

**Kymmenjärjestelmän hallinta peruskoulun
kolmannella luokalla
Sami Laakso**

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma
Kevätlukukausi 2019
Kasvatustieteiden laitos
Jyväskylän yliopisto
Kokkolan yliopistokeskus Chydenius

Tiivistelmä

Laakso, Sami. 2019. Kymmenjärjestelmän hallinta peruskoulun kolmannella luokalla. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kokkolan yliopistokeskus Chydenius. 71 sivua.

Kymmenjärjestelmän hyvän hallinnan saavuttaminen on keskeinen alkuopetuksen matematiikan opetuksen tavoite. Tässä pro gradu -tutkimuksessa selvitetään kolmasluokkalaisten oppilaiden kymmenjärjestelmän hallintaa. Aineisto kerättiin syksyllä 2018 yhteensä 77 kolmannen luokan aloittaneelta oppilaalta.

Teoreettisessa viitekehyksessä tarkastellaan aluksi matematiikan oppimista vuorovaikutuksen, kognitiivisten tekijöiden, motivaation ja oppimisvaikeuksien näkökulmista. Seuraavaksi tarkastellaan keskeisiä matemaattisia taitoalueita, kymmenjärjestelmän oppimiseen liittyviä matemaattisia valmiuksia sekä kymmenjärjestelmän opettamiseen liittyviä pedagogisia lähtökohtia. Lopuksi luodaan katsaus kymmenjärjestelmän hallintaa koskevaan aiempaan tutkimustietoon sekä kansainvälisten osaamiskartoitusten antamaan kuvaan suomalaislasten kymmenjärjestelmän hallinnasta. Tutkimusaineisto kerättiin Kymppikartoitusta 1-mittaria sekä Junnauskoe 0–20 A-mittareita käyttäen syksyllä 2018. Tutkimusaineisto koostuu 77 kolmasluokkalaisten kirjallisista vastauksista. Aineisto käsiteltiin tilastollisesti SPSS-ohjelmaa käyttäen.

Tutkimustulosten mukaan kymmenesosa oppilasta hallitsi kymmenjärjestelmän lähes tai täysin virheettömästi. Noin viidesosalla oppilaista oli kymmenjärjestelmän hallinnassa puutteita, jotka liittyivät useimmiten kymmenlukuyhteyksiin, lukupaikkakäsitteen ymmärtämiseen ja lukujonotaitoihin. Suurella osalla oppilaista oli vakavia puutteita mittayksiköiden muunnosten ratkaisutaidoissa. Tulosten perusteella saadaan vahvistusta siihen, että kymmenjärjestelmän hallinnan yksilölliset osaamiserot ovat selkeästi tunnistettavissa jo kolmannen luokan alussa.

Asiasanat: varhaiset matemaattiset taidot, matematiikan oppiminen, lasten kymmenjärjestelmän hallinta

SISÄLTÖ

TIIVISTELMÄ

SISÄLTÖ

1	JOHDANTO	5
2	MATEMATIIKAN OPPIMISEN JA OSAAMISEN LÄHTÖKOHTIA	7
	2.1 Oppiminen vuorovaikutuksena ja uuden tiedon rakentamisena.....	7
	2.2 Lapsen kognitiivinen kehityksen vaiheista	8
	2.3 Yksilölliset kognitiiviset tekijät matematiikan oppimisen taustalla.....	9
	2.4 Motivaatio ja oppiminen	10
	2.5 Matematiikan oppimisen vaikeuksista	11
3	MATEMATIIKAN OPPIMISEN JA OSAAMISEN LÄHTÖKOHTIA KYMMENJÄRJESTELMÄN NÄKÖKULMASTA	14
	3.1 Esi- ja alkuopetusikäisen lapsen matemaattisen osaamisen taitoalueet	14
	3.2 Kymmenjärjestelmä lukujärjestelmänä.....	15
	3.3 Sujuva peruslaskutaito ja laskustrategiat	16
	3.4 Kymmenjärjestelmän opettamisen lähtökohtia.....	18
	3.5 Suomalaislasten matemaattinen osaaminen kansainvälisissä vertailuissa	20
	3.6 Esi- ja alkuopetusikäisten lasten kymmenjärjestelmä hallinta aiemman tutkimuksen mukaan	24
4	TUTKIMUKSEN TARKOITUS JA TUTKIMUSONGELMAT	27
5	TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN	28
	5.1 Tutkittavat	28
	5.2 Tutkimusmenetelmät.....	29

5.2.1	Aineistonkeruumenetelmät	29
5.2.2	Aineiston analyysi	30
6	TUTKIMUSTULOKSET	31
6.1	Kymppikartoituksen tulokset	31
6.2	Junnauskokeen tulokset	40
7	POHDINTA	54
7.1	Tulosten tarkastelua ja johtopäätöksiä	54
7.2	Tutkimuksen eettiset näkökohdat	60
7.3	Tutkimustehtävän toteutuminen ja yleistettävyyys.....	61
7.4	Tutkimuksen luotettavuuden arviointia.....	63
7.4.1	Validiteetti	63
7.4.2	Reliabiliteetti	64
7.5	Jatkotutkimushaasteet	66
LÄHTEET	67

1 JOHDANTO

Kymmenjärjestelmän sujuva ja luotettava hallinta on yksi peruslaskutaidon kulmakivistä. Se on myös edellytys tulevalle matemaattiselle oppimiselle ja osaamiselle. Matemaattisten taitojen taustalla vaikuttaa joukko kognitiivisia ja psykologisia yksilöllisiä tekijöitä, joiden merkitys matematiikan oppimiselle on perustavanlaatuisen. Heikko kymmenjärjestelmän hallinta vaikeuttaa tulevaa matemaattista oppimista myös siten, että toistuvat epäonnistumisen kokemukset heikentävät oppilaan motivaatiota ja oppijaminäkuva matemaattisena sekä matematiikan oppijana.

Oppijaminäkuvaan ja omaan osaamistasoon liittyvät pohdinnat ovat itselleni henkilökohtaisesti tuttuja ilmiöitä. Olen matematiikan oppijana hidas, ja matemaattisen osaamisen juurruttaminen edellyttää minulta runsaasti toistamista ja aikaa. Olen myös tunnistanut itsessäni matematiikan oppimiseen liittyviä kielteisiä tunteita. Matematiikan oppiminen on siis ollut itselleni työlästä. Kielteinen tai epävarma oppijaminäkuva, tulevaisuusvisioiden puute ja matalat odotukset omista oppimistuloksista ovat tuttuja ilmiöitä monille matematiikan oppijoille. Ne saattavat johtaa epämukavaksi koetun tai epäonnistumisen kokemuksia tuottavan aihepiirin välttelemiseen. Matematiikan oppimisessa yhdistyvät yksilön käsitykset itse matematiikasta, oppijaminäkuvan taustalla vaikuttavat emotionaaliset tekijät sekä uskomukset ja käsitykset siitä, minkälaisia osaamista itse kykenee saavuttamaan (Goldin, Hannula, Heyd-Metzuyanin, Jansen ym. 2016, 5–8). Kasvatustieteiden maisteriopiskelijana ja tulevana luokanopettajana halusin syventyä alakoululaisten kymmenjärjestelmän oppimisen ja hallinnan kysymyksiin vahvistaakseni omaa ammatillista osaamistani ja ymmärrystäni.

Henkilökohtaisen kehittymistavoitteeni lisäksi tutkimuskohteen valintaa ohjasi suomalaisten peruskoululaisten alati heikkenevä matematiikan osaaminen kansainvälisten vertailujen valossa. Suomalaisten neljännen luokan oppilaiden matematiikan osaaminen on melko tasaista ja moniin muihin maihin verrattuna korkeampaa, mutta matematiikan osaamisen kehityksen suunta on silti ollut johdonmukaisesti laskeva koko 2010-luvun ajan (Vettenranta, Hiltunen, Nissinen,

Puhakka & Rautopuro 2016a, 83). Samaan aikaan esimerkiksi ruotsalaisoppilaiden matemaattinen osaaminen on parantunut. Lähtötaso on tosin ollut suomalaislasten lähtötasoa matalampi, mutta ruotsalaislapset ovat selkeästi kuroneet suomalaislasten etumatkaa kiinni, ja kehityskulku näyttää kuluneen vuosikymmenen ajalta johdonmukaiselta ja selkeältä. (Skolverket, 2016a, 28) Voisiko syynä suomalaislasten matemaattisen osaamisen alati heikentyvään tasoon olla kymmenjärjestelmän hallinnan puutteet? Esimerkiksi Nissilän (2017, 56) mukaan osalla kuudennen luokan oppilailla on vakavia puutteita mm. kymmenjärjestelmän hallinnassa.

Kymmenjärjestelmäosaaminen lukualueella 0–100 tulisi olla sujuvaa ja virheetöntä toisen luokan päättyessä (Ikäheimo 2011, 5; POPS 2014, 129). Kaikki oppilaat eivät kuitenkaan saavuta tätä tavoitetta ennen kolmannelle luokalle siirtymistä. Taustalla saattaa olla lukuisia tekijöitä edellä mainittujen oppijaminäkuvaan ja motivaatioon liittyvien tekijöiden rinnalla. Osa oppilaista etenee matematiikan oppimisessa nopeasti ja vaivattomasti, kun taas jotkut oppilaat tarvitsevat monia erilaisia oppimisen tapoja, runsaasti toistamista sekä opettajan ohjaukselta matematiikkaa oppiakseen. Myönteiset kokemukset matematiikan oppijana ruokkivat kuitenkin kiinnostusta ja sinnikkyyttä sekä myönteistä oppijaminäkuvaa (Hannula & Holm 2018, 149). Alkuopetuksen matematiikan tavoitteina onkin oppijaminäkuvan tukemisen ohella ohjata oppilasta paitsi sujuvan peruslaskutaidon saavuttamiseen myös luettavien omaan ajatteluun perustuvien ongelmanratkaisumallien kehittämiseen (Koponen 2015, 59).

Tässä tutkimuksessa selvitetään kolmannen luokan oppilaiden kymmenjärjestelmän hallintaa. Tutkimusaineisto koostuu Ikäheimon (Ikäheimo 2011) Kymppikartoitus 1-mittarilla ja Junnauskoe 0-20 A-mittarilla kerätystä määrällisestä aineistosta (N=77). Aineisto kerättiin yhdessä kaupungissa sijaitsevien kahden alakoulun viiden kolmannen vuosiluokan oppilailta.

2 MATEMATIIKAN OPPIMISEN JA OSAAMISEN LÄHTÖKOHTIA

2.1 Oppiminen vuorovaikutuksena ja uuden tiedon rakentamisena

Oppiminen tapahtuu sosiaalisessa ja kulttuurisessa vuorovaikutuksessa tiettyjen vaiheiden kautta. Vygotsky (1978) kutsuu prosessia sisäistymiseksi, jonka kolmessa eri vaiheissa lapsi sisäistää kasvuympäristönsä kulttuurin, arvot, asenteet sekä symbolit sekä jäsentää ne vaiheittain oman ajattelunsa rakenteiksi vuorovaikutuksen kautta. Oppiminen on otollisinta silloin, kun lapsi toimii ns. lähikehityksen vyöhykkeellään. Tällöin hän on saavuttanut tiettyjä taitoja, mutta hänen ulottuvillaan on uusia potentiaalisia taitoja, joiden hankkimiseen tarvitaan ympäröivän kulttuurin edustajan esimerkiksi vanhemman tai opettajan tukea ja ohjausta. (Vygotsky 1978, 56–57; 87)

Kauppilan (2007) mukaan sosiokonstruktivistinen oppimiskäsitys määrittelee oppimisen yksilöllisten ja yhteisöllisten tietojen ja taitojen rakentamiseksi. Oppiminen ymmärretään sosiaalisesti ilmiöksi, jonka varassa tieto rakentuu synnyttäen samalla oppijalle osallisuuden tiedosta ja kulttuurista. Sosiokonstruktivistinen oppimiskäsitys perustuu yhtäältä konstruktivistiseen oppimiskäsitykseen, jonka mukaan oppija rakentaa yksilöllisen tietorakennelmansa omista lähtökohdistaan omaan kokemuspohjaansa ja käsitteellistämisen tapojensa avulla. Toisaalta oppiminen tapahtuu tietyissä sosiokulttuurisissa konteksteissa. Sosiokonstruktivistinen oppimisen näkemys määrittelee oppimisen laaja- alaiseksi prosessiksi, johon lukeutuvat mm. itseohjautuvuuden, reflektion, symbolisten interaktioiden, yhteistyön, sosialisointin, identiteetin kehittymisen sekä arvopäämäärien ulottuvuudet. (Kauppila 2007, 36; 48; 114.)

Oppiminen tapahtuu aina vuorovaikutuksessa toisten ihmisten ja ympäristön kanssa. Kaikki korkeammat inhimilliset toiminnot, kuten kielen oppiminen tai ajattelun kehittyminen edellyttävät sosiaalista vuorovaikutusta. (Soini, Pietarinen, Toom & Pyhältö 2016, 57) Konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaan oppiminen alkaa havainnoinnista, jossa valitaan uutta tietoa aiemmin opitun perusteella sekä liitetään tämä uusi tieto aiemmin opittuun tietoon (Kauppila 2016, 39). Tuloksellinen oppiminen edellyttää itseohjautuvuutta ja käsitteellisten rakenteiden rakentamista reflektion avulla. Mahdollisuus valita itse oppimisen kohde, esimerkiksi ongelmanratkaisu, vahvistaa motivaatiota ja ohjaa oppijaa kohti uuden tiedon rakentumista. (Kauppila 2016, 51)

2.2 Lapsen kognitiivinen kehityksen vaiheista

Piaget'n mukaan lapsen kognitiivinen kehitys voidaan nähdä toisiaan seuraavina kehitysvaiheina. Sensomotorisessa vaiheessa noin 7-9 kuukauden ikään asti tyypillistä on lapsen huomion ja oppimisen keskittyminen omaan kehoon. 18-24 kuukauden ikään mennessä lapsi tutustuu esineisiin, leikkeihin, aikaan, paikkaan ja syy-seuraussuhteisiin, ja hänelle alkaa muodostua käsitys asioiden pysyvyydestä ilman välitöntä aistihavaintoa niistä. Aiemman vaiheen pelkän havainnoinnin sijaan lapsi alkaa nyt tuottaa ja aiheuttaa asioita. Hän pyrkii aiheuttamaan toivomiaan asioita esimerkiksi tuottamalla lelun avulla ääntä tai liikettä. Toiminnan toistamisella on sensomotorisessa vaiheessa merkittävä osuus, ja esineiden tutkiminen ja kokeilu johtavat yhä monimutkaisempiin ja monipuolisempiin tapoihin tutkia ympäristöä. Lapsen tutkiva toiminta, erilaisten päämäärien tavoittelemisen ja keinojen keksimisen niiden saavuttamiseksi luovat pohjaa tulevalle kehitykselle (Beilin 2017, 120–121).

Esioperationaalaisessa vaiheessa noin 2-6 vuoden iässä lapsen ajattelu käsitteellistyy, ja hänelle kehittyy kyky ymmärtää vastaavuuksia. Lapsen koke-

mien ihmisten, asioiden ja ilmiöiden kokeminen monipuolistuu ja lapsen mahdollisuus ilmaista itseään moninkertaistuvat. Konkreettisten operaatioiden vaiheessa 6-11-vuotiaan lapsen ajattelun kehittymiselle on ominaista kolme matemaattisen ajattelun kehittymisen edellytystä: säilyvyyden käsite, luokittelu ja kategorisaation logiikka sekä järjestyssuhteet. Piaget nimittää em. käsitteiden sisäistymistä ja vahvistumista identiteettisäännöksi, joka merkitsee ymmärtämystä mm. siitä, että kohde säilyy samana, jos siihen ei lisätä mitään tai siitä ei vähennetä mitään. Piaget'n mukaan formaalisten operaatioiden vaiheessa noin 11 vuodesta lähtien lapsen ajattelu muodostaa suljetun ja loogisen järjestelmän, joka on ajattelun kehityksen viimeinen lopullinen vaihe. Hänen teoriaansa on kuitenkin arvosteltu virheellisten perusolettamusten ja kapea-alaisuuden vuoksi, ja sen soveltuvuutta lasten ja nuorten ajattelun kuvaajana on arvosteltu. Matematiikan oppimisen näkökulmasta erityisen tärkeänä kehitysvaiheena voidaan pitää konkreettisten operaatioiden vaihetta noin 6-11-vuotiaana, johon sijoittuu monien ajattelun taitojen oppimisen herkkyykskausi. (Beilin 2017, 121; 125; 127)

2.3 Yksilölliset kognitiiviset tekijät matematiikan oppimisen taustalla

Matemaattisten taitojen kehittymiseen liittyy useita kognitiivisia tekijöitä. Opittavasta sisällöstä riippumattomia yleisiä tekijöitä ovat ajattelun prosessointinopeus, työmuistin toiminta sekä tarkkaavaisuus. Itse matematiikkaan liittyviä valmiuksia ovat puolestaan lukujonotaidot, lukumäärien vertailuun liittyvät taidot sekä numerosymbolien hallinta. Varhaiset lukujonotaidot ennustavat selkeimmin lapsen tulevaa matemaattista kehitystä. Tämän katsotaan johtuvan mieleen palauttamisen tarkkuudesta. Kun lapsi aluksi päätyy oikeaan ratkaisuun vain lukuja luettelemalla, ratkaisu alkaa myöhemmin automaattisesti muotoutua mielessä. Laskemisen sijaan lapsi alkaa luottaa muistinsa kykyyn tuottaa oikeita ratkaisuja luotettavasti. (Aunola & Nurmi 2018, 58–60)

2.4 Motivaatio ja oppiminen

Oppimismotivaatio on voimakkaassa yhteydessä matematiikan oppimiseen. Se merkitsee yhtäältä lapselle ominaista suuntautumista oppimistilanteeseen esimerkiksi innostuksena suorittaa käsillä oleva tehtävä tai halu välttyä tehtävän tekemiseltä. Tehtäväsuuntautuneisuus ennustaa hyvää matemaattista osaamista, ja toisaalta välttämiskäyttäytymiseen liittyy paitsi matala kiinnostus itse tehtäviin – myös epävarmuuden ja ahdistuksen tunteet epämieluisan tehtävän edessä. Tehtäväsuuntautunut motivoitunut lapsi kokee todennäköisemmin onnistumisen kokemuksia oppimistilanteessa. Myönteiset kokemukset oppijana ruokkivat motivaatiota ja kiinnostusta matematiikan oppimista kohtaan. (Aunola & Nurmi 2018, 62)

Matematiikan oppimisen taustalla vaikuttavista oppilaiden tuntemuksista, uskomuksista ja motivaatiosta voidaan kokonaisuutena käyttää termiä matematiikkakuva. Se vaikuttaa merkittävästi oppimistuloksiin, sinnikkyyteen matematiikan opiskelussa ja on yhteydessä oppijaminäkuvaan. Matematiikkakuvan taustalla vaikuttavat oppilaan omakohtaiset kokemukset ja niiden muovaamat tuntemukset. Myönteiset tunnekokemukset kuten oivalluksen tuottama ilo tai sinnikkyuden tuottama oikea ratkaisu vahvistavat matematiikkakuvaa. Keskeistä onkin välttää matematiikan opiskelussa väistämättömien epäonnistumisten aiheuttamia kielteisiä kokemuksia ja tunteita. Oppilaan ja ryhmän itsesäätelytaidot määrittävät osaltaan tilanteen etenemistä ja eri tunnetilojen syntymistä tai syntymättä jäämistä. Opettajan rooliksi voidaan nähdä erilaisten oppimistilanteiden aiheuttamien tunnetilojen kääntäminen ja ohjaaminen myönteisiksi oppimiskokemuksiksi. Opettajan tuella ja ohjauksella on merkittävä vaikutus oppilaan käsitykseen itsestään oppijana. (Hannula & Holm 2018, 149)

2.5 Matematiikan oppimisen vaikeuksista

Matemaattisten taitojen osaamiserot syntyvät varhain, ja yksilölliset erot ovat merkittäviä. Osaamisen erot kasvavat nopeasti jakaen lapset heikosti ja hyvin menestyviin. Hyvin menestyvät lapset etenevät nopeasti ja rakentavat osaamisensa aiemman oppimansa varaan myönteissävytteisessä kehityskulussa. Heikosti menestyvät lapset puolestaan käyttävät runsaasti aikaa ja energiaa perusasioiden oppimiseen ja osaamisen juurruttamiseen, jolloin kehityskulkua leimaa oppimisen työläys ja vähäiset onnistumisen kokemukset. Yksi näiden erojen taustatekijä on lasten varhainen taipumus havaita lukumääriä ympäristössään sekä sen yhteys lukujonotaitojen kehittymiseen. Toinen merkittävä tekijä on oppijaminäkuvaan liittyvä motivaatio. (Aunola & Nurmi 2018, 54) Näiden taustalla vaikuttavat matematiikan oppimiseen liittyvät tunnetilat, joiden keskeinen ominaisuus on pysyvyys. Matematiikan oppimiseen liittyvien tunnetilojen onkin todettu muuttuvan hyvin hitaasti. Esimerkiksi matematiikkaan liittyvät pelon tai ahdistuksen tunteet oppijaminäkuvan taustalla johtavat usein matematiikan välttelemiseen. Kielteisten tunteiden merkitys oppijaminäkuvalle onkin kaiken kaikkiaan suuri verrattaessa matematiikkaa muihin oppinaineisiin (Tuohilampi 2016, 50) Matematiikan opetuksen pedagogisten ratkaisujen tuleekin tukea ja vahvistaa lapsen onnistumisen kokemuksia ja hänen oppijaminäkuvaansa matematiikan oppijana. Myös opettajan antaman kannustavan palautteen merkitys on suuri. (Aunola & Nurmi 2018, 54)

