

**Luokanopettajien kokemuksia matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta alakoulun toisella luokalla**

Elina Korkealaakso & Pauliina Posti

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma  
Syyslukukausi 2021  
Kokkolan Yliopistokeskus  
Chydenius Jyväskylän yliopisto

## TIIVISTELMÄ

**Korkealaakso, Elina & Posti, Pauliina. 2021. Luokanopettajien kokemuksia matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta alakoulun toisella luokalla. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kokkolan Yliopistokeskus Chydenius. 124 sivua.**

Tutkimuksen tarkoituksena oli tutkia luokanopettajien kokemuksia matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta alakoulun toisella luokalla. Tutkimuksen kohteeksi valikoitui alakoulun toinen luokka, koska aiemmat tutkimustulokset ovat osoittaneet, että matematiikan parhaat osaajat ovat erotettavissa muista oppilaista jo kolmannella luokalla.

Tutkimus toteutettiin laadullisena avoimena kyselylomaketutkimuksena, johon saatiin 21 vastausta. Aineisto kerättiin verkkokyselynä Webropol-ohjelmalla. Linkki Webropol-kyselyyn jaettiin neljässä eri luokanopettajille suunnatussa Facebook-ryhmässä. Aineisto analysoitiin fenomenologis-hermeneuttisella analyysillä.

Tutkimus osoitti, että opettajien kokemuksen perusteella matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteitä kuvaavat sekä matemaattiset taidot että työskentelytaidot. Matemaattisesti hyvin edistyneillä oppilailla on yleensä hyvä motivaatio, mutta heillä voi esiintyä motivaatio-ongelmia. Opettajilla oli pääasiassa positiivisia kokemuksia heidän opettamisestaan. Opettajien kokemuksista ilmeni heidän käyttämiään erilaisia ylöspäin eriyttämisen keinoja. Tulokset osoittivat, että ylöspäin eriyttämistä vaikeuttaa resurssien puute. Opettajat myös esittivät kehittämistoiveitaan, kuten tarvetta lisäresursseille ja koulutukselle.

Tutkimuksen perusteella voidaan päätellä, että luokanopettajat tunnistavat luokastaan matemaattisesti hyvin edistyneitä oppilaita. Edellisestä huolimatta opettajien on vaikea erotella matemaattisesti kyvykkäät matemaattisesti lahjakkaista. Vaikka opettajat pyrkivät matematiikan ylöspäin eriyttämiseen, matemaattisesti hyvin edistyneet eivät saa taitojansa kohtaavaa opetusta, koska opettajan aika ja resurssit menevät alaspäin eriyttämiseen.

Asiasanat: alkuopetus, matematiikka, lahjakkuus, matemaattinen lahjakkuus, fenomenologis-hermeneuttinen tutkimus

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkistettu Turnitin Originality Check -ohjelmalla.

# SISÄLTÖ

## TIIVISTELMÄ

<b>SISÄLTÖ .....</b>	<b>3</b>
<b>1 JOHDANTO .....</b>	<b>6</b>
<b>2 LAHJAKKUUDEN MÄÄRITELMIEN MONIMUOTOISUUDESTA JA HAASTEISTA .....</b>	<b>10</b>
2.1 Lahjakkuudesta yleisesti .....	10
2.2 Lahjakkuudesta teorioiden valossa .....	13
2.2.1 Renzullin kolmen ympyrän malli .....	14
2.2.2 Gagnén DGMT -malli .....	17
2.2.3 Gardnerin moniälykkysteoria .....	20
2.2.4 Sternbergin kognitiivinen teoria .....	22
2.3 Lahjakkuuden ymmärtämisen problematiikasta koulussa .....	23
2.4 Suomalaisten opettajien näkökulmia lahjakkaista oppilaista .....	25
<b>3 MATEMAATTINEN LAHJAKKUUS JA MENESTYMINEN KOULUMATEMATIIKASSA.....</b>	<b>29</b>
3.1 Matemaattisen lahjakkuuden tunnistamisen haasteita .....	29
3.2 Matemaattisen lahjakkuuden problematiikkaa .....	32
<b>4 HYVIN MATEMATIIKASSA EDISTYVIEN OPPILAIDEN ERIYTTÄMISESTÄ ALAKOULUN TOISELLA LUOKALLA.....</b>	<b>37</b>
4.1 Matematiikan opetuksesta vuosiluokilla 1-2 .....	37
4.2 Matematiikan ylöspäin eriyttämisestä vuosiluokilla 1-2 .....	42
<b>5 TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUS -KYSYMYKSET .....</b>	<b>53</b>
<b>6 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS JA METODOLOGINEN LÄHESTYMISTAPA.....</b>	<b>55</b>
6.1 Tutkimuksen menetelmälliset lähtökohdat .....	55
6.2 Aineiston hankinta ja tutkittavien kuvailu .....	64

6.3	Aineiston analyysi .....	68
6.4	Tutkimuksen luotettavuuden ja eettisyyden arviointia.....	73
<b>7</b>	<b>TUTKIMUSTULOKSET .....</b>	<b>77</b>
7.1	Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteitä .....	78
7.1.1	Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisten taitojen kuvailu .....	79
7.1.2	Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden työskentelytaitojen kuvailu.....	83
7.2	Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden motivaatio .....	85
7.2.1	Hyvä motivaatio .....	85
7.2.2	Motivaatio-ongelmat ja niiden tuomat haasteet .....	87
7.3	Opettajien positiiviset kokemukset .....	90
7.3.1	Opettajat pitävät matemaattisesti hyvin edistyneiden opettamisesta.....	90
7.3.2	Matemaattisesti hyvin edistyneiden opettaminen ei tuota haasteita .....	92
7.4	Eriyttämisen muodot ja mahdollisuudet.....	93
7.4.1	Ylöspäin eriyttämisen keinoja .....	94
7.4.2	Matemaattisesti hyvin edistyneet osana ryhmää .....	98
7.5	Resurssien puute ja tarve .....	99
7.5.1	Ylöspäin eriyttämistä vaikeuttavia tekijöitä .....	100
7.5.2	Opettajien kehittämistoiveita .....	103
<b>8</b>	<b>POHDINTA.....</b>	<b>107</b>
8.1	Tulosten tarkastelua ja pohdintaa .....	107
8.2	Lopuksi.....	112
	<b>LÄHTEET .....</b>	<b>116</b>

<b>LIIITEET.....</b>	<b>124</b>
----------------------	------------

# 1 JOHDANTO

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden arvoperustassa kirjoitetaan oppilaan ainutlaatuisuudesta sekä jokaisen oikeudesta hyvään opetukseen: *“Jokaisella on oikeus kasvaa täyteen mittaansa ihmisenä ja yhteiskunnan jäsenenä. Tässä oppilas tarvitsee kannustusta ja yksilöllistä tukea sekä kokemusta siitä, että kouluuyhteisössä häntä kuunnellaan ja arvoستetaan ja että hänen oppimisestaan ja hyvinvoinnistaan välitetään.”* (POPS 2014, 15.) Myös lahjakkaat oppilaat ansaitsevat oman taitotasonsa mukaista opetusta. Perusopetuksen opetussuunnitelmassa (2014, 130) kirjoitetaan matematiikan opetuksen ohjauksesta, eriyttämisestä ja tuesta vuosiluokilla 1-2: *“Taitaville oppilaille tarjotaan mahdollisuus syventää vuosiluokkien 1–2 sisältöjen ymmärtämistä.”* Vuosiluokkien 1-2 matematiikan sisällöillä tarkoitetaan muun muassa luonnollisten lukujen ominaisuuksia, erilaisia lukujonoja, geometriaa, luovaa ongelmanratkaisua ja vaativampia peruslaskutoimitusten sovelluksia. Opetussuunnitelman voisi näin olettaa velvoittavan antamaan ylöspäin eriyttävää matematiikan opetusta matematiikassa hyvin edistyneille oppilaille ja niihin mahdollisesti kuuluville matemaattisesti lahjakkaille oppilaille alkuopetuksessa.

Lahjakkuuden käsitteeseen liittyy paljon problematiikkaa ja sille on monta erilaista määritelmää. Problematiikkaan vaikuttaa se, että lahjakkuuden käsite on arvo- ja kulttuurisidonnaista. Problematiikka on nähtävissä myös lahjakkuuden tutkimuskentällä. Vaikka lahjakkuutta on tutkittu ja tutkitaan edelleen, niin edes sen tutkimuskentällä ei ole yhteisymmärrystä siitä, mitä se on, vaikka lahjakkuudesta on lukuisia eri teorioita. Edellä mainitusta syystä päätimme avata pro gradu -tutkielman teoriaosuudessa sekä lahjakkuuden käsitettä sekä lahjakkuusteorioita. Tutkielman teoriaosuudessa avaamme neljä eri lahjakkuusteoriaa: Renzullin kolmen ympyrän mallin (1986), Gagnén DGMT-mallin (2005), Gardnerin moniälykkyysteorian (1983) ja Sternbergin kognitiivinen teorian (2003). Koska lahjakkuuden käsite on vaikeasti määriteltävissä ja sen tunnistaminen alakoulun toisella luokalla on haasteellista, päädyimme käyttämään pro gradu -tutkielman

empiirisessä osiossa käsitettä matemaattisesti hyvin edistyneet matemaattisen lahjakkuuden sijasta. Tutkielmamme teoriaosuudessa käytämme kuitenkin lahjakkuuden käsitettä, koska matemaattisesti hyvin edistyneissä oppilaisissa saattaa olla myös lahjakkaita oppilaita. Myös opettajat puhuvat lahjakkaita, vaikka kaikki näistä oppilaista eivät ole matemaattisesti lahjakkaita. Tuomme esille lahjakkuus teorioita ja lahjakkaiden piirteitä, jotta voimme selventää matemaattisesti lahjakkaan ja matemaattisesti hyvin edistyneen eroja sekä sen tunnistamisen vaikeutta opettajien keskuudessa.

Matemaattisesti hyvin edistyneiden ja erityisesti lahjakkaita tunnistettujen oppilaiden opettamiseen liittyy paljon ristiriitaisia tunteita. Osa on sitä mieltä että heidän opetukseen ei tulisi antaa lisää resursseja, koska he osaavat jo muita paremmin. Usein resurssit koulussa menevätkin juuri heikoille osaajille, jolloin lahjakkaat jäävät vähemmälle opettajan huomiolle. Kun lahjakkaan oppilaan taitotaso ja opetus eivät kohtaa, oppilaalle muodostuu motivaatio-ongelmia, turhautumista ja hänen taitonsa eivät kehity. Mäkelän (2009) mukaan monissa maissa lahjakkaat erotetaan yleisopetuksesta omiin kouluihin ja erityisohjelmiin. Suomessa pyritään kuitenkin siihen, että lahjakkaiden tarpeet huomioitaisiin tarpeeksi hyvin ja heitä tuetaan normaaliopetuksessa. Lahjakkaita oppilaita ei tarvitse leimata tai erotella, vaan he hyötyvät siitä, että heistä saatua tietoa käytetään opetuksen suunnittelussa sekä oppilaiden tarpeisiin vastaamisessa. (Mäkelä 2009, 3.) Hyvin edistyneiden oppilaiden joukossa saattaa olla lahjakkaita oppilaita ja näin edellä mainitut huomiot koskevat myös heitä ainakin ylöspäin eriyttämisen osalta. Tämän ryhmän, johon myös lahjakkaat voidaan lukea, tarpeisiin olisi syytä kiinnittää enemmän huomiota, soveltamalla heidän ohjaamiseensa esimerkiksi Vygotskin (1978) lähikehityksen vyöhykkeellä tapahtuvaa ohjausta.

Matematiikka on todella tärkeä oppiaine peruskoulussa. Sen opettaminen on mielenkiintoista ja haasteellista, jonka takia valitsimme osaksi pro gradu -tutkielman aihetta. Meitä kiinnostaa paljon myös matematiikan opetuksen eriyttäminen ylöspäin. Päädyimme tutkimaan alakoulun toista luokkaa, koska Nieminen, Metsämuurosen, Hannulan ja Laineen (2020) tutkimustulokset osoittavat,

että matematiikan parhaat osaajat ovat erotettavissa muista oppilaista jo kolmannella luokalla. Tavoitteenamme on selvittää opettajien kokemuksia matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opetuksen eriyttämisestä ja sen haasteista alakoulun toisella luokalla.

#### *Tutkimukseen liittyvä esiymmärrys*

Laineen (2018, 57) mukaan tutkimuksen järkevän suuntaamisen kannalta on tärkeää, että tutkija pystyy näkemään omat lähtökohtansa ja tiedostaa oman esiymmärryksensä. Tutkijoina meidän on mahdotonta lähestyä tätä tutkimusta ja sen aineistoa ilman aiempaa kokemusta ja tietoa. Pyrimme tutkimusta tehdessämme tunnistamaan tätä aiempaa kerrytettyä tietoa sekä siirtämään sitä sivuun, jotta voimme minimoida sen vaikutuksen esimerkiksi tutkimusaineiston ymmärtämiseen ja tulkintaan. (vrt. Peltomäki 2014, 31.) Esiymmärryksen tiedostamista helpottaa, jos tutkija voi keskustella jonkun toisen ihmisen kanssa tutkimusaiheesta (Laine 2018, 57). Meitä on esiymmärryksiemme tiedostamisessa auttanut se, että olemme voineet yhdessä keskustella tutkimusaiheesta sekä esiymmärryksiemme yhteneväisyyksistä.

Olemme molemmat ensimmäiseltä tutkinnoltamme varhaiskasvatuksen opettajia, joissa olemme kerryttäneet osaamista matematiikan alkeistaidoista. Esiymmärryksemme tutkimusaiheesta kumpuaa pääasiassa ammatillisista kokemuksista varhaiskasvatuksen opettajina sekä esiopettajina. Varhaiskasvatuksen opettajina ja erityisesti esiopetuksen opettajina olemme molemmat huomanneet ryhmien heterogeenisyyden ja kohdanneet eriyttämisen haasteita. Olemme havainneet, että jo esiopetusikäisillä on suuria eroja matematiikan osaamisessa. Ammatillisesta näkökulmasta olemme myös kerryttäneet esiymmärrystä luokanopettajan maisteriopinnoista ja niihin kuuluvista harjoitteluista. Olemme havainneet, että myös alakoulun puolella opetusryhmät ovat heterogeenisiä. Tunteja havainnoidessa olemme huomanneet, kuinka opettajan resurssit ja opetuksen eriyttäminen painottuvat matematiikan heikoimpiin osaajiin. Koska me olemme kokeneet ylöspäin eriyttämisen haastavaksi jo esiopetuksessa ja olemme



kiinnostuneet alkuopetuksesta, haluamme tutkia ja saada keinoja, kuinka eriyttää ylöspäin alakoulun toisella luokalla.

Tutkimusaineistosta tehtävien tulkintojen syventämisessä sekä myös oman esiymmärryksemme tiedostamisessa auttaa kirjallisuuteen tutustuminen (Laine 2018, 57). Oma esiymmärryksemme pohjautuu myös kirjallisuuteen liittyviin aihepiireihin matemaattisesta lahjakkuudesta ja matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opettamisesta, joita avaamme tutkielmamme teoriaosuudessa. Meillä kummallakaan ei ole omakohtaista kokemusta toisen luokan matematiikan opetuksesta tai sen ylöspäin eriyttämisestä. Kokemuksen puute tuo tutkielmaan analyysiin puolueettoman näkemyksen. Tämä mahdollistaa opettajien kokemusten tarkastelun ilman omien henkilökohtaisten kokemusten tai asenteiden vaikuttamista.

## 2 LAHJAKKUUDEN MÄÄRITELMIEN MONI-MUOTOISUUDESTA JA HAASTEISTA

### 2.1 Lahjakkuudesta yleisesti

Lahjakkuus on ikään sidonnainen termi, joka viittaa potentiaaliin nuorissa ihmisissä, joiden on arvioitu osoittaneet nopeampaa oppimista verrattuna heidän ikätovereihinsa. Lahjakkuuden arviointi pohjautuu normina olevaan tasoon. Se on yleisesti jakautunut väestöön niin, että suhteellisen harvat ovat nopeita oppijoita. Esimerkiksi alkuopetuksessa lahjakkuus näkyy enemmän yleisenä kyvykkyytenä tai tietynä taitona, mutta oppilaan siirtyessä ylemmille luokille kyvykkyydet ja saavutukset näkyvät oppiaineiden sisällä. (Cross & Coleman 2014, 95, 96.) Niemen, Metsämuurosen, Hannulan ja Laineen (2020) tutkimus, joka perustuu pitkittäisaineistoon, tukee Crossin ja Colemanin (2014) tuottamaa tietoa matematiikan näkökulmasta. Niemen, Metsämuurosen, Hannulan ja Laineen (2020, 27) tutkimustulokset osoittavat, että matematiikan huipputaajia voidaan erottaa muista oppilaista jo kolmannella luokalla. Matematiikan huipputaajat erottuvat kuitenkin selkeämmin vasta kuudennella luokalla.

Cross ja Coleman (2014, 100) kirjoittavat, että lahjakkuus ei elä ainoastaan yksilössä, vaan siinä miten yksilö ilmaisee lahjakkuutta tietyn alueen kontekstissa kuten esimerkiksi matematiikan oppimisen tilanteissa. Olosuhteilla on suuri merkitys, jotta voi tapahtua korkeatasoista kehitystä. Kehitystä tapahtuu, kun ympäristössä ilmenee mahdollisuuksia oppimiseen ja yksilö tarttuu näihin mahdollisuuksiin. Kyvykkyys saattaa altistaa kehittymiselle, mutta se ei riitä perustelemaan korkeatasoista kehitystä. Lahjakkuus tarkoittaa potentiaalin ylittämistä ja pitkäaikaista toimintaa kyseisellä alueella.

Lahjakkuudessa yhdistyy korkeatasoinen kehitys ja luovuus. Koulussa lahjakkuus alkaa potentiaalina, joka kouluvuosien aikana kehittyy saavutuksiksi oppiaineissa. Lahjakkuus on monitahoinen vuorovaikutusten ketju, jossa yhdistyy oppilaan yksilölliset piirteet, kuten motivaatio ja sinnikkyys. Yksilön akateemisen osaamisen sekä luovuuden rinnalla lahjakkuuteen vaikuttavat myös

muuttuvat tekijät, kuten opettajan kokemus lahjakkaiden tai hyvin edistyneiden ohjauksesta sekä mahdollisuudet omien taitojen syventämiselle harjoittelun kautta. (Cross & Coleman 2014, 102-103.)

Yksi korkean älykkyyden tärkeistä ominaisuuksista on uuden asian ymmärtäminen todella helposti. Lahjakas oppilas ymmärtää uuden opeteltavan asian kerrasta, kun taas suurin osa muista oppilaista tarvitsee selityksen useamman kerran. Lahjakas oppilas tyypillisesti oppii uuden asian ja löytää ratkaisun uuteen ongelmaan nopeasti mielessään prosessinomaisesti, niin ettei sitä voi sa-  
noin selittää tai ilman strategiaa. Tämän takia lahjakkaat oppilaat nauttivat on-  
gelman ratkaisusta ja saavat siitä paljon mielihyvää, että he löytävät yhä tehok-  
kaampia tapoja saavuttaa ratkaisuja. (Distin 2006, 23.)

Sternberg (2004, 24-25) on koonnut erilaisista lahjakkuuden määritelmistä löytämiään yhtäläisyyksiä, jotka ovat:

1. lahjakkuus sisältää paljon muutakin kuin vain korkean älykkyydosamäärän,
2. lahjakkuudessa on sekä kognitiivisia että epäkognitiivisia komponentteja,
3. potentiaalisen lahjakkuuden huomaamisessa ympäristö on ratkaiseva,
4. lahjakkuus ei ole yksi asia, vaan se esiintyy monessa eri muodossa ja
5. lahjakkuutta tulee arvioida käytössä olevien teorioiden avulla.

Lahjakkuutta tutkitaan ja oppilaita identifioidaan lahjakkain ilman, että lahjakkuuden tutkimuskentällä ei ole yhtenäistä ja selkeää näkemystä siitä, mitä lahjakkuus on (Sternberg 2004, 24-25). Koska lahjakkuuden tutkimuskentällä ei ole yhteisymmärrystä lahjakkuuden käsitteestä, voidaan siis olettaa, että lahjakkaiden tunnistaminen esimerkiksi alakouluissa ei välttämättä perustu teoriassa määritettyihin lahjakkuuden piirteisiin. Tämän takia käytämme pro gradu -tutkielman empiirisessä osuudessa matemaattisen lahjakkuuden käsitteen sijasta matemaattisesti hyvin edistyneet. Luopumalla lahjakkuuden käsitteen käyttämisestä pyrimme helpottamaan opettajien matematiikan parhaiden osaajien tunnistamista. Vaikka käytämme käsitettä matemaattisesti hyvin edistyneet, emme

sulje pois matemaattisesti lahjakkaita, vaan he kuuluvat myös matemaattisesti hyvin edistyneiden joukkoon.

Lahjakkuuden tutkimuskenttä on pirstaloitunut kahteen osaan. Ensimmäinen osa luottaa kilpaileviin malleihin, joissa vain tietyt käsitteet lahjakkuudesta ovat edustettuina. Sen sijaan, että luotettaisiin teorioihin, joilla lahjakkuutta voidaan testata. Toisessa osassa on vähän yhteyttä käytännön ja teorian välillä, mikä tarkoittaa sitä, että käytäntö harvoin perustuu teoriaan (Ambrose, VanTassel-Baska, Coleman & Cross 2010, 461, 471.) Tämä yhteisymmärryksen puute tuo haastetta lahjakkuuden tutkimiseen, koska sitä on vaikea testata. Yhteisymmärryksen puute ei näy vain lahjakkuuden alalla, vaan se heijastuu myös pidemmälle käytäntöön, kuten varhaiskasvatukseen ja perusopetukseen. Teorian ja käytännön puutteellinen yhteys heijastuu myös siihen ettei kasvatuksen kentälläkään kyetä tunnistamaan lahjakkaita oppilaita.

Lahjakkuuden kolme avainongelmaa ovat tunnistaminen, ohjaus ja arviointi. Lahjakkaiden opetuksen yksi päätavoitteista on tunnistaa heitä, joilla on korkea todennäköisyys vaikuttaa tulevaisuudessa merkittävästi yhteiskuntaan. Lahjakkuuden tunnistamisen näkökulmasta, meidän täytyy ymmärtää, mitä lahjakkuus on. Meidän täytyy myös ymmärtää, millaisia muutoksia lahjakkuuden suhteen voi elämän aikana tapahtua, varmistaaksemme kenellä on todellista potentiaalia kehittää erityisosaamistaan merkittävään yhteiskunnalliseen osallistumiseen. Jotta lahjakasta oppilasta voidaan ohjata, tulee lahjakkuus tunnistaa. Opettajilla on tärkeä rooli lahjakkaiden oppilaiden erityisosaamisen kehittämisessä, jos he ensin kykenevät tunnistamaan millaista erityisosaamista oppilaalla on. Opettajat eivät voi tietää miten ja mitä opettaa, jos heillä ei ole tietoa, millaista erityisosaamistaan he pyrkivät kehittämään ohjauksensa kautta. Lahjakkuuden tunnistamisen ja opettajan ohjauksen tulee sopia yhteen myös arviointimenetelmän kanssa. Arvioinnissa tulee tunnistaa, millainen osaaminen on tärkeätä, muuten voidaan päätyä arvioimaan ja palkitsemaan väriä oppilaita. (Sternberg, Jarvin & Grigorenko 2010, 13-14.) Tämä koskee matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden lisäksi myös matemaattisesti hyvin edistyneitä oppilaita.

Kun osaamisen aktuaalinen taso tunnistetaan, voidaan todella eriyttää ylöspäin ja työskennellä oppilaan lähikehityksen vyöhykkeellä.

Lahjakkuus on kulttuuriin sidonnainen. Kulttuurista riippuen lahjakas yksilö voi ensimmäisessä olla metsästäjä, toisessa rumpali tai kolmannessa opiskelija. Kahdessa ensimmäisessä kulttuurissa ei välttämättä tarvita formaalia koulutusta, kun taas kolmas ei välttämättä tarjoa mahdollisuuksia metsästyksen tarvittavien taitojen kehittämiseksi. Koska lahjakkuus on aikaan ja paikkaan sidonnainen, on tärkeää tarkentaa, kuinka tunnistaa lahjakas yksilö. (Sternberg, Jarvin & Grigorenko 2010, 2.) Lahjakkuus yleisesti ilmenee ensin korkeana potentiaalina, mutta ilman suotuisaa ympäristöä ja sen tarjoamia mahdollisuuksia ei korkeatasoista kehitystä tapahdu. Tämän takia onkin tärkeää, että kouluissa tunnustetaan lahjakas oppilas. Lahjakas oppilas myös tarvitsee opettajan ohjausta ja arviointia. Lahjakkuuden määritelmistä voi kuitenkin nostaa esiin sen, kuinka lahjakkuutta on haastavaa tunnistaa, koska korkea älykkyydosamäärä ei ole lahjakkuuden tae. Vaikka lahjakkuutta on vaikea tunnistaa, sen tunnistamisen piirteitä voi löytää erilaisten lahjakkuusteorioiden avulla.

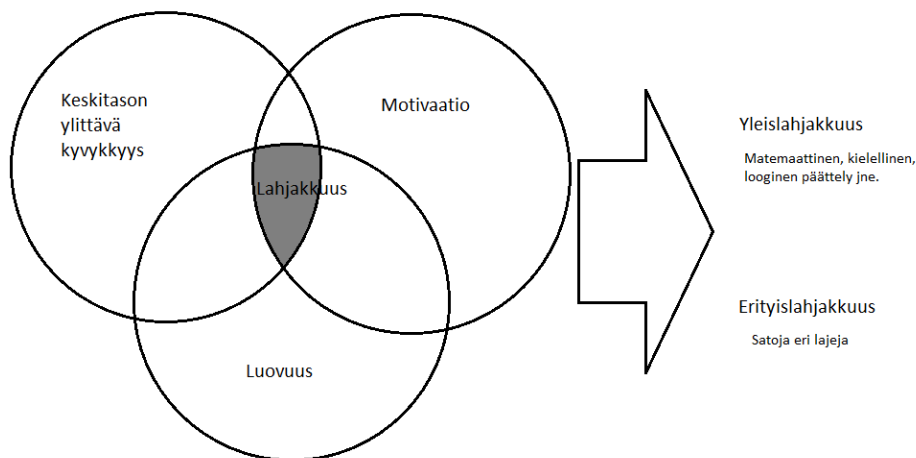
## 2.2 Lahjakkuudesta teorioiden valossa

Lahjakkuus -käsitteen avaamiseksi on kehitetty tutkimusten pohjalta lahjakkuus- ja älykkyysteorioita. Lahjakkuuden tunnistaminen on haasteellista. Sternberg (2004, 24-25) painottaakin, että lahjakkuutta tulee arvioida käytössä olevien teorioiden avulla. Tämän vuoksi esittelemme tässä neljä tunnettua lahjakkuusteoriaa, joiden kautta voimme tarkastella lahjakkuutta sekä luokanopettajien kokemuksia matematiikassa paremmin edistyvien opettamisesta alakoulun toisella luokalla ja näiden oppilaiden mahdollisesta lahjakkuudesta matematiikassa. Sternberg ja Davidson (1986) ovat jakaneet teoriat kahteen ryhmään: eksplisiittiset ja implisiittiset teoriat. Implisiittiset teoriat ovat asiantunijoiden tai maalikoitten näkemyksiä eikä niitä voida testata empiirisesti. Eksplisiittiset teoriat voidaan testata empiirisesti ja ne ovat tieteelliseen tutkimukseen perustuvia. (Ruokamo 2000, 7.) Esittelemme implisiittisistä teorioista Renzullin kolmen ympyrän

mallin (1986) ja Gagnén DGMT -mallin (2005) sekä eksplisiittisistä teorioista Gardnerin moniälykkyysteorian (1983) ja Sternbergin kognitiivisen teorian (2003).

### 2.2.1 Renzullin kolmen ympyrän malli

Renzullin (1986) kolmen ympyrän lahjakkuusmalli on tunnetuin lahjakkaiden opetuksen suunnittelun pohjana käytetyistä teorioista. Renzullin mukaan lahjakkuus muodostuu luovuuden, keskitason ylittävän kyvykkyyden ja motivaation vuorovaikutuksesta. Kaikkia kolmea lahjakkuuden elementtiä tarvitaan eli mikään niistä ei yksin riitä selittämään lahjakkuutta (ks. kuvio 1). (Pehkonen & Rossi 2018, 92.) Lahjakkaita ovat Renzullin (1985) mukaan ne, jotka voivat soveltaa edellä mainittua kolmen tekijän yhdistelmää millä tahansa hyväksyttävällä inhimillisen elämän osa-alueella. Kolmen ympyrän malli kattaa lähes kaikenlaisen lahjakkuuden (ks. kuvio 1). Uusikylä kritisoi mallin laajuutta, luottelomaisuutta ja epäteoreettisuutta, koska se on niin kattava. Mallin kattavuus tekee siitä helposti käytettävän, mutta se on samalla myös sen heikkous. (Uusikylä 1994, 46-47.)



KUVIO 1. Kolmen ympyrän lahjakkuusmalli (mukaillen Renzulli 2005, 257.)

Seuraavalla sivulla taulukossa 1 on avattu Kolmen ympyrän lahjakkuusmallin ensimmäinen ympyrä (ks. kuvio 1), joka kuvaa keskitason ylittävää kyvykkyyttä. Renzullin mallissa keskitason selvästi ylittävä kyvykkyys voidaan jakaa kahteen

osaan: yleinen lahjakkuus ja erityiskyvyt. (Uusikylä 1994, 46; Renzulli 2005 259-260.)

Renzullin lahjakkuusmallin (ks. kuvio 1) toinen ympyrä on opiskelumotiivaatio. Opiskelumotiivaation näkökulmasta tehtäviin sitoutuminen pitää sisälleen kykyä innostua ja kiinnostua tietyistä ongelma-alueista, opiskelukohteista tai inhimillisen ilmaisun alueista sekä kykyä työskennellä kestävästi, sitkeästi ja päättäväisesti. Opiskelumotiivaatioon Renzulli listaa myös itseluottamuksen, halun saada jotain aikaan, alemmuuden tunteen puuttumisen, vahvan minäkuvan ja uskon omiin kykyihin. (Uusikylä 1994, 46; Renzulli 2005, 263.) Uusikylä (1994, 46) painottaakin, että opiskelumotiivaation kannalta tärkeää on asettaa korkeita tavoitteita omalle työlle, olla avoin itseään kohtaan, oppia kritiikistä, kehittää esteettistä makua sekä kykyä arvioida muiden ja oman työn laatua.

TAULUKKO 1. Renzullin keskitason ylittävän kyvykkyyden kahtiajako. (Uusikylä 1994, 46; Renzulli 2005, 259-260.)

Yleinen lahjakkuus	Erityiskyvyt
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Korkeatasoinen ajattelu, verbaalinen ja numeerinen järkeily, avaruudellinen hahmotuskyky, hyvä muisti ja sanasujuvuus.</li> <li>• Ympäristöön sopeutuminen sekä sen muokkaaminen uudella tavalla.</li> <li>• Informaatioprosessoinnin automaattisuus eli nopea, tarkka ja valikoiva muistiin palauttaminen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Erilaiset kyky-yhdistelmät, jotka liittyvät tiedon tai muun inhimillisen suoriutumisen piiriin kuten johtajuuden, hallinnon, taiteiden.</li> <li>• Taito hankkia ja käyttää tarkoituksenmukaisesti hyväkseen tekniikoita, tietoa, järjestelmiä ja strategioita erityisalojen ongelmia ratkoessa.</li> <li>• Taito osata erotella ongelmanratkaisutilanteissa epäolennainen tieto olennaisesta.</li> </ul>

Kolmas ympyrä (ks. kuvio 1) kuvaa luovuutta, mikä Renzullin (1986) mukaan tarkoittaa avoimuutta kokemuksille. Edellinen pitää sisällään halun ottaa vastaan erilaista ja uutta, myös irrationaalisia elementtejä muiden ja omassa ajattelussa, töissä sekä toiminnassa. Seikkailumieli, estottomuus, epäily, uteliaisuus sekä halu ottaa riskejä sekä toiminnassa että ajatuksissa sisältyvät myös luovuuden ympyrään. Tärkeää on myös ajattelun sujuvuus, herkkyyys yksityiskohtia kohtaan sekä halu toimia ja reagoida ympäristön ärsykkeisiin, tunteisiin ja ideoihin. (Uusikylä 1994, 47.)

Renzullin mallissa (ks. kuvio 1) ympyröiden leikkauspisteessä keskitason ylittävä kyvykkyys, motivaatio sekä luovuus muodostavat yhdessä yleislahjakkuuden ja erityislahjakkuuden. Yleistalahjakkuutta on esimerkiksi matemaattinen, kielellinen, looginen päättelykyky, filosofia, uskonto, kuvataide, tiede, laki, musiikki ja liikunta. Erityislahjakkuutta voi esiintyä lukuisilla eri alueilla, kuten esimerkiksi tähtitieteessä, korujen suunnittelussa, kartan tekemisessä, koreografiassa, elokuvan teossa, tilastoissa, maisemoinnissa, väestötieteessä, runoudessa ja navigoinnissa. (Renzulli 2005, 257.) Renzulli on myöntänyt että lahjakkuuden alueet menevät päällekkäin. Hän kuitenkin korostaa että kaikkien elementtien ei tarvitse olla läsnä kaikissa lahjakkuutta vaativassa hetkessä. Lahjakkaasti käyttäytyvät tietyt ihmiset (eivät kaikki), tiettyyn aikaan (ei kuitenkaan kaiken aikaa) ja tietyissä oloissa (mutta ei kaikissa oloissa). Lahjakkaille oppilaille tulisi tarjota opetusta jota he eivät normaalisti saa. (Uusikylä 1994, 47.) Normaalilla opetuksella voidaan tarkoittaa opetusta, joka ei eriytä. Opetus vastaa niin sanotusti keskiverto oppilaiden tarpeisiin, mutta ei kohtaa lahjakkaiden oppilaiden taitotasoa, jolloin lahjakkaat oppilaat eivät työskentele omalla lähikehityksen vyöhykkeellään vaan alisuoriutuvat.

Uusikylän (1994, 45-48) mukaan Renzullin mallia (ks. kuvio 1) on länsimaissa pidetty tunnetuimpana mallina lahjakkaiden opetuksen suunnittelussa. Malli on saanut osakseen myös kritiikkiä muun muassa Gagnéltä (1985). Gagnén kritiikki on kohdistunut siihen onko oikein, että niin sanotut alisuoriutujat jätetään lahjakkaiden ryhmän ulkopuolelle vain sen takia ettei heitä ole tunnistettu



riittävät ajoissa. Alisuoriutujilla ei ole opiskelumotivaatiota, mutta heidän älykkyytensä voi silti olla korkea. (Uusikylä 1994, 47-48.) Alisuoriutuva oppilas alisuoriutuu oppimistilanteesta toiseen eivätkä hänen taitonsa pääse kehittymään. Alisuoriutumista on kaikilla koulusaavutusten ja älykkyyden tasolla, mutta eniten alisuoriutumista arvioidaan olevan lahjakkailla. (Kontoniemi 2003, 17-18.) Gagné on myös kritisoinut luovuuden sisällyttämistä malliin, koska hänen mielestään on myös ammatteja mm. opettaja ja muusikko, joiden edustajat ovat lahjakkaita ilman, että tarvitsevat luovuutta. Voi olla kuitenkin vaikea kuvitella muusikkoa, joka ei olisi myös luova, koska pelkkä konemainen soitto ei tee kestäkään lahjakasta muusikkoa. Luovuuden mukaan ottaminen lahjakkuuskäsitteeseen monimutkaistaa asioita paljon. Gagnén mielestä myös Renzullin mallin ”keskitason ylittävä älykkyys” on kovin epäselvä. Sitä tulisi eritellä tarkemmin sekä jakaa eri lajeihin. (Uusikylä 1994, 47-48.)

Kolmen ympyrän lahjakkuusmallin (ks. kuvio 1) pohjalta Renzulli on kehittänyt kolmen tason rikastamisohjelman. Rikastamisohjelmalla on neljä päätavoitetta: edistää oppilaiden luovaa tuotteliaisuutta ja kehittää heidän opiskelutaitoja, kehittää yhteistyötä ei kilpailua integroimalla erityisohjelmien palvelut säännölliseen opetussuunnitelmaan, minimoida elitismisyytökset ja kielteiset asenteet lahjakkaiden ohjelmien osallistujia kohtaan sekä parantaa kaikkien koulun oppilaiden opiskelua ja opiskelumotivaatiota. Rikastamisohjelman avulla pyritään luomaan jokaiselle koulun henkilökunnan jäsenelle oma vastuualue lahjakkaiden oppilaiden opetuksen kehittämisessä, jolloin asia ei kuulu vain erityisopettajille. Ohjelman toteutuksesta vastaa koulussa valittu työryhmä. Ohjelmassa jaetaan rikastaminen kolmelle eri tasolle. (Uusikylä 1994, 175-176.) Seuraavaksi esittelemme Renzullin teoriaa kritisoineen Gagnén (2005) DGMT-mallin. Gagnén malli on Renzullin mallin tapaan implisiittinen teoria.

### 2.2.2 Gagnén DGMT -malli

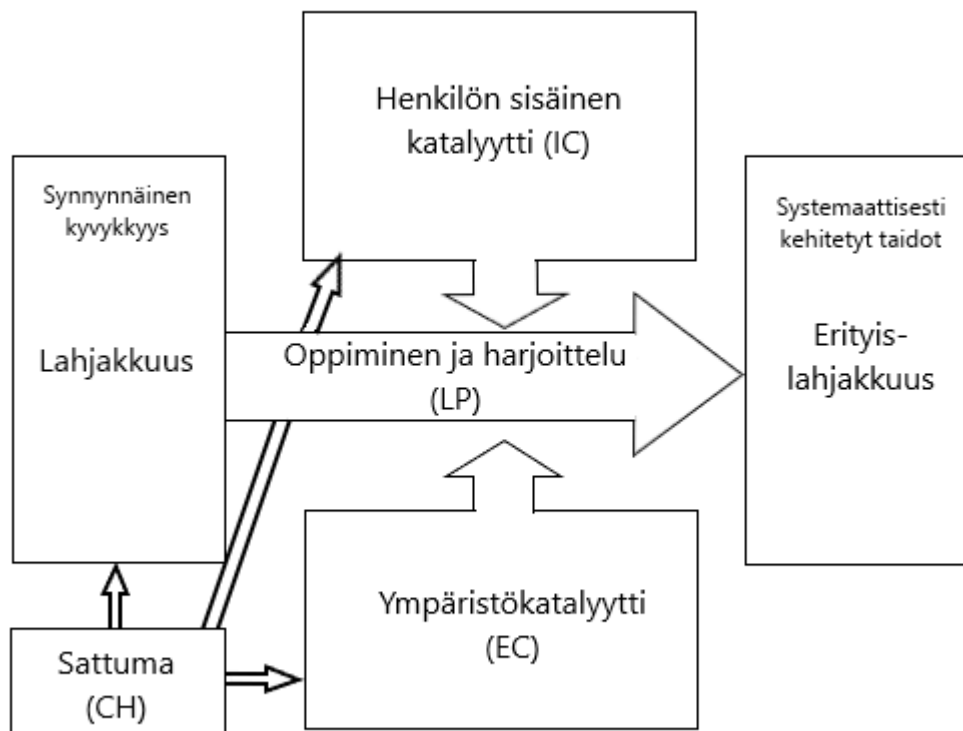
Francouys Gagné (2005) erottelee DGMT -mallissa (*Differential Model of Giftedness and Talent*) toisistaan lahjakkuuden (*giftedness*) ja erityislahjakkuuden (*talent*), jotka on nähtävissä kuviossa 2. Lahjakkuus sijoittuu mallin vasempaan reunaan.

