ja vähennyslaskutaitoja, jotka ovat alkuopetuksessa olennaisia. Näitä taitoja mitattiin tätä tutkimusta varten laaditulla Matemaattisten Perustaitojen Mittaus (MPM) -testillä.

Tutkimuksen koeryhmä osallistui syyslukukauden 1998 aikana (1h/viikko) matematiikan rikastuttamisohjelmaan, joka perustui Piaget'n (esim. 1952b) ja Vygotskyn (1978) teorioihin lasten ajattelun kehityksestä. Nämä loivat käsitteellisen perustan Galperinin (esim. 1957) teoriassaan esittämälle matematiikan menetelmälliselle toteutukselle. Teoriat valittiin alkuopetuksen näkökulmasta.

Keskiarvotarkastelujen mukaan matematiikan perustaidoissa tapahtui edistymistä syksyn aikana. Kontrolloitaessa tilastollisesti alkumittauksen tulokset, matematiikan rikastuttamisohjelmalla ei ollut vaikutusta oppimiseen. Jatkoanalysoinnissa tarkasteltiin erikseen heikkojen oppijoiden suoriutumista. Heidän suorituksensa eivät olennaisesti poikenneet koe- ja kontrolliryhmien kesken. Tutkimustulokset osoittivat ensimmäisen luokan oppilaiden olevan matematiikan perustaidoiltaan varsin heterogeenisiä.

<u>Avainsanat:</u> toiminnallinen oppiminen, käsitteiden muodostuminen, alkuopetuksen matematiikka

SISÄLTÖ

1 JOHDANTO

Kehitystason mukainen opetus on jokaisen oppilaan oikeus. Toiminnallisen oppimisen avulla voidaan pyrkiä kohti ymmärtävää matematiikan oppimista. Sujuvien ja käyttökelpoisten ratkaisustrategioiden merkitys korostuu mm. päässälaskujen sekä yhteen- ja vähennyslaskutehtävien ratkaisemisessa (Mutanen 1998). Opittavien asioiden liian aikainen käsitteellistäminen ja symboliikan käyttö edistävät oppimisvaikeuksien syntymistä (Ikäheimo 1997).

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää matematiikan rikastuttamisohjelman, matematiikkakerhotoiminnan, vaikutusta ensimmäisen luokan oppilaiden matematiikan perustaitojen oppimiseen. Rikastuttamisohjelmalla pyrittiin ensisijaisesti vastaamaan erityispedagogiikan keskeisen kohderyhmän eli heikkojen oppilaiden oppimisen tukemiseen.

Tutkimukseen osallistui kaksi samassa kaupunginosassa toimivaa perusopetuskoulua. Koulut valittiin harkinnanvaraisesti. Tutkimusjoukko käsitti 84 ensimmäisen luokan oppilasta. Koeryhmässä oli 52 oppilasta ja kontrolliryhmässä 32 oppilasta. Tässä tutkimuksessa käsiteltiin alkuopetuksessa olennaista lukukäsitteen hallintaa sekä yhteen- ja vähennyslaskutaitoa. Näiden matematiikan perustaitojen alkumittaus suoritettiin elokuussa 1998 ja loppumittaus joulukuussa 1998. Mittaukset tehtiin tätä tutkimusta varten laaditulla Matemaattisten Perustaitojen Mittaus (MPM) -testillä. Tutkimuksen tuloksina esitettiin ryhmien testipistemäärien keskiarvo- ja keskihajontatiedot. Rikastuttamisohjelman vaikuttavuus testattiin t-testillä. Tutkimusjoukko oli jo aluksi hyvin heterogeeninen, joten tulosten varmistamiseksi vaikuttavuutta testattiin myös loppumittauksen kovarianssianalyysillä, jossa kovarianttina oli alkumittaus.

Koeryhmä osallistui syyslukukauden 1998 aikana (1h/viikko) matematiikan rikastuttamisohjelmaan. Tämän ohjelman perustana olevat teoriat määräytyivät alkuopetuksen lähtökohdista. Niiden avulla voidaan pyrkiä toteuttamaan erästä alkuopetuksen keskeisintä oppimismuotoa, konkreettista toimintaa. Piaget'n (1952) teoriassa lasten moraalinen kehitys kulkee ajattelun prosessien mukana. Se luo osaltaan edellytyksiä yhteistoiminnalliselle oppimiselle.

Vygotsky (1987) laajentaa Piaget'n esittämää näkemystä sisäisen puheen merkityksestä toiminnan ohjaajana. Sisäisen puheen merkitystä Mutasen (1998) esittämien pätevien ratkaisustrategioiden hallinnassa ei voida jättää huomioimatta. Monet tutkimukset ovat todenneet sisäisen puheen erityisen merkityksen toiminnan itseohjaajana vaativien ja vaikeiden tehtävien aikana. Galperinin (esim. 1969) teoriassa on viety Piaget'n (1952b) ja Vygotskyn (1978) kehitysnäkemyksiä käytännön (luokkahuone) toiminnan tasolle. Tämä toiminta etenee huomioiden edellisten kehitysteoreetikkojen näkemykset lasten ajattelun kehityksestä.

Ajattelun perustana matematiikan soveltamisessa on reaalimaailman tilanteesta ja kielestä siirtyminen abstraktiin ja symboliseen matematiikan kieleen ja kääntäen. Opittuaan rakentamaan tietonsa itse oppilas on oppinut niiden yhteyden ja näin ollen pystyy yleistämiseen ja soveltamiseen.(Yrjönsuuri 1997.) Yrjönsuuren (1997) esittämään toteamukseen sisältyy Piaget'n (1952b), Vygotskyn (1978) ja Galperinin (1969) teorioiden ydin, joka oli tässä tutkimuksessa toteutetun matematiikan rikastuttamisohjelman lähtökohtana. Piaget'n ja Vygotskyn näkemykset olivat toiminnan käsitteellisenä perustana, Galperinin käsitykset ohjasivat toiminnan käytännön toteuttamista. Edellisten kehitys-teoreetikkojen näkemykset loivat edellytykset mm. Ikäheimon (1997) esittämälle pienten lasten matematiikan opetuksen luonteelle.

Matematiikan opetuksen täytyisi olla esiopetuksessa hauskaa, innostavaa ja yhteistoiminnallista. Keskeisiä työskentelytapoja ovat leikinomaisuus ja toiminnallisuus. Lasta täytyisi alusta alkaen kannustaa puhumaan ääneen ja selostamaan toimintaansa toisille. Käsitteiden nivominen leikkeihin, peleihin ja tarinoihin auttaa käsitteiden lisääntymisessä ja selkiytymisessä varmemmin. Tätä edistää myös lapsen joutuminen ilmaisemaan ajatteluprosessinsa sanoina. Tärkeintä on kaikkien lasten ajattelun kehittyminen.(Ikäheimo 1997.) Näiden esiopetuksen matematiikalle asetettujen tavoitteiden huomioiminen myös alkuopetuksessa mahdollistaa lapsen kehitystason mukaisen oppimisen.

2 MYSTINEN MATEMATIIKKA

Matemaattista suoriutumista perustellaan usein yrittämiseen, ponnistelujen määrään sekä kykyyn liittyvin selityksin eli tulkinnoilla lapsen lahjakkuudesta. Nämä käsitykset lapsi omaksuu nopeasti. Matematiikan oppimista pohditaan myös sattumanvaraisuuden, tehtävän vaikeuden tai "tuurin" pohjalta. Näihin oppimisvaikeuksiin liittyy kuitenkin melkein aina voimakas tunnepitoinen asenne.(Ekebom, Helin & Tulusto 1989,50.)

Joidenkin oppilaiden jo alkuvaiheessa muodostuneeseen käsitykseen ja toimintatapaan matematiikan oppijana kuuluu älyllisen vastuun karttaminen tästä oppimisprosessista. He eivät mieti laskutoimitusten tarkoitusta vaan toiminta on suuntautunut sosiaalisten odotusten täyttämiseen. Nämä lapset pyrkivät kaikin mahdollisin keinoin oikeiden vastauksien antamiseen muistamalla ulkoa mekaanisesti suuren määrän erilaisia peruslaskutoimitusten tuloksia sekä tulkitsemaan erilaisten vihjeiden perusteella, miten päästä oikeaan vastaukseen tarvitsematta itse ajatella syvällisesti tehtävää. Tällaisille lapsille matematiikka on yksityisten vastausten tuottamista. Monien oppilaiden on nähty selviävän koulumatematiikassa varsin pitkälle, kuitenkaan ymmärtämättä matemaattista ajattelua. Ilman omaa matemaattista ajattelua suorituksia ei voida valvoa.(Ekebom ym. 1989,51.)

Monissa yhteyksissä on todettu, ettei lapsen oma luonnollinen aritmetiikka ja numerosymboleita, laskutoimitusmerkkejä yms. sisältävä koulun matematiikka kohtaa. Näin koulun matematiikasta tulee lapselle uusi tiedonalue, jota hän ryhtyy opettelemaan irrallisena aiemmasta ymmärryksestä ja luonnollisesta aritmetiikastaan. Lasten matemaattinen ajattelu on jo pitkälle kehittynyttä heidän tullessaan kouluun. Tämä ajattelu on syntynyt askartelussa, peleissä, leikeissä ja ympäristössä liikkuessa. Lukumääriin perustuvat loogiset päätelmät, sekä erilaiset joukko-operaatiot ovat yleensä luonnollisesti opittuja. Erot lasten välillä näkyvät ennemminkin kulttuurisesti välittyneessä matemaattisessa taidossa, esim. lukujonostandardin (kyky luetella lukuja peräjälkeen) osaamisessa. Numerosymbolien käyttöönottamisessa koulun alkuvaiheessa tulisi samanaikaisesti toimia lapsille ennestään tuttujen konkreettisten mallien parissa. Lasten arkipäivään liittyvien esineiden kanssa täytyisi tehdä loogisia harjoituksia uusia laskutoimituksia opeteltaessa.(Ekebom ym. 1989, 52-54.)

2.1 Matematiikan oppimisen edellytyksiä

Useat kielelliset taidot sekä spatiaalisten käsitteiden hallinta ja niiden avulla tapahtuva operoimiskyky ovat matematiikan oppimisen edellytyksiä.(Häyrinen 1997,63.) Kielen ja matematiikan oppimisen välillä on todettu selviä yhteyksiä, esim. matematiikan oma sanasto.(Cawley & Miller 1989.) Päässälaskutoimitusten aikana tarvitaan kykyä lukujen mielessä säilyttämiseen. Sanallisissa tehtävissä ymmärtäminen on olennainen kyky. Taidot kehittyvät hierarkkisesti lapsen kehittyessä. Vähitellen eri aistipiirien havainnot ja yksinkertaisemmat osatoiminnot muodostavat monimutkaisempia yhteistoimintoja.(Häyrinen 1997,63.)

2.2 Opetuksen lähtökohtana konkreettisuus

Kirjassa "Lumiukkoko tiedettä" Leena Aho esittää lähtökohtien konkreettisuuden, opetuksen aloittamisen ympäristössä olevista ilmiöistä tärkeäksi luontoa koskevalle opetukselle etenkin peruskoulun ala-asteella. Lapsen kehityksen myötä edetään konkreettiselta ajattelun tasolta yhä korkeammalle käsitteellisyyden tasolle eli abstraktioon. Tässä oppimisessa lähtökohtana on usein oman ympäristön ilmiöt, joita havainnoidaan, niistä keskustellaan, luokitellaan havaintoja, pohditaan havaintojen pohjalta muodostettavia käsitteitä sekä opitaan erilaisuutta ja samanlaisuutta. Tällöin opitaan asioiden välisten suhteiden huomiointia. Aiemmin omaksuttu tiedonrakenne vaikuttaa havainnointiin. Näin ollen eri ikä- ja kehitystasolla olevien oppilaiden kanssa voidaan käsitellä samaa käsitettä ja ilmiötä, kuitenkin näkökulmaa vaihtaen. Nykyään oppimiseen liitetään olennaisesti avoimen ongelmanratkaisun tilanteet eli oppilaat itse tekevät käsiteltävästä aihepiiristä olennaisia kysymyksiä myös suunnitellen miten näihin kysymyksiin saataisiin vastaus. Tämä on lapsille luonnollista toimintaa. Kouluoppiminen on kuitenkin pitkälti toiminut sen käsityksen mukaan, että lapsi oppii hänelle kysymyksiä tekemällä ja niihin vastauksia antamalla.(Aho 1991,10.)

2.3 Ajattelu alkaa älyllisestä konfliktista

Michael Shayer on esittänyt neljä korkeatasoiseen muodolliseen ajatteluun perustuvaa periaatetta, joiden huomioimisen on todettu edistävän myös ajattelun kehittymistä ja johtavan pitkäkestoiseen, pysyvään suoritustason paranemiseen. 1) Tämän mukaan ajattelun lähtökohdaksi tarvitaan älyllinen konflikti. Hyvän älyllisen konfliktin luomisella ja sen kehittämisellä on olennainen merkitys.(Hautamäki 1991,22.) 2) Miettimisellä tarkoitetaan oppijan oman ajattelunsa ja älyllisen toimintansa selvittelyä. 3) Opitun yleistäminen edellyttää miettimistä, älyllisen työn tekemistä. 4) Shayer viittaa silloittamisella uuden ajattelutaidon yleistämiseen eli sen siirtämiseen erityisestä yhteydestä toisiin konteksteihin.(Adey, Shayer, Yates 1989, Adey, Shayer, Yates 1991, Hautamäki 1991,22-23.)

3 MATEMATIIKAN OPPIMINEN ALKUOPETUKSESSA

Matematiikan oppimiseen liittyviä asioita käsitellään yleisesti sekä erityisesti alkuopetuksessa tehtyjen tutkimusten avulla. Yleinen tarkastelu on tärkeää alkuopetuksen toimintoja ohjaavana tekijänä. Peruskoulun myöhemmillä luokilla ilmenevien matematiikan oppimisvaikeuksien luonteen tunteminen edistää sopivien ennaltaehkäisevien opetusmenetelmien kehittämistä jo alkuopetuksessa. Toisaalta minkä tahansa uuden käsitteen tai toiminnon oppiminen vaatii aina jonkinasteista paluuta alkuoppimiseen.

Matematiikan oppimisen juuret ovat Lurijan ja Vygotskyn (1992) mukaan kaukana historiassa. Primitiivisillä ihmisillä laskeminen perustui konkreettiseen havaitsemiseen, luonnolliseen muistamiseen ja vertailuun.(Lurija & Vygotsky 1992,72.) Esimerkiksi suuri luku havaittiin aluksi jonkinlaisen kuvan mielikuvana - mielikuvan ja määrän sulautumisena yhdeksi kokonaisuudeksi. Tämän vuoksi primitiivinen ihminen ei pystynyt abstraktiin laskemiseen. Laskemaan kyettiin laskemisprosessin ollessa yhteydessä todellisuuteen. Lukusanat olivat aina jotakin konkreettista osoittavia nimiä. Lukusanan mielikuvaa tai muotoa käytettiin tietyn määrän symbolina. Nämä ovat usein yksinkertaisesti muistin apukeinoja. Merkkienkin käyttö oli puhtaasti konkreettista ja visuaalista. Yksinkertaisin laskemismenetelmä oli kehon osien ja useiden subjektiryhmien välinen vertailu. Tämä edusti jonkinlaista laskuvälinettä. Se oli enemmänkin muistin tukikeino kuin numeerinen operaatio.(Lurija & Vygotsky 1992,74.)

Paperipalasten järjestäminen käsien ja varpaiden sijaan on esimerkkinä konkreettisesta abstraktiosta luonnostaan preloogisessa ajattelussa. Tällöin yritettiin toimia ulkopuolisen muistin avulla. Ulkoa tulevat muistettavat asiat järjestettiin sisäisten prosessien avulla. Kontrolloitava ulkoinen toiminta kuitenkin syrjäytti sisäiset operaatiot. Aritmetiikkamme ensimmäisen tason muodostaa vähitellen puoliabstraktiksi, puolikonkreetiksi kehittyvä konkreettinen laskutapa (kehon osien käyttäminen laskemisessa). Loogista suhdetta ei ole ilman elävää konkreettia asioiden välistä yhteyttä. Konkreettisten muistitekniikoiden (sormien tai keppien käyttö) apuun turvaudutaan ylitettäessä tietyt kapasiteettirajat. Tämä luonnollisen aritmetiikan yhdistelmä (määrien suora havainnointi) ja muistitekniikat ovat olennaisin primitiivisen laskemisen piirre. Leroi vertaa tätä aritmetiikkaa oppimattomaan laskemiseen ja visuaalisten lukujen käyttöön (diagrammit) yhteiskunnassamme.(Lurija & Vygotsky 1992, 75-79.)

3.1 Ymmärtäminen mentaalisten verkkojen kasvuna

Matematiikan oppimisen ymmärtämiseksi täytyy tarkastella ymmärtämisen neuraalista perustaa. Ymmärtäminen voidaan määritellä informaation esittämis- ja strukturointitavalla. Matemaattinen idea, toimenpide tai fakta on ymmärretty, jos se/sen mentaalinen edustus on osa sisäistä verkkoa. Sisäisellä verkolla tarkoitetaan neurologisen perustan "tarkoituksenmukaista" järjestäytymistä oppimisen kannalta. Ymmärtämisen aste määräytyy tässä verkossa olevien yhteyksien määrän ja vahvuuksien mukaan. Täydellinen ymmärtäminen edellyttää tietojen yhdistymistä olemassaoleviin verkkoihin vahvemmilla tai useimmilla yhteyksillä. Oppilaat rakentavat monenlaisia yhteyksiä mentaalisten verkkojen välillä, esim. "palikkatyöskentelyn" yhdistäminen kirjoitettuihin symboleihin. Suhteiden rakentaminen tapahtuu ajattelemalla ja keskustelemalla samanlaisuuksista ja erilaisuuksista aritmeettisten toimenpiteiden välillä. Tarkoituksena on auttaa oppilaita koherentin mentaalisen verkon, jossa kaikki osat liittyvät toisiinsa monenlaisin yhteyksin, rakentamisessa. Muutoksia verkoissa voitaisiin kuvata parhaiten uudelleenorganisaatioina. Representaatiot järjestetään uudelleen, uusia yhteyksiä muodostetaan ja vanhoja yhteyksiä saatetaan muuttaa tai hylätä.(Hiebert & Carpenter 1992, 67-69.)

Olennaista konkreetin materiaalin käytössä on sen läheisyys matemaattisiin suhteisiin. Mitä läheisempi vastine materiaalien piirteiden ja matemaattisten suhteiden välillä on, sitä enemmän kontekstuaalista tukea oppilas saa aiottujen yhteyksien rakentamiseen.(Hiebert & Carpenter 1992,70.) 1-3 luokkien aikana toteutetussa tutkimuksessa todettiin lapsilla muodostuvan uusia toimintoja joko niitä luomalla tai adaptoimalla tunnettuja, muiden havainnollistavia toimintoja uusien ongelmien ratkaisemiseksi. Molemmissa tapauksissa käsitteellinen ymmärtäminen helpottaa prosessin saavuttamista.(Hiebert & Wearne 1997.)

Ymmärtäminen saattaa olla olennaista sopivien keksintöjen konstruoimiselle tai olemassa-olevien toimintojen muokkaamiselle. Toimintojen adaptoimiselle tämä saattaa olla hyödyllistä, mutta ei välttämätöntä. Toiminnon adaptoiminen on mahdollista yhdistämättä sitä ymmärtämiseen. Ymmärtämisen ja taidon määrittäminen on vaikeaa niitä mittaavien toimintojen rajojen ollessa häilyviä.(Hiebert & Wearne 1997.)

1.-2. luokan oppilaita tutkittaessa todettiin, että ymmärtämisen ja suoriutumisen välistä separaatiota on vähemmän ohjauksen tukiessa lasten ymmärtämistä.(Cobb, Wood, Yackel, Nicholls, Wheatley, Trigatti & Perlwitz 1991; Fuson&Briars1990.) Opetuksessa on tärkeää huomioida oppilaiden käsitteellisen ymmärtämisen syvyyden ja proseduraalisen taitavuuden mahdollinen muuttuminen eri aikoina ja asteina.(Hiebert & Wearne 1997.)

Ennen minkäänlaista ohjausta ymmärtäminen ja taito näyttävät olevan aika läheisesti yhteydessä. Kuitenkin jonkinlainen ohjaus voi äkkiä muuttaa oppilaan taitoja ymmärryksen edelle. Tavanomaisessa opetuksessa oppilaat todennäköisemmin suoriutuvat oikein ennen korkeamman tason ymmärryksen osoittamista selittäen mahdollisesti käyttämiensä toimintojen merkitystä. Käsitteellinen ymmärtäminen on tärkeää toimintojen kehityksessä ja omaksumisessa.(Hiebert & Wearne 1997.)

Ymmärtämisen mahdollistavia tekijöitä

Opetussuunnitelman ja opetuksen pitäisi perustua asioiden ongelmallistamisen sallimiseen. Perustana täytyisi olla John Dewey'n reflektiivisen kyselemisen idea. Ongelmat reflektiiviseen kyselemiseen saadaan lasten jokapäiväisestä elämästä tai matematiikan maailmasta, ne syntyvät lapsen taholta tai opettaja esittää ne. Mahdollisuuksia on monia, kyse ei ole joko-tai -tilanteesta.(Hiebert, Carpenter, Fennema, Fuson, Human, Murray, Olivier & Wearne 1996.)

Määrän pysyvyyttä mittaavissa tehtävissä suoriutumisen on todettu paranevan iästä ei koulutuksesta riippuen. Tarkkuus mentaalisessa laskemisessa parani koulutuksen, ei iän myötä. Kuitenkin lasten erilaisten ratkaisutoimenpiteiden käyttämiseen (esim. korjaaminen) kouluopetuksen määrä ei vaikuttanut. Perusmatematiikan taitojen alueella, kouluopetuksen määrän vaikutukset voivat olla hyvin spesifejä, ikään liittyviä tekijöitä. Matematiikan perustaitojen kehittymisessä muilla tekijöillä kuin kouluopetuksen määrällä on merkittävä rooli.(Bisanz, Dunn & Morrison1995.) Määrän säilyttämiskyvyn kehittymisessä olennaisesti tarvittavien päättely- ja määrällisten taitojen todetaan kehittyvän kouluopetuksen määrästä riippumatta.(Gelman & Baillargeon 1983.)

Normaalisti kehittyvät lapset oppivat ensimmäisellä ja toisella luokalla toisiinsa kuuluvaa kolmenlaista matematiikkaan liittyvää tietoa: 1) käsitteellistä tietoa eli taustalla olevien käsitteiden ymmärtämistä (esim. käsitteet enemmän ja lisätä), 2) proseduraalista tietoa, tietoa laskemisen ja aritmeettisten operaatioiden säännöistä, esim. lisäämisestä, 3) deklaratiivista tietoa, tietoa muistettavasta matemaattisesta materiaalista, johon sisältyy lukujen nimet, lukujen sarjoittainen/perättäinen järjestys ja valitut laskutiedot, esim. 2+3=?.(Fazio 1996.)

Evans ja Goodman (1995) ovat esittäneet kolme oppimiseen erityisesti vaikuttavaa tekijää; 1) lapseen liittyvät piirteet, 2) opetusmetodiin eli pedagogiikkaan liittyvät piirteet sekä 3) kyseiseen oppiaineeseen (esim. matematiikkaan) liittyvät tekijät. Aikaisemmin opitun osuuttakaan ei pidä unohtaa.(Evans & Goodman 1995.)

3.2 Lapsi oppijana

Minäkäsitys, sukupuoli ja oppiminen

Laskemisvaikeuksista (Jordan, Levine & Huttenlocher 1995) tai oppimisen tuloksena syntynyt huono minäkuva itsestä "matemaatikkona" saattaa olla eräs syy heikkoon suoriutumiseen. Epäonnistumisen pelko matematiikkaa kohtaan johtuu osaltaan kyvyttömyyden kokemuksesta menestyä siinä. Opettajan tehtävä on tässä tilanteessa auttaa lasta positiivisemman minäkuvan rakentamisessa tarjoamalla tilaisuuksia, joissa lapsi voisi kokea menestyvänsä. Tähän voidaan vaikuttaa mm. tehtävien suunnittelulla (Evans & Goodman 1995).

Matemaattista menestymistä on joskus yritetty selittää sukupuolieroilla, mutta todisteita poikien paremmuudesta ei ole. Poikien ja tyttöjen on kuitenkin todettu lähestyvän matematiikkaa erilaisin kokemuksin ja asentein.(Evans & Goodman 1995.) Hannula, Kupari ja Räsänen (1997) spekuloivat Lubinskin ja Humphreysin (1990) tutkimuksen perusteella mahdollisista pojille sallitummista erilaisista käyttäytymismalleista. Tämän perusteella pojat saisivat myös koetilanteessa valita laajasta "esiintymisrepertoaarista" sopivan käyttäytymismallin, vaihdellen kilpailullisuudesta hälläväliä -tyyliin. Tätä pidetään meidän kulttuurissamme tytöille vähemmän tyypillisenä tai tytöille "sopimattomana.

Oppimistyylien merkitys

Saracho (1995) esittää kenttäsidonnaisten ja kentästä riippumattomien yksilöiden piirteiden olevan hyvin laajalle leviäviä. Kenttäsidonnaisten yksilöiden olennaisimpia piirteitä ovat mm. luottamus ympäröivään havaittuun kenttään, riippuvuus auktoriteetista, vahva mielenkiinto ihmisiin sekä sensitiivisyys toisia kohtaan. Tällainen henkilö suosii yhteistoiminnallisia tehtäviä, ympäristön kokemista suhteellisen globaalisesti. Kentästä riippumattomia yksilöitä luonnehtii mm. objektien havaitseminen kentästä erillisinä, kyky abstrahoida tietty kohta ympäröivästä kentästä sekä erilaisessa kontekstissa esitettävien ja uudelleenorganisoitavien ongelmien ratkaiseminen. He orientoituvat aktiiviseen selviytymiseen, saattavat olla kylmiä ja etäisiä, sosiaalisesti "eristyneitä", mutta heillä on selvät analyyttiset taidot. Työskentelyn mahdollistavat tehtävät ovat tällaisille henkilöille sopivia. Sarachon (1995) mukaan suhteellisen kentästä riippumattomat oppilaat menestyvät merkittävästi paremmin matematiikassa, luonnontieteissä ja tekniikassa verrattuna kenttäsidonnaisiin oppilaisiin. Kognitiivinen tyyli saattaa vaikuttaa havaittuihin eroavaisuuksiin suoriutumisessa.(Saracho 1995.)

Gordon Pask (1976) erottaa kaksi erilaista kognitiivista tyyliä; serialistinen ja holistinen. Serialistit suosivat oppimisessa pieniä, hyvin määriteltyjä tietämyksen ja ymmärryksen perättäisen/sarjallisen rakentumisen mahdollistavia askeleita. Holistit sen sijaan työskentelevät enemmän tutkivalla tavalla. Heidän toimintaansa määrittää korkeamman tason ajatteluntaidot ja aikaisemman tiedon ja kokemuksen uudelleenkonstruointi.(Pask 1976, Evansin & Goodmanin 1995 mukaan.)

Sharma (1989) on tunnistanut kaksi matematiikan oppimisen persoonallisuustyyppiä: kvantitatiivisen ja kvalitatiivisen oppijan. Edellistä voisi verrata serialistiseen tyyliin oppijan suosiessa sarjallisuutta ja järjestystä painottavaa opetusta. Matematiikan lähestymistapa on deduktiivinen ja konvergentti. Ongelmanratkaisutilannetta lähestytään todennäköisesti valitsemalla ja soveltamalla sopivaa ärsykevastaavuuteen perustuvaa "reseptiä". Kvalitatiivinen oppija on lähestymistavaltaan holistinen suosien intuitioon, eikä niinkään järjestykseen, rohkaisevaa opetusta. Matemaattista lähestymistapaa kuvaa induktiivisuus ja divergenttiys.(Sharma 1989, Evansin & Goodmanin 1995 mukaan.)

3.3 Oppimisympäristön ja opetusmenetelmien merkityksellisyys oppimisessa

Oppimisympäristöllä on tässä yhteydessä fyysistä ympäristöä laajempi merkitys. Sillä tarkoitetaan yleisen pedagogisen näkemyksen synnyttämää oppimisilmapiiriä. Käytännössä annetut eritasoiset tehtävät ovat oppimisympäristöön sisältyvien opetusmenetelmien palveluksessa.

Matemaattisten ideoiden ajattelussa ja kommunikoinnissa tarvitaan niiden esittämistä jollakin tavalla. Kommunikaatio vaatii ulkoisia kuvauksia, esim. puhutun kielen muodossa, kirjoitetuin symbolein, kuvin tai fyysisten objektien muodossa.(Lesh, Post & Behr 1987.) Matematiikan ilmiöiden kuvaamisessa täytyy huomioida sekä ulkoiset että sisäiset kuvaukset. Oppilaan toimivalla ulkoisen kuvauksen muodolla (fyysiset materiaalit, kuvat, symbolit jne.) on vaikutusta määrän tai suhteen sisäisesti esittämisen tapaan.(Hiebert & Carpenter 1992,66.)

Tutkimuksissa todettiin 2. luokan oppilaiden keskustelevan enemmän konstruktivistisemmassa opetuksessa. He käyttivät pidempiä vastauksia ja kirjoittivat ongelmanratkaisuistaan.(Fennema, Carpenter, Franke, Levi, Jacobs & Empson 1996; Hiebert & Wearne 1993.) Toimintatasot ovat tällöin korkeammat tai suurimmasta osasta asioita saadaan enemmän "irti". Opetuksessa käytetään vähemmän ratkaistavia ongelmia ja aikaa vietetään jokaisen ongelman kohdalla enemmän. Ainutlaatuisen ongelman ratkaiseminen vie enemmän aikaa kuin rutiinitoimenpiteen suorittaminen. Oppilaita pyydetään kuvailemaan ja selittämään vaihtoehtoisia strategioita vaativia kysymyksiä. Nämä oppimismenetelmien piirteet ovat tyypillisiä japanilaiselle opetukselle, mikä saattaa selittää japanilaisten paremman matemaattisen suoriutumisen. Olennaista matematiikan opetuksessa on mekaanisen drillauksen vähentäminen sekä ajan lisääminen sellaisten ongelmanratkaisutehtävien/ongelmien parissa, joihin oppilailla ei vielä ole muistissa ratkaisutoimintaa/-toimenpidettä.(Hiebert & Wearne 1993.) Eksperttiopettajien on todettu sisällyttävän noviisiopettajia enemmän ongelmia oppituntiin.(Leinhardt 1986.)

Tehtävät eroavat ymmärtämistaitojen, strategian kehittymisen, proseduraalisten taitojen vaatimuksiltaan. Erilaisia kognitiivisia prosesseja vaativat tehtävät synnyttävät todennäköisesti erilaista oppimista.(Marx & Walsh 1988.) Korkeamman tason kysymysten esittämisen on todettu olevan yhteydessä oppimiseen.(Redfield & Rousseau 1981; Winne 1979.) Renkl ja Helmke (1992) totesivat 3. luokan oppilailla tehdyssä tutkimuksessa struktuuriorientoitujen kysymysten vaativan tietoa lukusysteemien ominaisuuksista, suoritusorientoituneiden kysymysten edellyttäessä tietoa spesifeistä, soveltuvista opituista toiminnoista.(Renkl & Helmke 1992, Hiebertin & Wearnen 1993 mukaan.) Yliopisto-opiskelijoilla tehdyn tutkimuksen mukaan korkeamman tason kysymyksiä (esim. miksi -kysymykset) pohtiessaan opiskelijat haastetaan selittämään syitä vastauksilleen ja niiden asemien määrittelemiseen. He siis sitoutuvat syvempään reflektiiviseen ja integratiiviseen ajatteluun kuin kysyttäessä pelkästään tiedon palauttamisfaktoja tai -sääntöjä.(Chi & VanLehn 1991; Martin & Pressley 1991.)

Uskomuksien ja mielipiteiden ilmaiseminen johtaa myös niiden puolustamiseen ja muiden ideoiden kyseenalaistamiseen, todennäköisesti edistäen epäjohdonmukaisuuksien tunnistamista ja oman ajattelun kehittämistä, selventämistä ja uudelleenorganisointia.(Hatano 1988; Ball 1993, Lampert 1989, Hiebertin & Wearnen 1993 mukaan; Hiebert & Wearne 1997.) Yhteistoiminnallisessa ongelmanratkaisussa oppilaat saattavat huomata ongelman eri piirteitä ja konstruoida erilaisia suhteita, kuin yksin työskennellessään.(Noddings 1985; Schoenfeld 1989, Hiebertin & Wearnen 1993 mukaan.)

Opettajan tekemien kysymysten tyypit todennäköisesti suuntaavat oppilaiden tarkkaavaisuutta tiettyyn suuntaan asettaen odotuksia oppilaiden lähestymistavasta tehtäviin.(Hiebert & Wearne 1993.) Luokkahuonetoiminnan näkyvät piirteet vaikuttavat oppimiseen epäsuorasti eli oppilaiden ajattelutapaan, tehtävien havaitsemiseen, informaation prosessointiin, suhteiden konstruoimisen tapaan vaikuttamalla.(Doyle 1983, Hiebert & Wearne 1993, Leinhardt & Putnam 1987, Marx & Walsh 1988, Peterson 1988, Wittrock 1986.) Konstruktivismille tyypillinen "löytämis" -oppiminen voi toisaalta johtaa epäselviin käsitteisiin ja epätarkkojen yleistysten muodostumiseen.(Evans & Goodman 1995.)

Jordan ym. (1995) totesivat päiväkotilapsien ja ensimmäisen luokan oppilaiden pyrkivän vastaamaan kertomus- ja numerotieto -ongelmiin ennen formaalisen instruktion saamista avoimia laskustrategioita kuten sormia, käyttämättä, laskutarkkuuden ollessa alhainen. Aluksi kielellisiin laskuongelmiin vastataan arvaamalla. Formaalisen instruktion jälkeen lapset käyttävät sormiaan (tai muita konkreetteja objekteja) useasti sekä kertomus- että numerotieto -ongelmissa, suoriutumisen parantuessa huomattavasti. Lopulta laskeminen opitaan ilman sormien tai muiden objektien edustuksellisuutta, vastauksien muistista hakemisen tai hienostuneempien mentaalisten laskustrategioiden käyttämisen avulla.(Jordan ym. 1995.)

Lastenkirjallisuuden käyttämisestä 5-vuotiailla matematiikan käsitteiden opettamisessa on todettu olevan hyötyä. Oppilaiden mielenkiinto matematiikkaan lisääntyi itsealoitettujen toimintojen myötä. Nämä toiminnot sallivat heidän 1) muodostaa yhteyksiä matematiikan käsitteiden kesken, jotka ovat opettajan tekemien yhteyksien takana, 2) kommunikoida matematiikasta muiden kanssa 3) nähdä matematiikka olennaisena heidän maailmalleen 4) virkistää matematiikan logiikkaa. Lasten mielenkiinto matematiikkaan integroitui lukemistoimintoihin sekä koulussa että sen ulkopuolella. Kertomuksen lukemisen aikana lapset keskustelivat lukijan kanssa mittaamisesta, laskemisesta, jakamisesta ja muista käsitteistä. Opetuksessa on kuitenkin huomioitava lasten mielenkiinto ja kehitykselliset tasot. Opittujen käsitteiden integroiminen koko opetussuunnitelmaan on yhtäläisen tärkeää käsitteiden sisäistämisen ja muistamisen kannalta.(Jennings, Jennings, Richey & Dixon-Krauss 1992.)

Erityisesti matematiikalle tyypilliset opetusmetodit

Matematiikassa käytettävät opetusmetodit voidaan esittää bipolaarisena jatkumona vaihdellen deduktiivis -tyyppisistä selittävistä menetelmistä spontaaneihin löytämis -menetelmiin. Käytännössä nämä opetustyylit eivät esiinny näin pelkistettyinä, mutta toisen dominointi saattaa joskus olla päinvastainen jonkun lapsen oppimistyylille. Esim. selittävät menetelmät voivat johtaa liukaskieliseen käsitteiden kielellistämiseen ja käsitykseen matematiikan pelkästä muistityön luonteesta.(Evans & Goodman 1995.)