Matemaattiseen oppimiseen liittyvät vaikeudet ovat monitahoinen ja yksilöllinen ilmiö. Osaamattomuus voi näkyä matematiikan eri taitoalueilla, ja vaikeudet voivat olla vaikeusasteeltaan hyvin vaihtelevia. Matemaattisen osaamisen kokonaisuutta voi hahmottaa jatkumona, jonka yhtä ääripäätä edustavat sellaiset lapset, joille matematiikan oppiminen on helppoa ja vaivatonta. Toista ääripäätä puolestaan edustavat ne lapset, joille yksinkertaisten peruslaskujen suorittaminen virheettömästi on vaivalloista, ja ongelmanratkaisu on altista virheille. Tiettyyn pisteeseen tätä jatkumoa sijoittuvia lapsia voidaan luokittelusta

ja sen rajauksista riippuen luonnehtia esimerkiksi heikosti, keskinkertaisesti tai hyvin edistyviksi matematiikan oppijoiksi. (Aunio, Hautamäki & Mononen 2018, 246)

Tavallisesti oppilasryhmä voidaan jakaa kolmeen ryhmään matematiikan oppimisen tuen tarpeen mukaan tarkasteltuna. Osa selviää vähäisellä opettajan tuella, toinen osa tarvitsee jonkin verran opettajan tukea ja kolmas osa tarvitsee runsaasti opettaja tukea ja ohjausta, jotta oppiminen edistyy. Viimeisen kolmannuksen joukosta noin 10-15% oppilaista tarvitsee runsaan opettajan tuen ja ohjauksen lisäksi erityisopetusta tai kohdennettua terapiaa. Opetuksessa on tärkeää keskittyä keskeisten käsitteiden konkretisoimiseen ja laskutoimitusten strategiataitojen vahvistamiseen. (Ikäheimo 2018, 3) Matemaattiset oppimisvaikeudet näkyvät lapsen osaamisen tasossa useamman lukuvuoden ajan. Niiden syinä pidetään mm. työmuistin toiminnan heikkoutta, heikkoja kielellisiä taitoja, sosioekonomiselta tasoltaan matalaa kasvuympäristöä sekä kielteissävytteistä oppijaminäkuvaa. Olennaista on, että opettajalla on pedagogisen suunnittelunsa perusteena käytössä yksityiskohtaista ja konkreettisesti kielennettyä tietoa siitä, miten ja millä taitoalueella oppimisen vaikeus ilmenee. Konkreettinen ongelma saattaa olla esimerkiksi hidas ja virhealtis lukumäärien laskeminen, yhteen-, vähennys- ja kertolaskujen sujuvuuden puutteet ikätasoon verrattuina. (Aunio ym. 2018, 247)

Matemaattisen kehityksen ongelmien taustalla saattaa olla laskemiskyvyn häiriö eli dyskalkulia, joka ei selity yleisten kykytekijöiden puutteilla, aistivammoilla tai opetuksen riittämättömyydellä. Laskemiskyvyn häiriön taustalla on aivojen rakenteellisia ja toiminnallisia poikkeavuuksia, ja se häiritsee merkittävästi oppimista, kouluttautumista ja arkielämää. Häiriö koskettaa noin 5-7% väestöstä, ja siihen liittyy oppijan heikko oppijaminäkäsitys sekä matematiikan oppimiseen liittyvä voimakas ahdistus. Laskemiskyvyn häiriö voidaan tunnistaa jo ennen kouluikää. Monesti merkittävät oppimisen vaikeudet tunnistetaan varsin myöhään vasta kolmannella luokalla, kun perusosaamisen puutteet tulevat näkyviksi yhä suurempiin lukuihin ja monimutkaisempiin laskutoimituksiin siirryttäessä.

Häiriön varhaisia tunnusmerkkejä voidaan tunnistaa jo nelivuotiaiden lasten lukumääräisyyden tajun, luku- ja numerosymbolien tuntemisen sekä lukujonotaitojen kehittymiseen liittyen. Lapsella, jolla on todettu laskemiskyvyn häiriö, tulee olla mahdollisuus tehostettuun ja erityiseen tukeen esimerkiksi erityisopettajan ohjauksessa. (Räsänen 2012, 1174–1175)

3 MATEMATIIKAN OPPIMISEN JA OSAAMISEN LÄHTÖKOHTIA KYMMENJÄRJESTELMÄN NÄ- KÖKULMASTA

3.1 Esi- ja alkuopetusikäisen lapsen matemaattisen osaamisen taitoalueet

Esi- ja alkuopetusikäisten lasten matemaattisen oppimisen ja kehityksen keskeiset taitoalueet voidaan nähdä neljänä osa-alueena. Lukumääräisyyden taju merkitsee lapsen kykyä ymmärtää määriä ja lukumääriä, niiden säilyvyyttä sekä niiden yhteyttä konkreettisiin esineisiin tai asioihin. Matemaattisten suhteiden osa-alue puolestaan merkitsee matemaattis-loogisten periaatteiden, aritmeettisten periaatteiden, matemaattisten symbolien sekä paikka-arvon ja kymmenjärjestelmän ymmärtämistä. Paikka-arvon ymmärtäminen on keskeinen edellytys kymmenjärjestelmän hallinnalle. Kolmas osa-alue, laskemisen taitojen osa-alue merkitsee numerosymbolien hallintaa sekä taitoa luetella lukujonona ja laskea lukumääriä. Neljäs varhaisen taidon osa-alue, aritmeettiset taidot, merkitsevät kykyä laskea numeroilla yhteen- ja vähennyslaskuja ja kykyä ymmärtää ja muistaa lukujen välisiä yhteyksiä. (Aunio 2008, 65–66; Aunio & Räsänen 2016, 14–15) Kymmenjärjestelmän sujuva hallinta osana matematiikan varhaisia taitoalueita on keskeinen edellytys lapsen tulevalle matemaattiselle kehitykselle matematiikan kumulatiivisen luonteen vuoksi. (Aunio & Räsänen 2016, 14–15)

3.2 Kymmenjärjestelmä lukujärjestelmänä

Erilaisia lukujärjestelmiä tunnetaan useita. Länsimaisen kulttuurin omaksuman kymmenjärjestelmän lisäksi historiasta tunnetaan mm. 2-järjestelmä, 4-järjestelmä, 5-järjestelmä, 20-järjestelmä. (Flegg 2002, 14; Karttunen 2006, 20–21). Nämä järjestelmät esiintyvät eri mantereilla, ja jotkin niistä ovat edelleen käytössä (Flegg 2002, 14). Toimiva ja käyttökelpoisen lukujärjestelmä on edellytys suurten lukujen käsittelemiselle sekä symboleilla että puhutussa kielessä, ja se tekee mahdolliseksi sujuvat, toimivat ja yleistajuiset laskutavat (Karttunen 2006, 22). Nämä merkitsevät uusia kehittymismahdollisuuksia sivilisaatiolle, ja hyvien lukujärjestelmien onkin todettu leviävän ja korvaavan primitiivisempiä järjestelmiä. Oma kymmenjärjestelmämme on edellytys esimerkiksi algebralle, aritmetikalle, fysiikalle, tähtitieteelle ja monelle muulle tieteenalalle. (Flegg 2002, 14–15)

Kymmenjärjestelmää pidetään hyvin vanhana, ja sen juuret on jäljitetty Intiaan. Indoeurooppalaisilla kielialueilla kymmenjärjestelmä on – ja on ollut – pitkään vallitseva. Sen kehittymisen uskotaan liittyvän muinaiseen indoeurooppalaiseen kantakielen syntymiseen noin 3000 - 2500 eKr. Päättely perustuu siihen, että kymmenjärjestelmä on ollut pitkään vallitseva indoeurooppalaisilla kielialueilla, ja kyseisissä kielissä lukusanat ovatkin hyvin samankaltaisia. Kymmenjärjestelmän alkuperän tarkkaa jäljittämistä haittaa kirjoitetun kielen ja kirjallisten lähteiden puuttuminen. (Flegg 2002, 20–21)

Kymmenjärjestelmä koostuu luvuista 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9. Luvun 9 jälkeen syntyy luku 10, jota pidetään aina uutena yksikkönä. Laskeminen alkaa aina alusta, kun kymmenen on täyttynyt, esimerkiksi 10, 20, 30 ja niin edelleen. Kun kymmeniä on yhteensä 10 kappaletta, syntyy puolestaan luku sata. Kun satoja on kertynyt 10 kappaletta, syntyy luku tuhat ja niin edelleen. Kymmenjärjestelmän yksi keskeinen piirre on paikkamerkintä eli lukumerkinnässä esiintyvien lukujen keskinäinen järjestys. Oikealla sijaitseva luku kertoo ykkösten lukumäärän, siitä vasemmalle seuraavana sijaitseva luku kertoo kymmenien lukumäärän, siitä seuraavana vasemmalla sijaitseva luku kertoo tuhansien lukumäärän ja niin edelleen. Esimerkiksi luvusta 123 tunnistamme luvun 3 tarkoittavan

kolmea ykköstä, luvun 2 kahta kymmentä ja luvun 1 yhtä sataa. Paikkamerkinän etu on sen tiivis ja täsmällinen informaatioarvo. Voimme kuvata suuriakin lukuja pienellä joukolla numeroita sekä yksinkertaistaa laskutoimitusten suorittamista. (Flegg 2002, 20–21)

3.3 Sujuva peruslaskutaito ja laskustrategiat

Sujuva ja luotettava peruslaskutaito on luku- ja kirjoitustaidon ohella yksi merkittävimmistä kansalaistaidoista ja oppimistaidoista. Se ennustaa ja määrittää vahvasti myöhemmän opiskelun menestystä ja oppijan kokemusta oppimisen helppoudesta tai siihen liittyvistä pulmista. Hyvä peruslaskutaidon kehittymiseksi onkin tärkeää, että alkuopetusvuosien aikana lapsen laskutaidon sujuvuuteen ja lapsen käyttämiin laskemisen strategioihin kiinnitetään huomiota. Oikeaan vastaukseen pääsemistä ei tule pitää riittävänä tavoitteena, vaan huomio tulee suunnata laskustrategioihin eli siihen, miten lapsi ratkaisee laskuja ja miten hän ymmärtää laskutoimituksia. (Koponen 2012, 59) Lapsen kehityskulku kohti sujuvaa laskutaitoa lähtee aluksi konkreettisesta laskemisesta kehittyen kohti automatisoitunutta muistiin perustuvaa osaamista. Lukukäsitteen vakiintuminen, lukujonotaidot ja symbolisen lukukäsitteen hallinta tukevat tätä kehityskulkua oppimisen edistyessä. (Aunio & Räsänen 2016, 15)

Suomalaislapset oppivat tavallisesti jo ennen koulun alkua merkittävän määrän lukuihin ja lukumääriin sekä niillä operoimisen taitoja (Aunio 2008, 71). 5-8-vuotias lapsi hallitsee monia matemaattisia tehtäviä. Tavallisesti lapsi kykenee luettelemaan lukusanoja eteen- ja taaksepäin lukualueella 1-20 ja luettelemaan lukualueen 1-10 lukuja annetusta luvusta eteen- ja taaksepäin. Hän osaa yhdistää numeron ja lukumäärän lukualueella 0-10 sekä päättelemään lukumäärän laskemalla lukualueella 0-20. Tavallisesti lapsi hallitsee myös suuntiin ja liit-

tyvät käsitteet kuten eteen- ja taaksepäin, ennen ja jälkeen sekä vertailuun liittyvät käsitteet enemmän, vähemmän, eniten, vähiten ja yhtä monta. (Aunio 2008, 69–70)

Laskustrategiat ovat niitä ajattelun tapoja, joita lapsi käyttää ratkaistessaan matemaattisia tehtäviä. Erilaisia laskustrategioita on lukematon määrä eikä ole mielekää etsiä yhtä oikeaa kaikille sopivaa laskustrategiaa. Sen sijaan on hyvä huomata, että jotkut laskustrategiat ovat toisia parempia, sillä ne ovat luotettavampia ja sallivat suuremmilla luvuilla operoimisen. (Lakka 2014, 71–72) Esiopeusikäisten lasten yhteen- ja vähennyslaskujen laskustrategioita on mm. lukujen luettelemiseen perustuva laskeminen joko mielessä tai konkreettisesti sormia laskien. Lapsi aloittaa harjoittelun konkreettisten apuvälineiden tukemana ja toimii aluksi pienellä lukualueella. Taitojen kehittyessä ja kokemuksen lisääntyessä lapsi alkaa muistaa aritmeettisiä yhdistelmiä. Tämä tarkoittaa sitä, että lapsen ei enää tarvitse laskea yksinkertaisia ja usein toistuvia tehtäviä, vaan hän voi palauttaa vastauksen suoraan muististaan. Lapsi muistaa, että luku 10 voi syntyä esimerkiksi luvuista 2 ja 8 tai luvuista 4 ja 6. Oppimisen edistyessä lapsi muistaa luotettavasti yhä suurempien lukujen pilkkomisen ja uudelleen kokoamisen ominaisuuksia ja hallitsee kymmenylityksen ja kymmenalituksen sujuvasti. (Aunio 2008, 67–68)

3.4 Kymmenjärjestelmän opettamisen lähtökohtia

Opetussuunnitelman perusteiden viitoittamat pedagogiset periaatteet ohjaavat kouluja toimimaan oppilaiden osallisuutta, motivaatiota, aktiivisuutta ja oppimisen merkityksellisyyttä vahvistaen. Oppilaita ohjataan ottamaan vastuuta opiskelustaan, asettamaan tavoitteita, ratkaisemaan ongelmia ja arvioimaan omaa oppimistaan. Keskeistä on, että kaikilla oppilailta on mahdollisuus onnistumisen kokemuksiin. Oppilaan omat kokemukset, tunteet, kiinnostuksen kohteet ja vuorovaikutus toisten kanssa luovat pohjaa oppimiselle. Opettajan tehtävänä on opettaa ja ohjata oppilaita elinikäisiksi oppijoiksi ottamalla huomioon oppilaiden yksilölliset tavat oppia. (Opetushallitus, 2019)

Matematiikan opetuksen tavoitteena on kehittää loogista, täsmällistä, ja luovaa matemaattista ajattelua matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden ymmärtämisen sekä ongelmanratkaisun välineiksi. Sen kumulatiivisesta luonteesta johtuen oppiminen etenee systemaattisesti. Perusopetuksen keskeisiä taitoja matematiikan osaamisen osalta alkuopetuksessa ovat lukukäsitteen ymmärtäminen ja lukujonotaidot, kymmenjärjestelmän ymmärtäminen, laskutaidon sujuvuus, kappaleiden ja kuvioden luokittelun taidot sekä matematiikan käyttäminen arkielämän tilanteissa ja ongelmanratkaisussa (POPS 2014, 128–130).

Vuosiluokkien 1-2 yhteensä matematiikan tavoitteena on ohjata oppilasta kehittämään sujuvaa peruslaskutaitoa luonnollisilla luvuilla ja käyttämään erilaisia päässälaskustrategioita perehtymällä kymmenjärjestelmään aluksi lukualueella 0-20 ja sitten lukualueella 0-100. Oppiminen sisältää konkreettisia harjoituksia erilaisissa sovellustilanteissa yhteenlaskun vaihdannaisuutta ja liitännäisyyttä hyödyntäen. Lukukäsitteen ymmärrystä laajennetaan laskemalla, hahmottamalla ja arvioimalla lukumääriä. Lisäksi vahvistetaan lukujonotaitoja, taitoa vertailla ja asettaa lukuja järjestykseen. Opetuksen sisällöksi mainitaan lisäksi lukujen ominaisuuksien kuten parillisuuden, monikertaisuuden ja puolittamisen tutkiminen sekä lukujen 1-10 hajotelmiin perehtyminen. (POPS 2014, 129)

Opettajan tehtävänä on johtaa oppijaa kohti sellaisia oppimiskokemuksia, jotka ovat oppijalle mielekkäitä, ja tuottavat hänelle mielihyvää. (Kauppila 2016,

91). Opettajan tehtävänä on olla myös tietoinen siitä, minkälaisin tavoin oppija ratkaisee ongelmia sekä miten hän ratkaisunsa perustelee. Opettaja tukee avoimen reflektion keinoin oppijaa oivaltamaan käsillä olevia uusia tiedon rakenteita. (Kauppila 2016, 115) Oppijan ja opettajan kyky käyttää symboleja, esimerkiksi kieltä, edesauttaa oppimista, sillä oppija jäsentää ympäristön tapahtumia aiemmin oppimansa perusteella, lajittelee havaintojaan ja tuottaa itseään motivoivaa tai ei motivoivaa tietoa. (Bandura 2017, 19) Oppijoiden tietojen ja taitojen erilaisuus voi parhaimmillaan toimia oppimistilanteen voimavarana tuottaen erilaisia luovia ratkaisumalleja sekä ideoita ja ajatuksia (Kauppila 2016, 41). Opetuksen muotojen tulee perustua oppilaan jatkuvaan arviointiin ja sellaisten oppimisstrategioiden vahvistamiseen, jotka parhaiten tukevat oppimista (Taipale 2009, 138). Myös oppimisvaikeuksien varhainen tunnistaminen ja varhainen tuki ovat keskeisiä opetusta ohjaavia periaatteita (Taipale 2009, 134). Matematiikan osalta varhainen tuki on erityisen merkittävää, koska matematiikka on luonteeltaan hierarkkinen oppiaine. Osaamisen puutteet ovat luonteeltaan kumuloituvia, ja ne johtavat yhä suurempiin oppimisen pulmiin oppilaan harjoittellessa uusia taitoja. (Taipale 2009, 133)

Opetuksen tulee perustua opettajan hyvään oppilaantuntemukseen eli tietoon oppilaiden oppimisvalmiuksista ja taidoista. Opetuksen tulee olla monikanavaista, ja siinä tulee käyttää konkreettisia välineitä. (Ikäheimo 2018, 3) Matematiikan kielentämisellä tarkoitetaan matemaattisen ajattelun tekemistä näkyväksi kielellisen, kirjallisen ja toiminnallisen ilmaisun keinoin (Ikäheimo 2018, 8). Kymmenjärjestelmän opetuksessa voidaan käyttää luonnollista, taktillista eli toiminnallista, kuviokieltä sekä matematiikan symbolikieltä (Ikäheimo 2018, 9).