Mallin mukaan lahjakkuudella tarkoitetaan synnynnäistä kyvykkyyttä (*Natural Abilities*). Synnynnäinen kyvykkyys ilmenee siten, että yksilö sijoittuu vähintään yhdellä alalla ikäryhmänsä parhaan 10% joukkoon. Erityislahjakkuus sijoittuu mallin oikeaan reunaan. Erityislahjakkuudella tarkoitetaan taitoja, joita on systemaattisesti kehitetty (*Systematically Developed Skills*). Kun lahjakas sijoittuu ikäryhmänsä parhaan 10% joukkoon, erityislahjakas sijoittuu alansa parhaaseen 10% prosenttiin. Lahjakkuudella ja erityislahjakkuudella on kolme yhteistä ominaisuutta:

1. molemmat viittaavat ihmisen kykyihin,
2. molemmat ovat normatiivisia siinä mielessä, että ne kohdistuvat yksilöihin, jotka eroavat normaalista tai tavallisesta/keskiverrosta ja
3. molemmat viittaavat yksilöihin, jotka ovat "epätavallisia" erinomaisen käyttäytymisen vuoksi.

Gagnén mukaan näiden kolmen yhteisen ominaisuuden takia ammattilaiset ja ei-ammattilaiset sekoittavat ne. (Gagné 2005, 99.)

Gagnén DGMT-malli (ks. kuvio 2) esittää pitkäaikaisten taitojen kehittymisen prosessin ja avaa erilaisia dynaamisia vuorovaikutuksia kuuden komponentin välillä. Se esittelee lahjakkuuden ja erityislahjakkuuden lisäksi neljä muuta komponenttia, jotka helpottavat havainnollistamaan tarkemmin erityislahjakkuuden kehittymisen monimutkaisuutta. Henkilön sisäinen katalyytti (*Intrapersonal catalysts* (IC)), ympäristökatalyytti (*Environmental catalysts* (EC)) sekä oppiminen ja harjoittelu (*Learning and practicing* (LP)) sijoittuvat mallin keskelle. Neljäs komponentti eli sattuma (*Chance* (CH)) on sijoitettu mallin vasempaan alakulmaan. (Gagné 2005, 99.)



KUVIO 2. DGMT-mallin kuusi katalyyttiä. (mukaiillen Gagné 2005, 100)

Mallin (ks. kuvio 2) kuusi komponenttia voidaan jakaa kahteen kolmen komponentin joukkoon. Ensimmäistä joukkoa voidaan kutsua nimellä "Erityislahjakkuuden kehittämisen kolmikko" (*The Talent Development Trio*). Siihen kuuluvat lahjakkuus (*giftedness*), erityislahjakkuus (*talents*) sekä oppiminen ja harjoittelu (LP). Ne kuvaavat erityislahjakkuuden kehittymisen ydintä ja muutosta jollain tietyllä alalla, joka on tapahtunut pitkään jatkuneen harjoittelun sekä opettelu-prosessin kautta korkean tason taidoksi. Lahjakkuuden komponentin sisällä on synnynnäinen kyvykkyys (*Natural Abilities*), joka on jaettu neljään osaan: älylliseen, luovaan, sosio-emotionaaliseen ja sensomotoriseen. Näitä esiintyy kaikilla yksilöillä jollain tasolla, mutta lahjakkaasta voidaan puhua vasta silloin kuin taito ylittää erinomaiseen. Erityislahjakkuuden komponentin sisällä on systemaattisesti kehitetyt taidot (*Systematically Developed Skills*), jotka voivat esiintyä millä alalla tahansa. Synnynnäinen kyvykkyys muuttuu systemaattisesti kehitetyksi taidoksi

oppimisen ja harjoittelun kautta, joka kulkee mallissa nuolena näiden edellä mainittujen välillä. Systemaattisesti kehittyneeseen taitoon vaikuttaa kypsyminen, mahdollinen instituution ulkopuolella tapahtuva oppiminen sekä muodollinen instituutiossa tapahtuva oppiminen ja arkioppiminen. (Gagné 2005, 99-105.)

Gagnén (2005, 105-107) mukaan toisen kolmen komponentin joukon nimi on ”Katalyytti kolmikko” (*The Trio of Catalysts*). Kolmikkoon kuuluvat henkilön sisäinen katalyytti (IC), ympäristökatalyytti (EC) sekä sattuma (CH), joita voidaan ajatella lahjakkuuden virittäjinä. Näille kolmelle komponentille on yhteistä se, että joko edistävät tai estävät kykyjen kehitymisprosessin. Henkilön sisäiseen katalyyttiin kuuluvat fyysiset ominaisuudet, motivaatio, tahto, itsehallinta ja persoonallisuus. Ympäristökatalyytin Gagné jakaa ympäristöön, ihmisiin, palveluihin ja tapahtumiin. Sattuman Gagné on lainannut malliinsa Tannebaumilta (1983). DGMT-mallissa (ks. kuvio 2) sattuman vaikutus muihin katalyytteihin on esitetty nuolilla.

### 2.2.3 Gardnerin moniälykkyysteoria

Howard Gardner on esittänyt teoksessaan *‘Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences’* (1983) moniälykkyysteorian, joka koostuu seitsemästä intelligenssistä eli lahjakkuustyypistä. Gardner määrittelee moniälykkyysteoriansa sekä biologisen että kulttuurillisen tutkimuksen pohjalta. Neurobiologinen tutkimus osoittaa, että oppiminen on seuraus synaptisten yhteyksien ja solujen välillä tapahtuvasta muutoksesta. Vaikka intelligenssit ovat aivoissa erillään toisistaan, Gardnerin mukaan ne harvoin toimivat yksin. (Brualdi 1998, 26.) Gardner käsittelee älykkyyden biopsykologisena potentiaalina prosessoida tietoa, joka aktivoituu kulttuurin puitteissa sille arvokkaana ongelman ratkaisuna tai tuotteiden luomisena. Hänen mukaansa älykkyyttä ei voi nähdä eikä laskea, vaan se on potentiaalia, jonka aktivoituminen riippuu kulttuurissa vallitsevista arvoista ja sen tarjoamista mahdollisuuksista sekä yksilön ja/tai hänen perheen, opettajan tai muun tekemistä henkilökohtaisista päätöksistä. (Gardner 1999, 33-34.)

Gardnerin (1999, 41-42) moniälykkyysteorian ensimmäinen intelligenssi on *lingvistinen eli kielellinen lahjakkuus*, joka käsittää herkkyyden niin puhuttuun

kuin kirjoitettuun kieleen sekä sen oppimisen. Kielelliseen lahjakkuuteen liittyy myös kyky käyttää kieltä tavoitteiden saavuttamiseksi. Toinen intelligenssi on *loogis-matemaattinen lahjakkuus*, joka sisältää kyvyn analysoida laskutehtäviä loogisesti ja suoriutua laskutoimituksista sekä tutkia ongelmia tieteellisesti. Matemaatikot, loogikot ja tieteilijät hyötyvät loogis-matemaattisesta lahjakkuudesta. Lingvistinen ja loogis-matemaattinen lahjakkuus ovat perinteisesti hyvin arvos-tettuja koulussa.

Seuraavat kolme intelligenssiä ovat eritoten merkittäviä taiteissa. Ensimmäinen niistä on *musiikillinen lahjakkuus*, joka sisältää musiikin esittämisen, säveltämisen ja sen rakenteiden ymmärtämisen. Toinen on *kehollis-kinesteettinen lahjakkuus*. Se sisältää kyvyn käyttää omaa kehoaan tai osaa siitä ongelmien ratkaisuun tai tuotteiden luomiseen. Kolmas taiteessa merkittävä intelligenssi on *spatiaalinen lahjakkuus*. Spatiaaliselle lahjakkuudelle on ominaista avaruudellinen hahmotuskyky. (Gardner 1999, 42.)

Gardnerin (1999, 43) moniälykkyysteorian kaksi viimeistä intelligenssiä liit-tyvät persoonaan. Ensimmäinen on *interpersoonallinen lahjakkuus*, joka tarkoittaa ihmisen kykyä ymmärtää muiden ihmisten tarkoituksia, motivaatioita ja haluja sekä kyvyn toimia yhteistyössä muiden kanssa. Toinen on *intrapersonallinen lah-jakkuus*, joka käsittää kyvyn ymmärtää omaa itseään. Itsensä ymmärtämiseen kuuluu omien toiveiden, pelkojen ja vahvuuksien tunteminen.

Teoksessaan *'Intelligence Reframed: Multiple Intelligences'* (1999) Gardner har-kitsee kolmea uutta intelligenssiä lisättäväksi alkuperäiseen moniälykkyysteori-aan. Nämä kolme intelligenssiä ovat: *naturalistinen lahjakkuus*, *hengellinen lahjakkuus* ja *eksistentiaalinen lahjakkuus*. (Gardner 1999, 47, 48, 52.) Tähän mennessä esi-teltyjen intelligenssien tarkoitus on tukea lahjakkuuden moninaisuutta, eikä ra-jata sen laajuutta tai määritellä sitä kokonaan. (Károlyi, Ramos-Ford & Gardner 2003, 101-102.)

Moniälykkyysteorian mukaan jokaisella intelligenssillä on älyllinen poten-tiaali toimia itsenäisesti ilman muita. Teoriassa voi olla yksilöitä, jotka pystyvät toimimaan tai loistamaan kaikissa intelligensseissä, mutta suurimmassa osassa tapauksissa yksilöt ovat monimuotoisempia ja heillä on sekä vahvuuksia että

heikkouksia. Lahjakkaat oppilaat saattavat olla myös hyvin eritasoisia älyllisesti. Moniälykkyysteorian mukaan kaikkia oppilaita voi opettaa saman lähestymistavan mukaisesti, kunhan opettajat selvittävät oppilaiden kyvykkyyden, minkä jälkeen he etsivät parhaat keinot, miten he voivat tukea ja kehittää oppilaita. (Károlyi, Ramos-Ford & Gardner 2003, 101-103.) Meidän pro gradu -tutkielman kannalta Gardnerin moniälykkyysteoria on merkittävä, koska siinä on oma intelligenssi matemaattiselle lahjakkuudelle. Tällä tarkoitamme toista intelligenssiä, jonka nimi on loogis-matemaattinen lahjakkuus. Gardnerin käsitys loogis-matemaattisesta lahjakkuudesta kuvaa hyvin sitä lahjakkuuden osa-aluetta, mitä me pyrimme tutkimaan.

#### 2.2.4 Sternbergin kognitiivinen teoria

Sternberg määrittelee älykkään lahjakkuuden olevan laajempaa kuin pelkkä älykkyydosamäärä tai suoritustesti. Hän jakaa lahjakkuuden kolmeen päälajeihin teoriassaan *'Theory of Successful Intelligence'*, jotka ovat analyyttinen, synteettinen ja praktinen lahjakkuus. Kuten Gardnerin moniälykkyysteorioissa, myös Sternbergin teoriassa nähdään ihmiset monimuotoisina. Yleensä ihmisissä ei esiinny vain yhtä kolmesta lahjakkuuden päälajista, vaan heissä on sekoitus kaikkia kolmea. Sternberg mittaa lahjakkuuden päälajeja hänen suunnittelemlaan testillä, *'Triarchic Abilities Test'*. (Sternberg 2003, 88-89, 90, 94.)

Analyyttisesti lahjakkaat osaavat analysoida ongelman ja ymmärtää sen osia. Analyyttisesti ja älykkäästi lahjakkailla on tapana suoriutua hyvin perinteisissä älykkyystesteissä, koska nämä kokeet painottavat analyyttistä päättelyä. Synteettinen lahjakkuus näkyy ihmisissä oivalluskykynä, intuitiivisuutena, lahjakkuutena tai yksinkertaisesti kykynä hallita uusia tilanteita. Synteettisesti lahjakkaat eivät välttämättä suoriudu hyvin älykkyystesteissä. He saattavat vastata väärin testien kysymyksiin, koska he eivät näe asioita samalla kuin monet muut. Vaikka heillä ei ole korkein älykkyydosamäärä, he voivat olla niitä, jotka antavat arvokkaimman panoksen tieteelle, kirjallisuudelle, taiteelle ja draamalle. Praktisesti lahjakkaat osaavat soveltaa analyyttistä ja synteettistä kyvykkyyttään arki-

päivän käytännöllisiin tilanteisiin. Praktisesti lahjakkaat ihmiset menevät tapah-  
tumapaikalle, ottavat selvää siitä mitä on tehtävä ja tekevät sen. Monilla ihmisillä  
on vahvaa analyyttistä ja praktista kyvykkyyttä, mutta eivät osaa soveltaa näitä  
kykyjään sosiaalisissa tilanteissa tai uralla etenemiseen. (Sternberg 2003, 89-90.)

Meidän pro gradu -tutkielman näkökulmasta Sternbergin kognitiivisen teo-  
rian lahjakkuuden päälajeista merkittävin on analyyttinen lahjakkuus. Vaikka ih-  
minen on lahjakkuuden päälajien sekoitus, on matemaattisen lahjakkuuden kan-  
nalta olennaista analyyttinen lahjakkuus. Jos vertaa molempia eksplisiittisiä teo-  
rioita, Sternbergin kokoamaan listaan lahjakkuuden määritelmistä löytyvistä yhtäläisyyksistä (ks. sivu 8), on niissä havaittavissa selkeitä yhtäläisyyksistä. Sekä Garderin moniälykkyysteoriassa että Sternbergin kognitiivisessa teoriassa lah-  
jakkuus nähdään muunakin kuin korkeana älykkyydosamääränä. Edellisen li-  
säksi molemmissa teorioissa lahjakkuus nähdään lisäksi esiintyvän monessa eri  
muodossa, eikä vain yhtenä asiana.

### **2.3 Lahjakkuuden ymmärtämisen problematiikasta koulussa**

Lahjakkaiden oppilaiden erityistarpeista puhuminen aiheuttaa herkästi riitaa.  
Riidan osapuolet leimataan herkästi itsekään elitistisiksi tai kateellisiksi tasapäis-  
täjiksi. Lahjakkuus sanaan liittyy paljon tunteita. Keskeistä lahjakkaiden oppilai-  
den opetuksessa on kysymys oikeudenmukaisuudesta. Suomen virallinen kou-  
lutuspolitiikka on turvannut kaikille peruskoulu-uudistuksesta lähtien koulu-  
tukseen pääsyn tasa-arvon. Suomessa on 1970-luvun jälkeen esiintynyt hyvin vä-  
hän äärimmäistä kasvatusoptimismia eli halua tasata oppimiseroja ja koulusaa-  
vuuksia. Peruskoulua on moitittu sen synnystä lähtien tasapäisyydestä ja lah-  
jakkaiden unohtamisesta. Uusikylä (2020, 221) tuo esille, että jo POPS 1 (1970)  
toteaa, että opetusta eriyttämällä jokaiselle oppilaalle pyritään tarjoamaan kyky-  
jensä ja edellytystensä mukaista opetusta. Tämä käsittää myös lahjakkaat oppi-  
laat, mutta on kuitenkin eri asia, onko pyrkimys toteutunut. Lahjakkaiden opetus  
vaatii resursseja, hallintaviranomaisten ymmärrystä sekä aisaan hyvin perehty-  
neitä opettajia. Lahjakkaiden opetus ei tulisi olla ajan hengen mukaista brändin

luomista ja koulun mainostamista. Lahjakkaiden opetus tulisi olla aitoa lahjakkuuden edistämistä. (Uusikylä 2020, 219, 221.)

Brody ja Stanley (2005, 32) kirjoittavat, kuinka monet ihmiset saattavat olla vihamielisiä lahjakkaita nuoria kohtaan. Tosin ehkä hieman vähemmän matemaattisesti lahjakkaita kohtaan kuin kielellisesti lahjakkaita. Vihamielinen asenne on voimakkaasti ristiriidassa esimerkiksi Yhdysvaltojen kansalaisten yleiseen myönteiseen asenteeseen musiikillisesti lahjakkaita ja huippu-urheilijoita kohtaan. Mm. Friedberg (1996) ja Stanley (1974) ovat tuoneet ilmi sen kuinka syvälle tämä ennakkoluulo yltää. Ilmaisut kuten seuraavat yltävät kirjallisuudessa jo Shakespearen aikaan: ”Varhain kypsä, varhain mätä” (*Early ripe, early rot*), ”Niin viisas, niin nuori, harvoin elää pitkään, he sanoivat” (*So wise so young, they say, do never live long*) ja ”Heidän tuotantonsa... joutuu kantamaan merkkiä varhaiskypsyydestä ja ennenaikaisesta viiveestä” (*Their productions...bear the marks of precocity and premature delay*).

Freeman (2005, 91) on tehnyt 30 vuotta kestäneen seurantatutkimuksen huippulahjakkaista. Tutkimus osoitti, että huippulahjakkaaksi leimautuminen voi olla onnettoman elämän alku, koska oppilaan on oltava joka päivä hyvä, mieluiten täydellinen kelvataksaan vanhemmille ja opettajille. Elämä on ahdistavaa, muut oppilaat ympärillä ovat kilpakumppaneita, eivät ystäviä sekä perfektionistinen suorituspakko tappaa luovuuden. (Uusikylä 2020, 15.) Yleisesti oletetaan, että älyllisesti lahjakkaat oppilaat eivät tarvitse erityisopetusta, koska he selviävät itseksensä. Itseasiassa osa oppilaista näyttää pärjäävän hyvin itseksensä: he ansaitsevat luokkansa parhaita arvosanoja, suuntaavat huippuyliopistoihin ja pärjäävät elämässä hyvin. Siitä huolimatta he eivät aseta tavoitteitaan ja toiveitaan niin korkealle kuin, jos heille olisi tarjottu tarpeeksi haasteita. Lahjakkaisissa oppilaissa eniten huolenaihetta aiheuttavat ne oppilaat, jotka eivät saa ylöspäin eriyttävää erityisopetusta ja sen takia alkavat alisuoriutumaan. Näiden lahjakkaiden oppilaiden ei ole koskaan tarvinnut opetella tai harjoitella, joten he eivät ole kehittäneet itselleen sopivia oppimistyylejä pysyäkseen luokkatovereidensa perässä. Näillä oppilailla on suuri riski jättäytyä kaiken akateemisen opiskelun ulkopuolelle ja heille voi kehittyä sosiaalisia ja emotionaalisia vaikeuksia. (Brody



& Stanley 2005, 32.) Myös Näverin (2018) mukaan erilaisten kykyjen ja vahvuuksien painottamisessa varhaislapsuudessa ja alakouluiässä piilee vaara. Hänen mukaansa kyvykkyyssajattelun tuominen varhaislapsuuteen ja tavoitteiden määrittämiseen, vaikeuttaa oppilaan siirtymistä seuraavalle kouluasteelle, koska se johtaa liian varhaisiin valintoihin ja eriytymiseen.

Yksi lahjakkaiden oppilaiden isoimmista haasteista on se, että heidän lahjakkuus on enemmän yksityiskohtaista kuin yleispiirteistä. Vaikka jotkut lahjat vaikuttavat ihmisen kyvykkyyteen melkein jokaisessa oppiaineessa, kuten kyky käsitellä ja yhdistää uusia asioita, toiset lahjat rajoittuvat tietyn alan tietoon. Sama oppilas, joka selviytyy helposti matematiikan tehtävistä, pelaa maakunnan tasolla jääkiekkoa tai lumoa viulun soitollaan konsertissa, voi olla keskiverto tai heikko kyvyiltään joissakin muissa oppiaineissa. Ei ole harvinaista, että lahjakkailla oppilailla on myös oppimisvaikeuksia, kuten lukivaikeus tai Aspergerin oireyhtymä. (Distin 2006, 33.)

Lahjakkaat oppilaat ovat kuitenkin älykkäitä ja huomaavat, kun heidän saavutuksensa joillakin osa-alueilla eivät ole niin hyvät kuin heidän ikätovereillaan. Lisäksi, vaikka oppilaan kyvyt ovat kohtalaisen hyvät joillakin osa-alueilla, se kuinka erinomaisesti oppilas suoriutuu omalla alueellaan, voi saada hänen keskivertosuorituksen näyttämään suhteettoman huonolta. Jos oppilas on tottunut erinomaisiin suorituksiin suurimmassa osassa alakoulun oppiaineissa ilman, että hän joutuu yrittämään, niin harjoittelun määrä voi tulla yllätyksenä esimerkiksi yläkoulussa tai lukiossa. Tällaisissa tilanteissa oppilaat ajattelevat, että heidän pitäisi oppia yhtä nopeasti kaikilla alueilla. Lisäksi he ovat kohtuuttoman ankaria arvioidessaan omia kykyjä ja suorituksia. (Distin 2006, 33-34.) Koulun ja opettajien tulisikin tiedostaa nämä haasteet, jotta he pystyisivät antamaan oppilaille heidän taitotasonsa mukaista opetusta jokaisessa oppiaineessa.

## **2.4 Suomalaisten opettajien näkökulmia lahjakkaista oppilaista**

Tirrin ja Kuusiston (2013, 91) mukaan Suomalainen kasvatustieteellinen politiikka on 1970-luvulta asti korostanut tasa-arvoa kaikille oppilaille. Tämä tasa-arvo on lähinnä

tarkoittanut niiden oppilaiden huomioimista, joilla on oppimisvaikeuksia tai muita vaikeuksia, joiden oikeuksia saada erityisopetusta on suojeltu lainsäädäntöjen kautta. Suomi ei ole perinteisesti tunnustanut lahjakkaiden opetusta, etenkin lainsäädännössä. Kuitenkin 1980-luvulta alkaen, suunta kohti yksilöllisyyttä ja valinnan vapautta on lisännyt mahdollisuuksia lahjakkaiden nopeutetulle opiskelulle.

Suomessa lahjakkuutta ei nähdä vain perinnöllisenä, synnynnäisenä tai itsestään selvyytensä, vaan oppiminen ja oppimisprosessi nähdään myös merkityksellisenä. Yleisessä keskustelussa käsitetään niin, että lahjakkuus kehittyy, kun oppilas on motivoitunut, työskentelee kovasti ja saa tukea ympäristöstään. (Laine 2010b, 73.) Viime vuosien kansallinen tarve löytää uusia keksintöjä tulevaisuutta varten on asettanut suuremman merkityksen lahjakkaiden tarpeiden ymmärtämiseen. Lahjakkaiden tarvitsema erityisopetus on myös noussut keskeiseksi Suomessa. Vaikka askeleita on otettu kasvatustieteessä, on tärkeää ymmärtää sen rajoitukset. Koska Suomi on maantieteellisesti suhteellisen iso maa, jolla on pieni väestö, lähitulevaisuudessa ei ole mahdollista järjestää erillisiä kouluja lahjakkaille. Haasteeksi jää, kuinka taata tasa-arvoiset mahdollisuudet kaikille lahjakkaille ja kyvykkäille oppilaille, jopa harvaan asutuilla alueilla. (Tirri & Kuusisto 2013, 91, 92.)

Laineen, Kuusiston ja Tirrin (2016, 158-159) tekemän tutkimuksen mukaan suomalaiset opettajat määrittävät lahjakkuuden kahteen pääkategoriaan: lahjakkuus ilmiönä ja lahjakkaan luonteenpiirteet. Lahjakkuus ilmiönä nähtiin moniulotteisena, mikä tarkoittaa sitä, että lahjakkuutta voi esiintyä eri alueilla. Vaikka opettajien mielestä lahjakkuutta voi esiintyä eri alueilla, lahjakkuus nähtiin enemmän alakohtaisena. Suomalaiset opettajat näkivät lahjakkuuden eroavaisuutena muista. Heidän mukaansa lahjakkuus on erityistä tietoa, kykyä ja taitoa. Lahjakkuus nähtiin ennemmin pysyvänä, koska siitä puhuttiin synnynnäisenä ja luonnollisena. Lahjakkuus nähtiin vähemmän muuttuvana, potentiaalina tai tukea tarvitsevana.

Kun suomalaiset opettajat määrittivät lahjakkuutta, he kuvailivat lahjakkaiden yksilöiden luonteenpiirteitä, johon usein sisältyi kognitiiviset piirteet.

Opettajat ilmaisivat, että lahjakkaille oppiminen on helppoa ja nopeaa. He mainitsivat myös tarvittavan tiedon soveltamisen, ymmärtämisen, älykkyyden ja aiemmin saadun tiedon käyttämisen oppimisprosessissa. Kognitiivisten piirteiden lisäksi opettajat kuvailivat lahjakkaiden luovia piirteitä. Lahjakkaita kuvailtiin luoviksi ja innovatiiviseksi. He myös luovat ja ajattelevat uusia asioita sekä ovat luovia ongelmien ratkaisussa. Lahjakkaita nähtiin myös motivaation piirteitä, kuten kiinnostusta, innostusta, halua tietää ja oppia, uteliaisuutta sekä motivaatiota. Opettajat näkivät myös lahjakkaiden oppilaiden vahvuuksina itsenäisyyden, rohkeuden, ennakkoluulottomuuden ja kyseenalaistamisen. (Laine, Kuusisto & Tirri 2016, 158-159.)

Laine ja Tirri (2016) tutkivat, miten suomalaiset alakoulun opettajat vastaavat lahjakkaiden oppilaiden tarpeisiin. Kun alakoulun opettajilta kysyttiin, kuinka usein he suunnittelevat opetuksensa ottamaan erityisesti lahjakkaat oppilaat huomioon, heidän vastauksensa vaihtelivat ”hyvin harvoin” ja ”joka päivä” välillä. Tutkimuksen sekä mediaani että moodi oli ”vähintään kerran viikossa” ja 40% opettajista valitsi tämän vaihtoehdon. Kukaan opettajista ei valinnut vastaukseksi ”ei koskaan”. Opettajista 23% suunnittelivat opetuksen sopivaksi lahjakkaille oppilaille päivittäin, kun taas 37% opettajista eivät aktiivisesti suunnitelleet opetusta tukeakseen lahjakkaita oppilaita. Melkein kaikki opettajat ilmoittivat käyttävänsä eriyttämistä keinona ottaa lahjakkaiden oppilaiden tarpeet huomioon. Pääasiassa opettajat tukivat lahjakkaita oppilaita antamalla heille eriyttäviä tehtäviä ja materiaaleja. Opettajat tarkensivat, että lahjakkaille oppilaille annetut tehtävät olivat haastavampia ja vaikeampia sekä tehtävät itsensä olivat eriytettyjä ja erilaisia. Jotkut opettajat mainitsivat erityisesti ongelmanratkaisu- ja soveltavat tehtävät. Neljäsosa opettajista painotti itsenäistä työskentelyä. Nämä opettajat antoivat lahjakkaiden oppilaiden työskennellä itsenäisten projektien, esitelmien ja opintojen parissa sekä tehdä itsenäisiä valintoja tehtävissä. Muita opettajien eriyttämisen keinoja olivat lisätyöt, apuopettajana toimiminen, lahjakkaiden oppilaiden kannustaminen, taidonnäytteen antaminen luokalle sekä lahjojen ja vahvuuksien löytämisen auttaminen. Vain harva opetta-

jista mainitsi eriytetyn ohjeistuksen, pienryhmätoiminnan tai sopeutetun oppimistahdin. Yleisesti suomalaiset opettajat tietävät, että lahjakkaiden oppilaiden opetus tulisi eriyttää, mutta heitä ei ole opetettu tai koulutettu, miten ottaa lahjakkaiden oppilaiden tarpeet huomioon, minkä takia he eivät ota käyttöön kirjallisuudessa mainittuja käytäntöjä. Tämän takia opettajankoulutuksella ja täydennyskoulutuksella on merkittävä rooli informoida opettajille, kuinka tukea lahjakkuutta ja kuinka eriyttää ohjeita tehokkaammin ottaen lahjakkaat oppilaat huomioon. (Laine & Tirri 2016, 155-158.)

Laineen (2010b, 68, 72) mukaan suomalaisessa lahjakkuuteen liittyvässä yleisessä keskustelussa on selviä väärinkäsityksiä löydetty kolme. Ensimmäinen on, että jokainen oppilas on lahjakas. Vaikka usein on todettu, että lahjakkaiden määrä on rajallinen, vastakkainen mielipide on läsnä. Kaikki oppilaat eivät ole yhdenvertaisen lahjakkaita, mutta kaikilla on omat vahvuudet ja heikkoudet sekä ovat yhtä tärkeitä ja arvokkaita. Toinen väärinkäsitys on, että lahjakkaat oppilaat voivat menestyä omillaan. Tällainen käsitys jättää huomiotta lahjakkaiden oppilaiden tarpeet ja voi yleisesti olla hyvin haitallinen heille. Kolmannen mukaan lahjakkailla oppilailta on usein vaikeuksia heidän sosiaalisessa elämässä. Edellä mainittua ei voi suoraan pitää väärinymmärryksenä, vaan sitä tulee tarkastella varoen.

### 3 MATEMAATTINEN LAHJAKKUUS JA MENESTYMINEN KOULUMATEMATIIKASSA

#### 3.1 Matemaattisen lahjakkuuden tunnistamisen haasteita

Matemaattista lahjakkuutta on yritetty määritellä monesti pitkällä aikavälillä, mutta vielä ei ole löydetty yhtä kaikkia tyydyttävää määritelmää (Stenberg 2004, 24-25; Ruokamo 2000, 18). Monissa tutkimuksissa matemaattisen lahjakkuuden sijaan käytetään käsitettä matemaattisesti kyvykäs. Tämä on nähtävissä myös lahjakkuus teorioissa kuten Renzullin Kolmen ympyrän mallissa (1986) sekä Gagnén DGMT -mallissa (2005). Ainoa asia, josta tutkijat ovat päässeet yhteisymmärrykseen on, että tulisi tehdä ero tavallisen koulukyvykkyyden ja luovan matemaattisen ajattelun välille. Psykologit ja matemaatikot myös erottelevat nämä kaksi tasoa toisistaan. Koulukyvykkyydellä tarkoitetaan oppilaan kykyä oppia ja hallita matemaattista informaatiota, tarkoituksenmukaisten tietojen ja taitojen nopeaa ja merkityksellistä hallintaa koulumatematiikan kursseilla. Luova tieteellinen matemaattinen kyvykkyys on kyvykkyyttä tieteelliseen matemaattiseen toimintaan. Luova matemaattinen kyvykkyys tuottaa uusia saavutuksia ja tuloksia, jotka ovat merkittäviä yhteiskunnan kannalta. (Ruokamo 2000, 18.)

Singer, Shefielt, Freiman & Bradl (2016, 3-4) mukaan matemaattinen lahjakkuus voi ilmetä koululahjakkuutena sekä luovana ja tuottavana lahjakkuutena. Koululahjakkuus ilmenee hyvänä pärjäämisinä standardeissa testeissä ja kykynä hankkia tietoa. Luova ja tuottava lahjakkuus taas ilmenee kykynä tuottaa uusia tuotteita tai prosesseja. Lisäksi termiä ”hyvä oppilas” voidaan käyttää oppilaasta, joka suoriutuu korkeatasoisesti koulussa ja mielellään miellyttää vanhempiaan ja opettajaa, mutta ei ole kuitenkaan lahjakas. Oppilas voi siis olla matemaattisesti lahjakas, mutta pärjätä huonosti koulumatematiikassa tai toisinpäin oppilas voi pärjätä koulumatematiikassa erinomaisesti mutta ei silti välttämättä ole matemaattisesti lahjakas. Hyvä koulumenestys ei siis tarkoita lahjakkuutta.

Sharma (2013, 16-17) nosti esiin artikkelissaan useiden tutkijoiden määrittämiä kriteerejä matemaattiselle luovuudelle. Kriteerien analyysistä nousi esiin

kolme yhteistä tekijää. Ensimmäisenä tekijänä on kyky käyttää uusia ja luovia menetelmiä ongelmanratkaisutilanteissa aiemmin opittujen menetelmien sijaan (eng. fixation). Sharman mukaan ihmisillä on taipumusta pitäytyä aiemmin hyviksi koetuissa menetelmissä ongelmanratkaisutilanteissa. Näin saattavat vaihtoehtoiset ja paremmin toimivat menetelmät jäädä käyttämättä. Opettajien tulisi tarjota oppilaille sellaisia tehtäviä, jotka pakottavat oppilaita käyttämään aiempien kokemusten perusteella todettujen ongelmanratkaisumenetelmien tilalla vaihtoehtoisia menetelmiä. Näin oppilaiden epävarmuuden sietokyky ja luovuus sekä ongelmanratkaisusitkeys kehittyisivät. Toinen tekijä oli kyky muodostaa matemaattisia tehtäviä ja kolmas oli kyky ratkaista matemaattinen tehtävä monella eri tavalla. Sharman mukaansa, erilaiset kasvatustieteilijät ovat samaa mieltä yllä mainituista kolmesta tekijästä, ja että niistä voi olla hyötyä lahjakkuuden tunnistamisessa sekä edistämässä matematiikassa.

Leikinin (2014, 248) mukaan matemaattisiin kykyihin kuuluu laaja skaala erilaisia yleisiä kognitiivisia taitoja, kuten visuospatiaalinen, visuaalinen ja visuumotorinen hahmottaminen, tarkkaavaisuus ja muisti. Yhdessä nämä kognitiiviset taidot mahdollistavat matemaattisten taitojen hankkimisen, matematiikan ymmärtämisen sekä suoriutumisen erilaisista matemaattisista aktiviteeteista. Matemaattiset aktiviteetit liittyvät viiteen eri matemaattiseen osa-alueeseen: luvun ja määrän väliseen yhteyteen, avaruudelliseen hahmottamiseen, säännönmukaisuuteen, muutokseen ja järjestyksen ominaisuuksiin. Menestykselliseen matemaattiseen työskentelyyn taas kuuluu strategisia taitoja kuten mallintamisen, uudelleen muotoilun ja joustavuuden, päättelykyvyn ja johtopäätösten teon sekä argumentoinnin ja sosiaalisen vuorovaikutuksen taitoja.

Kilpatrick, Swafford ja Findellel (2001, 116, 133) ovat kehittäneet Narunpäämallin kuvaamaan matemaattisen osaamisen piirteitä. Mallissa viisi narunpäää kuvaavat matemaattisen osaamisen osa-alueita, jotka ovat käsiteellinen ymmärtäminen (*conceptual understanding*), proseduraalinen sujuvuus (*procedural fluency*), strateginen kompetenssi (*strategic competence*), mukautuva päättely (*adaptive reasoning*) ja yritteliäisyys (*productive disposition*). Narun päät ovat osa kokonaisuutta, jossa ne ovat kietoutuneet toisiinsa ja ovat riippuvaisia toisistaan

matematiikan taitojen kehittämisessä. Kaikki viisi narun päätä muodostavat yhdessä vahvan köyden eli matemaattisen osaamisen. Kaikkia matemaattisen osaamisen piirteitä tulee kehittää samanaikaisesti ja laaja-alaisesti muiden piirteiden kanssa. Tällainen oppiminen vie aikaa ja opettajien haastavin tehtävä onkin pitää huolta, että oppilaat etenevät jokaisella osa-alueella eikä vain yhdellä tai kahdella.

Berg ja McDonald (2018, 281, 283, 288) tutkivat, mitkä kognitiiviset prosessit selittävät eron matemaattisessa päättelyssä matemaattisesti lahjakkaiden ja heidän matematiikassa tavanomaisesti suoriutuvien ikätovereiden välillä. Tutkimukseen osallistujat olivat alkuopetusikäisiä oppilaita, joiden suoriutuminen koulussa asettui keskiverron ja korkean suorituksen välille. Tutkimustulokset osoittivat, että isoin ero matemaattisesti lahjakkaiden ja heidän matematiikassa tavanomaisesti suoriutuvien ikätovereiden välillä oli avaruudellisessa työmuistissa (*visual-spatial working memory*) sekä lyhytaikaisessa muistissa (*short-term memory*). Avaruudellisen työmuistin sekä lyhytaikaisen muistin lisäksi sukupuoli, kronologinen ikä ja joustava älykkyys (*fluid intelligence*) selittävät 70% siitä, miten matemaattisesti lahjakkaat eroavat matematiikassa tavanomaisesti suoriutuvista ikätovereistaan matemaattisessa päättelyssä.

Matemaattisesti erityislahjakkaita oppilaita on yleensä 0-1 oppilasta yhdessä luokassa. Heille tyypillistä on matemaattisen ajattelun helppous. Erityislahjakkaat oppilaat miettivät usein todella eritasoisia tehtäviä kuin luokassa opetetaan. Pehkosen ja Rossin (2018) mukaan matematiikkaa nopeasti oppivat oppilaat voidaan erotella kolmeen alaryhmään: hyvämuistiset, motivoituneet ja erityislahjakkaat. Kaikkia heitä yhdistää hyvä menestyminen matematiikassa, mutta syy menestykseen johtuu eri tekijöistä. Sen takia alaryhmien opetuksessa tulisi ottaa huomioon eri asiat. (Pehkonen & Rossi 2018, 91.) Erityislahjakkuus ilmenee erilaisina tuotoksina, harjoitteluna tai prosesseina, kun erityislahjakas toimii omalla lähikehityksen vyöhykkeellään omien taitojensa ja kykyjensä mukaisesti. Oppilas, joka on erityislahjakas, on usein jo itse hakeutunut oman kykyalueensa harrastusten pariin. (Tirri & Laine 2013, 195.)

Käytännöllinen lähestymistapa määritellä lahjakkuutta matematiikassa on käyttää termiä ”matemaattisesti lahjakas”. Sillä kuvataan oppilaita, joita ilmaantuu aika ajoin luokkavuosittain. Älykäs ja ajatteleva opettaja huomaa ja tunnistaa, että luokan ”normaalit” matematiikan tehtävät eivät ole tarpeeksi vaativia ja haastavia. Tällaiselle oppilaalle luonteenomaista ei ole pelkästään korkeatasoinen suoriutuminen matematiikan kokeissa, jotka vaativat tavanomaista tietoa, taitoa, ymmärrystä ja soveltamista matematiikassa. Sen lisäksi matemaattisesti lahjakkaalle oppilaalle luonteenomaista ovat myös korkeat kognitiiviset taidot kuten analyysi, synteesi ja luovuus matemaattisessa toiminnassa. Matematiikka on yksi keskeisistä oppiaineista opetussuunnitelmassa, jossa lahjakkuus voi olla kaikkein ilmeisin. Alakoulun opettajille on tarjolla lisämateriaalia taitaville oppilaille, jotta he voivat saada haasteita ja saavuttaa potentiaalinsa. Kuitenkin alakoulussa tulee vastaan oppilaita, joille lisämateriaalivalikoima on riittämätön eikä tarjoa tarpeeksi haastetta. (Haylock & Thangata 2007, 83.)

