

This is a self-archived version of an original article. This version may differ from the original in pagination and typographic details.

Author(s): Hiltunen, Jenna; Nissinen, Kari

Title: Erinomaiset matematiikan osaajat

Year: 2018

Version: Published version

Copyright: © Kirjoittajat & Suomen kasvatustieteellinen seura, 2018.

Rights: CC BY 4.0

Rights url: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Please cite the original version:

Hiltunen, J., & Nissinen, K. (2018). Erinomaiset matematiikan osaajat. In J. Rautopuro, & K. Juuti (Eds.), PISA pintaa syvemältä : PISA 2015 Suomen pääraportti (pp. 213-234). Suomen kasvatustieteellinen seura. Kasvatusalan tutkimuksia, 77. <http://urn.fi/URN:ISBN:978-952-5401-82-0>

9. Erinomaiset matematiikan osaajat

Johdanto

Tässä artikkelissa tarkastellaan matematiikan erinomaisia osajia Suomen PISA 2015 -aineistossa sekä perehdytään niihin matematiikan erinomaisten osajien piirteisiin, jotka nousevat logistisen regressioanalyysin perusteella heidän menestystään selittäviksi tekijöiksi. Vastaavia muuttujia tarkastellaan myös PISA 2003 -aineistosta. Erinomaisilla matematiikan osaajilla tarkoitetaan oppilaita, jotka ovat saavuttaneet PISA-tutkimuksen matematiikan osuudessa toiseksi korkeimman tai korkeimman suoritustason eli tason 5 tai 6.

Monissa tutkimuksissa, joissa puhutaan hyvin menestyneistä oppilaista, käytetään termiä lahjakas oppilas (gifted student), joka on kuitenkin hyvin monitahoinen ja vaikeasti määriteltävä käsite (mm. Sternberg & Davidson 2005). Matemaattiset taidot taas ovat seurausta matemaattisesta lahjakkuudesta. Kuitenkin matemaattinen lahjakkuus nähdään synnynnäisenä persoonan ominaisuutena, kun taas erinomaiset taidot nähdään matematiikassa dynaamisena piirteenä, jotka ovat kehitettävissä (Leikin 2014). PISA-

tutkimuksen matematiikassa erinomaisesti suoriutuminen edellyttää muun muassa rutiininomaisista poikkeavien tilanteiden tulkin-
taa ja mallintamista, hyvin edistyneitä ajattelu- ja päättelytaitoja
sekä oman päättelyn kuvailemista tarkoituksenmukaisin keinoin.
Korkeimpien tasojen taitojen saavuttaminen ei vaadi välttämättä
lahjakkuutta, vaan ne on mahdollista saavuttaa myös harjoittele-
malla ja kehittämällä omaa matemaattista osaamistaan.

Salmela ja Uusiautti (2015) löysivät useita yhdistäviä ominais-
piirteitä erinomaisesti suomalaisessa lukiossa menestyneistä nuo-
rista. Useat nuoret kuvasivat itseään harkitsevaisiksi, periksianta-
mattomiksi ja lujaluonteisiksi. Moni luonnehti itseään uteliaaksi
ja tiedonjanoiseksi. Heillä oli halu oppia uutta ja menestyä asetta-
malla korkeita tavoitteita itselleen. Menestyneet oppilaat eivät ar-
vostaneet ainoastaan kirjatietaa, vaan myös monipuolisesti erilai-
sia taitoja, kuten urheilua ja taiteita. Myös läheisten suhteiden, ku-
ten perheen ja ystävien, arvostus nousi esiin nuorten kuvailuista.
(Salmela & Uusiautti 2015.) Toisaalta menestyksekkäät oppilaat
kokivat vaikeaksi ylläpitää hyviä arvosanoja ja useita kaverisuhtei-
ta (Salmela & Määttä 2015).

Monessa tutkimuksessa on osoitettu, että affektiivisilla tekijöil-
lä on suuri merkitys matematiikan oppimisessa. Affektiivisten te-
kijöiden vaikutusta oppimistuloksiin on tutkittu niin asenteiden,
merkityksellisyyden kokemuksen, uskomusten kuin tunteidenkin
näkökulmasta (esim. Anttonen 1969; Fennema & Sherman 1978;
Grootenboer & Hemmings 2007; Hannula, Bofah, Tuohilampi &
Metsämuuronen 2014; Vettenranta, Hiltunen, Nissinen, Puhakka
& Rautopuro 2016). Asenteet ja tunteet matematiikkaa kohtaan ja
matematiikan oppimistulokset ovat suhteessa toisiinsa vastavuo-
roisesti (Ma 1997) – esimerkiksi vahva suoritusluottamus matema-
tiikassa, eli varmuus ratkaistessa matematiikan tehtäviä, tuottaa
hyviä oppimistuloksia ja vastavuoroisesti hyvät oppimistulokset
ruokkivat matematiikan suoritusluottamusta. Oppilaiden mate-
matiikka-asenteita on selvitetty myös PISA-tutkimuksissa, mutta
vuoden 2015 tutkimusaineisto ei sisällä matematiikkaan liittyviä
taustamuuttujia, koska tällä kierroksella päätutkimusalueena olivat
luonnontieteet. PISA 2012 -tutkimuksessa selvitettiin muun muas-

sa matematiikan minäkäsitystä ja suoritusluottamusta, jotka nousivat matematiikan oppimistuloksia vahvimmin selittäviksi tekijöiksi (Kupari & Nissinen 2015).

Grootenboerin ja Hemmingsin (2007) kyselytutkimuksessa selvitettiin 8–13-vuotiaiden matemaattista menestystä suhteessa affektiivisiin muuttujiin ja muihin taustatietoihin Uudessa-Seelannissa. Heidän tutkimuksessaan hyvin matematiikassa menestynyt oppilas oli todennäköisimmin miespuolinen, piti matematiikasta, koki itsensä itsevarmaksi tehdessään matematiikan tehtäviä, piti matematiikkaa tärkeänä käytännön ja tulevaisuuden kannalta eikä uskonut yleisiin matematiikkaa koskeviin uskomuksiin kuten esimerkiksi siihen, että matematiikassa on tärkeintä saada oikea vastaus. Tutkimuksessa havaittiin myös tilastollisesti merkitseviä eroja etnisten ryhmien välillä – valtaväestö menestyi todennäköisemmin erinomaisesti vähemmistökulttuurin edustajiin verrattuna.

Suárez-Álvarezin, Fernández-Alonson ja Muñizin (2014) tutkimuksessa testattiin lähes 8 000:n noin 14-vuotiaan oppilaan sisältöosaamista matematiikassa ja luonnontieteissä. Lisäksi selvitettiin oppilaiden sosioekonominen tausta, ja oppilaat vastasivat kyselyyn opiskelumotivaatiosta, akateemisesta minäkuvasta ja akateemisista odotuksista. Näistä parhaiten matematiikan ja luonnontieteiden suoriutumista selittävä tekijä oli akateeminen minäkuva, jota seurasivat sosioekonominen status, akateemiset odotukset ja motivaatio.

