

**VIIDESLUOKKALAISTEN KYMMENJÄRJESTELMÄN
HALLINTA**

"Ei aina tarvi kaikkea ymmärtää."

Saana Nuutinen

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma

Luokanopettajien aikuiskoulutus

Kokkolan Yliopistokeskus Chydenius

Jyväskylän yliopisto

Kevät 2019

TIIVISTELMÄ

Nuutinen, Saana. 2019. Viidesluokkalaisten kymmenjärjestelmän hallinta. "Ei aina tarvii kaikkea ymmärtää.". Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kokkolan Yliopistokeskus Chydenius. 74 sivua.

Tämän tutkielman kohteena on viidesluokkalaisten kymmenjärjestelmän osaaminen. Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää viidennen luokan oppilaiden (N=89) kymmenjärjestelmän hallintaa Kymppi-kartoitus 2:lla sekä kuvata luokanopettajien (N=4) käsityksiä oppilaidensa kymmenjärjestelmän osaamisesta ja siihen vaikuttavista tekijöistä. Tutkimusaineistona oli viidennen luokan oppilaiden (N=89) Kymppi -kartoitus 2:n tulokset, jotka analysoin SPSS -ohjelmalla. Luokanopettajien yksilöhaastattelut (N=4) muodostavat laadullisesti, fenomenografisen tutkimussuuntauksen mukaisesti, analysoitavan aineiston.

Viidesluokkalaisten kymmenjärjestelmän osaaminen ei ole tämän tutkimuksen mukaan tutkimusjoukolla toivotulla tasolla. Oppilaiden osaaminen oli hyvin epätasaista ja puutteet kymmenjärjestelmän hallinnassa lisääntyivät tehtävien muuttuessa enemmän ymmärrystä vaativiksi. Tuloksissa näkyy matematiikan oppimisen kumulatiivinen luonne. Luokanopettajien haastatteluissa tuli ilmi mahdollisia selittäviä tekijöitä oppilaiden osaamisen tasolle. Suurimmat erot olivat opettajien opetustyyeissä. Tutkimustulokset eivät ole yleistettäviä kaikkiin suomalaisiin viidenluokkalaisiin, mutta tämä otos kattoi neljä viidettä luokkaa ja heidän osaamistansa matematiikan ja kymmenjärjestelmän osalta.

Asiasanat: kymmenjärjestelmä, matematiikka, opettajan käsitykset, fenomenografia, monimenetelmätutkimus

SISÄLTÖ

TIIVISTELMÄ

SISÄLTÖ

1	JOHDANTO	5
2	KYMMENJÄRJESTELMÄ MATEMATIIKAN OPETUKSEN POHJANA.....	7
2.1	Kymmenjärjestelmän määrittelyä	7
2.2	Matematiikan opetuksen lähtökohtia ja tavoitteita	9
2.3	Erilaisia opetusmenetelmiä kymmenjärjestelmän ja matematiikan opetuksessa.....	11
3	MATEMAATTISTEN TAITOJEN KEHITYKSESTÄ.....	15
3.1	Matematiikan valmiuksien kehittymisen psykologisia lähtökohtia.....	15
3.2	Matemaattisten valmiuksien kehittymisestä	16
3.3	Matemaattisia vaikeuksia kymmenjärjestelmän näkökulmasta.....	20
4	TUTKIMUKSEN NÄKÖKULMAA MATEMATIIKAN JA KYMMENJÄRJESTELMÄN PUUTTEISTA OSAAMISESSA	22
5	TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET.....	25
6	TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN	26
6.1	Tutkimuksen lähestymistapa.....	26
6.2	Laadullinen tutkimus.....	27
6.3	Fenomenografinen tutkimus laadullisena tutkimussuuntauksena	30
6.4	Määrällinen tutkimus.....	32

6.5	Aineistonkeruumenetelmät ja tutkimusaineisto.....	33
6.6	Tutkimusaineiston analysointia	37
6.7	Fenomenografinen analyysi kuvattuna vaiheittain.....	40
6.8	Tutkimuksen eettisyyden pohdintaa	44
6.9	Tutkimuksen luotettavuuden arviointia	46
7	TULOKSET	48
7.1	Tulokset kuvauskategorioittain.....	48
7.2	Kymppi-kartoituksen tulokset.....	55
8	JOHTOPÄÄTÖKSET JA POHDINTAA	61
	LÄHTEET	66
	LIITTEET.....	73

1 JOHDANTO

Olen valinnut pro gradu -tutkielmani aiheeksi 5. luokkalaisten matematiikan kymmenjärjestelmän hallinnan. Monissa tutkimuksissa (mm. Vettenranta, Hiltunen Nissinen, Puhakka & Rautapuro 2016, Väliniemi & Kupari 2015) nousee esille huoli suomalaisten koululaisten heikentyneestä matematiikan osaamisen tasosta. Myös Turun yliopiston professori Erno Lehtinen on ilmaissut huolensa matematiikan osaamisen heikkenemisestä Yle uutisille (Collin 2018). Hänen mukaansa vallalla on vääristynyt käsitys, ettei matematiikkaa enää tarvita maailmassa niin paljon, koska koneilla voi laskea. Hän kuitenkin nostaa esille, että maailma on ikään kuin matematisoitumassa. Matematiikka on kaikkialla, se vain on muuttanut muotoaan. Myös tämä on lisännyt omaa kiinnostustani matematiikan tutkimista kohtaan. Olen itse aina pitänyt matematiikasta, sen opetuksesta ja oppimisesta. Oman opettajakokemukseni myötä pohdin, miten voisin rajata matematiikan osaamisen tutkimista tähän pro gradu-tutkielmaani sopivaksi. Oman kokemukseni mukaan luokanopettajana vuosittain esille nousivat oppilaiden kymmenjärjestelmän hallinta ja sen haasteet. Halusin tarkastella, miten oppilaat hallitsevat kymmenjärjestelmää Kymppi-kartoituksen mukaan. Halusin saada tietoa siitä, millainen käsitys luokanopettajilla on heidän omien oppilaidensa osaamisesta.

Tutkielmallani toivoin saavani hieman selvyttä siihen, miten opettajat nykyään opettavat matematiikkaa ja kuinka paljon he miettivät oppilaan ajattelun kehittämistä. Halusin kysyä luokanopettajilta, miten tärkeänä he käsittävät matemaattisen ajattelun ja ymmärtämisen kehittymistä. Ajattelun taito ja ymmärtäminen ovat mielestäni elämän kannalta oppilaalle tärkeitä taitoja. Oppilaan tulisi ymmärtää matematiikan kuuluvan hänen jokapäiväiseen elämäänsä. Kymmenjärjestelmä käsitteenä on monelle hieman epämääräinen ja se, mitä kaikkea kymmenjärjestelmään kuuluu, voi olla opettajillekin vaikeaa määritellä. Pohdin myös kuinka opettajat soveltavat peruskoulun opetussuunnitelman matematiikan tavoitteita opetukseensa ja oppilaiden osaamisen arviointiin. Matematiikan osaaminen ja sen heikkeneminen on ollut useasti mediassa esillä ja se lisäsi kiinnostustani tutkielmani aiheeseen.

Tutkimusjoukokseni tarkentui 5. luokan oppilaiden kymmenjärjestelmän osaamisen taidot. Olen usein opettanut ennen näitä opintoja 5. luokkaa ja minulla oli kokemusta, kuinka vaatimukset matematiikan osaamisen kohdalla nousevat alakoulun viimeisillä luokilla. Mittariksi sopi loistavasti erityisopettaja-ystäväni minulle vinkkaama Hannele Ikäheimon Kymppi-kartoitus 2. Tämä kartoitus suositellaan tehtäväksi 5. luokan keväällä tai heti 6. luokan syksyllä. Kartoituksella saadaan tietoa oppilaiden kymmenjärjestelmän osaamisesta. Ajattelin myös, että tutkielmani Kymppi-kartoitus 2:n tulokset voisivat antaa luokanopettajalle ja erityisopettajalle työkaluja suunnitella ja toteuttaa opetustaan seuraavaksi vuodeksi. Näin heillä olisi enemmän tietoa omien oppilaidensa osaamisesta kymmenjärjestelmän osalta.

Matematiikka oppiaineena jakaa ihmisten mielipiteitä paljon. Ennakkokäsityksiä matematiikan opiskelua kohtaan on myös havaittavissa. Usein ilmaistaan matematiikan olevan tylsää yksin puurtamista ja työlästä. Tähän uskon tuovan muutosta ajattelun ja ymmärtämisen tärkeyden korostaminen nykyisen opetussuunnitelman mukaisessa opetuksessa. Aikaisemmat tutkimukset (mm. PISA 2000-2009) ovat osoittaneet poikien olevan tyttöjä kiinnostuneempia ja lahjakkaampia matematiikassa, mikä on näkynyt yliopistojenkin sukupuolijakaumassa matemaattisten aineiden osalta. TIMMS (2015) ja PISA (2015) -tutkimusten tulokset paljastavatkin muutoksen tässä suuntauksessa. Myös tytöt voivat kiinnostua matematiikasta, olla siinä hyviä ja heitä pitää siihen kannustaa. Kymmenjärjestelmän hallinta ja sen käsitteiden ymmärtäminen on tärkeä osa matematiikan perustaa ja siksi mielenkiintoni kohdistuu niiden tutkimiseen. Kymmenjärjestelmän ymmärrys nousee myös perusopetussuunnitelman perusteista keskeiseksi tavoitteeksi ja on arvioinnin kohteena (POPS 2014, 235, 237).

2 KYMMENJÄRJESTELMÄ MATEMATIIKAN OPETUKSEN POHJANA

2.1 Kymmenjärjestelmän määrittelyä

Länsimaissa on yleisesti käytössä kymmenlukujärjestelmä, mutta erilaisia lukujärjestelmiä tunnetaan maailmassa useita. Esimerkkinä näistä mainitsen 2-lukujärjestelmän ja 5-lukujärjestelmän. Toimiva lukujärjestelmä on edellytys suurien lukujen käsittelyyn ja laskemiseen. (Karttunen 2006, 20–22.) Toimiva lukujärjestelmä tuo kehitysmahdollisuuksia sivilisaatiolle ja käytössämme oleva kymmenlukujärjestelmä on edellytys monelle tieteenalalle, kuten esimerkiksi fysiikalle ja tähtitieteelle (Flegg, 2002, 14–15). Kymmenjärjestelmä on olennainen osa koko matematiikan opettamista, osaamista ja oppimista, koska sen kautta syntyy ymmärrys laskutoimituksiin ja se antaa pohjan parempiin ja sujuvampiin laskutaitoihin (Ikäheimo 2012, 3).

Kymmenjärjestelmä on lukupaikkajärjestelmä. Se koostuu numeromerkeistä, joita on kymmenen: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9. Lukumäärä, lukusana ja numero (merkki) kuuluvat lukukäsitteeseen. Näiden merkkien erottaminen toisistaan on lukujärjestelmän oppimisen kannalta merkittävää. (Ikäheimo 2012, 8–9.) Kymmenjärjestelmässä on siis kyse lukupaikkajärjestelmästä ja siinä numeron arvo määräytyy numeron ilmaisevan yksikön mukaan (Hannula & Lepola 2006a, 135). Kymmenjärjestelmän hallinta on huomionarvoisen tärkeää esimerkiksi silloin, kun oppilas harjoittelee desimaalilukuja. Kantalukuna on kymmenen ja luvun siirtyessä lukupaikassa yhden vasemmalle luku kasvaa aina kymmenkertaiseksi. (Ikäheimo 2012, 8–9; Korhonen 2013, 38–40). Kymmenjärjestelmässä on siis käytössä lukupaikkajärjestelmä, jossa numeron arvo on paikan mukaan oikealta vasemmalle lukien ykköset, kymmenet, sadat, tuhannet jne. Viereinen numero on aina kymmenen kertaa suurempi tai pienempi riippuen siitä, siirrytäänkö oikealle vai vasemmalle. (Wikipedia, 2019.) Myös Baker ja Ward (2015) selventävät matematiikan ymmärryksen ja lukupaikkajärjestelmän ymmärtämisen olevan kymmenjärjestelmän perusteita.

Oppilaalla pitää olla ymmärrys lukupaikkajärjestelmästä, yksi-yksi vastaavuudesta ja käsitys lukujen 0-9 merkityksestä kymmenlukujärjestelmässä.

Matemaattisilla valmiuksilla on valtava merkitys koko matematiikan oppimiselle. Kymmenjärjestelmää ei ole helppo hallita, jos nämä matemaattiset valmiudet ovat puutteelliset. Kymmenjärjestelmän hallinta onkin yksi matematiikan keskeisimmistä sisällöistä. Pienetkin puutteet sen hallinnassa vaikuttavat koko matematiikan oppimiseen. (Ikäheimo 2012, 6–7.) Kymmenlukujärjestelmä täytyy hallita, jotta voi ymmärtää lukuja ja laskutoimituksia. Kymmenjärjestelmä on yksi länsimaisen matematiikan tärkeimmistä peruskäsitteistä ja tuleva matematiikan oppiminen perustuu pitkälti kymmenjärjestelmän osaamiseen. (Soini, Pietarinen, Toom & Pyhäntö 2016, 57.) Kymmenjärjestelmä länsimaisen matematiikan peruskäsitteenä tulee ilmi myös van de Wallen, Karpin ja Bay-Williamsin artikkelissa. Kymmenjärjestelmän omaksuminen antaa heidänkin mukaansa pohjaa desimaalilukujen, prosenttilaskujen ja mittayksiköiden käsitteiden ymmärtämiseen. (van de Walle, Karp & Bay-Williams 2014, 204.)

Jotta lapsi voi ymmärtää kymmenjärjestelmän, hänellä on oltava joustava ymmärrys matematiikan lukupaikkajärjestelmästä. Lukupaikkajärjestelmä on matematiikassa ymmärtämisen perustana. Mitä paremmin oppilas ymmärtää lukupaikkajärjestelmää, sitä paremmin hän pystyy ymmärtämään koko kymmenjärjestelmää ja ratkaisemaan muuttuvia matemaattisia tehtäviä. Oppilaan on ymmärrettävä, että luvun arvo lisääntyy aina kymmenkertaiseksi siirryttäessä oikealta seuraavaan lukupaikkaan vasemmalle päin. Lukupaikkajärjestelmän hallinta on kymmenjärjestelmän osaamisen pohjana. (Ladel & Kortenkamp 2016.)

2.2 Matematiikan opetuksen lähtökohtia ja tavoitteita

Perusopetuksen opetussuunnitelman¹ mukaan (2014, 234–235) vuosiluokilla 3-6 tavoitteena on tarjota oppilaille kokemuksia, jotka kehittävät oppilaiden taitoa esittää matemaattista ajatteluaan ja ratkaisujaan eri tavoin ja välinein. Monipuolisia ongelmia ratkaistaan niin yksin kuin ryhmissä. Erilaisten ratkaisutapojen vertailu opetuksessa on keskeistä. Opetus ohjaa oppilasta ymmärtämään matematiikan hyödyllisyyttä sekä omassa elämässään että yhteiskunnassa. Matematiikan opetuksen tavoitteina on pitää yllä oppilaan kiinnostusta matematiikkaa kohtaan sekä tukea myönteistä minäkuvaa ja luottamusta. Oppilasta tulee ohjata havaitsemaan yhteyksiä oppimiensa asioiden välillä. Keskeisenä tavoitteena on ongelmanratkaisutaitojen kehittäminen. Oppilasta tulee ohjata ymmärtämään matemaattisia käsitteitä ja merkintöjä sekä vahvistamaan ja laajentamaan ymmärrystään kymmenjärjestelmästä. Oppilaan ymmärrystä kymmenjärjestelmästä syvennetään ja varmennetaan.

POPS 2014 mukaan opetuksessa kehitetään oppilaiden taitoja löytää säännönmukaisuuksia, etsiä vaihtoehtoja systemaattisesti ja havaita syy- ja seuraussuhteita sekä yhteyksiä matematiikassa. Opetuksessa pyritään syventämään oppilaiden käsitystä lukujen rakenteesta ja jaollisuudesta tutkimalla ja luokittelemalla lukuja. Opetuksessa varmistetaan kertotaulujen 1-10 osaaminen ja opiskellaan jakolaskua sekä sisältö- että ositusjakotilanteissa. Lisäksi harjoitellaan lukuyksiköittäin jakamista. Opetuksessa hyödynnetään laskutoimitusten ominaisuuksia ja niiden välisiä yhteyksiä. Esimerkiksi kerto- ja jakolaskujen yhteyttä toisiinsa selvennetään esimerkein ja matematiikkavälineitä käyttämällä. Kerto- ja jakolaskussa lasketaan luonnollisilla luvuilla. Oppilaille tarjotaan tukea kehittää taitojaan niin, että myönteinen asenne ja kyvykkyyden tunne vahvistuvat. Oppilaille tarjotaan mahdollisuus oivaltaa ja ymmärtää itse ilman valmiita vastauksia.

¹ Perusopetuksen opetussuunnitelmasta käytän tästä eteenpäin lyhennettä POPS.

Taitaville oppilaille puolestaan tulee tarjota mahdollisuus luovaan ongelmanratkaisuun ja matematiikan sovelluksiin. Opettajan tehtävänä on herättää

oppilaan kiinnostus matematiikkaan suunnitteleamalla oivalluksia ja ongelmanratkaisutaitoja kehittäviä tehtäviä. Oppilaan tulisi oppia havaitsemaan yhteyksiä oppimiensa asioiden välillä ja tämän tulisi siis näkyä myös 5. luokan keväällä. Hänen tulisi osata perustella tekemiään matemaattisia ratkaisuja ja käyttää erilaisia strategioita ongelmanratkaisuissa. Oppilaan tulisi hallita kymmenjärjestelmän periaatteet myös desimaalilukujen osalta. Opettajan tehtävä on tukea ja ohjata oppilasta vahvistamaan ymmärrystään koko kymmenjärjestelmästä. (POPS 2014, 235–238.)

Joutsenlahden ja Vainionpään (2010) mukaan opettajat usein pitävät matematiikan opetuksen keskeisenä perustana huolella suunniteltua pedagogista oppikirjaa. Opettajat ajattelevat käydessään kirjan alusta loppuun, noudattavansa opetussuunnitelmaa. Oppikirja ei kuitenkaan ole välttämättä suoraan opetussuunnitelman mukainen, vaan opettajan on tunnettava opetussuunnitelma ja suunniteltava opetus sen pohjalta. Oppikirjasidonnaisessa opetuksessa ei tueta tarpeeksi oppilaan ongelmanratkaisutaitoja ja ymmärrystä. Tämän takia matematiikan opetuksen tulokset oppikirjasidonnaisesta opetuksesta näkyvät mm. jatko-opetuksessa, missä oppilailla on suuria puutteita käsitteiden ja ymmärtämisen kanssa. (Joutsenlahti & Vainionpää 2010, 209.)

Edellä mainitut POPS 2014 tavoitteet tulevat esille myös Koskisen tutkimuksessa. Koskisen (2016, 65, 93–95) mukaan kouluissa ja olemassa olevissa opetussuunnitelmissa on selvästi nähtävissä pyrkimystä kehittää matematiikan opetusta mielekkäämmäksi. Koskinen tuo esille, että pienemmissä ryhmissä työskentely muuttaisi opetusta oppilaskeskeisempään suuntaan. Lisäksi hän toivoo oppilaiden saavan materiaalia, eli matemaattikkavälineitä, käyttöönsä, kun he ratkaisevat matemaattisia ongelmia. Vuorovaikutus kehittää ajattelua, kun oppilaat ja opettaja puhuvat ääneen yhdessä matemaattista ajatteluaan. Tämä ääneen kielentäminen sisältää ajatusten vaihtoa niin oppilaiden kesken kuin myös opettajan kanssa. Opetustapahtuma tulee kuitenkin olla opettajan vastuulla, jotta kaikilla on mahdollista oppia keskeiset käsitteet ja symbolit. Koskinen tarkastelee tutkimuksessaan myös matemaattista ajattelua ja ymmärtämistä. Hän kertoo matematiikan ymmärtämisen liittyvän tiiviisti matemaattiseen ajatteluun. Tätä hän

kuvaa Burtonin (1984) matemaattisen spiraalin mallilla. Koskisen mukaan Burton (1984) esittää tämän matemaattisen ajattelun spiraalisen mallin, joka kytkeytyy rakenteellisesti myös matemaattiseen ymmärtämiseen. Tähän kuuluu matemaattisen ajattelun kolme näkökulmaa. Ensimmäisenä näkökulmana ovat operaatiot, joihin voidaan ajatella kuuluvan mm. lukujen luetteleminen, järjestäminen ja vastaavuuden muodostaminen. Toisena ovat prosessit, joita kuvataan tarkasteluna ja yhteyksien havaitsemisena sekä yleistysten tekemisenä. Lopulta kolmantena näkökulmana on ajattelun dynamiikka, joka kulkee syklisenä jatkuvana prosessina.

Koskinen (2016, 54–60) esittelee väitöskirjassaan mielekkään oppimisen lähtökohtia. Hän kertoo, kuinka jo Vygotsky (1978) liitti lähikehityksen vyöhykkeet ja sisäistämisen mielekkääseen oppimiseen. Lähikehityksen vyöhyke määrittää sen oppimisalueen, jossa oppilaan on helpoin ja mielekkäin oppia tietyt matemaattiset taidot. Lähikehityksen vyöhykkeet vaikuttavat paljon matematiikan opetuksen lähtökohtiin. Koskinen avaa Learning with understanding -traditiota ja kuinka se on kehittynyt nykyaikaan sopivaksi. Konkreettisten materiaalien käyttö tukee tätä ymmärtämisen kautta tapahtuvaa oppimista. POPS 2014 (2014, 235) tavoitteissa (T8) on selkeästi ilmaistu tavoitteena oppilaan ymmärryksen lisääminen kymmenjärjestelmästä.

2.3 Erilaisia opetusmenetelmiä kymmenjärjestelmän ja matematiikan opetuksessa

Nykyisessä opetussuunnitelmassa (POPS 2014, 29–31) korostetaan oppimisympäristön ja monipuolisten työtapojen, jotka antavat mahdollisuuden paremmalle eriyttämiselle, vaikutusta oppilaan oppimiseen. Oppimisympäristöjen tarkoitus on tukea oppilaan oppimista, vuorovaikutustaitojen kehittymistä ja osallisuutta. Tieto- ja viestintäteknologia on otettava huomioon myös oppimisympäristön kehittämisessä matematiikankin osalta. Oppimisympäristöissä, kuten myös työtavoissa, on huomioitava lapset yksilöllisesti. Työtapoja ohjaavat opetussuunnitelman tavoitteet ja matematiikan oppiaineen ominaispiirteet. Työtapojen suunnitteluun ja valintaan pitää ottaa mukaan myös oppilaat.

Matematiikan ja kymmenjärjestelmän opettamisessa on otettava huomioon erilaiset tavat oppia ja omaksua tietoa.

