Kaksoisbeetahajoaminen — Neutriinon massa ja sen kokeellinen määrittäminen

LuK-tutkielma, 5.4.2016

Tekijä:

GIOVANNI MISITANO

Ohjaaja:

Jouni Suhonen



Tiivistelmä

Misitano, Giovanni Kaksoisbeetahajoaminen — Neutriinon massa ja sen kokeellinen määrittäminen LuK-tutkielma Fysiikan laitos, Jyväskylän yliopisto, 2016, 42 sivua

Työssä tutustutaan kaksoisbeetahajoamiseen ilmiönä, ja erityisesti neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista etsiviin kokeisiin. Lyhyen ilmiön historiaan keskittyvän johdannon jälkeen käsitellään kokeiden kannalta oleellinen teoria. Teoreettisen pohjustuksen jälkeen käydään läpi kokeiden keskeisiä haasteista, ja muutama neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista tutkiva koe esitellään tarkemmin. Erityisesti GERDA- ja CUORE-kokeet nostetaan esille, ja muutamasta muusta kokeesta kerrotaan pääpiirteet parilla virkkeellä. Lopuksi kokeissa määritettyjen neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen puoliintumisajan alarajojen avulla määritetään neutriinon massan odotusarvolle yläraja. Massan laskemiseen käytettyjen yhtälöiden teoreettista pohjaa ei esitetä. Käytetyt yhtälöt on kerätty lähteineen liitteeseen A. Neutriinon massaksi saatiin määritettyä, että se on kertaluokkaa 10^{-1} eV loppuun saatettujen kokeiden antamien tulosten nojalla. Lähitulevaisuuden kokeet pystyvät mahdollisesti märittämään neutriinon massan tarkkuudella 10^{-2} eV, mikäli neutriinoton kaksoisbeetahajoaminen on ylipäätänsä mahdollinen.

Avainsanat: kaksoisbeetahajoaminen, neutriino, ydinfysiikka, kokeellinen

Abstract

Misitano, Giovanni Doube beta decay — The experimental quantification of the mass of the neutrino Bachelor's thesis Department of Physics, University of Jyväskylä, 2016, 42 pages.

Some of the notable neutrinoless doube beta decay experiments are presented and discussed in this paper. The emphasis is on ongoing and future experiments. Using the lower limits set by the discussed experiments for the half-life of the neutrinoless double beta decay, an upper limit is calculated for the expected mass of the neutrino using presently known nuclear matrix elements and phase-space factors. The final result is, according to the present and future experimental data, that the experimental sensitivity to the mass lies somewhere in the range between 10^{-2} eV and 10^{-1} eV.

Keywords: double beta decay, neutrino, nuclear physics, experimental

Sisältö

Ti	ivist	elmä	3
A	bstra	ict	5
1	Joh	danto	9
2	Teo	reettinen tausta	11
	2.1	Esitiedot	11
	2.2	Ytimen massa	12
	2.3	eta-hajoaminen	13
	2.4	$2\nu\beta\beta$ -hajoaminen	15
	2.5	0 uetaeta-hajoaminen	16
	2.6	Neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen havaitsemisen seuraukset $\ .$.	18
3	Kok	keet	19
	3.1	Kokeiden keskeiset haasteet	19
	3.2	GERDA	20
		3.2.1 Laitteisto ja toimintaperiaate	20
		3.2.2 Vaihe 1	22
		3.2.3 Vaihe 2	22
	3.3	CUORE-kokeet	23
		3.3.1 Laitteisto ja toimintaperiaate	23
		3.3.2 Cuoricino	24
		3.3.3 CUORE-0	25
		3.3.4 CUORE	26
	3.4	Muita kokeita	26
		3.4.1 Heidelberg-Moscow	26
		3.4.2 COBRA	27
		3.4.3 EXO-200	27
		3.4.4 SNO+	28

4	Tulokset ja laskut	29
5	Johtopäätokset	35
\mathbf{A}	Liite	41
	A.1 Neutriinon massa	. 41
	A.2 Puoliintumisaikaellipsoidi $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$. 41

1 Johdanto

"I admit that my remedy may seem almost improbable because one probably would have seen those neutrons, if they exist, for a long time."

—W. Pauli, Zürich, 4 joulukuuta, 1930 Gloriastrasse [1]

Vuonna 1934 italialainen fyysikko Enrico Fermi julkaisi mallin beetahajoamiselle, jossa atomin ytimessä sijaitseva protoni muuttuu neutroniksi säteillen elektronin ja kevyen, varauksettoman hiukkasen [2]. Fermin esitys pienestä varauksettomasta hiukkasesta perustui aikaisempaan Wolfgang Paulin esittämään *neutroniin* [1]. Fermi kuitenkin nimesi tämän hiukkasen julkaisussaan uudelleen neutriinoksi (suomeksi *pieni varaukseton*), jona se tunnetaan tänäkin päivänä.

Perustuen Fermin malliin, saksalaissyntyinen fyysikko Marie Göppert-Mayer laski vuonna 1935 todennäköisyyden kahdelle samanaikaiselle beetahajoamiselle atomin ytimessä [3]. Tähän perustuen Yhdysvaltalainen fyysikko Wendell Hinkle Furry ehdotti Göppert-Mayerin ennustamasta hajoamismuodosta versiota, jossa ei ydin säteilisi lainkaan neutriinoja [4]. Furryn ennustus perustui toisen italialaisen fyysikon Ettore Majoranan esittämään elektronin ja positronin symmetriateoriaan, jonka mukaan neutriino voisi olla itsensä antihiukkanen, eli Majorana-hiukkanen [5].

Ensimmäisenä kokeellisena havaintona kaksoisbeetaajoamisen olemassaolosta voidaan pitää yhdysvaltalaisten fyysikoiden Mark Inghramin ja John Reynoldsin koetta, jossa he kykenivät määrittämään kaksoisbeetahajoavan Telluuri-130 isotoopin puoliintumisajaksi $T_{\frac{1}{2}} = 1,4 \times 10^{21}$ a [6]. Tänä päivänä tunnetaan 36 kaksoisbeetahajoamisen mittauksen mahdollistavaa isotooppia, joista kymmenen hajoaminen on kyetty havaitsemaan kokeellisesti [6][taulukko 1]. Kaikki havaitut kaksoisbeetahajoamiset ovat säteilleet neutriinoja.

Neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista ei ole kyetty vielä havaitsemaan, mutta uusien kokeiden tarkkuuksien parantuessa, havaitseminen vaikuttaa olevan vuosi vuodelta yhä todennäköisempää, mikäli neutriinoton kaksoisbeetahajoaminen on ylipäätänsä mahdollista. Neutriinoton kaksoisbeetahajoaminen paljastaisi lisää tietoa neutriinon luonteesta, ja mahdollisesti standardimallin ulkopuolisesta fysiikan maailmasta. Kokeisiin kuitenkin liittyy paljon erilaisia haasteita, joiden selvittäminen työllistää monta fyysikkoa ja insinööriä. Tämän työn tarkoitus on tutustuttaa lukija kaksoibeetahajoamisen teorian pääpiirteisiin; menneisiin, nykyisiin ja tuleviin neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista tutkiviin kokeisiin, kokeiden tuloksiin ja haasteisiin, sekä kokeiden tulosten ennustamiin rajoihin neutriinon massalle.

2 Teoreettinen tausta

Tässä kappaleessa esitetty teoria pohjautuu Kenneth S. Kranen [7] ja Kai Zuberin [8] esityksiin.

2.1 Esitiedot

Materia koostuu tunnetusti atomeista, joiden keskellä sijaitsee atomin ydin. Ydintä kiertävät negatiivisesti varautuneet elektronit, joiden sanotaan sijaitsevan elektroniorbitaaleilla. Elektronilla ei ole sisärakennetta, vaan se on niin sanottu alkeishiukkanen, ja kuuluu leptoneihin.

Atomin ydin puolestaan koostuu positiivisesti varautuneista protoneista ja varauksettomista neutroneista, joita kutsutaan nukleoneiksi. Nämä ytimessä sijaitsevat nukleonit pitää yhteensidottuna vahva vuorovaikutus. Protonit ja neutronit kuuluvat baryoneihin eivätkä ne ole alkeishiukkasia, vaan niillä on sisärakenne, jonka muodostavat ylös- ja alas-kvarkit.

Isotoopit ovat atomin ytimiä, joiden järjestysluku Z on yhtäsuuri, eli protonien lukumäärä on sama, mutta neutronien lukumäärä N ytimissä saattaa vaihdella. Isobaarilla taas tarkoitetaan ytimiä joiden massaluku A, eli protoni- ja neutronilukujen summa, on sama.

Kaikki ytimet eivät ole vakaita, vaan hajoavat ennen pitkään. Ytimiä, jotka hajoavat tietyn ajan kuluessa, kutsutaan epävakaiksi ytimiksi. Epäväkaa ydin säteilee muita hiukkasia hajotessaan, jotka voidaan havaita radioaktiivisena säteilynä. Epävakaita ytimiä sanotaan myös radioaktiivisiksi ytimiksi.

Epävakaalle ytimelle voidaan määrittää puoliintumisaika $T_{\frac{1}{2}}$. Puoliintumisaika on aika, jonka jälkeen tarkkailluista radioaktiivisista isotoopeista keskimäärin puolet ovat hajonneet.

