

This is a self-archived version of an original article. This version may differ from the original in pagination and typographic details.

Author(s): Korpipää, Heidi; Koponen, Tuire; Lerkkanen, Marja-Kristiina

Title: Minäuskomukset ja matematiikan oppiminen : Matematiikan Maailmaan -hankkeen kokemuksia

Year: 2021

Version: Accepted version (Final draft)

Copyright: © Kirjoittajat & Niilo Mäki Instituutti, 2021

Rights: In Copyright

Rights url: <http://rightsstatements.org/page/InC/1.0/?language=en>

Please cite the original version:

Korpipää, H., Koponen, T., & Lerkkanen, M.-K. (2021). Minäuskomukset ja matematiikan oppiminen : Matematiikan Maailmaan -hankkeen kokemuksia. *Oppimisen ja oppimisvaikeuksien erityislehti : NMI-bulletin*, 31(1), 60-67. <https://bulletin.nmi.fi/2021/03/03/minauskomukset-ja-matematiikan-oppiminen-matematiikan-maailmaan-hankkeen-kokemuksia/>

Minäuskomukset ja matematiikan oppiminen: Matematiikan Maailmaan -hankkeen kokemuksia

Matematiikan taitojen kehitystä ohjaavat taitojen oppimiseen liittyvien alkuvalmiuksien ohella oppilaan uskomukset itsestään matematiikan osaajana. Nämä uskomukset alkavat muodostua jo varhain, ja ne suuntaavat matematiikan oppimiseen liittyvää kiinnostusta ja vaikuttavat työskentelyyn oppimistilanteissa. Matematiikkaan liittyvien minäuskomusten muodostumiseen esi- ja alkuopetusiässä on kuitenkin tähän saakka kiinnitetty vain vähän huomiota. Jyväskylän yliopiston opettajankoulutuslaitoksen Matematiikan Maailmaan (MaMa) -kehittämishankkeen tavoitteena oli vahvistaa opettajankoulutuksen tutkimusperustaisuutta soveltamalla tutkimustietoa käytännön ratkaisuihin ja konkreettisiin materiaaleihin opettajaksi opiskelevien ja kentän opettajien käyttöön. Hanke kohdentui varhaiskasvatukseen, esi- ja alkuopetukseen sekä erityisopetukseen.

Lapsen käsitykset omista matematiikan taidoistaan sekä itsestään matematiikan oppijana ovat sidoksissa suoriutumiseen liittyviin uskomuksiin ja päämääriin (Wigfield & Eccles, 2000). Ne alkavat muodostua jo varhain (Dapp & Roebbers, 2018) ja luovat perustan matematiikan oppimiselle yhdessä erilaisten taidollisten alkuvalmiuksien kanssa (Arens ym., 2016). Valtaosalla lapsista nämä uskomukset ovat varsin myönteisiä, ja he luottavat omiin taitoihinsa oppia vaikeitakin asioita (Butler, 2005). Osalla lapsista kuitenkin ilmenee jo varhain kielteisiä käsityksiä omista kyvyistään oppia matematiikkaa, mikä voi olla taitojen kehityksen kannalta ongelmallista (Viljaranta, Aunola & Hirvonen, 2016).

Koulupolun edetessä minäuskomukset muuttuvat realistisemmiksi, kun lapset saavat enenevässä määrin palautetta taidoistaan ja myös heidän kognitiiviset kykynsä arvioida omia taitojaan kehittyvät (Jacobs ym., 2002; Marsh, Craven & Depus, 1998). Vaikka lasten oppiainekohtaiset uskomukset alkavat vähitellen vastata paremmin heidän todellisia taitojaan, myönteiset uskomukset itsestä oppijana varhaisina kouluvuosina ennustavat parempaa matematiikan taitojen kehitystä todellisesta taitotasosta riippumatta (Susperreguy, Davis-Kean, Duckworth & Chen, 2018). On siis tärkeää tunnistaa jo ennen kouluikää oppilaat, joilla ilmenee kielteisiä käsityksiä itsestään matematiikan oppijana.

