

**Perhetaustan ja kodin varhaisen numeerisen oppimisym-
päristön yhteys laskusujuvuuteen 1.-3. luokilla**

Anna Niska

Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma

Kevätlukukausi 2020

Kasvatustieteiden laitos

Jyväskylän yliopisto

TIIVISTELMÄ

Niska, Anna. 2020. Perhetaustan ja kodin varhaisen numeerisen oppimisympäristön yhteys laskusujuvuuteen 1.-3. luokilla. Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden laitos. 36 sivua.

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, miten lapsen perhetausta ja kodin varhainen numeerinen oppimisympäristö ovat yhteydessä lapsen varhaiseen laskusujuvuuteen ja sen kehitykseen ensimmäiseltä luokalta kolmannelle luokalle. Perhetaustaa tarkasteltiin vanhempien kokemien matematiikan oppimisen haasteiden ja vanhempien yhteenlasketun koulutustason kautta. Kodin varhaista numeerista oppimisympäristöä käsiteltiin ennen kouluikää kotona toteutetun numeerisen harjoittelun yleisyytenä. Tutkimuksen aineistona käytettiin Jyväskylän yliopiston luku- ja laskusujuvuuden kehitystä tutkivan Flare-hankkeen aineistoa, joka on kerätty vuonna 2016. Tutkittavien joukko koostui 200 keskisuomalaisesta peruskoululaisesta, joiden laskusujuvuuden kehitystä tarkasteltiin ensimmäisen luokan kevästä kolmannen luokan kevääseen. Tutkimusmenetelmänä käytettiin hierarkkista lineaarista regressioanalyysia.

Tutkimuksen tulokset osoittivat, että ensimmäisen luokan laskusujuvuus selitti suureksi osaksi kolmannen luokan laskusujuvuutta. Siten lasten asemoitumisen laskusujuvuuden jakaumaan voidaan todeta olevan melko pysyvää peruskoulun alussa. Tutkitut perheeseen ja kodin varhaiseen numeeriseen harjoitteluun liittyvät tekijät eivät juurikaan vaikuttaneet laskusujuvuuden kehitykseen, mikä on osittain ristiriidassa suhteessa aiempaan tutkimustietoon. Vanhempien kokemat matematiikan oppimisen vaikeudet selittivät kuitenkin pienen osuuden ensimmäisen luokan laskusujuvuuden lähtötasosta. Vanhempien yhteenlaskettu koulutustaso puolestaan selitti pienen osuuden vähennyslaskusujuvuuden kehityksestä ensimmäiseltä luokalta kolmannelle luokalle.

Asiasanat: aritmeettiset perustaidot, laskusujuvuus, kodin numeerinen oppimisympäristö, familiaaliset oppimisvaikeusriskit

SISÄLTÖ

TIIVISTELMÄ

1	JOHDANTO	1
1.1	Varhaiset matemaattiset taidot	1
1.2	Laskusujuvuuden kehittyminen.....	3
1.3	Perhetaustan yhteys matemaattisiin taitoihin	5
1.4	Kotiympäristössä tapahtuvan varhaisen harjoittelun yhteys matemaattisiin taitoihin	8
1.5	Tutkimusongelmat.....	12
2	TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN	14
2.1	Tutkimukseen osallistujat ja tutkimusasetelma	14
2.2	Tutkimusmenetelmät	15
2.3	Aineiston analyysi	17
3	TULOKSET	19
3.1	Vanhempien oppimisen haasteiden, vanhempien koulutustason ja kodin varhaisen numeerisen harjoittelun yhteys lapsen yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuteen.....	22
3.2	Vanhempien oppimisen haasteiden, vanhempien koulutustason ja kodin varhaisen numeerisen harjoittelun yhteys lapsen yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen.....	25
4	POHDINTA	29
	LÄHTEET	37

1 JOHDANTO

1.1 Varhaiset matemaattiset taidot

Matemaattiset perustaidot kehittyvät 5–8 vuoden iässä. Taitojen kehitys on kumuloituvaa, sillä varhaiset taidot ovat pohja myöhemmälle oppimiselle (Aunio & Räsänen, 2016). Varhaiset matemaattiset taidot ovat yhteydessä myöhempään laskusujuvuuteen (Carr & Alexeev, 2011). Matemaattiset perustaidot voi jakaa neljään pääryhmään, joita ovat lukumääräisyydentaju, matemaattisten suhteiden ymmärtäminen, laskemisen taidot ja aritmeettiset perustaidot. (Aunio & Räsänen, 2016.)

Lukumääräisyydentaju tarkoittaa ihmisessä olevaa ominaisuutta, jonka avulla lukumääriä erotetaan tarkasti toisistaan lukualueella 1–4 (Dehaene, 1997). Lukumääräisyydentaju mahdollistaa myös määrien ja suuruusluokkien hahmottamisen ja arvioinnin (Aunio & Räsänen, 2016). Laskusujuvuuden kannalta lukumääräisyydentaju tukee aritmeettisten faktojen muistista palauttamisen onnistumista (Jordan ym., 2015). Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen tarkoittaa käsitystä kymmenjärjestelmästä, paikka-arvon periaatteesta, matemaattis–loogisista periaatteista, aritmeettisistä peruseriaatteista ja laskusymboleista. Matemaattisten suhteiden ymmärrystä tarvitaan matematiikassa luokiteluun ja vertailuun. (Aunio & Räsänen, 2016.)

Laskemisen taidolla tarkoitetaan taitoa laskea objekteja luettelemalla. Laskemisen taidon kehittymistä edeltää lukusanojen oppiminen ja niiden yhdistäminen numerosymboleihin sekä lukusanojen luettelu oikeassa järjestyksessä. Näiden taitojen kehittyessä mahdollistuu objektien lukumäärän laskeminen. (Aunio & Räsänen, 2016.) Laskemisen taitoja voi tarkastella myös lukujonoihin liittyvinä taitoina, kuten lukujen järjestämisenä pienimmästä suurimpaan,

suurimmasta pienimpään tai taitona luetella lukujonon parilliset luvut tai tasakymmenet (Koponen, Salmi, Eklund & Aro, 2012). Laskemisen taidot ovat aritmeettisten taitojen perusta ja ennustavat myöhempää aritmetiikan sujuvuutta. Aritmeettiset taidot sisältävät aritmeettisten faktojen tuntemisen sekä yhteen- ja vähennyslaskun taidot. (Aunio & Räsänen 2016.) Kornin (2011) mukaan aritmeettisillä faktoilla tarkoitetaan kahden positiivisen yksinumeroisen luvun muodostamia laskutoimitusten tuloksia. Taito hyödyntää aritmeettisiä faktoja laskutoimitusten ratkaisussa kertoo laskusujuvuudesta (Korn, 2011).

Yleiset kognitiiviset taidot vaikuttavat matematiikan osaamiseen (Koponen, Aunola, Ahola & Nurmi, 2007; Cirino, Fuchs, Elias, Powell & Schumacher, 2015). Nopea sarjallinen nimeäminen on vahvasti yhteydessä laskemisen taitoihin ja yhdessä sen kanssa ennakoii aritmetiikan sujuvuutta fonologisen tietoisuuden kontrolloinnista huolimatta (Koponen ym., 2012.) Fonologisen tietoisuuden on kuitenkin todettu korreloivan matemaattisen kompetenssin kanssa (Niklas & Schneider, 2014). Laskemisen taitojen kautta fonologinen tietoisuus on epäsuorasti yhteydessä aritmeettisiin taitoihin (Koponen ym., 2012). Fonologisen tietoisuuden merkitys liittyy etenkin lukusanojen oppimiseen (Krajewski & Schneider, 2009).

Myös lyhytkestoinen muisti on yhteydessä sekä laskemiseen että aritmeettisiin taitoihin (Koponen ym., 2012). Työmuisti todettiin laskemisen taitojen ohella tehokkaaksi matematiikan oppimisen ennustajaksi varhaisen oppimisen vaiheessa (Passolunghi, Vercelloni & Schadee, 2007). Swanson ja Kim (2007) tarkastelivat työmuistin ja lyhytkestoisen muistin yhteyksiä aritmeettisiin taitoihin erikseen. Tulosten mukaan työmuisti ennustaa matemaattista suoriutumista lyhytkestoista muistia paremmin, kun huomioitiin sekä työmuistin varastointikyky että prosessointikyky.

Matematiikan oppimisen vaikeuksien yhteydessä tyypillistä on prosessointinopeuden ja ei-kielellisen päättelyn taitojen heikkous (Cirino ym., 2015). Sen sijaan yleisen älykkyyden yhteydestä matemaattiseen suoriutumiseen on olemassa ristiriitaista tietoa. Niklas ja Schneider (2014) totesivat positiivisen yhteyden yleisen älykkyyden ja matemaattisten taitojen välillä. Passolunghin ja

kumppaneiden (2007) tutkimuksessa yleisen älykkyyden ei todettu olevan suoraan yhteydessä matemaattiseen kapasiteettiin. Myöskään Kopenen ja kumppaneiden (2012) tutkimuksessa älykkyydosamäärällä ei ollut kykyä ennustaa myöhempää aritmetiikan sujuvuutta. Tutkittaessa aritmeettisten faktojen muistista palauttamista korkeamman älykkyydosamäärän oppilaat pärjäsivät tehtävässä alemman älykkyydosamäärän tehtäviä paremmin, mutta vaikutus ei kasvanut seurannassa (Jordan, Hanich & Kaplan 2003). Vaikuttaisi siltä, että yleinen älykkyys voi korreloida matematiikan osaamisen kanssa poikittaistutkimusasetelmassa, mutta kausaalista suoraa yhteyttä ei ole (Passolunghi ym., 2007).

1.2 Laskusujuvuuden kehittyminen

Laskusujuvuudella tarkoitetaan kykyä suorittaa yksinkertaisia yhteen- ja vähennyslaskutoimituksia yksinumeroisilla luvuilla nopeasti ja virheettömästi. Laskusujuvuutta voi mitata vastauksen tuottamiseen kuluvana aikana. (Carr & Alexeev, 2011.) Laskemisen taidot ja nopea sarjallisen nimeämisen taito ennustavat myöhempää hyvää laskusujuvuutta (Koponen ym., 2012). Luettelemalla laskeminen on yleensä ensimmäinen strategia, jota lapsi käyttää ratkaistakseen yhteen- tai vähennyslaskun (Aunio & Räsänen 2016). Luettelemisen taitokin sisältää eri kehitysvaiheita (Shrager & Siegler, 1998). Tyypillisesti lapsi aloittaa luettelemalla molemmat yhteenlaskettavat yksitellen sormia apuna käyttäen ja sen jälkeen luetellen kaikki sormet alusta. Seuraavassa vaiheessa lapsi pystyy luettelemaan toisen yhteenlaskettavan suoraan ensimmäisen perään. Laskemisen taito kehittyy myös lapsen oivaltaessa yhteenlaskun vaihdannaisuuden, jolloin opitaan lisäämään yhteenlaskettavista pienempi suuremman perään (Shrager & Siegler, 1998.)

Nuorten lasten on huomattu valitsevan tehtävän suorittamiseen sopiva strategia joustavasti eri vaihtoehtojen joukosta (Shrager & Siegler, 1998). Mahdollisia strategioita yhteen- ja vähennyslaskujen suorittamisessa ovat luettelemalla laskeminen, laskun sisältämien lukujen hajottaminen pienempiin osiin ja

apulaskujen hyödyntäminen (Vasilyeva, Laski & Shen, 2015). Alkuopetusikäisillä lapsilla tyypillistä on konkreettisten apuvälineiden käyttö laskutehtävän ratkaisemisessa. Mahdollisuuksia ovat sormilla laskeminen, lukusuoran käyttö tai ylimääräisten merkintöjen tekeminen kynällä. Laskustrategian kehittyminen ilmenee siten, että lapsi luopuu apukeinoistaan. (Carr & Alexeev, 2011.)

Sujuvuuden kehittymisen oletetaan olevan seurausta siitä, että aritmeettiset faktat järjestyvät muistissa (Carr & Alexeev, 2011). Kokemus tehtävien toistamisesta kehittää strategiaa kohti muistista palauttamista. Ensimmäisenä mahdollistuu helppojen ja tuttujen laskutoimitusten vastausten muistista palauttaminen. (Shrager & Siegler, 1998.) Automatisoituminen tarkoittaa laskutoimitusten tulosten palauttamista pitkäkestoisesta muistista luettelemalla laskemisen tai muiden laskustrategioiden sijaan (Barrouillet & Fayol, 1998; Aunio & Räsänen, 2016; Koponen ym., 2012).

