

PERUSTEITA TOIMINNALLISILLE TYÖTAVOILLE MATEMATIIKAN OPETUKSESSA

Tutkimusartikkeleihin pohjautuva kirjallisuuskatsaus käsitteenmuo-
dostusvälineiden käytöstä alakoulun matematiikan opetuksessa

Ella Suomela

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma
Jyväskylän yliopisto
Kokkolan yliopistokeskus Chydenius
Luokanopettajien aikuiskoulutus
Syksy 2018

TIIVISTELMÄ

Suomela, Ella. 2018. Perusteita toiminnallisille työtavoille matematiikan opetuksessa. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kokkolan yliopistokeskus Chydenius. 75 sivua.

Tutkielman tarkoituksena oli selvittää millaisia näkemyksiä alan tutkimuskirjallisuus nostaa käsitteenmuodostusvälineiden käytöstä alakoulun matematiikan opetuksessa ja onko niiden käytöllä positiivinen vaikutus oppimistuloksiin. Käsitteenmuodostusvälineillä tarkoitetaan tässä konkreettisia käsin kosketeltavia välineitä, joita käytetään matemaattisten käsitteiden havainnollistamiseen. Alan kirjallisuudesta muodostetun teoriakatsauksen jälkeen etsittiin tieteellisistä tutkimusartikkeleista tuoreita tutkimustuloksia konkreettisten välineiden käytöstä ja hyödyistä matematiikan opetuksessa. Näiden pohjalta aiheesta muodostettiin kuvaileva kirjallisuuskatsaus.

Tutkimuskirjallisuus nosti esille näkemyksen, jonka mukaan käsitteenmuodostusvälineistä on selkeästi hyötyä kaikkien alakoulun vuosiluokkien matematiikan opetuksessa. Näin ollen voimassa olevan opetussuunnitelman (POPS 2014) korostamille konkreettisille opetustavoille on olemassa tieteellinen perusta.

Tutkimustulosten mukaan konkreettisten välineiden käyttö alakoulun matematiikan opetuksessa tuottaa perinteistä esittävää opetusta parempia oppimistuloksia. Tehokkainta oppimisen kannalta on käyttää käsitteen opettamiseen ensin konkreettisia välineitä, tämän jälkeen kuvia ja lopuksi symbolista esitystapaa. Parhaimmat oppimistulokset saadaan aikaan välineillä, jotka haastavat oppilaan ajatteluprosessia, eivätkä tarjoa vastausta valmiina.

Asiasanat: matematiikka, toiminnallisuus, opetus, oppiminen, käsitteenmuodostusvälineet, konkretia

SISÄLLYS

1	Johdanto	4
2	Käsitteenmuodostusvälineet osana toiminnallista matematiikan opetusta ..	7
2.1	Toiminnallisista opetus- ja oppimismenetelmistä matematiikan opetuksessa.....	7
2.2	Näkökulmia matematiikan opetuksen perinteisiin	13
2.3	Perusteita toiminnallisten oppimistapojen käytölle matematiikan opiskelussa.....	17
2.3.1	Toiminnallisten opetustapojen vaikutuksesta oppimiseen	17
2.3.2	Toiminnallisten opetustapojen vaikutuksia oppimisen mielekkyyteen ja merkityksellisyyteen.....	22
2.3.3	POPS:n tavoitteet, toiminnallisuus ja oppikirja matematiikan opetuksessa	24
3	Tutkimustehtävät.....	30
4	Tutkimuksen toteuttaminen	31
4.1	Kirjallisuuskatsaus tutkimusmetodina.....	31
4.2	Tutkimusartikkeleiden valintaprosessi aineistonkeruutapana.....	35
4.3	Tutkimusaineiston kuvaus.....	39
4.4	Tutkimusaineiston analyysipolku.....	42
4.5	Luotettavuus ja eettisyys.....	47
5	Tutkimustulokset	49
5.1	Käsitteenmuodostusvälineiden käytön vaikutuksia oppilaiden oppimistuloksiin	50
5.2	Konkreettisen välineiden ja muiden opetusmenetelmien järjestyksestä opetustilanteissa	54
5.3	Opettajat opetusmenetelmien käyttäjinä	57
5.4	Yhteenveto.....	59

6	Pohdinta	61
6.1	Tutkimustulosten tarkastelua	61
6.2	Tutkimustulosten herättämiä ajatuksia	62
	Lähteet	68
	Aineistolähteet.....	74
	Liitteet.....	76

1 JOHDANTO

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden¹ (2014, 17) oppimiskäsitystä kuvaava kappale alkaa lauseella, ”opetussuunnitelman perusteet on laadittu perustuen oppimiskäsitykseen, jonka mukaan oppilas on aktiivinen toimija”. Aktiivisen toimijuuden ja näin ollen myös toiminnallisuuden, voidaan nähdä olevan yksi opetussuunnitelman tärkeimmistä periaatteista, jolle kaiken peruskoulussa tapahtuvan opetuksen tulisi perustua. Mitä sitten on tämä toiminnallisuus ja millä tavoin sitä voidaan koulussa toteuttaa? Erityisesti matematiikan opetuksessa toiminnallisten työtapojen merkitys on erittäin suuri. Toiminnallisiksi työtavoiksi voidaan lukea esimerkiksi konkreettisilla välineillä työskentely. Välineiden avulla toimiessa oppilaan on helpompi ymmärtää opiskeltava matemaattinen käsite. Useat kasvatustieteellisen alan merkittävät vaikuttajat kuten Piaget (1976), Vygotsky (1978) ja Dewey (1957) ovat yhtä mieltä toiminnallisten työtapojen ja konkreettisten välineiden merkityksestä matematiikan opetuksessa ja oppimisessa.

Olen kiinnostunut erityisesti matematiikan opetuksesta ja siitä, miten oppimistuloksia ja oppimismotivaatiota voisi matematiikan osalta parantaa. Aiheena matematiikan oppiminen on ajankohtainen, sillä suomalaisten oppilaiden heikentyneistä matematiikan oppimistuloksista on uutisoitu useaan otteeseen muutaman vuoden sisällä. Helsingin Sanomissa 5.5.2018 julkaistussa artikkelissa Lilja (2018) kirjoittaa suomalaisten oppilaiden luottamuksen omiin matematiikantaitoihinsa olevan poikkeuksellisen heikkoa, eivätkä edes hyvät oppilaat koe osavansa matematiikkaa. Samaan aikaan kuitenkin elinkeinoelämän kysyntä matematiikan osaajista kasvaa jatkuvasti. Kansallisen koulutuksen arviointikeskuksen huhtikuussa 2016 julkaiseman tutkimuksen mukaan näyttää siltä, että peruskoulun päättävien oppilaiden matematiikan osaaminen on huolestuttavalla tasolla. Peruskoulun päättävistä oppilaista sekä pojat että tytöt ratkaisivat keskimäärin 43 % matemaattisia taitoja mittaavista tehtävistä oikein ja joissain osuuksissa prosenttiosuus oli jopa 26 %. (Julin & Rautopuro 2016, 4, 64.) Jokinen (2016, 17)

¹ Jatkossa käytän perusopetuksen opetussuunnitelman perusteista 2014 lyhennettä POPS 2014.

toteaa Tekniikan akateemisten jäsenlehdessä (3/2016) tutkimustuloksiin viitaten, että Suomeen tarvitaan matikkatalkoot, joihin jokaisen koulutusasteen toimijoiden täytyy osallistua. Helsingin Sanomissa 29.5.2016 julkaistussa artikkelissa Saarikoski (2016) kirjoittaa matematiikan taitojen ja opiskelumotivaation laskusta ja pohtii mitä ongelmalle voitaisiin mahdollisesti tehdä.

Opetushallituksen teettämän pitkittäistutkimuksen (Metsämuuronen 2013) mukaan sekä matematiikan osaaminen että asenteet matematiikan opiskelua kohtaan heikkenevät vuosiluokilta ylöspäin siirryttäessä. Metsämuurosen mukaan näyttää siltä, että suurin osaamisen lisäys matematiikan oppimisen suhteen tapahtuu peruskoulun ensimmäisten vuosiluokkien aikana. Metsämuuronen tulkitsee tutkimusta siten, että opetusmenetelmät ja -materiaalit vaikuttavat oppimistuloksiin merkittävästi ja myös opetusryhmällä on merkitystä. Yhteistoiminnallisten opetusmenetelmien käyttö parantaa sekä oppimistuloksia että motivaatiota. Opetusryhmien joustava muodostaminen näyttää myös tuottavan keskimäärin parempia oppimistuloksia kuin heterogeenisissä ryhmissä opiskelu. (Metsämuuronen 2013, 65, 231, 255.)

Helsingin Sanomien 5.5.2018 (Lilja 2018) julkaisemassa artikkelissa 64-vuotias matematiikan opettaja Maarit Rossi toteaa, että matematiikkaa on opetettu kouluissa samalla tavalla jo sata vuotta ja tuo tapa on aivan väärä. Rossin mukaan nykyinen matematiikan opetustapa vie oppilailta oppimisen ilon. Rossi tekee työtä nykyään yrittäjänä kertoen opettajille, miten heidän tulisi matematiikkaa opettaa. Mielekkään matematiikan oppimisen salaisuus on Rossin mukaan merkityksellisyys ja konkreettisuus. Oppilaiden tulee saada ratkoa arkielämään liittyviä ongelmia. Pro gradu tutkielmassani perehdyn matematiikan opetuksessa käytettävien käsitteenmuodostusvälineiden käyttöön ja siihen millainen merkitys niillä on oppimisen kannalta. Käsitteenmuodostusvälineillä tarkoitan konkreettisia käsin kosketeltavia välineitä, kuten kymmenjärjestelmävälineitä tai helminauhoja, joiden tarkoituksena on auttaa oppilasta konkretisoimaan matemaattisia käsitteitä ja tuomaan esille matemaattista ajatteluaan.

Tutkielmani aihe on merkityksellinen, sillä matematiikka on äidinkielen ohella yksi tärkeimmistä peruskoulussa opetettavista aineista ja se luetaan äidinkielen ohella

akateemisiin taitoihin. Matematiikan osaaminen vaikuttaa myös olennaisesti peruskoulun jälkeisiin opintoihin pyrkimiseen ja niissä menestymiseen. Helsingin Sanomissa 21.10.2018 julkaistussa jutussa Vesantola (2018) haastatteli ammattikoulun opettajia, joiden mukaan ammattikoulussa opiskelevien nuorten matematiikan taidot ovat hälyttävällä tasolla ja puutteita löytyy jo alakoulun sisältöjen hallinnasta. Näistä syistä on tärkeää tietää, mitkä tavat mahdollistavat oppiaineen käsitteiden ja sisällön oppimisen kestäväällä ja ymmärtävällä tavalla. Alakoulussa hankittu luja perusta matematiikan osaamiselle kantaa oppilasta pitkälle ammatillisiin opintoihin asti. Aihe on myös ajankohtainen, sillä suhteellisen tuore opetushallituksen pitkittäistutkimus (Metsämuuronen 2013, 65, 231, 255) osoittaa, kuinka matematiikan taidot ja motivaatio matematiikan oppimiseen heikkenevät vuosiluokilla ylöspäin siirryttäessä. Lisäksi heikentyneistä matematiikan taidoista ja oppimismotivaatiosta on myös viime aikoina esitetty useita huolestuneita kannanottoja eri medioissa (Saarikoski 2016; Jokinen 2016; Lilja 2018). Tutkielmani tarkoituksena on luoda selkeä tutkimuskirjallisuuteen pohjaava katsaus käsitteenmuodostusvälineiden merkityksestä alakoulun matematiikan opetuksessa. Toivon sen auttavan matematiikkaa opettavia opettajia valitsemaan opetuksensa opetustapoja, jotka tukevat parhaalla mahdollisella tavalla oppimista.

2 KÄSITTEENMUODOSTUSVÄLINEET OSANA TOIMINNALLISTA MATEMATIIKAN OPETUSTA

POPS:n (2014, 128, 234) mukaan konkreetilla ja toiminnallisuudella on merkittävä rooli matematiikan opiskelussa ja opetuksessa. Opetuksen tarkoituksena on kehittää oppilaiden taitoja ilmaista ajatteluaan monin eri tavoin kuten kirjallisesti, suullisesti ja konkreettisia välineitä tai piirroksia hyödyntäen. POPS:n (2014, 128, 234) matematiikan oppiaineen tehtävän kuvauksessa mainitaan heti toisessa lauseessa, että opetuksen tarkoituksena on luoda pohja matemaattisten käsitteiden ymmärtämiselle. Käsitteenmuodostusprosessi voidaan siis nähdä yhdeksi olennaisimmista peruskoulun matematiikan opetuksen tavoitteista. Opetuksessa tulisi hyödyntää myös eri aistikanavia. POPS:ssa (2014, 128, 235) korostetaan kielentämisen merkitystä matemaattisen ajattelun esittämisessä. Joutsenlahti (2003, 6) kirjoittaa, että oppilaan olisi hyvä saada kuvata matemaattista ajatteluaan oman kielensä kautta, eli kielentää ajatteluaan. Kielen käyttöön Joutsenlahti (2003, 1) liittyy kirjallisen ja sanallisen kuvaamisen lisäksi myös piirrokset, ilmeet, eleet ja symbolit. Tällä tavoin oppilas myös rakentaa käsitettä mielessään. Kielentämisen avulla opettaja saa arvokasta tietoa oppilaan ajatteluprosessista.

2.1 Toiminnallisista opetus- ja oppimismenetelmistä matematiikan opetuksessa

Toiminnallisia opetus- ja oppimismenetelmiä voi lähestyä useasta eri näkökulmasta. Yhteistä kaikilla toiminnallisilla menetelmillä on kuitenkin se, että oppilas on niissä aktiivinen toimija ja oppimisprosessi tapahtuu toiminnan ohessa. POPS:ssa (2014, 130, 236) mainitaan matematiikan opetuksen toteutuksessa erilaisia toiminnallisia menetelmiä ja korostetaan sitä, kuinka matematiikkaa tulisi opiskella monipuolisilla tavoin. Yhtenä tärkeänä opetusmenetelmänä nähdään pelit ja leikit.

Leikillisyyden ja pelillisyyden käsitteet ovat melko lähellä toisiaan ja englanniksi niistä käytetäänkin samaa termiä *playfulness* (Kangas 2014, 82-83). Myös Harju ja Multisilta (2014, 156) käyttävät leikillisyyttä ja pelillisyyttä artikkelissaan synonyymien tavoin. Leikillinen oppiminen on informaalia oppimista, mutta leikillisyyttä voidaan hyödyntää myös opetussuunnitelman mukaisessa formaalissa matematiikan oppimisessa ja opetuksessa. Kankaan (2014, 84-85) mukaan monet tutkimukset leikillisistä ja pelillisistä oppimisympäristöistä vastaavat tarpeeseen ottaa koko keho mukaan oppimiseen. Leikilliset oppimisympäristöt ovat usein myös yhteisöllisiä, joten oppimiseen tulee näin myös sosiaalinen ulottuvuus, joka tukee matematiikan oppimista. Oleellisia tekijöitä, jotka tekevät leikistä leikkiä, ovat tekemisen ilo sekä luovuus ja spontaanisuus. Tämä kuvaus leikistä toimintana vastaa hyvin myös POPS:n (2014, 128, 234) matematiikan oppiaineen tehtävään kirjattua tavoitetta, jonka mukaan opetuksen on tarkoitus kehittää oppilaan luovaa matemaattista ajattelua. Kangas (2014, 87) nostaa kuitenkin esiin myös näkökulman, jonka mukaan leikkiminen itsessään ei tuo kouluoppimiseen lisäarvoa. Leikilliset oppimisympäristöt tulisi aina rakentaa ensisijaisesti pedagogisesta näkökulmasta, jolloin leikki tukee formaalia oppimista. Harjun ja Multisillan (2014, 154) mukaan oppimisympäristöt voivat parhaimmillaan tarjota oppimista tukevan ja lapsia innostavan välineen opetuksen toteuttamiseen.

Viidan ja Alkion (2014, 227, 231) mukaan pelipedagogiset toimintatavat yleistyvät opetuksessa, sillä niiden käytölle on selkeä yhteiskunnallinen tarve ja yhteiskunnalliset muutokset edellyttävät uusien toimintatapojen käyttöön ottoa. Opetuspeliä on monenlaisia, mutta niistä kenties yleisimmäksi nyky-yhteiskunnassa nousevat erilaiset teknologiset peliympäristöt. Salakarin (2009, 20) mukaan teknologiset oppimisympäristöt perustuvat tekemiseen. Myös Viita ja Alkio (2014, 231) ovat samoilla linjoilla ja nostavat esille näkemyksen, jonka mukaan pelit toimivat myös konkretisointivälineinä ja monipuolistavat opetusta. Myös Kultima (2014, 133-134) puoltaa pelien positiivista vaikutusta oppimiseen. Hänen mukaansa peleihin usein liittyvät negatiiviset mielleyhtymät johtuvat ymmärryksen ja tiedon puutteesta. Lipposen, Rajalan ja Hilpön (2014, 146-147) mukaan oppimispelit avaavat oppimistilanteisiin uusia toimintamahdollisuuksia, mutta niiden vaikutuksista lapsiin tulisi olla hyvin tietoinen. Pelien suunnittelijoiden pitäisi heidän mu-

kaansa olla tietoisia pelien vaikutuksista paitsi oppimiseen, myös oppijoiden maailmankuvaan. Oppimispelit pitäisi suunnitella niin, että ne tukevat pedagogisen tavoitteen saavuttamista.

Opetushallituksen pitkittäistutkimus osoittaa, kuinka oppilaiden motivaatio matematiikan opiskeluun laskee vuosiluokilla ylöspäin siirryttäessä (Metsämuuronen 2013, 231). Lehtinen, Lehtinen ja Brezovszky (2014, 52) toteavat artikkelissaan, että motivaation ja oppimistulosten parantaminen matematiikan opetuksessa pelillisin keinoin on kiinnostava mahdollisuus. Oikeanlaisten pelien kehittäminen ei ole kuitenkaan yksinkertaista ja tarvitaan lisää tutkimustuloksia, jotta matematiikan oppimispelien vaikutuksesta oppimiseen ja oppimismotivaatioon saadaan luotettavaa tietoa. Myös Vesterinen ja Mylläri (2014, 56-59) pohtivat sitä, millaista lisäarvoa pelit tuovat opetukseen. Heidän mukaansa pelien avulla voidaan lisätä oppilaan motivaatiota ja lisätä tämän vaikutusmahdollisuuksia omaan oppimisprosessiinsa. Pelien avulla palaute omasta suoriutumisesta on mahdollista saada välittömästi ja sitä pystyy konkreettisesti seuraamaan. Crain (2016, 207) esittelee teoksessaan Banduran (1986) näkökulmaa oppimiseen. Banduran mukaan motivaatioon liittyy olennaisena osana palkkio. Salakarin (2009, 47, 51) mukaan pelit mahdollistavat sen, että oppija saa suoriutumisestaan suoran palautteen, mikä parantaa opiskelumotivaatiota. Palaute voidaan nähdä Banduran kuvaamaksi motivaatiota lisääväksi palkkioksi. Näin pelillisillä oppimistavoilla voitaisiin mahdollisesti parantaa myös oppimismotivaatiota ja vastata POPS:n (2014, 128, 234) asettamaan tavoitteeseen, jonka mukaan matematiikan opetuksen tulisi tukea myönteisen asenteen muodostumista matematiikkaa kohtaan. Yhteisöllisillä pelillisillä oppimistavoilla oppilas saa palautetta myös muilta oppilailta ja opettajalta, mikä edistää myönteisen asenteen syntymistä.

Krokfors ym. (2014, 67) kuvaavat oppimispeljä osallistaviksi oppimisympäristöiksi. Heidän mukaansa pelit mahdollistavat oppiainerajat ylittävän oppimisen ja luovat oppimiseen vuorovaikutteisuuutta. Myös POPS:n (2014, 20) laaja-alaisissa tavoitteissa mainitaan, että opetuksen tulisi olla kokonaisvaltaista ja eri tiedonalat ylittävää. Krokforsin ym. (2014, 69-70) mukaan digitaaliset oppimisympäristöt ovat vain yksi esimerkki pelillisestä oppimisympäristöstä. Pelillisenä oppimisympä-

päristönä voi toimia myös fyysinen ympäristö, jolloin oppimiseen tulee myös kehollinen ulottuvuus. Myös digitaalista ja fyysistä oppimisympäristöä yhdistäviä pelisovelluksia on kehitteillä. Ängeslevän (2014, 118) mukaan maailman maineeseen noussut rakentelupeli Minecraft on onnistunut siinä, mitä oppimispelien kehittäjät ovat jo vuosia yrittäneet. Vaikka kyseessä ei olekaan varsinainen oppimispeli, saa se pelaajat oppimaan ja kehittymään tekemällä ja yhteisöllisesti toimimalla. Ängeslevä (2014, 121-123) kuvaa Minecraft-pelisovellusta avoimeksi peliympäristöksi. Hänen mukaansa oppimispelien ongelmana on usein luovuuden aspektin puuttuminen. Pelaajan motivaatio kärsii, jos hän joutuu peliä pelaessaan etenemään täysin ennalta määrätyn kaavan mukaan. Minecraft on esimerkki pelistä, jossa pelaajalla on mahdollisuus toteuttaa itseään ja vaikuttaa pelin lopputulokseen. Ängeslevä toteaa, että avoimet pelialustat tuottavat haasteita opetuksen kannalta, sillä pelaajien vapaasti valitsemat ratkaisumallit eivät välttämättä ole pedagogisesti tarkoituksellisia. Lipponen ym. (2014, 150) kuitenkin toteavat, ettei pelien mukanaan tuomia ennakoimattomia seurauksia tarvitse välttämättä tulkita ongelmina. Oppilaiden kanssa keskustelemalla voidaan päästä lopputulokseen, joka sallii oppilaalle luovat ratkaisumallit ja tukee samalla pelin pedagogista tarkoitusta. Ketamon, Koiviston ja Koiviston (2014, 244-245) mukaan pelien tuloksellinen käyttö opetuksessa vaatii opettajalta usein oppimisprosessin uudelleen suunnittelua. Onnistunut pelien opetuskäyttö kuitenkin aikaansaa opettajan resurssien vapautumisen henkilökohtaiseen ohjaukseen ja opetukseen.

Pelien ja leikkien lisäksi toiminnallisiksi opetustavoiksi voidaan laskea myös konkreettisten välineiden käyttö, sillä välineillä operoidessa oppilas on aktiivinen toimija. Konkreettisia välineitä voidaan käyttää myös pelillisissä oppimisympäristöissä ja usein pelit sisältävätkin selkeitä konkreettisia elementtejä kuten esimerkiksi pelinappuloita ja leikkirahoja. Konkretian ja välineiden käyttöä korostetaan POPS:n (2014, 128, 130) matematiikan oppiaineen kohdalla voimakkaasti. Harjun ja Multisillan (2014, 155-156) mukaan oppimisen tukena on syytä käyttää erilaisia välineitä. Konkreettiset välineet voivat olla esimerkiksi leluja tai oppimateriaaleja. Mentaalisilla välineillä taas tarkoitetaan asioille annettuja merkityksiä. Delano Moore (2014, 1) kiteyttää välineiden olevan konkreettisia objekteja, joita voi tarkastella ja käsitellä fyysisesti konkreettisen mallin luomiseksi. Bouck ja Park

(2018, 66) taas kirjoittavat konkreettisilla välineillä tarkoitettavan yleensä käsin kosketeltavia esineitä, joilla voidaan auttaa oppilaita ratkaisemaan matemaattisia ongelmia. Dominon (2010, 3) mukaan fyysisiä oppimisvälineitä voidaan käyttää matematiikan opetuksessa monin eri tavoin. Välineet tarjoavat oppilaalle mahdollisuuden käsitellä kolmiulotteista esinettä konkreettisesti ja luoda sen avulla visuaalinen malli abstraktista asiasta. Konkreettisia välineitä käytetäänkin alakoulun matematiikan opetuksessa abstraktien asioiden ymmärtämisen avaamisessa. Delano Mooren (2014, 1) mukaan välineiden käyttö matematiikan opetuksessa lisää kiinnostusta ja iloa matematiikan oppimista kohtaan. Hänen mukaansa oppilaat, jotka saavat käyttää välineitä oppimisen tukena, ovat myös kiinnostuneempia matematiikasta. Delano Moore toteaa useiden psykologian ja pedagogiikan asiantuntijoiden suositelleen konkreettisten välineiden käyttöä matematiikan opetuksessa jo 1800-luvulta alkaen. Domino (2010, 8-9) viittaa myös Brunerin (1977) ja Dienesin (1973) käsityksiin matematiikan oppimisesta. Heidän mukaansa välineet ovat tärkeässä osassa ymmärtävää oppimista. Myös Dewey (1963, 63) toteaa, että oppimisen kannalta oppijan aktiivisuus on yksi tärkeimmistä oppimiseen vaikuttavista tekijöistä. Hänen mukaansa aktiivisessa toiminnassa käytetään aivojen lisäksi myös käsiä ja muita vartalon jäseniä.

Konkreettisen välineiden käyttö matematiikan opetuksessa ei ole uusi ilmiö. Domino (2010, 5) kirjoittaa, että ihmiset ovat käyttäneet välineitä matemaattisen ajattelun konkretisoimiseen jo aikojen alusta lähtien. Numeroiden kuvastamiseen on käytetty muun muassa sormia, kiviä ja köyteen sidottuja solmuja. Dominon mukaan jo 1800-luvun alussa sveitsiläinen pedagogi Johan Heinrich Pestalozzi korosti konkreettisten välineiden arvoa matematiikan oppimisessa ja opettamisessa. Pestalozzin mukaan oppilaan täytyy oppia käsittelemään konkreettisia ideoita ennen abstrakteja. Hänen näkemyksensä mukaan oppilaat myös oppivat aktiivisen toiminnan, eivät sanojen avulla. Lähes sata vuotta myöhemmin italialainen pedagogi Maria Montessori taas uskoi, että oppilaat oppivat oivaltamaan asioita konkreettisia välineitä käsittelemällä. Montessori kehitti myös useita matematiikan opetukseen käytettäviä välineitä, joiden peruseriaatteena oli ohjata oppilasta toistojen ja oman toiminnan ohjauksen kautta ymmärtämään uusia käsitteitä. (Domino 2010, 5-6.) Domino (2010, 7) viittaa Piaget'n todetessaan 7-11-vuotiaiden oppilaiden tarvitsevan ajattelunsa tueksi käsitteenmuodostusvälineitä

(konkreettiset välineet), sillä heillä ei ole vielä kykyä ymmärtää abstrakteja matemaattisia käsitteitä. Myös Delano Moore (2014, 2) viittaa Dienesin (1960) kymmenien vuosien takaisin ajatuksiin konkreettisten välineiden käytöstä matematiikan opetuksessa. Dienesin mukaan välineitä käyttävä oppilas oppii todennäköisemmin ymmärtämään yhteyden reaali maailman ja matematiikan abstraktin maailman välillä.

Joutsenlahden (2003, 6) mukaan myös kielentäminen on tärkeä osa käsitteen konstruointiprosessia, eli sanallistaessaan ajatuksiaan muille, oppilas jäsentää niitä myös itselleen. POPS:n (2014, 128, 234) tavoitteiden valossa kielentäminen voidaan nähdä erittäin oleellisena toimintatapana matematiikan opiskelussa. Joutsenlahti (2003, 7) korostaa myös opettajan roolin merkitystä matemaattisen ajattelun kielentämisessä. Jos opettaja kannustaa oppilaita kuvaamaan ajatuksiaan myös epäformaalilla tavalla, hän saa oppilaiden ajattelusta tärkeää tietoa, joka auttaa häntä opetuksen suunnittelussa. Opetussuunnitelmassa (POPS 2014, 128, 235) matematiikan opetuksen tavoitteiksi on asetettu, että oppilas esittää ratkaisujaan ja päättelyään usein eri tavoin myös suullisesti ja kirjallisesti. Tämä tavoite sopii yhteen Joutsenlahden näkemyksen kanssa kielentämisen tärkeydestä.

Joutsenlahden (2003) näkemykset kielentämisen merkityksestä matematiikan oppimisessa saavat tukea Vygotskylta (1978). Vygotsky (1978, 25, 28) korostaa kielentämisen merkitystä oppilaan kognitiivisen kehityksen kannalta. Hänen mukaansa merkittävin vaihe lapsen älyllisessä kehityksessä on silloin, kun lapsi oppii toimimaan ja käyttämään kieltä samanaikaisesti. Kielen käyttö toiminnan tukena alkaa lapsilla spontaanisti. Lapsi alkaa sanoittaa tekemistään toiminnan ohella erityisesti silloin, kun toiminta muuttuu haastavaksi. Lapset eivät kuitenkaan käytä puhetta ainoastaan toimintansa kuvaamiseen, vaan myös ongelmanratkaisuprosessissa ajattelun tukena. Sanallistaminen näyttää tukevan ongelmanratkaisua ja lapset pystyvät kieltä käyttämällä selviytymään vaikeammista tehtävistä kuin ilman sitä. Crain (2016, 235, 237) on tulkinnut Vygotskyn (1934) ajatuksia kielen merkityksestä toiminnan ohjaamisen kannalta. Crain viittaa Vygotskyn ajatuksiin todeten, että pienille lapsille yleistä on egosentrinen puhe, jolla tarkoitetaan sitä, että lapsi puhuu ääneen ajatuksensa. Hän ikään kuin ohjaa

sillä tavalla omaa toimintaansa. Kouluiän lähestyessä puhe muuttuu sisäiseksi, eli äännettömäksi, mutta vaikeita tehtäviä kohdatessaan pieni alakoululainenkin voi turvautua ohjaamaan toimintaansa ääneen. Crain (2016, 2006-2007) kuvaa myös Banduran (1971) ajattelua kielentämisen näkökulmasta. Banduran mukaan muisti on keskeisessä osassa oppimista. Ihminen muistaa nähneensä miten jokin asia tehdään ja pystyy näin ohjaamaan itseään tämän mallin mukaan suorittaessaan itse kyseistä toimintoa. Pienillä lapsilla tällainen itsensä ohjaaminen on vaikeaa, sillä ajattelu ei ole kehittynyt vielä tarpeeksi. Siksi lapsia on suotavaa ohjata sanoittamaan, eli kielentämään toimintaansa. Joutsenlahti (2003, 9) on samaa mieltä kielentämisen tärkeydestä ja toteaa, ettei kouluissa olla kiinnitetty riittävästi huomiota kielentämisen opetteluun matematiikan tunneilla. Taitoa tarvitaan kuitenkin työelämässä, jossa työntekijän on usein osattava toimia tiimin jäsenenä ja kuvattava omaa ajatteluaan muille.