Radioaktiivinen hajoaminen voidaan luokitella α -, β - ja γ -hajoamisiin. Myös spontaania fissiota, ja eksoottisempia protoni- ja neutroniemissioita voidaan havaita joissakin isotoopeissa.

Useasti radioaktiivisista hajoamisista puhuttaessa kutsutaan hajoavaa ydintä emoytimeksi ja hajoamisessa syntynyttä ydintä tytärytimeksi. Myös tytärydin voi olla radioaktiivinen, jolloin tämä voi toimia uutena emoytimenä, joka hajoaa uudeksi tytärytimeksi. Tälläisiä hajoamissarjoja, joissa epävakaa ydin hajoaa usean epävakaan välivaiheen kautta vakaaksi ytimeksi, kutsutaan hajoamisketjuiksi.

Neutriino on leptoneihin kuuluva kevyt, varaukseton hiukkanen, joka emittoituu esimerkiksi β^+ -hajoamisessa. Neutriinon spini on puoli, kuten muillakin leptoneilla. Neutriinoja on olemassa kolmea eri lajia: elektroni-, myoni- ja τ -neutriino, ja neutriino kykenee vaihtamaan lajiaan spontaanisti: neutriinon sanotaan oskilloivan. Neutriino on maailmankaikkeuden toiseksi yleisin hiukkanen fotonin jälkeen, mutta se on myös samalla yksi vaikeimmin havaittavista, koska sillä ei ole sähkövarausta, ja sen massa on oletetusti todella pieni. Käytännössä neutriino kokee vain heikon vuorovaikutuksen, gravitaation vaikutus on häviävän pieni.

Tässä työssä beeta- ja kakoisbeetahajoamisen yhteydessä viitataan aina elektronin neutriinoon neutriinosta puhuttaessa.

2.2 Ytimen massa

Ytimen massa muodostuu protonien ja neutronien massasta. Massa on useasti pienempi kuin mitä protonien ja neutronien massojen summa erikseen laskettuna. Tämä johtuu siitä, että ytimen massa on pienempi kuin sen muodostamien nukleonien yhteismassa. Kyseistä massaeroa kutsutaan sidosenergiaksi ja se pitää ytimen kasassa.

Ytimen massa voidaan ilmaista muodossa

$$m(A,Z) = Zm_p + (A-Z)m_n - \frac{B}{c^2},$$
 (1)

missä A on ytimen protonien ja neutronien lukumäärien summa, ja c on valonnopeus. Termi B on taas ytimen sidosenergia, joka saadaan esimerkiksi semiempiirisen massakaavan mukaan

$$B(A,Z) = a_V A - a_S A^{\frac{2}{3}} - a_C \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_A \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta(A,Z),$$
(2)

missä a_V, a_S, a_C, a_A ovat ytimen tilavuudesta, pinnasta, sisäisistä Coulombin vuorovaikutuksista (sähköinen repulsio), sekä symmetriasta riipppuvia termien kertoimet. Yhtälössä (2) termi δ on ytimen parillisuustermi, joka määritetään seuraavasti

$$\delta = \begin{cases} -a_P A^{-\frac{1}{2}} & \text{(parillis-parillinen)} \\ 0 & \text{(pariton-parillinen tai parillis-pariton)} \\ +a_P A^{-\frac{1}{2}} & \text{(pariton-pariton)} \end{cases}$$
(3)

Yhtälössä (3) a_P on pariutumisenergiaan liittyvä parametri, ja suluissa olevat pariton ja parillinen viittaavaat ytimen protonien ja neutronien lukumäärien parillisuuteen.

Työssä tutkitut kaksoisbeetasiirtymät, eli hajoamiset, ovat siirtymiä isobaaristen isotooppien väleillä. Tällöin yhtälöstä (1) saadaan massalle verrannollisuussuhde

$$m(Z) \propto \text{vakio} + \alpha Z + \beta Z^2 + \delta,$$
 (4)

missä α ja β ovat ytimen ominaisuuksista riippuvia vakiotermejä. Käytännössä kaksoisbeetahajomista voidaan havaita ytimissä, joissa tavallinen beetahajoaminen on energian säilymisen nojalla kielletty. Parillis-parillisten ytimien ollessa vakaimpia, johtuen ytimen nukleonien spinien pariutumisesta sekä parillisuusenergiasta a_P , ovat kaikki kaksoisbeetahajoavat ytimet parillis-parillisia ytimiä. Käyttäen yhtälöitä (1), (2) ja (3), ja Kranessa [7] ilmoitettuja vakioiden a arvoja, piirretyt massaparaabelit isobaareille A = 76 on esitetty kuviossa 1.

2.3 β -hajoaminen

Nimensä mukaisestikin, kaksoisbeetahajoaminen liittyy hyvin vahvasti tavalliseen β -hajoamiseen. β -hajoamiselle on tyypillistä, että se muuttaa isotoopin järjestyslukua ± 1 pitäen kuitenkin massaluvun A samana. β -hajoamista on kolmea eri lajia.

 β^+ -hajoamisessa ytimessä sijaitseva protoni muuttuu neutroniksi säteillen elektronin neutriinon ja positronin. Reaktio voidaan ilmaista reaktioyhtälönä

$${}^{A}_{Z}X_{N} \to {}^{A}_{Z-1}X'_{N+1} + e^{+} + \nu.$$
(5)

Yhtälössä (5) X on hajoavan isotoopin tunnus, X' tytärytimen tunnus, Z on isotoopin ytimessä sijaitsevien protonien lukumäärä, N neutronien lukumäärä, e^+ merkitsee positronia, ja ν neutriinoa. Positroni on elektronin antihiukkanen, joka on muilta ominaisuuksiltaan



Kuvio 1. Isobaareille A = 76 piirretyt massaparaabelit käyttäen semiempiirisen massakaavan ennustamia massoja ([amu] on atomimassayksikkö).

samanlainen kuin elektronikin, ainoastaan sen varaus on päinvastainen eli positiivinen.

Vastaavalla tavalla voidaan kuvata $\beta^-\text{-hajoaminen}$

$${}^{A}_{Z}X_{N} \to {}^{A}_{Z+1}X'_{N-1} + e^{-} + \bar{\nu},$$
(6)

jossa e^- on elektroni ja $\bar{\nu}$ on elektronin antineutriino. β^- -hajoamisessa ytimessä sijaitseva neutroni muuttuu protoniksi säteillen elektronin ja antineutriinon. β^- -hajoaminen on kokeellisesti kiinnostavin β -hajoamismuoto, sillä siinä syntyneet elektronit ovat helposti havaittavissa, ja ne eivät annihiloidu materian kanssa mittauksissa.

Elektronisieppaus reaktioyhtälönä voidaan ilmaista

$${}^{A}_{Z}X_{N} + e^{-} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}X'_{N+1} + \nu.$$
 (7)

Elektronisieppauksessa (7) ytimessä oleva protoni sieppaa alimmalta atomiorbitaalilta elektronin muuttuen näin neutroniksi samalla säteillen neutriinon.

Edellä mainitut hajoamisprosessit tapahtuvat heikon vuorovaikutuksen välityksellä. Näiden vuorovaikutusten yksityiskohtiin ei kuitenkaan tässä työssä tutustuta, vaan riittää tuntea eri hajoamisten hajoamistuotteet, erityisesti β^- -hajoamisen.

Jotta β -hajoamista voi tapahtua ytimessä, on hajoavalle ytimelle oltava voimassa ehto

$$m(Z,A) > m(Z \pm 1, A), \tag{8}$$

eli emoytimen massan on oltava suurempi kuin tytärytimen. Tämä ehtö johtuu energian säilymisestä. Ytimen hajotessa, säteilee se hiukkasia joilla on massa ja jokin liikemäärä. Jotta energia säilyisi, on näihin massoihin ja liikemääriin liittyvän energian oltava yhtäsuuri kuin emoytimen ja tytärytimen massaerotukseen liittyvä energia. Kuten Einstein osoitti, energialla E ja massalla m on olemassa relaatio

$$E = mc^2. (9)$$

Käytännön syistä, tutkittavilla kaksoisbeetahajoavilla ytimillä on tavallisen β -hajoamisen oltava kielletty, eli

$$m(Z,A) < m(Z \pm 1, A),$$
 (10)

jolloin m(Z, A) ydin ei voi hajota tavallisen β -hajoamisen kautta rikkomatta energian säilymistä eli hajoamista ei havaita, jolloin se ei häiritse kaksoisbeetakokeita.

Edellinen tarkastelu ei huomioi, että tytärydin voi hajota virittyneeseen tilaan, tai että energialla on muitakin muotoja kuin liike-energia, kuten esimerkiksi rotaatio- ja vibraatioenergia. Tarkastelu on kuitenkin tarpeeksi kattava tämän työn suhteen, ja kertoo oleellisimman kaksoisbeetahajoamisen kokeelliseen tutkimukseen liittyen.

2.4 $2\nu\beta\beta$ -hajoaminen

Kaksoisbeetahajoaminen voidaan jakaa kahteen lajiin. Toisessa hajoamisessa säteilee neutriinoja, silloin kyseessä on kahden neutriinon kaksoisbeetahajoaminen eli $2\nu\beta\beta$ -hajoaminen, ja toisessa neutriinoja ei säteile, eli kyseessä on neutriinoton kaksoisbeetahajoaminen eli $0\nu\beta\beta$ -hajoaminen. Pelkästään $0\nu\beta\beta$ -hajoavia ytimiä ei ole olemassa, tai sellaisia ei ainakaan vielä tunneta, joten kaikki neutriinottomasti kaksoisbeetahajoavat ytimet ovat myös $2\nu\beta\beta$ -hajoavia.