Strategian kehittyminen on hyödyllistä, koska kognitiivisia resursseja vapautuu aritmeettisten peruslaskutaitojen automatisaation ansiosta ja prosessointi on mahdollista suunnata muuhun kuin peruslaskutoimituksiin (Barrouillet & Fayol, 1998). Muistista palauttamiseen perustava strategia on yhteydessä parempaan tarkkuuteen laskemisen strategiaan verrattuna (Vasilyeva ym., 2015). Kun yksinnumeroisten lukujen yhteen- ja vähennyslaskusta siirrytään kaksinnumeroisten lukujen laskutoimituksiin, merkittäväksi strategiaksi tulee kymmenjärjestelmän hyödyntäminen laskemisessa. Tällöin myös automatisoituneita aritmeettisiä faktoja voi soveltaa haastavien laskutoimitusten osina (Vasilyeva ym., 2015).

Suurin osa lapsista korvasi laskemiseen perustuvat strategiat kognitiivisella eli muistamiseen perustuvalla strategialla kolmen vuoden tutkimusjakson aikana Carrin ja Alexeevin (2011) tutkimuksessa. Lapset, joilla oli todettu matematiikan oppimisvaikeus, kehittivät hitaammin aritmeettisten faktojen muistamisessa verrattuna oppimisvaikeuksia kokemattomiin lapsiin Jordanin ja kumppaneiden (2003) tutkimuksessa. Laskustrategian kehittymistä voi pitää universaalina ilmiönä, jossa lapsi pyrkii taitojensa kehittyessä tehokkaimpaan ja

tarkimpaan laskutehtävien suorittamisen tapaan (Vasilyeva ym., 2015). Laskustrategioiden käytössä on havaittu myös yksilöllisiä eroja. Heikosti matematiikassa suoriutuvien lasten on todettu suosivan laskemiseen perustuvia strategioita normaalisti suoriutuviin lapsiin verrattuna pitempään. (Carr & Alexeev 2011.) Esimerkiksi sormien apuvälineenä käyttämistä ilmeni matematiikan oppimisvaikeuksia kokeneilla lapsilla Jordanin ja kumppaneiden (2003) tutkimuksessa vielä kolmannella luokalla, mikä on suhteellisen myöhäistä.

Yksilöllisten erojen lisäksi strategioiden käyttöön voi olettaa liittyvän myös kulttuurisia eroja. Vasilyevan ja kumppanien (2015) tutkimuksessa taiwanilaiset ensimmäisen luokan oppilaat käyttivät muistista palauttamiseen perustuvia strategioita yhdysvaltalaisia ensimmäisen luokan oppilaita useammin. Kulttuurien välisiä eroja on mahdollista selittää harjoittelumäärien eroilla. Laskusujuvuutta käytetään yleisesti matematiikan taitotason määrittelyyn, koska laskemisen sujumattomuutta pidetään melko itsenäisenä matemaattisten vaikeuksien piirteenä (Cirino ym., 2015). Hartin, Petrillin ja Thompsonin (2010) tulokset viittaavat siihen, että laskusujuvuudella olisi keskeinen vaikutus matemaattisiin taitoihin ja haasteisiin.

1.3 Perhetaustan yhteys matemaattisiin taitoihin

Perhetaustan ja kotiympäristön yhteyttä matematiikan osaamiseen on tutkittu liittyen oppimisen valmiuksiin (esim. Visser, Juan & Hannan, 2019) ja toisaalta liittyen taitojen kehitykseen (esim. Niklas & Schneider, 2014). Taitojen periytymistä perheen sisällä voi käsitellä suorana tai epäsuorana periytymisenä. Suoralla periytymisellä viitataan geneettiseen periytymiseen ja epäsuoralla kodin oppimisympäristön vaikutukseen, joka ilmenee lapsen taidoissa. Epäsuora periytyminen viittaa myös sosioekonomisiin tekijöihin. Toisaalta suorien ja epäsuorien vaikutusten erottelu taitojen periytymistä selittäessä ei ole yksiselitteistä. Esimerkiksi Koposen ja kumppaneiden (2007) havaitsema positiivinen yhteys äidin korkeamman koulutustason ja lapsen matemaattisen suoriutumisen välillä

voi olla seurausta äidin koulutuksen tuomista kyvyistä ohjata matematiikan opiskelua tai toisaalta kertoa matemaattisen taitotason geneettisestä periytymisestä.

Perimään liittyvät tekijät ovat mahdollisuus tarkastella perhetaustan yhteyttä lapsen matemaattisiin taitoihin. Matemaattisten taitojen geneettistä periytyvyyttä on selvitetty kaksostutkimuksen keinoin. Identtisten kaksosten matemaattisen taitotason on todettu olevan keskenään samanlaisempi kuin täyssisarusten, puolisisarusten tai serkusten matemaattisten taitojen. (Hart, Petrill & Kamp Dush, 2010.) Toisaalta taitojen vastaavuutta saman perheen sisällä voi selittää saman ympäristön jakamisella (Hart, Petrill & Thompson, 2010). Hart, Petrill ja Kamp Dush (2010) havaitsivat täyssisarusten ja samassa perheessä kasvanneiden ei-biologisten sisarusten taitotason vastaavuuden yhtä suureksi. Tästä päätellen geenit eivät yksin sanele matemaattisten taitojen kehittymistä, vaan ympäristöllä voi olla yhtä lailla merkitystä. Esimerkiksi kotona ja koulussa tapahtuva harjoittelu on oppimiseen vaikuttava ympäristötekijä (Vasilyeva ym., 2015). Lisäksi geneettiset tekijät vaikuttavat siihen, millaiseksi kodin oppimisympäristö muotoutuu (Hart, Petrill & Kamp Dush, 2010). Todennäköisesti geeneihin pohjautuvat matematiikan oppimisen vaikeudet johtavat siihen, että niitä kokenut vanhempi suhtautuu matematiikkaan negatiivisemmin kuin oppimisvaikeuksia kokematon vanhempi. Siten vanhemman oppimisvaikeudet voivat liittyä myös matematiikan välttelyyn kotona (Soni & Kumari, 2017).

Hart, Petrill ja Kamp Dush (2010) totesivat matemaattisiin taitoihin vaikuttavia geneettisiä tekijöitä paitsi heikosti suoriutuvien ryhmässä, myös normaalisti suoriutuvien joukossa. Tämä viittaa siihen, että matemaattisiin taitoihin liittyy periytyvyyttä koko taitotason kirjossa, ei ainoastaan matematiikan oppimisen haasteiden suhteen. Ei ole olemassa matematiikan vaikeuksia aiheuttavia geenejä, vaan matematiikan vaikeuksissa on kyse taitoja säätelevien geenien normaalijakauman matalasta ääripäästä (Kovas ym., 2007). Matemaattiseen suoriutumiseen vaikuttavia geneettisiä tekijöitä tutkiessa taustalta on löydetty lukemisen taitoihin limittyviä geneettisiä vaikutuksia sekä itsenäisiä vaikutuksia. Itsenäiset geneettiset vaikutukset koskivat etenkin laskusujuvuutta. (Hart, Petrill &

Thompson, 2010.) Oppimiskykyä säätelevät geneettiset tekijät limittyvät toisiinsa. Kovasin ja kumppaneiden (2007) mukaan on noin 70 prosentin todennäköisyys, että lukutaitoon liittyvä geneettinen vaikutus liittyy myös matemaattisiin taitoihin.

Matemaattisten taitojen periytymisen lisäksi on syytä kiinnittää huomiota myös yleisten kognitiivisten taitojen periytymiseen, sillä nämä voivat vaikuttaa matematiikan osaamiseen (Koponen ym., 2007; Cirino ym., 2015). Kognitiivisten taitojen periytyvyyttä on tutkittu vertaamalla adoptiovanhemman ja -lapsen kognitiivisten taitojen yhtenevyyttä biologisen vanhemman ja lapsen taitojen yhtenevyyteen. Petrillin ja Deater-Deckardin (2004) tutkimuksessa biologisen vanhemman ja lapsen kognitiivisten taitojen todettiin vastaavan toisiaan selkeämmin kuin adoptiovanhemman ja -lapsen taitojen. Yleisten kognitiivisten taitojen kehitys on yhteydessä matemaattisiin taitoihin (Koponen ym., 2007) ja toisaalta matemaattisia taitoja ohjaavat geenit ovat osittain limittyneet yleiseen älykkyyteen vaikuttavien geenien kanssa (Hart, Petrill & Thompson, 2010). Siten kognitiivisten ominaisuuksien periytyminen voi vaikuttaa matemaattisten taitojen oppimisen taustalla.

Perhetaustan yhteyttä matemaattisiin taitoihin voi tarkastella myös epäsuorana periytymisenä, esimerkiksi sosioekonomisesta näkökulmasta. Tällöin esimerkiksi kodin tarjoamat oppimisen resurssit ovat tarkastelun kohteena. Koponen ja kumppanit (2007) totesivat äidin korkeamman koulutustason olevan yhteydessä lapsen sujuvampaan yksinkertaisten laskutoimitusten suorittamiseen. Vanhemman sosioekonomisen aseman ja lapsen matemaattisten taitojen yhteyttä on selitetty kodin oppimisympäristön kautta. Taylor, Clayton ja Rowley (2004) käyttävät termiä "akateeminen sosiaalistaminen" kuvaamaan kodin kulttuurisia prosesseja, jotka tukevat lapsen koulumenestystä. Äidin korkean koulutuksen on todettu olevan yhteydessä lapsen matemaattiseen suoriutumiseen kodin oppimisympäristön monipuolisuuden ja resurssien välityksellä (Zadeh, Farnia & Ungerleider, 2010). Toisaalta on mahdollista, että samat geneettiset tekijät ovat myötävaikuttaneet vanhemman kouluttautumiseen ja lapsen koulumenestykseen.

Myös vastakkaisia tutkimustuloksia on saatu. Niklaksen ja Schneiderin (2014) tutkimuksessa korkeampi sosioekonominen asema korreloi negatiivisesti kodin oppimisympäristön kanssa. Duncan ja kumppanit (2007) osoittivat varhaisen matemaattisen harrastuneisuuden ennakoivan myöhempää koulumenestystä perheen sosioekonomisesta asemasta riippumatta. DeFlorion (2014) mukaan matalamman ja korkeamman sosioekonomisen statuksen perheet eivät juurikaan eroa tavassaan tukea lapsen matematiikan oppimista. Sen sijaan korkeamman sosioekonomisen statuksen perheillä on korkeammat odotukset lapsensa oppimiselle ja enemmän tietämystä iälle tyypillisestä taitotasosta. (DeFlorio, 2014). Sosioekonomisen aseman merkitys kouluvalmiuksien kannalta on arvion mukaan vähentynyt vuosien 1998–2010 välillä (Reardon & Portilla, 2016).

1.4 Kotiympäristössä tapahtuvan varhaisen harjoittelun yhteys matemaattisiin taitoihin

Epäsuoralla periytymisellä viitataan taitojen sosiaaliseen periytymiseen ja kodin oppimisympäristön vaikutuksiin. Kodin oppimisympäristön yhteyttä matemaattisten taitojen kehitykseen voi tarkastella kotona tapahtuvan harjoittelun näkökulmasta. Kotiympäristössä matemaattisten taitojen kehittymistä voi tapahtua formaalin tai informaalin oppimisen kautta. Sitabkhan, Platas ja Ketterlin-Geller (2018) määrittelevät formaalin matematiikan oppimisen symboliseksi, abstraktiksi ja kirjoitetussa muodossa esitetyksi ja informaalin matematiikan konkreettiseksi, kontekstiin sidotuksi ja suullisesti esitetyksi. Myös LeFevre ja kumppanit (2009) erottavat suorasti ja epäsuorasti matematiikkaan liittyvän harjoittelun siten, että suora harjoittelu sisältää tarkoituksellista matematiikan sisältöjen opiskelua ja tavoitteen taitojen kehityksestä. Formaalin harjoittelun on todettu ennakoivan lapsen ymmärrystä symbolisesta numerojärjestelmästä ja informaalin harjoittelun, kuten pelaamisen, tukevan lapsen kehitystä ei-symbolisessa aritmetiikassa (Skwarchuk, Sowinski & LeFevre, 2014).