Minäuskomusten ilmeneminen ja yhteys oppimiseen

Keskeisiä matematiikan oppimiseen vaikuttavia minäuskomuksia ovat esimerkiksi akateeminen minäkäsitys itsestä matematiikan oppijana (Shavelson, Hubner & Stanton, 1976)

sekä tehtäväkohtaisempi käsitys omasta suoriutumiskyvystä eli minäpystyvyys (Bandura, 1986). *Oppijaminäkäsityksellä* tarkoitetaan yksilön käsityksiä omista senhetkisistä kyvyistään eri oppiaineissa (Shavelson, Hubner & Stanton, 1976). Sen sijaan, että lapsilla olisi yleinen käsitys omien kykyjensä kokonaisuudesta, he muodostavat kykykäsityksiä eri taitoalueista, kuten matematiikasta, lukemisesta tai sosiaalisista taidoista (Bong & Skaalvik, 2003; Eccles ym., 1993). Onnistumisen kokemukset yksittäisissä tehtävissä rakentavat myönteistä käsitystä itsestä oppijana, kun taas jatkuvat epäonnistumisen kokemukset heikentävät sitä (Bong & Skaalvik, 2003).

Oppilaan uskomukset tai arviot omista kyvyistään suoriutua erilaisista tehtävistä eli *minäpystyvyys* (Bandura, 1986) vaikuttavat merkittäväällä tavalla siihen, miten lapset lähestyvät vaativia tehtäviä ja miten sinnikkäitä he ovat tehtäviä tehdessään (Schunck, 1990). Alhainen minäpystyvyys saa oppilaat välttelemään haastavia tehtäviä, kun taas oppilaat, joilla on korkea minäpystyvyys, yrittävät todennäköisemmin ratkaista niitä vaikeuksista huolimatta. Ajan mittaan alhainen minäpystyvyys muodostaa helposti itseään toteuttavan kehän, jossa epäonnistumisen kokemukset heikentävät lapsen käsitystä itsestään oppijana sekä uskoa siihen, että hän voi vaikuttaa omaan oppimiseensa (Margolis & McCabe, 2006). Varhaisina kouluvuosina kielteisiin minäuskomuksiin on helpompi vaikuttaa kuin myöhemmin koulupolun edetessä, jolloin uskomukset ovat muodostuneet jo pysyvämmiksi (Guay, Marsh & Boivin, 2003).

Minäuskomusten muodostuminen matematiikassa

Varhaisina kouluvuosina matematiikkaan liittyvät minäuskomukset muodostuvat erilaisissa vuorovaikutustilanteissa erityisesti sosiaalisen vertailun ja ympäristöltä saadun palautteen perusteella (Pesu, 2017; Weidinger, Steinmayr & Spinath, 2019). Minäuskomusten muodostumisessa ovat keskeisessä asemassa lapselle tärkeiltä aikuisilta ja vertaisilta saatu kannustus ja palaute. Etenkin opettajan antaman palautteen tulisi tukea oppimista ja myönteisten minäuskomusten muodostumista esimerkiksi tekemällä lapselle konkreettisesti näkyväksi harjoittelun vaikutus matematiikan taitojen edistymiseen (Schunk & Pajares, 2002). Uskomukset omista kyvyistä oppia matematiikkaa muodostuvat myös tarkkailemalla vertaisia, joiden onnistumisen kokemuksilla voi olla lapsen omia minäuskomuksia kohottavia vaikutuksia. Lapsi voi ajatella: ”Jos Jussi pystyi ratkaisemaan tehtävän, niin minäkin pystyn.”

Vuorovaikutuskokemusten lisäksi oppimistilanteisiin liittyvillä erilaisilla tunnekokemuksilla on vaikutusta minäuskomusten muodostumiseen. Esimerkiksi haastavien tehtävien herättämiä kielteisiä tunteita saatetaan pitää viitteinä omista vajavaisista kyvyistä tai mahdollisuudesta epäonnistua. Tämän vuoksi opettajan on tärkeää tunnistaa myös oppijan

oppimistilanteisiin liittyviä tunteita ja keskustella hänen kanssaan, miten hän arvioi omaa suoriutumistaan ja mihin arviot perustuvat. Matematiikan taitojen ajatellaan yleisesti olevan esimerkiksi lukutaitoa enemmän sidoksissa luontaiseen lahjakkuuteen (Dweck, 2008; Upadyaya & Eccles, 2015), ja lasten käsitykset siitä, että omat taidot kehittyvät, voivat olla kielteisiä.