Skemp (1976) on esittänyt kahdenlaista matemaattiseen tietämykseen johtavaa oppimista: instrumentaalinen ja relationaalinen oppiminen. Edellinen oppiminen on riippuvainen ulkoisesta panoksesta. Se saavutetaan esitettäessä matematiikkaa perättäisten tasojen sarjoina, jolloin oppijalla ei ole mahdollisuutta muodostaa suhteita näiden tasojen välillä ja edelleen ymmärrystä laajemmasta päämäärästä. Relationaalinen oppiminen sisältää käsitteellisten struktuurien (skeemojen) rakentamisen, skeeman jokaisen osan toimiessa seuraavien kehittyvien suhteiden kasvualustana.(Skemp 1976, Evansin & Goodmanin 1995 mukaan.)

Instrumentaalisen oppimisen opettamisessa käytetään siirtävää ja didaktista pedagogiaa. Oppilaita opetetaan oikeiden vastauksien saamiseen tutulla tavalla esitettäviin rutiinikysymyksiin, seurauksena todennäköisesti hetkelliset ja näennäisesti menestyksekkäät tulokset. Relationaalisen oppimisen opettamisessa käytetään "oppijassa olevaa kontrolli pedagogiikkaa". Opettajan tehtävänä on sopivien toimintojen valitseminen ja "kyselevän hengen" luominen aikaisemman tiedon ja ymmärryksen hyväksikäyttämiseksi uusien tietojen ja taitojen luomisessa.(Evans & Goodman 1995.)

Utilitaristinen näkemys

Utilitaristisen näkemyksen mukaan matematiikka on hyödyllisten tietojen ja taitojen kyseenalaistamaton kokonaisuus. Matematiikan opettaminen käsittää taitavaksi ohjaajaksi tulon, tieto itsessään on auktoriteetti. Opettaja motivoi oppilaita tulevaisuuden tarpeisiin viittaamalla. Hyödyllisten perustaitojen oppiminen sopivalla tasolla on aluksi välttämätöntä. Tästä seuraa opittavien taitojen saavuttaminen harjoituksen avulla ja ongelmien ratkaiseminen oikein menetelmin. Matematiikka on ajan ja kokemuksen kautta testattava tiedon kokonaisuus. Tämä pitäisi siirtää tehokkaasti oppilaille. Kaikki valinnat ja metodologiset sekä pedagogiset päätökset ovat opettajan käsissä.(Evans & Goodman 1995.)

Strukturaalinen näkemys

Strukturaalisen näkemyksen mukaan matematiikka on enemmän abstraktia harjoitusta tarvittavien ja itsestäänselvien sovellusten kanssa. Mielenkiinto on taustalla olevan abstraktin matemaattisen struktuurin arvostuksessa. Tämä takaa menestymisen tietyissä taidoissa ja niiden sovelluksissa. Opettajan velvollisuus on välittää edelleen tätä tiedon kokonaisuutta, jossa oppilaat ymmärtävät ongelmanratkaisun arvostamalla matemaattisten mallien välillä olevia strukturaalisia yhteyksiä. Oppilaiden motivointiin ja peruspedagogiseen lähestymistapaan kuuluu tyypillisten, edellä mainittuja rakenteita osoittavien ongelmien demonstraatiot. Oppilasarviointi osoittaa struktuurien tietämyksen ongelmanratkaisukontekstissa. Strukturaalisen väärinymmärryksen selvittämiseksi kaikki virheet tutkitaan huolellisesti. Matematiikan sisältö itsessään ei ole haasteellista. Päämääränä on enemmän älykkyydellistä subjektin strukturaalisen kauneuden arvostusta. Käytännölliset ongelmat ratkaistaan tunnistamalla tilanteeseen sopivat tyypilliset mallit. Päätäntävalta on edelleen "ekspertti matemaatikko ja tiedon vartija" -opettajalla.(Evans & Goodman 1995.)

Sosiaalinen näkemys

Sosiaalisen näkemyksen mukaan matematiikka on personalisoitua, yhteiskunnallisia sovelluksia sisältävää toimintaa. Yksilöitä ympäröivä kulttuuri omistaa ja siirtää tietoa. Tämän tiedon erilaisia osia arvostetaan eri tavalla vaihdellen tilanteiden ja aikojen mukaan. Matematiikan opettaminen sisältää yksilöllisten oppilaiden herkistämisen henkilökohtaiseen tutkimiseen sisällön keskustelemisen kautta ja kyseenalaistamalla siihen liittyvät oletukset. Opettajan on välttämätöntä yrittää tulla tietoiseksi oppilaiden tarpeista ja vaikeuksista. Opetussuunnitelman täytyy rohkaista oppilaita keskittymään luovuuteen ja kriittiseen sosiaaliseen tietoisuuteen. On myös välttämätöntä tulla vastaanottavaiseksi erilaisille kulttuurisille ryhmille. Oppiminen sisältää aktiivista tutkimista ja valintojen tekemistä ongelmanlähestymismetodeissa ja jopa ongelmatyypeissä itsessäänkin. Opettajan päämääränä on oppilaiden matemaattisen riippumattomuuden ja itsenäisyyden mahdollistaminen sekä tietoiseksi saattaminen omista kyvyistä ja rajoituksista tietyssä kontekstissa.(Evans & Goodman 1995.)

Evansin ja Goodmanin (1995) esittämään utilitaristiseen, strukturaaliseen ja sosiaaliseen näkemykseen sisältyy yleiset pedagogiset muutokset behaviorismista konstruktivismiin. Utilitaristisessa ja strukturaalisessa näkemyksessä heijastuu behaviorismille tyypillinen toimintojen kyseenalaistamaton harjoittelu. Sosiaalisessa näkemyksessä oletetaan konstruktivismin tavoin yksilön pyrkimistä mielekkääseen toimintaan.

3.4 Opettajan roolin muuttumisen vaikutus oppimiseen

Opettajan toiminta ja opetusmenetelmät ovat olennaisesti toisiinsa liittyviä. Tässä halutaan kuitenkin käsitellä opetussuunnitelmien merkitystä opettajan roolin näkökulmasta. Yksittäisten opettajien opetuksen muutosten on todettu olevan suorasti yhteydessä opiskelijoiden menestymisen muutoksiin. Suoritusten paranemista oli mm. käsitteiden ja ongelmanratkaisun hallinnassa.(Fennema ym. 1996.) Opettajien rohkaisemisella matemaattisen tietämyksen ja konstruktivistisen pedagogian kehittämiseen, osallistumalla työskentelyyn tällaisella periaatteella toimiviin työpajoihin, oli positiivinen vaikutus. Opettajat ymmärsivät paremmin oppilaiden ajattelua sekä osasivat enemmän reflektoida opetusta ja oppimisprosesseja.(Schifter&Fosnot 1993,9-20; Simon 1995, Simon&Schifter1991.)

Opettajan päämäärät, hypoteesit oppimisesta ja toimintojen suunnittelu muuttuvat jatkuvasti opettajan oman tiedon muuttuessa osana luokan matematiikkakulttuuria. Opettajien täytyy pyrkiä tarkoitukselliseen suunnittelemiseen ja toimintaan, unohtamatta kuitenkaan joustavuutta päämäärien ja odotusten asettamisessa.(Simon 1995.) Opettajien rohkaisemisella omien oppimisteorioiden kehittämiseen opetussuunnitelman ja opetuksellisten päätösten perustaksi on todettu olevan positiivisia vaikutuksia oppimiseen. Ajatukset matematiikan opetuksesta vaikuttavat opettamiskäytäntöihin.(Simon & Schifter 1991.)

3.5 Matemaattisten ongelmien ratkaisemisen kehitystasot

Matemaattisten ongelmien ratkaisemisen kehitystasot ovat yhdistelmä oppijaa, opetusmenetelmiä sekä opettajan toimintaa. Oppijan ikä, yleinen kehityksen taso sekä muut oppijan suoriutumiseen liittyvät tekijät vaikuttavat myös matemaattisten ongelmien ratkaisemiseen. Toisaalta tähän vaikuttaa opettajan toiminta kokonaisuudessaan sekä käytetyt opetusmenetelmät. Opettaja voi toiminnallaan helpottaa tai vaikeuttaa siirtymistä kehitystasolta toiselle.

Fusonin, Carrollin ja Landisin (1996) tutkimuksessa todettiin ensimmäisen ja toisen luokan oppilailla olevan neljä kehitystasoa käsitteellistämisessä ja ongelmien ratkaisemisessa. 1) Relationaalisessa tasossa lapset osaavat vastata kysymykseen "Kenellä on enemmän/vähemmän?" mutta eivät kysymykseen "Kuinka paljon enemmän/vähemmän?". 2) Kielellisen vihjeen tasolla lapset todennäköisemmin ratkaisevat ongelmia toiminnalla, yhtäläistämällä kieltä ("Jos hänellä on 2 kissaa enemmän, hänellä on yhtä monta kissaa kuin koiraa.") kuin staattisella, kielen vertaamisella ("Hänellä on 2 koiraa enemmän kuin kissaa."). Mahdollisia ratkaistavia ongelmia ovat ne, jossa tuntemattoman, verrattavan määrän löytämistä ohjataan relatiivisessa lauseessa olevin avainsanoin. 3) Yhteensopivien tilanteiden ymmärtämisessä lapset havaitsevat epäjohdonmukaiset ongelmat (ne, jotka relatiivisessa lauseessa ovat vastakkaisia tarvittavaan ratkaisutoimintaan) huomattavasti vaikeammiksi kuin muut tyypit. Lapset ratkaisevat valtavasti ongelmia, joissa yksi verrattava määrä on tuntematon, käyttämällä yhtäläistävää lähestymistapaa, jossa lisämäärä lisätään tai otetaan pois toisesta tunnetusta määrästä. He ratkaisevat alustavasti ongelmia, joissa erot kahden tunnetun verrattavan määrän välillä ovat tuntemattomia käyttämällä yhteensovittamiskäsitettä, jossa pieni määrä otetaan pois suuresta määrästä. 4) Epäjohdonmukaisen ratkaisun tasolla lapset kykenevät ratkaisemaan epäjohdonmukaisia ongelmia, ensisijaisesti käyttämällä yhtäläistämiskäsitteitä, joissa suhteellisessa lauseessa annettu suhde on käänteinen.(Fuson, Carroll & Landis 1996.)

Staattisuudesta ja suhteellisuudesta johtuen vertailutilanteet ovat vaikeita. Näissä tilanteissa kolmas määrä ei esiinny erikseen vaan se pitää johtaa vertailuoperaatiosta. Suhde voidaan ilmaista useilla eri tavoilla (jotkut ovat kielellisesti monimutkaisia) suhteellisen lauseen sisältäessä tietoa siitä mikä määrä on enemmän tai vähemmän ja kuinka paljon enemmän tai vähemmän. Tilanteen staattinen luonne ei osoita lisäämis- tai vähennysoperaatioita, joten siirtyminen tilanteen ymmärtämisestä numeerisen ratkaisumetodin muodostamiseen saattaa olla vaikeata noviiseille ongelmanratkaisijoille.(Ron&Fuson 1996, Fusonin ym. 1996 mukaan.)

DeCorte ja Verschaffel (1981, Mutasen 1998 mukaan) ovat erottaneet kolme ala-asteella esiintyvää yhteen- ja vähennyslaskutehtävätyyppiä seuraavien rakenteellisten ominaisuuksien perusteella:

1) Aritmeettisen operaation luonteen perusteella: yhteenlasku (a+b=x) tai vähennyslasku (a-b=x)

2) Tehtävän kompleksisuuden perusteella: yksinkertainen (a+b=x) tai kompleksinen tehtävä ($a \pm b \pm c = x$)

3) Tehtävän tuntemattoman tekijän paikan perusteella. DeCorte jakaa tehtävät suoriin ja epäsuoriin. Yhteenlaskutehtävä on suora summan ollessa tuntematon (a+b=x) ja epäsuora, kun toinen yhteenlaskettava on tuntematon (a+x=b tai x+a=b). Vastaavasti vähennyslaskutehtävä on suora erotuksen ollessa tuntematon (a-b=x) ja epäsuora, kun vähenevä tai vähentäjä on tuntematon (x-a=b tai a-x=b).

Edellisten tehtävätyyppien rakenteellisten ominaisuuksien tunteminen on tärkeää lasten laskuskeemojen kehittymisen takia. Tehtävän rakenteella voidaan tällöin mm. ohjata lapsia sopivien strategioiden muodostamiseen.

Steffe, von Glasersfeld, Richards & Cobb (1983, Mutasen 1998 mukaan) luokittelevat laskuskeemojen kehittymismallissaan lapset eri laskemistyyppeihin sen mukaan, millaisia laskettavia yksiköitä lapset käyttävät ratkaisemisen aikana. He totesivat alkeellisimman laskuskeeman perustuvan konkreetin materiaalin laskemiseen. Lapsi siis tietää lukumäärän laskemistavan, mutta hän tarvitsee vielä palikoita, sormia, yms. toimintansa tueksi. Seuraavassa vaiheessa lapsi kykenee hahmoyksiköiden laskemiseen eli laskemaan kappaleiden määrän, vaikka osa kappaleista ei olisi hänen välittömästi havaittavissa. Laskutehtävät ratkaistaan esim. visuaalisten mielikuvien avulla. Kolmannessa tyypissä lapsi käyttää hyväkseen mm. sormien ojentamisliikkeitä, joilla hän korvaa joko havaittavat objektit tai niiden hahmoesitykset. Verbaalisten yksiköiden laskuvaiheessa lapsi edelleen irtaantuu havaittavasta materiaalista ratkaisemalla tehtävän laskemalla ääneen luettelemansa luvut. Lopuksi kehittyy luvun abstrakti käsitys laskemisen ollessa riippumatonta sensomotorisesta materiaalista.(Steffe, von Glasersfeld, Richards & Cobb 1983, Mutasen 1998 mukaan.) Laskuskeemojen kehittymismallien tunteminen auttaa ymmärtämään lasten suoriutumisstrategioita ja myös oppimista mahdollisesti hidastavia tekijöitä. Sujuva selviytyminen abstraktisissa käsitteissä vaatii aikaisempien kehittymismallien hyvän hallinnan.

3.6 Matemaattisten oppimisvaikeuksien syitä

Oppimisvaikeus saattaa olla suorana tuloksena liiallisesta luottamisesta instrumentaaliseen oppimistyyliin, joka on johtanut täysin instrumentaaliseen oppimiseen. Se voi olla seurauksena konkreettisten materiaalien kokemuksen puutteesta, jolle rakentaa mentaalinen kuvakieli ja abstrahoida yleinen matemaattinen struktuuri. Oppimisvaikeuden perustana voi olla kyvyttömyys matematiikan ja omien kokemusten välisten yhteyksien muodostamiseen. Oppilaat todennäköisesti ymmärtävät matematiikkaa sitä kehitettäessä suhteessa itsessään merkitykselliseen ongelmaan. Oppimisvaikeuksisten lasten on perinteisesti ajateltu tarvitsevan paljon perustaitojen harjoitusta oppiakseen soveltamaan niitä ongelmanratkaisuun. Ongelmanratkaisutilanteisiin osallistuminen näyttäisi kuitenkin olevan tärkeintä oppimiselle.(Evans & Goodman 1995.)

Matemaattisen kehityksen alkuun liittyviä häiriöitä

Geary (1990) totesi ensimmäisen ja toisen luokan oppilaiden matemaattisten vaikeuksien voivan ilmetä aritmeettisten tietojen kuvaamisessa, oppimisessa, automatisoinnissa (Geary 1990) ja semanttisessa muistissa (aivojen vasemman aivopuoliskon posterioristen alueiden virheellinen toiminta) (Warrington 1982, Gearyn 1993 mukaan). Nämä vaikeudet esiintyvät usein lukemis-/kielellisten vaikeuksien kanssa. Ongelmia voi olla aritmeettisten toimintojen suorittamisessa, laskustrategioissa (proseduraaliset taidot) tai numeerisen informaation visuospatiaalisessa esittämisessä.(Geary 1993.)

Kehityksen yleinen viivästyneisyys

Yleinen kehityksellinen jälkeenjääneisyys ilmenee ongelmina määriin ja suhteisiin viittaavissa lukusanoissa, operaatioihin viittaavissa sanoissa sekä ongelman syntaksissa, laskutoimenpiteissä, mentaalisissa laskustrategioissa, todennäköisesti korkeamman tason kognitiivisten prosessien vaikeuksista johtuen. Laskuvirheiden "oikeasuuntaisuus" osoittaa yleistä tietoisuutta yhteenlasku- ja vähennyslaskuoperaatioiden vaikutuksista.(Jordan ym. 1995.)

Kielelliset vaikeudet

Päiväkotilapsilla ja peruskoulun ala-asteen oppilailla tehdyissä tutkimuksissa on todettu kielellisten, osittain matematiikan ongelmiin liittyen, vaikeuksien taustalla vaikeasti määriteltävät puutteet symbolisessa tai representationaalisessa ajattelussa, temporaalis-sarjallisessa organisoinnissa (Stark & Tallal 1981), fonologisessa muistissa (Gathercole & Baddeley 1990)(erityisesti lyhytaikaisen muistin kapasiteetissa järjestää ja viedä tietoa) (Kirchner & Klatzky 1985, Shear, Tallal & Delis 1992) ja kielellisen prosessoinnin asteessa.(Stark&Tallal 1981). Ongelmia on myös auditiivisessa ja visuaalisessa sarjoittamisessa (Tallal & Piercy 1973, 1974), lauseiden sanatarkassa palautuksessa (Menyuk & Looney 1972) sekä leksikaalisessa varastoinnissa ja palautuksessa (Kail, Hale, Leonard & Nippold 1984). Kielelliset häiriöt saattavat seurata heikoista kielellisistä prosessointikyvyistä, auditiiviseen ja tehtävän sarjalliseen luonteeseen yhteydessä olevista tekijöistä, matematiikan symbolisesta; käsitteellisestä luonteesta (esim. kardinaalisuus: viimeiseksi sanottu luku ilmaisee joukon määrän).(Fazio 1996.) Matematiikkaan liittyviä kielellisiä taitoja ovat mm. reseptiivisen ja/tai ekspressiivisen sanavaraston rikkaus, kieliopin ja syntaksin hallinta ja ymmärtämistaidot sekä puhutussa että kirjoitetussa kielessä.(Evans & Goodman 1995.)

Kielellisistä vaikeuksista kärsivien lasten kohdalla olennaista on varsinaisen laskemisen välttäminen ja opetuksen aloittaminen lukujen peruskäytöstä. Yksi-yhteen -vastaavuus ei välttämättä ole selvä. Oppimista edistävät kokemukset numerokielestä ja numeerinen leikkiminen, joka kehittää mm. luokittelun käsitettä.(Daniels 1990.) Kielelliset ongelmat saattavat vaikeuttaa kertomusongelmien ratkaisemista laskemiskyvystä huolimatta.(Jordan ym. 1995; Johnston & Smith 1989.)

Kielelliset vaikeudet aiheuttavat alle kouluikäisillä ja 1.-2. luokan oppilailla ongelmia symbolisessa leikissä, mentaalisissa mielikuvitustehtävissä ja muissa kuvaavissa tehtävissä (Johnston&Smith 1989, Rescorla&Gossens 1992, Weismer 1991) kohtien lajittelemisessa ja suuruussuhteiden päättelemisessä. Suuruuden dimension järjestysluonne merkitsee suurempia kognitiivisen prosessoinnin vaatimuksia kuin on luontaisissa symbolisissa dimensioissa kuten väri. (Johnston & Smith 1989.) Ongelmia aiheuttaa myös epäadekvaatti leksikaalinen tietämys, esim. termit enemmän, vähemmän, ottaa pois (Fazio 1996), vaikeudet luokittelussa ja lukumäärän säilyttämisessä (Kamhi 1981) sekä ongelmanratkaisustrategioiden heikkous informaation prosessoinnissa (Geary, Brown & Samaranayake 1991). Ongelman ratkaiseminen on vaikeaa jopa tehtävän lyhytaikaisen muistin vaatimuksien minimoinnin jälkeen. Puutteita on myös hypoteesien testaustaidoissa.(Weismer 1991.)

Kielellisissä vaikeuksissa deklaratiivinen tietämys, mm. laskemisrutiini sekä lukusanojen hallinta ja niiden tuottaminen oikeassa järjestyksessä, on heikkoa.(Fazio 1996.) Kuitenkin deklaratiivisissa imperatiivi- tai aktiivilauseissa on todettu vähemmän virheitä kuin kielteisissä ja kysymys -lauseissa.(Menyuk & Looney 1972.) Ekspressiivisen kielen vaikeuksiin yhdistyy keskittyneen leikin (leikkisuunnitelmien käyttö nuken tai toisen henkilön kanssa) vähäisyys, kehittymättömämpi vuoro-/sarjaleikki sekä puutteet symbolisen leikin muuntamisessa (neutraalin objektin tai poissaolevan objektin käyttö mielikuvituksen avulla).(Rescorla & Gossens 1992.)

Ashcraft, Yamashita & Aram (1992) totesivat tutkimuksessaan 7-12-vuotiaiden lasten vasemman aivopuoliskon vamman aikaisemman puhkeamisen olevan yhteydessä vakavampiin matemaattisen prosessoinnin poikkeavuuksiin, häiriöitä on tällöin mm. täsmällisemmissä, keskitetymmissä tehtävissä.(Ashcraft, Yamashita&Aram 1992.) Proseduraalisiin puutteisiin kuuluu kehittymättömien aritmeettisten toimenpiteiden käyttö, yleinen vaikeus peruskäsitteiden oppimisessa ja usein toistuvat virheet aritmeettisten toimenpiteiden suorittamisessa. Visuospatiaalisiin ongelmiin kuuluu oikean aivopuoliskon posteriorististen alueiden toiminnan puutteita.(Dahmen, Hartje, Bussing & Strum 1982.) Vaikeuksia saattaa olla aritmeettisten merkkien lukemisessa, numeroiden järjestämisessä moninumeroisissa aritmeettisissa ongelmissa ja numeroiden paikanmerkitykseen liittyvien käsitteiden hallinnassa.(Jordan ym. 1995.)

Kehityksellisten afaatikkojen suoritukset poikkeavat visuaalisissa testeissä. Heidän on todettu olevan kyvyttömiä auditiivisen informaation normaaliin havaitsemiseen, puutteita ilmenee auditiivisissa, nopeaa ei-kielellistä havaitsemisprosessointia sekä ei-kielellistä sarjamuistia edellyttävissä tehtävissä.(Tallal & Piercy 1973.) Dysfaattisilla lapsilla auditiivinen nopeus aiheuttaa puheäänien vähemmän täsmällisen prosessoinnin ja edelleen suuremman kielellisen häiriön.(Tallal & Pierce 1974.) Kielellisten ja ei-kielellisten laskutehtävien käyttö kasvatuksellisissa mittauksissa saattaa olla avuksi luonnehdittaessa pienten lasten matemaattisia vahvuuksia ja heikkouksia.(Jordan ym. 1995.)

Oppilaiden luonnollisen kielen käyttäminen matemaattisten käsitteiden konstruoimiseksi assosiatiivisen mielikuvituksen ja sanaston kanssa saattaa vaikeuttaa joidenkin lasten suoriutumista. Matematiikan on esitetty itsessään olevan oma kielensä (oma sanasto, kielioppi ja symbolisysteemi), joten heikot kielelliset taidon omaavilla lapsilla saattaa olla vaikeuksia asian ymmärtämisessä. Lapsen kielellisten kokemusten rikkaus ja sosiokulttuurinen konteksti, jossa merkitykset on saavutettu, ovat molemmat merkityksellisiä tekijöitä.(Shuard & Rothery 1984, 24-65, 89-103, 144-145.)

Kielellisissä vaikeuksissa vahvuuksina voi olla mm. käsitteellinen ja proseduraalinen tietämys laskemisen säännöistä, ymmärrys laskemisen käytön hyödyllisyydestä yhteenlaskuongelmien ratkaisemisessa (Fazio 1996) sekä tehokkaat mekanismit semanttiselle koodaukselle (Kirchner & Klatzky 1985). Fazion (1994) tutkimuksessa 3-5-vuotiailla lapsilla todettiin lukujen tunnistamisen oppimista saattavan tapahtua suhteellisen visuaalisen havaitsemisen vahvuuden ansiosta.(Fazio 1994.)

Spatiaalisia ongelmia esiintyy hyvin usein kielellisten vaikeuksien yhteydessä, joten niitä ei käsitellä tässä erillisinä vaikeuksina. Toisaalta täytyy muistaa, että joskus spatiaaliset vaikeudet voidaan kompensoida hyvillä kielellisillä prosesseilla. Milesin (1983) mukaan matematiikassa menestymiseen saattavat vaikuttaa myös dysleksia -tyyppiset vaikeudet.

Havaitsemisongelmien ja heikon spatiaalisen diskriminaation (Miles1983, 87-103) sekä orientaation, sarjoittamisen ja suunnan vaikeuksien on todettu usein olevan yhteydessä matematiikan oppimisvaikeuksiin (Evans & Goodman 1995). Heikko hahmopohjan diskriminaatio vaikeuttaa lapsen keskittymistä tiettyyn objektiin tai sen näkemistä kokonaisuutena. Ongelmia tuottaa symbolien tunnistaminen ja niiden merkitys (Miles1983, 87-103) sekä yleistysten tekeminen (Evans & Goodman 1995). Vaikeaselkoinen teksti saattaa itsessään olla syynä lapsen ilmeiseen vaikeuteen sopivien matemaattisten taitojen saavuttamisessa.(Evans & Goodman 1995.)

Sijainnin perusspatiaalisia ja suunnan käsitteitä (Miles1983, 87-103) sekä yleistysten etsimistä ja osoittamista tarvitaan monissa matemaattisissa tehtävissä (Evans & Goodman 1995). Tästä johtuen epävarmuus käsitteissä oikea-vasen, ylhäällä-alhaalla, sisältäen vielä kuvan reversoitumista, hämmentää. Todennäköistä alisuoriutumista matematiikassa ennustavat heikot organisationaaliset taidot tai kypsymätön motorinen kontrolli niiden liittyessä heikkoon spatiaaliseen diskriminaatioon.(Miles 1983, 87-103.)

Spatiaaliset vaikeudet saattavat alentaa yleistä suoriutumista johtamatta kuitenkaan erityisiin laskemisvaikeuksiin päiväkodissa ja ensimmäisellä luokalla. Spatiaalisia vaikeuksia saatetaan kompensoida kielellisillä vahvuuksilla (ei-kielelliset ongelmat muuttamalla kielelliseen muotoon).(Geary 1993; Jordan ym. 1995.) Spatiaalisen vaikeuden omaavilla lapsilla voi olla enemmän ongelmia kognitiivisten heikkouksien kompensoinnissa myöhemmillä luokilla matemaattisten laskujen sisältämien spatiaalisten vaatimusten lisääntyessä. Pienillä lapsilla, jotka eivät vielä hallitse lukusanoja tai kielellistä laskemista, ei-kielelliset laskutehtävät saattavat altistaa erityisiin spatiaalisiin vaikeuksiin.(Jordan ym. 1995.)

Erityisten vaikeuksien huomioiminen opetuksessa

Kompensatoristen strategioiden (esim. sormien käyttö) käytön rohkaiseminen edesauttaa poikkeavien lasten suoriutumista (Jordan ym. 1995), vaikka esim. 8-12-vuotiaiden lasten taitava suoriutuminen aritmeettisissa toiminnoissa riippuu automaattisesta palautuksesta. (Ackerman, Anhalt & Dykman 1986). Laskustrategiaan luottaminen vie paljon enemmän henkilön rajallista tarkkaavaisuuskapasiteettia (tai työmuistin tilaa) kuin helposti saavutettavaan numerotietovarastoon pääsy. Tällöin huomattavaa kapasiteettia tai tilaa vaativia mentaalisia operaatioita ei voida suorittaa tehokkaasti.(Ackerman ym. 1986.) Kielellinen sujuvuus saattaa siis olla avuksi, mutta ei välttämätön, laskutaitojen kehittymiselle.(Jordan ym. 1995.) Lukemisvaikeuksien huomioiminen esim. oppimistehtävien muotoilemisessa ja esitystavan muokkaamisessa poistaa myös matematiikan vaikeuksia. Lukemisen monisensorisuuden painottaminen saattaa parantaa ymmärtämistä.(Evans & Goodman 1995.) Aiheeseen liittyvien käsitteiden aktivoiminen edesauttaa tietojen muistista hakemista. Kielellisesti poikkeavat saattavat onnistua tässä paremmin ohjattaessa syntaktisesti tai muilla semanttisilla keinoilla.(Kail ym. 1984.)

3.7 Kulttuuri ja oppiminen

Kulttuurilla tarkoitetaan tässä yhteydessä kulttuuria yleensä sekä koulun omaa oppimiskulttuuria. Iällä kulttuurin osana tarkoitetaan sen kriteeri -luonnetta viralliseen oppimiskulttuuriin pääsylle. Stiglerin ja Baranesin (1988) mukaan ympäristön ~~kontekstien sekä~~ tiettyjen käsitteiden ja taitojen välisten erityisten suhteiden tunnistaminen on olennaista teorioiden suunnittelemisessa. Se on tärkeää myös tätä kehitystä edistävien mekanismien arvioimisen osalta. Kaikki matemaattinen oppiminen on kulttuuria riippumatta siitä esiintyykö se koulun ulko- vai sisäpuolella. Kulttuurisesti välitetyt representaatiot määrän manipulointiin ja ajattelemiseen, laskutapasysteemeistä kielen konkreettisiin ja visuaalisiin määrän kuvauksiin ja tilaan, ovat kaikki matemaattisen tiedon perusosia.(Stigler & Baranes 1988)

Kognitiivista kehitystä kuvataan tyypillisesti suhteessa ikään vaikka ikää sinänsä ei nähdä kausaalisena variaabelina vaan enemmänkin useiden ikään liittyvien tekijöiden mittana.(Wohlwill 1973, Scribnerin & Colen 1973 mukaan.) Tämän on todettu edistävän abstraktia, kontekstista riippumattomia ajattelumuotoja ja ongelmanratkaisua, koulun ulkopuolisen oppimisen pyrkiessä olemaan yksityiskohtaista ja kontekstuaalisesti sitoutunutta.(Scribner & Cole 1973.) Kognitiiviset taidot todetaan saavutettavan nopeammin sattumanvaraisesti kuin formaalin opetuksen kautta opittavat akateemiset taidot. Oppimisen eroihin vaikuttaa havaittu oppimisen tarve.(Stevenson , Chen, Lee & Fuligni 1991, 266.)

Aasiankielisten ensimmäisen luokan oppilaiden on todettu kykenevän suurempaan mentaaliseen lukumanipulaation joustavuuteen.(Miura, Okamoto, Kim, Chang, Steere & Fayol 1994.) Kiinalaiset, japanilaiset ja korealaiset lapset näyttivät suosivan kymmenien käyttöä erilaisten lukujen konstruoinnissa ja ykkösiä ilmentääkseen numeroita. Ranskalaiset, ruotsalaiset ja yhdysvaltalaiset lapset puolestaan näyttivät suosivan ykkösten keräämistä, lukujen edustusta laskettujen objektien ryhmittämisenä.(Gelman & Gallistel 1978,73-82.) Numeerisen kielen piirteiden eroavaisuuksien oletetaan synnyttävän lapsilla variaatioita lukujen kognitiivisessa representaatiossa.(Hatano 1982,219.) Aasialaisten lasten on todettu käyttävän todennäköisemmin ei-kanonisia (ei-sääntöjenmukaisia) konstruktioita, mikä saattaa edistää heidän matemaattista oppimistaan. Eroavuudet lukujen kognitiivisessa esittämisessä eivät näytä olevan opetusstrategioiden tuloksena.(Miura ym. 1994.) Kielelliset numerotieto -ongelmat sisältävät dekontekstualisoidun kielen (esim. kuinka paljon on 5 plus 2 tai kuinka paljon on 5 miinus 2), objekteja ei näytetä tai niihin ei viitata. 5-6-vuotiailla tehdyn tutkimuksen mukaan ei-kielellinen tehtävämuoto ei ole niin herkkä sosioekonomiselle vaihtelulle kuin kielellinen.(Jordan, Huttenlocher & Levine 1992.)

Lapsen uteliaisuutta, toiminta- ja kielellisen kehityksen tarvetta ruokkiva lapsikeskeinen koti ei vaikuta ainoastaan lapsen oppimisasenteisiin vaan myös ehkä huomaamattomasti tarjoaa mahdollisuuksia matemaattisiin kokemuksiin kuten luokitteluun, vertaamiseen, yhteensovittamiseen, järjestämiseen ja määrittelemiseen. Näiden konkreettisten kokemusten puute saattaa vaikuttaa lapsen matemaattisten käsitteiden muodostukseen ja peruslaskutoimintoihin. Kotona olevien vanhempien ja vanhempien sisarusten laskimien ja matemaattisten apuvälineiden käytöllä on myös vaikutusta lapsen yleiseen matemaattisten kokemusten järjestelyyn.(Evans & Goodman 1995.)

4 HARJOITUSOHJELMAN TEOREETTISET LÄHTÖKOHDAT

4.1 Piaget'n käsitys kehityksestä

Lapsen toiminnan ymmärtämiseksi on tärkeää tietää näiden perustana olevista ajatteluprosesseista. Piaget'n näkemyksen mukaisesti toimintojen lähteenä on aktiivinen organismi.(Biber 1984, 283-284.) Tieto ei itsessään ole vakiintuneessa muodossa, vaan se konstruoidaan yksilöllisesti, aktiivisesti prosessoiden. Tieto on psykologisina struktuureina rakentuneena suhteessa ympäröivään maailmaan.(Biber 1984, 283-284; Piaget 1967, Biberin 1984, 74-75 mukaan.) Toiminnan periaate oppimisen perustana voi toteutua tutkimisen, kyseenalaistamisen, kokeilun, etsimisen ja ongelmanratkaisun ollessa mahdollisia. Oppiminen ilmenee oivaltamisena, ei opettajan vahvistamisena tai hyväksyntänä. Opettajan roolina on stimuloivan, tutkivan ja kyselevän mielen mahdollistavan ympäristön luominen.(Piaget 1967, Biberin 1984, 74-75 mukaan.)

Piaget'n käsitykset lasten ajattelusta luovat laajan käsitteellisen perustan matematiikan oppimiselle. Kaikkien abstraktisten toimintojen perusta on suorassa objekteihin kohdistuvassa toiminnassa. Lapsuuden sensomotorisen vaiheen tunteminen on alkuopetuksen kannalta merkityksellistä sen "objektiluonteen" takia. Tämän huomioiminen myös konkreettis-operationaalisen vaiheen toimintojen suunnittelemisessa edistää abstraktimpien käsitteiden oppimista. Tässä keskitytään kuitenkin pääasiassa alkuopetuksen kannalta tärkeimpiin vaiheisiin: esioperationaaliseen (sen intuitiiviseen kauteen) ja konkreettis-operationaaliseen vaiheeseen.

Lapsuuden sensomotorisessa vaiheessa objekteihin kohdistuva suora toiminta, objektien ominaisuuksien havaitseminen ja suhteiden ymmärtäminen niiden kautta on tärkeää. Lapsen skeemat tai psykologiset rakenteet muodostavat toimintamallin organisaatiosta, joka eriytyy ja edelleen koordinoituu tai integroituu motorisen toiminnan prosessissa.

Esioperationaalinen vaihe

Esioperationaalisen vaiheen saavuttamisesta kertoo näkymättömän liikkeen ymmärtäminen. Se vaatii konstruointia ei-havaittavissa olevan muotonsa vuoksi. Tämän konstruktion mekanismi on skeemojen koordinaatio ja niiden erittelykyky. Piaget'n mukaan kyky koordinoida kaksi primaarista kehämäistä reaktiota on välttämätöntä näkymättömän liikkeen käsitteen konstruktiolle. Tiedollista kasvua, ymmärrystä maailman säännönmukaisuuksista tapahtuu skeemarepertoaarin laajentuneen eriytymisen ja koordinaation toiminnan ansiosta.(Case 1985,15-17.)

Sensomotorisen ja esioperationaalisen tason alussa lapsi ei erota objektiin sovellettua toimintaa toiminnasta itsestään. Kehityksen myötä ei ainoastaan tapahdu tätä eriyttämistä, vaan myös esinepysyvyyden oivaltamista havaintojen muuttumisista huolimatta. Esioperationaalisessa vaiheessa muodostuu yhteys symbolisten skeemojen eriytymisen ja koordinaation välillä. Tällä kaudella aikaisempi kehitys kertautuu pääkohdittain, mutta korkeammalla episteemisellä tasolla.(Case 1985, 17-18.)