Kodin oppimisympäristön on todettu olevan yhteydessä varhaiseen

numeroiden tuntemiseen (Niklas & Schneider, 2014). Ennen kouluikää hankitut laskemisen taidot ja lukujen välisten suhteiden ymmärtäminen ennustavat aritmeettisten taitojen oppimista ja yleisesti parempaa suoriutumista matematiikassa ensimmäisellä luokalla (Aunio & Niemivirta, 2010). Ennen kouluikää harastettujen matemaattisten aktiviteettien on todettu kehittävän oppimisvalmiuksia siten, että varhainen harjoittelu on yhteydessä parempaan matematiikan osaamiseen vielä viidennelläkin luokalla (Visser, Juan & Hannan, 2019). Lapsuudessa hankittu matemaattinen osaaminen ennustaa myös yleisesti hyvää myöhempää koulusuoriutumista (Duncan ym., 2007). Matematiikkaan liittyvä harastuneisuus kotiympäristössä ennusti parempia matemaattisia taitoja varhaiskasvatuksen päättymisvaiheessa ja oli yhteydessä matemaattisten taitojen myöhempään kehitykseen myös Saksassa tehdyssä tutkimuksessa. Kuitenkin kodin oppimisympäristöä vahvempi yhteys taitoihin oli lapsen aiemmalla osaamisella. (Niklas & Schneider, 2014.)

Toisaalta on saatu tuloksia, joiden mukaan vain haastavaan matemaattiseen sisältöön painottuva toiminta kotona ilmenee hyötynä lapsen osaamiselle (Skwarchuk, 2009). Tulosta voi selittää, että jo valmiiksi lahjakkaiden lasten vanhemmat ovat tarjonneet haastavampaa sisältöä ja keskiverroksi suoriutuvien lasten vanhemmat suosineet lapsensa tasoa vastaavaa toimintaa. Vanhempien ohjaamaa kotona tapahtuvaa matemaattista toimintaa on sovellettu myös interventiona, joka on kontrolliryhmään verrattuna parantanut osallistujien suoriutumista matematiikassa (Lore, Wang & Buckley 2016).

Sekä suoraan että epäsuoraan matemaattisten taitojen periytymistä tutkittaessa on pyritty selvittämään, kuinka paljon periytyminen liittyy muihin tekijöihin. Aunio ja Niemivirta (2010) osoittivat ennen kouluikää hankittujen matemaattisten taitojen ennustavan osaamista ensimmäisellä luokalla riippumatta lapsen sukupuolesta, iästä tai vanhempien koulutustaustasta. Kodin oppimisympäristö ennusti sekä varhaisia matemaattisia taitoja että myöhempää matemaattista kehitystä lapsen iän, sukupuolen, sosioekonomisen taustan, yleisen älykkyyden, työmuistin ja kielellisten tekijöiden kontrolloinnin jälkeen (Niklas & Schneider, 2014).

Suuri osa matematiikan oppimista säätelevistä geeneistä vaikuttaa myös lukutaitoon tai yleiseen älykkyyteen. Geneettisesti matemaattisten taitojen periytyminen liittyy siis muiden akateemisten taitojen periytymiseen. (Hart, Petrill & Thompson, 2010.) Kuitenkin Segers, Kleemans ja Verhoeven (2015) totesivat tutkimuksessaan, että kodin numeerista oppimisympäristöä voi pitää itsenäisenä matemaattisiin taitoihin vaikuttavana tekijänä kodin lukuympäristöön liittyvien tekijöiden kontrolloimisen jälkeen. Toisaalta myös kotona harrastettu lukeminen on yhteydessä matemaattisten taitojen kehitykseen (Segers ym., 2015). Lukemisen harjoittelun vaikutusta matematiikan taitojen kehitykseen voi selittää vanhempien välittämien asenteiden merkityksenä oppimiselle.

Kodin numeerinen oppimisympäristö muotoutuu riippuen vanhempien ja lapsen itsensä kiinnostuksesta matemaattista toimintaa kohtaan. Vanhemman matematiikkaan liittyvät kokemukset ja asenteet ovat yhteydessä lapsen osaamiseen (Skwarchuk, 2009; Soni & Kumari, 2017). Käsitys omasta oppimisesta ja esimerkiksi oppimista vaikeuttava ahdistus kehittyvät yksilön ja ympäristön välisessä vuorovaikutuksessa (Perry & Dockett, 2018). Tärkeitä vuorovaikutustekijöitä niin oppimisen kuin asenteen kehittymisen kannalta ovat vanhemmat. Vanhempien positiivinen asennoituminen oli Skwarchukin ja kumppaneiden (2014) tutkimuksessa positiivisessa yhteydessä lapsen ei-symbolisten aritmeettisten taitojen kehitykseen. Lisäksi Sonin ja Kumarin (2017) mukaan vanhemman kokema matematiikka-ahdistus ennakoii matematiikka-ahdistuksen kehittymistä myös lapselle ja on negatiivisessa yhteydessä lapsen asenteeseen matematiikkaa kohtaan. Matematiikka-ahdistuksen kokeminen taas on yhteydessä heikompaan suoriutumiseen matematiikassa. Syyksi tähän on epäilty ahdistuksen kuormittavuutta, joka vähentäisi kognitiivista kapasiteettia. (Soni & Kumari, 2017.) Lisäksi vanhempien lapseen kohdistuvat akateemiset odotukset olivat Skwarchukin ja kumppaneiden tutkimuksessa (2014) yhteydessä formaaliin harjoitteluun kotona. Vanhemman oppimiselle asettamat odotukset siis muokkaavat kodin oppimisympäristöä harjoittelun määrän kautta.

Kiinnostuksen ja asenteen lisäksi vanhempien matemaattinen osaaminen voi vaikuttaa heidän mahdollisuuksiinsa toteuttaa numeerista harjoittelua

kotona. Vertaillaessa perheitä, joissa oli kokemusta matematiikan oppimisen haasteista ja perheitä, joissa haasteista ei ollut kokemusta, todettiin haasteettomien perheiden kodin oppimisympäristö suotuisammaksi matemaattisen kehityksen kannalta. (Niklas & Schneider, 2014.) Positiivisesti matematiikkaan suhtautuva vanhempi löytää todennäköisesti luontaisia tilaisuuksia siirtää tietämystään lapselleen. Jos positiiviset kokemukset matematiikasta puuttuvat vanhemmalta, ne voivat todennäköisesti jäädä puuttumaan myös lapselta. (Skwarchuk, 2009.) Vanhemman positiivinen asenne matematiikkaa kohtaan ehkäisee matemaattikka-ahdistuksen kehittymisen mahdollisuutta lapselle (Soni & Kumari, 2017). Haasteena kodin oppimisympäristön vaikutusten arvioinnissa on erottaa geneettisten tekijöiden ja ympäristötekijöiden yhteys lapsen osaamiseen (Skwarchuk, 2009).

Kodin numeerista oppimisympäristöä tutkittaessa matemaattiseksi toiminnaksi on luettu esimerkiksi leikkirahan käsittely ja asioiden mittaaminen (Skwarchuk, 2009). Matemaattista toimintaa ovat myös spontaanit tilanteet, joissa lasketaan lukumääriä, jaetaan jotakin tai luokitellaan eroja ja yhtäläisyyksiä (LeFevre 2009; Skwarchuk, 2009). Epäsuoraa matemaattisten taitojen oppimista voi tapahtua lapsen osallistuessa ruoanlaittoon, kaupassa asiointiin tai pelatessa lautapelejä (LeFevre ym., 2009). Numeerista oppimisympäristöä on aiemmin tutkittu selvittämällä, kuinka usein lapset osallistuivat kvantitatiivisia elementtejä sisältävään toimintaan kotona (LeFevre ym., 2009; Skwarchuk, 2009). Esimerkiksi Niklaksen ja Schneiderin (2014) tutkimuksessa toistuva noppapeliin pelaaminen oli selvimmin yhteydessä matemaattisiin kykyihin verrattuna lukumäärien laskemista tai laskutoimituksia sisältäviin peleihin.

Kodin numeerisen oppimisympäristön yhteyttä lapsen taitojen kehittymiseen on tutkittu vähän verrattuna kodin lukuympäristön ja lukutaidon kehittymisen tutkimukseen. Aiheen tutkimus vaatisi tarkkojen mittarien kehittämistä kotona toteutetun numeerisen harjoittelun arvioimiseksi. (Niklas & Schneider, 2014.) Matemaattisia taitoja ja niihin liittyvää harjoittelua arvostetaan yleisesti ottaen vähemmän kuin kielellisiä taitoja, kuten lukemista (Skwarchuk, 2009). Toisaalta kotona tapahtuva lukemisen harjoittelu voi kehittää myös matemaattisia

taitoja (Segers ym., 2015). Tämä havainto voi selittyä akateemisen harjoittelun arvostuksella tai toisaalta yleisen älykkyyden yhteyksinä molempien taitojen kehitykseen, koska samat geneettiset tekijät osallistuvat yleisen älykkyyden, lukutaidon ja matemaattisten taitojen säätelyyn (Hart, Petrill & Thompson, 2010).

Kodin oppimisympäristön positiiviset vaikutukset taitoihin johtuvat oletettavasti harjoituksen ja toistojen määrästä (Skwarchuk ym., 2014). Kotona tapahtuva matemaattinen toiminta vahvistaa lapsen matemaattista osaamista ja toisaalta valmistaa lasta koululle tyypillisiin tehtäviin (Niklas & Schneider, 2014). Kodin oppimisympäristö voi vaikuttaa lapsen osaamiseen myös negatiivisesti, jolloin taustalla on yleensä geneettisesti periytyviä oppimisvaikeuksia (Hart, Petrill & Kamp Dush, 2010) tai vanhempien negatiivinen tai matematiikkaa välttelevä asenne (Soni & Kumari 2017). Vanhempien oppimiseen kohdistamat odotukset puolestaan ovat yhteydessä harjoittelun toteutumiseen (Skwarchuk ym., 2014). Ahdistus tai oppimisvaikeudet voivat johtaa matematiikan välttelyyn, jolloin oppimista ei tapahdu. Pizzien (2017) mukaan jopa matemaattiset ärsykkeet ilman varsinaista pyrkimystä laskusuorituksiin voivat aiheuttaa välttelevää käytöstä matematiikkaa kohtaan.

1.5 Tutkimusongelmat

Tutkimuksen kohteena olivat lapsen laskusujuvuuden ja perhetaustan sekä kodin varhaisen numeerisen oppimisympäristön yhteydet. Kodin numeerinen oppimisympäristö muotoutuu vanhempien matemaattisen osaamisen ja toisaalta asenteiden pohjalta. Lapsi perii vanhemmiltaan matemaattisia taitoja niin geneettisesti kuin sosiaalisesti. Tässä tutkimuksessa selvitettiin vanhempien kokemien matematiikan oppimisen haasteiden, vanhempien yhteenlaskettuna koulutustasona mitatun sosioekonomisen aseman, harjoittelun määränä mitatun kodin varhaisen numeerisen oppimisympäristön ja lapsen laskusujuvuuden keskinäisiä yhteyksiä. Tutkimuskysymykset olivat seuraavat:

1. Minkä verran vanhempien matematiikan oppimisen haasteet, vanhempien koulutustaso ja kodin varhainen numeerinen harjoittelu selittävät lapsen laskusujuvuutta ensimmäisellä luokalla?
2. Minkä verran ensimmäisellä luokalla mitattu lähtötaso, vanhempien matematiikan oppimisen haasteet, vanhempien koulutustaso ja kodin varhainen numeerinen harjoittelu selittävät laskusujuvuuden kehitystä ensimmäiseltä luokalta kolmannelle luokalle?

2 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

2.1 Tutkimukseen osallistujat ja tutkimusasetelma

Tutkimisaineisto on kerätty osana keväällä 2016 alkanutta Jyväskylän yliopiston FLARE-hanketta (FLuency, ARithmetic, REading), joka tutkii luku- ja laskusujuvuuden kehitystä. Tutkimusaineisto kerättiin keskisuomalaisissa peruskouluissa. Tutkimusaineisto on kerätty usealla eri mittauskerralla, koska tavoitteena oli tutkia taitojen kehitystä. Tässä tutkielmassa analysoin ensimmäisen mittauskerran yhteydessä kerättyä vanhempien kyselyä sekä tietoja laskusujuvuuden kehityksestä. Tutkimusjoukko koostuu 200 oppilaasta (97 poikaa, 103 tyttöä), joiden laskusujuvuutta on mitattu viidessä mittauspisteessä: ensimmäisen luokan lopussa, toisen luokan syksyllä ja keväällä sekä kolmannen luokan syksyllä ja keväällä. Lisäksi tutkimusaineisto sisältää 200 oppilaan vanhemman täyttämän kyselyn.