Kymmenjärjestelmän hallinnan kannalta keskeisiä lukujonotaitojen kehittymistä voidaan käyttämällä monikanavaisen oppimisen menetelmiä. Erityisesti työskentelyn visualisointi oppilaiden tuottamin omaa matemaattista ajatteluaan kuvaavin piirroksin yhdessä kielentämisen ja konkreettisen havaintovälineiden käytön kanssa edesauttaa lukujonotaitojen kehittymistä, vahvistamista ja automatisoitumista. Opettajalle syntyy mahdollisuus ymmärtää lapsen ajattelua ja hänen käyttämiään laskustrategioita. (Brendefur, Stroher & Rich 2018, 35–40)

3.5 Suomalaislasten matemaattinen osaaminen kansainvälisissä vertailuissa

PISA-tutkimusohjelman tuloksia

PISA-tutkimusohjelma (Programme for International Student Assessment) on taloudellisen yhteistyön ja kehityksen järjestön OECD:n (Organisation for Economic and Cultural Development) toteuttama kansainvälinen tutkimusohjelma, jossa tutkitaan 15-vuotiaiden nuorten kykyä etsiä, soveltaa ja tuottaa tietoa erilaisten ongelmatilanteiden ratkaisemiseksi. Ensimmäinen tutkimus toteutettiin vuonna 2000, jonka jälkeen PISA-tutkimus on toistunut joka kolmas vuosi. Vuoden 2015 tutkimus toteutettiin 73 maassa tai alueella. PISA-tutkimuksen tavoitteena on selvittää osallistujamaiden koulutusjärjestelmien kyky tuottaa nuorille elinikäisen oppimisen perustaitoja luonnontieteellisen, lukemisen ja matemaattisen osaamisen osalta. Tutkimus tarjoaa kattavan kansainvälisen vertailuperustan perusopetuksen ja ympäröivän yhteiskunnan tuottaman osaamisen arvioimiseksi. (Vettenranta, Välijärvi, Ahonen, Hautamäki, Hiltunen ym. 2016a, 10)

Matematiikan osaamisen osalta PISA-tulokset ovat vertailukelpoisia vuosien 2003, 2006, 2009, 2012 ja 2015 välillä, koska arvioinnissa käytetty mittari on sama (Vettenranta ym. 2016a, 39). PISA-tutkimukset eivät kerro kokonaiskuvaa koulutusjärjestelmän tilasta ja opetussuunnitelmien toteuttamisesta eri maissa, vaan se mittaa pikemminkin yleisiä kansalaistietoja ja -taitoja. Suomalainen perusopetus näyttäisi tuottavan huomattavan tasa- ja korkealaatuista osaamista, joka on tuotettu myös kustannustehokkaasti. Suomi on osallistunut PISA-tutkimuksiin niiden alusta lähtien, ja Suomen tulokset ovat matematiikan ja luonnontiedon osaamisen osalta erottautuneet edukseen vuodesta 2000 lähtien. Uuden vuosituhannen ensimmäisen vuosikymmenen aikana tulokset hyppäsivät aivan vertailumaiden kärkeen myös lukutaidon osalta. PISA-tutkimuksesta on muodostunut keskeinen perusopetuksen kansainvälinen laatumittari, ja Suomen PISA-menestys on saanut runsaasti maailmanlaajuista myönteistä huomiota, ja

monissa maissa on toteutettu Suomen esimerkin innoittamana kokonaisia kouluuudistuksia. (Simola 2012, 435–436)

Käsitykset siitä, mitä PISA-tutkimukset tarkasti ottaen mittaavat on epäyhtenäinen. Yhden näkemyksen mukaan ne kertovat perusopetuksen laadusta, mutta tämä näkemys on myös kyseenalaistettu. PISA-tulokset antavat ohuen tarkastelukulman koulutusjärjestelmän kokonaistilasta ja laadusta, sillä oppimaan oppimisen taitojen kehittyminen sekä monet asenteisiin liittyvät tekijät jäävät hyvin vähäiselle huomiolle, ja PISA-tutkimukset mittaavatkin pikemminkin yleisiä kansalaistietoja ja -taitoja kuin koulutusjärjestelmän onnistumista opetussuunnitelmien tavoitteiden saavuttamisessa. (Simola 2012, 436) Tarkasteltaessa PISA-tutkimuksia tämän väitteen ja mitattavien tietojen ja taitojen valossa, voidaan Suomen osalta todeta koulutusjärjestelmän tuottavan korkeatasoista ja tasalaa-tuista osaamista kohtuullisin kustannuksin. (Simola 2012, 346)

Vuoden 2015 PISA-arvioinnissa suomalaisnuorten matematiikan osaamisen keskiarvo oli laskenut vuoden 2012 arvioinnista. Tulos oli heikompi kuin koskaan aikaisemmin, mutta muutos vuoteen 2012 verrattuna ei kuitenkaan ollut tilastollisesti merkitsevä. Sen sijaan vuoteen 2003 verrattuna lasku oli tilastollisesti merkitsevä, ja kaikkien maiden tuloksiin verrattuna, Suomen matemaattisen osaamisen keskiarvon pudotus oli suurin. Heikkojen matematiikan osaajien osuus ei lisääntynyt tilastollisesti merkitsevästi vuoteen 2012 verrattuna. Vuoteen 2003 verrattuna heikkojen osaajien osuus oli kuitenkin kaksinkertaistunut seitsemästä prosentista 14 prosenttiin. (Vettenranta ym. 2016a, 39–40)

Vuoden 2012 PISA-arvioinnissa poikien ja tyttöjen välisessä matematiikan osaamisessa ei ollut Suomessa merkitsevää eroa, ja tätä ennen pojat olivat menestyneet hieman tyttöjä paremmin. Vuoden 2015 arvioinnissa suomalaistyttöjen matematiikan osaaminen oli ensimmäistä kertaa tilastollisesti merkitsevästi poikien matematiikan osaamista parempaa (Vettenranta ym. 2016a, 51). Suomi erotui muista vertailumaista siten, että ainoana maana suomalaiset tytöt menestyivät poikia tilastollisesti merkitsevästi paremmin. Kaikissa muissa maissa, joissa sukupuolten välinen ero oli merkittävä, pojat menestyivät tyttöjä paremmin.

(Skolverket 2016a, 28) Pojista 16 prosenttia kuului matematiikassa heikosti menestyneisiin, kun taas tytöistä vastaava osuus oli 11 prosenttia. Sen sijaan huipposääjien ja erinomaisesti menestyneiden nuorten osuuksissa ei ollut tilastollisesti merkitsevää eroa sukupuolten välillä. Poikien välinen vaihtelu oli siis suurempaa kuin tyttöjen välinen vaihtelu. (Vettenranta ym. 2016a, 52)

TIMMS-kartoituksen tuloksia

TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study) on kansainvälinen koulutuksen arvioinnin tutkimusohjelma, jossa arvioidaan neljännen ja kahdeksannen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaamista joka neljäs vuosi. TIMMS-tutkimus toimii kansainvälinen arviointijärjestö IEA:n (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) ohjauksessa. (Vettenranta ym. 2016b, 5) Matemaattinen osaamisen arviointi jakautuu neljännen luokan oppilaille kuuteen eri osa-alueeseen, joista painottuvat lukukäsitteen ja peruslaskutoimitusten hallinta (Skolverket 2016b, 14) Tutkimusohjelma alkoi vuonna 1995, ja Suomi osallistui tutkimukseen ensimmäisen kerran vuonna 1999. (Vettenranta ym. 2016b, 5).

Vuonna 2011 Suomesta arviointiin osallistuivat sekä neljännen että kahdeksannen luokan oppilaat, kun taas vuonna 2015 arviointiin osallistuivat ainoastaan neljännen vuosiluokan oppilaat. Tutkimukseen osallistui oppilaita kaikkiaan 57 maasta. Luonnontieteiden ja matematiikan osaamisen lisäksi tutkimuksessa selvitettiin oppilaiden osaamisen taustalla olleita kouluun ja kotiin liittyviä tekijöitä sekä analysoitiin osallistuvien maiden koulutusjärjestelmiä ja opetussuunnitelmia. Tutkimusten toistuminen tietyin väliajoin mahdollistaa oppimistulosten kehityksen arvioinnin. Peräkkäisistä tutkimuksista saadaan trendiaineistoa, jonka avulla voidaan seurata ainealueiden oppimistulosten kehittymistä sekä kansallisesti että kansainvälisesti. Koska TIMSS-tutkimus kohdistuu kahteen luokka-asteeseen neljän vuoden välein, se tarjoaa myös mahdollisuuden seurantaan. Vuonna 2015 osallistuneet neljännen luokan oppilaat ovat vuoden

2019 tutkimuksen aikaan kahdeksannella luokalla, jolloin on mahdollista seurata samojen oppilaiden osaamisen kehitystä. (Vettenranta ym. 2016b, 5)

TIMSS 2015 -tutkimuksen tulosten perusteella suomalaisoppilaiden tiedolliset ja taidolliset oppimistulokset olivat kansainvälisessä vertailussa varsin hyvät, ja suomalaisten neljäsluokkalaisten matematiikan osaaminen on selvästi OECD-maiden keskiarvoa parempaa. Suomen keskiarvo oli OECD-maista kahdeksanneksi korkein, mutta Singaporesta ja Hongkongista suomalaislasten tulokset erottautuivat merkittävästi heikompina. Suomen kannalta myönteinen tulos oli se, että osaaminen oli tasaisen hyvää matematiikan eri sisältöalueilla, ja alueelliset erot osaamisessa olivat pieniä. Tulokset osoittivat kuitenkin, että Suomessa matemaattinen osaaminen on viimeisen kymmenen vuoden aikana ollut laskujohteisia erityisesti poikien osaamisen osalta. Sukupuolten väliset osaa-
miserot ovat kasvaneet vuodesta 2011 poikien tulosten heikennyttyä merkittävästi (Vettenranta ym. 2016b, 83–84). Eri paikkakuntien ja koulujen väliset erot olivat kuitenkin pysyneet vuoden 2011 tasolla, joten alueellinen tasa-arvo näyttää edelleen pysyneen korkealla tasolla (Vettenranta ym. 2016b, 88).

3.6 Esi- ja alkuopetusikäisten lasten kymmenjärjestelmä hallinta aiemman tutkimuksen mukaan

Esi- ja alkuopetusikäisten lasten matematiikan hallintaa käsittelevä tutkimus keskittyy pitkälti varhaisen matemaattisen kehityksen piirteiden hahmottamiseen, kansainvälisten osaamiserojen tunnistamiseen sekä matemaattisen osaamisen vaikeuksien tunnistamiseen varhaiskasvatuksen kontekstissa. Tässä luvussa esiteltävät tutkimukset keskittyvät ainoastaan tutkimuksiin, joissa kymmenjärjestelmän hallinta on ollut jollakin tavalla keskeinen tutkimuskohde, ja tutkittavina ovat olleet suomalaislapset. Useimmissa tutkimuksissa kymmenjärjestelmän hallinta on ollut osa matemaattista osaamista laajemmin mittaavaa mittaria tai se on muodostanut monimenetelmällisen tutkimuksen määrällisen osan.

Aunio, Ee, Lim, Hautamäki ja Van Luit (2004) vertailivat 4-8-vuotiaiden esikoululaisten lukukäsitteen hallintaa Hong Kongissa, Singaporessa ja Suomessa. Tavoitteena oli selvittää lasten iän, sukupuolen, kansallisuuden ja kielen yhteys lukukäsitteen hallintaa. Tutkittavia oli yhteensä 630, ja tutkimuksen aineisto kerättiin ENT-mittarilla (The Utrecht Early Numeracy Test), joka oli käytettävissä englannin, kiinan ja suomen kielillä. Tutkimustulosten mukaan kiinan- ja englanninkieliset lapset hallitsivat lukukäsitteen suomalaislapsia paremmin (Aunio ym. 2004, 209–211). Maantieteellisesti tarkasteltuna tulokset olivat samansuuntaisia. Hong Kongissa ja Singaporessa lukukäsitteen hallinta oli parempaa kuin Suomessa. Syyksi tutkijat esittivät koulujärjestelmien eroja. Formaali opetus alkaa em. Aasian maissa aiemmin verrattuna Suomeen. Tutkimustulosten perusteella ei havaittu eroja eri sukupuolten välillä. Tutkijoiden yllätykseksi tulokset eivät puhuneet sen puolesta, että kiinan kielellä ja hyvällä lukukäsitteen hallinnalla olisi yhteys. Tämä tulos poikkeaa aiemmasta tutkimuksesta, jossa kiinan kielen rakenteen on esitetty tukevan kymmenlukujärjestelmän varhaista oppimista. Hong Kongin ja Singaporen osalta tulokset olivat yhteneväisiä, vaikka Hong Kongissa käytettiin englanninkielisten mittarin rinnalla myös kiinankielistä mittaria (Aunio ym. 2004, 212-214).

Aunio, Niemivirta, Hautamäki ja Van Luit (2006) vertailivat niin ikään esikouluikäisten lasten lukukäsitteen hallintaa iän, kansallisuuden, ja sukupuolen osalta Suomessa ja Kiinassa. Tutkimusaineisto (N=333) kerättiin ENT-mittarilla, ja sen analyysissä käytettiin MIMIC-menetelmää (multiple causes - multiple indicators). (Aunio ym. 2004, 483–486) Tutkimustulosten mukaan kiinalaislasten lukukäsitteen hallinta todettiin suomalaislasten lukukäsitteen hallintaa paremmaksi, ja syyksi edellä mainitulle tutkijat esittivät kiinalaislasten suomalaislapsia varhaisemman formaalin matematiikan opetuksen alkamisen. Tulokset viittasivat myös kiinan kielen edulliseen vaikutukseen lukukäsitteen kehittymisen tuki-jana, sillä kiinankielisillä lapsilla lukukäsitteen kehittyminen oli nopeampaa suomenkielisiin lapsiin verrattuna (Aunio ym. 2004, 496–497).

Aunio, Aubrey, Godfrey, Pan ja Liu (2008) vertailivat tutkimuksessaan esiopetusikäisten lasten matematiikkaosaamista Suomessa, Kiinan Kansantasavallassa ja Englannissa. Suomen ja Kiinan tutkimusaineistoon lukeutuvat lapset eivät olleet osallistuneet muodolliseen opetukseen, kun taas englantilaislapset olivat osallistuneet muodolliseen koulutukseen maksimissaan puolen vuoden ajan. (Aunio ym. 2008, 206). Kiinalaislapset suoriutuivat englantilais- ja suomalaislapsia paremmin vertailtaessa lukukäsiteosaamista, laskutekniikkaa sekä määrien ja lukuarvojen vertaamisen arvioimista. Suomalaislapset menestyivät englantilaislapsia paremmin lukukäsitteen ymmärtämisessä sekä lukuarvojen vertaamisessa. (Aunio ym. 2008, 208–213)

Lee ja Wee (2013) selvittivät tutkimuksessaan esikouluikäisten korealaisten ja yhdysvaltalaislasten kymmenlukujärjestelmäosaamisen hallinnan eroja ennen esiopetuksen alkamista sekä kansainvälisiä eroja lasten lukukäsitteen kehittämisessä interventio- ja verrokkiryhmissä. Aineisto kerättiin interventio- ja verrokkiryhmiltä alku- ja loppumittauksin Koreassa ja Yhdysvalloissa (Lee & Wee 2013, 157). Tutkijat totesivat aineiston pienen otannan (N=69) rajoittavan tutkimustulosten arvoa. Tämä rajoitus huomioon ottaen he esittivät tutkimustulosten osoittavan, että korealaislapset hallitsivat kymmenjärjestelmän lähtötilanteessa

yhdysvaltalaislapsia paremmin. Lisäksi tutkimustulokset osoittivat, että kohdennettu interventio paransi kymmenjärjestelmän hallintaa esikouluikäisillä sekä Koreassa että Yhdysvalloissa (Lee & Wee 2013, 162–163).

Holst (2013) selvitti väitöskirjatutkimuksessaan kuusivuotiaiden matemaattisiin sisältöihin kohdistuvan opetus-oppimis -prosessin vuorovaikutuksen laatua Suomesta, Ruotsista ja Englannista kerätyssä havainnointiaineistoissa sekä sitä, miten vuorovaikutuksen piirteet ovat yhteydessä lasten matemaattisiin suorituksiin lukukäsiteosaamisen osalta. Oppimistilanteiden vuorovaikutusta käsittelevä havainnointi aineisto kerättiin videotallenteiksi kunkin havainnointikohteen osalta yhden viikon matematiikan tunneilta. Aineistoa kertyi yhteensä 880 minuuttia. (Holst 2013, 45–46). Kymmenjärjestelmän hallintaa käsittelevä aineisto kerättiin ENT-mittaria käyttäen tutkittavien lukumäärän ollessa 99 (Holst 2013, 57–61). Tutkimustulokset osoittivat, että opetuksellisen vuorovaikutuksen laatu erosi näissä kolmessa maassa mm. siten, että Ruotsissa korostui oppijalähtöisyys, kun taas Englannissa ja Suomessa painottui opettajan aktiivinen rooli ja toiminta vallitsivat oppimistilanteita. (Holst 2013, 64) Lukukäsitteen hallinta - kymmenjärjestelmä mukaan lukien - oli keskimääräistä heikompaa ruotsalaisilla lapsilla. Englantilaisilla lapsilla se oli keskitasoa, kun taas suomalaislasten osalta tulokset osoittivat keskimääräistä korkeampaa lukukäsitteen hallintaa. Tutkija esitti johtopäätöksinään Suomen muita maita korkeamman osaamisen olevan kytköksissä oppilaan lähikehitysvyöhykkeellä toimimisen, oppijalähtöisyyden verrokkimaita vähäisemmän määrän, monimuotoiset sekä itsenäisen työskentelyn ja opetuksellisen vuorovaikutuksen mielekkään vuorottelun (Holst 2013, 95–101).

4 TUTKIMUKSEN TARKOITUS JA TUTKIMUS- ONGELMAT

Tutkimuksen tarkoituksena on selvittää ja kuvata perusopetuksen alku- ja esiopetusvaiheen jo läpikäyneiden kolmasluokkalaisten kymmenjärjestelmän hallintaa sekä sen yhteyttä laskustrategioihin. Kymmenjärjestelmän hyvä hallinta on yksi kehittyvien matemaattisten taitojen peruspilareista, ja kolmannen vuosiluokan aloittaneiden oppilaiden tulisi hallita kymmenjärjestelmä hyvin lukualueella 0-100, sillä lukujärjestelmän hallinta on tulevan laskutaidon perusta. Kansainvälisten vertailujen perusteella suomalaisoppilaiden matemaattisten taitojen hallinnan suunta on ollut 2010-luvulla laskeva (Vettenranta ym. 2016a, 40; Vettenranta 2016b, 83). Kohdistamalla tutkimus juuri kolmannen luokan aloittaneisiin oppilaisiin saadaan arvokasta tietoa oppilaiden taitotasosta, laskustrategioista sekä opetuksesta.

Tutkimus pyrkii vastaamaan seuraaviin kysymyksiin:

1. Miten kolmannen luokan aloittaneet oppilaat hallitsevat kymmenjärjestelmän?
2. Millaisia yhteyksiä Junnauskokeen tuloksilla on kymmenjärjestelmän hallintaan ja laskustrategioihin?

5 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

5.1 Tutkittavat

Määrällisen tutkimuksen peruslähtökohta on rakentaa perusjoukosta eli populaatiosta pienoismalli, jota edustaa tarkoin valittu otanta tutkimuskohteen kuvaamiseksi koko perusjoukossa. Laadullisen tutkimuksen kohde on puolestaan useimmiten valikoitunut tiettyjen ominaisuuksien ja tutkijan harkinnan mukaan, ja sen yhteydessä voidaan puhua näytteestä. (Valli 2015, 21)

Tutkimukseen osallistuvat henkilöt voidaan valita tutkimukseen satunnaisesti tai ei-satunnaisesti. Määrällisessä tutkimuksessa suositetaan satunnaisotantaa, koska tutkimustuloksilla pyritään useimmiten jonkinasteiseen yleistettävyyteen. Tutkittavien ei-sattumanvarainen valinta edellyttää menettelyn ja tutkijan päätösten riittävää perustelemista ja avaamista. (Metsämuuronen 2006, 53) Huolellisesti tehty ja perusteltu otanta on onnistuneen määrällisen tutkimuksen edellytys, jolloin tutkimustulokset voidaan yleistää koko perusjoukkoa koskeviksi ilman merkittävää virheiden tai satunnaisten tekijöiden vaikutusta (Valli 2015, 21).

Tässä tutkimuksessa tutkittavat valittiin keskikokoisen kaupungin kahdesta eri alakoulusta. Tutkittavat olivat kolmannen luokan oppilaita yhteensä viideltä eri luokalta. Potentiaalisia tutkimukseen osallistujia oli kaikkiaan 102. Tarkastelun ulkopuolelle jätettiin ne 16 oppilasta, joiden huoltajat eivät antaneet kirjallista tietoista suostumusta tai tutkija ei saanut kirjallista suostumusta haltuunsa. Lisäksi tarkastelun ulkopuolelle jätettiin ne yhdeksän oppilasta, jotka osallistuivat poissaolon vuoksi vain joko Junnauskokeeseen tai Kymppikartoitukseen. Näin tutkittavien lukumääräksi muodostui 77 oppilasta.

5.2 Tutkimusmenetelmät

5.2.1 Aineistonkeruumenetelmät

Tutkimusaineisto kerättiin neljän viikon aikana kolmannen luokan oppilailta (N=77). Aineistokeruumenetelmänä käytettiin Ikäheimon (2011) kehittämiä Kymppikartoitus 1- ja Junnauskoe 0–20 A-mittareita. Mittareita ei modifioitu millään tavalla, ja luokkien opettajat ohjeistettiin mittareihin liittyvän ohjeistuksen mukaisesti. Ne oppilaat, jotka tuottivat poissaolon vuoksi vain toisella mittarilla kerätyn aineiston, jätettiin analyysin ulkopuolelle. Kymppikartoitus 1 ja Junnauskoe annettiin oppilaille paperiversiona, ja oppilailla oli käytettävissään lyijykynät ja pyyhekumit vastaksiensa merkitsemiseen. Poikkeuksena Junnauskoe 0–20 A:n alkuperäiselle ohjeistukselle oppilaille ei asetettu aikarajaa tai -tavoitetta tehtävien suorittamiselle eivätkä he käyttäneet systemaattisesti värikyniä. Junnauskoe 0–20 A:n ohjeistus sisältää maksimissaan viiden minuutin aikatavoitteen sekä ohjeen käyttää yhden väristä kynää viiteen minuuttiin saakka ja toisen väristä kynää, kun viisi minuuttia on kulunut (Ikäheimo 2011, 51). Kaikki kerätty aineisto raportoitiin heti aineiston keräämisen ja tarkastamisen jälkeen kyseisen luokan opettajalle pedagogisen suunnittelun tueksi.

Kymppikartoitus

Ikäheimon (2011) kehittämät Kymppikartoitus 1 ja 2 sisältävät luonnollisiin lukuihin ja desimaalilukuihin liittyviä tehtäviä, laskutoimituksia ja mittayksiköiden muunnoksia, jotka ovat keskeisiä kymmenjärjestelmän oppimisen näkökulmasta vuosiluokilla 1-6. Kymppikartoitus 1:n tavoitteena on suorittaa kaikki tehtävät virheettömästi toisen luokan päättyessä. Kartoitus sisältää lukujen vertailua, lukujonon jatkamista, lukujen sijoittamista lukusuoralle, mittayksiköiden muunnoksia sekä laskuja ilman kymmenylitystä ja laskuja kymmenylityksellä.