2.2 Näkökulmia matematiikan opetuksen perinteisiin

Dewey (1963, 18) kirjoittaa koulun olevan täysin erilainen, kuin mikään toinen sosiaalinen ympäristö. Siellä oppilaiden on oltava säyseitä, vastaanottavaisia ja kuuliaisimpia. Oppikirjat edustavat tietoa ja oppilaat oppivat opettajan kautta. Deweyn kuvauksen mukaista opetustapaa voidaan pitää perinteisenä opetustapana, sillä vastaavanlaiset kuvaukset nousevat esiin eri vuosikymmeninä kirjoitetuissa opetustilanteiden kuvauksissa. Leinon (1997, 46-47) mukaan matematiikan opetus on usein hyvin teoreettista ja asiayhteyteen sitomatonta. Tämä johtaa siihen, että oppijoiden käsitys matematiikasta muotoutuu teoreettiseksi. Perkkilän, Joutsenlahden ja Sareniuksen (2018, 346) mukaan tutkimuksilla on pystytty osoittamaan, että opetusta toteutetaan vielä nykyäänkin pääasiassa opettajajohtoisesti ja oppikirjalla on opetuksessa jopa opetussuunnitelmaa suurempi rooli. Leinon (1997, 46-47) mukaan tällainen matematiikan opetuksen tapa on virheelinen ja yksipuolinen. Se myös periytyy opettajien kautta oppilaille, sillä opettaja toistaa samaa yksipuolista opetustapaa, jolla häntä on itseään opetettu. Leino

kutsuu perinteiseksi matematiikkakäsitykseksi käsitystä, jonka mukaan matematiikka on tietojärjestelmä, joka tarjoaa objektiivista, virheetöntä ja universaalista tietoa. Jos opettajan käsitys matematiikasta on tämänkaltainen, se näkyy myös hänen suosimissaan opetustavoissa. Tällöin oppilaiden omien käsitysten ja uskusten käsittelylle ei jää opetuksessa juurikaan tilaa, mikä aiheuttaa oppilaissa mielenkiinnon puutetta ja tyytymättömyyttä. Leinon näkemys tukee Deweyn (1963, 27-28) ajatusta oppimiskokemuksista. Deweyn mukaan kaikessa opetuksessa on kyse kokemusten tarjoamisesta, mutta kokemukset voivat olla myös vääränlaisia. Deweyn mukaan perinteiden valmiin tiedon ulkoa opettelu tarjoaa vääränlaisia kokemuksia, jotka pahimmillaan estävät uuden oppimisen tulevaisuudessa. Deweyn (1963, 28, 38) mukaan oikeanlaiset kokemukset kytkeytyvät aiempiin kokemuksiin ja herättävät halun oppia lisää. Joutsenlahti (2003, 1) taas nostaa esiin näkemyksen, jonka mukaan laskulausekkeiden esitystavat ovat persoonattomia ja yksipuolisia. Joutsenlahti esittää tällaisen kuvaamistavan olevan ongelmallinen ymmärryksen kannalta. Ensinnäkään opettaja ei perinteisellä tavalla esitetystä laskulausekkeesta kykene ymmärtämään oppilaan ajatteluprosessia tehtävän aikana, eikä esitystapa auta myöskään tehtävää ymmärtämättömyyttä toista oppilasta ymmärtämään mistä on kyse. Myös Piaget (1976, 80, 84) korostaa konkreettisen toiminnan merkitystä erityisesti alakouluikäisten oppilaiden matematiikan opetuksessa. Hänen mukaansa abstraktin ajattelun oppiminen on tärkeää, mutta on täysin hyödytöntä pyrkiä opettamaan sitä ilman konkreettisen toiminnan vaihetta. Hänen mukaansa konkreettisen toiminnan puuttuminen matematiikan opetuksesta on syynä siihen, että kaikki oppilaat eivät opi matematiikkaa.

POPS (2014) näyttäisi pohjaavan pitkälti konstruktivistiseen oppimiskäsitykseen, jossa oppilaan oma toiminta nähdään oppimisen kannalta merkittäväksi tekijäksi. Linnilän (2011, 76) mukaan näyttää jopa siltä, että konstruktivistinen oppimiskäsitys on julistettu nyky-yhteiskunnassa ainoaksi oikeaksi käsitykseksi. Aiemman behavioristisen suuntauksen mukaan tieto nähtiin oppijasta irrallisena osana, jolloin opettajan rooli tiedon siirtäjänä korostui (Leino 1997, 40-43). Konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaan taas oppilas rakentaa ajatteluaan aikaisempien kokemustensa ja käsitystensä pohjalta. Uusia käsitteitä kohdatessaan oppilas

siis liittää ne entisiin ja rakentaa tällä tavalla uutta tietoa. Oppiminen on siis aktiivinen prosessi, joka tapahtuu oppilaan oman toiminnan kautta. (Ikäheimo, Aalto & Puumalainen 1998, 8.) Deweyn (1963, 27) mukaan oppimisen kannalta olennaista on löytää polku, jonka kautta aiemmat kokemukset liittyvät uutena opittavaan tietoon. On tärkeää pyrkiä etsimään sellaisia kokemuksia, joiden pohjalta herää uusia kysymyksiä ja ongelmia. Opettajan on siis osattava katsoa sekä tulevaisuuteen että menneeseen löytääkseen optimaalisen oppimisen polun (Dewey 1963, 75).

Leino (1997, 40-43) kirjoitti 1990-luvun lopulla, että konstruktivistinen oppimiskäsitys muuttaisi matematiikan opetusta merkittävästi. Hänen mukaansa behavioristinen oppimiskäsitys näkyi yhä matematiikan opetuksessa 1990-luvulla varhaiskasvatuksesta lähtien ja myös oppikirjat oli rakennettu tämän ajatusmallin pohjalta. Vuosikymmen myöhemmin Salakari taas (2009, 31-33) mainitsee yleisten oppimiskäsitysten muuttuneen yhteiskunnallisten muutosten seurauksena. Tiedon ulkoa opetteluun merkitys on vähentynyt, sillä tieto on nykyään helposti saatavilla internetissä. Suuren tietomäärän korostamisen sijaan painotetaan oman kokemuksen merkitystä ja sosiaalisessa vuorovaikutuksessa toimimista. Salakarin huomio muuttuneista oppimiskäsityksistä koskee myös matematiikkaa, sillä POPS:ssa (2014128, 234) korostetaan matematiikan opetuksen osalta juuri kykyä käsitellä tietoa ja ratkaista ongelmia yksittäisten laskusuoritusten teknisen osaamisen sijaan. Kun oppilas havainnoi ympäristöään matemaattisesta näkökulmasta, hän löytää oppimilleen asioille vastaavuuden todellisesta maailmasta. Leinon (1997, 40-43) mukaan edellä mainittu tukee hyvin ymmärtämistä, sillä tällaisessa oppimistilanteessa oppija on aktiivisena toimijana ja omistaa oman oppimisensa. Kun asian pystyy toteamaan ja järjelemään omaa päättelykykyään käyttäen, sen todenmukaisuudesta on helppo vakuuttua. Myös Dewey (1963, 21, 64) totesi jo vuosikymmeniä sitten, että oppimisen kannalta yksi tärkeimmistä asioista on periaate, jonka mukaan oppilas on aktiivinen toimija ja oman oppimisensa subjekti. Oppimista tapahtuu, kun opittavat asiat ovat merkityksellisiä oppijalle. Kokemuksellisuuteen ja toiminnallisuuteen pohjaava opetus mahdollistaa merkitysten luomisen.

Dewey (1963, 71-72) nostaa esiin näkemyksen, jonka mukaan konstruktivistisessä opetustavassa on myös väärin tulkitsemisen mahdollisuus. Opettajan täytyy ymmärtää, että vaikka oppilas on aktiivinen toimija, myös opettajan panosta tarvitaan. Opettajan rooli on ohjata oppilaita siten, että he oppisivat muodostamaan omat käsityksensä asioista. Opettaja ei siis opeta omia käsityksiään, vaan auttaa oppilaita ajattelemaan itsenäisesti. Opettajan rooli on tärkeä, sillä osataksseen ohjata oppilaita oppimaan, hänen tulee tuntea oppilaat läpikotaisin. Opettajan on oltava tietoinen oppilaan tarpeista, kyvyistä ja aiemmista kokemuksista, joiden pohjalle uutta tietoa on mahdollista rakentaa. Piaget (1976, 76-77) kyseenalaistaa perinteisen opettajajohtoisen opetuksen hyödyllisyyden oppilaiden tulevaisuuden kannalta. Hän kysyy, tarjoaako perinteinen kouluopetus oppilaille mahdollisuuden kehittyä itsenäisiksi ja aktiivisiksi ajattelijoiksi. Piaget'n mukaan suuri osa koulussa opitusta tiedosta unohtuu ja tähän on mahdollisesti syynä liian suuri oppimäärä. Hän ehdottaa oppiainesisällön pienentämistä, jotta oppilailla olisi mahdollisuus oppia ymmärtävällä tavalla siten, että opitut asiat myös pysyisivät mielessä. Tärkeintä on saavuttaa taito oppia ja herättää uteliaisuus oppimista kohtaan.

Puura, Ollila ja Räsänen (2004, 101) kuvaavat matematiikan opetuksen olevan perusopetuksen ensimmäisillä luokilla hyvin kokonaisvaltaista, kokemuksellista ja lapsen omaa oivaltamista tukevaa. Tutkimusten mukaan alakoulun ensimmäisiä luokkia käyvät lapset yleensä pitävät matematiikasta ja kokevat sen olevan lähellä omaa kokemusmaailmaansa. Ylemmillä luokka-asteilla konkreettisten havainnollistamisvälineiden käyttö yleensä vähenee ja oppiakseen oppilaan tulisi ymmärtää matemaattisia symboleita. Kun konkreettisia havainnollistamiskeinoja ei käytetä, oppilas ei opi luomaan matemaattisista ongelmista mielikuvia, jotka auttaisivat häntä ymmärtämään tehtävän ja ratkaisemaan sen. Tällöin matematiikka siirtyy kauemmas oppilaan henkilökohtaisesta kokemusmaailmasta ja he kokevat sen usein hyvin ulkokohtaisena. Tämä väite tukee opetushallituksen pitkittäistutkimuksen tuloksia, joiden mukaan suurin osaamisen lisäys matematiikan oppimisessa tapahtuu ensimmäisten vuosiluokkien aikana (Metsämuuronen 2013, 65). Puura ym. (2004, 101) painottavat opetusmenetelmien tärkeyttä erityisesti kielellisistä vaikeuksista kärsivien oppilaiden kohdalla. Kielellisistä vaikeuksista kärsiviä oppilaita on merkittävä osa jokaisella peruskoulun vuosiluokalla.

Jos oppilaalla on kielellisiä vaikeuksia puhutun ja kirjoitetun kielen ymmärtämisen ja käsittelyn osa-alueella, vaikuttaa konkreettisten välineiden käytön lopettaminen selkeästi matematiikkaan liittyvien ymmärtämisen ongelmien lisääntymiseen. Puura ym. (2004) painottavat, että jos halutaan ehkäistä näiden oppilaiden ongelmien siirtyminen luettavista oppiaineista kuten äidinkielestä ja reaaliaineista vielä matematiikkaankin, olisi suotavaa käyttää konkreettisia välineitä ymmärtämisen tukena niin paljon kuin mahdollista.

2.3 Perusteita toiminnallisten oppimistapojen käytölle matematiikan opiskelussa

Metsämuurosen (2013, 338) mukaan matematiikan oppimisessa keskeisintä on ymmärtäminen. Ymmärtämisen tukena on käytettävä innostavia oppimistapoja kuten erilaisia pelejä, projektitöitä, ongelmanratkaisua ja muita monipuolisia opetusmenetelmiä. Linnilän (2011, 72-73) mukaan oppilas oppii toimimalla yhdessä muiden kanssa ja oppimista voisi kuvata myös yhteiseen toimintaan osallistumisen sivutuotteeksi. Lasten sosiaalisen vuorovaikutuksen keskiössä on aina tekeminen ja yhdessä toimiminen. Näin ollen yhteistoiminnallisesti toteutettu oppiminen voidaan nähdä erittäin lapsilähtöiseksi tavaksi toimia. Koska POPS (2014) painottaa useaan otteeseen toiminnallisten työtapojen käyttöä opetuksessa, täytyy toiminnallisille opetus- ja oppimistavoille löytyä myös tieteellinen peruste. Seuraavaksi käsittelemme toiminnallisten työtapojen käyttöä oppimisen kannalta.

2.3.1 Toiminnallisten opetustapojen vaikutuksesta oppimiseen

Metsämuuronen (2010, 123) tuo mielenkiintoisen näkökulman toiminnallisten menetelmien käyttöön matematiikan opetuksessa. Hänen tutkimuksessaan kävi ilmi, että sekä heikoimmat että parhaimmat oppilaat menestyivät matematiikan opinnoissa parhaiten, mikäli koulun oppilaiden lähtötaso matematiikan osaami-

sen suhteen oli heikko. Metsämuurosen mukaan on todennäköistä, että tämä johdetaan käytetyistä opetusmenetelmistä. Tähän ja aiempiin tutkimustuloksiin viitaten hän arvioi, että lähtötasoltaan heikommassa koulussa käytetään matematiikan opetuksen tukena enemmän konkreettisia välineitä, jotka auttavat sekä heikompia että matemaattisesti taitavia oppilaita oppimaan paremmin. Tämä näkökulma tukee Dominon (2010, 8-9) mukaan Dienesin (1973) ja Brunerin (1977) käsitystä matematiikan oppimisesta. Heidän mukaansa välineet ovat välttämätön osa ymmärtävää oppimista. Domino (2010, 12, 89) toteaa ymmärtävän oppimisen helpottavan tulevaa oppimista.

Vygotsky (1978, 86-98) tuo oppimisteoreettiseen tarkasteluun merkittävän käsitteen, lähikehityksen vyöhykkeen. Lähikehityksen vyöhykkeellä Vygotsky tarkoittaa aluetta, joka jää tehtävästä itsenäisen suoriutumisen ja avustetun suoriutumisen väliin. Kaksi oppilasta voi olla todellisen kehityksen tasoltaan täysin samalla tasolla suoriutuen itsenäisesti saman ikätason tehtävistä. Kuitenkin toinen oppilas voi suoriutua ikätoverin, välineiden tai aikuisen avulla, jopa neljä vuotta todellista tasoaan haastavammista tehtävistä, kun taas toinen vain vuotta todellista ikätasoaan haastavammista tehtävistä. Vygotskyn mukaan mitä suurempi alue jää itsenäisen suoriutumisen ja avustetun suoriutumisen väliin, sitä suurempi on oppimispotentiali, eli lähikehityksen vyöhyke. Lähikehityksen vyöhykkeen merkitys on suuri, sillä oppimista tapahtuu tehokkaimmin juuri tuolla alueella. Opettaminen, joka perustuu oppilaan nykyiseen kehitystasoon, on hyödytöntä, eikä vie kehitystä eteenpäin. Hyvää oppimista on ainoastaan sellainen oppiminen, joka vie kehitystä eteenpäin. Oppimista siis tapahtuu tehokkaimmin, mikäli oppilas käyttää tehtävästä suoriutumiseen apuvälineitä, eli toimii lähikehityksen vyöhykkeellä. Apuväline voi olla konkreettinen väline tai toinen ihminen, jonka kanssa on mahdollista käydä keskustelua tehtävän suorittamisesta. Lähikehityksen vyöhyke tukee siis käsitystä oppimisen toiminnallisuudesta. Linnilä (2011, 71) toteaa lähikehityksen vyöhykkeellä toimimisen myös kaikkein motivoivimmaksi oppimistilanteeksi. Hänen mukaansa oppilaan motivaatio on suurimmillaan silloin, kun hän joutuu ponnistelemaan, mutta on hyvin hänellä saavutusta. Onnistuessaan oppilas kokee tällöin oppimisen iloa.

Vygotskyn (1978) ajattelu edustaa sosiokonstruktivistista oppimiskäsitystä, jossa korostetaan oppijan oman toiminnan merkitystä oppimisprosessin kannalta. Uusikylä ja Atjonen (2005, 20-21) kirjoittavat teoksessaan, konstruktivismin tuovan opetukseen arvokkaan lisän. Opettajan roolia ei tulisi heidän mukaansa kuitenkaan väheksyä. Vaikka oppilas nähdään konstruktivistisen oppimiskäsityksen valossa itsenäisenä toimijana, ei se poista opettajan ja opetuksen merkitystä oppimisprosessin kannalta. Taitava opettaja osaa valita kulloiseenkin tilanteeseen sopivan tavan opettaa ja antaa oppilaille riittävästi vapautta. Opettaja ei voi koskaan luopua vastuullisesta roolistaan opetuksessa, vaikka oppilaista tulisi yhä itsenäisempiä. Kilpatrick, Swafford ja Findell (2001, 12) korostavat teoksessaan opettajan ammatillisen osaamisen merkitystä matematiikan oppimisen kannalta. Oppilaiden oppiminen riippuu heidän mukaansa siitä, kuinka hyvät opettamisen taidot opettajalla on. Opettajat eivät opi itsestään mitkä ovat parhaita tapoja opettaa matematiikkaa, vaan heitä täytyy kouluttaa. Opettajien tulisi kehittää jatkuvasti tietojaan ja taitojaan, jotta heidän opetuksensa olisi laadukasta ja tuottaisi hyviä oppimistuloksia. Polly (2015, 574-575, 577) kirjoittaa tutkimusartikkelissaan opettajien ammatillisen kouluttautumisen vaikuttavan siihen, miten he toteuttavat matematiikan opetusta ja millaisia tehtäviä he oppilaille tarjoavat. Tutkimuksen mukaan täydennyskoulutukseen osallistuneet opettajat tarjosivat oppilaille enemmän mahdollisuuksia itse toimimiseen ja ajatteluun. Verrokkiopettajat taas suosivat perinteisiä opettajajohtoisia opetustapoja. Opettajat, jotka eivät olleet käyneet täydennyskoulutusta, kysyivät oppilailta usein suljettuja kysymyksiä, jotka eivät aktivoineet oppilaan omatoimista ajatteluprosessia, sillä niihin oli olemassa vain yksi oikea vastaus. Myös Dewey (1963, 40-42) painottaa opettajan merkitystä oppimistilanteessa. Opettajan tulee tuntea oppilaansa ja osata ohjata heitä heidän tarpeidensa ja kykyjensä mukaan kohti itse oivaltamista. Deweyn mukaan tällä tavoin opettaminen ei ole suinkaan perinteistä tapaa helpompaa. Opettajan on ymmärrettävä mitä oppilaat ovat juuri tällä hetkellä alttiita oppimaan ja miten heitä voidaan ohjata siten, että heidän oma ajattelusta kehittyy. Adler (2007, 126) taas nostaa esille myös matemaattisista oppimisvaikeuksista kärsivien oppilaiden oppimisen. Myös heidän on tärkeää saada kokea toimivansa itsenäisesti. Opettajan on osattava tarjota oikeanlaisia pedagogisia oppimisvälineitä, jotka tukevat itsenäisyyttä oppimisessa. Crain (2016, 241) vertaa kahden tutun kehityspsykologin näkemyksiä hyvästä oppimisesta. Piagét'n (1969) mukaan oppilas kehittyy

spontaanisti itse toimien ja ajatteluaan rakentaen. Hän kritisoi opettajajohtoista opetusta, jossa tieto ikään kuin kaadetaan oppilaan päälle. Piagét jatkaa toteamalla, että opettajat puhuvat usein abstrakteista aiheista, jotka ovat täysin oppilaiden ymmärryskyvyn ulottumattomissa. Oppilas vaikuttaa oppineen, sillä hän toistaa ulkoa opettajan sanoman, vaikka ei ole todellisuudessa ymmärtänyt sen sisältöä. Vygotsky (1934) oli osittain samoilla linjoilla Piagét'n kanssa, mutta näki opettajan roolin kuitenkin erittäin tärkeäksi. Piagét'n ajattelusta poiketen Vygotsky oli sitä mieltä, että oppilas tarvitsee ohjausta, eikä kehitystä tapahdu täysin spontaanisti. Opettajan tehtävä on ohjata oppilasta kulkemaan oman ymmärryksensä äärirajoilla, auttaa häntä ylittämään tämä raja ja kehittymään näin ajattelussaan seuraavalle tasolle. Opettajalla on siis merkittävä rooli oppimisen kannalta, vaikka oppimisen tukena käytettäisiin myös konkreettisia välineitä. Myös Linnilä (2011, 76) vertailee Vygotskyn ja Piagét'n näkemyksiä oppimisesta. Molemmat ovat yhtä mieltä toiminnan merkityksestä oppimisen kannalta. Piagét korostaa kuitenkin yksilön itsenäistä toimintaa, kun taas Vygotsky näkee oppimisen tapahtuvan sosiaalisessa vuorovaikutuksessa toimien.

Dewey (1957, 127-128) painottaa toiminnan merkitystä oppimisessa. Hänen mukaansa oppimista tapahtuu fyysisen toiminnan ohella ja tällaisessa oppimisessa tärkeintä on oppimisprosessi, oppimisen tuloksen sijaan. Deweyn (1957, 38, 128) mukaan on tärkeää pitää tasapaino käytännön ja älyllisen toiminnan välillä. Muuten opetus ja oppiminen ei sitoudu elämän ympärille, vaan jää siitä irralliseksi osaksi. Myös POPS:ssa (2014, 128, 234) mainitaan matematiikan opetuksen osalta, että opetuksen tarkoituksena on ohjata oppilasta ymmärtämään matematiikan opiskelun ja oppimisen hyödyllisyys oman elämänsä ja koko yhteiskunnan kannalta. Dewey (1963, 46) nostaa esiin näkemyksen, jonka mukaan millään oppisisällöllä ei ole arvoa itsessään. Arvo syntyy siitä, että opittu asia on oppilaalle merkityksellinen. Hänen mukaansa perinteisessä eli opettajajohtoisessa opetuksessa merkityksellisyys ei toteudu, sillä oppilaille opetettavat sisällöt ovat ennalta määrättyjä sen mukaan, mitkä asiat aikuiset näkevät oppimisen arvoisina. Merkityksellisen asiasta tekee sen liittyminen aiempiin kokemuksiin. Jos oppilas pystyy liittämään oppimansa suoraan omaan elämäänsä, siitä tulee hänelle merkityksellistä ja ymmärrettävää. Leskisenojan (2016, 153) kouluiloa käsittelevän väitöskir-

jan tutkimustulokset tukevat Deweyn näkemystä oppimisen merkityksellisyydestä. Leskisenojan tutkimuksen mukaan monipuoliset oppilaita innostavat ja motivoivat oppimismenetelmät tuottavat usein myös erinomaisia oppimistuloksia. Tutkimukseen osallistuneista oppilaista myös yli puolet oli sitä mieltä, että saavutetut onnistumiset ja menestymiset koulutyössä vaikuttavat kouluiloon syntyneeseen.

Fyfe, McNeil, Son ja Goldstone (2014, 10) tutkivat Brunerin (1966) esittämää opetusmenetelmää konkreetian häivyttämisestä (concreteness fading). Menetelmän ideana on tarjota ensin konkreettisia malleja ajattelun tueksi ja häivyttää ne sitten pikkuhiljaa, jotta abstrakti ymmärrys pääsisi kehittymään. Fyfe ym. (2014, 11) esittelevät Brunerin mallin kolme vaihetta. Ensimmäisessä vaiheessa tehtävät suoritetaan konkreettilla käsin kosketeltavilla esineillä. Seuraavassa vaiheessa apuna ovat konkreettisten välineiden sijaan ikonit, eli kuvat. Kolmannessa vaiheessa siirrytään matemaattisiin symboleihin, eli numeroihin. Viimeisessä vaiheessa symbolit toimivat abstraktina mallina asiasta. Fyfen ym. (2014, 11-13) mukaan on turha ajatella, että oppia voisi vain joko konkreettisesti tai abstraktilla tavalla. He esittävät konkreetian häivyttämistä keinoksi, jossa yhdistyy sekä konkreetian kautta oppiminen että abstrakti ymmärtäminen. Kun konkreettinen toiminta edeltää abstraktia, oppilas kykenee yhdistämään abstraktit symbolit mielessään konkreettisiin malleihin. Fyfe ym. (2014, 15-16) toteavat myös Braithwaiten ja Goldstonen (2013) tutkimukseen viitaten, että jos käytetään sekä konkreettisia että abstrakteja opetustapoja, konkreettisia tulisi käyttää ensin, sillä oppimistulokset ovat silloin huomattavasti parempia. He myös viittaavat tutkimuksiin (Fyfe & McNeil 2009; Fyfe & McNeil 2013), joiden mukaan konkreetian häivyttäminen toimii opetusmetodina paremmin kuin pelkkä konkreettisten materiaalien käyttö. Bouck ja Park (2018, 85, 94) tutkivat systemaattisessa kirjallisuuskatsauksessaan konkreetian häivyttämisen kaltaista oppimismetodia, josta käytetään lyhennettä CRA (concrete-representational-abstract). Bouckin ja Parkin (2018) systemaattisen kirjallisuuskatsauksen tutkimukset koskivat käsitteenmuodostusvälineiden käyttöä erityisistä oppimisvaikeuksista kärsivien, autististen ja kehitysvammaisten oppilaiden opetuksessa. Myös näissä tutkimuksissa menetelmän käyttö näytti tuottavan merkittäviä oppimistuloksia. Bouck ja Park (2018, 97) toteavat tutkimuksensa yhteenvedossa, että opettajien ei tarvitse välittää siitä onko

konkretisoinnissa käytettyjä materiaaleja tarkoitettu opetusvälineiksi, sillä sillä ei ole oppimisen kannalta merkitystä. Edellä olevan tarkastelun pohjalta voidaan nähdä käsitteenmuodostusvälineiden käytön ja ylipäättänsä toiminnallisten opetustapojen käytön tuovan oppimisen iloa ja edistävän oppimista opettajan asian-
tuntevassa ohjauksessa.

2.3.2 Toiminnallisten opetustapojen vaikutuksia oppimisen mielekkyyteen ja merkityksellisyyteen

Piaget'n (1969) teorian mukaan lapsi/ihminen oppii lähes itsestään ilman ohjausta, sillä oppiminen itsessään motivoi häntä. Bandura (1977) on tästä hyvin eri mieltä. Banduran mukaan motivaatio oppimiseen syntyy vasta minäpystyvyyden ja itselle asetettujen standardien jälkeen. (Crain 2016, 216.) Esimerkiksi matemaattisia laskutapoja opittuaan minäpystyvyyden tunne lisääntyy ja oppilas asettaa itsellensä ikään kuin hyvän osaamisen standardit esimerkiksi jonkin tietyn laskutavan hallitsemisesta sujuvasti. Mikäli minäpystyvyys on hyvä ja ihmisellä on standardi suoriutumiselleen, muuttuu oppiminen palkitsevaksi. Tavoitteita on hyvä oppia myös porrastamaan, jotta minäpystyvyyden tunne saa usein kohotusta pienempien välietappien suorittamisen myötä. (Crain 2016, 212-213.) Domino (2010, 11-12, 19) kirjoittaa yhdysvaltalaisen opettajien kansallisen valtuuston NCTM:n (National Council of Teachers of Mathematics) suosittavan vahvasti oppilaslähtöistä opetusta. Valtuuston mukaan kaiken tasoilla oppilaille tulee olla mahdollisuus mallintaa matemaattisia ilmiöitä itselleen sopivalla tavalla ja konkreettiset välineet ovat täydellinen tapa mallintaa näitä ilmiöitä. NCTM mainitsee myös, että matematiikan opetuksen tulisi olla käsiteorientoitunutta, jotta se tukisi sääntöjen opetteluun sijaan ymmärtämistä. Salakarin (2009, 139) mukaan käytännöllisen toiminnan mahdollisuus oppimistilanteessa parantaa motivaatiota ja ehkäisee syrjäytymisriskiä. Toiminta luo oppilaalle myönteisen kuvan itsestään oppijana. Kajetskin ja Salmisen (2009, 13) mukaan opetuksessa tulisi ottaa huomioon oppilaiden erilaiset tavat oppia. Toiset oppivat parhaiten visuaalisesti, toiset taas taktiilisesti. Valittavien opetusmenetelmien pitäisi siis olla riittävän monipuolisia ja oppimisessa tulisi käyttää eri aisteja. Näin ollen myös välineiden käyttö opetuksessa on perusteltua taktiilisen oppimisen mahdollistamiseksi. Myös Adler

(2007, 126) korostaa välineiden merkitystä erityisesti niiden oppilaiden oppimisen tukena, joilla on vaikeuksia matematiikan oppimisessa. Jos oppilaalle ei tarjota välineitä matemaattisten tehtävien suorittamiseen, työmuisti kuormittuu liikaa. Tämä vaikuttaa negatiivisesti myös kokemukseen matematiikan opiskelusta. Deweyn (1963, 19) mukaan aikuisen lähtökohdasta suunnitellut metodit ja kriteerit oppimiselle asettavat oppilaan automaattisesti ulkopuoliseksi ja estävät tämän aktiivisen osallistumisen. Tällainen tapa toteuttaa opetusta ei motivoi oppimista, eikä tarjoa hyviä edellytyksiä oppimiselle.

Salakarin (2009, 166) mukaan tiedon ulkoa opiskelu ilman toiminnallista asiayhteyden sitomista johtaa tiedon irrallisuuteen. Kun tieto on irrallista, siitä ei tule oppijalle merkityksellistä ja se unohtuu. Huhtala ja Laine (2004, 320-324) tutkivat väitöskirjatutkimuksissaan luokanopettaja- ja lähihoitajaopiskelijoiden kokemuksia matematiikan opiskelusta. Näiden väitöskirjatutkimusten mukaan kokemuksilla oli suuri merkitys minäkuvan muodostumisessa. Tutkimuksissa haastateltiin matematiikkaan negatiivisesti suhtautuvia aikuisia ja havaittiin, että selitykseksi negatiiviseen matematiikkakuvaan annettiin usein matematiikan merkityksettömyys ja huonot opetustavat opiskeluaikana. Myös Yrjönsuuri ja Yrjönsuuri (1997, 118) korostavat merkityksellisyyden kokemusta oppimisen kannalta. Heidän mukaansa merkityksellisyyden ja mielekkyyden kokeminen on jopa niin tärkeää, ettei oppimista juurikaan tapahdu ilman niitä. Myös opettajan henkilökohtaisella kokemuksella opetustilanteen mielekkyydestä ja merkityksellisyydestä on merkitystä oppilaan oppimisen kannalta. Parhaiten oppimista tapahtuu silloin, kun oppilas on motivoitunut oppimaan ja opettaja opettamaan. Deweyn (1963, 23) mukaan opettajan on ohjattava oppilasta löytämään yhteys kokemustensa ja oppimansa välillä, jotta oppiminen olisi merkityksellistä.

Ikäheimon ym. (1998, 8) mukaan aiempien oppimiskokemusten myönteisyydellä on merkitystä uuden oppimisen kannalta. Oppilas on motivoituneempi yrittämään, mikäli aiemmista kokemuksista on jäänyt myönteinen kuva. Negatiiviset kokemukset matematiikan suhteen, aiheuttavat välttämiskäyttäytymistä ja oppimisen kyseenalaistamista. Huhtala ja Laine (2004, 324) viittaavat Brushin (1981) sekä Quilterin ja Harperin (1988) tutkimuksiin, joiden mukaan negatiivisia kokemuksia matematiikan osalta selittävät ainakin seuraavat tekijät: matematiikan

muuttuminen abstraktiksi liian varhaisessa vaiheessa sekä se, että opetuksessa hyödynnetään hyvin vähän oppilaiden omia ajatuksia ja matematiikan hyödyllisyyttä ei nähdä arkielämän kannalta merkittäväksi.