FLARE-hankkeessa huomioitiin eettisyys ja hankkeelle pyydettiin eettisen lautakunnan lausunto, jonka sisältö on otettu hankkeessa huomioon. Tutkimukseen osallistuminen oli vapaaehtoista ja vanhemmilta kerättiin kirjalliset luvat tutkimukseen osallistumiseen. Osallistujia informoitiin tutkimuksen tavoitteista, toteuttamistavoista ja mahdollisuudesta keskeyttää tutkimukseen osallistuminen. Aineiston käsittely tapahtui tutkittavien anonymiteettiä kunnioittaen, eikä aineistosta voi tunnistaa yksittäistä oppilasta. Myös tämän tutkielman tekijä on sitoutunut tutkimuksen tekemisen eettisiin periaatteisiin. FLARE-hankkeen on rahoittanut Suomen Akatemia (277340). Vastuullisena johtajana hankkeessa toimi professori Mikko Aro.

2.2 Tutkimusmenetelmät

Tässä tutkimuksessa analysoitava aineisto kerättiin kokeellisten mittarien sekä kyselylomakkeen avulla. Laskusujuvuuden mittareina käytettiin peruslaskutoimituksia sisältäviä kynä-paperi -tehtäviä. Mittaukset suoritettiin koulupäivän aikana koulutetun tutkimusavustajan ohjauksessa. Tutkimukseen osallistuneet oppilaat suorittivat ensimmäisen luokan lopussa kaksi laskusujuvuutta arvioivaa testiä (Koponen & Mononen, 2010a, 2010b), joista toinen sisälsi yhteenlaskuja ja toinen vähennyslaskuja. Laskutehtävät olivat yksinumeroisia ja sijoittuivat lukualueelle 1-20. Kumpikin testi sisälsi kaikkiaan 120 laskutehtävää. Laskutehtävien tekemiseen oli kummankin testin osalta kaksi minuuttia aikaa. Kahdessa minuutissa oikein ratkaistujen laskutehtävien määrä jaettiin kahdella. Lopullisena laskusujuvuuden mittarina käytettiin minuutissa oikein ratkaistujen laskutehtävien määrää. Toisen ja kolmannen luokan syksyllä ja keväällä laskusujuvuutta arvioitiin samaan tapaan minuutissa oikein ratkaistujen yhteen- ja vähennyslaskutehtävien määrällä.

Kodin varhaista numeerista oppimisympäristöä arvioitiin vanhemmille suunnatulla kyselylomakkeella. Lomake sisälsi kysymyksiä vanhempien taustatiedoista ja lapsen lukemisesta ja laskemisesta kotiympäristössä. Lomake ohjeisti vanhempia muistelemaan yhteen- ja vähennyslaskujen laskemaan oppimista edeltänyttä vuotta ja kotona toteutettua numeerista harjoittelua tuolloin. Siten kodin varhaista numeerista oppimisympäristöä mitattiin tässä tutkimuksessa kotona toteutetun varhaisen harjoittelun yleisyytenä. Tässä tutkimuksessa analysoitiin FLARE-tutkimusprojektissa laaditun kyselylomakkeen kohtia, joissa vanhemmat vastasivat kirjallisesti lapsen laskemaan oppimista edeltänyttä vuotta koskeviin kysymyksiin numeerisista toiminnoista kotiympäristössä. Kysymyksiin vastattiin asteikolla 1-5 (1=harvoin tai ei lainkaan, 2=kerran tai pari viikossa, 3=useana päivänä viikossa, 4=kerran päivässä ja 5=useita kertoja päivässä). Kyselylomakkeessa numeeriset toiminnot oli jaoteltu peleihin, leikkeihin, harjoitteluun ja lapsen omiin kysymyksiin. Peleihin liittyen kysyttiin lautapelien, korttipelien ja muistipelien yleisyyttä, joista kuitenkin korttipelit jätettiin tässä

tutkimuksessa huomioimatta. Leikkeihin liittyen kysyttiin kauppaleikkien, piilo-leikkien, rakettileikkien ja sääntöleikkien yleisyyttä. Harjoittelua koskien kysyttiin lukujen luettelon, lukumäärien, numerosymbolien sekä yhteen- ja vähennyslaskujen harjoittelun yleisyyttä. Lisäksi kysyttiin, kuinka usein lapsi itse kyseli numeroita tai laskuja.

Lisäksi muuttujina käytettiin sosioekonomista asemaa, jota mitattiin vanhempien ilmoittamalla koulutustaustalla, sekä vanhempien kokemia oppimisen haasteita. Vanhemmille suunnatussa kyselylomakkeessa tiedusteltiin molempien vanhempien koulutustasoa asteikolla 1–8 (1=ei jatkotutkintoa, 2=ammattillinen tutkinto, 3=ylioppilastutkinto, 4=opistotutkinto, 5=ammattikorkeakoulututkinto, 6=yliopisto/korkeakoulututkinto, 7=yliopistollinen jatkokoulutus ja 8=opiskelu kesken). Vaihtoehto 8 jätettiin analyysissä huomiotta. Analyysissä käytettiin muuttujana vanhempien yhteenlaskettua koulutustasoa, jolloin korkein mahdollinen yhteenlaskettu koulutustaso oli molempien vanhempien yliopistollinen jatkokoulutus (=14) ja matalin molempien vanhempien jääminen ilman jatkotutkintoa (=2). Sosioekonomista asemaa tarkasteltiin vanhempien yhteenlaskettuna koulutustasona, koska molempien vanhempien koulutustason voi olettaa vaikuttavan kodin varhaisen oppimisympäristön resursseihin ja kotona tapahtuviin sosiaalistamisen prosesseihin (Taylor ym., 2004). Tässä tutkimuksessa oltiin kiinnostuneita sosioekonomisesta taustasta ja sen suhteesta kodin varhaiseen oppimisympäristöön yleisesti, erittelemättä äidin tai isän koulutustason tuottamia vaikutuksia kodin varhaiselle oppimisympäristölle.

Familiaalisia eli suvussa kulkevia oppimisvaikeusriskejä tiedusteltiin kyselylomakkeessa erikseen biologisen äidin, biologisen isän, biologisten sisarusten ja muiden lähisukulaisten osalta. Kyselyn täyttäjän tuli arvioida näillä henkilöillä esiintyneiden matematiikan oppimisen haasteiden määrää asteikolla 0–2 (0=ei ollenkaan vaikeuksia, 1=jossain määrin vaikeuksia, 2=selviä vaikeuksia). Analyysissä huomioitiin ilmoitetut biologisen äidin ja biologisen isän kokemat oppimisvaikeudet asteikolla 0–2. Äidin ja isän kokemia oppimisen haasteita käsiteltiin analyysissä erikseen, koska tutkimuksessa oltiin kiinnostuneita siitä,

eroavatko isän ja äidin kokemat oppimisen haasteet vaikutukseltaan lapsen laskusujavuuteen.

2.3 Aineiston analyysi

Aineisto analysoitiin SPSS 24 -ohjelmistolla. Analyysissa kodin varhaista numeerista harjoittelua tarkasteltiin summamuuttujien avulla siten, että numeerista toimintaa sisältävät leikit ja pelit yhdistettiin omaksi summamuuttujakseen (Cronbachin alfa=0,746) ja harjoittelu sekä lapsen kysymykset yhdistettiin omaksi summamuuttujakseen (Cronbachin alfa=0,913). Tämä jaottelu tehtiin mukaillen aiempien tutkimuksien jaotteluita formaaliin ja informaaliin oppimiseen (esim. LeFevre ym., 2009). Leikit ja pelit sisältävä summamuuttuja nimettiin kodin varhaiseksi informaaliksi harjoitteluksi. Tietoinen harjoittelu ja lapsen omat kysymykset sisältävä summamuuttuja nimettiin kodin varhaiseksi formaaliksi harjoitteluksi.

Äidin ja isän koulutustasoa kuvaavat muuttujat yhdistettiin summamuuttujaksi, jossa alin taso (=2) tarkoitti, että molemmilla vanhemmilla oli vain peruskoulutus ja korkein taso (=14) tarkoitti, että molemmilla vanhemmilla oli yliopistollinen jatkokoulutus. Molempien vanhempien koulutustaso huomioitiin samassa muuttujassa, koska niiden kuvaamaa sosioekonomista taustaa haluttiin tarkastella kokonaisuutena, johon molempien vanhempien koulutustaso tuo vaikutuksensa. Näin mitta-asteikko myös tarkentui saadessaan useamman mahdollisen arvon. Perhetaustaan liittyvien oppimisvaikeusriskien suhteen päädyttiin tarkastelemaan erikseen biologisen äidin ja biologisen isän mahdollisia oppimisvaikeuksia, koska oppimisvaikeuksien periytymisen suhteen oltiin kiinnostuneita mahdollisesta vanhemman sukupuolen vaikutuksesta.

Ennen analyysieja tarkasteltiin käytettävien muuttujien jakaumien normalisuutta. Sekä formaalia että informaalia kotona tapahtuvaa varhaista harjoittelua kuvaavat muuttujat olivat lievästi oikealle vinoja, mutta siitä huolimatta ne päätettiin säilyttää analyysieissa. Laskusujavuutta kuvaavien muuttujien osalta ana-

lyyseyssä käytettiin yhteen- ja vähennyslaskutestien transformoituja raakapistemääriä, koska ne sopivat normaalijakaumaan.

Analyysit toteutettiin erikseen yhteen- ja vähennyslaskutaidolle, koska raakapistemäärien keskiarvojen perusteella yhteenlasku oli tilastollisesti erittäin merkitsevästi sujuvampaa kuin vähennyslasku, Wilcoxon $Z=-11.82$, $p<.001$, $r=.84$ suuri efekti. Tutkimukseen osallistuneet lapset ratkaisivat ensimmäisellä luokalla keskimäärin 9,46 yhteenlaskua ja 6,81 vähennyslaskua minuutissa.

Analyysimenetelmänä käytettiin hierarkkista lineaarista regressioanalyysia. Selitettäviä muuttujia analyysissä olivat yhteenlasku- ja vähennyslaskusujuvuus. Selittävinä muuttujina olivat vanhempien kokemat matematiikan oppimisen haasteet, vanhempien yhteenlaskettu koulutustaso sekä kodin varhainen formaali harjoittelu ja kodin varhainen informaali harjoittelu. Tutkimuksen tekijän oletusten perusteella yhteen- ja vähennyslaskusujuvuutta pyrittiin hierarkkisessa regressiomallissa selittämään ensisijaisesti perhetaustaan liittyvillä tekijöillä, eli vanhempien kokemilla oppimisen haasteilla ja vanhempien yhteenlasketulla koulutustasolla. Ennen kaikkea tutkimuksessa oltiin kiinnostuneita kotiympäristössä tapahtuneen varhaisen formaalin tai informaalin harjoittelun vaikutuksista myöhempään laskusujuvuuteen. Siksi formaalin ja informaalin harjoittelun mittarit lisättiin hierarkkiseen regressiomalliin viimeisellä askeleella, jotta mahdolliset perhetaustaan liittyvät suoran tai epäsuoran periytymisen vaikutukset saatiin kontrolloitua.

Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä tarkasteltiin vanhempien kokemien oppimisen haasteiden, vanhempien koulutustason sekä kodin varhaisen formaalin ja informaalin harjoittelun yhteyttä lapsen yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuteen ensimmäisellä luokalla. Hierarkkisessa regressiomallissa kontrolloitiin vanhempien kokemat oppimisen haasteet sekä vanhempien yhteenlaskettu koulutustaso. Toinen tutkimuskysymys käsitteli matematiikan sujuvuuden lähtötason, vanhempien kokemien oppimisen haasteiden, vanhempien koulutustason sekä kodin varhaisen formaalin ja informaalin harjoittelun yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen ensimmäiseltä luokalta kolmannelle

luokalle. Kysymystä tarkasteltiin hierarkkisten regressiomallien avulla. Ensimmäisellä askeleella vakioitiin lapsen laskusujuvuuden lähtötaso eli ensimmäisen luokan keväällä mitattu yhteen- ja vähennyslaskusujuvuus. Toisella askeleella hierarkkiseen regressiomalliin lisättiin perhetaustaan liittyvät biologiset tekijät, eli äidin ja isän oppimisen haasteet. Kolmannella askeleella hierarkkiseen regressiomalliin lisättiin perhetaustaan liittyvät sosiaaliset tekijät, eli vanhempien yhteenlaskettu koulutustaso. Hierarkkisen regressiomallin viimeisellä askeleella selittäjiksi lisättiin kotiympäristössä tapahtunut formaali ja informaali varhainen harjoittelu, joista tutkimuksessa oltiin kiinnostuneita.

3 TULOKSET

Taulukossa 1 on esitetty alkuperäisten havaintojen lukumäärät, keskiarvot, keskihajonnat ja muuttujien väliset Pearsonin korrelaatiokertoimet. Pearsonin korrelaatiokertoimien muodostamiseen käytettiin laskusujuvuusmuuttujien osalta transformoituja raakapistemääriä. Vanhempien koulutustason osalta taulukossa on esitetty summamuuttuja, joka kuvaa vanhempien yhteenlaskettuja ilmoitetun koulutustason pistemääriä. Myös kodin varhainen formaali ja kodin varhainen informaali harjoittelu ovat useista kyselyn kysymyksistä muodostettuja summamuuttjia.

Ensimmäisen luokan yhteenlaskusujuvuus oli voimakkaasti yhteydessä ensimmäisen luokan vähennyslaskusujuvuuteen sekä kolmannen luokan kevään yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuteen. Myös ensimmäisen luokan vähennyslaskusujuvuus korreloi voimakkaasti kolmannen luokan yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kanssa. Mitä sujuvammin lapsi laski ensimmäisen luokan keväällä, sitä sujuvampaa oli myös kolmannen luokan kevään laskeminen. Lisäksi ensimmäisen luokan yhteen- ja vähennyslaskusujuvuudella oli negatiivinen yhteys äidin ja isän kokemiin matemaattisiin haasteisiin. Mitä enemmän äiti tai isä olivat kokeneet matematiikan oppimisen haasteita, sitä heikompaa lapsen

yhteen- ja vähennyslaskusujuvuus ensimmäisellä luokalla oli. Ensimmäisen luokan vähennyslaskusujuvuus oli heikossa positiivisessa yhteydessä kodin varhaisen formaalin harjoittelun kanssa. Siten suurempi formaalin harjoittelun määrä kotiympäristössä ennen kouluikää antoi viitteitä sujuvammasta vähennyslaskujen suorittamisesta ensimmäisen luokan keväällä.

Kolmannen luokan yhteen- ja vähennyslaskusujuvuus korreloivat voimakkaasti keskenään. Lisäksi kolmannen luokan yhteen- ja vähennyslaskusujuvuus korreloivat negatiivisesti äidin kokemien matematiikan oppimisen haasteiden kanssa. Mitä enemmän äiti oli kokenut haasteita, sitä heikompaa oli kolmannen luokan laskusujuvuus. Kolmannella luokalla vain vähennyslaskusujuvuus oli heikossa negatiivisessa yhteydessä isän kokemuksiin haasteisiin. Mitä enemmän isä oli kokenut matematiikan oppimisen haasteita, sitä heikompaa oli lapsen vähennyslaskusujuvuus kolmannella luokalla.

Selittävistä muuttujista kodin varhainen informaali harjoittelu ei korreloinut lainkaan selitettävien muuttujien kanssa. Kodin varhainen formaali harjoittelu korreloi ainoastaan ensimmäisellä luokalla mitatun vähennyslaskusujuvuuden kanssa. Vanhempien yhteenlaskettu koulutustaso oli heikossa positiivisessa yhteydessä selitettävistä muuttujista ainoastaan kolmannen luokan vähennyslaskusujuvuuden kanssa. Siten vanhempien korkeampi koulutus antoi viitteitä sujuvammasta vähennyslaskujen laskemisesta kolmannella luokalla.

Selittävät muuttujat korreloivat jonkin verran keskenään. Formaali ja informaali kodin varhainen harjoittelu olivat keskenään kohtalaisessa positiivisessa yhteydessä. Mitä enemmän kotona harjoiteltiin matematiikkaa formaaleilla tavoilla, sitä enemmän harjoiteltiin myös informaaleilla tavoilla. Lisäksi äidin kokemat matematiikan oppimisen haasteet olivat heikossa negatiivisessa yhteydessä formaaliin varhaiseen kotiympäristön harjoitteluun tarkoittaen, että formaali matematiikan harjoittelu kotona oli sitä vähäisempää, mitä enemmän äiti oli kokenut haasteita. Lisäksi isän ja äidin kokemat matematiikan oppimisen haasteet korreloivat heikosti keskenään. Sekä äidin että isän kokemat haasteet olivat myös heikossa negatiivisessa yhteydessä vanhempien yhteenlaskettuun koulutustasoon, eli suuremmat haasteet merkitsivät matalampaa koulutustasoa.

Taulukko 1. Muuttujakohtaisten havaintojen lukumäärät (N), keskiarvot (Ka), keskihajonnat (Kh) ja muuttujien väliset korrelaatiot.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1. Yhteenlaskusujuvuus 1. lk									
2. Vähennyslaskusujuvuus 1. lk	.806**								
3. Kodin formaali harjoittelu	.122	.177*							
4. Kodin informaali harjoittelu	.077	.135	.500**						
5. Äidin matemaattiset haasteet	-.205**	-.230**	-.191**	-.116					
6. Isän matemaattiset haasteet	-.261**	-.197**	-.074	-.050	.210**				
7. Vanhempien koulutustaso	.138	.073	.146	-.008	-.163*	-.201*			
8. Yhteenlaskusujuvuus 3. lk	.727**	.702**	.109	.091	-.267**	-.146	.135		
9. Vähennyslaskusujuvuus 3. lk	.680**	.708**	.116	.070	-.246**	-.163*	.156*	.873**	
<i>N</i>	200	200	191	192	187	176	173	190	190
<i>Ka</i>	9.46	6.81	12.62	11.90	0.30	0.14	6.64	18.24	14.47
<i>Kh</i>	3.76	3.48	4.70	3.22	0.54	0.42	2.66	7.75	7.00

Huom. ** $p < .01$ ja * $p < .05$

3.1 Vanhempien oppimisen haasteiden, vanhempien koulutustason ja kodin varhaisen numeerisen harjoittelun yhteys lapsen yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuteen

Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä tarkasteltiin, minkä verran vanhempien kokemat oppimisen haasteet, vanhempien yhteenlaskettu koulutustaso ja kodin varhainen numeerinen harjoittelu selittävät lapsen yhteen- ja vähennyslaskusujuvuutta ensimmäisellä luokalla. Yhteen- ja vähennyslaskusujuvuudelle muodostettiin erilliset hierarkkiset regressiomallit. Ensimmäisellä askeleella hierarkkisiin regressiomalleihin lisättiin selittäjiksi äidin ja isän kokemat matematiikan oppimisen haasteet. Toisella askeleella malleihin lisättiin vanhempien yhteenlaskettu koulutustaso. Kolmannella askeleella pyrittiin selvittämään formaalin ja informaalin varhaisen kotona tapahtuneen harjoittelun yhteyttä laskusujuvuuteen, kun vanhempien oppimisen haasteet ja koulutustaso oli kontrolloitu. Hierarkkisen regressioanalyysin tulokset on esitetty taulukossa 2.

Hierarkkisten regressiomallien ensimmäisellä askeleella äidin ja isän kokemat matematiikan oppimisen haasteet selittivät ensimmäisen luokan kevään yhteenlaskusujuvuudesta yhteensä 9,7 prosenttia ja vähennyslaskusujuvuudesta 9,4 prosenttia. Ensimmäisellä askeleella isän kokemilla haasteilla oli tilastollisesti merkitsevä negatiivinen omavaikutus lapsen yhteenlaskusujuvuuteen ($p < .01$). Mitä enemmän isä oli kokenut haasteita, sitä heikompaa oli lapsen yhteenlaskusujuvuus. Äidin haasteiden omavaikutus yhteenlaskusujuvuuteen oli hyvin lähellä tilastollisen merkitsevyyden rajaa ($p = .051$). Tulosta voi pitää suuntaa antavana, jolloin äidinkin kokemat haasteet ennakoisivat lapsen heikompaa yhteenlaskusujuvuutta. Äidin kokemilla haasteilla oli tilastollisesti merkitsevä negatiivinen omavaikutus vähennyslaskusujuvuuteen ($p < .01$). Mitä enemmän äiti oli kokenut haasteita, sitä heikompaa oli lapsen vähennyslaskusujuvuus. Isän haasteiden yhteys vähennyslaskusujuvuuteen ensimmäisellä askeleella oli lähellä tilastollisen merkitsevyyden rajaa ($p = .051$), jolloin myös isän

haasteiden vaikutus vähennyslaskusujuvuuteen olisi samansuuntainen kuin äidin kokemien haasteiden.

Toisella askeleella hierarkkisiin regressiomalleihin lisättiin vanhempien yhteenlaskettu koulutustaso, jolloin malli selitti 10,3 prosenttia yhteenlaskusujuvuudesta ja 9,5 prosenttia vähennyslaskusujuvuudesta. Mallin selityskasvo kasvoi yhteenlaskusujuvuuden osalta 0,6 prosenttiyksikköä ja vähennyslaskusujuvuuden osalta 0,1 prosenttiyksikköä. Selityskasvojen muutokset eivät olleet kuitenkaan tilastollisesti merkitseviä. Toisella askeleella vain isän kokemilla matematiikan haasteilla säilyi tilastollisesti merkitsevä negatiivinen omavaikutus lapsen yhteenlaskusujuvuuteen ($p < .01$). Vähennyslaskusujuvuuden osalta sen sijaan äidin kokemilla matematiikan oppimisen haasteilla oli tilastollisesti merkitsevä negatiivinen omavaikutus vähennyslaskusujuvuuteen ($p < .01$).

Viimeisellä askeleella hierarkkisiin regressiomalleihin lisättiin formaali sekä informaali varhainen harjoittelu kotiympäristössä. Näin lopullisissa malleissa kontrolloitiin vanhempien oppimisen haasteiden ja koulutustason vaikutus. Lopulliset mallit selittivät 11,1 prosenttia yhteenlaskusujuvuudesta ja 10,8 prosenttia vähennyslaskusujuvuudesta ensimmäisellä luokalla. Mallien selityskasvo kasvoi viimeisellä askeleella yhteenlaskusujuvuuden osalta 0,8 prosenttiyksikköä ja vähennyslaskusujuvuuden osalta 1,3 prosenttiyksikköä. Selityskasvojen muutos oli vähäinen, eikä se ollut tilastollisesti merkitsevä. Lopullisissa malleissa isän haasteet olivat tilastollisesti merkitsevässä negatiivisessa yhteydessä yhteenlaskusujuvuuteen ($p < .01$), eli isän suuremmat haasteet tarkoittivat heikompaa yhteenlaskusujuvuutta. Lisäksi äidin haasteet olivat tilastollisesti melkein merkitsevässä negatiivisessa yhteydessä vähennyslaskusujuvuuteen ($p < .05$), jolloin äidin suuremmat haasteet tarkoittivat heikompaa vähennyslaskusujuvuutta.

Taulukko 2. Perhetaustan ja kodin varhaisen numeerisen harjoittelun yhteydet yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuteen 1. luokalla.

Selittävät muuttajat	Yhteenlasku 1. lk			Vähennyslasku 1. lk		
	β	R ²	ΔR^2	β	R ²	ΔR^2
1lk						
Askel 1:		.097***	.097***		.094**	.094**
Äidin haasteet	-.156			-.227**		
Isän haasteet	-.233**			-.157		
Askel 2:		.103**	.006		.095**	.001
Äidin haasteet	-.148			-.224**		
Isän haasteet	-.218**			-.151		
Vanhempien koulutustaso	.079			.033		
Askel 3:		.111**	.008		.108**	.013
Äidin haasteet	-.135			-.208*		
Isän haasteet	-.215**			-.147		
Vanhempien koulutustaso	.074			.025		
Formaali harjoittelu	.085			.113		
Informaali harjoittelu	.012			.004		
Lopullinen malli F(df)		(5,150) = 3.73**			(5,150) = 3.63**	

Huom. ***p<.001, **p<.01, *p<.05. β =standardoitu regressiokerroin; R²=estimoidun mallin selitysaste, ΔR^2 =Selitysasteen (R²) muutos, kun kaikki askeleen muuttajat ovat mukana.