Tässä tutkimuksessa me määrittelemme matemaattisen lahjakkuuden luovana matemaattisena ajatteluna. Tiedostamme eron luovan matemaattisen ajattelun ja matemaattisen koulukyvykkyyden välillä. Hyvä suoriutuminen matematiikassa ei välttämättä tarkoita, että oppilas on matemaattisesti lahjakas, vaan hän voi olla myös kyvykäs matematiikassa. Matemaattisen lahjakkuuden tunnistaminen ei ole siis helppoa. Samat haasteet koskevat myös lahjakkuuden käsitettä. Koska lahjakkuuden tutkimuskentälläkään ei ole yhteisymmärrystä siitä, mitä lahjakkuus on, tulee lahjakkuuden tutkijan tiedostaa sen problematiikka.

### **3.2 Matemaattisen lahjakkuuden problematiikkaa**

Matemaattinen lahjakkuus on erittäin monimutkainen käsite eikä sille ole tarkkaa määritelmää. Matemaattinen lahjakkuus viittaa korkeaan matemaattiseen kyvykkyyteen. Silti matemaattinen lahjakkuus usein mielletään synnynnäisenä ominaispiirteenä, kun taas korkea matemaattinen kyvykkyys mielletään muuttuvana ominaispiirteenä, jota voi kehittää. Muuttuva näkökulma matemaatti-



sessä lahjakkuudessa viittaa siihen, että se voidaan havaita vain sopivien tilaisuuksien sattuessa ihmiselle, jolla on korkea matemaattista potentiaalia. Matemaattinen lahjakkuus (*talent*), mikä on todettua lahjakkuutta (*giftedness*), osoitetaan korkeatasoisessa suoriutumisessa matematiikassa. Korkeatasoinen suoriutuminen matematiikassa johtaa matemaattisiin löytöihin ja on sen takia vahvasti yhteydessä matemaattiseen luovuuteen. (Leikin 2014, 247-248.)

Tutkiessaan matemaattista lahjakkuutta Parish (2014, 509, 512, 515.) pohti, mitä termiä hänen tulisi käyttää. Hän kirjoittaa, kuinka monet ihmiset kokevat termin ”lahjakas” vastenmieliseksi. Artikkelissaan Parish päätyy käyttämään termiä ”lahjakas” (*gifted*), vaikka hän tiedostaa sen negatiivisen puolen. Hän ei kuitenkaan ole löytänyt vastaavaa termiä, joka yhtä hyvin kuvaisi hänen tutkiemiensa oppilaiden ominaisuuksia. Parish määrittää matemaattisesti lahjakkaat oppilaat sellaisina, joilla on poikkeuksellisen korkea ja luontainen taipumus ymmärtää matemaattisia käsitteitä. Nämä oppilaat eroavat merkittävästi heidän ikätovereistaan siinä miten he ymmärtävät ja oppivat matematiikkaa.

Matemaattisesta lahjakkuudesta puhuttaessa kiistellään siitä, että syntyvätkö osa oppilaista erityisominaisuuksilla, jotka mahdollistavat matemaattisen lahjakkuuden. Lisäksi kiistellään siitä, onko matemaattinen kyvykkyys ja osaaminen jotain, jota voidaan kehittää tai luoda suurelle osalle oppilaista riippumatta etnisestä, sosiaalisesta ja taloudellisesta perinnöstä. Termi, josta löydetään enemmän yhteisymmärrystä matemaattisen lahjakkuuden tilalla, on matemaattinen lupaus (*mathematical promise*). Termin matemaattinen lupaus on kehittänyt Yhdysvaltalainen matematiikan opettajien neuvosto (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)) tarkoituksenaan painottaa muun muassa seuraavien muuttujien ominaisuuksia, kuten kyvyt, motivaatio, uskomukset, kokemukset ja mahdollisuudet. Kansallinen matematiikan opettajien neuvosto (1995) ehdotti termin ”lupaava” käyttöä enemmän kuin termin ”lahjakas”. Tämän tarkoituksena oli laajentaa määritelmää, jotta se kattaisi paljon suuremman joukon oppilaita. Termin ”lupaava” käyttö avaa mahdollisuuden kehittää kaikkien niiden oppilaiden matemaattisia taitoja, joilla on erinomaiset matemaattiset kyvyt eikä yksinkertaisesti vain tunnista oppilaita, joilla on matemaattista osaamista.

Kansallisen matematiikan opettajien neuvoston kanta eroaa Gagnén näkemyksestä. Gagné on sitä mieltä, että lahjakkuus (*gifts*) on ennakkoedellytys erityislahjakkuudelle (*talent*). (Singer, Sheffielt, Freiman & Bradl 2016, 6-7.)

On laajalti oletettu, että lahjakkuus tarkoittaa samaa kuin älykkyys, jota voidaan mitata älykkyystesteillä. Tästä juontaa oletus, että vain 2% ihmisistä voidaan nähdä (erittäin) lahjakkaina. Kuitenkin älykkyystestien avulla lahjakkuuden selvittämiseen liittyy useita ongelmia. Kritiikkiä on aiheuttanut esimerkiksi se, että älykkyystestien pistemäärä ei ole vakaa tai vakio, mutta muuttuu testin tekävän henkilön kehittyessä eteenpäin mukana. Lisäksi ei ole yhtä älykkyystestiä, vaan monia erilaisia älykkyystestejä, jotka keräävät erilaista dataa ja tekevät erilaisia lausuntoja sillä ne on suunniteltu tietyille normaaleille ryhmille. (Singer, Sheffielt, Freiman & Bradl, 2016, 4.) Älykkyysosamäärän käyttö älykkyuden määrittämiseen ei ota huomioon kaikkia älykkyuden näkökulmia ja arvioi vain tietyn älykkyuden osa-alueen kyvykkyyttä. Kun käyttää älykkyysosamäärää, jää oppilaan muiden osa-alueiden vahvuudet huomioimatta. Muun muassa musiikilliset ja taiteelliset vahvuudet tai tarkoin määritelty kyvykkyys esimerkiksi matematiikassa jäävät huomioimatta älykkyysosamääriä määrittävissä testeissä. (Francis, Hawes & Abbott, 2016, 295.)

Tutkijoiden oletuksena on, että useimmat matemaattisesti lahjakkaat oppilaat voivat oppia matematiikkaa ja siihen liittyviä oppiaineita paljon nopeammin kuin koulut yleensä sallivat. Oppilaiden oppimismotivaatio myös kärsii, kun opetusvauhti on liian hidasta eikä ollenkaan haastavaa. (Brody & Stanley 2005, 24.) Oppilaan matemaattiset taidot saattavat tulla esiin eri tavoin matematiikan osa-alueilla. Esimerkiksi joku oppilas saattaa olla lahjakkaampi geometriassa ja toinen matematiikan laskennallisissa taidoissa. Tämä ei kuitenkaan välttämättä liity suoraan matemaattiseen lahjakkuuteen, vaan erilaisiin kognitiivisiin kykyihin. (Singer, Sheffielt, Freiman & Bradl 2016, 5-6.)

Hiltunen ja Nissinen (2018, 213, 225) tutkivat matematiikan erinomaisia osaajia Suomen PISA 2015 -aineiston perusteella. Artikkelissaan he myös perehtyvät matematiikan erinomaisten osaajien piirteisiin, jotka selittävät heidän menestystään. Tutkimustulokset osoittivat, että erinomaisesti menestyneet oppilaat

olivat muita motivoituneempia menestymään PISA-kokeessa. Tulokset myös osoittivat, että perheen korkea sosioekonominen taso liittyy matematiikan erinomaiseen osaamiseen. Niemi, Metsämuuronen, Hannula ja Laine (2020, 2, 26, 28) ovat myös tutkineet matematiikan parhaita osajia. Heidän tutkimuksensa perustuu pitkittäisaineistoon, joka tuotettu Opetushallituksen ja Kansallisen koulutuksen arviointikeskuksen hankkeessa. Tutkimuksessa on seurattu samaan ikäluokkaan kuuluvien oppilaiden matematiikan oppimisen kehitystä kolmannelta luokalta toisen asteen koulutuksen loppuun asti vuosien 2005-2015 aikana. Tutkimustulokset osoittavat, että matematiikan parhaat osajat ovat erotettavissa muista oppilaista jo kolmannelta luokalla. Kuudennella luokalla erot näkyvät selvästi. Tulokset myös osoittavat, että parhaat osajat käyttävät kokeisiin valmistautumiseen vähemmän aikaa kuin muut. Tästä voi päätellä, että parhaat osajat osaavat asiat jo ilman valmistautumista.

Koululuokissa on enemmistö oppilaista keskitasoisesti koulussa pärjääviä. Näin opetus usein eteneekin keskiverto oppijan tahdissa ja heikoille oppilaille on järjestetty tukea ja erityisratkaisuja. Tällaisissa oppimisen tilanteissa lahjakkaat oppilaat eivät vain tylsisty vaan erottuvat myös joukosta. On mahdollista, että lahjakkaat oppilaat turhautuvat eivätkä halua oppia mitään uutta. (Distin 2006, 23.) Matemaattisesti lahjakkaat oppilaat voivat kokea myös matematiikka-ahdistusta. Tutkimustulokset matematiikka-ahdistuksesta alkuopetuksessa ovat ristiriitaisia. Ashcraft ja Moore (2009) eivät havainneet tutkimuksessaan matematiikka-ahdistusta ennen neljättä ja viidettä luokkaa, kun taas Ramirez, Gunderson, Levine ja Beilock (2013) osoittavat tutkimuksessaan, että matematiikka-ahdistus on liitettävissä jo ensimmäisen ja toisen luokan oppilaisiin. On tärkeä huomioda, että matematiikka-ahdistuksen ja matematiikassa suoriutumisen suhde ei näy kaikissa ensimmäisen ja toisen luokan oppilaissa, vain niillä oppilailla joilla on suhteellisen korkea työmuisti. (Ramirez, Gunderson, Levine & Beilock 2013, 196.) Koska matematiikka-ahdistus heikentää oppilaan suoritusta, ei oppilaan osaamista voi arvioida yhteisellä kokeella. Koe ei näytä oppilaan todellista kykyä ja suoritusta, koska ei voi tietää johtuuko tulos heikommasta matemaatti-

sesta kyvystä vai matematiikka-ahdistuksesta. (Ashcraft & Moore 2009, 204.) Matemaattiseen lahjakkuuteen liittyy paljon erilaista problematiikkaa, kuten matemaattisen lahjakkuuden tunnistamiseen ja lahjakkuuden käsitteen määrittelyyn. Matemaattisen lahjakkuuden tunnistamisen ongelmallisuutta lisää myös se, että myös matemaattisesti lahjakkaat oppilaat voivat kokea matematiikka-ahdistusta, joka vaikeuttaa lahjakkuuden tunnistamista. Matemaattisesti lahjakkaiden opetuksen suunnittelu ja toteutus ovat myös haasteellisia esimerkiksi ylöspäin eriyttämisen näkökulmasta matematiikan oppimistilanteissa.

## 4 HYVIN MATEMATIIKASSA EDISTYVIEN OPPILAI- LAIDEN ERIYTTÄMISESTÄ ALAKOULUN TOI- SELLA LUOKALLA

### 4.1 Matematiikan opetuksesta vuosiluokilla 1-2

Matematiikan opiskelun katsotaan olevan oppilaille välttämätöntä, vaikka kou-  
lussa opetettavan matematiikan sisällöt eivät aina tunnu vastaavan odotuksia  
(Tossavainen & Sorvali 2003, 31). Perusopetuksen opetussuunnitelman perus-  
teissa (POPS 2014, 128) matematiikan opetuksen tehtäväksi on asetettu 1-2 luo-  
kalla kehittää oppilaiden loogista, tarkkaa ja luovaa matemaattista ajattelua. Ma-  
tematiikan opetuksen tarkoituksena on kehittää oppilaiden kykyä käsitellä tietoa  
ja ratkaista ongelmia sekä luoda pohjan käsitteiden ja rakenteiden ymmärtämi-  
selle. Matematiikan opetuksen keskeinen osa on toiminnallisuus sekä konkretia.  
Oppilaiden oppimista tuetaan hyödyntämällä tieto- ja viestintäteknologiaa. Ma-  
tematiikan opetus etenee systemaattisesti aiheen kumulatiivisen luonteen takia.  
Risku (2002) vertaa matematiikan ymmärtämisen rakentumista talon rakentami-  
seen. Ensin tarvitaan ja rakennetaan kestävä perustus, jonka varaan nousevat vä-  
hitellen ulko- ja väliseinät. Alkuopetuksen aikana rakennetaan kestävä perus-  
tusta oppilaan matemaattiselle ajattelulle. Oppilasta kannustetaan pitkäjäntei-  
syyteen ja yrittelijäisyyteen, varsinkin tehtävien parissa, jotka eivät ratkea heti.  
Jokaiselle oppilaalle olisi tärkeää tarjota välillä tehtäviä, joiden ratkaisu vaatii  
pohtimista ja ponnistelua. (Risku 2002, 115-116.) Edellisen lisäksi myös Aunola  
ja Nurmi (2018, 55) kirjoittavat, kuinka matemaattiset taidot etenevät hierarkki-  
sesti niin, että peruskäsitteiden ja taitojen oppiminen luovat pohjan sekä mahdol-  
listavat monimutkaisempien taitojen ja tietojen hallinnan. Ikäheimo ja Risku  
(2004, 229) nostavat esille alkuopetuksen matematiikan oppiaineen keskeisinä  
kohtina ja käsitteinä lukujonot, lukujen hajottamisen ja kokoamiseen, yhteen- ja  
vähennyslaskut lukualueella 0-20, 10- järjestelmän periaatteen sekä kertolaskun

käsitteen. Edellä mainitut keskeiset asiat voidaan nähdä merkittävänä alkuopetuksen matematiikan oppiaineena myös nykyisen voimassa olevan opetussuunnitelman perusteella.

Aunola, Leskinen ja Nurmen (2006) tekemän tutkimuksen tulokset osoittavat, että oppilaan kiinnostus matematiikkaa kohtaan ei ole pysyvää ensimmäisen kouluvuoden aikana. Kuitenkin ensimmäisen kouluvuoden aikana saavutetulla matemaattisten taitojen tasolla on vaikutusta matematiikan opiskelumotivaatioon ylemmillä luokilla. Oppilaiden kiinnostus matematiikkaa kohtaan muuttui pysyvämmäksi, kun siirryttiin toiselle luokalle. (Aunola, Leskinen & Nurmi 2006, 30-32.) Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) mukaan matematiikan opetuksen tulee tukea oppilaan myönteistä asennetta matematiikkaa kohtaan. Opetuksen tulee kehittää ja tukea oppilaan myönteistä minäkuva. Matematiikan opiskelu on pitkäjänteistä ja tavoitteellista toimintaa. Oppilaita ohjataan ottamaan vastuuta omasta oppimisestaan. Opetus kehittää oppilaiden kykyä käyttää ja soveltaa matematiikkaa monipuolisesti omassa elämässä ja laajemmin yhteiskunnassa. (POPS 2014, 128.) Ikäheimon ja Riskun (2004, 227, 239) mukaan matematiikan opiskelulla voidaan jo alkuopetuksessa pyrkiä systemaattiseen ja johdonmukaiseen ajatteluun sekä kykyyn tarkastella ja etsiä ratkaisuvaihtoehtoja arkipäiväisiin ongelmiin.

Ensimmäisen luokan alkaessa selvitetään, mitä oppilaat jo osaavat ja millaisia eroja osaamisessa on. Oppilaiden taitojen ja matematiikan osaamisen kehittymistä seurataan myös jatkuvasti. Matematiikan oppiaineen kumulatiivisen luonteen takia perusasioiden hallinta on välttämätöntä uusien sisältöjen oppimiselle. Puutteellisten, aiemmin opittujen tietojen ja taitojen täydentämiseen sekä uusien sisältöjen oppimiseen tarjotaan oppilaille tukea. Oppimista tuetaan systemaattisesti. Oppilaille turvataan mahdollisuus riittävään harjoitteluun sekä oppimiselle varataan riittävästi aikaa. (POPS 2014, 128.) Vaikka Suomessa alkuopetuksessa pyritään tasoittamaan oppilaiden välisiä taitoeroja, koulunkäynnin edetessä oppilaiden erot matemaattisissa taidoissa pysyvät samana tai jopa kasvavat. Suomalaisissa ja kansainvälisissä tutkimuksissa on todettu, että erot mate-

maattisissa taidoissa pysyvät ja kasvavat aina esiopetuksesta myöhempisiin kouluvuosiin asti. (Aunola & Nurmi, 2018, 56, 66.) Opetussuunnitelma antaa ymmärtää, että toiseen luokkaan mennessä oppilaiden matemaattisten taitojen tulisi olla selvillä, jotta oppilas voi saada tarvitsemaansa tukea. Vaikka oppilas saisi matematiikassa tukiovetusta ja erityisopettajan tukea, ei koulupäivästä välttämättä löydy riittävästi aikaa harjoittelulle. Todellisuudessa oikea-aikaisen tuen antaminen ei ole niin helppoa isoissa heterogeenisissä ryhmissä. Matematiikan opetuksen tulisi vastata oppilaan yksilöllistä taitotasoa, jotta todellista oppimista voi tapahtua. Jotta opetus kohtaa jokaisen oppilaan taitotason, tulisi opetusta eriyttää. Usein opetuksen eriyttäminen kuitenkin painottuu niihin oppilaisiin, joilla on haasteita matematiikan oppimisessa. Opetuksen tulisi mahdollistaa kaikkien oppilaiden taitotasoon vastaamista, jotta kaikilla olisi mahdollisuus oppia omista lähtökohdista.

Alkuopetuksen matematiikan opetukseen soveltuvia työtapoja ovat esimerkiksi opettajajohtoinen opetus, yksilöllinen harjoittelu, pari- ja ryhmätyöskentely, opetuspelien pelaaminen sekä tietotekniikan hyödyntäminen. Oppimista ja opetusmenetelmiä tulisi käyttää ja kehittää, että oppilaan yksilöllinen eteneminen on mahdollista. Matematiikan opetuksessa tulee pyrkiä siihen, että heikosti suoriutuvien oppilaiden itsetunto ei heikentyisi eivätkä hyvin suoriutuvat oppilaat turhautuisi. (Ikäheimo & Risku 2004, 227, 239.) Opetussuunnitelman mukaan taitavien oppilaiden yksilöllinen eteneminen tulee mahdollistaa syventämällä 1.-2. luokan matematiikan sisältöjen ymmärtämistä. Tällaisia sisältöjä voivat olla esimerkiksi luonnollisten lukujen ominaisuudet, erilaiset lukujonot, geometria, ongelmanratkaisu sekä vaativammat peruslaskutoimitusten sovellukset. (POPS 2014, 130.) Aunola ja Nurmi (2018, 57, 66) pohtivat artikkelissaan hyödyttääkö alkuopetuksen matematiikka enemmän matemaattisilta taidoiltaan edistyneitä oppilaita, jolloin heikoimmat oppilaat jäävät jälkeen. Tutkimustulokset osoittavat, että aiempi osaaminen kiihdyttää uuden oppimista esiopetus- ja kouluikässä. Edellisen perusteella tulokset tukevat sitä, että matemaattisten taitojen kehitys on hierarkkista ja tukee matemaattisilta taidoiltaan edistyneitä oppilaita. Vaikka

Suomessa alkuopetuksessa pyritään tasoittamaan oppilaiden välisiä taitoeroja, heidän mukaansa matematiikan kohdalla asia on toisin.

Matematiikka tieteenä on kehittynyt ihmisten tarpeesta ratkaista käytännön ongelmia sekä pyrkimyksestä luoda aukoton ja looginen järjestelmä, jossa jokainen esitetty väite tulee pystyä osoittamaan oikeaksi käyttäen vain olemassa olevia aksioomia ja oikeiksi todistettuja lauseita. Tähän tieteenalalle tunnusomaiseen rakenteeseen ja käsitejärjestelmään perustuu myös matematiikan oppiaine. Matematiikan loogisen ja täsmällisen rakenteen takia matematiikan opetuksen on edettävä johdonmukaisesti ja systemaattisesti. Ensimmäisistä kouluvuosista lähtien oppilaat saavat matematiikan opiskelun kautta kokemuksia täsmällisestä kielenkäytöstä, määrittelystä ja väitteiden perusteluista. Matematiikan merkitys tulee nähdä erittäin tärkeänä vaikuttajana oppilaan kasvuprosessissa. (Risku 2002, 115-116.) Varsinkin alkuopetusikäisillä keskeiseksi matemaattisten taitojen kehitystä ennustavaksi tekijäksi on todettu varhaiset lukujonotaidot. Varhaisilla lukujonotaidoilla tarkoitetaan tietämystä lukujen välisestä keskinäisestä järjestyksestä sekä taitoa laskea luettelemalla. Koska matemaattiset taidot etenevät kumulatiivisesti, tulisi näihin matemaattisiin taitoihin kiinnittää huomiota ensimmäisestä luokasta alkaen tai jopa aikaisemmin. Aritmeettisten taitojen myöhempää oppimista koulussa edistää luvuilla leikkittely ja lukujen luettelu sujuvoituminen jo varhaisessa iässä. Jos vertaa lukemaan oppimista ja matemaattisten taitojen oppimista, lukemisen opetuksen aikaistamisella ei todennäköisesti ole niin suurta merkitystä, toisin kuin matemaattisissa taidoissa. (Aunola & Nurmi 2018, 58, 66-67.)

Alkuopetuksen matematiikassa uuden käsitteen opetus kannattaa aloittaa käsitteenmuodostusvälineillä ilman oppikirjaa. Työskentely ilman oppikirjaa mahdollistaa uuden käsitteen perusteellisen opettamisen. Kirjattomasta vaiheesta saadaan myös tarvittavaa lisäaikaa oppimiselle. Käsitteet selkiytyvät, kun oppilaita rohkaistaan selostamaan toimintaansa suullisesti toisille. Laskulausekeista luodut erilaiset tarinat ja piirrookset helpottavat sanallisten tehtävien ymmärtämistä ja ratkaisemista. Oppilaat huomaavat sanallisten tehtävien olevan



kuin kirjoitettu tarina, joka vain kirjoitetaan matematiikan kielellä laskulausekkeena ja ratkaistaan. Merkittäviä alkuopetuksen käsitteenmuodostusvälineitä ovat esimerkiksi palikat, lukusuora 0-20 ja 0-100, 10-järjestelmävälineet, värisauvat, loogiset palat, mittaamiseen tarvittavat välineet sekä geometrian käsitteitä havainnollistavat välineet. (Ikäheimo & Risku 2004, 228.) Vaikka matematiikan opetuksessa ei tarvita oppikirjoja, niillä on keskeinen asema opetuksessa ja niitä käytetään hyvin perinteisesti vielä alkuopetuksessa. Niitä käytetään jopa opetus suunnitelman asemasta. Opettajat pitävät matematiikan oppikirjoja luotettavina ja valtakunnallisen linjan mukaisina. Matematiikan oppikirja menee usein oppilaan tarpeiden edelle, sillä se luo opetukseen kiireen tuntua. Matematiikan opetus lähtee ennemmin oppikirjoista kuin matematiikan sisällöistä. Keskeisten käsitteiden osaaminen jää heikoksi, koska ajatellaan, että oppikirja on käytävä läpi. (Perkkilä 2002, 172-173.) Näverin (2018, 65) mukaan matemaattisten taitojen alkuvaiheessa merkittävässä roolissa on aistien käyttö ja konkreettinen tekeminen sekä ilmiöiden hahmottaminen konkreettisten välineiden avulla. Oppilaan tiedot ja taidot kehittyvät kokemuksen sekä harjoittelun kautta niin, että hän pystyy vähitellen irtaantumaan konkretiasta kohti abstraktia.

Kansallinen koulutuksen arviointikeskus (Karvi) on arvioinut vuonna 2018 toteutetussa alkumittauksessa ensimmäisen luokan oppilaiden osaamista. Arvion tarkoituksena oli kerätä tietoa oppilaiden osaamisesta, kun he aloittavat alakoulun ensimmäisen luokan. Alkumittauksessa arvioitiin äidinkieleen ja kirjallisuuteen sekä matematiikkaan liittyvää osaamista. Arvioinnin tulokset koskien matematiikan osaamista osoittivat, että keskitasoa taitavammat oppilaat tekivät sujuvasti kymmenylityksiä. Edellisen lisäksi he tunnistivat joitakin kolminumeroisia lukuja. Kaikista edistyneimmät oppilaat laskivat sujuvasti yhteen- ja vähennyslaskuja lukualueella 0-100. Toisaalta murtoluvut ja negatiiviset luvut olivat edistyneille oppilaille haastavia. Osa hyvin edistyneistä oppilaista osasi laskea yhtälöitä jo kaksinumeroisilla luvuilla, mutta monille ne tuottivat vielä vaikeuksia, vaikka he osasivatkin laskea alkeellisia yhtälöitä pienillä luvuilla. Toisaalta edistyneet osasivat myös muodostaa päässään oikean laskutoimituksen

sanallisesti kuvatuista tilanteista. (Karvi 2020, 4, 13.) Vaikka kansallisen koulutuksen arviointikeskus on tutkinut ensimmäisen luokan aloittajia, se antaa tietoa myös matematiikan osaamisesta toisella luokalla. Koska ensimmäisen ja toisen luokan alun välillä on vain yksi vuosi ja niillä on yhteiset sisällöt, voidaan olettaa, että edistyneiden osaaminen on suhteellisen samanlainen toisen luokan alussa. Toisaalta toisella luokalla edistyneemmät voivat todennäköisemmin osata jo kolmannen luokan sisältöjä.

## **4.2 Matematiikan ylöspäin eriyttämisestä vuosiluokilla 1-2**

Oppimisen ja koulunkäynnin tuki on tehty kolmiportaiseksi siten, että yleiseen tukeen kuuluvat kaikki toimenpiteet kouluyhteisön ja -luokan tasolla sekä normaali eriyttäminen. Yleinen tuki korostaa luokanopettajan roolia opetuksen eriyttäjänä ja toisaalta koko kouluyhteisön roolia hyvän kouluilmapiirin luoja ja ongelmien ennaltaehkäisijänä. (Jahnukainen, Pösö, Kivirauma & Heinonen 2015.) Matematiikan opetuksen järjestämisessä otetaan huomioon oppilaiden tarpeet, jolloin pyritään löytämään oppimista ja hyvinvointia parhaiten edistäviä ratkaisuja. Yksi mahdollinen ratkaisu on vuosiluokkiin sitomaton opiskelu, joka on yksilöllisen opinnoissa etenemisen mahdollistava joustava järjestely. Järjestelyä voidaan hyödyntää koko koulun, luokan tai yhden oppilaan kohdalla. Vuosiluokkaan sitomatonta opiskelua voidaan hyödyntää esimerkiksi lahjakkuutta tukevana toimintatapana. Järjestely edellyttää tätä koskevaa päätöstä opetussuunnitelmassa, jossa päätetään mitä eri oppiaineiden opinnoissa voidaan edetä poikkeusjärjestelyin. (POPS 2014, 38.) Kuitenkaan oppilaiden erilaisten kiinnostusten ja tarpeiden huomioiminen heterogeenisessä luokassa ei ole helppo tehtävä. Usein opettajat kokevat olevansa mahdottoman tilanteen edessä, jolloin he turvautuvat opettamaan kaikkia oppilaita samalla tavalla ennemmin kuin keskittyisivät opetuksen eriyttämiseen ja yksilöllistämiseen. (Laine 2010a, 4.)

Matematiikan eriyttämistä voidaan tehdä myös yhdysluokkaopetuksessa, jossa opiskelee eri vuosiluokilla olevia tai vuosiluokkiin sitomattomasti edettä-

essä eri-ikäisiä oppilaita. Etäyhteyksiä hyödyntävällä opetuksella voidaan vastata myös oppilaan yksilöllisiin tarpeisiin esimerkiksi tarjota erityislahjakkuuden kehittymistä tukevaa opetusta. (POPS 2014, 39.) Myös Suomen perustuslain sekä perusopetuslain mukaan lahjakkailta voidaan katsoa olevan oikeus saada kykujensä ja taitojensa vastaista opetusta (Mäkelä 2009, 3):

“Julkisen vallan on turvattava, sen mukaan kuin lailla tarkemmin säädetään, jokaiselle yhtäläinen mahdollisuus saada kykujensä ja erityisten tarpeidensa mukaisesti myös muuta kuin perusopetusta sekä kehittää itseään varattomuuden sitä estämättä.” (PL 731/1999.)

“Opetus järjestetään oppilaiden ikäkauden ja edellytysten mukaisesti ja siten, että se edistää oppilaiden tervettä kasvua ja kehitystä.” (PoL 628/1998)

Eriyttäminen voidaan jakaa yhtenäistävään ja erilaistavaan eriyttämiseen. Yhtenäistävä eriyttäminen perustuu siihen, että opetuksessa pyritään eriyttämisen keinoin saamaan kaikki oppilaat saavuttamaan samat tavoitteet. Erilaistavassa eriyttämisessä taas tavoitteita eriytetään oppilaiden ominaisuuksien mukaan, kuten vastaamalla matemaattisesti lahjakkaiden tai matematiikassa edistyneimpien haasteisiin. Eriyttäminen voi olla myös reaktiivista eriyttämistä, jossa opetusta aletaan yksilöllistää vasta haasteiden ilmetessä tai proaktiivista eriyttämistä, jossa ennakoidaan oppilaiden tarpeita ja huomioidaan nämä jo opetuksen suunnittelussa. (Roiha & Polso 2018, 10-12.)

Eriyttäminen on opettajan ennakoiva vastaus oppilaiden tarpeisiin matematiikan opetuksessa, johon vaikuttaa opettajan ajattelutapa. Vaikka ei ole yhtä tiettyä näkemystä siitä, miltä eriytetyn luokkahuoneen pitäisi näyttää, niillä on tiettyjä yhteisiä piirteitä. Eriyttämisen yleiset periaatteet ovat:

1. oppimisympäristö, joka kannustaa ja tukee oppimista
2. laadukas opetussuunnitelma
3. arviointimenetelmä, joka vaikuttaa opettamiseen ja oppimiseen

4. opetus, joka vastaa oppilaiden erilaisuuteen
5. oppilaiden ohjaaminen sekä rutiinien hallinta (Tomlinson 2014, 14, 20.)

Tomlinson (2014, 15) kirjoittaa, kuinka eriyttävissä luokkahuoneissa oppimisympäristöllä on merkittävä vaikutus oppilaiden matemaattiseen menestymiseen. Hän jatkaa, kuinka opettajan työhön kuuluu yhtäläillä tiedostaen ja tarkoituksenmukaisesti ylläpitää kutsuvaa oppimisympäristöä kuin suunnitella opetussuunnitelmaa tai toteuttaa opetusta. Eriyttävät opettajat näkevät näiden kolmen elementin - ympäristön, opetussuunnitelman ja opetuksen - sidoksissa toisiinsa. He myös ymmärtävät, kuinka oppimisympäristö vaikuttaa oppilaiden tunteisiin ja mielentilaan sekä vuorostaan kognitioon ja oppimiseen.

Luokkahuoneissa, joissa eriytetään matematiikan opetusta, opettajat soveltavat opetussuunnitelmaa tarkasti matematiikan oppiaineelle keskeisen tiedon, taidon ja ymmärryksen ympärille. Kun opettajalla on selkeä käsitys siitä, mikä aiheessa on merkityksellistä, on todennäköisempää, että hän esittelee sen oppilaille merkityksellisenä, mielenkiintoisena ja tarkoituksenmukaisena. Selkeys takaa sen, etteivät hitaammin oppivat oppilaat koe uppoavansa irtonaiseen faktaan ja informaatioon. Se takaa myös sen, etteivät edistyneet oppilaat käytä aikaansa vain toistamiseen ja jatkuvaan tiedonhankintaan, vaan tarttuen merkittäviin pulmiin. Selkeys lisäksi varmistaa sen, että opettaja, oppilaat, arviointi, opetussuunnitelma ja opetus ovat vahvasti sidoksissaan toisiinsa, joka todennäköisesti näkyy jokaisen oppilaan henkilökohtaisessa kasvussa sekä yksilöllisessä menestyksessä. (Tomlinson 2014, 16-17.) Koulumatematiikassa matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden ylöspäin eriyttämisessä onkin tärkeää, että oppilaille ei anneta vain lisätehtäviä, joissa toistetaan samanlaisia tehtäviä, vaan enemmän soveltavia tehtäviä, jotka vaativat ongelman ratkaisua.

Tomlinsonin (2014, 17) mukaan, kun eriytetään arviointi on diagnostista ja jatkuvaa. Se tarjoaa opettajalle päivittäistä dataa oppilaiden matemaattisista valmiuksista, tiedoista ja taidoista sekä lähestymistavoista oppimiseen. Arviointi ei ole sellaista, joka tapahtuu kokonaisuuden lopussa, jolloin saadaan tietää mitä oppilas on tai ei ole oppinut matematiikasta, vaan arviointi tapahtuu päivittäin,

jotta he voivat tänään ymmärtää, kuinka opettaa huomenna. Kehityksen arvioinnin dataa voidaan kerätä usealla eri tavalla, kuten koko luokan tai pienryhmä keskusteluista, oppimispäiväkirjojen tai portfolion merkinnöistä, ennakko- ja kotehtävistä sekä oppilaiden mielipide- ja kiinnostuskyselyistä. Näiden erilaisten arviointimenetelmien avulla opettaja suunnittelee matematiikan opetusta niin, että tavoitteena on auttaa yksilöllisesti oppilaita heidän omista lähtökohdista lähtien.

Ihmisten kokemukset, kulttuuri, sukupuoli, geeniperimä ja neurologinen viritys vaikuttavat siihen, miten ja mitä opimme. Opettajat, jotka käyttävät eriyttämistä matematiikan opetuksessa tietävät, että heidän pitää luoda yhtä monta erilaista oppimispolkua kuin on oppilaita, jotta voidaan saavuttaa opetuksen tavoitteet. Heidän tulee myös auttaa oppilaitaan tunnistamaan ne polut, joiden avulla oppilaat voivat parhaiten menestyä matematiikassa. (Tomlinson 2014, 15-16.) Aunola ja Nurmi (2018, 65) kirjoittavat eriyttämisen ”akilleen kantapäätä”, jolla he tarkoittavat sitä, että oppilaat huomaavat nopeasti, miksi eri ryhmät on koottu. Vaikka opettajat ovat tietoisia ihmisten erilaisuudesta ja oppilaiden yksilöllisistä tarpeista, oppilaille tärkeä perustarve on kuulua joukkoon. Jos oppilas kuuluu eri ryhmään kuin hänen kaverinsa, hän voi kokea olonsa ulkopuoliseksi, joka voi myös vaikuttaa kielteisesti hänen matematiikan oppimisen motivaatioon.

Matematiikan opetuksen eriyttämistä varten opettaja käyttää arvioinnista keräämäänsä tietoa sisällön, prosessin, lopputuloksen ja oppimisympäristön muokkaamiseen. Sisältö tarkoittaa sitä informaatiota, jonka opettajan haluaa oppilaiden oppivan matematiikasta tai sen materiaaleista ja mekanismeista, joiden kautta oppilas pääsee käsiksi tähän tärkeään informaatioon. Prosessilla tarkoitetaan toimintaa, joka on suunniteltu takaamaan se, että oppilaat käyttävät taitojaan ymmärtääkseen, soveltaakseen ja siirtääkseen olennaista tietoa ja ymmärrystä. Lopputuloksen kautta oppilaat näyttävät, mitä he tietävät, ymmärtävät ja pystyvät tekemään. Ympäristöllä tarkoitetaan oppimisympäristön ilmapiiriä ja tunnelmaa. Opettajat eriyttävät oppilaiden valmiuden, mielenkiinnon ja oppi-

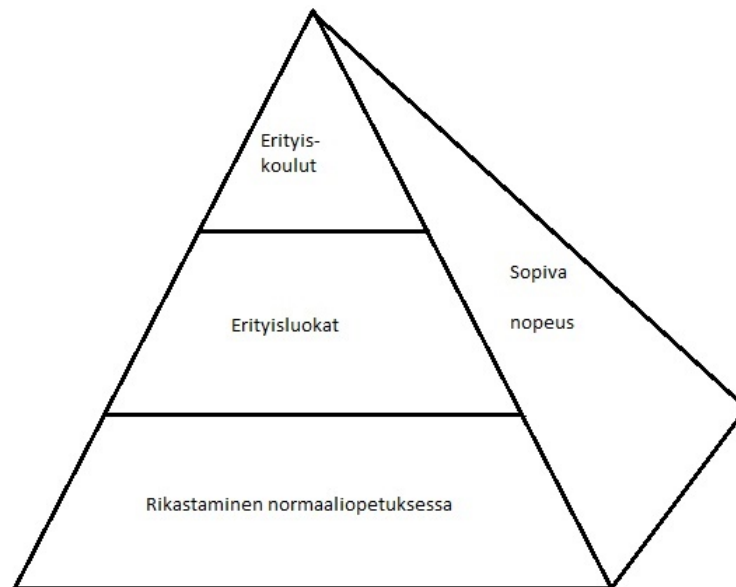
misprofiilin mukaan. Valmius tarkoittaa oppilaan lähtöpistettä suhteessa tavoitteiden saavuttamista. Mielenkiinnolla tarkoitetaan oppilaan yhteenkuuluvuudentunnetta, uteliaisuutta ja intohimoa matematiikkaa kohtaan. Oppimisprofiili viittaa siihen, miten oppija oppii. Siihen voi vaikuttaa älykkyys, sukupuoli, kulttuuri tai oppimistyyli. Opettaja voi oppitunnin aikana muuttaa yhtä tai useampaa opetussuunnitelman elementtiä (sisältö, prosessi, lopputulos, ympäristö) perustuen yhteen tai useampaan oppilaan luoteeseen (valmius, mielenkiinto, oppimisprofiili). (Tomlinson 2014, 18-20.)