Crain (2016, 214-215) käsittelee teoksessaan amerikankanadalaisen psykologin Banduran (1998) käsityksiä oppimisesta. Bandura on tunnettu erityisesti minäpystyvyyssuskomuksiin liittyvien tutkimusten saralla. Minäpystyvyyssuskomukset vaikuttavat oleellisesti oppimiseen. Tämä näkemys on vahvistettu myös useilla tutkimuksilla. Jos oppilas uskoo suoriutuvansa hyvin, hän todennäköisemmin myös suoriutuu. Tutkimuksissa on todettu esimerkiksi hyvien matematiikan osaamiseen liittyvien minäpystyvyyssuskomusten vaikuttavan parempaan suoriutumiseen. Banduran teorian pohjalta tehdyt tutkimukset minäpystyvyyssuskomusten vaikutuksesta oppimiseen ovat oleellisia myös valittavien opetusmetodien kannalta. Jos välineiden avulla oppilas ymmärtää asian paremmin, myös hänen minäpystyvyytensä kehittyy ja tätä myötä myös todellinen suoriutuminen paranee. Oikeantasosten, oppilaiden kehitystä vastaavien tehtävien ja oppimisen välineiden tarjoaminen, näyttäisi siis tämän teorian valossa olevan erityisen tärkeää myös oppimisen kannalta. Metsämuurosen (2013, 9) tutkimuksen mukaan alakoululaisten heikentyneet asenteet matematiikan opiskelua kohtaan johtuvat siitä, etteivät he pidä matematiikan opiskelua mielekkäänä. Se, ettei matematiikan opiskelua koeta mielekkääksi, vaikuttaa todennäköisesti myös siihen, ettei sitä koeta merkitykselliseksi. Deweyn (1963, 23) sekä Yrjönsuuren ja Yrjönsuuren (1997, 118) mukaan merkityksellisyyden kokemisella on suuri merkitys oppimisen kannalta. Kun oppilas on motivoinut oppimaan ja kokee oppimansa merkitykselliseksi, myös oppimistulokset paranevat.

2.3.3 POPS:n tavoitteet, toiminnallisuus ja oppikirja matematiikan opetuksessa

Myös POPS:ssa (2014) nähdään oppilaan myönteiset oppimisen kokemukset matematiikassa tärkeinä myönteisen matematiikkakuvan rakennusaineina.

Tällä tavalla matematiikan oppiminen voidaan nähdä merkityksellisenä. Toiminnalliset opetustavat ovat oleellinen osa POPS:n (2014) matematiikan opetuksen tavoitteita. POPS:n (2014, 17) voidaan nähdä rakentuvan pitkälti konstruktivistisen oppimiskäsityksen varaan. Erytyisesti kuvaus uuden oppimisen rakentumisesta aiemmin opitun pohjalle ja käsitteiden ymmärtäminen aiempien käsitteiden avulla, kuvastavat selvästi konstruktivistista oppimiskäsitystä. Konstruktivistinen oppimiskäsitys taas korostaa toiminnallisuutta. Myös oppilaiden henkilökohtaisten mielenkiinnonkohteiden ja motivaation merkityksen ymmärtäminen oppimisen kannalta voidaan nähdä juontavan juurensa konstruktivistisesta ajattelutavasta. Matematiikan osalta korostetaan nimenomaan ymmärryksen hankkimista, positiivisen matematiikkakuvan syntymistä ja ongelmanratkaisukykyä. Konkretia ja toiminnallisuus nähdään keskeisinä opetusmenetelminä matematiikan opiskelussa alakoulussa. Oppiaineen tehtäväksi mainitaan myös opittujen tietojen ja taitojen soveltaminen käytäntöön. Oppilaiden tulisi ymmärtää oppimansa hyödyllisyys omassa elämässään ja yhteiskunnassa yleensä. Välineiden käyttö oman ajattelun kuvaamisessa, mainitaan myös erikseen yhdessä työskentelyn taitoja kuvaavassa tavoitteessa (POPS 2014, 128, 234-235).

POPS:ssa (2014, 29-30) hyvän oppimisympäristön kuvauksesta käy ilmi arvostus oppilaan aktiivista toimijuutta kohtaan. Oppimisympäristön tulisi olla paikkana sellainen, että tutkimuksellinen oppiminen mahdollistuisi. Tilaratkaisuiden tulee tukea oppilaiden aktiivista osallistumista. Kokemuksellisuus nähdään opetus suunnitelmassa tärkeänä työtapana ja työtapojen valinnan lähtökohdaksi nimetään oppilaiden henkilökohtaiset kiinnostuksen kohteet ja ominaisuudet. Kokemuksellisuuden ja toiminnallisten työtapojen sanotaan vahvistavan oppilaiden motivaatiota ja lisäävän elämyksellisyyttä. Tutkivan työskentelyn ja ongelmalähtöisyyden mainitaan edistävän menetelmällistä ja käsitteellistä oppimista. Myös mielikuvituksen käyttöä, leikillisyyttä ja taiteellista toimintaa arvostetaan ja niiden nähdään vaikuttavan kriittisen ja luovan ajattelun kehittymiseen. Myönteiset oppimiskokemukset, oppilaan kokema oppimisen ilo sekä luova toiminta edistävät oppimista. Yhdessä oppiminen on tärkeä työtapana, joka kehittää oppilaan kriittistä ajattelua ja ongelmanratkaisutaitoja. (POPS 2014, 29-30.)

Pelkkien opetussuunnitelman asettamien tavoitteiden sijaan on syytä pohtia myös sitä, vastaako opetus todellisuudessa näihin tavoitteisiin. Uusikylä ja Atjonen (2005, 169-170) kirjoittivat 2000-luvun alussa, että koulunkäyntiin on jo pitkään kuulunut oleellisena osana oppikirja. Metsämuuronen (2013, 9, 137) vahvistaa väitteen pitävän yhä paikkansa. Ainakin vielä vuosina 2005-2012 tehdyn pitkittäistutkimuksen mukaan oppikirjan ja opettajan oppaan merkitys opetuksessa näyttäisi olevan erittäin suuri. Ilmiö on mielenkiintoinen, sillä POPS:ssa (2014, 14) sana oppikirja mainitaan vain kerran, eikä silloinkaan opetuksen yhteydessä. Uusikylän ja Atjosen (2005, 169-170) mukaan ammattitaitoisen opettajan tulisi osata suhtautua oppikirjoihin kriittisesti ja tutustua myös niiden heikkouksiin opetusmateriaalina. Oppikirjasarjoihin kuuluvissa opettajanoppaissa on usein esitetty oppitunnin kulku hyvinkin yksityiskohtaisesti, eikä tämä yksi malli aina sovi kaikille opettajille ja opetusryhmille. Oppikirjoja ei tulisi käyttää kaavamaisesti, sillä tällainen istumiseen, kuunteluun ja kirjallisiin töihin perustuva opetus tylsistyy oppilaat ja saa heidät toimimaan levottomasti. Lepik, Grevholm ja Viholainen (2015, 132) toteavat useiden tutkimusten osoittavan, miten merkityksellinen rooli oppikirjalla on matematiikan opetuksessa. Rooli on joskus jopa niin merkityksellinen, että oppikirja toimii ainoana opetusvälineenä. Myös Viholainen, Partanen, Piironen, Asikainen ja Hirvonen (2015, 174) toteavat tutkimustuloksiin viitaten, että oppikirja näyttäisi toimivan opettajien opetussuunnitelmana. Lepikin ym. (2015, 149) tutkimuksen mukaan suomalaisten ja virolaisten opettajien opetuksessa oppikirjalla on usein suuri merkitys. Lepikin ym. (2015, 151) mukaan ongelmana ei ole kuitenkaan välttämättä oppikirjan käyttö opetuksessa, vaan liian yksipuoliset tavat sen hyödyntämiseen. Heidän mukaansa työtapoja monipuolistamalla, esimerkiksi yhteistoiminnallisia harjoituksia lisäämällä, oppikirjoista olisi enemmän hyötyä oppilaille. Edellä mainittua tukee Leinon (1997, 49-50) 1990-luvun loppupuolella esittämä näkemys, jonka mukaan oppikirjan käytön tulisi olla joustavaa. Oppikirja tulisi nähdä tukimateriaalina, jota käytetään valikoiden. Oppikirjojen sijaan, kouluilla tulisi olla runsaasti välineitä, kuvauksia erilaisista projektitöistä ja opas prosessiarvioinnin tekemiseen.

POPS:n (2014) mukainen konstruktivistinen opetustapa haastaa opettajaa perinteistä kirjaopetusta enemmän, mutta tuottaa oppimisen kannalta huomattavasti parempia tuloksia. Ymmärryksen kannalta on usein jopa välttämätöntä käyttää

toimintaa oppimisen tukena, sillä puhuttu kieli yksinään ei usein riitä antamaan asioille ymmärrettäviä merkityksiä. Metsämuuronen (2010, 9, 137) toteaa tutkimustuloksiin perustuen oppikirjan ja opettajan oppaan merkityksen olevan suomalaisessa opetuksessa liian suuri. Opetussuunnitelma näyttäisi jäävän tutkimuksen perusteella toissijaiseen asemaan matematiikan opetuksessa. Tähän viitaten Metsämuuronen (2010, 10) toteaa, että olisi syytä pohtia valtakunnallisia keinoja oppimateriaalien seurantaan ja kehittämiseen. Lepik ym. (2015, 134-135) nostavat esiin tärkeän huomion opetussuunnitelman ja oppikirjojen välisestä suhteesta. Suomessa oppimateriaaleja ei ole tarkastettu opetushallituksen toimesta enää vuoden 1992 jälkeen. Tämä tarkoittaa sitä, että vastuu oppikirjojen sisällön vastaavuudesta suhteessa opetussuunnitelmaan, on jäänyt kirjojen kustantajille. Näin ollen opetussuunnitelman ja oppikirjojen sisällön vastaavuuteen ei voi kyseenalaistamatta luottaa. Niemi ja Metsämuuronen (2010, 139) erittelevät tutkimuksen tuloksia opettajien opetusmenetelmien suhteen seuraavasti. Noin 85 % opettajista vastasi etenevänsä opetuksessaan oppikirjan mukaan sivu sivulta ja 75 % vastasi etenevänsä opettajan oppaan ohjeiden mukaan. 63 % opettajista vastasi opettavansa asiat oppikirjan esittämällä tavalla samanaikaisesti kaikille oppilaille. Oppikirjojen merkitys suomalaisessa matematiikan opetuksessa näyttää siis olevan merkittävä. Niemen ja Metsämuuronen (2010, 141) mukaan oppikirjoissa on usein ongelmana se, etteivät ne mahdollista kielentämistä, joka osaltaan edistää ymmärryksen syntymistä. Uusikylän ja Atjosen (2005, 56) mukaan oppikirjojen väitetään usein olevan opettajan opetussuunnitelma. Näin ei kuitenkaan saisi olla, sillä ne ovat aina vain yhden ryhmän näkemys siitä, miten tulisi opettaa. Jos opettaja sitoutuu liiaksi kirjaan, hänen oma pedagoginen ajattelunsa estyy ja opetuksesta tulee kaavamaista. Oppikirjavetoinen opetus on puuduttavaa ja painottaa tiedon pönttämistä muistiin. POPS:ssa (2014) taas painotetaan monipuolisia oppimisen tapoja ja aktiivista tiedon tutkimista. Monipuolisia opetus tapoja hyödyntäessä opettajan ohjenuorana toimivat opetussuunnitelmaan kirjatut sisällöt ja tavoitteet.

Opetussuunnitelmilla voidaan vastata yhteiskunnan tarpeisiin, sillä perusopetukseen osallistuvat käytännössä katsoen koko tulevan yhteiskunnan jäsenet. Uusikylän ja Atjosen (2005, 53) mukaan opetussuunnitelman painotusten avulla voi-

daan vaikuttaa esimerkiksi siihen, millaista osaamista yhteiskunnassa tulee tulevaisuudessa olemaan esimerkiksi eri tieteenalojen osalta. Opetussuunnitelmissa voidaan kuitenkin kiinnittää huomiota myös yksilön kehittämiseen, jolloin opetussuunnitelma on oppilaspainotteinen. Tällöin ajatellaan, että oppimisen on oltava mielekästä ja sen tulee joustaa oppilaiden tarpeiden mukaan. Jälkimmäisessä esimerkissä opettajalla on enemmän vastuuta, sillä hänen tulee tuntea oppilaansa ja suunnitella opetus juuri heille sopivaksi. Suomalaisessa opetussuunnitelmassa korostuu hyvin voimakkaasti individualismi ja yksilön oikeus omanlaisensa oppimiseen. Myös POPS (2014) korostaa yksilön merkitystä erittäin voimakkaasti ja sähköisen opetussuunnitelman hakutoimintoa käyttämällä voi tarkistaa sanan yksilö esiintymisen opetussuunnitelmassa yli sata kertaa. Yksilöllisyyden rinnalla korostetaan kuitenkin voimakkaasti myös yhteisöissä toimimista yhdessä muiden kanssa. Opetuksen ja kasvatuksen valtakunnallisten tavoitteiden mukaan oppilaan kasvua tulee tukea vastuulliseksi yhteistyökykyiseksi ja tasapainoiseksi yhteiskunnan jäseneksi. (POPS 2014, 19.)

Haapasalo (1997, 53) toteaa artikkelissaan, että koulutiedon opettamisessa on selviä ongelmia. Kouluissa opetettava tieto on usein kirjattu listoiksi ja jaettu oppisisällöiksi, jotka oppilaan on tarkoitus vain opetella ulkoa. Oppilaat eivät saa mahdollisuutta kokea itse oivaltamista ja tiedon rakentamista henkilökohtaisen toiminnan ja aiemmin opitun tiedon pohjalle. Hänen mukaansa opettajajohtoinen opetus tukee oppilaiden opittua avuttomuutta tiedon passiivisina vastaanottajina. Väitettä tukee edellä mainittu Niemen ja Metsämuurosen (2010, 139) tutkimus, jonka mukaan suurin osa opettajista toteuttaa opetusta edeten oppikirjajohtoisesti sivu sivulta. Haapasalon (1997, 53-54) mukaan on epärealistista olettaa, että sisältöjä voitaisiin oppia irrallaan tiedon syntyprosessista. Tällainen tiedon oppimisen tapa johtaa siihen, että opittu unohdetaan nopeasti ja oppimista kohtaan syntyy negatiivinen asenne. Ymmärrän tämän tarkoittavan sitä, ettei sisältöjä voi oppia täysin ulkopuolelta annettuina, vaan oppilaan on itse ymmärrettävä mitä opittu asia tarkoittaa. Kilpatrick ym. (2001, 9) kirjoittavat opetustilanteen olevan aina kolmen tekijän summa. Opetustilanteessa opetettava asia sekä opettaja ja oppilas, vaikuttavat yhdessä oppimistilanteeseen. Hyvä opettaja osaa valita sellaisia harjoituksia, joista oppilaat kykenevät sillä hetkellä suoriutumaan. Opettajan usko oppilaiden kykyyn suoriutua tehtävistä, vaikuttaa hänen käytökseensä

ja sitä kautta myös oppilaisiin. Oppilaiden reaktiot taas vaikuttavat edelleen siihen, miten opettaja heihin reagoi ja millä tavalla hän suunnittelee tulevat oppitunnit. Kilpatrick ym. (2001, 9) toteavat myös, että annetulla opetuksella on suuri vaikutus oppimisen tuloksiin. Oppilaiden tulee saada liittää henkilökohtaiset kokemuksensa matematiikassa esitettyihin abstrakteihin käsitteisiin ja tämä mahdollistuu hyödyntämällä konkreettisia välineitä. Leinon (1997, 40-43) mukaan tilanteita, joissa oppilas saa toimia aktiivisena tiedon löytäjänä, ei aina synny luonnostaan. Opettaja voi kuitenkin järjestää oppimistilanteen siten, että oppilaan oma tiedon tuottaminen mahdollistuu tiedon valmiina saamisen sijaan. Opettajalla ja valitulla opetustavalla on siis suuri merkitys oppimiseen.

Haapasalo (1997, 55) toteaa didaktisen periaatteen mukaisen luontaisen oppimisen etenevän alhaalta ylöspäin, eli pienemmistä yksiköistä kohti suurempaa kokonaisuutta. Kognitiivisesta prosessista tehty tutkimus kuitenkin esittää toisenlaisen näkemyksen, jonka mukaan osat jäsennetään kokonaisuudesta käsin. Haapasalon mukaan peruskoulun opetussuunnitelmat nojaavat vanhentuneeseen käsitykseen tieteenfilosofian osalta. Matematiikan opetuksessa ei useinkaan osata ottaa huomioon käsitteiden laajuutta ja kietoutumista toinen toisiinsa. Haapasalo (1997, 66) esittää artikkelissaan esimerkkinä murto- ja desimaaliluvut, joiden opetus tapahtuu usein irrallaan prosenttiluvuista, vaikka niissä opitun tiedon avulla prosenttiluvun käsite olisi huomattavasti helpompaa oppia. Kilpatrick ym. (2001, 11) esittävät matematiikan taitojen kehityksen koostuvan viidestä osa-alueesta, jotka ovat käsitteellinen ymmärrys, prosessin sujuvuus, strategiset taidot, joustava päättely ja tuottamisen taidot. Heidän mukaansa opetuksessa ongelmana on usein keskittyminen vain yhteen osa-alueeseen, jolloin oppimistulokset jäävät heikoiksi. Kilpatrickin ym. (2001, 11) näkemys matematiikan oppimiseen on kokonaisvaltainen, jolloin pystytään rakentamaan käsitteiden välille yhteyksiä ja matematiikan rakenteesta tulee selkeä kuva. Näin oppilaan tulee saada rakentaa omaa matemaattista ymmärrystään omista lähtökohdistaan toiminnallisesti, käsitteenmuodostusvälineitä käyttäen ja itse oivaltaen.

3 TUTKIMUSTEHTÄVÄT

Koska konkretian käyttäminen matematiikan käsitteenmuodostuksessa nähdään sekä POPS:n (2014) että oppimisteorioiden valossa merkitykselliseksi tekijäksi oppimisen kannalta, haluan perehtyä tarkemmin siihen, mitä tutkimukset kertovat käsitteenmuodostusvälineiden käytöstä matematiikan opetuksessa. Tutkielmasani haluan selvittää millaisia näkökulmia tutkimusartikkelit nostavat esiin käsitteenmuodostusvälineiden käytöstä ja onko käsitteenmuodostusvälineiden käytöllä merkitystä oppimisen kannalta. Käsitteenmuodostusvälineillä tarkoitan konkreettisia käsinkosketeltavia välineitä, joiden tarkoituksena on auttaa oppilasta ymmärtämään matematiikan abstrakteja käsitteitä konkreettisella tavalla. Tutkimusartikkelien valinnassa keskityn tutkimuksiin, joissa pyritään selvittämään, millainen merkitys konkreettisten käsitteenmuodostusvälineiden käytöllä on alakouluikäisten (7-12-vuotiaat) matematiikan oppimisen kannalta. Perustelen ikäluokan valintaa Piaget'n (1988, 104-106) kehitysteorialla, jonka mukaan juuri 7-12-vuotiaat lapset ovat ajattelussaan konkreettisella tasolla.

Konkreettisten välineiden käyttöä matematiikan opetuksessa alaluokilla puoltavat useat seikat. POPS:ssa (2014, 128, 234) mainitaan konkreettisten ja toiminnallisten menetelmien olevan keskeinen osa matematiikan opiskelua ja opetusta. Lisäksi kehitysteoriat ja tutkimustulokset näyttävät puoltavan konkreettisten käsitteenmuodostusvälineiden käyttöä alakoulun matematiikan opetuksessa. Merkittävät kasvatustieteellisen alan vaikuttajat Piaget (1976), Vygotsky (1978) ja Dewey (1957) näyttävät kaikki olevan lähes yhtä mieltä tavasta, jolla matematiikkaa tulisi opettaa. Tutkimukset (Metsämuuronen 2013, 9, 137; Lepik ym. 2015; 132; Viholainen ym. 2015, 174) kuitenkin osoittavat, ettei tämä POPS:n (2014) ja kehitysteorioiden suosittama opetustapa toteudu suuressa osaa alakouluista. Edellä mainituista syistä lähden mielenkiinnolla tarkastelemaan sitä, millaisia perusteita tai näkökulmia tutkimusartikkelit nostavat käsitteenmuodostusvälineiden käytöstä. Toivon tutkielmaprosessini lisäävän ymmärrystäni kyseisestä ilmiöstä ja auttavan myös matematiikkaa opettavia opettajia pohtimaan valittavien opetustapojen merkitystä oppimisen kannalta.

4 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

Eskola ja Suoranta (1998, 13) kirjoittavat teoksessaan, että laadulliset tutkimusmenetelmät nähdään usein vähemmän tieteellisinä kuin määrälliset tutkimusmenetelmät. Kuitenkin laadullista tutkimusta voidaan pitää myös määrällistä tutkimusta laadukkaampana, sillä laadullisissa tutkimuksissa perehdytään asioiden merkityksiin usein määrällistä tutkimusta syvällisemmin. Laadullisen tutkimuksen erityispiirteenä on kuvailevuus. Tutkimustulokset esitetään usein ei-numeerisessa muodossa. Laadullinen ote voi näkyä tutkimuksessa sekä aineiston analysoinnissa että tulosten raportoinnissa. Laadullista aineistoa voi kuvata raportoinnissa myös määrällisessä muodossa. Eskolan ja Suorannan (1998, 19-20) mukaan tutkijan asema on laadullisessa tutkimuksessa erittäin merkittävä. Hänen on pyrittävä olemaan muodostamatta tutkittavasta aiheesta hypoteesia, joka vaikuttaisi tutkimuksen toteuttamiseen. Tutkijan vapaus tuo myös vastuuta. Tämä korostuu erityisesti tutkimuksen luotettavuuden ja eettisyyden kuvauksessa. Tutkielmaani kirjoittaessani minun on siis jatkuvasti tiedostettava roolini merkitys tutkimuksen luotettavuuden kannalta. Pyrin lähestymään aihetta mahdollisimman objektiivisesti sekä aineiston hankinnassa että sen analysoinnissa ja vältän muodostamasta ennakko-oletuksia tutkimuksen tuloksista.

4.1 Kirjallisuuskatsaus tutkimusmetodina

Salminen (2011, 1) toteaa kirjallisuuskatsauksen olevan yleisen luonnehdinnan mukaan metodi, jossa tutkitaan tehtyä tutkimusta. Tarkoituksena on siis tehdä tutkimusta tutkimuksesta ja muodostaa näin uutta tutkimustulosta. Onwuegbuzie ja Weinbaum (2017, 359, 361) kertovat kirjallisuuskatsauksen yleistyvän tutkimusmetodina ja painottavat sen merkitystä tutkimuksen teossa. Samalla he esittävät kuitenkin huolensa riittämättömän metodologisen perehdytyksen suhteen

kirjallisuuskatsauksen osalta. Onwuegbuzien ja Frelsin (2014, 54) mukaan yleisestä virhekäsityksestä huolimatta kirjallisuuskatsaus ei ole ainoastaan tutkimuksista tehty tiivistelmä. Sillä on tarkoitus tuottaa myös uutta tietoa syvällisellä analysoinnilla ja tutkimustuloksia yhdistämällä. Valitsin kyseisen tutkimusmetodin, sillä olin kiinnostunut nimenomaan siitä millaisia aiempia tutkimustuloksia aiheestani on tehty. Koska pro gradu -tutkielma ei ole varsinainen tutkimus, koin oppimisprosessin kannalta mielekkääksi perehtyä tieteellisesti päteviin tutkimuksiin ja syventää ymmärrystäni niiden avulla. Pyrin kokoamaan tutkimusartikkeleista saamani tulokset loogiseksi kokonaisuudeksi, jonka avulla lukijan on helppo muodostaa aiheesta käsitys.

Kirjallisuuskatsauksen tavoitteena on koota olemassa olevaa teoriaa yhteen ja rakentaa sen pohjalta uutta teoriaa. Sillä voidaan myös arvioida olemassa olevaa teoriaa ja rakentaa kokonaiskuva jostakin ilmiöstä. Kirjallisuuskatsaus mahdollistaa myös historiallisen seurannan jonkin tietyn teorian kehityksestä. (Salminen, 2011, 3.) Salmisen (2011, 5) mukaan suomenkielinen nimitys kirjallisuuskatsaus antaa osittain virheellisen kuvan siitä, mitä research literature review tarkoittaa. Kyseessä ei ole pinnallinen katsaus johonkin aihealueeseen, vaan kriittinen arvio, jonka avulla aihealueesta on tarkoitus saada syvälinen kuva. Pyrin kiinnittämään tutkielmassani huomiota siihen, etten tyydy pelkästään tutkimustulosten referointiin, vaan pyrin yhdistelemään niissä ilmeneviä seikkoja yhtenäiseksi kokonaisuudeksi. Nostan tutkimuksista nousseet seikat aihealueittain esille tutkielmani tutkimusosiossa ja yhdistelen niitä teoriaosassa käsittelemääni kirjallisuuteen.

Salmisen (2011, 6) mukaan kirjallisuuskatsauksen voi jakaa kolmeen eri tyyppiin: kuvailevaan ja systemaattiseen kirjallisuuskatsaukseen sekä meta-analyysiin. Nämä kolme kirjallisuuskatsauksen muotoa poikkeavat toisistaan muun muassa aineistonkeruun ja tutkimuskysymysten asettelun kannalta. Kallion (2006, 19) mukaan keskeinen ero meta-analyysin ja muiden kirjallisuuskatsauksen muotojen välillä on se, että meta-analyysissä käsitellään lähes aina numeerisessa muodossa olevaa dataa, kun taas review -tutkimuksissa aineisto on ei-numeerisessa muodossa esimerkiksi tutkimusten johtopäätösten käsittelyä. Myös Harris, Quatman, Manring, Siston ja Flanigan (2013, 2762) painottavat meta-analyysia määrällisen datan analysointimetodinä. Onwuegbuzie ja Weinbaum (2017, 359) taas

jakavat kirjallisuuskatsauksen ainoastaan narratiiviseen ja systemaattiseen kirjallisuuskatsaukseen. Pro gradu -tutkielmani kirjallisuuskatsauksen tyypiksi valitsin kuvailevan kirjallisuuskatsauksen, jonka toteutin narratiivisella tavalla. Kuvaileva kirjallisuuskatsauksen tapa on muita kirjallisuuskatsauksen muotoja kevyempi ja sopi siksi pro gradu -tutkielman tekoon.

Salmisen (2011, 6-7) mukaan kuvaileva kirjallisuuskatsaus on yleisin kirjallisuuskatsauksen tyyppi. Sitä voidaan kutsua myös yleiskatsaukseksi, sillä siinä ei ole tarkkoja ja tiukkoja sääntöjä. Kuvailevassa kirjallisuuskatsauksessa aineistot voivat olla laajoja, eikä niitä ole rajattu tarkoilla metodisilla säännöillä. Tutkimuskysymykset tämän tyyppisessä kirjallisuuskatsauksessa ovat systemaattista ja meta-analyysia väljempää. Kuvaileva kirjallisuuskatsaus voidaan jakaa vielä kahteen alatyypin: narratiiviseen ja integroivaan katsaukseen. Kallio (2006, 23, 25) käyttää artikkelissaan yleisen kirjallisuuskatsauksen sijaan termiä review -tutkimus tai synteettinen kirjallisuuskatsaus. Kallion mukaan pelkkä kirjallisuuskatsaus viittaa pintapuoliseen ja suppeaan katsaukseen varsinaisen tutkimuksen sijaan. Hänen kuvailunsa review-tutkimuksesta kuvastaakin ehkä enemmän systemaattista kirjallisuuskatsausta. Kallion (2006, 23) mukaan onnistunut kirjallisuuskatsaus koostuu viidestä vaiheesta. Ensimmäisenä on tutkimusongelman määrittely, toisena aineiston kokoaminen, kolmantena aineiston analysointi, neljäntenä aineiston synteesi ja viidentenä argumentoinnin rakentaminen. Laadulliselle tutkimukselle tyypilliseen tapaan nämä vaiheet eivät kuitenkaan etene kronologisesti vaan ennemminkin sykleissä. Myös pro gradu -tutkielmassani vaiheet limityivät keskenään ja teoria kulkee mukana myös aineiston analysointivaiheessa.

Pro gradu -tutkielmani toteutin narratiivisena kirjallisuuskatsauksena. Narratiivisessa kirjallisuuskatsauksessa tarkoituksena on antaa käsiteltävästä aiheesta laaja kuva. Toisistaan irrallisia tietoja yhdistellään yhtenäiseksi kokonaisuudeksi. Narratiivisessa kirjallisuuskatsauksessa epäyhtenäiset tiedot järjestetään yhtenäiseksi kokonaisuudeksi. Kangasniemi, Utriainen, Ahonen, Pietilä, Jääskeläinen ja Liikanen (2013, 298) kuvaavat kuvailevan kirjallisuuskatsauksen olevan luonteeltaan aineistolähtöistä ja ymmärtämiseen pyrkivää ilmiön kuvausta. Narratiivisen kirjallisuuskatsauksen muodoista käytin yleiskatsausta, jonka tarkoituk-

senä on yhdistellä ja tiivistää aiemmin tehtyjä tutkimuksia. Narratiivista kirjallisuuskatsausta on käytetty metodina usein opetuksen alalla, sillä sen avulla on helppo koota ajankohtaista tietoa yhteen. (Salminen 2011, 7.) Kevyemmän otteensa vuoksi uskon narratiivisen kirjallisuuskatsauksen sopivan myös pro gradu -tutkielman metodiksi, sillä sitä on helpompi lähestyä ilman ammattitutkijan taustaa. Gannanin, Ciliskan ja Thomasin (2010) artikkelissa kuvataan nopeaa kirjallisuuskatsauksen menetelmää, jossa tutkimukseen pyritään saamaan tuloksia 1-9 kuukaudessa. Tämä rapid review -metodiksi kuvattu tapa muistuttaa lähimmin juuri narratiivista kirjallisuuskatsausta. Pätevien tulosten saaminen muilla tutkimusmenetelmillä olisi huomattavasti vaikeampaa, kun tutkielman tekoon käytettävä aika on opintojen puitteissa rajallinen. Tämä kirjallisuuskatsauksen muoto sopi siis erinomaisesti tutkielmani tavoitteiden toteutumiseen.

Kangasniemi ym. (2013, 294) määrittelevät kuvailevan kirjallisuuskatsauksen koostuvan neljän vaiheen kokonaisuudesta. Ensimmäisenä vaiheena on tutkimuskysymyksen muodostaminen ja tämän jälkeen aineiston valitseminen. Sen jälkeen rakennetaan kuvailu ja lopuksi tarkastellaan tuotettua tulosta. Vaiheet etenevät kuitenkin usein lomittain suhteessa toisiinsa. Kangasniemen ym. (2013, 294-295) mukaan tärkeintä tutkimusprosessin kannalta on tutkimuskysymyksen muodostaminen. Se ohjaa koko tutkimusprosessia eteenpäin. Tutkimuskysymystä ennen esitellään usein alustava kirjallisuuskatsaus, jonka avulla tutkimuskysymystä määritellään. Alustava kirjallisuuskatsaus esittää tutkimuskysymyksen osana laajempaa kokonaisuutta ja auttaa käsitteellistämään sitä. Alustavassa kirjallisuuskatsauksessa, eli pro gradu -tutkielmani teoriaosassa, tarkoitukseni oli käsitellä laajasti toiminnallisten menetelmien ja käsitteenmuodostusvälineiden käyttöä matematiikan opetuksessa. Tällä tavalla minulle muodostui käsitys tutkittavasta aiheesta ja tutkimustehtävät muotoutuivat lopulliseen muotoonsa.

