

**LOOGISTA JA LUOVAA – MUSIIKIN JA MATEMATIIKAN  
OPPIMISKÄSITYKSET YLÄKOULUSSA**

Sonja Hurtta  
Kandidaatintutkielma  
Musiikkikasvatus  
Jyväskylän yliopisto  
Kevätlukukausi 2021

# JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

<b>Tiedekunta</b> Humanistis-yhteiskuntatieteellinen tiedekunta	<b>Laitos</b> Musiikin, taiteen ja kulttuurin tutkimuksen laitos
<b>Tekijä</b> Hurttu Sonja Maria Karoliina	
<b>Työn nimi</b> Loogista ja luovaa – musiikin ja matematiikan oppimiskäsitykset yläkoulussa	
<b>Oppiaine</b> Musiikkikasvatus	<b>Työn laji</b> Kandidaatintutkielma
<b>Aika</b> Maaliskuu 2021	<b>Sivumäärä</b> 38
<b>Tiivistelmä</b> <p>Kandidaatintutkielmani on kirjallisuuskatsaus, jossa tarkastelen musiikin ja matematiikan oppimiskäsityksiä yläkoulussa ja keskityn oppimiskäsitysten yhtäläisyyksien löytämiseen eli oppimiskäsitysten integroinnin tarkasteluun. Motivaationi aiheeseen kumpuaa halustani ymmärtää yläkoululaisen musiikin ja matematiikan oppimista syvällisesti, koska tulevana musiikin ja matematiikan aineenopettajana oppimiskäsitysten tieto- ja teoriapohja auttaa varmasti kyseisten oppiaineiden opetuksen suunnittelussa ja toteutuksessa. Ajattelen, että opettajan on tärkeää ymmärtää erilaisia oppimiskäsityksiä, ihmisen oppimisen mekanismeja ja oppimiseen liittyvää tiedonkäsittelyä, joten aihe on siten merkityksellinen jokaiselle opettajaopiskelijalle ja opettajalle.</p> <p>Tutkin musiikin ja matematiikan oppimiskäsityksiä tarkastelemalla oppiaineiden luonnetta, sisältöä ja tavoitteita Perusopetuksen opetussuunnitelmassa (2014). Lisäksi käsittelen ihmistä oppijana behaviorismin ja kognitiivisen oppimisen näkökulmasta ja tuon esiin musiikin ja matematiikan oppimiseen vaikuttavia tekijöitä, kuten musiikin matemaattisuutta, musiikillisia ja matemaattisia kykyjä sekä motivaation, metakognition ja minäpystyvyyden merkitystä. Lähtökohtaisesti musiikkia pidetään yläkoulussa luovana taito- ja taideaineena, kun taas matematiikka perustuu logiikkaan ja päättelyn taitoihin.</p> <p>Tarkastelun perusteella sekä musiikin että matematiikan oppiminen perustuu oppilaan omiin aktiivisiin havaintoihin sekä tietojen ja taitojen systemaattiseen rakentumiseen. Kognitiivisen oppimisen lisäksi jotkin behavioristiset käytännöt, kuten opetettavan aineksen pilkkominen pienempiin osiin ja ulkoiset motivaatiotekijät ovat osana musiikin ja matematiikan oppimista ja opetusta yläkoulussa. Kirjallisuuteen perehtyminen osoittaa sen, että musiikillisten ja matemaattisten kykyjen kehittymisellä on paljon yhteistä, ja musiikkiin ja matematiikkaan voi liittyä samanlaisia hahmottamisen taipumuksia. Opettajan toiminta vaikuttaa oppilaan motivaatioon ja minäpystyvyyden tunteeseen, jotka kumpikin ovat keskeisiä matematiikan ja musiikin oppimisessa yläkoulussa.</p> <p>Musiikin ja matematiikan parissa toimiminen aktivoi useita aivoalueita, ja musisointiin vaadittavat aivoalueet ovat osittain samoja alueita, joita tarvitaan matemaattisessa ongelmanratkaisussa. Näin ollen musiikin ja matematiikan ongelmanratkaisutaitojen harjoittaminen saattavat hyödyttää toinen toisiaan. Sekä musiikin että matematiikan oppiminen vaatii oppilaalta kognitiivisia valmiuksia, mutta myös loogista ja luovaa lähestymistapaa musiikillisten ja matemaattisten ongelmien ratkaisemisessa, joten oppimiskäsitykset yläkoulussa tukevat toisiaan.</p>	
<b>Asiasanat</b> – musiikki, matematiikka, oppimiskäsitykset, yläkoulu	
<b>Säilytyspaikka</b> Jyväskylän yliopisto	
<b>Muita tietoja</b>	

## Sisällysluettelo

<b>1</b>	<b>JOHDANTO .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>MUSIIKKI JA MATEMATIIKKA KOULUSSA.....</b>	<b>3</b>
2.1	Musiikki oppiaineena .....	3
2.2	Matematiikka oppiaineena.....	4
<b>3</b>	<b>IHMINEN OPPIJANA .....</b>	<b>7</b>
3.1	Behaviorismista kognitiiviseen oppimiskäsitykseen.....	7
3.2	Muistitoiminnot ja aivot oppimisen selittäjinä.....	10
<b>4</b>	<b>MUSIIKIN JA MATEMATIIKAN OPPIMINEN.....</b>	<b>12</b>
4.1	Onko musiikki matematiikkaa?.....	12
4.2	Musiikilliset ja matemaattiset kyvyt.....	15
4.3	Oppiminen on motivaation funktio .....	18
4.4	Tuloksia tiedonkäsittelystä.....	22
<b>5</b>	<b>OPETTAJAN ROOLI.....</b>	<b>26</b>
<b>6</b>	<b>POHDINTA.....</b>	<b>30</b>
	<b>Lähteet.....</b>	<b>33</b>

# 1 JOHDANTO

Muusikon on mahdollista soveltaa tietoaan musiikista muun muassa solistisesti improvisoimalla yhtyeessä, jossa muut soittajat säestävät. Kappaleen tyyli, harmoniamailma, tahtilaji ja rytmi antavat raamit improvisoinnille, mutta soittaja voi yllättää kuulijansa taiturillisesti melodialla, jonka hän keksii soittaessaan. Improvisointi on luova yksilöllinen prosessi, ja soittajan lahjakkuus ja kyky improvisoida kertovat pitkäaikaisesta harjoittelusta (Uusikylä 2012, 43, 66).

Opiskelen sivuaineenani matematiikkaa ja matematiikan loogisuus kiehtoo minua. Matematiikan johdonmukaisuutta tukee se, että uudet tiedot ja teoriat rakentuvat systemaattisesti aiemmin opitun varaan. Aikaisemman tiedon pohjalta minun on mahdollista ratkaista yliopiston kurssilla esiintyvien vaikealtakin tuntuvien kolmen muuttujan funktioiden määrittelyjoukkoja sekä hahmottaa niiden kolmiulotteisia graafeja.

Nostan tutkielmassani rinnakkain oppimiskäsitysten tarkasteluun varsin erilaiset oppiaineet, musiikin ja matematiikan. Musiikki on luova taito- ja taideaine, kun taas matematiikka perustuu päättelyyn ja logiikkaan. Kuitenkin musiikkia ja matematiikkaa yhdistää se, että uuden oppiminen ja tiedon soveltaminen on vahvasti yhteydessä aiemmin opittuun (POPS 2014, 374, 423). Tutkielmassa kartoitan ihmisen oppimisen mekanismeja ja oppimiskäsityksistä erityisesti behaviorismia ja kognitiivista oppimiskäsitystä musiikin ja matematiikan oppimisen näkökulmasta. Ovatko musiikin ja matematiikan oppimiskäsitykset samankaltaisia eli integroituko oppiaineiden opetus yläkoulussa mahdollisesti niitä yhdistävien oppimiskäsitysten pohjalta? Lisäksi minua kiinnostaa pohtia, selittääkö musiikin ja matematiikan oppimiskäsitysten tarkastelu sitä, auttaako musiikin ymmärtäminen matemaattisessa hahmottamisessa ja oppimisessa?

Kehityopsykologian uranuurtaja Piaget'n kehittämä skeeman käsite selittää ajattelun muutosta. Skeemat eli ihmisen mielessä olevat rakenteet auttavat ratkaisemaan ongelmia ja uusia haasteita kohdatessaan ihminen muovaa ja luo skeemoja. (Nurmi, Ahonen, Lyytinen, Pulkkinen, Ruoppila 2015, 93.) Uusia haasteita kaipaava löytää varmasti niitä matematiikan ja musiikin osa-alueilta. Matematiikan aineopintoihini sisältyvän Vektoricalculus 2 -kurssin puitteissa olen päässyt laajentamaan skeemaani yhden muuttujan funktion integraalilaskennasta kahden

muuttujan funktion integraaliin. Mielestäni oppilaan rooli aktiivisena tiedon käsittelijänä, soveltajana ja sisäisten mallien eli skeemojen rakentajana on avain uuden oppimiseen.

Ihmisten yksilölliset tavat oppia luovat eriyttämisen tarpeita musiikin ja matematiikan oppitunneilla. Oppilaasta voi lähtökohtaisesti tuntua siltä, että hän on huono soittamaan kitaraa tai ratkaisemaan prosenttilaskuja, jolloin oppilaan oman motivaation löytäminen voi osoittautua haasteelliseksi. Pohdin, kuinka opettajan on mahdollista toimia opetustilanteissa niin, että jokaisella oppilaalla on mahdollisuus kehittyä omista lähtökohdistaan ja saada onnistumisen kokemuksia. Vahvan minäpystyvyyden kokemus on seurausta näistä positiivisista kokemuksista, joten opettajan antama positiivinen palaute vahvistaa minäpystyvyyden kokemusta (Lehtinen, Vauras, Lerkkanen 2016, 158–161).

Tutkielmassani tarkastelen kumpaankin oppiainetta vuosiluokilla 7–9 perusopetuksen opetussuunnitelman (2014) näkökulmasta ja käsittelen oppiaineiden luonnetta, tehtäviä ja tavoitteita. Ihmistä oppijana ja tiedonkäsittelijänä on tutkittu melko paljon, ja laajennan pohdintani tässä tutkielmassa koskemaan erityisesti musiikin ja matematiikan oppimista.

Uskon, että musiikin ja matematiikan oppimisesta ja oppimiskäsityksistä voi löytyä yllättävän paljon yhtäläisyyksiä, vaikka oppiaineet tuntuvat lähtökohtaisesti melko erilaisilta.

## 2 MUSIIKKI JA MATEMATIIKKA KOULUSSA

### 2.1 Musiikki oppiaineena

Perusopetuksen opetussuunnitelmassa (POPS 2014, 422) todetaan, että ”Musiikin opetuksen tehtävänä on luoda edellytykset monipuoliseen musiikilliseen toimintaan ja aktiiviseen kulttuuriseen osallisuuteen”. Esimerkiksi yhteismusisointi luokkakavereiden kanssa, musiikkiliikunnalliset harjoitukset, kolmisointujen teorian ymmärtäminen ja tiedon yhdistäminen käytännön soittamiseen kosketinsoittimella sekä teknologisten välineiden hyödyntäminen sävellystyössä tekevät oppiaineesta rikkaan ja monipuolisen. Tällöin oppilaan omalla aktiivisella toiminnalla ja osallistumisella on suuri merkitys.

Musiikillinen oppiminen kehittyy jo varhaislapsuudessa (Paananen 2009, 141), ja näitä taitoja kehitetään koulussa. Vuosiluokilla 7–9 oppilas laajentaa musiikillista osaamistaan ja näin vahvistaa myönteistä musiikkisuhdettaan, jonka vaikutukset ulottuvat elinikäiseen musiikin harrastamiseen (POPS 2014, 422). Musiikin oppiminen nähdään siis koko elinkaaren mittaisena prosessina, jossa musiikillisten tietojen ja taitojen oppimisella on kumulatiivinen luonne. Jos oppilas hallitsee ukulelella neljä eri sointua ja harjoittelee niiden sulavaa vaihtoa, hänen on mahdollista säestää kompaten useita eri kappaleita.

Oppiaineen luova luonne konkretisoituu Perusopetuksen opetussuunnitelmassa (POPS 2014). Musiikin opetuksen keskiössä on musiikillisten ilmaisutaitojen monipuolinen kehittäminen sekä omien ideoiden esille tuonti. Yläkoulussa oppilaille tarjotaan mahdollisuuksia säveltämiseen ja oppilaiden omat luovat tuotokset sisällytetään ohjelmistoon. Opetus pyrkii kannustamaan oppilaita luovan musiikkisuhteen muodostamiseen ja luovaan ajatteluun. (POPS 2014, 422–423.)

Opetuksen tavoitteisiin liittyvät sisällöt valitaan siten, että erilaiset musiikkikulttuurit ja -tyylit tulevat tutuiksi oppilaalle. Oppituntien sisältö mahdollistaa oppilaan kehityksen laulu- ja soittotaidoissa, kuten erilaisten rytm-, melodia- ja sointusoittimien parissa. Musiikille tyypilliset käsitteet ja merkintätavat yhdistyvät käytännön musisointiin ja niihin liittyvää osaamista syvennetään taitojen kehittyessä. (POPS 2014, 423.) Mielenkiintoinen havainto musiikista oppiaineena on se, että opetussuunnitelmassa ei korosteta minkään tietyn soittimen hallintaa tai

musiikkigenren tuntemusta, vaan oppitunneilla soitettavan ja kuunneltavan ohjelmiston tulee edustaa monipuolisesti erilaisia musiikkityylejä. Havainto osoittaa sen, että opetuksessa keskitytään musiikin kokonaisvaltaiseen tuntemukseen ja oppilaita rohkaistaan tutustumaan monipuolisesti musiikin kenttään.