Intuitiivinen kausi

Intuitiivisen kauden alussa lapsi alkaa ilmoittaa mm. syitä uskomuksille ja toiminnoille. Joidenkin käsitteiden muodostamisesta huolimatta ajattelua ei voida vielä kutsua operationaaliseksi. Mielessä tapahtuvat luokittelut eivät ole mahdollisia niiden tapahtuessa yksitellen toiminnan yhteydessä. Ajattelusta puuttuvat esittävät symbolit välittömien havaintojen hallitessa ajattelua. Havaitsemisen vaihtelevuus heikentää lasten arviointeja. Havaitseminen on rajoittunutta, vain yhtä piirrettä tai pientä aluetta voidaan katsoa tai koskettaa kerrallaan. Kykenemättömyys useamman kuin yhden suhteen mielessä pitämiseen kaventaa ajattelua. Lapsilta puuttuu pyrkimys yrittää säilyttää tiettyä mielipidettä tai pysyä tietyssä aiheessa, johtuen taipumuksesta omaksua peräkkäin mielipiteitä. Niiden ollessa ristiriitaisia aikaisemmat mielipiteet unohtuvat. Leikeissä ja muussa toiminnassa yhteistoiminta johtaa myöhemmin keskusteluun, sisäistyen edelleen mietiskelyksi ja erilaisten mielipiteiden pohtimiseksi. Tämä on mahdollista ajattelun muuttuessa operationaaliseksi.(Beard 1971, 76-77.)

Intuitiivisella kaudella suuntautumisen (Beard 1971, 77) ja määrän puuttuminen vaikeuttaa tarkkaa vertaamista, kokonaisen sarjan käsittämistä tai kahden sarjan vertaamista, kokonaisuuden ja sen osien tai luokan ja sen alaluokkien välisten suhteiden ymmärtämistä. Tämän vuoksi mm. mittaaminen ja määrien käsitteleminen on vaikeaa. Lukumäärien ymmärtämisen ja määrän mittaamisen on todettu perustuvan kahden seikan vastaavuuden ymmärtämiseen, minkä käsitetään säilyvän osien järjestyksen muuttumisesta huolimatta.(Beard 1971, 85, Piaget 1952a, 166, 171.) Tässä vaiheessa peräkkäisiä, toisiinsa liittymättömiä tapahtumien selityksiä rinnastetaan. Ajattelussa ilmenee synkretismiä. Lasten selityksissä (esim. pyydettäessä lauseiden täydentämistä), harvemmin omaehtoisissa, tapahtumien järjestys saattaa olla päinvastainen.(Beard 1971, 77.) Ajattelu on hyvin paljon visuaalisen informaation ohjaamaa (Sovchik 1989,19) ja minäkeskeistä, erityistapauksista erityistapauksiin päätteleminen tapahtuu transduktion avulla. Mahdottomuus kahden suhteen kumoamiseen toinen toisillaan tai edes yksinkertaisimman kahden suhteen välisen yhteyden muodostamiseen seuraa lasten kyvyttömyydestä yksinkertaisten suhteiden havaitsemiseen.(Beard 1971, 78.) Käänteisen ajattelun (Sovchik 1989,18), kokonaisuuden ja sen osien tai luokkien välisten suhteiden ymmärtäminen (Beard 1971, 79) sekä looginen ajattelu on vaikeaa [esim. määrän käsitteen sisältäessä epäsymmetrisiä suhteita osien välillä (vertailut "enemmän" "vähemmän")], niitä ei voida yhdistää toisiinsa yhteenlasku- tai kerto-operaatioilla (Piaget 1952a, 5). Lapset ovat sääntötietoisia, joskin esim. aikuiselle valehtelemista pidetään lapsille valehtelua pahempana.(Beard 1971, 80-81.)

Sensomotorisen vaiheen aikainen objektien maailma muuttuu lisääntyvän yhtenäisyyden ja pysyvyyden takia. Tämä kehitys ilmenee lasten symbolisessa leikissä, symbolisissa eleissä ja sosiaalisissa interaktioissa ja erityisesti ensimmäisissä kielellisissä käsitteissä. Tämän systeemin saavuttaessa käännettävyyden ominaisuuden lapsi kykenee abstrahoimaan symbolin edustamia luokan kriittisiä ominaisuuksia.(Case 1985,17.) Joissakin tapauksissa lapsen toiminta saattaa olla lyhentynyt tai ei-havaittavissa sisäisten toimintojen takia. Tämä kehitys on yhteydessä representationaalisen ajattelun alkamiseen.(Biber 1984,283-284.)

Esikoulutasolla esioperationaalisessa vaiheessa suora objekteihin kohdistuva toiminta on tärkeää lapsen nähdessä eri tavoin toimintojensa vaikutukset materiaaleja käsitellessään.(Case 1985, 16-17.) Tällöin alkaa myös mentaalisen toiminnan yhdistäminen konkreettisiin objekteihin. Lapsi saa näin "fyysistä tietoa" asioiden reagoinneista eri manipulointeihin. Loogis-matemaattinen tieto syntyy abstrahoitaessa toimintojen koordinointeja.(Biber 1984, 283-284.) Aluksi esioperationaalisen ajattelun vaiheessa lasten skeemat ovat suhteellisen eriytymättömiä ja koordinoimattomia.(Case 1985, 16-17.)

Piaget'n esittämät kehitysmuutokset esiintyvät organismin ja ympäristön välisen interaktion tuloksena. Kehitysvaihetta voidaan luonnehtia sisäisesti organisoiduksi tai kognitiivisten struktuurien integroituneeksi ryhmäksi. Kehityksen eri tasoilla lapset tulkitsevat ja vastaavat ulkoisiin tilanteisiin kvalitatiivisesti erilaisilla tavoilla. Toiminnan aikaisempien tasojen suhteellinen lujittuminen tarjoaa perustan kehityksellisesti edistyksellisimmille muodoille.(Biber 1984, 284-285.)

Konkreettis-operationaalinen vaihe

Käsitteellisen ajattelun alkamisen merkkejä ovat vähentyvät artifisiaaliset ja animistiset tai maagiset selitykset. Keskipiste siirtyy lasten omasta toiminnasta kohteisiin. Moraalisten ja fyysisten syysuhteiden sekoittaminen on yleistä, kohteiden uskotaan käyttäytyvän ihmisten puolesta tai heitä totellen.(Beard 1971, 82.) Looginen ajattelu alkaa konkreettien operaatioiden kaudella, ollen edelleen konkreetilla tasolla. Yksi-yhteen vastaavuuksien muodostaminen, käänteinen ajatteluprosessi ja esineiden järjestäminen yhden ominaisuuden (esim. korkeuden) mukaan onnistuu, samoin tilan ja ajan ymmärtäminen. Yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuoperaatiot ymmärretään erityisesti konkreettisen tuen avulla.(Sovchik 1989,19.)

Piaget on todennut lasten ymmärtävän lukumäärän ja aineen säilymisen noin kuusi vuotiaana (Beard 1971,86; Sovchik 1989,19; Piaget 1952a; Flavell 1963,244-245), painon ja pinta-alan säilymisen noin kahdeksan vuoden iässä ja tilavuuden säilymisen vasta noin 10-vuotiaana. Englannissa tehdyt kokeet osoittaisivat käytettävän materiaalin ja kokemusten määrän vaikuttavan hyvin suuresti näiden käsitysten muodostumiseen.(Beard 1971,86.) Määrän säilymisen ymmärtävien lasten osuus lisääntyy huomattavasti länsimaisissa kulttuureissa 5-8 ikävuoden aikana. Säilyvyys -kyvyn saavuttaminen riippuu ensisijaisesti kouluopetuksesta, virallisesta oppimäärästä riippumattomista kokemuksista tai biologisesta kypsymisestä.(Dasen&Heron 1981,308-310; Rogoff 1981,234.) Tässä vaiheessa lapset kykenevät vertaamaan vain kahta yksikköä kerrallaan, joten kaikenlaisten sarjojen muodostaminen on vaikeaa. Edistymistä tapahtuu vähitellen kokonaisuuden ja sen osien tai luokan ja sen alaluokkien välisten suhteiden ymmärtämisessä.(Beard 1971, 87-89.) Kehitys ilmenee lasten kyvyssä luokkien ja sarjojen ajatuksissa muodostamiseen eli fyysisten toimintojen operaatioiksi sisäistämiseen, henkisiksi toiminnoiksi muuttamiseen. Minäkeskeisyys ja symboliset leikit vähenevät huomattavasti ja todellinen yhteistoiminta (esim. teatterileikit) muiden kanssa kasvaa edellisten kausien yhteis- ja rinnakkaisleikeistä. Numeroita voidaan luokitella monella tavalla huvin vuoksi. Täytyessä päättelytehtävässä käyttää lauseita esineiden sijasta lapset intuitiivisen tason (esineiden käsittely) lailla harkitsevat yhtä lausetta (vrt. yhtä suhdetta).(Beard 1971, 103-106.) Lasten moraalikäsitykset ja käsitykset sääntöjen alkuperästä ovat yhä rajoittuneita, lapsen ajattelun kehittyessä aina toiminnan jäljessä. Suhtautuminen auktoriteettiin muuttuu hieman toveruuden tunteen vuoksi.(Beard 1971, 108.)

Seitsemän vuoden iässä myös järjestysten kääntäminen alkaa onnistua. Lapsi ei kuitenkaan kykene kovin monen suhteen samanaikaiseen käsittelemiseen eikä erityistapauksista lähtevään yleistämiseen. Monien sanallisten ongelmien ratkaiseminen on vaikeaa.(Beard 1971, 109-112.) 7-8 vuoden iässä lapset kykenevät vaikuttamaan edelleen monimutkaisempiin koordinaatioihin, samanaikaisesti kahteen toiminnalliseen suhteeseen (esim. painon ja liikkeelle panevan voiman väliseen suhteeseen sekä vertikaalisen ja horisontaalisen joukon osien väliseen suhteeseen) keskittymiseen.(Case 1985,19.)

Konkreettien operaatioiden kaudella lapset oppivat monimutkaisten suhteiden hallitsemiseen. Luokittelu ja sarjojen muodostaminen samanaikaisesti kahden tai useamman piirteen perusteella, asioiden kuvitteleminen muiden näkökulmasta, sijainnin mittaaminen samanaikaisesti kahden akselin suhteen, kokonaisuuden ja sen osien tai luokan ja sen alaluokkien välisten suhteiden ymmärtäminen mahdollistuu. Vaikeuksia tuottaa sanallisten ongelmien ratkaiseminen sekä lasten asennoituminen sääntöihin. Ongelmat ratkaistaan kokeilemalla, ei esim. oletuksia testaamalla. Rajoituksia ilmenee yleisten sääntötapausten havaitsemisessa, valmiiseen aineistoon tyytymisessä ja haluttomuudessa uusien mahdollisuuksien ja selityksien kuvittelemiseen.(Beard 1971, 97.)

Ala-asteella lapset kykenevät operationaalisen ajattelun sisäistämiseen, suurimman osan ajattelusta ollessa vielä intuitiivista. Vaarana on oppimisen liiallinen sanallinen ohjaaminen, jolloin se ei liity merkityksen mahdollistavaan toimintaan. Täydellinen toiminnoista alkava sisäistämisprosessi, joihin muu osa prosessista perustuu, on ymmärtämisen kehityksen edellytyksenä. Lasten sujuva sanankäyttö ei välttämättä tarkoita näiden käyttämiensä käsitteiden ymmärtämistä tai käytön yleistämiskykyä muihin tilanteisiin.(Beard 1971, 112-113.)

Fyysisen kypsyyden on todettu vaikuttavan henkiseen kehitykseen, luultavimmin ennemminkin ajattelun nopeuteen, sovelluksiin ja kohteisiin kuin sen tasoon. Opetuksessa täytyisi huomioida sanallisen ilmaisun liittymisestä lasten toimintaan, kunnes he kykenevät muodostamaan samanlaisista kokemuksista yleisiä luokkia tai tunnistamaan samanlaisia piirteitä sanallisissa ongelmissa kuin niissä aikaisemmissa, joita he aluksi oppivat ratkaisemaan käytännössä ja kuvailemaan ymmärtämiensä käsitteiden avulla.(Beard 1971, 115-117.)

Piaget on esittänyt kahdeksan suhteiden joukkoa, joita lapset konkreettien operaatioiden kaudella oppivat käsittelemään.
1) Luokkien hierarkia on yksinkertaisin loogisten suhteiden joukko (esim. luvut voidaan jakaa parillisiin ja parittomiin, kymmentä suurempiin ja pienempiin).
2) Peräkkäisyysjärjestyksen ymmärtäminen riippuu joukon, eroavuuksia ilmentävien suhteiden, muodostamiskyvystä. Intuitiivisessa vaiheessa lapset oppivat sarjan muodostamisen kyeten peräkkäisyysjärjestyksen muodostamiseen peräkkäisten parien välisiä suhteita huomioimalla. Tämä taito opitaan uudelleen erilaisilla materiaaleilla (esim. erilaisia määriä voidaan vertailla murtolukujen, desimaali- ja prosenttilukujen avulla).
3) Korvaamisella tarkoitetaan esim. saman tuloksen saavuttamista eri tavoilla 8=7+1=6+2=5+3.
4) Symmetristen suhteiden tunnusmerkki on molemminpuolisuuden ymmärtäminen. Edelliset operaatiot auttavat tässä oppimisessa, mikä edistää ymmärrystä luvun osatekijöistä.
5-8) Viimeiset neljä joukkoa pohjautuvat samanaikaisesti kahdella tai useammalla perusteella muodostettaviin kerrannaisoperaatioihin eli suhteisiin. Esineiden järjestäminen osaluokkiin sekä muodon että värin mukaan (esim. luokka keltaiset neliöt ja siniset ympyrät) on luokkien kerrannaisuutta. Kerrannaissarja voidaan muodostaa samalla tavalla. (Beard 1971, 97-100.)

Luokat ja sarjat voidaan ryhmitellä edelleen siten, että yksi käsite sisältää useita muita. Luokkien sukupuu saadaan esim. muotojen luokittelemisella kolmionmuotoisiin, nelikulmioihin ja edelleen niiden osaluokkiin. Piaget on todennut lasten alkavan käyttää näitä kahdeksaa loogisten operaatioiden joukkoa konkreettien operaatioiden kaudella. Loogisuudesta seuraa ajattelun noudattamat tietyt lait, joita Piaget on määritellyt viisi.(Beard 1971, 101.)

Yhdisteltäessä jonkin joukon yksiköitä saadaan uusi, samanlainen yksikkö. Kaksi erillistä luokkaa voidaan siis yhdistää laajemmaksi ne molemmat sisältäväksi luokaksi (esim. naiset + miehet = aikuiset). Joukkojen lait ovat 1) sulkevuuden (closure) eli koostumuksen (composition) laki, 2) käänteisyyden (inversion) laki eli jokainen muutos on käännettävissä (esim. jos A+A1 = B, niin A=B-A1 tai A1=B-A). 3) Liitännäisyyslaki tarkoittaa operaatioiden yhdistämisen olevan liitännäistä eli sama tulos voidaan saada kahdella eri tavalla. Neljäntenä on yhtäläisyyslaki eli A-A=0. Toiston ja kerrannaisuuden laki on viidentenä, eli lisättynä luokka itsellään se pysyy samana (miehet + miehet = miehet). Lukujen yhteydessä toteutuu kerrannaisuuslaki eli 2+2=4.(Beard 1971, 102- 103.)

4.2 Vygotsky ja sosiaalisen vuorovaikutuksen merkitys oppimisessa

Vygotskyn (1978) teoriassa täsmennetään Piaget'n (1967) esittämää aktiivista organismia ja tiedon rakentumista psykologisina struktuureina suhteessa ympäröivään maailmaan. Vygotsky (1978) korostaa sosiaalisen ympäristön eri tekijöitä tiedon rakentumisen osatekijöinä. Vygotskyn näkemykset ovat merkityksellisiä ohjattaessa lapsia alkuopetuksessa tiedon etsimiseen sosiaalisen toiminnan kautta.

Vygotskyn teorian keskeisen periaatteen mukaan psykologisten struktuurien luominen tapahtuu sosiaalisen ympäristön kanssa, yksilön ja yhteisön välisen interaktion avulla. Ihmisen korkeampien mentaalisten prosessien ymmärtämiseksi täytyy tutkia niiden sosiaalisia alkuperiä. Vygotsky väitti korkeampien henkisten toimintojen olevan välillisen toiminnan tuotteita. Henkilöiden välisen kommunikoinnin psykologiset, kognitiivisen kehityksen alaiset välineet (=sisäisti orientoituneet semioottiset keksinnöt, esim. kieli ja numerosysteemit) ja keinot toimivat sosiaalisten tekijöiden välittäjinä. Näin ollen kommunikaatiovaikeuksien voitaisiin olettaa vaikuttavan kognitiiviseen kehitykseen. Alkujaan ulkoinen toiminta rekonstruoidaan ja sen esiintyminen muuttuu sisäiseksi. Henkilöiden välinen (interpersonaalinen) prosessi muutetaan yksilön sisäiseksi (intrapersonaalinen) eli sosiaaliselta tasolta siirrytään yksilön tasolle.(Vygotsky 1978,52-57,121-131.) Vygotskyn väitteen mukaan välineet, olivatpa ne käytännöllisiä tai symbolisia, ovat aluksi ulkoisia/ulkoapäin tulevia eli niitä käytetään ulkoisesti tai kommunikoitaessa toisten kanssa. Välineet kuitenkin vaikuttavat niiden käyttäjiin, esim. ensin kommunikatiivisena välineenä kieli lopulta muovaa käyttäjiensä mieliä.(Bruner 1987,2-3.)

Piaget'n lukukäsitteiden loogisen analyysin mukaan laskeminen ei voi tulla lapsen symboliseksi välineeksi ennen loogis-deduktiivisen henkisen struktuurin (osoituksena määrän säilyvyyden kyky) saavuttamista.(Piaget 1952a.) Tutkimusten perusteella on todettu ainakin kaksi yleistä määrän säilyvyyden mallia, laskemis -perustaiset ja ei-laskuperustaiset.(Saxe 1979, Acredolo 1982.) Lapset näyttävät ymmärtävän matemaattisen tiedon sovellusnäkökohtia eri tavoin, senhetkisen tilanteen vaatimusten tulkinnasta riippuen.(Daniels 1990.)

4.3 Vygotskyn ja Piaget'n näkemys sisäisestä puheesta

Vygotsky (Bivens & Berk 1990) kritisoi Piaget'n näkemyksiä sisäisen puheen luonteesta. Molempien käsitysten tunteminen on hyödyllistä mietittäessä sisäisen puheen merkitystä toiminnan ohjaajana oppimismenetelmien valitsemisen näkökulmasta.

Vygotskyn mukaan sisäinen puhe (joko itselle tai "ei kenellekään" kohdistettu ääneenpuhuminen; Bivens & Berk 1990) muuttuu ulkoisesta enemmän sisäisemmiksi tehtävärelevanteiksi muodoiksi peruskoulun alkuvuosien myötä. Tehtävärelevantin sisäisen puheen ei ole todettu olevan suuresti yhteydessä samanaikaiseen matematiikassa selviytymiseen. Sillä näytti kuitenkin olevan positiivisia yhteyksiä päiväkotilasten ja 1-3. luokan oppilaiden tulevaisuuden toimintaan. Oppimista helpottava vaikutus ei ole aina heti ilmenevää, kumuloitumiseen tarvitaan aikaa. (Bivens & Berk 1990, Frauenglass & Diaz 1985.) 4-10-vuotiailla tehdyissä tutkimuksissa todettiin sisäisen puheen tehokas, tehtäväsuuntautunutta käyttäytymistä edistävä, esteiden ylittämistä ja ongelmanratkaisua helpottava piirre. (Bivens & Berk 1990, Goodman 1981.)

Piaget väitti sisäistä puhetta egosentriseksi ilmiöksi todeten sen olevan merkkinä lapsen kyvyttömyydestä asioiden huomioimiseen toisen henkilön näkökulmasta. Piaget'n mukaan lapsen reflektiivisen ajattelun kehittyessä ja muiden näkemyksien arvostamisessa sisäinen puhe vähenee korvautuen vähitellen kokonaan sosiaalisella kommunikaatiolla.(Piaget 1923/1926, Bivensin & Berkin 1990 mukaan.) Vygotskyn mukaan sisäinen puhe alkaa aikaisesta globaalista ja monitoiminnallisesta sosiaalisesta puheesta ollen pelkästään kommunikatiivista (ei epäsosiaalista) jo aivan alusta lähtien. Aikaisessa sosiaalisessa puheessa voidaan erottaa kaksi toiminnallisesti erilaista tyyppiä: 1) muiden ja 2) oman itsen kanssa kommunikoitava puhe. Sisäinen puhe poikkeaa sosiaalisesta puheesta muuttuen ääneen puhumiseksi, ulkoiseksi itsesäätelymekanismiksi (mm. tarkkaavaisuus), käyttäytymisen suunnittelijaksi, ohjaajaksi ja kontrolloijaksi. Lasten muuttaessa toiminnan itseohjatuksi kielellistämiseksi, avoin sisäinen puhe vähentyy, vaihtuen sisäiseksi puheeksi tai kielelliseksi ajatteluksi.(Bivens & Berk 1990.) Sisäisen puheen itseohjaavaa toimintaa tukee todisteet sen merkittävästä lisääntymisestä vaikeiden ja vaativien tehtävien aikana päiväkotilapsilla sekä 1.-3. luokan oppilailla.(Berk 1986; Berk & Garvin 1984; Deutsch & Stein 1972; Goodman 1981; Kohlberg, Yaeger & Hjertholm 1968; Dickie 1973, Zivin 1972, Bivensin & Berkin 1990 mukaan.) Sen on todettu synnyttävän vaikeissa tehtävissä erilaisia tehokkaita kognitiivisia prosessointistrategioita esim. lisääntynyttä tarkkaavaisuutta, luokittelua ja tehtävän erilaisten piirteiden kuvailua (jotka saattavat vahvistaa kielellistä koodausta ja ongelman kuvailua ja tulkintaa), mahdollisten ratkaisuteiden suunnittelua ja motorisen toiminnan ohjausta ja suuntaamista.(Diaz 1984, Bivensin & Berkin 1990 mukaan.)

Sisäisen puheen on todettu seuraavan järjestyksessä kehityksellistä kulkua, kehittyen tehtäväirrelevanteista itsestimuloivista muodoista (esim. sanaleikki ja tunteen ilmaisu) tehtävärelevantiksi ulkoiseksi puheeksi ja lopulta sisäistyneemmäksi kuulumattomaksi muminaksi sekä huulten ja kielen liikkeeksi.(Berk 1986; Berk & Garvin 1984; Frauenglass & Diaz 1985; Kohlberg ym. 1968.) Monet tutkimukset ovat osoittaneet älykkäämpien lasten edistyvän paremmin sisäisen puheen kehityksessä kuin keskivertolasten.(Berk 1986; Deutsch & Stein 1972; Kohlberg ym. 1968; Berner 1971, Kleiman 1974, Bivensin & Berkin 1990 mukaan.) Sisäisen puheen on osoitettu olevan eräs kognitiivisen kypsyyden ilmenemismuoto.(Bivens & Berk 1990.)

4.4 Galperinin toimintateoria

Galperinin (1957) toimintateoriassa on viety Piaget'n (1952b) ja Vygotskyn (1978) näkemyksiä käytännön toteutuksen tasolle. Piaget esittää lasten käsitteellisen ajattelun etenemisen konkreetilta tasolta abstraktille, Galperin teoriassa tälle sekä Vygotskyn (1978) näkemyksille sisäisestä puheesta annetaan opetusmenetelmälliset perusteet.

4.4.1 Tehtävään orietoitumistyypit

Galperin on erottanut kolme "puhdasta" tehtävään perusorientaatiotyyppiä fyysisten, kieliopillisten ja aritmeettisten tehtävien havainnointien perusteella.

1) "Yrityksessä ja erehdyksessä" perustan välttämätön osa sisältää jonkinlaisen ulkoisen maailman objektien ja tapahtumien mielikuvan (Galperin 1957, 213;1969, 251) päämäärästä ja vallitsevista olosuhteista. Tämä käsitys voi puuttua kokonaan, olla hyvin epämääräinen tai epätäydellinen, ettei henkilö kykene tehtävän suorittamiseen kokonaisuudessaan ja oikeassa järjestyksessä. Tämä johtaa tarvittavien olosuhteiden sokeaan etsimiseen. Toimenpiteeseen perehdytään aluksi operaation olosuhteista ja seurauksista saadun pikaisen vaikutelman mukaan. Siirtovaikutus uusiin tehtäviin on merkityksetön ja toimenpide on äärimmäisen rajoittunut olosuhteiden huomioonottamiseen ja sen toteutuksen muotoihin.(Galperin 1969,251.)

2) Tarvittavat ohjeet uuden tehtävän suorittamiseksi sisältyvät toisen orientaatiotyypin perustaan. Näitä ohjeita tiukasti havainnoimalla oppiminen etenee pääasiassa virheittä ja huomattavasti nopeammin kuin edellistä menetelmää käyttämällä. Ongelman jakaminen osiin ja toimenpiteen pilkkominen erillisiin operaatioihin lisää henkilön uusien tehtävien analysointikykyä. Henkilö kykenee luotettavaan ongelmanratkaisuun reaktioiden ollessa vakaita muuttuvissakin olosuhteissa. Enemmänkin peruspiirteiden samanlaisuudesta aikaisemmissa ja uusissa tehtävissä kuin analyysimenetelmien spontaanista siirtovaikutuksesta riippuva siirtovaikutus uusiin tehtäviin on merkittävä.(Galperin 1969, 251-252.)

3) Uusien mallien analyysin johtoasema sallii niiden struktuurin ja piirteiden eristyksen, johtaen oikeaan tunnistukseen tai toistoon. Yleisiä analyysimenetelmiä oppiessaan henkilö samaan aikaan oppii konkreettiin ilmiöön yhteydessä olevia toimenpiteitä. Riittävästi assimiloitu analyysi auttaa henkilöä itsenäiseen tuottamiseen millä tahansa ilmiöllä sekä uusien tehtävien oikeaan suorittamiseen alusta alkaen. Tämän orientaatiotyypin virheet ovat vähäpätöisiä. Niitä esiintyy enimmäkseen harjoittelun alussa ja ne liittyvät melkein kokonaan uusien tehtävien olosuhteiden analyysiin. Siirtovaikutus annetun alueen rajoissa on melkein rajoittamaton.(Galperin 1969,252.)

Tehtävään orientoitumistyyppi havaitaan uuden toiminnon muodostumisessa ensimmäisellä tasolla ennen oppilaan alkaessa todella suorittaa tehtävää. Se voi muuttua, mutta uudelleenoppiminen on vaikeampaa kuin alkuperäinen oppiminen. Tätä vaikeuttaa taipumus nähdä ainoastaan toiminnan heikot tulokset eikä niinkään vaikeuden syy. Harjoittelulla ei ole toivottua vaikutusta sen johtaessa spontaanisti kehittyneen, väärän orientaation vahvistamiseen. Toimenpiteen orientaatioperustan pysyvyydellä ei ole merkitystä sen ollessa vain uuden tehtävän suorittamisen ohjaussysteemi. Se ei ole itse toimenpide ja ilman toiminnan suorittamista henkilön on mahdoton oppia.(Galperin 1969, 252-253)

4.4.2 Toiminnan neljä parametriä

Toiminnat voidaan jakaa neljään parametriin. 1) *Toimintojen taso* sisältää materialistisen, ulkoisen puheen ja mentaalisen puheen (ei-aineellinen) vaiheen. *2) Yleistyminen* tarkoittaa toiminnan jonkinasteista yleistymistä. Lapsi osaa esim. laskea lukuvälillä 1-10 (4+3), mutta ei enää osaa lisätä lukuja välillä 11-20 (14+3). 3) *Toimintojen täydellisyydellä/ perinpohjaisuudella (lyhentäminen)* tarkoitetaan toiminnan suorittamismahdollisuutta erilaisilla yleistymisen asteilla ja perinpohjaisuudella, operaatioiden täydellisillä/perinpohjaisilla tai epätäydellisillä rakenteilla. Joku suorittaa laskun lyhyesti, toinen tekee työn perinpohjaisesti, suorittaen esim. yhteenlaskun eri ryhmissä. 4) *Toimintojen hallinta/ taito (perehtyneisyys, tuttuus)* käsittää yleistymisen ja lyhentämisen mukaan eroavat toiminnan muodot. Lapsi on saattanut oppia toiminnon eri asteisesti. Opettajan pyynnöstä hän toteuttaa toiminnon parhaimmalla menetelmällä, mutta riittävän hallinnan puutteen vuoksi ei ehkä käytäkään tätä itsenäisessä työssään. Lapsi saattaa suorittaa toiminnan eri tasoisesti; objektien avulla, ääneen puhumalla käyttämättä objekteja apunaan tai itsekseen "päässä" puhumalla.(Galperin 1957, 215-216.)

Toimintojen taso

Toiminnan kehittymisen edellytyksenä on jonkinlainen alkukäsitys tehtävästä. Se sisältää ainoastaan ulkoisia viittauksia saavutettavasta päämäärästä ja alkumateriaalin käyttötavoista. Se ei sisällä tietoa asioiden ominaisuuksista ja niiden välisistä suhteista, eikä myöskään tarvittavia taitoja niiden käsittelemiseksi. Objektien ja välineiden todelliset ominaisuudet ja suhteet (mm. käsi "luonnollisena" välineenä) ovat ensin havaittavissa käytännöllisessä toiminnassa ponnisteltaessa objektien avulla uudelleenorganisoituun päämäärään.(Galperin 1957,218.)

Materialisoitu esitystapa yksinkertaistaa tehtävää. Toimenpiteen hallinta ei tarkoita pelkästään sen muistamista, vaan toistamista itsenäisesti uudella materiaalilla ja uuden tuotteen tuottamista tällä materiaalilla.(Galperin 1969,250) Olennaista on tehtävän analyysi ja sen objektiiviset olosuhteet. Malli toiminnon lopullisesta tuotteesta jaetaan osatekijöihin toimintojen suorittamisjärjestyksen mukaan. Tämän jälkeen on ehdottaman tärkeää huomioida subjektin jokaisen operaation itsenäisen suorittamisen kyky. Toimenpide on myös pilkottu subjektille mitoitettuihin operaatioihin eli muokattu hänen henkilökohtaisen tietämyksen, kykyjen ja luonteen mukaan. Tärkein toiminnan psykologisen mekanismin näkökohta on toimintoja suuntaava perusta. Se määrittelee jokaisen operaation jäsentelyn ja takaa toiminnan kontrollin toteuttamisprosessissa.(Galperin 1969, 251; Galperin & Talyzina 1972,108)

Materiaalinen vaihe

Toimintojen taso sisältää materialistisen vaiheen, jolloin toiminta voidaan suorittaa annettaessa välittömän operoinnin mahdollistavat, materialistisessa muodossa olevat objektit ja välineet. Materialistinen taso sisältää kaksi tehtävään tutustumis -menetelmää: 1) Opettajan alkuselitysten jälkeen lapsi siirtyy heti *itsenäisesti tutustumaan materiaaliin* (vaikkakin opettajan ohjauksen alaisena). 2) Lapsi *ei itse suorita toimintaa* vielä pitkään aikaan. Hän kuitenkin ottaa aktiivisesti osaa opettajan selityksiin antaen virikkeitä seuraavalle operaatiolle tai nimeämällä tuloksen. Jälkimmäinen menetelmä on todettu tuotteliaammaksi, mahdollisesti sen vapauttaessa lapsen tehtävän fyysisestä suorittamisesta, jolloin henkiselle prosessoinnille jää enemmän resursseja.(Galperin 1957,217.)

Lapsi oppii objektien avulla laskemaan, lisäämään ja vähentämään. Päämääränä on koko ajan toiminnan muuttaminen mentaaliseksi. Materiaalinen toiminta on rakennettu jatkuvassa kielellisessä kanssakäymisessä opettajan kanssa, hänen ohjaavien selitysten ja korjausten vaikutuksen alaisena. Tällä tasolla puheen rooli (sekä opettajan että oppilaan) on rajoittunut viittauksiin päämäärän objektiivisista piirteistä, käytettävissä olevista objekteista ja menetelmistä niiden kanssa toimimiseksi. Nämä ohjeet ovat tärkeitä, mutta ne eivät kuitenkaan korvaa toimintaa.(Galperin 1957,218.)

Ulkoisessa toiminnassa psyykkiset prosessit ovat muodostamassa lapselle käsitystä päämäärästä, kontrolloimassa käytännöllisesti katsoen sujuvaa toimintaa ja säätelemässä sitä sopusoinnussa tehtävän kanssa. Toimintojen uudelleenorganisointi tapahtuu ainoastaan ulkoisten objektien avulla, materiaalisella tavalla rekonstruoimalla. Lapsi ei pysty vielä tähän ajattelun tai kuvittelun tasolla. Hän kykenee löytämään objektiivisen toiminnan sisällön kokonaisuudessaan omassa elämässään objektien avulla tapahtuvan toimintansa myötä, ei tehtävän valmistavan käsityksen ja opettajien selitysten tuloksena. Ristiriita materiaalisen objektin ominaisuuksien ja välineen välillä tehtävän suorittamisessa johtaa lapsen huomaamaan asioiden ja oman toiminnan objektiivisen logiikan.(Galperin 1957, 218-219.)

Toiminta kehittyy kohti täydellistä mentaalista toimintaa yleistymisen, lyhentämisen, testauksen, selityksen, todistuksen, korjauksen ja uudelleen oppimisen kautta. Uusien käsitteiden muodostuminen mahdollistuu toiminnan tasolla materiaalisten esineiden avulla. Ulkoisten objektien avulla tapahtuvan toiminnan edut eivät johdu pelkästään visuaalisesta havaitsemisesta.(Galperin 1957,219.)

Kielen käyttö objektien kanssa tapahtuvan toiminnan aikana ei itsessään aiheuta siirtymistä kielellis-käsitteelliselle tasolle, vaikka se luokin tärkeät olosuhteet tälle siirtymiselle. Lapsen kyvyttömyys täsmällisen toiminnan selostuksen antamiseen on esimerkkinä uusien käsitteiden kehittymisen epäonnistumisesta. Tämä on seurauksena toiminnan suorittamisesta ainoastaan objektien avulla. Toiminnan suorittamiskyvyn ja kielellisen selostamiskyvyn viivästyminen merkitsee toiminnan siirtymisen hidastumista toiseen merkkisysteemiin.(Galperin 1957,220.)

Ulkoisen puheen vaihe

Ulkoisen puheen vaihe tarkoittaa koko toiminnon (tai sen yksittäisten kohtien) suorittamista ulkoisen puheen, mikäli se on toiminnan suorittamisen kannalta välttämätöntä, avulla. Kuuluvan puheen asteelle voidaan siirtyä hallittaessa toiminta riittävästi objekteilla. Tällöin opitaan laskemaan ääneen ilman objektien apua. Toiminta siis vapautetaan jatkuvasta ulkoisten esineiden manipuloinnin tarpeesta edustaen etenemistä käsitteiden kanssa tapahtuvaan toimintaan. Materiaalilla tasolla sanojen on todettu toimivan suhteessa lukusanoihin pääasiallisesti objektien merkkeinä, jotka saattavat olla hyvin yleistyneitä ja tarkoin eriytyneitä.(Galperin 1957,219.) Luvut ovat lapselle ainoastaan merkkinä yksiköiden yksityiskohtaisesta yhdistelmästä. Ne eivät ole muodostuneet täysin tehokkaiksi käsitteiksi, mikä on itsessään mentaalisen toiminnan erityinen päämäärä. Luku ei ole vielä merkityksellinen, tietyn määrän merkki yksinkertaisena kokonaisuutena käsitettynä. Luvun muuntaminen todelliseksi käsitteeksi on välttämätöntä sen merkityksen rikastuttamiseksi. Tämä vaatii paluuta objektien kanssa tapahtuvaan työhön. Toisen luvun lisäämisen opettaminen tällä tavalla, todellisten objektien kanssa, siirtää toiminnon edelleen puhuttuun ja kirjoitettuun lukuun, jolloin luku on saavuttanut täyden arvonsa. Tämän takia käsitteen hallinta vaatii myöhemmin paluuta objekteihin. Sanat eivät voi muuten saavuttaa niiden oikeaa merkitystä ja tarjota riittävää perustaa teoreettiselle, "päässä" tapahtuvalle toiminnalle.(Galperin 1957,220.)