Yhteistoiminnallisen oppimisen (co-operative learning) ja yhteisöllisen oppimisen (collaborative learning) lähtökohtana on pienissä ryhmissä toimiminen, joissa ryhmät (yleensä 2-5 oppilasta) vaihtuvat ja kaikilla oppijoilla on oma aktiivinen roolinsa. Tämä eroaa tavallisesta ryhmätyöstä siinä, että jokainen on sitoutunut ryhmän toimintaan ja tavoitteeseen. Jokainen tietää oman panoksensa toiminnassa. Ryhmän jäsenten vuorovaikutusta vahvistetaan systemaattisesti. Opettajalla on tässä oppimisen prosessissa keskeinen rooli ohjaajana. Tässä ei jätetä oppilaita työskentelemään yksin. (Hellström, Johnson, Leppilampi & Sahlberg 2015, 16–17.) Hakkarainen, Lonka ja Lipponen (2004) kirjoittavat pienryhmissä tapahtuvan puhumisen vaikuttavan suotuisasti oppilaiden ajattelun kehittymiselle, mikä on hyödyksi oppimisessa.

Tavoiteoppimisessa ajatellaan oppilaan oppivan kaikki tarvittavat asiat, kunhan hän saa tarpeeksi aikaa ja tukea oppimiseensa. Opettajan tehtävänä on antaa korjaavaa palautetta ja tarpeen mukaan syventäviä tai kertaavia lisätehtäviä. Tavoiteoppimisessa oppilaiden täytyy osoittaa tietty osaamisen taso päästäkseen etenemään. (Slavin, Lake & Groff 2008, 5–6.) Omatahtinen oppiminen liitetään usein tavoiteoppimiseen. Tässä oppilas saa edetä omaa tahtiaan matematiikassa. Tämä tapa pohjautuu Kellerin (1968) henkilökohtaisen opetuksen järjestämiseen. Slavin ym. (2008, 17–18) ovat tutkineet oppilaiden oppimistuloksia ja todenneet niihin vaikuttavan eniten oppimisprosessiin liittyvät opetusmenetelmät. Tutkijat toteavat, että yhdistelemällä erilaisia oppimismenetelmiä saadaan parhaat oppimistulokset.

Toiminnallinen opetus sopii hyvin myös matematiikan opetukseen. Kaisla ja Välimaa (2009, 111) toteavat toiminnallisen opetuksen olevan tavoitteellista ja ajattelua kehittävää. Oppilaat ovat aktiivisia toimijoita ja opetus on oppilaita osallistavaa. Toiminnallisessa opetuksessa oppilaat voivat toimia yksin, pareittain tai ryhmissä. Perusidea on kuitenkin se, että oppilaan oma kokemus ja aktiivinen osallistuminen tekemiseen ja suunnitteluun otetaan huomioon. Tämä sopiikin hyvin POPS 2014 oppimiskäsitykseen. Moilanen ja Syväoja (2017) vahvistavat myös tätä näkemystä. He korostavat myös liikkeen parantavan oppimistuloksia.

Leppäaho (2018, 369–370) kuvaa ongelmanratkaisun taitoa matematiikan opetuksessa ja oppimisessa. Hänen mukaansa ongelmanratkaisu kuvataan yleensä ajatteluprosessina, jossa tarvitaan useita erilaisia käsitteitä kuten ongelma, ongelmanratkaisu ja tietorakenne. Hän toteaa, että koko matematiikka on ongelmanratkaisua. Matematiikan opetuksessa käytettävät tehtävät ovat joko avoimia tai suljettuja tehtäviä. Suljetuissa tehtävissä, joita oppikirjoissa yleensä on, on määritelty alku- ja lopputilanne tarkasti. Avoimissa tehtävissä alku- tai lopputilanne tai molemmat sisältävät useamman vaihtoehdon. Avointen tehtävien käyttö lisää oppilaan soveltamiskykyä ja mahdollistaa tiedon monipuolisemman ja harkinnallisen käytön.

Oppikirjasidonnainen opetus on edelleen yleistä kouluissa. Perkkilä, Joutsenlahti ja Sarenius (2018, 345–362) ovat kirjoittaneet matematiikan oppimateriaalitutkimuksesta ja oppimateriaaleista. Oppimateriaalitutkimuksessa tutkitaan muun muassa opetussuunnitelman ja oppikirjojen yhteyttä sekä kuinka oppimiskäsitys näkyy oppikirjoissa. Oppikirjatutkimuksessa tulee ilmi, kuinka oppikirja nähdään usein samana kuin opetussuunnitelma. Oppikirjat ja opetussuunnitelmat eivät kuitenkaan ole sama asia. Tutkimuksissa ilmenee kuitenkin, että oppikirjat saattavat ohjata matematiikan opetusta enemmän kuin opetussuunnitelma. Oppikirjoja tutkittaessa huomataan niiden kaavamaisuus. Tuntirakenteet, sisältöjen jaksottaminen ja työtavat ovat hyvin samankaltaisia vuosiluokalta toiselle siirryttäessä. Tämä helpottaa opettajien työtä ja suunnittelua. Voidaan kuitenkin miettiä kuinka se kehittää oppilaan ajattelua ja herättää oppilaan uteliaisuutta matematiikan maailmaan. Perkkilä ym. (2018) huomioivat oppikirjasarjojen kirjoittajilla haasteen, kuinka eri oppikirjasarjoissa matemaattisten merkintöjen tulisi olla samankaltaisia. Tällä hetkellä eri kirjasarjoissa näkyy erilaisia matemaattisia merkintöjä. Kansallisissa tutkimuksissa oppikirjasidonnaisuus opetuksessa nousee edelleen voimakkaasti esiin. Perkkilä ym. (2018) nostavat esille oppimateriaalien laadinnassa niiden tärkeyden nostaa oppilaan omaa ajattelua esille ja antaa siihen työkaluja. Oppimateriaalin tulisi mahdollistaa yksilöllinen eriyttäminen ja huomioida erilaiset oppijat. Opettajan olisi tärkeintä muistaa, että

oppimateriaali on työkalu opettajalle, eikä se saa olla liikaa opetusta ohjaava.
"Oppimateriaali on hyvä renki, mutta huono isäntä." (Perkkilä ym. 2018, 362).

3 MATEMAATTISTEN TAITOJEN KEHITYKSESTÄ

3.1 Matematiikan valmiuksien kehittymisen psykologisia lähtökohtia

Piaget (1977) jakaa lapsen kognitiivisen kehityksen neljään kehitysvaiheeseen. Sensomotorinen vaihe jatkuu Piagetin (1977) mukaan syntymästä 12-18 kuukauden ikään saakka. Näin matematiikan opetuksen tulisi perustua konkreettisiin opetusmenetelmiin kuten esimerkiksi matemaattisen ajattelun esittämiseen konkreettisilla oppimisvälineillä (vrt. POPS 2014). Konkreettisten operaatioiden loppuvaiheessa hän ajattelee lapselle kehittyvän kaikki ne kognitiiviset osarakenteet, joihin perustuu myöhempi kognitiivinen kehitys. Semioottiseen funktioon, eli esioperationaaliseen vaiheeseen, lapsi siirtyy toisen vuoden loppupuolella ja se jatkuu noin 7 vuoden ikään. Se antaa lapselle mahdollisuuden jäljittelyyn ja tapahtumien sekä ajattelun jäsentämiseen. Lapsen ajattelu käsitteellistyy ja ymmärrys vastaavuuksiin lisääntyy. Piaget (1977) kertoo konkreettisten operaatioiden vaiheen alkavan 6-7 vuoden iässä ja jatkuvan aina 11-12 -vuotiaaksi saakka. Tällöin lapsi saa valmiuksia loogiseen päättelyyn, luokitteluun ja järjestyssuhteisiin. (Piaget & Inhelder 1977, 13–14, 90, 124.)

Hyvin tunnetun ja siteeratun lapsen kehittymistä koskevan Piagetin teorian mukaan useimmat viidesluokkalaiset ovat tässä konkreettisten operaatioiden loppuvaiheessa. Tässä vaiheessa lapsen ajattelu siis irtautuu välittömistä havainnoista ja muuttuu joustavammaksi. Lapsi pystyy pitämään muistissaan useita yksityiskohtia ja pohtimaan eri ongelmanratkaisuvaihtoehtoja. Lapsi osaa myös luokitella asioita ylä- ja alakäsitteitä käyttäen. Nyt lapsi vapautuu ajattelun egosentrisyydestä ja pystyy vaihtamaan perspektiiviä. (Nurmiranta, Leppämäki & Horppu 2009, 35-36.) Nurmi, Ahonen, Lyytinen, Lyytinen, Pulkkinen, ja Ruoppila (2014, 93) toteavat, että keskilapsuudessa, jota vaihetta viidesluokkalainenkin elää, tapahtuu muutos myös muististrategioiden hallinnassa. Lapset alkavat käyttää uusia toimintatapoja muistaakseen paremmin. Kyseisiä toimintatapoja ovat muun muassa mielessä

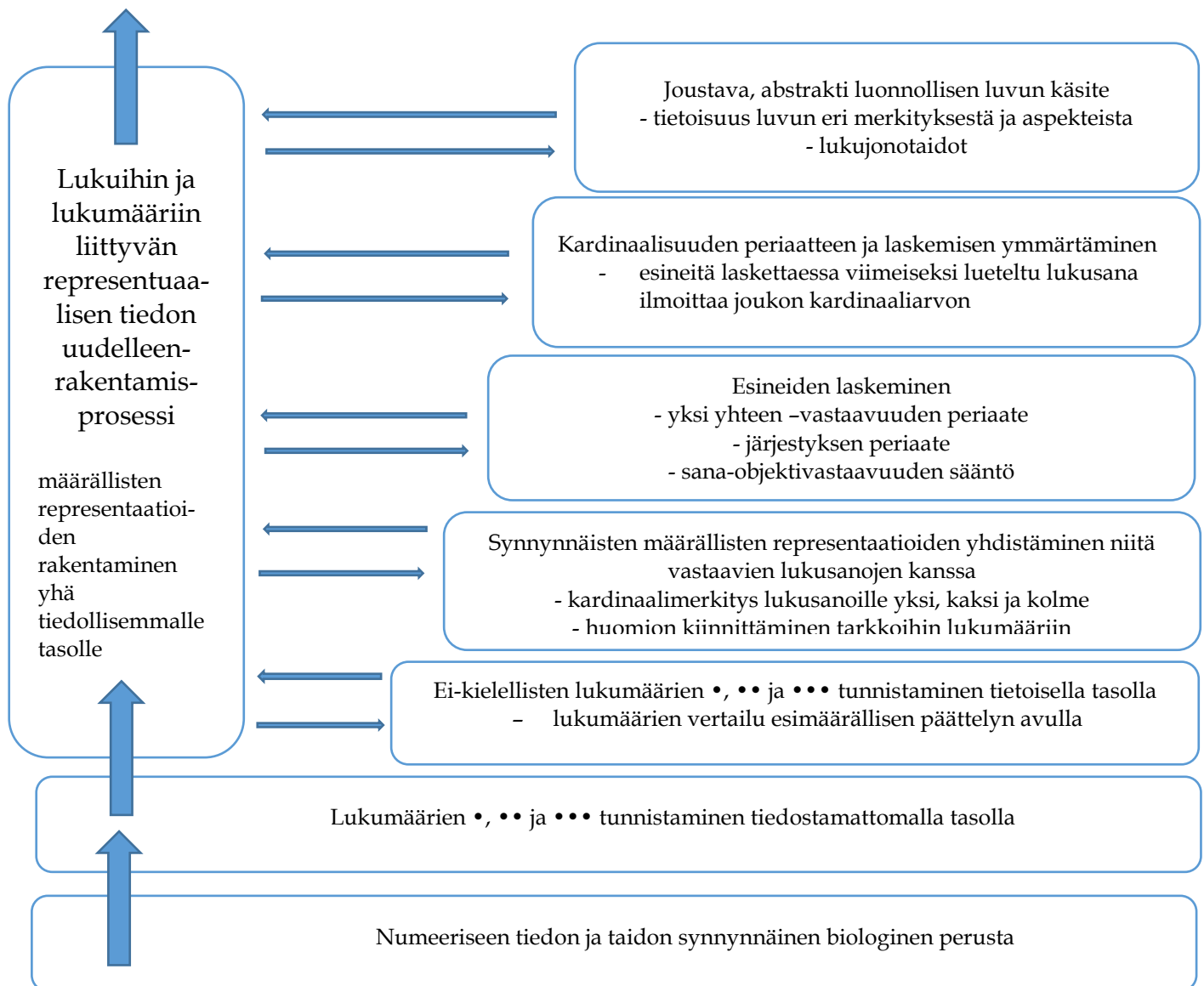
pidettävän muistiaineksen toistelu, muistiaineksen luokittelu ja ryhmittely sekä assosiaatioiden käyttö muistamisen apuna. Jo 10-11 -vuotias oppii arvioimaan, kuinka paljon hänellä kuluu aikaa oppimiseen. Hän siis arvioi omaa ajankäyttöään oppimisessa. Hän osaa myös käyttää erilaisia mieleen painamisen tekniikoita. (Nurmi, Ahonen, Lyytinen, Lyytinen, Pulkkinen & Ruoppila 2014, 93.)

Dunderfelt (2011) kirjoittaa, että psykoanalyttisessa kirjallisuudessa 7-12/14-vuotiaiden vaihetta nimitetään latenssivaiheeksi. Tämä ikävaihe on kokonaispersoonallisuuden kehityksen kannalta tärkeä. Dunderfeltin (2011) mukaan 10-12 vuoden iässä jatkuu identifioituminen eli samaistuminen samaa sukupuolta olevaan vanhempaan. Tässä vaiheessa lapsen itsenäisen ajattelun kyvyt kasvavat voimakkaasti, mikä näkyy matematiikankin oppimisessa. Koulussa onkin haasteena sisällyttää tämän ikäisten opetukseen sekä älyllistä, abstraktia ainesta että myös konkreettista, käytännöllistä ainesta. (Dunderfelt 2011, 84.)

3.2 Matemaattisten valmiuksien kehittämisestä

Lapsella on jo synnynnäisiä valmiuksia hahmottaa lukumääriä. Valmiuksia kehittyy koko ajan lisää ja ne kehittyvät lapselle ominaisissa ja luonnollisissa tilanteissa, jotka ympäröivät lasta. Lukujen ymmärtäminen ja lukujen käsittelemisen kehitys tapahtuvat vaiheittain ja kehityskulku on hyvin yksilöllinen. Osa matemaattisista taidoista on myös sekundaarisia ja tarvitsevat harjoittelua, sillä ne eivät kehity itsestään. Lapsen on todettu olevan biologisesti valmis havaitsemaan pieniä lukumääriä jo varhaisessa vaiheessa puolivuotiaasta eteenpäin. Alle kouluikäisen lapsen on huomattu ottavan sormet avuksi laskemisessa. Sormet ovatkin selkeästi avuksi kymmenjärjestelmän hahmottamisessa. (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 198–203.) Myös Hannula-Sormunen, Mattinen, Räsänen ja Ruusuvirta (2018, 158–165) kirjoittavat lapsen synnynnäisistä valmiuksista tunnistaa lukumääriä. Heidän mukaansa lukumäärän hahmottaminen on yksi perusta tarkkojen lukumäärien käsitteelliselle tiedonkäsittelylle, jota opetetaan kielen kautta. Lapsi tarvitsee systemaattista harjoittelua, jotta hänelle kehittyy käsitys luonnollisesta luvusta.

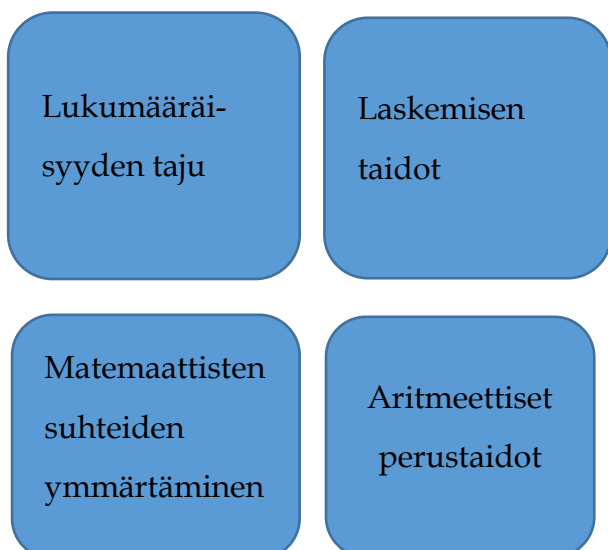
Kehittyminen on monivaiheinen ja pitkälinen prosessi. Seuraavassa kuviossa 1 kuvataan lapsen numeerisen tiedon kehittymistä kymmenjärjestelmään pohjaten ja luvun representaation muodostamisessa tapahtuvia muutoksia. Kuvioissa 1 näkyy kuinka lapsi rakentaa käsityksensä numeroista ja luvuista.



Kuvio 1. Numeerisen tiedon ja taidon hierarkkinen rakentuminen (mukaillen Hannula-Sormunen ym. 2018, 166.)

Hannula ja Lepola (2006a) toteavat, että matemaattisten taitojen ja ajattelun kehittyminen tarvitsevat paljon harjoitusta. Lapsen kanssa luvuilla ja lukumäärillä puuhaaminen ja leikkiminen vaikuttavat vahvemmin lapsen lukukäsittelytaidon kehittymiseen kuin peritty ”lahjakkuus”. Matemaattiset taidot ja lukukäsite rakentuvat aikaisempien tietojen ja taitojen varaan. (Hannula & Lepola 2006a, 131–132.) Lapsen matemaattisten taitojen kehitys korreloi vahvasti vanhempien tuen kanssa. Tästä kirjoittavat sekä Kaufmann (2008, 5) että Sorariutta (2017, 21–22) tutkimuksiinsa perustuen. Heidän mukaansa vanhempien taitavuus lapsen ohjaamisessa ja ajattelun tukemisessa vaikuttaa lapsen matemaattisten valmiuksien sekä matemaattisen tietouden kehittymiseen. Aunion ja Räsänen (2016) mukaan peruskoulun aikana lapsen on opittava ja omaksuttava hyvin paljon erilaisia taitoja ja tietoja. Matematiikka on yksi näistä ja oppilaat tulevat hyvin eri lähtökohdista kouluun. Ensimmäisten kouluvuosien aikana sujuva peruslaskutaito on keskeinen tavoite ja tämä on pohjana kaikelle myöhemmälle matematiikan oppimiselle. (Aunio & Räsänen 2016, 684–685, 698.)

Mononen, Aunio, Väisänen, Korhonen ja Tapiola (2017, 15–16, 18) kirjoittavat teoksessaan ”Matemaattiset oppimisvaikeudet”, kuinka matemaattiset taidot kehittyvät jatkumona ja opettajan täytyy tietää, missä matemaattisten taitojen kehityksen vaiheessa lapsi on. He tarkastelevat Aunion ja Räsänen (2015) mallia (ks. Kuvio 2) matemaattisten taitojen kehittämisessä. Tämä malli jaottelee matemaattiset taidot neljään keskeiseen taitoalueeseen. Nämä ovat lukumääräisyyden taju, laskemisen taidot, matemaattisten suhteiden ymmärtäminen ja aritmeettiset taidot. Taitoalueet pysyvät lähes samana, vaikka lukualue laajenee lapsen kehittyessä.



Kuvio 2. Keskeiset matemaattiset taidot mukaillen Aunio ja Räsänen (2015) mallia.

Matemaattisten taitojen koostuminen tulee esille myös Aunolan ja Nurmen (2018, 55–58) kirjoituksessa. He ovat jaotelleet osatekijät ensin numeerisiin taitoihin, joihin kuuluvat numeroiden tunteminen ja kyky asettaa lukuja järjestykseen. Seuraavana ovat aritmeettisten taitojen yhdistelmät, joissa olennaisena asiana tulee muistaa lisääminen, vähentäminen, kertominen ja jakaminen. Aritmeettisten yhdistelmien jälkeen tulevat matemaattisten käsitteiden ja periaatteiden ymmärtäminen sekä lopulta ongelmanratkaisutaidot. Matemaattiset taidot kehittyvät hierarkkisesti. Edellä mainitut perustaidot ovat pohjana kaikille monimutkaisemmille tehtäville sekä matemaattiselle ajattelulle. Nämä perustaidot kuuluvat kymmenjärjestelmän hallintaan. Tutkimuksissa on noussut matemaattisen kehityksen varhaisissa vaiheissa lukujonotaitojen merkitys ja lukumäärien vertailu. Suuret puutteet lukujonotaidoissa ennustavat usein oppimisvaikeuksia.

Aunio ja Niemivirta (2010, 340) ovat todenneet varhaisten matemaattisten taitojen heijastavan yleensä osaamista myös koulumatematiikassa. Matematiikan oppiminen rakentuu aikaisempien tietojen päälle. Lapsen on ymmärrettävä aritmeettiset periaatteet hyvin ennen kuin hän voi ymmärtää muun muassa kerto- ja jakolaskuja. Mononen ym. (2017, 30–34) esittävät esimerkkejä laskutoimitusten pilkkomisesta, johon aritmeettisten periaatteiden ymmärtäminen

perustuu. He kirjoittavat lapsen laskustrategioiden kehittymisestä ja siitä, että lapsen täytyy osata siirtyä sormien käytöstä monimutkaisempiin laskustrategioihin, jotta hän kykenee ratkaisemaan vaativampia laskuja. Lapsella täytyy olla kehittynyt, hyvä ymmärrys kymmenjärjestelmästä. Laskemisen taitojen kehittymisen tärkein vaihe on Monosen ym. (2017, 36) mukaan todennäköisesti ennen kouluikää, mutta muun muassa lukujonotaitojen kehittyminen jatkuu läpi koko peruskoulun.

3.3 Matemaattisia vaikeuksia kymmenjärjestelmän näkökulmasta

Räsänen ja Ahonen (2004) määrittelevät artikkelissaan erilaisia matemaattisia oppimisvaikeuksia. He toteavat, että joidenkin lasten kohdalla joskus jopa ylitsepääsemättömät vaikeudet omaksua uutta tietoa johtuvat aivojen toiminnallisesta tai rakenteellisesta poikkeamasta. Näiden vaikeuksien syitä ei voida selittää sosiaalisilla tekijöillä tai motivaatiotekijöillä. Sosiaalisia tekijöitä ja motivaatiotekijöitä on kuitenkin usein vaikea erottaa toisistaan. Ei ole tarkkaa mittaria, jolla syy voitaisiin selvittää yksinkertaisesti, luotettavasti ja helposti. Mitä myöhemmin haasteisiin ja vaikeuksiin puututaan, sitä vaikeampaa on erottaa eri tekijät toisistaan. Tämän vuoksi olisi tärkeää huomata lapsen vaikeudet jo ennen kouluikää. (Räsänen & Ahonen 2004, 275–276.)