3.2 Vanhempien oppimisen haasteiden, vanhempien koulutustason ja kodin varhaisen numeerisen harjoittelun yhteys lapsen yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen

Toisena tutkimuskysymyksenä tarkasteltiin vanhempien kokemien oppimisen haasteiden, vanhempien yhteenlasketun koulutustason ja kodin formaalin sekä informaalin varhaisen numeerisen harjoittelun vaikutuksia yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen. Analyysit toteutettiin erikseen yhteen- ja vähennyslaskutaidolle. Ensimmäisellä askeleella hierarkkisiin regressiomalleihin lisättiin ensimmäisen luokan kevään yhteen- tai vähennyslaskusujuvuus, jotta taidon lähtötaso voitiin kontrolloida analyyseissa. Hierarkkisen lineaarisen regressioanalyysin tulokset on esitetty taulukossa 3.

Yhteenlaskusujuvuuden kehitystä selittävän hierarkkisen regressiomallin selitysaste ensimmäisellä askeleella oli 57,8 prosenttia ja vähennyslaskusujuvuuden kehitystä selittävän regressiomallin selitysaste 51,8 prosenttia. Ensimmäisen luokan yhteenlaskusujuvuus selitti kolmannen luokan yhteenlaskusujuvuutta tilastollisesti erittäin merkitsevästi ($p < .001$) ja ensimmäisen luokan vähennyslaskusujuvuus selitti kolmannen luokan vähennyslaskusujuvuutta tilastollisesti erittäin merkitsevästi ($p < .001$). Sujuva laskeminen ensimmäisen luokan keväällä ennakoi sujuvaa laskemista myös kolmannen luokan keväällä.

Toisella askeleella hierarkkisiin regressiomalleihin lisättiin vanhempien kokemat matematiikan oppimisen haasteet, jolloin mallien selitysasteet nousivat yhteenlaskusujuvuuden osalta 1,1 prosenttiyksikköä ja vähennyslaskusujuvuuden osalta 0,4 prosenttiyksikköä. Selitysasteen muutokset eivät olleet tilastollisesti merkitseviä. Toisella askeleella kummassakin mallissa ainoastaan ensimmäisen luokan laskusujuvuus selitti taidon kehitystä.

Kolmannella askeleella hierarkkisiin regressiomalleihin lisättiin

vanhempien yhteenlaskettu koulutustaso, jolloin yhteenlaskusujuvuuden kehitystä selittävän mallin selitysaste nousi 0,5 prosenttiyksikköä ja vähennyslaskusujuvuuden kehitystä selittävän mallin selitysaste nousi 1,5 prosenttiyksikköä. Yhteenlaskusujuvuuden osalta muutos ei ollut tilastollisesti merkitsevää. Tällä askelella tilastollisesti merkitsevä omavaikutus yhteenlaskusujuvuuden kehitykseen oli vain aiemmin mitatulla yhteenlaskusujuvuudella ($p < .001$). Vähennyslaskusujuvuuden kehityksen selitysasteen nousu hierarkkisessa regressiomallissa oli tilastollisesti melkein merkitsevä ($p = < .05$). Tilastollisesti merkitsevä omavaikutus vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen oli vähennyslaskusujuvuuden lähtötasolla ($p < .001$) sekä vanhempien koulutustasolla ($p < .05$).

Viimeisellä askeleella hierarkkisiin regressiomalleihin lisättiin kodin varhaisen numeerisen harjoittelun mittarit, eli kotiympäristössä ennen laskemaan oppimista tapahtunut formaali ja informaali harjoittelu. Viimeisellä askeleella yhteenlaskusujuvuuden kehitystä selittävän hierarkkisen regressiomallin selitysaste nousi 0,5 prosenttiyksikköä selittäen näin 60,0 prosenttia yhteenlaskusujuvuuden kehityksestä. Vähennyslaskusujuvuuden kehitystä selittävän hierarkkisen regressiomallin selitysaste nousi 0,1 prosenttiyksikköä selittäen näin 53,8 prosenttia vähennyslaskusujuvuuden kehityksestä. Selitysasteen muutokset eivät olleet tilastollisesti merkitseviä viimeisellä askeleella, mutta lopulliset mallit kuitenkin olivat tilastollisesti merkitseviä.

Lopullisessa yhteenlaskusujuvuuden kehitystä selittävässä hierarkkisessa regressiomallissa vain yhteenlaskusujuvuuden lähtötasolla oli tilastollisesti merkitsevä positiivinen omavaikutus yhteenlaskusujuvuuden kehitykseen ($p < .001$). Sujuva yhteenlaskujen laskeminen ensimmäisellä luokalla ennakoii sujuvaa yhteenlaskujen laskemista myös kolmannella luokalla. Vähennyslaskusujuvuuden kehitystä selittävässä hierarkkisessa regressiomallissa vähennyslaskusujuvuuden lähtötasolla oli tilastollisesti erittäin merkitsevä positiivinen omavaikutus vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen ($p < .001$) ja vanhempien koulutustasolla oli tilastollisesti melkein merkitsevä positiivinen omavaikutus vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen ($p < .05$). Sujuvampi vähennyslaskujen laskemisen

lähtötaso ennakoi sujuvampaa laskemista kolmannellakin luokalla. Mitä korkeampi oli vanhempien yhteenlaskettu koulutustaso, sitä sujuvampaa oli vähennyslaskujen laskeminen kolmannen luokan keväällä lähtötasosta riippumatta.

Taulukko 3. Perhetaustan ja kodin varhaisen numeerisen harjoittelun yhteydet yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen.

Selittävät muuttajat	Yhteenlasku 3. lk			Vähennyslasku 3. lk		
	β	R ²	ΔR^2	β	R ²	ΔR^2
Askel 1:		.578***	.578***		.518***	.518***
Yhteenlasku 1. lk	.760***					
Vähennyslasku 1. lk				.720***		
Askel 2:		.589***	.011		.522***	.004
Yhteenlasku 1. lk	.754***					
Vähennyslasku 1. lk				.700***		
Äidin haasteet	-.100			-.036		
Isän haasteet	.062			-.049		
Askel 3:		.594***	.005		.537***	.015*
Yhteenlasku 1. lk	.749***					
Vähennyslasku 1. lk				.697***		
Äidin haasteet	-.094			-.024		
Isän haasteet	.072			-.030		
Vanhempien koulutustaso	.072			.127*		
Askel 4:		.600***	.005		.538***	.001
Yhteenlasku 1. lk	.759***					
Vähennyslasku 1. lk				.701***		
Äidin haasteet	-.101			-.027		
Isän haasteet	.073			-.029		
Vanhempien koulutustaso	.077			.128*		
Formaali harjoittelu	-.076			-.026		
Informaali harjoittelu	.004			-.007		
Lopullinen malli F (df)		(6,143) = 35.68***			(6,143) = 27.78***	

Huom. ***p<.001, *p<.05. β =standardoitu regressiokerroin; R²=estimoidun mallin selitysaste, ΔR^2 =Selitysasteen (R²) muutos, kun kaikki askeleen muuttajat ovat mukana.

4 POHDINTA

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää perhetaustaan ja kodin varhaiseen numeeriseen harjoitteluun liittyvien tekijöiden yhteyttä lapsen laskusujuvuuteen ja sen kehitykseen. Ensin tarkasteltiin perhetaustaan ja kodin varhaiseen numeeriseen harjoitteluun liittyvien tekijöiden vaikutusta laskusujuvuuteen ensimmäisellä luokalla. Toisena selvitettiin, missä määrin samat tekijät selittävät taitojen kehitystä ensimmäiseltä luokalta kolmannen luokan keväälle. Tutkimuksessa tarkasteltiin erikseen yhteen- ja vähennyslaskusujuvuutta.

Tulokset osoittivat, että vanhempien kokemat matematiikan oppimisen haasteet selittivät lapsen ensimmäisen luokan kevään laskusujuvuutta. Selitysosuudet olivat kuitenkin vähäisiä, koska vanhempien kokemat haasteet selittivät 9,7 prosenttia yhteenlaskusujuvuudesta ja 9,4 prosenttia vähennyslaskusujuvuudesta. Erityisesti isän kokemat haasteet selittivät lapsen yhteenlaskusujuvuutta ja äidin kokemat haasteet selittivät vähennyslaskusujuvuutta. Yhteydet olivat negatiivisia, eli lapsen laskusujuvuus oli sitä heikompaa, mitä enemmän vanhempi oli kokenut matematiikan oppimisen haasteita. Vanhempien yhteenlaskettu koulutustaso, varhainen kodin formaali harjoittelu tai varhainen kodin informaali harjoittelu eivät selittäneet yhteen- tai vähennyslaskusujuvuuden lähtötasoa.

Laskusujuvuuden kehitystä tutkittaessa todettiin, että laskusujuvuuden ensimmäisellä luokalla mitattu lähtötaso selitti taidon kehityksen suu- relta osin. Lähtötaso selitti yhteenlaskusujuvuuden kehityksestä 57,8 prosenttia ja vähennyslaskusujuvuuden kehityksestä 51,8 prosenttia, mikä osoittaa pysyvyyttä lasten sijoittumisessa laskusujuvuuden jakaumaan. Lasten laskusujuvuus kehittyi, mutta taitojen sijoittuminen suhteessa ikätovereiden taitoihin säilyi suureksi osaksi. Ne lapset, jotka olivat olleet sujuvia laskijoita ensimmäisellä luokalla, laskivat sujuvasti myös kolmannella luokalla. Vastaavasti lapset, joiden

laskusujuvuus oli ollut heikkoa ensimmäisellä luokalla, laskivat muita sujumat-
tomammin myös kolmannella luokalla. Lisäksi tutkimuksessa ilmeni, että van-
hempien korkeampi koulutustaso oli yhteydessä vähennyslaskusujuvuuden pa-
rempaan kehitykseen ensimmäiseltä luokalta kolmannelle luokalle. Vanhempien
kokemat oppimisvaikeudet olivat välillisesti laskusujuvuuden lähtötason kautta
negatiivisessa yhteydessä laskusujuvuuden kehitykseen ensimmäiseltä luokalta
kolmannelle luokalle.

Tutkimuksen kohteena olleet perhetaustaan ja kodin varhaiseen
harjoitteluun liittyvät tekijät eli vanhempien kokemat oppimisen haasteet, van-
hempien koulutustaso ja numeeriset kotiympäristössä ennen kouluikää toteute-
tut formaalit ja informaalit harjoittelun tavat eivät selittäneet yhteenlaskusuju-
vuuden kehitystä tilastollisesti merkitsevästi. Vanhempien kokemat oppimisen
haasteet ja kodin varhainen formaali tai informaali harjoittelu eivät selittäneet
vähennyslaskusujuvuuden kehitystä tilastollisesti merkitsevästi. Sen sijaan van-
hempien koulutustaso selitti tilastollisesti melkein merkitsevästi ($p < .05$) vähen-
nyslaskusujuvuuden kehitystä. 1,5 prosenttia vähennyslaskusujuvuuden kehi-
tyksestä selittyi vanhempien koulutustasolla. Vanhempien korkeampi koulutus-
taso ilmeni tutkimuksessa lapsen hieman parempana vähennyslaskusujuvuuden
kehityksenä. Lopullisten laskusujuvuuden kehitystä selittävien hierarkkisten
regressiomallien selitysasteet olivat yhteenlaskusujuvuuden osalta 60,0 prosent-
tia ja vähennyslaskusujuvuuden osalta 53,8 prosenttia.