Erityislahjakkaiden opetus on tarkoitettu oppilaille, jotka on todettu keski-vertoa huomattavasti lahjakkaimmiksi tietyllä kykyalueella verrattuna muihin samanikäisiin oppilaisiin. Matemaattisesti erityislahjakas tarvitsee koulun tukea erityislahjakkuutensa systemaattiseen kehittämiseen (Tirri & Laine 2013, 195.) Lahjakkaiden erityisopetus saa osakseen paljon kritiikkiä, joissa väitetään, että sillä kasvatetaan itserakasta etuoikeutettujen luokkaa. (Uusikylä 1994, 164.) Tyypillinen koulun matematiikan opetussuunnitelma on tehty keski-verto-oppilaita varten. Oppilaat, joiden kyvyt ovat jollain alueella edistyneitä, tarvitsevat edistyneempiä harjoituksia sillä alalla. Mitä lahjakkaampi oppilas on, sitä suurempi tarve eriytetyle opetussuunnitelmalle on. Tyypillisesti tämä tarkoittaa siirtymistä vanhemmille oppilaille opetettavaan sisältöön tai opetuksen nopeuttamista. Monet ajattelevat opetuksen nopeuttamisen tarkoittavan vain luokan ylihyppäämistä. Suunnitellessa lahjakkaan oppilaan opetusta pyritään saavuttamaan mahdollisimman "optimaalinen vastaavuus" oppilaan kognitiivisten taitojen ja muiden ominaisuuksien ja opetuksen välille. Tämä edellyttää yksilöityä suunnitelmaa oppilaan matematiikan opetukselle, halua mahdollistaa lahjakkaat oppilaat vanhempien oppilaiden luokkiin sekä mahdollisuuden itsenäiseen opiskeluun. Oppilaiden lisäkoulutusohjelmat ovat tärkeitä ja arvokkaita. Vaikka koulut haluaisivat yrittää vastata lahjakkaiden oppilaiden tarpeisiin opetussuunnitelman joustavuuden avulla, voi lahjakkaiden oppilaiden vähyys vaikuttaa ohjelmallisiin vaihtoehtoihin. Erityisesti oppilailta, joilla on edistyneet kognitiiviset taidot, on taipumus poimia ja omaksua paljon tietoa ympäristöstään. Opetuk-

sessä oppilaan ennakkotestaus ennen ohjeiden antamista olisi tärkeää, jotta voidaan määrittää mitä he jo osaavat ja opettaa heille sitä mitä he eivät vielä hallitse. (Brody & Stanley 2005, 30-31.)

Ruokamon (2000, 13-14) mukaan lahjakkaille annettava matematiikan erityisopetus voidaan jakaa karkeasti esimerkiksi seuraaviin alueisiin: a) vertikaalinen: opeteltavia asioita käsitellään syvällisemmin opetussuunnitelman sisällä b) horisontaalinen: opetettavia sisältöjä otetaan opetussuunnitelman ulkopuolelta c) opetusta nopeutetaan ja rikastetaan ryhmittelyllä d) eriyttämällä erityisluokkiin ja -kouluihin. Suomessa matemaattisesti lahjakkaiden opetus on järjestetty pääsääntöisesti yleisopetuksen luokissa niin sanotusti normaalikouluissa toisin kuin muissa maissa esimerkiksi Venäjällä ja Yhdysvalloissa. Suomessa varsinaisia erityiskouluja peruskoulutasolla ei ole, mutta joihinkin kouluihin on perustettu oppiaineita painottavia luokkia esimerkiksi musiikki-, liikunta- kuvaamataito- ja matematiikkaluokkia. Lahjakkaiden oppilaiden erityisopetukseen ja sen muotoihin on suhtauduttu vaihdellen. Lahjakkaiden opettamista normaaliopetusryhmissä on perusteltu sosiaalisin perustein.

Davis ja Rimm (1989) ovat kehittäneet lahjakkaiden opetuksen pyramidimallin (ks. kuvio 3), joka on sovellettavissa myös matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden opetukseen. Pyramidissa opetus jakautuu kolmeen osaan: luokassa annettava erityisopetus, täysiaikainen erityisluokkaopetus ja erityiskoulussa annettavaan erityistarpeet huomioon ottavaan opetukseen. Mallissa pyramidin huipulle mentäessä opetettava joukko pienenee sekä opetus keskittyy yhä kaapeammalle alueelle. Malli on havainnollinen ja kuvaa pelkistetysti eriyttämisen perusratkaisuja. Opetusta voidaan ryhmittelyn lisäksi myös nopeuttaa mm. omatahtisella opiskelulla, koulun aloittamisella omaa ikäluokkaa aiemmin tai tarvittaessa luokan yli hyppäämisellä. (Uusikylä 1994, 169-170.)



KUVIO 3. Lahjakkaiden opetuksen pyramidimalli Davis ja Rimmin mukaan (Uusikylä 2020, 258)

Pyramidimallissa (ks. kuvio 3) opiskelu etenee aina jokaiselle sopivalla nopeudella oppilaan tason mukaisesti (Uusikylä 2020, 258). Näverin (2018, 25) mukaan yksilöllisen oppimisen ajattelussa on tärkeää asettaa tavoitteet ja etenemisvauhti yksilöllisesti. Hän kirjoittaa, kuinka oppiminen on ideaalista, kun edetään oppilaan yksilöllisen etenemisvauhdin mukaan ja hänen on mahdollista oppia hänen senhetkisen kehitystason mukaisesti. Koulun ajalliset ja määrälliset resurssit ovat kuitenkin rajatut, mikä on johtanut siihen, että tavoitteita on yksilöllisyyden nimissä alennettu.

#### *Vygotskin lähikehityksen vyöhykkeen näkökulma ylöspäin eriyttämiseen*

Vygotskin mukaan oppimisen tärkein ominaisuus on se, että se luo lähikehityksen vyöhykkeen. Lähikehityksen vyöhykkeellä matematiikan oppiminen herättää monimuotoisia sisäisiä kehitysprosesseja, jotka toimivat vain oppilaan ollessa vuorovaikutuksessa ihmisten kanssa hänen ympäristössään ja yhteistyössä ikätovereiden kanssa. Kun nämä prosessit on sisäistetty, niistä tulee osa oppilaan itsenäistä kehitystasoa. Leikki luo alueen oppilaan lähikehityksen vyöhykkeelle.



Leikissä oppilas aina käyttäytyy yli oman ikänsä ja arkisen käyttäytymisen. (Vygotski 1978, 90, 102.)

Vygotskin (1982, 184) mukaan oppilaan lähikehityksen vyöhyke on se, mitä jää itsenäisesti ratkaistujen tehtävien avulla määritellyn älykkyysiän eli tosiasiallisen kehitystason ja epäitsenäisesti, yhteistyössä saavutetun kehitystason välille. Hänen tutkimuksensa osoittaa, että lähikehityksen vyöhykkeellä on tärkeämpi merkitys älyllisen kehityksen dynamiikan ja koulusuoritusten kannalta kuin todellisella kehitystasolla.

Oppilas pystyy yhteistyössä ja ohjauksessa ratkaisemaan haastavampia matematiikan tehtäviä kuin itsenäisesti. Vygotski (1982) kirjoittaa, kuinka oppilas voi jäljitellä vain sellaisia asioita, jotka ovat hänen älyllisten mahdollisuuksien rajoissa, koska jäljittelyssä tulee kyetä siirtyä osatusta ei-osattuun. Vaikka oppilas osaa yhteistyössä ratkaista helpommin omaa kehitystasoaan lähinnä olevat matemaattiset tehtävät, ratkaisu vaikeutuu ja käy lopulta mahdottomaksi, kun hän siirtyy kauemmaksi omasta kehitystasostaan. Oppilaan kehitykselle yhteistyössä tapahtuva jäljittely ja opetus ovat ratkaisevia, koska jäljittely on pääasiallinen muoto, jossa opetuksen ja oppimisen vaikutus kehitykseen toteutuu. Se, mikä on kehityksen vyöhykkeellä jossain ikävaiheessa, muuttuu tosiasialliseksi kehitystasoksi seuraavassa vaiheessa. Näin ollen sen, minkä oppilas osaa tänään yhteistyössä, hän osaa huomenna itsenäisesti. (Vygotski 1982, 184-185.) Edellisestä johtuen matemaattisesti lahjakkaiden opetuksessa opettajien tulee suunnitella ja tarjota oppilaiden lähikehityksen vyöhykkeen rajoissa haastavia ja mielekkäitä tehtäviä sekä ohjausta, jotta oppilaat voivat laajentaa ja syventää omaa ajatteluaan. (Dimitriadis 2012, 61).

#### *Varga-Neményi -menetelmä matematiikan ylöspäin eriyttämisessä*

Varga-Neményi-opetusmenetelmän on perustanut Tamás Varga ja Eszter C. Neményi (Tikkanen 2008, 66). Varga-Neményi-menetelmän ensisijainen periaate on todellisuuteen perustuvien kokemusten hankkiminen käsitteenmuodostuksen pohjaksi (Ikäheimo & Risku 2004, 231; Tikkanen 2008, 86). Menetelmässä py-

ritään siihen, että oppilas hankkii fyysisiä kokemuksia loogis-matemaattisten kokemusten perustaksi, jotta oppilas voi itse havaita toiminnan samankaltaisuuden. Oppilas tarvitsee pitkäkestoista, tavoitteellista ja monipuolista ohjausta oppiakseen näkemään matematiikkaan ympärillään sekä yhdistämään matematiikan sisältöjä arkielämäänsä pysyvästi ja käyttökelpoisesti. (Tikkanen 2008, 86.)

Oppimiselle paras lähtökohta on autenttiset kokemukset oppilaan omasta elämästä. (Ikäheimo & Risku 2004, 231). Varga-Neményi-menetelmässä on periaate abstraktion tiestä, joka on metafora oppilaan käsitteen oppimisen vaiheista (Tikkanen 2008, 86). Nämä vaiheet etenevät kehollisista kokemuksista väline- ja kuvavaiheen kautta abstraktisiin ja symbolisiin loogis-matemaattisiin kokemuksiin (Ikäheimo & Risku 2004, 232; Tikkanen 2008, 86). Abstraktion tiellä oppimisen ajatellaan liikkuvan molempiin suuntiin, induktiivisesta deduktiiviseen ja edestakaisin. Tällä menetelmällä halutaan ehkäistä oppimisvaikeuksia. Varga-Neményi-menetelmässä matematiikan opetuksen periaatteena on toimintavälineiden runsas käyttö, jolla pyritään luomaan oppilaille mielikuvia. Menetelmän yhtenä painopisteenä on matemaattisten käsitteiden syvälinen ja laaja-alainen pohjustaminen. (Tikkanen 2008, 86.) Kuten Davisin ja Rimmin (1989) Pyramidimallissa (ks. kuvio 3) myös Varga-Neményi-menetelmä pyrkii siihen, että kaikilla oppilaille on mahdollisuus oppia matematiikkaa oman taitotasonsa mukaan. Edellisen lisäksi molemmissa opiskelu etenee aina jokaiselle sopivalla nopeudella oppilaan tason mukaisesti. Davisin ja Rimmin (1989) Pyramidimallin mukaisesti käsitteitä pohjustetaan sekä vertikaalisesti että horisontaalisesti. Näin Varga-Neményi-menetelmässä eriyttäminen on kuin sisäänrakennettu ja sen voidaan ajatella vastaavan myös matematiikassa hyvin edistyvien oppilaiden oppimiseen.

*Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden eriyttämisen haasteita alkuopetuksessa*

Opettajan näkökulmasta matematiikan opetuksen eriyttämistä haastaa se, että opettajat kohtaavat kerralla suuren määrän oppilaita sekä luokkakoot ovat suuria. Edellisten lisäksi opettajilta puuttuu aikaa ja sopivia opetusmateriaaleja, jotta

he voivat valmistautua pitämään yksityiskohtaisia ja kaikille mielenkiintoisia opitunteja. Opettajia usein kuormittavat muut työtehtävät, jonka takia heillä ei ole aikaa eriyttämiseen, vaan he opettavat oppitunnit vain yhdellä tavalla. (UNESCO 2004, 17.)

Dimitriadis (2012, 70) on tutkinut matemaattisesti lahjakkaiden opetusta alakouluissa Englannissa. Hän tarkasteli tutkimuksissaan sitä, miten lahjakkaiden oppilaiden tarpeisiin vastattiin matematiikan oppimisen tilanteissa. Hän haastatteli sekä havainnoi matemaattisesti lahjakkaita oppilaita ja heidän opettajiaan. Vaikka kouluissa pyrittiin vastaamaan matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden tarpeisiin muun muassa pienryhmätoiminnalla ja lisäopetusmateriaalilla, niin tutkimustuloksista kuitenkin tuli esille, että matemaattisesti lahjakkaiden tarpeita ei huomioitu riittäväällä tavalla käytännössä. Tutkimus osoitti, että matemaattisesti lahjakkaille suunnattu opetus oli riippuvainen opettajan ammattitaidosta ja matemaattisesti lahjakkaille annetusta huomiosta sekä opetuksen luonteesta ja luokan koosta.

Opettajat kohtaavat usein haasteita matematiikan opetuksessa, kun työskentely tapahtuu isossa luokassa, jossa heidän tulee vastata kaikkien oppilaiden erilaisiin tarpeisiin. Edellä mainituista syistä opettajat usein päätyvät ratkaisuun, jossa kyvykkäät oppilaat antavat tukiopetusta heikommille oppilaille. Kyvykkäät oppilaat suhtautuvat negatiivisesti käytäntöä kohtaan, jossa heidän tulee auttaa heikompia ikätovereitaan helpoissa tehtävissä. Kyvykkäät oppilaat tarvitsevat opettajan tukea yhtä paljon kuin muut oppilaat. Ilman opettajan tukea matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden itsetunto ja motivaatio laskevat. Tämä voi johtaa myös siihen, että heidän suhtautuminensa matematiikkaa kohtaan ja mahdollinen menestys tulevaisuudessa ovat vaarassa. (Dimitriadis 2012, 71-72.)

Dimitriadis (2012, 71-72) kirjoittaa, kuinka homogeenisessä pienryhmässä työskentely antaa opettajalle mahdollisuuden valvoa kaikkia oppilaita sekä olemaan heidän kanssa vuorovaikutuksessa. Näin aikaa jää syvälliselle työlle ilman häiriötekijöitä. Tämä johtaa siihen, että oppilaat suoriutuvat matematiikassa paremmin. Edellisen lisäksi oppilaiden asenne opetusta ja ryhmätyöskentelyä koh-

taan paranee. Isossa heterogeenisessä luokassa matemaattisesti lahjakkaat oppilaat eivät saa ylöspäin eriytettyjä tehtäviä ja he jäävät usein ilman opettajan huomiota, toisin kuin matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden omissa säännöllisissä pienryhmissä. Isoissa luokissa opettajat haluavat antaa pääasiassa tukea niille oppilaille, joiden osaaminen on keskitasoa tai heikompaa. Matemaattisesti kyvykkäiden oppilaiden oletetaan suoriutuvat tehtävistä ilman aikuisen tukea.

Matemaattisesti lahjakkailla oppilailla tulisi olla mahdollisuus kokea koulutyönsä merkitykselliseksi ja oppia uutta. Jos lahjakkaalle oppilaalle annetaan liian helppoja tehtäviä, se voi aiheuttaa turhautumista ja pahimmassa tapauksessa motivaation laskua. (Tirri & Laine 2013, 193.) UNESCO (2004, 5) mukaan ympäri maailman on oppilaita, jotka eivät saavuta omaa matemaattista potentiaaliaan koulussa, koska he kokevat oppimisen ja oppitunnit tylsiksi. Opettajan haasteena on antaa heille tarpeeksi vaativia tehtäviä, jotta he innostuisivat matematiikan oppimisesta. Erityislahjakkaiden oppilaiden ei tulisi antaa vain tehdä itsekseen kirjaa eteenpäin. Opettajan tulisi varata aikaa keskusteluihin erityislahjakkaiden kanssa, joissa tärkeintä olisi oppilaiden kuuntelu ja ymmärtäminen. (Pehkonen & Rossi 2018, 91.)

Aunolan, Leskisen ja Nurmen (2006, 33-34) mukaan opettajalla on keskeinen merkitys matematiikkaan liittyvän motivaation kehityksessä. Tutkimustulokset osoittavat, että oppilaiden motivaatio tehdä laskutehtäviä kasvoi ensimmäisten kouluvuosien aikana niissä luokissa, joissa opettajan keskeisenä tavoitteena oli oppilaiden motivaation ja minäkuvan tukeminen. Opettajalla on mahdollisuus myötävaikuttaa oppilaiden matematiikan motivaatioon ja sitä kautta matemaattisten taitojen kehitykseen koulussa.

## 5 TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUS -KYSY- MYKSET

Tämän tutkimuksen tavoitteena on selvittää luokanopettajien kokemuksia matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta alakoulun toisella luokalla. Matemaattisesti hyvin edistyneiden joukkoon voidaan lukea myös matemaattisesti lahjakkaita oppilaita. Käytämme tässä kuitenkin matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat -nimitystä, koska matemaattisesti lahjakkaiden tunnistaminen on haasteellista etenkin alkuopetuksessa. Tutkielma antaa tietoa siitä minkälaisia piirteitä luokanopettajat yhdistävät matemaattisesti hyvin edistyneisiin oppilaisiin alakoulun toisella luokalla. Tutkielman tarkoituksena on selvittää myös millaisia keinoja opettajat ovat käyttäneet matemaattisesti edistyneiden oppilaiden opettamisessa alakoulun toisella luokalla ja minkälaisia haasteita he ovat kohdanneet.

Lahjakkuuden tutkimuskentällä ei ole yhteisymmärrystä siitä, mitä lahjakkuus on. Yleisesti oppilasta pidetään lahjakkaana, kun hän on huomattavasti lahjakkaampi tietyllä kykyalueella kuin muut saman ikäluokan oppilaat. Tässä tutkimuksessa näemme matemaattisen lahjakkuuden luovana matemaattista ajatteluna. Se eroaa matemaattisesta koulukyvykkyydestä, koska hyvä suoriutuminen matematiikassa ei välttämättä tarkoita, että oppilas olisi matemaattisesti lahjakas. Koska lahjakkuuden käsitteestä ei olla yhtä mieltä, haluamme lähestyä sitä tutkimuksessamme varoen. Käytämmekin tutkimuksemme metodologisessa osuudessa lahjakkuuden käsitteen sijasta käsitettä matemaattisesti hyvin edistyneet. Olemme päätyneet tähän siitä syystä, että lukujen 2 ja 3 perusteella voimme olettaa ettei luokanopettajillakaan ole yhteistä ymmärrystä siitä, mitä on matemaattinen lahjakkuus. Matemaattisesti hyvin edistyneillä tarkoitamme matematiikan parhaita osaajia, jotka ovat erotettavissa muista oppilaista jo kolmannella luokalla.

Laatimamme tutkimuskysymykset ovat muovautuneet koko tutkimusprosessin ajan. Lopulta kysymykset tiivistyivät kolmeksi keskeiseksi kysymykseksi. Tutkimuskysymykset ovat:

1. Millaisia kokemuksia opettajilla on matemaattisesti hyvin edistyneistä oppilaista peruskoulun toisella vuosiluokalla?
2. Millaisilla keinoilla opettajat ohjaavat ja eriyttävät matemaattisesti hyvin edistyneitä oppilaita peruskoulun toisella luokalla?
3. Millaisia piirteitä opettajat yhdistävät matemaattisesti hyvin edistyneisiin oppilaisiin toisella luokalla?

## 6 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS JA METODOLOGI- NEN LÄHESTYMISTAPA

Pro gradu -tutkielmamme on laadullinen tutkimus, jonka metodologinen lähestymistapa on fenomenologis-hermeneuttinen. Koska tutkimme pro gradu -tutkielmassamme opettajien kokemuksia, meidän oli luontaista valita tutkimusmetodiksi fenomenologis-hermeneuttinen lähestymistapa. Tämä johtuu siitä, että me tutkimme elettyä ja koettua sekä pyrimme kuvailemaan ja tulkitsemaan niiden merkityksiä. Emme kuitenkaan halunneet jättää aineistoa kuvailuun ja tulkintaan, minkä takia fenomenologinen lähestymistapa yhdistyi hermeneuttiseen. Hermeneuttinen lähestymistapa mahdollistaa meille aineiston ymmärtämisen ja tulkinnan, kun liikumme tutkimuksemme aikana hermeneuttisella kehällä vuorovaikutuksessa aineiston kanssa. Fenomenologis-hermeneuttinen lähestymistapa kuuluu laadullisen tutkimuksen tieteenalaan.

### 6.1 Tutkimuksen menetelmälliset lähtökohdat

Laadullinen tutkimus tutkii todellisuutta ja siitä saatavan tiedon luonnetta, joka perustuu ihmisten subjektiivisten kokemusten ja näkemysten tarkasteluun. Sille ominaista on se, että tutkittavaa kohdetta lähestytään sille luonnollisissa olosuhteissa. Laadullisessa tutkimuksessa syvennyttään tarkastelemaan yksittäisiä tapauksia, jotka keskittyvät kahteen pääosaan: tutkimuskohteen näkökulma ja tutkijan vuorovaikutus yksittäisen havainnon kanssa. Laadullisessa tutkimusotteessa tutkijan ja tutkimuskohteen välinen etäisyys on hyvin pieni. Vaikka laadullisessa tutkimuksessa olennaista on tutkimuskohteen kokemus, se pyrkii antamaan teoreettisesti kokonaisvaltaisen tulkinnan tutkimuskohteena olevasta ilmiöstä. (Puusa & Juuti 2020b.) Koska tutkimme opettajien kokemuksia matemaattisesti hyvin edistyneiden opetuksesta, meidän pro gradu -tutkielmassa ilmenee laadullisen tutkimuksen ominaispiirteitä, kuten todellisuuden ja siitä saatavan subjektiivisen tiedon luonteen tutkiminen. Lisäksi tutkimme yksittäisten opettajien subjektiivisia kokemuksia ja tarkastelemme heidän näkemyksiään.

Vaikka pyrimme tuomaan tutkimuskohteen näkökulmaa esiin, niin olemme saaneet etäisyyttä tutkimuskohteeseen hyvin, koska aineisto on kerätty laadullisella kyselylomakkeella.

Laadullista tutkimusta kuvataan prosessiksi, jossa aineistonkeruun väline on inhimillinen eli tutkija itse. Aineistoon liittyvien näkökulmien ja tulkintojen voidaan katsoa kehittyvän tutkijan tietoisuudessa vähitellen tutkimusprosessin edetessä. Laadullinen tutkimus luonnehditaan prosessiksi, jossa tutkimuksen etenemisen vaiheet eivät aina ole etukäteen jäseneltävissä selkeisiin vaiheisiin, vaan esimerkiksi aineiston keruuta ja tutkimustehtävää koskevat ratkaisut muodostuvat vähitellen tutkimuksen edetessä. (Kiviniemi 2018, 73.) Pro gradun -tutkielman tekemisen aikana olemme joutuneet useasti rajaamaan ja tarkentamaan tutkimuksen aihetta. Meille on alusta lähtien ollut selvää, että haluamme tutkia matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden opettamista. Tämän jälkeen aihe rajautui alakoulun toisen luokan oppilaiden opettamiseen sekä opettajien kokemuksiin. Jossain vaiheessa sorruimme aloitteleville tutkijoille tyypillisesti kirjoittamaan ohi aiheen alaspäin eriyttämisestä. Tutkimuskysymykset tarkentuivat teoriaosuuden kirjoittamisen aikana. Kuten teoriaosuudesta käy ilmi lahjakkuuden käsitteeseen liittyy paljon problematiikkaa. (vrt. Kiviniemi 2018, 73,76.)

Pro gradu -tutkielmassa käsittelemme tutkimuslöydöksiä laadulliselle tutkimukselle tyypillisesti myös teoriatasolla. (vrt. Moilanen & Rähkä 2018, 67.) Tutkimuksen teorisoituvaiheessa tutustuimme tutkimuksen keskeisiin käsitteisiin, jotta pystyimme syventämään omaa esiymmärrystämme matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta. Tässä vaiheessa etsimme, minkälaista tutkimusta aiheesta on aiemmin tehty, minkälaisia tuloksia niistä on saatu sekä minkälaisia käsitteitä niissä on kohdeilmiöstä käytetty. Pohdimme lahjakkuuden käsitettä ja sen lähikäsitteitä, jonka kautta päädyimme käyttämään tutkimuksen empiirisessä osuudessa käsitettä matemaattisesti hyvin edistyneet. (vrt. Puusa & Juuti 2020b.) Tutkimuksen alussa emme olleet perspektiivittömiä ”tyhjiä taukuja”, vaan näkemykset ja teoriat suuntasivat tutkimuksemme kulkua teorisoituvaiheessa. (vrt. Kiviniemi 2018, 76.)



Laadulliseen tutkimukseen on vaikuttanut filosofia, psykologia, sosiologia, antropologia ja kasvatustieteet. Tästä syystä laadullisen tutkimuksen kentän sisällä on syntynyt erilaisia alueita. Näillä laadullisen tutkimuksen alueilla käytetään pääsääntöisesti erilaisia menetelmiä, vaikka niissä on päällekkäisyyksiä. Jotta tutkija osaa soveltaa jokaista menetelmää tulee hänen tuntee ne. Laadullisen tutkimuksen menetelmistä useimmat painottuvat fenomenologiaan, mutta myös hermeneuttinen lähestymistapa on tällä hetkellä hyvin suosittu laadullisen tutkimuksen kentällä. (Puusa & Juuti 2020a.) Vaikka fenomenologis-hermeneuttinen lähestymistapa on tällä hetkellä suosittu, emme ole löytäneet paljoa muita pro gradu -tutkielmia viime vuosilta, jotka käsittelevät lahjakkuutta ja olisivat fenomenologis-hermeneuttisia tutkimuksia.

#### *Fenomenologinen tutkimusmenetelmä lähtökohtana*

Monissa laadullisissa tutkimuksissa käytetään fenomenologista tutkimussuuntausta, koska se pyrkii selvittämään, kuinka ihmiset kokevat ne ilmiöt, joiden sisällä he elävät. Edellisen lisäksi, että fenomenologisessa tutkimussuuntauksessa ollaan kiinnostuneita kokemuksista. Fenomenologiassa halutaan tutkia, miten ihmiset rakentavat eri merkitysyhteyksiin sen sosiaalisen todellisuuden, jossa he elävät. Fenomenologia näkee ihmiset sosiaalisten vaikutusten kohteina ja vaikuttajina, jotka kasvavat osaksi merkitysten verkostoa, kun he tuottavat merkityksiä ollessaan vuorovaikutuksessa toisten ihmisten kanssa. (Puusa & Juuti 2020a.) Fenomenologisessa tutkimussuuntauksessa tutkimuskohteeksi pyritään valitsemaan ihmisiä, joilla on omakohtaisia kokemuksia tutkijaa kiinnostavasta ilmiöstä (Lehtomaa 2008, 167). Fenomenologian perustajana pidetään Edmund Husserlia, jonka mukaan fenomenologisessa lähestymistavassa tutkitaan tietoisuuden rakenteita havaintokokemuksessa. Lyhyesti ilmaistuna fenomenologia tarkoittaa tutkimusta ilmiöiden olemuksesta ja tulee kreikan sanoista *phainomenon* ("ilmenevä ilmiö") ja *logos* ("järki, käsitteellisyys, puhe, oppi"). (Huhtinen & Tuominen 2020.) Näemme tärkeäksi sekä fenomenologian että hermeneutiikan esittelyn, jotta lukija voi saada myöhemmin esiteltävästä fenomenologis-hermeneuttisesta tutkimussuuntauksesta kokonaisvaltaisen käsityksen. Fenomenologia on

ollut tutkimuksessamme alusta asti mukana, koska jo suunnitteluvaiheessa tiesimme, että haluamme tutkia opettajien kokemuksia. Fenomenologisen lähestymistavan mukaisesti toivoimme, että vastaajiksi valikoituisi opettajia, joilla on omakohtaista kokemusta matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta. Tutkimuskohteena näemme opettajat sosiaalisten vaikutusten kohteina, koska heidän kokemuksensa matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta eivät olisi voineet syntyä ilman vuorovaikutusta oppilaiden kanssa. Olennaista meidän tutkimuksemme näkökulmasta on juuri se merkitysten verkosto, joka on muodostunut opettajan kokemuksista siinä sosiaalisessa todellisuudessa, jossa opettaja ja matemaattisesti hyvin edistynyt oppilas ovat vuorovaikutuksessa.

Sekä Puusa ja Juuti (2020a) että Given (2008) kirjoittavat, kuinka fenomenologiselle perinteelle tunnusomaista on elämismaailman tutkimus juuri sellaisena kuin me sen koemme. Given (2008) kuitenkin antaa fenomenologialle toisen lähestymistavan, tiivistämällä sen tutkimukseksi, jossa elettyä kokemusta reflektoidaan. Hänen mukaansa fenomenologisessa tutkimuksessa voidaan myös esireflektoida kokemuksia. Esirefleksointi tarkoittaa kokemuksen käsitteellistämistä, teoretisointia, kategorisointia sekä reflektointia. Fenomenologia pyrkii kuvailemaan ja tulkitsemaan eletyn sekä koetun merkityksiä. Merkitykset muodostuvat kokemuksista ja niihin vaikuttavat meidän tietoisuutemme, kieli, kognitiiviset sekä ei-kognitiiviset taipumukset ja ennakkoymmärrys sekä ennakkoluulot. Fenomenologisen tutkimusotteen kautta voidaan tutkia mitä tahansa ihmisen kokemaa ilmiötä. (Given 2008, 616.) Halusimme nostaa esiin Givenin (2008) näkökulman esireflektiosta, koska myös me olemme esireflektoineet tutkimuksessamme. Esirefleksio näkyy meidän tutkimuksessamme käsitteellistämisenä ja teoretisointina, kun tutkielman teoriaosuutta laatiessa etsimme uutta tietoa aiheestamme. Kun laadimme teoriaosuutta, emme voineet välttyä uuden tiedon rakentumisesta tai uusien näkökulmien löytämisestä.

Kokemus on käsitteenä hyvin monimerkityksellinen ja hankala. Siitä huolimatta sitä käytetään arkipuheessa varsin paljon. Kokemus on liitettävissä moneen asiaan, kuten elämyksiin, tapahtumiin, ajatuksiin ja tuntemuksiin. Tämän

lisäksi kokemuksella voidaan tarkoittaa kompetenssia eli taitoja ja kykyjä. Kokemuksella on olemassa aina jokin kohde, koska se on kokemus jostakin. Kokemukseen liittyy paljon tulkintaa, joihin vaikuttaa aiemmat kokemukset sekä esiymmärykset kokemisesta itsessään. (Kukkola 2018, 41-42, 51.) Meidän pro gradu -tutkielmassamme kokemus liitetään opettajan omakohtaisiin kokemuksiin. Näemme, että luokanopettajalla on elävää ja omakohtaista kokemusta koskien matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta alakoulun toisella luokalla.

#### *Hermeneutiikka painottaa ymmärtämistä*

Hermeneutiikalla tarkoitetaan teoriaa tulkinnasta ja ymmärtämisestä. Richard Palmerin (1969) mukaan modernista hermeneutiikasta on olemassa kuusi erilaista määritelmää, joita pidetään hermeneutiikan historiallisina vaiheina. Hermeneutiikka sai alkunsa 1700-luvulla ja sitä pidetään yleisimmin ja pisimpään tunnettuna pyhien tekstien eksegetiikana, mutta jotkut yhdistävät sen juuret jo alkuseurakuntaan, jossa pyrittiin tulkitsemaan pyhiä tekstejä. Eksegeeni tarkoittaa "merkityksen ulos vetämistä" tekstistä. Hermeneutiikka eksegeesinä on tekniikkana sellainen, jonka avulla pyritään objektiivisesti siihen merkityksen, mitä tekstin tekijä on pohjimmiltaan tarkoittanut. Esimerkiksi Raamatun eksegetiikassa yritetään löytää oikea tulkinta sille, mitä kirjoittajat ovat tarkoittaneet Jumalan sanana. Myöhemmin hermeneutiikka on laajentunut koskemaan Raamatun eksegetiikasta myös muita tekstejä. 1700-luvun ja 1800-luvun taitteessa hermeneutiikkaan tuotiin sen peruskäsitteitä ja ideoita, kuten hermeneuttinen kehä. Myös historiallisen tiedon merkitys kasvoi sekä hermeneuttisen tulkinnassa painotettiin kahta osatekijää: ymmärtäminen ja selittäminen. 1800-luvun lopulla hermeneutiikasta kehitettiin metodi ihmistieteille, jotka voidaan ymmärtää laajasti humanistisina tieteinä. Tällöin ymmärtäminen nähtiin hermeneutiikan mukaan kehämäisenä ja historiallisena, jossa ymmärtämiselle ei löydy alkua tai loppua. Hermeneutiikkaan otettiin mukaan myös käsite *erlebnis* (*lived experience*), jolla on ollut suuri merkitys 1900-luvun fenomenologialle. (Kakkori & Huttunen 2011, 5-6.)

Hermeneutiikassa pyritään etsimään tulkinnalle kriteerejä, joita noudattamalla pystyisimme puhua huonommista tai oikeimmista tulkinnoista. Hermeneuttinen ulottuvuus otetaan mukaan fenomenologiseen tutkimukseen mukaan tulkinnan tarpeen takia. Hermeneuttinen tutkimus keskittyy ihmisten väliseen kommunikaation maailmaan, johon sisältyvät ihmisen ilmaisut, joista kaikkein hallitsevin luokka on kielelliset ilmaisut. Ilmaisut sisältävät merkityksiä, joita voidaan kohdata vain ymmärtämällä ja tulkitsemalla. (Laine 2018, 33-34.) Olemme ottaneet hermeneutiikan osaksi tutkielmaa fenomenologian tueksi sen tulkinnallisen ulottuvuuden takia. Hermeneutiikan ulottuvuus mahdollistaa meille tulkinnan lisäksi hermeneuttisen kehän käytön, jolloin voimme käydä keskustelua tutkimusaineiston, aineistosta nousevien merkitysten ja tulosten sekä oman esiymmärryksemme välillä.

Hermeneuttinen kehä tarkoittaa laajaa tutkimuksellista dialogia tutkimusaineiston kanssa, jossa tutkimusaineistoa ei nähdä haltuun saatuna tietovarastona. Tutkija aloittaa aineiston kanssa eräänlaisen vuoropuhelun, jonka päämääränä on toisen toiseuden ymmärtäminen. Vasta tästä vuoropuhelusta syntyy tieto. Tutkiva vuoropuhelu on aineiston ja oman tulkinnan välistä kehämäistä liikettä. Tässä liikkeessä tutkijan ymmärryksen tulee koko ajan korjautua ja syventyä. Tutkijan pitää liikkua hermeneuttisella kehällä jokaisessa tutkimuksen vaiheessa. (Huhtinen & Tuominen 2020.) Kehällä kulkemisen avulla pyrimme irtautumaan oman perspektiivimme keskeisyydestä. Irtautuminen on kuitenkin suhteellista ja ihanteellista. Tutkimuksen alkuvaiheessa muodostimme välittämiä ja spontaaneja tulkintoja, joista pyrimme irti kriittisen ja reflektiivisen asenteen avulla. Pro gradu -tutkielman teko ajoittuu keskelle muita opintoja sekä pitkälle aikajaksolle, joten joudumme ihan käytännön syistä palaamaan aineistoon useasti. Edellä mainitusta syystä saimme tutkijoina etäisyyttä tulkintoihimme. Liikuimme hermeneuttisella kehällä palaamalla aineiston pariin yhä uudelleen ja uudelleen tarkastelemaan aineistoa uusin silmin. Kriittisen etäisyyden jälkeen aineistosta nousi esiin asioita, joita emme aiemmin olleet pitäneet olennaisina. Edellinen johtui siitä, että nämä asiat eivät vastanneet ensimmäisiä tulkintoja.

Muodostimme aineiston pohjalta hypoteesin, jota koettelimme aina kun palasimme aineiston pariin. Hermeneuttisen kehäliikkeen tarkoituksena oli saavuttaa uskottavin ja todennäköisin tulkinta siitä, mitä tutkittavat olivat vastanneet. (vrt. Laine 2018, 37-38.) Aineistoon useasti tutustuminen käytännön syistä ei kuitenkaan riitä yksinään takaamaan uutta tulkintaa ja ymmärrystä sen merkityksistä, vaan uudelleen tutustumisessa tulee tietoisesti pyrkiä eroon kriittisen ja reflektiivisen asenteen avulla.

Hermeneuttisen tutkimusprosessin aikana tutkija korjaa omia ennakkokäsityksiään. Tutkija pyrkii ilmeisyyteen, joka tarkoittaa sitä, että tulkinta lisää kokonaisuuden ymmärrettävyyttä. Tällöin tulkinta ja tulkittava aineisto eivät ole ristiriidassa toistensa kanssa. Merkittävää on, että tutkija nostaa esiin esiymmärryksensä. Koska ymmärtäminen on tulkintaa, pohjautuu ymmärtäminen siihen, että ymmärtämisen pohjana on se, joka on ymmärretty aiemmin. Esiymmärrys on tietoa, näkemyksiä ja kokemuksia, jotka on kerätty omakohtaisesti tai toisen kautta. Kirjallisuudesta kerätty tieto voi olla toisen kautta kerättyä. (Puusa & Juuti 2020d.) Kuten aiemmin totesimme, me emme ole niin sanottuja ”tyhjiä tauluja”, vaan meillä on sekä omakohtaista että toisen kautta kerättyä kokemusta tutkielman aiheesta. Hermeneuttisen lähestymistavan mukaan me pyrimme myös tuomaan esiin meidän esiymmärryksemme ilmiöstä, josta kirjoitamme myöhemmin.

#### *Kokemusten ymmärtäminen fenomenologis-hermeneuttisen lähestymistavan kautta*

Given (2008) kirjoittaa, että fenomenologisesta tutkimussuuntauksesta tulee hermeneuttista, kun sen metodi suuntautuu tulkitsemiseen eikä vain kokemusten kuvailemiseen. Hän määrittää fenomenologis-hermeneuttisen tutkimusotteen keskeisiksi käsitteiksi tulkinnan, tekstuaalisen merkityksen, dialogin, esiymmärryksen ja tradition. Tulkinnallisen ja kuvailevan fenomenologian ero on usein tutkijoiden keskuudessa yliyksinkertaistettu. Hans-Georg Gadamer ja Paul Ricoeur liitetään usein fenomenologis-hermeneuttiseen metodologiaan. Kuitenkin Martin Heidegger, joka usein liitetään eksistentiaaliseen fenomenologiaan,

väittää, että kaikenlainen kuvailu ja inhimillinen ymmärtäminen on tulkintaa. (Given 2008, 616-617.)