Vuosiluokilla 7–9 musiikin opetuksessa (POPS 2014) kerrataan ja syvennetään aikaisemmin opittuja musiikillisia taitoja. Lähtökohdat voivat oppilailla olla hyvin erilaiset, ja osa oppilaista saattaa olla musiikillisesti hyvinkin aktiivisia koulun ulkopuolella ja käydä esimerkiksi soittotunneilla. Tämän vuoksi Perusopetuksen opetussuunnitelmassa (2014, 424) todetaan, että musiikin opettajalta edellytetään taitoa havainnoida oppilaiden taitoja ja eriyttää opetusta eri taitotasolle, jolloin jokainen oppilas saa itselleen sopivia musiikillisia haasteita. Lisäksi on erityisen tärkeää, että opettaja ohjeistaa oppilaita T12 (POPS 2014, 425) nojaten asettamaan itselleen musiikillisen oppimisen tavoitteita ja arvioimaan edistymistään ja kehittymistään suhteessa tavoitteisiinsa. Opettajalta saatu realistinen, mutta kannustava ja ohjaava palaute auttaa oppilasta hahmottamaan edistymistään erilaisten musiikillisten kokonaisuuksien parissa (POPS 2014, 424).

Yläkoulun musiikin opetukseen sisältyy kaksi musiikin kurssia kurssilla (Perusopetuksen tuntijako 2012), mikä tarkoittaa sitä, että kaikille pakollista musiikin opetusta on yläkoulussa melko vähän. Musiikki voidaan kuitenkin valita valinnaisena oppiaineena, ja tällöin opetuksen tehtävänä on syventää ja laajentaa oppilaan osaamista musiikissa (POPS 2014, 95). Valinnaiskurssien sisältö voi olla esimerkiksi kuorolauluun, bändisoittoon tai musiikkiteknologiaan painottuvaa ja kurssitarjonta on koulukohtaista. Oman kokemukseni perusteella voin sanoa, että musiikin pitkässä valinnaisessa saimme hyvin vapaasti musisoida erilaisissa kokoonpanoissa ja suunnitella musiikkiesityksiä koulun juhliin.

## **2.2 Matematiikka oppiaineena**

Perusopetuksen opetussuunnitelmassa (POPS 2014, 374) todetaan, että ”Matematiikan opetuksen tehtävänä on kehittää oppilaiden loogista, täsmällistä ja luovaa matemaattista ajattelua”. Aunola ja Nurmi (2018, 55) määrittelevät matemaattisten taitojen koostuvan useista osatekijöistä, joita ovat numeerinen tieto, matemaattisten periaatteiden ja käsitteiden ymmärtäminen, aritmeettisten yhdistelmien muistaminen, menetelmätietous ja

ongelmanratkaisutaidot. Näitä taitoja hiotaan peruskoulun vuosiluokilla 7–9. Huotilainen (2019, 145) taas esittää, että pedagogisesti matematiikka nähdään nykyaikana ongelmanratkaisun välineenä.

Matematiikan opiskelulla ja oppimisella on musiikin tapaan kumulatiivinen luonne, jolla viitataan opetuksen systemaattiseen etenemiseen ja oppilas pääsee syventämään ymmärrystään matemaattisten käsitteiden välillä (POPS 2014, 374). Monimutkaisten tehtävien ratkaiseminen helpottuu, kun peruskäsitteet ja -laskutoimitukset ovat ahkeran harjoittelun myötä hyvin hallussa (Aunola & Nurmi 2018, 55). Lisäksi T5 (POPS 2014, 374) erittelee oppilaan ajattelun taitoja tehtävien ratkaisemisessa loogiseen ja luovaan ajatteluun. Jos oppilaan käsitys mittayksiköistä ja niiden loogisin perustein toimivista muunnoksista on huteralla pohjalla, vaikeuttaa se avaruusgeometristen kappaleiden tilavuuksien laskemista, joissa yksiköt täytyy ensin muuttaa samaksi, jotta tehtävästä on mahdollista saada järkevä ratkaisu. Jos taas kolmiulotteinen kappale koostuu useampien kappaleiden yhdistelmästä ja siinä on reikiä, vaatii tilavuuden ratkaiseminen luovaa matemaattista ajattelua.

Keskeistä matematiikan opiskelussa ja opetuksessa on vuorovaikutus-, viestintä- ja yhteistyötaitojen kehittäminen sekä konkretia ja toiminnallisuus. Opetuksen tehtävänä on oppilaan matemaattisen yleissivistyksen vahvistaminen, jolloin oppilas ymmärtää matematiikan hyödyllisyyden omassa elämässään ja laajemmin yhteiskunnassa. (POPS 2014, 374.) Matemaattinen ajattelu on osana jokaisen ihmisen arkipäivää, ja laskutoimitukset voivat koskea esimerkiksi kauppalistan budjettia, Yatzy-pelin todennäköisyyksiä tai seinään tarvittavan maalin määrän laskemista. Onkin keskeistä, että oppilaita ohjataan käyttämään ja soveltamaan matematiikkaa monipuolisesti (POPS 2014, 374).

Oppilaita rohkaistaan ja kannustetaan ottamaan vastuuta omasta oppimisestaan, ja matematiikan opetuksen myötä oppilaita ohjataan tavoitteelliseen ja pitkäjänteiseen toimintaan (POPS 2014, 374). Tavoitteiden asettaminen voi lähteä liikkeelle pienistä osatavoitteista. Esimerkiksi matematiikan tehtävän tehtyään oppilas voi värittää kyseisen tehtävän ruudun paperista, jossa jokaisella tehtävällä on oma ruutunsa. Ruutujen värittäminen luo tällöin visuaalisen havainnon oppilaalle omasta etenemisestään ja oppilas voi ottaa tavoitteekseen saada puolet tehtävistä väritettyä. Tehtävien värittäminen auttaa oppilasta hahmottamaan kokonaiskuvaa oppimisestaan. Edellisessä luvussa osoitin, että tavoitteiden asettaminen on merkityksellistä myös musiikin opetuksessa.



Vertailemalla musiikin ja matematiikan osioita valtakunnallisissa opetussuunnitelmissa (POPS 2014) havaitsen, että matematiikan opetukseen on annettu tarkemmat raamit opetuksen konkreettisista sisältöalueista kuin musiikin opetukseen. Esimerkiksi S3 määrittää vuosiluokkien 7–9 tavoitteisiin liittyvät sisältöalueet algebran osalta, johon sisältyy muun muassa polynomeilla laskemista, lausekkeiden sieventämistä ja lukujonojen muodostamista. Geometrian sisältöalueita taas tuodaan ilmi S5:ssä ja niihin sisältyy muun muassa monikulmioihin liittyvien ominaisuuksien tutkimista ja Pythagoraan lauseen käyttöä. (POPS 2014, 376.)

Matematiikan opetuksen sisältö tuntuu lähtökohtaisesti varsin erilaiselta musiikkiin opetukseen verrattuna, koska musiikin tunnilla harvemmin ratkaistaan kulmien suuruuksia sinin, kosinin tai tangentin avulla. Musiikilliset taidot ovat matemaattisten taitojen tapaan jaettavissa Aunolan ja Nurmen (2018, 51) määrittämiin osatekijöihin vastaavasti, kuitenkin hieman poiketen. Numeerinen tieto auttaa musisoijaa hahmottamaan rytmejä, tahtiosoituksia ja tempoja, kun musiikilliset periaatteet ja käsitteet muun muassa kappaleen tyylistä ja sävellajista toimivat improvisoinnin pohjana. Menetelmätietous auttaa soinnun muodostamisessa, ja soittaja kehittää musiikillista ongelmanratkaisutaitoaan esimerkiksi korvakuulolta melodiaa soinnuttaessaan. Musiikkiin liittyvä aritmetiikka taas juontaa juurensa sävelten välisiin suhteisiin ja asteikkoihin.

Matematiikka ei ole ulkoa oppimista. Opetus ohjaa oppilasta käyttämän ja soveltamaan matematiikkaa monipuolisesti sekä perustelevaan ratkaisujaan (POPS 2014, 374–375). Pelkkä kaavojen hokeminen mielessä ennen koetta ei ole matematiikan oppimisen ydin, koska oppilaan on tärkeä ymmärtää, mistä esimerkiksi ympyrälieriön tilavuuden laskemisessa on kyse – ei vain muistaa kaavaa  $\pi \cdot r^2 \cdot h$ . Kun oppilaan ymmärrys on laskemisen logiikan taustalla, on kyse syvällisemmästä oppimisesta.

### 3 IHMINEN OPPIJANA

#### 3.1 Behaviorismista kognitiiviseen oppimiskäsitykseen

Kun oppija nähdään olemassa olevan tiedon tai taidon passiivisena vastaanottajana, puhutaan behavioristisesta oppimiskäsityksestä. Opettajalla on tällöin auktoriteetin ja asiantuntijan rooli ja hän toimii tieto- ja taitorakenteiden siirtäjänä. (Partti, Westerlund & Björk 2013, 57.)

Tunnetut behavioristiset ajattelijat, kuten Pavlov (1849–1936) ja Skinner (1904–1990), kuvaavat oppimista ehdollistamisen periaatteella, jolloin opetettava suorittaa opettajan tai kasvattajan haluaman toiminnon. Onnistuneen suorituksen jälkeen opettaja palkitsee opetettavan välittömästi, jolloin toivottu käytös tai toiminto saa positiivisen vahvistuksen. Toistuvasta ärsyke-reaktiokytkennästä myötä opetettava ehdollistuu toimimaan halutun mallin mukaisesti. Varhaisimmat behavioristisen oppimisteorian tutkimukset toteutettiin tekemällä operantin ehdollistamisen sekä klassisen ehdollistamisen kokeita eläimillä. (Lehtinen ym. 2016, 30–33.)

Lehtinen ym. (2016, 36) esittävät, että behaviorismin ärsyke-reaktiokytkentöjen yleistämisen rajat ovat ahtaat, koska behavioristinen ajattelu ei selitä kompleksisten taitojen oppimista. Skinnerin kuvaama päätekyttäytymisen käsite esittää ratkaisun tähän ongelmaan. Päätekyttäytyminen perustuu useiden peräkkäisten toimintojen vahvistamiseen, jolloin oppija pääsee aina askeleen lähemmäksi monimutkaisempaa oppimiskokonaisuutta – kuitenkin passiivisesti toimien. (Lehtinen ym. 2016, 36–37.) 1970- ja 1980-luvuilla behaviorismia alettiin kritisoida koskien itse teorian kehittymistä, tieteellistä metodologiaa, pedagogisia seurauksia sekä ihmisen erityislaatuisuutta tutkimuskohteena. Jos tieteellisen tutkimuksen ulkopuolelle sulkee ihmismielelle leimallisen ajatteluprosessin, saadaan vain hyvin suppeaa tietoa oppimisen monitasoisuudesta ja tiedon soveltamisesta, jota behavioristinen oppimiskäsitys ei selitä. (Lehtinen ym. 2016, 34.) Behavioristinen oppimiskäsitys ei selitä sitä, miten yläkoululainen soveltaa tietojaan matematiikan koetilanteessa.

Kasvatuspsykologiassa kognitiivinen käänne seurasi behaviorismia. Kognitiolla tarkoitetaan ihmisen mielen sisäisiä prosesseja, joita ovat muun muassa tarkkaavaisuuden suuntaaminen, muistin rakenne ja toiminta, oppimisen eri strategiat sekä ongelmanratkaisuprosessit.

Behavioristiset ajattelijat olivat sitä mieltä, että näitä ajattelun prosesseja ei voitu tutkia tieteellisesti, koska ihmismieltä ei voi aistein havainta ja behavioristinen käsitys oppimisesta korostaa nimenomaan aistein havaittavia oppimiseen liittyviä ilmiöitä. (Lehtinen ym. 2016, 52–53.) On kiinnostavaa pohtia, myönsivätkö behavioristiset ajattelijat kognitiivisen oppimisen olemassaolon, mutta tietoisesti sulkiivat sen pois tutkimuskentältään ja keskittyivät behavioristisen oppimisen tutkimiseen.

Nykykäsitys oppimisesta perustuu oppijan omiin aktiivisiin havaintoihin ja tulkintoihin, kun oppilas valikoi, vastaanottaa ja tallioi tietoa (Partti ym. 2013, 58). Lehtinen ym. (2016) esittävät, että aikaisemman tiedon merkitys uuden oppimisessa on merkittävä, jolloin uusi tieto rakentuu vanhan tiedon varaan laajentaen tai soveltaen sitä, ja tällaista tiedon kerrostumista kutsutaan konstruoinniksi. Erityisesti pitkäkestoisella muistilla eli säilömuistilla on olennainen merkitys oppimisessa, sillä opiskelija pyrkii siirtämään uuden tiedon säilömuistiin ja luomaan skeemoja. Koetilanteen koittaessa oppilas voi palauttaa tietoisesti opiskelemaisensa asian säilömuistista työmuistiin. Jotta tiedon palauttaminen on mahdollista, oppilaan tulee toistuvasti ja aktiivisesti kerrata asiaa työmuistissa. (Lehtinen ym. 2016, 92–98, 115.) Käsittelen ihmisen muistitoimintoja tarkemmin seuraavassa luvussa.

Oppimiskäsitys, jossa oppilas nähdään aktiivisena toimijana, on vaikuttanut opetussuunnitelman perusteiden (POPS 2014) laatimiseen. Tällöin oppimisen keskiössä on oppilaan oma toiminta ja oppimisen konstruktiiivinen luonne (Lehtinen ym. 2016, 88). Oman toiminnan suunnittelua ja avun pyytämistä opettajalta tarpeen tullen pidetään musiikin oppimisen ihanteena (Huotilainen 2019, 156), ja vastaavasti matematiikan opetuksen (POPS 2014, 374) tavoite T2 kannustaa oppilasta ottamaan vastuuta omasta oppimisestaan.