Tulosten perusteella laskusujuvuuden lähtötaso on tärkein laskusu-
juvuuden kehitystä selittävä tekijä. Tämä kertoo, että kaikkien lasten taitojen ke-
hittyessä jo ennestään jakauman kärkipäässä olevat lapset myös pysyvät kärki-
päässä. Samoin jakauman loppupäähän ensimmäisellä luokalla sijoittuvat lapset
säilyttävät niin ikään asemansa sujuvuuden jakauman loppupäässä. Lasten ase-
moitumisessa laskusujuvuuden jakaumaan on siis pysyvyyttä ensimmäisen luo-
kan kevään ja kolmannen luokan kevään välillä. Myös aiemman tutkimustiedon
mukaan laskusujuvuuden heikkous on melko pysyvää johtuen vaikeudesta kor-
vata laskemiseen perustuvat strategiat muistiin perustuvilla strategioilla (Jordan
ym., 2003). Yleisesti peruskoulun ensimmäiset luokat ovat kuitenkin keskeistä

laskusujuvuuden kehittymisen vaihetta, sillä aritmeettisten faktojen muistista palauttamisen on todettu kehittyvän keskeisimmäksi laskemisen strategiaksi keskimäärin 9 ikävuoteen mennessä (Koponen ym., 2007).

Tämän tutkimuksen tulokset vahvistavat, että toistuva laskeminen kehittää laskusujuvuutta (Shrager & Siegler, 1998). Tutkimuksessa 40,0 prosenttia yhteenlaskusujuvuuden ja 46,2 prosenttia vähennyslaskusujuvuuden kehityksestä jäi selittämättä. Selittämättä jäänyt osuus voisi selittyä osittain harjoittelun määrällä. Koska lähtötaso selitti yhteenlaskusujuvuuden kehitystä enemmän kuin vähennyslaskusujuvuuden kehitystä, voi todeta, että vähennyslaskusujuvuuden kehityksessä tapahtuu yhteenlaskusujuvuuteen verrattuna enemmän muutoksia osaamisen jakaumassa. Lasten asemoituminen sujuvuuden jakaumassa vaihtelee ensimmäisen ja kolmannen luokan välillä siis todennäköisemmin vähennyslaskun osalta. Mahdollisesti harjoittelulla ja muilla ympäristötekoilla on suurempi merkitys vähennys- kuin yhteenlaskutaidon kehitykseen.

Vanhempien kokemat matematiikan oppimisvaikeudet olivat tässä tutkimuksessa yhteydessä lapsen heikompaan laskusujuvuuden lähtötasoon. Tulos tukee aiempia tutkimushavaintoja siitä, että matemaattinen taitotaso on periytyvää (Hart, Petrill & Kamp Dush, 2010). Suoria yhteyksiä laskusujuvuuteen ja laskusujuvuuden kehitykseen oli tässä aineistossa tunnistettavissa vain joidenkin selittävien muuttujien osalta. Koska vanhempien kokemat oppimisen haasteet selittivät osittain laskusujuvuuden lähtötasoa ja lähtötaso vaikutti taitojen kehitykseen, vanhempien kokemilla oppimisen haasteilla voi sanoa olevan epäsuora yhteys laskusujuvuuden kehitykseen sujuvuuden lähtötason kautta. Yhteys ei ole kuitenkaan merkittävä, koska vanhempien haasteiden kyky selittää laskusujuvuuden lähtötasoa oli alun perin vähäinen.

Vanhempien oppimisen haasteiden ja lapsen laskusujuvuuden todetussa yhteydessä voi olla kyse oppimisvaikeuksien geneettisestä periytymisestä. Toisaalta voi olla mahdollista, että vanhemmat eivät ole omien negatiivisten kokemustensa vuoksi pyrkineet tukemaan lapsen matematiikan oppimista. Pearso-

nin korrelaatiokertoimet (taulukko 1) osoittivat, että molempien vanhempien oppimisen haasteet olivat negatiivisessa yhteydessä vanhempien yhteenlaskettuun koulutustasoon ja äidin oppimisen haasteet ovat negatiivisessa yhteydessä kotiympäristön formaaliin oppimiseen. Yhteyksien selitys voi olla, että vanhempien oppimisen haasteet heikentävät heidän mahdollisuuksiaan kouluttautua korkealle ja kasvattaa siten matemaattista osaamistaan. Vanhempien negatiiviset kokemukset matematiikan oppimisesta saattavat vähentää heidän halukkuuttaan ohjata lasta kotiympäristössä matemaattiseen toimintaan. Tällöin lapsen oppiminen olisi riippuvaista vain koulusta.

Tämän tutkimuksen tulos vanhempien korkeamman yhteenlasketun koulutustason yhteydestä parempaan vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen vahvistaa aiempaa käsitystä siitä, että korkeammin koulutettujen äitien lapset suoriutuvat matematiikassa paremmin kuin matalammin koulutettujen äitien lapset (Koponen ym., 2007; Zadeh ym., 2010). Tämä tutkimus sijoittui koulutuspaleen alkuvaiheeseen. Mahdollisesti laskusujuvuuden pitempi seuranta olisi tuottanut huomattavampia tuloksia vanhempien koulutustason vaikutuksista laskusujuvuuden kehitykseen. Koska matemaattiset taidot ovat kumuloituvia (Aunio & Räsänen, 2016) voi olettaa, että matematiikan oppiaineen sisältöjen vaikeutuessa sujuvuudeltaan heikot laskijat jäisivät enemmän jälkeen.

Tässä tutkimuksessa ei ilmennyt yhteyksiä varhain ennen kouluikää kotona harrastettujen formaalien tai informaalien matemaattisten toimintojen ja laskusujuvuuden välillä, mikä on ristiriitaista suhteessa aiempaan tutkimustietoon, jossa numeerinen toiminta ennen kouluikää on ollut yhteydessä parempaan matematiikan osaamiseen koulussa (esim. Aunio & Niemivirta, 2010; Visser ym., 2019). Mahdollisesti tässä tutkimuksessa aineiston pieni koko on ollut syynä siihen, ettei ole ollut erotettavissa yhteyttä kodin varhaisessa oppimisympäristössä tapahtuneen harjoittelun ja myöhemmän laskusujuvuuden välillä. Hierarkisiin regressiomalleihin lisätyt formaalia ja informaalia harjoittelua mitanneet summamuuttujat nostivat mallien selitysasetta hyvin vähän, eivätkä muutokset olleet tilastollisesti merkitseviä. Kodin oppimisympäristössä varhain tapahtunut

harjoittelu ei selittänyt laskusujuvuuden lähtötasoa tai kehitystä, mutta Pearsonin korrelaatioita tutkittaessa ilmeni yhteys kodin varhaisen formaalin harjoittelun ja ensimmäisen luokan vähennyslaskusujuvuuden välillä (taulukko 1). Mitä enemmän kotona harjoiteltiin tarkoituksellisesti matematiikkaa, sitä sujuvampaa oli lapsen laskeminen. Toisaalta on mahdollista, että mitä sujuvampaa lapsen laskeminen oli, sitä enemmän vanhemmat ilmoittivat harjoitelleensa. Tässä tutkimuksessa laskusujuvuuden lähtötaso selitti myöhempää laskusujuvuutta enemmän kuin kodin varhaiseen oppimisympäristöön liittyvät tekijät, mikä on linjassa Niklaksen ja Schneiderin (2014) saamien tulosten kanssa. Niklas ja Schneider (2014) totesivat aiemman matemaattisen osaamisen selittävän taitoja enemmän kuin kodin oppimisympäristön.

Tässä tutkielmassa esitetyt perhetaustaan, kodin varhaiseen oppimisympäristöön ja harjoitteluun liittyvät tekijät ovat toisiinsa limittyneitä, mikä tekee vaikutusten arvioinnista haastavaa. On todettu, että perheen vanhemman kokemien matematiikan oppimisen haasteiden yhteys kodin numeeriseen oppimisympäristöön on negatiivinen (Niklas & Schneider, 2014). Todennäköisesti negatiivisten kokemusten jälkeen vanhempi voi asennoitua matemaattiseen toimintaan välttelevästi (Soni & Kumari, 2017). Tässä tutkielmassa ei tutkittu suoraan vanhempien asenteiden vaikutuksia lapsen laskusujuvuuteen, mutta on mahdollista, että vanhempien ilmoittamat kokemukset oppimisen haasteista ovat välittyneet asenteina lapsille. Tämän tutkimuksen perusteella ei voi todeta, periytyvätkö matemaattiset valmiudet lapselle geneettisesti vai jaetun ympäristön ja asenteiden kautta. Samalla myös lapsi itse oletettavasti vaikuttaa kodin oppimisympäristöön asenteillaan ja kodin ulkopuolella hankitulla osaamisellaan.

Välillisesti voi sanoa myös geneettisten tekijöiden olevan yhteydessä kodin oppimisympäristöön, sillä todennäköisesti matemaattisesti lahjakkaalle vanhemmalle matemaattisen toiminnan tarjoaminen lapselle on luontevampaa kuin matematiikassa heikosti suoriutuvalla vanhemmalla. Todennäköisesti geneeihin pohjaava vanhemman hyvä koulumenestys matematiikassa ilmenee korkeana sosioekonomisena asemana, jonka voi olettaa vaikuttavan kodin oppimis-

ympäristöön taloudellisten resurssien kautta (Zadeh ym., 2010). Siten tässä tutkimuksessa myöskään perhetaustan biologisia ja sosioekonomisia vaikutuksia ei voi erotella täydellisesti.

Toisaalta varhaisia matemaattisia taitoja edistävät toiminnot eivät vaadi vanhemmilta erityistä matemaattista osaamista, vaan esimerkiksi nopparin pelaaminen voi kehittää matemaattisia taitoja (Niklas & Schneider, 2014). Havainnoinnin ja vanhempien raportoiman matemaattisen toiminnan perusteella Skwarchuk (2009) totesi vanhemmat yleisesti ottaen kykeneviksi käsittelemään matemaattisia sisältöjä lapsensa kanssa. DeFlorion (2014) mukaan kodit eivät eroa sosioekonomisen taustan mukaan tavoissa tukea lapsen matematiikan oppimista, vaan keskeinen ero on korkeamman sosioekonomisen taustan vanhempien asettamat korkeammat odotukset lapsen oppimiselle. Toisaalta vanhempien voi olettaa osaavan huomioida lapsen ikä ja taitotaso matemaattisia taitoja vaativassa toiminnassa (Niklas & Schneider, 2014). Siten mahdollisesti vanhempien taitotason rinnalla vanhemman asenne matematiikkaa kohtaan on tärkeä, koska vanhemman asenne on yhteydessä lapsen oppimiseen (Skwarchuk, 2009). Siten sosioekonomisten ja geneettisten perhetaustaan liittyvien tekijöiden käyttäminen tutkimuksen mittareina ei välttämättä ole riittävää kodin oppimisilmapiirin tavoittamiseksi, vaan asenteita tulisi tutkia erillisillä mittareilla.

Keskimäärin vanhemmat arvostavat kotona tapahtuvia lukuaktiiviteetteja kotona tapahtuvaa matematiikan harrastamista enemmän, vaikka molempia pidetään tärkeinä (Skwarchuk, 2009). Mahdollisesti lukutaidon kehittymiseen ja kehityksen tukemiseen liittyvä tutkimustieto on jo saavuttanut vanhemmat, kun taas matematiikan harjoittelun hyötyjä tunnetaan yleisesti vähemmän. Esimerkiksi Skwarchukin (2009) tutkimuksessa asiantuntijoiden ja tutkimukseen osallistuneiden vanhempien arviot toiminnan matemaattisesta relevanssista erosivat toisistaan. Tietoiseen matematiikan oppimista tukevaan toimintaan ei siten ole ryhdytty yhtä aktiivisesti kuin lukemiseen. Koska aiemmissa tutkimuksissa kodin matemaattisen oppimisympäristön on todettu olevan yhteydessä myöhempään matematiikan osaamiseen, on aiheellista pohtia mahdollisuuksia matemaattisten taitojen tukemiseen kotiympäristössä ja lisätä tähän

kohdistuvaa tieteellistä tutkimusta. Esimerkiksi interventioiden suuntaamista kotiympäristöön on jo ehdotettu (Niklas & Schneider, 2014; Lore ym., 2016).

Tämän tutkimuksen tulosten perusteella formaali tai informaali harjoittelu eivät olleet suoraan yhteydessä laskusujuvuuteen tai sen kehitykseen. Aiemman tutkimustiedon perusteella kotona tapahtuva harjoittelu kuitenkin on yhteydessä matemaattisiin valmiuksiin ja taitojen kehitykseen (Visser ym., 2019; Niklas & Schneider, 2014). Jatkotutkimushaasteena on erotella tarkemmin erityyppisen varhaisen kotiympäristön harjoittelun vaikutusta matemaattisiin taitoihin. (Skwarchuk ym., 2014.) Aiheellista olisi tutkia matemaattisen harjoittelun lisäksi erikseen kognitiivisten taitojen tukemisen vaikutuksia laskusujuvuuteen. Aiemman tutkimustiedon perusteella esimerkiksi nopean nimeämisen taito vaikuttaa keskeisesti laskusujuvuuteen (Koponen ym., 2012).