Matematiikan Maailmaan -hankkeen tarkoitus ja tavoitteet

Matematiikan Maailmaan -hanke (MaMa) oli yksi opetus- ja kulttuuriministeriön rahoittamista opettajankoulutusfoorumien kärkihankkeista (8/2017–4/2020). Se on toteutettu yhteistyössä Turun, Helsingin ja Jyväskylän yliopistojen sekä Åbo Akademin kanssa. Hankkeen tavoitteena oli tuottaa tutkimusperustaisia toimintamalleja, materiaaleja ja välineitä varhaiskasvatuksen opettajien, esi- ja alkuopetukseen suuntautuvien luokanopettajien sekä erityisopettajien koulutuksen ja opettajien ammatillisen kehityksen tueksi.

Jyväskylän yliopiston osahankkeessa sisällöllisenä teemana olivat matematiikkaan liittyvät minäuskomukset ja niiden vahvistaminen. Tavoitteena oli kehittää opettajankoulutuksessa hyödynnettävä ja koulutukseen sisällytettävä opetusmateriaalikonaisuus, joka lisää opettajaksi opiskelevien ja opettajien ymmärrystä varhaisten minäuskomusten (oppijaminäkäsitys ja minäpystyvyys) muodostumisesta ja merkityksestä matematiikan oppimisessa, sekä tarjota välineitä niiden kartoittamiseen ja tukemiseen.

Kehittämisvaiheessa oli mukana sekä luokanopettajaksi että erityisopettajaksi opiskelevia ja kaksi kentällä työskentelevää erityisopettajaa. Kouluja oli mukana kaksi: Jyväskylän normaalikoulun kolme ykkösluokkaa sekä Äänekosken peruskoulun ykkösluokka ja esiopetusryhmä. Osahanke toteutettiin opettajankoulutuslaitoksen opetusohjelmassa, ja siinä olivat mukana esi- ja alkuopetuksen opintokokonaisuuden opiskelijat, joiden kanssa opetusmateriaaleja pilotoitiin, kokeiltiin ja kehitettiin osana heidän opetusharjoitteluaan Jyväskylän normaalikoululla syksyllä 2019.

Osahanke pohjasi Jyväskylän yliopiston aikaisempiin Suomen Akatemian rahoittamiin tutkimushankkeisiin. Alkuportaati-pitkittäisseurannassa (Lerkkanen ym. 2006–2016) on tarkasteltu mm. matemaattisten taitojen kehitystä ja siihen liittyviä motivaatiotekijöitä kuten minäuskomuksia. Minäpystyvyys ja oppimisvaikeusinterventiot -seuranta- ja interventiotutkimuksessa (SELDI; Aro ym. 2013–2015) paneuduttiin minäuskomuksiin ja oppimisvaikeuksiin. Lisäksi projektin tutkijoiden väitöskirjat vahvistivat MaMa-hankkeen tutkimusperusteista lähestymistapaa: Laura Pesun (2017) väitöskirja kohdentui

minäuskomuksiin ja Heidi Korpipään (2020) väitöskirja taas oppimisvaikeuksien päällekkäistymiseen lukemisessa ja matematiikassa.

Minäuskomusten arviointiin ja tukemiseen kehitetyt menetelmät

Jyväskylän MaMa-osahankkeen materiaalien laatimisessa hyödynnettiin viimeaikaista tutkimustietoa minäuskomusten varhaisesta muodostumisesta ja niiden vaikutuksesta matematiikan taitojen kehitykseen (Arens ym., 2016; Dapp & Roebbers, 2018). Hankkeen verkkosivuilla (www.jyu.fi/matematiikanmaailmaan) olevat vapaasti ladattavat ja tulostettavat opetusmateriaalit sisältävät 1) tutkimustietoa oppijaminäkuvaan ja minäpystyvyyteen vaikuttavista tekijöistä sekä niiden yhteyksistä matematiikan oppimiseen (pdf-koosteet, asiantuntijahaastattelut) sekä 2) menetelmiä minäuskomusten arviointiin, seurantaan ja tukemiseen varhaiskasvatuksessa ja alkuopetuksessa.