Oppimisessa ylipäätään on tärkeä ohjata oppilasta hyödyntämään itselleen sopivia oppimaan oppimisen taitoja sekä metakognitiivisia prosesseja, jotka luovat pohjaa elinikäiselle oppimiselle. Lisäksi oppilasta ohjataan liittämään uudet asiat aikaisemmin opittuun ja tiedostamaan oma oppimisprosessinsa ja toimimaan sen tietoisuuden myötä yhä itseohjautuvammin. (Lehtinen 2016, 88–89, POPS 2014, 17.) Käsittelen musiikin ja matematiikan oppimiseen liittyviä metakognitiivisia taitoja tarkemmin luvussa 4.2.

Lehtinen ym. (2016, 37) ilmaisevat, että monia behavioristisesta teoriasta peräisin olevia lainalaisuuksia pidetään nykypäivän opetuksessa itsestäänselvyytenä ja he jakavat Skinnerin

(1954) opetusajattelun keskeiset periaatteet neljään pääkohtaan:

- 1) Määrittele selkeästi, mitä on tarkoitus opettaa,*
- 2) Opeta ensimmäiset asiat ensimmäisiksi,*
- 3) Anna oppilaiden oppia omaan tahtiinsa,*
- 4) Ohjelmoi opetettava aines.*

Olen sitä mieltä, että nämä periaatteet ovat osana nykypäivän musiikin ja matematiikan opetusta. Opetussuunnitelmassa (POPS 2014) määritellyt oppiainekohtaiset tavoitteet määrittelevät opetuksen sisällön, joiden pohjalta opettaja suunnittelee opetuksensa. Sekä matematiikan että musiikin opetus etenee yksinkertaisista osista kohti monimutkaisempaa kokonaisuutta (POPS 2014, 374, 422), jolla viitataan Skinnerin ohjelmointiin ja tällöin ensimmäiset asiat opetetaan ensimmäisiksi. Opetussuunnitelma (POPS 2014, 30) painottaa eriyttämistä ja sellaisia työtapojen valintoja, jotka mahdollistavat oppilaiden yksilöllisen oppimisen.

Behavioristinen lähestymistapa, jossa monimutkaisempi soittotehtävä voidaan pilkkoa pienemmiksi paloiksi, on käyttökelpoinen opetusmenetelmä musiikin opetuksessa (Partti ym. 2013, 57–58). Vanhempien antama rahallinen palkkio hyvästä koearvosanasta saattaa saada opiskelijan panostamaan matematiikan harjoitteluun, jos jatkossakin hyvästä menestyksestä seuraa palkkio. Tällöin on kyseessä ulkoinen motivaatio eli palkkio on toistuva toiminnan vahvistaja, joka motivoi opiskelijaa panostamaan oppiaineeseen. (Lehtinen ym. 2016, 30–33, 145.) Nämä huomiot osoittavat, että jotkut behavioristiset menetelmät ovat edelleen osana nykypäivän oppimistilanteita, mutta korkeatasoinen oppiminen vaatii yksilöltä kognitiivisia valmiuksia.

Musiikkia ja matematiikkaa yhdistää kognitiivinen oppimiskäsitys, mutta kuitenkin joillakin behavioristisilla menetelmillä on edelleen vaikutusta musiikin ja matematiikan oppimiseen. Jokaiselle musiikin harrastajalle on varmasti tuttua toiston merkitys instrumentin soittoon vaadittavan tekniikan harjoittelussa. Toiston tehokkuus juontaa juurensa behavioristiseen oppimiskäsitykseen, jossa palkitsemisen seurauksena oppija suorittaa saman toiminnon uudestaan (Lehtinen ym. 2016, 31). Oppimisen nykykäsitykseen vedoten toistolla soittaja pyrkii kuitenkin siirtämään taidon säilömuistiin eli automatisoimaan esimerkiksi motorisia sormikuvioita (Nurmi 2015, 25, 100).

## 3.2 Muistitoiminnot ja aivot oppimisen selittäjinä

Kognitiotieteilijät vertaavat usein ihmisen aivoja tietokoneen keskusyksikköön ja mieltä tietokoneen ohjelmistoon, jota keskusyksikössä pyöritetään. Neuropsykologiset yhteydet osoittavat aivojen ja mielen yhteyden. Eri aivoalueille voidaan paikantaa spesifejä kognitiivisia toimintoja, ja muistiin liittyvä aivoalue yhdistetään ohimolohkoon. (Levitin 2010, 87–89.) Aivojen toiminta ja niiden elinikäinen muovautuminen on kiinnostava ilmiö, jota voisi tarkastella hyvinkin laajasti. Olen rajannut tutkielmani kannalta aivotoiminnoista oleellimmat havainnot käsittelyyn.

Kun oppimisen prosessia tarkastellaan yksityiskohtaisesti, on keskeistä käsitellä muistia ja havaintomekanismeja. Nykytietämyksen valossa muisti jaetaan kolmeen osaan: sensoriseen muistiin, työmuistiin ja pitkäkestoiseen muistiin. Aistiärsykkeet havaitaan ensin sensorisessa muistissa, johon tulvii jatkuvasti paljon informaatiota ympäristöstämme, kuten siitä mitä näemme ja kuulemme. Informaatio havaitaan hetkellisesti, jonka jälkeen suuri osa siitä katoaa. (Lehtinen 2016, 92–93.)

Tarkkaavaisuus valikoi aistimuistiin saapuneesta tiedosta sen, jonka käsittely jatkuu työmuistissa (Huotilainen 2019, 37). Havaintojen jäsentyminen aivoissa vaatii hermoverkkojen järjestyntymistä, jossa on kyse hermosolujen välisten yhteyksien eli synapsien syntymisestä, hermosolujen karsiutumisesta ja yhteyksien järjestyntymisestä. Toiminnan ja kokemusten ansioista hermoverkot muodostuvat ja vahvistuvat. (Nurmi 2015, 25, 100). Aivoalueista takaraivolohkolla käsitellään näköön liittyvää tietoa, ja esimerkiksi nuotin lukeminen aiheuttaa näköaistiärsyksen, joka aktivoi visuaaliseen hahmottamiseen tarvittavan hermoverkon, jota pitkin nuotin informaatio päätyy aivoihin tulkittavaksi (Levitin 2010, 89–90).

Ihmisen sen hetkisestä aktiivisesta ajattelusta ja tiedonkäsittelystä vastaa työmuisti, josta käytetään myös nimitystä lyhytkestoinen muisti. Nimeensä vedoten tieto pysyy työmuistissa hetkellisesti ja uuden asian käsittelyä varten työmuistista täytyy vapauttaa tilaa, koska työmuistin kapasiteetti on rajallinen. Mieltämisyksikkö -käsitettä käytetään kuvaamaan työmuistiin samanaikaisesti mahtuvia informaatio-osia ja työmuistiin mahtuu noin seitsemän mieltämisyksikköä. Tutkimukset kuitenkin osoittavat, että mieltämisyksiköiden määrä on todellisuudessa pienempi tilanteissa, joissa ihminen suorittaa aktiivista tiedon muokkausta, kuten yhdistelyä, valikointia tai vertailua. (Lehtinen ym. 2016, 93–94.) Esimerkiksi

yhdenaikainen laulaminen ja pianolla säestäminen vaatii enemmän työmuistikapasiteettia aloittelevalta muusikolta ja vaatii paljon harjoittelua. Harjoittelun tuloksena muusikon on mahdollista saada pianosäestys melko automatisoituneeksi, jolloin laulun tulkinnalle, fraseeraukselle ja lyriikoiden artikulaatiolle jää enemmän tilaa työmuistikapasiteetista.

Huotilainen (2019, 38) esittää, että puhelinnumeron muistaminen eli mielessä pitäminen on konkreettinen esimerkki työmuistin toiminnasta. Oikeastaan numerosarjan muistaminen on yksinkertaisin osa työmuistia, koska esimerkiksi matematiikan päässälaskutehtävässä laskijan on muistettava tehtävässä esiintyvien numeroiden lisäksi laskutoimitusten merkitykset (Lehtinen ym. 2016, 94). Laskutoimitusharjoitusten aikaisempi aktiivinen tekeminen eli työmuistissa opittavan asian kertaaminen saa tiedon laskutoimituksista tallentumaan pitkäkestoiseen muistiin eli säilömuistiin. Oppijalle muodostuu näin skeema eli sisäinen malli laskutoimitusten merkityksistä, jonka oppija muistaa päässälaskutilanteessa miettimättä sen kummemmin asiaa. Skeeman käsite viittaa tiedon ja kokemuksen mieleen varastoitumiseen, joka selittää aikaisemmin opitun vaikutuksen uusissa tilanteissa toimimiseen ja uusien asioiden havaitsemiseen. (Lehtinen ym. 2016, 94, 98.)

”Puolet oppimisesta tapahtuu yöllä”, väittää Huotilainen (2019, 69). Hän perustelee väitteen seuraavasti. Oppimisen kannalta unen laadun ja määrän merkitys on keskeinen, jotta päivällä opittu materiaali on mahdollista siirtää pitkäkestoiseen muistiin. Uuden tiedon käsittely ja jäsentely jatkuu unen aikana ja toiminnan tavoitteena on muuttaa aivokuoren muistisisältöä, jotta uusi tieto pääsee siirtymään aikaisemmin siirtämällä uusi tieto aikaisemman päälle. (Huotilainen 2019, 70–72, 102.) Yön yli matemaattisen pulman pohtiminen saattaa auttaa tehtävän ratkaisutavan keksimisessä, ja teknistä taitoa vaativan pianokappaleen soittaminen voi sujua paremmin välissä nukutun yön jälkeen.

## 4 MUSIIKIN JA MATEMATIIKAN OPPIMINEN

Kolmannen pääluvun sisältö osoittaa sen, että kognitiivinen oppimiskäsitys ja jotkin behavioristiset teorit liittyvät vahvasti musiikin ja matematiikan oppimiseen ja opettamiseen. Seuraavaksi pohdin, miten oppimiskäsitysten yhteys voi tukea musiikin ja matematiikan oppimista yläkoulussa. Käsittelen tapoja määrittää musiikkia matemaattisesti ja musiikin matemaattisen hahmottamisen hyötyä oppimisessa oppiaineiden välillä. Mistä yksilön musiikilliset ja matemaattiset kyvyt ovat peräisin, ja miten motivaatio vaikuttaa kykyjen kehittymiseen? Lisäksi tuon esiin tuloksia musiikin ja matematiikan tiedonkäsittelystä aivoissa ja pohdin, onko musiikin ja matematiikan oppimisella neurologisia yhteyksiä.

### 4.1 Onko musiikki matematiikkaa?

Ääni on värähtelyä. Värähtelyn taajuutta eli sävelen korkeutta mitataan hertseinä (Hz), ja ihmiskorvan kuuloalue kattaa parhaimmillaan taajuusalueen 20–20000 hertsiä. (Wright 2009, 4.) Sävelkorkeus on suhteessa kielen, ilmapatsaan tai muun fyysikaalisen lähteen värähtelytaajuuteen. Jos äänirauta värähtelee 440 kertaa sekunnissa, ihmiskorva kuulee värähtelyn soivana A-sävelenä, koska värähtelevät ilmamolekyylit saavat tärykalvomme heilahtelemaan edestakaisin samalla taajuudella. (Levitin 2010, 269.) Musiikin tuottamia ääniaaltoja voidaan mallintaa matemaattisesti ja niitä voidaan tutkia matemaattisin keinoin, joten voidaankin pohtia, onko musiikki matematiikkaa? Musiikki ja matematiikka ovat oppiaineina erilaisia perusopetuksen opetussuunnitelman (2014) näkökulmasta, kun tarkastellaan oppiaineiden sisältöjä ja ominaisuuksia. Musiikki ja matematiikka jakavat kuitenkin yllättävän paljon yhteisiä piirteitä, joista historiallista näkökulmaa käsitellään Ylen podcast-sarjassa Tiedeykkönen (Kaipainen, 11.1.2019). Marjanen (2013) taas tutki maisterintutkielmassaan matematiikan ja musiikin oppiaineintegroinnin mahdollisuuksia, ja Fagerlund (2020) tuo kandidaatintutkielmassaan esiin tapoja määrittää musiikkia matemaattisesti.

Tiedeykkösen podcast-jaksossa *Musiikin ja matematiikan pitkä historia – Pythagoras kehitti intervallit ja Kepler tutki sfäärien harmoniaa* (2019) matematiikan yliopistonlehtori Juha Lehtinen toteaa, että Antiikin Kreikassa matematiikka jaettiin seuraaviin osa-alueisiin: lukuteoria, geometria, musiikki ja astronomia. Musiikkia tutkittiin matemaattisena ilmiönä,

koska musiikin teoriaa voitiin selittää matemaattisesti. Tunnetuin varhainen musiikin tutkija oli Pythagoras, joka havaitsi ääntä tuottavien kielten pituuksien olevan tietyssä suhteessa toisiinsa. Näitä soivia säveliä Pythagoras selitti lukujen numeerisina suhteina, jotka määrittelevät musiikillisen sävelasteikon ja intervallit. (Kaipainen 2019, Wright 2009). Tieteessä tutkittiin musiikkia vain teoreettisin perustein, eikä sen muotoa esittävänä luovana taiteena.