Koska tässä tutkimuksessa todettiin vanhempien haasteiden olevan yhteydessä lapsen laskusujuvuuden lähtötasoon ja sitä kautta taidon kehitykseen, on aiheellista pohtia, voiko kotiympäristön muokkaaminen kompensoida vanhempien omien haasteiden vaikutuksia. Tulevaisuudessa tärkeää on pohtia kodin varhaisen numeerisen oppimisympäristön tukemista sellaisissa perheissä, joissa vanhemmille ei ole luontevaa pyrkiä lapsen matemaattisten taitojen tukemiseen. Tärkeää on pyrkiä selvittämään myös laskusujuvuuden kehitystä tukevia kotiympäristöön soveltuvia toimintoja sekä koulujärjestelmän mahdollisuuksia tunnistaa varhain ne lapset, joiden laskusujuvuus kehittyy heikosti.

Tähän tutkimukseen liittyy joitakin rajoituksia. Koska tutkittavien joukko on ollut pieni ($N \leq 200$) ja oletettavasti kulttuurisesti yhtenäinen tutkimuksen sijoituessa Keski-Suomeen, tutkimuksen tulokset eivät ole yleistettäviä. Tuloksia on tulkittava vain kyseisessä ympäristössä. Mahdollisesti laskusujuvuuden kehitystä tutkittaessa selitysasteen kasvu hierarkkisten regressiomallien eri askeleilla ei ollut tilastollisesti merkitsevää johtuen aineiston pienuudesta. Selitysaste parani malliin lisättyjen muuttujien perusteella mallin jokaisella askel-malla, mutta selitysasteen muutokset eivät olleet tilastollisesti merkitseviä.

Käytettyjen mittarien suhteen on huomioitava, että kodin varhaiseen

harjoitteluun liittyvät tekijät perustuvat vanhempien ilmoittamiin tietoihin, eivätkä riippumattoman tahon suorittamaan arviointiin. Näin ollen vanhempien ilmoittama varhainen formaali tai informaali matematiikan harjoittelu kotiympäristössä on perheen omien muistikuvien varassa. Samoin vanhempien ilmoittamat matematiikan oppimisen haasteet ovat heidän henkilökohtainen arvionsa kokemuksistaan. Tarkempia tuloksia voisi saada määrittelemällä kriteerit oppimisen haasteille. Tutkimuksessa käytettiin vanhempien yhteenlaskettua koulutustasoa mittaamaan perheen sosioekonomista asemaa. Sosioekonomisen aseman arvioinnin suhteen on huomioitava, että tässä Keski-Suomeen sijoittuneessa tutkimuksessa sosioekonominen tausta määrittää lähinnä kotiympäristöä. Toislaisessa kulttuurisessa ympäristössä sosioekonominen tausta voi määrittää merkittävästi myös lapsen mahdollisuuksia koulutukseen.

Tulosten perusteella laskusujuvuus on kehittyvä matematiikan osaamisen piirre. Sujuvuuden lähtötason selittäessä laskusujuvuuden kehitystä suurelta osin voi päätellä, että lasten asemoituminen laskusujuvuuden ja-kaumaan on melko pysyvää ensimmäiseltä luokalta kolmannelle luokalle. Sujuvan laskemisen saavuttaminen on kuitenkin tavoiteltavaa, koska muistiin perustuvien laskustrategioiden käyttäminen vapauttaa työmuistin resursseja peruslaskutoimituksia haastavammille tehtävien osille ja mahdollistaa näin vaikeampien matemaattisten ongelmien ratkaisun (Barrouillet & Fayol, 1998). Lisäksi muistiin perustuvat strategiat parantavat laskemisen tarkkuutta (Vasilyeva ym., 2015). Toistaiseksi on ristiriitaista tietoa siitä, miten kodin oppimisympäristö vaikuttaa laskusujuvuuteen. Siten tarvitaan lisää tutkimusta laskusujuvuuden tukemisen mahdollisuuksista.

LÄHTEET

- Aunio, P. & Niemivirta, M. (2010). Predicting Children's Mathematical Performance in Grade One by Early Numeracy. *Learning and Individual Differences, 20*, 427-435. DOI: 10.1016/j.lindif.2010.06.003.
- Aunio, P. & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years - a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal, 24*(5), 684-704. DOI: 10.1080/1350293X.2014.996424.
- Barrouillet, P. & Fayol, M. (1998). From algorithmic computing to direct retrieval: Evidence from number and alphabetic arithmetic in children and adults. *Memory & Cognition, 26*(2), 355-368.
- Carr, M. & Alexeev, N. (2011). Fluency, Accuracy, and Gender Predict Developmental Trajectories of Arithmetic Strategies. *Journal of Educational Psychology, 103*(3), 617-631. DOI: 10.1037/a0023864.
- Cirino, P.T., Fuchs, L.S., Elias, J.T., Powell, S.R. & Schumacher, R.F. (2015). Cognitive and Mathematical Profiles for Different Forms of Learning Difficulties. *Journal of Learning Disabilities 48*(2), 156-175. DOI:10.1177/0022219413494239.
- Deflorio, L. (2015). Socioeconomic Status and Preschoolers' Mathematical Knowledge: The Contribution of Home Activities and Parent Beliefs. *Early Education and Development, 26*(3), 319-341. DOI:10.1080/10409289.2015.968239.
- Dehaene, S. (1997/2011). Number Sense. How the Mind Creates Mathematics. New York: Oxford University Press.
- Duncan, G.J., Dowsett, C.J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A.C., Klebanov, P., Pagani, L.S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K. & Japel, C. (2007). School readiness and later

- achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428–1446. DOI: 10.1037/0012-1649.43.6.1428.
- Hart, S. A., Petrill, S. A. & Kamp Dush, C. M. (2010). Genetic Influences on Language, Reading, and Mathematics Skills in a National Sample: An Analysis Using the National Longitudinal Survey of Youth. *Language, Speech, and Hearing Services in Schools*, 41(1), 118–128. DOI: 10.1044/01611461(2009/08-0052).
- Hart, S. A., Petrill, S. A. & Thompson, L. A. (2010). A factorial analysis of timed and untimed measures of mathematics and reading abilities in school aged twins. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 63–69. DOI: 10.1016/j.lindif.2009.10.004.
- Jordan, N., Hanich, L. & Kaplan, D. (2003). A Longitudinal Study of Mathematical Competencies in Children With Specific Mathematics Difficulties Versus Children With Comorbid Mathematics and Reading Difficulties. *Child Development*, 74(3), 834–850. DOI: 10.1111/14678624.00571
- Jordan, J-A., Wylie, J., & Mulhern, G. (2015). Individual Differences in Children's Paths to Arithmetical Development. In R. Cohen Kadosh, & A. Dowker (Eds.), *Oxford Handbook of Numerical Cognition*. Oxford University Press. DOI: 10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.015.
- Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T. & Nurmi, J.-E. (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology*, 97(3), 220–241. DOI: 10.1016/j.jecp.2007.03.001.
- Koponen, T., & Mononen, R. (2010a). (Unpublished). The 2-minute addition fluency test.
- Koponen, T., & Mononen, R. (2010b). (Unpublished). The 2-minute subtraction fluency test.
- Koponen, T., Salmi, P., Eklund, K., & Aro, T. (2012). Counting and RAN: Predictors of Arithmetic Calculation and Reading Fluency. *Journal of*

Educational Psychology. Advance online publication. DOI:
10.1037/a0029285

- Korn, A. (2011). Building calculation fluency. School specialty – literacy and intervention. Haettu 21.09.2019 osoitteesta
http://eps.schoolspecialty.com/eps/media/site-resources/downloads/products/academy-math/research_math_fluency.pdf?ext=.pdf.
- Kovas, Y., Haworth, C.M., Dale P.S. & Plomin R. (2007). The genetic and environmental origins of learning abilities and disabilities in the early school years. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 72(3), 1-160.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 516–531. DOI: 10.1016/j.jecp.2009.03.009.
- LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children’s math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science* 41(2), 55–66. DOI: 10.1037/a0014532.
- Lore, M. D., Wang, A. H., & Buckley, M. (2016). Effectiveness of a Parent-Child Home Numeracy Intervention on Urban Catholic School First Grade Students. *Journal of Catholic Education*, 19 (3). DOI: 10.15365/joce.1903082016.
- Niklas, F. & Schneider, W. (2014). Casting the die before the die is cast: the importance of the home numeracy environment for preschool children. *European Journal of Psychology of Education*, 29(3), 327-345. DOI: 10.1007/s10212-013-0201-6.
- Passolunghi, M., Vercelloni, B. & Schadee, H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and

- numerical competence. *Cognitive Development*, 22(2), 165-184. DOI: 10.1016/j.cogdev.2006.09.001.
- Perry, P. & Dockett, S. (2018). Using a bioecological framework to investigate an early childhood mathematics education intervention. *European Early Childhood Education Research Journal*, 26 (4), 604–617. DOI: 10.1080/1350293X.2018.1487161.
- Petrill, S. A. & Deater-Deckard, K. (2004). The heritability of general cognitive ability: A within-family adoption design. *Intelligence*, 32(4), 403–409. DOI: 10.1016/j.intell.2004.05.001.
- Pizzie, R. G. (2017). Avoiding math on a rapid timescale: Emotional responsivity and anxious attention in math anxiety. *Brain and Cognition*, 118, 100-107. DOI:10.1016/j.bandc.2017.08.004.
- Reardon, S.F. & Portilla, X. A. (2016). Recent trends in income, racial, and ethnic school readiness gaps at kindergarten entry. *AERA Open*, 2(3), 1-18.
- Segers, E., Kleemans, T. & Verhoeven, L. (2015). Role of Parent Literacy and Numeracy Expectations and Activities in Predicting Early Numeracy Skills. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal*, 17(2-3), 219-236.
- Shrager, J. & Siegler R. S. (1998). SCADS: A model of children's strategy choices and strategy discoveries. *Psychological Science*, 9(5), 405–412. DOI: 10.1111/1467-9280.00076.
- Sitabkhan, Y., Platas, L. & Ketterlin-Geller, L. (2018). Capturing Children's Mathematical Knowledge: An Assessment Framework. *Global Education Review* 5(3), 106-124.
- Skwarchuk, S.-L. (2009.) How Do Parents Support Preschoolers' Numeracy Learning Experiences at Home? *Early Childhood Education Journal* 37(3), 189-197.
- Skwarchuk, S.-L., Sowinski, C. & LeFevre, J.-A. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. *Journal of Experimental Child Psychology* 121, 63-84. DOI: 10.1016/j.jecp.2013.11.006.

- Soni, A. & Kumari, S. (2017). The Role of Parental Math Anxiety and Math Attitude in Their Children's Math Achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(2), 331–347. DOI: 10.1007/s10763015-9687-5.
- Swanson, L. & Kim, K. (2007). Working Memory, Short-Term Memory, and Naming Speed as Predictors of Children's Mathematical Performance. *Intelligence*, 35(2), 151–168. DOI: 10.1002/dys.341.
- Taylor, R., Clayton, J.D. & Rowley, S.J. (2004). Academic Socialization: Understanding Parental Influences on Children's School-Related Development in the Early Years. *Review of General Psychology*, 8(3), 163–178. DOI: 10.1037/1089-2680.8.3.163.
- Vasilyeva, M., Laski, E. V. & Shen, C. (2015). Computational fluency and strategy choice predict individual and cross-national differences in complex arithmetic. *Developmental Psychology*, 51(10), 1489–1500. DOI: 10.1037/dev0000045.
- Visser, M., Juan, A. & Hannan, S. (2019). Early Learning Experiences, School Entry Skills and Later Mathematics Achievement in South Africa. *South African Journal of Childhood Education*, 9(1).
- Zadeh, Z. Y., Farnia, F. & Ungerleider, C. (2010). How Home Enrichment Mediates the Relationship Between Maternal Education and Children's Achievement in Reading and Math. *Early Education and Development*, 21(4), 568-594. DOI:10.1080/10409280903118424