Mentaalinen puhe

Täydellisen materiaalisen toiminnan avulla tapahtuvan ajattelun saavuttaminen kuuluvan puheen tasolla merkitsee mentaaliselle tasolle siirtymisen alkamista. Lasta opetetaan laskemaan kuiskaamalla, sitten hiljaisuudessa, itsekseen. "Päässä toimimisen" lisäksi käytetään yhä kieltä ja aistikuvia. Aluksi tämä toiminta on edellisen tason toiminnan uudelleentuottamista. Nyt päässä tapahtuva toiminta on uudelleentuotettu ainoastaan sopusoinnussa sen oman objektiivisen sisällön kanssa, osoittautuen nopeasti pelkäksi edellisen ulkoisen toiminnan muistikuvaksi. Mitä tavanomaisemmaksi tämä muistikuva tulee, sitä helpommin ja automaattisemmin se toimii. Se ei ole enää todellista toimintaa, vaan käsitteitä siitä. Tällainen toiminta on aikaisempaa vaikeampaa, esineethän voitiin nähdä ja ne voivat ohjata toimintaamme; ääneen puhutut sanat kuullaan aivan kuin ne olisivat toisen henkilön, jolloin niiden ohjausvoima on jopa suurempi. Toiminnan "päässä" suorittamisessa täytyy kuvitella sekä objektit itsessään että niiden avulla suoritettavat toiminnat ja myös tarkistaa molempien oikeellisuus. Tätä kaikkea ei kuitenkaan tuoteta täysin uudelleen.(Galperin 1957, 220-221.)

Mentaalisen toiminnan luonne muuttuu toiminnan ennakoinniksi ja muistuttamiseksi, kun se aikaisemmin uudelleenorganisoitiin ja suoritettiin. Samaan aikaan mentaalinen toiminta osoittaa tiettyä riippuvuutta käytännön toiminnasta, jopa perustuen siihen. Lopullisen mentaalisen toiminnan laatu määräytyy oikeasta, ensimmäisellä tasolla muodostuneesta, tehtävän ymmärryksestä, hallittavan toiminnan sisällöstä sekä sen kaikkien operaatioiden oikea-aikaisesta yleistymisestä. Olennaista on myös toiminnan materiaalisen muodon kehittymisaste, hallitaanko sen objektiivinen sisältö alusta alkaen.(Galperin 1957, 222-223.)

Toiminnan yleistettävyys

Toiminnan yleistettävyysasteella tarkoitetaan objektien oleellisten piirteiden erottamista kaikista muista, epäoleellisista ominaisuuksista.(Galperin & Talyzina 1972,107.) Yleistymisen todetaan olevan menestyksekkäintä sen esiintyessä mahdollisimman aikaisin ja laajasti sekä monenlaisen materiaalin kanssa. Tällaisissa olosuhteissa lapsi ei muodosta yhteyksiä toiminnan ja sen epäolennaisten piirteiden välillä. Ainoastaan samanaikaisen kehityksen ja toiminnon yleistymisen tuloksena sen todellinen sisältö tulee oppilaalle selväksi. Se pitäisi hallita oikeaan ja sujuvaan (mutta ei automaattiseen) toteutukseen saakka. Toiminnon perättäinen lyhentäminen voi alkaa käänteisen prosessin saavuttamisen jälkeen. Pysyvästi toistettuja operaatioita, joiden tulokset tiedetään etukäteen, ei enää suoriteta. Oppilas aloittaa tuloksista siirtyen suoraan seuraavaan operaatioon.(Galperin 1969,255.)

Oikea lyhentäminen ja sen ilmestymisen oikea-aikaisuus, huolellinen ja oikeaan aikaan tuleva toiminnan siirtyminen kuuluvan puheen tasolle ja edelleen mentaaliselle tasolle ovat toimintaprosessin olennaisia tekijöitä. Tärkeää on toiminnan viimeisen muodon vahvistaminen sekä toiminnan hallinnan johtaminen täydelliseen automaatioon.(Galperin 1957,224.) Toiminnan laatua mittaa jokaisella tasolla toimintojen yleistyminen, lyhentäminen ja hallinta. Laatu on sitä korkeampi mitä korkeampia edellä mainitut ominaisuudet ovat.(Galperin 1969,250; Galperin & Talyzina 1972,108.)

Tutkimukset (Galperin & Talyzina 1957) ovat osoittaneet uuden toiminnon (ei pelkästään uusi tieto) olevan menestyksekkäästi muotoiltu aloitettaessa sen ulkoisella muodolla. Tämä ulkoinen muoto ei ole kuitenkaan sama kuin se on aivan pienillä lapsilla, vaan joku skeeman muoto: diagrammit, jäsentelyt/luonnokset, piirustukset, mallit tai yksinkertaisesti kirjoitetut muistiinpanot. Kaikki tällaiset kuvaukset uudelleentuottavat tarkasti toiminnolle tärkeät konkreettien asioiden piirteet ja suhteet sekä sallivat toiminnon suorittamisen näitä korvikkeita käyttämällä.(Galperin 1969,253.)

Toimintojen täydellisyys

Toimintasysteemin täydellisyydellä tarkoitetaan toiminnan kuvaamista suhteessa lapsen tosiasiassa suorittamiin toimintoihin.(Galperin & Talyzina 1972,107.) Lyhentäminen ilmenee itsestään ja kontrolloimattomalla tavalla. Tämä on usein ei-toivottua oppilaan ymmärtämättä miten seuraavaan operaatioon siirtyminen on mahdollista edellistä välttämätöntä operaatiota suorittamatta. Lyhentäminen vahvistuu itsessään suoritettaessa toiminta nopeammin ja jokaisessa tapauksessa tulos on oikea. Spontaanissa lyhentämisessä ei ymmärretä perustavaa periaatetta, jolloin rajoitutaan erityisiin tapauksiin. Sen takia jokaisessa uudessa tilanteessa on välttämätöntä arvata kaikki uudelleen. Toisaalta tietoinen lyhentämisen suorittaminen tarkoittaa sen objektiivisen perustan erottamista muodostamaan käsitys (jos ei käsitettä) uudesta todellisuudesta. Tämä tukee oppilasta toiminnan objektiivisten sisältöjen kanssa sallien objektiivisiin assosiaatioihin perustuvan orientoivan siirtymisen.(Galperin 1969,256.) Ainoastaan lyhentämisprosessin tietoinen hallinta voi taata laajakantoisen siirtovaikutuksen ja uuden toiminnan kehittymisen, mikä on välttämätöntä jokaisessa vaikeassa tilanteessa.(Belov 1956, Galperinin 1969,256 mukaan.)

Mentaalisella asteella lyhennetyt operaatiot ainoastaan oletetaan, niitä ei suoriteta. Toiminto kokonaisuudessaan jää tasolle, joka sisältää sen suorittamisen kannalta ehdottoman välttämättömät tekijät. Toiminnon saavuttaessa korkeimman materiaalisen tason (suurin yleistyminen, lyhentäminen ja hallinta) siirrytään seuraavalle tasolle. Tällainen siirtovaikutus voi esiintyä "itsestään". Se on kuitenkin hyvin harvinaista sillä useimmat toiminnot ilman suoraa materiaalista tukea täytyy erityisesti opetella. Työskennellessään alussa ilman objekteja, lapsi yrittää visualisoida niitä ja laskea objektit mielikuvituksessaan, kuten hän laski aikaisemmin materiaalisia objekteja. Toiminnon siirtovaikutus visuaaliseen kuvitteluun näyttäisi merkitsevän "suoraa" siirtymistä mentaaliselle asteelle. Mielikuvat ovat itsessään apukeinoja kielellisten operaatioiden suorittamiselle, joihin lapsi nopeasti siirtyy. Tässä prosessissa puhe näyttää olevan tavallisesti apukeinona. Hyviä tuloksia voidaan saavuttaa ainoastaan valmistavalla ja riittävällä kielellisellä kehityksellä materiaalisen toiminnon tasolla. Lapsi ei voi toimia ilman kuuluvaa puhetta.(Galperin 1969, 257-259.)

Lapsen täytyy erottaa ja verrata toiminnon materiaalista sisältöä ja sen kielellistä ilmaisua. Tämä välttämättömyys aiheuttaa kaksi tyypillistä poikkeamaa oikeasta suoriutumisesta. Kielellinen sanamuoto saattaa vakiintua ennenaikaisesti. Toisaalta poikkeama ilmenee oppilaan työskennellessä ainoastaan toiminnan objektiivisen sisällön kanssa kehittämättä sen tulkintaa puheessa. Lopputuloksena on kyky ratkaista ongelmia ilman taitoa niiden päättelemiseen. Harjoittelun päämäärä kielellisessä toiminnassa ei ole ainoastaan poistaa tarvetta objektien manipuloimiseen. Kielellisen toiminnan suuri etu ei ole sen vapauttamiskyky suorasta kontaktista objekteihin. Sen tehtävänä on johtaa toiminnan uuden kohteen muodostumiseen, abstraktioon. Abstraktiot ovat tärkein olosuhde (mutta ainoastaan olosuhde!) käsitteiden muodostumiselle. Ne poistavat rajoitukset, jotka epäilemättä seuraavat sensorista materiaalia. Abstraktiot saavutetaan ja niitä ylläpidetään ainoastaan puheessa, sanojen merkityksissä. Lapsi kykenee toimimaan abstraktin materiaalin kanssa näiden sanamerkitysten audiomotorisen perustan takia. Kielellinen mielikuva on visuaalista esitystä pysyvämpi sen sisältäessä kielellisen artikulaation ja siihen sisältyvän kinesteettisen mallin. Sanojen materiaalisen perustan takia lapsi voi toimia niillä kuten materiaalisen kohteenkin kanssa. Abstraktissa muodossa sana on toiminnan ainoa keino. Puhe on materiaalisen toiminnon muoto, ei ainoastaan kommunikointia materialistisesta toiminnasta. Sen varmentaminen on tärkeää kielellisen muodon yleistymisessä.(Galperin 1969, 261-263.)

Toimintojen hallinta

Opettajat eivät useinkaan huomioi mentaalisten toimintojen muodostumistasoja, heitä kiinnostaa enemmän opetettavien asioiden lopputulokset, toiminnon tieteellinen käsite. Sen vuoksi kiinnitetään liian vähän huomiota perusprosesseihin. Ymmärtäminen tarkoittaa kykyä tutkia mentaalisesti mallin suhteita tai tehtävän olosuhteita. Ilman tämän ymmärtämisen käyttöä hallinta ei voi olla menestyksekästä. Toiminta täytyy suorittaa uudella materiaalilla, jos ei konkretisti, niin vähintään paperilla (toiminnan materiaalistunut muoto). Korkeampi mentaalinen kehitys mahdollistaa olennaisten suhteiden näkemisen ja niiden käyttämisen abstraktissa muodossa. Ensimmäinen tehtävä uuden toiminnon oppimisessa on kyseisen toiminnon materialisoidun muodon löytäminen ja sen sisältöjen tarkka luominen. Tämä ei ole kuitenkaan helppoa. Toiminnan alustavilla materiaaleilla muodoilla saattaa olla vähän tai ei ollenkaan ulkoista samanlaisuutta niiden käsitteellisiin muotoihin.(Galperin 1969, 254-255.)

Toiminnan kaksi osaa, liikkeellepaneva voima ja kontrolli yhdistyvät ja muuttuvat erilaisiksi mutta saman ilmiön näkymättömiksi puoliksi. Eräs on kohdetoiminnan sisältö (nonpsykologinen) ja toinen ajattelun toiminto tästä kohdesisällöstä (olennaisesti psykologinen mutta ilman sisältöä). Introspektiossa ajattelu on olemassa ainoastaan tässä muodossa, koska toiminto ei ole vielä tavoittanut sisäisen puheen tasoa. Se esittää itsensä toimintana, ei ajatteluna.(Galperin 1969, 264-265.)

Muutos mentaalisista toiminnoista mielikuviin on vaikea tehtävä mielikuvien ollessa suoraan toiminnoille vastakkaisia. Toiminto on prosessi, mielikuvien ollessa muuttumaton kohteen ja toiminnon "kohtaamiskokonaisuus". Mielikuvat muodostetaan niitä kuvaavien toimintojen perusteella. Käsitteet muodostuvat aluksi mielikuvina. Ensimmäinen välttämätön toiminto uuden käsitteen hyväksikäytössä on tunnistaa sille olennainen konkreettinen ilmiö, "käsitteiden perustus". Tämä tunnistus oletetaan monien luokkahuonekäsitteiden muodostumisen perustaksi.(Galperin 1969, 266-267.)

Heikot oppilaat osoittavat toisaalta usein korkeata hallinnan tasoa yksinkertaisissa toimintamuodoissa, kuten poikkeuksellisesti nopeassa yhteenlaskussa (tai jopa vähennyslaskussa) laskemalla objektit yksitellen automaattisesti. Tällainen ennenaikainen automatisoituminen on kuitenkin suuri este toiminnan kehittyneemmän lyhentämisen ja yleistymisen muotojen oppimiselle.(Galperin 1957,215-216.)

5 TUTKIMUSONGELMAT

Tutkimuksen tavoitteena on kehittää matematiikan alkuopetusta toiminnallisen opetusmenetelmän avulla. Toiminnallisuutta matematiikan oppimisessa on korostanut erityisesti Galperin (esim. 1969). Hänen teoriassaan Piaget'n (1952b) näkemys lasten ajattelun kehityksestä konkretisoituu käytännön opetusmenetelmänä. Matematiikan rikastuttamisohjelman vaikutusta on tärkeätä tutkia tavallisen kouluopetuksen lisänä.

Tutkimuksen pääongelmana oli: Miten toiminnallinen matematiikkakerho edistää ensimmäisten luokkalaisten lasten matematiikan perustaitoja?
Tutkimuksen alaongelmana oli: Eroavatko lasten suoritukset sukupuolittain?

Tutkimushypoteesia ei asetettu, koska aikaisemmin ei olla tutkittu lyhytaikaisten matematiikan rikastuttamisohjelmien vaikutusta ensimmäisen luokan oppilailla.

6 MENETELMÄ

6.1 Koehenkilöt ja koeasetelma

Tutkimusjoukko käsitti 84 ensimmäisen luokan oppilasta. Tutkimukseen osallistui kaksi samassa kaupunginosassa toimivaa perusopetuskoulua. Osallistuvat koulut valittiin harkinnanvaraisesti. Lopullisessa koeryhmässä oli 52 oppilasta (yksi ei ollut loppumittauksessa) kolmesta eri luokasta. Lopullisena kontrolliryhmänä oli 32 oppilasta (viisi jäi pois loppumittauksesta) kolmesta eri luokasta. Koeryhmän lapset noudattivat yleisopetuksen opetussuunnitelmaa, samoin kontrollikoulun kaksi luokkaa. Kolmas kontrolliluokka oli “starttiluokka” (8 oppilasta), jossa oli koulunsa normaalisti aloittavia ensimmäisen luokan oppilaita. He noudattivat kuitenkin mukailtua opetussuunnitelmaa (ei virallisesti minkään erityisopetuksen alueen opetussuunnitelma). Taulukossa 1. on kuvattu koehenkilöt ryhmittäin ja sukupuolittain.

TAULUKKO 1. Koehenkilöiden ryhmä- ja sukupuolijakauma

	ryhmä	
sukupuoli	koeryhmä (n=52)	kontrolliryhmä (n=32)
tytöt (n)	24	14
pojat (n)	28	18

Tutkimusasetelmana oli koe- ja kontrolliryhmän alkumittaus (koeryhmä O_1, kontrolliryhmä O_3) ja loppumittaus (koeryhmä O_2, kontrolliryhmä O_4). Alkumittaus suoritettiin elokuun 1998 lopussa, loppumittaus joulukuun 1998 puolessa välissä. Koeryhmä osallistui matematiikan rikastuttamisohjelmaan, matematiikkakerhoon (X).

O_1 X O_2

O_3 $\quad$ O_4

KUVIO 1. Koeasetelma

Ryhmien koostumuksen vertailukelpoisuus sukupuolen mukaan selvitettiin tilastollisesti. Ryhmän ja sukupuolen välillä ei ollut tilastollista merkitystä (X^2=.05, df(1), *p*=.830). Koe- ja kontrolliryhmän sukupuolten välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevää riippuvuutta.

Tutkimuksen koeryhmä osallistui toiminnalliseen matematiikan rikastuttamisohjelmaan eli matematiikkakerhotoimintaan ensimmäisen luokan syyslukukauden ajan. Piaget’n (1952b) teoria lasten ajattelun kehityksestä täydennettynä Vygotskyn näkemyksellä sisäisen puheen merkityksestä luo laajemman käsitteellisen perustan Galperinin (1969) teoriassa esitetyille matematiikan oppimisen käytännön menetelmille. Näistä teoreettisista lähtökohdista toteutettiin matematiikan keskeisiä työtapoja. Matematiikan alkuopetuksen keskeisiksi työskentelytavoiksi Aalto, Ikäheimo ja Puumalainen (1997) ovat nimenneet 1) leikinomaisuuden, 2) toiminnallisuuden ja 3) lapsen oman käsitteiden rakentamisen strukturoiduilla välineillä. Matematiikan opetuksen luonteesta ja opetuksen lähtökohdista Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, esittää seuraavaa: "Oppimistilanteet tulisi rakentaa keskustelunomaisiksi, kokeileviksi ja ongelmakeskeisiksi pitäen lähtökohtana mahdollisimman usein oppilaille tuttua konkreettista arkielämän tilannetta. Alusta alkaen matematiikan opiskelussa tähdätään ymmärtämään käsitteitä. Se tapahtuu konkreetin toiminnan kautta ja pitkään askartelua ja leikinomaisuutta korostaen." sekä "Kaikenikäisten ja -tasoisten oppilaiden tulisi saada rakennella ja tehdä käsillään malleja kyetäkseen luomaan oikeita mielikuvia ja muodostamaan käsitteitä. Matemaattisen ajattelun kehittymistä tuetaankin usein parhaiten silloin, kun ei liian nopeasti kiirehditä abstraktiin symboliesitykseen."

Kerhot kokoontuivat viikottain noin yhden tunnin ajan. Koeryhmään kuuluneet lapset jaettiin ryhmiin alkumittauksen pisteiden perusteella, jotta jokainen saisi taitojensa mukaista opetusta. Syyslukukauden aikana kokoontumiskertoja oli 14. Kolmen ensimmäisen viikon aikana lapset oli jaettu neljään ryhmään. Kerhot olivat koulun tiloissa heti koulun jälkeen. Neljännestä kerrasta eteenpäin, lukujärjestyksen vaihduttua, lapset jaettiin kuuteen ryhmään. Tällöin kerhot toimivat koulun tiloissa joko ennen koulun alkua aamulla tai heti koulun jälkeen. Ryhmäjärjestelyyn vaikutti käytännön syiden lisäksi myös lasten erilainen oppimisherkkyys eli joidenkin lasten oli selvästi vaikeampi keskittyä enää iltapäivällä. Uudella ryhmäjärjestelyllä pyrittiin entistä enemmän lasten yksilöllisempään ohjaukseen. Kokonaisuutena koehenkilöiden osallistumisprosentti kerhoihin oli 91%. Taulukossa 2. on matematiikkakerhotoiminnan oppimistavoitteet. Kerhokertakohtaiset tavoitteet tarkoittavat sillä kerralla erityisesti harjoiteltavia asioita. Tarkempi selvitys rikastuttamisohjelmasta on liitteenä (Liite 1).

TAULUKKO 2. Matematiikkakerhon oppimistavoitteet

	k	e	r	h	o	k	e	r	r	a	t			
Tavoitteina olevat taidot	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
järjestysluvun käsite	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
lukusuunta	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
lukujen hajotelmat	x	x	x	x	x	x								
lukumäärän, numeromerkin, lukusanan vastaavuus	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x	x
käsitteet enemmän/suurempi			x			x	x	x	x	x			x	x
käsitteet vähemmän/pienempi			x				x	x	x	x			x	x
vertailu: kuinka paljon enemmän/suurempi kuin			x					x					x	x
vertailu: kuinka paljon vähemmän/pienempi kuin			x					x					x	x
käsite yhtä suuri kuin				x								x		
tapahtuman visuaalinen tulkitseminen					x				x		x	x	x	
auditiivinen ymmärtäminen					x	x		x	x		x	x	x	x
yhteenlaskeminen	x			x		x	x	x	x	x	x	x	x	x
vähentäminen					x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
verbaalinen esittäminen	x		x		x			x	x					x
kymmenjärjestelmän idea (ykköset ja kymmenet)										x	x	x	x	x

6.2 Muuttujat ja niiden mittaaminen

6.2.1 Matemaattiset perustaidot

Alkuopetuksen matematiikan testejä ei juurikaan ole. Suomessa on käytössä alkuopetuksen matematiikan perustaitojen arviointiin MAKEKO -testi (MAtematiikan KEskeisen oppiaineksen KOkeet; Ikäheimo, Putkonen&Voutilainen, 1988). Se on opetuksen diagnostiikan apuvälineeksi tarkoitettu. Sen avulla opettaja voi arvioida keskeisten tavoitteiden toteutuminen opetuksessaan sekä tunnistaa ne oppilaat, joiden kohdalla tavoitteita ei ole saavutettu. MAKEKO on kriteeritesti perustuen kriteerit määrittävään opetussuunnitelman tavoitteisiin. Koesarjan luonteesta johtuu jakaumien negatiivinen vinous eli koe erottelee vain huonosti suoriutuvat. Seulan luonteesta johtuen suuri osa selviytyy lähes maksimipistein. Esimerkiksi haluttaessa tehdä johtopäätöksiä parhaiten suoriutuvista, MAKEKOa ei pidä käyttää.(Hautamäki ja Kuusela 1997,150.) MAKEKO -testiä ei ollut mielekästä käyttää tässä tutkimuksessa, koska haluttiin tutkia kaikkien ensimmäisellä luokalla olevien lasten matemaattista suoriutumista. Seula -luonteesta johtuen MAKEKO -testiä ei tässä tutkimuksessa käytetty. Tämän perusteella tätä tutkimusta varten laadittiin alkuopetuksen matematiikan opetussuunnitelman sekä Piaget'n (1952a) ja Galperinin (1969) lasten matemaattisten käsitteiden oppimisen teorioiden perusteella uusi testi, Matemaattisten Perustaitojen Mittaaminen (MPM). Testi sisältää 20 tehtäväosiota. Testiin kuuluvat tehtäväohjeet, tehtävät ja testin pisteitys ovat liitteenä (Liite 2.). Mittariin haluttiin sisällyttää "seula" -tyyppisiä tehtäviä, eli tehtäviä, jotka suurimman osan lapsista pitäisi osata. Toisaalta haluttiin selvittää lasten suoriutumista myös enemmän kielellistä ymmärtämistä mittaavissa matematiikan tehtävissä.

Tehtäväosiot jaettiin kuuteen tehtäväryhmään.

1) lukusuunta, järjestysluvun käsite (tehtävät 1,2)
2) lukukäsite (tehtävät 3,4,8,16,18)
3) käsitteet enemmän/suurempi kuin (tehtävät 5,9,14,17,20)
4) käsitteet vähemmän/pienempi kuin (tehtävät 6,7,10,15,19)
5) lukujen tunnistaminen: suurempi/pienempi (tehtävät 12,13)
6) käsite yhtä monta (tehtävä 11)

Testi kokonaisuudessaan mittasi yleistä matemaattista suoriutumista. Se oli kokonaissummamuuttujana. Testin kuudesta tehtäväryhmästä viisi 1) lukusuunta, järjestysluvun käsite, 2) lukukäsite, 3) käsitteet enemmän, suurempi kuin, 4) käsitteet vähemmän, pienempi kuin, 5) lukujen tunnistaminen, suurempi/pienempi muodostivat testin summamuuttujat. Kuudentena muuttujana oli tehtäväosio "yhtä monta".

6.2.2 Aineiston analysointi

Tutkimuksen tuloksina esitetään ryhmien testipistemäärien keskiarvo- ja keskihajontatiedot. Rikastuttamisohjelman vaikuttavuus testattiin t-testillä. Tulosten varmistamiseksi vaikuttavuutta testattiin myös loppumittauksen kovarianssianalyysillä [2(koe- ja kontrolliryhmä)x2(tytöt ja pojat) ANCOVA], jossa kovariaattina oli alkumittaus. Kovarianssianalyysiä käytetään eri ryhmien keskiarvoja toisiinsa vertailtaessa, jolloin oletetaan niissä ilmenevien erojen saattavan johtua kolmannesta tarkasteltavaan muuttujaan vaikuttavasta tekijästä, eikä niinkään ryhmien välisistä eroista. Kolmannen tekijän eliminoiminen voidaan suorittaa kovarianssianalyysillä, jolloin tämä kolmas muuttuja valitaan kovariaatiksi.(Nummenmaa, Konttinen, Kuusinen & Leskinen 1997, 96.) ANCOVA -mallin oletuksina on mm. kovariaattien reliaabelius, kovariaattien välinen sekä riippuvan muuttujan ja kovariaattien välinen lineaarisuus. Oletuksina on myös ryhmien (koe- ja kontrolliryhmä) varianssien yhtäsuuruus.(Tabachnick & Fidell 1989, 323.)

Tutkimuksessa varianssien yhtäsuuruutta tutkittiin Levene'n testillä. Nollahypoteesina oli oletus ryhmien (koe- ja kontrolliryhmä) varianssien yhtäsuuruudesta.(Liite 3.) Tulokset olivat alkumittauksessa $F=2.44$, $p=.122$ ja loppumittauksessa $F=1.71$, $p=.194$. Nollahypoteesi jää voimaan.

6.3 Mittausten luotettavuus

6.3.1 Reliabiliteetti

Mittarin tasakoosteisuuden testaamiseksi tehtäväosioiden pistemäärät muutettiin standardipistemääriksi. Kokonaissummamuuttujan Cronbachin alfa -kertoimeksi saatiin alkumittauksessa .83 kun kertoimen arvo laskettiin kaikista 20 tehtävästä. Poistettaessa tehtäväryhmän "lukujen tunnistaminen, suurempi/pienempi" tehtävät, alfa -kertoimen arvoksi (18 tehtävää) tuli .82. Loppumittauksen alfa -kertoimen laskeminen täytyi suorittaa 18 tehtävällä. Tehtäväryhmän "lukujen tunnistaminen, suurempi/pienempi" tehtävät täytyi jättää alfa -kertoimen laskemisessa pois, koska kaikki lapset olivat osanneet nämä tehtävät. Tällöin alfa -kertoimeksi tuli .73. Cronbachin alfa osoittaa osioiden keskinäisen korreloinnin voimakkuuden, joten sen vuoksi alfaa nimitetään myös sisäisen johdonmukaisuuden kertoimeksi (Nummenmaa, Konttinen, Kuusinen & Leskinen 1997, 187). Testi on kokonaisuutena suhteellisen tasakoosteinen, joten sitä voidaan testitulosten osalta pitää melko luotettavana mittarina.(Taulukko 3.) Alkumittauksen alfa -kerrointa voidaan pitää aika hyvänä. Loppumittauksen sekä tehtäväryhmien "vähemmän, pienempi kuin", "enemmän, suurempi kuin" ja "lukukäsite" Cronbachin alfa kertoimia voidaan pitää välttävinä. Tehtäväryhmien "lukusuunta" ja "lukujen tunnistaminen, suurempi/pienempi" (alkumittaus) Cronbachin alfa -kertoimet ovat erittäin hyvät. Tehtäväryhmän "lukujen tunnistaminen, suurempi/pienempi" loppumittauksessa kaikki lapset osasivat tehtävät, joten siitä ei voitu laskea alfan arvoa. Tehtäväosio "yhtä monta" ei ole summamuuttuja, joten sille ei voitu laskea erikseen alku- ja loppumittauksen alfa -arvoa.

Testin rakenteen vuoksi summamuuttujien luotettavuutta tarkastellaan pääasiassa summamuuttujien välistä yhteneväisyyttä tutkimalla. Tämä tarkastelu suoritetaan korrelaatioiden avulla, koska summamuuttujissa on hyvin vähän tehtäviä. Tehtäväryhmien (summamuuttujat) ja yleisen matemaattisen suoriutumisen (kokonaissummamuuttuja) väliset korrelaatiot olivat pääosin tilastollisesti erittäin merkitseviä.(Taulukko 3.) Poikkeuksena oli kuudes muuttuja "yhtä monta", jossa korrelaatio läheni tilastollisesti erittäin merkitsevää, tehtäväryhmä "vähemmän, pienempi kuin", jossa korrelaation merkitsevyys oli melkein merkitsevä, sekä tehtäväryhmä viisi eli "lukujen tunnistaminen, suurempi/pienempi", josta ei korrelaatiota voitu laskea, koska loppumittauksessa kaikki lapset osasivat tehtävät. Tehtäväryhmien voidaan siis todeta mittaavan suhteellisen hyvin yleistä matemaattista suoriutumista.

TAULUKKO 3. Matematiikan perustaitoja mittaavan testin tehtäväryhmien keskinäiset korrelaatiot

	Cronbachin alfa kerroin 1= alkumit. 2= loppumit.	yleinen matem. suor.	vähem. pienem.kuin	enem. suurem. kuin	lukusuunta	lukukäsite	pienempi/ suurempi
vähem. pienem. kuin	1) .54 2) .72	r=.24 p=.031					
enem. suurem. kuin	1) .65 2) .59	r=.63 p=.000	r=.02 p=.843				
lukusuunta	1) .94 2) .92	r=.50 p=.000	r=.21 p=.053	r=.25 p=.021			
lukukäsite	1) .53 2) .44	r=.77 p=.000	r=.05 p=.655	r=.26 p=.016	r=.23 p=.033		
pienempi/ suurempi	1) 1.00 **						
yhtä monta*	***	r=.29 p=.007	r=.12 p=.275	r=.19 p=.088	r=.27 p=.012	r=.30 p=.005	

* ei ole summamuuttuja
** tehtäväryhmässä "pienempi, suurempi" loppumittauksessa kaikki lapset osasivat tehtävät, joten siitä ei voitu laskea alfan arvoa, eikä korrelaatioita
*** muuttujassa "yhtä monta" oli vain yksi tehtävä, joten alfan arvoa ei voitu laskea erikseen alku- ja loppumittaukseen

Yksittäisten summamuuttujien sisältämien tehtävien ja summamuuttujien väliset korrelaatiot olivat tilastollisesti erittäin merkitseviä eli eri tehtävät summamuuttujien sisällä mittaavat erittäin hyvin kyseistä matematiikan perustaitoa.(Liitteet 4-7.)

Tutkimuksessa huomioitiin tehtäväryhmien "lukukäsite", "vähemmän, pienempi kuin" ja "enemmän, suurempi kuin" sisältämien tehtäväosioiden muutamat negatiiviset korrelaatiot. Kyseisten tehtävien poistaminen ei kuitenkaan parantanut MPM -testin Cronbachin alfa -arvoa, joten nämäkin tehtävät otettiin mukaan.

6.3.2 Validiteetti

Sisäinen validiteetti

Sisäistä validiteettia vaarantavia tekijöitä tarkastellaan Mobergin ja Tuunaisen (1989, 58-62) mukaan.

Sisäistä validiteettia vaarantavina tekijöinä tutkimuksessa on mm. historia eli tämän tutkimuksen aikana sattuva sukupuolesta tai ryhmästä riippumaton tapahtuma, joka voi vaikuttaa loppumittauksen eroihin. Kypsyminen sisäistä validiteettia vaarantavana tekijänä tarkoittaa tutkimuksen aikana koehenkilöissä tapahtuvaa itsenäistä, sukupuolesta tai ryhmästä riippumatonta muutosta, joka voi vaikuttaa loppumittauksen arvoihin. Näitä ovat esimerkiksi vanheneminen, väsyminen, kyllästyminen. Loppuarviointeihin vaikuttavaa kypsymistä tapahtui varmasti sekä kontrolli- että koeryhmässä. Ensimmäinen luokka on kokonaisuudessaan monien uusien asioiden ja käytäntöjen opettelua. Sisäistä validiteettia voi heikentää myös testaus itsessään eli alkumittauksen sukupuolesta ja ryhmästä riippumaton vaikutus loppumittauksen arvoihin. Saman mittauksen uusimisessa mittaustulos voi muuttua jo pelkästään aikaisemman mittauksen vuoksi (esim. motivaatio, oppiminen, adaptoituminen). Lasten adaptoituminen ja oppiminen mittaukseen toimintana ja tilanteena vaikuttaa osaltaan tuloksiin. Alkumittauksessa lasten motivaatio saattoi olla korkeampi heidän kohdatessaan uudenlaisen tilanteen, toisaalta joidenkin motivaatiossa saattoi tapahtua laskua esim. vaikeiksi koettujen tehtävien takia. Loppumittauksessa oli havaittavissa hieman motivaation laskua lapsille alkumittauksesta tutun tehtäväsarjan suorittamisen takia.

Sisäistä validiteettia uhkaavana tekijänä tässä tutkimuksessa täytyy huomioida tilastollisen regression vaikutus eli hyvien taipumus saada toisella mittauskerralla alkuarvoja heikompia arvoja ja heikkojen päinvastainen taipumus. Tähän varmasti kummallakin ääripäällä vaikutti uusi tilanne sinänsä. Toisella mittauskerralla heikot saattoivat turhautua testin "helppoudesta" ja yksinkertaisesti sen takia tehdä ns. huolimattomuusvirheitä. Toisaalta kehityksen tässä vaiheessa hyvilläkin tulee helposti "laskuvirheitä" toiminnan puutteellisen automaation seurauksena. Heikot saattoivat parantaa suoritustaan varmistuessaan omasta osaamisestaan toisen mittauskerran aikana. He ovat harjoitelleet enemmän kyseisiä asioita lukukauden loppuun mennessä. Vaikuttavina ulkoisina tekijöinä saattoi olla esim. keskittymiskyvyn vaihtelut, mielenkiinto tehtäviin, yleinen vireystila sekä elämäntilanne yleensä. Tässä tutkimuksessa tilastollisen regression aiheutuminen mittausten puutteellisesta reliabiliteetista on kontrolloitu. Matematiikan perustaitoja mittaavan testin kokonaissummamuuttujan ja yksittäisten summamuuttujien väliset korrelaatiot olivat pääsääntöisesti tilastollisesti erittäin merkitseviä.(Liitteet 4-7.) Testin voidaan todeta mittaavan matematiikan perustaitoja suhteellisen laaja-alaisesti.

Selektiolla sisäistä validiteettia uhkaavana tekijänä tarkoitetaan koe- ja kontrolliryhmien erilaisen valikoitumisen sukupuolesta ja ryhmästä riippumatonta vaikutusta mittauksen arvoihin. Tutkimuksen koe- ja kontrolliryhmät olivat erisuuruisia, erityisesti kontrollitytöjen lukumäärä poikkesi muista ryhmistä. Ryhmällä (koe- ja kontrolliryhmä) ei kuitenkaan ollut tilastollista riippuvuutta sukupuoleen (X^2=.05, df(1), p=.830).

Koehenkilökadolla tarkoitetaan tutkimuksen aikana tapahtuvaa koehenkilöiden poisjäännin vaikutusta riippuvan muuttujan arvoihin. Kontrolliryhmästä viisi lasta ei ollut loppumittauksessa, joten tämä kontrolliryhmän pieneneminen saattoi vaikuttaa kontrolliryhmän arvoihin.

Useat edellä mainituista sisäistä validiteettia uhkaavista tekijöistä voivat vuorovaikutuksessa selektion kanssa vaarantaa tutkimuksessa tehtävää riippumattoman ja riippuvan muuttujan suhdetta koskevaa kausaalipäätelmää. Tällöin puhutaan selektiivisistä yhdysvaikutuksista. Tavallisimpia näistä ovat mm. selektiivinen kypsyminen, selektiivinen historia ja selektiivinen koehenkilökato. Lapset voivat olla kehityksessään hyvinkin eri vaiheissa koulunsa aloittaessaan. Esimerkiksi ohjeiden mukaan toimiminen, uudenlaiset käsitteet ja uusi ympäristö sinänsä saattavat vaikuttaa lasten toimimiseen testaustilanteessa.

Tilastollisen päättelyn validiteettia vaarantavia tekijöitä ovat mm. useiden vertailujen tekeminen. Riippuvan muuttujan varioinnin mahdollista vaihtelua tutkimuksen toteuttajien kesken ehkäistiin tutkimuksen yhden suorittajan avulla. Tilanteiden standardoimattomuus osaltaan kasvattaa virhevarianssia ja siten vähentää mahdollisuuksia todellisten, riippumattoman muuttujan varioinnin aiheuttamien tutkimusryhmien välisten erojen toteamiseen. Samantapaisilla luokkahuoneilla samanlaisine pulpettijärjestyksineen ja testaukseen kuuluvine materiaaleineen (esim. piirtoheitin, samanlaiset Unifix -palikat) pyrittiin standardoimaan testaustilanne tutkimukseen osallistuvien ryhmien kesken.