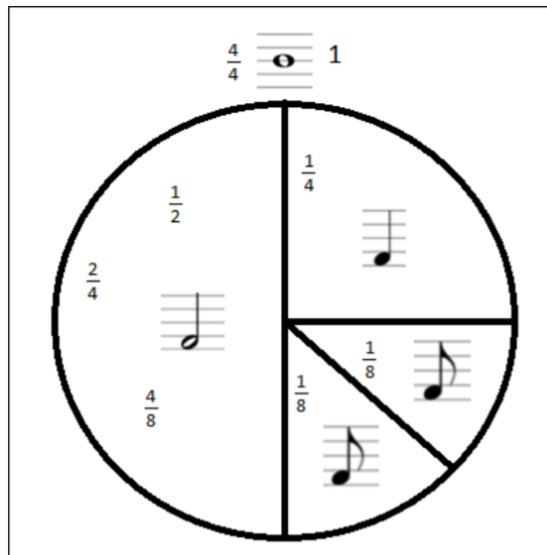
Intervallit ovatkin vain yksi esimerkki musiikin loogisuudesta. Musiikin matemaattisuutta voidaan selittää tarkastelemalla musiikin parametreja, joita Rautiaisen (2015, 8) mukaan ovat melodia, rytmi, harmonia ja sointiväri (Fagerlund 2020, 10). Schönbergin 1900-luvulla kehittämä 12-säveljärjestelmä on esimerkki loogisesta melodioiden säveltämisestä, jossa kaikkia kahtatoista säveltä käytetään tasapuolisesti. Sävelistä luodaan melodinen rivi, joissa jokainen sävel saa esiintyä vain kerran, ja näin saatua melodiaa varioidaan loogisin ja matemaattisin perustein. Melodia voidaan esimerkiksi kääntää peilikuvaksi tai kulkea lopusta alkuun, jolloin saadaan rapukäännös. Myös rapukäännös voidaan kääntää peilikuvaksi. (Cross 2003, 131.)

Harmonia perustuu intervallien lukusuhteisiin, ja Pythagoralainen koulukunta havaitsi sävelten soivan parhaiten keskenään, mikäli niiden värähtelytaajuudet ovat toistensa monikertoja (Fagerlund 2020, 7; Beer 1998, 4). Soiva sävel sisältää aina perussävelen sekä yläsäveliä eli osääneksiä, joita ihmiskorva harvoin erottaa. Näitä sävelen ”päällä” soivia osääneksiä kutsutaan yläsävelsarjaksi. Jokaisella soittimella, kuten viululla, on sille ominainen sointiväri, joka riippuu yläsävelsarjan intensiteetistä, jota voidaan määrittää matematiikan aaltofunktioiden avulla. (Kaipainen 2019, Wright 2009, 113–114.)

Sekä matematiikkaa että musiikkia kirjoitetaan niille tyypillisillä kielillä. Musiikin notaatiota ymmärtävä osaa tulkita nuottien säveltasojen ja aika-arvojen antamaa informaatiota nuottiviivastolla, ja matematiikan kieltä taitava osaa hahmottaa esimerkiksi suoran  $y=2x+1$  koordinaatistoon piirtyvän kuvaajan. Olen samaa mieltä Fagerlundin (2020, 16) kanssa siitä, että notaatiota voidaan pitää matemaattisena järjestelmänä sekä musiikkia ja matematiikkaa yhdistävänä tekijänä, koska kumpikin toimii tietyllä logiikalla. Musiikin sisältöalueena yläkoulussa esiintyy musiikin perusmerkintätapojen eli ”musiikin kielen” käyttäminen musisoidessa, ja matematiikan opetus kannustaa oppilasta suulliseen ja kirjalliseen matemaattiseen ilmaisuun eli ”matematiikan kielen” hallintaan (POPS 2014, 374, 423).



Murtolukuja hyödynnetään matematiikan laskutoimituksissa sekä musiikin rytmien ja tahtilajien merkitsemisessä. Marjasen (2013) maisterintutkielma on esimerkki musiikin ja matematiikan oppisisältöjen integroinnista. Oppiaineintegroinnilla tarkoitetaan oppiainerajat ylittävää opetusta, jolloin opetuksessa sovelletaan ja yhdistetään useampia eri oppiaineita. Tässä tapauksessa kolmannen luokan oppilaat osallistuivat opetuskokeiluun, jossa opetettiin nuottien aika-arvoja ja murtolukuja yhdenaikaisesti. Olen samaa mieltä Marjasen (2013, 6–8) kanssa siitä, että oppiaineintegrointi on tärkeää, koska se tukee oppijan kasvua kokonaisena yksilönä. Tätä painotetaan perusopetuksen opetussuunnitelmassa (2014). Tutkielma on oiva esimerkki musiikin ja hyödyntämisestä matematiikan opetuksessa, koska murtolukujen ja nuottien aika-arvojen välillä on selvä yhteys, joka havainnollistuu Kuviossa 1.



KUVIO 1. Havainnollistava kuvio nuottien ja murtolukujen yhteyksistä (Marjanen 2013, 24).

Opetuskokeilun päätteeksi oppilaat osallistuivat kirjalliseen lopputestiin ja -kyselyyn, joiden avulla Marjanen mittasi oppimisen tasoa sekä oppilaiden asenteita musiikin ja matematiikan oppiaineintegraatiota kohtaan. Lopputestissä oli muun muassa tehtäviä, joissa oppilaan tuli yhdistää murtoluku, nuotti ja nuotin nimi sekä ratkaista yhteenlaskutehtäviä nuottien aika-arvoilla. Tutkimuksen tulokset osoittavat, että oppilaat ymmärsivät hyvin nuottien ja murtolukujen yhteyden eli opetukselle asetetut tavoitteet toteutuivat hyvin. Oppilaiden asenteet oppiaineiden yhdistämisestä sen sijaan eivät tuottaneet yksiselitteistä vastausta, koska vastauksissa oli paljon hajontaa. (Marjanen, 2013, 44–46, 49–50.)

Tällainen opetuskokeilu on onnistunut esimerkki oppiainerajat ylittävästä opetuksesta, koska murtolukujen ja nuottien välinen yhteys on niin konkreettinen ja helposti havainnollistettava. Myös opetussuunnitelma painottaa konkretiaa ja käytännönläheisyyttä opetuksessa, mikä tekee opiskeltavasta aiheesta oppilaalle helposti lähestyttävän ja oppilaan mielenkiintoa herättävän (POPS 2014). Kun oppilas hahmottamaan murtolukujen ja nuottien yhteyden jo alakoulussa, uskon sen vaikuttavan positiivisesti monimutkaisempien rytmien hahmottamiseen yläkoulussa. Tulevana musiikin ja matematiikan aineenopettajana pohdin, olisiko muita yhtä helposti lähestyttäviä tapoja yhdistää musiikkia ja matematiikkaa opetuksessa. Aiheelle olisi ehdottomasti tutkimuksen kentällä tilaa ja tarvetta.

Musiikin ja matematiikan varhainen historia sekä musiikin matemaattinen määrittäminen osoittavat sen, että musiikilla ja matematiikalla todella on yhteys. Kiinnostavaa onkin pohtia, liittykö musiikin matemaattinen määrittäminen ihmisen tiedonkäsittelyn ominaisuuksiin, kuten hahmottamiseen ja muistitoimintoihin, joita käsittelen luvussa 4.4.

## **4.2 Musiikilliset ja matemaattiset kyvyt**

Suurten säveltäjänorojen, kuten Sibeliuksen, Mozartin ja Beethovenin, tai musiikin moniosaajien, kuten Jacob Collierin ja Charlie Puthin tuotantoon tutustuminen, saattaa luoda kuulijalle mielikuvan siitä, että musiikillinen osaaminen ja musiikillisten kykyjen hallinta ei voi olla ”tavallisen ihmisen” saavutettavissa. Matematiikan tunnilla yläkoululaisesta voi tuntua lähtökohtaisesti mahdottomalta ymmärtää esimerkiksi yhtälönratkaisun vaiheita. Oppilas ei koe olevansa hyvä matematiikassa, koska uuden asian omaksuminen tuottaa suunnattomasti hankaluuksia ja oppilaan luotto omiin kykyihinsä matematiikan oppijana heikkenee. Epäonnistumisen tunne aiheuttaa ahdistuneisuutta, joka saattaa johtaa haasteellisten tehtävien välttelyyn (Nurmi ym. 2015, 159).

Lapsen musiikillisten ja matemaattisten kykyjen kehittymistä on perusteltua tarkastella ennen kuin syvennyn tarkemmin muihin oppimiseen vaikuttaviin tekijöihin yläkoulussa. Luvussa 2.2 sivusin jo aihetta jakamalla musiikilliset taidot osa-alueisiin Aunolan ja Nurmen (2018) matemaattisten taitojen jakoon pohjautuen. Jako osoittaa musiikillisten ja matemaattisten taitojen koostuvan useista osista. Rohkenen väittää, että yksilön ei tarvitse hallita jokaista osa- aluetta täydellisesti voidakseen pitää itseään matemaattisesti tai musiikillisesti lahjakkaana.

Mistä matemaattiset ja musiikilliset kyvyt sitten ovat peräisin? Mitkä tekijät musiikin ja matematiikan osaamisessa ovat perinnöllisiä, synnynnäisiä, ja mitkä ympäristön vaikutuksesta esille nousevia?

Kaartinen (2005, 27) esittää, että musiikin oppiminen perustuu usein yleiskäsitykseen, jossa musikaalisuus nähdään jossain määrin välttämättömänä. Oppimisen ja perimän välistä yhtyettä on monimutkaista ja vaikeaa määrittää, mutta on näyttöä siitä, että musiikillisen kyvyn kehittyminen perustuu sekä perimälle että ympäristön vaikutuksille. Esimerkiksi Karma (2010, 364–365) toteaa, että musikaalisuus on osa perimää, mutta ympäristö vaikuttaa siihen, tulevatko kyvyt ja taidot esille. Vastasyntyneellä vauvalla on maailmaan tullessaan sikiöaikaisia musiikkimuistoja. On mielenkiintoista, että sikiö pystyy yhdistämään äidin rentoutumisen musiikkiin, jota äiti kuuntelee, ja tutkimuksissa on lisäksi havaittu, että pienet vauvat pitävät harmonisia sävelkulkuja mielekkäinä. (Huotilainen 2009, 122, 125.)

Matematiikan oppimisen lähtökohtana pidetään lukuja ja lukumääriä. Myös matematiikan oppimiseen liittyy synnynnäisiä valmiuksia, koska jo pienet vauvat kykenevät erottelemaan lukumääriä toisistaan, vaikka kymmenjärjestelmää ja lukujen symboleita ei olisi vielä opittu. Ihmisen havaintojärjestelmä on kehittynyt erottamaan ympäristöstämme suuruuseroja ja määrien muutoksia. (Hannula-Sormunen, Mattinen, Räsänen & Ruusuvirta 2018, 158–160; Huotilainen 2019, 143.) Lukumäärien hahmottamista seuraa matematiikan oppimisessa lukujonotaitojen kehittyminen eli kyky hahmottaa lukujen välistä keskinäistä järjestystä. Varhaisten lukujonotaitojen on osoitettu ennustavan matemaattisten taitojen kehittymistä, koska matematiikan oppimisvaikeuksia ilmenee oppilailla, joilla on puutteita lukujonotaidoissa. (Aunola & Nurmi 2018, 58).

Musiikillisella kyvyllä viitataan älykkyyden osa-alueeseen, ja musiikillisesti älykkäällä ihmisellä on ainutlaatuinen kyky omaksua tietoa musiikin alueella ja liittyy uusi opittu aikaisempaan tietoon. Perimän ohella yksilölliset tekijät, kuten ikävaiheisiin kytkeytyvä taitojen harjoittelu, kiinnostus musiikkia kohtaan, musiikin harrastus sosiaalisissa konteksteissa ja musiikillinen ongelmanratkaisu, liittyvät musiikilliseen kykyyn. Jotkin musiikin perustaidot on opittava ennen monimutkaisempia tehtäviä, ja musiikilliset taidot karttavat tilanne- ja tehtäväspesifisti kohti jäsentyneempää kokonaisuutta. (Paananen 2009, 139–141, 150.) Musiikkiharrastukseen liittyvä motivaatio taas voi syntyä missä iässä tahansa (Kaartinen 2005, 59).

Musiikillinen oppiminen kehittyy jo varhaislapsuudessa, ja musiikillisten taitojen kehittymistä ruokkivat virkkeet, kuten musiikin kuuntelu, musiikkileikit ja musiikin tuottaminen itse äännellen ja keholla (Paananen 2009, 145). Yhdistän tämän tiedon pienten lasten herkkyyksikausiin, joiden aikana esimerkiksi lapsen puheen ja kielen kehitys edellyttää ympäristöltä kielellisiä virikkeitä (Nurmi 2015, 24). Myös matemaattisten taitojen varhainen kehitys edellyttää lapsen tarkkaavaisuuden suuntaamista määriin ja laskemiseen (Hannula-Soronen, Mattinen, Räsänen & Ruusuvirta 2018, 170).

Kun lasta ohjataan suuntaamaan tarkkaavaisuutensa lukumääriin, hänen matemaattinen tiedonkäsittelynsä kehittyy. Kun lapsi tutkii pieniä tarkkoja lukumääriä yhdessä aikuisen kanssa, vahvistuu hänen taipumuksensa tutkia lukuja myös yksin spontaanisti. (Hannula-Sormunen ym. 2018, 173). Matematiikan varhaista oppimista verrataankin lumipalloeefektiin, jossa aikaisempi osaaminen kiihdyttää uuden oppimista. Sen vuoksi oppilaiden erot matematiikan osaamisessa kasvavat ajan kuluessa ja taitotasoltaan heikommat matematiikan osaajat jäävät jälkeen. (Aunola & Nurmi 2018, 57–58.) Olennaisena yksityiskohtana matematiikan oppimisessa pidetään laskemisen tarkoituksenmukaisuutta. Aikuisen on hyvä kertoa lapselle, mitä lapsi laskee ja miksi. (Hannula-Sormunen ym. 2018, 167.) Tällainen toiminta tukee lapsen ymmärrystä matematiikan hyödyllisyydestä omassa elämässään (POPS 2014, 374).