Toisin kuin Given (2008) edellisessä kappaleessa Kögler (2011) painottaa fenomenologis-hermeneuttisessa lähestymistavassa toimijuuden (*human agency*) ymmärtämistä. Hänen mukaansa olennaista fenomenologis-hermeneuttisessa lähestymistavassa on toimijoiden omakohtainen kokemus siitä maailmasta, jossa he elävät. Tämän takia onkin tärkeää, että fenomenologis-hermeneuttisessa tutkimuksessa tutkittava antaa riittävän kuvauksen ilmiöstä. Riittävän kuvauksen tulee perustua hänen omaan käsitykseen ja sen ymmärtämiseen. Sen tulee myös tarjota tutkijalle työkaluja, jotka selittävät ilmiötä. Filosofisesta näkökulmasta fenomenologis-hermeneuttisessa lähestymistavassa on ontologisia ennako-oletuksia ihmisen toimijuudesta. (Kögler 2011, 3) Kun tarkastelee Köglerin tapa lähestyä fenomenologis-hermeneuttista tutkimusta, se on hyvin samanlainen kuin Puusan ja Juutin (2020a) kuvaus fenomenologiasta, jonka mukaan fenomenologisessa tutkimussuuntauksessa ollaan kiinnostuneita siitä, miten ihmiset rakentavat eri merkitysyhteyksiin sen sosiaalisen todellisuuden, jossa he elävät.

Länsimaisia fenomenologisia tyyppejä on kolme. Ne ovat fenomenologis-hermeneuttinen lähestymistapa sekä transsendenttinen ja eksistentiaalinen fenomenologia. Transsendenttinen fenomenologia perustuu siihen, että siinä voimme asettaa syrjään omat henkilökohtaiset mielipiteemme ymmärtääksemme todellisuutta. Eksistentiaalinen fenomenologia on taas transsendenttisen fenomenologian vastakohta, jossa ihmisen ei tule irrottautua omasta näkökulmastaan tutkiessaan ilmiötä. Fenomenologis-hermeneuttinen lähestymistapa eroaa transsendenttisestä ja eksistentiaalisesta fenomenologiasta, koska se on prosessi, jossa tutkija ja tutkittava tekevät yhteistyötä tutkien ja kehittämällä ymmärrystään tutkittavasta ilmiöstä. (Lauterbach 2018, 2883.) Given (2008, 616) avaa artikkelissaan näiden kolmen länsimaisen fenomenologian tyyppin lisäksi vielä kielellisen ja eettisen fenomenologian. Kun tutustuimme erilaisiin fenomenologian tyyppeihin, ymmärsimme, että fenomenologis-hermeneuttinen lähestymistapa palvelee parhaiten meidän tutkimusta. Vaikka keräsimme aineiston kyselylomakkeella, tutkimuksemme ei olisi voinut toteutua ilman yhteistyötä kyselyyn vastanneiden

kanssa. Kyselyyn vastanneiden vastausten kautta, pääsemme tutkimaan ja muodostamaan ymmärrystä siitä, millaista on opettaa matemaattisesti hyvin edistyneitä alakoulun toisella luokalla.

Kakkorin (2009) mukaan fenomenologis-hermeneuttinen tutkimussuuntaus on yleistynyt erityisesti kasvatus- ja hoitotieteessä. Hänen kritisoi fenomenologis-hermeneuttinen tutkimussuuntausta siitä, että se määritellään usein heikosti ja moniselitteisesti. Syy tähän kritiikkiin nousee kyseisen metodin sisältävistä perustavanlaatuisista eroista. Tämä ero syntyy hänen mielestään siitä, että siinä yhdistyy kaksi erilaista filosofista suuntausta. Fenomenologia perustuu tutkimukseen ilmiöiden olemuksesta, kun taas hermeneutiikka perustuu tulkinnan oppiin. Tämän lisäksi fenomenologian perustajana pidetään Edmund Husserlia, kun taas hermeneutiikan perustajana Hans-Georg Gadameria. Pohjoismaissa, Englannissa ja Kanadassa fenomenologis-hermeneuttisen tutkimusmenetelmän esiin tuojana ja kehittäjänä nähdään van Manen. Hän on tunnettu eletty elämys/kokemus -käsitteestään (*lived experience*), joka sisältyy hänen luomaan fenomenologis-hermeneuttiseen tutkimusotteeseen. (Kakkori 2009, 273-274; Kakkori & Huttunen 2011, 1.)

Vaikka Kakkori (2011) aiemmassa viittauksessa tuo esille, että fenomenologisella ja hermeneuttisella lähestymistavalla on paljon annettavaa toisilleen, hänen mielestään fenomenologinen tutkimusote ei muutu fenomenologis-hermeneuttiseksi, kun ymmärrämme ja tulkitsemme asioita. Tämän takia hän painottaa, että fenomenologian ja hermeneutiikan yhdistelmää käytettäessä, tulee niiden välinen ero tunnistaa. (Kakkori 2009, 279.) Kakkorin lisäksi myös Kukkola (2014) korostaa fenomenologian ja hermeneutiikan eroa. Hänen mukaansa kokemus ei ole tutkimuksen keskeinen kohde, vaan se mihin kokemukset viittaavat. Fenomenologian ja hermeneutiikan erottaa se, että emme voi saavuttaa toisten ihmisten kokemuksia ominamme. Fenomenologisesti ajatellen pystymme kokemaan vain omat kokemuksemme, jotka ovat meille yksityisiä ja ainutlaatuisia. Hermeneutiikan näkökulmasta taas voimme kaikesta huolimatta ymmärtää toisten kokemuksia paremmin kuin kokija itse, vaikka meillä ei ole välitöntä pääsyä

tuohon yksilölliseen kokemukseen. Sen mukaan tarkastelun keskiössä on kokemuksen situationaalisuus ja se, että ymmärrys on kokijan elämismaailman hahmottamista, jopa paremmin kuin kokija itse. Kokemus voi myös osoittautua vääräksi, mutta se ei tee kokemuksesta itsessään mitätöntä. (Kukkola 2014, 50-51, 53.) Aineiston keräämiseen ja tulkitsemiseen fenomenologis-hermeneuttinen tutkimusmetodi ei ole teknisesti opittavissa eikä käytettävissä oleva väline. Se on sidoksissa verkostoon, jossa on erilaisia suuria kysymyksiä. Fenomenologis-hermeneuttisen metodin käyttö vaatii tutkijalta perusteiden pohtimista tutkimusprosessin eri vaiheiden aikana. (Laine 2018, 29.)

Tutkimuksessamme fenomenologia ja hermeneutiikka yhdistyvät fenomenologis-hermeneuttiseksi, koska haluamme tulkita ja ymmärtää kokemusta. Vaikka näiden metodien yhdistämistä voi kritisoida, näemme, että niiden yhdistäminen on perusteltua meidän tutkielman aiheen näkökulmasta. Sen lisäksi, että tutkimme opettajien kokemuksia, tutkimme myös mihin ne viittaavat, kuten Kukkolaan (2014) viitatessamme edellisessä kappaleessa toimme esille. Tutkielmassamme hermeneutiikka on yhtä merkittävässä roolissa kuin fenomenologia, koska eletyn ja koetun tutkimisen lisäksi, haluamme myös kuvata ja tulkita niiden merkityksiä. Otamme kaikkien kyselyyn vastanneiden vastaukset vastaan siitä lähtökohdasta, että jokaisen kokemus on merkityksellinen tutkimuksemme näkökulmasta. Koska meillä on kokemusta vain varhaiskasvatuksen sekä esiopetuksen puolelta ja olemme etsineet kattavasti tietoa aiheesta, meillä on esiymmärrystä, mutta emme voi väittää, että ymmärtäisimme vastanneiden kokemuksia paremmin kuin he itse.

## **6.2 Aineiston hankinta ja tutkittavien kuvailu**

Tutkielman aineiston hankinta on toteutettu kvalitatiivisena eli laadullisena avoimena kyselylomaketutkimuksena. Kysely on tehty verkkokyselynä Webropol-ohjelmalla. Aineiston keruu aloitettiin marraskuussa 2020. Linkki Webropol-kyselyyn jaettiin neljässä eri luokanopettajille suunnatussa Facebook-ryhmässä.



Ryhmissä vastaajiksi etsittiin luokanopettajia, joilla on kokemusta matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta toisella luokalla.

Valitsimme laadullisen kyselylomaketutkimuksen aineistonkeruumenetelmäksi, koska siinä tutkittavien näkökulmat ja mielipiteet pääsevät esille, mikä on kvalitatiivisen tutkimuksen tyypillinen piirre (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2009, 164). Kyselytutkimuksen etuna pidetään sitä, että sen avulla voidaan kerätä kattava tutkimusaineisto. Tutkimukseen voidaan saada paljon henkilöitä, joilta voidaan kysyä monia asioita. Kyselylomake on toimiva menetelmä, koska se säästää sekä tutkijan aikaa että vaivannäköä. (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2009, 195.) Laadullisessa tutkimuksessa tutkittavien määrä jää usein hyvin alhaiseksi, esimerkiksi seitsemän tutkittavaa (Räihä & Moilanen 2018, 69). Kyselytutkimuksen heikkoutena pidetään aineiston pinnallisuutta ja tutkimuksen vaatimattomuutta. Haittana nähdään se, ettei voida tietää, kuinka vakavasti vastaajat ovat suhtautuneet tutkimukseen. Haittana pidetään myös sitä, ettei voida kontrolloida väärinymmärryksiä eli ei tiedetä vastausvaihtoehtojen ymmärrettävyyttä vastaajien näkökulmasta. Lisäksi ei varmasti tiedetä, ovatko vastaajat selvillä aihealueesta tai perehtyneet kyseiseen asiaan. Kyselytutkimuksen haasteena on se, että hyvän lomakkeen laatiminen vie aikaa sekä vaatii myös tutkijalta monenlaista tietoa ja taitoa. Siinä on myös riski suuresta kadosta (vastaamattomuudesta). (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2009, 195.) Tavoitteenamme oli kerätä yhteensä 20 vastaajaa pro gradu -tutkielmaan, vaikka onnistuneen laadullisen tutkimuksen voi tehdä pienemmälläkin määrällä. Päädyimme tähän, koska tutkimus tehtiin kyselylomakkeella, jolloin vastausten laadusta ei ole varmuutta. Toki myöskään pelkkä suurempi tutkittavien määrä ei takaa laadukkaita vastauksia, mutta lisää kuitenkin niiden saamisen mahdollisuutta.

Verkkokyselyn suurin etu on niiden nopeus sekä kyselyä toimittaessa että vastauslomaketta palauttaessa. Verkkokyselyt tai muuten sosiaalisessa mediassa tehdyt aineistonkeruut vähentävät tutkijan työvaiheita. Koska vastaukset ovat valmiiksi sähköisessä muodossa ja juuri siinä muodossa kuin vastaaja on itse kyselyyn vastannut, aineistoa ei tarvitse erikseen syöttää tai litteroida. (Perkkilä &

Valli 2015.) Perustelemme valittua aineiston hankintatapaa sillä, että kyselylomaketutkimuksella voimme myös saada kattavan tutkimusaineiston. Aineiston hankintatavan valintaan vaikutti myös maailmalla jylläävä COVID-19 pandemia sekä sen tuomat rajoitukset. Koska opiskelujen lähiopetuksen toteutus lähiopetuksessa oli epävarmaa, emme me olleet varmoja olemmeko samalla paikkakunnalla toteuttamassa haastatteluja. Haastatteluissa olisi myös ollut riskinä haastateltavan äkillinen sairastuminen ja haastattelun peruuntuminen, vaikka haastattelut olisikin toteutettu etänä. Tämän lisäksi näimme kyselylomakkeen käytön tehokkaaksi aineiston hankintatavaksi muiden opintojen ohella.

Fenomenologisessa tutkimuksessa haastattelu on kaikista yleisin aineistonkeruumenetelmä, vaikka sen toteuttamisesta on olemassa vähän tietoa. Bevan (2014) on kehittänyt fenomenologisen haastattelumenetelmän, joka antaa struktuurin fenomenologiseen haastatteluun. Fenomenologisen haastattelun struktuurin hän on jakanut kolmeen vaiheeseen, jotka ovat fenomenologiseen haastatteluun. Hän jakaa haastatteluun kolmeen vaiheeseen, jotka ovat kontekstualisointi (*contextualization*), ilmiön käsittäminen (*apprehending the phenomenon*) sekä ilmiön selventäminen (*clarifying the phenomenon*). Ensimmäinen vaihe eli kontekstualisointi tarkoittaa sitä, kuinka haastattelijan täytyy ottaa huomioon se konteksti, mistä kokemus saa merkityksen, jotta hän voi tutkia ihmisen kokemuksia. Kontekstualisoinnin kautta haastateltava voi jälleenrakentaa ja kuvailla kontekstia niin, että hänen kokemuksensa ovat osana kertomusta. Toisessa vaiheessa haastattelija pyrkii käsittämään tutkittavaa ilmiötä. Jotta haastattelija pystyy käsittämään ilmiötä, hänen tulee hankkia lisää tietoa kyseessä olevasta kokemuksesta yksityiskohtaisilla ja kuvaavilla kysymyksillä. Tämän takia onkin tärkeää, että haastattelija tutkii kokemusta mahdollisimman monipuolisesti, jotta siitä saadaan mahdollisimman monta näkökulmaa. Kolmas ja viimeinen vaihe on ilmiön selvittäminen, jossa haastattelija saattaa muuttaa kysymyksiään niin, ettei hän vain tutkikaan kokemusta tai kokemuksia vaan ilmiötä itsessään. Vastauksen haastattelun jälkeen haastattelija voi kysyä koetusta ilmiöstä muuttamalla kysymystä. (Bevan 2014, 137-141.) Tutkimuksemme kyselylomaketta (liite 1) var-

ten tutustuimme Bevanin (2014) artikkeliin, jotta saisimme luotua mahdollisimman avoimia kysymyksiä, joihin tulisi mahdollisimman laajoja vastauksia. Bevanin kehittämän fenomenologisen haastattelumenetelmän mukaan, näimme meidän tutkimukselle hyödylliseksi erityisesti kaksi ensimmäistä vaihetta. Kolmannen vaiheen jätimme pois sen takia, että kyselylomake ei mahdollista meille kysymysten soveltamista haastateltavan ja haastattelun etenemisen mukaan.

Haastatteluissa, joissa tutkitaan kokemuksia tulisi kysymysten olla avoimia ja ohjailta vastausta mahdollisimman vähän. Kuitenkin myös avoimessa haastattelussa jokainen kysymys vähän rajaa ja ohjaa haastateltavaa vastaamaan. Fenomenologisessa haastattelussa kysymykset tulisi laatia siten, että vastaukset olisi mahdollista antaa kuvaillen ja kertomusten omaisesti. Konkreettisilla, kokemukselliseen, toiminnalliseen, havainnollisen todellisuuden kuvaamiseen houkuttelevilla kysymyksillä päästään parhaiten tällaiseen kerrontaan. (Laine 2018, 39.) Aineiston keräämistä suunnitellessa oli erittäin tärkeää ja välttämätöntä että tutustuimme teoriaan kokemusten tutkimisen takana, jotta osasimme muotoilla kysymykset oikein. Kyselylomake koostuu kolmesta vastaajien taustaa kartoittavasta kysymyksestä ja viidestä avoimesta kysymyksestä, joihin vastaajat on ohjattu vastaamaan omien kokemusten pohjalta. Avoimissa kysymyksissä vastaajia on pyritty ohjaamaan vastaamaan mahdollisimman kertomusten omaisesti käyttäen kysymyksissä sanavalintoja kuten ”kuvaile, millaisia kokemuksia” sekä ”kerro kokemuksesi perusteella”. Kyselylomakkeeseen on jätetty myös runsaasti tilaa vastaamiseen, joka voi antaa vastaajille oletuksen siitä, että vastauksen tulisi olla kerronnallinen ja pitkä.

Webropol -kyselyyn vastasi yhteensä 21 opettajaa, joiden vastaukset muodostavat tutkimuksen aineiston. Kaikki tutkimukseen osallistuvat ovat koulutustaustaltaan kasvatustieteiden maistereita ja heillä on luokanopettajan pätevyys. Vastaajilla oli vaihteleva määrä kokemusta luokanopettajan työstä. Yhdellä vastaajista oli ensimmäinen työvuosi menossa, kun taas eniten työkokemusta oli kertynyt yhdelle vastaajista 37 vuotta. Kokemusta luokanopettajan työstä vastanneilla oli yhteensä 348 vuotta, jolloin vastanneiden työvuosien keskiarvoksi

osoittautui 16,5 vuotta. Työkokemus toisen luokan opettajana vaihteli 0,5-20 vuoden välillä. Työkokemusta toisen luokan opettajana oli yhteensä 136 vuotta, jolloin opettajilla oli keskimäärin työkokemusta 6,5 vuotta. Tutkimukseen osallistuneet vastasivat Webropol-kyselyyn anonymiminä niin, ettei heitä pystynyt tunnistamaan. Keräsimme tietoa heidän koulutuksesta ja työkokemuksesta, mutta henkilökisteriä ei kerätty. Kaikkia vastauksia pystyttiin käyttämään osana tutkimuksen aineistoa. Aineistoa muodostui Times New Roman 12 fontilla, 1,5 rivivälillä, noin 35 sivua. Pystyimme toteamaan aineiston riittävän laajaksi,, kun se alkoi toistamaan itseään ja saimme vastaukset asetettuihin tutkimuskysymyksiin. Vastanneet koodattiin satunnaisessa järjestyksessä. Opettajille annettiin järjestysnumerot ja heistä käytetään nimitystä "Opettaja".

### **6.3 Aineiston analyysi**

Aineiston analysoiminen laadullisessa tutkimuksessa on tiukasti yhteydessä aineiston hankintaan. Sekä aineiston hankintaan että aineiston analyysiin vaikuttaa aina tutkijan oma esiymmärrys. Kun aineisto on kerätty, sitä analysoidaan kahdesta eri näkökulmasta. Ensin tutkija lukee ja tutustuu aineistoon. Samalla hän pyrkii hahmottamaan millaisiin teemoihin aineiston voisi ryhmitellä. Toiseksi tutkija hankkii enemmän aihetta käsittelevää tietoa eri teorioista ja tutkimuksista kirjallisuuden avulla. (Puusa & Juuti 2020a.) Laadullisessa tutkimuksessa yhdistyy analyysi ja synteesi, minkä takia on tärkeää, että aineistosta luodaan mielekäs kokonaisuus, jotta siitä saadaan monipuolinen ja perusteltu tulkinta sekä lopulta johtopäätöksiä tutkittavasta ilmiöstä. Aineiston analyysi etenee niin, että ensin eritellään aineisto pilkkomalla se osiin, minkä jälkeen aineiston pohjalta tehdään synteesejä, jotka yhdistetään kokoon uudelleen. Aineiston analyysi kautta halutaan kuvailla, tulkita ja ymmärtää tutkittavaa ilmiötä. Laadullisen aineiston analyysiin on monenlaisia erilaisia tapoja, minkä takia tutkijan tulisi tehdä päätös siinä vaiheessa, kun hän alkaa keräämään aineistoa. (Puusa 2020.) Koska pyrimme kyselyyn osallistuneiden vastausten kautta tulkitsemaan

ja luomaan ymmärrystä opettajien kokemuksista siitä, millaista on opettaa maattisesti hyvin edistyneitä oppilaita alakoulun toisella luokalla, oli tutkimuksen näkökulmasta loogista päätyä fenomenologis-hermeneuttiseen analyysimenetelmään.

Kun etsimme tietoa fenomenologis-hermeneuttisesta analyysimenetelmästä, tutustuimme Peltomäen (2014) väitöskirjaan, jossa hän tutkii kotona asuvien ikäihmisten perheiden hyvää vointia. Kuten meidän pro gradu -tutkielman, myös Peltomäen tutkimuksen metodologinen lähestymistapa on fenomenologis-hermeneuttinen. Väitöskirjassaan Peltomäki on luonut kuvion, jossa hän esittelee fenomenologis-hermeneuttisen analyysin etenemisen. Hän on jakanut analyysin etenemisen kolmeen vaiheeseen, jotka etenevät järjestyksessä. Analyysin etenemisen ensimmäinen vaihe on alustava ymmärtäminen, toinen rakenteellinen analyysi ja kolmas kokonaisuuden käsittäminen. (Peltomäki 2014, 42.) Vaikka Peltomäen tutkimuksen metodologinen lähestymistapa on sama kuin meidän, emme voi täysin ottaa siitä mallia, koska aineistonkeruumenetelmämme ei ole ollut haastattelu vaan kyselylomake. Sovellamme siis tutkielmassamme Peltomäen esittelemää fenomenologis-hermeneuttisen analyysin etenemistä.

Fenomenologinen tutkimus etenee usein vaiheittaisena prosessina. Tutkimusaineiston ensimmäinen vaihe on kuvauksen tekeminen siitä, mitä aineistossa sanotaan. Tämä on nähtävissä myös Peltomäen (2014) alustavan ymmärtämisen vaiheessa. Peltomäki kirjoittaa, kuinka hän kirjoitti jokaisesta haastattelusta kertomuksen ja kokosi ne yhteen yhteiseksi kertomukseksi. Ensimmäisen vaiheen kuvauksen tarkoituksena on tiivistää aines tutkijalle itse ja kuvata hänen alustavaa ymmärtämistään. Koska meidän tutkimuksemme on suoritettu kyselylomakkeella (liite 1), ei meidän tarvitse puhtaaksi kirjoittaa eli litteroida, vaan vastaukset ovat jo valmiina vastaajien itse kirjottamina. Ensimmäisessä vaiheessa tavoitteena on tekstin kanssa tutuksi tuleminen. Aineiston lukemiseen tulee käyttää paljon aikaa, koska sen merkitys paljastuu vasta sitten, kun ymmärrämme ilmaisuja paremmin tutkittavan omasta näkökulmasta. (Laine 2018, 42; Pelto-

mäki 2014, 42-43.) Luimme aineistoa useaan kertaan avoimin mielin, jotta saavuttaisimme kokonaisvaikutelman. Tähän pyrimme lukemalla aineistoa yhden vastaajan vastaukset kerrallaan, jotta voisimme muodostaa niistä merkityksiä.

Aineiston kuvauksen jälkeen pyritään nostamaan aineistosta esiin merkitysten muodostamia kokonaisuuksia. Kun aineistoa jäsennetään merkityskokonaisuuksiksi, analyysi pyrkii tematisoimaan tai käsitteellistämään kuvauksessa esitettyä puhetta. Kieltä ei ole kuitenkaan tarkoitus puhdistaa yksiselitteisiksi käsitteiksi. Tämän sijaan sitä tulee ymmärtää ja tulkita kokemusten sekä merkityksen monikerroksellisuutta. Tarkoituksena on ymmärtää yleisyyden ohella myös yksittäisten ilmiöiden moninaisuutta. (Laine 2018, 43-45.) Teemoittamisessa aineisto pelkistetään. Pelkistämällä tarkoitetaan sitä, että aineistosta etsitään tekstin olennaisimmat asiat. Näin teemojen avulla voidaan saavuttaa tekstin merkityksenantojen ydin, joka liittyy tekstin sisältöön eikä sen yksittäisiin kohtiin. Tämän takia onkin tärkeää, että tutkija lukee tekstin useaan kertaan, jotta hän voi löytää rivienkin välistä keskeiset merkitykset. Kun tutkija etsii aineistosta teemoja, tätä lähestymistapaa kutsutaan aineistolähtöiseksi. (Moilanen & Räihä 2018, 60.) Tätä vaihetta Peltomäki (2014, 42, 45) kutsuu rakenteellisen analyysin vaiheeksi, jossa hän pelkistää merkitysyksikköjen arkikielen ilmaisuksi, luokittelee ne alateemoiksi ja lopulta muodostaa niistä yläteemoja. Rakenteellisen analyysin vaihe näkyy myös meidän pro gradu -tutkielmassa merkitysyksiköiden pelkistämisenä ja teemoittamisena ala- ja yläluokkiin (ks. taulukko 2). Koska tutkimuksemme aineistonkeruumenetelmä oli kyselylomake, toteutimme rakenteellisen analyysin vaiheen vastaus kerrallaan.

Taulukossa 2 on nähtävissä, kuinka fenomenologis-hermeneuttisen analyysin kautta muodostimme yläteeman *matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden työskentelytaitojen kuvailu*. Taulukon vasemmassa laidassa on merkitysyksiköt, jotka ovat suoria lainauksia opettajien vastauksista. Seuraavassa sarakkeessa on pelkistetyt merkitysyksiköt. Tämän jälkeen pelkistetyistä ilmauksista muodostettiin alateemat, jotka ovat *tehtävien nopea suorittaminen ja oman toiminnan säätely* sekä *työskentelytaidot*. Oikean puolimmaisessa sarakkeessa on nähtävissä yläteema, joka on muodostunut alateemoista.

TAULUKKO 2. Esimerkki rakenteellisen analyysin ala- ja yläteemojen muodostumisesta

Merkitysyksikkö	Pelkistäminen	Alateema	Yläteema
Oppilas on yleensä nopea ja omatoiminen. Haluaa edetä nopeammin kuin muut. (Opettaja 1)	Oppilas on yleensä nopea ja omatoiminen.	Tehtävien nopea suorittaminen ja oman toiminnan säätely.	Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden työskentelytaitojen kuvailu
Usein näillä lapsilla on myös sinnikkyyttä yrittää silloinkin kun tehtävä tuntuu haastavalta. Eli eniten se näkyy lapsen tavassa työskennellä. (Opettaja 2)	Sinnikkyys työskentelyssä.	Tehtävien nopea suorittaminen ja oman toiminnan säätely.	
Tehtävät ovat heille helppoja ja he tekevät ne nopeasti. - - He ovat itsenäisiä ja nopeita. (Opettaja 4)	Tehtävät helppoja ja nopeita laskemaan.	Tehtävien nopea suorittaminen ja oman toiminnan säätely.	
- hyvät työskentelytaidot, kykenee kuuntelemaan, keskustelemaan, keskittymään ja pyytämään apua tarvittaessa (Opettaja 8)	Hyvät työskentelytaidot.	Työskentelytaidot	
Tällaiset lapset ovat nopeita ja tarkkoja laskijoita. Heille oppikirjan perustehtävät eivät juurikaan tarjoa haastetta ja he suoriutuvat tehtävistä nopeasti. (Opettaja 17)	Nopeita ja tarkkoja laskemaan. Suoriutuvat tehtävistä nopeasti.	Tehtävien nopea suorittaminen ja oman toiminnan säätely.	
Tehtävät tehdään nopeasti. Uudet asiat opitaan nopeasti. Kykenevät tekemään tehtäviä itsenäisesti. (Opettaja 19)	Tehtävien nopea tekeminen, uuden asian nopeasti oppiminen. Osaa työskennellä itsenäisesti.	Tehtävien nopea suorittaminen ja oman toiminnan säätely.	
Usein he kuitenkin selviävät tehtävistä itsenäisesti ja ymmärtävät tehtävänannot nopeasti -- (Opettaja 19)	Osaa työskennellä itsenäisesti. Ymmärtävät tehtävänannot helposti.	Työskentelytaidot	

Koska analyysivaiheessa aineisto jakautuu erilaisiin merkityskokonaisuuksiin, jotka ovat ilmiön eri aspekteja, tulee tutkimuksen seuraavassa vaiheessa luoda kokonaiskuva ilmiöstä uudella tasolla. Tällä uudella tasolla tarkoitetaan sitä, että

analyysissä ilmenneet eri merkityskokonaisuudet muodostetaan yhdeksi kokonaiskuvaksi. (Laine 2018, 45-46) Kuten mainitsimme aiemmin, Peltomäki (2014) kutsuu tätä vaihetta kokonaisuuden käsittämiseksi. Siinä palataan takaisin alkuperäiseen aineistoon, jota tarkastellaan kokonaisuutena rakentaen hermeneuttista ymmärrystä. Peltomäen mukaan aineiston kokonaisuuden ymmärtäminen perustuu kriittiseen ja syvälliseen tulkintaan. Lopulta fenomenologis-hermeneuttisen analyysin tuloksena on merkitysrakenne, josta on nähtävissä käsitteiden väliset suhteet toisiinsa. Pääteemat kuvaavat niitä merkityksiä, jotka nousevat tulkinnan avulla. (Peltomäki 2014, 46-47.) Kokonaisuuden käsittelemiseksi palasimme alkuperäiseen aineistoon ja luimme kyselyyn vastanneiden vastauksia yhden henkilön vastaus kerrallaan. Kokonaisuuden syvällisen tulkinnan kautta muodostimme pääteemat. Pääteemoja muodostaessa peilasimme niitä esiymmärrykseen, alkuperäisen aineistoon ja analyysin aikaisempiin vaiheisiin. Taulukossa 3 on esimerkki yhden pääteeman *matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteitä muodostumisesta*. Kyseinen pääteema muodostuu yläteemoista *matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisten taitojen kuvailu* ja *matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden työskentelytaitojen kuvailu*.

TAULUKKO 3: Esimerkki rakenteellisen analyysin pääteemojen muodostumisesta

Yläteemat	Pääteema
Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisten taitojen kuvailu	Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteitä
Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden työskentelytaitojen kuvailu	

Edellä olevan taulukon 3 mainitun pääteeman lisäksi muodostui neljä muuta pääteemaa, jotka ovat *matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden motivaation kuvailu*, *opettajan positiiviset kokemukset*, *eriyttämisen muodot* ja *mahdollisuudet sekä resurssien puute ja tarve*. Jokainen pääteema muodostui kahdesta yläteemasta. Mer-



kitysyksiköistä muodostuneiden alateemojen määrä vaihteli kahdesta alateemasta seitsemään alateemaan. Opettajien antamissa merkitysyksiköissä oli myös päällekkäisyyksiä, minkä takia ne saattoivat jakautua useampaan alateemaan.

*Joidenkin oppilaiden opettaminen on helppoa ja joidenkin haastavaa. Ne oppilaat jotka pitävät matematiikasta ja ovat siinä lahjakkaita, omaksuvat nopeasti uudet asiat ja tekevät innoissaan tehtäviä eteenpäin. (Opettaja 21)*

Opettajan 21 vastauksen merkitysyksikköä käytettiin kolmessa alateemassa, koska siinä oli piirteitä matemaattisesti hyvin edistyneen opettamisen helppoudesta, matemaattisten taitojen kuvailusta sekä motivaatiosta.

#### **6.4 Tutkimuksen luotettavuuden ja eettisyyden arviointia**

Tutkijan omat kokemukset ja ennako-oletukset vaikuttavat tutkijan työhön kokemuksiin tutkittaessa, joko tiedostamatta tai tiedostaen. Omista kokemuksista ei tule pyrkiä vapautumaan, vaan ne tulee tiedostaa sekä niitä tulee hyödyntää. Suhteellisen yleinen eettinen pulma kohdataan kokemusten tutkimisessa silloin, kun tutkija kokee tutkittavan kokemuksen itselleen tutuksi. Tällöin tutkijan on oltava erityisen tietoinen siitä, että keskittyy analyysissä tutkittavan kokemuksiin eikä rakenna tuloksia omista kokemuksistaan. Poikkeuksena on tilanne, jossa tutkimuksen kohteena on juuri tutkijan omat kokemukset. (Tökkäri 2018, 65, 70-71.) Omien aiempien kokemusten perusteella emme olleet täysin ”tyhjiä tauluja”, kun aloitimme pro gradu -tutkielman teon. Vaikka meillä ei ole omia kokemuksia matematiikan opettamisesta alakoulun toisella luokalla, on meillä kokemuksia matematiikan opettamisesta esiopetuksessa sekä hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta siellä. Lisäksi meille oli muodostunut ennako-oletus siitä, että hyvin edistyneet oppilaat jäävät usein huomiotta luokassa. Ennako-oletuksen mukaan tämä johtuu usein resurssien puutteista, opetettavan ryhmän heterogeenisyydestä, matematiikan oppikirjojen lisätehtävien puutteellisuudesta ja sopimat-

tomuudesta sekä luokassa olevien tukea tarvitsevien oppilaiden suuresta määrästä. Tiedostamme omat kokemuksemme ja ennako-oletukset tutkittavasta aiheesta sekä niiden mahdolliset vaikutukset.

Kokemus on haasteellinen tutkimuskohde ja käsite. Siinä yhdistyvät yksilöllinen ja yhteisöllinen tajunnallisuus sekä ulottuvuus. Tutkimuskohteen kokemus saattaa olla vain yksi osa ilmiön ulottuvuutta, kuitenkin monet ihmistutkimuksen ilmiöt ovat luonteeltaan laajoja. Kokemusten fenomenologisiin ja hermeneuttisiin näkemyksiin tukevan tutkimisen perushaaste on, että saatava tieto koskee vain yksilöitä eli yksittäistapauksia. Kokoavia johtopäätöksiä voidaan kuitenkin tehdä, vaikka luonnontieteellisen tutkimuksen tapaan tietoa ei voida yleistää. Kokoavia johtopäätöksiä voidaan tehdä esimerkiksi silloin kun yksittäistapausten kontekstit eli tutkimukseen osallistuvien ihmisten elämäntilanteet ovat keskenään tarpeeksi samankaltaisia. Riittävä samankaltaisuus voi perustua esimerkiksi tutkittavien ammattiin, synnyinseutuun, kansallisuuteen tai kokemukseen. Yleistäminen on relatiivisen näkökulman takia kuitenkin suhteellista. Täysin yleistä tietoa kokemuksista ei voida saavuttaa, koska yksilöiden kokemukset eivät ikinä täysin vastaa toisiaan. (Tökkäri 2018, 66, 81.) Pro gradun -tutkimukseen osallistuneita henkilöitä yhdistää tausta luokanopettajan koulutuksesta sekä heillä kaikilla oli vähintään puolen vuoden kokemus toisen luokan matematiikan opettamisesta. Näin voidaan todeta, että tutkimukseen osallistuneiden elämäntilanteet olivat keskenään riittävän samankaltaiset tutkimusta varten. Emme silti voi yleistää tutkimuksesta saatua tietoa, mutta voimme tehdä kokoavia johtopäätöksiä. Tiedostamme myös, että luokanopettajan kokemus on vain osa matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisen ilmiötä. Opettajien kokemuksiin vaikuttavat matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat ja oppilaiden kokemukset matematiikan opetuksesta. Opettajat ovat saattaneet kokea myös matemaattisesti hyvin edistyneiden opettamisen täysin eri tavoin. Ei voi myöskään poissulkea kodin vaikutusta oppilaaseen tai koulun sekä paikkakunnan vaikutusta opettajan työhön ja sitä kautta opetukseen.

Tutkimusraportti voidaan nähdä keskeisenä luotettavuuden osa-alueena laadullisessa tutkimuksessa, jopa yhtenä kulmakivenä. Heikosti viimeistelyllä

raportilla voidaan pilata muuten perusteellisesti toteutettu tutkimustyö. Vastavasti lahjakas kirjoittaja osaa vielä pelastaa hieman puutteellisesti toteutetun tutkimuksen hyvin viimeistellyltä raportilla. Tutkimusraportti on tutkijan tulkinnallinen konstruktio, jota tehdessään tutkija on tulkintojen tekijä. Tästä johtuen joku toinen tutkija voi löytää samalle aineistolle toisenlaisen luokitusperustan sekä nostaa esille aineistosta löytyviä muita ulottuvuuksia enemmän. Tulkinta on aina yksipuolinen, vajavainen ja ehdollinen käsitys tutkittavasta ilmiöstä. Tämän takia tutkijan on hahmotettava mahdollisimman johdonmukainen käsitys omista tulkinnoistaan sekä niistä perusteista, joiden pohjalta hän on niihin tulkintoihin päätenyt. Tutkijan voi olla mahdotonta osoittaa tutkimuksessa tehtyjen tulkintojen ja käsitteellistysten todenperäisyys, mutta tämän tilalla tutkija voi raportoinnissaan tarjota lukijalleen välineet arvioida onko tutkijalle muodostunut käsitys tutkittavasta ilmiöstä lukijan kannalta uskottava. (Kiviniemi 2018, 85-86.)

Tutkijaa eivät sido laillisesti tutkimuseettiset normit, mutta ne velvoittavat tutkijaa ammatillisesti. Normeilla ohjataan tutkimuksen tekoa sekä ilmaistaan niitä arvoja, joihin tutkijoiden uskotaan ja toivotaan sitoutuvan tutkimuksen teossa. Tutkimuseettisten normien keskeisenä lähtökohtana pidetään ihmisen kunnioittamista ilmentäviä arvoja. Tutkimuksen teossa ihmisen itsemääräämisoikeutta kunnioitetaan sillä, että tutkittaville annetaan mahdollisuus päättää itse osallistuvatko tutkimukseen vai eivät. Tämän takia kaikille tutkittaville tulee myös tarjota perustiedot tutkimuksesta, sen toteuttajista ja kerättävien tietojen käyttötarkoituksista. Yksittäinen tutkittava ei saa olla tutkimusraportissa tunnistettavissa. Tutkittavilla pitää lisäksi olla mahdollisuus itse valita mitä tietoja he antavat tutkimuskäyttöön, jotta heidän yksityisyyttään suojellaan ja kunnioitetaan. (Kuula 2015.) Koska pro gradun -tutkimukseen osallistujat valikoituivat neljässä Facebook-ryhmässä jaetun linkin kautta, ovat vastaajat itse pystyneet valitsemaan osallistuvatko tutkimukseen vai eivät. Ryhmät, joissa linkki jaettiin valittiin niiden aiheiden mukaan. Ryhmät olivat luokanopettajille suunnattuja ja osa käsitteli alakoulun matematiikkaa. Facebookin ikäraja on 18 vuotta, joten voimme myös olettaa, että kaikki kyselyyn vastaajat olivat aikuisia. Linkistä avautuvan kyselyn ensimmäisellä sivulla on kerrottu vastaajille, mitä kyselyllä

on tarkoitus tutkia, ketkä tekevät tutkimusta sekä mihin tarkoituksen tutkimusta tehdään. Kyselyn aloitus sivulla oli myös linkki tietosuojailmoitukseen, johon heillä oli mahdollisuus tutustua. Kyselyyn vastaajilla on myös ollut mahdollisuus keskeyttää vastaaminen, jättää vastaus tyhjäksi sekä olla lähettämättä kirjoitettuja vastauksia eteenpäin. Vastaajat ovat myös itse voineet määrittää, mitä he kirjoittavat kokemuksistaan. Kyselylomakkeessa oli myös tarjottu vastaajille mahdollisuus ottaa halutessaan yhteyttä meihin.

Kvalitatiivisissa aineistoissa peruseräilymukaisena voidaan pitää suorien tunnisteiden poistaminen aineiston yhteydestä heti, kun aineiston toimivuus on pystytty taata (Kuula 2015). Meillä ei ole tiedossa keitä tutkimukseen osallistujat ovat, koska kyselylomakkeeseen vastattiin nimettömänä sekä kysely jaettiin Facebook-ryhmien kautta, joissa on yhteensä 40 000 jäsentä. Tämä takaa vastaajien anonymiteetin, joten aineistoa ei tarvitse anonymisoida. Koska meillä ei ole tiedossa ketkä vastasivat kyselylomakkeeseen, ei meillä myöskään ole ollut mahdollista valita ns. hyviä vastaajia. Kyselylomakkeen linkin jakamisessa internetissä on myös riskinä se, että kyselyyn on mahdollisesti voinut vastata myös "trolli". "Trollilla" tarkoitetaan ihmistä, joka vastaa vain ärsyttääkseen meitä eikä välttämättä omaa kokemusta luokanopettajan työstä. Kyselyyn vastaajilta ei kysytty henkilötietoja, joten henkilökisteriä ei varsinaisesti syntynyt. Kyselyn alussa vastaajille on myös kerrottu, että kerätty aineisto poistetaan asianmukaisesti pro gradu -tutkielman julkaisun jälkeen. Aineiston keräämiseen on käytetty Webropol-ohjelmaa, jossa se on käyttäjätunnuksen ja salasanan takana. Koska tutkimus on toteutettu kyselylomakkeella eikä haastatteluna on se rajannut meiltä pois mahdollisuuden vaikuttaa vastausten laatuun ja vastaajille tarkentavien kysymysten tekemiseen. Toisaalta kyselylomakkeen käyttö on vienyt pois riskin vastaajien ohjailuun tutkijan haluamaan suuntaan. Lisäksi kyselylomakkeen käytöllä on voitu taata kaikille vastaajille kysymykset samassa muodossa ja samoin sanoin.