Aunio, Hautamäki ja Mononen (2018) toteavat noin 4-6 prosentilla lapsista esiintyvän laskemiskyvyn häiriöitä. Tämä tarkoittaa, että lapsella on osaamista leimaava peruslaskutaitojen pitkäaikainen ja pysyvä vaikeus. Tällaisessa tapauksessa matematiikan heikkoja taitoja selittää usein jokin neurokognitiivinen tekijä, jota kutsutaan kansainvälisessä kirjallisuudessa termillä *dyscalculia*. (Aunio, Hautamäki & Mononen 2018, 246.) Räsänen ja Ahonen (2004) esittelevät myös muutaman tutkijan erisuuruisia arvioita matemaattisten oppimisvaikeuksien yleisyydestä. Malinen (1983) on esittänyt Suomessa esiintyvän jopa 10-15 prosentilla oppilaista vaikeuksia koulumatematiikan opiskelussa. Moni eurooppalainen tutkija on arvioinut peruslaskutaitoihin ulottuvia oppimisvaikeuksia olevan 3-7 prosentilla populaatiosta.

Räsänen ja Ahonen (2004) mainitsevat arvion olevan hankala tehdä, koska tutkijat käyttävät erilaisia kriteerejä ja tutkimuksia aiheesta tehty on verrattain vähän. Diagnostisista kriteereistä on kuitenkin tutkijoilla kohtuullisen yhtäläinen käsitys. (Räsänen & Ahonen 2004, 276-277.) Myös Mononen ym. (2017) esittävät matematiikan taitojen osaamisen heikkouden koskettavan 10-15 prosenttia lapsia ja nuoria. Hekin selittävät dyskalkulian johtuvan neurologisten ja kognitiivisten toimintojen häiriöistä, joita toimintoja tarvitaan lukumääräisyyden ymmärtämisessä. Heikkoon matemaattiseen osaamiseen löytyy heidän mielestään selitys kognitiivisilla, motivaationaalisilla ja oppimisympäristöön liittyvillä tekijöillä. (Mononen ym. 2017, 73.)

Lasten matemaattiset vaikeudet voivat ilmetä monilla eri tavoilla. Ne voidaan huomata osana yleistä oppimisvaikeutta tai kapea-alaisemmin jonkin pienen matemaattisen sisältöalueen ongelmana. (Hannula & Lepola, 2006b, 11.) Räsänen ja Ahonen (2004, 277) esittävät tautiluokitukseen (DSM-IV) perustuen matemaattisten häiriöiden puutteiden näkyvän a) kielellisinä ongelmina (käsitteiden muistaminen tai ymmärtäminen) b) havaintopohjaisina ongelmina (laskumerkkien havaitseminen tai lukeminen) c) tarkkaavaisuuden ongelmina (lukujen kopiointi, muistaminen) d) matemaattisina taitopuutteina (kertotaulut, laskusäännöt). He luokittelevat matemaattiset vaikeudet sellaisiksi, jotka näkyvät jo peruslaskutaidoissa eli yhteen-, vähennys-, jako- ja kertolaskuissa. Räsänen (2012) mukaan perintötekijät vaikuttavat voimakkaasti matematiikan osaamisen taustalla. Samat tekijät ennustavat sekä osaamista että vaikeuksia. Matemaattisen osaamisen vaikeudet korreloivat myös usein kielellisten vaikeuksien kanssa. Hän toteaa myös erojen kasvavan entisestään kouluiässä. Hän mainitsee vahvana myös niin sanotun matteusvaikutuksen: *"taitavat oppivat samasta opetuksesta enemmän kuin vähemmän taitavat"*. (Räsänen 2012, 1173.)

4 TUTKIMUKSEN NÄKÖKULMAA MATEMATIIKAN JA KYMMENJÄRJESTELMÄN PUUTTEISTA OSAAMISESSA

Niemi ja Metsämuuronen (2010, 28, 30, 36) toteavat toimittamassaan Opetushallituksen arviointitutkimuksessa, että viidennen luokan oppilaista pojat olivat saaneen enemmän arvosanoja 9 ja 10 todistukseen kuin tytöt ja tytöillä oli vastaavasti enemmän numeroita 6, 7 ja 8. Samassa tutkimuksessa ilmeni, että opettajien käsitykset oppilaiden osaamisesta (verrattuna vuoden 2004 opetussuunnitelmaan hyvän osaamisen kriteereihin) oli 60 prosentilla hyvän osaamisen kriteerien mukaista tai parempaa. Arviointitutkimuksessa (2010) käytetyn matematiikan kokeen keskiarvotulos oli 61,60%, mikä oli tulkittu hyväksi suoritukseksi. Tutkimuksessa todettiin matematiikan opetusryhmien olevan suurimmaksi osaksi 15-24 oppilasta. Hieman alle 20 prosentissa luokista oli yli 25 oppilasta.

Julin ja Rautapuro (2016, 111, 133) raportoivat kansallisen arvioinnin esittämiskeskuksen¹ tutkimuksen peruskoulun päättöluokille. Tutkimuksen mukaan yli 25 oppilaan ryhmissä matematiikkaa opiskelee enää 1,5%. Tämän tutkimuksen mukaan opettajat pitivät matematiikan opettajan työssä merkityksellisenä muun muassa seuraavia työtapoja: havainnollistamista, konkreettisuutta, soveltamista, keskeisten ratkaisumenettelyjen opettelua ja harjoittelua sekä oppilaiden ajatusten kehittämistä. Julin ja Rautapuro (2016, 51, 55) toteavat, että matematiikan tehtävistössä ratkaisuprosentti oli n. 43 ja S2 oppilaiden kohdalla tämä oli 41.

¹Kansainvälisen arvioinnin esittämiskeskukselta käytän tästä eteenpäin lyhennettä Karvi.

Kooste ”10 löydöstä matematiikan suurista oppimisvaikeuksista” (Karvi, 2018) on huolestuttava raportti tutkimustuloksista, joiden mukaan ammatillisessa koulutuksessa oma kiinnostus ja opiskelulinja saattavat antaa toisaalta hyvät matemaattiset taidot, mutta toisaalta löytyy oppilaita, joiden matemaattinen osaaminen on jäänyt 6. tai jopa 3. luokkalaisen tasolle.

TIMMS-tutkimushanke TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study) on kansainvälinen koulutuksen arvioinnin tutkimusohjelma, jossa arvioidaan neljännen ja kahdeksannen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaamista. Tutkimus tehdään joka neljäs vuosi. TIMSS-tutkimus keskittyy tarkastelemaan osaamista verrattuna maan opetussuunnitelman mukaisiin tavoitteisiin. Tämän takia siinä voidaan tarkastella tarkemmin myös opetuksen toteutusta. Suomi osallistui TIMSS-tutkimukseen ensimmäisen kerran vuonna 1999, mutta tutkimusta on tehty vuodesta 1995. Tutkimus siis tehdään neljän vuoden välein ja siihen osallistuu aina vuosiluokilla 4 ja/tai 8 olevat oppilaat. Vuonna 2015 osallistuneet neljäsluokkalaiset ovat vuoden 2019 tutkimuksen aikaan kahdeksannella luokalla ja tämä mahdollistaa yksilöiden kehittymisen seurannan paremmin ja tekee tutkimuksesta luotettavamman. (Vettenranta, Hiltunen, Nissinen, Puhakka & Rautopuro 2016a, 5.) TIMSS 2015 -tutkimuksen tulosten perusteella suomalaisoppilaiden tiedolliset ja taidolliset oppimistulokset olivat kansainvälisessä vertailussa varsin hyvät. Suomalaiset neljäsluokkalaiset tutkimukseen osallistujat sijoittuvat selvästi OECD-maiden keskiarvoa korkeammalle ollessaan kahdeksantena listalla. Aasian maista Singaporen ja Hongkongin tuloksista suomalaisten tulokset jäivät kauaksi. Toisaalta tutkimus osoitti suomalaisten neljäsluokkalaisten lasten osaavan matematiikkaa hyvin tasaisesti eri osa-alueiden kesken, sillä osa-alueissa ei ollut suurta hajontaa. Tämä tasainen osaaminen oli tutkimuksessa huippuluokkaa. Tutkimus kuitenkin osoitti, että suomalaisten lasten matematiikan taidot ovat heikentyneet viime vuosina etenkin poikien osalta. (Vettenranta ym. 2016a, 83.)

PISA-tutkimusohjelma (Programme for International Student Assessment) on OECD:n (Organisation for Economic and Cultural Development) toteuttama kansainvälinen tutkimusohjelma, joka tuottaa tietoa koulun tutkimuskohteiden tuloksista ja tilasta. Siinä tutkitaan 15-vuotiaiden nuorten kykyä etsiä, soveltaa ja

tuottaa tietoa erilaisten ongelmatilanteiden ratkaisemiseksi. PISA-tutkimus toistetaan kaikissa osallistujamaissa samanlaisena. Tässä tutkimuksessa ei keskitytä tietyn maan opetussuunnitelman sisältöihin. PISA-tutkimus toistetaan joka kolmas vuosi ja painotusalueet vaihtelevat lukutaidon, matematiikan ja luonnontieteiden välillä. Vuoden 2015 tutkimuksessa pääpaino oli luonnontieteiden osaamisessa. Tutkimuksen perusteella voidaan tarkastella suomalaisten 15-vuotiaiden oppilaiden osaamista kansainvälisellä tasolla lukemisen, luonnontieteiden ja matematiikan osalta. (Vettenranta, Välijärvi, Ahonen, Hautamäki, Hiltunen ym. 2016b, 10.)

Myös PISA-tutkimus osoitti suomalaisten nuorten matematiikan osaamisen heikentyneen. Vuoden 2015 arvioinnissa suomalaisnuorten matematiikan osaaminen oli heikompia kuin koskaan aikaisemmin. Tutkimukseen osallistuneista maista Suomi oli 13. Suomalaisten nuorten matemaattisen osaamisen keskiarvon pudotus oli suurin verrattuna muiden maiden tuloksiin vuodesta 2003 alkaen. PISA-tutkimuksessa tuli niin ikään esille, että tyttöjen ja poikien välinen osaamisen suhde oli muuttunut. Ensimmäistä kertaa suomalaiset tytöt pärjäsivät tutkimuksessa paremmin kuin suomalaiset pojat. Aikaisemmin pojat ovat olleet matemaattisessa osaamisessaan tyttöjä edellä. (Vettenranta ym. 2016b, 39, 51.)

5 TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tutkielmani tarkoituksena on selvittää viidennen luokan oppilaiden kymmenjärjestelmätaitojen hallintaa sekä oppilaiden tekemän Kymppi-kartoituksen avulla että heidän luokanopettajiaan haastatteleamalla. Viimeaikaisten tutkimustulosten (mm. TIMMS 2015, Pisa 2015) valossa suomalaisten oppilaiden matematiikan osaaminen on heikentynyt ja viidennen luokan keväällä tehty kartoitus antaa hyvää tietoa luokanopettajille oppilaiden osaamisesta. Taitoja voidaan tulosten perusteella vielä paremmin vahvistaa ennen yläkouluun siirtymistä. Pohdin teoriaosuudessani taustoja matematiikan kymmenjärjestelmän osaamiselle. Kymmenlukujärjestelmä on kaikkien matemaattisten taitojen pohjana. Avasin yleisesti lapsen kehityspsykologisia kehitysvaiheita ja pohdin mitä taitoja lapsella täytyy olla, jotta hän voi ymmärtää kymmenjärjestelmän periaatteita. Millaisia haasteita oppimisessa voi olla ja miten opettaja voi tukea oppilasta matematiikan oppimisessa? Avasin kymmenjärjestelmän käsitettä ja esittelin käyttämäni Kymppi-kartoituksen taustoja. Haen määrällisellä aineistolla vastauksia kolmanteen tutkimuskysymykseen ja laadullisella aineistolla haen vastausta kahteen ensimmäiseen kysymykseen. Määrällinen tutkimus antaa pohjaa laadullisen aineiston käsittelyyn.

Tutkimuskysymykseni ovat rakentuneet seuraavasti:

1. Millaisia käsityksiä opettajalla on oppilaidensa kymmenjärjestelmän osaamisessa?
2. Millaiset asiat opettajien käsitysten mukaan vaikuttavat oppilaiden matematiikan osaamiseen?
3. Millaisen kuvan Kymppi-kartoitus 2 antaa 5. luokkalaisten oppilaiden kymmenjärjestelmän osaamisesta?

6 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

6.1 Tutkimuksen lähestymistapa

Tutkin pro gradu -tutkielmassani 5. luokkalaisten kymmenjärjestelmän hallintaa oppilaiden tekemien Kymppi-kartoitus 2 pohjalta sekä heidän luokanopettajiensa käsitysten kautta oppilaidensa matematiikan hallinnasta. Tutkimuksessani käytetään sekä laadullisen että määrällisen tutkimuksen tutkimusmenetelmiä. Tätä tapaa kutsutaan monimenetelmälliseksi tutkimukseksi (mixed methods research). (Creswell & Plano Clark 2011, 5.) Eskola ja Suoranta (2000, 14) vertailevat laadullista ja määrällistä tutkimusta ja he toteavatkin vastakkainasettelun olevan usein turhaa ja harhaanjohtavaa. Olen valinnut tämän tutkimustavan, koska pystyn tällä tavalla yhdistämään molempien tutkimusmenetelmien hyvät puolet samassa tutkimuksessa. Monimenetelmällistä tutkimusta pidetään hyväksyttävänä, jos eri lähestymistapojen yhdistäminen yhdistää niiden parhaiden piirteiden käyttöä soveltuviin kohdissa. (Hirsjärvi & Hurme 2000, 26–33.) Eskola ja Suoranta (2000, 70–71) toteavat tämän menetelmätriangulaation (menetelmien yhdistämisen) kritisoinnin usein pohjautuvan ajatukseen, että eri tutkimusmenetelmien taustafilosofiat sisältävät niin erilaisia ihmiskäsityksiä ja ne ovat siten yhteensovittamattomia. He kirjoittavat kuitenkin myös tämän menetelmän sopivuudesta mm. kasvatustieteisiin, jolloin saadaan eri menetelmillä luotettavampaa ja vähemmän virheitä sisältävää tietoa tutkittavasta aiheesta. Omassa tutkimuksessani on perusteltua käyttää molempia menetelmiä, jotta saan tarpeeksi monipuolista tietoa sekä oppilaiden osaamisesta että opettajien käsityksistä oppilaiden taitojen suhteen.

Laadullisen ja määrällisen tutkimuksen maailmankuvassa on eroavaisuuksia ja niihin on usein perustettu ajatus, että näitä tutkimusmenetelmiä ei kannata yhdistää. Tuomivaara (2005) esittelee määrällisen tutkimuksen pohjaavan Galileo Galilein (1564-1642) ajatukseen, että maailmankirja on kirjoitettu matemaattisin kirjaimin ja kaikki pitää mitata mikä on mitattavissa, ja loput tulee muuttaa mitattavaan muotoon.

Tämä ajattelu on kuitenkin laadullisen tutkimuksen vastaista. Laadullinen tutkimus kuitenkin pohjautuu ilmiöiden ymmärtämiselle, jossa on aina mukana ihmisen oma kokemus ja ajatus tutkittavasta asiasta. Laadulliseen tutkimukseen liittyy enemmän tulkintaa. (Tuomivaara 2005.) Nykyään tämä ajattelu on onneksi vähentynyt ja itse ajattelen molempien tutkimusmenetelmien täydentävän toisiaan, jos niitä on tarkoituksenmukaista käyttää omassa tutkimuksessa. Omassa pro gradu - tutkielmassani näin juuri on.

Olen itse huomannut tämän menetelmän olevan haastava siinä mielessä, että minun on tutkijana tunnettava sekä laadullisen että määrällisen tutkimuksen tutkimus- ja analysointitavat. Lisäksi se on hieman työlämpi ja aikaa vievämpi kuin pelkästään laadullinen tai määrällinen tutkimusmenetelmä. Hirsjärvi ja Hurme (2000, 33) sekä Eskola ja Suoranta (2000, 71) tuovat nämä samat huomiot esiin. Creswell ja Plano Clark (2011) kuitenkin puhuvat monimenetelmällisen tutkimuksen puolesta. He toteavat sen kompensoivan molempien menetelmien huonoja puolia ja sillä saadaan myös laajemmin tuloksia käytettäväksi tutkimuksessa. Monimenetelmällisessä tutkimuksessa voidaan valita aina sellaiset tutkimusmenetelmät, jotka vastaavat parhaiten tutkimusongelmia. (Creswell & Plano Clark 2011, 12-13.)

Edellä mainitut huomiot vaikuttivat myös siihen, että valitsin pääasialliseksi tutkimusmenetelmäksi laadullisen tutkimusmenetelmän. Saan haastattelututkimuksesta enemmän uutta tietoa ja näkökulmaa kuin pelkkien kartoitusten tuloksista. Haastatteluista saan selville opettajien käsityksiä oppilaiden osaamisesta ja osaamiseen vaikuttavista asioista. Opettajat voivat haastatteluissa selventää miten osaaminen heidän käsitystensä mukaan näkyy. Määrällinen tutkimus kulkee siinä rinnalla täydentävänä menetelmänä.

6.2 Laadullinen tutkimus

Laadullista tutkimusta voidaan kutsua usein prosessiksi. Koska aineistoa kerää tutkija itse, voi aineiston keruun myötä tutkimuskysymykset vasta hahmottua tai tarkentua aikaisemmista. Kiviniemi (2018, 73) kirjoittaa tästä artikkelissaan. Hän toteaa yhden selityksen tällaiselle tutkimusotteen avoimuudelle olevan se, että tutkija yrittää

tavoittaa tutkittavien näkemyksiä tutkittavasta ilmiöstä ja ymmärtää ihmisten toimintaa. Tutkimuksen ja aineiston keruun edetessä myös tutkimusmenetelmät ja analyysitavan valinta täsmentyvät. Tutkimusongelmat voivat olla tutkijan mielessä suuntaviivoina, mutta täsmentyvät jatkuvasti tutkimuksen edetessä. Kiviniemi (2018, 74) esittelee kuinka laadullisen tutkimuksen edetessä tutkija voi löytää useitakin mielenkiintoisia uusia suuntia, mutta tutkijan on tutkimuksessa syytä korostaa tutkimuskysymysten rajaamista. Rajaamalla saadaan se oleellinen aineisto, jota kertyy tutkimuksen aikana esille varsinaiseen tutkimukseen. Tutkijan täytyy muistaa, että aineisto itsessään ei ole sellaisenaan totuus, kun hän rajaa aineistoa ja tutkimustehtävää. Laadullisessa tutkimuksessa on mietittävä, mitkä asiat vievät tutkijaa tutkimuksen kannalta oikeaan suuntaan ja mitä ratkaisuja kesken tutkimusta tehdään. Kiviniemi (2018, 76–77) korostaa aineistosta nousseita merkityksiä tutkimuksen teorian rakentumiseen. Teorian tarkastelu jäsentyy usein vasta aineiston keräämisen yhteydessä tai jälkeen, koska sieltä nousseita asioita ja niiden merkityksiä ei voida etukäteen tietää. Näin ollen laadullisessa tutkimuksessa harvoin voidaan määritellä lopullinen teorian tarkastelu etukäteen hahmotetulla teorialla. Tutkittava ilmiö käsitteellistyy vähitellen. Tutkija ei kuitenkaan voi olla ilman tutkimuksen kohdetta koskevaa teoriaa, vaikka teoreettiset näkökulmat ja käsitteellistyvät näkökulmat tarkentuvat

tutkimuksen edetessä. Tutkijalla saattaa olla teoreettisia olettamuksia tutkimuksen kohteesta, mutta myös kentältä nousevia kokemuksellisia näkökulmia. Ja nämä muokkaantuvat lopulta vuorovaikutuksessa keskenään lopulliseksi teoriapohjaksi tutkimukselle. Laadullisessa tutkimuksessa voidaan ajatella teorian kehittämisen ja aineistonkeruun olevan vuorovaikutuksessa toistensa kanssa pitkin prosessia. Tämän takia tutkija saattaa joutua palaamaan kentälle vielä uudelleen tarkentamaan aineistoaan tai hakemalla lisää tietoa. Tämä kaikki auttaa tutkijaa kohdentamaan, jäsentämään ja tarkentamaan jatkuvasti aineistoaan. (Kiviniemi 2018, 78.)

Laadulliselle aineistokeräämiselle on tyypillistä tutkijan intensiivinen tutustuminen tutkimuskenttään. Tutkimusaineistoa voidaan kerätä mm. havainnoimalla, haastattelemalla ja avoimien kysymysten avulla.

Aineistonkeruumenetelmät voivat myös tarkentua tutkimuksen edetessä ja muuttua aikaisemmasta suunnitelmasta. Aineistoa kertyy yleensä enemmän

kuin itse tutkimusraporttiin päätyy, mutta tällainen hukka-aineisto on tarpeellista tutkimusprosessin etenemisessä. Aineiston keruun aikana tutkijan on syytä tarkastella myös teoriaa, jolloin hän saa taas suunnattua aineiston keruuta tutkimuksen kannalta oleelliseen suuntaan. Lähestymistavassa korostuu aineistolähtöisyys, koska tutkijan on syytä tarttua aineistosta nouseviin kriittisiin kohtiin ja haettava tästä lisää tietoa ja aineistoa. (Kiviniemi 2018, 79–81.)

Kiviniemi (2018, 81–83) pohtii edellä kuvattujen prosessien kehittyvän vähitellen ja tämän aiheuttavan sen, että myös aineiston analyysi täytyy olla prosessiluonteista. Siksi aineistoa täytyy analysoida jo aineiston keräämisen yhteydessä eikä vasta analyysivaiheessa. Analyysi kehittyy näin suuntaa antavana ja edelleen tutkimuskysymyksiä tarkentavana vaiheena. Laadullisessa tutkimuksessa aineiston analyysi onkin Kiviniemen (2018) mukaan sekä analyyttistä että synteettistä. Aineistoa joudutaan myös joskus tarkentamaan tutkimuksen edetessä ja palata haastateltavien henkilöiden luokse kysymään tarkentavia kysymyksiä.

Analyyttisenä voidaan pitää aineiston luokittelua ja sen järjestelyä systemaattisesti teemoittain. Näiden teema-alueiden erittely ja sisäinen jäsenitys tarvitsee useamman analyysivaiheen, kunnes se kehittyy lopulliseen muotoonsa. Keskeisenä tavoitteena on Kiviniemen mukaan saavuttaa synteesiä luova kokonaisuus, jossa pystytään luomaan rakenne, joka tukee koko aineistoa. Näin löydetään tutkimuksen kannalta keskeisimmät käsitteet ja pystytään analysoimaan isoakin aineistoa tarkoituksen mukaisesti. Laadullinen tutkimus on tulkinnallista ja lopulta siitä syntyy kirjallinen tuotos, johon vaikuttaa tutkijan tulkinnat. Näin ollen se ei ole väistämättä esiin nouseva totuus, vaan tutkijan tulkinnat ja valinnat vaikuttavat saataviin tuloksiin. (Kiviniemi 2018, 82–83.)