Hiltunen ja Nissinen (2018) ajattelevat matemaattisten taitojen eli matematiikan osaamisen ja hahmottamisen, ovat seurausta matemaattisesta lahjakkuudesta. Artikkelissaan (2018) he tarkastelevat matematiikan erinomaisia osaajia Suomen PISA 2015 -aineistossa ja tuovat esille selitystekijöitä, jotka ovat yhteydessä matematiikan osaamisen kahdelle korkeimmalle tasolle: 5 (erinomainen taso) ja 6 (hupputaso). Tyypillistä korkeimman tason matematiikan osaajille on erityisen kehittynyt matemaattinen ajattelu ja päättelykyky, jonka ansiosta eri tietolähteiden ja esitystapojen käyttö matemaattisen pulmien ratkaisussa on joustavaa ja luontevaa. Ongelmanratkaisussa taitava matematiikan osaaja pystyy kehittämään uusia ratkaisumenetelmiä hyödyntäen aiempaa matemaattista osaamistaan sekä arvioimaan saadun ratkaisun johdonmukaisuutta. (Hiltunen & Nissinen 2018, 217–218; OECD 2017.)

Koulussa vuosiluokilla 7–9 musiikin ja matematiikan oppitunneilla ei ole tarkoitus kuitenkaan kehittyä huippuosaajaksi. Sekä matematiikan että musiikin opetuksen tavoitteena on ohjata

oppilaita kehittämään kykyjään heidän omista lähtökohdistaan (POPS 2014, 2, 374), ja on aivan tavallista, että jotkut lapset omaksuvat taitoja nopeammin kuin toiset (Levitin 2010, 197). Oppimisvaikeuksia voidaan ennaltaehkäistä ja oppimista tukea eriyttämällä opetusta (POPS 2014, 69).

Tarkastelun perusteella arvioisin, että ihmisen matemaattisten ja musiikillisten kykyjen kehittymisellä on paljon yhteistä. Sekä matematiikan että musiikin oppimisen osalta synnynnäisten valmiuksien lisäksi ympäristöllä on suuri vaikutus kykyjen kehittymiselle. Varhaislapsuudessa omaksutut tiedot ja taidot kiihdyttävät oppimista molempien oppiaineiden osalta. Koska oppiminen edellyttää hermokudoksissa informaation mukauttamista ja vahvistamista, voidaan todella sanoa, että ”harjoitus tekee mestarin” (Levitin 2010, 195–197). Yläkoulussa tämä tarkoittaa sitä, että jokaisella on mahdollisuus harjoittelun myötä kehittää osaamistaan musiikin ja matematiikan parissa.

### 4.3 Oppiminen on motivaation funktio

Mitä on oppiminen? Tähän mielenkiintoiseen kysymykseen pohdimme vastausta kevään 2021 matematiikan aineopintojen työpaja -kurssilla. Tiedämme luvun 3.1 perusteella, että nykykäsitys oppimisesta korostaa oppilaan omaa toimintaa ja aktiivisuutta tiedon konstruoijana (Partti 2013, 58; Lehtinen ym. 2015, 115). Kysymys tuo mieleen monia muita ajatuksia oppimisesta, kuten motivaation merkityksen. Matematiikan kurssin opettaja tiivistä ideamme oppimisesta yhteen kokoavaan virkkeeseen: ”*Oppiminen on motivaation funktio*”. Ilmaisuu on osuva, koska funktio kuvaa riippuvuussuhdetta, jossa yhteen lähtöjoukon alkioon liitetään yksi maalijoukon alkio. Tässä tapauksessa lähtöjoukko voisi sisältää ”motivaation määrän” ja maalijoukko ”oppimisen tuloksen”. Näin saadut pisteparit yhdistämällä saadaan funktion kuvaaja, jota voidaan tulkita geometrisesti. Kuvaajaan tarkkaa kulkua olisi haastava määrittää, koska yhdyn Lukinin (2013, 19) kanssa ajatukseen siitä, että motivaatio ei ole käsitteenä yksiselitteinen ja helposti mitattava muuttuja.

Lehtinen ym. (2016, 143) määrittelevät motivaation ihmisen sisäiseksi tilaksi, joka ylläpitää ja ohjaa toimintaa. Huotilainen (2019, 41) toteaa, että motivaatiolla tarkoitetaan pitkäkestoista innostusta ja kiinnostusta, ja yksilön motivoituneen toiminnan seurauksena saavutetut onnistuneet oppimiskokemukset kannustavat ponnistelemaan jatkossakin uuden

oppimiskokemuksen saavuttamiseksi. Kaartinen (2005, 40, 91) esittää, että mielenkiinto ja arvostus oppimista ja oppimistehtävää kohtaan ovat olennaisia motivaation osa-alueita ja hän pitää tärkeänä yksilön kykyä laatia suunnitelmia hänelle merkityksellisten tavoitteiden saavuttamiseksi. On mielenkiintoista pohtia, ennustaako motivaatio matematiikkaa tai musiikkia kohtaan hyviä oppimistuloksia.

Onnistunut matematiikan opiskelu vaatii oppilaalta motivaatiota opiskeltavaan asiaan (Lukin 2013, 19), kuten myös musiikin oppiminen vaatii oppijalta motivationaalisia ja strategisia valmiuksia (Kaartinen 2005, 81). Oma sisäinen motivaationi musiikin ja matematiikan opiskelua kohtaan selittää hyviä oppimistuloksiani, ja toisaalta positiiviset oppimiskokemukset ovat innostaneet minua opiskelemaan kumpaakin oppiainetta yliopistotasolla tähdäten musiikin ja matematiikan aineenopettajaksi. Sisäinen motivaatio kumpuaa oppijasta omaehtoisesti, jolloin tavoitteisiin pyrkiminen tuntuu oppijasta sisäisesti merkitykselliseltä (Lehtinen 2016, 145).

Motivaatiolla on suuri merkitys matematiikan taitojen kehitykseen yläkoulussa. Ahdistuneisuuden kokemus voi seurata matematiikan onnistumiskokemuksen puutteesta tai oman huonommuuden tunteesta, joka heijastuu tällöin kielteisesti matematiikan taitojen oppimiseen. (Aunola & Nurmi 2018, 61–63.) Musisointiin taas voi liittyä epäonnistumisen pelko, joka heikentää soittamisen motivaatiota (Kosonen 1996, 61). Uskon, että epäonnistumisen pelkoa voidaan ehkäistä positiivisella vuorovaikutustilanteella esimerkiksi yhteismusisoinnissa, jota Kosonen (1996, 61) pitää nuorille merkityksellisenä vertaisryhmän vuoksi. Musiikin opetus kannustaa yläkoululaista musiikillisessa yhteisössä toimimiseen (POPS 2014, 422), jolloin vastuu jakautuu useammalle soittajalle.

Lukin (2013) tarkastelee oppilaan matematiikan opiskeluun liittyviä motivaatiotekijöitä ja tutkii, millaisia tavoiteorientaatioita matematiikan opiskelussa oppilailla on. Tavoiteorientaatioilla viitataan käyttäytymisaikomuksiin ja käyttäytymistapoihin, joiden perusteella oppilas toimii saavuttaakseen haluamansa tavoitteet ja tulokset. Tutkimus osoittaa, että valikoiduista neljästä tavoiteorientaatioista yläkoulun oppilaiden joukosta löytyy sekä oppimisorientoituneita, suoritus-lähestymisorientoituneita, suoritus-välttämisorientoituneita että välttämisorientoituneita. Toivotumpana voidaan pitää oppimisorientaatiota, sillä se kuvaa oppilaan halua oppia, pohtia ja ymmärtää matematiikan asioita. (Lukin 2013, 5, 23, 152–154).

Koska tieto konstruoituu oppijan aktiivisten havaintojen ja toiminnan seurauksena (Partti ym. 2013, 58), yhdistyy oppimisorientaatio selvästi kognitiiviseen oppimiskäsitykseen.

Havaitsen yhteyden Lukinin (2013) väitöskirjassa esiintyvän matematiikan oppimisorientaation ja Kaartisen (2015) väitöskirjassa ilmenevän musiikin sisäisen tavoiteorientaation käsitteen välillä, koska molemmissa korostuu asioiden syvällisen ymmärtämisen tärkeys. Sisäinen tavoiteorientaatio on kyseessä, mikäli oppimisen motiivina on uuden asian hallitseminen, uteliaisuus uutta opittavaa kohtaan ja oppimisen ilo. Ulkoiset seikat, kuten hyvä arvosana tai rahallinen palkkio ovat ulkoisen tavoiteorientaation motiiveina. (Kaartinen 2005, 74.) Sisäinen ja ulkoinen motivaatio ohjaavat oppilaan tavoitteenasettelua ja tavoiteorientaatiota (Lehtinen 2016, 145, 168–169).

Motivaation lisäksi metakognition ja minäpystyvyyden käsitteet ovat keskeisiä matematiikan ja musiikin oppimista tarkastellessa. Metakognitio käsitteenä voidaan jakaa osa-alueisiin, joita ovat metakognitiivinen tieto, kokemus ja toiminta. Metakognitiivisella tiedolla tarkoitetaan yksilön tietoutta omista kognitiivista prosesseistaan eli tietoa oman mielen toiminnasta. Metakognitiivisella kokemuksella taas viitataan yksilön kykyyn tunnistaa omat mielensisäiset epävarmuutensa ja reflektoimaan toimintaansa. Yksilön taitoa ohjata ajattelua ja soveltaa erilaisia strategioita oppimistilanteessa kutsutaan metakognitiiviseksi toiminnaksi, josta käytetään itsesäätelyn käsitettä. (Lehtinen ym. 2016, 189.) Oman oppimisen suunnittelu, tarkkailu ja säätely ovat oppimisen kontrolliin liittyviä metodeja, ja opiskeluprosessin suunnittelusta ja metakognitiivisten strategioiden käytöstä voi tunnistaa taitavan oppijan (Kaartinen 2005, 79). Lukin (2013, 32) esittää motivaation olevan yhteydessä ihmisen tietoiseen harkintaan ja sitä kautta itsesäätelykykyyn.

Hyvät metakognitiiviset taidot ja itsesäätelyvalmiudet auttavat musiikin ja matematiikan oppimisessa (Kaartinen 2005; Lukin 2013). Osaamisorientoituneille musiikin opiskelijoille uuden tiedon vastaanottaminen on helpompaa kuin suoritustavoitteita asettaville opiskelijoille, koska osaamisorientoituneet opiskelijat hyödyntävät kognitiivisia ja metakognitiivisia strategioita opiskellessaan. He ovat tietoisia itsesäätelystrategioistaan ja kykenevät luopumaan aiemmista näkemyksistään, mikäli uuden tiedon omaksuminen sitä vaatii. (Kaartinen 2005, 41–42.) Matematiikan opiskelutilanteessa oppilaan tietoinen huomion kiinnittäminen omaan työskentelyyn antaa oppilalle tietoa omista työskentelytavoistaan. Metakognitiivisen

tarkastelun perusteella oppilas kykenee muuttamaan niitä itselleen paremmiin palvelevaksi. (Lukin 2013, 42–43.)

Minäpystyvyydellä tarkoitetaan yksilön uskoa omiin kykyihinsä esimerkiksi matematiikan oppimistilanteen tai tehtävän suoriutumisessa. Minäpystyvyyden kehitykseen vaikuttavat yksilön kasvuympäristö, kasvatus ja muut sosiaaliset tekijät. Kokemus minäpystyvyydestä seuraa usein mieleenpainuvista kokemuksista, jotka voivat olla joko positiivisia tai negatiivisia. (Lehtinen ym. 2016, 158–159.) Minäpystyvyyksitykseni matematiikan osaajana koki kolahduksen, kun sain lukion pitkän matematiikan ensimmäisestä kurssista arvosanan seitsemän. Toisaalta kokemus motivoi opiskelua seuraavien kurssien osalta, sillä halusin osoittaa itselleni olevani parempi matematiikassa, minkä jälkeen arvosanatkin nousivat. Minäpystyvyyden käsitteestä (*self-efficacy*) Lukin (2013) käyttää käsitettä pystyvuusko, ja Kaartinen (2005) taas käsitettä tehokkuususkomus, mutta tutkielmaani varten päädyin itse käyttämään minäpystyvyyden käsitettä, koska käsite kuvaa mielestäni parhaiten ”minän” eli yksilön kokemaa pystyvyyden tunnetta.

Kun oppilaalla on vahva minäpystyvyyden kokemus matematiikan hallinnasta, vaikuttaa se positiivisesti hänen menestymiseensä matematiikassa. Minäpystyvyyden ja sinnikkyiden kokemus matematiikan tehtävissä on yhteydessä suotuisaan tavoiteorientaatioon, kuten oppimisorientaatioon. Osalla oppilaista on lähtökohtaisesti vahvempi minäpystyvyyden kokemus matematiikan osaajina ja osalla heikompi. Yläkoulussa minäpystyvyyden kokemus matematiikassa voi muuttua myönteisemmäksi tai kielteisemmäksi. (Lukin 2013, 159–161.)