 $2\nu\beta\beta$ -hajoaminen voidaan mieltää kahtena peräkkäisenä β -hajoamisena. Kokeissa pyritään tutkimaan ytimiä, joiden tavalliset kaksoisbeetahajoamiset ovat energeettisesti kiellettyjä, jolloin ainoa sallittu siirtymä on kaskoisbeetahajoaminen. Kuviossa 1 tätä ilmiötä on havainnollistettu ⁷⁶Ge-isotoopille: germanium ei kykene hajoamaan yksinkertaisen beetahajoamisen kautta arseeniksi, mutta kykenee kaksoisbeetahajoamaan seleeniksi. Kaksoisbeetahajoamisille on voimassa samankaltainen ehto kuin β -hajoamisellekin

$$m(A, Z) > m(A, Z \pm 2).$$
 (11)

Kokeiden kannalta oleellisin hajoamismuoto on $2\nu\beta^{-}\beta^{-}$ -hajoaminen, jossa säteilee kaksi elektronia ja kaksi antineutriinoa. Reaktioyhtälönä $2\nu\beta^{-}\beta^{-}$ -hajoaminen voidaan ilmaista seuraavasti

$${}^{A}_{Z}X_{N} \to {}^{A}_{Z+2}X'_{N-2} + 2e^{-} + 2\bar{\nu}.$$
(12)

Yhtälössä (12) syntyneet elektronit ovat helposti havaittavissa kokeellisesti, ja niiden energia voidaan mitata. Reaktiossa vapautunut energia, eli Q-arvo, on jakautunut yhtälössä (12) neljän leptonin kesken. Q-arvo on muutaman MeV:n luokkaa. Käytännössä ainoastaan elektronien energiaa voidaan mitata. Mitatussa elektronien summan energiajakaumassa energian odotetaan olevan alle $2\nu\beta^{-}\beta^{-}$ -hajoamisen Q-arvon, koska osa energiasta on jakaantunut havaitsemattomille neutriinoille. Elektronien odotettua energioiden summan jakaumaa on havainnollistettu kuviossa 2.

Myös $2\nu\beta^+\beta^+$ -hajoaminen on mahdollista joillekkin ytimille, mutta se on energeettisesti matalampi kuin $2\nu\beta^-\beta^-$ -hajomainen (< 1 MeV). Matalan energian takia $2\nu\beta^+\beta^+$ hajoaminen on kokeellisesti haastava havaita, ja täten ei kovin mielenkintoinen reaktio neutriinofysiikan kannalta juuri tällä hetkellä.

2.5 $0\nu\beta\beta$ -hajoaminen

Neutriinoton kasoisbeetahajoaminen, eli $0\nu\beta\beta$ -hajoaminen, on kaksoisbeetahajoamista, jossa ei säteile yhtään neutriinoja. Se on helpoin mieltää reaktiyhtälöinä

$${}^{A}_{Z}X_{N} \to {}^{A}_{Z+1}X'_{N-1} + e^{-} + \bar{\nu}$$
(13)

$${}^{A}_{Z+1}X'_{N-1} + \nu \to {}^{A}_{Z+2}X''_{N-2} + e^{-}.$$
(14)

Yhtälössä (14) neutriino ν absorboituu ytimen X' neutroniin säteillen elektronin. Tälläistä reaktiota kutsutaan neutriinosieppaukseksi tai käänteiseksi β -hajoamiseksi.

 $0\nu\beta\beta$ -hajoamisen havaitseminen on periaatteeltaan sama kuin $2\nu\beta\beta$ -hajoamisen havait-





Kuvio 2. $2\nu\beta\beta$ - ja $0\nu\beta\beta$ -hajoamisessa sätelleiden elektronien energioiden odotettu summan jakauma.

seminen. Kokeissa mitataan hajoamisessa säteilevien elektronien energioiden summaa. Energian summan odotetaan olevan piikki $0\nu\beta\beta$ -hajoamisessa, sillä käytännössä kaikki reaktiossa vapautunut energia on jakautunut säteileville elektroneille. Piikkiä on havainnollistettu kuviossa 2.

Vaikka $0\nu\beta\beta$ -hajoamista ei olekkaan kokeissa vielä havaittu, on hajoamisen puoliintumisajan mittaavan koelaitteiston herkkyydelle voitu kuitenkin arvioida verrannollisuus joka riippuu kokeellisista suureista:

$$T_{\frac{1}{2}}^{0\nu} \propto \sqrt{\frac{M \cdot t}{B \cdot \Delta E}},\tag{15}$$

missä M on tutkittavan isotooppinäytteen massa, t kulunut aika, ΔE on energian epätarkkuus (puoliarvoleveys) mitatun energiapiikin kohdalla, ja B on taustasäteilyindeksi, joka annetaan usein yksiköissä lkm a⁻¹ kg⁻¹ keV⁻¹.

Koska neutriinottomaa kaksoisbeetahajoamista ei ole vielä havaittu on sen puoliintumisajalle kyetty määrittämään ainoastaan alaraja, jota käyttäen voidaan neutriinon massan odotusarvolle laskea yläraja. Liitteessä A on esitetty kaksi tapaa arvioida neutriinon massalle yläraja puoliintumisaikojen alarajojen avulla.

2.6 Neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen havaitsemisen seuraukset

Ensimmäinen konkreettinen seuraus kaksoisbeetahajoamisen kokeellisesta haviatsemisesta, neutriinon massan selvittämisen lisäksi, olisi todiste siitä, että neutriino todellakin on itsensä antihiukkanen. Kuten yhtälöistä (13) ja (14) nahdään, on $\beta^{-}\beta^{-}$ -hajoaminen mahdollista ainoastaan jos neutriino on niin sanottu Majorana-hiukkanen, eli itsensä antihiukkanen. Tämä selittäisi sen kuinka ensimmäisessä yhtälössä säteillyt antineutriino on muuttunut tavalliseksi neutriinoksi.

Toinen oleellinen seuraus on B-L-symmetrian rikkoutuminen neutriinottomassa kaksoisbeetahajoamisessa. B-L-symmetrian mukaan baryonien ja laptonien lukumäärien erotuksen on säilyttävä ydinreaktion molemmin puolin samana. Neutriinottomassa kaksoisbeetahajoamisessa ytimen massaluku ei muutu, jolloin baryonien luku on reaktion kummallakin puolella sama. Reaktiossa syntyneet elektronit ovat taas leptoneita, jolloin on selvää, että B-L rikkoutuu neutriinottomassa kaksoisbeetahajoamisessa. Tavallinen kaksoisbeetahajoaminen taas säteilee myös kaksi antineutriinoa, jolloin ongelmia ei synny B-L-symmetrian suhteen.

Molemmat yllämainitut seuraukset ovat standardimallin selittämättömissä. Tämä tarkoittaa, että neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen havaitseminen olisi osoitus nykyiseen standardimalliin sisältymättömän fysiikan olemassaolosta.

Taulukko 1. Arvio eri isotooppien rikastamisen hinnalle sentrifugoimalla, ja isotoopin kaksoisbeetahajoamisen Q-arvon suuruus sekä runsaus. Suluissa oleva luku sisältää arvioidun 20% alennuksen massatuotetulle isotoopille [9].

Isotooppi	Runsaus	$Q_{\beta\beta}(\mathrm{keV})$	Hinta kg^{-1}	Hinta 10 tonnia kohden (Milj.\$)
$^{76}\mathrm{Ge}$	7,61	2039,0	~80	800 (640)
$^{82}\mathrm{Se}$	8,73	2996	~120	1200(1000)
$^{100}\mathrm{Mo}$	$9,\!63$	3034,4	~80	800~(640)
$^{116}\mathrm{Cd}$	$7,\!49$	2805	~180	1800(1440)
^{124}Sn	5,79	2287	~300	3000(2600)
$^{130}\mathrm{Te}$	34,08	2527,5	~20	200(160)
$^{136}\mathrm{Xe}$	8,87	2458,7	~5-10	50-100 (40-80)
150 Nd (?)	5,6	$3371,\!4$	>300	> 3000

3 Kokeet

3.1 Kokeiden keskeiset haasteet

Suurimmat haasteet kaksoisbeetahajoamisen kokeellisessa tutkimuksessa ovat taustasäteilyn minimointi, rikastetun isotooppilähteen tuottaminen ja riittävän tarkan mittaustarkkuuden saavuttaminen [8].