Kiviniemi (2018, 85) korostaa laadullisessa tutkimuksessa raportoinnin tärkeyttä. Hänen mukaansa huolimattomasti viimeistely raportointi voi pilata muuten huolellisesti ja perusteellisesti tehdyn tutkimuksen. Raportointiin tulisi myös löytää tuore ja persoonallinen näkökulma. Raportissa tulee luotettavuuden näkökulman kannalta tuoda esiin tutkimuksen toteuttamisen prosessimainen luonne, vaikka itse

raportti ei tarvitsekaan olla prosessimainen. Prosessin kuvaus kuuluu kuitenkin oleellisena osana raportointiin, koska se avaa lukijalle kuinka tutkija on suunnannut tutkimustaan. Tämä tuo ajattelua näkyvämmäksi ja lukijalle ymmärrettävämmäksi.

6.3 Fenomenografinen tutkimus laadullisena tutkimussuuntauksena

Päädyin fenomenografiseen tutkimukseen, kun yritin miettiä sopivaa lähestymistapaa haastatteluihin tutkimuskysymyksieni kautta. Halusin päästä sisään opettajien ajatuksiin ja kokemusten kautta syntyneisiin käsityksiin oppilaiden matematiikan osaamisessa ja tähän sopi mielestäni parhaiten fenomenografinen lähestymistapa. Käsityksen määrittäminen on haastavaa tutkimuksellisesti. Marton (1996) selittää, että ihminen kokee asioita erilailla ja muodostaa näistä kokemuksistaan käsityksiä. Lähestyn tutkielmassani käsityksen määritelmää tältä kannalta. Ihmisen käsitys voi olla muodostunut erilaiseksi vaikka kokemus olisikin ulkopuolisen silmin suunnilleen samanlainen. Fenomenografia on suhteellisen nuori laadullinen tutkimussuuntaus, joka on saanut alkunsa oppimista koskevasta tutkimuksesta. (Häkkinen 1996, 6.) Fenomenografiaa käytetään usein kasvatustieteellisessä tutkimuksessa, jossa tarkastellaan ihmisten erilaisia käsityksiä. Huusko ja Paloniemi (2006) toteavat, että fenomenografia on tutkimusprosessia ohjaava tutkimussuuntaus eikä pelkästään analyysi- tai tutkimusmenetelmä. Fenomenografia ei pohjaudu filosofiseen käsitykseen. Marton on määritellyt suuntauksen teoreettiset lähtökohdat, kun hän tutki Göteborgin yliopistossa 1970-luvulla erilaisia opiskelijoiden käsityksiä oppimisesta ja tiedonmuodostamista. Marton määrittelee fenomenografian empiirisenä tutkimuksena erilaisista tavoista kokea, käsittää ja ymmärtää ilmiöitä, jotka ovat rajoittuneita. Fenomenografiassa voidaan ajatella olevan ensimmäisen ja toiseen asteen näkökulma. Marton toteaa fenomenografian usein kuvaavan toisen asteen näkökulmaa, joka tarkoittaa sitä, että ihmiset selittävät miten he itse havaitsevan asian olevan eikä miten asia on. (Huusko & Paloniemi 2006, 163; Kakkori & Huttunen 2011, 8.) Martonin (1990) mukaan fenomenografisen tutkimuksen lähtökohtana ovat ajattelun kautta muodostuneet käsitysten sisällöt ja siinä kuvataan

sitä, mitä on ajateltu. Eli fenomenografian pohjalla eivät ole käsitysten muodostumista koskevat kognitiiviset psykologian lainalaisuudet, vaikka niin on joskus sanottu olevan (Ahonen 1994).

Fenomenografian yhteyttä fenomenologiaan on tutkittu 1990-luvulta alkaen. Suomalaista kasvatustieteilijää ja filosofia Mikael Uljensia voidaan pitää fenomenografian merkittävimpanä filosofina. Hän on tutkinut fenomenografian yhteyttä fenomenologiaan ja on yrittänyt tutkimuksellaan vahvistaa fenomenografian filosofista pohjaa, joka on heikko. (Kakkori & Huttunen 2011, 10.) Niikko (2003) toteaa fenomenologian olevan sekä tutkimusmetodi että filosofinen suuntaus, kun taas fenomenografinen tutkimissuuntaus ei ole filosofinen. Fenomenografian alkuperä on Niikon mukaan käytännössä ja pedagogisissa traditioissa. Uljens on määritellyt fenomenografian käsityksen ihmistä ympäröivän maailman ja kuinka yksilö näkee sen ympäröivän maailman välisenä suhteena. ”Fenomenografinen käsitys on tapa, jolla ollaan suhteessa maailmaan.” (Uljens 1996, 112). Fenomenografiassa pyritään siis tuomaan esille yksilön käsityksiä tutkittavasta ilmiöstä ja yritetään selvittää niitä merkityksenantoprosesseja kuvaamalla. Huusko ja Paloniemi (2006) toteavat Uljensia (1989, 23–27) mukaillen, että merkityksenantoprosesseja voidaan lähestyä kahdesta näkökulmasta, jotka he nimeävät mikä- ja miten-näkökulmiksi. Mikä-näkökulmalla viitataan käsitykseen, joka syntyy ajatuksen kautta ja miten-näkökulma taas käsitysten rakentamiseen. Mikä- ja miten-näkökulmat ovat hyvin kiinni toisissaan ja niitä ei voida selkeästi erottaa erillisiksi. (Huusko & Paloniemi 2006, 164.)

Omassa haastatteluin kerätyssä aineistossani ajattelen näkyvän opettajien ainutlaatuiset näkemykset oppilaidensa osaamisesta. Jokaisen opettajan henkilökohtaiset kokemukset ja käsitykset oppilaidensa osaamisesta ja omasta matematiikan opettamisestaan muodostavat kokonaisuuden, jonka kautta opettaja muodostaa käsityksensä oppilaan matematiikan osaamisesta. Tämä on selkeässä yhteydessä ympäröivään kontekstiin ja siihen, kuinka opettaja näkee oppilaan osaamisen suhteessa yleisesti matematiikan hallintaan. Tähän kaikkeen vaikuttaa paljon myös opettajan oppilaantuntemus ja miten opettaja liittyy matematiikan käsityksen oppilaaseen kokonaisuutena.

Säljön (1979) tekemässä tutkimuksessa jo fenomenografian alkuvaiheessa on huomattu tiettyjä piirteitä fenomenologiasta. Kummassakin suuntauksessa huomio kohdistetaan yksilön minään ja minän subjektiivisiin kokemuksiin. Molemmissa käytetään samoja käsitteitä, jotka ovat ensin esiintyneet fenomenologiassa, kuten ilmiö, elämismaailma, kokemus, sulkeistaminen, kuinka kohde on suhteessa kontekstiin ja intentionaalisuus (ihmisen tietoisuus on kohdistunut muuhun kuin itseensä). Fenomenologiassa mietitään ilmiötä ja niiden rakenteiden tutkimista ja fenomenografiassa ollaan kiinnostuneita ilmiöiden sisältöjen kuvaamisesta. Fenomenologiassa ja fenomenografiassa ajatellaan, että on olemassa yksi maailma ja todellisuus, joka koetaan ja ymmärretään eri tavoilla. Ei ole olemassa yhtä objektiivista maailmaa ja todellisuutta. Tämä antaa myös rajoitteen, että maailmaa ei voida täysin kuvata todellisena. Siksi sitä tutkitaan ihmisen kokemusten ja ymmärryksen kautta. Kokemuksista ihminen taas muodostaa käsityksiä pohjaten ne omiin subjektiivisiin kokemuksiin ja tietoihin ilmiöstä. (Niikko, 2003, 12–15.)

Feldon ja Tofel-Grehl (2018) pohtivat fenomenografian toimivan myös monimenetelmällisessä tutkimuksessa. Kun aikaisemmin mainitsemani ajatus siitä, että monimenetelmä tutkimuksessa otetaan käyttöön sekä laadullisen että määrällisen tutkimuksen hyvät puolet, niin fenomenografinen lähestymistapa monimenetelmällisessä tutkimuksessa määrittelee määrälliset ja laadulliset näkökohdat suoraan toisiinsa. Itse käytän tutkimuksessani erikseen fenomenografista tutkimussuuntausta haastatteluiden laadulliseen analyysiin.

6.4 Määrällinen tutkimus

Määrällinen tutkimus on tieteellisen tutkimuksen menetelmäsuuntaus ja se perustuu kohteen kuvaamiseen ja tulkitsemiseen tilastojen ja numeroiden avulla. Tilastollinen tutkimus edustaa empiiristä tutkimustapaa, jossa yksittäistapausten pohjalta on tarkoitus löytää yleisiä säännönmukaisuuksia. (Valli 2015, 15–16.) Analysoin tutkimuksessani Kymppi-kartoitus aineistot SPSS-ohjelma avulla määrällisenä

tutkimuksena. Määrällinen tutkimus on usein kiinnostunut vertailusta ja numeerisiin tuloksiin perustuvista ilmiöistä ja niiden selittämisestä. Valli (2018) esittelee määrällisessä tutkimuksessa aineiston olevan numeroina tai se muutetaan numeroiksi, eli koodeiksi. Jos aineisto otetaan esimerkiksi haastatteluista, niin silloin lajitellaan tietynlaiset vastaukset numeroiksi tai koodeiksi. Tutkijan on itse määriteltävä millaisina kaavioina ja taulukoina hän haluaa tuloksia esitellä. Tärkeintä on valita selkeä kuvio tai taulukko, josta lukija saa tarvitsemansa tiedon. (Valli, 2018, 248–255).

Itse lasken keskiarvot ja keskihajonnat näistä Kymppi-kartoituksen tuloksista. Lisäksi teen pylväsdiagrammeja selventääkseni erottuuko joku tai jotkut osa-alueet kymmenjärjestelmän hallinnassa paremmin osattuina tai heikoimmin osattuina. Nämäkin kaaviot ja kuvat tarkentavat kirjoitettuja tuloksia ja selventävät lukijalle Kymppi-kartoituksen tuloksia tutkittavien luokkien osaamisesta. Tarkastelen määrällistä aineistoani laadullisen aineiston rinnalla ja pohdin Kymppi-kartoituksen tuloksissa näkyvää osaamista suhteessa opettajien opetustapoihin ja muihin haastatteluissa ilmi tuleviin asioihin. Minun on kuitenkin muistettava, että Kymppi-kartoitus 2:n tulokset eivät ole verrannollisia oppilaan matematiikan osaamiseen kouluarvosanoin. Opettajien käsityksistä esiin nousevia haasteita on kuitenkin mielenkiintoista tarkastella Kymppikartoituksen tuloksista nousevien haasteiden rinnalla. Avaan Kymppi-kartoitusta seuraavassa (6.5) kappaleessa.

6.5 Aineistonkeruumenetelmät ja tutkimusaineisto

Tutkimusaineistoista ja niiden keruusta

Sain pro gradu -tutkielmaani varten tutkimusluvan pääkaupunkiseudun yhdeltä kaupungilta toukokuussa 2018. Otin sen jälkeen yhteyttä kahteen eri kouluun, sopiakseni haastattelut luokanopettajien kanssa sekä Kymppi-kartoitus 2 tekemisestä 5. luokan oppilaille. Lähetin huoltajille infokirjeen (Liite 1) ja Huoltajan suostumus oppilaan osallistumisesta tutkimusaineiston tuottamiseen -lomakkeen (Liite 2) luokanopettajalle oppilaiden huoltajille jaettavaksi. Pyysin vanhemmille osoitetun

lupapyyntöön palautettavaksi myös siinä tapauksessa, että vanhemmat eivät anna lupaa käyttää oppilaan Kymppi-kartoitusta tutkielmassani. Sain yhteensä 93 huoltajan suostumus -lomaketta takaisin. Lomakkeissa oli mukana neljä kieltävää vastausta ja kolme lomaketta jäi palauttamatta. Haastatteluaineistoni koostuu siis neljän 5. luokan luokanopettajan haastatteluista, jotka äänitin. Edellisen lisäksi opettajat kuvasivat joitakin asioita myös kirjoittamalla. Litteroituani äänitteet Word-ohjelmaan, haastatteluaineistoa kertyi yhteensä 22 sivua. Määrällisen tutkimuksen aineistona minulla on 89 oppilaan Kymppikartoituksen vastaukset. Kymppikartoitukset teettivät koulujen erityisopettajat ja he antoivat minulle tulokset ilman oppilaiden nimiä.

Fenomenografiassa yleisin tiedonhankintatapa on Niikon (2003, 31) mukaan avoin tai puoliavoin haastattelu. Näin keräsin itsekin laadullisesti analysoitavan aineiston. Minulla oli tukena tiettyjä kysymyksiä, joilla tarvittaessa tarkensin haastateltavan ajatuksia tutkittavasta asiasta. Niikko (2003, 31) kirjoittaa, että haastattelussa pyritään saamaan esiin haastateltavan suhdetta hänen kokemukseensa tutkittavasta ilmiöstä ja ymmärtää näin siitä syntyneitä ajatuksia ja käsityksiä. Haastattelutilanteessa tutkijan on Niikon mukaan syytä olla sensitiivinen ja kyetä olemaan reflektiivinen tutkittavan ilmiön eri ulottuvuuksiin.

Aikaisemmin esittelemäni Kiviniemen laadullisen tutkimuksen prosessimainen tutkimuksen avaaminen näkyy omassa pro gradu -tutkielmassani. Oma teoriaosuuteni muokkaantui ja tarkentui, kun sain käytyä läpi enemmän laadullista, haastatteluin kerättyä aineistoani. Haastatteluissa nousi esiin mielenkiintoisia teemoja, joita en ollut itse ajatellut ennen haastattelujen tekemistä ja nämä muokkaavat myös teoriani tarkastelua.

KYMPPI-kartoitus

Kymppi-kartoitus 2:ssa käsitellään POPS 2014 keskeisiä sisältöalueita luonnollisilla luvuilla ja desimaaliluvuilla. Hannele Ikäheimo (2015, 4) kertoo tehneensä KYMPPI-kartoitukset ja KYMPPI-kirjat opettajien tarpeeseen saada vahvistusta 10-järjestelmän opetukseen ja 10-järjestelmävälineiden käyttöön. Ikäheimo (2015, 5) on koonnut kaksi eritasoista kartoitusta, joista ensimmäinen on tarkoitettu tehtäväksi luokille 2-3 ja toinen luokille 4-6. Kartoituksessa olevia tehtäviä ja käsitteitä on tarkoitettu opetella niin

kauan, kunnes kaikki tehtävät menevät täysin oikein. Ikäheimo on tehnyt harjoitusmateriaalia opettajia varten korjaavaan opetukseen. Harjoitusmateriaali on tarkoitettu niille oppilaille, jotka eivät ole vielä päässeet tavoitteeseen.

Kymppi-kartoitus 2:ssa käsitellään POPSin (2014) keskeisiä sisältöalueita luonnollisilla luvuilla ja desimaaliluvuilla. Ikäheimo antaa tarkat ohjeet tulkita tuloksia ja toteaa puutteiden haittaavan oppilaan matematiikan oppimista. (Ikäheimo 2015, 7.) Kymppi-kartoituksen taustasta Ikäheimo (2015, 8) kertoo tarpeen syntyneen, kun huomattiin ammattiopintojen alkuun tarkoitettulla ALVA- kartoituksella (ks. Ikäheimo 2015) saatujen tulosten olevan hyvin puutteellisia matematiikan osaamisessa. Käsitteitä ei ymmärretty ja laskuja oli vain opeteltu ulkoa. Tästä johtuen Ikäheimo alkoi kehittää alemmille luokille suunnattua Kymppi-kartoitusta ja siihen liittyviä harjoitusmateriaaleja. Näin opettajilla olisi välineitä huomata ja tukea matematiikan osaamisessa olevia puutteita. Oppilaan tulisi hallita Kymppi-kartoitus 2:n sisällöt viidennen luokan kevääseen mennessä. Ikäheimon mukaan jokaiseen virheeseen on suhtauduttava vakavasti, koska jokainen tehtävä on rakennettu niin, että pienetkin puutteet osaamisessa vaikuttavat oppilaan tulevaan matematiikan oppimiseen. Kymppi-kartoitus 2 sisältää lukujen vertailua sekä luonnollisilla luvuilla että desimaaliluvuilla, lukujonoja, lukujen pyöristämistä, mittayksiköiden muunnoksia sekä yhteen- vähennys-, kerto- ja jakolaskuja luonnollisilla luvuilla ja desimaaliluvuilla. (Ikäheimo 2015, 6–7.)

Tutkimukseni määrällisen osion lähtökohtana on selvittää viidennen luokan oppilaiden kymmenjärjestelmän hallintaa. Tutkimukseni määrällinen aineisto koostuu Kymppi-kartoitus 2 tuloksista. Kymppi-kartoitus 2:n avulla kartoitettiin tutkimukseen osallistuneiden viidennen luokan oppilaiden (N=89) kymmenjärjestelmän hallintaa. Kymppi-kartoitus 2:ssa eri osa-alueiden avulla (ks. osa-alueet mainittu edellisen kappaleen lopussa) voidaan mitata oppilaiden kymmenjärjestelmän ja mittayksiköiden hallintaa. (Ikäheimo 2015.)

Haastattelut

Pyrin ottamaan Niikon (2003, 31) mainitsevat seikat huomioon omissa haastatteluissani neljän luokanopettajan kohdalla. Jokaisesta haastattelussa nousi hieman erilaisia käsityksiä ja teemoja esiin. Perusasiat kuitenkin sain jokaiselta tietooni ennalta suunniteltujen avoimien kysymysten avulla. Haastateltavien vastaukset määräsivät haastattelun suuntaa ja pystyin myös muuttamaan omaa ajatustani haastattelun aikana. Jos tekisin haastattelut nyt, niin pyytäisin varmasti muutamalta haastateltavalta tarkentavia kysymyksiä, jotka antaisivat minulle lisää tietoa opettajien käsityksistä oppilaiden taitojen kehittymiseen vaikuttavista asioista ja itse taidoista. Osassa haastatteluista edellä mainitut asiat tulivat suoraan ilmi, mutta olisi ollut mielenkiintoista saada kaikilta haastateltavilta näihin näkemyksiä ja ajatuksia. Haastattelun valinta aineistonkeruumenetelmänä tutkielmassani oli perusteltua, sillä halusin saada tietooni luokanopettajien käsityksiä oppilaiden matematiikan osaamisesta. Häkkinen (1996, 28) osoittaa kielen ja ajattelun välillä olevan läheinen suhde, ja että

kielen avulla ihminen ilmaisee käsityksiään tutkittavasta ilmiöstä. Opettajat pystyivät haastatteluissa tuomaan käsityksiään esiin paremmin kuin esimerkiksi kirjoittamalla.

Ahonen (1994) korostaa fenomenografisessa analyysissä tutkijan omien lähtökohtien tiedostamista. Tutkijan täytyy sulkeistaa omat esiolettamuksensa, joita ovat tutkijan tiedot ennestään tutkittavasta ilmiöstä ja uskomukset siitä. Myös aikaisemmat tutkimustulokset on suljettava pois tutkijan mielestä. Ahonen toteaa myös, että käsityksiä usein rinnastetaan mielipiteisiin ja niihin liittyviin arvolatauksiin. Tämä on tutkijan syytä pitää mielessä ja pyrkiä siitä irti.

Toteutin haastattelut yksilöhaastatteluina, joista kolme tein luokanopettajan työpaikalla ja yhden kahvilassa, haastateltavien toiveiden mukaisesti. Olen etsinyt merkittäviä käsityksiä ja teemoja saamistani haastatteluista. Sieltä nousi selvästi esiin oppilaan kykyyn oppia vaikuttavia asioita sekä esteitä mahdolliselle oppimiselle. Erilaiset opetustyyli tulivat myös esille haastatteluissa. Kolmen opettajan haastatteluissa tuli esiin oppimisen ilo ja kaikilla neljällä opettajalla ajattelun tärkeys

mainittiin ja kuinka matematiikassa kehittynyt ajattelu hyödyttää kaikkea oppimista ja elämää yleensä.

Hyvärinen (2017) osoittaa laadullisen tutkimuksen haastattelujen muuttuneen nykyaikaan tullessa. Aikaisemmin haastattelut olivat tarkasti rajattuja ja kysymykset valmiiksi asetettuja. Kokemuksien ja käsitysten tutkimiseen on haastattelu yksi hyvä tapa kerätä aineistoa. Nykyään haastatteluihin lähdetäänkin usein temahaastattelun rungon mukaisesti tai kuten itse olen tehnyt, niin avoimen haastattelun mukaisesti. Avoimessa haastattelussa on muutama suuntaa antava kysymys valmiina ja haastattelu etenee vuorovaikutuksellisenä ja tutkija yrittää saada ymmärryksen haastateltavan ajattelusta ja käsityksistä tätä kautta. Haastattelu on Hyvärisen mukaan yllätyksellistä ja haastattelijan kannattaakin harjoitella haastattelemista, koska se ei ole sisäsyntyinen taito. Hyvärinen (2017) muistuttaa juuri siitä, että haastattelu ei voi koskaan olla täysin strukturoimaton, vaan avoimessakin haastattelussa on oltava aihe, jota tutkitaan. Hän sanookin, että laadullisessa tutkimuksessa haastattelut ovat usein puolistrukturoituja. (Hyvärinen 2017.) Hirsjärvi ja Hurme (2008, 47) esittelevät puoliavoimen haastattelun piirteitä siten, että usein tema on valittu ja kysymyksiäkin mietitty, mutta kysymyksiä voi tarkentaa vastausten perusteella ja niiden järjestystä voidaan vaihdella haastattelun aikana. Avoimessa haastattelussa mahdollinen aihe on vain esitetty, mutta haastattelu on enemmän vuoropuhelua ja muuttaa muotoaan vastausten suunnassa.

6.6 Tutkimusaineiston analysointia

Fenomenografisen analyysiprosessin mukaisesti jäsenän aineiston luokituksiksi, joka määräytyy aineiston mukaiseen muotoon. Valkonen (2006, 25) toteaa usean fenomenografista tutkimussuuntausta käyttävän tutkijan kutsuvan tätä aineiston jäsentelyä tulosavaruuden syntymiseksi. Tässä luokitellaan aineistosta nousseita merkityksiä käsityskategorioihin ja vertaillaan tutkittavia ilmiöitä koskevien käsitysten vaihteluita. Omassa tutkimuksessani tämä näkyy niin, että luokittelen ensin haastatteluaineistostani nousseita erilaisia käsityksiä aihepiireittäin ja

luokittelen niitä erilaisten yläkäsitusten alle. Yläkäsitukset muodostuvat haastatteluaineistostani. Pikkuhiljaa yhdistelen käsitteiksi ja yläkäsitteitä isommiksi kokonaisuuksiksi pyrkien löytämään lopulta abstraktilta tasolta noin neljä selkeästi toisistaan eroavaa kategoriaa. Tätä mallia Huusko ja Paloniemi (2006) kutsuvat kuvauskategoriajärjestelmäksi.