Kymppikartoitus 2:n tavoitteena on onnistua virheettömään suoritukseen viidennen luokan päättyessä. (Ikäheimo 2011, 6-7)

Junnauskoe 0–20 A

Junnauskoe 0–20 A ja B:n avulla voidaan selvittää oppilaan käyttämät laskustrategiat sekä yhteen- ja vähennyslaskutaito lukualueella 0–20. Junnauskoe on Kymppikartoitus 1:seen liittyvä harjoitteluaineisto, jonka tarkoituksena on vahvistaa kymmenjärjestelmätaitojen taustalla vaikuttavia laskustrategioita ja vahvistaa laskutaidon sujuvuutta. Junnauskoetta on tarkoitus toistaa niin monta kertaa, että vastaaja suorittaa kaikki tehtävät virheettömästi. Virheetön lopputulos tulisi saavuttaa noin toisen luokan puolivälissä. (Ikäheimo 2011, 51) Tutkimusaineiston keräämisessä oppilaille oli kuitenkin mahdollisuus tehdä Junnauskoe vain yhden kerran oppilaiden käyttämien laskustrategioiden avaamiseksi ja osaamisen kuvaamiseksi varsinaisen mittarin tukena.

5.2.2 Aineiston analyysi

Kymppikokeen ja Junnauskokeen aineisto tarkastettiin ja pisteytettiin manuaalisesti kaksi kertaa heti sen keräämisen jälkeen. Tämän jälkeen mittareiden pistemäärät muutettiin prosenttiluvuiksi kuvaamaan sitä, kuinka suuri prosentuaalinen osuus tehtävästä oli suoritettu virheettömästi suhteessa maksimipistemäärään. Tällä tavalla eri osatehtävien sisältämät toisistaan poikkeavat pistemäärät muutettiin keskenään vertailtavaan muotoon. Koko aineisto syötettiin manuaalisesti SPSS Statistics Data Editor -ohjelmaan ja kuvattiin käyttäen tunnuslukuina keskiarvoja ja keskihajontaa.

6 TUTKIMUSTULOKSET

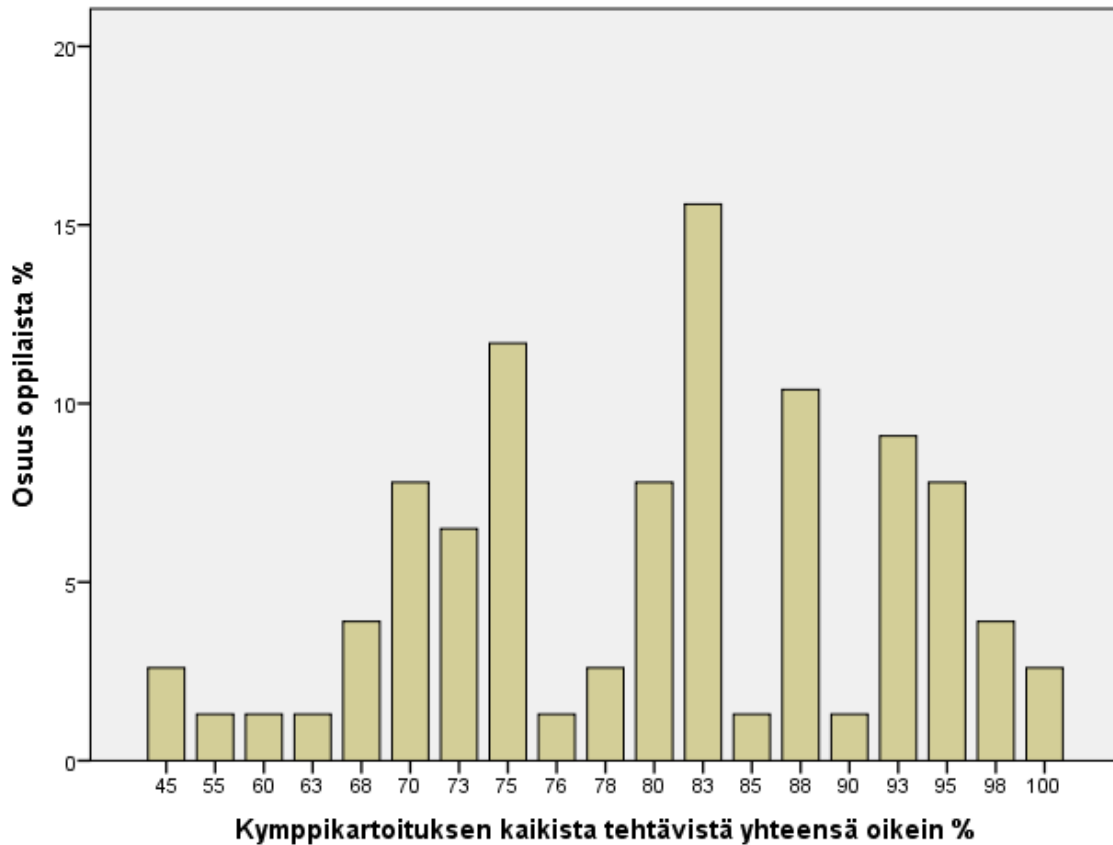
Seuraavat kappaleet käsittelevät Kymppikartoituksen ja Junnauskokeen tuloksia tilastollisten tunnuslukujen valossa sekä kuvion visualisoituna. Kummankin mittarin tuottamien tulosten tunnusluvut on koottu taulukkomuotoon kappaleiden päätteeksi. Tulosten arviointi, niiden tulkinta ja tulosten perusteella tehdyt johtopäätökset esitetään luvussa 7.1.

6.1 Kymppikartoituksen tulokset

Kymppikartoituksen tulokset on kuvattu prosenttimäärinä. Täydet sata prosenttia kertoo täysin virheettömästä suorituksesta, ja nolla prosenttia kertoo puolestaan kaikkien tehtävien tulosten olevan virheellisiä.

Kymppikartoituksen kokonaistulokset

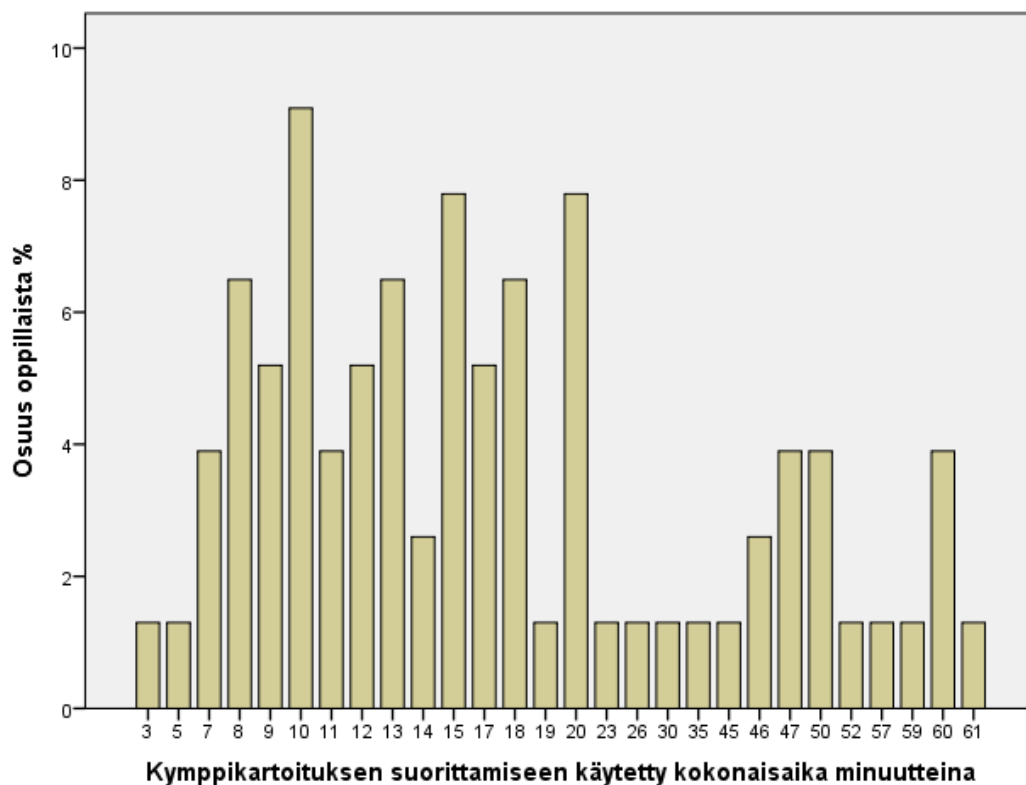
Kymppikartoitus 1:n onnistui suorittamaan täysin virheettömästi 3 prosenttia oppilaista (Kuvio 1). Toista ääripäätä edustivat ne 3 prosenttia oppilaista, jotka olivat ratkaisseet 45 prosenttia tehtävistä oikein. Oppilaiden keskiarvo oli 81 prosenttia oikein kaikista tehtävistä keskihajonnan ollessa 12. Tunnusluvut kuvaavat oppilaiden välisiä merkittäviä eroja tehtävässä onnistumisessa. Jotkut oppilaat onnistuivat tehtävissä erinomaisesti, kun taas toiset oppilaat ovat menestyivät tehtävissä heikosti.



KUVIO 1. Kymppikartoituksen kaikista tehtävistä oikein yhteensä

Kymppikartoitukseen käytetty aika

Kymppikartoituksen suorittamiseen käytetty aika vaihteli kolmen ja 61 minuutin välillä (Kuvio 2). Kymppikartoituksen tehtävien suorittamiseen käytetyn ajan keskiarvo oli 21 minuuttia.

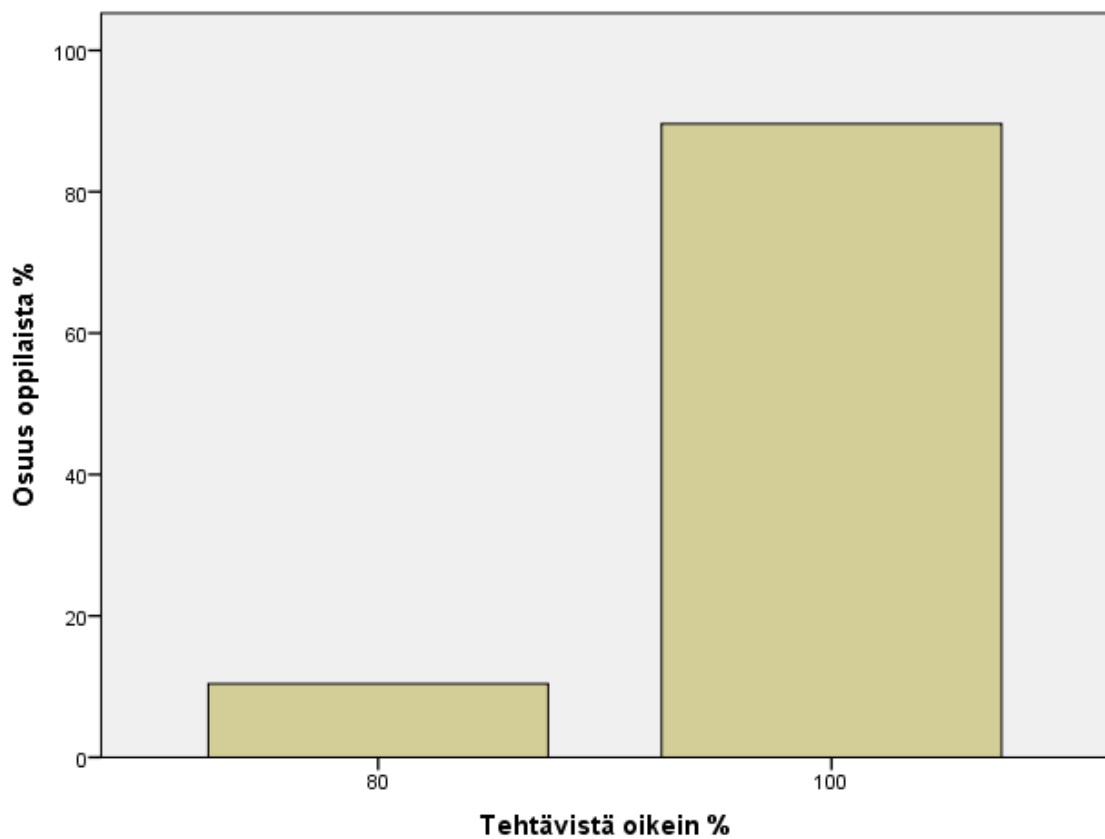


KUVIO 2. Kymppikartoituksen tehtävien suorittamiseen käytetty aika

Kaksi prosenttia oppilaista suoritti tehtävät kolmessa minuutissa saavuttaen täysin virheettömän tuloksen. Toisaalta, kaksi prosenttia oppilaista käytti tehtävien suorittamiseen yli 60 minuuttia suorittaen vähintään 80 prosenttia tehtävistä oikein. Lisäksi on huomattava, että täysin virheetön tulos saavutettiin myös 15 minuutissa.

Lukujen vertailu

Lukujen vertailuosiossa 90 prosenttia oppilaista suoritti tehtävän täysin virheettömästi, ja 10 prosenttia oppilaista suoritti tehtävästä 80 prosenttia oikein (Kuvio 3). Keskiarvo oli 98 prosenttia oikein kaikista tehtävistä, ja keskihajonta oli 6.

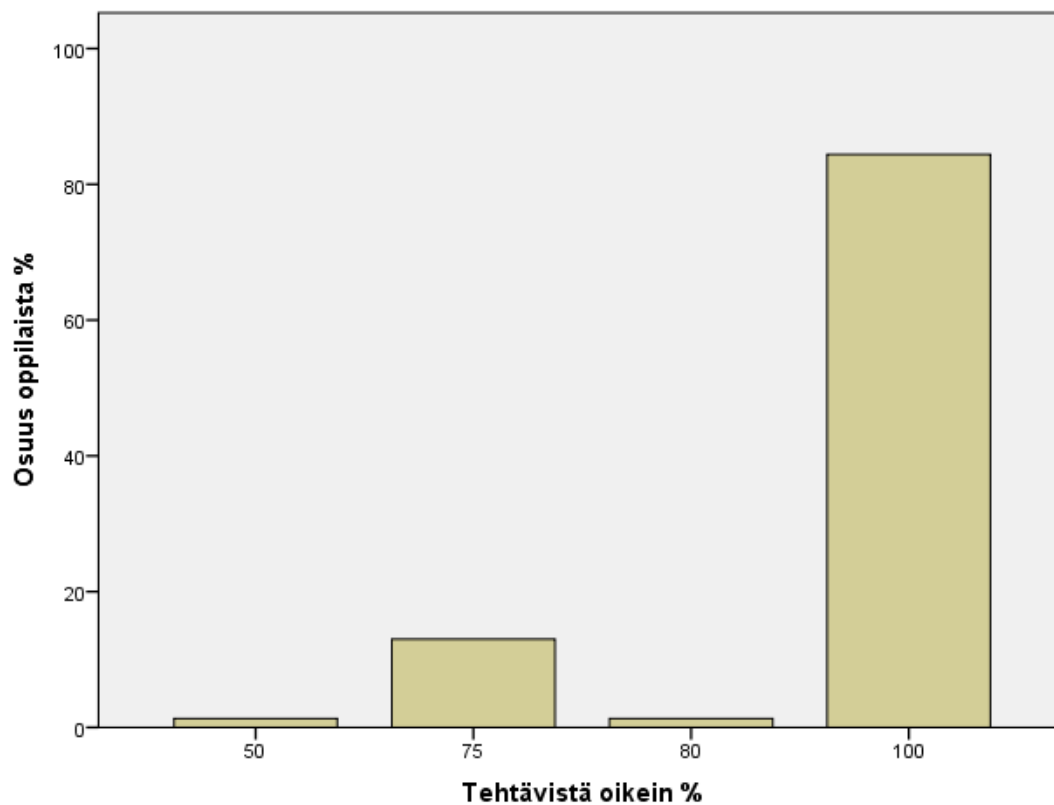


KUVIO 3. Lukujen vertailuosion tehtävistä oikein prosenttia

Kaikki oppilaat saavuttivat tehtävässä korkean pistemäärän, joka sijoittui 80-100 prosentin väliin.

Lukuja lukusuoralla

Lukusuoraosiossa 84 prosenttia oppilaista suoritti tehtävän täysin virheettömästi. Yksi prosentti oppilaista suoritti puolet tehtävästä oikein, ja 14 prosenttia oppilaista suoritti tehtävästä 75-80 prosenttia virheettömästi. (Kuvio 4) Keskiarvo oli 96 prosenttia oikein kaikista tehtävistä, ja keskihajonta oli 10.

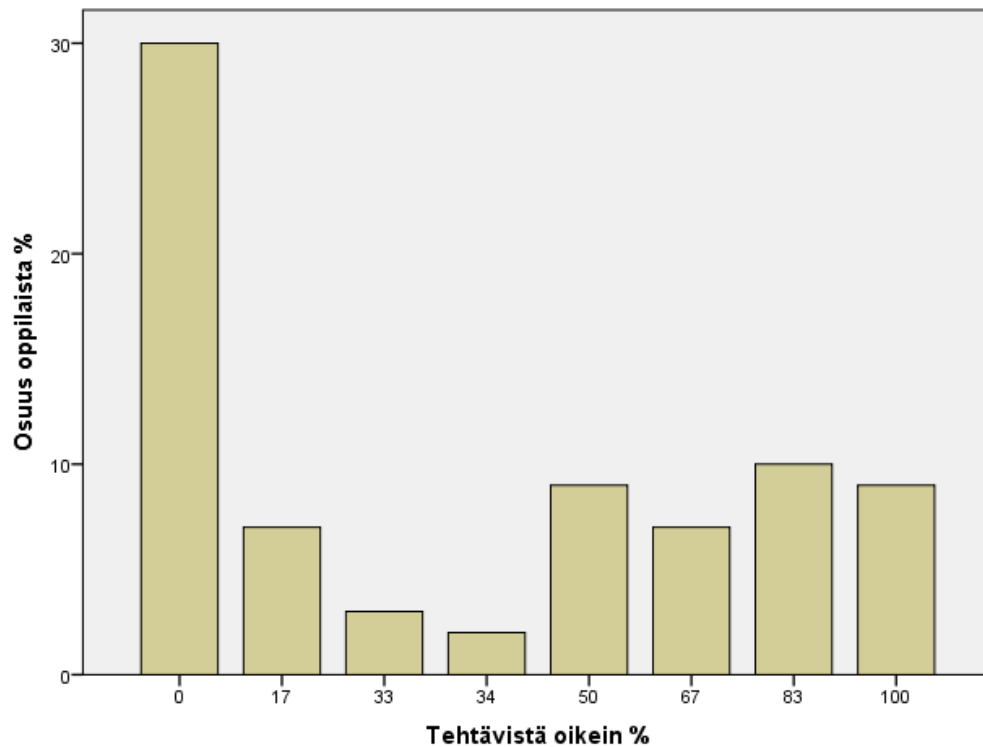


KUVIO 4. Lukuja lukusuoralla -tehtävistä oikein prosenttia

Useimmat oppilaat suorittivat tehtävän virheettömästi, mutta 16 prosenttia oppilaista suoriutui tehtävästä joko tyydyttävästi tai heikosti.

Mittayksiköiden muunnokset

Mittayksiköiden muunnoksista 12 prosenttia oppilaista suoritti tehtävän täysin virheettömästi, kun taas 30 prosenttia oppilaista jätti joko tehtävän suorittamatta tai suoritti kaikki tehtävät virheellisesti (Kuvio 5). Keskiarvo oli 38 prosenttia oikein kaikista tehtävistä keskihajonnan ollessa myös 38.

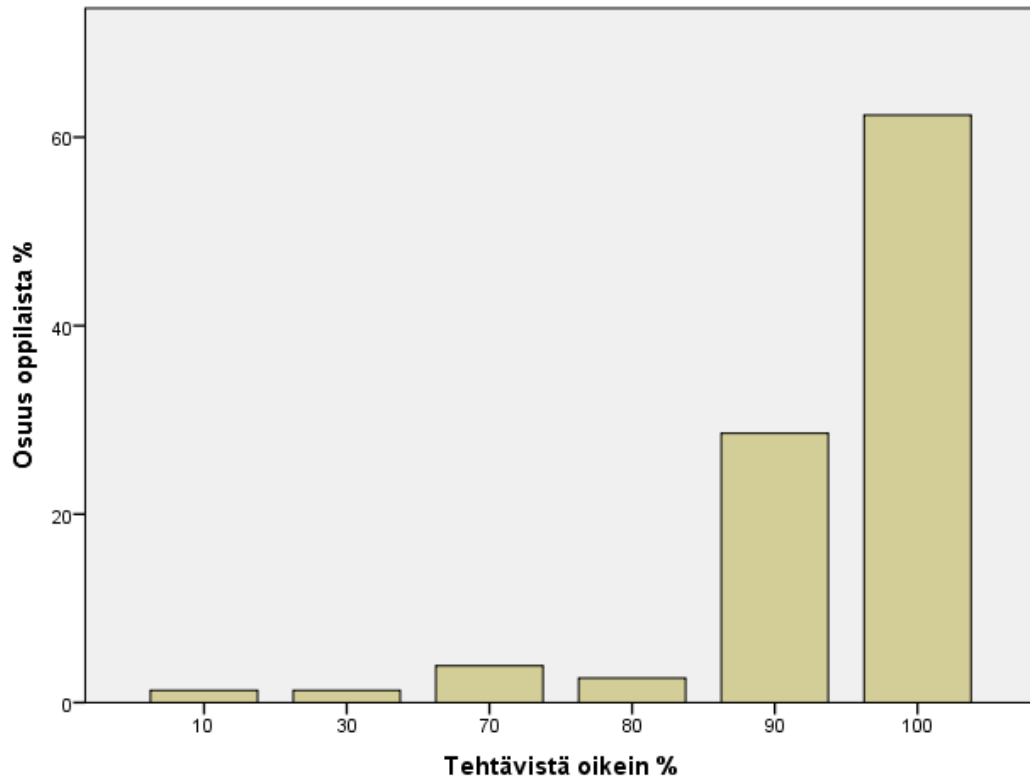


KUVIO 5. Mittayksikkömuunnosten tehtävistä oikein prosenttia

Keskiarvon (38) ja keskihajonnan (38) perusteella tarkasteltuna oppilaat ovat onnistuneet tehtävien ratkaisussa erittäin vaihtelevasti. Suuri osa oppilaista on jäänyt täysin vaille pisteitä, kun taas 12 prosenttia oppilaista suoritti tehtävän virheettömästi.