Tutkittavaa kaksoisbeetasäteilevää isotooppia valittaessa on huomioitava isotoopin $\beta\beta$ hajoamisen Q-arvon suuruus, ja kyky rikastaa kyseistä isotooppia. Q-arvon on oltava riittävän suuri, jotta se voidaan helpommin eritellä kokeessa esiintyvästä taustasäteilystä. Isotooppia tulisi pystyä rikastamaan tarpeeksi suuri määrä, jolloin hajoamisia tapahtuisi keskimäärin enemmän, ja täten myös havaintoja voitaisiin kerätä suurempi määrä. Rikastamiseen liittyvät kaupalliset ja teknilliset ongelmat, kuten hinta ja nykyhetkinen teknillinen kyky rikastaa tiettyä isotooppia. Kokeellisesti havaittujen kaksoisbeetahajoavien isotooppien rikastamisen hinta-arvioita, Q-arvoja, ja prosentiuaalisia osuuksia luonnossa esiintyvissä isotoopeissa (runsaus) on esitetty taulukossa 1. Taulukkoon on kerätty vain ne alkuaineet, joita voidaan rikastaa sentrifugoimalla. Sentrifugaatio on tällä hetkellä paras rikastamisprosessi tuottamaan suuren määrän rikasttua alkuainetta [9]. Toinen haaste on taustasäteilyn aiheuttamien häiriöiden minimointi. Suurimpia taustasäteilyn lähteitä ovat:

- Kosminen säteily
- Luonnollinen radioaktiivisuus, kuten uraanin, kaliumin ja toriumin hajoaminen
- Ihmisen aiheuttama säteily, esimerkiksi ydinvoimalat ja ydinkokeet
- Isotooppilähteen muut hajoamismuodot

Yleisin tapa minimoida taustasäteily on suorittaa kokeet maan tai paksun kalliokerroksen alla. Tällöin suurin osa taustasäteilystä vaimenee maaperään, ja tehtäväksi jää minimoida sisäiset häiriötekijät, kuten mittauslaitteiston radioaktiiviset epäpuhtaudet. Isotooppilähde itsessään on merkittävä sisäinen häiriötekijä, koska isotooppiytimen hajotessa, voi se hajota tytärytimeksi, joka puolestaan on myös radioaktiivinen.

Tulevaisuudessa neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista tutkiviin kokeisiin, jotka kykenisivät määrittämään neutriinon massan 3-5 meV tarkkuudella, tarvitaan noin 10 tonnia rikastettua isotooppia [9]. Nykyiset kokeet sisältävät alle tonnin verran rikastettua isotooppia. Taulukon 1 perusteella, parhaiten mittauksiin soveltuvat isotoopit ovat ¹³⁰Te ja ¹³⁶Xe, sillä näiden isotooppien Q-arvon ja hinnan suhde on paras. Xenonin kohdalla on kuitenkin saatavuuden suhteen paljon ongelmia sen ollessa luonnosa harvinainen alkuaine, eli sen runsaus on pieni taulukon 1 mukaan.

Seuraavaksi esitetään muutama kaksoisbeetahajoamista tutkivaa koetta. Kokeiden keskeisimmät tulokset on kerätty taulukkoon 2 kappaleessa 4.

3.2 GERDA

3.2.1 Laitteisto ja toimintaperiaate

GERDA¹ on Italian Gran Sasson kansainvälisessä laboratoriossa sijaitseva kaksoisbeetahajoamista tutkiva koe [10]. Kokeessa käytetään säteilylähteinä ⁷⁶Ge-rikastettuja germaniumkiteitä, jotka on upotettu nestemäistä argonia sisältävään tankkiin, joka puolestaan on upotettu ulkoiseen vedellä täytettyyn tankkiin. Kokeen kaaviokuva on esitetty kuviossa 3.

 $^{^1\}mathrm{GERmanium}$ Detector Array

Germanium-kiteet toimivat diodeina, jotka on asetettu käänteiseen bias-jännitteeseen. Kun kide vuorovaikuttaa ionisoivan säteilyn kanssa, havaitaan bias-jännitteessä muutos. Tämä virran muutossignaali vahvistetaan, ja se syötetään FADC²-laitteistolle. GERDA-kokeessa lähde ja ilmaisin ovat identtisiä, tutkittava ionisoiva säteily on ⁷⁶Ge $2\beta\beta$ -hajoamisessa vapautuneet elektronit. Kokeessa käytetään kahdenlaisia Ge-ilmaisimia, semikoaksiaalisia ilmaisimia ja BEGe³-ilmaisimia.

Germanium valittiin, koska se on kokeen suunnitteluvaiheen aikana tarjonnut parhaimman tarkkuuden kaikista sen hetkisistä hiukkasilmaisimista. Germaniumia voidaan rikastaa siten, että se voi parhaimmillaan sisältää ~ 86% ⁷⁶Ge-isotooppia, joka on kaksoisbee-tahajoavaa. Koaksiaalisille ilmaisimille energian mittaustarkkuus on ~ 2‰ luokkaa ja BEGe-ilmaisimille se on $\leq 1.5\%$ luokkaa.

Kokeen taustasäteily pyritään minimoimaan asettamalla ilmaisimet sisältävät tankit paksun kalliokerroksen alle, missä Gran Sasson laboratorio sijaitsee. Ilmaisimen uloimmassa vesitankissa on valomonistimia, jotka havaitsevat Cherenkovin säteilyä, jota syntyy kun dielektrisessä (vesi) väliaineessa kulkevat varatut hiukkaset (muonit) ylittävät vastaavan eristeessä kulkevan valon vaihenopeuden. Muonit ovat peräisin kosmisesta säteilystä, ja niitä virtaa noin $1 \text{ m}^{-1} \text{ h}^{-1}$ vuolla koetta suojaavan kalliokerroksen alle. Vesitankki myös vaimentaa sisätankkiin pääsevää muutakin säteilyä.

Radiopuhtaalla kuparilla vuoratussa sisätankissa olevan nestemäisen argonin on tarkoitus vaimentaa ulkoista vesitankin läpäissyttä säteilyä. Argonia käytetään, koska sillä voidaan suojata ilmaisimet paremmin, kuin perinteisillä germanium-ilmaisinkokeissa käytetyillä materiaaleilla [11]. Paremmin tarkoittaa tässä yhteydessä, että itse materiaalia on vähemmän, ja täten myös potentiaalisia radioaktiivisia lähteitä on ilmaisimen välittömässä läheisyydessä pienempi määrä.

GERDA kokeessa on pääsääntöisesti kaksi vaihetta. Ensimmäinen vaihe on jo suoritettu ja sen tulokset on esitetty taulukossa 2. Toisen vaiheen mittaukset ovat meneillään.

²Flash Analog to Digital Converter

³Broad Energy Germanium

3.2.2 Vaihe 1

Ensimmäisessä vaiheessa käytetiin kahdeksaa semikoaksiaalista germanium-ilmaisinta ja viittä BEGe-ilmaisinta. Koaksiaalisia ilmaisimia oli käytetty jo kahdessa aikaisemmassa kaksoisbeetakokeessa: Heidelberg & Moscow- sekä IGEX-kokeissa. Dataa kuitenkin käytettiin vain kuudesta käytössä olleesta koaksiaalisesta ilmaisimesta, ja neljästä BEGeilmaisimesta. Kahden koaksiaalisen ilmaisimen tulokset hylättiin virtavuodon takia, ja yhden BEGe-ilmaisimen tulos hylättiin sen epämääräisesti vaihtelevan mitatun datan takia.

Data-analyysissä kaikki kaksoisbeetahajoamisen *Q*-arvoa lähellä oleva data sokaistiin, jotta tulokset voitaisiin käsitellä mahdollisimman ennakkoluulottomasti. BEGe-ilmaisimen mittaama data käsiteltiin erikseen koaksiaalisten ilmaisimien mittaamasta datasta. Koaksiaalisten ilmaisimien mittaama data taas käsiteltiin myös kahdessa osassa. Tämä jaottelu tehtiin perustuen ilmaisimien mittaustarkkuuteen, ja mittausten aikana havaittuun taustasäteilyn määrään.

Tavallisen kaksoisbeetahajoamisen puoliintumisajaksi pystyttiin näin määrittämään $T_{\frac{1}{2}}^{2\nu} = (1,926\pm0,095)\cdot10^{21}$ a, ja neutriinottomalle kaksoisbeetahajoamiselle alaraja $T_{\frac{1}{2}}^{0\nu} > 2,1\cdot10^{25}$ a. Neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista ei kyetty havaitsemaan ensimmäisessä vaiheessa.

3.2.3 Vaihe 2

Toisessa vaiheessa germaniumin massaa kasvatettiin ilmaisimessa yhteensä 20 kg verran lisäämällä BEGe-ilmaisimia kokeeseen. BEGe-ilmaisintyyppi valittiin sen tarkemman energiaresoluution takia, ja koska PSD⁴-menetelmää voidaan soveltaa BEGe-ilmaisimien yhteydessä. Sisemmän tankin seinämien kuparipitoisuutta pienennettiin, ja sisempään tankkiin lisättiin myös valomonistimia havaitsemaan nestemäisessä argonissa syntyviä fotoneja. Kuparipitoisuuden pienentämisellä pyritään vähentämään ilmaisimiin pääsevän ulkoisen säteilyn osuutta. Yhdistämällä tämä sisemmän tankin valonmonistimien mittaaman datan kanssa, voidaan toisessa vaiheessa saavuttaa parempi tarkkuus kuin ensimmäisessä vaiheessa.