4.2 Tutkimusartikkeleiden valintaprosessi aineistonkeruutapana

Kangasniemen ym. (2013, 295) mukaan kuvailevassa kirjallisuuskatsauksessa nousee esiin sen aineistolähtöinen luonne, jonka tarkoituksena on tähdätä ymmärtämiseen. Aineistoa siis samanaikaisesti sekä hankitaan että analysoidaan. Aineiston valinnassa otetaan huomioon, miten se vastaa tutkimuskysymykseen ja mikä on sen tarjoaman uuden tiedon arvo muun kirjallisuuden rinnalla. Tutkimuskysymyksen laajuus määrää sen, millainen määrä aineistoa on riittävästi. Metsämuurosen (2006, 31) mukaan on tärkeää, etteivät tutkimukset valikoidu aineistoksi tulostensa vaan laadukkuutensa perusteella. Jos tutkija valitsee vain sellaisia tutkimuksia, joista on saatu hyviä tuloksia, se vääristää tutkimustuloksista saatavaa kuvaa kirjallisuuskatsausta tehdessä. Aineistonhankintaprosessiani kävin läpi kaikki hakusanoilla löytyneet artikkelit ja valitsin mukaan ne artikkelit, jotka täyttivät asettamani kriteerit. Tutkimustuloksilla ei ollut merkitystä tutkimusten valikoitumisessa aineistoon. Aineistoon valikoitui sekä positiivisia että negatiivisia tuloksia samasta aiheesta.

Kangasniemi ym. (2013, 295) toteavat, että tutkimusaineisto kuvailevaan kirjallisuuskatsaukseen hankitaan usein elektronisista tieteellisistä tietokannoista. Salmisen (2011, 31) mukaan myös alan kansainväliset lehdet ovat oleellinen osa kirjallisuuskatsauksen lähdeaineistoa. Pro gradu -tutkielmani aineiston hankin elektronisia ERIC pro quest sekä WoS (Web of Science) tietokantoja käyttäen. Kyseiset tietokannat sopivat tutkielmani tutkimusartikkeleiden lähteiksi, sillä niissä julkaistaan laadukkaita tieteellisiä artikkeleita myös kasvatustieteellisen alan arvostetuista lehdistä. Näitä kahta tietokantaa käyttämällä sain tutkimusaineistooni lopulta 14 laadukasta tutkimusartikkelia (ks. Liite 1 & 2), jotka vastasivat asettamiini tutkimuskysymyksiin. Jotta artikkeleja olisi helppo lukea muistiinpanoja tehden, tulostin kaikki löytämäni artikkelit paperiversioiksi.

Kangasniemi ym. (2013, 295) toteavat, ettei aikaisempaa kuvailevaa kirjallisuuskatsausta koskevassa menetelmäkirjallisuudessa ole nähtävissä selkeää yksimielisyyttä siitä, miten aineistonhankintaprosessi etenee. Kangasniemen ym.

(2013, 295-296) artikkelissa aineistonhankintaprosessi esitellään kahdesta eri lähtökohdasta käsin. Ensimmäinen lähtökohta on implisiittinen prosessi, jolle tyyppillistä on, ettei aineiston valintaa kuvata yksityiskohtaisesti. Aineiston valinnan vakuuttavuus tuodaan esille aineiston raportoinnissa. Tällöin lähteiden valinta ja lähdekritiikki sisällytetään aineiston käsittelyyn esimerkiksi esittelemällä kirjallisuutta ja valinnan perusteita tutkimuskysymyksen näkökulmasta. Eksplisiittisessä tavassa sen sijaan aineiston valinnan prosessi kuvataan tarkasti. Aineisto siis kerätään samalla tavoin kuin implisiittisessä tavassa, mutta aineiston valinnan perusteet raportoidaan erikseen. Salmisen (2011, 31) mukaan aineistonvalinnassa on tärkeää huomioida myös tutkimusten luotettavuus. Tutkimuksen luotettavuus voi olla kyseenalaista, jos tutkimus on toteutettu asiakkaalle, eli jokin organisaatio rahoittaa itseään koskevan tutkimuksen. Lehtien kohdalla aineiston luotettavuudesta ja laadukkuudesta kertoo Salmisen (2011, 34) mukaan vaikutavuuskerroin eli impact factor. Korkea impact factor kertoo siitä, kuinka paljon kyseiseen lehteen on tietynä ajanjaksona viitattu. Tutkielmani aineistonhakuprosessissa asetin mukaan valittaville artikkeleille kriteerit, joiden avulla varmistin aineiston laadukkuuden. Artikkelin tuli olla julkaistu tieteellisesti laadukkaassa lehdessä. Lehden laadukkuuden kriteerinä käytin sitä, että lehden artikkelit ovat vertaisarvioituja. Vertaisarviointi takaa sen, että artikkeli on ennen julkaisuaan käynyt alan asiantuntijoiden arvioitavana. Valitsin artikkelit myös pääsääntöisin lehdistä, jotka julkaisevat enintään kuusi kertaa vuodessa. Tätä voidaan pitää tieteellisissä julkaisuissa laatukriteerinä, sillä artikkelit käyvät läpi aikaa vievän tarkastusprosessin ennen julkaisuaan ja tästä syystä myös julkaisuja ilmestyy harvemmin. Myös artikkelien doi-numerot kertoivat niiden luotettavuudesta, sillä numero annetaan vain tieteellisesti päteville julkaisuille. Doi-numeron avulla artikkeli on tallessa pysyvän osoitteen takana.

Käytin tutkielmassani Kangasniemen ym. (2013, 296) kuvaamaa eksplisiittistä aineistonhankintaprosessia, sillä halusin tuoda aineiston valinnan ja aineistonhankintaprosessin selkeästi näkyville. Tällä tavoin lukija saa prosessista selkeän kuvan, mikä parantaa tutkielman läpinäkyvyyttä. Kangasniemen ym. (2013, 298) mukaan aineistonkeruuprosessin edetessä myös aineiston valinnassa käytettävät perustelut ja kriteerit saattavat muuttua. Eksplisiittisesti hankitussa aineiston-

keruutavassa on oleellista raportoida valinnan kriteerit huolellisesti, sillä puutteellinen kuvailu tässä vaiheessa prosessia, heikentää koko tutkimuksen luotettavuutta. Myös tästä syystä näin tärkeäksi kuvata aineistonhankintaprosessini tarkkaan ja selkeästi. Se auttaa myös itseäni jäsentämään aineistonhankintaprosessia, mitä pidän opinnäytetyön kannalta erittäin tärkeänä. Olen kuvannut prosessia tarkemmin luvun lopussa.

Kangasniemen ym. (2013, 296) mukaan kuvailevan kirjallisuuskatsauksen aineistonhankintatavassa keskeisintä on aineiston arvo tutkimuskysymykseen vastaamisen kannalta. Keskeisintä on siis aineiston sisältö ja sen suhde muihin kirjallisuuskatsauksen tutkimuksiin. Systemaattisesta kirjallisuuskatsauksesta poiketen aineistonvalinnan arvo ei ole ennalta määrätyn etenemisprosessin mukaan etenemisessä, vaan juuri kyseiseen kirjallisuuskatsaukseen sisällöllisesti sopivan aineiston valinnassa. Aineistoon valittujen tutkimusten ei tarvitse olla menetelmällisesti samanlaisia. Myös tästä näkökulmasta niiden tarjoama sisältö on tärkeintä. Aineiston hankinnassa kiinnitin huomiota erityisesti tutkimusten laadukkuuteen tutkimuskysymykseen vastaamisen kannalta. Tutkimusartikkeleiden tutkimusmenetelmät voivat poiketa toisistaan, kunhan niistä saatavat tutkimustulokset ovat oleellisia tutkielmani kannalta. Tutkimusaineistooni valikoitui sekä laadullisesti määrällisin menetelmin toteutettuja tutkimuksia alan tieteellisesti arvostetuista julkaisuista. Aineistoon valikoimieni artikkeleiden kriteerinä oli, että ne pyrkivät vastaamaan valitsemiini tutkimuskysymyksiin.

Pro gradu -tutkielmani aineistonhankintaprosessi käynnistyi sopivien sähköisten tietokantojen valinnalla. Hakuprosessin toteutin heinäkuussa 2018. Valitsin tietokannoiksi ERIC pro quest:n ja WoS:n sillä perusteella, että kyseisissä tietokannoissa julkaistaan runsaasti kasvatustieteellisen alan tieteellisesti arvostettuja julkaisuja. Tämän jälkeen valitsin aineistonhankinnan kannalta sopivat hakusanat. Päädyin hakusanoihin manipulative* AND math*. Otin mallia Dominon (2010, 47) tutkimuksesta, jossa tutkimuskysymykset olivat hyvin samankaltaisia pro gradu -tutkielmani kanssa. Hakusanojen lisäksi rajasin haun koskemaan 1.8.2014 jälkeen julkaistuja artikkeleita. Aikahaarukan valitsin POPS:n (2014) perusteella. Halusin selvittää mitä tuoreet, POPS:n (2014) jälkeen julkaistut tutkimusartikkelit

nostavat esiin konkreettisten välineiden käytön merkityksestä alakoulun matematiikan opetuksessa. ERIC:ssä rajasin haun koskemaan vain vertaisarvioituja artikkeleita, jotka koskivat alakouluikäisistä tehtyjä tutkimuksia. Vastaavaa rajausta ei voinut tehdä WoS:ssa vielä hakuvaiheessa, mutta artikkelien valinnassa otin huomioon, että samat kriteerit täyttyivät. ERIC:stä löysin tätä hakua käyttäen 18 artikkelia, joista kaksi (ks. Ligget 2017; Burte, Gardony, Hutton, Taylor 2017 Liite 1 & 2) valikoitui lopulliseen aineistoon. Muut artikkelit valikoituivat pois pääasiassa siksi, että ne eivät käsitelleet konkreettisia ja fyysisiä välineitä, vaan elektronisia sovelluksia. Hylkäsin artikkelit myös silloin, jos ne eivät vastanneet asettamiani laatukriteereitä, esimerkiksi silloin, kun julkaisua ei oltu vertaisarvioitu tai sitä ei oltu julkaistu tieteellisesti laadukkaassa lehdessä. Artikkelin täytyi olla myös saatavilla kokonaisuudessaan elektronisena julkaisuna. WoS:sta edellä mainittuja hakusanoja käyttäen löytyi 109 artikkelia. Kävin artikkelit läpi lukemalla ensin otsikot. Ellei otsikosta selvinnyt sopiiko artikkeli tutkielmani aineistoon, luin tutkimuksen abstraktin. Mikäli abstraktin lukemisen jälkeen olin vielä epävarma siitä, soveltuuko artikkeli aineistoksi, avasin tiedoston ja luin tutkimuksen tiivistelmän ja metodiosan varmistuakseni asiasta. WoS:n hakua käyttäen löysin 12 sopivaa artikkelia. Aiemmin mainitsemieni hylkäämiskriteerien lisäksi tutkimuksia valikoitui pois väärän kohderyhmän takia. Osa tutkimuksista oli toteutettu alle kouluikäisille ja osa yläkouluikäisille lapsille. Mukaan valikoitui kuitenkin kaksi tutkimusta, joissa ikähaarukka poikkesi hieman asettamistani kriteereistä. Toinen tutkimus (ks. Manches & O'Malley 2016 Liite 1) oli toteutettu 4-7-vuotiaille oppilaille. Otin tutkimuksen mukaan, sillä alakoulun ensimmäisen luokan aloittaessaan oppilaat ovat 6-7-vuotiaita, joten tutkimuksessa oli mukana myös ikähaarukkaan kuuluvia oppilaita. Toisessa tutkimuksessa (ks. Kablan 2016 Liite 1) taas oli tutkittu 7.luokkalaisia oppilaita. Tämän tutkimuksen otin mukaan sillä perusteella, että maassa, jossa tutkimus oli toteutettu, 7.luokkalaiset oppilaat vastaavat iältään suomalaisia 6.luokkalaisia ja sopivat sen vuoksi tutkielmani kohderyhmään. Tutkimusaineistoon valikoitui 14 artikkelia, joiden sisällöt on esitelty taulukoituna liitteessä 1.

4.3 Tutkimusaineiston kuvaus

Aluksi kokosin 14 tutkimusartikkelini perustiedot taulukkoon (ks. Liite 1), jotta minun olisi helpompi saada kokonaiskuva aineistostani. Tutkimusartikkeleita oli yhteensä 14. Niistä kaksi oli haettu ERIC:stä ja 12 WoS:sta. Asetin aikahaarukaksi POPS:n (2014) jälkeen julkaistut artikkelit. Vuosina 2014-2017 julkaistuja artikkeleita löytyi kolme kutakin vuotta kohden. Vuonna 2018 julkaistuja artikkeleita löytyi kaksi. Artikkelit oli julkaistu yhteensä kolmessatoista tieteellisessä lehdessä (ks. Liite 2). Lehdet olivat Brock Educational Journal, Cognitive Research: Principles and Implications, Education Sciences, International Journal of Technology in Mathematics Education, Journal of Educational Psychology, Cognition and Instruction, African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, Educational Evaluation and Policy Analysis, Learning and Instruction, Psychological Sciences, The Journal of Experimental Education, Cognitive Science, Eurasia Journal of Mathematics sekä Science & Technology Education. Kaksi artikkelia oli lehdestä Journal of Educational Psychology.

Pienin tutkittu populaatio tutkimusartikkeleissa oli 6 alakoulun opettajaa (ks. Naroht & Luneta 2015 Liite 1). Suurin populaatio oli 13393 oppilaan otanta määrällisin menetelmin toteutetusta pitkittäistutkimuksesta (ks. Morgan, Farkas & Maczuga 2015 Liite 1). Tämä suurin otantakoko oli kuitenkin täysin poikkeuksellinen, sillä seuraavaksi suurin tutkittu populaatio oli 101 oppilasta. Koska suurin populaatio poikkesi niin paljon muista populaatiokoista, laskin keskimääräisen populaatiokoon ilman sitä. Kaikkien muiden 13 artikkelin tutkitut populaatiot vaihtelivat 6-101 oppilaan/opettajan otannan välillä keskiarvon ollessa 82. Laskiesani erikseen myös samoissa tutkimusartikkeleissa olleiden erillisten tutkimusasetelmien populaatiokoot, keskiarvoksi tuli 56 oppilasta tai opettajaa tutkimusasetelmaa kohden.

Yhdessä artikkeleista (ks. Naroht & Luneta 2015 Liite 1) tutkittiin opettajien asenteita välineiden käyttöä kohtaan matematiikan opetuksessa toisessa (ks. Şandir

2016 Liite 1) opettajaopiskelijoiden kykyä suunnitella ja toteuttaa välineitä matematiikan opetukseen. Muissa tutkimusartikkeleissa tutkittiin oppilaiden välineiden käyttöä matematiikan opetuksessa ja opiskelussa. Tutkimuksissa tutkittiin oppilaita kaikilta alakoulun vuosiluokilta. Yhdessä tutkimuksessa (ks. Manches & O'Malley Liite 1) tutkittiin 1.luokkalaisten lisäksi alle kouluikäisiä lapsia ja toisessa tutkimuksessa (ks. Kablan 2016 Liite 1) 7.luokkalaisia. 7.luokkalaiset tuossa tutkimuksessa vastasivat kuitenkin iältään suomalaisia 6.luokkalaisia oppilaita. Eri luokka-asteita oli tutkimusartikkeleiden kuvaamissa tutkimusasetelmissä tutkittu seuraavasti: 1.-3.luokkalaisia kutakin luokka-astetta kohden neljä kertaa (ks. Ligget 2017; Burte ym. 2017; Osana, Adrien & Duponsel 2017; Manches & O'Malley 2016; Morgan, Farkas & Maczuga 2015; Fyfe, McNeil & Borjas 2014; Novack, Congdon, Hemani-Lopez & Goldin-Meadow 2014; Osana, Przednowek, Cooperman & Adrien 2018, Vitale, Black & Swart 2014 Liite 1), 4.-6.luokkalaisia kutakin luokka-astetta kohden kaksi kertaa ks. (Burte ym. 2017; Westenskow & Moyer-Packenham 2015; Rahaman, Agrawal, Srivastava & Chandrasekharan 2018; Vitale, Black & Swart 2014 Liite 1) ja 7.luokkalaisia yhdessä tutkimuksessa (ks. Kablan 2016 Liite 1). Kaiken kaikkiaan erillisiä tutkimusasetelmia 14 artikkelissa oli 20. Niistä neljässä oli otettu huomioon oppilaiden matemaattinen taitotaso (ks. Westenskow & Moyer-Packenham 2015; Morgan ym. 2015; Fyfe ym. 2014; Novack ym. 2014 Liite 1). Näistä tutkimuksista kahdessa (ks. Morgan ym. 2015; Fyfe ym. 2014 Liite 1) oli haluttu tutkia eri tutkimusasetelmien avulla erikseen joko matemaattisesti heikkojen tai matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden oppimista tiettyssä oppimistilanteessa. Kahdessa (ks. Westenskow & Moyer-Packenham 2015; Novack ym. 2014 Liite 1) kohderyhmäksi oli otettu vain matemaattisesti heikkoja oppilaita. Muiden tutkimusartikkeleiden tutkimusasetelmissä matemaattiseen taitotasoon ei oltu otettu kantaa.

Tutkittavat välineet tutkimusartikkeleissa olivat seuraavanlaisia: Unifix-kuutiot, origamit, kymmenjärjestelmävälineet, kiekot/nappulat, murtokakut, -kulmiot ja niiden virtuaaliset vastineet, geolaudat, geometriset palat, ympyrän havainnollistamisvälineet, puiset palikat, nuket, tarrat, vaaka, magneettiset numerot, sormet/kädet, tangramit, muovailuvaha ja erilaiset viivaimet. Unifix-kuutioita sekä kiekkoja/nappuloita käytettiin kumpaakin kahdessa eri tutkimuksessa. Yhdessä

(ks. Westenskow, & Moyer-Packenham 2015 Liite 1) tutkimuksessa tutkittiin virtuaalisia välineitä suhteessa vastaaviin konkreettisiin välineisiin. Yhdessä (ks. Naroht & Luneta 2015 Liite 1) tutkimuksessa taas tutkittiin yleistä toimintatapaa, joka perustui matemaattisten taitojen opettamiseen konkreettisista malleista kohti abstraktia esitystapaa. Tässä tutkimuksessa ei mainittu erikseen mistä konkreettisista välineistä oli kyse. Myös toisessa (ks. Morgan ym. 2015 Liite 1) tutkimuksessa tutkittiin opetustapoja, joista yksi oli konkreettisten välineiden käyttö. Tässäkin tutkimuksessa käytettyjä välineitä ei oltu erikseen mainittu. Opettajaopiskelijoita (ks. Şandir 2016 Liite 1). tutkittaessa tutkittiin opiskelijoiden kykyä kehittää matematiikan opetukseen soveltuvia välineitä.

Tutkimusartikkeleiden esittelemistä tutkimuksista kaksi (ks. Naroht & Luneta 2015; Şandir 2016 Liite 1) oli toteutettu vain laadullisia menetelmiä käyttäen. Yhdessä tutkimuksessa (ks. Westenskow & Moyer-Packenham 2015 Liite 1) oli yhdisteltu sekä laadullisia että määrällisiä tutkimusmenetelmiä ja toisessa (ks. Rahaman ym. 2018 Liite 1) sekä laadullisia tutkimusmenetelmiä, että erillistä silmäliikettä tehtävän aikana kuvaavaa tutkimusmenetelmää. Loput tutkimuksista oli toteutettu ainoastaan määrällisiä tutkimusmenetelmiä käyttäen. Koeasetelmista yleisin oli erilaisten koeryhmien yhdisteleminen siten, että eri koeryhmät osallistuivat erilaisiin toimenpiteisiin. Tällaisia tutkimusasetelmia oli aineistossa 13. Tutkimuksia, joissa oli ainoastaan yksi koeryhmä, eikä kontrolliryhmää, oli kolme (ks. Burte ym. 2017; Naroht & Luneta 2015; Şandir Liite 1). Koe- ja kontrolliryhmätutkimuksia oli aineistossa kaksi (ks. Ligget 2017; Rahaman ym. 2018 Liite 1). Yhdessä tutkimuksessa (ks. Osana ym. 2018 Liite 1) oli kontrolliryhmän lisäksi useita koeryhmiä.

Tutkimusartikkeleiden tutkimusaiheet voidaan jakaa kolmeen osa-alueeseen. Tutkimuksia, joissa tutkittiin välineiden käytön vaikutusta oppimiseen, oli eniten. Nämä tutkimukset käsittelivät seuraavia asioita: koetulosten parantumista, matemaattisen ja avaruudellisen ajattelun kehittymistä, ohjaustapojen ja tapojen järjestyksen merkitystä oppimiseen, sitä millä tavoin välineiden käyttö tukee ymmärtämistä, mikä merkitys välineiden käytöllä oppimisen kannalta on suhteessa perinteisiin opetustapoihin, mikä vaikutus välineiden käytöllä on laskustrategioihin,

onko opetusmenetelmillä vaikutusta oppimiseen, miten eri tasoiset oppilaat hyötyvät eri opetusmenetelmistä ja miten tapa, jolla välineet otetaan käyttöön, vaikuttaa niillä oppimiseen tulevaisuudessa. Näistä aiheista ohjeistustapojen ja niiden järjestyksen sekä opettajien valitsemien opetusmenetelmien vaikutusta oppimiseen tutkittiin kahdessa (ks. Morgan ym. 2015; Naroth & Luneta 2015; Fyfe ym. 2014 Liite 1) eri tutkimusartikkelissa. Tutkimuksia, joissa vertailtiin erilaisia matematiikan opetusmenetelmiä, joihin liittyi välineiden käyttö, oli viisi (ks. Westenskow & Moyer-Packenham 2015; Morgan ym. 2015; Fyfe ym. 2014; Novack ym. 2014; Vitale ym. 2014 Liite 1). Niissä tutkittiin aiemmin mainittujen aiheiden lisäksi sitä, millaisia menetelmiä opettajat käyttävät matematiikan opetuksessa. Tutkimuksia, joissa tutkittiin opettajia välineiden käyttäjinä, oli kolme. Niistä yhdessä (ks. Naroth & Luneta 2015 Liite 1) tutkittiin opettajien suhtautumista opetusmenetelmään, jossa välineitä käytetään matematiikan opiskelun tukena, toisessa (ks. Şandir 2016 Liite 1) sitä, miten opettajaopiskelijat kykenevät suunnittelemaan ja toteuttamaan erilaisia matematiikan opiskeluun tarkoitettuja välineitä ja kolmannessa (ks. Morgan ym. Liite 1) sitä vaikuttiko oppilaiden taitotaso opettajan valitsemiin opetusmenetelmiin.

4.4 Tutkimusaineiston analyysipolku

Kangasniemen ym. (2013, 297) mukaan kuvailevan kirjallisuuskatsauksen aineiston analysointivaiheessa aineistosta nostetaan esille tutkittavan ilmiön kannalta keskeisiä seikkoja. Jokin aineistoista voi toimia analyysissä ikään kuin päälähteenä, joka muodostaa rungon myös muiden lähteiden analysointiin. Esiin nousseet asiat ryhmitellään teemoittain. Aineiston esittäminen kirjoitetussa muodossa vaatii kirjoittajalta syvällistä aineiston tuntemista.

Onwuegbuzien ja Weinbaumin (2017, 365) mukaan laadullisen vertailun käyttäminen analyysimetodina sopii erityisesti silloin, kun aineisto ei ole kovin suuri. Laadullisessa vertailussa näet jokainen aineisto saa arvon ja merkityksen. Tästä

syystä ajattelen tämän menetelmän sopivan myös kirjallisuuskatsauksena toteuttavan pro gradu -tutkielman toteuttamiseen. On myös hyvä, että aineiston analysoinnissa käytetään selkeää taulukkoa. Se auttaa aloittelevaa tutkijaa hahmottamaan tutkimusten sisältöä ja helpottaa näin ollen myös analysointia. Onwuegbuzien ja Frels (2014, 55) esittelevät myös diskurssianalyysin yhtenä kirjallisuuskatsauksen aineiston analysointitapana. Diskurssianalyysi metodina tutkii tapaa, jolla ihmiset ovat vuorovaikutuksessa keskenään (Remes 2006, 288). Onwuegbuzien ja Frels (2014, 55) mukaan diskurssit liittyvät oleellisena osana kaikkeen ihmisen toimintaan ja Remes (2006, 316) toteaa diskurssianalyysin sopivan metodologiaksi aina, kun ollaan kiinnostuneita sosiaalisessa todellisuudessa tapahtuvasta toiminnasta. Vaikka näenkin matematiikan opetuksessa käytetyt opetusmenetelmät osana sosiaalista toimintaa, pidän Onwuegbuzien ja Weinbaumin (2017, 365) esittelemää laadullisen vertailun käyttämistä analysointitapana hedelmällisempänä tutkielmani kannalta. Perustelen tätä sillä, että kyseinen metodi sopii paremmin käytettäväksi huolimatta siitä, mitä metodologisia tapoja aineistoon valikoituneissa tutkimuksissa on käytetty. Kangasniemen ym. (2013, 297) mukaan kuvailevan kirjallisuuskatsauksen aineiston analysoinnissa voidaan käyttää laadullisten menetelmien lisäksi myös määrällisiä analysointitapoja. Esimerkiksi esiintyvien teemojen ja sisältöjen yleisyyttä voidaan tuoda esille myös määrällisesti.

Kirjallisuuskatsauksen analysointiin käytettäviä menetelmiä on kirjallisuudessa kuvattu rajallisesti (Onwuegbuzie ja Weinbaum 2017, 368; Onwuegbuzie and Frels, 53). Onwuegbuzien ja Weinbaumin (2017, 363) kuvaavat kuitenkin artikkelissaan erään kirjallisuuskatsauksen analysointitavan, jonka nimi on laadullinen vertaileva aineiston analysointi. Heidän mukaansa aineiston analysointi lähtee liikkeelle valittujen tutkimusten jäsentelystä taulukkomuotoon. Tutkimuksen kannalta oleelliset seikat kootaan taulukkoon, jonka avulla tutkimuksia on helppo tarkastella samanaikaisesti. Kun tutkimukset on taulukoitu, tutkijan on helppo havaita mitkä tekijät toistuvat useissa tutkimuksissa tai mitkä tulokset ovat poikkeuksellisia verrattuna muihin tutkimuksiin. Tämän jälkeen tutkija voi yksinkertaistaa löytyneitä tekijöitä yhdistelemällä samankaltaiset keskenään ja luomalla niille uuden yläkategorian. Yhdistely tehdään tarpeettomien ja ylimääräisten määritteiden

poistamiseksi. Se selkeyttää tutkimusprosessin seuraavaa vaihetta. Laadullisessa vertailussa tavoitteena on löytää yhtenäisyyksiä tutkimusten välillä ja muodostaa niistä kuva. Malmivaara (2002) esittää kritiikkiä kuvailevaa, eli tavanomaista kirjallisuuskatsausta kohtaan. Hänen mukaansa tutkijan omalle tulkinalle ja objektiivisuudelle jää siinä liian suuri merkitys. Onwuegbuzie ja Weinbaum (2017, 364) vastaavat kritiikkiin kirjoittamalla laadullisen vertailuanalyysin käytön mahdollistavan läpinäkyvyyden sekä prosessissa että lopputuloksessa.

Tutkielmani analyysipolku lähti käyntiin Onwuegbuzien ja Weinbaumin (2017, 363) kuvauksen mukaisesta tutkimusartikkelien taulukkoon jäsentämisestä (ks. Liite 1). Valitsemiani hakukriteereitä käyttämällä löysin yhteensä 14 aineistoksi sopivaa artikkelia. Valittuani artikkelit, kokosin niiden perustiedot seitsensarakeiseen taulukkoon (ks. Liite 1). Taulukon tarkoituksena oli jäsentää kokonaiskuva tutkimuksen kohteena olevista artikkeleista. Taulukon seitsemään sarakkeeseen kokosin seuraavat tiedot 1. artikkelin nimi, julkaisuvuosi, kirjoittajat ja julkaisukanava, 2. tutkittu populaatio ja aineistonkeruu-aika, 3. tutkimuksen tarkoitus ja kesto, 4. tutkimus- ja analyysimenetelmät, 5. tutkittavat välineet, 6. tutkimuksen tulokset ja 7. johtopäätökset. Näistä tiedoista suurin osa oli tutkimusartikkeleissa selkeästi esillä. Ainoastaan tiedot tutkimuksen aineiston keruuajasta ja tutkimuksen kestosta, puuttuivat useista artikkeleista. Nämä tiedot jätin kirjoittamatta taulukkoon. Jotkin tutkimusartikkelit sisälsivät useamman tutkimusasetelman. Kokosin taulukon tutkimusartikkelien mukaan, joten joihinkin sarakkeisiin kirjasin useamman tutkimusasetelman, jotka oli esitelty samassa artikkelissa. Artikkelit ovat taulukossa siinä järjestyksessä, jossa ne nousivat esille aineiston hakuprosessissa.

Taulukon (ks. Liite 1) täytön jälkeen lähdin kokoamaan tutkimusten perustietoja ylös. Muodostin näin itselleni yleiskuvan kokonaisaineistostani. Kokosin tutkimusten perustiedot kustakin sarakkeesta yhteen, jotta hahmotin aineistoani keskeisesti määrittävät seikat. Jaottelin tutkimukset ensin julkaisuvuoden perusteella ja havaitsin, että tutkimusartikkelit jakautuivat tasaisesti kaikille aikahaarukkaan kuuluville vuosille. Sen jälkeen kokosin yhteen julkaisukanavat ja huomasin, että lähes kaikki artikkelit oli julkaistu eri julkaisukanavissa. Tämän jälkeen laskin tut-

kimuksissa tutkitut populaatiokoot ja laskin keskimääräisen populaatiokoon. Selvitin myös tutkimuksissa tutkitut luokkatasot lukumäärittäin ja havaitsin tutkimusten jakautuvan melko tasaisesti kaikille peruskoulun alaluokille painottuen kuitenkin 1.-3.luokkiin (13 koeasetelmaa kahdestakymmenestä). Selvitettyäni perustiedot tutkituista populaatioista, kokosin yhteen tutkimuksissa tutkitut välineet. Tutkimuksissa oli tutkittu useita erilaisia välineitä, mutta sekä kiekot että kuutiot esiintyivät kahdessa eri tutkimusartikkelissa.

Näiden perustietojen koostamisen jälkeen tutustuin tutkimusasetelmiin, joiden avulla varsinainen tutkimusten analysointi käynnistyi. Kokosin yhteen tutkimusasetelmiin liittyviä tekijöitä kuten sitä, oliko tutkimuksessa käytetty koeryhmän lisäksi kontrolliryhmää (ks. Ligget 2017; Rahaman ym. 2018 Liite 1). Huomasin, että perinteisen koe- ja kontrolliryhmäasetelman sijaan tutkimuksissa käytettiin usein asetelmaa, jossa useita eri koeryhmiä verrattiin keskenään (ks. Osana ym. 2017; Westenskow & Moyer-Packenham 2015; Kablan 2016; Manches & O'Malley; Fyfe ym. 2014; Novack ym.; Osana ym. 2018; Vitale ym. Liite 1). Joissakin tutkimuksissa toinen koeryhmä toimi ikään kuin kontrolliryhmän tavoin. Sillä haluttiin selvittää perinteisten opetusmenetelmien ja välineiden avulla oppimisen eroja (ks. Kablan 2016; Manches & O'Malley 2016 Liite 1). Tutkimusasetelmien osalta en koostanut yhteen tutkimusten keskimääräistä kestoja, sillä tieto tutkimuksen kestosta puuttui hyvin monesta tutkimusartikkelista.