## 7 TUTKIMUSTULOKSET

Kolmesta tutkimuskysymyksestä muodostui yksi yhtenäinen tulokokonaisuus, jossa opettajien kokemuksia matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta alakoulun toisella luokalla nousi kuvaamaan viisi pääteemaa. Tulokokonaisuuden viisi pääteemaa ovat *matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteitä*, *matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden motivaation kuvailu*, *opettajan positiiviset kokemukset*, *eriyttämisen muodot ja mahdollisuudet* sekä *resurssien puute ja tarve*. Seuraava taulukko 4 kuvaa tulosten pääteemoja sekä niiden yläteemoja, joista jokainen vielä rakentuu useasta alateemasta.

TAULUKKO 4. Tulosten pää- ja yläteemat

Pääteema	Yläteema
Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteitä	Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisten taitojen kuvailu
	Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden työskentelytaitojen kuvailu
Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden motivaatio	Hyvä motivaatio
	Motivaatio-ongelmat ja niiden tuomat haasteet
Opettajien positiiviset kokemukset	Matemaattisesti hyvin edistyneiden opettaminen on mieluisaa
	Matemaattisesti hyvin edistyneiden opettaminen ei tuota haasteita
Eriyttämisen muodot ja mahdollisuudet	Ylöspäin eriyttämisen keinoja
	Matemaattisesti hyvin edistyneet osana ryhmää
Resurssien puute ja tarve	Ylöspäin eriyttämistä vaikeuttavia tekijöitä
	Opettajien kehittämistoiveita

Tutkimustulokset tuovat esille luokanopettajien kokemuksia matemaattisesti hyvin edistyneiden opettamisesta alakoulun toisella luokalla. Tuloksista ilmenee,

millainen matemaattisesti hyvin edistynyt oppilas on opettajien kokemuksen perusteella. Edellisten lisäksi tutkimustulokset osoittavat, millaisia käytännön keinoja opettajan käyttävät matematiikan ylöspäin eriyttämiseen. Opettajien käsityksiä matemaattisesti hyvin edistyneistä oppilaista ei ole kyseenalaistettu, vaan olemme suhtautuneet niihin avoimesti ja objektiivisesti. Käymme läpi tutkimustulokset taulukon 4 osoittamassa pääteemojen järjestyksessä. Jokainen pääteema on jaettu yläteemoihin, jotka esiintyvät alaotsikoissa. Alateemat käsitellään yläteeman käsittelyn yhteydessä seuraavissa luvuissa.

## 7.1 Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteitä

Ensimmäinen pääteema kuvaa *matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteitä*. Pääteema muodostuu *yläteemoista matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisten taitojen kuvailu ja matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden työskentelytaitojen kuvailu*. Yläteemat ja ne muodostavat alateemat on kuvattu taulukossa 5.

TAULUKKO 5: Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteitä

Yläteema	Alateema
Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisten taitojen kuvailu	Luova matemaattinen ajattelu
	Kielentäminen
	Lukumäärä- ja lukujonotaidot
	Kognitiiviset taidot
	Oppisisältöjen osaaminen etukäteen
	Uuden oppimisen helppous
	Lahjakkuuden ilmeneminen
Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden työskentelytaitojen kuvailu	Tehtävien nopea suorittaminen ja oman toiminnan säätely
	Työskentelytaidot

Aineistossa kuvailtiin runsaasti matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteitä, joka vastaa myös kolmanteen tutkimuskysymykseen. Ensimmäinen yläteema *matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisten taitojen kuvailu* on tutkimustuloksista kaikkein laajin. Matemaattisten taitojen kuvailun lisäksi opettajien kokemuksista nousi esiin myös matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden työskentelytaidot.

### 7.1.1 Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisten taitojen kuvailu

Opettajien kokemuksia matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteistä kuvaa yläteema *matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisten taitojen kuvailu*. Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisten taitojen kuvailu rakentuu seitsemästä alateemasta, jotka ovat *luova matemaattinen ajattelu, kielentäminen, lukumäärä- ja lukujonotaidot, kognitiiviset taidot, oppisisältöjen osaaminen etukäteen, uuden oppimisen helppous sekä lahjakkuuden ilmeneminen*.

*Luova matemaattinen ajattelu* on vahva matemaattisesti hyvin edistyneissä oppilaissa esiintyvä matemaattinen taito, joka ilmenee vaikeampien soveltavien ja syventävien tehtävien ratkaisemisessa. Oppilaat suoriutuvat päättely- ja pohdintatehtävistä. Heille ongelmanratkaisutehtävien laskeminen on hyvin sujuvaa sekä tunnilla että kokeessa. Tämän lisäksi useat laskut ovat automatisoituneet. Matemaattisesti hyvin edistyneiden on helppoa ymmärtää ja hyödyntää erilaisia laskustrategioita. He pystyvät myös ennakoimaan, arvioimaan sekä päättämään ratkaisuja ja niiden oikeellisuutta. Lopuksi he pystyvät perustelemaan ratkaisuja myös kirjallisesti, välineillä tai piirtämällä.

*Lahjakkuus esiintyy selvimmin kykynä ymmärtää ja soveltaa matemaattisia ongelmia. Nämä oppilaat eivät tee mekaanisesti tehtäviä opetetulla kaavalla vaan kykenevät soveltamaan oppimiaan joka-päiväisiä asioita tehtäviä ratkaistaessa. He tekevät päätelmiä ja pohtivat saamansa vastauksen järkevyyttä. He kykenevät myös muodostamaan matemaattisia lausekkeita, joilla esitetään kirjallisesti se miten vastaukseen päädytään. He osaavat myös kuvaannollistaa esitetyt ongelmat ja käyttää niitä apuna ratkaistessaan tehtäviä. (Opettaja 6)*

Laine, Kuusisto ja Tirri (2016, 158-159) ovat tutkineet suomalaisten opettajien määritelmiä lahjakkuudesta. Myös heidän tutkimukseen osallistuneet opettajat

mainitsivat, että matemaattisesti lahjakkaille oppilaille matematiikan oppiminen on helppoa ja nopeaa. Edellisen lisäksi he nostivat esiin lahjakkaita luoviksi ja innovatiivisiksi. Kuten meidän tutkimuksen aineistossa myös heidän tutkimuksen tuloksissa mainittiin aiemmin saadun tiedon soveltaminen, ymmärtäminen ja luova ongelmanratkaisu. Kuitenkin jos meidän sekä Laineen, Kuusiston ja Tirrin (2016) tuloksia vertaa Renzullin (1989) kolmen ympyrän lahjakkuusmallin (ks. kuvio 1) keskitason ylittävän kyvykkyyden kahtiajakoon (ks. taulukko 1), on opettajien vastauksissa sekä yleisen lahjakkuuden, että erityiskykyjen piirteitä. Renzullin mukaan erityiskyvyt erottuvat yleisestä lahjakkuudesta, kun tietoa käytetään tarkoituksenmukaisesti hyväkseen ja ongelmanratkaisutehtävissä epäolennainen tieto erotetaan olennaisesta. (Uusikylä 1994, 46; Renzulli 2005, 259-260.) Opettajien mukaan luova matemaattinen ajattelu ilmenee myös muissa oppiaineissa ja arjen matematiikassa.

*...ovat kiinnostuneita varsinkin vaativista tehtävistä, ja tietynlainen looginen ajattelu ilmeni myös muissa oppiaineissa. (Opettaja 7)*

*...tuntuma arjen matematiikkaan: osaa arvioida kuinka paljon on 1dl jauhoja, 1l maitoa, mitä saa 5 eurolla, kuinka pitkä matka on metri jne. (Opettajat 8)*

*Kielentäminen* (vrt. Joutsenlahti & Tossavainen 2018) on yksi opettajien kuvaama matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattinen taito. Matemaattisesti hyvin edistyneillä oppilailla on hyvä matematiikan sanasto, jota he ymmärtävät ja käyttävät virheettömästi. He osaavat käyttää matematiikan kieltä, joka ilmenee matemaattisen ajattelun sanoittamisena sekä ratkaisujen perusteluna. Eräs opettaja oli sitä mieltä, että ilman matematiikan kieltä ei voi tehdä muita kuin mekaanisia laskuja.

*- kykenee käyttämään matematiikan kieltä, ts.kertomaan miten päätyi ratkaisuun ja osaa kirjoittaa saman prosessin matemaattisilla symboleilla ja luvuilla. (Opettaja 8)*



Matematiikan kielentäminen näkyy siinä, miten matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat puhuvat ympäristöstä. Tämän lisäksi matematiikan kielentäminen ilmenee matemaattisesti hyvin edistyneiden välisissä keskusteluissa, joissa he keskustelevat tutkittavasta ilmiöstä tai vaikeammista oppisisällöistä.

*Oppilaat usein myös keskustelevat vielä vaikeammista matematiikan oppisisällöistä, kuten kertolaskuista, joita emme ole vielä opetelleet, ja vertailevat keskenään kuka osaa minkäkin kertolaskun ulkoa. (Opettaja 21)*

Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden lukumäärä- ja lukujonotaidot ovat merkityksellisiä matemaattisia taitoja. Matemaattisesti hyvin edistyneet toisen luokan oppilaat ovat tietoisia lukumääristä ja heillä on hyvät lukujonotaidot. He osaavat luetella lukuja sujuvasti etu- ja takaperin lukualueella 0-100. He osaavat myös hyppiä lukujen yli ja jatkaa lukujonoa säännönmukaisesti. Matemaattisesti hyvin edistyneet osaavat kymmenylitykset ja -alitukset, lukujen hajotelmat sekä laskevat sujuvasti yhteen- ja vähennyslaskuja. Kerto- ja jakolaskut eivät tuota vaikeuksia. Tämän lisäksi heiltä päässä laskut sujuvat vaivattomasti. Matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat eivät tarvitse välineitä apuna ja pystyvät laskemaan ilman sormia.

*Oppilas osaa lukujonoja etu- ja takaperin lukualueella 0-100. Hän osaa luetella lukuja monella tavalla, esimerkiksi yhden, kahden, kolmen, viiden, kymmenen askeleella. Oppilas osaa sujuvasti lukujen hajotelmat. Hän laskee virheettömästi ja suhteellisen nopeasti yhteen- ja vähennyslaskuja ja osaa myös kymmenylitykset. Hän ei käytä sormia apuna laskemisessa. Oppilas ymmärtää kertolaskun ja jakolaskun käsitteen. Hän oppii helposti kertotauluja ja osaa myös jakolaskuja. (Opettaja 10)*

Aunola ja Nurmi (2018, 58, 66-67) nostivat alkuopetusikäisten keskeiseksi matematiikan taitojen kehitystä ennustavaksi tekijäksi varhaiset lukujonotaidot. Heidän mukaansa lukujonotaitoihin tulisi kiinnittää huomiota jo ennen ensimmäistä luokkaa. Myös he korostavat luvuilla leikkittelyä ja lukujen luettelu sujuvoitumista aritmeettisten taitojen myöhempää oppimista varten. Useat opettajat ku-

vailivat, että matemaattisesti hyvin edistynyt ei tarvinnut sormia tai välineitä laskemisessa. Ikäheimo ja Risku (2004, 228) kuitenkin painottavat, kuinka merkittäviä käsitteenmuodostusvälineet ovat alkuopetuksessa.

Matemaattisesti hyvin edistyneitä oppilaita kuvaillaan myös *kognitiivisilla taidoilla*. Kognitiiviset taidot esiintyvät hyvänä muistina. Kyseisillä oppilailla ei myöskään ole vaikeuksia hahmottamisessa. Tätä tukee erityisesti Leikin (2014, 248) artikkeli, jossa hän kirjoittaa matemaattisiin kykyihin kuuluvaksi kognitiivisiä taitoja, kun hahmottaminen, tarkkaavaisuus ja muisti.

*Muisti oli usein hyvä ja hoksasi vast strategioita helposti. (Opettaja 5)*

Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisiin taitoihin kuuluu *oppisisältöjen osaaminen etukäteen*. Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden kuvaillaan erottuvan taidoiltaan jo ensimmäisellä luokalla, jolloin heillä oli jo hallussa peruslaskutaidot lukualueella 0-50, kun taas toisella luokalla he laskivat laskuja lukualueella 0-100. Matemaattisesti hyvin edistyneillä oppilailla on vahva lukumääräisyyden taju ja he laskevat isommilla luvuilla jo ennen kuin niitä opetetaan. He osaavat etukäteen kertolaskuja, jakolaskuja, allekkainlaskuja sekä kelonajat.

*Kellonaikojen opettelu, mittaamis- ja arviointitehtävät olivat edistyneille helppoja. Kellonaikojen ilmoittaminen kahdella eri tavalla oli heille huomattavasti luontevampaa. Yleensä matemaattisesti lahjakkaammat osasivat ne jo kouluun tullessaan. (Opettaja 7)*

*Uuden oppimisen helppous* kuvaa matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisia taitoja. Kun heille opetetaan uutta asiaa, oppilaat ymmärtävät sekä omaksuvat sen helposti ja nopeasti. Tämä ilmenee esimerkiksi kertotaulun ja jakolaskujen oppimisessa. Oppitunnilla matemaattisesti hyvin edistyneille perustehtävät eivät tuota haasteita ja he suorittavat ne vaivattomasti ja nopeasti. Sen lisäksi he tekevät tehtävät itsenäisesti eivätkä tarvitse opettajalta apua tai tukea tehtävien tekoon.

*He saavat nopeasti kiinni siitä, mitä tunnin alussa uudesta asiasta opetetaan eivätkä he tarvitse tehtävien tekoon apua tai tukea. -- Ne oppilaat jotka pitävät matematiikasta ja ovat siinä lahjakkaita, omaksuvat nopeasti uudet asiat ja tekevät innoissaan tehtäviä eteenpäin. (Opettaja 21)*

*Lahjakkuuden ilmeneminen on seitsemäs ja viimeinen alateema, jolla kuvataan matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteitä. Vaikka edellisessä kappaleessa matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisia taitoja kuvailtiin nopeudella, ei kirjan tehtävien osaaminen välttämättä tarkoita sitä, että oppilaat olisivat matemaattisesti lahjakkaita. Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan lahjakkuus ilmenee hänen kyvyssään ajatella ja ymmärtää matematiikkaa sekä ilona.*

*--, kaikki hyvin kirjan tehtävät osaavat lapset eivät kuitenkaan ole matemaattisesti lahjakkaita. Lahjakkuus näkyy juuri ajattelun jouhevuutena ja ymmärtämisenä. Ilonakin se näkyy. (Opettaja 2)*

Singer, Shefielt, Freiman ja Bradlin (2016, 3-4) mukaan koululahjakkuus ilmenee hyvänä pärjäämisenä standardeissa testeissä ja kykyinä hankkia tietoa. Termiä "hyvä oppilas" voidaan käyttää oppilaasta, joka suoriutuu korkeatasoisesti koulussa ja mielellään miellyttää opettajaa, mutta ei kuitenkaan ole lahjakas. Hyvä koulumenestys ei tarkoita lahjakkuutta.

### **7.1.2 Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden työskentelytaitojen kuvailu**

Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden työskentelytaitoja kuvaa *tehtävien nopea suorittaminen ja oman toiminnan säätely sekä työskentelytaidot*. Opettajien kokemusten mukaan matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden työskentelytaidot näkyvät *tehtävien nopeana suorittamisessa ja oman toiminnan säätelyinä*. Perustehtävät ovat tällaisille oppilaille helppoja sekä oppilaat suoriutuvat laskuista ja tehtävistä nopeasti. Nopeuden lisäksi oppilaat osaavat ratkaista tehtävät tarkasti ja oikein. Matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat eivät tarvitse tehtävien

nopeaan laskemiseen apuvälineitä. Lisäksi oppikirjan tehtävät eivät tarjoa tarpeeksi haasteita matemaattisesti hyvin edistyneille oppilaille. Matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat kykenevät oppimaan uudet asiat nopeasti.

*Tehtävät ovat heille helppoja ja he tekevät ne nopeasti. - - He ovat itsenäisiä ja nopeita. (Opettaja 4)*

*Tällaiset lapset ovat nopeita ja tarkkoja laskijoita. Heille oppikirjan perustehtävät eivät juurikaan tarjoa haastetta ja he suoriutuivat tehtävistä nopeasti. (Opettaja 17)*

Opettajien kokemusten mukaan matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden *työskentelytaidot* poikkeavat muiden oppilaiden tavasta työskennellä. Matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat työskentelevät omatoimisesti eivätkä tarvitse juurikaan opettajan apua, mutta osaavat pyytää myös apua, jos sitä tarvitsevat. Matemaattisesti hyvin edistyneet osaavat kuunnella ja keskustella. Lisäksi oppilaat kykenevät keskittymään työskentelyyn sekä osaavat toimia järjestelmällisesti.

*Eli eniten se näkyy lapsen tavassa työskennellä - - . (Opettaja 2)*

*- - hyvät työskentelytaidot, kykenee kuuntelemaan, keskustelemaan, keskittymään ja pyytämään apua tarvittaessa. (Opettaja 8)*

Tirrin ja Laineen (2013, 195) mukaan matemaattisesti erityislahjakkaille tyypillistä on matemaattisen ajattelun helppous. Tämä on nähtävissä myös meidän tutkimien opettajien kokemuksissa matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta. Edellisen lisäksi Laineen, Kuusiston ja Tirrin (2016, 158-159) tutkimuksen tulokset tukevat meidän tutkimustuloksia, sillä myös heidän tutkimukseen osallistuneet opettajat näkivät lahjakkaiden oppilaiden vahvuuksina itsenäisyyden.

## 7.2 Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden motivaatio

Tulosten toinen pääteema on *matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden motivaatio*. Sen merkitys opettajille ilmenee *hyvänä motivaationa* sekä *motivaatio-ongelmina ja niiden tuomina haasteina* (ks. taulukko 6).

TAULUKKO 6. Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden motivaation kuvailu

Yläteema	Alateema
Hyvä motivaatio	Motivoitunut matematiikasta
	Haluavat lisähaasteita
	Sinnikkyys
Motivaatio-ongelmat ja niiden tuomat haasteet	Motivaatiohaasteet
	Alisuoriutuminen
	Matemaattisesti hyvin edistyneitä ei huomioida luokassa tarpeeksi

Tässä kappaleessa käsittelemme matemaattisesti hyvin edistyneen oppilaan motivaatiota. Opettajien kokemuksista nousi esiin kaksi eri näkökulmaa matemaattisesti hyvin edistyneen oppilaan motivaatioon, jotka olivat hyvä motivaatio sekä motivaatio-ongelmat matematiikkaa kohtaan. Motivaatio-ongelmien yhteydessä nousi esiin myös matemaattisesti hyvin edistyneiden alisuoriutuminen. Edellisen lisäksi käsittelemme motivaatio-ongelmien yhteydessä sitä, kuinka matemaattisesti hyvin edistyneitä oppilaita ei opettajien kokemuksen mukaan huomioida tarpeeksi, vaikka hekin tarvitsisivat opettajan huomiota.

### 7.2.1 Hyvä motivaatio

Hyvä motivaatio näkyy matemaattisesti hyvin edistyneissä oppilaissa kykynä *motivoitua matematiikasta, haluna saada lisähaasteita sekä sinnikkyytensä*. Opettajien kokemusten mukaan matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat *ovat motivoituneet matematiikasta*. Tämä ilmenee kiinnostuksena matematiikan oppiaineeseen. Oppilaat osallistuvat matematiikan oppitunneille mielellään sekä kysyvät ja

osallistuvat aktiivisesti. Asenne matematiikkaa kohtaan on myönteinen ja positiivinen, joka ilmenee innostuksena ja kiinnostuksena. Motivaatio matematiikkaa kohtaan ilmeni myös hyvänä itsetuntona sekä ylpeytenä omaa osaamistaan kohtaan.

*He ovat ylpeitä omasta osaamisestaan. Heillä on yleensä hyvä itsetunto ja he tykkäävät haasteista.*  
(Opettaja 9)

Matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat haluavat edetä uusiin opeteltaviin asioihin ja oppia uutta. Oppilaat ovat kiinnostuneita kaikesta, mitä matematiikan tunneilla tehdään, vaikka tehtävät olisivatkin liian helppoja. Motivaatio matematiikkaa kohtaan näkyi myös innokkuutena tehdä oppikirjan tehtäviä ja kykynä aloittaa niiden tekeminen nopeasti. Motivaatio ilmenee myös innokkuuteena erilaisten ja monipuolisten matemaattisten tehtävien tekemiseen, kuten ongelmanratkaisutehtävät.

*He ovat kiinnostuneita kaikesta matematiikan tunneilla. Harvoin ovat kyllästyneitä vaikka osa tehtävistä on heille helppoja.* (Opettaja 11)

*Edistyneet oppilaat vastaavat innokkaasti ja osallistuvat pohdintoihin. He tarttuvat oppikirjan tehtäviin mielellään ja haluavat tehdä niitä, haluavat tehdä myös lisätehtäviä ja lisämonisteita.* (Opettaja 13)

*Haluavat lisähaasteita* kuvaa opettajien kokemusten mukaan myös hyvää motivaatiota matematiikkaa kohtaan. Matemaattisesti hyvin edistyneillä oppilailla on mielenkiintoa ja motivaatiota tehdä ja ratkaista vaativampia tehtäviä kuin muut saman vuosiluokan oppilaat. He ovat myös kilpailuhenkisiä ja haluaisivat edetä nopeammin kuin muut. Oppilaat kaipaavat sekä tarvitsevat lisähaasteita matematiikan opetuksessa. Opettajien kokemusten mukaan matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat haluavat haastavampia tehtäviä kuin mitä oppikirjoissa on tarjolla.

*Nämä oppilaat haluavat haastavampia tehtäviä kuin perinteiset oppikirjat tarjosivat aiemmin.*  
(Opettaja 6)

*Heillä on mielenkiintoa ja motivaatiota ratkoa myös vaativampia tehtäviä.* (Opettaja 14)

Opettajien kokemuksissa hyvää motivaatiota kuvasi myös matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden *sinnikkyys*. Sinnikkyys ilmenee oppilaiden haluna yrittää ja kokeilla ratkaista heille vaikeita tehtäviä. Oppilaat eivät myöskään luovuttaneet vaikeita pohdintatehtäviä helpolla, vaan jaksoivat yrittää ratkaista niitä sinnikkäästi. Hyvä motivaatio näkyy myös sinnikkäänä työskentelynä kohti onnistumista ja voittoa.

Opiskelumotivaatio on yksi Renzullin lahjakkuusmallin (1986, ks. kuvio 1) kolmesta ympyrästä. Renzullin näkemys opiskelumotivaatiosta tukee opettajien kokemuksia matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden motivaatiosta. Sekä Renzullin että opettajien vastauksissa motivaatiota kuvaillaan kykynä innostua ja kiinnostua sekä kykynä työskennellä sitkeästi ja päättäväisesti. Edellisten lisäksi myös Renzulli listaa opiskelumotivaatioon itseluottamuksen, joka opettajien vastauksissa esiintyi hyvänä itsetuntona ja ylpeytenä. (vrt. Uusikylä 1994, 46; Renzulli 2005, 263.) Crossin ja Colemanin (2014, 102-103) mukaan lahjakkuuden yksilöllisiin piirteisiin kuuluvat motivaatio ja sinnikkyys. Myös Laineen, Kuusiston ja Tirrin (2016, 159) tutkimuksen opettajat kuvailivat lahjakkaiden motivaation piirteitä, kuten kiinnostusta, innostusta sekä halua tietää ja oppia, jotka ovat myös nähtävissä meidän tutkimuksen opettajien kokemuksissa matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta.

## 7.2.2 Motivaatio-ongelmat ja niiden tuomat haasteet

Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opetuksessa ilmenee myös *motivaatio-ongelmia ja niiden tuomia haasteita*. Nämä ilmenevät *motivaatiohaasteina*, jotka näyttäytyvät ja johtavat myös *alisuoriutumiseen*. Opettajat kokevat, että matemaattisesti *hyvin edistyneitä ei huomioida luokassa tarpeeksi*, joka ilmenee ja aiheuttaa oppilaiden motivaatio-ongelmia.

*Motivaatiohaasteet* matematiikan opettamisessa ilmenevät matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden asenteista. Opettajien kokemusten mukaan oppilaita oli vaikea saada motivoitumaan yhteiseen opetukseen, koska opetettava asia on oppilaille liian helppo. Tällöin oppilaat eivät jaksaneet olla aktiivisia osallistujia oppitunneilla. Oppilaissa näkyi turhautuminen liian helppoihin tehtäviin. Opettajien kokemusten perusteella matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat haluavat tehdä ja harjoitella monipuolisesti asioita matematiikan tunneilla. Pelkkä tehtävien suorittaminen kirjasta ei motivoi oppilaita kovinkaan pitkään alkuinnostuksen lopahdettua. Toisen luokan matematiikan kirjojen sisällöt ovat liian helppoja eivätkä motivoi oppilaita edes yrittämään. Matemaattisesti hyvin edistyneeseen oppilaaseen ei toimi motivointina käytetty lahjonta tai uhkailu.

*Joitakin on joskus ollut vaikea motivoida oppimistuokioihin, koska he saattavat jo osata asian. (Opettaja 11)*

*Motivaatio on tuottanut yhden oppilaan kohdalla ongelmia. Häntä ei huvita tehdä helppoja tehtäviä, vaikka kuinka lahjoiksi tai ukhailisi. - - Hänelle toisen luokan matematiikka on omasta mielestään liian helppoa, joten hänellä ei ole motivaatiota osallistua matematiikan tunneille. Tästä on käyty sekä huoltajien että oppilaan kanssa keskustelua. Hänelle on tarjottu matikkadiplomia ja kolmannen luokan matematiikan kirjaa, mutta vaadittu ensin osoitus toisen luokan oppisisältöjen hallitsemisesta. Oppilas ei ole löytänyt motivaatiota laskea tokan luokan laskuja, joten hän ei yleensä osallistu tunneille vaan tekee tehtävät kotona. (Opettaja 21)*

*Alisuoriutumista* ilmenee opettajien kokemusten mukaan matemaattisesti hyvin edistyneissä oppilaissa. Taitavia ja nopeita laskijoita on vaikea saada motivoitua tekemään niin sanottuja ylimääräisiä tehtäviä kuten matikkadiplomia, vaikka ne kohtaisivat paremmin oppilaiden taitotasoa. Opettajien kokemusten perusteella oppilaat kokevat helpot tehtävät nopeiksi tehdä, jolloin he pääsevät nopeasti tekemään jotain muuta kuin matematiikkaa eivätkä tällöin haasta itseään ja saavuta potentiaaliaan. Oppilaat ovat myös aiemmin saattaneet kuulla useasti tehtävien olevan heille liian helppoja, jonka jälkeen eivät jaksaneet edes yrittää. Opetta-



jien kokemusten mukaan oppilaat torjuvat opetuksen luokassa kokiessaan osavansa opetettavan asian jo entuudestaan. Tämä ilmenee haasteena, koska jotain oleellisia osa-alueita tai taitoja voi jäädä oppilailta osaamatta tai ymmärtämättä.

*Koen, että edistyneiden oppilaiden kohdalla motivaatio hieman laskee ja he alkavat alisuoriutua. He huomaavat selviytyvänsä tehtävistä nopeasti ja pääsevät siirtymään omiin puuhiin. Olen kokenut haastavaksi motivoida joitakin vaikeampien tehtävien, esim. matikkadiplomin pariin. (Opettaja 17)*

*Joskus on käynyt niin, että kun lapsi on taitava hän haluaa edetä omin päin ja ikäänkuin torjuu opetuksen kun "osaa jo", jolloin voi jotain oleellista jäädä huomaamatta tai ymmärtämättä. (Opettaja 1)*

Brodyn ja Stanleyyn (2005, 32) mukaan suurin huolenaihe lahjakkaiden opettamisessa on se, että heistä tulee alisuoriutujia ilman erityisopetusta. Alisuoriutumisen johtuu siitä, että heidän ei ole koskaan tarvinnut opetella, harjoitella tai kehittää itselleen sopivia oppimisteorioita. Kontoniemen (2003, 17-18) mukaan alisuoriutumista esiintyy kaikilla koulusaavutusten ja älykkyyden tasolla, mutta eniten alisuoriutumista arvioidaan olevan lahjakkailta.

*Matemaattisesti hyvin edistyneitä ei huomioida luokassa tarpeeksi, silti he kaipaavat ja tarvitsevat opettajan huomiota. Vaikka taitoja on paljon, tarvitsevat matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat vaikeiden tehtävien tekemiseen myös apua ja neuvontaa. Lyhyet ohjeet ja pienikin huomio riittää ohjaamaan oppilaita eteenpäin. Muun luokan tilanne voi olla haasteellinen, jolloin ohjaukseen jää vain pieni hetki. Matemaattisesti hyvin edistyneiden motivaation säilymiseksi tärkeää on myös heidän päästä näyttämään taitojaan, saada opettajalta huomiota sekä kohdata sopivassa määrin haasteita.*

*Taitavakin oppilas tarvitsisi apua omiin vaikeampiin tehtäviinsä - -. (Opettaja 11)*

*Koen myös, että edistyneempien pitää välillä päästä esim. edellä mainitulla tavalla näyttämään taitojaan, jotta hekin saavat välillä opettajan huomion. (Opettaja 20)*

Myös Dimitriadiksen (2021, 71-72) mukaan kyvykkäät oppilaat tarvitsevat opettajan tukea luokassa yhtä paljon kuin muut oppilaat. Ilman opettajan tukea matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden motivaatio ja itsetunto laskevat. Tämä muuttaa myös oppilaiden suhtautumista matematiikkaa kohtaan ja mahdollisesti vaikuttaa myös tulevaisuuden menestymiseen.

### 7.3 Opettajien positiiviset kokemukset

Tulosten kolmas pääteema on *opettajien positiiviset kokemukset*. Sen merkitys ilmenee aineistossa *opettajat pitävät matemaattisesti hyvin edistyneiden opettamisesta sekä matemaattisesti hyvin edistyneiden opettaminen ei tuota haasteita* (ks. taulukko 7).

TAULUKKO 7. Opettajan positiiviset kokemukset

Yläteema	Alateema
Opettajat pitävät matemaattisesti hyvin edistyneiden opettamisesta	Tekee opettajan työstä mielekästä
	Opettaminen on mieluisaa
Matemaattisesti hyvin edistyneiden opettaminen ei tuota haasteita	Riittävät resurssit
	Opettaminen on helppoa

Opettajien kokemuksista nousi esiin kaksi näkökulmaa matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta. Monet opettajat kokivat matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisen merkitykselliseksi, mutta myös antoisaksi omalle työlleen. Osa opettajista koki matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisen helpoksi eivätkä he olleet kohdanneet heidän ohjaamisessa tai opetuksen ylöspäin eriyttämisessä haasteita.

#### 7.3.1 Opettajat pitävät matemaattisesti hyvin edistyneiden opettamisesta

Opettajat pitävät matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matematiikan opettamisesta, koska se *tekee opettajan työstä mielekästä* ja sen *opettaminen on mieluisaa*. Vaikka nämä kaksi alateemaa ovat hyvin samanlaiset, opettajien vastauk-

sista nousi kaksi eri merkitystä. Kun matemaattisesti hyvin edistyneiden opettaminen tekee opettajan työstä mielekästä, tarkoitamme sillä sen antia itse opettajalle. Kun taas opettaminen on mieluisaa, matematiikka on opettajalle merkityksellistä.

Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettaminen *tekee opettajan työstä mielekästä*. Opettajille oli muodostunut heidän opettamisesta hyviä kokemuksia, joka oli tuonut heidän työhönsä iloa. Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettaminen oli mielekästä ja innostavaa myös opettajalle itselleen. Hyvin edistyneiden oppilaiden opettaminen koettiin työläämpänä kuin muiden opettaminen, koska he olivat niin nopeita laskemaan vaikeampiakin tehtäviä. Siitä huolimatta se oli opettajille palkitsevaa.

*Se on mielenkiintoista ja antoisaa myös opettajalle. (Opettaja 1)*

*Tykkäsin todella paljon heidän opettamisestaan, joskin se oli monesti työläämpää kuin keskitasoisten oppilaiden opetus edistyneiden eriyttämisen ja nopeuden vuoksi. (Opettaja 7)*

Opettajat kokivat matemaattisesti hyvin edistyneiden *oppilaiden opettamisen mieluisana*. Tällöin matematiikan merkitys opettajalle oli myös erittäin tärkeää. Opettajat tunnistivat itsestään myös matemaattista lahjakkuutta.

*Matematiikan opettaminen on minulle henkilökohtaisesti hyvin mieluista. Olen itse ollut aina kiinnostunut matematiikasta ja myös lahjakas siinä. (Opettaja 14)*

Kuten tutkimuksemme teoriaosuudessa kirjoitimme, Tomlinsonin (2014, 16-17) mukaan opettaja esittää opetettavan asian merkityksellisenä, mielenkiintoisena ja tarkoituksenmukaisena, kun hänellä on selkeä käsitys siitä, mikä aiheessa on olennaista ja tärkeää. Tutkimustulokset osoittavat, että opettajat kokevat matematiikan opettamisen mielenkiintoiseksi ja antoisaksi, jolloin he myös todennäköisemmin esittävät opetettavan asian myös merkityksellisenä, mielenkiintoisena sekä tarkoituksenmukaisena myös oppilaille. Vaikka opettajat kokevat

eriyttämisen työlääksi, eriyttäessä he soveltavat opetussuunnitelmaa tarkasti op-  
piaineelle keskeisen tiedon, taidon ja ymmärryksen ympärille.

### 7.3.2 Matemaattisesti hyvin edistyneiden opettaminen ei tuota haasteita

Matemaattisesti hyvin edistyneiden opettaminen ei tuottanut kaikille opettajille haasteita, koska he kokivat, että heillä on siihen *riittävät resurssit* sekä heidän *opettaminen on helppoa*. Riittävien resurssien avulla opettajat kokivat pystyvänsä ohjata matemaattisesti hyvin edistyneitä oppilaita heidän oman taitotasonsa mukaisesti. Osa opettajista haluaisi myös tarjota heille vielä enemmän. Opettajien kokemusten mukaan oppilaat olivat motivoituneita opetukseen eivätkä oppilaat olleet turhautuneet oppitunneilla, jolloin opetus koettiin olleen onnistunutta.

*Voi olla että osalle voisi tarjota enemmänkin mutta pääsääntöisesti kyllä. - - Omasta mielestäni olen osannut ohjata ja erittäytää heitä riittävän hyvin. Ainakaan oppilaat eivät ole turhautuneet. Matematiikka koulutusta on ollut kunnassamme vuosittain saatavilla. (Opettaja 9)*

*Kyllä olen pystynyt. - - En ole kohdannut kovin suuria haasteita. (Opettaja 13)*

*Kyllä, koska heidän motivaatio on säilynyt ja tekevät tehtäviä mielellään. (Opettaja 19)*

Opettajien kokemusten perusteella matemaattisesti hyvin edistyneen oppilaan opettaminen on helppoa. Tähän vaikuttaa se, että matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat ovat kiinnostuneita ja pitävät matematiikan oppimisesta. Opettajien mukaan oppilaille oppiminen on helppoa, joka tekee opettamisesta myös vaivatonta. Oppilaat omaksuvat uudet opetettavat asiat nopeasti. Opettamisesta ja sen suunnittelusta helppoa tekee myös oppilaantuntemus ja oppilaan mielenkiinnon kohteiden kartoittaminen. Matemaattisesti hyvin edistyneiden opettamisesta helppoa teki myös oppilaiden omatoimisuus, jolloin huomiota riittää paremmin luokan muille oppilaille.

*Helppohan heitä on opettaa. Yleensä tekevät nopeasti perustehtävät ja sitten siirtyvät ongelmanratkaisua vaativiin ja päättelykyky-tehtäviin. - - Tätä en kyllä ole kokenut ongelmaksi. Kyllä haasteet on siellä taitotason toisessa päässä. (Opettaja 2)*

*Kyllä. Se on helppoa, kun kuuntelee oppilasta, kartoittaa hänen innostuksensa ja mielenkiinnon kohteena ja niitä tukien antaa lisätehtäviä ja mahdollisuuksia. (Opettaja 16)*

*He ovat usein innostuneita matematiikasta ja se on heille helppoa. Tämän vuoksi heidän opettamisensa on vaivatonta. (Opettaja 18)*

Laine, Tirri ja Kuusisto (2016, 159) ovat myös tutkineet opettajien käsityksiä lahjakkuudesta. Heidän tutkimustulokset tukevat meidän tutkimustuloksia osoittamalla, että myös heidän tutkimien opettajien mielestä lahjakkaiden opettaminen on helppoa ja nopeaa.

#### 7.4 Eriyttämisen muodot ja mahdollisuudet

Tulosten neljäs pääteema on *eriyttämisen muodot ja mahdollisuudet*. Sen merkitys ilmenee *ylöspäin eriyttämisen keinoina sekä matemaattisesti hyvin edistyneet osana ryhmää* (ks. taulukko 8).

TAULUKKO 8. Eriyttämisen muodot ja mahdollisuudet

Yläteema	Alateema
Ylöspäin eriyttämisen keinoja	Lisätehtävät
	Vaikeammat tehtävät
	Pelit
	Apuopettajana toimiminen
	Varga-Neményi -menetelmä
	Yhteisölliset ja toiminnalliset työtavat
	Omaan tahtiin eteneminen
Matemaattisesti hyvin edistyneet osana ryhmää	Yhdessä oppiminen
	Hyötyy koko luokka

Opettajien kokemuksista nousi esiin paljon erilaisia ylöspäin eriyttämisen keinoja. Eniten opettajat käyttivät ylöspäin eriyttäessä lisätehtäviä- ja monisteita.

Matematiikan opetuksen menetelemistä opettajien kokemuksissa korostui unkarilainen Varga-Neményi -menetelmä. Matematiikan ylöspäin eriyttämisessä yleistä oli matemaattisesti hyvin edistyneen oppilaan omaan tahtiin eteneminen itsenäisten tehtävien parissa. Erilaiset työtavat toimivat myös ylöspäin eriyttämisen keinona.