Sinnikkyys eli määrätietoinen ponnistelu on merkityksellistä myös musiikin opiskelussa ja sinnikkyys rakentaa oppilaan musiikillista itsetuntoa ja itseluottamusta. Usko omiin kykyihin vaikuttaa positiivisesti sinnikkääseen toimintaan. Sisäisellä tavoiteorientaatiolla ja minäpystyvyydellä on vuorovaikutteinen riippuvuussuhde oppimisessa. (Kaartinen 2005, 41, 121, 158–161). Kun oppilas kokee itse opiskelun mieleiseksi ja tärkeäksi ja opiskelu perustuu opittavan asian sisäiseen palkitsevuuteen, oppiminen etenee luontevimmin. Kuitenkin sisäinen ja ulkoinen motivaatio voivat esiintyä yhdenaikaisesti oppimisprosessissa ja täydentää toisiaan. (Kaartinen 2005, 183, 185.)



#### 4.4 Tuloksia tiedonkäsittelystä

Tutkielmani nojalla musiikin ja matematiikan oppiminen perustuu pääosin kognitiiviseen oppimiskäsitykseen, ja selvitan, tukevatko matematiikan ja musiikin tiedonkäsittelyn tulokset oppimiskäsitysten yhteyttä. Kognitiivinen psykologia tutkii ihmistä tiedonkäsittelijänä ja muun muassa tarkkaavaisuus, muisti ja ajattelu ovat sen tutkimuskohteita (Kalakoski 2010, 137). Tässä luvussa tiedonkäsittelyn tulokset keskittyvät musiikin ja matematiikan aivotoimintaan ja aivoalueisiin, hahmottamiseen ja ajattelun osalta ongelmanratkaisuun. Neurotieteen tutkimus on kehittynyt viime vuosien aikana teknologian kehittymisen myötä suuresti, ja aivokuvantamismenetelmät sekä hermoston välittäjäaineiden, kuten dopamiinin ja serotoniinin manipulointi lääkkeiden avulla, mahdollistaa aivotoimintamme tarkemman ymmärtämisen (Levitin 2010, 17). Selittävätkö tulokset tiedonkäsittelystä esimerkiksi sitä, auttaako hyvä matemaattinen hahmottamiskyky oppilasta hahmottamaan musiikkia tai toisinpäin. Uskon, että matematiikan ja musiikin aivotoiminnan tarkastelu selittää oppimiskäsitysten yhteyttä.

Eri aivoalueet ovat erikoistuneet erilaisiin toimintoihin ja tehtäviin. Ei ole kuitenkaan olemassa yhtä musiikkikeskusta tai musiikkimuistia, jossa musiikillista informaatiota käsitellään. Aivot jakavat musiikkiin ja musisointiin liittyviä tehtäviä laaja-alaisesti eri puolille, joten lähes jokainen aivoalue aktivoituu musiikkiin liittyvien toimintojen yhteydessä. Esimerkiksi musiikin kuunteleminen aktivoi aivojen kuorikerroksen alaisia rakenteita, ja musiikin esittäminen, kuten soittaminen ja laulaminen, vaativat otsolohkon käyttäytymisen suunnittelun toimintoja. Soittamiseen vaadittava motoriikka yhdistyy tuntoaivokuoreen, ja musiikissa kokemamme tunteet mantelitulmakkeeseen. Aivoalueet toimivat yhteistyössä ja suorittavat toisiaan täydentäviä toimintoja musiikillisissa aktiviteeteissa. (Levitin 2010, 89–90.)

Myös matemaattiset prosessit jakautuvat useille aivoalueille. Aivojen kannalta matematiikka on kielellinen oppiaine, koska numerot ja matemaattiset symbolit havaitaan ja käsitellään kirjainsymbolien kanssa samalla aivoalueella. (Huotilainen 2019, 147–148.) Havainnoista voidaan päätellä, ettei aivoissa ei ole yhtä matematiikkakeskusta. Kuitenkin työmuistia ja sen kehittymistä pidetään matematiikan oppimisessa ratkaisevana tekijänä, koska työmuistin keskusyksikkö yhdistää matematiikan tehtävään vaadittavaa informaatiota eri lähteistä. Uusi opittava asia kuormittaa työmuistia, ja oppilaiden työmuistivalmiuksien on osoitettu heijastuvan vaikeuksiin matematiikassa. (Kyttälä & Kanerva 2018, 223, 226.) Työmuistin tietoa voidaan siirtää kapasiteetiltaan rajattomaan säilömuistiin muun muassa kertaamisen ja

merkitysten etsimisen avulla (Kalakoski 2010, 145). Olisi vaikea kuvitella, että funktion ääriarvojen ratkaisemista voisi oppia ilman ahkeraa laskemista tai basson soittoa ilman toistuvaa harjoittelua.

Tiedeystävällisen podcastissa (2019) pohditaan matemaattisten taitojen hyötyä musiikin ymmärtämisessä. Rytmiiän omaksumisen ja musiikin teorian ymmärtämisen kannalta matemaattisista taidoista on varmasti hyötyä musiikissa. Tieteellistä näyttöä sille, että kaikki matemaatikot olisivat musiikillisesti lahjakkaita ei kuitenkaan ole. Lehtbäck toteaa, että musiikkiin ja matematiikkaan liittyy samanlainen hahmottamiskyky ja musiikin oppimiseen liittyy samanlaisia taipumuksia ja taitoja kuin matematiikan oppimiseen. (Kaipainen 11.1.2019). Matematiikan ja musiikin hahmottamiskykyyn liittyvää ajatusta tukevat luvussa 4.1 esittämäni havainnot musiikin matemaattisuudesta, joten kyky ymmärtää matematiikan kieltä voi auttaa musiikin kielen ymmärtämisessä, vaikka termit ja merkintätavat ovat keskenään erilaisia. Musiikin ja matematiikan oppimisen samanklaiset taipumukset taas viittaavat oppimiskäsityksiin ja motivaatioon. Tieteellistä näyttöä sille, että musiikki vaikuttaa matemaattiseen ajatteluun positiivisesti, on verraten enemmän (Kaperi 2020, 60).

Musiikin aivotutkimukseen nojautuen aivoissa esiintyy eri prosesseihin erikoistuneita ja eri kykyalueille yhteisiä hermosolualueita ja –yhteyksiä. Kun on kyse korkean tason prosessista eli oppimisesta, joka perustuu tahdonalaiseen tarkkaavaisuuteen, on todennäköistä, että kykyalueiden välillä tapahtuu kehityksen myötä siirtovaikutusta. (Paananen 2009, 141–142.) Esimerkkinä Paananen (2009, 142) esittää Capodilupon (1992) havainnon nuotinlukutaidon oppimisesta, joka perustuu sarjoittamisoperaatioon eli loogis-matemaattiseen ajatteluun. Ilmiö pohjautuu neurologiseen selitykseen siitä, että musiikin käsittely aivoissa aktivoi samoja tai lähekkäisiä alueita toisen tehtävän aivoalueiden kanssa. Sen vuoksi musiikin käsittelyn aivoalueiden aktivoituvointi musisoidessa voi edistää myös toisessa tehtävässä suoriutumista. (Kaperi 2020, 20; Eerola 2014, 57.) Aivoalueet, jotka aktivoituvat musiikin kuuntelemisen ja musisoinnin seurauksena, ovat osittain samoja alueita, joita käytetään matemaattisten ongelmien ja pulmien ratkaisemisessa (Kaperi 2020, 21; Jensen 2000, 33). Näin ollen yläkoululaisen aktiivinen musisointi voi kehittää matematiikan ymmärtämiseen, hahmottamiseen ja ongelmanratkaisuun liittyviä aivoalueita.

Edellisen tuloksen nojalla musiikin ja matematiikan aivoissa tapahtuvalla tiedonkäsittelyllä on yhteys. Tiedonkäsittelyn osalta erityisesti ongelmanratkaisutaidot vaativat korkean tason

kognitiivisia prosesseja (Nurmi 2015, 204, POPS 2014, 72), joten näen ongelmanratkaisutaidot keskeisenä selittävänä tekijänä musiikin ja matematiikan oppimiskäsitysten yhteyden tarkastelussa. Koulumaailmassa oppilaille annetaan useimmiten ratkaistavaksi ongelmia, joihin on olemassa yksi ainoa ratkaisu (Uusikylä 2012, 122). Musiikkiin ja matematiikkaan vaadittava ongelmanratkaisu on kuitenkin toisistaan poikkeavaa, koska matemaattinen ongelmanratkaisu yläkoulussa tähtää yleensä yhden oikean ratkaisun löytämiseen esimerkiksi lukujonon sadannen jäsenen määrittämisessä. Musiikin tunneilla tapahtuvan sävellysprojektin aikana lopputulos voi muuntua ja elää, ja oppilas saa vapaasti ideoida ja tuoda luovuuttaan esiin. Yhdistävä tekijä musiikin ja matematiikan ongelmanratkaisutilanteissa on oman kokoemukseni perusteella ”matka” ratkaisun löytämiseen – kummassakin on useita mahdollisia tapoja päätyä johonkin ratkaisuun.

Ongelmanratkaisutaitojen osalta matematiikan arvosanan kahdeksan kriteeriksi on kirjoitettu seuraavaa: ”Oppilas osaa jäsentää ongelmia ja ratkaista niitä hyödyntäen matematiikkaa” (POPS 2014, 378). Musiikin osalta opetussuunnitelmassa (POPS 2014) ei suoraan käytetä ongelmanratkaisu-termiä. Uusikylän (2012, 119) tuo kuitenkin esiin sen, että musiikillinen luova toiminta on ongelmanratkaisua, ja tämän seurauksena ongelmanratkaisutaidot nousevat oppimisen keskiöön myös yläkoulun musiikinopetuksessa. Mielenkiintoista on myös se, että Gardner tarjoaa kahdeksan intelligenssiä luovuuden jakoperustaksi, joihin loogis-matemaattinen luovuus ja musiikillinen luovuus sisältyvät (Uusikylä 2012, 75). Ei ole siis ihme, että musiikin ja matematiikan ongelmanratkaisutaitojen harjoittaminen saattavat hyödyttää toinen toisiaan.

Kouluikäiselle musiikkiharrastus mahdollistaa monenlaista oppimista. Musiikkiharrastuksen vaikutusta aivojen kehitykseen ja kognitiivisiin toimintoihin on tutkittu paljon. Putkinen, Tervaniemi, Saarikivi, de Vent ja Huotilainen (2014) toteuttivat seurantatutkimuksen, jonka tuloksia Huotilainen (2019, 150) erittelee tekstissään. Tutkimuksessa (2014) havaittiin eroja kognitiivisessa kehityksessä lapsilla, jotka harrastivat ja eivät harrastaneet musiikkia. Eroja musiikkia harrastavien eduksi löytyi muun muassa kielellisten taitojen kehityksessä, tarkkaavaisuustaidoissa, työmuistissa ja visuaalisen haun tehtävissä. Lisäksi mitä pidempään musiikkiharrastus oli kestänyt, sitä suurempia eroja aivoissa havaittiin. Tulos tukee ajatusta siitä, että muusikkomaiset aivot eivät ole synnynnäiset, vaan ne kehittyvät lapsen harrastuksen edetessä. (Huotilainen 2019, 150–154; Tervaniemi ym. 2014.) Nykykäsitys oppimisesta perustuu kognitiivisiin toimintoihin, joita ovat uuden asian liittäminen aikaisemmin opittuun,

tietorakenteiden integrointi ja oman oppimisprosessin tiedostaminen (Lehtinen 2016, 88–89). Uskon musiikkiharrastuksen myötä kehittyneiden kognitiivisten toimintojen, kuten tiedon konstruoinnin, muistitoimintojen ja tarkkaavaisuuden vaikuttavan positiivisesti matematiikan opiskelussa juuri opetussuunnitelmassa (POPS 2014, 375) S1 mainittuihin ajattelun taitoihin.

Tervaniemi (2010, 60) esittää Schalun (2003) ajatuksiin nojautuen, että aivokurkiaisen tiedetään olevan laajempi muusikoilla kuin ei-muusikoilla. Koska aivokurkiainen yhdistää aivojen vasemman ja oikean puolen, informaatio aivopuoliskojen välillä pääsee kulkemaan vaivatta laajaa aivokurkiaista pitkin. (Tervaniemi 2010, 60; Schlu 2003.) Kun yksilö musisoi, hän tarvitsee soittotekniikan ylläpitämisen motorisia taitoja sekä nuotinlukutaitoon ja musiikin hahmottamisen liittyviä taitoja eli aivoalueiden yhteistyötä (Levitin 2010, 89–90). Voisiko musiikkia harrastavan laaja aivokurkiainen olla yhteydessä hänen menestykseensä matematiikan oppimisessa ja osaamisessa? Koska matemaattisten tehtävien käsittely jakautuu useille eri aivoaluille, molempien aivopuoliskojen yhteistyötä tarvitaan matematiikan tehtäviä tehdessä. Voisiko musiikin ja matematiikan tiedonkäsittelyllä olla laajaan aivokurkiaiseen liittyvä neurologinen yhteys? Aihetta olisi mielenkiintoista tutkia esimerkiksi musiikkia harrastavien yläkoululaisten koeryhmän keskuudessa ja selvittää vaikuttaako heidän laaja aivokurkiAISensa matemaattisissa tehtävissä selviytymiseen.