Tutkimusasetelmien selvittämisen jälkeen kokosin yhteen tutkimusten tarkoitukset, eli tutkimuskysymykset ja jaottelin ne kolmeen pääkategoriaan osaan. Pääkategorioiksi muodostuivat seuraavat kategoriat: 1. käsitteenmuodostusvälineiden käytön vaikutuksia oppimiseen, 2. käsitteenmuodostusvälineiden käyttö ja niiden käytön järjestys suhteessa muihin opetusmetodeihin, 3. opettajat opetusmenetelmien käyttäjinä. Tältä pohjalta minun oli helpompaa lähteä kirjoittamaan myös tutkielmani tulososiota. Tutkimuskysymysten jälkeen siirryin tarkastelemaan tutkimusartikkeleiden tutkimustuloksia. Tämän jälkeen ryhmittelin artikkeleiden tutkimustulokset kategorioihin, jotka sitten yhdistin tutkimuskysymyksistä nousseiden pääkategorioiden alle. Tämän prosessin jälkeen lähdin kirjoittamaan tutkielmani tutkimustuloksia pääkategorioiden mukaisessa järjestyksessä. Taulukossa

1 on esitetty pääkategoriat ja niiden alle tulevat artikkelien keskeiset tutkimustulokset. Käytän konkreettisten välineiden sijaan nimitystä käsitteenmuodostusvälineet, sillä välineitä käytetään käsitteenmuodostuksen rakentamisessa.

Taulukko 1 Analyysin tuloksena syntyneet pääkategoriat ja tutkimusartikkelien keskeiset tulokset

Käsitteenmuodostusvälineiden käytön vaikutuksia oppilaiden oppimistuloksiin	Käsitteenmuodostusvälineiden käyttö ja niiden käytön järjestys suhteessa muihin opetusmetodeihin	Opettajat opetusmenetelmien käyttäjinä
Käsitteenmuodostusvälineiden käytön vaikutukset suhteessa siihen, että välineitä ei käytetä (Rahaman ym. 2018; Vitale ym. 2014; Ligget 2017; Kablan 2016; Manches & O'Malley 2016; Morgan ym. 2015; Fyfe ym. 2014)	Käsitteenmuodostusvälineiden käyttöönototavan vaikutukset myöhempisiin oppimistuloksiin (Osana ym. 2018)	Opettajien asenteet konkreettista matematiikan opetusmenetelmää kohtaan (Naroth & Luneta 2015)
Käsitteenmuodostusvälineiden käytön vaikutukset oppimiseen (Burte ym. 2017)	Käsitteenmuodostusvälineiden ja symboleiden käytön järjestyksen vaikutus oppimistuloksiin opettajan ohjauksessa ja ilman ohjausta (Osana ym. 2017)	Opettajien käyttämät opetusmenetelmät suhteessa oppilaiden matemaattiseen taitotasoon (Morgan ym. 2015)
Erilaisten havainnollistamistapojen käyttö matematiikan opetuksessa (Novack ym. 2014)	Konkreettista esitystavoista kuvallisten esitystapojen kautta symboliseen esitystapaan eteneminen (konkreetian häivyttäminen) ja näiden vaiheiden järjestyksen merkitys opetustilanteessa. (Fyfe ym. 2018)	Opettajaopiskelijoiden kyvyt suunnitella matematiikan opetukseen soveltuvia konkreettisia opetusmateriaaleja (Şandır 2016)
	Konkreettisten käsitteenmuodostusvälineiden käytön vaikutukset oppimiseen suhteessa virtuaalisiin vastaaviin välineisiin (Westenskow & Moyer-Packenham 2015)	

4.5 Luotettavuus ja eettisyys

Kallion (2006, 25) mukaan review -tutkimuksen laadukkuuteen vaikuttavat seuraavat seikat. Tutkimuksen aineiston täytyy olla kerätty systemaattisesti ja relevanteista lähteistä. Sen täytyy olla avoin, jotta lukija tunnistaa mitä aineistoa analysoidaan ja kykenee muodostamaan siitä myös oman arvion. Tutkimuksen täytyy olla myös riittävän laaja ja sen täytyy olla toistettavissa toisen tutkijan toimesta. Harris ym. (2013, 2766) painottavat laadukkaan aineiston merkitystä myös tutkimuksen laadukkuuden ja luotettavuuden kannalta. On tärkeää varmistua siitä, että review -tutkimuksessa käytettävät tutkimusartikkelit ovat laadukkaita ja vastaavat tieteellisen tutkimuksen kriteereihin. Tutkielmassani vaikutin laadukkuuteen valitsemalla tutkimusartikkelit alan tieteellisesti arvostetuista lehdistä (ks. Liite 2). Laadukkuuteen viittaavia tekijöitä on muun muassa se, ettei lehti julkaise useammin kuin 6 kertaa vuodessa. Kun lehtiä ei ilmesty joka kuukausi, se tarkoittaa yleensä sitä, että lehteen valikoituneet julkaisut ovat käyneet läpi vertaisarvioinnin. Vertaisarvioinnissa lehden toimittaja luetuttaa lehteen ehdolla olevat artikkelit asiantuntijoilla tarkistaakseen niiden laadun. Vertaisarvioinnin jälkeen artikkelin kirjoittajalla on mahdollisuus korjata mainitut puutteet, jonka jälkeen artikkeli käy läpi toisen tarkistuskierron. Prosessi vie jonkin verran aikaa, joten näissä lehdissä julkaistut artikkelit eivät välttämättä ole aivan tuoreita. Niiden laadukkuuteen voi kuitenkin todennäköisesti luottaa.

Malmivaara (2002) kritisoi kuvailevan kirjallisuuskatsauksen luotettavuutta. Hänen mukaansa vapaasti tehtävä aineiston valinta jättää tutkijalle mahdollisuuden valita vain oman näkemyksensä mukaisia tutkimustuloksia, jolloin tutkimuksen luotettavuus heikkenee. Pyrin ottamaan näkökulman huomioon pro gradu -tutkielmani teossa siten, etten rajannut tutkimuksia pois niiden tulosten perusteella. Myös Kallio (2006, 26) toteaa, että review -tutkimuksessa tutkijan objektiivisyyden on vaikea luottaa ja täysin objektiivista tulosta ei hänen mukaansa review-tutkimuksella ehkä pystykään saamaan aikaan. Bouck ja Park (2018) pohtivat

tutkimusartikkelissaan myös systemaattiselle kirjallisuuskatsaukselle yleistä luotettavuutta heikentävää seikkaa. Hakusanoja valitessa ja hakutuloksia arvioi-
dessa on mahdollista, että tutkimuskysymyksen kannalta oleellisia tutkimuksia jää valikoitumatta aineistoon. Tämä on hyvä tiedostaa, mutta se ei saa estää tut-
kimuksen loppuun saattamista. Sellaista tilannetta ei olekaan, että kaikki aihetta
koskeva tutkimus saataisiin kerättyä samaan katsaukseen, eikä se ole opinnäy-
tetyön tavoitteiden valossa tarkoituksenmukaistakaan.

Kangasniemen ym. (2013, 297) esittelemän määritelmän mukaan kuvailevan kir-
jallisuuskatsauksen viimeinen vaihe on tulosten tarkasteleminen. Tähän vaihee-
seen kuuluu heidän mukaansa myös luotettavuuden ja eettisyyden tarkastelu.
Kangasniemi ym. (2013, 297) painottavat, että aineiston analysoinnissa nousevat
tulokset tulee liittää vahvasti teoriaan, sillä muuten tutkimuksen luotettavuus heik-
kenee. Omassa pro gradu -tutkielmassani pyrin liittämään jokaisen tutkimustu-
loksen aiemmin kuvattuun teoriaan, jotta tutkimuksen luotettavuus säilyisi. Tutki-
musten tulokset kuvasin tarkasti viitaten alkuperäiseen artikkeliin ja kokoamaani
tauluktoon.

5 TUTKIMUSTULOKSET

Tutkielmani tarkoituksena oli selvittää millaisia näkökulmia kirjallisuuskatsaukseen valitut tutkimukset nostavat käsitteenmuodostusvälineiden käytöstä matematiikan opetuksessa alakoulussa ja millainen merkitys näiden välineiden käytöllä on matematiikan oppimiseen. Käsitteenmuodostusvälineillä tarkoitan tutkielmassani konkreettisia välineitä, joiden tarkoituksena on auttaa oppilaita ymmärtämään abstrakteja matemaattisia käsitteitä. Välineet voivat olla joko arkisia esineitä tai varta vasten matematiikan opetukseen suunniteltuja välineitä. Valitut tutkimukset koskevat alakouluikäisten (7-12-vuotiaat) matematiikan oppimista välineiden avulla. Ikäryhmä on valittu sillä perusteella, että juuri alakouluikäiset oppilaat ovat Piaget'n (1988, 104-106) kehitysteorian perusteella ajattelussaan konkreettisella tasolla ja hyötyvät näin ollen konkreettisista välineistä.

Tutkielmaani valikoituneet tutkimusartikkelit käsittelivät käsitteenmuodostusvälineillä oppimisen oppimistuloksia suhteessa perinteisiin oppimistapoihin, eli opettajajohtoiseen luennoimalla opettamiseen (ks. Taulukko 1). Niissä tutkittiin myös eri opetusmenetelmien järjestyksen vaikutusta oppimiseen. Yhdessä tutkimuksessa (ks. Westenskow & Moyer-Packenham 2015 Liite 1) tutkittiin käsitteenmuodostusvälineiden vaikutusta oppimiseen suhteessa vastaaviin virtuaalisiin välineisiin. Yhdessä tutkimuksessa (ks. Naroth & Luneta 2015 Liite 1) tutkittiin opettajien asenteita konkreettisia oppimistapoja kohtaan, kun taas toisessa (ks. Şandir 2016 Liite 1) selvitettiin sitä, miten opettajaopiskelijat osaavat suunnitella matematiikan opetukseen soveltuvia konkreettisia oppimisvälineitä. Eräässä tutkimuksessa (ks. Morgan ym. 2015 Liite 1) yhtenä tutkimuskysymyksenä oli myös se, vaikuttaako oppilaiden taitotaso opettajan valitsemiin opetusmetodeihin. Pääosin tutkimustuloksissa korostuivat käsitteenmuodostusvälineiden positiiviset vaikutukset oppimistuloksiin, mutta eriäviäkin tutkimustuloksia löytyi (ks. Morgan ym. 2015; Novack ym. 2014 Liite 1). Seuraavaksi käsittelen tutkimustuloksia tarkemmin muodostamieni pääkategorioiden mukaisessa järjestyksessä.

5.1 Käsitteenmuodostusvälineiden käytön vaikutuksia oppilaiden oppimistuloksiin

Useat tutkimukset (ks. Manches & O'Malley 2016; Ligget 2017; Kablan 2016; Westenskow & Moyer-Packenham 2015 Liite 1) osoittivat, että käsitteenmuodostusvälineillä opiskelleet oppilaat saavuttivat huomattavasti perinteisillä tavoilla opiskelleita parempia oppimistuloksia. Perinteisillä tavoilla opiskelulla tarkoitetaan tässä Leinon (1997, 46-47) ja Deweyn (1963, 27-28) kuvausten tavoin opettajajohtoista luentotyypistä opetusta, jossa oppilaiden tehtävä on toimia passiivisina tiedon vastaanottajina. Positiivisista tutkimustuloksista esimerkkinä Liggetin (2017, 92, 94-95 ks. Liite 1) tutkimus, jossa selvitettiin 2.luokkalaisten oppilaiden suoriutumista matemaattisia perustaitoja mittaavassa kokeessa. Kontrolliryhmä suoritti kokeen ilman välineitä ja koeryhmä sai käyttää muovisia unifixkuutioita. Unifix-kuutioita käyttänyt ryhmä suoriutui kokeesta merkittävästi paremmin, vaikka erot ryhmien lähtötasoissa otettiin huomioon. Tutkimusten valossa näyttää siltä, että Dominon (2010, 5-7) siteeraamat näkemykset oikeasta matematiikan opetuksen tavasta pitävät paikkansa. Domino siteeraa muun muassa sveitsiläistä 1800-luvun pedagogia Pestalozzia ja lähes vuosisata myöhemmin vaikuttanutta Montessoria, jotka molemmat korostivat käsitteenmuodostusvälineiden arvoa matematiikan oppimisessa ja opettamisessa. Myös Piagét'n (1976) näkemykset, joiden mukaan 7-11-vuotiaat oppilaat tarvitsevat oppimisensa tueksi käsitteenmuodostusvälineitä, ovat yhdenmukaisia tutkimusartikkelien esittämien tutkimustulosten kanssa (Domino 2010, 7). Hyviä oppimistuloksia käsitteenmuodostusvälineiden avulla opiskellessa saavutettiin kaikissa ikäluokissa. Nuorimmat tutkittavat olivat 4-7-vuotiaita, kun taas vanhimmat olivat 7.luokkalaisia ja vastasivat iältään suomalaisia 6.luokkalaisia. Burten ym. (2017, 6, 11 ks. Liite 1) tutkimuksessa paperintaittelun vaikutuksista avaruudellisen hahmottamisen kehittymiseen, havaittiin, että positiivisia tuloksia saatiin ainoastaan 5.-6.luokkalailla. Samaan tutkimukseen osallistuneiden 3.-4.luokkalaisten tulokset avaruudellisessa hahmottamisessa eivät kehittyneet paperintaitteluharjoitusten avulla. Samaisessa tutkimuksessa havaittiin myös, että paperintaittelu auttoi oppilaita ratkaisemaan käytännöllisiä tehtäviä paremmin, mutta taidot abstraktien tehtävien ratkaisussa eivät kehittyneet. Tätä tukee Dominon (2010, 7) viittaus Piagét'n

kehitysteoriaan, jonka mukaan 7-11-vuotiailla ei ole vielä kykyä ymmärtää abstrakteja matemaattisia käsitteitä ja siksi he tarvitsevat ajattelunsa tueksi konkreettisia välineitä. Tutkimustulos tukee tätä teoriaa, sillä abstraktien tehtävien ratkaisukyky ei kehittynyt harjoittelusta huolimatta. Piagét'n teorian mukaan se johtuu oppilaiden kehitysvaiheesta, jossa he eivät vielä yllä abstraktiin ajatteluun.

Kahdessa tutkimuksessa havaittiin, että konkreettisia välineitä käyttämällä oppilaiden ongelmanratkaisustrategiat kehittyivät (Rahaman ym. 2018, 387; Manches, O'Malley 2016, 42 ks. Liite 1). Rahamanin ym. (2018, 380, 387) tutkimuksessa havaittiin ongelmanratkaisustrategioiden kehittymistä, vaikka itse oikeiden ratkaisujen määrässä ei tapahtunut muutosta. Edellä mainitussa tutkimuksessa tutkittiin tangrameilla tai muovailuvahalla operoimista ennen pinta-alaan liittyvien tehtävien ratkaisua 6.luokkalaisilla. Silmänliikettä kuvaavalla menetelmällä havaittiin, että sekä muovailuvahalla että tangrameilla operoiminen ennen pinta-ala-tehtävien ratkaisemista, kehitti ratkaisustrategioita, mutta tangrameilla operoiminen kehitti strategioita selvästi enemmän. Ongelmanratkaisutaitojen kehittyminen konkreettisia välineitä operoimalla vastaa hyvin POPS:n matematiikan opetuksen (2014, 29-30) tavoitteisiin, joiden mukaan oppimisympäristön tulisi tukea luovia ja tutkimuksellisia oppimistapoja. POPS:n (2014) mukaan juuri mielikuvituksen käyttö vaikuttaa kriittisen ja luovan ajattelun kehittymiseen. Tutkimustuloksissa havaittu edistys ongelmanratkaisutaidoissa erityisesti muovailuvahalla muovailun jälkeen, tukee edellä mainittua väitettä.

7.luokkalaisille tehdyssä tutkimuksessa tutkittiin konkreettisten opetustapojen vaikutusta oppimistuloksiin suhteessa perinteiseen luennointiin (Kablan 2017, 285, 291 ks. Liite 1). Samalla tarkasteltiin myös oppilaiden oppimistyylien (abstraktit ja konkreettiset oppijat) vaikutusta oppimiseen silloin, kun opetustyyliä muutettiin. Tutkimuksessa havaittiin, että konkreettiset oppijat oppivat huomattavasti abstrakteja oppijoita huonommin silloin, kun opetuksessa käytettiin ainoastaan luennointia. Kun luennoinnin ja konkreettisten oppimistapojen suhde vaihdettiin niin, että 70 % opetuksesta toteutettiin luennoimalla ja 30 % konkreettisia menetelmiä käyttäen, erot oppilaiden välillä hävisivät. Huomattavaa oli, että myös abstraktien oppijoiden oppimistulokset paranivat, kun 30% opetuksesta toteutettiin

konkreettisilla opetusmenetelmillä. Konkreettisen menetelmien käytön lisääminen 30 %:sta 50 %:iin ei kuitenkaan parantanut oppimistuloksia enää lisää. Välineiden käytöstä saatiin siis paras mahdollinen hyöty jo silloin, kun niitä hyödynnettiin kolmasosassa opetuksesta. Tämän tutkimuksen tulokset tukevat Kajetskin ja Salmisen (2009, 13) esittämää näkemystä, jonka mukaan opetuksessa tulisi ottaa huomioon erilaiset tavat oppia. Tämä mahdollistuu silloin kun opetuksessa käytetään monipuolisia opetusmenetelmiä. Tutkimus tukee juuri konkreettisten välineiden käyttöön ottoa, sillä ainakin jaoteltaessa oppilaat edellä mainittuihin kahteen oppimistyyliin, kaikki oppilaat hyötyvät konkreettisen käytöstä opetuksessa.

Vitalen ym. (2014, 4, 9 ks. Liite 1) tutkimuksessa selvitettiin, onko oppimistilanteissa käytetyn välineen yhdenmukaisuudella merkitystä oppimistuloksiin. Tutkimuksessa 2.luokkalaiset oppilaat jaettiin kolmeen ryhmään, jotka harjoittelivat tietokonepelin avulla lukujen sijainnin hahmottamista lukujanalta. Ensimmäinen ryhmä harjoitteli ilman apuvälineitä, toinen ryhmä harjoitteli tietokoneen näytöllä näkyvän janan kanssa yhdenmukaisen viivaimen avulla ja kolmas ryhmä viivaimella, joka oli 33 % tietokoneen näytöllä näkyvää janaa pidempi (ei-yhdenmukainen viivain), eikä näin ollen ollut suoraan asetettavissa ruudun päälle tehtäviä tehdessä. Harjoitusvaiheessa huomattiin, että yhdenmukaista viivainta käyttäneet oppilaat ratkaisivat tehtävät oikein kahta muuta ryhmää todennäköisemmin. Ilman välinettä tehtäviä ratkaissut ryhmä taas suoritti tehtävät kahta muuta ryhmää nopeammin. Kun oppilaiden taitoa vastaavissa tehtävissä tutkittiin näiden harjoitusten jälkeen niin, ettei kenelläkään ollut käytössä apuvälineitä, havaittiin, että ei-yhdenmukaisen viivaimen kanssa harjoitelleet oppilaat suoriutuivat tehtävistä selvästi kahta muuta ryhmää paremmin. Ei-yhdenmukainen viivain siis kehitti oppilaiden ratkaisustrategioita yhdenmukaista viivainta enemmän. Pollyn (2015, 574-575, 577) kirjoittaman tutkimusartikkelin mukaan konkreettisista ja oppilaislähtöisistä opetustavoista täydentävää ammatillista koulutusta saaneet opettajat osasivat tarjota oppilaille enemmän mahdollisuuksia oman ajattelun kehittämiseen. Tämä tapahtui tarjoamalla esimerkiksi avoimia tehtäviä, joihin ei ollut olemassa yhtä oikeaa ennalta määrättyä vastausta. Tällaisen opetustavan nähdään tuottavan parempia oppimistuloksia ja kehittävän oppilaiden ajatteluproses-

sia. Ei-yhdenmukaisen viivaimen paremmuus yhdenmukaiseen viivaimeen nähden on kenties selitettävissä samoin perustein. Ei-yhdenmukainen viivain aktivoi oppilaan ajatteluprosessia enemmän, eikä tarjoa vastausta valmiina.

Westenskowin ja Moyer-Packenhamin (2015, 47-49 ks. Liite 1) tutkimuksessa tutkittiin konkreettisilla välineillä oppimista suhteessa virtuaalisiin vastineisiin. Tutkimukseen osallistui 5.luokkalaisia oppilaita, joilla oli vaikeuksia murtolukujen oppimisessa. Tutkimukseen osallistuneiden sukupuolijakauma painottui tyttöihin (2/3 tutkittavista). Tähän ei tutkimuksessa kuitenkaan otettu kantaa, eikä tuloksia eritelty sukupuolen mukaan. Oppilaat jaettiin kolmeen ryhmään, joista jokainen osallistui kymmeneen murtolukuihin liittyvään opetustuokioon. Ensimmäisen ryhmän opetuksessa hyödynnettiin konkreettisia välineitä, toisessa ryhmässä virtuaalisia ja kolmannessa ensin konkreettisia ja sitten virtuaalisia. Tämän jälkeen oppilaiden osaamista kartoitettiin murtolukuihin liittyvillä eri osa-alueilla. Tutkimus osoitti, että kaikista opetustavoista oli hyötyä ja jokainen opetustapa kehitti jotain osa-aluetta parhaiten. Kun interventioiden tehokkuus laskettiin, huomattiin kuitenkin, että tehokkaimmaksi osoittautui konkreettisilla välineillä opettaminen. Konkreettisten välineiden käyttö vaikutti positiivisesti erityisesti murtolukujen nimeämisen, järjestelyn, tunnistamisen ja ratkaisemisen taitoihin sekä kokonaisuuksien ja osien ymmärtämiseen.

Kahdessa tutkimuksessa saatiin edellämämainittujen tutkimustulosten kanssa poikkeavia tuloksia (Morgan ym. 2015 195, 198-199; Novack ym. 2014 ks. Liite 1). Morganin ym. (2015, 195, 198-199) tutkimuksessa havaittiin, että opettajien käyttämistä erilaisista opetustavoista perinteisin, eli opettajajohtoinen opetus tuotti parhaimpia oppimistuloksia erityisesti niillä oppilailla, joilla oli vaikeuksia matematiikan oppimisessa. Välineiden käyttö ei tämän tutkimuksen mukaan vaikuttanut oppimistuloksiin positiivisesti. Myös Novackin ym. (2014, 905, 907) tutkimuksessa saatiin aiempien tutkimustulosten kanssa ristiriitaisia tuloksia. Heidän tutkimuksensa mukaan 3.luokkalaiset oppilaat, joilla oli matemaattisia vaikeuksia, oppivat yhtälön ratkaisemisen parhaiten silloin, kun lukuja ainoastaan osoitettiin sormilla, konkreettisen lukujen siirtämisen sijaan. Tässä tutkimuksessa toteutettiin kolme koeasetelmaa, joista ensimmäisessä yhtälön toiselta puolelta siirrettiin konkreettisesti magneettinumerot toiselle puolelle. Toisessa koeasetelmassa

sama tehtiin elehtien, mutta koskematta numeroihin ja kolmannessa numeroita ainoastaan osoitettiin keski- ja etusormilla tarkoituksena kuvastaa sitä, että luvut täytyi laskea yhteen. Jälkimmäisimmässä esimerkissä oppimistulokset olivat parempia kuin kahdessa ensimmäisessä, mutta toisen ryhmän perustelut, eli matemaattisen kielentämisen taidot olivat kahta muuta ryhmää paremmat. Tämän tutkimustuloksen valossa konkreettisesta elehtimisestä näytti siis kuitenkin olevan myös hyötyä, sillä kehittyneet kielentämisen taidot ovat POPS:n (2014 128, 234) mukaan osa matematiikan opetuksen tarkoitusta. Myös Joutsenlahti (2003, 1, 6) korostaa kielentämisen merkitystä matemaattisen ajattelun kuvaamisessa. Joutsenlahden mukaan kielentämisen avulla opettaja saa myös tärkeää tietoa oppilaan ajatteluprosessista. Deweyn (1963, 71-72) ajatusten pohjalta ymmärrys oppilaan ajatteluprosessista on erittäin tärkeää, sillä osatakseen ohjata oppilaita oppimaan, opettajan tulee Deweyn mukaan tuntea oppilaat läpikotaisin ja oltava tietoinen heidän tarpeistaan, kyvyistään ja aiemmista kokemuksistaan, joiden pohjalta uutta tietoa on mahdollista rakentaa. Myös Vygotskyn (1978, 25, 28) ajatusten pohjalta tätä tutkimustulosta voidaan pitää positiivisena ja merkittävänä. Hänen mukaansa kielentämisellä on suuri merkitys oppilaan kognitiivisen kehityksen kannalta. Sanallistaminen näyttää hänen mukaansa tukevan ongelmanratkaisua ja oppilaat pystyvät kieltä käyttämällä selviytymään vaikeammista tehtävistä kuin ilman sitä. Vaikka tutkimuksessa ei siis konkreettisilla toimintatavoilla saatukaan positiivisia tuloksia itse tehtävien oikeinratkaisun kannalta, voidaan kehittyneet kielelliset taidot nähdä positiivisena tuloksena POPS:n (2014, 128, 234) matematiikan oppiaineen tavoitteen toteutumisen kannalta.

5.2 Konkreettisen välineiden ja muiden opetusmenetelmien järjestyksestä opetustilanteissa

Konkreettisten välineiden opetuskäytön hyötyjen lisäksi muutamassa tutkimuksessa (Osana ym. 2018; Osana ym. 2017; Fyfe ym. 2014 ks. Liite 1) tutkittiin tapaa, jolla välineitä käytetään opetuksessa ja sitä, millä tavoin tämä käytötapa

vaikuttaa oppimiseen. Fyfen ym. (2014, 106-112) tutkimuksessa haluttiin selvittää, millainen vaikutus oppimiseen konkretian häivyttämisellä on suhteessa muihin opetusmenetelmiin ja onko konkretian häivyttämisessä käyttäjien menetelmien järjestyksellä merkitystä oppimisen kannalta. Konkretian häivyttämisellä tarkoitetaan menetelmää, jossa asia opetetaan ensin konkreettisilla välineillä, sen jälkeen piirrosten avulla ja lopuksi matemaattisilla symboleilla. Konkretian häivyttämistä käytettiin tässä tutkimuksessa yhtenä tutkittavana opetusmenetelmänä. Sen lisäksi käytettiin konkreettista opetusta, abstraktia opetusta ja tapaa, jossa konkretian häivyttämisessä käytetyt menetelmät oli käännetty toisinpäin. Tutkimuksessa huomioitiin myös oppilaiden matemaattinen taitotaso, sillä haluttiin selvittää, onko tällä tekijällä merkitystä siihen, mitkä menetelmät tuottavat oppimisen kannalta parhaan lopputuloksen. Tutkimuksessa selvisi, että konkretian häivyttäminen oli menetelmistä selvästi tehokkain sekä matemaattisesti lahjakkaiden että heikkojen 1.-3.luokkalaisten oppilaiden oppimisen kannalta. Muiden kolmen koe-ryhmän tulokset eivät eronneet toisistaan merkittävästi. Tutkimuksessa havaittiin myös, että menetelmän vaiheet oli tärkeää käydä läpi juuri kyseisessä järjestyksessä konkreettisesta mallista kuvalliseen ja lopulta symboliseen. Päinvastoin käännettyllä mallilla ei saatu aikaan vastaavia oppimistuloksia. Tämän tutkimuksen tulokset tukevat myös Metsämuurosen (2010, 123) näkemystä, jonka mukaan sekä heikoimmat että parhaimmat oppilaat menestyvät matematiikan opinnoissa parhaiten, mikäli opetuksessa käytetään konkreettisia välineitä. Heikoimpien oppilaiden hyvien oppimistulosten kannalta tulos on yhteneväinen myös Bouckin ja Parkin (2018, 85, 94) tutkiman konkretian häivyttämistä muistuttavan opetusmetodin kanssa. Bouckin ja Parkin systemaattisen kirjallisuuskatsauksen tutkimukset koskivat konkreettisten välineiden käyttöä muun muassa erityisistä oppimisvaikeuksista kärsivien oppilaiden opetuksessa. Myös näissä tutkimuksissa konkretian häivyttämisen kaltainen menetelmä näytti tuottavan merkittäviä oppimistuloksia.

Myös Osanan ym. (2017, 5-6, 18-19 ks. Liite 1) tutkimuksessa selvitettiin konkreettisten ja symbolisten opetusmenetelmien käytön järjestyksen vaikutusta oppimistuloksiin. Tutkimukseen osallistuneet 2.luokkalaiset jaettiin ryhmiin, joille opetettiin lukujen paikka-arvoa ja uudelleen ryhmittelyä kolmella eri tavalla. En-

simmainen ryhmä suoritti yhteenlaskutehtäviä ensin konkreettisilla kymmenjärjestelmävälineillä ja sen jälkeen symbolisesti allekkainlaskulla. Toinen teki saman käänteisessä järjestyksessä. Kolmas ryhmä taas harjoitteli toistuvasti peräkkäin ensin konkreettisilla välineillä suorittaen heti perään saman laskun symbolisesti allekkainlaskuna. Lisäksi jokainen näistä kolmesta ryhmästä jaettiin vielä kahteen ryhmään, joista toiselle tarjottiin ohjeistusta tehtävien suorittamiseen ja toiselle ei. Tässä tutkimuksessa havaittiin, että sekä saadulla ohjeistuksella että oppimismenetelmällä oli merkitystä oppimisen kannalta. Menetelmässä, jossa asia opiskeltiin ensin konkreettisilla välineillä ja sitten symbolisesti, toimi parhaiten silloin, kun oppilas ei saanut ohjausta. Päinvastainen malli taas toimi parhaiten silloin, kun oppilas sai ohjausta. Toistuvasti peräkkäin suoritettavat konkreettiset ja symboliset harjoitukset eivät tuottaneet hyviä oppimistuloksia riippumatta siitä saiko oppilas ohjausta vai ei. Oppilaiden uudelleen ryhmittelyyn taidot kuitenkin paranivat kaikilla niillä ryhmillä, jotka saivat ohjausta, riippumatta käytetystä opetusmenetelmästä. Kaikki nämä tutkimustulokset tukevat osaltaan Vygotskyn (1978, 86-98) teoriaa lähikehityksen vyöhykkeestä. Vygotskyn mukaan lähikehityksen vyöhykkeellä voidaan tarkoittaa joko apuvälineen tai toisen ihmisen avulla toimimista sellaisessa oppimistilanteessa, josta oppija ei selviytyisi vielä yksin. Tutkimustulosten valossa näyttää siltä, että joissain oppimistilanteissa toimii parhaiten välineapu ja toisessa taas ihmisen tarjoama tuki. Tutkimuksen mukaan näyttää myös siltä, että käytettyjen menetelmien suotuisin järjestys riippuu siitä, saako oppilas ohjausta harjoittelunsa aikana.