#### 7.4.1 Ylöspäin eriyttämisen keinoja

Ylöspäin eriyttämisen keinoina opettajat käyttävät *lisätehtäviä, vaikeampia tehtäviä, pelejä, apuopettajana toimimista, Varga-Neményi - menetelmästä, yhteisöllisiä ja toiminnallisia työtapoja* sekä omaan tahtiin etenemistä.

Matemaattisesti edistyneille oppilaille annetut *lisätehtävät* olivat kaikkein merkityksellisin opetuksen ylöspäin eriyttämisen keino. Opettajat antavat lisätehtäviä oppilaille eri muodoissa, kuitenkin eniten oli käytössä ovat oppikirjan lisätehtävät sekä monisteniput. Opettajat ovat myös käyttäneet matikkadiplomia lisätehtävänä matemaattisesti hyvin edistyneiden opettamisessa. Osa opettajista on laatinut monistenippuihin enemmän soveltavia tehtäviä, kuin pelkkiä mekaanisia laskuja.

*Olen usein opettanut kahta luokkaa yhdenaikaisesti, joten eriyttäminen on ollut vähän hankalaa, usein turvauduin kirjasarjan lisätehtäviin. (Opettaja 7)*

*He tekevät perustehtävien lisäksi yleensä lisätehtävät. Jonkin verran monistettuja lisämateriaalia. Matematiikkadiplomi käytössä myös. (Opettaja 9)*

*Parhaille osajille olen tehnyt matematiikan lisämonistenippuja. Nipuissa on pohdintatehtäviä, ei "laskemista". Osa oppilaista on tehnyt matematiikkadiplomin. - - Suurin osa tekee mielellään oppikirjan lisätehtäviä. (Opettaja 13)*

*Vaikeampien tehtävien* antaminen matemaattisesti hyvin edistyneille oppilaille on yksi opettajien käyttämä ylöspäin eriyttämisen muoto. Vaikeampina tehtävinä nähtiin ongelmanratkaisua ja päättelykykyä vaativat tehtävät. Soveltavat ja kielentämistä vaativia tehtäviä oli hyödynnetty opetuksen eriyttämisessä. Matemaattisesti hyvin edistyneitä oppilaat olivat osallistuneet tunnin alussa yhteiseen

opetustuokioon, jonka jälkeen heille oli annettu lupa siirtyä vaikeimpiin tehtäviin. Opettajat olivat myös hyödyntäneet ylempien vuosiluokkien oppikirjojen tehtäviä.

*Kirjassakin on hyviä [ongelmanratkaisua vaativia ja päättelykyky-tehtäviä] riippuen kirjasarjasta. Käytän myös matikkadiplomia. Helppo ja nopea juttu on pyytää lasta kertomaan/keksimään jostakin tehtävästä pieni juttu, muutaman virkkeen kertomus. ... Haastavampia tehtäviä, toiminnallisuutta, diplomi. (Opettaja 2)*

*Matemaattisesti taitaville pyrin etsimään ns. päättelytehtäviä, soveltavia matemaattisia pulmia ja ongelmanratkaisutehtäviä lisätehtäviksi. - - Vaikeampia tehtäviä parhaiten edistyneille. (Opettaja 14)*

Laineen ja Tirrin (2016, 155-156) tutkimuksen mukaan opettajat pääasiassa tukivat lahjakkaita oppilaita antamalla heille eriyttäviä tehtäviä ja materiaaleja. Lahjakkaille oppilaille annetut tehtävät olivat haastavampia ja vaikeampia sekä tehtävät itsessään olivat eriytettyjä ja erilaisia. Opettajat mainitsivat erityisesti ongelmanratkaisu- ja soveltavat tehtävät eriyttämisen keinona.

*Pelit ovat opettajille yksi opetuksen ylöspäin eriyttämisen keino. Matematiikan opetuksen eriyttämisessä opettajat ovat käyttäneet digitaalisia pelejä, joissa on ollut mahdollista tehdä oman taitotasoa vastaavia tehtäviä. Sähköisten pelien etuna koettiin myös niiden eteneminen oppilaan omien taitojen mukaan. Matematiikan oppitunneilla matemaattisesti hyvin edistyneet oli laitettu samaan ryhmään pelaamaan peliä, jotta peliä oli voitu pelata oppilaan oman taitotason mukaan.*

*Pistetyöskentelyssä ja peleissä laitan usein parhaat osaajat samaan ryhmään, jotta he pääsevät eteneeseen ja pelaamaan ns. omalla tasollaan. (Opettaja 20)*

*-- sähköinen materiaali, oppimispelit, jotka etenevät oppilaan omien taitojen mukaan. (Opettaja 12)*

Ikäheimon ja Riskun (2004, 227, 239) mukaan alkuopetuksen matematiikan opetukseen soveltuvia työtapoja ovat opetuspelien pelaaminen sekä tietotekniikan

hyödyntäminen. Oppimis- ja opetusmenetelmiä tulisi käyttää ja kehittää, että oppilaan yksilöllinen eteneminen on mahdollista.

Matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat olivat toimineet *apuolettajina* luokassa. Osa edistyneistä oli halunnut auttaa toisia oppilaita matematiikan opitunneilla. Opettajat olivat käyttäneet oppilasta apuolettajana, jos oppilaan taidot olivat siihen riittäneet.

*He toimivat usein apuolettajina, jos joku ei osaa. (Opettaja 9)*

*Osa pystyy ja haluaa toimia myös ns. "Apuolettajina". (Opettaja 11)*

Dimitriadiksen (2021, 71-72) mukaan opettajat kohtaavat usein haasteita, kun opetus tapahtuu isossa luokassa, jossa on paljon eritasoisia oppilaita. Tämän takia opettajat usein päätyvät tilanteeseen, jossa kyvykkäät oppilaat antavat tukiopetusta heikommille oppilaille.

*Varga-Nemenyi menetelmä* oli opettajille merkityksellinen ylöspäin eriyttämisen keino. Opettajat kokivat että menetelmän mukaiset tehtävät tarjoavat matemaattisesti hyvin edistyneille oppilaille hyvin soveltuvia tehtäviä, jotka harjoittavat oppilaan päättely ja soveltamis kykyä. Opettajat kokivat Varga-Nemenyi menetelmän tarjoavan opetusta parhaiten kaiken tasoille oppilaille. Menetelmän konkreettisuus sekä välineiden hyödyntäminen koettiin merkitykselliseksi.

*Unkarilainen Varga-Nemenyi -matematiikka on ollut oiva valinta kaiken tasoisten oppilaiden opettamiseen. Siinä tehdään paljon yhdessä, vahvistetaan oppilaan matemaattista ajattelua ja keskusteluaan. Välineet ja konkretia ovat tunneilla mukana. Parhaat osaajat eivät kyllästy, vaan heille riittää myös haasteita. (Opettaja 10)*

*Varga Nemenyi-kirjoista löytyy onneksi hyvin haastetta 2.-luokalle. (Opettaja 14)*

Varga-Neményi menetelmän yhtenä painopisteenä on matemaattisten käsitteiden syvälinen ja laaja-alainen pohjustaminen (Tikkanen 2008, 86). Näin menetelmän voidaan ajatella vastaavan myös matematiikassa hyvin edistyvien oppilaiden oppimiseen.



Opettajille merkityksellisiä ylöspäin eriyttämisen keinoja matematiikan opettamisessa olivat *yhteisölliset ja toiminnalliset työtavat*. Yhteisölliset ja toiminnalliset työtavat oli otettu huomioon jo oppimisympäristöjä suunniteltaessa. Opettajat olivat luopuneet perinteisestä opettajajohtoisuudesta, jotta pysyivät ottamaan toiminnassa paremmin huomioon kaikki oppijat. Yhteistoiminnalliset oppimisen prosessit koettiin paremmin kaikille toimiviksi.

*Se on helpointa opettajalle: rakentaa oppimisympäristön mahdollistavaksi, virikkeitä tarjoavaksi, opettaa lapset pari- ja vertaistyöskentelyyn. -- Perinteisestä opettajajohtoisuudesta luoviin juuriksi n. 6 vuotta sitten, kun koin, että se jarruttaa kaikkien etenemistä. Siirryin yksilöllisen ja yhteistoiminnallisen oppimisen prosesseihin. (Opettaja 16)*

Yhteistoiminnallinen opetus on laajalti levinnyt ja yleinen opetusmenetelmä. Yhteistoiminnallista oppimista koskevista tutkimuksista on nostettavissa kolme keskeisintä tulosta, jotka ovat tavoitteiden saavuttaminen, vuorovaikutussuhteiden laatu ja psyykinen hyvinvointi. (Johnson & Johnson 2009, 374-375.)

Matemaattisesti hyvin edistyneille oppilaille on tarjottu mahdollisuutta *omaan tahtiin etenemiselle*. Oppilaat olivat tehneet tehtäviä urakkatyönä, jolloin opettajien oli mahdollista antaa oppilaalle paremmin soveltuvia tehtäviä. Opettajat olivat antaneet oppilaille myös seuraavien luokkien tehtäviä itsenäisesti tehtäväksi. Osa opettajista oli kokenut tarpeelliseksi vaatia oppilaalta ensin osoitus toisen luokan matematiikan oppisisältöjen hallitsemisesta ennen kuin saivat haastavampia tehtäviä. Osa oppilaista osallistui tunnin alussa ensin yhteiseen opetustuokioon ennen kuin saivat siirtyä itsenäisesti etenemään omissa tehtävissään.

*Aiemmin tarjosin heille mahdollisuuden edetä viikkourakoissa omissa tahdissa ja mm. pelata shakkia. Nyt tabletilla on eritasoisia tehtäviä. (Opettaja 18)*

*Parhaat osajat seuraavat ja osallistuvat yhteiseen opetukseen muiden tavoin. Kirjan tehtäviä tehdessä he saavat laskea laskuja omaan tahtiinsa ja etenevät yleensä vaativimpiin lisätehtävöiden. Kotitehtävään oppilaat saavat valita tietyistä vaihtoehdoista, jolloin osaavimmat valitsevat yleensä pohdintatehtävän. (Opettaja 20)*

Dimitriadis (2012, 71) mukaan kyvykkäiden oppilaiden oletetaan suoriutuvan tehtävistä ilman aikuisen tukea. Hänen mukaansa isoissa luokissa matemaattisesti lahjakkaat oppilaat jäävät usein työskentelemään itse, koska opettajan tuki menee keskitason tai heikommille oppilaille.

#### 7.4.2 Matemaattisesti hyvin edistyneet osana ryhmää

Matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat nähtiin myös osana luokkaa, jolloin yhdessä oppiminen ja koko luokan hyötyminen olivat merkityksellisiä. Opettajat kokevat matematiikan oppimisen olevan yhteisöllistä toimintaa, jossa yhdessä oppiminen on merkityksellistä. Opettajat kokevat, että yhdessä tehtävien ääneen kielentäminen (vrt. Joutsenlahti & Tossavainen 2018) on merkityksellinen osa matematiikan opetusta.

*Toisaalta kaikki oppilaat ovat myös mukana kun mietimme matematiikan käsitteitä yhdessä, teemme laskuja yhdessä tai parin kanssa kymmenjärjestelmävälineillä tai luemme matematiikkaan liittyviä tarinoita tai pohdimme päättelytehtäviä yhdessä. Eli tunneilla on myös paljon yhdessä tehtävää, johon kaikki osallistuvat yhtä aikaa. (Opettaja 3)*

*Katson että matematiikan opiskelukin on yhteisöllistä toimintaa. Siksi taitavimmatkaan eivät lähde tekemään kirjan tehtäviä eteenpäin omaan tahtiin. Eriyttäminen tapahtuu em. tavoilla. (Opettaja 13)*

Opettajille merkityksellistä oli se että matemaattisesti hyvin edistyneen opettamisesta ja taitojen tukemisesta *hyötyy koko luokka*. Matemaattisesti hyvin edistyneiden innostus matematiikkaa kohtaan koettiin tarttuvan herkästi myös muihin oppilaisiin. Oppitunneilla käytettävien monipuolisten opetusmenetelmien koettiin tukevan kaikkien oppilaiden oppimista. Matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat osaavat myös kielentää omia ratkaisujaan muille, jolloin tehtävän kielentämisestä oppii itse edistynyt oppilas sekä myös luokan muut oppilaat (vrt. Joutsenlahti & Tossavainen 2018).

*Matikkakeskustelusta hyötyy kaikki, taitavan oppilaan kanssa siinä mennään vaan syvemmälle.*  
(Opettaja 1)

*Monipuolisista opetusmenetelmistä hyötyvät kaikki, myös taitavat oppilaat.* (Opettaja 14)

*2.luoklla hyvin edistyneet oppilaat tukevat koko luokan matematiikan opiskelua. He ovat erityisen innostuneita matikasta ja pitävät yllä positiivista ilmapiiriä matikan ympärillä. He myös osaavat hyvin kertoa, miten ovat ratkaisseet laskuja ja näin muutkin oppilaat oppivat, että laskea voi monin eri tavoin.* (Opettaja 20)

Muutammat opettajat painottivat yhteisöllisyyttä sekä yhteisöllisyyttä matematiikan oppimisessa. Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden nähtiin rikastuttavan opetusta. Matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat veivät opetusta syvemmälle, lisäsivät myönteistä asennetta sekä positiivista ilmapiiriä.

## 7.5 Resurssien puute ja tarve

Tulosten viides ja viimeinen pääteema on resurssien puute ja tarve. Tällä tarkoitetaan sekä *ylöspäin eriyttämistä vaikeuttavia tekijöitä* että *opettajien kehittämistoiveita* koskien heidän kokemuksiaan matematiikassa hyvin edistyneiden oppilaiden opetusta alakoulun toisella luokalla (ks. taulukko 9).

TAULUKKO 9. Resurssien puute ja tarve

Yläteema	Alateema
Ylöspäin eriyttämistä vaikeuttavia tekijöitä	Resurssit menevät heille, joilla tuen tarvetta
	Isot luokkakoot ja vähäiset henkilöresurssit
	Matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat tarvitsevat myös opettajan resursseja
Opettajien kehittämistoiveita	Tarve ylöspäin eriyttävälle materiaalille
	Tarve lisäkoulutukselle
	Moniammatillinen yhteistyö

Suurin osa opettajista koki matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden ohjaimista ja eriyttämistä vaikeuttavan resurssien puute. Opettajien vastauksista nousi esille eniten aika- ja henkilöresurssien puute. Resurssit menivät pääasiassa matematiikan heikoimmille osajille, vaikka matematiikassa hyvin edistyneet oppilaat tarvitsevat myös opettajan resursseja. Opettajat kaipasivat enemmän ylöspäin eriyttävää materiaalia, koulutusta aiheesta sekä moniammatillista yhteistyötä laaja-alaisen erityisopettajan sekä rinnakkaisluokkien opettajien kanssa.

### 7.5.1 Ylöspäin eriyttämistä vaikeuttavia tekijöitä

Opettajille merkittäviä ylöspäin eriyttämistä vaikeuttavia tekijöitä ovat se, että *resurssit menevät heille, joilla on tuen tarvetta sekä isot luokkakoot ja vähäiset henkilöresurssit*. Tämän lisäksi opettajien kokemuksista nousi esiin, että myös *matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat tarvitsevat myös opettajan resursseja*.

*Resurssit menevät heille, joilla tuen tarvetta* oli merkittävin ylöspäin eriyttämistä vaikeuttava tekijä opettajien kokemusten mukaan. Suurin osa opettajista koki, että matematiikan tunneilla aika meni heikoimpien oppilaiden tukemiseen eikä aikaa riittänyt matemaattisesti hyvin edistyneille. Koska heikkoja oppijoita on niin paljon ja aikaa rajallisesti, opettajan ja opetuksen huomio on alaspäin eriyttämisessä.

*Heille [matemaattisesti hyvin edistyneille] on vain vähän aikaa, kun heikommat vievät huomion.*  
(Opettaja 4)

*Valitettavan usein luokissa olevat heikommat osajat vievät opettajalta pääosan oppituntien ajasta. - - Tähän [taitotason mukaan ohjaamiseen] olen pyrkinyt myös, mutta kuitenkin focus on aina heikommissa oppilaissa.* (Opettaja 6)

*Haasteena on ajan riittävyys. Suurimman osan opettajan ajasta vievät taidoissaan heikoimmat lapset.* (Opettaja 17)

Erityisesti matemaattisten perustaitojen opettaminen vie paljon opettajan aikaa. Kun matemaattisesti hyvin edistynyt olisi jo valmiina etenemään, on isossa luokassa paljon oppilaita, joille perustehtävät tuottavat haasteita. Näin opettajan

aika menee siihen, että tukea tarvitsevat oppilaat saavat lisäharjoitusta ja omak-suvat perustehtävät

*Perustaitojen ja esimatemaattisten taitojen opettamiseen menee paljon aikaa. Riittämättömyyden tunne tulee, kun huomaa, että parhaat osaajat osaavat ja heitä pitäisi viedä eteenpäin, mutta samalla luokassa on monta, jotka eivät vielä ole valmiita etenemään. Tarvoitsisivat lisää harjoitusta. (Opet-taja 10)*

*Ns. ylöspäin eriyttämiseen ei valitettavasti tahdo jäädä koulun arjessa tarpeeksi aikaa. Nykyään on niin paljon lapsia, joille ihan peruslaskutaitojen omaksuminen on vaikeaa. Tukea tarvitsevia on to-della paljon. (Opettaja 14)*

Ylöspäin eriyttämistä vaikeuttaa myös luokkien heterogeenisuus. Luokissa on sekä heikkoja, keskitason että edistyneitä oppilaita. Sen lisäksi on oppilaita, joilla on tehostetun tai erityisen tuen tarvetta. Tuen tarpeet eivät välttämättä koske vain heterogeensyyttä matematiikan osaamisessa. Luokan monimuotoisuus näkyy myös suomen kielen ja työskentelytaitojen osaamisessa. Ongelmat oppimi- sessä, työskentelyssä, käytöksessä ja suomen kielessä vaikeuttava ylöspäin eriyt- tämistä. Heterogeenisessä ryhmässä on vaarana, että hyvin edistyneet oppilaat jäävät vähemmälle huomiolle. Kun opettajan resurssit eivät riitä vastaamaan op- pilaiden yksilöllisiin tarpeisiin, voi tämä johtaa opettajan riittämättömyyden tun- teeseen.

*Tähän [taitotason mukaan ohjaamiseen] ei aina ole ollut paljoa aikaa, koska koulussamme on myös paljon oppilaita, joilla on oppimisen ongelmia, ongelmia suomen kielen osaamisessa (erityisesti S2- oppilaita) ja oppilaita joilla on ongelmia keskittymisessä tai ohjeiden noudattamisessa. - - Ongelma on ollut erityisesti se, että luokassa on niin paljon muita tukea tarvitsevia oppilaita, että näille op- pilaille jää hyvin vähän aikaa. Erityisesti näin on silloin, jos luokassa on erityisen tuen oppilaita tai oppilaita joilla on isoja ongelmia käyttäytymisessä ja keskittymisessä. (Opettaja 3)*

*Suurimpana haasteena on heterogeeninen ja suuri ryhmä. Matematiikan, suomen kielen ja työsken- telytaitojen osaamisen kirjo on niin valtavan laaja, ettei parhaimpien ohjaamiseen riitä aikaa. Hei- koimmat tarvitsevat koko ajan henkilökohtaista ohjausta ja aikuisen vierelleen, eikä avustajia ole. - - Koska luokassani on 1/3 tehostetun tai erityisen tuen oppilaita ja yli kolmasosan suomen kieli on*

*heikko tai erittäin heikko, en pysty huomioimaan parhaita oppilaita niin hyvin kuin haluaisin.*  
(Opettaja 8)

*Isot luokkakoot ja vähäiset henkilöresurssit ovat vaikeuttavia tekijöitä ylöspäin eriyttämässä. Kun haasteena on liian isot opetusryhmät, kaipasivat opettajat pienempiä luokkakokoja. Jos erityisoppilaat saisivat tarvittaessa luokkamuotoista erityisopetusta ja jakotunteja olisi lisää, olisi opettajilla enemmän aikaa matemaattisesti hyvin edistyneiden ohjaamiseen. Jotta opettajalla riittäisi aika ylöspäin eriyttämiseen, tarvittaisiin luokissa enemmän henkilöresursseja, kuten laaja-alaisen erityisopettajan, resurssiopettajan sekä koulunkäyntiavustajan tukea. Opettajat haluaisivat ylöspäin eriyttää paremmin kuin mihin heillä tällä hetkellä aika- ja henkilöresurssit riittävät. Yksi aikuinen ei riitä, jos luokassa on paljon tuen tarvetta.*

*Kaipaisin erityisesti erityisoppilaiden luokkamuotoista erityisopetusta aina tarvittaessa, sillä en ole erityisopettaja vaan luokanopettaja. Haastavilla alueilla sijaitseville kouluille, joissa on paljon tukeita tarvitsevia oppilaita kaipaisin myös tarpeeksi pieniä luokkakokoja ja tarvittavaa määrää laaja-alaisen erityisopettajan ja avustajan tukea. (Opettaja 3)*

*Riippuu hyvin pitkälle ryhmästä, ohjaajien saatavuudesta ja erityisopetuksen määrästä. Yhden aikuisen aika ei millään riitä kaikkeen, jos luokassa on paljon avun tarvetta. (Opettaja 20)*

*Tähän kaipaisi tukea. Ja laaja-alaisen erityisopettajienkin tuki menee alaspäin eriyttämiseen. (Opettaja 21)*

Majosen (2019, 90) mukaan inklusiivista peruskoulua pidetään tavoitteena, jota kohti Suomen koulujärjestelmä on pyrkimässä. Inklusiivinen peruskoulu on lisännyt tuentarpeisten oppilaiden määrä luokissa. Jotta kaikille yhteinen koulu voisi toteutua, pitäisi henkilöstöresursseja olla käytössä paljon nykyistä enemmän. Majosen (2019, 90-91) tutkimuksen mukaan henkilökuntaa ei aina ole ollut tarpeeksi inklusiivisten pyrkimysten toteuttamiseen, jolloin voidaan olettaa ettei opettajilla ollut aikaa suunnata myöskään hyvin edistyneiden opettamiseen.

Kouluihin kaivataan lisää avustavaa ja koulutettua henkilökuntaa. Kun oppilaita on luokassa paljon, opetuksen yksilöllistäminen vaikeutuu.

*Matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat tarvitsevat myös opettajan resursseja, vaikka ylöspäin eriyttämistä vaikeuttavia tekijöitä on paljon. Opettajat haluaisivat antaa matemaattisesti hyvin edistyneille oppilaille aikaa ja resursseja sekä tarjota enemmän haasteita, mutta resurssien puitteissa eriytetään ensisijaisesti alaspäin, vaikka matemaattisesti hyvin edistyneet tarvitsisivat myös opettajan ohjausta. Koska erityisopetus kohdistuu niihin oppilaisiin, joilla on enemmän tuen tarvetta, matemaattisesti hyvin edistyneiden opetus jää luokan opettajan vastuulle. Eräälle opettajalle ainoa haaste matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden ohjaamisessa ja eriyttämisessä oli ehtiä huomioimaan taitavia oppijoita.*

*Resurssi ja aika ei aina riitä kaikkeen mitä toivoisi voivansa tehdä. Erityisopetus kohdistuu heille joilla enemmän tuen tarvetta. Lahjakkaiden eriyttäminen jää pitkälti luokanopettajan harteille. - - Toisaalta eniten hekin tarvitsisivat aikuisen aikaa ja yhteistä jakamista. (Opettaja 1)*

*Enemminkin olisin halunnut tarjota haasteita. Harmillisesti usein on käynyt niin, että eriyttäminen on ollut vain alaspäin eriyttävää, koska heikkoja oppilaita on ollut luokassa todella paljon. Perustaitojen opettamiseen ja kertaamiseen menee paljon aikaa. Näinhän ei saisi olla. - - Kyllä, mutta enemminkin olisi voinut työntää näitä parhaita osajia eteenpäin. (Opettaja 10)*

Uusikylän (2020, 221) mukaan lahjakkaiden opetukseen tarvitaan resursseja, hallintoviranomaisten ymmärrystä sekä asiaan perehtyneitä opettajia. Tämä tarve nousi esiin myös opettajien kokemuksista. Opettajat tietävät, että kaikkia oppilaita pitäisi huomioida, mutta resurssit eivät riitä matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden huomioimiseen.

### **7.5.2 Opettajien kehittämistoiveita**

Opettajien kehittämistoiveet ovat *tarve ylöspäin eriyttävälle materiaalille sekä tarve lisäkoulutukselle*. Edellisten lisäksi yhden opettajan kehittämistoiveena on *moniammatillinen yhteistyö*.

Opettajilla on *tarve ylöspäin eriyttävälle materiaalille*. Koska aikaresurssit ovat jo valmiiksi vähäiset, opettajat toivoisivat ylöspäin eriyttävää lisämateriaalia matematiikan opetukseen. Vaikka oppikirjoista löytyy ylöspäin eriyttämiseen soveltuvaa lisämateriaalia, tarvitsevat opettajat sen lisäksi jatkuvasti enemmän lisämateriaalia. Työajan puitteissa valmiin ja laadukkaan lisämateriaalin löytäminen tai tekeminen on hyvin aikaa vievää. Kuten heikoimmilla oppilailta, voisi matemaattisesti hyvin edistyneillä olla myös ylöspäin eriyttäviä kirjoja.

*Ylöspäin eriyttävää materiaalia pitää itse tehdä ja etsiä. Kirjasarjoissa on harvemmin hyviä ja laadukkaita tehtäviä matemaattisesti erityisen taitaville. Ylöspäin eriyttävään aineiston tulisi mielestäni olla jotain muutakin kuin monisteita tai kynä-paperi laskemista. (Opettaja 14)*

*Haastavaa se, että tarvittaisiin ylöspäin eriyttävää materiaalia tai lisäkirjoja koko ajan. (Opettaja 15)*

*On myös haastavaa, että oppikirjojen tekijät tekevät paljon materiaalia alaspäin, mutta ylöspäin eriyttävää materiaalia on aika vähän. Ylöspäin eriytyminen vaatisi opettajalta oman aineiston kokoamista, mihin ei ole ajallisesti varaa. (Opettaja 21)*

Haylock ja Thangata (2007, 83) kirjoittavat, kuinka alakoulussa on niitä oppilaita, joille opettajan laatima lisämateriaalivalikoima ei riitä, vaikka lisämateriaalia on tarjolla. Tämä tukee tutkimuksemme opettajien kokemuksia. Opettajat kokevat, että materiaalia alaspäin eriyttämiseen on paljon. Kuitenkaan ylöspäin eriyttävää materiaalia, joka haastaa ja auttaa matemaattisesti hyvin edistyneitä oppilaita saavuttamaan potentiaalinsa ei ole riittävästi. Opettajat kokevat, että niitä ei ole helposti saatavilla ja niitä pitää jatkuvasti etsiä lisää.

Jotta ylöspäin eriyttämistä pystytään kehittämään, on opettajilla *tarve lisäkoulutukselle*. Tarve lisäkoulutukselle syntyy siitä, että opettajat kaipaavat tukea ja uusia ideoita omaan työhön. Erityisesti lisäkoulutusta kaivattaisiin sähköisten materiaalien ja oppimispelien käyttöön.

*Kaipaavan välillä enemmän tietoa sähköisen materiaalin ja oppimispelien käyttöön. (Opettaja 12)*



*Kaipaisin: Lisäkoulutusta kaipailisin. Tällä työkokemuksella lyhyet muistia virkistävät koulutukset tällaiseen ovat parhaita. (Opettaja 15)*

Laineen, Kuusiston ja Tirrin (2016) tutkiessa suomalaisten alakoulun opettajien näkemyksiä lahjakkuudesta kävi ilmi, että melkein puolet (47%) eivät olleet osallistuneet lainkaan kursseihin tai luentoihin lahjakkuudesta. Suurin osa (73%) oli saanut tietoa lahjakkuudesta ammatillisesta kirjallisuudesta ja aikakauslehdistä. Moni opettaja (48%) koki, että heillä oli puutteellista tietoa lahjakkuudesta ja lahjakkaista oppilaista. Opettajilla oli korkea halu saada enemmän tietoa lahjakkuudesta ja lahjakkaista oppilaista (82%) sekä lahjakkaiden opetuksesta (89%). Kokonaisuudessa opettajien asenteet lahjakkaiden opetusta kohtaan olivat positiiviset, koska he (87%) kokivat sen kehittämisen olevan tärkeä tehtävä tulevaisuudessa. (Laine, Kuusisto & Tirri 2016, 157.)

Laineen ja Tirrin (2016, 155-158) mukaan suomalaiset opettajat yleisesti tietävät, että lahjakkaiden oppilaiden opetus tulisi eriyttää, mutta heitä ei ole opetettu tai koulutettu, miten ottaa lahjakkaiden oppilaiden tarpeet huomioon, minkä takia he eivät eriytä opetusta ylöspäin. Edellä mainitut tutkimukset tukevat myös meidän tutkimustuloksia siitä, kuinka opettajilla on tarve lisäkoulutukselle. Opettajat halukkaita saamaan tietoa lahjakkuudesta ja lahjakkaista oppilaista. Lisäkoulutuksen ja täydennyskoulutuksen avulla opettajat voivat saada lisää tietoa lahjakkaista oppilaista sekä heidän opetuksestaan. Kun opettajat osaa ottaa lahjakkaiden oppilaiden yksilölliset tarpeet huomioon, he pystyvät paremmin ottamaan huomioon ja tukemaan lahjakkaita, esimerkiksi eriyttämällä ohjeita tehokkaammin.

Vaikka monen opettajan vastauksesta nousi esiin *moniammatillinen yhteistyö*. Opettajat painottaa yhteistyön tärkeyttä rinnakkaisluokan opettajien ja laaja-alaisen erityisopettajan kanssa. Sen lisäksi yksi opettaja korosti vastauksessaan, kuinka yhteistyötä tulisi tehdä myös varhaiskasvatuksen opettajien sekä esiopettajien kanssa, jotta voidaan vahvistaa esimatemaattisia taitoja.

*Yhteistyön tekeminen rinnakkaisluokan opettajien ja laaja-alaisen erityisopettajan kanssa on tärkeää. Voittaisiin tehdä esimerkiksi joustavia ryhmiä ja muuta yhteistyötä, jotta parhaita osajia voidaan ohjata enemmän. Pitäisi tehdä myös enemmän yhteistyötä varhaiskasvatuksen ja esiopettajien kanssa. Päiväkodissa ja esiopetuksessa voidaan vahvistaa lasten esimatemaattisia taitoja. Esimerkiksi lukujonon luettelemista, lukumäärien laskemista, käsitteisiin tutustumista voitaisiin tehdä päiväkodissa ja esiopetuksessa nykyistä enemmän. Näihin asioihin pitäisi kiinnittää huomiota, koska kotien tuki on monella lapsella vähäistä. (Opettaja 10)*

Risku (2002) kuvaa matematiikan ymmärtämisen rakentumista talon rakentamisena. Ensin tarvitaan ja rakennetaan kestävä perustus, jonka varaan nousevat vähitellen ulko- ja väliseinät. Alkuopetuksessa rakennetaan kestävä perustusta oppilaan matemaattiselle ajattelulle. (Risku 2002, 115-116.) Varhaiskasvatuksella on iso merkitys matemaattisen perustan rakentumiselle, joten yhteistyöhön tulee panostaa.

## 8 POHDINTA

Pro gradu -tutkielman tavoitteena oli selvittää opettajien kokemuksia matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opetuksen eriyttämisestä ja sen haasteista alakoulun toisella luokalla.

Tutkielman tekeminen on saanut meidät pohtimaan matematiikan opetusta alkuopetuksessa sekä opetuksen eriyttämistä ylöspäin. Jo ennen tutkielman tekemistä olemme pohtineet paljon luokan resurssien riittävyttä ja hyvin edistyneiden oppilaiden huomioimisen haasteita luokassa. Tuloksista voidaan päätellä, että resurssit luokassa ovat harvoin riittävät ja tällöin niitä leikataan juuri hyvin edistyneiden opetuksesta.

### 8.1 Tulosten tarkastelua ja pohdintaa

Niemen, Metsämuurosen, Hannulan ja Laineen (2020, 27) tutkimustulokset osoittavat, että matematiikan parhaat osaajat ovat erotettavissa muista oppilaista jo kolmannella luokalla. Pro gradu -tutkielman tulosten mukaan luokanopettajat pystyivät tunnistamaan matemaattisesti hyvin edistyneitä oppilaita jo alakoulun toisella luokalla. Matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteiksi luokanopettajat nostivat luovan matemaattisen ajattelun, kielentämisen, lukumäärä- ja lukujonotaidot, kognitiiviset taidot ja oppisisältöjen ennalta osaamisen. Hyvät työskentelytaidot ja varsinkin tehtävien nopea suorittaminen nähtiin myös matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteinä. Vaikka opettajat pystyivät tunnistamaan matemaattisesti hyvin edistyneitä oppilaita, voidaan kuitenkin pohtia kykenivätkö he tunnistamaan heidän joukostaan matemaattisesti lahjakkaita oppilaita. Leikinin (2014, 247) mukaan matemaattinen lahjakkuus on erittäin monimutkainen käsite eikä sille ole tarkkaa määritelmää.

Tutkimuksemme teoriaosuudesta nousee esiin lahjakkuuden tunnistamisen haasteellisuus alkupuopetuksessa. Jos vertaa teoriaosuutta tutkimuksemme tuloksiin, molemmissa matemaattisen lahjakkuuden piirteeksi nousi

luova matemaattinen ajattelu. Matemaattisella luovuudella kuitenkin tarkoitetaan molemmissa eri asioita. Teoriaosuudessa matemaattisella luovuudella tarkoitetaan tieteellistä matemaattista kyvykkyyttä, joka kattaa uudet saavutukset ja tulokset. (Ruokamo 2000, 18). Opettajien kokemusten perusteella matemaattisella luovuudella tarkoitetaan soveltavien sekä syventävien päättely- ja ongelmanratkaistehtävien ratkaisemista. Vaikka olemme laittaneet luovan matemaattisen ajattelun alle paljon opettajien kokemuksista nousseita matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden piirteitä, monet niistä asettuvat Ruokamon (2000, 18) mainitseman koulukyvykkyyden alle. Koulukyvykkyydellä Ruokamo tarkoittaa oppilaiden kykyä oppia ja hallita matemaattista informaatiota sekä tarkoituksenmukaista tietojen ja taitojen nopeaa ja merkityksellistä hallintaa. Opettajien kokemuksista matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden matemaattisista sekä työskentelytaidoista esimerkiksi uuden oppimisen helppous sekä tehtävien nopea laskeminen osoittaa ennemmin koulukyvykkyyttä kuin luovaa matemaattista ajattelua. Koska toisella luokalla on haastavaa tunnistaa matemaattisesti lahjakkaita oppilaita, voidaan opettajien vastauksien perusteella olettaa, että heidän kuvailemiin matemaattisesti hyvin edistyneisiin oppilaisiin kuului sekä koulukyvykkäitä että matemaattisesti lahjakkaita oppilaita.

Opettajien kokemusten mukaan matemaattisesti hyvin edistyneiden ohjaukseen ja eriyttämiseen käytetään pääasiassa lisätehtäviä. Lisätehtäviksi laskettiin sekä oppikirjan lisätehtävät sekä monisteniput. Lisätehtävien yhteydessä mainittiin myös matikka diplomi. Perkkilän (1999, 130 vrt. Perkkilä, Joutsenlahti & Sarenius 2018) mukaan oppikirjojen lisätehtävät eivät aina tarjoa lisähaastetta oppilaille ja siksi ne soveltuvat paremmin nopeuseriyttämiseen. Kun vertasimme opettajien kokemuksia koskien oppilaiden motivaatiota ja lisätehtävien tekemistä, opettajien kokemuksista kävi ilmi, että niillä opettajilla, joiden oppilailla oli haasteita motivaatiossa, oli mainittu yhtenä ylöspäin eriyttämisen keinona lisätehtävät. Ne opettajat, jotka kritisivat oppikirjoja, kokivat matematiikan oppikirjat riittämättömiksi ylöspäin eriyttämiseen. Useiden opettajien vastauksista kävi myös ilmi, että tarvetta olisi ylöspäin eriyttävälle materiaalille. Kuten Perkkilän (2002) väitöskirjassa, myös meidän tutkimustulokset viittaavat siihen, että

oppikirjoilla on edelleen merkittävä asema matematiikan opetuksessa alkuopetuksessa, vaikka osa koki ne puutteelliseksi. Olimme yllättyneitä, että niin monen opettajan kokemuksista nousi esiin tehtävien tekeminen ennemmin kuin matemaattisten välineiden käyttäminen opetuksessa. Edellisen lisäksi monet opettajat kokivat, että matemaattisesti hyvin edistyneet eivät enää tarvinneet välineitä toisella luokalla. Joutsenlahden ja Tossavaisen (2018) mukaan kielentämisellä on kuitenkin suuri merkitys käsitteiden avaamisessa, sillä pelkkä symbolinen esitys ei riitä. Lisäksi matemaattista ajattelua ja ymmärrystä ei voi kehittää pelkästään esimerkiksi laskurutiinia harjoittamalla. Oppilaiden tulee saada monipuolisia kokemuksia matemaattisista käsitteistä. Kun he käyttävät välineitä, piirroksia ja luonnollista kieltä, niin oppilaalle rakentuu symbolikielille ilmauksille merkityksiä eli käsitteelle tulee merkitys.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014, 39) sanotaan, että matematiikan eriyttämistä voidaan tehdä myös yhdysluokkaopetuksessa, jossa opiskelee eri vuosiluokilla olevia oppilaita tai vuosiluokkiin sitomattomasti edettäessä eri-ikäisiä oppilaita. Vaikka perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa mainitaan tämä opetuksen eriyttämisen muoto, ei kukaan opettajista maininnut tätä eriyttämisen muotona matemaattisesti hyvin edistyneiden opettamisessa. Yllättävää on myös se, että kukaan opettajista ei maininnut tekevänsä yhteistyötä rinnakkaisluokan opettajan kanssa suunnitellessaan tai toteuttaessaan matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opetusta.

Tutkielman johdannossa viittaamme Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin (2014, 15) jossa kirjoitetaan, kuinka jokaisella oppilaalla tulee olla oikeus saavuttaa täysi potentiaalinsa. Edellisen lisäksi oppilaiden tulee tuntea olonsa arvostetuksi ja hänellä tulee olla tunne, että oppimisesta välitetään. Perusopetuksen opetussuunnitelma (2014, 130) velvoittaa myös antamaan taitaville oppilaille mahdollisuuden matematiikan sisältöjen syventämiseen vuosiluokilla 1-2. Jos vertaa tutkimuksemme tuloksia opetussuunnitelmaan, voidaan todeta, etteivät matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat saa opetussuunnitelman mukaista opetusta. Opettajien kokemuksista käy ilmi, että opettajien aika ei riitä tai

sitä on vain vähän matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden huomioimiseen. Kun matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat eivät saa syventää osaamistaan, he eivät saavuta täyttä potentiaaliaan. Matemaattisesti hyvin edistynyt oppilas tarvitsee koulun tukea taitojensa systemaattiseen kehittämiseen (Tirri & Laine 2013, 195). Jotta kaikki oppilaat voisivat kasvaa täyteen mittaansa, tulee kääntyä päättäjien puoleen. Opettajat tarvitsevat lisää resursseja, jotta he voivat mahdollistaa kaikkien oppilaiden kasvun ja oppimisen täyteen mittaansa.