Laskuja ilman kymmenylitystä

Laskut ilman kymmenylitystä -osion suoritti täysin virheettömästi 62 prosenttia oppilaista, kun taas yksi oppilas (1%) suoritti 10 prosenttia osiosta virheettömästi (Kuvio 6). Oppilaiden keskiarvo oli 93 keskihajonnan ollessa 14.

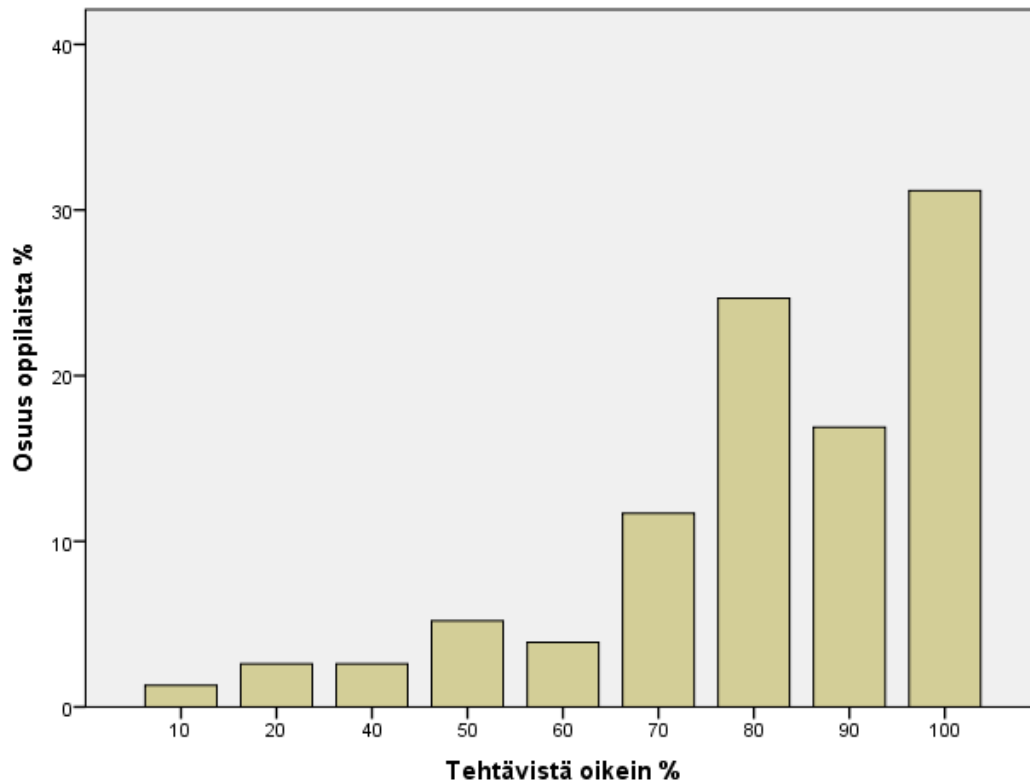


KUVIO 6. Laskuja ilman kymmenylitystä -tehtävistä oikein prosenttia

62 prosenttia oppilaista suoritti tehtävän täysin virheettömästi, mutta muiden oppilaiden pistemäärät sijoittuvat 10 ja 90 prosentin välille.

Laskuja kymmenylityksellä

Laskuja kymmenylityksellä -osion suoritti täysin virheettömästi 31 prosenttia oppilaista, kun taas yksi oppilas (1%) suoritti tehtäväkokonaisuudesta 10 prosenttia virheettömästi (Kuvio 7). Oppilaiden keskiarvo oli 81 prosenttia keskihajonnan ollessa 20.



KUVIO 7. Laskuja kymmenylityksellä -tehtävistä oikein prosenttia

Oppilaat menestyivät tehtävän suorittamisessa pääosin korkein pistemäärin, mutta merkittävä osa oppilaista suoritti vain 10–70 prosenttia oikein tehtävistä, ja vain 31 prosenttia oppilaista suoritti tehtävän täysin virheettömästi. Keskihajonta (20) kuvaa tulosten sijoittumista välille 10 ja 100 prosenttia oikein tehtävistä.

Seuraavaan taulukkoon sisältää Kymppikartoitus 1:n tuloksia kuvaavat muuttujakohtaiset keskiarvot ja keskihajonnat.

TAULUKKO 1: Kymppikartoitus 1:n tulosten tunnuslukujen yhteenveto

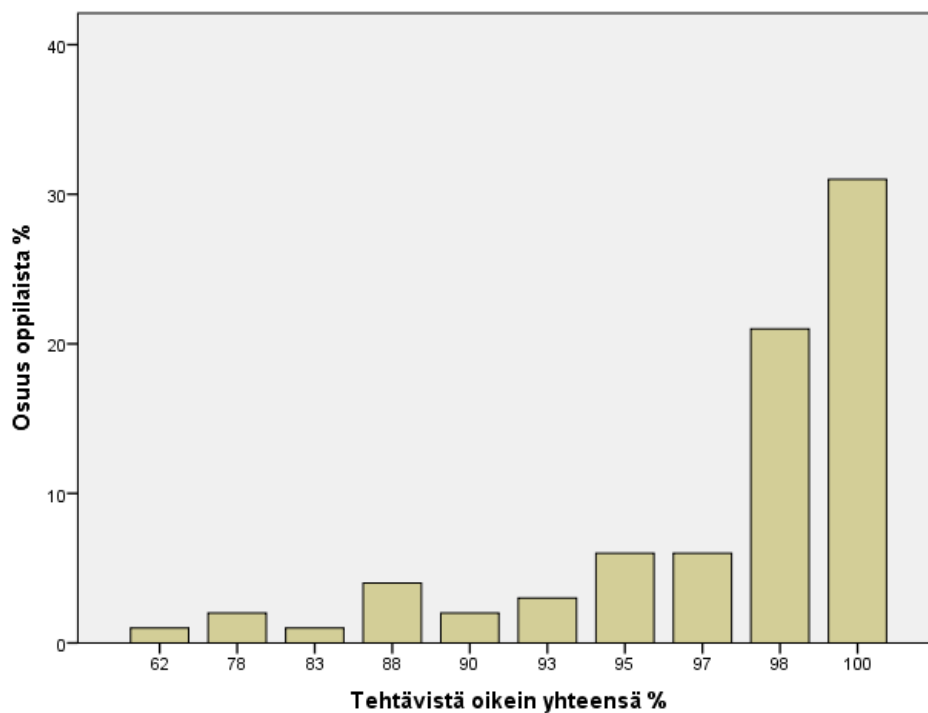
Muuttuja	Keskiarvo	Keskihajonta
Lukujen vertailua	98	6
Lukuja lukusuoralla	96	10
Mittayksiköiden muunnokset	38	38
Laskuja ilman kymmenylitystä	93	14
Laskuja kymmenylityksellä	81	20

Tunnuslukujen perusteella voidaan todeta mm., että lukujen vertailu ja lukuja lukusuoralla -osioissa oppilaat onnistuivat parhaiten. Laskut kymmenylityksellä -osiossa hajonta on melko voimakasta eli oppilaat suoriutuivat tehtävästä vaihtelevasti. Mittayksiköiden muunnokset -osion tunnusluvut kertovat siitä, että oppilaiden tulokset sijoittuvat koko asteikolle 0–100 melko tasaisesti. Toisin sanoen oppilaiden suoriutuminen vaihteli voimakkaasti.

6.2 Junnauskokeen tulokset

Junnauskokeen kokonaistulokset

Junnauskokeen tehtävät suoritettiin virheettömästi 30 prosenttia oppilaista. Heikointa osaamista edusti yksi oppilas (1%), jonka kokonaistulos oli 62 prosenttia oikein kaikista tehtävistä (Kuvio 8). Oppilaiden keskiarvo oli 96 prosenttia oikein kaikista tehtävistä keskihajonnan ollessa 6.



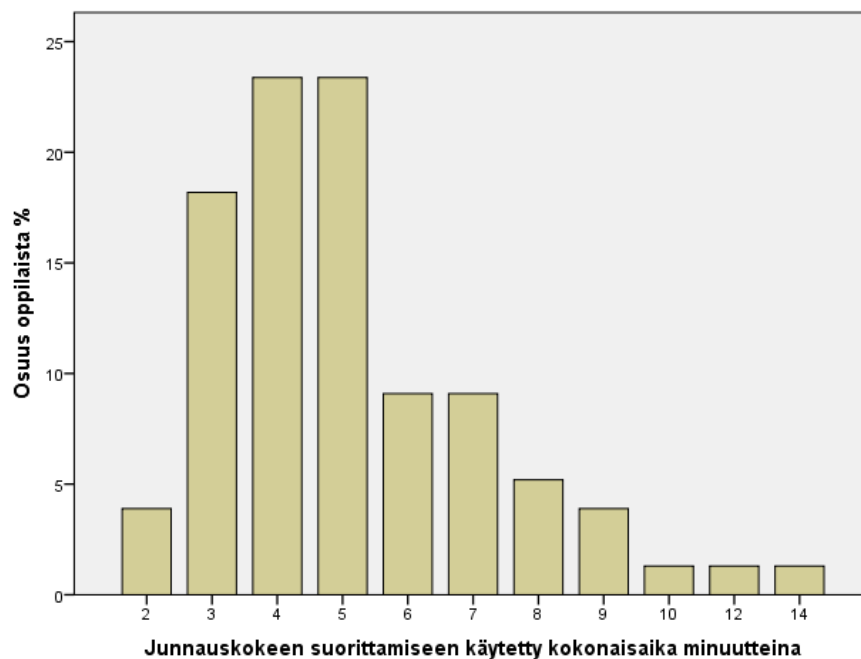
KUVIO 8. Junnauskokeen kaikista tehtävistä oikein yhteensä prosenttia

60 prosenttia oppilaista suoritti tehtävät lähes tai täysin virheettömästi, mutta kolme prosenttia oppilaista suoritti korkeintaan 78 prosenttia tehtävistä oikein.

Junnauskokeeseen käytetty aika

Junnauskoe 0–20 A:n virheetön suorittaminen tulisi onnistua toisen luokan oppilaalta alle 5 minuutissa (Ikäheimo 2011, 51). Tuolloin kokeen rakenne on kuitenkin oppilaille tuttu, ja sitä on käytetty kymmenjärjestelmän harjoittelussa toistuvasti. Ajatuksena on ”junnata” harjoituksia niin kauan, kunnes oppilas onnistuu suorittamaan tehtävät virheettömästi alle 5 minuutissa. Koska Junnauskoe ei ollut oppilaille entuudestaan tuttu, päätin jättää aikatavoitteen ohjeistuksen ulkopuolelle mahdollisimman autenttisen aineiston keräämiseksi.

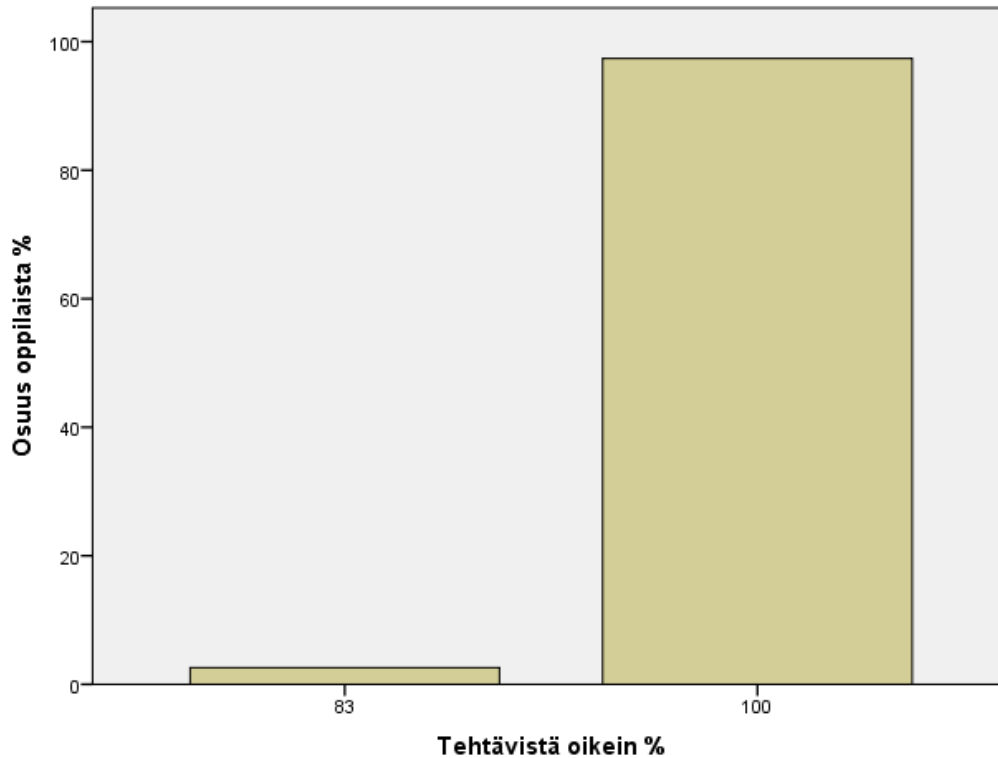
Oppilaiden Junnauskokeen suorittamiseen käyttämän ajan keskiarvo oli viisi minuuttia. Nopeimmat kolme prosenttia oppilaista suoritti Junnauskokeen kahdessa minuutissa, ja hitaimmalla yhdellä prosentilla tehtävien suorittamiseen kului 12 minuuttia. 65 prosenttia oppilaista käytti tehtävien suorittamiseen kolmesta viiteen minuuttia. (Kuvio 9)



Kuvio 9. Junnauskokeen suorittamiseen käytetty kokonaisaika

Kymppiparien yhteenlasku

Tehtävän ratkaisi täysin virheettömästi 97 prosenttia oppilaista ja muut kolme prosenttia ratkaisi tehtävästä 83 prosenttia oikein. Keskiarvo oli lähes sata (99,56) prosenttia oikein kaikista tehtävistä, ja keskihajonta oli 3. (Kuvio 10)

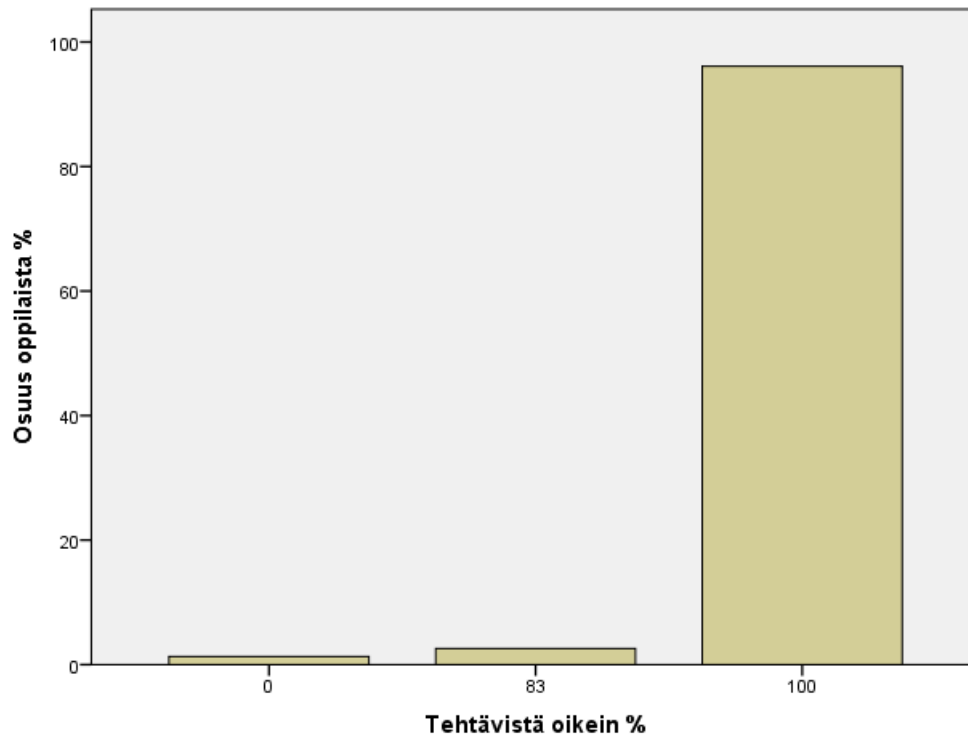


KUVIO 10. Kymppiparien yhteenlaskuista oikein prosenttia

Tunnusluvut vahvistavat käsitystä siitä, että oppilaat suorittivat tehtävän hyvin samansuuntaisesti. Vain kolme prosenttia oppilaista suoritti tehtävän muutoin kuin täysin virheettömästi, ja nämäkin oppilaat suorittivat 83 tehtävistä oikein.

Kymppiparien vähennyslasku

Tehtävän suoritti täysin virheettömästi 96 prosenttia oppilaista. Yksi oppilas (1%) jäi kokonaan vaille pisteitä, ja kolme prosenttia oppilaista suoritti 83 prosenttia tehtävästä oikein. Oppilaiden keskiarvo oli 98 prosenttia oikein tehtävistä keskihajonnan ollessa 4. (Kuvio 11)

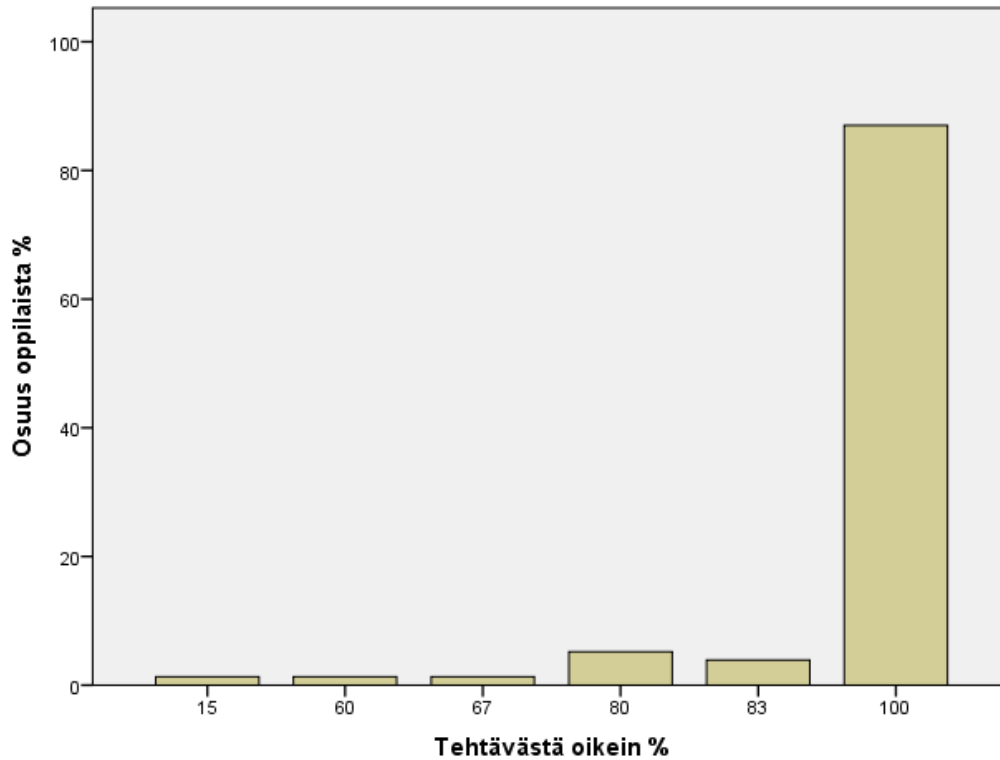


KUVIO 11. Kymppiparien vähennyslaskuista oikein prosenttia

Oppilaat suorittivat tehtävän samansuuntaisesti, joskin taas yksi oppilas (1%) sai nolla prosenttia oikein tehtävistä. Tämä tulos poikkesi voimakkaasti muiden oppilaiden suorituksista.