Toisessa vaiheessa odotetaan 10-kertaa matalempaa taustasäteilyn määrä. Kolmen vuoden datankeruun jälkeen neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen puoliintumisaika voidaan määrittää $1,4 \cdot 10^{26}$ a tarkkuudella. Tämä ei kuitenkaan takaa, että ilmiö havaittaisiin,

⁴Pulse Shape Discrimination



Kuvio 3. Konseptuaalinen kaaviokuva GERDA-kokeesta. Kuvassa havainnollistetaan kuinka taustasäteily vaimenee, ja kuinka taustasäteily havaitaan valomonistimien rekisteröimän Cherenkov-säteilyn avulla.

vaan se tarkoittaa, että mikäli $0\nu\beta\beta$ -hajoamisen puoliintumisaika on kyseisen tarkkuuden luokkaa, olisi se mahdollista havaita.

3.3 CUORE-kokeet

Tässä kappaleessa esitetään kolme vahvasti toisiinsa liittyvää koetta kronologisessa järjestyksessä. Kokeet ovat toimintaperiaatteltaan samanlaisia, ja ne seuraavat toinen toistaan.

3.3.1 Laitteisto ja toimintaperiaate

Kokeet pyrkivät selvittämään neutriinottoman kakskoisbeetahajoamisen puoliintumisaikaa ¹³⁰Te-isotoopissa. Kokeissa käytetään TeO₂-kiteitä. Telluuri on valittu tutkittavaksi alkuaineeksi sen ollessa luonnostaan hyvin ¹³⁰Te-pitoista, ja ¹³⁰Te-isotoopin hyvän *Q*-arvon takia. Telluuria ei täten tarvitse mitenkään erityisemmin rikastaa, sillä luonnollinen pitoisuus on jo luokkaa ~ 30%.

Kokeissä käytetään kryogeenisiä, eli hyvin kylmässä ajettavia bolometrejä. Bolometri on laite, joka mittaa sähkömagneettista säteilyä. Sähkömagneettinen säteily aiheuttaa bolometrissä lämpötilan muutoksen, joka voidaan mitata käyttäen termistoria, eli lämpötilaherkkää sähkövastusta. Tästä voidaan sopivaa analyysia soveltamalla laskea



Kuvio 4. Kaaviokuva CUORE-kokeissa käytetystä bolometristä. Mukaillen lähdettä [12].

sähkoömagneettisen säteilyn energia. Bolometrit mittaavat kokeissa kiteiden sisältämän ¹³⁰Te-isotoopin kaksoisbeetahajoamisen yhteydessä säteilevien elektronien energiaa. Ilmaisimet itsessään toimivat siis myös säteilylähteinä. Elektronien aiheuttama lämpötilan muutos on noin parin megaelektronivoltin luokkaa, jonka takia bolometrit on pidettävä hyvin kylmässä lämpötilassa, jotta tämä pieni lämpötilan muutos olisi havaittavissa.

Lämpötilan muutosta mittaavat germaniumtermistorit. Jokaiseen TeO_2 -kiteeseen on kiinnitetty tälläinen termistori. Yhden bolometrin rakennetta on havainnollistettu kuviossa 4.

Kaikki kokeet sijaitsevat, tai ovat sijainneet, Italian Gran Sasson kansainvälisessä laboratoriossa, jossa suuri vuoren kivimassa suojaa kokeita taustasäteilyltä. Bolometrien käyttöä ehdottivat E. Fiorini ja T.O. Niinikoski. Aikaisemmin bolometreihin perustuvaa mittausmenetelmää oli käytetty MIBETA- ja MANU-kokeissa. [13]

3.3.2 Cuoricino

Cuoricino⁵ toimi pilottikoneena laajemman skaalan CUORE-kokeelle. Cuoricinon tarkoitus oli kartoittaa bolometrimittauksissa esiintyvän taustasäteilyn luonnetta ja selvittää ¹³⁰Teisotoopin $0\nu\beta\beta$ -hajoamisen mahdollinen puoliintumisaika. [14]

Koe koostui yhteensä 62 TeO_2 kiteestä, jotka oli asetettu 13 kerroksiseen torniin. Telluu-

 $^{^5}$ Italiaksi, pikku sydän

rin kokonaismassa oli 40,8 kg, josta 11,8 kg oli ¹³⁰Te-isotooppia. Käytetyistä kiteistä 44 kappaletta olivat kooltaan $5 \times 5 \times 5 \text{ cm}^3$ ja 14 kappaletta $3 \times 3 \times 6 \text{ cm}^3$. Lisäksi kokeessa oli vielä mukana kaksi ¹³⁰Te-rikastettua $3 \times 3 \times 6 \text{ cm}^3$ kidettä, ja kaksi ¹²⁸Te-rikastettua $3 \times 3 \times 6 \text{ cm}^3$ kidettä [14]. Rikastettujen kiteiden ¹³⁰Te-pitoisuus oli 75%, rikastamattomien kiteiden pitoisuus oli 33,8%, ja ¹²⁸Te-rikastettujen kiteiden ¹³⁰Te pitoisuus oli hyvin vähäinen. Kiteet kasvatettiin Sanghain keramiikan instituutissa, kuljetettiin Italiaan meriteitse, koska lentokuljetuksessa kiteet olisivat saastuneet vahvasta kosmisesta säteilystä johtuen. [13]

Kiteitä pidettiin mittausten aikana kryostaatissa, jonka lämpötila oli noin 8 – 10mK. Ollessaan meneillään koe vaati huomattavan määrän huoltoa ja kalibrointia. Jopa mekaanisista värähtelyistä johtuvat lämpötilan muutokset kryostaatissa, jossa kristallit pidettiin, piti huomioida koejärjestelyissä. Kaiken kaikkiaan koetta ajettiin viisi vuotta vuosien 2003 ja 2008 välillä.

Mittausten lopputulos oli, että suurin osa taustasäteilystä johtui rakenteessa sijaitsevien ydinten hajoamistuotteena syntyvien α -hiukkasten säteilystä. $0\nu\beta\beta$ -hajoamiselle ¹³⁰Te-isotoopissa kyettiin määrittämään alarajaksi $T_{\frac{1}{2}}^{0\nu} = 2,9 \cdot 10^{24}$ a 90% varmuudella [12], koska $0\nu\beta\beta$ -hajoamista ei havaittu mittausten aikana.

3.3.3 CUORE-0

Kokeen CUORE-0 tarkoitus oli testata kaikkia puhdistus- ja kasaamismenetelmiä, joita oli suunniteltu varsinaiselle CUORE-kokeelle, sekä verrata statistisesti paranneltujen taustasäteilyltä suojaavien menetelmien laatua Cuoricinon tuloksiin [15]. Ilmaisin koostui 52 kappaleesta rikastamattomista telluuri-kiteistä, jotka olivat kooltaan 5 cm^3 kuutioita. Koko ilmaisimen paino oli 39 kg, josta ~ 11 kg oli ¹³⁰Te-isotooppia.

Ilmaisin sijaitsi samassa kryostaatissa kuin Cruoricinokin. Kokeen CUORE-0 kryostaattia suojasi 20 cm paksuinen lyijykerros, sekä samanpaksuinen boraatilla käsitelty polyteenikerros. Itse ilmaisinta suojasi vielä 1 cm paksuinen radiopuhdas lyijykerros. Koko CUORE-0 laitteisto oli lisäksi asetettu Faradayn-häkkiin, jonka tarkoitus oli suojata koe ulkoisilta sähkömagneettisilta häiriöiltä.

Noin kahden vuoden ajon jälkeen lopputulos oli, että parannukset puhdistus- ja kasaamismenelmiin olivat hyvin tehokkaita. Kryostaatin rakenteesta johtuva α -säteilyä saatiin vaimennettua huomattavasti, ja kiteiden tarkkuus oli keskimääräisesti parempi. [12]

3.3.4 CUORE

CUORE ⁶ on viimeisin askel kryogeensiä bolometrejä käyttävien $0\nu\beta\beta$ -hajoamista tutkivien kokeiden sarjassa. CUORE on maailman suurin koskaan rakennettu bolometrejä käyttävä koe. CUORE koostuu 19 tornista kryostaatteja, jokainen näistä torneista on samanlainen kuin kokeessa CUORE-0 käytetty torni. Telluuri kokonaismassa on 741 kg, josta 206 kg on ¹³⁰Te-isotooppia. [12]

CUOREn kryostaatti on isompi kuin CUORE-0:ssa ja Cuoricinossa käytetty, ja siinä on pyritty vähentämään kryostaatin rakenteesta peräisin olevaa taustasäteilyä käyttämällä puhtaampia materiaaleja pienemmissä määrissä. Esimerkiksi osa kryostaatissa olevasta lyijystä on peräisin antiikin Rooman ajoilta [12]. Antiikkista lyijyä on käytetty sen erityisen radiopuhtauden takia — aikojen saatossa suurin osa lyijyn luonnollisesti sisältämien radioaktiivisten isotooppien osuus on vähentynyt hyvin pieneksi niiden hajotessa.

Mikäli CUOREn suorituskyky on samaa luokkaa kuin CUORE-0:ssa, voidaan CUOREN olettaa saavuttavan neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen puoliintumisajalle mittausherkkyyden, joka on luokkaa 10²⁶a. Tällä hetkellä valmiita CUOREn torneja säilytetään typpikaasussa, jonka tarkoitus on suojata torneja ennen kokeen kasaamista ja varsinaista käynnistämistä. Koe kasataan, ja varsinaisten mittausten on tarkoitus alkaa vuonna 2016. [12]

3.4 Muita kokeita

Lopuksi esitellään lyhesti vielä muita kaksoisbeetahajoamista tutkivia kokeita.