Laajalahti ja Herkama (2018, 106–107) esittelevät laadullisen aineiston analysoinnin apuohjelmaa Atlasta. Atlasta käytetään lajittelemaan tutkijan valitsemaa merkityksellisiä lauseita ja näin saadaan jäsennettyä aineistoa paremmin. Pitää kuitenkin muistaa, että aineiston analysointi kuuluu tutkijalle itselleen. Itse olen käyttänyt laadullisen aineiston analysointiin ATLAS -ohjelmaa, kun etsin merkityksellisiä ilmaisuja haastatteluaineistostani. Sain näin luokiteltua ja ryhmiteltyä löytämiäni käsitteitä helpommin kuin käsin merkitsemällä. ATLAS -ohjelma nopeuttaa siis analysointia ja tiettyjen katkelmien uudelleen etsimistä. Tästä mahdollisuudesta Laajalahti ja Herkama kirjoittavat myös artikkelissaan (2018, 108). Opettelin ohjelman käyttöä ja ymmärsin sen antamat mahdollisuuden minulle tutkijana. Ohjelmiston hyvästä tuntemuksesta on hyötyä niin, että se vaikuttaa vähemmän tutkimuksen suuntaviivoihin ja rajaukseen, mitä paremmin sen tuntee ja tämä antaa taas analyysille enemmän luotettavuutta. ATLAS -ohjelmisto ei itsessään anna tutkijalle tätä laadukkaampaa analyysia ja aineistoa, mutta oikein käytettynä se lisää analyysin johdonmukaisuutta, tarkkuutta ja läpinäkyvyyttä. Tämä taas lisää Laajalahden ja Herkaman (2018, 129) mukaan analyysin luotettavuutta.

Olen syöttänyt määrällisen aineistoni, eli Kymppi-kartoituksen aineiston (N=89) SPSS -ohjelmaan. Jo syöttövaiheessa huomasin tuloksissa esiin nousevan, oppilaiden heikon osaamisen mittayksiköiden muunnoksissa sekä desimaalilukujen ymmärtämisessä. Uskon tämän liittyvän vahvasti matemaattisen ajattelun vajavaisuuteen, mikä korostuu myös teoriaosuudessa esittelemässä Koskisen (2016) väitöskirjassa. Lisäksi tuloksissa näyttää nousevan matematiikan korreloivuus, koska niillä oppilailla, joilla oli vaikeuksia alkuosan peruslaskuosioissa, vaikeudet näkyivät myös loppuosan vaikeammassa tehtävissä.

Määrällinen aineistoni oli kohtuullisen kokoinen, koska sain luvan käyttää 89 oppilaan Kymppi-kartoituksen tuloksia aineistossani. Merkitsin oppilaat juoksevilla

numeroilla ja eri luokat kirjaimin A, B, C ja D. Tarkoitus tässä analyysissä oli saada kokonaiskuvaa siitä, kuinka nämä viidenluokkalaiset hallitsevat kymmenjärjestelmän. tarkastelin joukkoa kokonaisuutena sekä luokittain. Yksittäisen oppilaan osaamista en tässä tarkastellut. Pohdin, mikä aineisto vastaa mihinkin tutkimuskysymykseen ja miten sen analysoin. Taulukko 1 vastaa edellä mainittuihin kysymyksiin.

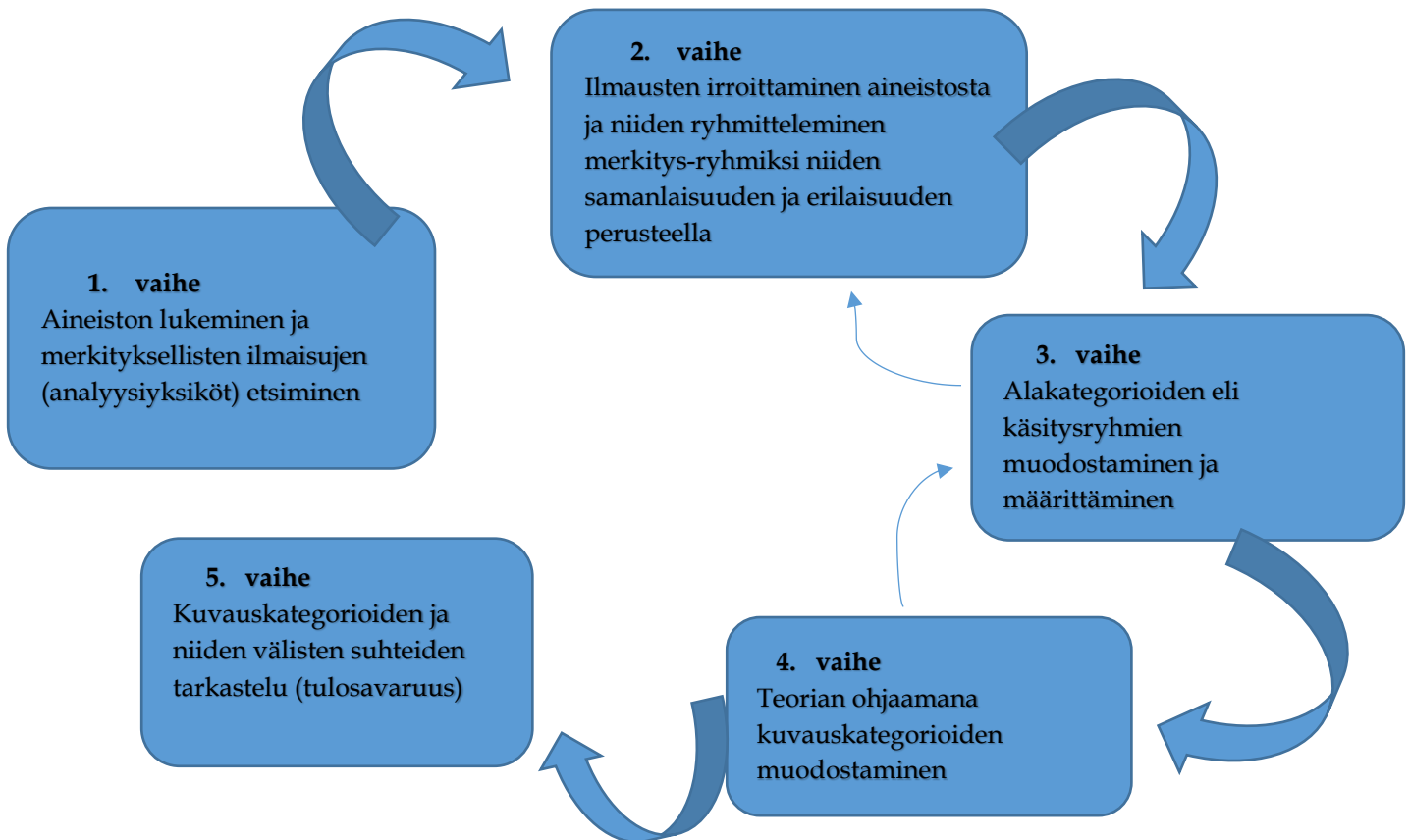
Taulukko 1. Tutkimuskysymyksiin vastaavat aineistot ja aineiston analyysitapa.

Tutkimuskysymys	Aineisto, jolla vastattiin kysymykseen	Analyysitapa
1. Millaisia käsityksiä opettajalla on oppilaidensa kymmenjärjestelmän osaamisessa?	Luokanopettajien haastattelut	fenomenografinen
2. Millaiset asiat opettajien käsitysten mukaan vaikuttavat oppilaiden matematiikan osaamiseen?	Luokanopettajien haastattelut	fenomenografinen
3 Millaisen kuvan Kymppi-kartoitus 2 antaa 5. luokkalaisten oppilaiden kymmenjärjestelmän osaamisessa?	Kymppi-kartoitus 2 oppilaiden vastaukset	määrällinen

Taulukko 1 selventää ajattelua, tutkimuskysymysten osalta, joihin tutkimukseni pyrkii vastaamaan. Siitä näkyy myös kuinka Kymppi-kartoitus 2 tulokset muodostavat määrällisen aineiston, joka vastaa tutkimuskysymykseen 3. millaisen kuvan Kymppi-kartoitus 2 antaa 5. luokkalaisten kymmenjärjestelmän osaamisesta.

6.7 Fenomenografinen analyysi kuvattuna vaiheittain

Fenomenografinen analyysi on jatkuvaa vuoropuhelua aineiston kanssa. Analyysissä edetään vaihe kerrallaan. Kuvaan seuraavassa kuviossa 3 tämän tutkielman fenomenografisen analyysin etenemisen vaiheita.



Kuvio 3. Fenomenografisen analyysin vaiheet tässä tutkielmassa.

1. vaihe

Valitsin analyysin ensimmäisessä vaiheessa laadullisesta aineistosta tutkimuskysymyksiin liittyviä merkityksellisiä ilmaisuja. Etsin haastatteluista opettajien käsityksiä aiheesta ja niitä luokittelin. Tutkimukseni laadullinen aineisto kertyi neljän luokanopettajan haastatteluista, jotka litteroin tekstiksi. Yhtenäistettyä

litteroitua tekstiä tuli 22 sivua. Kävin aineiston läpi sanasta sanaan ja paloittelin kaiken analyysiyksiköiksi. Näitä analyysiyksiköitä muodostui 257 kappaletta. Merkitsin nämä juoksevilla numeroilla. Esimerkkinä näistä muutama, joissa opettaja kuvaa käsitystään oppilaan taidoista ja osaamisesta:

- 1) ...luokalla on niin valtavan suuri eriyttämisen tarve... (opettaja 1)
- 2) ...jotkut tarvii monta kertaa opastusta... (opettaja 1)
- 3) ...jotkut pystyis menemään koko kirjan yksin... (opettaja 1)
- 4) ...kertotauluissa on edelleen pulmaa... (opettaja 2)
- 5) ...peruslaskeminen on helppoa... (opettaja 4)
- 6) ...ei tarvii opettaa ollenkaan, ne opettaa itse itseään... (opettaja 3)

Erottelin näistä käsityksistä toisistaan ne, jotka erosivat toisistaan, kuten esimerkeissä 2 ja 4 opettajat 1 ja 2 ilmaisivat käsityksensä oppilaan puutteista matematiikan hallinnassa, kun taas esimerkeissä 3 ja 6 opettajat 1 ja 3 ilmaisivat käsityksensä oppilaan hyvästä osaamisesta matematiikan osalta. Kävin näin läpi koko aineiston.

2. vaihe

Toisessa vaiheessa fenomenografisen analyysin mukaisesti kävin läpi merkitsemäni ilmaisut eli analyysiyksiköt ja ryhmittelin näitä yliopiston koneella Atlas -ohjelman avulla koodaten ja välillä kotikoneella myös Word -ohjelmaa käyttäen värein ja koodein. Etsin aineistosta samanlaisuuksia ja erilaisuuksia ja ryhmittelin niitä karkeasti eri teemoihin sisältönsä perusteella. Irrotin ilmaukset niiden alkuperäisestä yhteydestä ja tarkastelin ja ryhmittelin niitä irrallisina sitaatteina. Tuloksena tässä vaiheessa erilaisista käsityksistä muodostui 20 merkitysryhmää. Nämä merkitysryhmät kuvasivat opettajien käsityksiä oppilaiden matematiikan taidoista ja niihin vaikuttavista tekijöistä. Näiden 20 ryhmän alla oli käsityksiä yhdestä viiteenkymmeneenkahdeksaan. Tämän jälkeen luin näitä ryhmittelemiäni käsityksiä ja poistin tutkimukseni kannalta merkityksettömiä ilmaisuja, jotta sain kokonaiskuvan ilmauksista.

3. vaihe

Analyysin kolmannessa vaiheessa muodostin alakategoriat, joita kutsun tässä tutkielmassani Valkosen (2017, 36) mukaan käsitysryhmiksi. Sain muodostettua 11 käsitysryhmää (ks. Taulukko 2), jonka alle sain sijoitettua kaikki merkitysryhmät ja niiden sisällä olleet ilmaisut. Löysin helposti kolme käsitysryhmää, joiden alle tuli 29-68 ilmausta. Tämän jälkeen mietin rajatapauksia ja löysin yhteisiä tekijöitä käsitysryhmien muodostamiseen. Tässä kohdassa palasin vielä merkitysryhmien tarkasteluun ja sieltä luokiteltuihin ilmaisuihin. Sain sieltä ymmärrystä taas lisää käsitysryhmien muodostamiseen. Sain lopulta kaikki merkitysryhmät sopimaan käsitysryhmiini. Käsitysryhmiä syntyi lopulta siis 11 kappaletta. Näiden alle sisältyi 9-68 ilmaisua. Esimerkiksi työn rakenne -käsitysryhmän alle kokosin sellaisia ilmaisuja, kuten resurssit luokassa, koulun tuen toimivuus, riittämättömyyden tunteet ja yhteistyö. Kuvaan taulukossa 2 käsitysryhmien koostumista ja vaiheessa 4 koostuvia kuvauskategorioita.

Taulukko 2. Kuvauskategorioiden syntyminen.

KUVAUSKATEGORIA	KÄSITYSRYHMÄT	ESIMERKKISITAATTEJA
oppimisen haasteet	oppimisen vaikeudet (18) oppimisen haasteet ja taitojen puutteet (68)	"S2 näkyy ehkä vähän, ehkä käsitteet" "hänellä on ehkä niinkun, 25% osaamista neljännen jakson jälkeen" "käyttäytyminen ja oman toiminnan ohjaus" "laskee edelleen sormilla, on tehostettu" " tää on pudonnut jotenkin 3. luokan jälkeen selkeesti alaspäin"
Erilaisia opetusmenetelmiä	opetustavat (29) opetusmateriaali (12) eriyttäminen ja tuki (31) työn rakenne (21)	"jokainen saa tasoisiaan tehtäviä ja ne heikommatkin ymmärtävät ne asiat, jotka ovat opiskelleet" "tehostettuun tukeen ja saatiin pienryhmiin ja tukea niin paljon kun pystyy antamaan" "Uusi kirjasarja on huono" "tarvitsisi ylöspäin eriyttäviä materiaaleja, mutta niitä puuttuu"
taitavat oppilaat	osaavat (18) itsenäiset ja taitavat (24)	"nääh lahjakkaat saa oman tasoisia haasteita" "lisäkirja myös käytössä" "Lahjakkaat saavat mennä tilanteen mukaan itse, saavat mennä muualle opiskelemaan itsenäisesti eteenpäin ja syksyllä kun hommat on tehty, niin saavat mennä pelaamaan matikkapelejä, lautapelejä tai muuta ylöspäin eriyttävää hommaa"
tavoitteet, arviointi ja taustat	arviointi (17) tavoitteet ja ops (10) taustatiedot (9)	"Ajattelun taitojen oppimiseen tähdätään" "Tärkeintä matematiikan opetuksessa on oppilaille varmaan mun mielestä peruslaskutoimitukset, kertotaulu ja kymmenjärjestelmän hallinta ja kaikkea muuta voidaan sitten tukea yläasteella" "tietty tätä osaamista täytyy verrata opsien tavoitteisiin"

4. vaihe

Tässä vaiheessa muodostin teoriani ohjaamana ylätasoon kategorioita, joista voidaan Niikon (2003, 37–38) mukaan käyttää nimitystä kuvauskategoria. Niitä muodostaessani tutkin vielä muodostamiani käsitysryhmiä ja jouduin muokkaamaan ilmausten ryhmittelyä ja siten myös käsitysryhmiä. Tämä onkin tyypillistä fenomenografiassa. Rakensin lopulta yhdestätoista käsitysryhmästä neljä kuvauskategoriaa. Näiden rakentuminen näkyy yllä olevassa taulukossa (ks. Taulukko 2).

5. vaihe

Tässä vaiheessa tarkastelin kuvauskategorioita ja välisiä suhteita. Tästä voidaan käyttää nimitystä tulosavaruus (Niikko 2003,37–38). Kuvauskategoria on fenomenografisen tutkimuksen tulos. Määrittelin nämä kuvauskategoriat samanarvoisiksi keskenään, riippumatta siitä kuinka paljon yhden kuvauskategorian alla oli sijoitettuna alkuperäisiä sitaatteja haastatteluista. Tällainen kuvauskategoriasysteemi on nimeltään horisontaalinen. Huuskon ja Paloniemen (2006, 169) mukaan kuvauskategoriasysteemi esitetään sekä sanallisesti että visuaalisesti. Esittelen kuvauskategoriat luvussa 7.1 Tulokset kuvauskategorioittain.

6.8 Tutkimuksen eettisyyden pohdintaa

Tutkimuseettinen neuvottelukunta (2012) määrittelee seuraavaa: tieteellinen tutkimus voi olla eettisesti hyväksyttävää ja sen tulokset uskottavia vain, jos tutkimus on suoritettu hyvän tieteellisen käytännön edellyttämällä tavalla. Tutkimuksessa on oltava rehellinen, huolellinen ja tarkka, koko tutkimusprosessin ajan. Tämä on jokaisen tutkijan omalla vastuulla. Menetelmien, joita tutkimuksessa käytetään, tulee olla sopivia ja eettisesti kestäviä, tieteelliselle tutkimukselle sopivalla tavalla. Myös aikaisempaa tutkimusta on kunnioitettava. (Tutkimuseettinen neuvottelukunta 2012, 4–7.) Olen itse kertonut aiemmasta tutkimuksesta aiheeseeni liittyen ohjeistuksen mukaisesti. Tulosten pohdinnassa peilaan saamiani tuloksia myös aiempaan

tutkimukseen. Olen pohtinut tutkimukseni eettisiä ratkaisuja koko tutkimusprosessin ajan. Ensimmäinen eettinen ratkaisu oli jo tutkimusaiheen valinta. Tuomi ja Sarajärvi (2009, 129) toteavatkin tämän olevan eettinen kysymys. Itse valitsin aiheeni oman kiinnostukseni perusteella matematiikkaa kohtaan. Kiinnostustani aiheeni kohtaan lisäsi vielä se, että osaaminen on ollut paljon esillä mediassa ja on näin erittäin ajankohtainen aihe.

Kuula (2006, 60–62) esittelee eettisiä kestäviä tutkimustapoja, joista yhtenä nousee ihmisarvon kunnioittaminen. Tutkijan on turvattava tutkittavien itsemääräämisoikeus, vahingoittumattomuus ja yksityisyys. Tämän pidin mielessäni koko tutkimuksessani. Tämä on ensiarvoisen tärkeää, etenkin kun tutkimukseen osallistuu lapsia. Olen taannut tutkittavien anonymiteetin poistamalla kaikki tunnistettavuuteen viittaavat tiedot. Oppilaiden Kymppi-kartoitukset olen numeroinut juoksevilla numeroilla ja luokat tunnuksilla A, B, C ja D. Opettajien haastattelut on yksilöinyt merkinnöin: opettaja 1, opettaja 2, opettaja 3 ja opettaja 4. Olen valinnut numerot satunnaisesti, jotta luokkatunnukset ja opettajan numerot eivät kohtaisi. Tutkimuksiin osallistuvien lasten vanhemmilta pyydettiin kirjallinen lupa (ks. Liite 2). Jos huoltajille osoitettua tutkimuslupa -tiedustelua ei palautettu, en käyttänyt tällaisen lapsen aineistoa tutkimuksessani. Lisäksi ennen haastatteluja ja haastattelujen alkaessa olen ilmoittanut selvästi haastateltavilleni, että heidän henkilöllisyytensä ei ole tunnistettavissa tutkielmassani eikä myöskään heidän oppilaidensa. Kaikki saamani tutkimusmateriaali hävitetään tutkielmani valmistumisen jälkeen.

Kymppi-kartoitusten tekemisessä olen ollut yhteydessä koulujen erityisopettajiin ja he ovat ohjeistaneet oppilaat tekemään kartoituksen samalla lailla ja valvotusti. Tämä lisää tulosten luotettavuutta ja vertailua keskenään. Määrällisen aineiston käsittelijänä minun on oltava tarkka ja tehdä henkilöille koodit, jotta kukaan ei personoidu tarkasti. Raportoinnissa minun on muistettava hyvät tieteen eettiset periaatteet ja totuudenmukaisuus. On pysyttävä tutkimuskysymysten määräämisessä raameissa.

6.9 Tutkimuksen luotettavuuden arviointia

Tutkijoiden tieteellisten käytänteiden noudattaminen eli tutkimuksen uskottavuus on yksi luotettavuuden tärkeimmistä kriteereistä (Tuomi & Sarajärvi 2009, 132). Olen tutkimusta tehdessäni kunnioittanut toisten tekemää tutkimusta ja viitannut heidän teksteihinsä asianmukaisella tavalla. Olen noudattanut huolellisuutta, rehellisyyttä ja avoimuutta. Tutkimuksen luotettavuuden arviointi koskee koko tutkimusprosessia lähtien aineiston hankinnasta analyysiin ja tulosten esittämiseen saakka.

Etenkin määrällisen aineiston luotettavuutta voidaan tarkastella toistettavuuden eli reliabiliteetin ja pätevyyden eli validiteetin kriittisen arvioinnin kautta. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 136–144.) Tästä kirjoittaa myös Valli (2015, 139) ja kuinka mittareiden valinta lisää luotettavuutta. Määrällisen aineiston mittariksi valitsemani Kymppi-kartoitus 2 sisältää hyvin kymmenjärjestelmän hallintaan kuuluvat osa-alueet ja on näin luotettava aineisto tutkimuskysymyksiin peilaten. Ikäheimo (2012, 8) on kehittänyt tämän Kymppi-kartoituksen ALVA -kartoituksen pohjalta. Luotettavuutta lisää myös se, että sain käytettäväkseni koko aineiston, enkä vain yhteenvetoja. Kartoitukset tehtiin viikon sisällä kaikille luokille samanlaisella ohjeistuksella. Oppilaat eivät saaneet harjoitella kartoitukseen etukäteen. Luokanopettajien haastattelut toteutettiin ennen Kymppi-kartoituksen tekemistä, joten he eivät voineet peilata käsityksiään oppilaiden osaamista kartoituksen tuloksiin. Oppilaan tulisi hallita Kymppi-kartoitus 2:n sisällöt viidennen luokan kevääseen mennessä. Ikäheimon (2015) mukaan jokaiseen virheeseen on suhtauduttava vakavasti, koska jokainen tehtävä on rakennettu niin, että pienetkin puutteet osaamisessa vaikuttavat oppilaan tulevaan matematiikan oppimiseen. (Ikäheimo 2015, 6-7.) Tämän vuoksi halusin teettää kartoituksen juuri 5. luokan keväällä, että se lisää tulosten luotettavuutta. Tulosten yleistettävyyttä ei voida kuitenkaan tehdä koskemaan kaikkia Suomen 5. luokkalaisia.