Useissa aikaisemmissa tutkimuksissa on löydetty eroja sukupuolten välillä suoritustuloksissa. PISA- ja TIMSS-tutkimuksissa on havaittu, että useimmissa maissa erinomaisten matematiikan osaajien joukossa suurempi osa on poikia (esim. Kupari ym. 2013, 34–35; Baye & Monseur 2016). Myös Suomen PISA-tutkimuksessa pojat pärjäsivät kokonaisuutena tyttöjä paremmin aina vuoteen 2015 asti. PISA 2015 -tutkimuksessa suomalaiset tytöt menestyivät keskimäärin matematiikassa poikia paremmin, mutta parhaiten menestyneissä oli yhtä paljon tyttöjä ja poikia (Vettenranta, Välijärvi ym. 2016, 51–52). Preckel, Goetz, Pekrun ja Kleine (2008) vertasivat noin 13-vuotiaita oppilaita (N = 362), joista puolet oli matemaattisesti erinomaisesti menestyviä ja puolet keski-

tasoisesti menestyviä. He havaitsivat, että poikien keskiarvot olivat korkeammat kuin tytöillä sekä keskitasoisesti menestyvien että erinomaisesti menestyvien joukossa, mutta erityisesti erinomaisten joukossa sukupuoliero oli suurempi.

Myös sukupuolten välisissä asenteissa on havaittu eroja. Hyde, Fennema, Ryan, Frost ja Hopp (1990) ovat huomanneet naisilla olevan negatiivisemmat asenteet matematiikkaa kohtaan kuin miehillä. Heidän mukaansa osaltaan sen vuoksi naisten matematiikan oppimistulokset ovat huonommat. Preckel ym. (2008) havaitsivat, että matemaattisesti taitavilla pojilla oli merkitsevästi positiivisempi matemaattinen minäkuva ja suurempi kiinnostus matematiikkaa kohtaan kuin matemaattisesti taitavilla tytöillä. Sen sijaan erinomaisesti matematiikassa menestyneiden ja muiden tyttöjen välillä ei ollut eroa minäkuvassa ja matematiikan kiinnostuksessa. Toisin sanoen hyvin menestyneet tytöt eivät kokeneet matemaattista minäkuvaa positiivisemmaksi tai olleet kiinnostuneempia matematiikasta kuin keskinkertaisesti menestyneet tytöt (Preckel ym. 2008).

Kupari (2007) havaitsi tutkimuksessaan, että PISA 2003 -kokeessa suomalaisissa parhaiten menestyneessä viidenneksessä tyttöjen ja poikien matematiikan suoritusluottamuksessa oli suurempi ero kuin koko otoksessa. Kuparin (2007) mukaan hyvin menestyneet pojat olivat myös kiinnostuneempia ja vähemmän matematiikasta ahdistuvia ja arvioivat matematiikan hyödyllisemmäksi kuin tytöt jatko-opintojen ja tulevaisuuden kannalta.

Monissa tutkimuksissa on havaittu, että sosioekonomisella taustalla on merkittävä vaikutus matematiikan oppimiseen, ja erinomaisesti menestyvät oppilaat tulevat keskimäärin korkean sosioekonomian omaavista perheistä (esim. Lamb & Fullarton 2002; Preckel ym. 2008; Roznowski, Hong & Reith 2000). Kotitaustalla voi olla merkitystä monesta eri näkökulmasta. Lamb ja Fullarton (2002) analysoivat Yhdysvaltojen (N = 7087) ja Australian (N = 6916) TIMSS 1999 -aineistoa 13-vuotiaiden osalta ja havaitsivat, että Yhdysvalloissa lapset, jotka tulivat kahden vanhemman perheestä, menestyivät matematiikassa paremmin kuin yksinhuoltajaperheiden lapset. Toisaalta Australiassa vastaavaa yhteyttä ei ol-

lut havaittavissa. Myös kielitaustalla oli vaikutusta, sillä sekä Yhdysvalloissa että Australiassa vähemmistökielisistä kodoista tulevat lapset menestyivät merkitsevästi huonommin matematiikassa (Lamb & Fullarton 2002).

Sosioekonomisen taustan lisäksi perheen asennoitumisella koulutukseen näyttäisi olevan vaikutusta oppimistuloksiin. Roznowskin ym. (2000) tutkimuksessa lähes 13 000 10. luokan opiskelijaa (15–16-vuotiaita) osallistui kyselyyn ja kognitiiviseen testiin. Tutkimuksessa havaittiin, että lahjakkaat ja hyvin menestyneet opiskelijat saivat keskinkertaisesti menestyviä opiskelijoita todennäköisemmin vanhemmiltaan ja opinto-ohjaajiltaan ohjausta. Heidän vanhempansa ja ohjaajansa myös odottivat nuorten etenevän lukiosta korkeakouluun, ja vanhemmat olivat kiinnostuneempia lastensa koulunkäynnistä. Vanhemmat olivat myös todennäköisemmin korkeammin koulutettuja ja lukeneet lapsille enemmän ennen näiden kouluikää (Roznowski ym. 2000).

Lisäksi Roznowskin ym. (2000) tutkimuksessa erinomaisesti menestyneet uskoivat matematiikan ja englannin kielen kurssien olevan hyödyllisiä heidän tulevaisuutensa kannalta, heillä oli korkeammat uratavoitteet, he käyttivät enemmän aikaa kotitehtäviin, olivat poissa koulusta vähemmän, katsoivat vähemmän televisiota ja pitivät koulusta enemmän. Heillä oli myös korkeampi itsetunto. Lamb ja Fullarton (2002) huomasivat, että mitä enemmän opettajat antoivat kotitehtäviä, sitä korkeammat oppimistulokset oppilailta oli. Toisaalta oppilaiden kotitehtäviin käyttämällä ajalla oli negatiivinen yhteys oppimistuloksiin, eli heikommat oppilaat käyttivät kotitehtäviin enemmän aikaa.

Hyvin monilla asioilla voi siis olla vaikutusta erinomaiseen kouluosaamiseen ja erityisesti matematiikassa menestymiseen. Tässä artikkelissa tarkastelemme PISA 2015 -aineiston pohjalta Suomessa parhaiten matematiikassa menestyneitä ja heidän taustatietojaan. Pyrimme selvittämään, mitkä PISA 2015 -aineiston oppilaskyselyn taustamuuttujista kuvaavat erinomaisia matematiikan osaajia parhaiten, eli etsimme sellaisia taustatekijöitä, jotka selittävät suomalaisoppilaiden erinomaista menestystä matematiikan osa-alueella. Tuloksia verrataan myös PISA 2003 -tut-

kimuksen vastaaviin tuloksiin (soveltuvien osien, koska taustakyselyjen sisältö on vaihdellut jonkin verran eri tutkimuskierroksilla). Vertailukohteeksi valittiin vuonna 2003 kerätty PISA-aineisto, koska matematiikka oli tuolloin päätutkimusalueena, ja sen avulla nähdään mahdollisia pidemmän aikavälin muutoksia kuin verrattaessa kolmen vuoden takaiseen PISA 2012 -aineistoon. Monissa tutkimuksissa on osoitettu, että positiiviset asenteet matematiikkaa kohtaan ovat olennaisia selittäjiä matematiikan menestyksessä (mm. Kupari & Nissinen 2015). Tässä tutkimuksessa voidaan tarkastella vain koulunkäyntiä yleisesti koskevia asennetekijöitä niiltä osin kuin niitä on oppilailta kyselyssä selvitetty. PISA 2015 -tutkimuksen päätutkimusalueena olivat luonnontieteet, joten myös taustakyselyn kysymykset koskivat pääosin asenteita luonnontieteitä ja niiden opiskelua kohtaan.

Vastaamme seuraaviin tutkimuskysymyksiin:

- 1) Mitä PISA 2015 -oppilaiden taustatiedoista esille nousevia ominaisuuksia on erinomaisella matematiikan osaajalla?
- 2) Onko erinomaisesti PISA 2015 -matematiikassa menestyneiden oppilaiden tyypillisissä ominaisuuksissa eroa erinomaisesti PISA 2003 -tutkimuksessa matematiikassa menestyneisiin? Jos on, millaisia erot ovat (soveltuvien osien)?