Osanan ym. (2018, 159, 167-168 ks. Liite 1) tutkimuksessa haluttiin selvittää vaikuttaako tapa, jolla oppilaat tutustuvat välineisiin siihen, miten he kykenevät oppimaan välineiden avulla. Tutkimusasetelmassa yksi ryhmä 1.luokkalaisista oppilaista sai leikkiä matemaattisilla laskukiekoilla käyttäen mielikuvitustaan, toista ryhmää ohjattiin käyttämään niitä pelinappuloina ilman määrällistä tarkoitusta, kolmas ryhmä käytti niitä matemaattisina laskuvälineinä ja neljäs ryhmä ei tutustunut välineisiin lainkaan. Kun tämän jälkeen tutkittiin millä tavoin oppilaat oppivat ymmärtämään kiekkojen matemaattisen merkityksen, kolmas ryhmä suoriutui oletetusti parhaiten. Kun muutkin ryhmät olivat jo saaneet vinkkejä kiekkojen matemaattisesta merkityksestä, havaittiin, että kolmannen ryhmän jälkeen parhaiten suoriutuivat ne oppilaat, jotka olivat käyttäneet kiekkoja pelinappuloina ilman

määrällistä merkitystä. Heikoimmin kiekkojen matemaattisesta merkityksestä pääsivät perille ne oppilaat, jotka olivat saaneet vapaasti leikkiä kiekkoilla tutustuessaan niihin. Nämä oppilaat suoriutuivat siis myös niitä oppilaita heikommin, joille välineet eivät olleet ennalta lainkaan tuttuja. Tämän tutkimuksen perustella näyttää siltä, että tavalla, jolla matemaattiset välineet esitellään oppilaille, on merkitystä myöhemmän oppimisen kannalta. Tutkimustulos on osin ristiriitainen Bouckin ja Parkin (2018, 97) toteamuksen kanssa, jonka mukaan matemaattisten käsitteiden konkretisoinnissa käytettyjen välineiden alkuperäisellä käyttötarkoituksella ei ole merkitystä oppimisen kannalta. Mikäli näin olisi, välineillä leikkimisellä ei pitäisi olla vaikutusta siihen, millä tavoin niitä pystytään myöhemmin käyttämään matematiikan oppimisvälineinä.

5.3 Opettajat opetusmenetelmien käyttäjinä

Kolmessa tutkimuksessa (Naroth & Luneta 2015; Morgan, Farkas & Maczuga 2015; Şandır 2016 ks. Liite 1) tutkimuksen kohteena olivat opettajat. Narothin ja Lunetan (2015, 270-274) tutkimuksessa selvitettiin esikoulu-3.luokan opettajien kokemuksia konkretian häivyttämisestä opetustapana. Tutkimukseen haastatellut opettajat osallistuivat lisäksi kyseiseen opetusmenetelmään liittyvään ammatilliseen koulutukseen. Tutkimukseen osallistuneet opettajat suhtautuivat opetustapaan erittäin positiivisesti. Heidän mukaansa aiheeseen liittyvään koulutukseen osallistuminen oli lisännyt heidän ammatillista osaamistaan. Opettajat olivat myös sitä mieltä, että kyseisen opetusmenetelmän käyttöönoton myötä myös oppilaiden matemaattiset taidot olivat kehittyneet. Haasteeksi he kokivat sen, jos menetelmä oli otettu käyttöön siten, että oppilaat olivat aloittaneet opiskelun perinteisellä opetustavalla. Tällöin oppilaiden oli opettajien mukaan vaikeampi päästä sisään uuteen opetustapaan. Opettajien haastattelussa esille tuomia kokemuksia tukevat Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin (2001, 12) näkemykset opettajan ammatillisen osaamisen merkityksestä oppilaiden matematiikan oppimisen kannalta. Heidän mukaansa oppilaiden oppiminen riippuu opettajan opettamisen tai-

doista. Samoilla linjoilla on myös Polly (2015, 574-575, 577) joka kirjoittaa tutkimusartikkelissaan opettajien ammatillisen kouluttautumisen vaikuttavan siihen, miten he toteuttavat matematiikan opetusta. Tutkimuksen mukaan täydennyskoulutetut opettajat tarjosivat oppilaille enemmän mahdollisuuksia toimia ja ajatella itsenäisesti. Myös Deweyn (1963, 40-42) mukaan opettajan ammatillisen osaamisen merkitys oppimisen kannalta on erittäin merkittävä.

Morganin ym. (2015, 193 ks. Liite 1) tutkimuksessa selvitettiin vaikuttaako opettavien oppilaiden matemaattinen taitotaso siihen, millaisia opetusmenetelmiä opettajat käyttävät. Tässä tutkimuksessa selvisi, että opettajat käyttivät konkreettisia opetusmenetelmiä todennäköisemmin silloin, jos luokalla oli paljon oppilaita, joilla oli matemaattisia vaikeuksia. Tätä tukevat myös Metsämuurosen (2010, 123) esittämät ajatukset tutkimuksen tuloksista, joissa kävi ilmi, että sekä heikoimmat että parhaimmat oppilaat menestyivät matematiikan opinnoissa parhaiten, mikäli koulun oppilaiden lähtötaso matematiikan osaamisen suhteen oli heikko. Metsämuuronen (2010) arvioi aiempiin tutkimustuloksiin vedoten tämän johtuvan todennäköisesti siitä, että lähtötasoltaan heikommassa kouluissa opetusmenetelminä käytetään todennäköisemmin konkreettisia oppimismenetelmiä, jotka hyödyttävät sekä heikoimpia että taitavimpia oppilaita.

Şandırin (2016, 2107-2011 ks. Liite 1) tutkimuksessa taas selvitettiin opettajaopiskelijoiden valmiutta kehittää matematiikan opetukseen soveltuvia konkreettisia oppimisvälineitä. Opiskelijat osallistuivat ohjausryhmiin, joissa heitä opastettiin suunnitelmiansa toteuttamisessa. Tutkimus osoitti, että opettajaopiskelijoiden oli vaikeaa kehittää matematiikan opetukseen sopivia konkreettisia välineitä ja se vei heiltä hyvin paljon aikaa. Opiskelijat olivat luultavasti omana kouluaikanaan tottuneet oppikirjasidonnaiseen opetukseen ja näin konkreettisten välineiden käyttö oli saattanut jäädä vähemmälle. Tämä saattoi myös olla syynä siihen, että heidän oli vaikeaa kehittää opetukseen konkreettisia välineitä. Ongelmaksi muodostui esimerkiksi se, ettei suunniteltu väline sopinut sille luokkatasolle, jolle se oli suunniteltu. Toiset suunnitelmat taas eivät olleet käytännössä toteutettavissa. Osa opiskelijoista myös suunnitteli aktiviteetteja välineiden sijaan. Vaikeudet opetusvälineiden suunnittelussa ja toteutuksessa voivat osittain selittää Metsämuurosen (2010, 139) tutkimustuloksia, joiden mukaan opettajat tukeutuvat hyvin

selkeästi oppikirjapainotteisiin opetustapoihin. Oppikirjan käytön valinta voi kertoa vaikeudesta toteuttaa muunlaisia oppimistapoja.

5.4 Yhteenveto

Tutkimustulosten valossa näyttää siltä, ettei POPS:n (2014, 128, 130) konkretian ja välineiden käytön korostaminen matematiikan oppiaineen kohdalla ole perusteetonta. Kuten useat tutkimusartikkelit osoittavat, konkreettisen välineiden käyttö matematiikan opetuksessa näyttäytyy tehokkaana tapana parantaa oppimistuloksia (ks. Manches & O'Malley 2016; Ligget 2017; Kablan 2016; Westenskow & Moyer-Packenham 2015 Liite 1). Ristiriitaisia tuloksiakin kuitenkin löytyi, vaikkakin huomattavasti vähemmän kuin edellä mainittuja välineiden käytön eduista kertovia tuloksia (Morgan, Farkas & Maczuga 2015; Novack, Congdon, Hemani-Lopez & Coldin-Meadow 2014 ks. Liite 1). Tähän kirjallisuuskatsauksena toteutettuun tutkielmaan koottujen tutkimustulosten valossa näyttää siltä, että konkreettisten välineiden käytöstä on hyötyä kaikkien alakouluikäisten oppilaiden matematiikan oppimisen kannalta, sillä positiivisia tutkimustuloksia välineiden käytöstä, saatiin kaikista alakoulun ikäluokista.

Konkreettisten välineiden käytön järjestyksellä suhteessa muihin opetusmenetelmiin näyttää olevan merkitystä oppimisen kannalta. Tutkimusten perusteella konkreettisilla tavoilla opettaminen on tehokasta suhteessa perinteisiin opetusmetodeihin, mutta konkreettisten opetustapojen yhdistäminen liukumalla kuvalisten ilmaisutapojen kautta kohti abstraktia opetusta, näyttäytyy vielä konkreettisiä tapoja tehokkaammaksi matematiikan oppimisen kannalta (Fyfe ym. 2014, 110-112 ks. Liite 1). Sillä millaista konkreettistä välinettä oppimisessa käytetään, näyttää olevan merkitystä oppimistulosten kannalta. Vitalen ym. (2014, 9, 12 ks. Liite 1) tutkimuksessa ei-yhdenmukaisen viivaimen käyttäminen lukujonotaitoja harjoitellessa, tuotti yhdenmukaista viivainta parempia oppimistuloksia. Tätä selitettiin sillä, että epäyhdenmukaista viivainta käyttäessään oppilaan ajatteluprosessi kehittyi paremmin silloin, kun vastaus ei ole saatavilla suoraan välineen avulla.

Konkreettisten välineiden käyttöä opetuksessa tukee myös tutkimustulos opettajien kokemuksista konkreettisista opetustavoista (Naroth & Luneta 2015 ks. Liite 1). Opettajien kokemukset saamastaan täydennyskoulutuksesta konkreettisia opetusmenetelmiä koskien, olivat yksinomaan positiivisia. Opettajat kokivat ammatillisen osaamisensa ja sitä kautta myös oppilaiden oppimisen kehittyneen konkreettisten menetelmien käyttöönoton myötä. Toisaalta Şandirin (2016, 2112 ks. Liite 1) tutkimustulos kertoi opettajaopiskelijoiden vaikeuksista kehittää matematiikan opetukseen sopivia opetusvälineitä. Koulutus konkreettisten opetusmenetelmien käyttöön, näyttää siis lisäävän ammatillista osaamista.

6 POHDINTA

Tutkimustuloksia tarkasteltuani voin todeta, että kirjallisuuskatsauksen alkuun koamani teoriakatsaus ja tuore tutkimuskirjallisuus ovat samassa linjassa konkreettisten käsitteenmuodostusvälineiden käytön hyötyjen suhteen. Konkreettisten välineiden käyttö vaikuttaa sekä alan kirjallisuuden että tutkimustulosten perusteella positiivisesti alakouluikäisten matematiikan oppimiseen. POPS:n (2014) painottama konkreettisten oppimistapojen käyttö matematiikan opetuksessa on siis perusteltua.

6.1 Tutkimustulosten tarkastelua

Pro gradu -tutkielmani tutkimustehtävänä oli selvittää, millaisia näkökulmia tutkimusartikkelit nostavat esiin käsitteenmuodostusvälineiden käytöstä ja onko käsitteenmuodostusvälineiden käytöllä merkitystä oppimisen kannalta. Alan kirjallisuudesta nousi esiin useita yhteneväisiä näkemyksiä konkreettisten välineiden käytön hyödyistä matematiikan opetuksessa. Kannanottoja asian puolesta löytyi useilta eri vuosikymmeniltä, jopa 200 vuoden takaa. Kasvatustieteellisen alan merkittävät vaikuttajat kuten Piaget (1976), Vygotsky (1978), Dewey (1957) ja Montessori, olivat kaikki yhtä mieltä välineiden käytön kiistattomista hyödyistä (Domino 2010, 5-7; Piaget 1976, 80, 84; Vygotsky 1978, 86-98; Deweyn 1957, 127-128). Myös tuoreempia kannanottoja välineiden käytön eduista löytyi runsaasti (Domino 2010, 99; Metsämuuronen 2010, 123; Linnilä 2011, 72-73; Metsämuuronen 2013, 338; Delano 2014, 2). Voimassa oleva opetussuunnitelman (POPS 2014, 128, 235) painottaa selkeästi konkreettisten opetustapojen käyttöä matematiikan ymmärryksen kehittämisessä. Konkreettisten välineiden käytöllä nähdään siis olevan positiivinen vaikutus oppimiseen. Tutkimuskirjallisuudessa tuloksia konkreettisten välineiden käytön eduista löytyi useista tutkimuksista (ks. Manches & O'Malley 2016; Liggett 2017; Kablan 2016; Westenskow & Moyer-

Packenham 2015 Liite 1). Käsitteenmuodostusvälineiden, eli konkreettisten matematiikan opetuksessa käytettyjen välineiden käytöstä nousi myös niiden käyttöä tarkentavia näkemyksiä. Erityisesti välineiden käytön järjestys suhteessa muihin opetusmenetelmiin, nousi merkittäväksi tekijäksi oppimistulosten kannalta. Tutkimustulosten perusteella näyttää siltä, että konkreettisia välineitä tulisi käyttää opetuksessa ensimmäisenä, mutta niistä tulisi siirtyä vähitellen vastaavaan kuvalliseen esitysmuotoon ja lopulta matemaattisiin symboleihin esitettyyn tapaan (ks. Fyfe ym. 2014, 110-112 Liite 1). Myös sillä, millaista välinettä opetuksessa käytetään, näyttäisi olevan merkitystä oppimisen kannalta, sillä tutkimuksen mukaan epäyhdenmukaisen viivaimen käyttö lukujonotaitoja harjoitellessa, tuotti selkeästi parempia oppimistuloksia kuin vastaavan yhdenmukaisen viivaimen käyttö (ks. Vitale ym. 2014, 9, 12 Liite 1). Tätä selitettiin sillä, että epäyhdenmukainen väline kehittää oppilaan ajatteluprosessia enemmän, mikä taas johtaa parempiin oppimistuloksiin.

6.2 Tutkimustulosten herättämiä ajatuksia

Alan kirjallisuuteen perehtymisen jälkeen positiiviset tutkimustulokset konkreettisten välineiden käytön hyödyistä matematiikan opetuksessa eivät tulleet minulle yllätyksenä. Tutkimustulokset olivat kuitenkin kiinnostavia ja ajatuksia herättäviä. Erityisen kiinnostavaa oli se, että välineiden käytöllä havaittiin positiivisia vaikutuksia kaikkien alakoulun ikäluokkien oppimiseen. Usein välineiden käyttö mielletään vain alakoulun ensimmäisten luokkien toimintatavaksi. Kablanin (2016, 285, 291 ks. Liite 1) tutkimuksessa kuitenkin selvisi, että konkreettisten välineiden käytöstä oli merkittävää hyötyä myös 7.luokkalaisten (suomalaisten 6.luokkalaisten ikäisten) oppimiselle. Kun konkreettisia opetustapoja käytettiin 30 % opetusajasta, oppilaiden väliset oppimistyyleistä johtuvat erot suoriutumisessa katosivat ja kaikkien oppimistulokset paranivat. Tämän tutkimustuloksen valossa on siis perusteltua suosittaa konkreettisten välineiden käyttöä myös alakoulun ylemmillä vuosiluokilla. Tätä tukee myös Burten ym. (2017, 11 ks. Liite 1) tutkimus, jonka

mukaan tutkitusta koeryhmästä (3.-6.luokkalaiset) nimenomaan kahden vanhimman vuosiluokan avaruudellinen hahmottaminen kehittyi konkreettisten paperintaitteluharjoitusten avulla.

Kiinnostavaa oli myös konkreettisten välineiden ja niiden virtuaalisten vastinparien hyödyt oppimisen kannalta. Tutkielmani teoriaosassa käsittelin useita virtuaalisiin oppimismenetelmiin liittyviä kannanottoja (Viita & Alkio 2014, 231; Kultima 2014, 133-134; Lipponen ym. 2014, 146-147; Krokfors ym. 2014, 67; Salakarin 2009, 47, 51; Lehtinen ym. 2014, 52). Kannanottojen mukaan pelit toimivat konkreettisina oppimisvälineinä ja lisäävät motivaatiota oppimiseen. Westenskowin ja Moyer-Packenhamenin (2015, 55-56 ks. Liite 1) tutkimus kuitenkin herätti ajattelemaan, voidaanko nykyaikaisilla virtuaalisilla opetusmenetelmillä korvata välineillä toimimista. Tutkimuksen mukaan virtuaalisista murtolukujen oppimiseen tarkoitetuista välineistä oli hyötyä oppimiselle. Vastaavat konkreettiset välineet saivat kuitenkin aikaan vielä parempia oppimistuloksia. Tulokset eivät kuitenkaan olleet yksiselitteisiä, sillä joillakin osa-alueilla virtuaaliset välineet tuottivat konkreettisiä välineitä parempia oppimistuloksia. Tutkimustuloksia aiheesta tarvittaisiinkin lisää, ennen kuin virtuaalisten oppimisvälineiden vaikutuksesta matematiikan oppimiseen voidaan olla varmoja.

Myös ne tutkimustulokset, joilla selvitettiin välineiden käytön hyötyjen lisäksi sitä, millaisista välineistä on eniten hyötyä ja miten välineiden käyttö vaikuttaa niiden hyötyihin, olivat kiinnostavia. Osanan ym. (2018, 167-168 ks. Liite 1) tutkimuksessa selvitettiin miten tapa, jolla 1.luokkalaiset tutustutetaan matemaattisiin laskukiekkoihin, vaikuttaa siihen, millä tavoin he kykenevät käyttämään niitä matemaattisina sumboleina. Tutkimuksen mukaan oppilailla, jotka tutustuivat välineisiin leikkien, oli muita enemmän vaikeuksia ymmärtää välineiden matemaattinen symboliarvo. Kyseinen tutkimustulos on ristiriitainen muun muassa Bouckin ja Parkin (2018, 97) toteamuksen kanssa, jonka mukaan matematiikan opetuksessa käytettyjen välineiden alkuperäisellä käyttötarkoituksella ei ole merkitystä oppimisen kannalta. Jos näin olisi, ei välineillä leikkimisen tulisi heikentää tulevia oppimistuloksia. Tutkimuksissa käytettiin konkretisointivälineinä kuitenkin myös leluja hyvin tuloksin. Fyfen ym. (2014, 110-112 ks. Liite 1) tutkimuksessa konkreettisina välineinä toimivat nuket, vaaka ja tarrat. Fyfen ym. (2014) tutkimuksen

mukaan tehokkain tapa käyttää konkretiaa opetuksessa on aloittaa konkreettisilla välineillä, siirtyen niistä kohti kuvallista esitystapaa ja siitä lopulta symboliseen esitysmuotoon. Tämän tutkimuksen tulokset tukevat väitettä, jonka mukaan nimenomaan konkreettiset toimintatavat parantavat oppimistuloksia, sillä tässäkin tutkimuksen esittelemässä konkretian häivyttämiseksi kuvatussa opetusmenetelmässä konkreettisilla välineillä toimiminen oli tekijä, joka poikkesi perinteisistä opetustavoista ja näin ollen vaikutti oppimiseen positiivisesti.

Erityisen kiinnostavaa oli myös ratkaisustrategioiden kehittyminen välineiden käytön seurauksena. Sekä 6.luokkalaisille tehdyssä tutkimuksessa (ks. Rahaman ym. 2018 Liite 1) että 4-7-vuotiaille tehdyssä tutkimuksessa (ks. Manches & O'Malley 2016 Liite 1) ratkaisustrategiat kehittyivät välineitä käyttäessä. Vaikka Rahamanin (2018, 385, 390) tutkimuksessa oikeiden vastausten määrä ei lisääntynyt, voidaan ratkaisustrategioiden kehittymistä pitää silti merkittävänä positiivisena tuloksena. Ratkaisustrategioiden ja ajattelun kehittyminen vaikuttaa myös oppimiseen. Tästä esimerkkinä Vitalen ym. (2014, 9, 12 ks. Liite 1) tutkimus, jossa havaittiin ei-yhdenmukaisen viivaimen käytön kehittävän oppilaiden ajatteluprosessia yhdenmukaista viivainta enemmän ja tämän myötä vaikuttavan myös tehtävistä suoriutumiseen.

Poikkeavat tutkimukset välineiden käytön hyödyistä, olivat myös kiinnostavia. Morganin ym. (2015, 195, 198-199 ks. Liite 1) tutkimuksessa välineiden käytön sijaan opettajajohtoisilla niin sanotusti perinteisillä opetustavoilla havaittiin olevan positiivinen yhteys oppimistuloksiin. Kyseisen tutkimuksen tutkimusasetelma saa kuitenkin kyseenalaistamaan tutkimustulosten oikeellisuuden. Tutkimusasetelmassa opettajat itse raportoivat käyttämänsä opetustyylin, eikä sitä, miten kyseinen opetustyyli määriteltiin, kuvattu tutkimusartikkelissa. Opettajien henkilökohtaiset käsitykset eri opetustyyleistä saattavat olla hyvin erilaisia, mikä vaikuttaa olennaisesti tutkimuksen tuloksiin. Voi myös olla, että hyvin menestyvien oppilaiden kohdalla opettajat ovat herkemmin selittäneet oppimista nimenomaan opettajajohtoisuudella kokeakseen ammatillista pätevyyttä. Myös toinen negatiivisia oppimistuloksia aikaansaanut tutkimusasetelma herättää kysymyksiä. Novackin ym. (2014, 905 ks. Liite 1) tutkimuksessa konkreettisina välineinä käytettiin magneettisia numeroita, joita siirrettiin konkreettisesti yhtälön toiselta puolelta toiselle

ratkaisutavan havainnollistamiseksi. Vaikka ajatuksena lukujen konkreettinen siirtäminen vastaa konkreettista opetustapaa, käytetyt välineet eivät vastaa muissa tutkimuksissa käytettyjä konkreettisia välineitä. Magneettinen numero on toki konkreettinen käsin kosketeltava esine. Sillä on kuitenkin symbolinen arvo, joka ei ole konkreettisesti käsin kosketeltavissa. Magneettinen numero 5 ei siis kuvasta konkreettista oppimisvälinettä samoin kuin esimerkiksi viisi magneetti-rippulaa. Näin ollen tutkimuksessa saatuja tuloksia voidaan tarkastella kriittisesti puhuttaessa nimenomaan konkreettisten välineiden vaikutuksesta oppimistuloksiin.

Opettajilla on suuri merkitys siinä, millaisia opetustapoja kouluissa käytetään. Metsämuurosen (2010, 9, 137) mukaan suomalaisten opettajien opetusta näyttäisi ohjaavan pääasiassa oppikirja. Tämä on mielenkiintoista, sillä POPS:ssa (2014) oppikirjoja ei mainita opetuksen yhteydessä kertaakaan. Jatkotutkimuksissa olisi mielenkiintoista selvittää miksi opettajien yleisimmin käyttämä opetus-tyyli on täysin ristiriidassa opetussuunnitelman, alan kirjallisuuden ja tuoreimpien tutkimusten kanssa. Selitystä tälle voidaan hakea mahdollisesti Şandirin (2016, 2107-2011 ks. Liite 1) tutkimuksesta, jossa selvitettiin opettajaopiskelijoiden kykyä kehittää matematiikan opetukseen soveltuvia konkreettisia oppimisvälineitä. Tutkimus osoitti, että opettajaopiskelijoilla oli huomattavan paljon vaikeuksia oikeanlaisten välineiden kehittämisessä. Voisiko koettu vaikeus välineiden kehittämisessä ja mahdollisesti myös niiden käytössä, vaikuttaa siihen, että opettajat turvautuvat mieluummin oppikirjoihin? Toisen tutkimuksen mukaan konkreettisten välineiden käytöstä koulutusta saaneet opettajat suhtautuivat välineiden käyttöön erittäin positiivisesti ja heistä jokainen oli uudistanut opetustaan konkreettisen opetustavan mukaiseksi (Narot & Luneta 2015, 270-274 ks. Liite 1). Opettajat kokivat ammatillisen osaamisensa kehittyneen uusien opetusmetodien myötä ja sen myötä myös oppilaiden oppimistulosten parantuneen. Näiden tutkimusten perusteella voidaan olettaa, että opettajien kouluttaminen voisi olla ratkaisu käytettyjen opetustapojen ja tutkimustiedon väliseen ristiriitaan. Koska konkreettisten välineiden käytöstä matematiikan opetuksessa näyttää tutkimusten valossa olevan kiistatta hyötyä oppimisen kannalta, seuraavissa tutkimuksissa tulisi kiinnittää huomiota siihen, millä tavoin konkreettiset opetustavat saadaan siirrettyä koulujen arkeen käytännössä.

Tutkielmani pohjalta haluaisin nostaa esille opettajakoulutuslaitoksen kehittämisen matematiikan osalta siten, että se antaisi opettajille paremmat edellytykset toteuttaa POPS:n (2014) ja tutkimustulosten suosittamaa matematiikan opetusta. Opettajilla tulisi olla tietoa ja taitoa käyttää opetuksessaan erilaisia konkreettisia välineitä, sillä konkretian käyttö matematiikan opetuksessa on tutkitusti tehokasta kaikilla alakoulun vuosiluokilla. Piaget'n (1976, 76-77) näkemyksen perusteella asettaisinkin harkintaan myös peruskoulun matematiikan oppiaineen sisällöt. Piaget'n mukaan yhtenä syynä siihen, ettei matematiikkaa opita, on liian suuri opiskeltava oppimäärä. Kun opiskelu perustuu suorittamiseen ja opettajajohtoiseen tiedon vastaanottamiseen, oppikokonaisuus saadaan näyttämään näennäisesti suurelta. Tuoreet kannanotot (Metsämuuronen 2013; Julin & Rautopuro 2016; Jokinen 2016; Saarikoski 2016; Lilja 2018; Vesantola 2018) kuitenkin osoittavat, ettei suomalainen peruskoulu onnistu opettamaan oppilailleen matematiikan käsitteitä ja oppiainesisältöjä siten, että he ymmärtäisivät ne ja muistaisivat ne myös peruskoulun jälkeen.

Jos opetuksessa käytettäisiin tutkimustulosten perusteella tehokkainta konkretian käyttöön perustuvaa opetustapaa, käsitteiden opiskeluun kuluisi ehkä enemmän aikaa, mutta ne opittaisiin ymmärtävällä tavalla. Vaikka näin opiskellessa oppikokonaisuus olisi pienempi, ymmärtävä oppiminen olisi oppilaalle ja koko yhteiskunnalle tulevaisuuden kannalta huomattavasti hyödyllisempää. Samalla vaikutettaisiin todennäköisesti myös asenteisiin matematiikan opiskelua kohtaan. Näiden tietojen valossa olisikin hyödyllistä pohtia voitaisiinko peruskoulun matematiikan oppiainesisältöjä vähentää tai mahdollisesti eriyttää oppilaiden osaamistason mukaan?

POPS:an (2014) kirjatut tavoitteet matematiikan opetuksen suhteen eivät toteudu, ellei opettajilla ole käytännössä taitoja toteuttaa sen mukaista opetusta. Sekä opettajakoulutuslaitoksen että opettajien täydennyskoulutuksen avulla voitaisiin pyrkiä vaikuttamaan oppikirjapainotteisuuden vähenemiseen ja siihen, että opettajat oppisivat toteuttamaan opetusta toiminnallisilla tavoin konkreettisia välineitä hyödyntäen. Kun opettajat oppisivat vaihtoehtoisia tapoja opettaa, he todennäköisesti uskaltautuisivat myös irrottautumaan oppikirjasta ja luottamaan sen sijaan opetussuunnitelman tavoitteisiin ja sisältöihin. Uskon, että tällaisella

opetustapojen muutoksella olisi merkittävä vaikutus matematiikan oppimiseen ja sitä kautta ammatillisessa koulutuksessa suoriutumiseen. Kehittyneet matematiikan taidot vaikuttaisivat eri ammattiryhmien kautta positiivisesti koko yhteiskuntaan.

LÄHTEET

- Adler, B. 2007. *Dyskalkuli & Matematik*. Malmö: NU-förlaget.
- Bouck E. C. & Park, J. 2018. A Systematic Review of the Literature on Mathematics Manipulatives to Support Students with Dissabilities. *Education and Treatment of Children*. 41 (1), 65-106. Saatavilla: Doi: 10.1353/etc.2018.0003. Luettu 27.6.2018.
- Crain, W. 2016. *Theories of Development – Concepts and applications seventh edition*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Delano Moore, S. 2014. *Why Teach Mathematics with Manipulatives? ETA hand2mind Research Summary*. Saatavilla: https://www.hand2mind.com/pdf/research/Why_Teach_Math_with_Manips.pdf. Luettu 16.6.2018.
- Dewey, J. 1957. *Koulu ja yhteiskunta*. Käännös Kalevi Kajava. Alkuperäisteos julkaistu 1915. Helsinki: Otava.
- Dewey, J. *Experience & Education*. 1963. Alkuperäisteos vuodelta 1938. New York: Kappa Delta Pi.
- Domino, J. 2010. *The effects of physical manipulatives on achievement in mathematics in grades K-6: A meta-analysis*. ProQuest dissertations publishing. Saatavilla: <https://search.proquest.com/docview/758939356>. Luettu 9.7.2018.
- Eskola, J. & Suoranta, J. 1998. *Johdatus laadulliseen tutkimukseen*. Tampere: Vastapaino.
- Fyfe E. R., McNeil N. M., Son J. Y. & Goldstone R. L. 2014. Concreteness fading in mathematics and science instruction: A systematic review *education psychology review* 26 (1), 9–25. Saatavilla: <https://doi-org.ezproxy.jyu.fi/10.1007/s10648-014-9249-3> Luettu 27.6.2018.
- Ganann, R., Ciliska, D., & Thomas, H. (2010). Expediting systematic reviews: methods and implications of rapid reviews. *Implementation Science*, 5: 56. Saatavilla: doi: 10.1186/1748-5908-5-56. Luettu 26.6.2018.