Tuplat +

Tuplat + -osion suoritti täysin virheettömästi 87 prosenttia oppilaista. Yksi oppilas (1%) suoritti 15 prosenttia oikein tehtävästä. Keskiarvo oli 96 prosenttia keskihajonnan ollessa 12. (Kuvio 12)

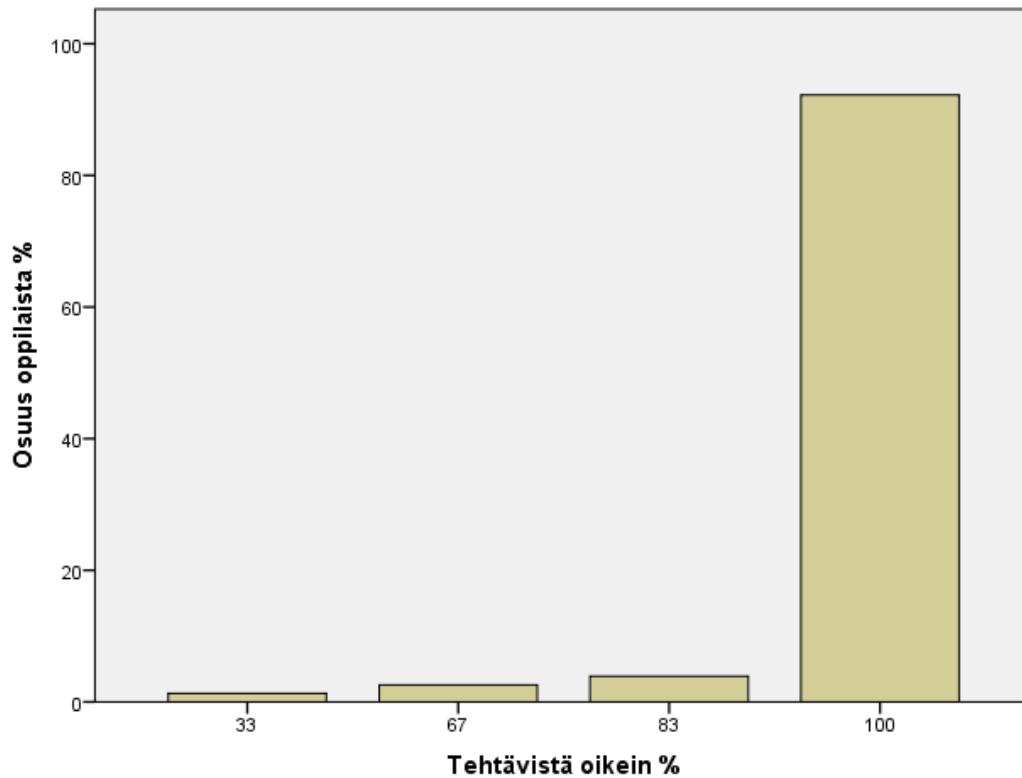


KUVIO 12. Tuplat + -tehtävistä oikein prosenttia

Oppilaat suorittivat tehtävän samansuuntaisesti, joskin 15 prosentilla oppilaista pistemäärä hajaantui 15 ja 83 prosenttia välille.

Tuplat -

Tuplat - -osion suoritti täysin virheettömästi 92 prosenttia oppilaista. Yksi oppilas (1%) suoritti 33 prosenttia oikein tehtävästä. Keskiarvo oli 98 prosenttia keskihajonnan ollessa 10. (Kuvio 13)

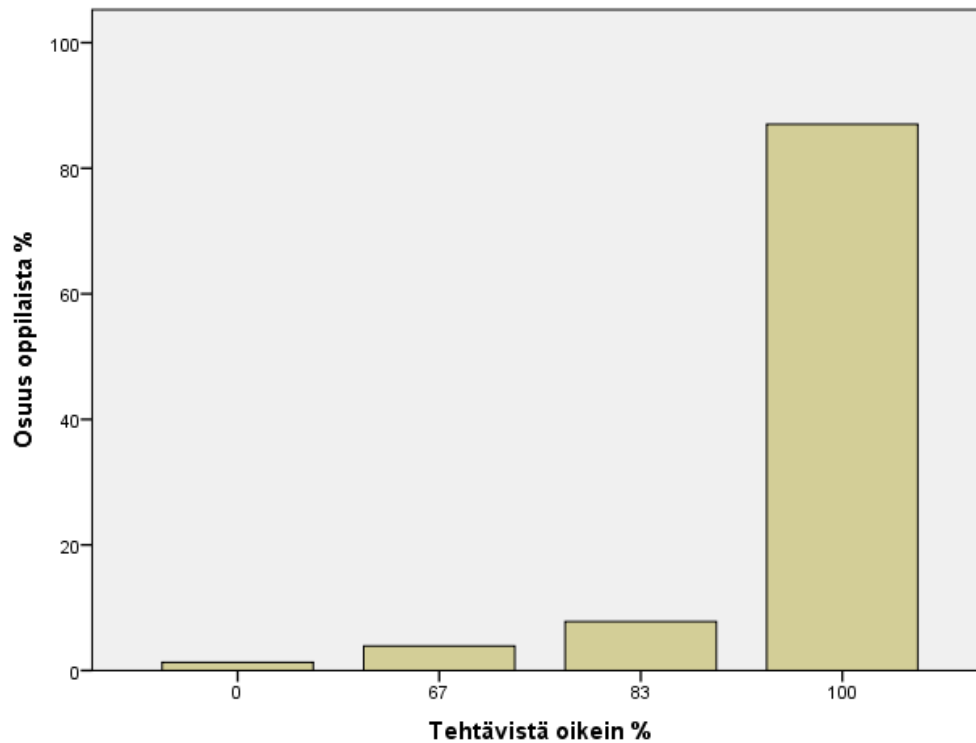


KUVIO 13. Tuplat - -tehtävistä oikein prosenttia

Oppilaat suorittivat tehtävän samansuuntaisesti, joskin 8 prosentilla oppilaista pistemäärä sijoittui 33 ja 83 prosenttia välille.

Tuplat + ja -

Tuplat + ja - -osion suoritti täysin virheettömästi 86 prosenttia oppilaista, kun taas neljä prosenttia oppilaista sai 17 prosenttia tehtävistä oikein. Keskiarvo oli 94 prosenttia keskihajonnan ollessa 17. (Kuvio 14)

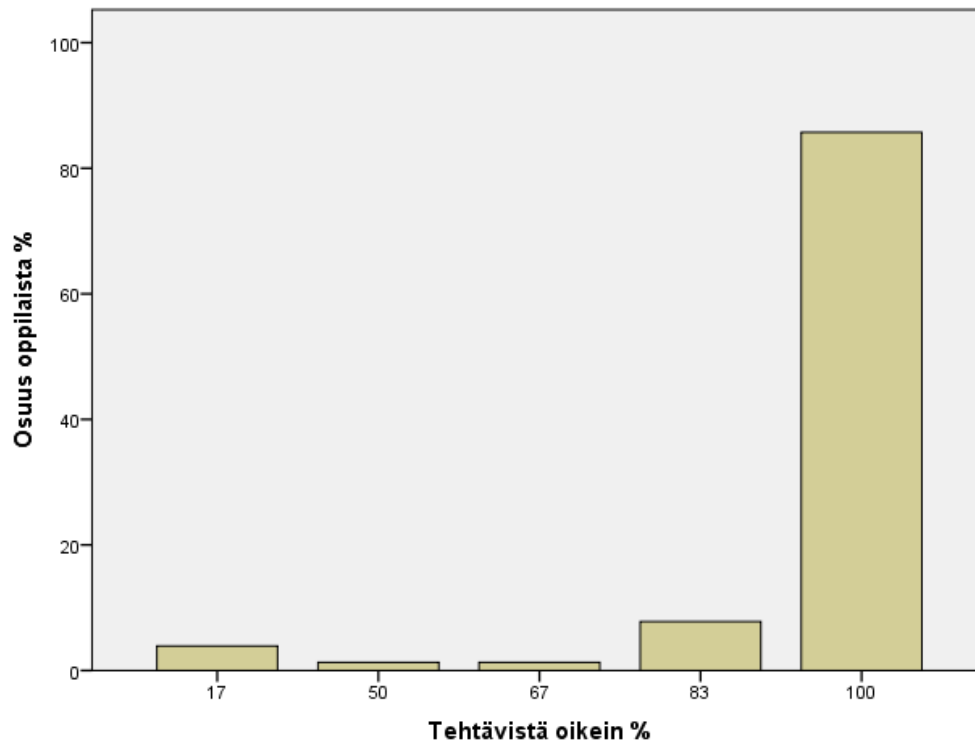


KUVIO 14. Tuplat + ja - -tehtävistä oikein prosenttia

Oppilaat suorittivat tehtävän samansuuntaisesti, mutta 14 prosentilla oppilaista pistemäärä sijoittui 0 ja 83 prosenttia oikein välille. Keskihajonta (17) kuvaa kokonaistulosten sijoittumista koko asteikolle 0 ja 100 prosentin välille.

Melkein kuin tuplat

Melkein kuin tuplat -osion suoritti täysin virheettömästi 87 prosenttia oppilaista, kun taas yksi oppilas (1%) ei saanut tästä osiosta yhtään tehtävää oikein. Keskiarvo oli 96 prosenttia keskihajonnan ollessa 13. (Kuvio 15)

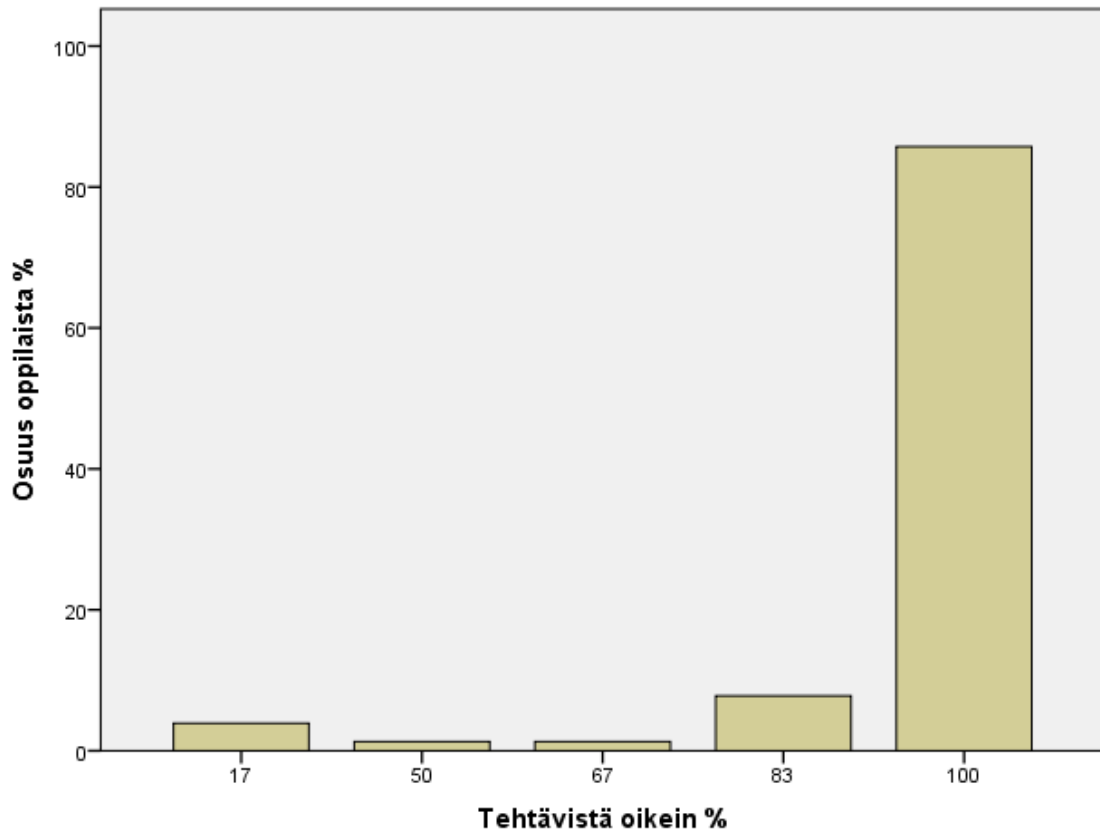


KUVIO 15. Melkein kuin tuplat -tehtävistä oikein prosenttia

Oppilaat suorittivat tehtävän samansuuntaisesti, joskin 13 prosentilla oppilaista pistemäärä sijoittui 17 ja 83 prosenttia välille.

10 lisää

10 lisää -osion suoritti täysin virheettömästi 92 prosenttia oppilaista, kun taas yksi oppilas (1%) suoritti osion tehtävistä 17 prosenttia oikein. Keskiarvo oli 98 prosenttia keskihajonnan ollessa 11. (Kuvio 16)

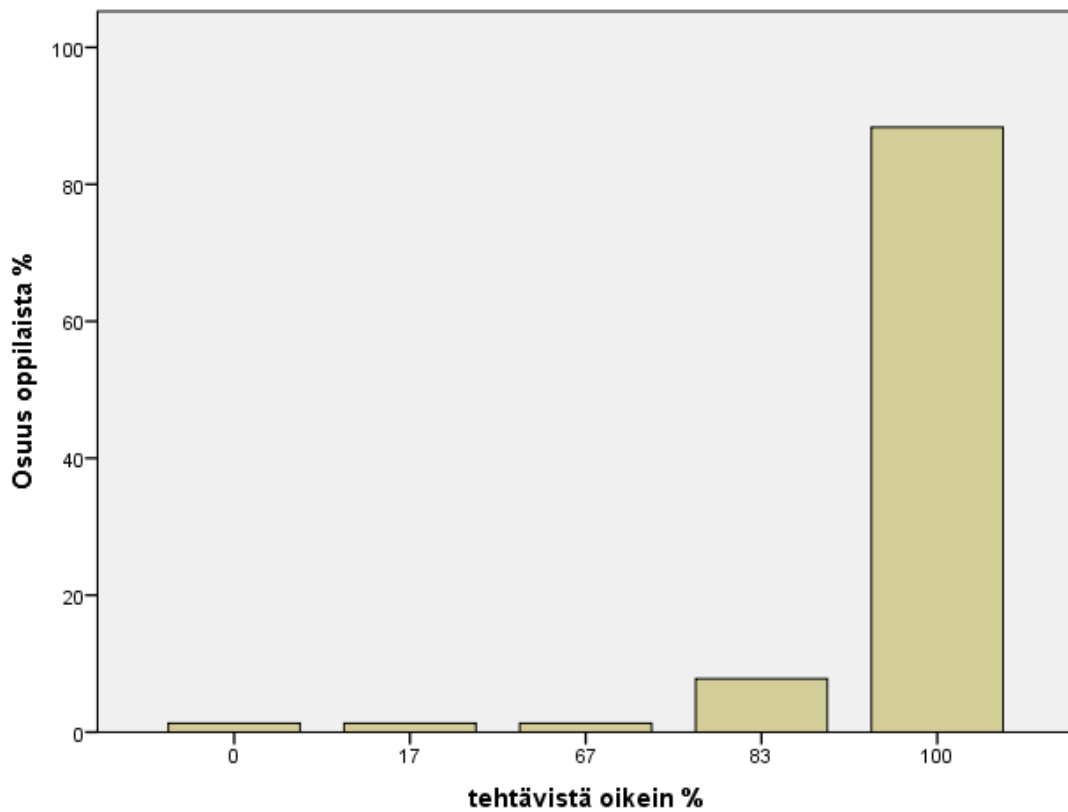


KUVIO 16. 10 lisää -tehtävistä oikein prosenttia

Oppilaat suorittivat tehtävän samansuuntaisesti, joskin 8 prosentilla oppilaista pistemäärä sijoittui 17 ja 83 prosenttia välille.

10 pois

10 pois -osion suoritti täysin virheettömästi 88 prosenttia oppilaista, kun taas yksi oppilas (1%) ei saanut tästä osiosta yhtään tehtävää oikein. Keskiarvo oli 96 prosenttia keskihajonnan ollessa 16. (Kuvio 17)

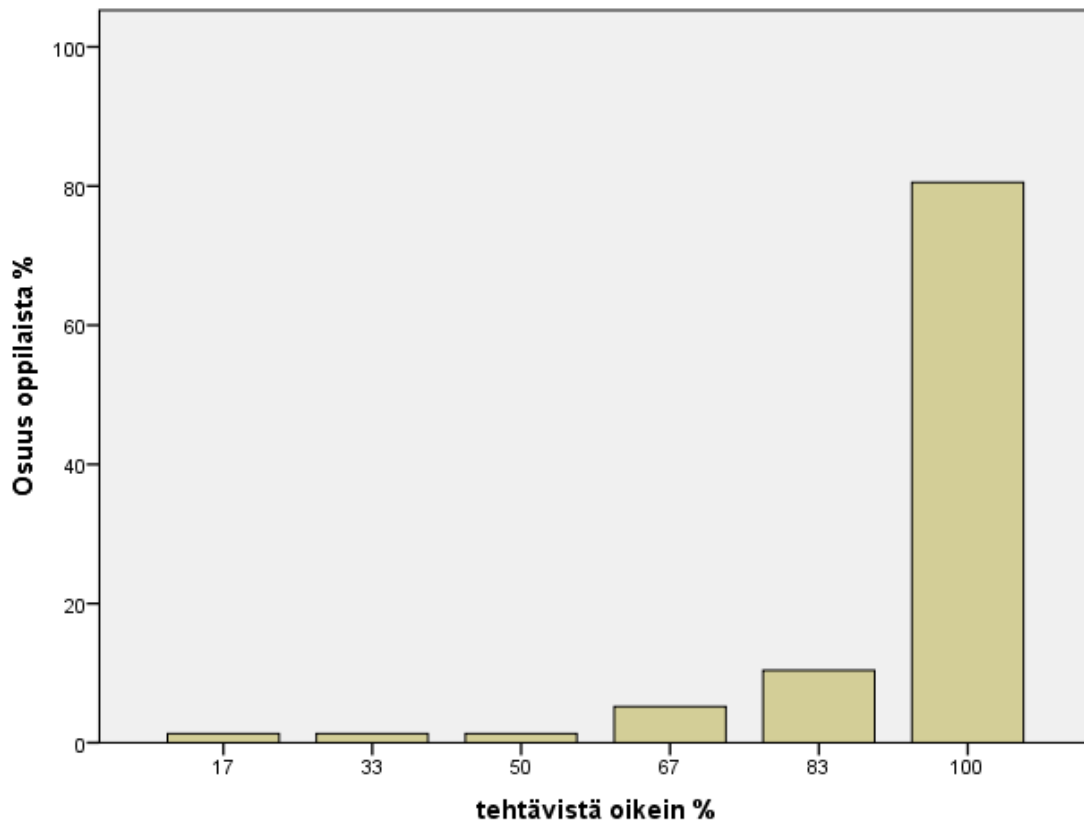


KUVIO 17. 10 pois -tehtävistä oikein prosenttia

Oppilaat ovat suorittivat tehtävän samansuuntaisesti, joskin 12 prosentilla oppilaista pistemäärä sijoittui 0 ja 83 prosenttia välille.

9 lisää

9 lisää -osion suoritti täysin virheettömästi 80 prosenttia oppilaista, kun taas yksi oppilas (1%) suoritti osion tehtävistä 17 prosenttia oikein. Keskiarvo oli 93 prosenttia keskihajonnan ollessa 15. (Kuvio 18)

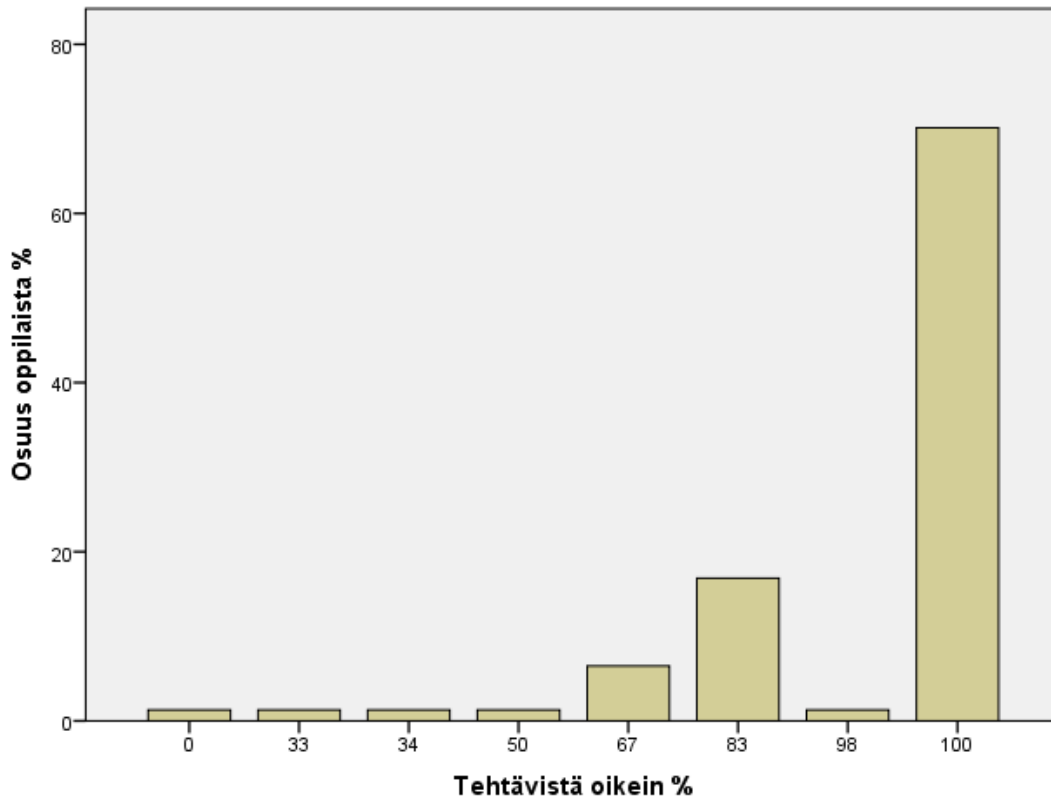


KUVIO 18. 9 lisää -tehtävistä oikein prosenttia

Oppilaat ovat suorittivat tehtävän samansuuntaisesti, joskin 20 prosentilla oppilaista pistemäärä sijoittui 17 ja 83 prosenttia välille.