Tuon tutkielmassani esille, kuinka laadullisen aineiston analysointi on suunnannut ajatteluani ja olen raportoinut tutkimukseni vaiheet niin kuin ne ovat edenneet tässä tutkimuksessa. Olen luokitellut ja käsitellyt aineistoani objektiivisesti ja yrittänyt löytää opettajien tarkoittamat asiat ilman omia ennakkokäsityksiäni.

Kuitenkin ihmisten haastatteluissa on vaikeaa löytää aina se asia, mitä haastateltava pohjimmiltaan tarkoittaa. Minun on haastattelijana muistettava, mikä on asemani tutkijana ja opiskelijana. Minun on tunnistettava mahdolliset ennakkokäsitykseni ja tietoni tutkittavasta ilmiöstä tai asiasta ja jättää ne syrjään. Minun on ulkoistettava itseni tutkijaksi ja muistettava olla neutraali tutkijana. Tähän olen pyrkinyt koko tutkimukseni ajan ja ottanut tämän huomioon analysoidessani aineistoa.

7 TULOKSET

Esittelen seuraavassa tulokset kuvauskategorioiden. Kuvauskategorioiden muodostumisen ja synnyn selitin aikaisemmin (ks. Taulukko 2). Esittelen jokaisen kuvauskategorian erikseen ja laitan jokaisesta kuvauskategoriasta opettajien haastatteluista lainauksia, jotka kuuluvat esiteltyyn kuvauskategorian alle.

7.1 Tulokset kuvauskategorioiden

Kuvauskategoria I: Oppimisen haasteet

Opettajien puheista nousi selvästi isoimpana joukkona ilmaukset oppilaiden matematiikan osaamisen haasteista ja puutteista. Opettajien käsitykset osaamisen puutteissa oppilaiden matematiikan osalta ja edellisten luokka-asteiden vajaissa tiedoissa tuli esille useaan kertaan. Tämä kävi ilmi opettajien 1 ja 3 haastatteluissa.

Tällä oppilaalla on jäänyt monta aukkoa aikaisempina vuosina, niitä on aika vaikea hahmottaa, missä tarvii apua. (opettaja 1)

*...vuosia kestänyt putoaminen kyydissä.
kolmosen asiat ei hallussa, nelosen asiat ei hallussa... (opettaja 3)*

Laiskuus oli joidenkin opettajien (ks. opettaja 3) käsityksen mukaan mahdollinen syy muutaman oppilaan kohdalla matematiikan osaamisen puutteisiin, joku piti sitä varmanikin vaikeuksien syynä. Toisaalta joku opettajista (ks. opettaja 1) mietti, onko laiskuus vain näkyvä piirre ja takana onkin jotain muuta.

...en oikein tiedä mistä puutteet johtuu, ehkä laiskuudesta, kun ei yritä, vai jostain muusta siellä taustalla... (opettaja 1)

...patalaiska, ei oikeita vaikeuksia... (opettaja 3)

Osalla oppilaista oli diagnosoitu jokin oppimisen este ja heille oli tehty tehostetun tai erityisen tuen päätös. Osa oppilaita oli S2-opetuksen piirissä ja

kielitaidon puute häiritsi opettajan käsityksen mukaan oppimista. Tällaiset syyt oppilaan matematiikan osaamisessa olivat opettajien käsityksen mukaan selviä kuten opettajat 2 ja 3 antavat ymmärtää.

...työmuistin vaikeus, joka näkyy kaikessa oppimisessa vaikeutta... (opettaja 3)

...S2 Heikko suomenkieli ja hän ei käsitteistöä hallitse... (opettaja 2)

Opettajat (ks.opettajat 1, 3 ja 4) ilmaisivat huolensa myös oppilaiden muista pulmista, jotka vaikuttivat heidän käsityksensä mukaan oppilaan matematiikan osaamisen haasteisiin. Opettajat sanoivat näiden vaikeuksien näkyvän kaikessa oppilaan toiminnassa ja oppimisessa.

...jonka haasteet on kaikessa muussa, kun matemaattisessa osaamisessa... (opettaja 3)

...keskittyminen tosi vaikeaa kaikkeen, aina sählää sekä tunneilla että välitunneilla. En saa siihen oikein otetta. (opettaja 1)

...ei kotona välitetä mitä se tekee tai ei tee ja se näkyy... (opettaja 4)

Kuvauskategoria II: Erilaisia opetusmenetelmiä

Tämän kuvauskategorian alle lajittelin kuuluvaksi erilaisten opetusmenetelmien lisäksi menetelmiin vaikuttavia asioita: millaisien resurssien opettaja kokee hänellä työssään olevan, millaiset oppimateriaalit ovat käytössä koululla, miten koulun rakenne ja tilat tukevat erilaisia opetustyyliä ja eriyttämistä sekä kuinka erityisopettajan tuki toteutuu matematiikan osalta. Tämän kuvauskategorian alle lajittelin myös opettajien käsitykset siitä, miten opetustyyli vaikuttaa oppimiseen ja osaamiseen.

Opetustyyli ja oppimateriaalin käyttö oli kaikilla erilaista. Opettajista yksi käytti systemaattisesti urakkatyöskentelyä viikkourakkana ja oli kehittänyt itsearviointi ja osaamisen arviointiin oman systeemin. Tehtävien määrää ja laatua oli rajoitettu, jos oli haasteita. Pääasiassa tehtiin kirjaa eteenpäin. Seuraavista aineistolainauksista käy ilmi, miten opettajat toteuttivat opetustaan.

Käytin sellaista viikkotehtäväsysteemiä ja jokaisen pitää maanataisin aina kuunnella viikon tavoitteet...Joka torstai pidimme kertauksen ja kaikkien piti näyttää missä menee. (opettaja 1)

Sitten mulla oli taululla sellaiset värikoodikuvat, johon väritti aina vihreällä, sinisellä tai punaisella sen osan mitä oli tehnyt ja jos väritti vihreän, niin silloin piti osata kunnolla ja pystyi omasta mielestään opettamaan myös toisille. (opettaja 1)

...voi jäädä heikoilla kokonaisuudessaan oppiminen suppeammaksi, mutta vaarana sitten olisi ettei he ymmärtäisi mitään, jos pitäisi mennä samaan tahtiin. (opettaja 1)

Kaksi opettajista (opettajat 2 ja 4) olivat hyvin lähellä toisiaan oppilaiden työskentelyn ohjaamisessa. He etenivät kaikkien kanssa samaa tahtia, mutta eriyttivät oppilaita sekä ylös että alaspäin. He lisäksi käyttivät pienryhmissä työskentelyä säännöllisesti, ainakin tiettyjen oppilaiden kohdalla. Matematiikassa opettajan käsityksen mukaan taitavat oppilaat saivat mennä muualle koulussa opiskelemaan pienissä ryhmissä ja saivat esimerkiksi perustehtävien jälkeen pelata matikkapelejä. Pienessä ryhmässä työskentely tehosti opettajien mielestä oppilaiden ajattelun kehittymistä hyvin. Luokissa oli pulmatehtäviä ja matematiikkavälineitä saatavilla. Urakkatyöskentelyä on kokeiltu molemmilla luokilla, mutta opettajat kokivat, ettei oppilaiden itseohjautuvuus vielä riittänyt siihen ja sisältöoppiminen kärsi. Nämä kaksi opettajaa mainitsivat peruskoulun opetussuunnitelmasta nousevat tavoitteet ja yksi opettaja sanoi katsovansa kirjasta tavoitteisiin kuuluvat sisältöalueet, jotka on järkevää käydä yhdessä kirjasta. Heillä oli käytössä sähköinen opetusmateriaali ja myös oppilailla omat tunnukset joita käytettiin. Opettajat mainitsivat erilaisia motivoinnin keinoja, joilla heidän käsityksensä mukaan yrittämistä ja sinnikkyyttä lisättiin.

...urakkatyöskentelyssä, jossa oli tarkoitus opettaa oppilaille, niin kun muissakin aineissa itseohjautumisen ja itsearvioinnin taitoja ... se ei ollut ehkä järkevä ratkaisu tän luokan kanssa, koska monella ei ollut niitä tarpeeksi, jolloin itse sisältöoppiminen kärsi siinä samalla... (opettaja 2)

Menevät käytäville pienissä porukoissa, ja mä oikein nautin, kun kuuntelin niiden keskustelua. Matemaattinen ajattelu kehittyi varmasti enemmän kun ikinä mun puhuessa... (opettaja 4)

Mietin, että mitkä opsista nousevat tavoitteet ja niiden sisällöt on sellaisia, jotka on fiksua opiskella kirjasta yhdessä. (opettaja 2)

...oikein vastanneiden kesken arvotaan karkki... (opettaja 4)

Yksi opettajista (opettaja 3) piti opetustuokioita ja antoi oppilaiden edetä itsenäisesti. Työskentelypaikan saa valita itse, ellei opettaja erikseen kiellä. Joskus opettaja teettää urakkatyötä, mutta luokassa ei ole säännöllistä viikkourakkaa. Oppilaat saivat mennä omaan tahtiin aina opettajan antamaan kohtaan saakka. Opettaja käyttää aina kirjaa opetuksessa.

Kyllä mulla saa tehdä omaan tahtiin tai siis matikassa mennä eteenpäin. Kerron mihin asti saa tehdä, ettei ne mene liikaa, ettei jää aukkoja tai väärinymmärryksiä. (opettaja 3)

Usein aloitetaan yhdessä ja opetetaan perusasiat ja sitten jos tuntuu että haluaa lisää apua, niin jää luokkaan ja muuten saa mennä käytäville tekemään. (opettaja 3)

Eriyttämisen mahdollisuudet ja erityisopettajan tuki tulivat selvästi esille opettajien (opettajat 1, 3 ja 4) käsityksissä, mikä vaikuttaa oppilaiden osaamiseen. Lisäksi kodin tuki tai sen puute nostettiin esiin (opettaja 3).

...mulla kyllä on hyvä tilanne luokassa, sieltä pääsi pienryhmään silloin kun oli vaikeuksia. ELAn tuki on auttanut kyllä, osaaminen on parantunut säännöllisillä käynneillä... (opettaja 1)

...kuuluu ELA porukkaan, tarvitsee paljon apua ei olla päästy elan kansa selvyteen, mistä vaikeudet johtuu. Ja usein ei ELAlle pääse, kun se on kiinni jossain muualla. (opettaja 3)

Meillä on 2 ryhmätuntia ja 2 ela tuntia, eli alaspäin erittämistä pystyy ihan hyvin tekemään. (opettaja 4)

*...ei varmaan tee mitään kotona, eikä saa
varmaankaan tukeakaan sieltä... (opettaja 3)*

Kaikki opettajat toivat esille koulun rakenteen ja resurssien vaikuttavan heidän mukaansa oppimiseen ja osaamiseen. Kaksi luokista oli selvästi pienempää, korkeintaan 20 oppilasta ja kahdessa taas oli 28-30 oppilasta. Luokkakoko näkyi opettajien käsitysten mukaan auttamisen mahdollisuudessa ja siten oppilailla oli erilainen mahdollisuus saada tukea. Koulurakennukset olivat kaikkien opettajien käsitysten mukaan hyvin erilaisia oppimisympäristöjä ja pienryhmätyöskentelyä tukevia. Koulunkäynninohjaaja oli paperilla saatavilla yhteen luokkaan, mutta käytännössä näin ei luokanopettajan kertoman mukaan ollut. Seuraavista aineistolainauksista ilmenee, miten koulun rakenne ja resurssit näkyivät opettajien työssä:

*...mulla ei ole ollut mahdollisuutta auttaa niin paljon kun olis pitänyt ja
tarvinnut... (opettaja 1)*

*...luokka on niin pieni, niin heikkoja ehdin
opettamaan kyllä ... jokaisella tunnilla ehdin käymään jokaisen luona ja
katsomaan, että pysyvät kärryillä. (opettaja 4)*

Ei riitä resurssit ja aika riitä ja Ela on ryöstetty aina muualle töihin. (opettaja 3)

Kuvauskategoria III: Taitavat oppilaat

Opettajat kertoivat omia käsityksiään siitä, ketkä oppilaat ovat taitavia ja osaavia matematiikassa. He antoivat perusteluja, missä osaaminen näkyy. Opettajat (opettajat 3 ja 1) kutsuivat usein taitavia oppilaita itsenäisiksi ja itseohjautuviksi. Tässä opettajilla tuli erilaisia käsityksiä, mitä tarkoittaa taitava. Kaksi opettajaa korosti itseohjautuvuutta ja ettei taitava oppilas tarvitse opetusta.

*...ne on just sellaisia, joita ei tarvii opettaa
ollenkaan, ne opettaa itse itseään... (opettaja 3)*

...täysin omaan tahtiin, tekivät etukäteen matikkaa eteenpäin, niin pystyivät

olemaan lomillakin lomalla. 1,5 kuukauttakin pois... (opettaja 1)

Kahdella opettajalla (opettajat 2 ja 4) käsitys taitavasta oppilaasta oli toisenlainen.

...hoitavat suorittavat laadukkaasti ja ovat hyvin motivoituneita koko koulun käyntiin ja kiinnostuneita omasta oppimisestaan. Peruslaskeminen on helppoa ja he on kiinnostuneet soveltamisesta niin, että jaksavat sinnikkäästi yrittää ja osaavat varsin hyvin. (opettaja 2)

...soveltaminen, pulmatehtävät, motivaatiota enempään, eriyttäminen ylöspäin, kaikki sujuu... (opettaja 4)

Ovat motivoituneita, kysyvät voivatko laskea yhdessä ja heillä on laskuporukoita. (opettaja 2)

Osa opettajista (esim. opettaja 1) käytti taitavia oppilaita apunaan ja heidän käsityksensä mukaan se kehitti taitavien oppilaiden taitoja sekä myös autettavien.

Mä ajattelin, että kun mulla on näitä kymppin oppilaita niin paljon, niin opeteltiin heidän kanssa miten asioita opetetaan ja sain heiltä apua siinä, että he pystyivät auttamaan tosi hyvin muita. Ja samalla sain heitä eriytettyä ylöspäin ja he saivat mielekästä tekemistä, ettei aina vaan lisätehtäviä tai jotain. Mä uskon, että se kehitti heitä ja toisaalta myös niitä, joita ne auttoi. (opettaja 1)

Osa oppi tosi loistavia tapoja selittää matematiikan asioita muille. (opettaja 1)

Kuvauskategoria IV: Tavoitteet, arviointi ja taustat

Opettajat asettivat oppimiselle tavoitteita. Kaksi mainitsi opetussuunnitelman. Kaksi opettajaa ei. Haastatteluissa nousi matemaattisen ajattelun kehittymisen tärkeys. Seuraavista aineistolainauksista käy ilmi opettajien tavoitteita oppimiselle:

Ajatteluntaitojen oppimiseen tähdätään, ja sit siihen että oppilaat kokisivat matematiikan oppimisen mielekkäänä vielä 6. lk. jälkeenkin. (opettaja 2)

Ajatuksena ja tavoitteena mulla oli se, että jokainen saa tasoisiaan tehtäviä ja ne heikommatkin ymmärtävät ne asiat, jotka ovat opiskelleet. (opettaja 1)

Tärkeintä matematiikan opetuksessa on oppilaille varmaan mun mielestä peruslaskutoimitukset, kertotaulu ja kymmenjärjestelmän hallinta ja kaikkea muuta voidaan tukea yläasteella. Pitää olla kunnon peruspohja yläasteelle, että voidaan jatkaa siellä. Ajattelun taitoja pidän erittäin tärkeänä. (opettaja 3)

Oppiaineen koko idea on se, tätä tarvii elämään. Ajattelu kehittyy, vaikka ei suoraan tarvitsisi mitään laskemista. Osassa ammateista tarvitsee matikkaa. Täytyy opiskella ja oman talouden kehittymisen kannalta. Perustaitoja täytyy olla. (opettaja 3)

Tietty tätä osaamista täytyy verrata opsin tavoitteisiin. (opettaja 4)

Arvioinnista opettajista kaikki kertoivat käyttävänsä sekä numeroarviointi että osaamisprosentteja. Osa kutsui osaamisentarkistamiseen tarkoitettuja tehtäviä kokeiksi ja toiset testeiksi. Yksi opettaja (opettaja 1) kertoi antavansa kokeet takaisin ja niistä sai korjata virheet, koska opettajan ajatteli tämän poistavan koetilannejännityksen ja tuovan todellisen osaamisen esille. Kolmen opettajan (opettajat 1, 2 ja 3) käsityksen mukaan kokeista ei välttämättä saa kuvaa oppilaan todellisesta osaamisesta ja ymmärtämisestä. Yksi opettaja (opettaja 3) oli sitä mieltä, että aina ei tarvitsekaan ymmärtää, jos osaa laskea mekaanisesti.

...niin ne sai niinku yrittää korjata väärin menneet ilman koetilannetta, jos se aiheuttaa jollekin hankaluutta tai jännitystä, koepaineita tai huolimattomuutta. Siinä mä näin osasiko ne oikeasti. (opettaja 1)

Kokeet pidän perinteisen jakson jälkeen ja osalle helpotetun kokeen. (opettaja 3)

Mä käytin sellaista osaamistestausta, jokaisen jakson jälkeen ja en laittanut numeroita vaan prosentteina, kuinka paljon kukin osasi. (opettaja 1)

Ei koe välttämättä kerro oikeaa osaamista, pitää arvioida jatkuvasti koko työskentelyä. (opettaja 2)

Joskus se mekaaninen osaaminen riittää. Ei aina tarvii kaikkea ymmärtää. (opettaja 3)

Taustoista opettajat kertoivat oman koulutuksensa lisäksi työkokemuksensa. He kaikki ajattelivat työkokemuksen tuovan varmuutta oppilaantuntemukseen ja toimivien opetustapojen käyttöön. Luokkakoot vaihtelivat paljon. Oppilaita oli

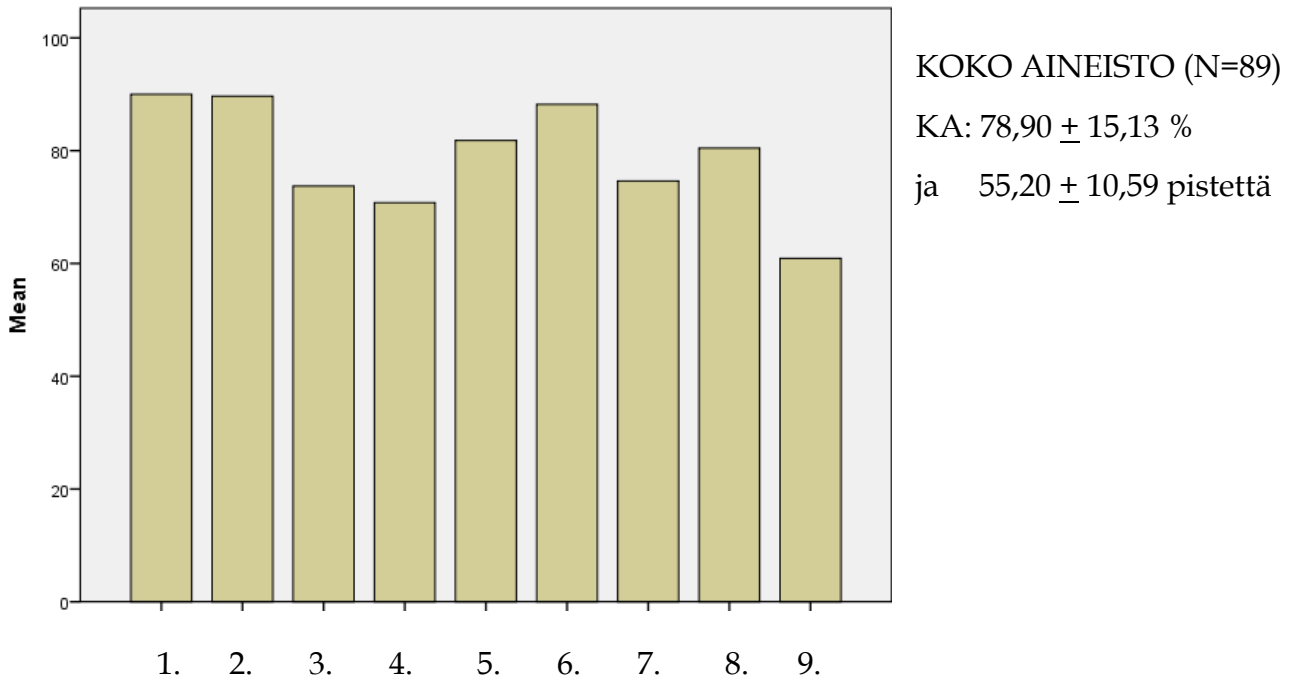
luokissa 17, 20, 28 ja 30. Kaikkien opettajien käsityksen mukaan tämä vaikutti oppimiseen. Opettajien mukaan se vaikuttaa paljon siihen, kuinka paljon opettajalla on aikaa yksittäiselle oppilaalle.

Oppilaita on niin paljon, että välillä en ehdi mitenkään käymään jokaisen luona. (opettaja 3)

Mulla on niin vähän oppilaita, että pystyn tukemaan tosi hyvin niitä ja tarkistamaan, että kaikki pysyy kärryillä. (opettaja 4)

7.2 Kymppi-kartoituksen tulokset

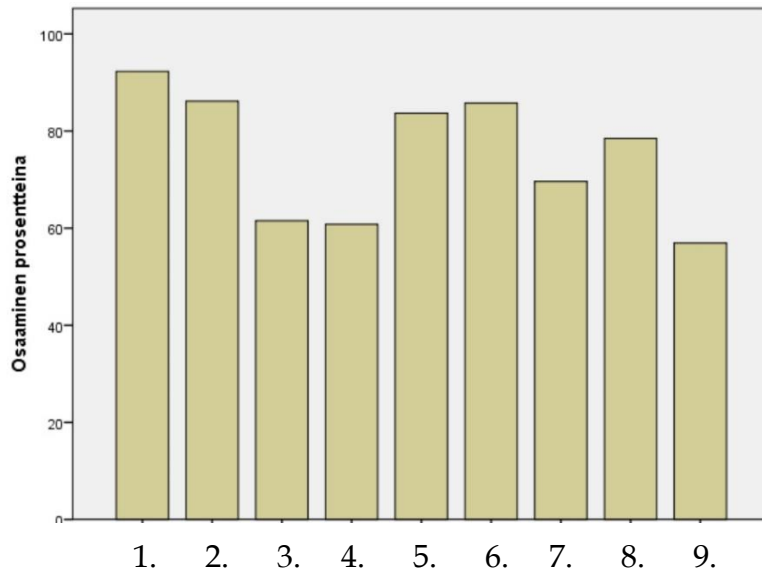
Esitän pylväsdiagrammeihin Kymppi-kartoitus 2 tuloksen koko joukon osalta (N=89) ja kaikkein yhteisen keskiarvon. Lisäksi esitän pylväsdiagrammeihin tulokset luokittain ja jokaisen luokan kohdalla keskiarvon ja keskihajonnan, joka kertoo kuinka suurelle pistevälille pistemäärät keskimäärin jakautuvat. Diagrammeista näkyy myös jokaisen osa-alueen osaaminen prosentteina. Selitykset osa-alueista on kuvion 4 alhaalla. Jokaisen kuvion ohessa on kyseisen tutkimusjoukon Kymppi-kartoitus 2 saatu keskiarvo ja keskihajonta. Ilmoitan keskiarvon ja keskihajonnan sekä prosentteita että pisteinä. Kymppi-kartoitus 2 täydet pisteet on 70. Keskiarvo koko tutkimusjoukolla (N=89) oli 78,90 prosenttia ja pisteissä 55,2/70 pistettä. Keskihajonta, eli luku joka ilmaisee havaintojen keskimääräisen poikkeaman keskiarvosta, oli koko tutkimusjoukolla 15,13 % ja pisteinä 10,59.