- Haapasalo, L. 1997. Konstruktivistisen pedagogiikan problematiikasta. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Säätiö ja Koulutuksen Tutkimuslaitos, 52–79.
- Hakala, J. 2014. Tieteen teoria luennot. Luokanopettajien aikuiskoulutus. Kokkolan yliopistokeskus Chydenius. Verkkoluento kuunneltu 20.6.2017.
- Harinen, P. & Halme, J. 2012. Hyvä, paha koulu. Kouluhyvinvointia hakemassa. Nuorisotutkimusverkosto/Nuorisotutkimusseura, verkkojulkaisuja 56. Helsinki: Suomen UNICEF Saatavilla: http://www.nuorisotutkimusseura.fi/images/julkaisuja/Hyva_paha_koulu.pdf. Luettu 24.6.2018.
- Harju, V. & Multisilta, J. 2014. Leikkien mutta tosissaan: Leikillä iloa oppimisympäristöön. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M. & Kopisto, K. (toim.) *Oppiminen pelissä. Pelit, pelillisuus ja leikillisuus opetuksessa*. Tampere: Vastapaino, 153–167.
- Harris J.D., Quatman C.E., Manring M.M., Siston R.A. & Flanigan D.C. 2014. How to write a systematic review. *The American journal of sports medicine* 42 (11), 2761–8. DOI: 10.1177/0363546513497567. Luettu 27.6.2018.
- Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 1997. *Tutki ja kirjoita*. Helsinki: Kirjayhtymä
- Huhtala, S. & Laine, A. 2004. "Matikka ei ole mun juttu" – Matematiikkavaikkeuksien syntyminen ja niihin vaikuttaminen. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T., & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti 320–346.
- Ikäheimo, H., Aalto, A. & Puumalainen, K. 1998. *Opi matematiikkaa leikkien esi- ja alkuopetuksessa*. Helsinki: Opperi.
- Jokinen, J. 2016. "Nyt tarvitaan matikkatalkoot!". *TEK-lehti* 7/2016 Saatavilla: https://issuu.com/tekniikanakateemisettek/docs/tek_3_2016. Luettu 29.5.2018.
- Joutsenlahti, J. 2003. Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa Virta, A. & Marttila, O. (toim.) *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.2.2003*. Turun yliopisto. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:72, 188–196.
- Julin, S. & Rautopuro, J. 2016. Läksyt tekijäänsä neuvovat. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten arviointi 9. vuosiluokalla 2015. Kansallinen

- koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 20:2016. Saatavilla: https://karvi.fi/app/uploads/2016/04/KARVI_2016.pdf. Luettu 11.7.2018.
- Kajetski, T. & Salminen, M. 2009. Matikasta moneksi. Helsinki: Lasten Keskus.
- Kallio, T. J. 2006. Laadullinen review-tutkimus metodina ja yhteiskuntatieteellisenä lähestymistapana. Hallinnon tutkimus 2, 18–28. <http://elektra.helsinki.fi/se/h/0359-6680/25/2/laadulli.pdf>. Luettu 27.6.2018.
- Kangas, M. 2014. Leikillisyyttä peliin: Näkökulmia leikillisyyteen ja leikilliseen oppimiseen. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M. & Kopisto, K. (toim.) Oppiminen pelissä. Pelit, pelillisuus ja leikillisuus opetuksessa. Tampere: Vastapaino, 73–92.
- Kangasniemi, M., Utriainen, K., Ahonen, S-M., Pietilä, A-M., Jääskeläinen, P. & Liikanen, E. 2013. Kuvaileva kirjallisuuskatsaus: eteneminen tutkimuskysymyksestä jäsenettyyn tietoon. Hoitotiede. 25 (4), 291–301.
- Ketamo, H. Koivisto, V-P. & Koivisto, A. 2014, SmartKids Maths – Motivaatiota oppimiseen opettamalla. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M. & Kopisto, K. (toim.) Oppiminen pelissä. Pelit, pelillisuus ja leikillisuus opetuksessa. Tampere: Vastapaino, 244–252.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. 2001. Adding it up: Helping children learn mathematics. Washington DC: National Academy Press.
- Krokfors, L., Kangas, M. & Hyvärinen, R. 2014. Johdanto: Oppimispelit rajoja ylittävinä ja osallistavina oppimisympäristöinä. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M. & Kopisto, K. (toim.) Oppiminen pelissä. Pelit, pelillisuus ja leikillisuus opetuksessa. Tampere: Vastapaino, 67–72.
- Kultima, A. 2014. Pelinkehittämisen periaatteita. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M. & Kopisto, K. (toim.) Oppiminen pelissä. Pelit, pelillisuus ja leikillisuus opetuksessa. Tampere: Vastapaino, 133–144.
- Lehtinen, E., Lehtinen, H. & Brezovszky, B. 2014. Matematiikka pelissä. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M. & Kopisto, K. (toim.) Oppiminen pelissä. Pelit, pelillisuus ja leikillisuus opetuksessa. Tampere: Vastapaino, 38–55.
- Leino, J. 1997. Konstruktivismi matematiikan opetuksessa. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Säätiö ja Koulutuksen Tutkimuslaitos, 39–51.

- Lepik, M., Grevholm, B. & Viholainen, A. 2015. Using textbooks in the mathematics classroom – the teachers' view. *Nordic Studies in Mathematics Education* 20 (3–4), 129–156.
- Leskisenoja, E. 2016. Vuosi koulua, vuosi iloa. PERMA-teoriaan pohjautuvat luokkakäytänteet kouluiloin edistäjinä. Lapin yliopisto. *Acta Universitatis Lapponiensis* 330. Saatavilla: <http://lauda.ulapland.fi/handle/10024/62568> Luettu: 11.7.2018.
- Lilja, E. 2018. Mahdoton tehtävä? *Helsingin Sanomat* 5.5.2018 Saatavilla: <https://www.hs.fi/kuukausiliite/art-2000005666309.html>. Luettu 10.5.2018.
- Linnanmäki, K. 1997. Minäkäsitys ja matematiikan oppiminen. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P. Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Säätiö ja Koulutuksen Tutkimuslaitos, 283–300.
- Linnilä, M-L. 2011. *Kumpi on valmis – lapsi vai koulu?* Tampere: Mediapinta.
- Lipponen, L., Rajala, A. & Hilppö, J. 2014. Johdanto: Kuka pelaa ja kenen säännöillä. Ajatuksia pelien pedagogisista seurauksista. Teoksessa Krokfors, Kangas, M. & Kopisto, K. (toim.) *Oppiminen pelissä. Pelit, pelillisuus ja leikkilisyys opetuksessa*. Tampere: Vastapaino, 145–152. Luettu 28.6.2018.
- Malmivaara, A. 2002. Systemoitu kirjallisuuskatsaus–työkalu tutkimusnäytön tavoittamiseen. *Lääketieteellinen Aikakausikirja Duodecim* 118(9), 877–879. Saatavilla: <http://duodecimlehti.fi/lehti/2002/9/duo92921>. Luettu 25.6.2018.
- Metsämuuronen, J. (toim.) 2013. *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkäjäisarviointi vuosina 2005-2012. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4* Helsinki: Opetushallitus ja tekijät.
- Metsämuuronen, J. 2006. Luku 1 Metodologian perusteet ihmistieteissä. Teoksessa Metsämuuronen, J. (toim.) *Laadullisen tutkimuksen käsikirja*. Helsinki: International Methelp, 16–77.
- Niemi, E. & Metsämuuronen, J. 2010. Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Helsinki: Opetushallitus.
- Onwuegbuzie, A. & Frels, R. 2014. A framework for using discourse analysis for the review of the literature in counseling research. *Counseling outcome research and evaluation* 5 (1), 52-63. Saatavilla: Doi: 10.1177/2150137813515905. Luettu 26.6.2018.

- Onwuegbuzie, A. & Weinbaum, R.K., 2017. A framework for using qualitative comparative analysis for the review of the literature. *The qualitative report* 22 (2), Article 1, 359–372. Saatavilla: <https://nsuworks.nova.edu/cgi/view-content.cgi?referer=&httpsredir=1&article=2175&context=tqr>. Luettu 26.6.2018.
- Perkkilä, P., Joutsenlahti, J. & Sarenius, V-M. 2018. Peruskoulun matematiikan oppikirjat osana oppimateriaalitutkimusta. Teoksessa Joutsenlahti, K., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (toim.) 2018. *Matematiikka – Opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 344–367.
- Piagét, J. 1976. *Framtidens skola. Att förstå är att upptäcka*. Tukholma: Bokförlaget Forum Alkuperäisteos vuodelta 1972. Pariisi: UNESCO.
- Piagét, J. 1988. *Lapsi maailmansa rakentajana*. Helsinki: WSOY Alkuperäisteos vuodelta 1964. Pariisi: Éditions Denoël.
- Polly, D. 2015. Examining how professional development influences elementary school teachers' enacted instructional practices and students' evidence of mathematical understanding. *Journal of research in childhood education* 29 (4), 565–582. Saatavilla: <https://doi.org/10.1080/02568543.2015.1073198>. Luettu 20.7.2018.
- POPS 2014. *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014*. Helsinki: Opetushallitus.
- Puura, P., Ollila, A., & Räsänen, P. 2004. *Matematiikka*. Teoksessa Ahonen, T., Siiskonen, T. & Aro, T. (toim.) *Sanat sekaisin: Kielelliset oppimisvaikeudet ja opetus kouluiässä*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 97–121.
- Remes, L. 2006. Luku 5 Diskurssianalyysin perusteet. Teoksessa Metsämuuronen, J. (toim.) *Laadullisen tutkimuksen käsikirja*. Helsinki: International Methelp, 288–74.
- Saarikoski, S. 2016. Laskutaito heikkenee ja se uhkaa Suomen tulevaisuutta – testaa hallitsetko koulumatematiikkaa. *Helsingin Sanomat* 29.5.2016 Saatavilla: <https://www.hs.fi/sunnuntai/art-2000002903413.html>. Luettu 10.5.2018.
- Salakari, H. 2009. *Toiminta ja oppiminen – koulutuksen kehittämisen tulevaisuuden suuntaviivoja ja menetelmiä*. Ylöjärvi: Eduskills Consulting.

- Salminen, A. 2011. Mikä kirjallisuuskatsaus? Johdatus kirjallisuuskatsauksen tyyppeihin ja hallintotieteellisiin sovelluksiin. Vaasan Yliopisto. Opetusjulkaisu 62.
- Uusikylä, K. & Atjonen, P. 2005. Didaktiikan perusteet. Helsinki: WSOY.
- Vesantola, S. 2018. Amiksen opet kertovat. Helsingin Sanomat 22.10.2018
Saatavilla: <https://www.hs.fi/sunnuntai/art-2000005870250.html>. Luettu 30.10.2018.
- Vesterinen, O. & Mylläri, J. 2014. Peleistä pelillisyyteen. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M. & Kopisto, K. (toim.) Oppiminen pelissä. Pelit, pelillisuus ja leikillisuus opetuksessa. Tampere: Vastapaino, 56–66.
- Viholainen, A., Partanen, M., Piironen, J., Asikainen, M. & Hirvonen, P. 2015. The role of textbooks in Finnish upper secondary school mathematics: theory, examples and exercises. *Nordic Studies in Mathematics Education* 20 (3-4), 157–178.
- Viita, A. & Alkio, R. 2014. Pelilautana koko kaupunki. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M. & Kopisto, K. (toim.) Oppiminen pelissä. Pelit, pelillisuus ja leikillisuus opetuksessa. Tampere: Vastapaino, 220–232.
- Vygotsky, L. S. 1978. *Mind in Society. The development of higher psychological processes*. Toim. Cole, M., John-Steiner, V., Scribner, S. & Souberman. Alkuperäisteos vuodelta 1938. Cambridge: Harvard university press 1978.
- Yrjönsuuri, R. & Yrjönsuuri, Y. 1997. Matematiikan opiskelun käsitteet. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Säätiö ja Koulutuksen Tutkimuslaitos, 11–127.
- Ängeslevä, S. 2014. Tosielämän minicraftaaminen. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M. & Kopisto, K. (toim.) Oppiminen pelissä. Pelit, pelillisuus ja leikillisuus opetuksessa. Tampere: Vastapaino, 118–132.

AINEISTOLÄHTEET

- Burte, H., Gardony, A. L., Hutton, A. & Taylor, H. A. Think3d!: Improving mathematics learning through embodied spatial training. *Cognitive Research: Principles and Implications* 2 (13) Saatavilla: <https://dx.doi.org/10.1186%2Fs41235-017-0052-9>. Luettu 18.7.2018.
- Fyfe, E. R., McNeil, N. M. & Borjas, S. 2014. Benefits of “concreteness fading” for children’s mathematics understanding. *Learning and Instruction* 35, 104–120. Saatavilla: <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2014.10.004>. Luettu 25.7.2018.
- Kablan, Z. 2016. The effect of manipulatives on mathematics achievement across different learning styles. *Educational Psychology* 36 (2), 277–296. Saatavilla: <https://doi.org/10.1080/01443410.2014.946889>. Luettu 20.7.2018.
- Liggett, R. S. 2017. The Impact of Use of Manipulatives on the Math Scores of Grade 2 Students. *Brock Educational Journal* 26 (2), 87–101. Saatavilla: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1160704.pdf>. Luettu 13.7.2018.
- Manches, A. & O’Malley, C. 2016. The Effects of Physical Manipulatives on Children’s Numerical Strategies. *Cognition and Instruction* 34 (1), 27–50. Saatavilla: <https://doi.org/10.1080/07370008.2015.1124882>. Luettu 23.7.2018.
- Morgan, P. L., Farkas, G. & Maczuga, S. 2014. Which Instructional Practices Most Help First-Grade Students With and Without Mathematics Difficulties? *Educational Evaluation and Policy Analysis* 37 (2), 184–205. Saatavilla: <https://doi.org/10.3102/0162373714536608>. Luettu 24.7.2018.
- Naroth, C. & Luneta, K. 2015. Implementing the Singapore Mathematics Curriculum in South Africa: Experiences of Foundation Phase Teachers. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education* 19 (3), 267–277. Saatavilla: <http://dx.doi.org/10.1080/10288457.2015.1089675>. Luettu 24.7.2018.
- Novack, M. A., Congdon, E. L., Hemani-Lopez, N. & Goldin-Meadow, S. 2014. From Action to Abstraction: Using the Hands to Learn Math. *Psychological*

- Sciences 25 (4), 903–910. Saatavilla: [10.1177/0956797613518351](https://doi.org/10.1177/0956797613518351). Luettu 26.7.2018.
- Osana, H. P., Adrien, E. & Duponsel, N. 2017. Effects of Instructional Guidance and Sequencing of Manipulatives and Written Symbols on Second Graders' Numeration Knowledge. *Education Sciences* 7 (52) Saatavilla: <https://doi.org/10.3390/educsci7020052>. Luettu 19.7.2018.
- Osana, H. P., Przednowek, K., Cooperman, A. & Adrien, E. 2018. Encoding Effects on First-Graders' Use of Manipulatives. *The Journal of Experimental Education* 86 (2), 154–172. Saatavilla: <https://doi.org/10.1080/00220973.2017.1341862>. Luettu 26.7.2018.
- Rahaman, J., Agrawal, H., Srivastava, N. & Chandrasekharan, S. 2018. Recombinant Enaction: Manipulatives Generate New Procedures in the Imagination, by Extending and Recombining Action Spaces. *Cognitive Science* 42, 370–415. Saatavilla: <https://doi.org/10.1111/cogs.12518>. Luettu 27.7.2018.
- Şandır, H. 2016. Investigating Preservice Mathematics Teachers' Manipulative Material Design Processes. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education* 12 (8), 2103–2114. Saatavilla: <https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1292a>. Luettu 30.7.2018.
- Vitale, J. M., Black, J. B. & Swart, M. I. 2014. Applying Grounded Coordination Challenges to Concrete Learning Materials: A Study of Number Line Estimation. *Journal of Educational Psychology* 106 (2), 403–418. Saatavilla: [10.1037/a0034098](https://doi.org/10.1037/a0034098). Luettu 31.7.2018.
- Westenskow, A. & Moyer-Packenham, P. 2015. Using an Iceberg Intervention Model to Understand Equivalent Fraction Learning when Students with Mathematical Learning Difficulties use Different Manipulatives. *International Journal of Technology in Mathematics Education* 23 (2), 45–62. Saatavilla: http://dx.doi.org/10.1564/tme_v23.2.01. Luettu 19.7.2018.

LIITTEET

Liite 1

Artikkeli, julkaisuvuosi, kirjoittajat ja julkaisukanava	Tutkittu populaatio ja aineiston keruu-aika	Tutkimuksen tarkoitus ja kesto	Tutkimus- ja analyysimenetelmät	Tutkittavat välineet	Tutkimuksen tulokset	Johtopäätökset
The impact of manipulatives on the math scores of grade 2 students, 2017, Ligget, R. S., Brock Educational Journal	43 2.luokkalaista (6-8-vuotiasta) oppilasta syksy 2016	Määritellä välineiden (Unifix-kuutiot) käytön vaikutus koetulosten parantamisessa. Selvitää ovvatko välineitä käyttäneiden koetulokset parantuneet enemmän kuin kontrolliryhmällä. Tutkimuksen kesto: kaksi viikkoa.	Tutkimukseen osallistui koe- ja kontrolliryhmä, joihin saman koulun oppilaat arvottiin sattumanvaraisesti. Oppilaat suorittivat tutkijan ja luokanopettajien suunnitteleman yhteenlaskutestin, joka pohjautui kaikkien oppilaiden 1.luokalla suorittamaan testiin. Ensimmäisellä kerralla kaikki suorittivat testin ilman välineitä. Toisella kerralla (kahden viikon kuluttua) koeryhmälle tarjottiin Unifix-kuutioita tehtävän suorittamiseen ja kontrolliryhmä suoritti tehtävän kuten ensimmäisellä kerralla. Tutkimuksen tulokset analysoitiin ANCOVA analyysia käyttäen määrällisin tutkimusmenetelmin.	Muoviset Unifix-kuutiot	Koeryhmän tulokset jälkimmäisessä testissä (97% oikein) olivat merkittävästi kontrolliryhmää parempia (79% oikein). On kuitenkin mainittava, että koeryhmä selviytyi testistä paremmin myös ensimmäisellä kerralla, jolloin olosuhteet olivat ryhmillä samanlaiset. Kuitenkin, vaikka tämä otettiin huomioon, koeryhmän tulokset olivat yhä merkittävästi parempia.	Välineet eivät auta ainoastaan parantamaan koetuloksia, vaan tarjoavat myös välineen ongelmanratkaisutaitojen kehittämiseen. Välineitä tulisi siis käyttää matematiikan opetuksessa.

<p>Think3d!: Improving mathematics learning through embodied spatial training, 2017, Burte, H., Gardony A. A., Hutton, A. & Taylor, H. A., Cognitive Research: Principles and Implications</p>	<p>86 oppilasta vuosina 2014-2015 3.-6.luokkalaiset 22 3.luokalta 23 4.luokalta 23 5.luokalta 18 6.luokalta</p>	<p>Määritellä millaisia vaikutuksia spatiaalista hahmotusta kehittäville tehtävillä on matemaattiseen ja avaruudelliseen ajatteluun. Tutkimuksen kesto: kuusi viikkoa</p>	<p>Tutkimuksessa koe-ryhmä osallistui Think3d nimiseen harjoitusohjelmaan, jonka tarkoituksena oli kehittää heidän matemaattista ja avaruudellista ajatteluaan. Kontrolliryhmää ei ollut. Oppilaat suorittivat neljä testiä sekä ennen että jälkeen harjoittelujakson. Testit käsittivät: 1) matemaattisen testin 2) nopan taittelutestin 3) paperintaittelutestin ja 4) Purduen kiertoliiketestin. Kuu-den viikon harjoittelujakson aikana oppilaat osallistuivat vähintään kuusi kertaa harjoittelutuokioon, jossa he harjoittelivat avaruudellista hahmottamista erilaisten tehtävien (mm. paperintaittelun) avulla. Oppilaat saivat työskennellä ryhmissä ja kielen-tää ajatteluaan. Opettajat olivat saaneet ohjeistuksen opetustuokioiden pitämiseen. Harjoitus-tuokioiden välillä tehtävämateriaalit olivat oppilailla vapaasti käytössä ja he saivat harjoitella niillä mielenkiintonsa mukaan. Tutkimuksen tulokset arvioitiin määrällisen tutkimuksen tilasto-ohjelmalla R.</p>	<p>Origami/ paperin taittelu</p>	<p>Tutkimuksen tulosten valossa näyttää siltä, että avaruudellisen hahmottamisen harjoittelu parantaa todennäköisesti oppilaiden avaruudellista hahmottamista ja visuaalisoitokykyä. Oppilaat kehittivät erityisesti paperintaittelussa ja Purduen kiertoliiketestissä. Sen sijaan nopan taittelutestissä parannusta ei juuri tapahtunut. Matemaattisessa testissä tosi elämään liittyvissä tehtävissä tulokset paranoivat, mutta abstrakteissa tehtävissä ne pysyivät ennallaan. Tässä oli kuitenkin myös vaihtelua luokkasteiden välillä. Abstrakteissa tehtävissä nuorempien oppilaiden (3.-4.luokat) tulokset heikkenivät, kun taas vanhempien (5.-6.luokat) paranoivat. Myös avaruudellista hahmottamista vaativissa tehtävissä vanhemmat vuosiluokat kehittivät, mutta nuoremmat eivät. Tutkimustulokset kokonaisuudessaan olivat varovaisen lupaavia, mutta lisätutkimusta tarvitaan tarkempien tulosten tekemiseksi.</p>	<p>Avaruudellisen hahmottamisen harjoittelu Think3d ohjelman avulla saattaa vaikuttaa positiivisesti oppilaiden matemaattiseen ajatteluun, mutta lisätutkimuksia tarvitaan asian varmistamiseksi. Suositeltavaa on ottaa seuraavaan vastaavaan tutkimukseen myös kontrolliryhmä.</p>
--	---	---	---	--	--	--

<p>Effects of Instructional Guidance of Sequencing of Manipulatives and Written Symbols on Second Grades' Numeration Knowledge, 2017, Osana, H., Adrien, E. & Duponsel, N., Education Sciences</p>	<p>87 2.luokkalaista oppilasta 39 poikaa 49 tyttöä</p>	<p>Selvittää onko paikka-arvon ja uudelleen ryhmitelyn oppimisen kannalta merkityksellistä esittääkö laskutoiminnan suorittamisen ensi konkreettisia välineitä tai symbolista kuvantamista hyödyntäen. Selvittää onko laskutoiminnan suorittamisella, tai ohjeistamatta jättämisellä merkitystä oppimisen kannalta.</p>	<p>Oppilaat valittiin satunnaisella otannalla kolmeen eri ryhmään, jotka osallistuivat erilaisiin oppimistukioihin. Ensimmäinen ryhmä suoritti yhteenlaskutehtäviä ensi konkreettisia välineitä hyödyntäen ja sitten symbolisesti alkainlaskulla, toinen ryhmä päinvastaisessa järjestyksessä ja kolmas ryhmä toistuvasti peräkkäin ensi konkreettisia välineillä ja heti perään sama lasku symbolisesti. Lisäksi jokainen ryhmä jaettiin vielä kahtia ryhmiin, joista toisessa oppilaalle tarjottiin ohjeistusta tehtävien suorittamiseen ja toisessa ei. Ennen ja jälkeen tutkimuksen oppilaiden paikka-arvon ja uudelleen ryhmittelyn (regrouping) taitoja testattiin. Tulokset analysoitiin määrällisillä menetelmillä ANOVA analyysia käyttäen, määrällisin tutkimusmenetelmin.</p>	<p>Kymmenjärjestelmävälinit</p>	<p>Oppilaiden paikka-arvon ymmärtämisen taidot kehittyivät silloin kun he suorittivat tehtävät ensi konkreettisia välineitä hyödyntäen, mutta vain jos he eivät saaneet ohjausta. Sen sijaan ohjausta saadessaan ne oppilaat, jotka suorittivat tehtävät ensi symbolisella tasolla, suoriutuivat paremmin. Toistuvasti peräkkäin suoritettavat tehtävät eivät tuottaneet hyviä oppimistuloksia ohjauksen kanssa tai ilman ohjausta. Oppilaiden uudelleen ryhmittelyn taidot sen sijaan paranivat niillä ryhmillä, jotka saivat ohjausta tehtävän suorittamiseen, huolimatta siitä suorittivatko he tehtävät ensi konkreettisia välineillä vai symbolisella.</p>	<p>Konkreettisten välineiden käytöstä ennen symbolista kuvantamista on hyötyä, mutta se on riippuvaista annettusta ohjeistuksesta. Ohjeistuksen antamista kannattaisi kenties viivyttää, jotta oppilaalla olisi aikaa rakentaa ensi omaa ajatteluaan. Tehokkain tapa uudelleen ryhmittelyyn oppimiseen on ohjeistuksen avulla. Välineiden käytöstä näyttäisi olevan hyötyä, mutta välineiden käytön ja symbolisten kuvantamistapojen välillä ei tulisi liikaa liian nopeasti. Hyvien oppimistulosten saavuttamiseksi tarvitaan aikaa jäsentää ajattelua näiden kahden mallin välillä.</p>
--	--	---	--	---------------------------------	---	---

<p>Using an Iceberg Intervention Model to Understand Equivalent Fraction Learning when Students with Mathematical Learning Difficulties use Different Manipulatives, 2015, Westenskow, A. & Moyer-Packenham, P., International Journal of Technology in Mathematics Education</p>	<p>43 murtolukuihin liittyvien oppimisvaikeuksien perusteella seulottua 5.luokkalaista oppilasta 14 poikaa 29 tyttöä</p>	<p>Selvittää millä tavoin erilaisten välineiden käyttö tukee oppilaan kykyä ymmärtää murtolukuihin liittyviä osa-alueita kuten mallintamista, tunnistamista, ryhmitteilyä, ratkomista ja yksinkertaistamista. Tutkimuksen kesto: 3 viikkoa</p>	<p>Oppilaat valittiin neljästä koulusta murtolukujen ymmärtämistä kartoittavan testin perusteella. Heikosti suoriutuvat oppilaat, jotka eivät kuitenkaan saaneet erityisopetusta, otettiin mukaan tutkimukseen. Tutkimukseen valitut oppilaat jaettiin kolmeen ryhmään siten, että ryhmien sen hetkiset suoriutumistasot vastasivat toisiaan. Oppilaat osallistuivat tutkimuksen aikana kymmeneen murtolukuihin liittyvään opetustuokioon. Ensimmäisen ryhmän opetustuokioissa käytettiin apuna konkreettisia välineitä, toisen ryhmän tuokioilla virtuaalisia ja kolmannen ryhmän tuokioilla ensin konkreettisia ja sitten virtuaalisia. Jälkeenpäin suoritus- tussa testissä kartoitettiin kehittymistä eri osa-alueilla. Tulokset analysoitiin sekä määrällisiä (ANOVA analyysi) että laadullisia analyysimenetelmiä käyttäen.</p>	<p>Konkreettisinä välineinä murtokakut, murtoneliöt ja kaksiväriset kiekot. Vertailuna välineiden virtuaaliset vastineet.</p>	<p>Kaikki kolme interventiotapaa osoittautuivat oppimisen kannalta tehokkaiksi. Kun interventioiden tehokkuus laskettiin määrällisin menetelmin, konkreettisten välineiden käyttö osoittautui tehokkaimmaksi interventioksi. Kuitenkin kaikki kolme interventiota osoittautuivat muita tehokkaammiksi jollain yksittäisellä osa-alueella. Konkreettisten välineiden käytön hyöty näkyi erityisesti murtolukujen nimeämisessä, järjestämisessä, tunnistamisessa, ratkaisemisessa sekä kokonaisuuden ja osien ymmärtämisessä.</p>	<p>Näyttää siltä, että murtolukujen opiskelun alkuvaiheessa olisi syytä keskittyä konkreettisten välineiden käyttöön ymmärryksen tukemisessa. Kun oppilaat syventävät osaamistaan, he kuitenkin hyötyvät myös virtuaalisten välineiden käytöstä.</p>
---	--	--	---	---	---	--

Liite 1 jatkuu

<p>The Effect of manipulatives on mathematics achievement across different learning styles, 2016, Kablan, Z., Educational Psychology</p>	<p>Tutkimus koostui kahdesta kokeesta, joista ensimmäiseen osallistui 101 ja toiseen 78 7.luokkalaista oppilasta. Toisessa kokeessa oppilaat olivat samoja kuin ensimmäisessä.</p>	<p>Selvittää millainen merkitys välineiden käytöllä suhteessa perinteisiin opetusmateriaaleihin on erilaisia oppimistyyliä omaavien oppilaiden oppimiselle. Selvittää eroaako eri oppimistyyliä omaavien oppilaiden suorituminen erilaisissa oppimisympäristöissä toisistaan.</p>	<p>Tutkimuksen ensimmäiseen kokeeseen osallistui 101 oppilasta, joiden oppimistyyliä ja heidän suoritustuloksensa ennen testattiin ennen koevaihetta. Oppilaat osallistuivat peräkkäin kolmeen erilaiseen neljän opitunnin mittaiseen oppimiskokonaisuuteen, joista ensimmäisessä puolelta käytettiin konkreettisia opetusmateriaaleja hyödyntäen ja puolelta perinteisen tavan (luennointi) mukaisesti. Toisessa oppimiskokonaisuudessa suhde oli 70% perinteistä opetusta ja 30% konkreettisia materiaaleja ja kolmannessa kokonaisuudessa opetus tapahtui ainoastaan perinteisellä tavalla eli luennoiden. Jokaisessa oppimiskokonaisuudessa opetettiin eri aihe, josta oppilailta ei ollut aiempaa osaamista. Oppilaiden suorituminen testattiin ennen jokaista oppimiskokonaisuutta ja jokaisen oppimiskokonaisuuden jälkeen. Tuloksia verrattiin suhteessa oppimistyyliin. Toisessa kokeessa 78 oppilasta jaettiin kolmeen ryhmään, joista jokainen ryhmä sai 4 tuntia opetusta samasta aiheesta, mutta kukin ryhmä vain yhden opetusmateriaalin mukaisesti. Opetustavat olivat samat kuin aiemmassa kokeessa. Tämän jälkeen oppimistuloksia verrattiin suhteessa oppilaiden oppimistyyliin. Tuloksen analysoitiin määrällisiä menetelmiä käyttäen ANOVA analyysimenetelmällä.</p>	<p>Geolaudat, geometriset palat, ympyrän havainnollistamiseen käytetyt konkreettiset välineet</p>	<p>Ensimmäisessä kokeessa perinteisillä tavoilla opiskeltaessa abstraktit oppijat selviytyivät huomattavasti konkreettisia oppimismateriaaleja paremmin. Perinteisen tavan ja konkreettisen opetuksen yhdistelmissä taas erot oppijoiden välillä katosivat. Toisessa kokeessa saatiin samanlaisia tuloksia perinteisellä tavalla opettaessa. Kuitenkin konkreettiset oppijat suoriutuivat paremmin oppimistilanteissa, jossa 30% opetuksesta oli konkreettista kuin abstraktit oppijat perinteisessä opetuksessa. Abstraktien oppijoiden oppimistulokset eivät heikentyneet välineitä käytettäessä.</p>	<p>Konkreettisten välineiden käytöstä näyttää olevan hyötyä oppimisen kannalta, kun niillä toimimiseen käytetään 30% oppitunnista. Hyödyt eivät lisääntyneet, vaikka välineitä käytettäisiin enemmän. Kuitenkaan konkreettisten välineiden käyttö ei heikennä niiden oppijoiden oppimista, jotka oppivat abstraktilla tavalla. On siis syytä olettaa, että matematiikan tunneilla ei tulisi pitäytyä ainoastaan yhdessä opetusmateriaalissa, vaan perinteiseen opetustapaan tulisi yhdistää myös välineiden käyttöä. Kun erilaisia materiaaleja käytetään yhdessä, voidaan vastata parhaiten erilaisten oppijoiden tarpeisiin.</p>
--	--	---	--	---	---	--