Tilastollisten testien perusedellytysten huomiotta jättäminen on eräs tilastollisen päättelyn validiteettia vaarantava tekijä. Tutkimuksessa tutkittiin kovarianssianalyysin olettamaa ryhmien varianssien yhtäsuuruutta Levenen testillä. Nollahypoteesina oli oletus varianssien yhtäsuuruudesta. Tulokset olivat alkumittauksessa F= 2.44, p=.122 ja loppumittauksessa F=1.71, p=.194. Nollahypoteesi jäi voimaan.

Tilastollisen päättelyn validiteettia saattavat heikentää koejärjestelyihin liittyvät satunnaistekijät. Siten koekäsittelyn lisäksi muihinkin koejärjestelyihin saattaa tutkimuksessa liittyä virhevarianssia lisääviä satunnaistekijöitä. Esimerkiksi uusi testaustilanne, ryhmätestaus, saattaa heikentää luotettavien mittaustulosten pohjalta tehtäviä päätelmiä lasten suoriutumisesta. Ensimmäisen luokan oppilaat eivät ainakaan alkusyksyllä ole kovin tottuneita ns. viralliseen testaustilanteeseen, joten "kaverien yhteistyö" on heille luontaista. Toisaalta tätä ilmeni sekä koe- että kontrolliryhmissä jokaisessa luokassa yhtä lailla. Yksilötestaus olisi saattanut antaa todellisempia tuloksia, joskin se saattaa tilanteena olla vielä virallisempi, mikä taas voi ahdistaa ja alentaa joidenkin lasten suoriutumista. Tässä tutkimuksessa tulosten validiteettia heikentää lasten innokkuus toimia ohjeiden vastaisesti. Pyydettäessä piirtämään vastaus esim. palloilla, jotkut lapset ilmoittivat merkitsevänsä vastauksen numerolla, koska "mää osaan kirjottaa sen numeron". Jotkut lapset todella ymmärsivät luvun merkityksen, mutta tätä tutkija ei voinut automaattisesti olettaa. Joillekin lapsille luvun merkitys, sen todellinen sisältö ei ole vielä selvä.

Tilastollisen päättelyn validiteettia saattaa heikentää koehenkilöiden satunnainen heterogeenisyys. Tutkimuksessa tämä kontrolloitiin tulosten tilastollisessa analysoinnissa kovarianssianalyysillä.

Sisäiseen validiteettiin kuuluu olennaisesti operationaalistamisen pohtiminen. Mittarin sisällön täytyy olla järkevä ja perusteltu tutkittavan käsitteen kannalta, jotta sen voidaan todeta mittaavan juuri tarkoitettua asiaa (Alkula, Pöntinen & Ylöstalo 1994). Testissä oli sanallisia/kielellisiä tehtäviä, joiden ratkaisemisen oletetaan edellyttävän mm. sisäisen puheen (Vygotsky 1978, 87; Piaget 1952b) käyttöä.

Testiryhmien sisältämät osiot perustuvat Peruskoulun opetussuunnitelman perusteisiin 1994 (3. korjattu painos, 1996) sekä Piaget'n (1952a, 1952b, 1967) ja Galperinin (1957, 1969, 1972) teorioihin lasten matemaattisesta kehityksestä, joten testin voidaan todeta mittaavan sitä sisältöaluetta, jota sen oli tarkoitus mitata. Opetussuunnitelman mukaan lapsen ensimmäisten kouluvuosien opiskelun tavoitteina on mm. perustietojen, -taitojen ja -valmiuksien oppiminen eri alueilta iän ja edellytysten mukaan. Asioiden oppimisen ja ymmärtämisen edellytyksinä on niiden kokeminen luonnollisessa yhteydessä ja aidossa ympäristössä. Käsitteiden ymmärtämistä ja muodostumista konkretisoidaan havainto- ja toimintamateriaalien avulla. Matematiikan opiskelussa ala-asteella on keskeistä oppilaan tottuminen ympärillä olevan maailman havainnointiin sekä sen tulkitsemiseen matematiikan keinoin. Matematiikan alkuopetuksen sisältöalueisiin kuuluu mm. lukujonot, lukujen hajottaminen ja koonta sekä 10-järjestelmä (Ikäheimo 1997, 246). Oppilaan tavoitteena alkuopetuksesta lähtien on myös luonnollisen luvun käsitteen ymmärtäminen, peruslaskutaitojen suorittamisen oppiminen päässä, paperilla ja näiden käyttäminen arkielämän ongelmien ratkaisemisessa. Olennaista on myös suuruusluokkien ja tulosten oikeellisuuden arviointi. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 3. korjattu painos 1996.)

Yhteen tehtäväosioon ("yhtä monta") perustuva operationaalistaminen on ongelmallista validiteetin kannalta. Tehtäväosion seula -luonteen vuoksi tämän ei katsottu antavan harhaanjohtavia tuloksia tämän matematiikan peruskäsitteen hallinnasta. Kaikenkaikkiaan validiteetin kannalta olisi ollut parempi, jos tehtäväryhmissä olisi ollut enemmän tehtäviä.

Toisaalta tällöin testin suorittaminen olisi täytynyt jakaa useille päiville lasten jaksamisen takia. Tässä tutkimuksessa käytetyn testin suorittamiseen kului noin 30-40 minuuttia. Tämän ajan lapset kykenivät hyvin keskittymään.

Ulkoinen validiteetti

Se kuinka hyvin otoksesta tehdyt päätelmät voidaan yleistää otoksen määrän edustamaan perusjoukkoon, tarkoittaa populaatiovaliditeettia.(Moberg & Tuunainen 1989.) Tutkimukseen osallistui samalla alueella toimivat kaksi koulua, joten lasten voidaan varauksella olettaa edustavan suhteellisen hyvin toisen samantyyppisen asuinalueen lapsia ensimmäisen luokan syksyllä. Tilastollisesti ryhmien (koe- ja kontrolliryhmä) ja sukupuolen välillä ei ollut riippuvuutta.

Ekologisella validiteetilla tarkoitetaan kuinka hyvin tutkimusolosuhteet vastaavat sitä tilanteiden joukkoa, johon tutkija aikoo yleistää saadut tulokset.(Moberg & Tuunainen 1989.) Tutkimusolosuhteiden (lasten oma luokkahuone) voidaan todeta edustavan lasten normaaleja toimintaolosuhteita koulussa. Toisaalta tutkimusolosuhteiden ja lasten tavallisen koulunkäynnin samoista puitteista huolimatta testaus tilanteena saattaa heikentää tulosten yleistämistä koskemaan tavallista luokkahuonetyöskentelyä. Tulosten voidaan varauksella todeta olevan yleistettävissä tavallisiin luokkahuonetilanteisiin. Tulosten hyvän yleistettävyyden edellytyksinä on hyvä populaatiovaliditeetti sekä hyvä ekologinen validiteetti (Moberg & Tuunainen 1989).

Tässä tutkimuksessa syyn- ja seurauksen rakennevaliditeetissa testaukseen sisältyneiden kielellisten ohjeiden ja tehtävien ratkaisemisen kyvyn voidaan katsoa olevan yhteydessä kielelliseen tasoon yleensä. Heikot kielelliset prosessointistrategiat edistävät matemaattista alisuoriutumista varsinaisesta matemaattisesta kyvystä huolimatta. Näin ollen voidaan kielellisistä häiriöistä kärsivien lasten todeta menestyvän heikommin kielellisiä ohjeita sisältävissä tehtävissä.

Ulkoista validiteettia vaarantavia tekijöitä on mm. olosuhteiden ja käsittelyn vuorovaikutus. Kokeellisissa tutkimuksissa, joissa käytetään luonnollisia kenttätilanteita, tutkimusasetelma sinänsä ei voi kontrolloida mahdollisten olosuhteiden merkitystä tutkimustuloksiin. Tutkimusajankohtaan saattaa liittyä syyn ja seurauksen kausaalisuhdetta koskevaan tutkimustulokseen yhteydessä olevia piirteitä, tapahtumia ja vaikuttajia.(Moberg & Tuunainen 1989, 65.) Edellä todettu luokkatilanteiden standardointipyrkimys ei sinänsä pelkästään takaa olosuhteiden merkitystä tutkimustuloksiin. Ensimmäisen luokan oppilailla esimerkiksi pulpettien tavallisuudesta poikkeava järjestys saattaa aiheuttaa muutoksia suoriutumisessa.

Testaustilanne saattaa itsessään aiheuttaa normaalia enempää yrittämistä (Hawthorne - efekti), toisaalta jotkut lapset voivat alisuoriutua jännityksestä ja epävarmuudesta johtuen. Nämä molemmat seikat täytyy huomioida tutkimuksen tuloksia yleistettäessä lasten yleiseen matemaattiseen suoriutumiseen.

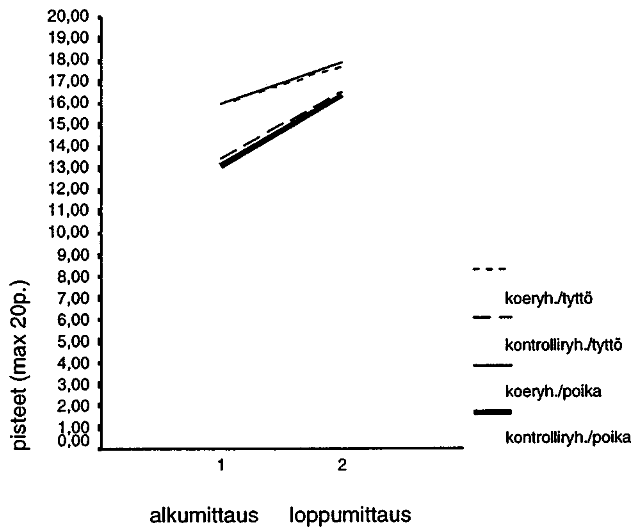
Loppumittauksen arvo saattaisikin olla toisenlainen ilman alkumittausta. Kuten aikaisemmin jo todettiin, lasten tottuminen testiin saattaa heikentää tai toisaalta parantaa heidän suoritusmotivaatiotaan, millä on vaikutusta yleiseen testissä menestymiseen.

7 TULOKSET

7.1 Lasten tulokset matematiikan perustaitojen hallinnassa

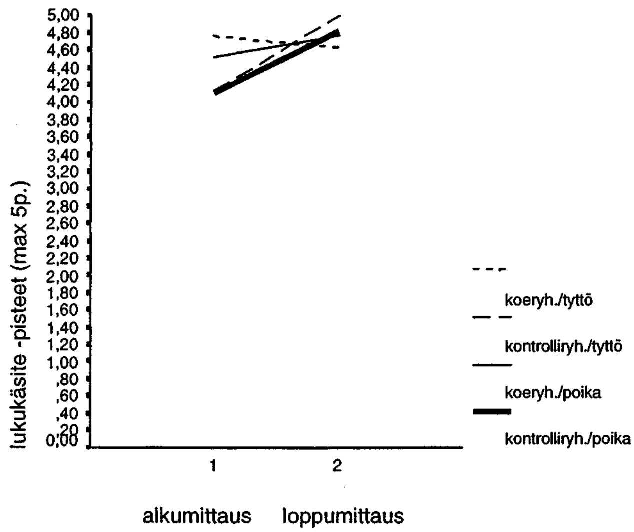
Tutkittavat ryhmät (koe- ja kontrolliryhmä) olivat suoriutumisessaan erilaisia jo lähtötasolla. Koeryhmän tytöt ja pojat olivat jo alkumittauksessa kontrolliryhmän tyttöjä ja poikia parempia.(Liite 8.)

Koe- ja kontrolliryhmien tuloksia on ensin kuvailtu keskiarvojen (Kuvio 2, Liite 8.) perusteella. Kontrolliryhmä (tytöt ka=16.56, pojat ka=16.44) paransi huomattavasti suoriutumistaan loppumittauksessa koeryhmään (tytöt ka=17.75, pojat ka=17.93) verrattuna. Heidän lähtötasonsa oli vastaavasti alhaisempi (tytöt ka=13.49, pojat ka=13.56). Koeryhmäkin on suhteellisen hyvästä lähtötasosta (tytöt ka=16.01, pojat ka=16.02) parantanut suoritustaan. Koeryhmän pojat olivat koeryhmän tyttöjä hieman parempia sekä alku- että loppumittauksessa. Kontrolliryhmässä pojat olivat parempia alkumittauksessa, tytöt loppumittauksessa.



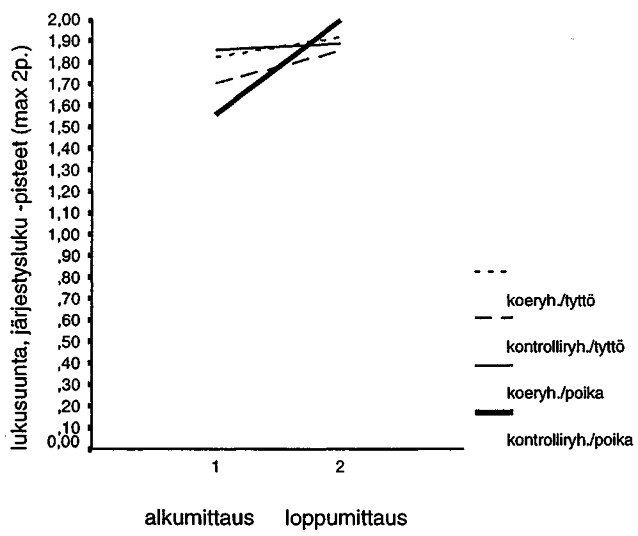
KUVIO 2. Koe- ja kontrolliryhmän tyttöjen ja poikien keskiarvot yleisessä matemaattisessa suoriutumisessa.

Tehtäväryhmien loppumittausten perusteella (Kuvio 3, Liite 8.) kontrolliryhmän tytöt (ka=5.00) ja pojat (ka=4.82) olivat koeryhmää (tytöt ka=4.63, pojat ka=4.76) parempia ryhmässä "lukukäsite".



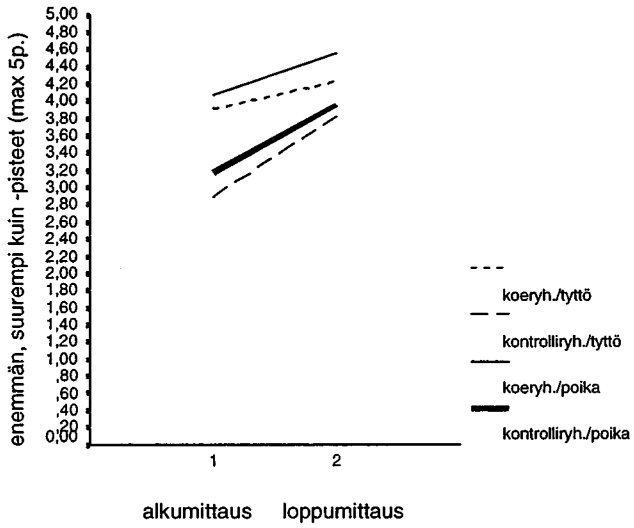
KUVIO 3. Koe- ja kontrolliryhmän tyttöjen ja poikien keskiarvot tehtäväryhmässä "lukukäsite"

Tehtäväryhmän "lukusuunta, järjestysluku" loppumittauksessa kontrolliryhmän pojat (ka=2.00) olivat sekä kontrolliryhmän tyttöjä (ka=1.86) että koeryhmän poikia (ka=1.89) ja tyttöjä (ka=1.92) parempia. (Kuvio 4, Liite 8.)



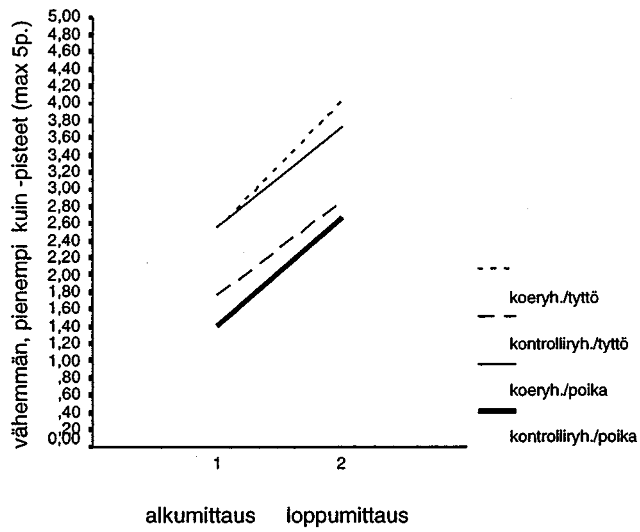
KUVIO 4. Koe- ja kontrolliryhmän tyttöjen ja poikien keskiarvot tehtäväryhmässä "lukusuunta, järjestysluku"

"Enemmän, suurempi kuin" -tehtäväryhmän loppumittauksessa koeryhmän tytöt (ka=4.23) ja pojat (ka=4.55) olivat kontrolliryhmää (tytöt ka=3.83, pojat ka=3.96) parempia. (Kuvio 5, Liite 8.)



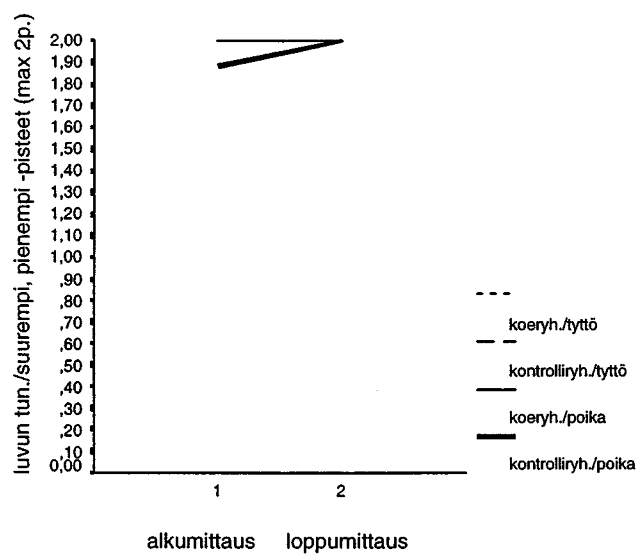
KUVIO 5. Koe- ja kontrolliryhmän tyttöjen ja poikien keskiarvot tehtäväryhmässä "enemmän, suurempi kuin"

Koeryhmän tytöt (ka=4.03) olivat koeryhmän poikia (ka=3.73) parempia tehtäväryhmän "vähemmän, pienempi kuin" loppumittauksessa. Koeryhmä oli kokonaisuudessaan kontrolliryhmää (tytöt ka=2.87, pojat ka=2.67) parempi. (Kuvio 6, Liite 8.)



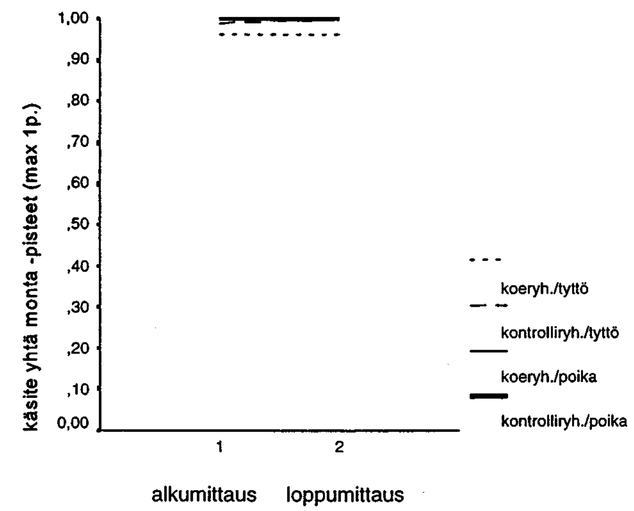
KUVIO 6. Koe- ja kontrolliryhmän keskiarvot tehtäväryhmässä "vähemmän, pienempi kuin"

Koe- ja kontrolliryhmällä oli samat tulokset tehtäväryhmän "lukujen tunnistaminen, pienempi/suurempi" loppumittauksessa (ka=2.00). (Kuvio 7, Liite 8.)



KUVIO 7. Koe- ja kontrolliryhmän tyttöjen ja poikien keskiarvot tehtäväryhmässä "luvun tunnistaminen, pienempi/suurempi"

Tehtäväosion "yhtä monta" loppumittauksessa koeryhmän tytöt (ka=0.96) olivat sekä koeryhmän poikia (ka=1.00) että kontrolliryhmää (tytöt ka=1.00, pojat ka=1.00) heikompia. (Kuvio 8, Liite 8.)



KUVIO 8. Koe- ja kontrolliryhmän keskiarvot tehtäväosiossa "yhtä monta"

Kontrolliryhmällä loppumittausten keskihajonnat olivat selvästi pienentyneet alkumittauksiin verrattuna. Koeryhmän keskihajonnoissa yleisesti ei ole tapahtunut yhtä suuria muutoksia. (Liite 8.)

Parittaisten otosten t-testitulosten mukaan (Taulukko 4.) koe- ja kontrolliryhmän pojilla sekä koeryhmän tytöillä tulokset alku- ja loppumittauksessa ovat tilastollisesti erittäin merkitseviä. Kontrolliryhmän tytöillä tulokset lähestyvät tilastollisesti erittäin merkitsevää. Keskiarvojen (Liite 8.) perusteella loppumittauksen tulokset ovat kaikilla ryhmillä parantuneet.

TAULUKKO 4. Parittaisten otosten t-testin tulokset kokonaissummamuuttujassa yleinen matemaattinen suoriutuminen (alku- ja loppumittaus) koe- ja kontrolliryhmän tytöillä sekä koe- ja kontrolliryhmän pojilla

	alkumittaus	loppumittaus	t-arvo	df	*p* -arvo
koeryhmän tytöt	ka=16.01	ka=17.75	-3.67	23	.001
koeryhmän pojat	ka=16.02	ka=17.93	-4.75	27	.000
kontrolliryhmän tytöt	ka=13.49	ka=16.56	-3.76	13	.002
kontrolliryhmän pojat	ka=13.56	ka=16.44	-5.53	17	.000

Riippumattomien otosten t-testitulosten mukaan (Taulukko 5.) koe- ja kontrolliryhmän poikien tulokset lähenivät tilastollisesti erittäin merkitsevää alkumittauksessa. Keskiarvojen perusteella (Liite 8.) koeryhmän pojat olivat alkumittauksessa parempia. Koe- ja kontrolliryhmän tyttöjen tulokset alkumittauksessa sekä koe- ja kontrolliryhmän poikien tulokset loppumittauksessa lähenivät tilastollisesti merkitsevää. Keskiarvojen mukaan (Liite 8.) koeryhmän tytöt olivat alkumittauksessa hieman kontrolliryhmän tyttöjä parempia. Koeryhmän pojat olivat keskiarvojen mukaan hieman kontrolliryhmän poikia parempia loppumittauksessa. Koe- ja kontrolliryhmän tyttöjen tulokset loppumittauksessa eivät olleet tilastollisesti merkitseviä. Heidän matemaattisessa suoriutumisessa ei siis ollut eroa.

TAULUKKO 5. Riippumattomien otosten t-testin tulokset kokonaissummamuuttujassa yleinen matemaattinen suoriutuminen (alku- ja loppumittaus) koe- ja kontrolliryhmän tytöillä ja pojilla

	koeryhmä	kontrolliryhmä	t -arvo	df	*p* -arvo
tytöt					
alkumittaus	ka=16.01	ka=13.49	2.245	36	.031
loppumittaus	ka=17.75	ka=16.56	1.192	36	.241
pojat					
alkumittaus	ka=16.02	ka=13.56	3.094	44	.003
loppumittaus	ka=17.93	ka=16.44	2.374	44	.022

Riippumattomien otosten t-testitulosten mukaan (Taulukko 6.) koeryhmän tyttöjen ja poikien sekä kontrolliryhmän tyttöjen ja poikien tulokset alku- ja loppumittauksessa eivät olleet tilastollisesti merkitseviä. Tyttöjen ja poikien matemaattisessa suoriutumisessa ei siis ole eroa.

TAULUKKO 6. Riippumattomien otosten t-testin tulokset kokonaissummamuuttujassa yleinen matemaattinen suoriutuminen (alku- ja loppumittaus) koe- ja kontrolliryhmässä

	tytöt	pojat	t -arvo	df	*p* -arvo
koeryhmä					
alkumittaus	ka=16.01	ka=16.02	-.012	50	.991
loppumittaus	ka=17.75	ka=17.93	-.272	50	.786
kontrolliryhmä					
alkumittaus	ka=13.49	ka=13.22	.282	30	.780
loppumittaus	ka=16.56	ka=16.44	.117	30	.908

Tulosten varmistamiseksi ryhmän ja sukupuolen väliset erot loppumittauksessa testattiin kovarianssianalyysillä [2(koeryhmä, kontrolliryhmä)x2(tyttö, poika) ANCOVA], jossa kovarianttina oli alkumittauksen tulokset. Kovarianssianalyysien tulokset on esitetty taulukossa 7. Kovarianssianalyysillä huomioidaan ryhmien poikkeaminen kyvyiltään jo alkumittauksessa.

TAULUKKO 7. Ryhmän ja sukupuolen merkitys suoriutumiseen yleisessä matemaattisessa suoriutumisessa ja tehtäväryhmissä (2x2 ANCOVA)(n=79)

muuttujat	kovariantin päävaikutus	ryhmän päävaikutus	sukupuolen päävaikutus	ryhmän ja sukupuolen yhdysvaikutus
yleinen matem. suor.	F=70.54 *p*=.000	F=.02 *p*=.901	F=.11 *p*=.739	F=.01 *p*=.910
lukusuunta, järjestysluku	F=8.80 *p*=.004	F=.85 *p*=.358	F=.36 *p*=.553	F=1.49 *p*=.227
lukukäsite	F=.46 *p*=.498	F=2.14 *p*=.148	F=.02 *p*=.893	F=1.54 *p*=.218
enemmän, suurempi kuin	F=23.48 *p*=.000	F=.44 *p*=.509	F=.66 *p*=.420	F=.29 *p*=.593
vähemmän, pienempi kuin	F=61.18 *p*=.000	F=2.31 *p*=.133	F=.50 *p*=.482	F=.43 *p*=.514
lukujen tunnistaminen, pienempi/suurempi	**			
käsite yhtä monta*	F=8403.64 *p*=.000	F=1.82 *p*=.181	F=1.07 *p*=.304	F=2.33 *p*=.131

* ei ole summamuuttuja

** muuttujassa "lukujen tunnistaminen, pienempi/suurempi" ei voitu laskea merkitsevyyttä, koska kaikki lapset osasivat loppumittauksessa muuttujan sisältämät tehtävät

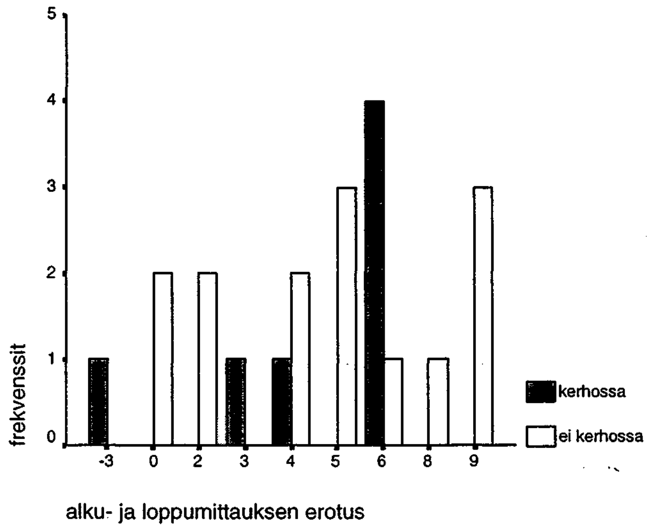
Kovariantin päävaikutus oli tilastollisesti erittäin merkitsevä muuttujissa "yleinen matemaattinen suoriutuminen", "enemmän, suurempi kuin", "vähemmän, pienempi kuin" sekä "käsite yhtä monta". Kovariantin päävaikutus läheni tilastollisesti erittäin merkitsevää muuttujassa "lukusuunta, järjestysluku".

Ryhmän ja sukupuolen omavaikutukset sekä ryhmän ja sukupuolen yhdysvaikutukset eivät olleet tilastollisesti merkitseviä yleisessä matemaattisessa suoriutumisessa eivätkä tehtäväryhmissä. Saatujen tutkimustulosten mukaan ryhmä (koe- ja kontrolliryhmä) ei ollut loppumittauksessa suorituksia erotteleva tekijä, kun erot alkumittauksessa vakioitiin tilastollisesti.

7.2 Riskiryhmän suoriutuminen matemaattisissa perustaidoissa

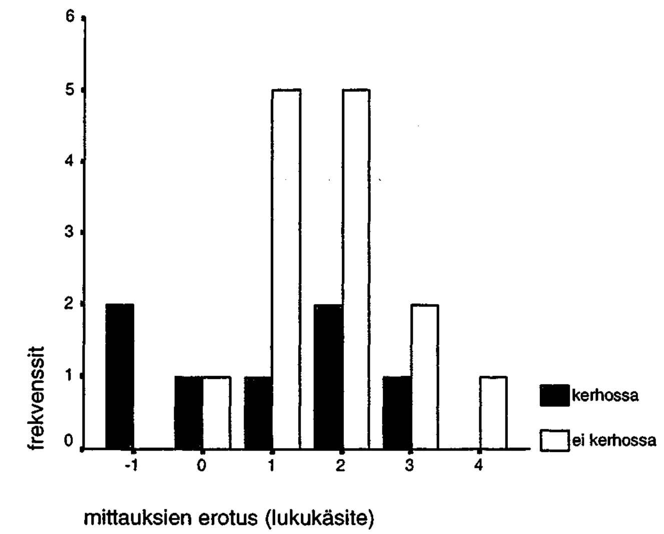
Yksityiskohtaiseen tarkasteluun valittiin pistemäärien perusteella alakvartiili (alkumittauksen keskiarvo 3.90-13.00). Näiden oppilaiden osaamisen muutosta tutkittiin vähentämällä loppumittauksen pistemääristä alkumittauksen pistemäärät. Keskiarvotarkasteluiden mukaan kontrolliryhmä (n=14) oli koeryhmää (n=7) parempi loppumittauksessa. (Liite 8.)

Koko testissä kuudella koeryhmäläisellä (85.71%) tulokset paranivat loppumittauksessa. Yhdellä koeryhmäläisellä (14.29%) tulokset heikkenivät. Kontrolliryhmässä 12 (85.71%) tulokset parantuivat loppumittauksessa. Kahdella kontrolliryhmään (14.29%) kuuluvalla tulokset olivat alku- ja loppumittauksessa samat.(Kuvio 9.)



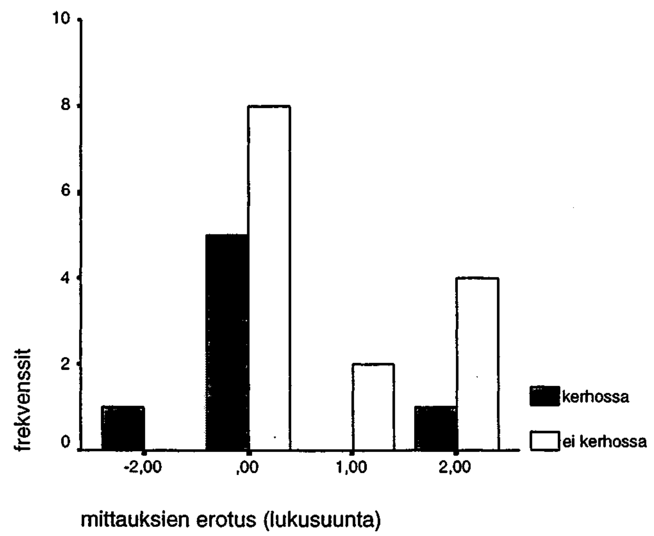
KUVIO 9. Koe- ja kontrolliryhmän heikoimpien frekvenssit alku- ja loppumittauksessa

Tehtäväryhmässä "lukukäsite" neljällä koeryhmäläisellä (57.14%) tulokset paranivat loppumittauksessa. Yhdellä (14.29%) koeryhmään kuuluvalla tulokset pysyivät samoina. Koeryhmän kahdella (28.57%) tulokset heikkenivät loppumittauksessa. Kontrolliryhmässä 13 (92.86%) tulokset paranivat, yhdellä (7.14%) tuloksissa ei ollut muutosta tapahtunut.(Kuvio 10.)



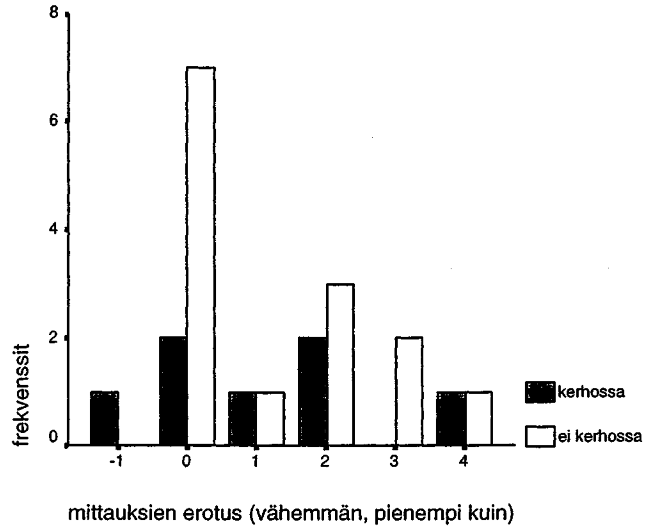
KUVIO 10. Koe- ja kontrolliryhmän heikoimpien frekvenssit tehtäväryhmässä "lukukäsite"

Tehtäväryhmässä "lukusuunta, järjestysluku" yhdellä koeryhmäläisellä (14.29%) tulokset olivat parantuneet, viidellä (71.43%) tulokset olivat pysyneet samoina. Yhdellä (14.29%) tulokset olivat heikentyneet. Kontrolliryhmässä kuudella (42.86%) tulokset olivat parantuneet, kahdeksalla (57.14%) tulokset olivat pysyneet samoina.(Kuvio 11.)



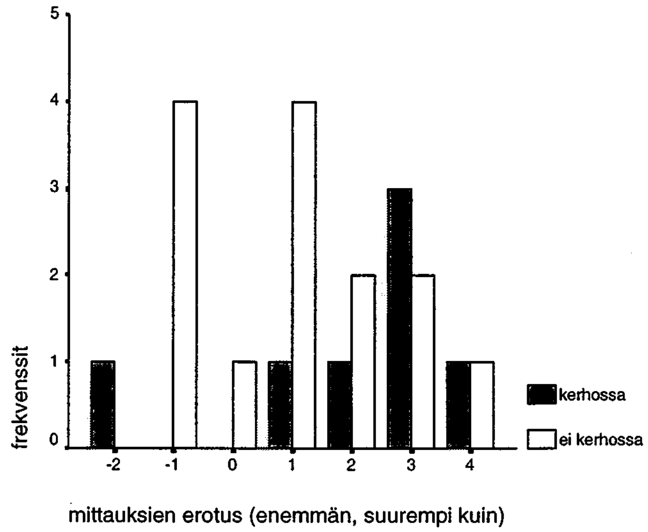
KUVIO 11. Koe- ja kontrolliryhmän heikoimpien frekvenssit tehtäväryhmässä "lukusuunta"

Neljällä koeryhmään kuuluvalla (57.14%) suoritukset olivat parempia tehtäväryhmän "vähemmän, pienempi kuin" loppumittauksessa. Kahdella (28.57%) suoritukset olivat pysyneet samoina. Tulokset olivat heikentyneet yhdellä (14.29%) koeryhmäläisellä. Puolella (50%) kontrolliryhmäläisistä suoritukset paranivat loppumittauksessa, puolella (50%) suoritukset pysyivät samoina.(Kuvio 12.)