Hankkeen tulosten pohjalta teetettiin opiskelijoiden ja opettajien käyttöön myös tiivistetyssä muodossa olevaa kuvitettua materiaalia (infograafi). Siinä on koottu kaavioon, miten varhaiset minäuskomukset muodostuvat ja vaikuttavat matematiikan oppimiseen, sekä tuodaan esiin keskeisiä keinoja tukea myönteisten minäuskomusten muodostumista. Nämä hankkeen verkkosivuille kootut materiaalit muodostavat opettajankoulutukseen soveltuvan digitaalisen materiaalikokonaisuuden.

Hankkeessa laadittujen arviointimenetelmien tavoitteena on kartoittaa keskeisiä matematiikan oppimiseen vaikuttavia minäuskomuksia – oppijaminäkuva ja minäpystyvyyttä – esi- ja alkuopetuksessa. Matematiikkaan liittyvien minäuskomusten varhainen arviointi on tärkeää, jotta saataisiin ennaltaehkäistyä matematiikan oppimisen kannalta haitallisia polkuja: kielteiset minäuskomukset johtavat epäonnistumisen ennakointiin ja tehtävien välttelyyn ja vaikuttavat kielteisesti taitojen kehitykseen. Varhaisen arvioinnin avulla pyritään tunnistamaan erityisesti oppilaita, joilla ilmenee jo varhain kielteisiä uskomuksia itsestään matematiikan oppijana. Koulun alussa lapsen uskomukset itsestään oppijana ovat vasta muodostumassa ja oppimisen kannalta haitallisiin minäuskomuksiin on helpompi vaikuttaa kuin myöhemmin koulun edetessä, kun minäuskomukset ovat muodostuneet pysyvämmiksi (Guay, Marsh & Boivin, 2003).

Arvioinnissa on hyvä kiinnittää huomiota myös oppilaisiin, joiden minäuskomukset eroavat paljon osaamisen todellisesta tasosta. Epärealistinen kuva itsestä oppijana voi olla esimerkiksi keino suojautua heikon koulumenestyksen aiheuttamalta mielipahalta (Aro, Järviluoma, Mäntylä, Mäntynen, Määttä & Paananen, 2014). Tällöin on tärkeää seurata minäuskomusten muodostumista ja pohtia, voivatko esimerkiksi epärealistisen myönteiset uskomukset vaikuttaa siihen, että oppilas ei harjoittele ”koska hän mielestään osaa jo kaiken”.

Tässä on tärkeää kuitenkin muistaa, että myönteiset minäuskomukset ovat hyvä lähtökohta oppimiselle ja osa lapsen normaalia kehitystä. Vain siinä tapauksessa, että epärealististen minäuskomusten ajatellaan johtavan oppimista haittaavaan toimintaan, kuten harjoittelemattomuuteen, on hyvä käsitellä asiaa oppilaan kanssa tarkemmin. Hankkeessa tuotettuja arviointimenetelmiä voi käyttää myös tähän tarkoitukseen ja oppilaan minäuskomusten muodostumisen seurantaan lukukauden edetessä.

Arviointimenetelmissä seikkailevat eläin- ja lapsihahmot, joiden itsevarmuuteen tai epävarmuuteen matematiikan oppimisessa pienten lasten on helppo samastua. Opettaja voi esitellä lapselle hahmojen ajatuksia, jotka liittyvät matematiikan oppimisen eri osa-alueisiin sekä erilaisiin arkitilanteisiin.

Oppijaminäkäsitystä kartoitetaan esimerkiksi väittämillä ”Lukujen luetteleminen takaperin on helppoa/vaikeaa”, ”Yleensä osaan / en osaa tehdä matikan tehtäviä tunnilla”, ”Kellonajat tuntuvat helpoilta/vaikeilta oppia”. Minäpystyvyyttä puolestaan kartoitetaan esimerkiksi väittämillä ”Olen varma, että pystyn / en pysty oppia harjoittelemalla laskemaan nopeammin”, ”Olen varma, että pystyn / en pysty oppia luettelemaan lukuja tuhanteen asti”, ”Olen varma, että pystyn / en pysty laskemaan yhteenlaskuja, joissa vastaus on suurempi kuin 10”. Lapsen tehtävänä on pohtia omia uskomuksiaan itsestään matematiikan oppijana ja verrata niitä hahmojen uskomuksiin. Sitten lapsi valitsee hahmoista sen, jonka kanssa hän on enemmän samaa mieltä, ja näyttää asteikosta, miten paljon hän on hahmon kanssa samaa mieltä. Menetelmä muistuttaa alun perin Harterin ja Piken (1983) kehittämää menetelmää The Pictorial Scale of Perceived Competence and Social Acceptance for Young Children.