9 pois

9 pois -osion suoritti täysin virheettömästi 70 prosenttia oppilaista, kun taas yksi oppilas (1%) ei saanut tästä osiosta yhtään tehtävää oikein. Keskiarvo oli 91 prosenttia keskihajonnan ollessa 18. (Kuvio 19)



KUVIO 19. 9 lisää -tehtävistä oikein prosenttia

Oppilaat suorittivat tehtävän samansuuntaisesti, joskin 30 prosentilla oppilaista pistemäärä sijoittui 0 ja 98 prosenttia välille.

Seuraavaan taulukkoon sisältää Junnauskokeen tuloksia kuvaavat muuttujakohtaiset keskiarvot ja keskihajonnat.

TAULUKKO 2: Junnauskokeen tulosten tunnuslukujen yhteenveto

Muuttuja	Keskiarvo	Keskihajonta
Kymppiparien yhteenlasku	100	3
Kymppiparien vähennyslasku	98	12
Tuplat +	96	12
Tuplat -	98	10
Tuplat + ja -	94	17
Melkein kuin tuplat	96	13
10 lisää	98	11
10 pois	96	16
9 lisää	93	15
9 pois	91	18

Tunnuslukujen perusteella tarkasteltuna oppilaat onnistuivat parhaiten kymppi-parien yhteenlaskutehtävissä. Korkeat keskiarvo ja matalat keskihajonnat kertovat myös siitä, että oppilaat onnistuivat hyvin kymppiparien vähennyslaskuissa, tuplat--tehtävissä, 10 lisää-tehtävissä ja 10 pois-tehtävissä. Oppilaiden väliset osaamiserot tulevat selkeästi näkyviin tuplat + ja --, 10 pois- ja 10 lisää-tehtävissä, joiden osalta keskiarvo laski lähelle 90 prosenttia oikein tehtävistä, ja keskihajonta ylitti luvun 15.

7 POHDINTA

7.1 Tulosten tarkastelua ja johtopäätöksiä

Kymppikartoitus 1

Ikäheimo ei määrittele Kymppikartoitus 1-mittarin tuloksille osaamista kuvaavia luokituksia, sillä tavoitteena on, että toisen luokan päättänyt oppilas hallitsee mittarin sisällön toistuvan harjoittelun myötä syntyneen sujuvuuden, luotettavuuden ja varmuuden myötä virheettömästi (Ikäheimo 2011, 7). Tulosten tarkastelu perustuukin tutkijan itse perustelemiin ratkaisuihin tulosten tarkastelun mielekkyyden näkökulmasta.

Tutkimustulokset osoittivat, että oppilaat (N=77) hallitsivat kymmenjärjestelmän Kymppikartoitus1 -mittarilla mitattuna hyvin mittayksiköiden muunnoksia lukuun ottamatta. Lukujen vertailu, lukujen sijoittaminen lukusuoralle ja laskut ilman kymmenylitystä olivat keskiarvoltaan vähintään 93 prosenttia oikein kaikista tehtävistä keskihajonnan vaihdellessa välillä 6 ja 14. Haastavuusasteen lisääntyessä kymmenylityksen sisältävissä tehtävissä keskiarvo laski 81 prosenttiin keskihajonnan ollessa 20. Luvut kertovat osaamiserojen lisääntymisestä eri oppilaiden välillä tehtävän vaatimustason kasvaessa. Mittayksikkömuunnoksia sisältävän tehtävän tulokset poikkesivat voimakkaasti kokonaistuloksista. Sekä keskiarvo että keskihajonta saivat arvon 38, joka merkitsee sitä, että oppilaat onnistuivat tehtävien ratkaisussa hyvin vaihtelevasti. 12 prosenttia oppilaista ratkaisi tehtävän täysin virheettömästi, mutta huomattavaa on, että peräti 30 prosenttia oppilaista epäonnistui tehtävässä täysin tai jätti sen kokonaan tekemättä. Eroa ei selitä se, että eri luokilla mittayksiköiden opetusta ei olisi ollut, sillä virheettömät suoritukset jakaantuivat neljälle eri luokalle ja viidennekin luokan jotkut oppilaat suoriutuivat mittayksikkömuunnoksista lähes virheettömästi. Mittayksikkömuunnosten osalta matemaattisen osaamisen erot tulivat selkeästi näkyviksi. Osa oppilaista hallitsi tehtävän erinomaisesti, kun taas –

tässä tapauksessa suuri osa eli kolmannes – epäonnistui tehtävien ratkaisussa täysin tai niitä ei edes yritetty ratkaista. Tulokset ovat yhdensuuntaiset kuudennen luokan oppilaiden mittayksikkömuunnosten hallintaa koskien (Nissilä 2017, 56). Tulokset vahvistavat myös Lakan (2014) esittämän havainnon laskustrategioiden yksilöllisistä eroista ja niiden vaihtelevasta käyttökelpoisuudesta osana sujuvaa ja luotettavaa peruslaskutaitoa (Lakka 2014, 71–72). Oppilaan on ymmärrettävä ykkösten, kymmenien, satojen ja tuhansien suhde toisiinsa kymmenjärjestelmän kautta voidakseen päätyä virheettömään ratkaisuun (Nissilä 2017, 85). Mittayksikkömuunnosten virheetön suorittaminen edellyttääkin lukupaikkakäsittelyn vahvaa ja luotettavaa hallintaa kymmenjärjestelmän ymmärryksen kautta.

Tehtävien tekemiseen käytetty aika ja oppilaan saama virheettömästi suoritettujen tehtävien pistemäärä kertovat yhdessä oppilaan laskustrategioiden automatisoitumisen asteesta ja sujuvasta peruslaskutaidosta (Aunio 2008, 67–68). Tässä tutkimuksessa oppilaat käyttivät tehtävien ratkaisuun aikaa hyvin vaihtelevasti. Nopein oppilas ratkaisi tehtävät kolmessa minuutissa, kun taas hitaimmalla oppilaalla aikaa kului 61 minuuttia. Valtaosa oppilaista suoriutui tehtävistä alle 20 minuutissa, ja sekä hyviä että heikkoja tuloksia on saavutettu sekä hitaasti että nopeasti. Täysin virheettömän tuloksen saavuttaneista oppilaista kaksi kolmesta käytti tehtävien suorittamiseen kolme minuuttia, ja yksi oppilas saavutti saman tuloksen 15 minuutissa. Lähes virheettömästi (95–98 prosenttia oikein tehtävistä) suoriutuneet oppilaat käyttivät tehtävien suorittamiseen 7–50 minuuttia keskiarvon ollessa 15 minuuttia. Matemaattisten taitojen kehittyessä ja oppimiskokemuksen lisääntyessä lapsi alkaa muistaa aritmeettisiä yhdistelmiä eikä toistuvia tehtäviä ei ole enää tarpeen laskea, vaan vastaukset voi palauttaa suoraan muistista (Aunio 2008, 67). Tämä ilmiö näyttää saavan vahvistusta hyvin menestyneiden oppilaiden osalta. Useimmat heistä ratkaisi tehtävät luotettavasti ja nopeasti todennäköisesti muististaan poimimiensa ratkaisujen ansiosta. Poikkeuksena edelliseen on kuitenkin todettava, että yksi oppilas saavutti lähes virheettömän tuloksen käyttäen tehtävien suorittamiseen 50 minuuttia. Samoin useat muut oppilaat käyttivät tehtävien suorittamiseen vähintään 50 minuuttia

onnistuen ratkaisemaan vähintään 80 prosenttia tehtävistä. Sinnikkyydellä on siis sijansa, ja näidenkin oppilaiden nopeus lisääntynee harjoituksen myötä.

Heikoiten suoriutuneet (45–60 prosenttia oikein kaikista tehtävistä) oppilaat (N=4) käyttivät aikaa tehtävien suorittamiseen keskimäärin 37 minuuttia. Nopein oppilas käytti aikaa 12 minuuttia saavuttaen tuloksen 55 prosenttia oikein kaikista tehtävistä, ja hitain oppilas käytti tehtävien suorittamiseen 59 minuuttia onnistuen ratkaisemaan 45 prosenttia tehtävistä virheettömästi. Käytetty aika kertoo useimpien kohdalla sinnikkäästä pyrkimyksestä ratkaista tehtävät. Tehtävien haastavuustaso on kuitenkin ylittänyt oppilaan käytössä olleiden menetelmien tarjoamat mahdollisuudet lopputuloksen osoittaessa tavoitetasoon nähden heikkoa kymmenjärjestelmän hallintaa.

Matemaattisten taitojen osaamiserot syntyvät varhain, ja yksilölliset erot ovat merkittäviä. Osaamisen erot kasvavat nopeasti jakaen lapset heikosti ja hyvin menestyviin. Yksi taustalla vaikuttava tekijä on lapsen varhainen taipumus havaita lukumääriä ympäristössään sekä sen yhteys lukujonotaitojen kehittymiseen. Toinen merkittävä tekijä on oppijaminäkuvaan liittyvä motivaatio. (Aunola ym. 2018, 54) Johtopäätöksenä voi todeta, että tutkimustulokset vahvistavat käsityksen siitä, että hyvin ja heikosti menestyvien välinen osaamisero on näkyvissä selkeästi kolmannen luokan alussa. Tarkasteltaessa tutkimustuloksia yksittäisten heikosti menestyneiden oppilaiden osalta vahvistuu myös käsitys lukujonotaitojen puutteiden ja kymmenjärjestelmän hallinnan välisestä yhteydestä. Toinen selkeästi matalaan kokonaistulokseen liittyvä tekijä on kymmenylityksen sisältämät laskutoimitukset. Toisin sanoen oppilas hallitsee kymmenylitykset erityisesti sataa suuremmilla luvuilla puutteellisesti. Paikka-arvon käsitteen ja kymmenjärjestelmän periaatteen ymmärryksen puutteet heikentävät suurilla luvuilla operointia sekä mittayksikkömuutoksia, ja kymmenylityksen virheet näkyvät virheellisinä suorituksina.

Junnauskoe 0–20 A

Junnauskokeen 0–20 A avulla voidaan selvittää oppilaiden käyttämiä laskustrategioita yhteen- ja vähennyslaskutaitojen osalta lukualueella 0–20. Junnauskoe koostuu yhteensä 60 laskutehtävästä, ja oppilaiden tulisi osata laskut virheettömästi alle 5 minuutissa toisen luokan puolivälissä. Tehtävät koostuvat pelkästään yhteen- ja vähennyslaskuista. (Ikäheimo 2011, 51)

Junnauskokeen tulokset osoittavat oppilaiden hyvää kymmenjärjestelmäosaamisen hallintaa. Kaikkien osa-alueiden keskiarvo ylitti 90 prosenttia oikein tehtävistä, ja keskihajonta vaihteli välillä 3 ja 18. Yhteen- ja vähennyslaskutaidoissa menestyminen ei merkittävästi poikennut toisistaan, ja kaikki oppilaat suorittivat kaikki Junnauskokeen tehtävät. Kokonaisuutena tarkastellen lähes kaikki oppilaat ymmärsivät, miten luku kymmenen rakentuu erilaisten osien yhdistelmänä sekä miten kymmenylityksen periaate toimii sekä yhteen- että vähennyslaskun osalta. On kuitenkin muistettava, että Junnauskokeen sisältö käsitteli tehtäviä lukualueella 0–20.

Yksilökohtaisia tuloksia tarkasteltaessa huomio kiinnittyi kolmen Junnauskokeessa heikosti menestyneen oppilaan tuloksiin. 62 prosenttia tehtävistä oikein ratkaiseen oppilaan tuloksia leimaa se, että vähennyslaskuosiot ovat onnistuneet lähes tai kokonaan virheettömästi, mutta yhteenlaskuosioiden osalta kymmenylitykset ovat epäonnistuneet. Tarkasteltaessa saman oppilaan Kymppikartoituksen tuloksia huomio kiinnittyi vain lukujonotaitojen puutteisiin kokonaistuloksen ollessa lähellä kaikkien oppilaiden keskiarvoa. Toinen, 78 prosenttia Junnauskokeen tehtävistä virheettömästi ratkaisseista, oppilaista puolestaan näytti kompastuneen kymmenylityksiin vähennyslaskuissa. Kymppikartoituksen tulos vahvistaa puutteet lukujonotaidoissa ja kymmenylityksen taidoissa. Tämän oppilaan tulokset ovatkin yksi Kymppikartoituksessa heikommin menestyneiden tuloksia. Kolmas Junnauskokeessa keskimääräistä heikommin menestynyt oppilas sai niin ikään tulokseksi 78 prosenttia oikein Junnauskokeen tehtävistä. Tulosta laski virheelliset tulokset kymmenylityksen sisältävissä yhteenlaskuissa. Myös tämä oppilas on suorittanut Kymppikartoituksen tehtävistä 75 pro-

sentti virheettömästi keskiarvon ollessa 81. Selvennökseksi on vielä hyvä mainita, että Junnauskokeen kaikkien oppilaiden keskiarvo oli 96 prosenttia oikein kaikista tehtävistä keskihajonnan ollessa vain 6.

Kymppikartoituksen ja Junnauskokeen tulosten tarkastelu kokonaisuutena

Tutkijan on toisinaan hyvä kysyä itseltään, onko hän vastannut itse määrittelemiinsä tutkimusongelmiin, ja miten hän on siinä onnistunut. Tämä tutkimus vastasi ensimmäiseen tutkimuskysymykseen melko kattavasti. Tutkimus tuotti tietoa yhden kaupungin 77:n kolmannen luokan oppilaiden kymmenjärjestelmäosaamisesta Kymppikartoituksella selvitettynä. Oppilaiden osaamiserot tulivat selvästi esiin, ja mittarin osiot tuottivat tietoa siitä, millä osa-alueilla onnistuttiin hyvin, ja millä osa-alueella vain erittäin harva oppilas onnistui suorittamaan tehtävän virheettömästi. Ensimmäisen tutkimuskysymyksen osalta tutkimus tuotti odotetun tuloksen eli uutta käyttökelpoista tietoa tutkittavasta ilmiöstä.

Toisen tutkimuskysymyksen osalta arvioni on toisenlainen. Junnauskokeen suorittaminen virheettömästi lukualueella 0–20 onnistui lähes kaikilla oppilailla. On perusteltua kysyä, oliko Junnauskoe oppilaille helppo, ja tuottiko se haluttua tietoa laskustrategioista? Jälkikäteen arvioituna Junnauskoe 0–20 A näyttäytyy oppilaille tarpeettoman helppona ja sen merkitys mittarina supistui alun perin suunnitellusta. Sen sijaan että mittari olisi tuottanut tietoa oppilaiden käyttämistä laskustrategioista, se lähinnä vahvisti oppilaiden hyvän kymmenjärjestelmän hallinnan lukualueella 0–20 yhteen- ja vähennyslaskujen muodossa selvitettynä. Virheiden määrä oli hyvin vähäinen, ja ne koskivat vain kolmen oppilaan suoritusta. Virheiden analyysi olisi todennäköisesti tuottanut uutta tietoa käytetyistä laskustrategioista. Olisi mielenkiintoista tietää, miltä aineisto olisi näyttänyt Junnauskoe 0–200 A:lla kerättynä. Siinä tehtävät ovat lukualueella 0–200, ja se on tarkoitettu lähinnä viidennen luokan oppilaiden kymmenjärjestelmäosaamisen harjoitusmateriaaliksi. Mittarin laatuun liittyvien tekijöiden vaikutuksesta voi todeta, että tutkimus ei vastannut sille toiseksi asetettuun kysymykseen. Mittari sinänsä oli validi, mutta sen sisältö ei edellyttänyt tutkittavilta lähikehityksen

vyöhykkeellä toimimista. Junnauskokeessa onnistuminen lienee sinänsä toiminnut oppilaille motivaation ja myönteisen oppijaminäkuvan tukijana, mutta erinomaiset tulokset jättivät tutkijan vaille virheiden analyysin merkittävää tietolähdettä.

Mitä Junnauskokeen ja Kymppikartoituksen tuloksista voi päätellä yhdessä? Oppilaiden sujuva peruslaskutaito ja laskustrategiat näyttävät toimineen moitteitta lähes moitteitta lukualueella 0–20. Kun Kymppikartoituksen lukualue olikin Junnauskoetta suurempi, ja kymmenjärjestelmän ymmärrystä tuli soveltaa monipuolisesti eri tavoin, tulivat myös yksilöiden väliset osaamiserot Kymppikartoituksen tuloksissa selvästi näkyviin. Kaikki oppilaat eivät osoittaneet luotettavaa osaamista lukupaikkakäsitteen ymmärtämisestä. Ykkösten, kymmenten ja satojen sijoittelu lukusuoralla oli epävarmaa. Luvun kymmenen rakentuminen mutkistui lukualueen kasvaessa ja tehtävien monipuolistuessa. Kymmenylityksen hallinnan puutteet tulivat myös joidenkin oppilaiden osaamisen osalta näkyviksi.

7.2 Tutkimuksen eettiset näkökohdat

Tutkimusaineisto koostui 77 kolmasluokkalaisen tuottamasta Kymppikartoitus 1 ja Junnauskoe 0–20 A -aineistosta. Hain tutkimuslupaa kyseisen kaupungin opetustoimesta vastaavalta virkamieheltä ennen hankkeen käynnistämistä, ja se myönnettiin nopeasti. Tutkimusluvan saamisen jälkeen käynnistin tutkittavien oppilaiden rekrytoinnin ottamalla yhteyttä rehtoreihin, joiden myötävaikutuksella sovin yhteistyöstä viiden luokanopettajan kanssa. Aineisto kerättiin näiden viiden opettajan oppilailta yhden kuukauden aikana yhden kaupungin kahdesta eri koulusta.

Tutkimukseen pyydettiin yhteensä 102 lapsen huoltajalta tietoista kirjallista suostumusta. Tutkimuksen ulkopuolelle jätettiin ne 16 lasta, joiden huoltajat eivät antaneet kirjallista suostumusta sekä ne, jotka tuottivat vain joko Junnauskokeen tai Kymppikartoituksen aineiston. Kaikki kerätty aineisto oli kuitenkin kyseisen luokanopettajan käytössä pedagogisen suunnittelun välineenä, joten kaikkien oppilaiden voi välillisesti nähdä hyötynneen heiltä kerätystä aineistosta. Oppilaiden anonymiteetti varmistettiin siten, että luokanopettaja antoi tutkijan käyttöön vain itse oppilaan nimeen yhdistämänsä numerokoodin. Tämä menettely antoi tutkijalle mahdollisuuden erottaa tutkittavien tuottama aineisto toisistaan tutkittavien anonymiteetti säilyttäen. Kymppikartoituksen ja Junnauskokeen lisäksi tutkittavilta ei kerätty mitään taustamuuttujia tai muuta dataa. Tutkittavien henkilöllisyys ja koulut, joita he kävivät, pidettiin salassa koko tutkimusprosessin ajan.

Tutkimusaineistoa käsiteltiin huolellisesti ja tietosuojan vaatimukset huomioiden. Käsittelin aineiston tilastollisesti aineiston vaatimalla tavalla, ja raportoin tulokset tarkasti ja totuudenmukaisesti. Tutkimusraportin hyväksymisen jälkeen hävitin aineiston asianmukaisesti. Hankittu tutkimusaineisto oli tutkimusluvan mukainen, ja tutkimusraportissani hyödynsin aiempaa kirjallisuutta hyvän tieteellisen raportoinnin mukaisesti käyttäen ensimmäisen käden lähteitä ja asianmukaisia lähdemerkintöjä.

7.3 Tutkimustehtävän toteutuminen ja yleistettävyys

Tutkimuksellinen tiedonhankinta voidaan nähdä yhtäältä sellaisten asioiden kysymisenä, jotka olisi tärkeää tai merkityksellistä tietää sekä toisaalta määriteltyihin kysymyksiin, tutkimusongelmiin, vastaamisena. Empiirisessä tutkimuksessa tutkija esittää kysymyksen ja antaa siihen vastauksen, joka perustuu aineiston tuottamaan tulokseen. (Töttö 2012, 59–60) Empiirisen tutkimuksen tulosten esittäminen edellyttää tutkijalta kykyä ja halua saattaa työnsä muiden tarkasteltavaksi. Tutkijan tulee määritellä valitun tutkimusjoukon suhde siihen todellisuuteen, jota on tarkoitus kuvata, tutkimusongelmiin sekä se, miten käytetty analyysi on johtanut tuloksiin ja tulosten perusteella tehtyihin päätelmiin. (Töttö 2012, 64) Tämä pro gradu -tutkimus vastaa niihin kysymyksiin, joita tutkijana asetin. Tutkimustulokset valaisevat kolmasluokkalaisten kymmenjärjestelmäosaamista sekä niitä matemaattisen osaamisen alueita, jotka vaikuttavat kymmenjärjestelmän hallinnan taustalla.