KUVIO 12. Koe- ja kontrolliryhmän heikoimpien frekvenssit tehtäväryhmässä "vähemmän, pienempi kuin"

"Enemmän, suurempi kuin" tehtäväryhmässä yhden koeryhmäläisen tuloksien heikkenemistä (14.29%) lukuun ottamatta kaikilla (85.71%) tulokset paranivat loppumittauksessa. Yhdeksällä kontrolliryhmän jäsenellä (64.29%) tulokset olivat loppumittauksessa paremmat. Yhdellä kontrolliryhmäläisellä (7.14%) tulokset pysyivät samoina, neljällä (28.57%) tulokset heikkenivät.(Kuvio 13.)



KUVIO 13. Koe- ja kontrolliryhmän heikoimpien frekvenssit tehtäväryhmässä "enemmän, suurempi kuin"

Tehtäväryhmässä "luvun tunnistaminen, suurempi/pienempi" kaikilla koeryhmäläisillä oli loppumittauksessa samat tulokset kuin alkumittauksessa. Kontrolliryhmässä 13 loppumittauksen (92.86%) tulokset olivat samat kuin alkumittauksessa, yhdellä lapsella (7.14%) tulokset olivat loppumittauksessa parantuneet.

"Käsite yhtä monta" -osiossa koe- ja kontrolliryhmän tulokset loppumittauksessa olivat samat kuin alkumittauksessa.

Tutkimuksessa haluttiin vielä tarkastella riskiryhmälle vaikeimpia tehtäviä.(Taulukko 8.) Näitä olivat tehtävät, joita melkein puolet ryhmästä (42.86%) ei osannut loppumittauksessakaan. Hankaluutta tuottivat kielellistä kykyä edellyttävät tehtävät. Suurin osa näistä tehtävistä oli vähennyslaskuja, joissa lasten täytyi ratkaista vähentäjä. Suoriutuminen oli heikkoa kahden luvun vertaamisen edellyttäessä joko yhteen- tai vähennyslaskua (esim. kaksi suurempi kuin viisi). Eniten tulosten paranemista ilmeni tehtävissä 5, 6, 7 ja 14. Vielä loppumittauksessa erityisen vaikeita olivat tehtävät 15 ja 19.

TAULUKKO 8. Riskiryhmän suoriutuminen kokonaisuutena vaikeimmissa tehtävissä (tehtävistä alle 57.14% oikein loppumittauksessa) sekä koe- ja kontrolliryhmän suoriutumisen kehitys (loppumittauksesta vähennetään alkumittauksen pistemäärät)

Tehtävät	riskiryhmän osaaminen prosentteina	koeryhmän suoriutumisen kehitys	kontrolliryhmän suoriutumisen kehitys
tehtävä 5		suoritus parani 57.14%	suoritus parani 21.43%
Alkumittaus	19.05%	suoritus pysyi samana	suoritus pysyi samana
Loppumittaus	52.38%	42.86%	78.57%
tehtävä 6		suoritus parani 42.86%	suoritus parani 28.51%
Alkumittaus	9.52%	suoritus pysyi samana	suoritus pysyi samana
Loppumittaus	38.10%	42.85%	71.49%
		suoritus heikkeni 14.29%	
tehtävä 7		suoritus parani 42.86%	suoritus parani 14.29%
Alkumittaus	0.33%	suoritus pysyi samana	suoritus pysyi samana
Loppumittaus	52.38%	42.85%	85.71%
		suoritus heikkeni 14.29%	
tehtävä 10		suoritus parani 28.57%	suoritus parani 42.86%
Alkumittaus	23.81%	suoritus pysyi samana	suoritus pysyi samana
Loppumittaus	57.14%	57.14%	57.14%
		suoritus heikkeni 14.29%	
tehtävä 14		suoritus parani 28.57%	suoritus parani 42.86%
Alkumittaus	14.29%	suoritus pysyi samana	suoritus pysyi samana
Loppumittaus	47.62%	57.14%	57.14%
		suoritus heikkeni 14.29%	
tehtävä 15		suoritus parani 28.57%	suoritus parani 14.29%
Alkumittaus	9.52%	suoritus pysyi samana	suoritus pysyi samana
Loppumittaus	28.57%	71.43%	85.71%
tehtävä 19		suoritus parani 14.29%	suoritus parani 21.43
Alkumittaus	4.76%	suoritus pysyi samana	suoritus pysyi samana
Loppumittaus	23.81%	87.71%	78.57%

8 POHDINTA

8.1 Tutkimustulosten tarkastelua

Ensimmäisen luokan oppilaiden matemaattisten perustaitojen hallinta
Tässä tutkimuksessa haluttiin tutkia matematiikan rikastuttamisohjelman, matematiikkakerhotoiminnan, vaikutusta matematiikan oppimiseen ensimmäisen luokan syksyllä. Keskiarvoista ilmenee lasten tulosten parantuminen syksyn aikana. Kontrolloitaessa tilastollisesti alkumittauksen tulokset, matematiikan rikastuttamisohjelmalla ei ollut vaikutusta matemaattisten perustaitojen oppimiseen. Sukupuolten välillä ei myöskään ollut tilastollisesti merkitseviä eroja. Sowell on todennut tekemässään laajassa 60 tutkimusta sisältävässä meta-analyysissään konkreettista materiaalia sisältävän matematiikan opetuksen positiivisista vaikutuksista symboliseen instruktioon verrattuna. Edellytyksenä oli kuitenkin pitkäaikainen konkreettien materiaalien käyttö. Peruskoulun oppilailla toteutetuilla lukuvuoden (tai pidemmän ajan) mittaisilla kokeiluilla oli positiivisia vaikutuksia.(Sowell 1989.) Aikaisempien tutkimusten (esim. Mutanen 1998) perusteella voitaisiin olettaa tässä tutkimuksessa toteutetulla matematiikan rikastuttamisohjelmalla olevan tilastollisesti merkitseviä vaikutuksia, jos sitä harjoitettaisiin kauemmin.

Tähän tutkimukseen osallistuvien koe- ja kontrolliryhmäläisten keskiarvot olivat parantuneet loppumittauksessa. Kontrolliryhmä, matematiikan lisäopetuksen puuttumisesta huolimatta, oli erityisesti parantanut suoriutumistaan. Bisanz ym. ovat todenneet tutkimuksissaan, että perusmatematiikan taitojen alueella kouluopetuksen määrän vaikutukset voivat olla hyvin spesifejä, ikään liittyviä tekijöitä. Matematiikan perustaitojen kehittymisessä muilla tekijöillä kuin kouluopetuksen määrällä näyttäisi olevan merkittävä rooli.(Bisanz ym. 1995.) Gelman ym. (1983) totesivat määrän säilyttämiskyvyn kehittymisessä olennaisesti tarvittavien päättely- ja määrällisten taitojen kehittyvän kouluopetuksen määrästä riippumatta.

Suhteellisen hyvästä lähtötasosta huolimatta myös koeryhmän keskiarvot olivat parempia loppumittauksessa. Keskiarvojen mukaan koeryhmän pojat olivat koeryhmän tyttöjä hieman parempia alku- ja loppumittauksessa. Kontrolliryhmässä pojat olivat parempia alkumittauksessa, tytöt loppumittauksessa. Molempien ryhmien väliset suoriutumiserot olivat todella pienet, mikä tukee aikaisempien tutkimusten tuloksia (esim. Evans & Goodman 1995) sukupuolten samanlaisesta matemaattisesta suoriutumisesta. Evans ja Goodman (1995) totesivat tyttöjen ja poikien kuitenkin lähestyvän matematiikkaa erilaisin kokemuksin ja asentein. Samanlainen ilmiö esiintyi myös matematiikkakerhotoiminnassa. Pojat olivat yleisesti innokkaampia matematiikan miettimiseen sosiaalisessa kanssakäymisessä muiden kanssa. Yhteistoiminnallisessa ongelmanratkaisussa he saattavat huomata ongelman eri piirteitä ja konstruoida erilaisia suhteita kuin yksin työskennellessään (Noddings 1985; Schoenfeld 1989, Hiebertin & Wearnen 1993 mukaan), joka edelleen motivoi heitä toimintaan. Yhteistoiminnallisessa oppimisessa uskomuksien ja mielipiteiden ilmaiseminen johtaa myös niiden puolustamiseen ja ideoiden kyseenalaistamiseen, joka todennäköisesti edistää epäjohdonmukaisuuksien tunnistamista ja oman ajattelun kehittämistä, selventämistä ja uudelleenorganisointia (Hatano 1988; Ball 1993; Lampert 1989, Hiebertin & Wearnen 1993 mukaan; Hiebert & Wearne 1997). Pojille matematiikan sisältö ja sen pohtiminen toisten kanssa näyttäisi olevan matematiikan oppimismotivaatiota ylläpitävää. Tyttöjen toimintaa kuvasi enemmän itsenäisempi miettiminen. Toisaalta he olivat innokkaita pohtimaan esim. kerhossa pelattavien pelien muutosehdotuksia.

Koeryhmän keskiarvojen heikentyminen tehtäväryhmän "lukukäsite" loppumittauksessa saattoi johtua tilastollisesta regressiosta (Moberg & Tuunainen 1989) eli hyvien taipumuksesta saada loppumittauksessa ensimmäistä mittausta heikompia tuloksia. "Lukusuunta, järjestysluku" -tehtäväryhmä oli eräs ns. seulatyyppisiä tehtäviä sisältävä osa. Sen sisältämät tavoitteet kuuluvat olennaisesti alkuopetukseen (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994), mikä selittää alku- ja loppumittauksen samantasoisen suoriutumisen. Kontrolliryhmän poikien keskiarvot olivat parantuneet eniten loppumittauksessa, mikä saattaa johtua biologisesta kypsymisestä (Dasen & Heron 1981; Rogoff 1981) ja kyseisten asioiden sitkeästä harjoittelusta syyslukukauden aikana.

Tarkasteltaessa tehtäväryhmiä "enemmän, suurempi kuin" ja "vähemmän, pienempi kuin" mielenkiintoisena havaintona on poikien paremmat keskiarvot yhteenlaskussa, ja tyttöjen paremmuus vähennyslaskussa. Näitä eroja voisi pohtia kyseisten tehtäväryhmien sisältämien tehtävien avulla. Molemmissa tehtäväryhmissä oli erilaisia "apuvälineitä" (piirros, Unifix -palikat sekä tässä apuvälineeksi luokiteltu esitetty kielellinen ohje, esim. kaksi enemmän) tehtävän ratkaisemisessa. Tehtäväryhmiin kuului myös tehtävä, jossa oli vain kielellinen "kertomus" -tyyppinen tehtävänanto. Alku- ja loppumittauksen sekä matematiikkakerhotoiminnan aikana ilmeni poikien "itsevarmempi" luottaminen omiin päässälaskutaitoihin eli heillä oli ikään kuin kunnia-asiana selviytyä laskuista ilman konkreettisia välineitä. Tämän tulkinnan mukaan poikien luottaminen "päässälaskutaitoon" osoittautuu suhteellisen varmaksi yhteenlaskemisessa, mutta vähentämiseen tämä päässälaskutaito ei ole vielä tarpeeksi riittävästi automatisoitunut. Tytöt olivat yleisesti valmiimpia hyväksymään konkreettisten objektien käytön, myös ns. helpoissa tehtävissä.

Lasten keskiarvot olivat parantuneet vähennyslaskussa suhteellisesti yhteenlaskua enemmän. Mutanen (1998) totesi tutkimuksessaan koulutulokkaiden käyttävän erilaisia ratkaisustrategioita yhteen- ja vähennyslaskutehtävissä. Lapset onnistuivat alkumittauksessa ratkaisemaan yhteenlaskutehtävät varmemmin ilman konkreetteja objekteja. Tätä tukee Beckerin ja Selterin (1996, Mutasen 1998 mukaan) näkemykset lasten itse kehittelemien matemaattisten tehtävien ratkaisustrategioiden mahdollisesta ristiriitaisuudesta koulussa opetettujen ratkaisumenettelyjen kanssa, etenkin jos niiden välille ei muodosteta yhteyttä. 1.-2. luokan oppilaita tutkittaessa on todettu, että ymmärtämisen ja suoriutumisen välistä separaatiota on vähemmän ohjauksen tukiessa lasten ymmärtämistä. Tätä tukee Jordanin ym. (1995) tutkimustulokset lasten taipumuksesta jättää käyttämättä avoimia laskustrategioita (esim. sormia) ennen formaalista opetusta. Lapsille ei siis ole yhdistynyt esimerkiksi sormien käytön yhteys matemaattisten ongelmien ratkaisemiseen.

Käsilläolevan tutkimuksen tulokset osoittavat konstruointistrategioiden oppimisen vaativan pitkäaikaisempaa systemaattista harjoitusta. Loppumittauksessa kaikki lapset olivat koko syksyn harjoitelleet varmasti ainakin jossakin määrin konkreettisten apuvälineiden käyttöä, joten niitä osattiin mahdollisesti hyödyntää enemmän toisella mittauskerralla. Suoritusten erityinen paraneminen vähennyslaskussa saattaa johtua myös esim. kertomus -tyyppisten tehtävien edellyttämästä ulkoisen puheen (Galperin 1969) sujuvasta käytöstä.

Normaalisti kehittyvät lapset oppivat ensimmäisellä ja toisella luokalla mm. käsitteellistä tietoa eli taustalla olevien käsitteiden ymmärtämistä (esim. käsitteet enemmän ja lisätä) sekä myös proseduraalista tietoa eli tietoa laskemisen ja aritmeettisten operaatioiden säännöistä, esim. lisäämisestä (Fazio 1996). Käsilläolevan tutkimuksen tulokset näyttäisivät osoittavan lasten puutteellista proseduraalisen tiedon hallintaa. Suurin osa heistä ymmärtää käsitteet enemmän ja vähemmän. Kuitenkin tilanteet, joissa kolmas määrä ei esiinny erikseen vaan se pitää johtaa vertailuoperaatiosta, ovat ongelmallisia (Piaget 1952a; Ron & Fuson 1996, Fusonin ym 1996 mukaan). Tämän tutkimuksen mukaan lasten on vaikeampi suorittaa vertailuja vähentämisen avulla. Erityinen suoriutumisen paraneminen vähennyslaskuissa saattaa olla seurausta kehittyneistä laskustrategioista. Näitä ovat erottaa pois -merkityksen lisäksi vertaamis- ja yhtäläistämistulkintojen oppiminen vähennyslaskusta (Fuson ym. 1992, Mutasen 1998 mukaan).

Tehtäväryhmä "lukujen tunnistaminen, pienempi/suurempi" sekä tehtäväosio "yhtä monta" olivat luonteeltaan seula -tyyppisiä, joten suhteellisen samanlainen menestyminen alku- ja loppumittauksessa osoittaa niiden olevan perustaitoja, joita koulutulokkailta edellytetään.

Leino (1993, Mutasen 1998 mukaan) on todennut opettajan tehtäväksi lapsilla jo olevien uskomusten ja esikäsitysten kartoittamisen. Syksyn matematiikkakerhotoiminnan aikana ilmeni jo koulutulokkaillakin oleva käsitys matematiikasta symbolisena toimintana, joka liittyy keskeisesti oppikirjaan. Toiminnallisen harjoitusohjelman alussa lapset joutuivat muuttamaan näkemyksiään nimenomaan koulussa tapahtuvan matematiikan oppimisen luonteesta. Harjoitusohjelman vaikuttavuuden arvioinnissa täytyy huomioida tämän ns. orientoitumisjakson merkitys. Galperin (1969) on todennut tehtävään orientoitumistyypin voivan muuttua, mutta uudelleenoppiminen on vaikeampaa kuin alkuperäinen oppiminen.

Käytännön toiminnassa voidaan pohtia oppilaan motivaation merkitystä erilaisten toimintojen valitsemisessa. Aikaisemmat käsitykset saattavat ohjata jotkut lapset valitsemaan liian helppoja matemaattisia ongelmia, koska heille on tärkeintä mahdollisimman monen tehtävän suorittaminen, eikä niinkään niiden sisällön miettiminen. Tällöin koulun matematiikasta tulee lapselle uusi tiedonalue, jota hän ryhtyy opettelemaan irrallisena aiemmasta ymmärryksestä ja luonnollisesta aritmetiikastaan (Ekebom ym. 1989).

Skemp korostaa yhteistoiminnallisen työskentelyn (pareittain tai ryhmissä) merkitystä oppimiselle. Tässä toiminnassa lapset vaihtavat ideoitaan ja keskustelevat pohdittavasta matemaattisesta ongelmasta. Ajatusten muuntaminen sanoiksi on suuri askel kohti matematiikan ilmaisemista paperilla.(Skemp 1989, Mutasen 1998 mukaan.) Alkuopetuksessa toteutettujen (yhteis)toiminnallisten opetusohjelmien vaikuttavuuden arvioinnissa täytyy huomioida lasten iän asettamat edellytykset kyvylle asioiden yhdessä pohtimiseen. Seitsemän vuoden iässä, konkreettis-operationaalisen vaiheen alkaessa, lapset opettelevat asioiden kuvittelemista muiden näkökulmasta. Ala-asteella suurin osa ajattelusta on vielä kuitenkin intuitiivista.(Beard 1971.) Sosiaalisen kehitysvaiheen merkitystä ei voi unohtaa tiedollisten oppisisältöjen omaksumiseen olennaisesti vaikuttavana tekijänä.

Korkeampia henkisiä toimintoja voidaan kehittää soveltamisen avulla monipuolisemmin kuin mekaanisen laskemisen parissa (Mutanen 1998). Halinen ym. (1990, Mutasen 1998 mukaan) toteavat tavanomaisten soveltamistehtävien olevan yleensä valmiiksi jäsenneltyjä ja liian paljon käytännöstä puhdistettuja. Mutanen (1998) toteaa oppimisen tällöin rajoittuvan helposti opitun soveltamiskaavan mekaaniseksi toistamiseksi. Rikastuttamisohjelman vaikuttavuuden arvioinnissa voidaan pohtia missä määrin heterogeenisten ryhmien toiminnassa voidaan toteuttaa kaikkien tarpeita vastaavaa ongelmanratkaisukeskeistä oppimista. Lahjakkaimpien oppilaiden koetaan kykenevän varmemmin itse keksimään sopivia ratkaisutapoja, mutta osa tarvitsee opetusta strategioiden omaksumiseen (Mutanen 1998). Tutkimustulokset osoittivat ensimmäisen luokan oppilaiden olevan matematiikan perustaidoiltaan varsin heterogeenisiä, jolloin strategioiden opettamisenkin täytyisi olla jokaisen yksilön kehitystason mukaista.

Riskiryhmän matemaattinen suoriutuminen

Tutkimuksessa haluttiin erityisesti tarkastella heikomman neljänneksen matemaattista suoriutumista. Tehtäväryhmässä "lukukäsite" sekä koe- että kontrolliryhmässä suurimmalla osalla lapsista tapahtui keskiarvojen paranemista, mikä varmasti johtuu biologisesta kypsymisestä (Dasen & Heron 1981; Rogoff 1981) sekä formaalista kouluopetuksesta, jonka olennaisiin sisältöihin kuuluu tämän tehtäväryhmän asiat. "Lukusuunta, järjestysluku" -tehtäväryhmässä näkyy testin seula -luonne, jonka mukaan suurimmalla osalla tulokset ovat pysyneet samoina eli he ovat osanneet nämä taidot jo alkusyksystä.

Kontrolliryhmään verrattuna koeryhmän keskiarvot olivat parantuneet enemmän tehtäväryhmissä "vähemmän, pienempi kuin" ja "enemmän, suurempi kuin". Nämä tehtäväryhmät sisälsivät eniten kielellistä ymmärtämistä vaativia tehtäviä, joita harjoiteltiin paljon kerhotoiminnassa. Riskiryhmälle vaikeimpia tehtäviä olivat erityisesti kielelliset laskutehtävät, jossa täytyi ratkaista vähentäjä. Pelkästään käsite "vähemmän" tuotti myös vaikeuksia. Näitä tuloksia tukee Jordanin ym. (1995) sekä Johnstonin ja Smithin (1989) tutkimustulokset, joissa kielellisten ongelmien todettiin saattavan vaikeuttaa kertomusongelmien ratkaisemista varsinaisesta laskemiskyvystä huolimatta.

Galperinin (1957) esittämässä toimintojen hallinnassa lapsi saattaa opettajan pyynnöstä toteuttaa toiminnon parhaimmalla menetelmällä. Riittävän hallinnan puutteen vuoksi lapsi ei ehkä käytäkään tätä menetelmää itsenäisessä työssään. Tämä selittäisi heikkojen oppijoiden suhteellisen samanlaista suoriutumista sekä alku- että loppumittauksessa. Itsenäinen ohjaus ei heillä luultavasti ole vielä sisäistynyt tarpeeksi.

Yhteistoiminnalliseen oppimiseen (Noddings 1985; Schoenfeld 1989, Hiebertin & Wearnen 1993 mukaan) kuuluu kommunikointi toisten kanssa. Matematiikan rikastuttamisohjelman vaikuttavuutta erityisesti heikkojen oppimiseen tukee Vygotskyn (1978) esittämät näkemykset kommunikaatiovaikeuksien mahdollisesta yhteydestä kognitiiviseen kehitykseen. Puutteet käsitteellisessä ymmärtämisessä vaikeuttavat kaikenlaisten uusien toimintojen muodostumista. Opetuksessa on tärkeää huomioida oppilaiden käsitteellisen ymmärtämisen syvyyden ja proseduraalisen taitavuuden mahdollinen muuttuminen eri aikoina ja asteina.(Hiebert & Wearne 1997.) Kielellisistä vaikeuksista kärsivillä lapsilla yksi-yhteen -vastaavuuskaan ei välttämättä ole selvä.(Daniels 1990.) Kielellisissä vaikeuksissa proseduraalisiin puutteisiin kuuluu kehittymättömämpien aritmeettisten toimenpiteiden käyttö, yleinen vaikeus peruskäsitteiden oppimisessa ja usein toistuvat virheet aritmeettisten toimenpiteiden suorittamisessa.(Dahmen ym. 1982.) Nämä tutkimustulokset tukevat heikkojen oppijoiden suoriutumista erityisesti kielellisissä tehtävissä.

Heikkoa suoriutumista tehtävissä 5 ja 7 tukee Piaget'n näkemykset loogisen ajattelun vaikeudesta intuitiivisella kaudella. Lapsi ei tällöin pysty erilaisten suhteiden ymmärtämiseen ja niiden yhdistämiseen erilaisilla laskuoperaatioilla.(Piaget 1952a.) Tämän tutkimuksen tulokset osoittavat heikkojen oppijoiden olevan intuitiivisella kaudella, jolloin heillä ei ole vielä kehittynyt edellytyksiä konkreettiseen ajatteluun, jota ryhdytään opettelemaan alkuopetuksessa. Ymmärtämisessä on olennaista monenlaisten yhteyksien rakentaminen mentaalisten verkkojen välillä, esimerkiksi "palikkatyöskentelyn" yhdistäminen kirjoitettuihin symboleihin (Hiebert & Carpenter 1992). Suhteellisen lyhytaikainen kerhotoiminta ei riittävästi kyennyt tukemaan näiden yhteyksien syntymistä.

Riskiryhmän suoriutumista voidaan selittää myös oppimistyylillä. Heikot oppijat ovat oppimistyyliltään laajemmin kentästä riippuvaisia. Heille on vaikeaa erilaisessa kontekstissa esitettävien ja uudelleenorganisoitavien ongelmien ratkaiseminen (Saracho 1995). Tätä oletusta tukee heikkojen suoriutuminen vaikeimmissa tehtävissä. Tehtävissä esiintyvistä samoista luvuista ja laskujen rakenteesta huolimatta tehtävien ratkaiseminen oli vaikeaa. Kyvyttömyys useamman kuin yhden suhteen mielessä pitämiseen saattaa osaltaan kaventaa ajattelua (Beard 1971).

Riskiryhmän suoriutumisen erityinen parantuminen tehtävässä 7 saattaa johtua lapsille kehittyneistä ratkaisustrategioista. Vähentämisen merkitseminen kuvasta, esim. vähennettävien pallojen merkitseminen rasteilla, saattaa helpottaa tehtävän ratkaisemista. Suoriutuminen tehtävissä 15 ja 19 oli vielä loppumittauksessakin aika heikkoa. Näitä tuloksia tukee kielellisissä vaikeuksissa ilmenevät proseduraaliset puutteet (Dahmen ym. 1982). Toisaalta heikko suoriutuminen tehtävässä 19 saattaa johtua aikaisemmin mainitusta ratkaisustrategioiden ristiriitaisuudesta (Becker & Selter 1996, Mutasen 1998 mukaan).

Minäkäsityksen merkitystä ei myöskään voi unohtaa matemaattiseen kehitykseen vaikuttavana hyvin olennaisena tekijänä. Koeryhmän keskiarvojen paraneminen erityisesti tehtäväryhmässä "vähemmän, pienempi kuin" voi johtua myös "matemaattisen minäkäsityksen" kohentumisesta. Kerhotoiminnassa tarjottiin Evansin ja Goodmanin (1995) mainitsemia menestymisen kokemuksen mahdollistavia tilaisuuksia.

8.2 Tutkimuksen arviointia ja johtopäätöksiä

Alkuopetuksen tutkiminen ja kehittäminen on tärkeää mm. myöhemmän oppimisen kannalta. Tässä tutkimuksessa toteutetulla matematiikan rikastuttamisohjelmalla, matematiikkakerholla, on yleisesti merkitystä ensimmäisen luokan oppilaiden matematiikan opettamisen suunnitteluun ja toteutukseen. Tutkimuksen merkityksellisyys sekä tutkittaville että yhteiskunnalle laajemminkin on eräs sosiaalisen validiteetin (Saloviita 1989) kriteeri. Erityispedagogiselta kannalta alkuopetuksen matematiikan rikastuttamisohjelma on tärkeä lisäopetusmuoto erityisesti heikoille oppijoille. Perustaitojen oppimiseen vaikuttaa tehokkaiden opetusmenetelmien lisäksi mielenkiinnon herääminen ja sen säilyminen opeteltavia asioita kohtaan. Tämä on erityisopetuksen tehokkuuden kannalta eräs olennainen pohtimisen aihe varsinaisten menetelmällisten ratkaisujen ohella.

Tässä tutkimuksessa käsiteltiin toiminnallisen oppimisen vaikutuksia alkuopetuksen matematiikan perustaitojen oppimiseen. Toiminnallista oppimista voidaan kuitenkin soveltaa kokonaisuudessaan alkuopetuksessa sekä myös esiopetuksen matematiikan sisältöjen suunnittelussa. Nykyään yhä tärkeämpää on esi- ja alkuopetuksen siltaaminen (Ikäheimo 1997; Mutanen 1998).

Ensimmäisellä luokalla olevien lasten matematiikan perustaitojen hallintaa tutkittiin tässä tutkimuksessa testillä. Se oli hyvä ratkaisu, koska näin saatiin laajempi käsitys oppilaiden osaamisesta kuin pelkästään muutamien oppilaiden oppimiseen perehtymällä. Tutkimuksen koehenkilöiden toimintastrategioiden syvempi tarkastelu olisi tällä koehenkilöjoukolla ollut mahdotonta käytössä olevien resurssien takia. Toisaalta yksittäisten oppilaiden matemaattisten strategioiden laadullinen tarkastelu antaisi yksityiskohtaisempaa tietoa opetusmenetelmien kehittämisen perustaksi. Käytetty testi, Matematiikan Perustaitojen Mittaus (MPM), laadittiin tätä tutkimusta varten, koska alkuopetuksen matematiikan oppimista mittaavia (ryhmä)testejä ei juurikaan ole. MAKEKO -testiä (Matematiikan Keskeisen oppiaineksen Kokeet; Ikäheimo, Putkonen & Voutilainen 1988) ei tässä tutkimuksessa käytetty sen seula -luonteesta johtuen. Tässä tutkimuksessa haluttiin tutkia myös enemmän kielellisten tehtävien hallintaa. Tutkimuksessa käytetyn testin alfa -

kertoimeksi saatiin alkumittauksessa .82 ja loppumittauksessa .73. Testiä voidaan pitää testitulosten osalta melko luotettavana mittarina.

MPM -testissä oli vain yksi tehtävä, joka mittasi käsitteen "yhtä monta" ymmärtämistä. Se ei ehkä anna riittävästi tietoa tämän käsitteen todellisesta hallinnasta. Enemmän tehtäviä sisältävä testi olisi saattanut antaa paremmin tietoa lasten matemaattisesta kyvystä, mutta toisaalta täytyy huomioida testin suorittamiseen kuluva aika ja lasten jaksamiskyky. Marx ja Walsh ovat todenneet tehtävien eroavan ymmärtämistaitojen, strategian kehittymisen ja proseduraalisten taitojen vaatimuksiltaan. Erilaisia kognitiivisia prosesseja vaativat tehtävät synnyttävät todennäköisesti erilaista oppimista.(Marx & Walsh 1988.) Testitehtävät voisivat vielä tehokkaammin edellyttää erilaisten strategioiden käyttämistä. Toisaalta esimerkiksi miksi -kysymysten pohtiminen vaatisi alkuopetuksessa haastattelumenetelmää lasten kirjoitustaidon tason vuoksi. Ginsburgin mukaan matematiikan oppimisessa ei ole olennaista vastausten nopea tuottaminen ulkomuistista. Tärkeämpää on kyky matemaattisen probleeman ajattelemiseen ja pohtimiseen. Tutkimuksessa käytetty testi olisi voinut olla entistä paremmin suunniteltu ajatteluprosessien mittaamiseen, jolloin lasten erilaiset vivahteet oppimisessa olisivat ilmenneet tarkemmin.(Ginsburg 1989, Mutasen 1998 mukaan.) Tutkimuksessa käytetyn testin 6. tehtävän sopivuutta täytyy pohtia matematiikan taitojen mittarina. Koulutulokkaiden ajattelun on todettu olevan hyvin paljon visuaalisen informaation ohjaamaa (Sovchik 1989). Kuva tehtävässä kuusi saattaa liikaa kahlita lasten matemaattista ajattelua ja johtaa väärään vastaukseen, vaikka lapsilla olisikin tarvittavat laskutaidot. Testin toteutuksessa olisi voitu huomioida kielellisten vaikeuksien aiheuttamat ongelmat symbolisessa leikissä ja mentaalisissa mielikuvitustehtävissä, joita on todettu mm. 1.-2. luokan oppilailla (Johnston & Smith 1989, Rescorla & Gossens 1992, Weismer 1991). Unifix -palikat voitaisiin korvata tehtävissä mainittavilla konkreettisilla esineillä tai yksittäisillä kuvilla (esim. paperista tehdyt suklaamunat). Tällöin tehtävän ohje vastaisi paremmin laskemisessa käytettäviä apuvälineitä.

Tässä tutkimuksessa toteutettuun matematiikan rikastuttamisohjelmaan osallistuminen oli vapaaehtoista. Kerhotoimintaan osallistumisprosentiksi saatiin 91%. Tämä osoittaa toiminnallisuuden opetusmenetelmänä ylläpitävän kiinnostusta vaikeiksikin koettuja asioita kohtaan. Toisaalta tunnollinen kerhotoimintaan osallistuminen osoittaa "vapaamuotoisemman" toiminnan merkittävyyttä rakentavan sosiaalisen kanssakäymisen edistäjänä.

Matemaattiset taidot on käsitteenä hyvin laaja. Tässä tutkimuksessa keskityttiin alkuopetuksen perustaitoihin, pääasiassa lukukäsitteeseen sekä yhteen- ja vähennyslaskun opettamiseen. Geometria eräänä matematiikan osa-alueena saattaisi antaa hyvinkin erilaisia tuloksia ensimmäisen luokan lasten yleisestä matemaattisesta suoriutumisesta. Jatkotutkimuksissa voisikin pohtia toiminnallisen opettamisen merkitystä geometristen taitojen oppimisessa. Mielenkiintoinen tutkimusaihe olisi myös toiminnallisen oppimisen merkitys oppimismotivaation ylläpitäjänä.

Mahdollinen jatkotutkimuksen kohde voisi olla ensimmäisen luokan oppilaiden matematiikkakerhotoimintaan osallistumisen vaikutukset pitkällä aikavälillä. Päiväkodin ja koulun kasvatuksellisen siltaamisen kannalta mielenkiintoinen näkökulma olisi esiopetuksessa aloitetun ja ala-asteella 1-3 luokilla jatkuvan matematiikan rikastuttamisohjelman vaikutus lasten matemaattisten taitojen kehitykseen ala-asteen myöhemmillä luokilla. Pitkäkestoisen kokeilun myötä saataisiin mahdollisesti selville kerhon vaikutus erityisesti heikkojen oppimisstrategioiden kehittymiseen ja edelleen oppimisvaikeuksien ennaltaehkäisyyn.

Monissa tutkimuksissa (esim. Cawley & Miller 1989) on todettu matematiikan ja kielellisten taitojen oppimisen välisistä yhteyksistä. Matematiikkakerhotoiminnan vaikuttavuuden tutkimisessa voitaisiin erityisesti tutkia kompensatoristen menetelmien käytön (Jordan ym. 1995) merkityksellisyydestä kielellisiä vaikeuksia omaavien lasten matematiikan oppimisessa.

Nykyään yhä enemmän huolestuneisuutta herättää jo hyvinkin pienten lasten keskuudessa ilmenevä koulukiusaaminen ja erilaisten sosiaalisten ongelmien lisääntyminen. Järjestelmällisen, kouluun kuuluvan kerhotoiminnan vaikutuksia olisi tärkeää tutkia oppilaiden hyvinvoinnin sekä heidän perheiden paremman selviytymisen kannalta yhteiskunnan muuttuvissa olosuhteissa.

LÄHTEET:

Aalto, A., Ikäheimo, H. & Puumalainen, K. 1997. Opi matematiikkaa leikkien esi- ja alkuopetuksessa. Helsinki: Oy OPPERI Ab.

Ackerman, P. T., Anhalt, B. S. & Dykman, R. A. 1986. Arithmetic automatization failure in children with attention and reading disorders: Associations and sequela. Journal of Learning Disabilities, 19 (4), 222-232.

Acredolo, C. 1982. Conservation-non-conservation: alternative explanations. Teoksessa C. J. Brainerd (toim.). Children's Logical and Mathematical Cognition. New York: Springer-Verlag,1-31.

Adey, P., Shayer, M., Yates, C. 1991. Better learning. A report from the cognitive acceleration through science education (CASE) Project. Centre for Educational Studies, Kings College London, University of London.

Aho, L. 1991. Ajattelun kehittäminen ja luontoa koskeva opetus. Teoksessa s. 9-16, Paananen, S. (toim.) Lumiukkoko tiedettä - tiedeopiskelua koulussa II. Helsinki: VAPK-kustannus.

Alkula, T., Pöntinen, S. & Ylöstalo, P. 1994. Sosiaalitutkimuksen kvantitatiiviset menetelmät. Juva: WSOY.

Ashcraft, M. H., Yamashita, T. S. & Aram, D. M. 1992. Mathematics performance in left and right brain-lesioned children. Brain and Cognition, 19 (2), 208-252.

Beard, R. 1971. Piagetin kehityspsykologia. Forum -kirjasto. Kustannusosakeyhtiö Tammi. Helsinki. Alkuteos An outline of Piaget's developmental psychology for students and teachers. Suom. Tuomas Takala. Helsinki, KK:n kirjapaino.

Berk, L. E. 1986. Relationship of elementary school children's private speech to behavioral accompaniment to task, attention, and task performance. Developmental Psychology, 22 (5), 671-680.

Berk, L. E. & Garvin, R. A. 1984. Development of private speech among low-income Appalachian children. Developmental Psychology, 20 (2), 271-286.

Biber, B. 1984. Early Education and Psychological Development. New Haven and London. Yale University Press.

Bisanz, J., Dunn, M & Morrison, F. J. 1995. Effects of age and schooling on the acquisition of elementary quantitative skills. Developmental Psychology, 31 (2), 221-236.

Bivens, J. A. & Berk, L. E. 1990. A longitudinal study of the development of elementary school children's private speech. Merrill-Palmer Quaterly, 36 (4), 443-463.

Bruner, J. 1987. Prologue to english edition. Teoksessa R. W. Rieber & A. S. Carton (toim.) The Collected works of L.S. Vygotsky: problems of general psychology. Lontoo: Plenum Press.

Brainerd, C. J. 1978. Piaget's theory of intelligence. New Jersey: Prentice-Hall Englewood Cliffs.

Case, R. 1985. Intellectual development: Birth to adulthood. Orlando, FL: Academic Press.

Cawley, J. F. & Miller, J. H. 1989. Cross-sectional comparison of the mathematical performance of children with learning disabilities: Are we on the right track toward comprehensive programming? Journal of Learning Disabilities, 22 (4), 250-259.