Jyväskylän yliopiston MaMa-osahankkeessa kehitettiin myös esi- ja alkuopetusta varten kertomuspohjaisia pienryhmäkeskusteluja, jotka auttavat oppilaita tunnistamaan oppimistilanteisiin liittyviä tunteita ja ajatuksia sekä niiden mahdollisia vaikutuksia matematiikan oppimiseen. Erityisesti matematiikan oppimistilanteisiin voi liittyä kielteisiä tunnekokemuksia, joita saatetaan pitää viitteinä omasta kyvyttömyydestä tai mahdollisuudesta epäonnistua. Tämän vuoksi opettajan on tärkeää kuulostella oppilaiden erilaisia matematiikan oppimiseen liittyviä tunteita ja ajatuksia sekä ymmärtää niiden vaikutuksia oppimistilanteissa toimimiseen ja oppimistuloksiin. Kertomusten avulla oppilaiden on mahdollista samastua kahden kaveruksen erilaisiin minäuskomuksiin ja pohtia yhdessä opettajan kanssa, miten erilaiset minäuskomukset voivat edistää tai heikentää heidän matematiikan oppimistaan.

Kertomusten lisäksi hankkeessa kehitettiin värityskuvia, joiden avulla voidaan seurata taitojen edistymistä ja tukea myönteisiä minäuskomuksia esi- ja alkuopetuksessa. Hankkeen verkkosivuilla on saatavana eri teemoilla (avaruus-, linna- ja meriteema) olevia kuvia, joihin

opettajan on tarkoitus täydentää yhdessä esikoululaisen tai ekaluokkalaisen kanssa harjoiteltavia taitoja. Oppilas voi värittää kuvaa sitä mukaa, kun taito opitaan, ja nähdä oman edistymisensä. Samaan tarkoitukseen on saatavana laskutorneja, joita voi käyttää esimerkiksi erilaisten laskujen sujuvuuden harjoittelussa ja seurannassa alkuopetusikäisten kanssa. Myönteisten minäuskomusten tukemisessa on tärkeää tehdä oppilaalle näkyväksi hänen edistymisensä ja osoittaa, että taitoja on mahdollista aina parantaa, vaikka oppiaine tuntuisikin sillä hetkellä vaikealta. Taitoihin nähden sopivantasoiset tehtävät ja niissä onnistuminen sekä opettajalta saatu tehtäväkohtainen palaute tukevat myönteisten minäuskomusten muodostumista.

Kokemuksia ja käytännön esimerkkejä

Jyväskylän osahankkeen kehittämisvaiheessa saatujen kokemusten pohjalta matematiikan minäuskomusten arviointiin tarkoitettut *lomakkeet* ovat toimiva keino oppijaminäkäsityksen ja minäpystyvyyden varhaiseen arviointiin esi- ja alkuopetuksessa. Erilaisten ajatusten esittely lapsille itsevarman ja epävarman hahmon avulla auttoi heitä tunnistamaan ja tuomaan esiin omia matematiikan oppimiseen liittyviä ajatuksiaan. Vaikka valtaosalla tämän ikäisistä lapsista havaittiin olevan varsin myönteiset käsitykset itsestään matematiikan oppijana, niin osalla lapsista esiintyi jo varhain esimerkiksi tehtäväkohtaisia tai arkitilanteisiin liittyviä kielteisiä käsityksiä omista kyvyistään oppia matematiikkaa, esimerkiksi kyvyistä oppia laskemaan vähennyslaskuja, luettelemaan lukuja yli sadan tai laskemaan rahat oikein ostoksia tehdessä. Arviointi auttoi opettajaa tunnistamaan, minkä tyyppisiin tehtäviin ja tilanteisiin kielteiset minäuskomukset liittyvät, sekä kohdentamaan tukea tarvittaviin osa-alueisiin.