Erinomainen matematiikan osaaminen PISA-tutkimuksessa

PISA-tutkimuksessa matematiikan osaaminen on jaettu kuuteen suoritustasoon. Tässä artikkelissa käsitellään niiden oppilaiden selitystekijöitä, jotka ovat yltäneet kahdelle korkeimmalle tasolle eli tasoille 5 (erinomainen taso) ja 6 (huipputaso). Suoritustasolle 5, eli erinomaisen osaamisen tasolle (608–669 pistettä), yltäneet oppilaat osaavat työstää ja mallintaa monimutkaisiakin tilanteita, tunnistavat rajoitteet ja osaavat tehdä tarkentavia oletuksia. He osaavat valita tilanteeseen sopivan ongelmanratkaisustrategian. Tämän tason saavuttaneilla oppilailla on hyvin edistyneet ajattelu- ja päättelytaidot sekä kyky hyödyntää tarkoituksenmukaisesti

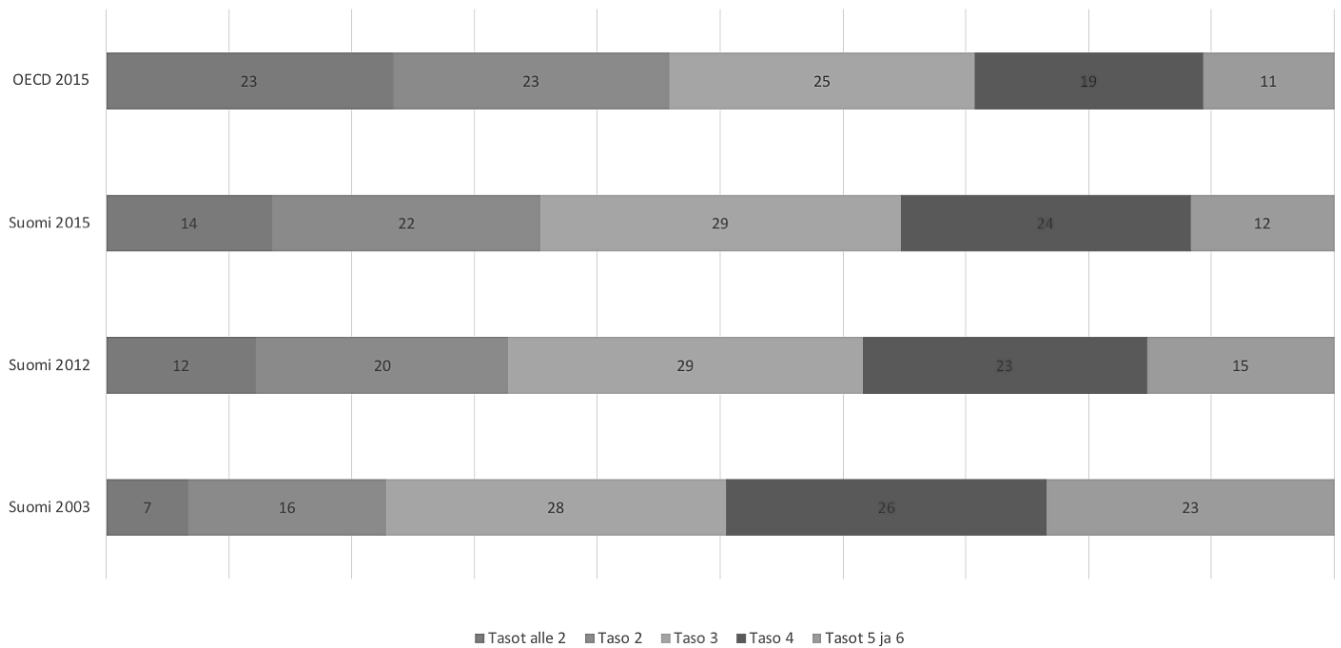
erilaisia representaatioita sekä symbolisia ja formaaleja merkintätapoja. He kykenevät refleктоimaan ja perustelemaan omia ratkaisujaan sekä kertomaan omasta päättelystään. (OECD 2017.)

Huippuosaamisen, eli tason 6, saavuttivat oppilaat, jotka saivat yli 669 pistettä. Nämä oppilaat pystyvät käsitteellistämään ja hyödyntämään tietoa monimutkaisissa ongelmatilanteissa sekä yleistämään saamansa tulokset ongelmatilanteen ulkopuolelle. He pystyvät yhdistämään ja hyödyntämään erilaisia tiedonlähteitä ja esitystapoja joustavasti. Tämän tason saavuttaneet oppilaat kykenevät edistyneeseen matemaattiseen ajatteluun ja päättelyyn. Nämä oppilaat pystyvät kehittämään uusia lähestymistapoja ja -strategioita uusissa tilanteissa hyödyntäen formaaleja matemaattisia operaatioita ja suhteita. Oppilaat osaavat reflektoida omaa toimintaansa sekä kertoa täsmällisesti tuloksistaan ja tulkinnoistaan, muotoilla argumentteja ja arvioida niiden tarkoituksenmukaisuutta suhteessa annettuun tilanteeseen. (OECD 2017.)

Suomi on menestynyt PISA-tutkimuksissa erinomaisesti. Vuoden 2015 tutkimuksessa Suomi oli sijalla 13 matematiikan osaamisessa kaikkien osallistujamaiden ja -alueiden joukossa ja merkitsevästi OECD-maiden keskiarvon yläpuolella. Erinomaiselle osaamistasolle yltäneiden oppilaiden määrä oli 2015 Suomessa kuitenkin verrattain pieni, suurin piirtein saman verran kuin OECD-maissa keskimäärin (kuvio 1). Erinomaisten osaajien osuus on Suomessa lähes puolittunut 12 vuoden aikana 23 prosentista 12 prosenttiin.

Parhaiden menestyneiden oppimistulosten muutosta voidaan tarkastella myös prosenttipisteiden eli persentiilien kautta. Suomen 90. persentiili oli 614 pistettä PISA 2015 -tutkimuksessa, toisin sanoen Suomen oppilaista parhaiten menestynyt 10 prosenttia saavutti vähintään 614 pistettä matematiikassa. Vuoden 2012 PISA-tutkimuksessa vastaava pistemäärä oli 629 pistettä ja vuoden 2003 tutkimuksessa 652 pistettä. Parhaiten osanneen kymmenyksen pistemääräraja on laskenut siis jopa 37 pistettä 12 vuodessa.

Erinomaisissa osaajissa poikia oli vain yksi prosenttiyksikkö enemmän kuin tyttöjä. Tämä ero ei ollut tilastollisesti merkitsevä. Poikien osuus erinomaisissa osaajissa on laskenut vuodesta 2012



Kuvio 1. Oppilaiden prosenttiosuudet matematiikan eri suoritustasoilla Suomessa vuosina 2003, 2012, 2015 ja OECD-maissa 2015.

reilut 4 prosenttiyksikköä, kun tyttöjen osuuden muutos ei ollut tilastollisesti merkitsevä. 12 vuoden aikana poikien osuus on laskenut lähes 14 prosenttiyksikköä ja tyttöjen lähes 10 prosenttiyksikköä. Koska poikien osuus on laskenut enemmän kuin tyttöjen osuus, sukupuolieroa erinomaisissa osaajissa ei enää ole.