3.4.1 Heidelberg-Moscow

Heidelberg-Moscow oli vuosina 1990-2003 toimiva neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista tutkiva koe Italian kansainvälisessä Gran Sasson labratoriossa. Koe tutki $0\nu\beta\beta$ -hajoamista käyttäen viittä rikastettua ⁷⁶Ge-kidettä, jotka toimivat sekä säteilyn lähteinä että ilmaisimina. Tutkittavan isotoopin kokonaismassa oli kymmenisen kilogrammaa. Osa kokeen kollaboraatiosta uskoi löytävänsä näyttöä $0\nu\beta\beta$ -hajoamisesta, mutta havaintoon liittyy virheanalyysin kannalta paljon epämääräisyyttä, ja tulos on täten kyseenalainen. Periaatteeltaan Heidelberg-Moscow muistuttaa nykyistä GERDA-koetta. [16]

⁶Cryogenic Underground Observatory for Rare Events

3.4.2 COBRA

COBRA⁷ on myös Italian Gran Sasson kansainvälisessä laboratoriossa toimiva neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista tutkiva koe. Kokeessa käytetään kadmium-sinkki-telluuri (CZT) puolijohteita, jotka toimivat kokeessa sekä säteilylähteinä että itse ilmaisimina. Tutkittavat isotooppit ovat ¹¹⁴Cd, ¹¹⁶Cd, ⁷⁰Zn, ¹³⁰Te ja ¹²⁸Te. CZT puolijohteiden etu on, että ne toimivat huoneenlämmössä, mikä yksinkertaistaa koeasetteluja jonkin verran.

COBRAsta rakennettiin kokeiluversio, jota ajettiin 32 CZT-kiteellä. Kokeiluversio rakennettiin loppuun vuonna 2013, jolloin siinä oli yhteensä 64 kidettä. Suuremman skaalan COBRA-kokeen suunnittelu on vielä työn alla, mutta tähän asti kerätty data on jo antanut varteenotettavia tuloksia. [17, 18]

3.4.3 EXO-200

EXO⁸-200 on Yhdysvaltojen New Mexicon osavaltion WIPP⁹:ssä sijaitseva neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista tutkiva koe. Kokeessa käytetään 200kg nestemäistä xenonia, josta tutkittava isotooppi on ¹³⁶Xe. Xenon sijaitsee aikaprojektiokammiossa (TPC¹⁰). TPC on hiukkasilmaisin, joka käyttää sähkö- ja magneettikentän yhdistelmää ilmaisinkaasun kanssa, ja kykenee selvittämään hiukkasten rataa ja vuorovaikutuksia kolmessa ulottuvuudessa. Aikaprojektiokammion voi mieltää kolmiulotteisena sumukammiona. EXO-200 on kyennyt ensimmäisenä määrittämään ¹³⁶Xe-isotoopin $2\nu\beta\beta$ -hajoamisen puoliintumisajan.

Koe on meneillään tällä hetkellä, ja siitä on suunnitteilla tonnin skaalan jatkokoe: nEXO. nEXO:n yksi haasteista on kehittää tapa "merkitä" hajoamistuotteena syntynyt ¹³⁶Ba, tarkoituksena minimoida kokeessa esiintyvä taustasäteily. [19]

⁷Cadmium-zinc-telluride O-neutrino double-Beta-decay Research Apparatus

⁸Enriched Xenon Observatory

⁹Waste Isolation Pilot Plant

¹⁰Time Projection Chamber

3.4.4 SNO+

 $SNO+^{11}$ on Canadan Sudburryn kaupungissa sijaitseva neutriinokoe. Koe suoritetaan SNOLAB:issa, noin 2 km:n syvyydessä maan alla. SNO+-kokeen päätarkoitus on tutkia neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista 130 Te-isotoopissa, jota koe tulee sisältämään 800 kg.

Koe on rakenteeltaan 12 m halkaisijaltaan oleva pallonmuotoinen akryylitankki, joka sisältää tuikeainetta. Tämä tankki kelluu suuremmassa tankissa, joka sisältää puhdasvettä. Puhdasveden tarkoitus on suojata koe ulkoiselta säteilyltä. Akryylitankkia monitoroi noin 9300 valonmonistinta, jotka mittaavat telluurissa tapahtuvan kaksoisbeetahajoamisen säteilemien elektronien synnyttämien fotonien energiaa.

Tuikeainetta on yhteensä 780 tonnia ja puhdasvettä 7000 tonnia. Käytetty tuikeaine on aromaattista hiilivetyä, lineaarista alkyylibentseeniä (LAB). Samaa ainetta käytetään muun muassa tiskiaineiden valmistamiseen. Aine on valittu sen hyvän saatavuuden, hinnan, lineaarisen energiavasteen ja koelaitteiston kanssa yhteensopivuuden takia.

 $0\nu\beta\beta$ -hajoamisen lisäksi SNO+ tutkii myös reaktorineutriinojen oskillaatioita, sekä maaperässä, auringossa ja supernovissa syntyviä neutriinoja. $0\nu\beta\beta$ -vaihe on tarkoitus aloittaa vuonna 2017. [20]

 $^{^{11}\}mathrm{Sudbury}$ Neutrino Observatory

Taulukko 2. Eri $0\nu\beta\beta$ -hajoamista tutkivien kokeiden keskeisiä tuloksia. Tähdellä merkityt tulokset ovat kokeista, jotka ovat meneillään tai tulevia, ja ovat täten arvioita. Suluissa esitetyt arvot neutriinon massan ylärajalle ovat vastaavista puoliintumisaikaellipsoideista luettu. Muut neutriinon massan ylärajan arvot ovat kuvasta 5 ja 6 luetut keskiarvot vastaavalle isotoopille.

Koe	Isotooppi	Altistus [kg a]	$T^{0\nu}_{rac{1}{2}} \left[10^{25} \mathrm{a} \right]$	$\langle m_{\nu} \rangle_{\rm max} [{\rm eV}]$
GERDA 1 [21]	$^{76}\mathrm{Ge}$	$21,\!6$	2,1	$0,21 \ (0,42)$
GERDA 2 [10]	$^{76}\mathrm{Ge}$	-	14*	0,082
Cuoricino [14]	$^{130}\mathrm{Te}$	19,75	2,8	0,097 $(0,17)$
CUORE-0 [22]	$^{130}\mathrm{Te}$	$9,\!8$	2,7	-
CUORE [15]	$^{130}\mathrm{Te}$	-	10^{*}	0,052
Heidelberg-Moscow [23]	$^{76}\mathrm{Ge}$	47,7	1,9	-
COBRA [24]	$^{116}\mathrm{Cd}$	-	35^{*}	0,032
EXO-200 [25]	$^{136}\mathrm{Xe}$	100	1,9	0,16
SNO+[20]	$^{130}\mathrm{Te}$	-	9^{*}	-

4 Tulokset ja laskut

Taulukkoon 2 on koottu kappaleessa 3 esitettyjen kokeiden keskeisiä tuloksia. Mikäli merkityssä lähteessä on ilmoitettu useampi tulos esimerkiksi puoliintumisajan arviolle, on taulukossa annettu varmempi tulos. Taulukossa ilmoitettu altistus antaa yhteyden kokeessa tutkitun isotoopin määrälle ja kokeen kestolle. Se on suure, joka kuvaa kuinka paljon tietoa tutkitun isotoopin neutriinottomasta kaksoisbeetahajoamisesta kukin koe on voinut antaa ajonsa aikana.

Laskin muutamissa kokeissa määritettyjen ja ennustettujen neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen puoliintumisaikojen avulla arvion neutriinon massalle. Käytin yhtälöä (16), joka on esitetty liitteessä A. Massat laskin käyttäen lähteissä [26] ja [27] ilmoitettuja faasiavaruustekijöiden ja ydinmatriisielementtien ilmoitettuja arvoja (K), sekä lähteissä [28] ja [29] ilmoitettuja faasiavaruustekijöiden ja ydinmatriisielementtien arvoja (SH). Efektiivinen vektorikytkentävakio asetettiin kaikissa laskuissa arvoon $g_A = 1,26$. Päätin käyttää eri lähteiden ilmoittamia arvioita faasiavaruustekijöille ja ydinmatriisielementeille, jotta neutriinon massan odotusarvolle saataisiin laajempi arvio havainnollistamaan laskujen ennustamien tulosten eroavaisuuksia.



Kuvio 5. Arvioita neutriinon massan odotusarvon ylärajalle käyttäen mitattuja neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen puoliintumisajan alarajoja kolmella eri isotoopilla.

Saadut kuvaajat on esitetty kuvissa 5 ja 6. Kuvassa 5 on käytetty GERDA 1-, Cuoricinoja EXO-200-kokeissa määritettyjä puoliintumisajan alarajaa germaniumille, telluurille ja kadmiumille. Kuvassa 6 on taas käytetty GERDA-2, CUORE- ja COBRA-kokeissa arvioituja puoliintumisajan alarajaa germaniumille, telluurille ja xenonille.

Koska eri lähteistä valituilla parametreille neutriinon massan ylärajalle saatiin selvästi poikkeavia arvoja, päätin laskea näistä arvoista keskiarvon kullekkin isotoopille helpottamaan vertailua. Saadut keskiarvot on koottuna taulukkoon 2.