## 5 OPETTAJAN ROOLI

Tässä luvussa pohdin opettajan mahdollisuuksia toimia musiikin ja matematiikan opetustilanteissa niin, että jokaisella oppilaalla on mahdollisuus kehittyä omista lähtökohdistaan ja saada onnistumisen kokemuksia, jotka tunnetusti Lehtisen ym. (2016, 159) mukaan vahvistavat minäpystyvyyden kokemusta. Opetusryhmien koot musiikin ja matematiikan opetuksessa ovat yläkoulussa melko suuria, ja ryhmissä voi olla hyvinkin erilaisia oppijoita. Oppilaat voivat tulla eri taustoista ja yläkoulun alkaessa heillä voi olla erilaiset valmiudet musiikin ja matematiikan opiskeluun, joten opettajan roolia oppimisen mahdollistajana on perusteltua pohtia. Linkitän näkökulman tutkielmaani, koska se auttaa ymmärtämään omaa rooliani tulevana musiikin ja matematiikan opettajana. Lisäksi näkökulma on hyödyllinen laajemmin muiden oppiaineiden osalta, sillä monet tuloksista ovat yleistettävissä opettajan rooliin oppimisessa ylipäätään. On selvää, että opettajan omaksuma oppimiskäsitys vaikuttaa hänen tapaansa opettaa – pohjautuu käsitys sitten kognitiiviseen, behavioristiseen tai johonkin muuhun oppimiskäsitykseen. Oppimisen nykykäsityksen kannalta katsaus opettajan merkitykseen oppilaan minäpystyvyyden ja motivaation osalta nousee opetuksen eriyttämisen lisäksi tutkielmassani keskeiseksi.

Minäpystyvyytutkimuksissa on saatu selville, että oppilailla on jo ennen varsinaista oppimistilannetta uskomuksia omasta selviytymisestään tehtävään liittyvällä oppimisen alueella. Minäpystyvyykokemukset muovautuvat välittömissä opetustilanteissa oppilaan kokemusten pohjalta, jotka voivat olla positiivisia tai negatiivisia. Kun oppilas kohtaa epäonnistumisen, tunne tulisi käsitellä niin, ettei negatiivisten selviytymismahdollisuuksien kierre vahvistuisi. (Lehtinen ym. 2016, 161.) Epäonnistumisen käsittely oppilaan kanssa jää käytännössä opettajan vastuulle ja voi olla helpommin sanottu kuin tehty. Nurmi ym. (2015, 165) ehdottaa, että epäonnistumisen syiden pohtiminen voi auttaa oppilasta keksimään parempia keinoja jatkossa samankaltaisissa tehtävissä. Opettaja voi johdatella oppilasta keskusteluun kysymällä oppilaalta, mikä johti epäonnistumiseen, ja voiko oppilas jatkossa tehdä muutoksia omaan toimintaansa onnistumisen kokemuksiin tähdäten. Keskustelu ja pohdinta tukee oppilaan metakognitiivisten taitojen kehitystä, joita Perusopetuksen opetussuunnitelmaan (POPS 2014, 47) nojautuen mitataan yläkoulussa itsearviointilla.

Osa oppilaista potee matematiikka-ahdistusta, ja käsitteellä tarkoitetaan matematiikkaan liittyvää ahdistuksen, pystymättömyyden ja osaamattomuuden tunnetta. Lapsi tai nuori voi

omaksua matematiikka-ahdistuksen vanhemmiltaan, opettajaltaan tai kavereiltaan, ja oppimisen vaikeuden seurauksena hänen käsityksensä huonosta matikkapäästä saa vahvistusta. Tällaisessa tilanteessa korvaamattomana apuna ovat oppilaan ympärillä olevat ihmiset, jotka innostavat matematiikan oppimiseen. (Huotilainen 2019, 145–146.) Näen matematiikan opettajan keskeisenä innostajan ja rohkaisijan roolissa oppilaan perheen lisäksi yläkoulun aikana. Huotilainen (2019, 146) ehdottaa muiden ihmisten auttavan matematiikka-ahdistuksesta kärsivää oppilasta sanoittamalla hänen ajatteluaan ja kognitiivisia prosesseja, ja ajattelen toiminnan olevan keskeistä esimerkiksi matematiikan tukiovetustilanteessa, jolloin opettajan ja oppilaan kahdenkeskeiselle vuorovaikutukselle on tilaa ja aikaa.

Opetuksen eriyttäminen voi olla eräs helpottava tekijä matematiikka-ahdistusta potevalle oppilaalle, koska opetussuunnitelman (POPS 2014, 1) mukaan eriyttämisen taitava opettaja osaa ottaa huomioon oppilaiden erilaiset tavat oppia. Käytännössä tämä tarkoittaa sitä, että matematiikan opetuksen sisältöä voidaan keventää tai syventää oppilaan taitotasoon nähden, ja opettaja voi antaa vaihtoehtoisia työtapoja, kuten tehtäviä, joka keskittyvät perusasian hallintaan tai vaihtoehtoisesti ongelmalähtöisiä tutkimustehtäviä. Myös musiikin opetuksessa oppilaan aikaisempi osaaminen otetaan huomioon, ja eriyttämisen ratkaisuille opettaja tarjoaa erilaisia työtapoja, opetusvälineitä ja soittimistoa erilaisille ja eritasoisille oppijoille. (POPS 2014, 376, 424.) Eriyttämällä opettaja pyrkii tarjoamaan kaikille oppijoille samat mahdollisuudet kehittyä omista lähtökohdistaan, jotta oppilas saa minäpystyvyyteen vaikuttavia positiivisia oppimiskokemuksia. Olen Paanasen (2009, 150) kanssa samaa mieltä siitä, että musiikinopettajan tulee tiedostaa, ettei ole olemassa yhtä oikeaa polkua tai menetelmää oppia musiikkia, joten musiikin harjoitusten tulee olla monipuolisia rohkaista oppilaita tuomaan esille omia ideoitaan.

Rohkaiseva ohjaus oppimisprosessin aikana vahvistaa oppilaan uskoa omiin kykyihinsä (POPS 2014, 17), joten opettajan on välttämätöntä tiedostaa minäpystyvyyden ja itsesäätelykyvyn kehittämisen tavoite opetustilanteiden suunnitteluvaiheessa (Kaartinen 2005, 64). Kaartisen (2005, 182) havainnoista seuraa, että musiikin pääaineen opiskelijalla tulisi olla vähintään yksi henkilö, jolta saa tukea ja ohjausta oppimisprosessin aikana. Näen tuloksen soveltuvuudelle mahdollisuuden yläkoulussa, jossa musiikinopettaja toimii ohjaajana ja apuna käytännön oppimistilanteissa. Tarjoaahan musiikin opettaja yläkoulussa mahdollisuuksia musiikin parissa toimimiseen ja luovaan tuottamiseen (POPS 2014, 422). Projektimuotoiset toteutukset

rohkaisevat oppilasta kokeilemaan omaa toimijuuttaan musiikissa (Huotilainen 2019), ja esiintyminen esimerkiksi kevätjuhlassa luo musisointiin konkreettisen tavoitteen.

Intressin käsitteellä tarkoitetaan motivaatiotekijää, jossa uteliaisuus ja kiinnostus kohdistuu tiettyyn kohteeseen, kuten kitaran soittamiseen tai sudokujen ratkaisemiseen. Intressit ovat merkityksellisiä tekijöitä opiskelussa ja kognitiivisissa suorituksissa, koska oppilaan tarkkaavaisuus ohjaa huomion häntä kiinnostavaan asiaan. Opettajan on mahdollista suunnata ja vahvistaa oppilaan intressejä luomalla oppimisympäristöjä ja -tehtäviä, joiden pariin oppilaat tempautuvat mukaan. Tällöin opettaja pyrkii tilannekohtaisen intressin vahvistaminen. (Lehtinen 2016, 165–166.) Musiikin oppitunneilla iPadeilla GarageBandin ”loopeista” kootun sävellyksen tekeminen, ja sävellysten esittely voisi toimia tilannekohtaisen intressin herättäjänä. Tehtävänanto saattaa innostaa joitakin oppilaita kiinnostumaan jopa laajemmin musiikin tuottamisesta, jolloin Lehtiseen (2016, 167) viitaten tilannekohtaisesta intressistä seuraa persoonallinen intressi.

Opettajan toiminta vaikuttaa olennaisesti oppilaan matematiikkaan liittyvän motivaation kehitykseen lasten ensimmäisten kouluvuosien aikana (Aunola & Nurmi 2018, 62). Lukin (2013, 26) toteaa, että opettajan omaksuma orientaatiotapa syntyy pedagogisten käytäntöjen, kuten opettajan puheen, toiminnan, oppilaisiin suhtautumisen, työtapojen ja arvioinnin seurauksena. Matematiikan motivaatiotekijöiden tutkimuksen tulosten perusteella yläkoululaiset opiskelijat kokevat opettajan toiminnan ja viestinnän painottuvan pääosin oppimisorientaatioon, jolloin oppitunneilla opetuksessa korostuu asioiden ymmärtämisen tärkeys. Tutkimuksessa havaittiin myös matematiikan opettajan tuella ja kannustuksella olevan oppilaille merkitystä, ja tuen määrä yhdistyy opettajalta välittyvään orientaatiotapaan seuraavasti. Oppilaat kokivat oppimisorientaation omaksuneen opettajan tukea antavaksi ja kannustavaksi, kun taas välttämisorientaation omaksunut opettaja korreloi negatiivisen opettajalta saadun tuen kanssa. (Lukin 2013, 124–125, 163–164, 183.) Tulokset vahvistavat haluani toimia musiikin ja matematiikan opettajan oppimisorientaation periaatteiden mukaisesti, koska opettajan omaksumalla orientaatiotavalla on niin suuri merkitys.

Opettajan rooli palautteen antajana on musiikin ja matematiikan opetuksessa merkittävä, koska oppilaan saama palaute vaikuttaa suoranaisesti oppilaan asenteisiin, motivaatioon ja tahtoon toimia. Palautteenannossa opettajan tulee keskittyä oppilaiden onnistumisiin ja oppimisen edistymiseen, ja tarkoituksena on kaikissa oppimistilanteissa antaa oppilaille mahdollisuuksia

tarkastella ja kehittää omaa työskentelyään. (POPS 2014, 20, 48, 50.) Oppilaan saama palaute hänen matematiikan osaamisestaan vaikuttaa positiivisesti minäpystyvyyden tunteeseen, ja minäpystyvyyden kokemus taas luvun 4.2 perusteella matematiikassa menestymiseen (Lukin 2013, 40, 159), joten opettajalla täytyy olla toimivat keinot palautteen antamiseen matematiikan oppitunneilla. Musiikinopettajan kannustava ja ohjaava palaute auttaa oppilasta hahmottamaan muun muassa musiikillista toteutusta ja ilmaisua, joten palautteenanto rohkaisee oppilasta luovaan toimintaan (POPS 2014, 424). Koska ongelmanratkaisua voidaan pitää luovuutena (Uusikylä 2012, 119), opettajan rooli luovuuden ja keksimisen rohkaisijana on mielestäni keskeinen musiikin ja matematiikan oppimisessa.



## 6 POHDINTA

Tavoitteeni oli kandidaatintutkielmassani selvittää, onko musiikin ja matematiikan oppimiskäsityksillä yhteyksiä eli integroituvatko musiikin ja matematiikan opetus ja oppiminen yläkoulussa mahdollisesti niitä yhdistävien oppimiskäsitysten pohjalta. Olen havainnut omalla kohdallani matemaattisen ajattelun auttavan monesti musisoidessa ja musiikin teorian ymmärtämisessä. Ennen kaikkea koen pitkäjänteisen musiikkiharrastuksen – musiikkileikkikoulusta aina yliopiston musiikkikasvatuksen opintoihin – vaikuttaneen taipumukseeni opiskella matematiikkaa sinnikkäästi ja kiinnostua matematiikan logiikasta syvällisesti. Tulevana musiikin ja matematiikan aineenopettajana oppimiskäsitysten tarkastelu erityisesti yläkoulun osalta nousi tutkielman kannalta keskeiseksi. Aiheen tarkastelu Perusopetuksen opetussuunnitelman (2014), behavioristisen ja kognitiivisen oppimiskäsityksen sekä laajemmin musiikin ja matematiikan oppimisen erittelyn myötä osoittaa sen, että musiikin ja matematiikan oppimiskäsityksillä on yhteys. Tutkielmani nojalla yläkoulussa tavoitteellinen musiikin ja matematiikan oppiminen vaatii oppilaan aktiivista toimijuutta, motivaatiota opiskeltavaan asiaan sekä metakognitiivisia taitoja ja minäpystyvyyden tunnetta. Sekä musiikin että matematiikan oppimisessa uusi tieto rakentuu aikaisemman varaan laajentaen oppilaan ymmärrystä opiskeltavasta asiasta. Tällainen oppiminen tukee selvästi Partin ym. (2013, 57–58) ajatuksia kognitiivisesta oppimiskäsityksestä.

Kandidaatintutkielmassani heijastuu tieteenfilosofinen näkökulma ihmisestä kognitiivisena oppijana. Pohjaan käsitykseni kognitiiviseen psykologiaan, joka käsittelee muun muassa muistin toimintaa, havaintomekanismeja ja ihmisen kykyä säädellä omaa oppimistaan (Lehtinen 2016). Käsitykseni ihmisestä kognitiivisena oppijana pohjautuu lukemani tieteellisen tiedon lisäksi omiin arkisiin oppimiskokemuksiini juuri musiikin ja matematiikan osalta. Kognitiivisen oppimisen lisäksi jotkin behavioristiset käytännöt, joita muun muassa Partti ym. (2013, 57–58) esittävät, ovat edelleen osana musiikin ja matematiikan oppimista ja opetusta. Ilman behaviorismia matematiikan ja musiikin opiskelusta jäisi puuttumaan opiskeltavan asian pilkkominen pienempiin osiin ja toiston tärkeys, esimerkiksi soittotekniikan tai derivoimissääntöjen harjoittelussa. Musiikin ja matematiikan opetuksessa opettaja ei kuitenkaan palkitse oppilaita suoraan ehdollistamisen periaatteiden mukaan, vaan palkkiota kuvaa opettajan antama palaute ja oppilaan omat havainnot kehittymisestään. Arvioin, että hyvän arvosanan saaminen vahvistaa oppilaan käsitystä oman oppimismetodinsa toimivuudesta, jolloin Lehtisen (2016, 189) oppilaan metakognitiiviset taidot kehittyvät.