Kehittämisvaiheessa saatujen kokemusten pohjalta myös kertomuksiin perustuva *ryhmäkeskustelu*, joka toteutettiin hankkeessa mukana olevilla kouluilla sekä esiopetus- että alkuopetusikäisten lasten kanssa, oli oiva keino varhaisten minäuskomusten käsittelyyn ja tukemiseen. Kertomukset toimivat parhaiten pienryhmissä, joissa opettaja luki kertomusta osio kerrallaan ja keskusteli lasten kanssa osioihin liittyvien kysymysten avulla. Erityisesti alkuopetusikäiset keskustelivat erilaisista teemoista innokkaasti kertomuksessa esiintyvien hahmojen kautta. Lasten oli myös helppo samastua tapahtumiin ja peilata niitä omiin havaintoihinsa ja kokemuksiinsa matematiikan oppimisesta. Esiopetukseen on kertomuksista saatavana lyhennetyt versiot, joiden seuraamiseen pienet lapset jaksavat paremmin keskittyä ja joiden tapahtumat ovat heille tuttuja. Opettajan rooli keskustelun ohjaajana korostuu esiopetusikäisten kanssa, sillä heidän voi olla vielä vaikea pohtia itsenäisesti kertomuksiin liittyviä kysymyksiä.

Kertomusten lisäksi toimiva keino tukea myönteisten minäuskomusten muodostumista esi- ja alkuopetuksessa olivat erilaiset hankkeessa kehitetyt *taidonseurantavälineet*.

Värityskuvien muodossa olevista seurantavälineistä toivottiin monikäyttöisiä, ja tämän vuoksi väritettävät kohdat jätettiin tyhjiksi. Opettajat voivat soveltaa niitä täydentämällä kuviin oppilaan taitoihin nähden sopivantasoisia tehtäviä, joissa voi kokea onnistumisia ja nähdä oman edistymisen. Samoin laskutornit pyrittiin kehittämään monikäyttöisiksi, niin että ne sopivat esimerkiksi laskusujuvuuden tai lukujonotaitojen kehittymisen seurantaan. Erityisopettajat pitivät niitä oppilasta motivoivana keinona tukea sekä taitojen kehitystä että myönteisten minäuskomusten muodostumista. Tämän tyyppisille taidonseurantavälineille koettiin olevan tarvetta, ja ne otettiin kouluilla innokkaasti käyttöön.

Kokeilujen ja kokemusten perusteella on tärkeää kiinnittää entistä enemmän huomiota erityisesti varhaisiin matematiikkaan liittyviin minäuskomuksiin, jotka suuntaavat matematiikan oppimiseen liittyvää motivaatiota, ja seurata niiden muodostumista taitojen kehityksen ohella. Hankkeessa kehitetyt materiaalit auttavat kartoittamaan erityisesti esi- ja alkuopetusikäisten lasten matematiikan oppimiseen liittyviä minäuskomuksia ja tukemaan niiden myönteistä muodostumista osana taitojen kehityksen tukemista.

Lähteet

- Arens, A. K., Marsh, H. W., Craven, R. G., Yeung, A. S., Randhawa, E., & Hasselhorn, M. (2016). Math self-concept in preschool children: Structure, achievement relations, and generalizability across gender. *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 391–403.
- Aro, T., Järviluoma, E., Mäntylä, M., Mäntynen, H., Määttä, S. & Paananen, M. (2014). *Oppilaan minäkuva ja luottamus omiin kykyihin*. Kummi 11. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Bong, M. & Skaalvik, E. M. (2003). Academic self-concept and self-efficacy: How different are they really? *Educational Psychology Review*, 15, 1–40.
- Butler, R. (2005). Competence assessment, competence, and motivation between early and middle childhood. In A. J. Elliot & C. S. Dweck (Eds.), *Handbook of competence and motivation* (pp. 202–221). New York: Guilford Press.