1. Vertailua	5. Laskujärjestys
2. Lukujonot	6. Laskuja, ei kymmenylitystä
3. Pyöristäminen	7. Desimaaliluvut, ei kymmenylitystä
4. Mittayksiköt	8. Laskuja, kymmenylityksiä
	9. Desimaaliluvut, kymmenylityksiä

Kuvio 4. Koko aineiston mukainen osaaminen tehtävittäin.

Koko aineistossa (ks. kuvio 4) nousee esiin paras osaaminen vertailussa, lukujonoissa ja peruslaskuissa, joissa ei ole kymmenylityksiä. Heikoiten menestyttiin desimaalilukujen laskutoimituksissa, joissa oli kymmenylityksiä ja seuraavaksi heikoiten mittayksiköt ja pyöristäminen.



A-RYHMÄ (N=26)

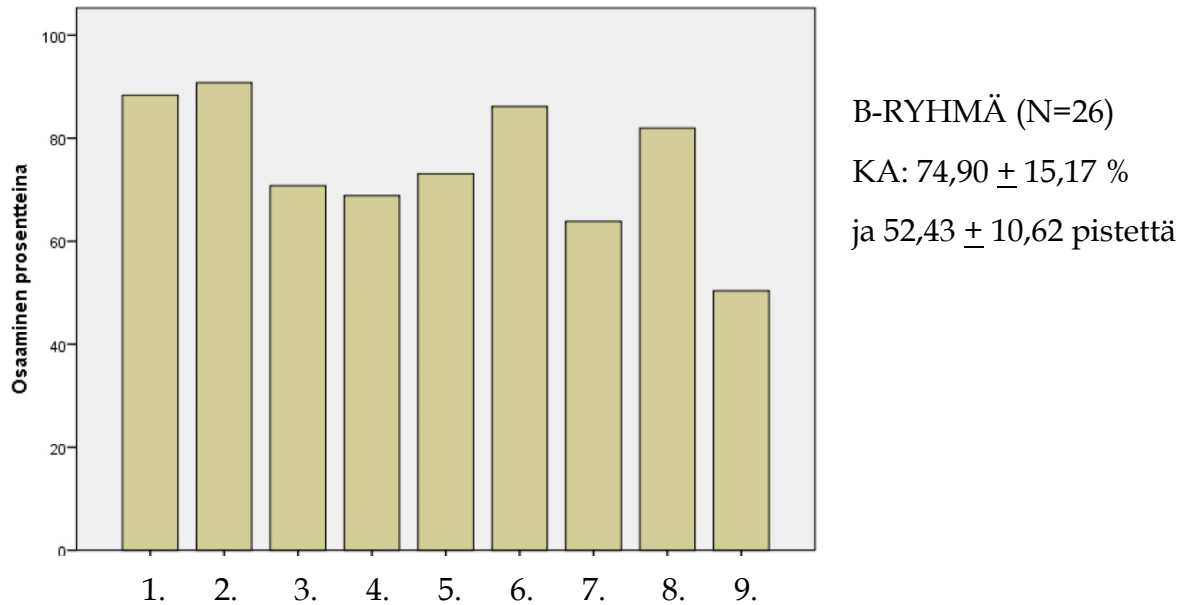
KA: $75,02 \pm 16,65$ %

ja $52,51 \pm 11,66$ pistettä

- | | |
|------------------|-------------------------------------|
| 1. Vertailua | 5. Laskujärjestys |
| 2. Lukujonot | 6. Laskuja, ei kymmenlytystä |
| 3. Pyöristäminen | 7. Desimaaliluvut, ei kymmenlytystä |
| 4. Mittayksiköt | 8. Laskuja, kymmenlytystä |
| | 9. Desimaaliluvut, kymmenlytystä |

Kuvio 5. A-ryhmän osaaminen tehtävittäin.

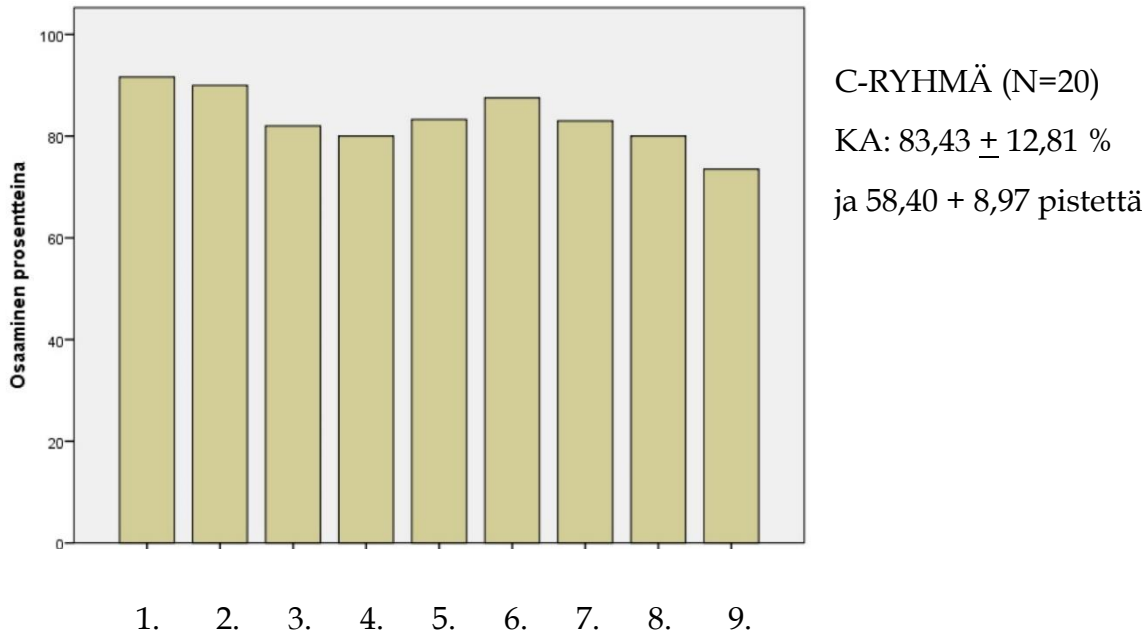
A-ryhmän tuloksissa (ks. kuvio 5) näkyy selvästi puutteet pyöristämisen, mittayksiköiden ja desimaalilukujen laskutoimituksissa, joissa on kymmenlytystä osaamisessa. Epätasaisuutta oli osaamisessa osa-alueittain verrattain paljon. Parhaiten hallittiin vertailu ja lähes yhtä hyvin mittayksiköt, laskujärjestys ja peruslaskut ilman kymmenlytystä. Myös keskihajonta oli koko tutkimusjoukosta suurin. Ryhmässä oli paljon vaihtelua osaamisessa.



- | | |
|------------------|--------------------------------------|
| 1. Vertailua | 5. Laskujärjestys |
| 2. Lukujonot | 6. Laskuja, ei kymmenylitystä |
| 3. Pyöristäminen | 7. Desimaaliluvut, ei kymmenylitystä |
| 4. Mittayksiköt | 8. Laskuja, kymmenylityksiä |
| | 9. Desimaaliluvut, kymmenylityksiä |

Kuvio 6. B-ryhmän osaaminen tehtävittäin.

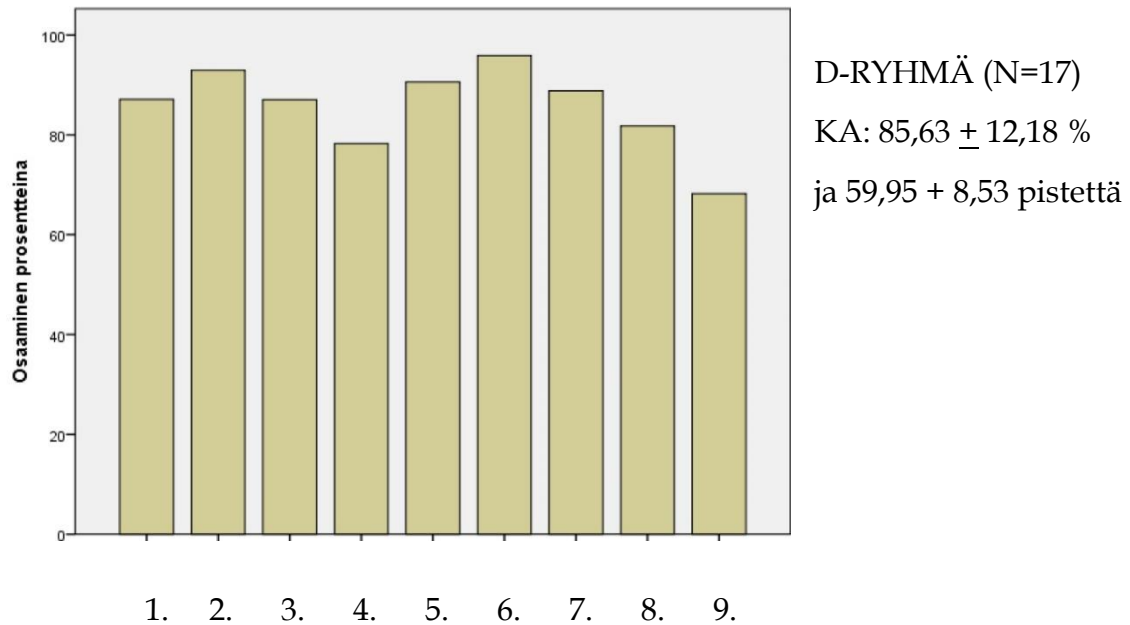
B-ryhmän (ks. kuvio 6) osalta osaamisen puutteet näkyivät selvästi eniten kymmenylityksiä sisältävien desimaalilukujen hallinnassa. Toiseksi heikoiten osattiin desimaaliluvut, joissa ei ollut kymmenylityksiä. Lukujonot taas olivat menneet kokonaisuudessaan parhaiten. Vertailusta, peruslaskuista ilman kymmenylityksiä ja peruslaskuista kymmenylityksillä keskiarvo oli myös yli 80 prosenttia. Osaamisessa on isoja eroja osa-alueittain ja keskiarvo kokonaisuudessaan on heikon tällä ryhmällä.



- | | |
|------------------|--------------------------------------|
| 1. Vertailua | 5. Laskujärjestys |
| 2. Lukujonot | 6. Laskuja, ei kymmenylitystä |
| 3. Pyöristäminen | 7. Desimaaliluvut, ei kymmenylitystä |
| 4. Mittayksiköt | 8. Laskuja, kymmenylityksiä |
| | 9. Desimaaliluvut, kymmenylityksiä |

Kuvio 7. C-ryhmän osaaminen tehtävittäin.

C-ryhmällä (ks. kuvio 7) osaaminen osa-alueittain kaikkein tasaisinta ja keskiarvokin oli selvästi parempi, kuin A- ja B-ryhmillä. Keskihajonta oli myös selvästi A- ja B-ryhmiä pienempi. Heikoiten tälläkin ryhmällä oli mennyt desimaaliluvut, joissa oli kymmenylityksiä. Tässä tutkimusjoukossa vertailu-, lukujono- ja peruslaskutehtävissä ilman kymmenylityksiä menestyttiin parhaiten.



1. Vertailua	5. Laskujärjestys
2. Lukujonot	6. Laskuja, ei kymmenylitystä
3. Pyöristäminen	7. Desimaaliluvut, ei kymmenylitystä
4. Mittayksiköt	8. Laskuja, kymmenylityksiä
	9. Desimaaliluvut, kymmenylityksiä

Kuvio 8. D-ryhmän osaaminen tehtävittäin.

D-ryhmällä (ks. kuvio 8) on paras keskiarvo ja pienin keskihajonta. Osaaminen oli tasaisinta tässä ryhmässä verraten koko tutkimusjoukkoon. Kuitenkin laskut desimaaliluvuilla, joissa oli kymmenylityksiä, oli selkeästi tämän ryhmän sisällä huonoiten hallittu osa-alue. Mittayksiköt erottuivat myös huonommin osattuna kokonaisuutena tämän ryhmän sisällä verrattuna loppuihin osa-alueisiin. Lukujonot ja laskut ilman kymmenylityksiä meni tällä ryhmällä selkeästi parhaiten koko tutkimusjoukosta.

8 JOHTOPÄÄTÖKSET JA POHDINTAA

Tutkimukseni tarkoitus oli selvittää laadullisin menetelmin, luokanopettajia haastatteleamalla, millaiset käsitykset heillä on oppilaidensa kymmenjärjestelmän ja matematiikan hallinnassa. Lisäksi selvitin määrällisin menetelmin Kymppi-kartoitus 2:n avulla näiden luokanopettajien oppilaiden kymmenjärjestelmän hallintaa viidennen luokan keväällä. Tarkastelen nyt molempien aineistojen tuloksia yhdessä ja pohdin niiden merkitystä rinnakkain ja toisiaan tukevina tulkintoina. Käsillä olevissa johtopäätöksissä olen tarkastellut yhteyksiä Kymppi-kartoituksen tulosten ja opettajien käyttämien opetusmenetelmien ja luokkakokeiden välillä. Pohdin myös millaiset asiat opettajien käsitysten mukaan vaikuttavat oppilaiden osaamiseen.

Tutkimuksessa käytetty Kymppi-kartoitus 2:n tulokset osoittavat tutkimukseen osallistuneilla viidesluokkalaisilla olevan puutteita kymmenjärjestelmän hallinnassa. He eivät hallitse kymmenjärjestelmää täysin ja puutteet kasvavat enemmän ajattelua vaativissa tehtävissä. Tätä tukee myös viimeisin TIMMS-tutkimus, jossa todettiin suomalaisten peruskoululaisten peruslaskutaidoissa osaamisen heikentyneen entisestään (Vettenranta ym. 2016, 30). Myös Nissilän (2017, 78-79) julkaisema pro gradu tutkielma totesi samaa kuudesluokkalaisten osaamisesta kymmenjärjestelmän osaamisen suhteen. Nissilän tutkimuksessa osaamisen puute näkyi eniten lukujen pyöristämisessä sekä desimaalilukujen laskutoimituksissa, joissa on kymmenylityksiä. Tulokset osoittivat myös matematiikan osaamisen kumulatiivisen rakenteen. Tämä näkyi tutkimuksessani erityisesti virheissä desimaalilukujen laskutoimituksissa, joissa oli kymmenylityksiä, pyöristämisen sekä mittaamisen osalta. Desimaalilukulaskuihin liittyvät oppilaiden virheet ilmaisevat, että oppilaat eivät ymmärrä lukujen välisiä suhteita ja siksi heidän on vaikea ymmärtää, miten kymmenesosat ja sadasosat sijoittuvat suhteessa toisiinsa. Tätä vahvistaa mm. van de Wallen ym. (2016,57) teoriaosuudessa esittelemäni käsitys siitä, että kymmenjärjestelmän hyvä omaksuminen antaa ymmärrystä desimaalilukujenkin osaamiseen. Myös Laden ja Kortenkamp (2016) vahvistavat tätä tulosta, kuinka

lukupaikkajärjestelmä on matematiikassa ymmärtämisen perustana. Jos oppilas ymmärtää lukupaikkajärjestelmän, hän pystyy ratkaisemaan myös desimaalilukuja, joissa täytyy ajatella kuinka lukupaikan arvo suurenee aina kymmenkertaiseksi siirryttäessä oikealta vasemmalle.

Tutkimuksessani tuli lisäksi selkeäsi luokkien erot kymmenjärjestelmän kokonaisosaamisessa. Kun tarkastelee rinnalla opettajien haastatteluja, nousi haastatteluista kaksi asiaa selityksenä kymmenjärjestelmän osaamisen eroihin. Paremmin Kymppi-kartoitus 2:ssa suoriutuneet luokat olivat selvästi pienempiä kuin huonommin suoriutuneet. Tästä on melko paljon ristiriitaista tutkimustietoa. Saloviita (2017) raportoi artikkelissaan, kuinka vallalla oleva käsitys pienemmistä luokkakoista lisäisi osaamista luokassa, onkin nyt uuden (ks. Kupiainen & Hienonen 2016) tutkimuksen valossa väärää tietoa. Kupiainen ja Hienonen (2016) eivät nähneet tutkimuksessa yhteyttä luokkakoon ja osaamisen välillä. Tätä on yritetty selittää monilla tavoin, kuten vääristääkö pienluokat tutkimustulosta. Saloviita (2017) kuitenkin esittää yhdeksi selitykseksi nousseen, että luokkakoko ei vaikuta oppimistuloksiin, koska opettajalla on oma tapa opettaa, vaikka luokassa olisi oppilaita eri määrä. Tämä johtaakin toiseen tutkimuksessani esiin nousseeseen mahdolliseen selittävään tekijään. Selkeästi huonommin ryhminä pärjänneet luokat ovat opiskelleet matematiikkaa enemmän urakkatyöskentelynä ja ovat näin voineet edetä itsenäisesti joko koko kirjan tai sovittuun pisteeseen saakka. Näiden luokkien opettajat ovat korostaneet itsenäisyyttä ja itseohjautuvuutta. Paremmin Kymppi-kartoitus 2:ssa suoriutuneet ryhmät olivat taas opetuksessa, jossa kaikki etenivät samaan tahtiin. Opettajat eriyttivät opetusta saman osa-alueen sisällä ylös- ja alaspäin. Keltikangas-Järvinen (2018) on ollut paljon esillä kritisoidessaan oppilailta vaadittavaa itseohjautuvuutta. Hän toteaa että, itseohjautuvuus ja vastuunkanto eivät ole vielä ala-asteikäisen ominaisuuksia. Ne ovat hienoja ja tärkeitä ominaisuuksia, mutta niistä vastuu on aikuisella. Oppilaat vasta harjoittelevat näitä taitoja alakoulussa. Oppilaat eivät voi oppia vastuun kantamiseen matematiikan oppimisesta itsenäisesti ilman harjoittelua ja ohjausta. Keltikangas-Järvinen (2018) muistuttaa, että ala-asteikäisellä lapsella ei ole vielä kehityksellisiä valmiuksia itseohjautuvuuteen ja vastuunkantoon. Tämä tulikin ilmi erään opettajan haastattelussa, kun hän kertoi näiden

ominaisuuksien harjoittelun häiritsevän sisältöoppimista. Niinpä hän siirsi itseohjautuvuuden harjoittelun muihin tilanteisiin. Tulosten perusteella näyttää, että perinteinen oppikirjasidonnainen opiskelu ja mekaaninen tekeminen eivät tuota hyvää osaamista. Toisaalta myöskään liian itsenäinen urakkatyöskentely, jossa oppilailta vaaditaan itseohjautuvuutta ja vastuun ottoa, ei näytä parantavan oppimistuloksia. Olisikin mielenkiintoista tutkia opetusmenetelmien vaikutusta oppimiseen pitkittäistutkimuksena. Myöhemmin peruskoulun päättöluokalla olisi mielenkiintoista tutkia sen hetkistä matematiikan ja kymmenjärjestelmän osaamista samalla tutkimusjoukolla ja nähdä putoaako osaaminen edelleen heikosti suoriutuneilla oppilailla. Opettajien haastatteluissa tulikin muutaman oppilaan kohdalla ihmetystä, kuinka oppilaan osaaminen on laskenut kolmannen luokan jälkeen reilusti. Tätä tukee taas tieto matematiikan oppimisen kertautuminen ja perustuminen aiempaan osaamiseen. Olisi ollut kiinnostavaa saada myös saman tutkimusjoukon mahdolliset Kymppi-kartoitus 1:n tulokset, jotka on tehty ainakin kahdelle tutkimusjoukon ryhmälle oppilaiden ollessa 2. luokalla.

Tutkimuksessani kävi myös ilmi, että ryhmissä, joissa oli paljon hajontaa osaamisessa Kymppi-kartoitus 2:n mukaan, oli myös opettajien käsitysten mukaan paljon epätasaisuutta. He nimesivät selkeästi paljon taitavia oppilaita, mutta myös useamman oppilaan, joka ei hallinnut matematiikkaa ja kymmenjärjestelmää heidän käsitystensä mukaan hyvin. Luokissa ei kuitenkaan ollut isoja eroja tehostun tai erityisentuen oppilaiden määrässä. Sillä ei voi selittää ryhmien epätasaisuutta. Sen lisäksi tutkimukseen osallistuneet luokat olivat rakenteeltaan saman kaltaisista kouluista ja asuinalueet, jossa koulut sijaitsevat, ovat verrattaen samanlaisia. Edellä mainitut tekijät eivät pitäisi olla selittävinä tekijöinä eroavaisuuksiin ryhmien välillä. Pääosin opettajat arvioivat oppilaidensa osaamisen keskimäärin paremmaksi kuin Kymppi-kartoitus 2 antoi ymmärtää. Pesu (2017) toisaalta toteaa, että opettajan myönteinen mielikuva oppilaan matematiikan taidoissa ruokkii osaamista. Eli edelliseen peilaten ei ole huono asia, että opettajat ajattelevat oppilaiden osaamisen paremmaksi kuin Kymppi-kartoitus 2 antaa olettaa. Toisaalta luokanopettajat puhuivat yleisesti myös matematiikan osaamisesta, eivät vain kymmenjärjestelmän hallinnasta.