Chi, M. T. & VanLehn, K. A. 1991. The content of physics self-explanations. Journal of the Learning Sciences, 1 (1), 69-105.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B. & Perlwitz, M. 1991. Assessment of a problem-centered second-grade mathematics project. Journal for Research in Mathematics Education, 22 (1), 3-29.

Dahmen, W., Hartje, W., Bussing, A. & Strum, W. 1982. Disorders of calculation in aphasic patients - spatial and verbal components. Neuropsychologia, 20, 145-153.

Daniels, H. 1990. Number Competence and Communication Difficulty: a Vygotskian analysis. Educational Studies, 16 (1), 49-59.

Dasen, P. R. & Heron, A. 1981. Cross-cultural tests of Piaget's theory. Teoksessa H. C. Triandis & A. Heron (toim.) Handbook of cross-cultural psychology: Vol. 4. Developmental Psychology. Boston: Allyn & Bacon, 295-341.

Deutsch, R. & Stein, A. 1972. The effects of personal responsibility and task interruption on the private speech of preschoolers. Human Development, 15, 310-324.

Doyle, W. 1983. Academic work. Review of Educational Research, 53 (2), 159-199.

Doyle, W. 1988. Work in mathematics classes: The context of student's thinking during instruction. Educational Psychologist, 23 (2), 167-180.

Ekebom, U-M., Helin, M. & Tulusto, R. 1989. Koulu apua - kouluvaikeuksia ja koulun vaikeuksia. Espoo: Weilin+Göös.

Evans, R. & Goodman, K. 1995. A review of factors associated with young children's difficulties in acquiring age-appropriate mathematical abilities. Early Child Development and Care, 114, 81-95.

Fazio, B. B. 1994. Counting abilities of children with specific language impairment: A comparison of oral and gestural tasks. Journal of Speech and Hearing Research, 37 (2), 358-368.

Fazio, B. B. 1996. Mathematical abilities of children with specific language impairment: a 2-year follow-up. Journal of Speech and Hearing Research, 39 (4), 839-849.

Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R. & Empson, S. B. 1996. A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. Journal for Research in Mathematics Education, 27 (4), 403-434.

Flavell, J. H. 1963. The developmental psychology of Jean Piaget. New York: Van Nostrand Reinhold.

Frauenglass, M. H. & Diaz, R. M. 1985. Self-regulatory functions of children's private speech: A critical analysis of recent challenges to Vygotsky's theory. Development Psychology, 21 (2), 357-364.

Fuson, K. 1992. Research on whole number addition and subtraction. Teoksessa D. Grouws (toim.) Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan, 243-275.

Fuson, K. C. & Briars, D. J. 1990. Using a base-ten blocks learning/teaching approach for first- and second-grade place value and multidigit addition and subtraction. Journal for Research in Mathematics Education, 21 (3), 180-206.

Fuson, K. C. Carroll, W. M. & Landis, J. 1996. Levels in conceptualizing and solving addition and subtraction compare word problems. Cognition and Instruction, 14 (3), 345-371.

Galperin, P. YA. 1957. An experimental study in the formation of mental actions. Teoksessa Brian, S. (toim.) Psychology in the Soviet Union. Lontoo: Routledge& Kegan Paul LTD, 213-225.

Galperin, P. Y. 1969. Stages in the development of mental acts. Teoksessa M. Cole & I. Malzman (toim.) A Handbook of Contemporary Soviet Psychology. New York: Basic Books, 249-273.

Galperin, P. Y. & Talyzina, N. F. 1957. The formation of initial geometric concepts on the basis of organized activity of the student. Teoksessa [Reprinted in N. O'Connor (toim.)] Vop. Psikhol., No. 1., Recent Soviet Psychology. London: Pergamon Press.

Galperin, P. Y. & Talyzina, N. F. 1972. Die Bildung erster geometrischer Begriffe auf der Grundlage Organisierter Handlungen der Schüler. Teoksessa H. Neumann (toim.) Probleme der Lerntheorie. Berlin: Volk und Wissen Volkseigener Verlag, 106-130.

Gathercole, S. F. & Baddeley, A. D. 1990. Phonological memory deficits in language disordered children: Is there a causal connection? Journal of Memory and Language 29, 336-360.

Geary, D. C. 1990. A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. Journal of Experimental Child Psychology, 49 (3), 363-383.

Geary, D. C. 1993. Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychologicaö and genetic components. Psychological Bulletin, 114 (2), 345-362.

Geary, D. C., Brown, S., & Samaranayake, V. A. 1991. Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children. Developmental Psychology, 27 (5), 787-797.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. 1978. The child's understanding of number. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Gelman, R. & Baillargeon, R. 1983. A review of some Piagetian concepts. Teoksessa H. Flavell & E. M. Markman (Vol toim.) & P. H. Mussen (Series toim.) Handbook of child psychology: Vol 3. Cognitive development. New York: Wiley, 167-230.

Goodman, S. 1981. The integration of verbal and motor behavior in preschool children. Child Development, 52, 280-289.

Greer, B. 1992. Multiplication and divisions as models of situation. Teoksessa D. Grouws (toim.) Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan, 276-295.

Hannula, M., Kupari, P. & Räsänen, P. 1997. Matematiikka ja sukupuoli. Teoksessa s. 189- 215, Räsänen Pekka, Kupari Pekka, Ahonen Timo & Malinen Paavo (toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino.

Hatano, G. 1982. Learning to add and subtract: A japanese perspective. Teoksessa T. P. Carpenter, J. M. Moser & T. A. Romberg (toim.) Addition and Subtraction: A cognitive perspective. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 211-223.

Hautamäki, J. 1991. Kehitystasojen erot ja kehittävät tehtävät. Teoksessa s. 17-32 Paananen, Sini (toim.) Lumiukkoko tiedettä - tiedeopiskelua koulussa II. Helsinki: VAPK-kustannus.

Hautamäki, J. & Kuusela, J. 1997. Matemaattiset oppimisvaikeudet: Diagnostisen päättelemisen pulmista ja keinoista. Teoksessa s. 142-162, Räsänen Pekka, Kupari Pekka, Ahonen Timo & Malinen Paavo (toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino.

Hiebert, J. & Carpenter, T. P. 1992. Learning and teaching with understanding. Teoksessa D. A. Grouws (toim.) Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan, 65-97.

Hiebert, J., & Wearne, D. 1992. Links between teaching and learning place value with understanding in first grade. Journal for Research in Mathematics Education, 23 (2), 98-122.

Hiebert, J. & Wearne, D. 1993. Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. American Educational Research Journal, 30 (2), 393-425.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Human, P., Murray, H., Olivier, A., & Wearne, D. 1996. Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. Educational Researcher, 25 (4), 12-21.

Hiebert, J. & Wearne, D. 1997. Instruction, understanding and skill in multidigit addition and subtraction. Cognition and Instruction, 14 (3), 251-283.

Huttenlocher, J., Jordan, N. C. & Levine, S. C. 1994. A mental model for early arithmetic. Journal of Experimental Psychology: General, 123 (3), 284-296.

Häyrinen, T. 1997. Tapaus Timo: Lukivaikeuden ja matematiikan oppimisvaikeuden kuntoutus. Teoksessa s. 63-74 Marit Korkman ja Kaisa Peltomaa (toim.) Lasten neuropsykologinen kuntoutus. Helsinki:PJK Test House. Hakapaino Oy.

Ikäheimo, H. 1997. Matematiikan esi- ja alkuopetuksen kysymyksiä. Teoksessa s. 239-250, Räsänen Pekka, Kupari Pekka, Ahonen Timo & Malinen Paavo (toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino.

Inhelder, B. & Piaget, J. 1958. The Growth of Logical Thinking from Childhood to Adolescence. Basic Books. USA.

Jennings, C. M., Jennings, J. E., Richey, J. & Dixon-Krauss, L. 1992. Increasing interest and achievement in mathematics through children's literature. Early Childhood Research Quaterly, 7 (2), 263-276.

Johnston, J. R. & Smith, L. B. 1989. Dimensional thinking in language-impaired children. Journal of Speech and Hearing Research, 32 (1), 33-38.

Jordan, N. C., Huttenlocher, J. & Levine, S. C. 1992. Differential calculation abilities in young children from middle- and low-income families. Developmental Psychology, 28 (4), 644-653.

Jordan, N.C., Levine, S. C. & Huttenlocher, J. 1995. Calculation abilities in young Children with different patterns of cognitive functioning. Journal of Learning Disabilities, 28 (1), 53-64

Kail, R., Hale, C. A., Leonard, L. B. & Nippold, M. A. 1984. Lexicall storage and retrieval in language impaired children. Applied Psycholinguistics, 5 (1), 37-49.

Kamhi, A. 1981. Nonlinguistic symbolic and conceptual abilities of language-impaired and normally achieving children. Journal of Speech and Hearing Research, 24, 446-453.

Kirchner, D. & Klatzky, R. 1985. Verbal rehearsal and memory in language-disordered children. Journal of Speech and Hearing Research, 28 (4), 556-565.

Kleiman, A. S. 1974. The use of private speech in young children and its relation to social speech. Unpublished doctoral dissertation, University of Chicago.

Kohlberg, L., Yaeger, J. & Hjertholm, E. 1968. Private speech: Four studies and a review of theories. Child Development, 39, 691-736.

Leinhardt, G. 1986. Expertise in math teaching. Educational Leadership, 43 (7), 28-33.

Leinhardt, G. & Putnam, R. T. 1987. The skill of learning from classroom lessons. American Educational Research Journal, 24 (4), 557-587.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. 1987. Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. Teoksessa C. Janvier (toim.) Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Hillsdale: NJ: Lawrence Erlbaum, 33-40.

Lubinski, D. & Humbreys, L. G. 1990. A broadly based analysis of mathematical giftedness. Intelligence 14, 327-355.

Lurija, A.R. ja Vygotsky, L.S. 1992. Ape, Primitive man, and Child Essays in the History of Behavior. Harvester Wheatsheaf Hertfordshire.

Martin, V. L. & Pressley, M. 1991. Elaborative-interrogation effects depend on the nature of the question. Journal of Educational Psychology, 83, 113-119.

Marx, R. W. & Walsh, J. 1988. Learning from academic tasks. The Elementary School Journal, 88 (3), 207-219.

Menyuk, R. & Looney, P. L. 1972. A problem of language disorder: Length vs. structure. Journal of Speech and Hearing Research, 15 (2), 264-279.

Miles, T. R. 1983. Dyslexia: The Pattern of Diffuculties. Lontoo: Granada.

Miura, I. T., Yukari, O., Kim, C. C., Chang, C-M., Steere, M. & Fayol, M. 1994. Comparisons of Children's Cognitive Representation of Number: China, France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. International Journal of Behavioral Development, 17 (3), 401-411.

Moberg, S. & Tuunainen, K. 1989. Erityispedagogiikan metodologinen perusta. Jyväskylä: Gummerus.

Mutanen, R. 1998. Esiopetuksen merkitys matematiikan opiskelulle alkuopetuksessa. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan tutkimuksia N:o 67. Joensuun yliopistopaino.

Noddings, N. 1985. Small groups as a setting for research on mathematical problem solving. Teoksessa E. A. Silver (toim.) Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 345-359.

Nummenmaa, T., Konttinen, R., Kuusinen, J. & Leskinen, E. 1997. Tutkimusaineiston analyysi. Porvoo: WSOY.

Pask, G. (1976) The Cybernetics of Human Learning and Performance. Lontoo: Hutchinson.

Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994. (3. Korjattu painos 1996) Helsinki: Opetushallitus.

Peterson, P. L. 1988. Teachers' and students' cognitional knowledge for classroom teaching and learning. Educational Researcher, 17 (5), 5-14.

Piaget, J. 1952a. The Child's Conception of Number. Lontoo: Routledge & Kegan Paul.

Piaget, J. 1952b. The language and thought of the child. New York: Harcourt Brace. (Original work published 1923)

Piaget, J.1967. The psychology of intelligence. Lontoo: Routledge and Kegan Paul.

Redfield, D. L. & Rousseau, E. W. 1981. A meta-analysis of experimental research on teacher questioning behavior. Review of Educational Research, 51, 237-245.

Renkl, A. & Helmke, A. 1992. Discriminant effects of performance-oriented and structure-oriented mathematics tasks on achievement growth. Contemporary Educational Psychology, 17 (1), 47-55.

Rescorla, L. & Gossens, M. 1992. Symbolic play development in toddlers with expressive specific language impairment. Journal of Speech and Hearing Research, 35 (6), 1290-1302.

Rogoff, B. 1981. Schooling and the development of cognitive skills. Teoksessa H. C.Triandis & A. Heron (toim.) Handbook of cross-cultural psychology: Vol. 4. Developmental psychology. Boston: Allyn & Bacon, 233-294.

Saloviita, T. 1988. Kokeellinen tapaustutkimus soveltavassa työssä - johdatus yhden koehenkilön tutkimusasetelmiin. Jyväskylän yliopiston psykologian laitoksen julkaisuja.

Saracho, Olivia N. (1995). Pre-school children's cognitive style and their selection of academic areas in their play. Early Childhood Development and Care, 112, 27-42.

Saxe, G. B. 1979. Developmental relations between national counting and number conservation, Child Development, 50, 180-187.

Schifter, D. & Fosnot, C. T. 1993. Reconstructing mathematics education. New York: Teachers College Press.

Scribner, S. & Cole, M. 1973. Cognitive consequences of formal and informal education. Science, 182, 553-559.

Shear, P. K., Tallal, P. & Delis, D. C. 1992. Verbal learning and memory in language impaired children. Neuropsychologia, 30 (5), 451-458.

Shuard, H. & Rothery, A. (toim.) 1984. Children Reading Mathematics. Lontoo: John Murray.

Simon, M. 1995. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. Journal for Research in Mathematics Education, 26 (2), 114-145.

Simon, M. & Schifter, D. 1991. Towards a constructivist perspective: An intervention study of mathematics teacher development. Educational Studies in Mathematics, 22 (4), 309-331.

Sovchik, Robert J. 1989. Teaching Mathematics to Children. Harper & Row, Publishers, New York.

Sowell, E. 1989. Effects of manipulative materials in mathematics instruction. Journal for Research in Mathematics Education 20 (5), 498-505.

Stark, R. E. & Tallal, P. 1981. Selection of children with specific language deficits. Journal of Speech and Learning Disorders, 46, 114-122.

Stevenson, H. W., Chen, C., Lee, S. Y., & Fuligni, A. J. 1991. Schooling, culture and cognitive development. Teoksessa L. Okagaki & R. J. Sternberg (toim.) Directors of development: Influences on the development of children's thinking. Hillsdale: NJ: Erlbaum, 243-268.

Stigler, J. W., & Baranes, R. 1988. Culture and mathematics learning. Teoksessa E. Z. Rothkopf (toim.) Review of research in education, 15, 253-306.

Stigler, J. W. & Perry, M. 1988. Cross-cultural studies of mathematics teaching and learning: Recent findings and new directions. Teoksessa D. A. Grouws, T. J. Cooney & D. Jones (toim.) Research agenda for mathematics education: Effective mathematics teaching. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 194-223.

Tabachnick, B. & Fidell, L. 1989. Using multivariate statistics (second edition). New York: Harper & Row, Publishers Inc.

Tallal, P. & Piercy, M. 1973. Developmental aphasia: Impaired rate of non-verbal processing as a function of sensory modality. Neuropsychologia, 11 (4), 389-398.

Tallal, P. & Piercy, M. 1974. Developmental aphasia: Rate of auditory processing and selective impairment of consonant perception. Neuropsychologia, 12 (1), 83-93.

Vygotsky, L. S. 1978. Mind in Society: the development of higher psychological processes. Cambridge. Cambridge University Press. (Original work published 1930, 1933 ja 1935)

Vygotsky, L. S. 1987. Thinking and speech. Teoksessa R. W. Rieber, A. S. Carton (toim.) & N. Minick (käänt.) The collected works of L. S. Vygotsky: Vol. 1. Problems of general psychology. New York: Plenum, 37-285. (Original work published 1934)

Weismer, S. E. 1991. Hypothesis-testing abilities of language impaired children. Journal of Speech and Hearing Research, 34 (6), 1329-1338.

Winne, P. H. 1979. Experiments relating teachers' use of higher cognitive questions to student achievement. Review of Educational Research, 49, 13-50.

Wittrock, M. C. 1986. Students' thought processes. Teoksessa M. C. Wittrock (toim.) Handbook of research on teaching (kolmas painos). New York: Macmillan, 297-314.

Yrjönsuuri, R. 1997. Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Teoksessa s. 128-141, Räsänen Pekka, Kupari Pekka, Ahonen Timo & Malinen Paavo (toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino.

Liite 1.

ALKUOPETUKSEN MATEMATIIKAN RIKASTUTTAMISOHJELMA, TOIMINNALLINEN MATEMATIIKKAKERHO

Ensimmäisen luokan syyslukukauden aikana toteutetun toiminnallisen matematiikkakerhon käsitteellinen perusta oli Piaget'n (esim. 1952b) ja Vygotskyn (esim. 1987) teorioissa lasten ajattelun ja toiminnan kehittymisestä. Galperinin (1969) teoriassa huomioidaan nämä käytännön opetusmenetelmien tasolla. Kerhotoiminnan tavoitteena oli ennen kaikkea opettaa lapsia miettimään laskutoimitusten tarkoitusta, eikä sosiaalisten odotusten täyttämistä, kuten Ekebom (1989) toteaa joidenkin lasten toiminnan suuntautumisesta.

Jokaisen kerhokerran yhteydessä on ensiksi esitetty toimintojen tavoitteet ja menetelmät näiden tavoitteiden saavuttamiseksi. Kerhokertaisilla tavoitteilla tarkoitetaan erityisesti kyseisenä kertana harjoiteltavia asioita. Alkuopetuksen oppiainekohtaisten tavoitteiden lisäksi täytyy ehdottomasti muistaa myös todella tärkeät sosiaaliset tavoitteet eli mm. yhteistoiminnan oppiminen muiden lasten kanssa. Piaget'n mukaan (Biber 1984) kehitysmuutokset ovat organismin ja ympäristön välisen interaktion tulosta. Kerhotoiminnassa ympäristöllä tarkoitettiin sekä sosiaalista että materiaalista ympäristöä. Opettajan roolina on stimuloivan, tutkivan ja kyselevän mielen mahdollistavan ympäristön luominen (Piaget 1950, Biberin 1984 mukaan).

Lapsuuden sensomotorisessa vaiheessa objekteihin kohdistuva suora toiminta, objektien ominaisuuksien havaitseminen ja suhteiden ymmärtäminen niiden kautta on tärkeää. Tämä on todettu merkitykselliseksi myös esioperationaalisessa vaiheessa, esikouluiässä (Case 1985), koska lapset ovat kehityksessä eri vaiheessa. Toisaalta uusien, abstraktisten käsitteiden todellinen oppiminen edellyttää aina jonkinlaisen materiaalin tarjoamaa apua (Galperin 1969).

JOKAISELLA KERHOKERRALLA HARJOITTELUN TAVOITTEINA:

- järjestysluvun käsite
- lukusuunta
- pylväsdiagrammin idea

Menetelmä:

- lapset istuvat puolikaaressa opettajan selän “takana” (mahdollista opettajan järjestellessä sopivat istumapaikat)
- jokainen lapsi laittaa oman kerhomerkkinsä taululle opettajan ohjeiden mukaan (opettaja näyttää vasemmalla kädellä vasenta suuntaa); esim. “Merkin saa tulla laittamaan neljäs lapsi”
- merkkien laittamisen aikana tarkastellaan jokaisen läsnäolomerkeistä muodostuneita pylväitä

1. Kerhokerta - Krokotiilin syöttäminen

Tavoitteet:

- lukumäärien vertailua konkreeteilla esineillä
- käsite suurempi, johdattelua oikeaan merkitsemiseen
- lukujen hajotelmat alueella 1-10
- yhteenlaskemisen ideaa

* lukumäärän - lukusanan vastaavuus

Menetelmä:

1. Lapsiryhmä jaetaan pareihin.
2. Jokaiselle parille jaetaan kaksi noppaa, sininen ja punainen pahvilautanen, pieniä helmiä sekä krokotiilin pää (kita ammottaa auki).
3. Lapset valitsevat itselleen lautasen, sinisen tai punaisen.
4. Toinen parista heittää molempia noppia ja täyttää oman lautasensa niin monella “ruoka-palalla” (=helmellä) kuin nopan silmäluvut osoittavat.

5. Toinen lapsista toimii edellisen tavoin täyttäen oman lautasensa.

6. Molempien lautasten täyttämisen jälkeen katsotaan kummalla lautasella on enemmän ruokaa.

7. Krokotiilin ammottava kita asetetaan lautasten väliin siten, että krokotiili haukkaa AINA siltä lautaselta, jossa on enemmän. Muuten ahmattikrokotiili kuolisi nälkään.

8. Jos lautasilla on yhtä paljon ruokaa, krokotiili mietiskelee ihmeissään lautasten välissä leuat "yhdessä".

Lukujen hajotelmat:

Istutaan lattialla puolikaaressa, jokaisella on edessään 10 Unifix -palikan pötkö. Opettaja kertoo tarinaa "Matkaajasta" lasten havainnollistaessa "Matkaajan" askelia (käsillä taputetaan vuoronperään lattiaan ja kämmeniin) - käsille tekemistä, ettei tarvitse leikkiä palikoilla. Opettajan mainitessa jonkun luvun "Matkaajan" askeleet pysähtyvät (=kädet jäävät lattiaan). Mietitään riittävätkö sormet kyseisen luvun esittämiseen. Jos riittävät, mietitään millä tavalla luvun voisi sormilla esittää. Yhdessä keskustellaan sormiyhdistelmistä. Jos sormet eivät riitä luvun esittämiseen, toimitaan seuraavasti (esim. luku 14): sanotaan yhdessä "10 selän taakse ja 4 lisää" eli Unifix -pötkö laitetaan selän taakse (lapset havaitsevat konkretisti luvun 14 koostuvan 10:stä - 10 laitetaan piiloon, koska luku 14 on "abstrakti" sormien riittämättömyyden takia. Neljällä sormella muodostetaan luku "valmiiksi".

2. Kerhokerta - Numerokorttien liimaaminen

Tavoitteet:

- lukujen hajotelmat alueella 1-20

* lukumäärän - numeromerkin - lukusanan vastaavuus

Menetelmät:

- jokaisella lapsella on kortit 1-10, joiden taakse liimataan pieniä kuvia kortin osoittaman luvun verran (opettajan tarkoituksena oli vielä tarkentaa oppilaiden lukumäärän ymmärtämisen käsitettä)

3. Kerhokerta - Lumikin myrkkyomenat

Tavoitteet:

- lukujen hajotelmat alueella 1-20
- käsitteet enemmän/vähemmän, pienempi/suurempi, kuinka paljon enemmän/vähemmän jne.

* lukumäärän - numeromerkin - lukusanan vastaavuus

Menetelmät:

1. Lapset jaetaan pareittain. Pareiksi jakaminen tapahtui seuraavasti: puolet lapsista sai kortin, jossa oli tietty luku sekä ohjeen etsiä pari, jonka kortissa oleva luku on kahta suurempi kuin oma lukusi. Puolet porukasta sai vastaavasti ohjeen etsiä pari, jonka kortissa oleva luku on kaksi vähemmän kuin oma lukusi. Parien etsiminen tällä tavoin oli lapsista mielenkiintoista. Olihan jännää selvittää kuka "sattumalta" olisi oma pari. Näin opittiin myös sosiaalista kanssakäymistä muidenkin kuin parhaan kaverin kanssa.
2. Parilla on noin kuusi omenaa ja myrkkynuoli. Omenassa on valmiina joku luku (tällä kerralla luvuista 1-9). Vieressä on luvun osoittama määrä joitakin kuvia, esim. hevosia.
3. Toinen parista sulkee silmänsä toisen piilottaessa myrkkynuolen jonkun omenan taakse.
4. Myrkkyomenasta tietämätön lapsi aloittaa omenoiden keräilyn kysyen "Saisinko omenan, joka on (esim.) kolme vähemmän/pienempi kuin viisi?" Hän ei siis saa suoraan kysyä omenaa, jossa on luku kaksi, vaan kysyminen täytyy toteuttaa jollakin muulla tavalla.
5. Toinen parista miettii mitähän omenaa kaveri tarkoittaa ja antaa sitten kyseisen omenan. Jos omenan takana on myrkkynuoli, peli pysähtyy ja omenoiden keräilijä laskee omistamansa hyvät omenat.
6. Peli käynnistyy uudestaan eli kaikki omenat palautetaan takaisin ja parista toinen saa vuorostaan piilottaa myrkkynuolen.

4. Kerhokerta - Vaakamestareina toimimista

Tavoitteet:

- konkreettisen toiminnan avulla havainnollistetaan yhteenlaskemista ja sen oikeaa merkitsemistä
- yhtä suuri kuin -käsite ja oikea merkitseminen
- lukujen hajotelmat alueella 1-20

* lukumäärän - numeromerkin - lukusanan vastaavuus

Menetelmät:

1. Jokainen lapsi saa oman, henkarista tehdyn vaa'an.
2. Keskellä luokkaa on kolme pahvilaatikkoa, joissa kussakin tietynvärisiä makaroneja.
3. Toinen vaakakuppi täytetään esim. kahden värisillä makaroneilla, toiseen kuppiin laitetaan yhtä väriä.
4. Vaakamestarin tehtävä on tasapainottaa vaaka eli kummassakin vaakakupissa täytyy olla yhtä paljon makaroneja.
5. Tasapainotuksen jälkeen lapsi käy muodostamassa vaa'assa olevista makaroneista laskun taululle pienien numerolappujen avulla.
6. Lopuksi tarkastellaan yhdessä taululla olevia laskuja ja mietitään saatiinko kaikki vaakakupit tasapainotettua.

5. Kerhokerta - Salapoliisitoimittajina työskentelyä

Tavoitteet:

- lukujen hajotelmat alueella 1-20
- kuvien perusteella tapahtuvan kerronnan harjoitteleminen eli kuvien tulkitsemista, syy-seuraus -suhteet
- auditiivisten "kertomusongelmien" mukaan toimiminen eli kuultujen lukusanojen muuttaminen konkreeteilla esineillä (symbolinen edustus) tapahtuvaksi laskuoperaatioksi
- vähennyslaskua

* lukumäärän - lukusanan vastaavuus

Menetelmät:

1. Lapset jaetaan pareihin.
2. Jokaisella parilla on pieni nauhuri arvoitusten nauhoittamista varten.
3. Luokan edessä on pieniä kortteja, joissa jokaisessa jokin tapahtuma, kuva-arvoitus. Jokainen lapsi valitsee itselleen arvoituksen, jonka kertoo nauhurille.
4. Tunnin lopulla kuunnellaan jokaiselta lapselta yksi arvoitus, joka yritetään muodostaa Unifix -palikoiden avulla.

6. Kerhokerta - Salapoliisiarvoitusten ratkaisemista

Tavoitteet:

- kerrataan suurempi kuin -käsite ja tutustutaan sen oikeaan merkitsemiseen
- vähentämisen käsitteen kertausta ja vähennyslaskulausekkeen muodostamista
- lukujen hajotelmat alueella 1-20

* lukumäärän - numeromerkin - lukusanan vastaavuus

Menetelmät:

- kuunnellaan edellisellä kerralla nauhoitetut arvoitukset ja havainnollistetaan niitä Unifix-palikoilla sekä muodostetaan niistä laskuja

Suurempi kuin -merkin oikeaan merkitsemiseen johdatellaan krokotiilin syöttämisellä. Opettaja näyttää oikean > -merkin, jota vertaillaan krokotiilin auki ammottavaan kitaan. Yhtäläisyyksien toteamisen jälkeen muodostetaan "ruoka-annoksista" matematiikan lauseke, esim. 3 > 1

7. Kerhokerta - Kummitusten karkoittaminen linnasta

Tavoitteet:

- kerrataan suurempi kuin -käsite ja sen oikea merkitseminen
- tutustutaan pienempi kuin merkkiin

- vähennyslaskun ja yhteenlaskun kertausta (laskut pääasiassa lukualueella 0-15)
- tutustutaan varsinaisesti kymmenjärjestelmän ideaan

* lukusanan - numeromerkin - lukumäärän vastaavuus

Menetelmät:

Pienempi kuin -merkin tarina: "Ahmattikrokotiilia" vastaan lensi parvi pikkulintuja. Nälissään se haukkasi ne kitaansa. Yksi linnuista oli niin viisas, että se lensikin krokotiilin niskaan turvaan. Krokotiilin niskassa kyyhöttäessään siitä ei näkynyt kuin terävä nokka. Muistuttaisiko tämä terävä nokka jotakin matematiikan merkkiä? Pienempi/suurempi kuin -merkin avonainen "puoli" on "ahmattikrokotiilin" kita, terävä pää sen niskassa kyyhöttävän linnun nokka.

Kymmenjärjestelmään tutustuminen:

Tutustutaan linnaan, jonka kummitukset ovat vallanneet. Linnassa on kymmenen hämähäkin peitossa olevaa ikkunaluukkua. Lasten tehtävänä on vapauttaa linna kummituksista, joka on mahdollista vain viemällä jokaiseen huoneeseen (10 huonetta) kymmenen palavaa soihtua. Kummitukset nimittäin pelkäävät valoa.

1. Jokaiselle lapsiparilla on 100 soihtua (=pientä tikkua), linna sekä laskulausekkeita sisältävä rasia.
2. Vuorotellen lapset nostavat astiasta jonkun laskulausekkeen ja ratkaisevat sen. Itselleen saa kerätä soihtuja vastauksen osoittaman määrän. Riittävästi valoa kummitusten karkoittamiseen saadaan kymmenestä soihdusta.
3. Kymmenen soihdun avulla voi lähteä karkoittamaan jotakin kummitusta pois linnasta. Kummitus siirretään lapsella olevan soihtukasan (10 soihtua) päälle.
4. Lopuksi katsotaan kumpi lapsista sai hätistettyä enemmän kummituksia pois. Keskustellaan tuloksista; montakohan soihtua tarvittiin neljän kummituksen hätistämiseen linnasta?

8. Kerhokerta - Ampiaisten jumpparata

Tavoitteet:

- suurempi/pienempi kuin -käsitteiden ja oikean merkitsemisen kertausta
- käsitteet enemmän/vähemmän, pienempi/suurempi; kuinka paljon enemmän/vähemmän jne.
- yhteen- ja vähennyslaskua auditiivisten ohjeiden mukaan

* lukumäärän - lukusanan - (numeromerkin) vastaavuus

Menetelmät:

1. Jokaisella parilla on pahvista askarreltu "jumpparata" (mikä tahansa pelilauta), numerokortteja, peliin piilotettavat ampiaiset, pelimerkkinä toimivat haavit sekä taika-avaimet.
2. Pari piilottaa ampiaiset ja taika-avaimet pelilaudalle.
3. Toinen parista nostaa jonkun numerokortin antaen kaverille etenemisohjeita (vrt. Lumikin myrkkyomenat). Kaveri miettii kuinka monta askelta hän saa edetä.
4. Tultuaan jonkin merkin (ampiainen tai taika-avain) kohdalle, lapsi voi kääntää merkin. Tehtävänä on pyydystää mahdollisimman paljon ampiaisia. Avaimella pääsee hakemaan "ekstra-ampiaisen" aarrelaatikosta.

9. Kerhokerta - Nukketeatteria

Tavoite:

- suurempi/pienempi kuin -käsitteiden ja oikean merkitsemisen kertaus
- spontaanin kerronnan opettelua

* lukumäärän - numeromerkin - lukusanan vastaavuus

Menetelmät:

1. Luokkaan muodostetaan "keppinukketeatteri" -estradi eli uutisnurkkaus, Unifix -palikka- sekä numeromerkkiraati.
2. Uutisnurkkauksessa oleva pari esittää jonkin tapahtuman, jonka muut raatilaiset yrittävät selvittää Unifix -palikoiden sekä numerokorttien avulla (laskulausekkeen muo-

dostaminen). Näin opetellaan spontaania kerrontaa sekä toisten esitysten kuuntelemista ja kavereiden antamien ohjeiden mukaan toimimista.

10. Kerhokerta - Nallet muuttopuuhissa

Tavoitteet:

- suurempi/pienempi kuin -käsitteiden ja oikean merkitsemisen kertausta
- yhteen- ja vähennyslaskua
- kymmenjärjestelmäidean kertausta (ykköset ja kymmenet -käsitteet)

* lukumäärän - lukusanan - (numeromerkin) vastaavuus

Menetelmät:

Tarina nallekaupungista: Nallet olivat vallanneet erään kaupungin. Ne päättivät ensin rakentaa pienen talon, jossa on kymmenen pientä asuntoa (jokaiseen asuntoon mahtuu vain yksi nalle). Talossa asuu myös kiltti talonmies. Se on sanonut nalleille, ettei kymmenenteen, ylimmäiseen, ullakkohuoneeseen saa muuttaa, koska se on hänen käytössään. Nallet muuttavat kuuliaisesti taloon, mutta jokaiseen muuttokuormaan mahtuu joku uppiniskainen (kymmenes) nalle, joka muiden asuntojen ollessa täynnä yrittää muuttaa ullakkohuoneeseen. Siitäkös talonmies suuttuu ja hätistää kaikki talon (10 nallea) asukkaat naapuritaloon. Naapuritalo on edellistä suurempi, jonka jokaiseen asuntoon mahtuu 10 asukasta. Niinpä karkoitetut nallet muuttavat yhdessä naapuritalon yhteen isoon asuntoon.

1. Jokaisella parilla on pieni ja suuri talo [ne laitetaan vierekkäin siten, että pieni talo on lapsien edessä oikealla (ykköset) ja suurempi talo sen vasemmalla puolella (kymmenet)], 100 pientä nallea, kaksi noppaa sekä pino kortteja, joissa on joko punainen tai sininen neliö
2. Toinen parista heittää noppia ja nostaa samalla pinosta kortin. Punainen kortti tarkoittaa nopan silmälukujen yhteenlaskemista, sininen taas niiden vähentämistä toisistaan. Nalleja voi muuttaa taloon (AINA ensiksi muutetaan pieneen taloon, jonka asunnoissa voi asua vain yksi nalle) vastauksen ilmoittaman lukumäärän verran. HUOM! Ensin muuttavat yhdeksän kuuliaista nallea, kymmenes nalle yrittää muuttaa ylimpään (ullakko) asuntoon.

Kymmenennen nallen yrittäessä muuttaa ullakolle saapuu talonmies, joka hätistää nallet naapuritaloon.

3. Lopuksi katsotaan montako nallea on ehditty muuttaa, kumpi oli useammin talonmiehenä jne.

11. Kerhokerta - Bingo -pelilaudan valmistamista

Tavoitteet:

- kymmenjärjestelmän kertaaminen (käsitteet ykköset ja kymmenet)
- vähennys- ja yhteenlaskun muodostamista kertomuksellisista arvoituksista

* lukumäärän - lukusanan - (numeromerkin) vastaavuus

Menetelmät:

Kymmenjärjestelmän kertaus: Kaupunginjohtaja vakoilee naapurikaupunkiin ja saa tietää siellä asuvan 13 nallea, mutta missähän taloissa?! (osoitteet taloille: pienen talon osoite on ykköset, suuremman talon osoite on kymmenet).

1. Jokaiselle lapselle jaettiin tyhjä Bingo -pelilauta (3x3). Tyhjät ruudut olivat näyteikkunoita, jotka täytettiin opettajan kertomuksen mukaan pienillä kuvilla. Samalla mietittiin millaisen laskun näistä kuvista mahdollisesti saisi.

12. Kerhokerta Bingo -pelin pelaaminen

Tavoitteet:

- kymmenjärjestelmän kertaaminen (käsitteet ykköset ja kymmenet)
- vähennys- ja yhteenlaskun muodostamista kertomuksellisista arvoituksista
- yhtä suuri kuin -käsitteen kertaus ja oikea merkintä

* lukumäärän - lukusanan - numeromerkin vastaavuus

Menetelmät:

1. Lapsilla on edellisellä kerralla tehdyt pelilaudat sekä jokaista "näyteikkunaa" vastaavat laskulausekkeet.
2. Opettaja esittää laskulausekkeen, jonka lapsi yrittää laittaa oikeaan kuvaan. Laskulausekkeilla pelataan tavallisen Bingon tapaan.