Koulumenestys koskee vain harvoin yhtä oppiainetta. Oppilaat, jotka menestyvät matematiikassa, menestyvät todennäköisesti hyvin myös monissa muissa kouluaineissa. Vuoden 2015 PISA-kokeessa 42,1 prosenttia niistä oppilaista, jotka menestyivät erinomaisesti luonnontieteissä, pärjäsivät erinomaisesti myös matematiikassa ja lukutaidossa. Huippusuorituksiin kaikilla kolmella sisältöalueella ylsi kaiken kaikkiaan 6 prosenttia suomalaisnuorista. Ainoastaan matematiikassa erinomaisesti menestyneitä oli 2,4 prosenttia suomalaisista nuorista. (OECD 2016.)

Tutkimusaineisto ja analyysimenetelmät

Vuoden 2015 tutkimusaineisto on kuvattu tarkemmin PISA 2015 -tutkimuksen ensituloksia käsittelevässä julkaisussa (Vettenranta, Välijärvi ym. 2016). Aineistossa oli kaikkiaan 5 882 suomalaisoppilasta 168 koulusta. Vuoden 2003 PISA-aineisto on puolestaan kuvattu tarkemmin PISA 2003 -tutkimuksen ensiraportissa (Kupari ym. 2004). Tässä aineistossa oli 5 796 suomalaisoppilasta 197 koulusta.

Matematiikassa parhaiten menestynyttä oppilasjoukkoa parhaiten luonnehtivien taustamuuttujien määrittämiseksi aineistoille tehtiin joukko logistisia regressioanalyyskejä, joissa selitettävänä binäärinenä muuttujana oli oppilaan erinomainen (vähintään tason 5) suoriutuminen matematiikan PISA-kokeessa. Tällaisia oppilaita oli Suomen aineistossa siis 12 prosenttia vuonna 2015 ja 23 prosenttia vuonna 2003. Lähestymistapa oli eksploratiivinen, ja vuoden 2015 datan analyysissä selittävinä muuttujina kokeiltiin kaikkiaan 72 eri muuttujaa, jotka olivat peräisin PISAn taustakyselystä. Muuttujat koskivat pääasiassa oppilaan kotitaustaa, vapaa-ajan aktiviteetteja sekä opiskeluun, lukemiseen ja tietokoneiden käyttöön liittyviä asenteita ja ajankäyttöä. PISA 2003:n taustakyselyn kysymykset poikkesivat vuoden 2015 kysymyksistä jonkin verran, ja vuoden 2015 datan 72 kokeillusta taustamuuttujasta vain 37:lle löytyi vuoden 2003 datasta identtinen tai vertailukelpoinen vastine. Oppilaan vapaa-ajan aktiviteetteihin liittyvät kysymykset puuttuivat vuoden 2003 taustakyselystä kokonaan.

Logistiset regressioanalyysit suoritettiin suurten arviointitutkimusten suositeltuun metodologiaan (ks. esim. Wu 2005; Rutkowski, Gonzalez, Joncas & von Davier 2010; OECD 2009) verrattuna hiekan yksinkertaistetummin. Matematiikan osaamista mittaavien kymmenen (PISA 2003 -aineistossa viiden) ns. plausible value (PV) -pistemäärän sijasta selitettäväksi muuttujaksi valittiin vain yksi erinomaista matematiikan osaamista vastaamaan dikotomisoi- tu PV-pistemäärä. Dikotomisointi suoritettiin siten, että selitettävä muuttuja sai arvon 1, jos oppilaan matematiikan suoritustaso oli vähintään 5 (ts. hänen PV-arvonsa oli vähintään 608 pistettä).

Muulloin muuttuja sai arvon 0. Se, mikä kymmenestä (PISA 2003 -aineistossa viidestä) PV:stä valittiin, määrättiin sen perusteella, minkä PV:n mukainen dikotomisointi vastasi tarkimmin kaikkien kymmenen (viiden) PV:n avulla saatua erinomaisten osajien virallista kansallista osuutta (12 prosenttia vuonna 2015 ja 23 prosenttia vuonna 2003). Osoittautui, että vuoden 2015 PISA-aineistossa tämä ehto täyttyi PV:llä numero 5 ja vuoden 2003 aineistossa PV:llä numero 3.

Sinänsä tulokset eivät muutu olennaisesti, perustettiinpa analyysi mihin tahansa vaihtoehtoiseen PV-muuttujaan. Vaikka vain yhteen PV-muuttujaan perustuvan analyysin tarkkuus on hieman heikompi kuin usean PV:n analyysillä saataisiin, saatavat päätelmät ovat yhtä harhattomia ja pitkälti samoja. Yhden PV:n käyttäminen usean PV:n sijasta suoraviivaistaa ja nopeuttaa analyysin vaatimia laskentoja (mm. moni-imputointivaiheen pois jäämisen johdosta) merkittävästi, varsinkin kun sovitettavia ja vertailtavia malleja on paljon. Kun tässä tapauksessa tutkimuskysymysten kannalta olennaista ei ole tilastollisen päättelyn tarkkuus, vaan tilastollisia malleja käytetään ensi sijassa deskriptiivisesti, mielenkiinnon kohteena olevaa erinomaisten osajien ryhmää parhaiten luonnehtivien tekijöiden etsinnässä, yksinkertaisemman laskentamenetelmän käyttö on perusteltua.

Logistiset regressiomallit estimoitiin SAS-ohjelmiston mutkikkaiden otanta-asetelmien analysointiin tarkoitetulla SURVEY-LOGISTIC-proseduurilla, joka käyttää maximum likelihood -menetelmää ja joka ottaa oikeaoppisesti huomioon PISA-otanta-asetelman mukaiset otantapainot, ositteet ja oppilaiden klusteroitumisen kouluihin. Proseduurilla laskee regressiokerrointen estimaattien keskivirheet Taylorin sarjakehitelmään perustuvalla approksimaatiolla. Mallissa olevien tekijöiden merkitsevyydet testattiin Waldin χ^2 -testisuureella.

Kutakin valittua taustamuuttujaa kokeiltiin aluksi logistisen regression selittävänä muuttujana vuoron perään yksinään. Jos muuttujalla ei ollut tilastollisesti merkitsevää (ts. p-arvo oli suurempi kuin 0,05) yhteyttä erinomaiseen matematiikan osaamiseen, se jätettiin pois jatkotarkasteluista. Tästä esikarsinnasta jatkoon

päässeet muuttajat (vuoden 2015 datassa 55 muuttujaa, vuoden 2003 datassa 29 muuttujaa) asetettiin erinomaisen osaamisen selittäjiksi monimuuttujaiseen regressiomalliin. Tämän jälkeen selittäjien määrää alettiin vähentää taaksepäin askeltaen, kunnes malliin jäi jäljelle vain tilastollisesti merkitseviä ($p < 0,05$) matematiikan erinomaisen osaamisen selittäjiä.

Selittävien muuttujien joukossa on monia keskenään korreloivia muuttujia, mikä voi aiheuttaa ns. multikollineaarisuusongelman. Toisin sanoen on mahdollista, että jokin sinänsä merkityksellinen selittäjä menettää tilastollisen merkitsevyytensä tai sen vaikutus estimoituu virheellisesti sen vuoksi, että samassa mallissa on siihen läheisesti yhteydessä oleva selittäjä. Saatuja tuloksia tullaan arvioimaan myös mahdollisen multikollineaarisuuden näkökulmasta.