Kaartinen (2005) osoittaa hyvien metakognitiivisten taitojen auttavan musiikin oppimisessa, ja Lukin (2013) vastaavasti matematiikan oppimisessa.

Perusopetuksen opetussuunnitelman (2014) laatiminen pohjautuu kognitiiviseen oppimiskäsitykseen, jossa oppiminen nähdään oppilaan aktiivisen ja tavoitteellisen toiminnan seurauksena. Musiikin ja matematiikan oppiminen voi olla sekä yksilöllistä että yhteisöllistä, ja oppimisprosessin myötä tiedot ja taidot rakentuvat. (POPS 2014, 17, 374, 422). Vaikka oppianeet ovat luonteeltaan opetussuunnitelman (POPS 2014) nojalla erilaisia, musiikkia voidaan määrittää matemaattisesti, kun tarkastellaan esimerkiksi intervallien lukusuhteita, murtolukuja ja nuottien kestoa sekä ääniaaltoja (Fagerlund 2020).

Musiikillisten ja matemaattisten kykyjen kehittymisellä on paljon yhteistä, koska kykyjen kehittyminen perustuu synnynnäisiin valmiuksiin, mutta lapsen ympäristö sekä tietoja ja taitoja harjaannuttavien ärsykkeiden saaminen vaikuttaa siihen, miten kyvyt kehittyvät. Musiikillisen ja matemaattisen lahjakkuuden perinnöllisyyden tarkasteluun en tässä tutkielmassa syventynyt, koska se olisi vaatinut useiden perimätutkimuksiin paneutumista, jolloin aihe olisi paisunut tutkielman aiheen näkökulmasta liian laajaksi. Arvelen kuitenkin, että perimällä on jonkinlainen vaikutus yksilön matemaattiseen tai musiikilliseen suuntautuvuuteen ja sitä kautta yhteys esimerkiksi motivaatioon ja minäpystyvyyteen.

Musiikin ja matematiikan hahmottamiseen vaadittavat kyvyt voivat muun muassa Kaipaisen (2019) podcastin perusteella tukea toisiaan, joten musiikin matemaattinen määrittäminen selittää osin musiikin ja matematiikan tiedonkäsittelyn yhteyksiä. Mielenkiintoinen havainto on myös se, että aivoalueet, jotka aktivoituvat musisoinnin seurauksena, ovat osittain samoja alueita, joita käytetään matemaattisessa ongelmanratkaisussa (Kaperi 2020, 21; Jensen 2000, 33). Sen vuoksi musiikilliset ja matemaattiset ongelmanratkaisutaidot nousevat oppimisen selittäjäksi. Liittyväthän ongelmanratkaisun ja korkeatasoisen ajattelun taidot keskeisesti kognitiiviseen oppimiskäsitykseen (Nurmi 2015, 99). Pohdinkin, miten musiikin ja matematiikan ongelmanratkaisutaitojen yhteyttä voisi hyödyntää yläkoulun opetuksessa siten, että ongelmanratkaisutaidot kehittyisivät ja tukisivat toisiaan. Musiikin ja matematiikan ongelmanratkaisua testaavalle opetuskokeilulle tai tarkemmalle teoreettiselle katsaukselle olisi ehdottomasti tilaa tutkimuskentällä.

Käsitys opettajan roolista on muuttunut paljon behaviorismin ajoilta, ja nykykäsitys korostaakin opettajan roolia oppimisympäristöjen organisoijana ja luovan toiminnan ylläpitäjänä (Partti ym. 2013, 66). Luvussa 5 esiintyneen opettajan roolin pohdinnan perusteella opettajan toiminta vaikuttaa eniten oppilaan motivaation ja minäpystyvyyden muovautumiseen. Opettajan roolin tarkastelu antaa minulle teoreettiset valmiudet musiikin ja matematiikan opettajana toimimiseen, mutta toivon pääseväni tulevien opetusharjoitteluiden aikana käytännön tasolla kehittämään rooliani opettajana. Tavoitteenani on olla rohkaiseva ja kannustava opettaja ja tarjota musiikin ja matematiikan oppitunneilla mahdollisuuksia niin, että jokainen oppilas pääsee kehittymään omista lähtökohdistaan. Koska ongelmanratkaisu kuuluu luovuuden piiriin (Uusikylä 2012, 75), haluan tarjota oppilaille sopivia ongelmanratkaisutehtäviä ja innostaa kokeilemaan omia musiikillisia ja matemaattisia luovia ratkaisujaan.

Voisiko Uusikylän (2012, 20) ajatus luovasta ajattelijasta, joka organisoii ideansa laajoiksi kokonaisuuksiksi, selittää musiikillisen luovuuden yhteyttä matemaattiseen loogiseen ajatteluun? Laajojen kokonaisuuksien ymmärtäminen on tärkeää musiikin ja matematiikan oppimisessa, sillä molemmat oppiaineet rakentuvat Perusopetuksen opetussuunnitelman (POPS 2014) ja oman kokemukseni perusteella yksinkertaisista asioista kohti monimutkaisempaa kokonaisuutta. Looginen ajattelu liittyy selvästi matematiikkaan, mutta sitä vaaditaan myös musiikillisten ongelmien ratkaisemisessa, kuten improvisointiin sopivan asteikon valitsemisessa. Luova toiminta taas yhdistetään taiteeseen ja musiikillisten ideoiden keksimiseen esimerkiksi säveltämisessä, mutta yhtä lailla matemaatikko tarvitsee luovaa ajattelua ja ideointia tehtävän ratkaisun löytämiseen, ja ratkaisu löytyy usein yritysten ja erehdysten kautta. Loogisuuden ja luovuuden näkökulma yhdistyy selvästi musiikin ja matematiikan ongelmanratkaisua oppimiseen vaadittavien kognitiivisten valmiuksien lisäksi, joten yläkoulun musiikin ja matematiikan oppimiskäsitykset ovat yllättävän lähellä toisiaan.

## LÄHTEET

- Aunola, K. & Nurmi, J-E. (2018). Matemaattisten taitojen kehitys kouluiässä. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, P. Räsänen (toim.). *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Porvoo: Niilo Mäki Instituutti. 54–68.
- Beer, M. (1998.) How do mathematics and music relate to each other? East Coast College of English, Brisbane.
- Capodilupo, A.M. (1992) A neo-structural analysis of children's response to instruction in the sight-reading of musical notation. Teoksessa R. Case et al. (toim.) *The Mind's Staircase. Exploring the Conceptual Under-pinnings of Children's Thought and Knowledge*. Hillsdale N.J: Lawrence Erlbaum Associates, 99–115.
- Cross, J. (2003.) Composing with numbers: sets, rows and magic squares teoksessa Fauvel, J.; Flood, R.; Wilson, R. (2003.) *Music and mathematics. From Pythagoras to Fractals*. New York: Oxford University Press Inc. 131–146.
- Fagerlund, J. (2020). *Matemaattinen musiikki*. Kandidaatintutkielma. Jyväskylän yliopisto. Musiikkikasvatus.
- Eerola, P-S. 2014. *Musiikin opiskelun siirtovaikutuksia – katsaus empiirisiin tutkimuksiin*. Musiikkikasvatus – The Finnish Journal of Music Education (FJME), 17, 1, 57–69.
- Hannula-Sormunen, M., Mattinen, A., Räsänen, P. & Ruusuvirta, T. (2018). Varhaisten matemaattisten taitojen perusta: synnynnäiset valmiudet, tietoinen toiminta ja vuorovaikutus. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, P. Räsänen (toim.). *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Porvoo: Niilo Mäki Instituutti. 158–183.
- Hiltunen, J. & Nissinen, K. (2018). Erinomaiset matematiikan osaajat. In J. Rautopuro, & K. Juuti (Eds.), *PISA pintaa syvemmältä : PISA 2015 Suomen pääraportti* (pp. 213–234). Kasvatusalan tutkimuksia, 77. Jyväskylä, Finland: Suomen kasvatustieteellinen seura.
- Huotilainen, M. (2019). *Näin aivot oppivat*. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Huotilainen, M. (2009) Musiikillinen vuorovaikutus ja oppiminen sikiö- ja vauva-aikana. Teoksessa J. Louhivuori, P. Paananen & L. Väkevä (toim.). *Musiikkikasvatus: näkökulmia kasvatukseen, opetukseen ja tutkimukseen*. Jyväskylä: Suomen musiikkikasvatusseura – Fisme ry. 121–129.
- Jensen, E. 2000. *Music With the Brain in Mind*. Thousand Oaks, California: Corwin Press.
- Kaartinen, T. (2005). *Itsesäätelyvalmiudet musiikin opiskelussa*. Tampere: Tampere University Press.
- Kaipainen, M. (tuottaja) Tiedeykkönen (2019). Musiikin ja matematiikan pitkä historia – Pythagoras kehitti intervallit ja Kepler tutki sfäärien harmoniaa. Toimittaja Mari Heikkilä. Yle. 11.1.2019. Podcast saatavilla

<https://areena.yle.fi/1-4606056?autoplay=true&fbclid=IwAR03V1eDPo-HpxocrmFKJCTZ2pjIKFnC9d13BapGmKdNxIuD-Eg7s31GBxc> Kuunneltu 16.2.2021

- Kalakoski, V. (2010) Musiikki muistissa. Teoksessa J. Louhivuori & S. Saarikallio. (toim.). *Musiikkipsykologia*. Jyväskylä: Atena. 137–151.
- Kaperi, P. (2020). ”Enemmän kuin aaltoliikettä” – musiikin ja matematiikan teoreettinen integrointimalli kouluympäristöön. Maisterintutkielma. Taideyliopisto. Sibelius-Akatemia. Musiikkikasvatus.
- Karma, K. (2010). Musikaalisuus. Teoksessa J. Louhivuori & S. Saarikallio. (toim.). *Musiikkipsykologia*. Jyväskylä: Atena. 355–368.
- Kosonen, E. (1996). *Soittamisen motivaatio varhaisnuorilla*. Lisensiaatintyö. Jyväskylän yliopisto. Musiikkikasvatus.
- Kyttälä, M. & Kanerva, K. (2018). Työmuisti ja matemaattiset taidot. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, P. Räsänen (toim.). *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Porvoo: Niilo Mäki Instituutti. 220–239.
- Lehtinen, E., Vauras, M. & Lerkkanen, M. (2016). *Kasvatuspsykologia* (3., uudistettu painos). Jyväskylä: PS-Kustannus.
- Levitin, D. J. (2010). *This is Your Brain on Music – The Science of a Human Obsession* (käänt. T. Paukku). Helsinki: Hakapaino. Alkuperäisjulkaisu 2006.
- Lukin, T. (2013). Motivaatio matematiikan opiskelussa : Seurantatutkimus motivaatiotekijöistä ja niiden välisistä yhteyksistä yläkoulun aikana. Joensuu: University of Eastern Finland.
- Marjanen, J. (2013) ”Ope, miks me lauletaan, vaikka meillä on matikan tunti?” *Musiikin ja matematiikan oppisisältöjen integrointi*. Maisterintutkielma. Jyväskylän yliopisto. Musiikkikasvatus.
- Nurmi, J., Ahonen, T., Lyytinen, P., Pulkkinen, L., Ruoppila, I. (2015). *Ihmisen psykologinen kehitys* (5. uud. p.). Jyväskylä: PS-kustannus.
- OECD. 2017. PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving. Paris: OECD Publishing.
- Paananen, P. (2009). Musiikillinen kyky, kehitysvaiheet ja yksilöllisyys. Teoksessa J. Louhivuori, P. Paananen & L. Väkevä (toim.). *Musiikkikasvatus: näkökulmia kasvatukseen, opetukseen ja tutkimukseen*. Jyväskylä: Suomen musiikkikasvatusseura – Fisme ry. 139–155.
- Parti, H., Westerlund, H., Björk, C. (2013). Oppimiskäsitykset reflektiivisen musiikkikasvattajan toiminnan ohjaajina. Teoksessa M. Juntunen, H. M. Nikkanen & H. Westerlund (toim.). *Musiikkikasvattaja : Kohti reflektiivistä käytäntöä*. Jyväskylä: PS-Kustannus. 57–70.

- Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (POPS). (2014). Helsinki: Opetushallitus.  
Osoitteessa  
[https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/perusopetuksen\\_opetussuunnitelman\\_perusteet\\_2014.pdf](https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf) Luettu 19.3.2021
- Perusopetuksen tuntijako. (2012). Valtioneuvoston asetus 28.6.2012.  
Osoitteessa  
<https://www.finlex.fi/fi/laki/alkup/2012/20120422#Lidp447201664> Luettu 31.3.2021
- Putkinen, V., Tervaniemi, M., Saarikivi, K., de Vent, N., & Huotilainen. (2014). Investigating the effects of musical training on functional brain development with a novel Melodic MMN paradigm. *Neurobiology of Learning and Memory*, 110, 8–15.
- Rautiainen, O. (2015.) *Teoreettisia ajatuksia musiikin musiikillisuudesta eli siitä, mitä musiikissa kuullaan*. Maisterintutkielma. Helsingin yliopisto. Musiikkitiede.
- Skinner, B. F. (1984). The shame of American education. *American Psychologist*, 39(9), 947–954.
- Tervaniemi, M. (2010). Musiikki ja muusikkous aivoissa. Teoksessa J. Louhivuori & S. Saarikallio. (toim.). *Musiikkipsykologia*. Jyväskylä: Atena. 57–63.
- Wright, D. (2009.) *Mathematics and Music*. Washington University in St. Louis. Department of Mathematics.