Määrällisen tutkimuksen peruslähtökohta on rakentaa perusjoukosta eli populaatiosta pienoismalli, jota edustaa tarkoin valittu otanta tutkimuskohteen kuvaamiseksi koko perusjoukossa. Laadullisen tutkimuksen kohde on puolestaan useimmiten valikoitunut tiettyjen ominaisuuksien ja tutkijan harkinnan mukaan, ja sen yhteydessä voidaan puhua näytteestä. (Valli 2015, 21) Kokonaistutkimuksessa ei ole otantaa, vaan koko perusjoukko tutkitaan. Tällöin kyseessä saattaa olla verraten pieni joukko tutkittavia tai kyseessä voi olla jokin erityisen merkittävä syy koko perusjoukon tutkimiseksi. (Metsämuuronen 2006, 53) Otoskoon määrittelemisen yhtenä lähtökohtana voi olla kokonaistutkimus, jolloin tutkimustulokset kuvaavat varmuudella koko tutkimusjoukkoa. Kokonaistutkimuksen suuren resurssitarpeen vuoksi se on kuitenkin varsin harvoin käytetty menetelmä. Toisena ääripäänä voidaan nähdä vain esimerkiksi yhteen tai muutamaaan perusjoukkoa edustavaan yksilöön kohdistuva tutkimus, jonka heikkoutena on virheen suuri mahdollisuus ja siten heikko yleistettävyys. Otos-

kokoon määrittelyssä olennaista onkin arvioida, kuinka suuri virheiden mahdollisuus on hyväksyttävissä keskeisten muuttujien suhteen ja kuinka suuri otoskoko olisi riittävä satunnaisten virhemahdollisuuksien vaikutuksen minimoimiseksi. Olennaista on myös arvioida, mikä otoskoko on riittävä, jotta tulokset olisivat yleistettävissä ennalta määritettyyn perusjoukkoon. (Metsämuuronen 2006, 56)

Hyvin tehty ja perusteltu otanta on onnistuneen määrällisen tutkimuksen edellytys, jolloin tutkimustulokset voidaan yleistää koko perusjoukkoa koskeviksi ilman merkittävää virheiden tai satunnaisten tekijöiden vaikutusta (Valli 2015, 21). Tutkimukseen osallistuvat henkilöt voidaan valita tutkimukseen satunnaisesti tai ei-satunnaisesti. Määrällisessä tutkimuksessa suositetaan satunnaisotantaa, koska tutkimustuloksilla pyritään useimmiten jonkinasteiseen yleistettävyyteen. Tutkittavien ei-sattumanvarainen valinta edellyttää menettelyn ja tutkijan päätösten riittävää perustelemista ja avaamista. (Metsämuuronen 2006, 53)

Tämän pro gradu -tutkimuksen yleistettävyys on rajallinen ja luonteeltaan paikallinen otoskoon ja otoksen maantieteellisen rajallisuuden vuoksi. Otannan kokoon vaikuttivat korkean yleistettävyyden tavoitteen rinnalla käytännön syyt, joita olivat tutkijan käytössä ollut aikaresurssi sekä yhteistyösuhteiden antamat mahdollisuudet kerätä aineisto nopeasti ja luotettavasti. Korkea, koko Suomen kolmasluokkalaiset kattava, yleistettävyys olisi edellyttänyt tutkittavien moninkertaista lukumäärää, väestön maantieteellisen jakautumisen sekä eri kieliryhmiä koskevan soveltamista aineistonkeruussa. Tutkimuksen vahvuutena voidaan pitää sitä, että koko aineisto on kerätty lyhyen ajan yhden kuukauden aikana, jolloin se kuvaa tutkittavien kymmenjärjestelmän hallintaa tuona kyseisenä ajankohtana. Tuloksia voidaan pitää käyttökelpoisina ja soveltuvina käytäntöön paikallisesti.

7.4 Tutkimuksen luotettavuuden arviointia

7.4.1 Validiteetti

Tutkimuksen validiteetti merkitsee sen kykyä mitata tutkimuksen kohdetta. Ihmistieteiden määrällisessä tutkimuksessa on useimmiten kyse siitä, miten tutkija on onnistunut operationalisoimaan eli siirtämään tutkimuksessa käytetyn teorian käsitteet ja ajatuskokonaisuuden kysyttävää ja mitattavaan muotoon. Validiteetti ja reliabiliteetti muodostavat yhdessä tutkimuksen kokonaisluotettavuuden. Validiteetti merkitsee tutkimusmenetelmän, -instrumentin tai mittarin kykyä mitata täsmälleen sitä, mitä on tarkoitus mitata. Tutkimus on validi, kun siihen ei sisälly systemaattista virhettä. (Vilkka 2007, 149–150; 179) Validiteettia tarkasteltaessa arvioidaan sitä, ovatko tutkimuksessa ja mittarissa käytetyt käsitteet ja muuttujat teorian mukaisia, oikein operationalisoitu sekä kattavatko mittariin valitut muuttujat riittävän laajasti tutkitun ilmiön. (Metsämuuronen 2006, 66)

Pro gradu -tutkimuksessani käytetyt mittarit Junnauskoe 0–20 A ja Kymppikartoitus 1 ovat tunnettuja ja runsaasti käytettyjä kymmenjärjestelmäosaamista kartoittavia mittareita suomalaiskouluissa. Niiden kehittäjä on tunnettu matematiikan opetuksen asiantuntija ja pedagogisen materiaalin tuottaja Ikäheimo. Tutkimuksellinen tieto mittareista on varsin rajallinen, joskin esimerkiksi Tytti Nissilä käytti pro gradu -tutkielmassaan Kymppikartoitus 2 -mittaria yhtenä aineistonkeruumenetelmänä (Nissilä 2017, 40). Käytin aineistonkeruulinstrumentteja sellaisenaan vailla mitään modifikaatioita tai taustamuuttujien keräämistä instrumenttien mittaussuorituksen säilyttämiseksi ja vaalimiseksi. Mittarit eivät edellytä aikarajan asettamista, vaikka vastaamiseen kuluva aika on yksi tarkasteltavista muuttujista. Osa tästä vastaamiseen kulunutta aikaa kuvaavasta aineistosta jäi puutteelliseksi tai epätäydelliseksi vajavaisen ohjeistuksen vuoksi, joten tältä osin mittaria ei käytetty koko kapasiteetiltaan.

7.4.2 Reliabiliteetti

Tutkimuksen reliabiliteetti merkitsee tutkimuksen kykyä tuottaa luotettavia tuloksia mittauksesta toiseen (Vilka 2007, 149–150). Se kuvaa tutkimusinstrumentin tai mittarin kykyä antaa ei-sattumanvaraisia tuloksia, ja reliabiliteetti on korkea silloin, kun toistettu mittaus tuottaa täsmälleen saman tuloksen tutkijasta riippumatta (Vilka 2007, 177; Valli 2015, 139). Reliabiliteetti voidaan mitata kolmella eri tavalla. Toistomittauksessa sama mittaus suoritetaan eri aikaan samalla mittarilla samalla kohderyhmälle. Ongelmaksi saattavat tällöin muodostua kohderyhmän mahdollisesti luonnollisista syistä muuttuneet arvot. (Metsämuuronen 2006, 67) Esimerkkinä voi ajatella verenpaineen mitattuja arvoja, jotka vaihtelevat yksilöllä vuorokauden ja vireystilan mukaisesti kuitenkin normaaliarvojen sisällä useimmiten pysyen. Rinnakkaismittauksessa mittaus tapahtuu samanaikaisesti varsinaisen mittauksen kanssa, ja mittauksen reliabiliteetti voidaan todeta korkeaksi, kun samat henkilöt saavat samankaltaisia tuloksia (Metsämuuronen 2006, 66–67).

Pro gradu-tutkimukseni aineisto kerättiin keskisuuren kaupungin kahdesta perusopetuksen yksiköstä, yhteensä viiden kolmannen luokan oppilaalta. Aineisto kerättiin oppituntien aikana osana luokkaopetusta yhden kuukauden aikana syksyllä 2018. Tutkimusaineistoon sisällytettiin 77 tutkittavan tuottama aineisto. Näiden tutkittavien huoltajat olivat antaneet kirjallisen tietoisien suostumuksen aineiston tutkimuskäyttöön. Niiden tutkittavien osalta, joilta tutkimuslupa puuttui tai tutkija ei saanut sitä syystä tai toisesta haltuunsa, kerätty aineisto jäi vain kyseisen luokan opettajan pedagogisen suunnittelun välineeksi. Opettajat saivat yhteisesti suullisen ja kirjallisen ohjeistuksen aineiston keräämiseksi ennen aineiston keruuta, ja opettajilla oli mahdollisuus esittää minulle tarkentavia kysymyksiä.

Aineistonkeruutilanteesta pyrittiin luomaan mahdollisimman luonteva ja jännitteetön siten, että opettaja ohjeisti oppilaat tehtävien suorittamiseen, ja oppilailla oli mahdollisuus saada ohjeistus uudelleen, mikäli he kokivat sitä tarvitsevänsä. Aineiston keräämisen jälkeen tarkastin ja pisteytin jokaisen tutkittavan

tuottaman aineiston huolellisesti kahteen kertaan, ja luovutin kunkin luokan opettajalle hänen oppilaitaan koskevan aineiston osan. Jotkut opettajat halusivat tutkia tuloksia yksityiskohtaisesti yhdessä, ja tarjosin tähän mahdollisuuden. Tutkimusaineiston perusteella opettajilla oli mahdollisuus saada käsitys oppilaidensa kymmenjärjestelmäosaamisesta kolmannen luokan alkuvaiheessa, jolloin lukukäsitteen ja kymmenlukuosaamisen oletetaan jo juurtuneen osaksi oppilaan matemaattisia taitoja. Aineiston luotettavuutta kohottavat samanaikaisesti tutkittavilta tehty aineiston kerääminen sekä aineiston keräämistä koskeva samankaltainen ohjeistus kaikille tutkittaville.

Aineiston tarkastelun perusteella katoa on huomattavan vähän, ja aineisto on käsitelty systemaattisesti tutkijan toimesta lyhyen ajan kuluessa. Tutkimuksen 77 tutkittavalta kerätty määrällinen aineisto on riittävä tilastollisten analyysimenetelmien käyttöön.

7.5 Jatkotutkimushaasteet

Käsitys suomalaislasten kymmenjärjestelmäosaamisen kipukohdista on melko selkeä: osa lapsista hallitsee kymmenjärjestelmän erinomaisesti, mutta toisella ääripäällä on hankaluuksia sellaisten perusasioiden hallinnassa, jotka tulisi hallita sujuvasti ja luotettavasti jo toisen vuosiluokan päättyessä. Myös kansainvälisten osaamisvertailujen tulokset näyttävät tukevan tätä käsitystä, sillä suomalaislasten matematiikan osaamisen kehityksen suunta on ollut vuoden 2007 jälkeen systemaattisesti ja johdonmukaisesti laskeva (Vettenranta ym. 2016a, 40; Vettenranta ym. 2016b, 83-84)

Jari Lakan (2014, 72) mukaan esiopetusikäisten lasten laskustrategiat jakaantuivat kuuteen kategoriaan, joista yhden hän nimeää puutteellisiksi strategioiksi. Olisi kiinnostavaa selvittää tällaisten strategioiden tarkkoja piirteitä sekä näiden strategioiden käyttäjien ajattelumallien yleisiä ominaisuuksia. Syvällinen ymmärrys ajattelumallien heikkouksista saattaisi tuottaa tietoa täsmällisten korjaavien toimenpiteiden laadusta.

Kysymys, joka itselleni myös herää, on missä määrin sekä millä tavoin matematiikan opetusta eriytetään käytännön kouluarjessa. Saavatko nopeasti edistyvät oppilaat huomiota ja riittävässä määrin itselleen haastavia tehtäviä? Entäpä hitaasti edistyvät oppilaat – tarjoaako opetus heidän lähikehityksen vyöhykkeensä mukaisia haasteita? Ymmärtääkseni tällaista tutkimustietoa ei tällä hetkellä ole olemassa. Aihetta voisi lähestyä määrällisen tutkimuksen keinoin esimerkiksi havainnointiaineiston pohjalta.

Mielenkiintoista olisi myös selvittää pitkittäistutkimuksen keinoin hyvin ja heikosti kymmenjärjestelmän hallitsevien oppilaiden yksilöllistä kehityskulkua oppijaminäkuvan kehittymisen ja motivaation näkökulmista. Keskeistä lienee tunnistaa mahdollisimman monia motivaatiota monipuolisesti tukevia tekijöitä? Kysymys kuuluukin, miten kivisellä ja koukeroisella matematiikan oppimisen polulla etenijän oppimisen intoa ja oivalluksen iloa voidaan parhaalla mahdollisella tavalla ylläpitää ja vahvistaa pedagogisin ratkaisuin ja opettajan tuella.

LÄHTEET

- Aunio, P. 2008. Matemaattiset taidot ennen koulua. *NMI-bulletin*, 18(4), 63–74.
- Aunio, P., Aubrey, C., Godfrey, R., Pan, Y. & Liu, Y. 2008. Children's early numeracy in England, Finland and People's Republic of China. *International Journal of Early Years Education*, 16(3), 203–221. Saatavilla DOI: 10.1080/09669760802343881.
- Aunio, P., Ee, J., Lim, S. E. A., Hautamäki, J. & Van Luit, J. 2004 Young Children's Number Sense in Finland, Hong Kong and Singapore. *International Journal of Early Years Education*, 12(3), 195–216.
- Aunio, P., Hautamäki, J. & Mononen, R. 2018. Matematiikan oppimisen ja oppimisvaikeuksien pedagoginen arviointi. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & H. Räsänen (toim.) *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 240–256.
- Aunio, P. & Räsänen, P. 2016. Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, 24(5), 684–704. Saatavilla DOI: 10.1080/1350293X.2014.996424.
- Aunio P., Niemivirta, M., Hautamäki, J., Van Luit, J. E. H., Shi, J & Zhang, M. 2006. Young Children's Number Sense in China and Finland. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 50(5), 483–502. Saatavilla DOI: 10.1080/00313830600953576.
- Aunola, K. & Nurmi, J-E. 2018. Matemaattisten taitojen kehitys kouluiässä. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & H. Räsänen (toim.) *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 54–65.

- Bandura, A. 2016 Sosiaalis-kognitiivinen teoria. Teoksessa R. Vasta (toim.) Kuusi teoriaa lapsen kehityksestä. 3. painos. Helsinki: UNIPress.
- Beilin, H., 2017. Piaget`n teoria. Teoksessa R. Vasta (toim.) Kuusi teoriaa lapsen kehityksestä. 3. painos. Helsinki: UNIPress.
- Brendefur, J. L., Stroher, S. & Rich, K. 2018. Building Place Value Understanding through Modeling and Structure. *Journal of Mathematics Education*, 11(1), 31–45. Saatavilla DOI: 10.26711/007577152790017.
- Flegg, G., 2002. Lukujen historia - Sormilla laskemisesta tietokoneisiin. Helsinki: WS Bookwell.
- Goldin, A., Hannula, M.S., Heyd-Metzuyanim, E., Jansen, A., Kaasila, R., Lutovac, S., Di Martino, P., Morselli, F. & Zhang, Q. 2016. Attitudes, Beliefs, Motivation and Identity in Mathematics Education, An Overview of the Field and Future Directions. ICME-13 Topical Surveys. Saatavilla: DOI 10.1007/978/-3-319-32811-9. Luettu: 17.4.2019.
- Hannula, M., S. & Holm, M., E. 2018. Oppilaan matematiikkakuva oppimistuloksena ja oppimisen taustatekijänä. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & H. Räsänen (toim.) *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 132–154.
- Holst, T. 2013. Vertaileva tapaustutkimus kuusivuotiaiden opetus-oppimisvuorovaikutuksesta, matematiikkaepisodeista ja lukukäsitteen osaamisesta. Turun yliopiston julkaisusarja C, osa 359.
- Karttunen, H. 2006. *Matematiikka – tiedettä kaikille*. Ursan julkaisuja 99. Jyväskylä: Gummerus.
- Kauppila, Reijo. A. 2007. Ihmisen tapa oppia. Johdatus sosiokonstruktivistiseen oppimiskäsitykseen. Jyväskylä: PS-Kustannus.

Ikäheimo, H. 2011. KYMPPI-kartoitus, 10-järjestelmän ja mittayksiköiden muunnosten hallinnan kartoitus sekä ohjeet korjaavaa opetusta varten. 1. painos. Helsinki: Opperi.

Ikäheimo, H. 2018. Opi matikkaa – ymmärrä kymmenjärjestelmä. Henkilökohdainen tiedonanto 11.12.2018.

Koponen, T. 2012. Peruslaskutaito matematiikan kivijalkana. NMI-bulletin, 22(2), 59–62.

Lakka, J., 2014. Yhteen- ja vähennysstrategioiden rakentaminen alkuopetuksen matematiikassa. Helsingin yliopisto, käyttäytymistieteellinen tiedekunta, Tutkimuksia 358.

Lee, Y. & Wee, S. 2013 Kindergarteners' Understanding of Base-Ten Notation through Formal and Informal Instructions: A Comparative Study of the United States and Korea. International Journal of Early Childhood Education 19(1), 153–170.

Metsämuuronen, J. 2006. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä 3. Jyväskylä: International Methelp.

Nissilä, T. 2017. Kymmenjärjestelmän ja mittayksiköiden muunnosten hallinta peruskoulun kuudennella luokalla. Pro gradu-tutkielma. Oulun yliopisto, kasvatustieteen laitos. Saatavilla: <http://urn.fi/URN:NBN:fi:oulu-201706022387>. Luettu: 13.4.2019.

Opetushallitus 2019. Opetussuunnitelman ydinasiat. Saatavilla: https://www.oph.fi/koulutus_ja_tutkinnot/perusopetus/opetussuunnitelma_ja_tuntijako/perusopetus_nyt? Luettu 15.3.2019.

POPS 2014. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Opetushallitus. Saatavilla: http://www.oph.fi/download/163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf. Luettu 13.3.2019.

- Räsänen, P. 2012. Laskemiskyvyn häiriö eli dyskalkulia. *Duodecim* 128, 1168–1177.
- Simola, H. 2012. "PISAn ihme" - suomalaisen peruskoulun menestystarina. Teoksessa P. Kettunen & H. Simola (toim.) *Tiedon ja osaamisen Suomi. Kasvatus ja koulutus Suomessa 1960-luvulta 2000-luvulle*. Hämeenlinna: Kariston Kirjapaino, 435–440.
- Skolverket 2016a. TIMSS 2015. Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv. *Internationella studier, rapport 448/2016*. Stockholm: Elanders Sverige.
- Skolverket. 2016b. PISA 2015, 15-åringars kunskaper i naturvetenskap, läsförståelse och matematik. *Internationella studier, rapport 415/2016*. Stockholm: Elanders Sverige.
- Soini, T., Pietarinen, J., Toom, A. & Pyhältö, K. 2016. Haluanko, osaanko ja pystynkö oppimaan taitavasti yhdessä muiden kanssa? Teoksessa H. Cantell & A. Kallioniemi (toim.) *Kansankynttilä keinulaudalla. Miten tulevaisuudessa opitaan ja opetetaan?* Jyväskylä: Bookwell, 53–75.
- Taipale, A. 2009. Matematiikan, lukemisen ja kirjoittamisen päällekkäistyminen nuoruusiässä. *Joensuun yliopiston kasvatustieteellisiä julkaisuja* 2009:135.
- Tuohilampi, L. 2016. Deepening mathematics related affect research into social and cultural, Decline measurement and the significance of students' multi-level affect in Finland and Chile. *Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja* 384. Saatavilla: <https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/160159/Deepenin.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Luettu 16.4.2019.
- Töttö, P. 2012. Paljonko on paljon? Luvuilla argumentoinnista empiirisessä tutkimuksessa. Tampere: Vastapaino.
- Valli, R. 2015. *Johdatus tilastolliseen tutkimukseen*. Keuruu: PS-kustannus.

- Vettenranta, J., Välijärvi, J., Ahonen, A., Hautamäki, J., Hiltunen, J., Leino, K., Lähteinen, S., Nissinen, K., Nissinen, V., Puhakka, E., Rautopuro J. & Vainikainen M. (2016a). Huipulla, pudotuksesta huolimatta. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2016:41.
- Vettenranta, J., Hiltunen, J. Nissinen K, Puhakka E & Rautopuro, J. 2016b. Lap-suudesta eväät oppimiseen, Neljännen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen. Kansainvälinen TIMSS-tutkimus Suomessa. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos.
- Vilka, H. 2007. Tutki ja mittaa. Määrällisen tutkimuksen perusteet. Saatavilla: https://tampub.uta.fi/bitstream/handle/10024/98723/Tutki-ja-mittaa_2007.pdf. Luettu: 4.1.2019.
- Vygotsky, L. S. 1978. Mind in society: The development of higher psychological functions. Cambridge: Harvard University Press.