Tulokset

Vuoden 2015 PISA-aineiston lopulliseen logistiseen regressiomalliin jäi 15 merkitsevää erinomaisen osaamisen selittäjää (taulukko 1). Selittävät muuttujat on järjestetty taulukossa 1 standardoidun regressiokertoimen (Beta) mukaiseen järjestykseen. Odds ratioit eli vetosuhteet on laskettu tavanomaisesta poiketen standardoiduista kertoimista. Siten ne kuvaavat tässä, miten vedonlyöntisuhde (engl. odds, joka itsessään on kahden todennäköisyyden suhde) oppilaan mahdollisuudelle olla erinomainen matematiikan osaaja muuttuu, kun selittävän muuttujan arvo kasvaa yhden keskihajonnan verran. (Tässä on tärkeää välttää yleinen virhetulkinta, jossa vetosuhde ymmärretään kahden todennäköisyyden suhteeksi (ks. esim. Rita 2004). Vetosuhde on kahden todennäköisyyssuhteen suhde, ja sellaisena usein valitettavan hankala tulkittava.)

Logistisen regressioanalyysin mukaan vahvin suoritustason 5 tai 6 saavuttaneita oppilaita muista erotteleva tekijä oli se, että he odottivat merkitsevästi muita useammin saavuttavansa korkean tutkinnon. Tämä ei ole kovin yllättävää; on varsin luonnollista

Taulukko 1. PISA 2015 -aineistossa erinomaista matematiikan osaamista tilastollisesti merkitsevästi selittävät muuttujat. Beta = standardoitu regressiokerroin, OR = standardoidulle muuttujalle laskettu vetosuhde

Muuttuja	Regr. kerroin	Keski- virhe	Wald χ^2	P-arvo	Beta	OR
Minkä tutkinnon odotan suorittavani	0,23	0,04	33,82	<0,001	0,39	1,48
Koeahdistus	-0,36	0,05	49,91	<0,001	-0,32	0,73
Tietotekniikan viihdekäyttö	-0,31	0,07	19,91	<0,001	-0,31	0,74
Kirjojen määrä kotona	0,22	0,05	20,08	<0,001	0,30	1,35
Suoritusmotivaatio	0,30	0,06	22,79	<0,001	0,28	1,32
Aamulla ennen koulua: urheilun tai kuntoilen	-0,57	0,12	21,84	<0,001	-0,27	0,76
Montako tuntia viikossa opiskelen matematiikkaa koulun ulkopuolella	-0,10	0,03	8,94	<0,01	-0,24	0,79
Kuinka usein luen tietokirjallisuutta	0,19	0,05	16,99	<0,001	0,23	1,25
Koettu tietotekniikan osaaminen	0,22	0,06	13,07	<0,001	0,20	1,22
Aamulla ennen koulua: vietän aikaa ystävien kanssa	-0,39	0,11	12,17	<0,01	-0,20	0,82
Perheen sosioekonominen asema (ESCS)	0,27	0,10	7,37	<0,01	0,20	1,23
Isän koulutustaso	0,12	0,05	5,93	<0,05	0,18	1,20
Motivaatio PISA-kokeessa	0,17	0,06	7,99	<0,01	0,17	1,18
Itä-Suomesta	-0,50	0,16	9,20	<0,01	-0,15	0,86
Montako tuntia luen päivässä omaksi ilokseni	0,12	0,04	7,57	<0,01	0,15	1,16

olettaa, että opinnoissa hyvin menestyvällä oppilaalla on korkeamat odotukset kuin heikommin menestyvällä oppilaalla. Lisäksi erinomaisen suoritustason oppilaille oli muita tyypillisempää vähäinen koeahdistus (esim. epäonnistumisen ja alisuorittaminen pelko), ja he käyttivät tietokonetta ja muita laitteita pelaamiseen ja muuhun viihteelliseen toimintaan muita vähemmän. Heidän kotiensa kulttuurinen pääoma (kirjojen määrällä mitattuna) oli muita oppilaita korkeampi. Edelleen, parhaiten menestyneiden oppilaiden suoritusmotivaatio oli muita korkeampi. Suoritusmotivaatio liittyy oppilaan kunnianhimoon ja haluun olla paras. Yleisesti suo-

malaisten oppilaiden suoritusmotivaatio oli kansainvälisessä vertailussa hyvin alhainen (Väljærvi 2017). Erinomaisesti menestyneet oppilaat olivat myös muita oppilaita motivoituneempia tekemään parhaansa PISA-kokeessa, mikä luonnollisesti on yksi hyvää koetulosta selittävä tekijä.

Erikoinen ja vaikeasti selitettävä havainto oli se, että alle suoritustason 5 jääneet oppilaat ilmoittivat harrastavansa aamuisin ennen koulun alkua kuntoilua tai urheilua hyvin menestyneitä useammin. Alle tason 5 jääneistä oppilaista 37 prosenttia ilmoitti näin, kun vastaava osuus tasojen 5–6 oppilailla oli 22 prosenttia. Samantapainen yhteys osaamiseen oli myös ajan viettämisellä ystävien kanssa ennen koulun alkua. Erinomaisista osaajista näin ilmoitti 32 prosenttia, kun muilla tämä osuus oli 52 prosenttia. Tulokset voivat kertoa erinomaisia osaajia heikommasta motivaatiosta koulunkäyntiä kohtaan, jolloin ajankäytössä priorisoidaan muita elämän osa-alueita. Matematiikan opiskeluun käytetyllä ajalla oli negatiivinen yhteys erinomaiseen PISA-tulokseen. Tulos viitanee siihen, että lahjakkaat oppilaat selviytyvät matematiikan tehtävistä muita ripeämmin tai heikommalla oppilaalla haakeutuvat enemmän matematiikan lisäopetukseen.

Kuten monissa muissakin tutkimuksissa, myös tässä perheen korkea sosioekonominen status liittyi merkitsevästi erinomaiseen matematiikan osaamiseen. Myös isän korkea koulutustaso oli merkitsevässä yhteydessä erinomaiseen osaamiseen. Väljærven (2017) raportista käy ilmi, että kotitaustalla on vahva yhteys myös suoritusmotivaatioon – korkean sosioekonomian omaavien perheiden nuorilla on parempi suoritusmotivaatio kuin nuorilla, jotka tulevat heikomman sosioekonomian omaavista perheistä.

Erinomaisesti menestyneiden nuorten kotona on usein myös paljon kirjoja, ja nuorten oma lukuharrastuneisuus näkyy myös matematiikan osaamisessa. Erityisesti tietokirjallisuuden lukeminen selitti merkitsevästi erinomaista menestystä matematiikassa, mutta alustavissa muuttujatarkasteluissa nähtiin, että erinomaiset osaajat lukivat mitä tahansa kaunokirjallisuudesta sarjakuviin ja sanomalehtiin enemmän kuin heikommalla oppilaalla. Kaikenlainen omaksi iloksi tapahtunut lukeminen näytti olevan tyypillisempää

erinomaisille osaajille kuin muille oppilaille. Erinomaisesti menestyneet oppilaat kokivat myös osaavansa tietotekniikkaa paremmin kuin heikommin menestyneet oppilaat. Tietotekniikan viihteellinen käyttö (esim. pelien pelaaminen, netissä surffailu tai videoiden, musiikin tms. lataaminen) oli heillä kuitenkin muita oppilaita harvinaisempaa.