Liite 1 jatkuu

<p>The Effects of Physical Manipulatives on Children's Numerical Strategies, 2016, Manches, A. & O'Malley, C., Cognition and Instruction</p>	<p>Tutkimusartikkeli koostui kahdesta tutkimuksesta, joista ensimmäiseen osallistui 32 ja toiseen 100 (4-7-vuotiasta) oppilasta.</p>	<p>Ensimmäisen tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää vaikuttavatko konkreettiset välineet oppilaiden laskustrategioihin osittamisen yhteydessä ja käytävätkö oppilaat välineillä toimissaan kehittyneempiä strategioita kuin ilman välineitä.</p>	<p>Ensimmäisessä tutkimuksessa 32 oppilasta osallistui 5-10 minuutin pituiseen tuokioon, jossa heille esiteltiin kuvitteellinen tilanne, jossa jaettiin banaaneja kahteen eriväriseseen kulhoon kaikilla mahdollisilla eri tavoilla. Puolet lapsista suoritti tehtävän mentaalisesti ja puolet konkreettisten välineiden avulla. Ohjaaja näytti/kertoi ensin esimerkin kolmella käyttäen banaanien sijaan Unifix-kuutioita. Tämän jälkeen lapset saivat suorittaa vastaavan tehtävän kuudella ja sen jälkeen seitsemällä kuutiolla (banaanilla). Tutkija kirjasi ylös oppilaiden käyttämät ratkaisustrategiat ja oikeiden vastausten määrän. Toisessa tutkimuksessa kuvitteellinen tilanne oli lehmien jakautuminen eri tavoin kahteen eri aitaukseen. Tässä koeasetelmassa 100 oppilasta jaettiin satunnaisesti neljään eri ryhmään. Ensimmäinen ryhmä suoritti tehtävän konkreettisia välineitä käyttäen ilman, että heidän aiemmat ratkaisunsa kirjattiin ylös heille näkyville. Toinen ryhmä suoritti tehtävän konkreettisia välineitä käyttäen ja jokaisen oppilaan esittämän ratkaisuvaihtoehdon jälkeen ohjaaja koki viereen välineillä oppilaan ratkaisun eri värisillä palikoilla. Kaikki oppilaan suorittamat ratkaisut jätettiin näkyville. Kolmas ryhmä suoritti tehtävän paperilla jakaen neliöt eri tavoin. Jokaisen suorituksen jälkeen oppilas sai uuden paperin ja aiempi ratkaisupaperi otettiin pois. Viimeinen ryhmä suoritti tehtävän samoin kuin kolmas ryhmä, mutta heidän aiem-</p>	<p>Unifix-kuutiot ja puiset palikat</p>	<p>Tutkimustulokset osoittivat, että oppilaat ratkaisivat huomattavasti enemmän oikein silloin, kun he käyttivät konkreettisia välineitä, kuin silloin kun he ratkaisivat tehtävät ilman välineitä. Merkittävää oli, että oppilaat myös käyttivät kehittyneempiä ratkaisustrategioita välineillä toimiessaan. Myös toisen tutkimuksen tulokset osoittivat, että oppilaat suoriutuivat paremmin tehtävistä konkreettisten välineiden avulla kuin ikonisesti kuvien avulla. Sillä, oliko oppilailla nähtävillä aiemmat ratkaisut, ei näyttänyt olevan merkitystä suoriutumisen kannalta. Oppilaat eivät siis hyötynyt siitä, että heille osoitettiin aiemmat ratkaisemansa lukujen ositukset.</p>	<p>Tutkimustulokset tukevat aiempia tutkimuksia, joiden mukaan oppilaat hyötyvät konkreettisten välineiden käytöstä oppimislanteissa. Merkittävin löydös tutkimuksessa oli kuitenkin se, että konkreettisten välineiden käyttö vaikutti myös kehittyneempien laskustrategioiden valintaan.</p>
--	--	---	---	---	---	--

			mat ratkaisupaperinsa jätettiin näkyville. Ohjaaja kirjasi ylös oppilaiden suorittamat laskustrategiat ja oikeat ratkaisut. Tutkimustulokset analysoitiin määrällisiä tutkimusmenetelmiä käyttäen.			
Implementing the Singapore Mathematics Curriculum in South Africa: Experiences of Foundation Phase Teachers, 2015, Narooh, C. & Luneta, K., African Journal of Research	Kuusi alakoulun (esikoulu-3.luokkien) luokanopettajaa	Selvittää miten opettajat näkevät uuden konkreettisia toimintatapoja ja konstruktivistista oppimiskäsitystä tukevan opetustavan omassa opetuksessaan. Haastatteluilla selvitetiin mitä hyötyjä ja haasteita he näkivät kyseisessä toimintatavassa.	Tutkimusmenetelmänä käytettiin strukturoituja yksilohaastatteluita sekä ryhmähaastattelua. Haastattelussa keskityttiin opettajien kommentteihin, jotka liittyivät heidän kokemuksiansa uuden opetustavan eduista ja haasteista. Opettajat osallistuivat myös ammatilliseen koulutukseen aiheeseen liittyen. Tutkimus toteutettiin laadullisin tutkimusmenetelmin.	Yleinen toimintatapa, joka perustuu asioiden opettamiseen systemaattisessa järjestyksessä: konkreettisesti kohti abstraktia (CPA, concrete-pictorial-abstract).	Tutkimuksen mukaan opettajat näkivät uuden opetustavan hyvin positiivisessa valossa. He näkivät oman ammatillisen osaamisensa kehittyneen uuden menetelmän myötä ja kokivat, että siitä on runsaasti hyötyä myös oppilaiden oppimisen kannalta. Haasteita ilmeni uuden toimintatavan omaksumisessa erityisesti niiden oppilaiden kohdalla, jotka olivat siirtyneet uuteen malliin vasta toisella tai kolmannella luokalla, jolloin pohjaitoja oli jäänyt oppimatta.	Haasteet ja ongelmat ovat jättämättömiä aina kun otetaan käyttöön jokin uusi ohjelma, vaikka se olisi kuinka hyvin suunniteltu. Tutkimus tarjoaa tietoa siitä, millä tavoin opettajat kokivat ohjelman toimeenpanon.
Which Instructional Practices Most Help First-Grade Students With and Without Mathematics Difficulties?, 2015, Morgan, P. L., Farkas, G. & Maczuga, S., Educational Evaluation and Policy Analysis	Laaja 13393 1.luokkalaista oppilaan otanta eräästä kattavasta pitkittäistutkimuksesta (2 vuoden ajalta). 2486 oppilaalla oli matemaattisia vaikeuksia ja 10907 ei ollut.	Selvittää mitä opetustapoja 1.luokkien opettajat käyttävät ja kuinka usein. Tutkia riippuvatko opettajien valitsemat opetusmenetelmät oppilaiden matemaattisesta taitotasosta ja onko valituilla opetusmenetelmillä vaikutusta oppilaiden oppimiseen.	Tutkimuksessa analysoitiin suuri määrä toisessa tutkimuksessa kerättyä dataa 1.luokkalaista oppilasta heidän esikouluvuoden syksystä 1.luokan kevääseen. Oppilaat jaettiin testien perusteella mitatun matemaattisen osaamisensa perusteella viiteen eri ryhmään. Kolmessa ryhmässä oli oppilaita, joilla oli matemaattisia vaikeuksia ja kahdessa oppilaita, joilla vaikeuksia ei ollut. Opettajat raportoivat eri opetustapoihin käyttämänsä ajan viikoittain ja näiden tietojen pohjalta muodostettiin käsitys opetustavasta. Opetustapaa verrattiin siihen, paljonko luokalla oli matemaattisesti heikkoja tai taitavia oppilaita. Tutkimus toteutettiin määrällisin tutkimusmenetelmin.	Erilaiset opetustavat: opettajajohtoinen, oppilaskeskellinen, välineiden käyttöön perustuva ja liikkeeseen sekä musiikin käyttöön perustuva opetustapa.	Tutkimustulokset osoittivat, että opettajat käyttivät konkreettisten välineiden käyttöön perustuvia opetustapoja eniten silloin, jos luokassa oli paljon oppilaita, joilla oli matemaattisia vaikeuksia. Oppilaiden oppimisen kannalta kuitenkin opettajajohtoinen opetustapa osoittautui kaikkein tehokkaimmaksi erityisesti niiden oppilaiden kohdalla, joilla oli matemaattisia vaikeuksia. Välineiden käyttöön perustuva opetustapa ei osoittautunut tehokkaaksi millään ryhmällä. Hyvin menestyneet oppilaat sen sijaan hyötyivät oppilaskeskeisestä opetustavasta.	Opettajien tulisi suosia opettajajohtoisia opetustapoja erityisesti niiden oppilaiden opetuksessa, joilla on havaittu matemaattisia vaikeuksia. Sen sijaan hyvin menestyvät oppilaat hyötyvät oppilaskeskeisistä opetustavoista. 1.luokkien opettajien tulisi harkita välineiden käyttöön perustuvaa opetustapaa, sillä tutkimukset eivät osoittaneet sen tukevan oppilaiden oppimista.

Liite 1 jatkuu

<p>Benefits of "concreteness fading" for children's mathematics understanding, 2014, Fyfe, E. R., McNeil, N. M. & Borjas, S., Learning and Instruction</p>	<p>Tutkimusartikkeli koostui kolmesta kokeesta. 1.koe: 64 matemaattisesti erittäin heikkoa 2.-3.luokkalaista oppilasta 2.koe: 61 matemaattisesti heikkoa 1.-2.luokkalaista oppilasta 3.koe: 49 matemaattisesti taitavaa 2.-3.luokkalaista oppilasta</p>	<p>Selvittää onko konkretian häivyttäminen (concreteness fading) opetusmenetelmänä tehokkaampi kuin pelkkä konkreettisten tai abstraktien menetelmien käyttö ja onko konkretian häivyttämisessä käytettyjen vaiheiden merkityksellä väliä. Tutkimuksessa tutkittiin myös sitä, miten oppilaat eri taitotasolla hyötyvät konkretian häivyttämisestä opetusmenetelmänä.</p>	<p>1.kokeessa tutkittiin matemaattisen testin perusteella oppilaita, jotka eivät osanneet ratkaista yhtään yhteenlaskuyhtälöä oikein. Heidät jaettiin neljään ryhmään. Ensimmäistä ryhmää opetettiin ratkaisemaan yhtälöitä konkreettisin menetelmin, toista abstraktein, kolmatta konkretiaa häivyttämällä ja neljättä tavalla, jossa konkretian häivyttämisessä käytetyt vaiheet oli käännetty päinvastoin. Jokainen oppilas suoritti ohjeistuksen avulla kuusi tehtävää. Tämän jälkeen oppilaiden suoriutumista yhtälöiden ratkaisemisessa testattiin ja ryhmien tuloksia vertailtiin keskenään. Toisessa kokeessa asetelma oli samankaltainen, mutta oppilaat jaettiin vain kahteen ryhmään. Toista ryhmää opetettiin konkretian häivyttämismenetelmällä ja toista siten, että kaksi ensimmäistä vaihetta menetelmästä käytiin leikkien läpi ilman varsinaista opetusta. Tämän jälkeen kahden ryhmän oppilaiden testituloksia verrattiin keskenään. Kolmas koeasetelma vastasi ensimmäistä, mutta siihen osallistui hyvin menestyneet oppilaat. Koeasetelmaa vaikeutettiin myös hieman laskujen ja lopputestien osalta. Tutkimustulokset analysoitiin määrällisin tutkimusmenetelmin.</p>	<p>Nuket, tarat ja vaaka</p>	<p>1.kokeen tulokset osoittivat, että konkretian häivyttäminen oli opetusmenetelmänä selvästi tehokkain. Tällä tavoin opetettut oppilaat suorituivat lopputestin tehtävistä huomattavasti paremmin kuin muihin ryhmiin osallistuneet. Muihin ryhmiin osallistuneiden tulokset eivät eronneet toisistaan merkittävästi. Toisessa ja kolmannessa kokeessa tulokset vastasivat ensimmäisen kokeen tuloksia. Tutkimustuloksista kävi ilmi, että konkretian häivyttäminen opetustapana on tehokas. Siinä käytetyt vaiheet on tärkeää käydä läpi oikeassa järjestyksessä ja oikealla tavalla, sillä järjestyksen muuttaminen tai ensimmäisten osien korvaaminen leikinomaisella vastaavalla harjoituksella, ei tuottanut vastaavia oppimistuloksia. Taitotasosta riippumatta oppilaat hyötyivät konkretian häivyttämisestä opetusmenetelmänä.</p>	<p>Konkretian häivyttäminen metodina eli matematiikan opettamisen edeten konkreettisista välineistä, kuvien käytön kautta abstraktiin symboliseen esitystapaan tuottaa hyviä oppimistuloksia kaiken tasoisten oppilaiden matematiikan oppimisen kannalta. Metodin toimivuuden kannalta sen vaiheiden oikeaan järjestykseen ja toteutukseen on kiinnitettävä huomiota.</p>
--	---	---	---	------------------------------	---	---

Liite 1 jatkuu

<p>From Action to Abstraction: Using the Hands to Learn Math, 2014, Novack, M. A., Congdon, E. L., Hemani-Lopez, N. & Goldin-Meadow, S., Psychological Sciences</p>	<p>90 matemaattisen testin perusteella heikosti menestynyttä 3.luokkalaista (8-10-vuotiasta) oppilasta 30 poikaa 60 tyttöä</p>	<p>Selvittää mikä kolmesta tutkimukseen valitusta opetustavasta 1) aktiivinen toimiminen 2) konkreettinen toimiminen 3) abstrakti toimiminen tuottaa parhaiten oppimistuloksia.</p>	<p>Tutkimukseen valittiin alkutestin perusteella ne oppilaat, jotka eivät osanneet ratkaista yhtään yhteenlaskuyhtälöä oikein. Oppilaat jaettiin tämän jälkeen kolmeen ryhmään, joista kaikille opetettiin yhtälön ratkaisua samojen laskujen avulla, mutta eri tavoin. Laskut opetettiin valkotaululla, jossa piirrettyjen numeroiden päällä oli magneettiset numerot. Ensimmäisessä ryhmässä magneettinumeroita siirrettiin fyysisesti toiselle puolelle yhtälöä, jotta oppilaat havaitsisivat, miten yhtälö ratkaistaan. Toisessa ryhmässä sama liike tehtiin elehtien, mutta numeroihin ei koskettu. Kolmannessa ryhmässä toisella puolella olevia numeroita osoitettiin V-muodossa, jonka oli tarkoitus havainnollistaa niiden laskeamista yhteen ja siirtämistä toiselle puolelle. Lopuksi testattiin, miten oppilaat suoriutuivat yhtälöiden ratkaisusta opetustuokioiden jälkeen. Lopputestissä yhtälöt oli jaettu harjoiteltuihin yhtälöihin, helppiin vastaaviin yhtälöihin ja haastavampiin vastaaviin yhtälöihin. Oppilaiden täytyi myös sanallistaa toimintaansa. Tutkimus toteutettiin määrällisin tutkimusmenetelmin.</p>	<p>Magneettiset numerot ja sorimet/kädet</p>	<p>Kaikissa ryhmissä oppilaat oppivat ratkaisemaan yhtälöitä. Kuitenkin ensimmäisen ryhmän (aktiivinen toiminta) oppilailla oli pienempi todennäköisyys ratkaista lopputestin yhtälöt oikein riippumatta yhtälön vaikeustasosta. Kahden muun ryhmän välillä ei ollut merkittävää eroa. Tehtävien oikein ratkaisemisessa kolmas ryhmä (abstrakti toiminta) ryhmä pärjäsi parhaiten. Kun oppilaita pyydettiin kuvaamaan toimintaansa ja selittämään miksi he toimivat niin kuin toimivat, toisen ryhmän (konkreettinen toiminta) lapset osasivat perustella toimintaansa parhaiten.</p>	<p>Abstraktin toiminnan avulla opetetut lapset oppivat ratkaisemaan yhtälöitä tehokkaammin kuin kahdella muulla opetustavalla opetetut lapset. Kuitenkin konkreettisella toiminnalla näytti olevan merkitystä ymmärryksen kannalta, sillä tällä tavalla opetetut lapset osasivat perustella ja selittää toimintaansa parhaiten.</p>
---	--	---	--	--	---	---

Liite 1 jatkuu

<p>Encoding Effects on First-Graders' Use of Manipulatives, 2018, Osana, H.P., Przednowek, K., Cooperman, A. & Adrien, E., The Journal of Experimental Education</p>	<p>73 1.luokkalaista oppilasta 37 poikaa 36 tyttöä</p>	<p>Selvittää hidastaako matematiikan opetukseen tarkoitetuilla välineillä leikkiminen oppilaiden kykyä käyttää välineitä matemaattisessa tarkoituksessa.</p>	<p>Oppilaat jaettiin satumanvaraisesti neljään eri ryhmään. Ensimmäisessä ryhmässä oppilaat käyttivät punaisia ja sinisiä kiekkoja pelinpuloina ilman määrällistä tarkoitusta. Toisessa ryhmässä oppilaat saivat vapaasti leikkiä kiekkoilla. Kolmannessa ryhmässä oppilaita opetettiin laskemaan ja muodostamaan lukuja kiekkojen avulla niin, että sininen kiekko symboloi lukua 1 ja punainen kiekko lukua 10. Kolmannessa ryhmässä oppilaat eivät tutustuneet kiekkoihin, vaan heille luettiin satukirjaa. Kiekot eivät olleet välineinä tuttuja kenellekään lapsista. Tämän jälkeen oppilaita pyydettiin muodostamaan lukuja kiekkoilla. Oppilaille annettiin myös muita tehtäviä, joiden avulla oppilaiden oli mahdollista vähitellen päätellä, että punainen kiekko symboloi kymmentä ja sininen ykköstä. Tätä ei kuitenkaan kerrottu suoraan. Oppilaiden suoriutumista tehtävistä mitattiin kahteen otteeseen. Tällä tavoin haluttiin selvittää miten oppilaat eri ryhmässä oppivat käyttämään välineitä matemaattisessa tarkoituksessa. Tutkimus toteutettiin määrällisin tutkimusmenetelmin ANOVA-analyysiohjelmalla käyttäen.</p>	<p>Punaiset ja siniset kiekot</p>	<p>Oppilaat, joille oli opetettu välineiden matemaattinen käyttötarkoitus, suoriutuivat tehtävistä oletetusti parhaiten. Jälkimmäisessä tehtävässä, jossa oppilaat olivat jo saaneet tehtävien kautta vinkkejä kiekkojen symbolisesta arvosta matemaattisessa tarkoituksessa, kiekkoilla leikkineet lapset suoriutuivat kaikista kolmesta ryhmästä heikoiten. Parhaiten jälkimmäisessä tehtävässä selviytyivät oppilaat, joille oli opetettu välineiden matemaattinen käyttötarkoitus ja toiseksi parhaiten oppilaat, jotka olivat käyttäneet merkkejä pelinpuloina ei määrällisessä tarkoituksessa.</p>	<p>Matematiikan opetuksessa käytettäviin välineisiin tutustuminen ensin leikin kautta, näyttäisi olevan epäedullista tulevan oppimisen kannalta. Oppilaiden kykyä käyttää välineitä määrällisessä tarkoituksessa ei kehity itsestään, vaan oppilaille tulee opettaa niiden symbolinen käyttötarkoitus. Tutkimuksen mukaan välineiden käyttö leikissä ennen matemaattista tarkoitusta saattaa hidastaa oppilaiden kykyä ymmärtää välineiden käyttö matemaattisessa merkityksessä.</p>
--	--	--	--	-----------------------------------	--	--

Liite 1 jatkuu

<p>Recombinant Enaction: Manipulates Generate New Procedures in the Imagination, by Extending and Recombining Action Spaces, 2018, Rahaman, J., Agrawal, H., Srivastava, N. & Chandra-sekharan, S., Cognitive Science</p>	<p>Tutkimuksen ensimmäiseen osaan osallistui 22 6.luokkalaista (11-13-vuotiaista) oppilasta 10 poikaa 12 tyttöä. Toiseen osaan osallistui 10 6.luokkalaista oppilasta.</p>	<p>Selvittää mikä kongnitiivinen mekanismi vaikuttaa prosessiin, jossa toiminta siirtyy ajatuksiksi sekä mitkä neuraaliset mekanismit voivat tukea tätä muutosta ja miten.</p>	<p>Tutkimuksen ensimmäisessä osassa oppilaat jaettiin satumanvaraisesti kahden ryhmään. Koeryhmä sai tehtäväkseen koota neljän palan tangramista neliön. Kontrolliryhmältä kysyttiin yleistietoa vaativia kysymyksiä. Tämän jälkeen oppilaat saivat tehtäväkseen ratkaista kaksi pinta-alan liittyvää tehtävää. Heidän silmänliikkeensä nauhoitettiin siihen tarkoitettulla ohjelmalla ja käden liikkeet videoitiin. Tehtävän teon jälkeen oppilaita pyydettiin kertomaan sanallisesti, miten he ratkaisivat tehtävän. Toisessa kokeessa sama asetelma toteutettiin vielä kolmannelle ryhmälle, mutta tangramien sijaan oppilaita pyydettiin muovailemaan muovailuvahasta vapaavalintaisia hahmoja. Uutta kontrolliryhmää ei toisessa osassa otettu mukaan. Tutkimus toteutettiin yhdistäen laadullisia tutkimusmenetelmiä ja silmänliikettä kuvaavaa tutkimusmenetelmää.</p>	<p>Tangramit ja muovailuvaha</p>	<p>Tutkimustulokset osoittivat, ettei eri ryhmien välillä ollut tilastollisesti merkittävää eroa siinä, millä todennäköisyydellä tehtävät ratkaistiin oikein. Silmän liikkeitä mittaamalla kuitenkin havaittiin, että koeryhmien oppilaat ratkaisivat pinta-alatehtävät kehittyneemmällä tavalla, käsittelemällä suurempia osioita kerrallaan. Vaikka sekä muovailuvaha- että tangramryhmillä välineen käyttö ennen koetilannetta kehitti ratkaisustrategioita, tangramryhmän strategiat kehittyivät selvästi enemmän.</p>	<p>Tutkimuksen mukaan välineen käyttö kehittää matemaattisia ongelmanratkaisutaitoja, mutta ei ole yhden tekemää mikä väline on kyseessä. Ongelmanratkaisutaidot kehittyvät enemmän kun väline on tarkoituksenmukainen harjoiteltavan matemaattisen taidon kannalta. Tässä tutkimuksessa pinta-alatehtävien ratkaisustrategioiden kannalta tangram osoittautui muovailuvahaa tarkoituksenmukaisemmaksi harjoitusvälineeksi.</p>
---	--	--	---	----------------------------------	--	---

Liite 1 jatkuu

<p>Investigating Preservice Mathematics Teachers' Manipulative Material Design Processes, 2016, Şandır, G., Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education</p>	<p>20 4.vuoden opettajaopiskelijaa</p>	<p>Tutkia prosessia, jonka opettaja-opiskelijat käyvät läpi suunnitellaan opetusmateriaalia matematiikan opetuksen. Tutkimuksen kesto: 14 viikkoa.</p>	<p>Opettajaopiskelijat osallistuivat 14 viikkoa kestäväälle kursseille, jonka tarkoituksena oli oppia valmistamaan matematiikan opetukseen soveltuvaa oppimateriaalia tiettyjen kriteerien mukaan. Opiskelijat jaettiin viiteen pieneen ryhmään, joissa he kävivät läpi oppimateriaalin valmistusprosessia keskustellen sekä vertaisten että ohjaajan kanssa. Keskusteluita käytiin eri prosessin vaiheissa ja opiskelijat saivat ohjeistusta, jotta he pystyisivät vastaamaan asetettuihin tavoitteisiin. Mikäli opiskelijan suunnittelema tai toteuttama oppimateriaali ei vastannut asetettuja kriteereitä, häntä ohjattiin muuttamaan suunnitelmaa/toteutusta. Tutkimus toteutettiin laadullisin tutkimusmenetelmin.</p>	<p>Opiskelijoiden suunnitellut oppimateriaalit yläkoulun matematiikanopetuksen käyttöön</p>	<p>Opiskelijoiden oli vaikeaa suunnitella kriteerien mukaisia oppimateriaaleja. Ongelmia syntyi seuraavista seikoista: Oppimateriaali ei sopinut kohdennetulle luokkatasolle. Opiskelijat suunnittelivat aktiviteetteja materiaalin sijaan. Suunnitelmat eivät olleet käytännöllisissä. Yli puolet opiskelijoista sai prosessin päätökseen 7.-8.viikolla. Osa suunnitteluvaiheesta hyviltä vaikuttaneista materiaaleista osoittautui käyttökelvottomiksi muutettuna fyysiseksi materiaaliksi. Suurimalla osalla opiskelijoista ideoiden keksiminen vei aikaa ja ensimmäiset ideat osoittautuivat toteuttamiskelvottomiksi.</p>	<p>Opettajaopiskelijoiden on vaikea tuottaa sopivaa oppimateriaalia matematiikan opetukseen. Se johtuu todennäköisesti kokemuksen puutteesta ja riittämättömästä opetussuunnitelman tuntemuksesta. Myös riittämätön kehityspsykologian osaaminen saattoi vaikuttaa prosessin vaikeuteen. Opiskelijat eivät myöskään kyenneet ajattelemaan materiaaleja oppilaiden näkökulmasta.</p>
--	--	--	--	---	--	---

<p>Applying Grounded Coordination Challenges to Concrete Learning Materials: A Study of Number Line Estimation, 2014, Vitale, J. M., Black, J. B. & Swart, M. I., Journal of Educational Psychology</p>	<p>Tutkimuksen ensimmäiseen osaan osallistui 73 2.-4.luokkalaista ja toiseen osaan 30 2.luokkalaista oppilasta</p>	<p>Tutkia miten eri tavoin suunnitellut välineet tukevat oppimista ja oppimisen yleistymistä muihin tilanteisiin.</p>	<p>Tutkimuksen ensimmäisessä osassa oppilaat jaettiin kolmeen ryhmään siten, että jokaisen ryhmän matematiikan osaamistasot vastasivat toisiaan ja eri luokka-asteilta oli joka ryhmässä oppilaita suunnilleen yhtä paljon. Oppilaat osallistuivat yksittäisiin harjoitustuokioihin, joissa he pelasivat tietokoneella peliä, jossa harjoiteltiin arvioimaan lukujonosta eri lukujen sijainteja. Ensimmäisessä ryhmässä oppilaat suorittivat harjoitukset ilman apuvälineitä. Toisessa ryhmässä oppilaille annettiin käyttöön viivain, joka oli juuri saman pituinen näytöllä olevan janan kanssa. Viivaimessa oli viisi lukua merkittynä (0, 45, 90, 135, 180). Kolmannessa ryhmässä oppilaille annettiin muuten samanlainen viivain kuin ensimmäisessä, mutta viivaimen pituus oli 33% pidempi. Kolmannen ryhmän viivainta ei voinut siis asettaa näytöllä olevan janan päälle, sillä jana oli lyhyempi. Tämän jälkeen kaikki oppilaat suorittivat testin, jossa heidän tuli arvioida lukujonopaikkoja ilman apuvälineitä. Oppilaiden oikeita vastaukset ja niiden tarkkuus kirjattiin ylös. Tutkimuksen toisessa osassa asetelma oli lähes samanlainen kuin ensimmäisessä, mutta tutkimuskohteenä olivat ainoastaan 2.luokkalaiset ja tutkimuksessa mitattiin tehtäviin kulu- nutta aikaa eri ryhmien välillä. Tutkimus toteutettiin määrällisiä tutkimusmenetelmiä ja ANOVA-analyysiohjelmaa käyttäen.</p>	<p>Kaksi luultaan samanlaista viivainta, joista toinen vastaa pituudeltaan mitattavana olevaa janaa ja toinen ei.</p>	<p>Näytöllä olevan janan kanssa yhden mukaista viivainta käyttäneet lapset suoriutuivat harjoitustehtävistä kahta muuta ryhmää paremmin. Ilman apuvälinettä toimineet oppilaat sen sijaan suoriutuivat tehtävistä huomattavasti kahta muuta ryhmää nopeammin. Tutkimuksen tulokset osoittivat, että jälkimmäisessä testissä, jossa oppilaat suorittivat tehtävät ilman viivainta, näytön kanssa epäyhteneväistä viivainta harjoitusvaiheessa käyttäneet oppilaat suoriutuivat huomattavasti muita ryhmiä paremmin lukujonopaikkojen arvioinnissa. Tutkimuksen toisessa osassa ei havaittu ryhmien välillä merkittäviä eroja suoritusnopeudessa. Myös tutkimuksen jälkimmäisessä osassa epäyhteneväistä viivainta käyttäneet suoriutuivat jälkitestistä parhaiten sekä oikeiden suoritusten että suoritustarkkuuden perusteella.</p>	<p>Tutkimusten mukaan näyttää siltä, että epäyhteneväisen viivaimen käyttö paransi oppilaiden suoritusta huomattavasti enemmän kuin yhteneväisen viivaimen käyttö. Näyttää siis siltä, että tehtävän ollessa liian helposti suoritettavissa välillä opittava avulla, oppiminen ei ole yhtä tehokasta kuin silloin kun oppilas joutuu ajattelemaan välinettä käyttäessä.</p>
---	--	---	--	---	---	---

Liite 2

Tutkimusartikkelin nimi ja tutkimuksen toteuttajat	Artikkelin julkaisukanava ja julkaisuvuosi
The Impact of Manipulatives on the Math Scores of Grade 2 Students Ligget, R. S.	Brock Educational Journal, 2017
Think3d!: Improving Mathematics Learning Through Embodied Spatial Training Burte, H., Gardony, A. A. & Hutton, H. A.	Cognitive Research: Principles and Implications, 2017
Effects of Instructional Guidance of Sequencing of Manipulatives and Written Symbols on Second Grades' Numeration Knowledge Osana, H., Adrien, E. & Duponsel, N.	Education Sciences, 2017
Using an Iceberg Intervention Model to Understand Equivalent Fraction Learning when Students with Mathematical Learning Difficulties use Different Manipulatives Westenskow, A. & Moyer-Packenham, P.	International Journal of Technology in Mathematics Education, 2015
The Effect of Manipulatives on Mathematics Achievement Across Different Learning Styles Kablan, Z.	Journal of Educational Psychology, 2016
The Effects of Physical Manipulatives on Children's Numerical Strategies Manches, A. & O'Malley, C.	Cognition and Instruction, 2016
Implementing the Singapore Mathematics Curriculum in South Africa: Experiences of Foundation Phase Teachers Naroth, C. & Luneta, K.	African Journal of Research, 2015
Which Instructional Practices Most Help First-Grade Students With and Without Mathematics Difficulties? Morgan, P. L., Farkas, G. & Maczuga, S.	Educational Evaluation and Policy Analysis, 2015
Benefits is "Concreteness Fading" of Children's Mathematics Understanding Fyfe, E., McNeil, N. M. & Borjas, S.	Learning and Instruction, 2014
From Action to Abstraction: Using the Hands to Learn Math Novack, M. A. Congdon, E. L., Hemani-Lopez, N. & Goldin-Meadow, S.	Psychological Sciences, 2014
Encoding Effects on First-Graders' Use of Manipulatives Osana, H. P. Przednowek, K., Cooperman, A. & Adrien, E.	The Journal of Experimental Education, 2018
Recombinant Enaction: Manipulatives Generate New Procedures in the Imagination by Extending and Recombining Action Spaces Rahaman, J., Agrawal, H., Srivastava, N. & Chandrasekharan, S.	Cognitive Science, 2018
Investigating Preservice Mathematics Teachers' Manipulative Material Design Processes Şandır, G.	Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 2016
Applying Grounded Coordination Challenges to Concrete Learning Materials: A Study of Number Line Estimation Vitale, J. M., Black, J. B. & Swart, M. I.	Journal of Educational Psychology, 2014