13. Kerhokerta - Arvoitusten ratkaisemista sekä nukketeatterivideon katsomista

Tavoitteet:

- kymmenjärjestelmän kertaaminen (käsitteet ykköset ja kymmenet)
- yhteen- ja vähennyslaskun muodostamista kertomuksellisista arvoituksista
- nimien auditiivista ja visuaalista hahmottamista

* lukumäärän - lukusanan - numeromerkin vastaavuus

Menetelmät:

1. Jokaisella lapsella on otsassaan teipillä joku luku. Näitä lukuja ei sanota ääneen.
2. Opettaja kertoo tarinoita kuvien avulla, joista yritetään miettiä laskua. Lausekkeen puuttuva tekijä on jollakin lapsella otsassaan. Tämän henkilön nimeä ei suoraan sanota, vaan kaverit antavat vihjeitä tämän henkilön nimestä, esim. "Kyseisen lapsen nimessä on kolmantena kirjaimena A" jne. Näin edetään kunnes kaikki ovat yhtä mieltä oikeasta kaverista.

14. Kerhokerta - Maija Poppasen sateenvarjot

Tavoitteet:

- vähennys- ja yhteenlaskun muodostamista

* lukumäärän - lukusanan - numeromerkin vastaavuus

Menetelmät:

1. Ryhmä jaetaan pareihin.

2. Jokaisella parilla on noin kahdeksan sateenvarjo -pahvikorttia. Sateenvarjokortin toisella puolella on joku luku (luku on näkyvissä) sekä Maija Poppasen sateenvarjoa osoittava nuoli.
3. Toinen parista piilottaa nuolen (vrt. Lumikin myrkkyomenat) jonkin sateenvarjon taakse.
4. Lapsista toinen ryhtyy etsimään Maija Poppasen sateenvarjoa, kysyen lukuja "kiertoteitse". Pelin idea on samanlainen kuten "Lumikin myrkkyomenoissa". Tällä kertaa luvut ovat suuremmat. Kohdelukuja voi kysellä (riippuen lapsien taitotasosta) myös ykkösten ja kymmenien avulla.

Kerhotoiminnan toteutuksen pohdintaa

Oppimisen lähtökohtana olevat oman ympäristön ilmiöt, niiden havainnointi, niistä keskustelu, havaintojen pohjalta muodostettujen käsitteiden pohtiminen (Aho 1991) toteutui konkreettisesti nukketeatteritoiminnassa. Lasten omien esitysten aikana keskusteltiin mm. erilaisiin havaintoihin perustuvasta luokittelusta. Joku lapsista käsitti esim. autoa ajavan tytön yhdeksi objektiksi, toinen ilmoitti auton ja tytön edustavan kahta erillistä objektia. Tämä erimielisyys johti omien mielipiteiden puolustamiseen ja muiden ideoiden kyseenalaistamiseen sekä todennäköisesti edisti oman ajattelun kehittymistä, selventämistä ja uudelleenorganisointia (Ball 1993; Hatano 1988; Lampert 1989, Hiebertin & Wearnen 1993 mukaan; Hiebert & Wearne 1997). Yhteistoiminnallisessa ongelmanratkaisussa oppilaat saattavat huomata ongelman eri piirteitä ja konstruoida erilaisia suhteita kuin työskennellessään yksin.(Noddings 1985; Schoenfeld 1989, Hiebertin & Wearnen 1993 mukaan.)

Aho (1991) on todennut aiemmin omaksutun tiedonrakenteen vaikuttavan havainnointiin. Konkretisoitaessa käsitettä "yhtä suuri kuin", heikoimmille oli juurtunut jo nyt ajatteluun käsitys yhtä suuri kuin -merkistä jonkinlaisena toiseksi viimeisenä matematiikan merkkinä laskutoimituksissa. Sen merkitystä ei todellisuudessa oltu ymmärretty. Eräs totesikin ettei lasku voi näyttää seuraavalta 5=3+2, vaan se täytyy merkitä 3+2=5. Opetuksessa pitäisi miettiä, onko käsitteiden sisältö todella sisäistetty. Beard (1971) on todennut ettei lasten sujuva sanankäyttö välttämättä tarkoita näiden käyttämiensä käsitteiden ymmärtämistä tai käytön yleistämiskykyä muihin tilanteisiin. Kaikki lapset osasivat kuorossa nimetä = -merkin, mutta kysyttäessä mitä se tarkoittaa, merkitys ei ollut kaikille todella selvä, kuten aikaisempi esimerkki osoitti. "Vaakamestareissa" voisi tehdä mahdollisimman monenlaisia vaakakuppiversioita, jolloin lapsille vahvistuisi yhtä suuri kuin -merkin sisältö.

Kerhotoiminnassa huomasi lasten kehitystason asettamat rajat mm. leikin ja muun toiminnan johtamisen keskusteluun sisäistyen edelleen mietiskelyksi ja erilaisten mielipiteiden pohtimiseksi. Tämä mahdollistuu vasta ajattelun muuttuessa operationaaliseksi.(Beard 1971.) Yhteistoiminnan rajoitukset huomioitiin esim. järjestämällä parityöskentelyä, jolloin erilaisten mielipiteiden pohtiminen onnistui hieman paremmin kuin suuremmassa ryhmässä. Kuitenkin esim. nukketeatterissa lapset joutuivat harjoittelemaan yhteistoimintaa suuremmassakin ryhmässä.

Kerhotoiminnassa käytettiin paljon parityöskentelyä, jotta jokainen lapsi saisi harjoitusta mahdollisimman paljon. Tässä työskentelyssä hyödynnettiin lasten sääntötietoisuutta ja sääntöjen ehdottomina pitämistä (Beard 1971). Lapset seurasivat tarkasti toistensa toimintaa ja erimielisyyksiä mietittiin kiivaastikin. He valvoivat siis osaltaan itsenäisesti tavoitteiden mukaisen toiminnan toteutumista.

Ensimmäisen luokan oppilaat ovat jo osittain konkreettisten operaatioiden kaudella, jolloin he ymmärtävät mm. luokkien hierarkiaa (esim. luvut voidaan jakaa kymmentä suurempiin ja pienempiin). Korvaaminen eli samaan tulokseen voidaan päästä eri tavoilla, 8=7+1=6+2=5+3 (Beard 1971) ei kuitenkaan ole kaikille vielä selvää. Tämä ilmeni esim. lukujen hajotelmissa.

Testitilanteiden ja kerhotoiminnan perusteella lasten ajattelun voisi esittää etenevän seuraavana kehityksellisenä jatkumona:

TOIMINNAN TASOT KONKREETISTA ABSTRAKTIIN

1. KONKREETTINEN TASO:
   - konkreetit operoitavat kuvat/esineet
2. PUOLIKONKREETTINEN I TASO:
   - konkreetit esineet, joilla on varsinaisen esineen symbolinen edustus
3. PUOLIKONKREETTINEN II TASO:
   - konkreettiset kuvat, jossa kuvasta itsestään löytyy visuaalinen tulkinta
4. PUOLIABSTRAKTINEN TASO:
   - konkreettiset kuvat, jotka kuitenkin vaativat myös abstraktista ajattelua
5. ABSTRAKTINEN TASO:
   - mielessä tapahtuva abstrakti ajattelu

1) Konkreettisella tasolla sujuva toiminta on mahdollista konreettisten operoitavien kuvien ja esineiden avulla. Tämä on erityisen tyypillistä Piaget'n (Beard 1971, 76-77) esittämälle intuitiiviselle kaudelle (sen loppuvaiheessa), jossa ajattelusta puuttuvat esittävät symbolit välittömien havaintojen hallitessa ajattelua.

2) Puolikonkreettisella I tasolla konkreeteilla esineillä on varsinaisen esineen symbolinen edustus. Esimerkiksi kielellinen ohje "kolme omenaa" ymmärretään voitavan havainnollistaa esim. Unifix -palikoiden avulla.

3) Puolikonreettisella II tasolla tarkoitetaan konkreettisista kuvista tulkitsemista, joissa kuvista itsestään löytyy visuaalinen tulkinta. Tällä tarkoitetaan esim. sarjakuvien esittämää syy-seuraus -sarjaa, jossa kaikki "tekijät" voidaan kuvasta havainnoida.

4) Puoliabstraktisella tasolla tarkoitetaan konkreettisia kuvia, joiden tulkinta vaatii myös abstraktista ajattelua. Esimerkiksi kaikkia "tekijöitä" ei ole kuvissa, niistä saattaa olla pelkästään päättelyä vaativa kielellinen vihje.

5) Viimeisenä tasona on mielessä tapahtuva abstrakti ajattelu, jolle ei ole valmiiksi visuaalisia tai konkreettisia malleja, vaan ne täytyy tarvittaessa osata rakentaa itse.

Tässä tutkimuksessa toteutetussa matematiikkakerhotoiminnassa on monia sovellusmahdollisuuksia, joita voi miettiä lapsiryhmän rakenteen ja kehitystasojen mukaan. Nykyään opetuksen eriyttäminen on yleisopetuksenkin arkipäivää, joten helposti muunneltavia toimintoja tarvitaan yhä enemmän. Syksyn aikana heikompien oppijoiden kohdalla parityöskentelyä muokattiin enemmän opettajan ohjauksen ja valvonnan alaiseksi. Käytännössä tämä toteutettiin "joukkopeli" -idealla, eli pareilla oli omat toimintavälineet, mutta opettaja ohjasi kaikkien etenemistä.

Liite 2.

Matemaattisten Perustaitojen Mittaus (MPM)

Matemaattisten Perustaitojen Mittaus (MPM) -testi perustuu Peruskoulun opetussuunnitelman perusteisiin 1994 sekä Piaget'n (esim. 1952a), Vygotskyn (esim. 1978) ja Galperinin (esim. 1957) teorioihin lasten matemaattisen ajattelun ja toiminnan kehityksestä. Testaus voidaan suorittaa yksilö- tai ryhmätestauksena. Ryhmätestaus kestää 15-20 oppilaan luokassa noin 30-40 minuuttia.

Testin kokonaisreliabiliteettia tutkittiin Cronbachin alfa -kertoimelle, jolle saatiin arvoksi .75. Testi on kokonaisuutena suhteellisen tasakoosteinen, joten sitä voidaan testitulosten osalta pitää melko luotettavana mittarina.

Testaaja lukee testitehtävät kahteen kertaan, pyydettäessä ne voidaan vielä toistaa.

HUOM! Pyydettäessä lasta piirtämään vastaus, sanotaan esimerkiksi " . . . ihmiset voi piirtää viivoina, palloina yms. jos et halua välttämättä piirtää ihmistä"

Testin pisteitys

1 piste: vastaus täysin oikein

0.80 pistettä: vastaus oikein mutta vastauksessa rotaatiota

0.60 pistettä: vastaus oikein, mutta ilmaistuna ohjeiden vastaisesti (pyydettäessä ilmoittamaan vastaus numerolla, lapsi onkin piirrellyt esim. ympyröitä tai pyydettäessä ilmoittamaan vastaus piirtämällä esim. ympyröitä, lapsi onkin merkinnyt vastauksen numerolla)

0.40 pistettä: epätäydellinen numero, esim. numero seitsemän muistuttaa hieman a -kirjainta jne.

0.20 pistettä: epätäydellinen rotaatio, esim. numero seitsemän rotaatio, seitsemän muistuttaa vielä hieman a -kirjainta jne.

Tämä oli ns. pisteityksen perusrunko. Testauksissa ilmeni kuitenkin vielä kahdenlaisia versioita, joita varten otettiin käyttöön pisteet 0.90 ja 0.50.

0.90 pistettä: toimi osittain oikein eli merkitsi vastauksen numerolla niin pyydettäessä, mutta "sovelsi" itse tehtävää (esim. ei ympyröinyt vastausta vaan kirjoitti sen uudelleen itse sopivaksi katsomaan kohtaan)

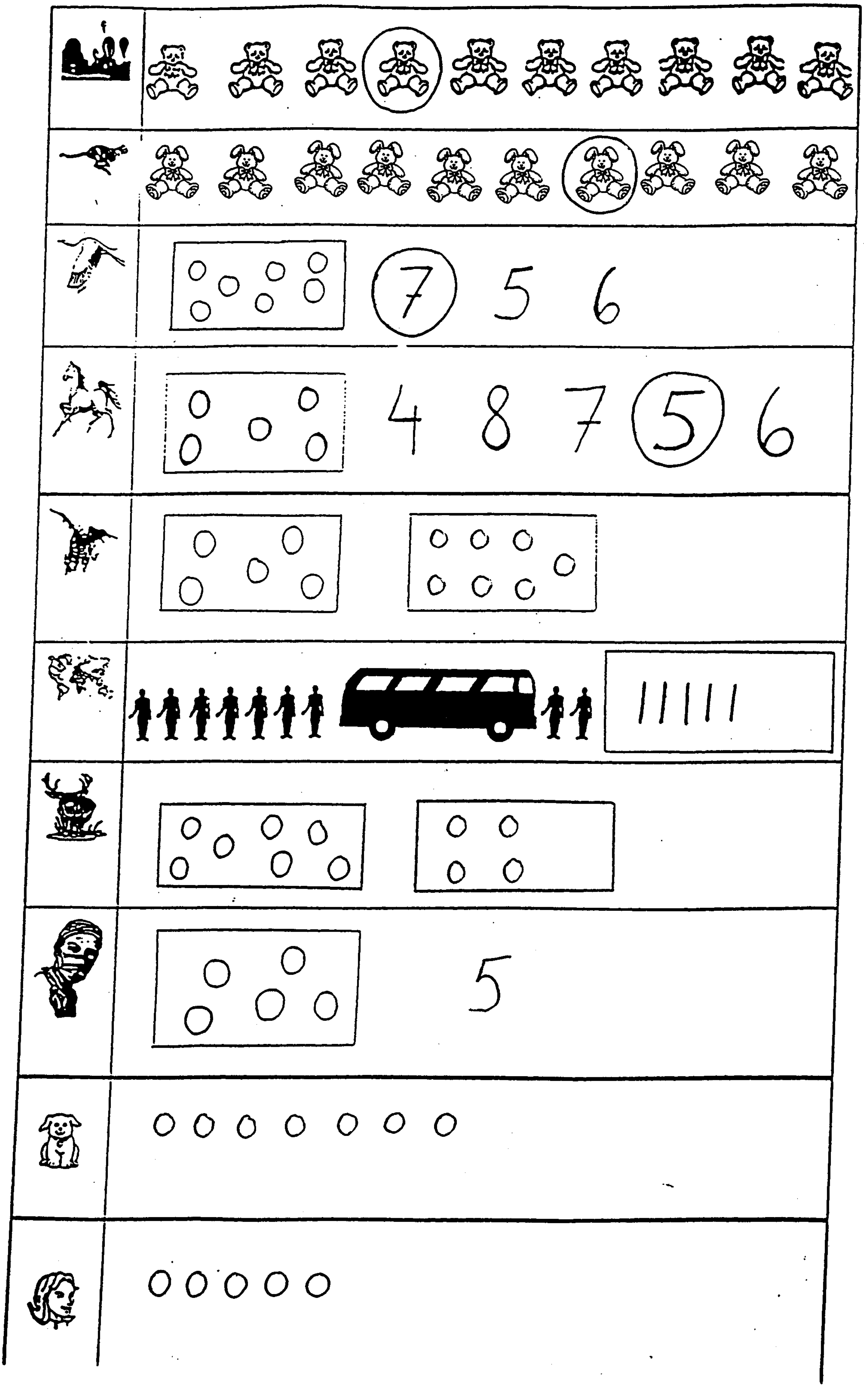
0.50 pistettä: merkitsi vastauksen oikein, mutta ilmoitti päinvastoin kuin ohjeissa neuvottiin (0.80p.), vastauksessa oli lisäksi rotaatiota, josta vähennettiin vielä 0.10 pistettä.

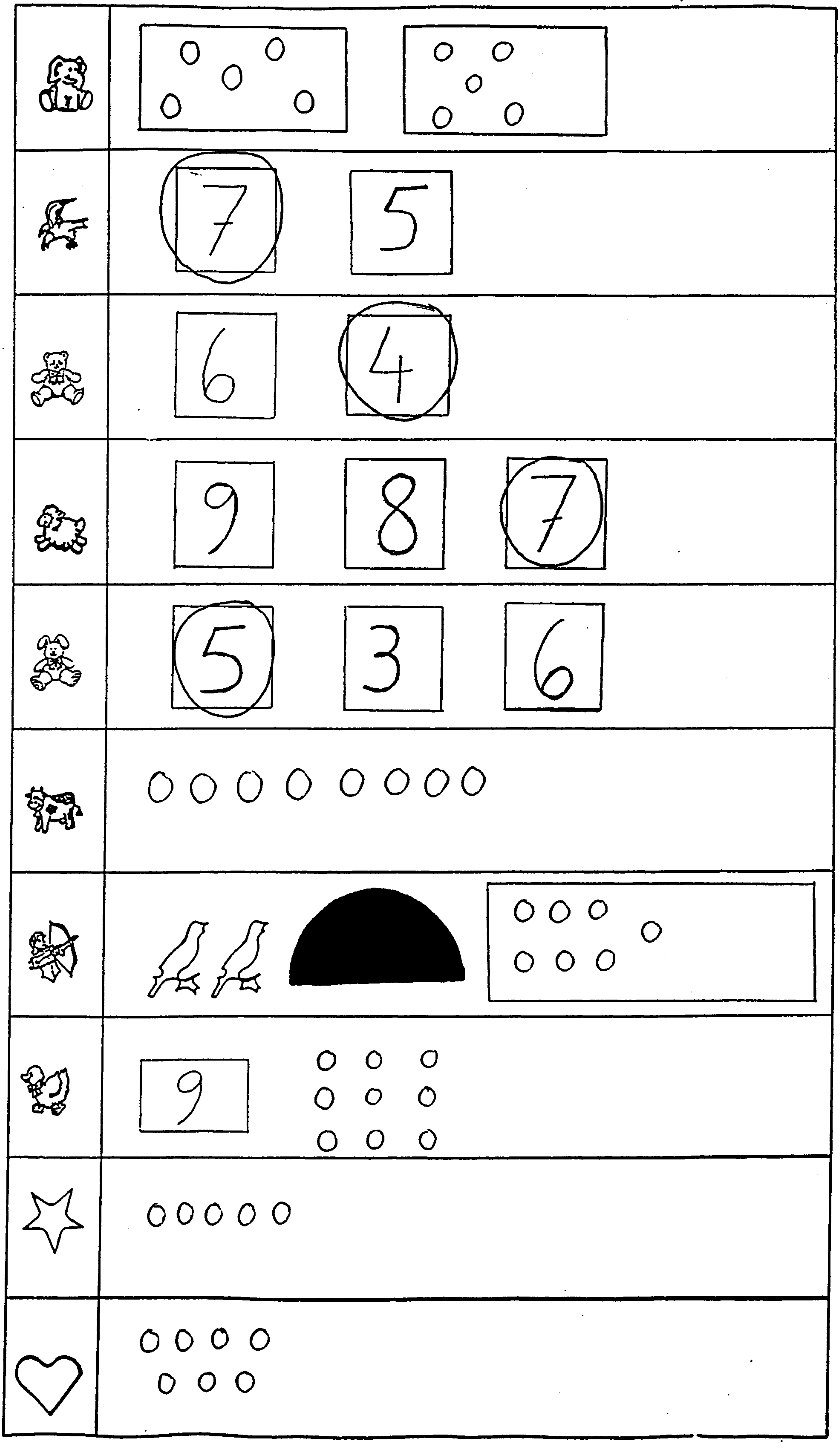
Lasten vastauksissa voi esiintyä näistä pisteitysesimerkeistä poikkeavia versioita, mutta ne ovat sitten testaajan harkittavissa.

1. Ilmap.	Ympyröi neljäs nalle.
2. Gepar.	Ympyröi seitsemäs jänis.
3. Kurki	Kuinka monta palloa? Ympyröi oikea luku.
4. Hev.	Kuinka monta palloa? Ympyröi oikea luku.
5. Lohik.	Piirrä kaksi enemmän.
6. Kart.	Linja-autopysäkillä seisoo 7 ihmistä. Linja-auto saapuu ja ihmisiä nousee kyytiin. Pysäkille jää 2 ihmistä. Kuinka monta ihmistä nousi linja-autoon. Piirrä vastaus. Ihmiset voi piirtää viivoina. (7 - *5 = 2)
7. Hirvi	Piirrä 3 vähemmän.
8. Lääk.	Kuinka monta palloa? Merkitse numerolla.
9. Koira	Rikun papukaijat karkasivat. Keittiöstä löytyi 2 ja eteisestä 5. Kuinka monta papukaijaa Rikulla on? Piirrä vastaus. (2 + 5 = *7)
10. Poik.	Kallen lautasella on 7 perunaa. Syönnin jälkeen perunoita on lautasella 2. Kuinka monta perunaa Kalle söi? Piirrä vastaus. (7 - *5 = 2)

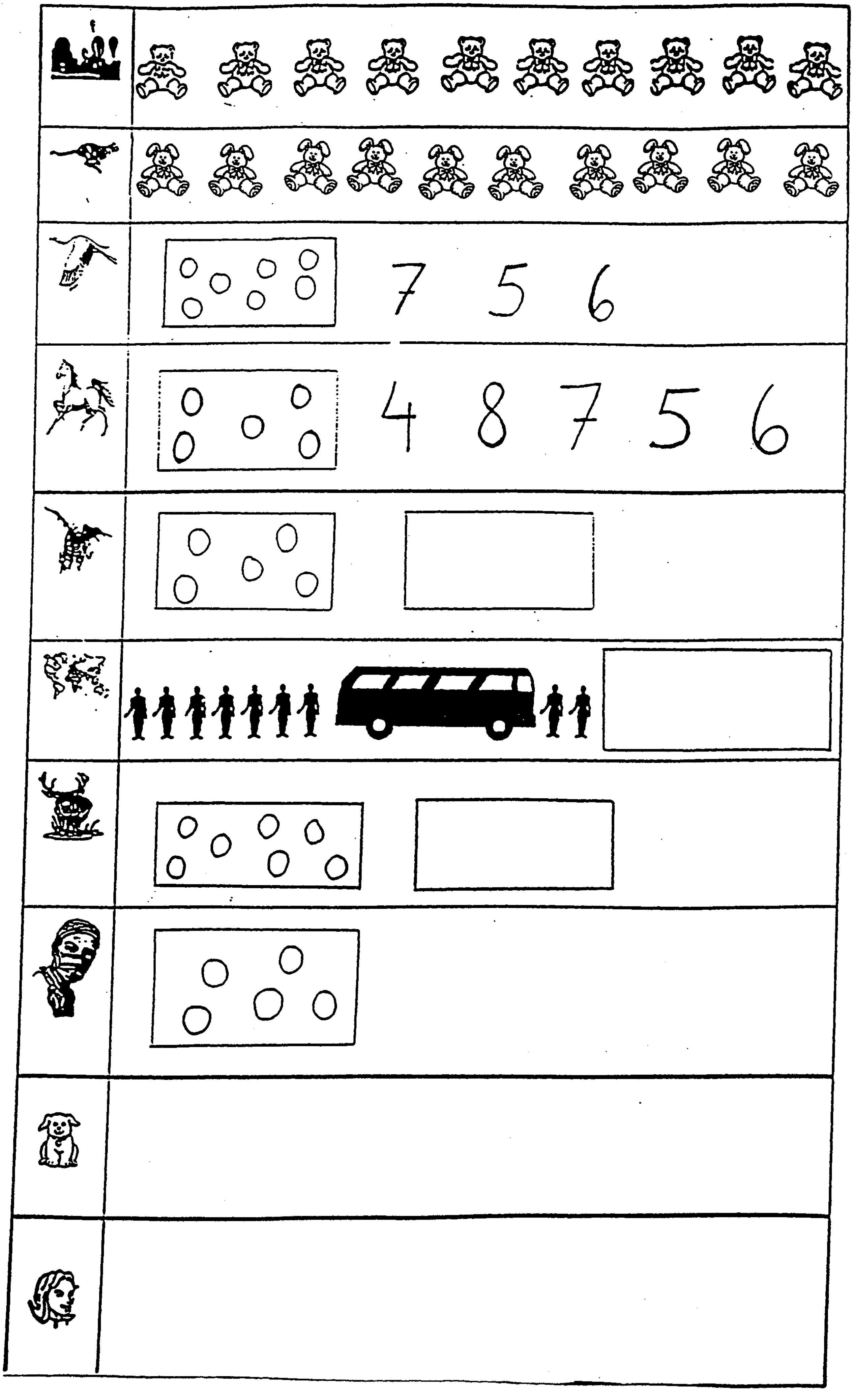
11. Nors.	Piirrä yhtä monta palloa.
12. Lintu	Kumpi edessäsi olevista luvuista on suurempi? Ympyröi. (7 vai 5)
13. Nalle	Kumpi edessäsi olevista luvuista on pienempi? Ympyröi. (6 vai 4)
14. Lam.	Mikä edessäsi olevista luvuista on kaksi suurempi kuin viisi? Ympyröi vastaus. (2 + 5 = *7)
15. Jänis	Mikä edessäsi olevista luvuista on neljä pienempi kuin yhdeksän? Ympyröi vastaus. (9 - 4 = *5)
16. Leh.	Piirrä 8 palloa.
17. Jous.	Pimeän tunnelin ulkopuolella on kaksi lintua. Tunnelissa on viisi lintua. Kuinka monta lintua on yhteensä? Piirrä vastaus. Linnut voi piirtää tikkuina. (2 + 5 = *7)
18. Ank.	Piirrä luvun osoittama määrä palloja.
19. Tähti	Aamulla pöydällä on 7 suklaamunaa. Illalla pöydältä löytyy 2 munaa. Kuinka monta munaa **vähemmän** on illalla? Merkitse vastaus numerolla. (7 - *5 = 2)
20. Syd.	Äiti pyysi Kaisaa ostamaan 5 jäätelöä. Kaisa osti 2 **enemmän**. Kuinka monta jäätelöä Kaisa osti? Merkitse vastaus numerolla. (5 + 2 = *7)

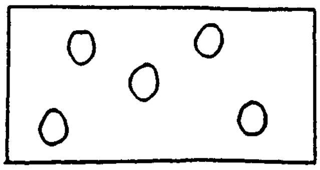
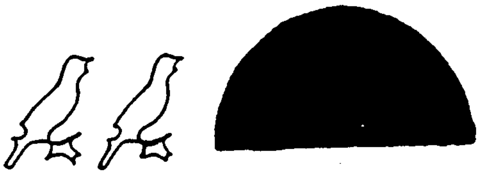
NIMI OPETTAJA




7 5
6 4
9 8 7
5 3 6
9

NIMI ______________________________



	
	7 5
	6 4
	9 8 7
	5 3 6
	
	
	9
	
	

Liite 3. Alku- ja loppumittauksen (yleinen matemaattinen suoriutuminen ja tehtäväryhmät) keskiarvot ja keskihajonnat ryhmittäin

	ryhmä	
muuttujat	koeryhmä (n=52)	kontrolliryhmä (n=32)
alkumittaus	ka=16.01 sd=2.85	ka=13.28 sd=3.63
loppumittaus	ka=17.85 sd=2.38	ka=16.49 sd=2.66
vähem. pienem. kuin	ka=2.56 sd=1.25	ka=1.56 sd=1.19
vähem. pienem. kuin2	ka=3.87 sd=1.28	ka=2.76 sd=1.62
enem. suurem. kuin	ka=4.00 sd=1.23	ka=3.06 sd=1.32
enem. suurem. kuin2	ka=4.40 sd=0.87	ka=3.90 sd=1.31
lukukäsite	ka=4.63 sd=0.73	ka=4.11 sd=1.15
lukukäsite2	ka=4.70 sd=0.63	ka=4.90 sd=0.39
lukusuunt./järj.luk.	ka=1.85 sd=0.54	ka=1.62 sd=0.75
lukusuunt./järj.luk.2	ka=1.90 sd=0.41	ka=1.94 sd=0.35
suurempi/pienempi	ka=2.00 sd=0.00	ka=1.93 sd=0.35
suurempi/pienempi2	ka=2.00 sd=0.00	ka=2.00 sd=0.00
yhtä monta*	ka=0.98 sd=0.14	ka=1.00 sd=0.02
yhtä monta2*	ka=0.98 sd=0.14	ka=1.00 sd=0.00

* ei ole summamuuttuja

Liite 4. Matematiikan perustaitoja mittaavan testin "vähemmän, pienempi kuin" tehtäväryhmän tehtävien keskinäiset korrelaatiot

	vähem.pienem.kuin*	vähentäjän ratk. vastauksen piirt. piirros apuna	käsite vähemmän, pallojen piirtäminen	vähentäjän ratk. vastauksen piirtäminen	lukujen vertaaminen, pienempi kuin
vähentäjän ratk. vastauksen piirt. piirros apuna	r=.45 *p*=.000				
käsite vähemmän, pallojen piirtäminen	r=.34 *p*=.001	r=-.14 *p*=.192			
vähentäjän ratk. vastauksen piirtäminen	r=.62 *p*=.000	r=.16 *p*=.136	r=.13 *p*=.235		
lukujen vertaaminen, pienempi kuin	r=.58 *p*=.000	r=.07 *p*=.528	r=.06 *p*=.577	r=.13 *p*=.226	
vähentäjän ratk. vastauksen merk. numerolla, palikat apuna	r=.41 *p*=.000	r=-.13 *p*=.225	r=-.08 *p*=.496	r=.09 *p*=.440	r=.12 *p*=.278

* summamuuttuja

Liite 5. Matematiikan perustaitoja mittavan testin "enemmän, suurempi kuin" tehtäväryhmän tehtävien keskinäiset korrelaatiot

	enem.suurem. kuin*	käsite enemmän, pallojen piirtäminen	yhteenlaskettavan ratk. vastauksen piirtäminen	lukujen vertaaminen, suurempi kuin	yhteenlaskettavan ratk. vastauksen piirt. piirros apuna
käsite enemmän, pallojen piirtäminen	r=.43 *p*=.000				
yhteenlaskettavan ratk. vastauksen piirtäminen	r=.53 *p*=.000	r=.18 *p*=.105			
lukujen vertaaminen, suurempi kuin	r=.38 *p*=.000	r=-.11 *p*=.306	r=-.11 *p*=.326		
yhteenlaskettavan ratk. vastauksen piirt. piirros apuna	r=.64 *p*=.000	r=.08 *p*=.470	r=.14 *p*=.219	r=.20 *p*=.063	
yhteenlaskettavan ratk. vastauksen merk. numerolla, palikat apuna	r=.61 *p*=.000	r=.10 *p*=.386	r=.04 *p*=.689	r=.11 *p*=.314	r=.25 *p*=.020

* summamuuttuja

Liite 6. Matematiikan perustaitoja mittaavan testin "lukukäsite" -tehtäväryhmän tehtävien keskinäiset korrelaatiot

	lukukäsite*	lukumäärän ja numerosymbolin vastaavuus (a)	lukumäärän ja numerosymbolin vastaavuus (b)	lukumäärän laskeminen, sen merk. numerolla	pallojen piirtäminen annetun lukumäärän verran
lukumäärän ja numerosymbolin vastaavuus (a)	r=.65 *p*=.000				
lukumäärän ja numerosymbolin vastaavuus (b)	r=.66 *p*=.000	r=.81 *p*=.000			
lukumäärän laskeminen, sen merk. numerolla	r=.62 *p*=.000	r=.17 *p*=.127	r=.21 *p*=.054		
pallojen piirtäminen annetun lukumäärän verran	r=.38 *p*=.000	r=-.18 *p*=.102	r=-.21 *p*=.053	r=.16 *p*=.143	
luvun osoittaman pallomäärän piirtäminen	r=.57 *p*=.000	r=.06 *p*=.597	r=.06 *p*=.600	r=.25 *p*=.023	r=.33 *p*=.002

* summamuuttuja

Liite 7. Matematiikan perustaitoja mittaavan testin "lukusuunta/järjestysluvun käsite" -tehtäväryhmän ja "yhtä monta" -tehtäväosion tehtävien keskinäiset korrelaatiot

	lukusuunta/järjestysluku*	teht.1	teht.2
teht.1	r=.95 *p*=.000		
teht.2	r=.96 *p*=.000	r=.83 *p*=.000	
yhtä monta	r=.27 *p*=.012	r=.29 *p*=.007	r=.24 *p*=.031

* summamuuttuja

Liite 8. Alku- ja loppumittauksen (yleinen matemaattinen suoriutuminen ja tehtäväryhmät) keskiarvot ja keskihajonnat laskettuna koe- ja kontrolliryhmän tytöillä ja pojilla

	koeryhmä		kontrolliryhmä	
muuttujat	tytöt (n=24)	pojat (n=28)	tytöt (n=14)	pojat (n=18)
alkumittaus	ka=16.01 sd=3.01	ka=16.02 sd=2.76	ka=13.49 sd=3.83	ka=13.56 sd=3.56
loppumittaus	ka=17.75 sd=3.07	ka=17.93 sd=1.64	ka=16.56 sd=2.81	ka=16.44 sd=2.62
vähemmän, pienempi kuin	ka=2.55 sd=1.34	ka=2.56 sd=1.20	ka=1.76 sd=1.32	ka=1.41 sd=1.08
vähemmän, pienempi kuin2	ka=4.03 sd=1.36	ka=3.73 sd=1.21	ka=2.87 sd=1.77	ka=2.67 sd=1.53
enemmän, suurempi kuin	ka=3.91 sd=1.32	ka=4.08 sd=1.16	ka=2.90 sd=1.52	ka=3.18 sd=1.67
enemmän, suurempi kuin2	ka=4.23 sd=1.11	ka=4.55 sd=0.58	ka=3.83 sd=1.35	ka=3.96 sd=1.32
lukukäsite	ka=4.76 sd=0.50	ka=4.52 sd=0.87	ka=4.13 sd=1.16	ka=4.10 sd=1.17
lukukäsite2	ka=4.63 sd=0.82	ka=4.76 sd=0.41	ka=5.00 sd=0.00	ka=4.82 sd=0.51
lukusuunta, järjestysluku	ka=1.83 sd=0.56	ka=1.86 sd=0.52	ka=1.71 sd=0.73	ka=1.56 sd=0.78
lukusuunta, järjestysluku2	ka=1.92 sd=0.41	ka=1.89 sd=0.42	ka=1.86 sd=0.53	ka=2.00 sd=0.00
luk.tun. pienempi/suurempi	ka=2.00 sd=0.00	ka=2.00 sd=0.00	ka=2.00 sd=0.00	ka=1.88 sd=0.47
luk.tun. pienempi/suurempi2	ka=2.00 sd=0.00	ka=2.00 sd=0.00	ka=2.00 sd=0.00	ka=2.00 sd=0.00
käsite yhtä monta	ka=0.96 sd=0.20	ka=1.00 sd=0.00	ka=0.99 sd=0.03	ka=1.00 sd=0.00
käsite yhtä monta2	ka=0.96 sd=0.20	ka=1.00 sd=0.00	ka=1.00 sd=0.00	ka=1.00 sd=0.00

Liite 9. Alku- ja loppumittauksen (yleinen matemaattinen suoriutuminen ja tehtäväryhmät) keskiarvot ja keskihajonnat laskettuna koe- ja kontrolliryhmän heikoilla

	heikot	
muuttujat	koeryhmä (n=7)	kontrolliryhmä (n=14)
alkumittaus	ka=10.37 sd=2.16	ka=9.98 sd=2.91
loppumittaus	ka=14.51 sd=3.78	ka=14.81 sd=2.86
enemmän, suurempi kuin	ka=1.57 sd=1.20	ka=2.10 sd=1.21
enemmän, suurempi kuin2	ka=3.71 sd=1.38	ka=3.04 sd=1.46
vähemmän, pienempi kuin	ka=0.86 sd=0.90	ka=0.77 sd=0.78
vähemmän, pienempi kuin2	ka=2.00 sd=1.53	ka=2.00 sd=2.00
lukukäsite	ka=3.66 sd=1.16	ka=3.13 sd=1.07
lukukäsite2	ka=4.51 sd=0.76	ka=4.91 sd=0.27
lukusuunta, järjestysluku	ka=1.43 sd=0.98	ka=1.14 sd=0.95
lukusuunta, järjestysluku2	ka=1.43 sd=0.98	ka=1.86 sd=0.53
luk.tun. pienempi/suurempi	ka=2.00 sd=0.00	ka=1.84 sd=0.53
luk.tun. pienempi/suurempi2	ka=2.00 sd=0.00	ka=2.00 sd=0.00
käsite yhtä monta	ka=0.86 sd=0.38	ka=0.99 sd=0.03
käsite yhtä monta2	ka=0.86 sd=0.38	ka=1.00 sd=0.00