Vuoden 2015 aineiston logistisesta regressiomallista jäivät pois muun muassa oppilaan sukupuoli, erilaiset kodin aineellista elintasoja kuvaavat muuttujat, koulussa koettu kiusaaminen ja muuhun kuin matematiikan opiskeluun käytetyn ajan määrä. Erinomaisesti matematiikassa menestyneet oppilaat eivät siis poikenneet merkittävästi muista oppilaista näiden seikkojen suhteen. Sama päti useimpiin koulun ulkopuoliseen toimintaan liittyviin muuttujiin: vertailtaville ryhmille oli keskimäärin yhtä tyyppillistä esimerkiksi aterioita kotona, seurustella vanhempien kanssa, tehdä kotitöitä tai koulutehtäviä, katsoa televisiota tai viettää aikaa sosiaalisessa mediassa (näihin aktiviteetteihin päivittäin käytetyn ajan määrää ei kuitenkaan ollut kysytty). Ryhmät eivät eronneet myöskään koulun opetuskielen, asuinkunnan (kaupunki/maalaiskunta) tai maantieteellisen alueen suhteen, pois lukien Itä-Suomi, jossa erinomainen osaaminen oli syystä tai toisesta muita alueita harvinaisempaa. Itä-Suomi menestyi PISA 2015 -tuloksissa yleensäkin heikosti kaikilla sisältöalueilla, ja etenkin ero pääkaupunkiseutuun oli merkittävä (Vettenranta, Välijärvi ym. 2016).

Taulukossa 1 esitetyssä mallissa ei ole ennako-odotusten kanssa ristiriitaisia tai vaikeasti ymmärrettäviä tuloksia, ennen koulua tapahtuvan kuntoilun tai urheilun vaikutusta ehkä lukuun ottamatta. Vaikka selittävien muuttujien välillä on korrelaatioita, merkkejä vakavasta ja tulkintoja sekoittavasta multikollineaarisuusongelmasta ei ole nähtävissä. Osa kokeiluista kodin aineellista elintasoja mittaavista muuttujista jäi toki pois mallista sen vuoksi, että ne kietoutuvat jo mallissa oleviin, osaamisen kanssa vahvemmassa yhteydessä oleviin muuttujiin, kuten yleinen sosioekonominen asema ESCS, isän koulutustaso ja kirjojen määrä kotona.

Vuoden 2003 lopulliseen logistiseen regressiomalliin jäi 14 merkittävää matematiikan erinomaisen osaamisen selittäjää (tauluk-

Taulukko 2. PISA 2003 -aineistossa erinomaista matematiikan osaamista tilastollisesti merkitsevästi selittävät muuttujat. Beta = standardoitu regressiokerroin, OR = standardoidusta muuttujasta laskettu vetosuhde

Muuttuja	Regr. kerroin	Keski- virhe	Wald χ^2	P-arvo	Beta	OR
Minkä tutkinnon odotan suorittavani	0,46	0,05	98,43	<0,001	0,46	1,59
Suoritusmotivaatio	0,36	0,04	90,74	<0,001	0,36	1,43
Kuinka usein luen kaunokirjallisuutta	0,22	0,03	45,04	<0,001	0,29	1,34
Kirjojen määrä kotona	0,23	0,04	33,19	<0,001	0,29	1,34
Koettu tietotekniikan osaaminen	0,29	0,06	21,76	<0,001	0,29	1,33
Montako tuntia viikossa käytän opiskeluun	-0,05	0,01	35,40	<0,001	-0,28	0,75
Perheen sosioekonominen asema (ESCS)	0,28	0,06	22,75	<0,001	0,23	1,26
Sukupuoli poika	0,45	0,10	21,99	<0,001	0,22	1,25
Tietotekniikan viihdekäyttö	-0,24	0,06	14,97	<0,001	-0,20	0,82
Ruotsinkielinen koulu	-0,40	0,10	14,92	<0,001	-0,17	0,85
Motivaatio PISA-kokeessa	0,08	0,02	12,61	<0,001	0,17	1,18
Maahanmuuttajatausta	-1,29	0,40	10,45	<0,01	-0,17	0,85
Koulusta myöhästely	-0,16	0,05	10,83	<0,01	-0,14	0,87
Montako tuntia viikossa opiskelen matematiikkaa koulun ulkopuolella	0,08	0,04	4,73	<0,05	0,09	1,10

ko 2). Näistä 8 oli samoja kuin vuoden 2015 mallissa. Myös vuoden 2003 analyysissä oppilaan odottama koulutustaso oli voimakkaimmin parhaiten suoriutuneita oppilaita luonnehtiva tekijä. Muita molempina vuosina merkitseviä erinomaisen osaamisen taustatekijöitä olivat oppilaan suoritusmotivaatio (kunnianhimo), motivaatio PISA-kokeessa, kirjojen määrä kotona, perheen korkea sosioekonominen asema sekä oppilaan hyvä tietotekninen osaaminen, johon yhdistyy verraten vähäinen tietotekniikan viihdekäyttö. Myös matematiikan opiskeluun käytetty aika oli nyt selitysmallissa mukana, mutta sen vaikutus oli positiivinen toisin kuin vuonna 2015. Toisaalta vuoden 2003 malliin nousi mukaan opiskelijan

yleensä opiskeluun käyttämä aika negatiivisena tekijänä. Siten vuonna 2003 erinomaisesti matematiikassa menestyneille opiskelijoille oli tyypillistä, että he eivät välttämättä käyttäneet koulutyöhön kokonaisuutena paljon aikaa, mutta tästä ajasta verrat suuri osa liittyi nimenomaan matematiikan opiskeluun. Tässä voisi ajatella, että opiskeluun käytettyä aikaa mittaavien muuttujien vastakkaissuuntaiset vaikutukset olivat seurausta niiden multikollineaarisuudesta, mutta lisätarkastelut osoittivat, ettei näin ollut asianlaita. Muuttujien korrelointi oli heikkoa (0,06), eivätkä niiden regressiokertoimet muuttuneet olennaisesti sen mukaan, olivatko ne mallissa yhdessä vai erikseen. Lukemisharrastus liittyi erinomaiseen osaamiseen myös vuoden 2003 mallissa, mutta tuolloin sitä edusti kaunokirjallisuuden lukeminen, jonka vaikutus oli muita lukemisen muotoja merkitsevämpi.

Toisin kuin vuonna 2015, vuonna 2003 erinomaiseen matematiikan osaamiseen liittyi oppilaan sukupuoli ja kielitausta. Vuonna 2003 pojat ja suomenkielisten koulujen oppilaat olivat ylläditettuja erinomaisten osaajien joukossa. Tämä on linjassa matematiikan kansallisten PISA-tulosten kanssa: kun vuonna 2003 pojat olivat merkitsevästi parempia kuin tytöt ja suomenkielisten koulujen oppilaat olivat merkitsevästi parempia kuin ruotsinkielisten koulujen oppilaat, nämä erot olivat kutistuneet huomattavasti ja kääntyneet päinvastaisiksi vuonna 2015 (Vettenranta, Välijärvi ym. 2016).

Vuoden 2003 aineistossa merkitseviä tekijöitä olivat myös oppilaan maahanmuuttajatausta ja koulusta myöhästely, joilla molemmilla oli negatiivinen yhteys erinomaiseen osaamiseen. Niiden yhteys osaamiseen oli samansuuntainen myös vuonna 2015, mutta heikompi kuin vuonna 2003. Siten ne eivät jääneet PISA 2015 -aineiston monimuuttujaiseen regressiomalliin merkitseviksi selittäjiksi. Vuonna 2003 erinomaisissa osaajissa oli maahanmuuttajataustaisia oppilaita vain 0,7 prosenttia, kun vuonna 2015 heitä oli 2,0 prosenttia. Toki tähän vaikuttaa myös maahanmuuttajataustaisen kasvanut osuus Suomen peruskouluissa: muiden kuin erinomaisten osaajien joukossa maahanmuuttajataustaisia oli 2,2 prosenttia vuonna 2003, kun vuonna 2015 heitä oli 4,2 prosenttia.