Kokeiden puoliintumisajoista laskin myös neutriinon massan odotusarvon ottamalla huomioon sekä oikea- että vasenkätiset virrat. Laskin germaniumille ja telluurille käyttäen taulukossa 2 esitettyjä puoliintumisaikojen alarajoja Gerda 1- ja Cuoricino-kokeille. Käytetty yhtälö (17) on esitetty liitteessä A. Germaniumille käytin lähteessä [29][t.11, sarake 1] esitettyjä arvoja, ja telluurille käytin lähteessä [29][t.25, sarake 1] esitettyjä arvoja.

Lopulliset kolmiulotteiset ellipsoidit, ja niiden projektiot $(\langle \lambda \rangle, \langle \eta \rangle)$ - ja $(\langle m \rangle, \langle \lambda \rangle)$ -tasolle, on esitetty kuviossa 7 ja 8. Piirsin ellipsoidit laskemalla ensin yhtälön (17) ratkaisut optimoimalla käyttäen eri alkuarvauksia, jonka jälkeen siistin kuvaajaa poistamalla epätarkat arvot saadusta pistejoukosta. Siistimisen johdosta osa hyvistäkin arvoista on kadotettu, josta johtaa juurensa tyhjä vyö keskellä ellipsoideja. Tämä ei kuitenkaan haittaa,



Kuvio 6. Arvioita neutriinon massan odotusarvon ylärajalle käyttäen arvioituja neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen puoliintumisajan alarajoja kolmella eri isotoopilla.

sillä ellipsoidin muoto ja projektiot eivät tästä erityisemmin kärsineet. Lisäksi huomataan, että ottamalla virtauskytkentäparametrit huomioon, saadaan massan ylärajalle suurempi tulos, kuin mitä kuvassa 5 on saatu vastaaville isotoopeille.



(a) Kolmiulotteinen puoliintumisaikaellipsoidi



(b) Projektio $(\langle \lambda \rangle, \langle \eta \rangle)$ -tasolle

(c) Projektio $(\langle m \rangle, \langle \lambda \rangle)$ -tasolle

Kuvio 7. ⁷⁶Ge-isotoopille laskettu kolmiulotteinen puoliintumisaikaellipsoidi ja projektiot eri tasoille.



(a) Kolmiulotteinen puoliintumisaikaellipsoidi



(b) Projektio $(\langle \lambda \rangle, \langle \eta \rangle)$ -tasolle

(c) Projektio $(\langle m \rangle, \langle \lambda \rangle)$ -tasolle

 ${\bf Kuvio} ~ {\bf 8.} ~ {}^{130} {\it Te-isotoopille} ~ laskettu ~ kolmiulotteinen ~ puoliintumisaikaellipsoidi ja ~ pro$ jektiot eri tasille.

5 Johtopäätokset

Vertaamalla keskenään työssä esitettyjä kokeita, on selvää, että bolometreihin, puolijohteisiin ja tuikeaineisiin perustuvat kokeet ovat suositumpia tällä hetkellä, ja myös lähitulevaisudessa. Kaikki kokeet perustuivat $\beta^{-}\beta^{-}$ -hajoamisessa säteilevien elektronien summaenergian mittaamiseen. Tutkittava isotooppi toimi sekä säteilylähteenä että ilmaisimena. Kaikki kokeet sijaitsivat myös paksun maakerroksen alla, joka vaikuttaisi olevan paras tapa suojata kokeet ulkoiselta säteilyltä.

GERDA-, CUORE- Heidelberg-Moscow-, sekä SNO+-kokeissa käytetyt isotoopit olivat 76 Ge ja 130 Te. Tämän uskon johtuvan germaniumin halvasta rikastamiseen liittyvästä hinnasta ja hyvästä saatavuudesta. Telluuri on myös halpaa rikastaa, ja sisältää jo luonnostaan kohtalaisen paljon 130 Te-isotooppia.

Uudemmissa kokeissa, kuten COBRA- ja EXO-kokeissa käytettiin kadmiumia ja xenonia. ¹³⁶Xe on verrattavissa sen hinnan ja Q-arvon suhteen ¹³⁰Te-isotooppiin, mutta xenonin kohdalla ongelma on aineen harvinaisuus luonnossa. ¹¹⁶Cd tarjoaisi kokeissa käytetyistä isotoopeista parhaan Q-arvon, mutta se on myös hyvin kallista rikastaa.

Tulevaisuutta ajatellen on kiinnostavaa nähdä minkälaisia tuloksia muut alkuaineet tulevat antamaan $0\nu\beta\beta$ -hajoamisen rajoille. Kuten taulukosta 1 nähdään, ¹⁰⁰Mo olisi hinnaltaan verrattavissa germaniumiin ja Q-arvoltaan kolmasosan korkeampi kuin germanium. Molybdeeniä käytetään tällä hetkellä muun muassa NEMO3-kokeessa [9]. Toinen kiinnostava alkuaine on seleeni, jonka ⁸²Se-isotooppia käytetään SuperNEMO-kokeessa [9]. Energian suhteen ylivoimaisesti paras sentrifugoimalla rikastettavissa oleva alkuaine olisi neodyymi. Neodyymiä ei kuitenkaan kyetä vielä tarpeeksi tehokkaasti rikastamaan sentrifugoimalla, jonka takia sen käyttö on ongelmallista.

Missään kaksoisbeetahajoamista tutkivissa kokeissa ei yritetty havaita neutriinoja. Neutriinojen suora havaitseminen systemaattisesti on ainakin nykytiedon mukaan likimain mahdotonta neutriinon vuorovaikuttaessa hyvin heikosti ja harvoin muun materian kanssa. Mikäli tulevaisuudessa neutriinojen havaitsemiseen kehitetään uusia ja parempia tekniikoita, voisivat ne edistää kaksoisbeetatutkimuksia huomattavasti. Nykyään kokeissa pystytään jäljittämään säteilleet elektronit, kuten EXO-200-kokeessa on tehty aikaprojektiokammion avulla.

Datankäsittelyyn vaikuttaa liittyvän myös paljon haasteita. Yksi ongelmista on taustasäteilyn ja tutkittavien kaksoisbeetahajoamisten säteilemien hiukkasten erittely saadussa energiaspektrissä. Yksikään koe ei ole vielä kyennyt täysin suojautumaan ulkoiselta säteilyltä. Ulkoiselta säteilyltä kokonaan suojautuminen vaikuttaa hyvin haastavalta, sillä vaikka maan alla säteilyindeksit ovat paljon pienempiä, on taustalla aina luonnollisen kallioperän säteily ja kosmisen säteilyn rippeet. Myös kokeiden sisäisten saastumien osuus taustasäteilyyn vaikutti olevan merkittävä, ainakin GERDA- ja CUORE-kokeissa.

Yksikään koe ei ole vielä kyennyt havaitsemaan neutriinotonta kaksoisbeetasäteilyä. Kokeet ovat kuitenkin kyenneet määrittämään hajoamiselle alarajan, josta on voitu laskea neutriinon massalle yläraja. Työssä esiteltyjen kokeiden tulosten perusteella on arvioitu neutriinon massan odotusarvoa kuvissa 5, 6, 7c ja 8c. Kokeet antavat keskenään samaa kertaluokkaa olevia, mutta silti eriäviä tuloksia. Täten massaa voidaan arvioida vain kertaluokan suhteen.

Jo päättyneiden kokeiden perusteella (kuva 5) neutriinon massan odotetaan olevan kertaluokkaa ~ 10^{-1} eV. Uusien kokeiden ennustettujen tarkkuuksien perusteella (kuva 6) voidaan saavuttaa tarkkuus, joka taas on kertaluokkaa ~ 10^{-2} eV. Vertaamalla kuvan 5 antamia luloksia neutriinon massalle, germaniumin ja telluurin puoliintumisaikojen suhteen, kuviin 7c ja 8c, voidaan todeta tulosten olevan suhtellisen hyvässä sopusoinnussa keskenään, ainakin kertaluokka on samaa. Nykyisistä tuloksista eriäviä tuloksia saisi laskettua hyvin helposti valitsemalla ydinmatriisielementit, faasiavaruus- ja aksiaalikytkentätekijät eri lähteistä sopivasti. Tämä kertoo neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen teoriaan liittyvien parametrien nykyisestä epätarkkuudesta.

Lopputulokseksi voidaan todeta neutriinon olevan todella kevyt hiukkanen, yli miljoona kertaa kevyemmän kuin elektroni. Neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista ei ole vielä kyetty vahvistamaan kokeellisesti, joten tällä hetkellä ei tiedetä onko neutriino itsensä antihiukkanen, toisin sanoen Majorana-hiukkanen.