Opettajien käsitykset asioista, jotka vaikuttavat oppilaiden matematiikan osaamiseen olivat kaikilla suhteellisen samoja. Opettajat totesivat oppilaan motivaation isona vaikuttavana asiana siihen, kuinka paljon oppilas on kiinnostunut matematiikasta ja sen rakentumisesta. Sinnikkyys ja ahkeruus mainittiin myös. Opettajat käyttivät myös sanaa lahjakkuus kuvaillessaan, millainen oppilas pärjää matematiikassa. Opettajien käsitysten mukaan resurssit tai niiden puute ovat niiden oppilaiden osaamisen tiellä, jotka tarvitsisivat enemmän tukea. Kodin tukea pidettiin tärkeänä ja toisaalta kodin tuen puute nousi esiin opettajien käsityksissä, kun matematiikka on oppilaalle haastavaa. Opettajat nostivat opetustavat myös itse esille vaikuttavina tekijöinä, mutta heidän käsityksensä poikkesi käytännössä toisistaan. Osa opettajista oli sitä mieltä, että etenkin lahjakkaiden oppilaiden kohdalla itsenäinen työskentely on motivoivaa ja parasta. Osa opettajista taas sanoi, että jos näin ajattelee, niin taitavallakin oppilaalla saattaa jäädä isoja aukkoja matematiikan ymmärtämisessä. Opettajien haastatteluissa tuli myös ilmi, että heillä on käsitys joistain oppilaista, että oppilas vaan ei opi. Tätä tukee Räsänen (2012) käsitys siitä, että laskutaitojen oppiminen opetussuunnitelman tavoitteiden mukaisesti on noin 5-7 prosentille koululaisista ylivoimaista. Opettajien haastatteluissa tuli esille yhden opettajan osalta myös ajatus matematiikan olevan hänen oman kiinnostuksen ulkopuolella. Hän painotti olevansa enemmän kiinnostunut kuvataiteesta, käsitöistä ja englannista. Pohdin tätä tulosten kautta, vaikuttaako luokanopettajien sitoutumattomuus matematiikkaan opetuksen laatuun ja tapaan. Usein kasvatustieteelliseen tiedekuntaan hakevilla henkilöillä on vahva osaaminen ja kiinnostus taideaineisiin, mutta harvemmin hakijat ovat erityisesti matemaattisesti suuntautuneita. Tätä käsitystäni tukee oman kokemukseni lisäksi myös tutkimukset (ks. Nori, 2011). Mietin opettajien matematiikan opetuksen sitoutumiseen vaikuttavia tekijöitä, jotka näkyvät opetuksessa ja myös kansainvälisissä arviointitutkimuksissa. Luokanopettajalla on niin monta kokonaisuutta ja taito- ja taideainetta hallittavana, minkä takia opetus varmasti vaihtelee opettajan mielenkiinnon ja koulutuksen mukaan. Ala-asteella luokanopettajat opettavat myös matematiikkaa, kun taas yläasteella opetuksesta vastaavat aineenopettajat. Kuitenkin tutkimukset antavat

tuloksia, että suomalaiset lapset saavat melko tasa-arvoista opetusta riippumatta asuinpaikasta tai sosioekonomisesta asemasta (ks. Kupari & Hiltunen, 2018).

Vaikka määrällisessä aineistossa mitattiin oppilaiden kymmenjärjestelmän hallintaa, niin laadullisessa tutkimusaineistossa opettajat puhuivat kymmenjärjestelmän hallinnan lisäksi myös yleisesti matematiikan osaamisesta ja hallinnasta. Tämäkin on yksi tekijä, että laadullinen ja määrällinen aineisto eivät ole suoraan verrannollisia toistensa kanssa. Oma kokemukseni luokanopettajana helpotti varmasti opettajien haastatteluja, joissa sain mukavasti tietoa opettajien käsityksistä matematiikan osaamisesta ja niihin vaikuttavista asioista. Toki olisi ollut mukava tehdä muutamia tarkentavia kysymyksiä, kun aineiston analysointi eteni. En kuitenkaan enää pystynyt palaamaan aineistonkeruuseen tiukan aikatauluni vuoksi. Aikatauluni on muutenkin ollut tiukka ja uskon sekä tutkittavan ikäryhmän tuntemisen myös kokemuksen tasolla sekä POPS 2014 tuntemisen matematiikan tavoitteiden osalta, auttaneen minua hahmottamaan olennaisia asioita koko tutkielmassani.

LÄHTEET

- Ahonen, S. 1994. Fenomenografinen tutkimus. Teoksessa Syrjälä, L., Ahonen, S., Syrjäläinen, E. & Saari, S. (toim.) Laadullisen tutkimuksen työtapoja. Helsinki: Kirjayhtymä, 113–116.
- Ahonen, T. & Pulkkinen, L. 2014. Keskilapsuus. Teoksessa Nurmi, J.-E., Ahonen, T., Lyytinen, H., Lyytinen, P., Pulkkinen, L. & Ruoppila, I. Ihmisen psykologinen kehitys. Jyväskylä: PS-kustannus, 77–139.
- Aunio, P., Hannula, M. & Räsänen, P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (Toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. 198–221.
- Aunio, P., Hautamäki, J. & Mononen, R. 2018. Matematiikan oppimisen ja oppimisvaikeuksien pedagoginen arviointi. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (Toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. 240–257.
- Aunio, P. & Niemenvirta, M. 2010. Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20(5), 427–435.
- Aunio, P. & Räsänen, P. 2016. Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years- a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*. Saatavilla: DOI: [10.1080/1350293X.2014.996424](https://doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424). Luettu 10.2.2019.
- Aunola, K., & Nurmi, J.-E. 2018. Matemaattisten taitojen kehitys kouluiässä. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (Toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. 54–69.
- Baker, C. & Ward, J. 2015. Base Ten and Place Value. NCTM Interactive Institute. Saatavilla: https://www.nctm.org/uploadedFiles/Conferences_and_Professional_Development/Institues/Pre-K-Grade_5_Number_and_Operations/Base10%20and%20PlaceValue%20finalslides.pdf Luettu: 23.4.2019.
- Beilin, H., 2017. Piagetin teoria. Teoksessa Vasta, R. (toim.) Kuusi teoriaa lapsen kehityksestä. Helsinki: Unipress.
- Collin, P. 2018. Suomalaiset osaavat matematiikkaa yhä huonommin, vaikka sitä tarvittaisiin koko ajan enemmän – Professori: Teknologinen kehitys lisää matematiikan merkitystä. *Ylen uutiset*. 16.8.2018. Saatavilla: <https://yle.fi/uutiset/3-10353905>. Luettu 20.1.2019.

- Creswell, J. W. & Plano Clark, V. L. 2011. *Designing and Conducting mixed methods research*. London: SAGE.
- Dunderfelt, T. 2011. *Elämänkaaripsykologia*. Helsinki: WSOY.
- Eskola, J. & Suoranta, J. 2000. *Johdatus laadulliseen tutkimukseen*. Tampere: Vastapaino.
- Feldon, D.F. & Todel-Grehl, C. 2018. Phenomenography as a Foundation for Mixed Models Reseach. *American Behavioral Scientist* 62 (7,887). DOI: 10.1177/0002764218772640.
- Flegg, G. 2002. *Lukujen historia - Sormilla laskemisesta tietokoneisiin*. Helsinki: Bookwell.
- Hakkarainen, K., Lonka, K., Lipponen, L. 2004. *Tutkiva oppiminen: Järki, tunteet ja kulttuuri oppimisen sytyttäjänä*. Helsinki: WSOY.
- Hannula, M. & Lepola, J. 2006a. Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehitystä? Teoksessa Lepola J. & Hannula M. (toim.) *Kohti koulua- kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys*. Turku: Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja A:205, 129–153.
- Hannula, M. & Lepola, J. 2006b. Huomio lasten taitoihin ennen kouluikää. Teoksessa Lepola, J. & Hannula, M. (toim.) *Kohti koulua- kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys*. Turku: Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja A:205, 9–21.
- Hannula-Sormunen, M., Mattinen, A., Räsänen, P. & Ruusuvirta, T. 2018. Varhaisten matemaattisten taitojen perusta: synnynnäiset valmiudet, tietoinen toiminta ja vuorovaikutus. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (Toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 158–183.
- Hellström, M., Johnson, P., Leppilampi, A. & Sahlberg, P. 2015. *Yhdessä oppiminen. Yhteistoiminnallisuuden käytäntö ja periaatteet*. Helsinki: Into.
- Hirsjärvi, S. & Hurme, H. 2008. *Tutkimushaastattelu. Teemahaastattelun teoria ja käytäntö*. Helsinki: Gaudeamus.
- Huusko, M. & Paloniemi, S. 2006. Fenomenografia laadullisena tutkimussuuntauksena kasvatustieteissä. *Kasvatus*, 37(2), 162–173.
- Hyvärinen, M. 2017. *Haastattelun maailma*. Teoksessa Hyvärinen, M., Nikander, P. & Ruusuvoori J. (Toim.) 2017. *Tutkimushaastattelun käsikirja*. Tampere: Vastapaino.
- Häkkinen, K. 1996 *Fenomengrafisen tutkimuksen juuria etsimässä. Teoreettinen katsaus fenomenografisen tutkimuksen lähtökohtiin*. Jyväskylän yliopiston opettajankoulutuslaitos, Opetuksen perusteita ja käytänteitä 21.
- Ikäheimo, H. 2012. *Kymppi-kirja. Matematiikan osaamisen perusta vahvaksi 10-järjestelmällä*. Helsinki: Opperi.

- Ikäheimo, H. 2015. Kymppi-kartoitus 2. Teoksessa Kymppi-kartoitus. 10-järjestelmän ja mittayksiköiden muunnosten hallinnan kartoitus sekä ohjeet korjaavaa opetusta varten. Helsinki: ELLI Early Learning.
- Joutsenlahti, J., & Vainionpää, J. 2010. Opettaja- ja oppikirjakysymysten perusteella nousevia arvioivia johtopäätöksiä. Teoksessa Niemi, E. K. & Metsämuuronen J. (Toim.) Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Opetushallitus. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2, 209-210.
- Joutsenlahti, J., & Vainionpää, J. 2010. Oppimateriaali matematiikan opetuksessa ja osaamisessa. Teoksessa Niemi, E. K. & Metsämuuronen J. (Toim.) Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Opetushallitus. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2, 137–147. Saatavilla: http://www.oph.fi/download/126919_Miten_matematiikan_taidot_kehittyvat.pdf Luettu 19.11.2018
- Julin, S. & Rautopuro, J. 2016. Läksyt tekijäänsä neuvovat. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten arviointi 9. vuosiluokalla 2015. Julkaisut 20:2016. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.
- Kakkori, L. & Huttunen, R. 2011. Fenomenologia, hermeneutiikka ja fenomenografinen tutkimus. <http://users.utu.fi/rakahu/fenomenografia2011.pdf> luettu 15.11.2018.
- Karttunen, H. 2006. Matematiikka - tiedettä kaikille. Ursan julkaisuja 99. Jyväskylä: Gummerus.
- KARVI, Kansallinen koulutuksen arviointikeskus, 2018. 10 löydöstä matematiikan suurista osaamiseroista. Saatavilla: https://karvi.fi/app/uploads/2017/04/10loydosta_matematiikan_suurista_osaamiseroista_Karvi.pdf. Luettu: 21.3.2019.
- Kaufmann, L. 2008. Neural Correlates of Number Processing and Calculation. Teoksessa Dowker, A. (Toim.) Mathematical Difficulties. United States of America, 1-12.
- Kaisla, M. & Välimaa, R. 2009. Toiminnalliset menetelmät terveystiedon opetuksessa. Teoksessa Jeronen, E., Välimaa, R., Tyrväinen, H. & Maijala, H. (toim.). Terveystietoa oppimaan ja opettamaan. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto, 111–127. Saatavilla: <http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-6959-2>. Luettu: 30.2.2019.
- Keltikangas-Järvinen, L. 2018. Suomalainen peruskoulu on tasa-arvoinen —vai onko? Potilaan lääkrilehti. Saatavilla : <http://www.potilaanlaakarilehti.fi/komentit/suomalainen-peruskoulu-on-tasa-arvoinen-ndash-vai-onko/> Luettu: 26.3.2019.

- Kiviniemi, K. 2018. Laadullinen tutkimus prosessina. Teoksessa Valli R. (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin 2. Jyväskylä: PS-kustannus, 73–87.
- Korhonen, H. 2013. Kymmenjärjestelmä – matematiikan osaamisen kulmakivi. *Dimensio* 77(2), 38–40.
- Koskinen R. 2016. Mielekäs oppiminen matematiikan opetuksen lähtökohtana. Helsingin yliopisto. Helsinki: Picaset.
- Kupari, P. & Hiltunen, J. 2018. Matemaattiset taidot kansainvälisten arviointitutkimusten valossa. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (Toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. 16–53.
- Kupiainen, S. & Hienonen, N. 2016. Saatavilla: <https://www.helsinki.fi/fi/uutiset/koulutus-kasvatus-ja-oppiminen/luokkakooella-ei-ole-selvaa-yhteytta-oppilaiden-osaamiseen> Luettu: 24.3.2019.
- Kuula, A. 2006. *Tutkimusetiikka. Aineiston hankinta, käyttö ja säilytys*. Tampere: Vastapaino.
- Laajalahti A. & Herkama S. 2018. Laadullinen analyysi ATLAS.ti-ohjelmistolla. Teoksessa Valli R. (toim.) *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 2*. Jyväskylä: PS-kustannus, 106–133.
- Ladel, S. & Kortenkamp, U. 2016. Development of a Flexible Understanding of Place Value. Teoksessa T. Meaney, O. Helenius, M. Johansson, T. Lange & A. Wernberg (Toim.) *Mathematics Education in the Early Years*. Springer, Cham, 289–307. Saatavilla DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-23935-4_16 Luettu 12.11.2018
- Leppäaho, H. 2018. Ongelmanratkaisun opettamisesta. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (Toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 368–393.
- Marton, F. 1990. Phenomenography: a research approach to investigating different understandings of reality. Teoksessa Sherman, R.R. & Webb, R.B. (Toim.) *Qualitative research in education: focus and methods*. London: Falmer Press, 141–161.
- Marton, F. 1996. Cognosco ergo sum – Reflections on reflections. Teoksessa Dall’Alba, G. & Hasselgren, B. (Toim.) *Reflections on phenomenography. Toward a Methodology?* Göteborg Studies in Educational Sciences 109, 163–187.
- Moilanen, H. & Syväoja, H. 2017. Toiminnallisessa opetuksessa liike suuntaa työntekoa. *Liito* 2017(2), 8-9. Saatavilla: https://www.avoin.jyu.fi/koppa/opintojaksot/terv002/moilanen_syvaoja_liito-1. Luettu: 31.3.2019.

- Mononen, R., Aunio, P., Väisänen, E., Korhonen, J. & Tapola, A. 2017. Matemaattiset oppimisvaikeudet. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Niemi, E. & Metsämuuronen, J. 2010. Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2 Saatavilla: DOI: https://www.oph.fi/download/126919_Miten_matematiikan_taidot_kehittyvat.pdf Luettu: 23.3.2019.
- Niikko A. 2003, Fenomenografia kasvatustieteellisessä tutkimuksessa. Joensuu: Joensuun yliopistopaino.
- Nissilä, T. 2017. "Ei oo sillee aateltu ku lisätään vaan nolliä perään eikä siirretä pilkkua": Kymmenjärjestelmän ja mittayksiköiden muunnosten hallinta peruskoulun kuudennella luokalla. Pro Gradu-tutkielma. Oulu: Oulun yliopisto.
- Nori, H. 2011. Keille yliopiston portit avautuvat? Tutkimus suomalaisiin yliopistoihin ja eri tieteenaloille valikoitumisesta 2000-luvun alussa. Turun yliopisto. Turku: Painosalama.
- Nurmi, J-E., Ahonen, T., Lyytinen, H., Lyytinen, P., Pulkkinen, L. & Ruoppila, I. 2014. Ihmisen psykologinen kehitys. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Nurmiraanta, H., Leppämäki, P., Horppu, S. 2009. Kehityopsykologiaa lapsuudesta vanhuuteen. Helsinki: Kirjapaja.
- Perkkilä, P., Joutsenlahti, J. ja Sarenius, V-M. 2018. Peruskoulun matematiikan oppikirjat osana oppimateriaalitutkimusta. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (Toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 344–365.
- Pesu, L. 2017. Vanhempien ja opettajien lapsen taitoja koskevien uskomusten yhteydet lapsen oppijaminäkuvan kehitykseen. Saatavilla: https://bulletin.nmi.fi/wp-content/uploads/2017/10/Pesu11-14_NMI-bulletin-3-2017.pdf. Luettu: 26.3.2019
- Piaget, J. & Inhelder, B. 1977. Lapsen psykologia. Jyväskylä: Gummerrus.
- POPS 2014. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Helsinki: Opetushallitus.
- Repo-Kaarento, S. 2006. Yliopisto-opetuksen yhteistoiminnallinen kehittäminen. Helsinki: Helsingin avoin yliopisto. Saatavilla DOI: <http://urn.fi/URN:NBN:fi-fe20061353>. Luettu 28.2.2019.
- Räsänen, P. 2012 Laskemiskyvyn häiriö eli dyskalkulia. Duodecim. 8(11) Saatavilla: <https://www.duodecimlehti.fi/lehti/2012/11/duo10309>. Luettu: 26.3.2019
- Räsänen, P. & Ahonen, T. 2004 Oppimisvaikeudet matematiikassa- neuropsykologinen näkökulma. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P (Toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Kirjapaino-Oma, Jyväskylä, 274–300.

- Saloviita, T. 2017. Mikä on paras luokkakoko peruskouluun? *Kasvatus* 2017:2. Saatavilla: DOI: <http://urn.fi/URN:NBN:fi:ELE-2499184>. Luettu: 26.3.2019.
- Slavin, R. E., Lake, C., Groff, C. 2008. *Effective Programs in Middle and High School Mathematics: A Best-Evidence Synthesis*. Saatavilla: http://www.bestevidence.org/word/mhs_math_sep_8_2008.pdf Luettu: 12.3.2019.
- Soini, T., Pietarinen, J., Toom, A. & Pyhältö, K. 2016. Teoksessa Cantell, H. & Kallioniemi, A. (toim.) *Kansankynttilä keinulaudalla. Miten tulevaisuudessa opitaan ja opetetaan?* Jyväskylä: PS-kustannus, 53–76.
- Sorariutta, A. 2017. "Yhdessä enemmän matemaattista osaamista" – Äidin ja isän ohjausvuorovaikutus ja varhaiskasvatuksen määrä lapsen kehityksen ennustajina. Turun yliopisto. Saatavilla: <https://www.utupub.fi/bitstream/handle/10024/144213/AnnalesC450Sorariutta.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Luettu: 12.9.2018.
- Säljö, R. 1979. Learning in the learner's perspective. I: Some commonsense conceptions. Report from the Institute of Education. University of Göteborg. No 76.
- Tikkanen, P. 2008. "Helpompaa ja hauskempaa kuin luulin: matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana. Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä University Printing House.
- Tuomi, J. & Sarajärvi, A. 2009. *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi*. Jyväskylä: Tammi.
- Tuomivaara, T. 2005 *Tieteellisen tutkimuksen perusteet*. 28–40. <https://www.mv.helsinki.fi/home/ttuomiva/Y125luku6.pdf> luettu 27.2.2019
- Tutkimuseettinen neuvottelukunta. 2012. *Hyvä tieteellinen käytäntö ja sen loukkausepäilyjen käsitteleminen Suomessa*. Saatavilla: https://www.tenk.fi/sites/tenk.fi/files/HTK_ohje_2012.pdf. Luettu: 26.3.2019
- Uljens, M. 1996. On the philosophical foundations of phenomenography. Teoksessa G. Dall'Alba & B. Hasselgren (toim.) *Reflections on phenomenography. Toward a Methodology?* Göteborg Studies in Educational Sciences 109, 103–128.
- Valkonen, S. 2006. *Millainen on hyvä äiti tai isä?* Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.
- Valli, R. 2015. *Johdatus tilastolliseen tutkimukseen*. Jyväskylä: PS-Kustannus.
- Valli, R. 2018. Numerot ja niiden tulkinta määrällisessä tutkimuksessa. Teoksessa Valli, R. (toim.) *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 2*. Jyväskylä. PS-kustannus. 248-260.
- Van de Walle, J., Karp, K.S. & Bay-Williams, J.M. 2014. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Pearson: Harlow.

- Vettenranta, J., Hiltunen, J. Nissinen, K., Puhakka, E. & Rautopuro, J. 2016a. Lapsuudesta eväät oppimiseen, Neljännen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen, Kansainvälinen TIMSS-tutkimus Suomessa. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylän yliopistopaino. 19.
- Vettenranta, J., Välijärvi, J., Ahonen, A., Hautamäki, J., Hiltunen, J., Leino, K., Lähteinen, S., Nissinen, K., Nissinen, V., Puhakka, E., Rautopuro J. & Vainikainen M. 2016b. Huipulla, pudotuksesta huolimatta. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2016:41.
- Wikipedia, Kymmenjärjestelmä. Saatavilla:
<https://fi.wikipedia.org/wiki/Kymmenj%C3%A4rjestelm%C3%A4> Luettu: 10.4.2019.
- 10 löydöstä matematiikan suurista oppimisvaikeuksista. 2018. Kansallinen arvioinnin oppimiskeskus. Saatavilla:
https://karvi.fi/app/uploads/2017/04/10loydosta_matematiikan_suurista_osaamiseroista_Karvi.pdf. Luettu: 15.3.2019.

LIITTEET

Liite 1 Infokirje

7.5.2018

Hei!

Lapsenne koulussa tehdään viidennen luokan keväällä KYMPPI-kartoitus matematiikassa. Erityisopettaja käy teettämässä kartoituksen luokassa toukokuun lopulla koulupäivän aikana. Testissä kartoitetaan oppilaiden peruslaskujen ja kymmenjärjestelmän osaamista.

Olen luokanopettajaopiskelija ja tutkin pro gradu-tutkielmassani viidenluokkalaisten kymmenjärjestelmän osaamista, tarkastelemalla KYMPPI-kartoituksen tuloksia sekä luokanopettajia haastatteleamalla. Lapsenne mukana tulee kotiin lupalappu, jossa kysyn lupaanne käyttää lapsenne KYMPPI-kartoituksen tulosta tutkielmassani. Suostuessanne, saan tulokset erityisopettajalta nimettömänä ja oppilaan henkilöllisyys pysyy näin täysin salassa, eikä hän ole tunnistettavissa tutkielmassani. Pyydän ystävällisesti palauttamaan lapun, vaikka ette haluaisikaan antaa tutkimuslupaa lapsenne osalta.

Ystävällisesti, Saana Nuutinen

Kokkolan yliopistokeskus Chydenius (Jyväskylän yliopisto)

saana.nuutinen@gmail.com

Liite 2 Tutkimuslupapyyntö vanhemmille

Huoltajan suostumus oppilaan osallistumisesta tutkimuksen aineiston tuottamiseen

Lapsen nimi	
1 TUTKIMUKSEN TIEDOT	Tutkimuksen nimi
	Lyhyt kuvaus tutkimuksen sisällöstä (max. 160 merkkiä)
	Organisaatio/yksikkö, johon tutkimus tehdään
	Tutkimuksen tarkoitus Pro gradu Lisensiaattityö Väitöskirja Muu opinnäytetyö Muu, mikä?
2 TUTKIJAN TIEDOT	Etu- ja sukunimi
	Sähköpostiosoite
	Puhelin
	Tutkimuksen vastuullinen johtaja / arvo
3 SUOSTUMUS	Annan suostumukseni sille, että lapseni osallistuu edellä kuvatun tutkimustyön aineiston tuottamiseen
	En anna suostumustani lapseni osallistumiseen tähän tutkimukseen
4 ALLEKIRJOITUKSET	Huoltajan allekirjoitus
	Nimenselvennys
	Paikka ja aika
5 TUTKIMUSLUPA	Tutkimukselle on myönnetty sivistystoimen tutkimuslupa. N:ro pvm.