Niistä muuttujista, jotka esiintyivät sekä PISA 2003- että PISA 2015 -aineistoissa, isän koulutustasolla ja oppilaan asuinpaikalla oli merkitystä vain vuonna 2015. Vuonna 2003 matematiikan osaamisessa ei havaittu mitään alueellisia eroja. Isän koulutuksella oli yhteys oppilaan tulokseen jo vuonna 2003, mutta se ei ollut niin vahva kuin 12 vuotta myöhemmin. Suomalaislasten vanhempien keskimääräinen koulutustaso on kohonnut selvästi vuosien mittaan. Samalla on havaittu, että matalimmin koulutettujen vanhempien lasten oppimistulokset ovat aikaisempaa heikompia (Kirjavainen & Pulkkinen 2017). Tämän kehityksen taustalla olevista tekijöistä ei ole tutkittua tietoa, mutta joka tapauksessa näyttää ilmeiseltä, että vanhempien koulutustason (tämän artikkelin tapauksessa isän koulutustaso) yhteys lapsen koulusaavutuksiin on kasvamassa.

Yhteenveto ja pohdinta

Tässä artikkelissa on kuvattu erinomaisten matematiikan osaajien määrän ja osaamistason laskua sekä selvitetty, millaiset taustamuuttajat selittävät merkittävästi matematiikan erinomaista osaamista PISA 2015 -aineistossa. Toisin sanoen artikkelissa perehdyttiin erinomaiselle matematiikan osaajalle ominaisiin piirteisiin. Lisäksi tuloksia verrattiin PISA 2003 -aineiston vastaaviin muuttujiin.

Sekä vuoden 2015 että vuoden 2003 aineistoista hyvää osaamistasoa selittäviksi tekijöiksi nousivat korkea tutkintotavoite, oppilaan kunnianhimo ja halu olla paras, kodin korkea sosioekonomia, lukuharrastuneisuus, kirjojen määrä kotona ja tietotekniikan osaaminen, mutta sen vähäinen käyttäminen viihdemielessä. Vuoteen 2003 verrattuna vuoden 2015 aineistossa ei enää kuitenkaan erottunut merkittävänä selittäjänä kieli (ruotsi/suomi), sukupuoli tai maahanmuuttajatausta, mutta sen sijaan erinomainen matematiikan osaaja ei todennäköisesti ole Itä-Suomesta. Alueelliset ja kulttuuriset taustat ja niiden yhteys matematiikan erinomaiseen osaamiseen ovat hyvin linjassa PISA-tutkimuksen kokonaistulosten kanssa (Vettenranta, Välijärvi ym. 2016).

Hyvin menestyvät oppilaat ovat tiedonjanoisia sekä uteliaita hyvin monenlaisten asioiden suhteen ja haluavat etsiä lisätietoa itseä kiinnostavista aiheista (Salmela & Uusiautti 2015). Matematiikan harrastuneisuutta ei näkynyt erinomaisten matematiikan osaajien osaamistason selittäjissä, mutta tietokirjojen lukeminen oli merkitsevästi yleisempää hyvin menestyneillä oppilailla. Muutenkin erinomaisesti menestyneet oppilaat lukivat enemmän mitä tahansa kirjallisuutta keskinkertaisemmin menestyneisiin ikätovereihinsa verrattuna.

Lukuisten ulkomaisten tutkimusten tavoin myös tässä kotitautalla näyttäisi olevan vahva yhteys matematiikan erinomaiseen osaamiseen. Korkea sosioekonomia selittää merkitsevästi erinomaista suoriutumista matematiikassa, mutta toisaalta korkean sosioekonomian omaavista perheistä tulevilla nuorilla on myös muita korkeampi suoritusmotivaatio (Välijärvi 2017), joka taas tämän tutkimuksen valossa näyttäisi olevan yksi erinomaista suoriutumista parhaiten selittävistä tekijöistä. Erinomainen matematiikan osaaja odotti suorittavansa korkean tutkinnon myös muita useammin. Lisäksi isän korkea koulutustaso ennusti erinomaista matematiikan osaamista. Nämä kaikki kytkeytyvät toisiinsa. Korkean sosioekonomian kodeissa nuoret saavat enemmän tukea koulunkäyntiinsä (Välijärvi 2017), joka siivittää nuoret parempiin oppimistuloksiin.

Erinomaiset oppilaat käyttivät opiskeluun (ja vuoden 2015 aineistossa nimenomaan matematiikan opiskeluun koulun ulkopuolella) vähemmän aikaa kuin muut. Tämä selittyy sillä, että etevä oppilas selviytyy kotitehtävistä ripeämmin kuin heikompi oppilas eikä tarvetta lisä- tai tukiopetukselle koulun ulkopuolella ole. Voidaan kysyä, onko koulun matematiikan opetuksen vaatimustasossa tapahtunut muutoksia, jolloin matematiikan opiskelu ei vaadi yhtä paljon ajankäyttöä etevältä oppilaalta kuin ennen. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet ovat ainakin muuttuneet vuosien 2003 ja 2015 välillä. Matematiikka-aiheisia tai muita oppiainekohtaisia kerhoja tai muuta ohjattua toimintaa, joka kasvattaisi opiskeluun käytettyä aikaa, on tarjolla Suomessa vähän. Voi siis olla niin, että erinomaisetkaan matematiikan osaajat eivät

erityisesti harrasta matematiikkaa. Koulun ulkopuolella opiskelu käsittänee lähinnä kotitehtävien tekemisen sekä sellaisen tuki- tai lisäopetuksen, joka ei ole koulun toimintaa.

Suomalaisessa opetuskulttuurissa periaatteena on ollut yleisesti pitää huolta heikoista oppilaista ja oppilaista, joilla on oppimisvaikeuksia (Tirri & Kuusisto 2013). Suomessa ei ole mitään koulutuspoliittisia linjauksia lahjakkaille oppilaille, mutta myös heidän huomioon ottaminen olisi tärkeää. Hyvin pärjäävät oppilaat tarvitsevat tukea kehittääkseen osaamistaan parhaalla mahdollisella tavalla, ja opetuksessa tulisi tarjota myös hyvälle osaajalle mielekästä tekemistä mielenkiinnon ja motivaation ylläpitämiseksi. Opettajalla ei kuitenkaan ole välttämättä aikaa tai keinoja eriyttää opetustaan riittävästi ylöspäin. Opettajankoulutuksessa ja täydennyskoulutuksella opettajille voitaisiin tarjota heidän tarvitsemaansa tukea menestyvien oppilaiden eriyttämisessä ja tehokkaammassa opetuksessa (Laine & Tirri 2016).