- Dapp, L. C. & Roebbers, C. M. (2018). Self-concept in kindergarten and first grade children: A longitudinal study on structure, development, and relation to achievement. *Psychology*, 9, 1605–1629.
- Dweck, C. S. (2008). Mindsets and math/science achievement. Report for the Carnegie Corporation of New York-Institute for Advanced Study Commission on Mathematics and Science Education.
- Eccles, J. S., Midgley, C., Wigfield, A., Buchanan, C. M., Reuman, D., Flanagan, C., & Mac Iver, D. (1993). Development during adolescence: The impact of stage-environment fit on young adolescents' experiences in schools and in families. *American Psychologist*, 48, 90–101.
- Guay, F., Marsh, H., & Boivin, M. (2003). Academic self-concept and academic achievement: Developmental perspectives on their causal ordering. *Journal of Educational Psychology*, 95, 124–136.
- Harter, S. & Pike, R. (1984). The pictorial scale of perceived competence and social acceptance for young children. *Child Development*, 55, 1969–1982.
- Jacobs, J. E., Lanza, S., Osgood, D. W., Eccles, J. S. & Wigfield, A. (2002). Changes in children's self-competence and values: Gender and domain differences across grades one through twelve. *Child Development*, 73, 509–527.
- Korpipää, H. (2020). Overlap between reading and arithmetic skills from primary to lower secondary school and underlying cognitive mechanisms. Väitöskirja. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto. <http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-8023-8>
- Lerkkanen, M.-K., Niemi, P., Poikkeus, A.-M., Poskiparta, M., Siekkinen, M. & Nurmi, J.-E. (2006–2016). Alkuportaat. Jyväskylän, Turun ja Itä-Suomen yliopistot. www.jyu.fi/alkuportaat
- Margolis, H. & McCabe, P. (2006). Improving self-efficacy and motivation: What to do, what to say. *Intervention in School and Clinic*, 41, 218–227.
- Marsh, H. W., Craven, R., & Debus, R. (1998). Development of young children's self-concept: A multicohort-multioccasion study. *Child Development*, 69, 1030–1053.
- Pesu, L. (2017). The role of parents' and teachers' child-related competence beliefs in the development of students' self-concept of ability. Väitöskirja. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto. <http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-6975-2>
- Schunk, D. H. (1990). Goal setting and self-efficacy during self-regulated learning. *Educational Psychologist*, 25, 71–86.

- Schunk, D. H. & Pajares, F. (2002). The development of academic self-efficacy. In A. Wigfield & J. S. Eccles (Eds.), *A Vol. in the educational psychology series. Development of achievement motivation* (s. 15–31). San Diego, CA, US: Academic Press.
- Shavelson, R. J., Hubner, J. J., & Stanton, G. C. (1976). Self-concept: Validation of construct interpretations. *Review of Educational Research*, 46, 407–444.
- Susperreguy, M. I., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., & Chen, M. (2018). Self-concept predicts academic achievement across levels of the achievement distribution: Domain specificity for math and reading. *Child Development*, 89, 2196–2214.
- Upadaya, K. & Eccles, J. (2015). Do teachers' perceptions of children's math and reading related ability and effort predict children's self-concept of ability in math and reading? *Educational Psychology*, 35, 110–127.
- Viljaranta, J., Aunola, K., & Hirvonen, R. (2016). Motivation and academic performance among first-graders: A person-oriented approach. *Learning and Individual Differences*, 49, 366–372.
- Weidinger, A. F., Steinmayr, R., & Spinath, B. (2019). Ability self-concept formation in elementary school: No dimensional comparison effects across time. *Developmental Psychology*, 55, 1005–1018.
- Wigfield, A. & Eccles, J. S. (2000). Expectancy – value theory of achievement motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 25, 68–81.

2) Kohokohdat

- Matematiikan Maailmaan -hanke on Helsingin, Turun ja Jyväskylän yliopiston sekä Åbo Akademin opettajankoulutuslaitosten yhteishanke. Hankkeessa tehdään tutkimusperustaisia toimintamalleja, materiaaleja ja välineitä, jotka tukevat varhaiskasvatuksen opettajien, esi- ja alkuopetukseen suuntautuvien luokanopettajien sekä erityisopettajien koulutusta ja ammatillista kehitystä.
- Jyväskylän yliopiston osahankkeen tavoitteena oli lisätä opettajaksi opiskelevien ymmärrystä ja tietopohjaa varhaisten minäuskomusten (oppijaminäkäsitys, minäpystyvyys) muodostumisesta ja merkityksestä matematiikan oppimisessa sekä tarjota välineitä niiden kartoittamiseen ja tukemiseen.
- Jyväskylän yliopiston osahankkeessa kootut tietomateriaalit minäuskomuksista ja niiden yhteydestä matematiikan oppimiseen, samoin kuin minäuskomusten varhaiseen arviointiin ja tukemiseen kehitetyt menetelmät, ovat saatavissa osoitteessa www.jyu.fi/matematiikanmaailmaan.