Suurin osa opettajista koki, että matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden ohjaamista ja eriyttämistä haastoi se, että aika ja huomio menee heikompien oppilaiden huomioimiseen. Tästä voi päätellä, etteivät kaikki oppilaat saa opetussuunnitelman mukaista opetusta. Edellisen lisäksi vastauksista saa sellaisen käsityksen, että heikompien oppilaiden oppimista pidetään suuremmassa arvossa kuin taitavien. Aunolan ja Nurmen (2018, 57, 66) mukaan Suomessa alkuopetuksessa pyritään tasoittamaan oppilaiden välisiä tasoeroja. Tämä toisaalta ohjaa opettajia suuntaamaan huomionsa heikompien taitojen kehittämiseen ja jättämään matemaattisesti hyvin edistyneiden taitojen kehittyminen vähälle huomiolle, jotta kaikki oppilaat saataisiin samalla viivalle. Toisaalta Aunola ja Nurmi (2018, 57, 66) ovat todenneet, että juuri alkuopetuksessa matematiikan oppiaine hyödyttää enemmän hyvin edistyneitä oppilaita kuin heikompia oppiaineen kumulatiivisen luonteen takia.

Brody ja Stanley (2005, 32) tuovat tutkimuksessaan esille, kuinka lahjakkaissa oppilaissa huolenaihetta aiheuttavat ne oppilaat, jotka eivät saa ylöspäin eriyttävää opetusta ja alkavat alisuoriutumaan. Myös meidän tutkimusessamme opettajien kokemuksista nousi esiin oppilaiden motivaatiohaasteet sekä alisuoriutuminen. Syy motivaatiohaasteisiin kumpusi siitä, että matemaattisesti hyvin edistyneitä oli vaikea saada motivoitumaan opetukseen, koska opetettavat asiat olivat heille liian helppoja. Opettajat kokivat, että toisen luokan matematiikan kirjojen sisällöt olivat liian helppoja eivätkä motivoineet matemaattisesti hyvin edistyneitä yrittämään. Tutkimusessamme motivaatiohaasteet ja alisuoriutuminen ovat sidoksissa toisiinsa, sillä huono motivaatio johtaa alisuoriutumiseen. Opettajat kokivat, että he eivät saaneet matemaattisesti hyvin edistyneitä

motivoitumaan tekemään ylimääräisiä tehtäviä. Oppilaat halusivat suorittaa helpot tehtävät nopeasti, jotta he pääsevät tekemään muita hommia. Jos oppilaat olivat kuulleet, useasti tehtävien olevan liian helppoja heille, he lakkasivat yrittämästä. Kun matemaattisesti hyvin edistynyt oppilas alkaa alisuoriutumaan, sillä voi olla pitkäaikainen vaikutus oppilaan elämään. Alisuoriutuva oppilas ei joudu pinnistelemaan selvitäkseen koulussa, jolloin hänelle ei kehity taitoja oppia uutta. Matemaattisesti hyvin edistynyt oppilas ei voi kehittyä, jos hän ei työskentele omalla lähikehityksen vyöhykkeellään. Opettajien kokemuksista nousi myös huoli siitä, että matemaattisesti hyvin edistyneillä oppilailla voi jäädä tärkeitä sisältöjä oppimatta. Jos vertaa meidän tutkimustuloksia Brodyn ja Stanley'n (2005, 32) tutkimukseen, ne tukevat toisiaan. Voidaan jälleen todeta etteivät matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat ole saaneet opetussuunnitelman ja taitotasonsa mukaista opetusta, koska heissä on ilmenee sekä motivaatiohaasteita että alisuoriutumista. On surullista ajatella, että näinkin pienellä otannalla opettajia, monella oli kokemuksia toisen luokan oppilaista, joilla on motivaatiohaasteita ja alisuoriutumista.

Tutkimustuloksista nousi esiin opettajien tarve lisäkoulutukselle. Opettajat tarvitsisivat tukea ja uusia ideoita omaan työhön. Edellisen lisäksi lisäkoulutusta kaivattaisiin myös sähköisten materiaalien ja oppimispelien käyttöön. Dimitriadiksen (2012, 71) mukaan opettajat, joilla on koulutustaustaa ja korkeampi itsetuottamus, käyttivät enemmän aikaa matemaattisesti kyvykkäisiin oppilaisiin. Ilman koulutusta ja sen tuomaa itsetuottamusta eivät opettajat käyttäneet aikaa oppilaisiin tai auttaneet oppilaita, kun he kohtasivat haasteita. Kaikki tutkimuksemme vastanneet luokanopettajat olivat päteviä luokanopettajia. He kaikki olivat ilmoittaneet omaavansa ylemmän korkeakoulututkinnon ja olevansa kasvatustieteiden maistereita. Vaikka he olivat korkeakoulutettuja, opettajat kokivat tarvetta ylöspäin eriyttämistä koskevalle lisäkoulutukselle. Tästä herää kysymys, että onko työelämässä oleville luokanopettajille tarjolla tarpeeksi lisäkoulutusta sekä antaako työpaikka mahdollisuuden ja tuen niihin osallistumiseen vai jääkö lisäkoulutautuminen opettajan oman mielenkiinnon ja resurssien varaan. Osa opettajista oli toiminut luokanopettajan työssä jo useamman vuosikymmenen

jolloin koulutuksestakin voidaan olettaa olevan saman verran aikaa. Tässä ajassa opetussuunnitelma ja painotettavat opetusmenetelmät ovat ehtineet muuttua jomonesti. Voisiko tuloksista myös ajatella, että opettajankoulutus ei tarjoa tarpeeksi työkaluja ylöspäin eriyttämiseen ja lahjakkaiden oppilaiden huomioimiseen? Yleisesti opettajien koulutuksessa painotetaan enemmän alaspäin eriyttämistä kuin ylöspäin eriyttämistä. Luokanopettajaopiskelijoina olemme kokeneet, että opettajan koulutuksessa painotetaan vähän hyvin edistyneitä saatika lahjakkaita oppilaita.

## 8.2 Lopuksi

Pro gradu -tutkielman tekeminen on ollut meille merkittävä jo lähes vuoden mittainen prosessi. Vaikka tutkielma on pääasiassa mennyt eteenpäin, tosin vaihtelevaan tahtiin, olemme myös joutuneet ottamaan sen teossa askelia taaksepäin. Tutkielmaa on tehty samaan aikaan muiden opintojen kanssa, mikä on sekä pitkittänyt että tauottanut prosessia. Tästä johtuen myös aineisto on ollut välillä syrjässä, mikä voi heikentää luotettavuutta varsinkin, jos aineiston syvälinen ymmärtäminen katkeaa. Toisaalta tällainen aaltomainen liike aineiston välillä on juuri fenomenologis-hermeneuttisen tutkimuksen mukaista toimintaa. (vrt. Peltonmäki 2014, 90.) Tutkielman tekemisen aikana olemme teorian avulla tutustuneet matematiikan opettamiseen, lahjakkuuteen sekä opetuksen eriyttämiseen. Nämä tiedot ovat merkittäviä ja hyödyllisiä myös tulevassa luokanopettajan työssä. Olemme myös saaneet arvokasta tietoa matematiikan opettamisesta ja sen todellisuudesta tutkimuskyselyyn vastanneiden luokanopettajien kokemuksista. Heidän vastauksensa ovat antaneet meille paljon tietoa matematiikan opetuksen ylöspäin eriyttämisestä. Monet hyviksi todetut eriyttämisen keinot viemme mukamme työelämään. Tutkielman tekeminen on ollut meille oppimisprosessi ja jo pelkästään sen perusteella sitä voidaan pitää merkittävänä.

Tutkielman aineiston keräämistä on aiheellista kyseenalaistaa luotettavuuden näkökulmasta. Koska aineisto kerättiin Facebookissa jaetun linkin avulla,



emme voi olla varmoja kuka kyselyyn oikeasti vastasi ja oliko heillä oikeasti kokemusta luokanopettajan työstä. Aineistosta olisi voitu saada laajempi keräymällä se haastattelujen kautta, jolloin vastaajille olisi voitu tehdä tarkentavia lisäkysymyksiä. Myös osan vastaajista vastaukset ovat voineet jäädä suppeaksi, koska he eivät ole jaksaneet kirjoittaa kaikkea mitä heille on tullut mieleen. Kuitenkin aineiston voidaan ajatella oleva riittävä luotettavuuden kannalta, koska se antoi vastauksia kaikkiin tutkimuskysymyksiin. Luotettavuuden näkökulmasta on myös pohdittava sitä, oliko valituilla Facebook -ryhmillä vaikutusta vastauksen sisältöön. Linkki jaettiin ryhmässä, joka on suunnattu luokanopettajille sekä kolmessa ryhmässä, jotka on suunnattu erilaisista matematiikan opetusmenetelmistä kiinnostuneille luokanopettajille. Voidaan siis pohtia, että onko tutkimukseen valikoituneet vastaajat olleet normaalia kiinnostuneempia matematiikan opetuksesta ja onko tämä vaikuttanut tutkimuksen tuloksiin.

Tutkimuksen analyysivaihe on kuvattu selkeästi tutkimuksen metodologiassa osuudessa. Tällä on haluttu lisätä tutkimuksen luotettavuutta, koska siitä lukija saa hyvän kuvan analyysiprosessin etenemisestä. Olemme myös tuoneet tutkielmassa esille oman esiyymmärryksen sekä sen mahdollisen vaikutuksen tutkimuksen aineiston tulkintaan. Hermeneuttiseen esiyymmärrykseen tutustuminen ja siitä kirjoittaminen ennen aineiston analyysia auttoi meitä lähestymään aineistoa objektiivisesti sen analyysissä. Aineiston analyysin aikana olemme tietoisesti pyrkineet asettumaan tutkimukseen osallistuneiden luokanopettajien tilanteisiin. Tutkimuksen aikana olemme liikkuneet hermeneuttisella kehällä ja tehneet aaltomaista liikettä aineiston kanssa. Koska olemme tehneet tutkielmaa pääsääntöisesti yhdessä ja samaan aikaan, olemme voineet tehdä tutkielmasta mahdollisimman yhteneväisen ja meidän molempien näköisen. Olemme myös voineet yhdessä pohtia ja ratkoa mahdollisia ongelmatilanteita, joita on tullut vastaan tutkielman teossa. Tutkielman aineistoa on analysoitu kaksin silmäparein, jolloin siitä on voitu saada luotettavampi. Koska tutkimusaineistoa analyysivaiheessa tarkasteltiin kahdesta eri näkökulmasta, pystyimme tulkitsemaan ja ymmärtämään aineistoa laajemmin.

Peltomäen (2014, 90) mukaan fenomenologis-hermeneuttisessa tutkimuksessa kuvataan ilmiötä sellaisena kuin se tulee esille. Tämän takia tutkimuksen tuloksissa on esitelty myös suoria lainauksia, jotka kertovat aineiston rikkaudesta ja moninaisesta sisällöstä. Tutkielman luotettavuuden lähtökohtana on kyselyyn vastanneiden luokanopettajien kokemusten merkitykset heidän omista kokemuksistaan matemaattisesti hyvin edistyneiden opettamisesta. Koska tulokset kuvaavat yksittäisten luokanopettajien kokemuksia, ei niitä voida suoraan yleistää kaikkien luokanopettajien kokemuksiin toisen luokan matematiikan opettamisesta. Tutkielman aineiston suppeuden takia tutkimuksen tuloksista ei voida suoraan tehdä laajoja yleistyksiä. Vaikka emme voi tehdä laajoja yleistyksiä, voimme kuitenkin todeta sen, etteivät kaikki matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat saa opetussuunnitelman ja oman taitotasonsa mukaista opetusta, jolloin oppilaat ovat koulussa eriarvoisessa asemassa.

Matemaattista lahjakkuutta ja matemaattisesti hyvin edistyneitä oppilaita sekä heidän opetustaan on tutkittu jonkin verran aiemminkin. Yleensä kuitenkin opetuksen eriyttämiseen liittyvät tutkimukset painottuvat opetuksen alaspäin eriyttämiseen. Tämä tutkimus keskittyi matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamiseen alakoulun toisella luokalla opettajien kokemana. Jatkossa tutkimusta voisi tehdä laajemmalla tutkimusaineistoilla, jossa mukana olisi myös oppilaiden ja heidän vanhempiensa kokemuksia. Tutkimusta voitaisiin myös tehdä myös alakoulun ensimmäisen luokan oppilaiden opetuksesta tai pitkäaikaisena tutkimuksena oppilaiden toisen ja kolmannen luokan aikana. Matematiikan oppikirjojen soveltuvuutta eri tasoille oppilaille voisi myös tutkia, varsinkin lahjakkaiden kannalta. Myös mielenkiintoista olisi tutkia, miten Suomen luokanopettajakoulutukset valmistavat opettajia lahjakkaiden ja hyvin edistyneiden oppilaiden opettamiseen. Yleisesti matematiikan opetuksen tutkiminen ja kehittäminen ovat aiheita, joihin tulevaisuudessa kannattaa myös panostaa, koska matemaattisen osaamisen varmistaminen on yhteiskunnallisesti tärkeä asia.

Tutkielman tulokset ovat saaneet meidät pohtimaan myös luokanopettajan työn vaativuutta sekä yhden opettajan riittävyttä nykypäivän alakoulun luokassa. Työn vaativuus on selkeästi kasvanut viime vuosien aikana ja inklusio on tehnyt luokista entistä heterogeenisemmät. Selkeästi luokkiin tarvittaisiin lisää resursseja, jotta kaikkien oppilaiden taitotaso voitaisiin ottaa opetuksessa huomioon. On erittäin tärkeää, että jokainen oppilas kohdattaisiin koulussa yksilönä ja että heidän tarpeisiinsa vastattaisiin. Tasa-arvon nimissä koulun tulisi mahdollistaa kaikille oppilaille oman parhaan potentiaalinsa saavuttaminen. Lisäresursseilla voitaisiin taata matematiikan huippuosaajien kehittyminen myös tulevaisuudessa. Oman parhaan osaamisen saavuttamisella on suuri merkitys oppilaan tulevaisuuden kannalta esimerkiksi korkeakouluopintoihin suuntautumiseen. Yhteiskunnan tasolla tällä on myös paljon merkitystä. Matematiikan huippuosaajia tullaan tarvitsemaan, jotta voidaan esimerkiksi vastata globaaliin ilmaston lämpenemiseen ja teknologian kehittämiseen. Tähän tarvitaan juuri luovaa matemaattista ajattelua, jonka kautta voidaan saada uusia innovatiivisia ja kestäviä ratkaisuja tulevaisuuden kannalta. Vaikka pro gradu -tutkielmamme on vain yksi monista näkökulmista lähestyä matemaattista lahjakkuutta, emme voi tarpeeksi painottaa sen yhteiskunnallista merkitystä.

## LÄHTEET

- Ambrose, D., VanTassel-Baska, J., Coleman, L. J., & Cross, T. L. 2010. Unified, insular, firmly policed, or fractured, porous, contested, gifted education? *Journal for the education of the gifted* 33 (4), 453–478. Saatavilla: <https://search-proquest-com.ezproxy.jyu.fi/docview/665263469?accountid=11774> Luettu 14.8.2020.
- Ashcraft, M. & Moore, A. 2009. Mathematics anxiety and the affective drop in performance. *Psychoeducational assessment* 27, 197–205. Saatavilla: DOI: 10.1177/0734282908330580 Luettu 11.8.2020.
- Aunola, K., Leskinen, E., & Nurmi, J. 2006. Developmental dynamics between mathematical performance, task motivation, and teachers' goals during the transition to primary school. *British journal of educational psychology* 76, 21–40. Saatavilla: DOI:10.1348/000709905X51608 Luettu 11.8.2020.
- Aunola, K. & Nurmi, J-E. 2018. Matemaattisten taitojen kehitys kouluikässä. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.) *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 54–68.
- Bevan, M. 2014. A Method of phenomenological interviewing. *Qualitative health research* 24 (1), 136 –144. Saatavilla: DOI 10.1177/1049732313519710 Luettu 10.1.2021.
- Berg, D. H. & McDonald P. A. 2018. Differences in mathematical reasoning between typically achieving and gifted children. *Journal of cognitive psychology* 30 (3), 281–291. Saatavilla: DOI: 10.1080/20445911.2018.1457034 Luettu 4.8.2020.
- Brody, L. E. & Stanley, J. C. 2005. Youths who reason exceptionally well mathematically and/or verbally: Using the MVT:D4 model to develop their talents. Teoksessa R. Sternberg, and J. Davidson (toim.) *Conceptions of giftedness*. e-kirja. Cambridge University Press, 20–37. Saatavilla: DOI:10.1017/CBO9780511610455.008 Luettu päivämäärä 15.8.2020.
- Brualdi, A. 1998. Gardner's theory. *Teacher librarian* 26 (2), 26–28. Saatavilla: <https://search.proquest.com/open-view/34b22162906111de7a7ddd2140c77d2d/1?cbl=38018&pq-origsite=gscholar> Luettu 12.8.2020.
- Cross, T. L. & Coleman, L. J. 2014. School-based conception of giftedness. *Journal for the education of the gifted* 37 (1), 94–103. Saatavilla: DOI: 10.1177/0162353214521522 Luettu 4.8.2020.

- Dimitriadis, C. 2012. How are schools in England addressing the needs of mathematically gifted children in primary classrooms? A review of practice. *Gifted child quarterly* 56 (2), 59–76. Saatavilla: DOI: 10.1177/0016986211433200 Luettu 5.8.2020.
- Distin, K. 2006. *Gifted children: A Guide for Parents and Professionals*. e-kirja. London : Jessica Kingsley Publishers.
- Francis, R., Hawes, D. J., & Abbott, M. 2016. Intellectual giftedness and psychopathology in children and adolescents: A systematic literature review. *Exceptional Children* 82 (3), 279–302. Saatavilla: DOI: 10.1177/0014402915598779 Luettu 17.8.2020.
- Freeman, J. 2005. Permission to be gifted: How conceptions of giftedness can change lives. Teoksessa R. Sternberg, and J. Davidson (toim.) *Conceptions of giftedness*. e-kirja. Cambridge University Press, 80–98. Saatavilla: DOI:10.1017/CBO9780511610455.008 Luettu päivämäärä 15.8.2020.
- Gagné, F. 2005. From Gifts to Talents. The DMGT as a Developmental Model. Teoksessa R. Sternberg, and J. Davidson (toim) *Conceptions of Giftedness*. e-kirja. Cambridge University Press, 98-119. Saatavilla: DOI:10.1017/CBO9780511610455.008 Luettu päivämäärä 15.8.2020.
- Gardner, H. 1999. *Intelligence reframed: multiple intelligences for the 21st century*. New York: Basic books
- Given, L. M. 2008. Phenomenology. Teoksessa L.M. Given (toim.) *The SAGE encyclopedia of qualitative research methods*. California: SAGE Publications, 615-619. Saatavilla: DOI: 10.4135/9781412963909 Luettu: 10.2.2021.
- Haylock, D. & Thangata, F. 2007. *Key concepts in teaching primary mathematics*. e-kirja. London: SAGE Publications.
- Hiltunen, J. & Nissinen, K. 2018. Erinomaiset matematiikan osaajat. Teoksessa J. Rautopuro & K. Juuti (toim.) *PISA pintaa syvemältä. PISA 2015 Suomen pääraportti*. Suomen kasvatustieteellinen seura. Kasvatusalan tutkimuksia 77, 213–234 . Saatavilla: <https://jyx.jyu.fi/handle/123456789/59526> Luettu 10.8.2020.
- Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2009. *Tutki ja kirjoita*. Hämeenlinna: Kariston Kirjapaino Oy.
- Huhtinen, A-M. & Tuominen, J. 2020. Fenomenologia: Ihmisten kokemukset tutkimuksen kohteena. Teoksessa A. Puusa & P. Juuti (toim.) *Laadullisen tutkimuksen näkökulmat ja menetelmät*. e-kirja. Helsinki: Gaudeamus.

- Ikäheimo, H. & Risku, A-M. 2004. Matematiikan esi- ja alkuopetuksesta. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 222-240.
- Jahnukainen, M., Pösö, T., Kivirauma, J. & Heinonen, H. 2015. Johdanto. Teoksessa Jahnukainen, M. (toim.) Lasten erityishuolto ja -opetus Suomessa. e-kirja. Vastapaino.
- Johnson, D. W. & Johnson, R. T. 2009. An educational psychology success story: Social interdependence theory and cooperative learning. *Educational Researcher*, 38 (5), 365-379. Saatavilla: <https://www-proquest-com.ezproxy.jyu.fi/scholarly-journals/educational-psychology-success-story-social/docview/216903269/seq-2?accountid=11774> Luettu 7.6.2021.
- Joutsenlahti, J. & Tossavainen, T. 2018. Matemaattisen ajattelun kielentäminen ja siihen ohjaaminen koulussa. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.) Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 410-431.
- Kakkori, L. 2009. Hermeneutiikka ja fenomenologia. Hermeneuttis-fenomenologisen tutkimusotteen sisäisestä problematiikasta. *Aikuiskasvatus* 4, 273 - 280. Saatavilla: <https://www.doria.fi/handle/10024/65254> Luettu 7.1.2021.
- Kakkori, L. & Huttunen, R. 2011. Fenomenologia, hermeneutiikka ja fenomenografinen tutkimus. Saatavilla: <http://users.utu.fi/rakahu/fenomenografia2011.pdf> Luettu: 10.2.2021.
- Károlyi, C. von, Ramos-Ford, V. & Gardner, H. 2003. Multiple Intelligences: A Perspective on giftedness. Teoksessa N. Colangelo & G. A. Davis (toim.). *Handbook of gifted education*. 3rd edition. Boston: Allyn and Bacon, 100-112.
- Karvi 2020. Alkumittaus - koulutulokkaiden matematiikan ja äidinkielen ja kirjallisuuden taidot ja osaamisen taustatekijät. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Tiivistelmät 13. Saatavilla: <https://karvi.fi/publication/alkumittaus-koulutulokkaiden-matematiikan-ja-aidinkielen-ja-kirjallisuuden-aidot-ja-osaamisen-taustatekijät-tiivistelma/> Luettu: 17.4.2021.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. 2001. Adding it up: Helping children learn mathematics. National Academy Press. Saatavilla: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/jyvaskyla-ebooks/detail.action?docID=3375421> Luettu 22.5.2021.
- Kiviniemi, K. 2018. Laadullinen tutkimus prosessina. Teoksessa R. Valli (toim.) *Ik-kunoita tutkimusmetodeihin 2*. Jyväskylä: PS-kustannus, 73-87.

- Kontoniemi, M. 2003. "Milloin sinä otat itseäsi niskasta kiinni?" Opettajien kokemuksia alisuoriutujista. *Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research* 210.
- Kukkola, J. 2018. Kokemuksen tutkimuksen metatiede: kokemuksen käsitteen käytön ja kokemuksen ehtojen tutkimus. Teoksessa J. Toikkanen & I. A. Virtanen (toim.) *Kokemuksen tutkimus VI. Kokemuksen käsite ja käyttö*. Rovaniemi: Lapin yliopistokustannus, 25–40.
- Kukkola, J. 2014. Millaisin ehdoin kokemus voi olla tutkimuskohteena mahdollinen? (toim.) Koivisto, K., Kukkola, J., Latomaa, T. & Sandelin, P. *Kokemuksen tutkimus: IV, Annan kokemukselle mahdollisuuden*. Rovaniemi: Lapin yliopistokustannus, 31–56.
- Kuula, A. 2015. *Tutkimusetiikka: Aineistojen hankinta, käyttö ja säilytys*. e-kirja. Tampere: Vastapaino.
- Kögler, H. 2011. Phenomenology, hermeneutics, and ethnomethodology. Teoksessa I. C. Jarvie & J. Zamora-Bonilla (toim.) *The SAGE handbook of the philosophy of social sciences*. Los Angeles: SAGE Publications, 445–462. Saatavilla: <https://www-doi-org.ezproxy.jyu.fi/10.4135/9781473913868> Luettu: 1.2.2021.
- Laine, S. 2010a. Lahjakkuuden ja erityisvalmiuksien tukeminen. Helsinki: Opetushallitus. Saatavilla: <https://docplayer.fi/6854597-Lahjakkuuden-ja-erityisvahvuuksien-tukeminen-sonja-laine.htm> Luetu 7.5.2021.
- Laine, S. 2010. The Finnish public discussion of giftedness and gifted children. *High ability studies* 21 (1), 63-76. Saatavilla: DOI: 10.1080/13598139.2010.488092 Luettu 5.1.2021.
- Laine, S. & Tirri, K. 2016. How Finnish elementary school teachers meet the needs of their gifted students, *High ability studies* 27(2), 149–164. Saatavilla: DOI: 10.1080/13598139.2015.1108185 Luettu 14.8.2020.
- Laine, S., Kuusisto, E. & Tirri, K. 2016. Finnish teachers' conceptions of giftedness. *Journal for the education of the gifted* 39 (2), 151–167. Saatavilla: DOI: 10.1177/0162353216640936 Luettu 14.8.2020.
- Laine, T. 2018. Miten kokemusta voidaan tutkia? Fenomenologinen näkökulma. Teoksessa R. Valli (toim.) *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 2*. Jyväskylä: PS-Kustannus, 29–50.
- Lehtomaa, M. 2008. Fenomenologinen kokemuksen tutkimus: haastattelu, analyysi ja ymmärtäminen. Teoksessa J. Perttula & T. Latomaa (toim.) *Kokemuksen tutkimus. Merkitys - tulkinta - ymmärtäminen*. Rovaniemi: Lapland university press.

- Lauterbach, A. A. 2018. Hermeneutic phenomenological interviewing: Going beyond semi-structured formats to help participants revisit experience. *The Qualitative report* 23 (11), 2883–2898. Saatavilla: <https://nsuworks.nova.edu/tqr/vol23/iss11/16> Luettu 1.5.2021.
- Leikin R. 2014. Giftedness and high ability in mathematics. Teoksessa S. Lerman (toim.), *Encyclopedia of mathematics education*. Dordrecht: Springer, 247–251. Saatavilla: DOI 10.1007/978-94-007-4978-8 Luettu 20.8.2020.
- Majoinen, Juha. 2019. Toimintakulttuuri, resurssit ja pedagogia: Oppilaan tukea edistävät ja vaikeuttavat tekijät fyysisessä, sosiaalis-pedagogisessa ja teknologisessä oppimisympäristössä. University of Eastern Finland. Saatavilla: <http://urn.fi/URN:ISBN:978-952-61-3132-0> Luettu: 7.6.2021.
- Moilanen, P. & Rähkä, P. 2018. Merkitysrakenteiden tulkinta. Teoksessa R. Valli (toim.) *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 2*. Jyväskylä: PS-Kustannus, 51–72.
- Mäkelä, S., 2009. Lahjakkuuden ja erityisvahvuuksien tunnistaminen. Helsinki. Opetushallitus.
- Niemi, L., Metsämuuronen, J., Hannula, M., & Laine, A. 2020. Matematiikan parhaaksi osajaksi kehittyminen perusopetuksen aikana. *Ainedidaktiikka* 4 (1), 2–33. Saatavilla: DOI:10.23988/ad.83384 Luettu 1.4.2021.
- Näveri, L. 2018. *Matikkaa lapsen kanssa*. Helsinki: ELLI Early Learning.
- POPS 2014. *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014*. Helsinki: Opetushallitus.
- Parish, L. 2014. Defining mathematical giftedness. Teoksessa J. Anderson, M. Cavanagh & A. Prescott (toim.) *Curriculum in focus: Research guided practice*. Proceedings of the 37th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Sydney: MERGA, 509–516. Saatavilla: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED572635.pdf> Luettu 20.8.2020.
- Pehkonen, E. & Rossi, M. 2018. *Hyvää matematiikan opetusta etsimässä*. Helsinki: MFKA.
- Peltomäki, P. 2014. *Kotona asuvan ikäihmisen perheen hyvä vointi*. Fenomenologishermeneuttinen tutkimus. Tampereen yliopisto. *Acta Electronica Universitatis Tampereensis* 1442.
- Perkkilä, P. 1999. *Kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirja -sarjan didaktinen analyysi*. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Lisensiaatintyö.



- Perkkilä, P. 2002. Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä studies in education, psychology and social research 195.
- Perkkilä, P. & Valli, R. 2015. Nettikyselyt ja sosiaalinen media aineistonkeruussa. Teoksessa Aaltola, J. & Valli, R. (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin 1. e-kirja. Jyväskylä: PS-kustannus, 109-120.
- Perkkilä, P., Joutsenlahti, J. & Sarenius, V-M. 2018. Peruskoulun matematiikan oppikirjat osana oppimateriaalitutkimusta. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.) Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 344-367.
- PL 731/1999. Suomen perustuslaki 731/1999. Annettu Helsingissä 11 päivänä kesäkuuta 1999.
- PoL 628/1998. Perusopetuslaki 628/1998. Annettu Helsingissä 21 päivänä elokuuta 1998.
- Puusa, A. 2020. Näkökulmia laadullisen aineiston analysointiin. Teoksessa A. Puusa & P. Juuti (toim.) Laadullisen tutkimuksen näkökulmat ja menetelmät. e-kirja. Helsinki: Gaudeamus.
- Puusa, A. & Juuti, P. 2020a. Johdanto. Teoksessa A. Puusa & P. Juuti (toim.) Laadullisen tutkimuksen näkökulmat ja menetelmät. e-kirja. Helsinki: Gaudeamus.
- Puusa, A. & Juuti, P. 2020b. Laadullisen tutkimuksen olemus. Teoksessa A. Puusa & P. Juuti (toim.) Laadullisen tutkimuksen näkökulmat ja menetelmät. e-kirja. Helsinki: Gaudeamus.
- Ramirez, G., Gunderson, E., Levine, S. & Beilock, S. 2013. Math anxiety, working memory, and math achievement in early elementary school. *Journal of cognition and development*, 14 (2), 187–202. Saatavilla: DOI: 10.1080/15248372.2012.664593 Luettu 11.8.2020.
- Renzulli, J. 2005. The Three-Ring Conception of Giftedness: A Developmental Model for Promoting Creative Productivity. Teoksessa R. Sternberg, and J. Davidson (toim.). *Conceptions of Giftedness*. e-kirja. Cambridge University Press, 246–279. Saatavilla: DOI:10.1017/CBO9780511610455.008 Luettu päivämäärä 15.8.2020.
- Risku, A-M. 2002. Leikisti ja oikeasti - Oikeata matematiikkaa lapsesta lähtien. Teoksessa O. Saloranta (toim.) *Ensimmäiset kouluvuodet - Perusopetuksen vuosiluokkien 1-2 opetus*. Helsinki: Opetushallitus, 115–140
- Roiha, A. & Polso, J. 2018. *Onnistu eriyttämisessä - Toimivan opetuksen opas*. Jyväskylä: PS-kustannus.

- Ruokamo, H. 2000. Matemaattinen lahjakkuus ja matemaattisten sanallisten ongelmanratkaisutaitojen kehittyminen teknologiaperustaisessa oppimisympäristössä. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 212.
- Sharma, Y. 2013. Mathematical giftedness: A Creative scenario. *australian mathematics teacher* 69 (1), 15–24. Saatavilla: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1093089.pdf> Luettu 21.5.2021.
- Singer, F. M., Sheffield, L. J., Freiman, V. & Brandl, M. 2016. Research on activities for mathematically gifted students. Switzerland: Springer international publishing, 1- 41. Saatavilla: DOI 10.1007/s11858-017-0836-x Luettu 19.8.2020.
- Sternberg, R. 2003. Giftedness according to the theory of successful intelligence. Teoksessa N. Colangelo & G. A. Davis (toim.). *Handbook of gifted education*. 3rd edition. Boston: Allyn and Bacon, 88–99.
- Sternberg, R. 2004. Introduction to definitions and conceptions of giftedness. Teoksessa Sternberg, R. (toim.) *Definitions and conceptions of giftedness*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press, 23-26.
- Sternberg, R., Jarvin, L. & Grigorenko, E. 2010. *Explorations in giftedness*. New York: Cambridge University Press.
- Tirri, K. & Laine, S. 2013. Lahjakkaiden oppilaiden tukeminen koulun arjessa. Teoksessa K. Pyhältö & E. Vitikka (toim.) *Oppiminen ja pedagogiset käytännöt varhaiskasvatuksesta perusopetukseen*. Helsinki: Opetushallitus, 188–201.
- Tirri, K. & Kuusisto, E. 2013. How Finland serves gifted and talented pupils. *Journal for the education of the gifted* 36(1), 84–96. Saatavilla: DOI: 10.1177/0162353212468066 Luettu 14.8.2020.
- Tikkanen, P. 2008. "Helpompaa ja hauskempaa kuin luulin" Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana. *Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä studies in education, psychology and social research* 337.
- Tomlinson, C. A. 2014. *The differentiated classroom : Responding to the needs of all learners*, 2nd edition. Saatavilla: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/tampere/reader.action?docID=1709534> Luettu: 3.4.2021.
- Tossavainen, T., & Sorvali, T. 2003. Matematiikka, koulumatematiikka ja didaktinen matematiikka. *Tieteessä Tapahtuu* 21 (8). Saatavilla: <https://journal.fi/tt/article/view/57245> Luettu 13.5.2021.
- Tökkäri, V. 2018. Fenomenologisen, hermeneuttis-fenomenologisen ja narratiivisen kokemuksen tutkimuksen käytäntöjä. Teoksessa J. Toikkanen & I. A. Virtanen (toim.) *Kokemuksen tutkimus VI. Kokemuksen käsite ja käyttö*. Rovaniemi: Lapin yliopisto, 64-85.

UNESCO 2004. Changing teaching practises: using curriculum differentiation to respond students' diversity. Saatavilla: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000136583> Luettu 25.4.2021.

Uusikylä, K. 1994. Lahjakkaiden kasvatus. Helsinki: WSOY.

Uusikylä, K. 2020. Lahjakkuus. Jyväskylä: PS-kustannus.

Vygotski, L. 1982. Ajattelu ja kieli. (Käännös K. Helkama & A. Koski-Jännes.) (Alkut. 1931) Helsinki: Weilin+Göös

Vygotski, L. 1978. Mind in society: Development of higher psychological processes (M. Cole, V. Jolm-Steiner, S. Scribner & E. Souberman (toim.)). Cambridge: Harvard University Press.

## LIITTEET

### Liite 1. Kyselylomake ja saatekirje

Hei!

Opiskelemme luokanopettajiksi Jyväskylän yliopistossa Kokkolan yliopistokeskus Chydeniuksessa luokanopettajien aikuiskoulutuksessa. Teemme Pro gradu-tutkielmaa luokanopettajien kokemuksista matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opettamisesta alakoulun toisella luokalla. Päädyimme tutkimaan alakoulun toista luokkaa, koska Niemen, Metsämuurosen, Hannulan ja Laineen (2020) tutkimustulokset osoittavat, että matematiikan parhaat osaajat ovat erotettavissa muista oppilaista jo kolmannella luokalla ja haluamme tietää, mistä tämä juontaa. Vaikka toisella luokalla matematiikan parhaat osaajat eivät ole vielä selkeästi erotettavissa, tarkoitamme matemaattisesti hyvin edistyneillä niitä oppilaita, joille on tyypillistä matemaattisen ajattelun helppous. Tavoitteenamme on selvittää opettajien kokemuksia matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden opetuksen eriyttämisestä ja sen haasteista.

Kysely koostuu kolmesta lyhyestä kysymyksestä, joissa kartoitetaan vastaajien taustatiedot. Tämän jälkeen tulee viisi avointa tutkimuskysymystä. Huomioithan että kyselyssä pääsee liikkumaan vain eteenpäin. Varaa kyselyn täyttämiseen ainakin 15 minuuttia. Ainoa henkilötieto mitä sinusta kerätään on kyselyvastaukset. Kysely vastaukset hävitetään asianmukaisesti pro gradun julkaisun jälkeen.

Tietosuojailmoitus: <https://drive.google.com/file/d/1ZWD6J3Ee-jFS28w9djqmA6PIsSaZZijl/view?usp=drivesdk>

Muista, että sinulla on luokanopettajana elävää ja omakohtaista kokemusta, joka on merkittävää tietoa meidän pro gradu-tutkielmalle.

Tutkimuksen ohjaava opettaja on yliopistonlehtori Päivi Perkkilä, Jyväskylän yliopisto, Kokkolan yliopistokeskus Chydenius.

Ystävällisesti,

Elina Korkealaakso & Pauliina Posti

elina.k.korkealaakso@student.jyu.fi pauliina.a.posti@student.jyu.fi

Maisteriopiskelijat, Luokanopettajan aikuiskoulutus

Jyväskylän yliopisto, Kokkolan Yliopistokeskus Chydenius

1. Koulutustausta
2. Työkokemuksesi opettajana
3. Kuinka monta vuotta sinulla on työkokemusta toisen luokan opettajana?

Ohje kysymyksiin 4-8: Koska toteutamme avoimen kyselylomaketutkimuksen, toivomme, että vastaatte kysymyksiin kuvailemalla kokemuksianne mahdollisimman yksityiskohtaisesti, jotta saamme mahdollisimman kattavan tutkimusaineiston. Varaa kyselyn täyttämiseen ainakin 15 minuuttia. Muista, että sinulla on luokanopettajana elävää ja omakohtaista kokemusta, joka on merkittävää tietoa meidän pro gradu-tutkielmalle.

4. Kerro kokemuksesi perusteella, miten tunnistat matemaattisesti hyvin edistyneet oppilaat (parhaat osaajat) toisella luokalla? Miten oppilaiden matemaattinen edistyneisyys ilmeni ja millaisia piirteitä heillä oli?
5. Kuvaile, millaisia kokemuksia sinulla on matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden (parhaat osaajat) opettamisesta toisella luokalla?
6. Kuvaile, millaisilla keinoilla olet ohjannut ja eriyttänyt matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden (parhaat osaajat) opetusta toisella luokalla?
7. Koetko, että olet voinut ohjata matemaattisesti hyvin edistyneitä oppilaita (parhaat osaajat) heidän oman taitotasonsa mukaan?
8. Kuvaile, millaisia haasteita olet kohdannut matemaattisesti hyvin edistyneiden oppilaiden (parhaat osaajat) ohjaamisessa ja eriyttämisessä? Millaista tukea kaipaisit matemaattisesti hyvin edistyneiden ohjaamisessa?