Suomen matematiikan osaamisen tulokset PISA-tutkimuksessa ovat laskeneet vuoden 2009 jälkeen. Erityisesti erinomaisten matematiikan osaajien osuus on laskenut huomattavasti kahdessatoista vuodessa, kun verrataan vuoden 2003 matematiikan PISA-tuloksia vuoden 2015 tuloksiin (Vettenranta, Välijärvi ym. 2016, 40). Kehityssuunta on huolestuttava, koska matematiikan osaajia tarvitaan nyt ja tulevaisuudessa. Teknillisten yliopistojen ja ammattikorkeakoulujen opettajat kertovat aloittavien opiskelijoiden aiempaa heikommista matematiikan taidoista, ja opetuksessa joudutaan lähtemään liikkeelle peruslaskutoimituksista (mm. Rantanen 2016). Vahvaa matematiikan osaamista tarvitaan useilla eri aloilla. Ei ainoastaan teknologia-aloilla, mutta myös hyvinvointialalla esimerkiksi lääkelaskennassa ja liiketalouden laskentatoimessa matematiikan hallinta on välttämätöntä. Viimeaikaisen kehityksen perusteella on syytä kysyä, riittääkö tulevaisuudessa näille aloille kyvykkäitä työntekijöitä. Suomalaisen peruskoulun korkea taso ja koulutuksen laatu ovat tärkeitä säilyttää. Laadukkaalla peruskoulutuksella luodaan eväät peruskoulun jälkeiseen elämään ja vakaa pohja jatkokoulutukselle.

Lähteet

- Anttonen, R. G. 1969. A longitudinal study in mathematics attitude. *The Journal of Educational Research*, 62 (10), 467–471.
- Baye, A. & Monseur, C. 2016. Gender differences in variability and extreme scores in an international context. *Large-scale Assessments in Education*, 4 (1), 1.
- Fennema, E. H. & Sherman, J. A. 1978. Sex-related differences in mathematics achievement and related factors: A further study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 189–203.
- Grootenboer, P. & Hemmings, B. 2007. Mathematics performance and the role played by affective and background factors. *Mathematics Education Research Journal*, 19 (3), 3–20.
- Hannula, M. S., Bofah, E. A., Tuohilampi, L. & Metsämuuronen, J. 2014. A longitudinal analysis of the relationship between mathematics-related affect and achievement in Finland. *Proceedings of the Joint Meeting of PME*, Vol. 38, 249–256.
- Hyde, J. S., Fennema, E., Ryan, M., Frost, L. A. & Hopp, C. 1990. Gender comparisons of mathematics attitudes and affect. *Psychology of women quarterly*, 14 (3), 299–324.
- Kirjavainen, T. & Pulkkinen, J. 2017. PISA-tulokset heikentyneet huippuvuosista – kuinka paljon ja mistä se voisi johtua? *Talous & Yhteiskunta*, 2017: 3.
- Kupari, P. 2007. Tuloksia peruskoulunuorten asenteista ja motivaatiosta matematiikkaa kohtaan PISA 2003 -tutkimuksessa. *Kasvatus: Suomen kasvatustieteellinen aikakauskirja* 38, (2007): 4.
- Kupari, P. & Nissinen, K. 2015. Matematiikan osaamisen taustatekijät. Teoksessa J. Välijärvi, P. Kupari, A. Ahonen, I. Arffman, H. Harju-Luukkainen, K. Leino, M. Niemivirta, K. Nissinen, K. Salmela-Aro, M. Tarnanen, H. Tuominen-Soini, J. Vettenranta & R. Vuorinen (toim.) *Millä eväillä osaaminen uuteen nousuun? PISA 2012 tutkimustuloksia Helsinki: Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2015: 6*, 10–27.
- Kupari, P., Välijärvi, J., Andersson, L., Arffman, I., Nissinen, K., Puhakka, E. & Vettenranta, J. 2013. PISA 12 Ensituloksia. *Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2013:20*.
- Kupari, P., Välijärvi, J., Linnakylä, P., Reinikainen, P., Brunell, V., Leino, K., Sulkunen, S., Törnroos, J., Malin, A. & Puhakka, E. 2004. Nuoret osajat. PISA 2003 -tutkimuksen ensituloksia. *Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos*.
- Laine, S. & Tirri, K. 2016. How Finnish elementary school teachers meet the needs of their gifted students. *High Ability Studies*, 27 (2), 149–164.
- Lamb, S. & Fullarton, S. 2002. Classroom and school factors affecting mathematics achievement: A comparative study of Australia and the United States using TIMSS. *Australian Journal of education*, 46 (2), 154–171.
- Leikin, R. 2014. Giftedness and high ability in mathematics. Teoksessa S. Lerman (toim.) *Encyclopedia of mathematics education*. Springer Netherlands. 247–251.

- Ma, X. 1997. Reciprocal relationships between attitude toward mathematics and achievement in mathematics. *The Journal of Educational Research*, 90 (4), 221–229.
- OECD. 2009. PISA Data Analysis Manual. SAS Second Edition. Paris: OECD Publishing.
- OECD. 2016. PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education. Paris: OECD Publishing.
- OECD. 2017. PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving. Paris: OECD Publishing.
- Preckel, F., Goetz, T., Pekrun, R. & Kleine, M. 2008. Gender differences in gifted and average-ability students: Comparing girls' and boys' achievement, self-concept, interest, and motivation in mathematics. *Gifted Child Quarterly*, 52 (2), 146–159.
- Rantanen, A. 2016. Matematiikan kanssa kipuillaan korkeakouluissa: "Huterat perustukset kaatavat koko seinän". YLE Uutiset 25.4.2016. <https://yle.fi/uutiset/3-8834799>. (Luettu 20.9.2017.)
- Rita, H. 2004. Vetosuhde (odds ratio) ei ole todennäköisyyksien suhde. *Metsätieteen aikakauskirja* 2/2004, 207–212.
- Roznowski, M., Hong, S. & Reith, J. 2000. A further look at youth intellectual giftedness and its correlates: Values, interests, performance, and behavior. *Intelligence*, 28 (2), 87–113.
- Rutkowski, L., Gonzalez, E., Joncas, M. & von Davier, M. 2010. International large-scale assessment data: issues in secondary analysis and reporting. *Educational Researcher*, 39 (2), 142–151.
- Salmela, M. & Määttä, K. 2015. Even the best have difficulties: A study of Finnish Straight-A graduates' resource-oriented solutions. *Gifted Child Quarterly*, 59 (2), 124–135.
- Salmela, M. & Uusiautti, S. 2015. A positive psychological viewpoint for success at school—10 characteristic strengths of the Finnish high-achieving students. *High Ability Studies*, 26 (1), 117–137.
- Sternberg, R. J. & Davidson, J. E. (toim.) 2005. *Conceptions of giftedness*. New York: Cambridge University Press.
- Suárez-Álvarez, J., Fernández-Alonso, R. & Muñiz, J. 2014. Self-concept, motivation, expectations, and socioeconomic level as predictors of academic performance in mathematics. *Learning and Individual Differences*, 30, 11–123.
- Tirri, K. & Kuusisto, E. 2013. How Finland serves gifted and talented pupils. *Journal for the Education of the Gifted*, 36 (1), 84–96.
- Vettenranta, J., Hiltunen, J., Nissinen, K., Puhakka, E. & Rautopuro, J. 2016. Lapsuudesta eväät oppimiseen: neljännen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen: kansainvälinen TIMSS-tutkimus Suomessa. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos.
- Vettenranta, J., Välijärvi, J., Ahonen, A., Hautamäki, J., Hiltunen, J., Leino, K., Lähteinen, S., Nissinen, K., Nissinen, V., Puhakka, E., Rautopuro, J. & Vainikainen, M-P. 2016. PISA 15 Ensituloksia. Huipulla pudotuksesta huolimatta. Helsinki: Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2016:41.

- Väljärvi, J. 2017. PISA 2015: oppilaiden hyvinvointi. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos.
- Wu, M. 2005. The role of plausible values in large-scale surveys. *Studies in Educational Evaluation*, 31, 114–128.