Lähteet

- W. Pauli. Open letter to the group of radioactive people at the Gauverein meeting in Tübingen. 1930. URL: http://microboone-docdb.fnal.gov/cgi-bin/ RetrieveFile?docid=953;filename=pauli%20letter1930.pdf.
- [2] E. Fermi. "Tentativo di una Teoria Dei Raggi β". Il Nuovo Cimento 11(1) (tammikuu 1934), s. 1–19. DOI: 10.1007/bf02959820. URL: http://dx.doi.org/10.1007/bf02959820.
- [3] M. Goeppert-Mayer. "Double Beta-Disintegration". *Phys. Rev.* 48(6) (syyskuu 1935),
 s. 512-516. DOI: 10.1103/physrev.48.512. URL: http://dx.doi.org/10.1103/
 PhysRev.48.512.
- W. H. Furry. "On Transition Probabilities in Double Beta-Disintegration". *Phys. Rev.* 56(12) (joulukuu 1939), s. 1184–1193. DOI: 10.1103/physrev.56.1184. URL: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.56.1184.
- [5] E. Majorana ja L. Maiani. "A symmetric theory of electrons and positrons". Teoksessa: *Ettore Majorana Scientific Papers*. Springer Science + Business Media, s. 201–233. DOI: 10.1007/978-3-540-48095-2_10. URL: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-48095-2_10.
- [6] A. S. Barabash. "Double beta decay: Historical review of 75 years of research". *Physics of Atomic Nuclei* 74(4) (huhtikuu 2011), s. 603–613. DOI: 10.1134/ s1063778811030070. URL: http://dx.doi.org/10.1134/s1063778811030070.
- [7] K. S. Krane. Introductory Nuclear Physics. Wiley, 1987. ISBN: 047180553X.
- [8] K. Zuber. Neutrino physics. Bristol Philadelphia: Institute of Physics Pub, 2004. ISBN: 0750307501.
- [9] A. S. Barabash. "The new generation of double beta decay experiments: are there any limitations?" Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics 39(8) (toukokuu 2012), s. 085103. DOI: 10.1088/0954-3899/39/8/085103. URL: http://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/39/8/085103.
- [10] G. Benato. Search of Neutrinoless Double Beta Decay with the GERDA Experiment.
 2015. eprint: arXiv:1509.07792.

- [11] K.-H. Ackermann et al. "The Gerda experiment for the search of 0νββ-decay in ⁷⁶Ge". Eur. Phys. J. C 73(3) (maaliskuu 2013). DOI: 10.1140/epjc/s10052-013-2330-0. URL: http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-013-2330-0.
- [12] CUORE-organization. The CUORE collaboration. 2016. URL: http://cuore.lngs. infn.it/en/ (viitattu 12.03.2016).
- [13] C. Arnaboldi et al. "Results from a search for the $0\nu\beta\beta$ -decay of ¹³⁰Te". Phys. Rev. C 78(3) (syyskuu 2008). DOI: 10.1103/physrevc.78.035502. URL: http: //dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.78.035502.
- [14] E. Andreotti et al. "¹³⁰Te neutrinoless double-beta decay with CUORICINO". Astroparticle Physics 34(11) (kesäkuu 2011), s. 822–831. DOI: 10.1016/j.astropartphys. 2011.02.002. URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.astropartphys.2011.02. 002.
- [15] A. Giachero et al. "The CUORE and CUORE-0 experiments at Gran Sasso". EPJ Web of Conferences 95 (2015). Toim. L. Bravina, Y. Foka ja S. Kabana, s. 04024.
 DOI: 10.1051/epjconf/20159504024. URL: http://dx.doi.org/10.1051/ epjconf/20159504024.
- B. Schwingenheuer. "Status and prospects of searches for neutrinoless double beta decay". ANNALEN DER PHYSIK 525(4) (tammikuu 2013), s. 269–280. DOI: 10.1002/andp.201200222. URL: http://dx.doi.org/10.1002/andp.201200222.
- [17] J. Ebert et al. Results of a search for neutrinoless double-beta decay using the COBRA demonstrator. 2015. eprint: arXiv:1509.04113.
- J. Ebert et al. "Current Status and Future Perspectives of the COBRA Experiment". Advances in High Energy Physics (2013), s. 1–6. DOI: 10.1155/2013/703572. URL: http://dx.doi.org/10.1155/2013/703572.
- [19] EXO-organization. The EXO experiment. 2016. URL: https://www-project.slac. stanford.edu/exo/about.html (viitattu 19.03.2016).
- S. Andringa et al. "Current Status and Future Prospects of the SNO+ Experiment". *Advances in High Energy Physics* (2016), s. 1–21. DOI: 10.1155/2016/6194250. URL: http://dx.doi.org/10.1155/2016/6194250.
- [21] M. Agostini et al. "Results on Neutrinoless Double-β Decay of ⁷⁶Ge from Phase I of the GERDA Experiment". *Phys. Rev. Lett.* 111(12) (syyskuu 2013). DOI: 10.1103/physrevlett.111.122503. URL: http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.111.122503.

- [22] K. Alfonso et al. "Search for Neutrinoless Double-Beta Decay of ¹³⁰Te with CUORE-0". Phys. Rev. Lett. 115(10) (syyskuu 2015). DOI: 10.1103/physrevlett.115. 102502. URL: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.102502.
- [23] H. Klapdor-Kleingrothaus et al. "Latest results from the HEIDELBERG-MOSCOW double beta decay experiment". The European Physical Journal A 12(2) (lokakuu 2001), s. 147–154. DOI: 10.1007/s100500170022. URL: http://dx.doi.org/10.1007/s100500170022.
- [24] B. Wonsak. "Status and Perspectives of the COBRA Experiment". *Physics Procedia* 61 (2015), s. 295-299. DOI: 10.1016/j.phpro.2014.12.048. URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.phpro.2014.12.048.
- J. B. Albert et al. "Search for Majorana neutrinos with the first two years of EXO-200 data". Nature 510(7504) (kesäkuu 2014), s. 229–234. DOI: 10.1038/nature13432.
 URL: http://dx.doi.org/10.1038/nature13432.
- [26] J. Barea, J. Kotila ja F. Iachello. "Nuclear matrix elements for double-β decay". *Phys. Rev. C* 87(1) (tammikuu 2013). DOI: 10.1103/physrevc.87.014315. URL: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.87.014315.
- [27] J. Kotila ja F. Iachello. "Phase-space factors for double-β decay". Phys. Rev. C 85(3) (maaliskuu 2012). DOI: 10.1103/physrevc.85.034316. URL: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.85.034316.
- [28] J. Hyvärinen ja J. Suhonen. "Nuclear matrix elements for 0νββ-decays with light or heavy Majorana-neutrino exchange". Phys. Rev. C 91(2) (helmikuu 2015). DOI: 10.1103/physrevc.91.024613. URL: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.91.024613.
- [29] J. Suhonen ja O. Civitarese. "Weak-interaction and nuclear-structure aspects of nuclear double beta decay". *Physics Reports* 300(3-4) (heinäkuu 1998), s. 123–214.
 DOI: 10.1016/s0370-1573(97)00087-2. URL: http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573(97)00087-2.

A Liite

A.1 Neutriinon massa

Ennustetut neutriinon massan ylärajat laskin käyttäen lähteessä [10][yht. 2] esitettyä yhtälöä

$$\frac{1}{T_{\frac{1}{2}}} = G^{0\nu} g_A^4 \left| M^{0\nu} \right|^2 \frac{\langle m_\nu \rangle^2}{m_e^2}$$

$$\Rightarrow \quad \langle m_\nu \rangle = {}_{(-)}^+ m_e \left[T_{\frac{1}{2}} G^{0\nu} g_A^4 \left| M^{0\nu} \right|^2 \right]^{-\frac{1}{2}}, \tag{16}$$

missä m_e on elektronin massa, $T_{\frac{1}{2}}$ on $0\nu\beta\beta$ -hajoamisen puoliintumisajan alaraja, $G^{0\nu}$ on faasiavaruustekijä, g_A on efektiivinen aksiaalivektorikytkentävakio ja $M^{0\nu}$ on ydinmatriisielementti. Yhtälön tarkempaan teoreettiseen taustaan ei perehdytä tässä työssä. Yhtälö on yksi tapa ilmaista neutriinon massalle yläraja käyttäen puoliintumisajan alarajaa.

A.2 Puoliintumisaikaellipsoidi

Kun puoliintumisaika tiedetään, voidaan neutriinon massan odotusarvolle $\langle m \rangle$, sekä oikea- ja vasenkätisille virtauskytkentäparametreille $\langle \lambda \rangle$ ja $\langle \eta \rangle$, määrittää rajat käyttäen lähteessä [29][yht.5.2] esitettyä yhtälöä

$$\frac{1}{T_{\frac{1}{2}}} = C_{mm} \langle m' \rangle^2 + C_{m\lambda} \langle \lambda \rangle \langle m' \rangle + C_{m\eta} \langle \eta \rangle \langle m' \rangle + C_{\lambda\lambda} \langle \lambda \rangle^2 + C_{\eta\eta} \langle \eta \rangle^2 + C_{\lambda\eta} \langle \lambda \rangle \langle \eta \rangle, \quad (17)$$

missä $T_{\frac{1}{2}}$ on $0\nu\beta\beta$ -hajoamisen puoliintumisajan alaraja, C_{XX} ovat vakiokertoimia (yksikkö a⁻¹), ja $\langle m' \rangle$ on elektronin massalla normitettu neutriinon massan odotusarvo

$$\langle m' \rangle = \frac{\langle m_{\nu} \rangle}{m_e}.$$

Kun yhtälön ratkaisee pitämällä massa- ja virtauskytkentäparametrit muttujina, saadaan määritettyä kolmiulotteisen ellipsoidin pinta. Tämän pinnan sisään jäävät pisteet kertovat valitulla puoliintumisajalla sallitut arvot kyseisille muuttujille.

Työssä ei käsitellä virtauskytkentäparametreja, tai niiden merkitystä, vaan ollaan kiinnostuneita yhtälön asettamasta rajasta neutriinon massalle.