

This is a self-archived version of an original article. This version may differ from the original in pagination and typographic details.

Author(s): Salminen, Jonna; Pulkkinen, Jonna; Koponen, Tuire; Hiltunen, Jenna

Title: Tyttöjen ja poikien väliset osaamiserot matematiikassa

Year: 2018

Version: Published version

Copyright: © Kirjoittajat & Suomen kasvatustieteellinen seura, 2018.

Rights: CC BY 4.0

Rights url: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Please cite the original version:

Salminen, J., Pulkkinen, J., Koponen, T., & Hiltunen, J. (2018). Tyttöjen ja poikien väliset osaamiserot matematiikassa. In J. Rautopuro, & K. Juuti (Eds.), PISA pintaa syvemältä : PISA 2015 Suomen pääraportti (pp. 235-258). Suomen kasvatustieteellinen seura. Kasvatusalan tutkimuksia, 77. <http://www.urn.fi/URN:ISBN:978-952-5401-82-0>

10. Tyttöjen ja poikien väliset osaamiserot matematiikassa

Johdanto

Vuoden 2015 PISA-tutkimuksessa tytöt menestyivät ensimmäistä kertaa poikia paremmin matematiikassa. Edellisessä PISA-tutkimuksessa sukupuolten välillä ei ollut eroa, ja tätä ennen pojat olivat menestyneet tyttöjä paremmin (Vettenranta, Välijärvi ym. 2016). Useissa maissa poikien osaaminen on edelleen tyttöjen osaamista parempaa, sillä Suomen lisäksi ainoastaan kahdeksassa PISA-tutkimukseen osallistuneessa maassa osaamisero oli tyttöjen hyväksi (Vettenranta, Välijärvi ym. 2016). Suomessa sukupuolierot ja niiden muutokset tulivat esille myös siten, että poikien osuus oli heikosti suoriutuvien joukossa suurempi kuin tyttöjen. Vuodesta 2003 vuoteen 2015 poikien osuus on kasvanut heikoimmin osavien joukossa ja vähentynyt huippuosajien joukossa verrattuna tyttöihin (OECD 2016b). Suomalaisten tyttöjen paremmuus matematiikan osaamisessa suhteessa poikiin tuli esille myös neljäsluokkalaisia koskevassa TIMSS 2015 -tutkimuksessa. Vuodesta 2011 vuoteen 2015 poikien osaaminen on heikentynyt selvästi enemmän kuin tyttöjen osaaminen (Vettenranta, Hiltunen, Nissinen, Puhakka & Rautopuro 2016).

Tyttöjen ja poikien väliset osaamiserot matematiikassa

Aiemmat tutkimustulokset tyttöjen ja poikien välisistä eroista matematiikan osaamisessa ovat ristiriitaisia. Tämä saattaa selittyä sillä, että tutkimuksissa tutkittavien ikä, matemaattinen sisältö, käytetyt tehtävätyypit tai analyysimenetelmät vaihtelevat. Esimerkiksi aihetta käsittelevissä meta-analyyseissä sukupuolten välisen eron on toisaalta raportoitu olevan olematon koko koulupolun ajan (Hyde, Lindberg, Linn, Ellis & Williams 2008), tai toisaalta eron on havaittu kasvavan olemattomasta hieman poikien eduksi edettäessä koulupolkua yläkouluun (Lindberg, Hyde, Petersen & Linn 2010). Tutkimusyhteenvedoissa ei ole löydetty systemaattista sukupuolten välistä osaamiseroa keskiarvotasolla (Hyde ym. 2008; Lindberg ym. 2010), mutta poikien osaamisessa on havaittu olevan jossain määrin tyttöjä enemmän vaihtelua (mm. Hyde ym. 2008). Tehdyissä tutkimusyhteenvedoissa ei ole onnistuttu luotettavasti analysoimaan tehtävätyyppien vaikutusta mahdollisiin sukupuolten välisiin eroihin, koska käytetyt tehtävätyypit vaihtelevat tutkimuksittain (Hyde ym. 2008) tai analyyseissä eroja on löydetty vain muutamasta yksittäisestä tutkimusraportista (Lindberg ym. 2010). Tehtävätyyppitarkastelujen tuloksia voi vääristää (suuntaan tai toiseen) se, että nuorista tytöt näyttäisivät valitsevan poikia vähemmän soveltavia matematiikan ja luonnon-tieteiden kurseja eli tutkimuksissa voi olla otosvirhettä (Hyde ym. 2008; Lindberg ym. 2010).

Vuoden 2003 TIMSS ja PISA -aineistoihin perustuvassa kansainvälisessä tarkastelussa sukupuolten välinen osaamisero ei ollut merkitsevä keskiarvotasolla, mutta poikien osaamisessa oli enemmän vaihtelua (Else-Quest, Hyde & Linn 2010). Vuosien 2000, 2003, 2006 ja 2009 kansainvälisissä PISA-yhteenvedoissa poikien osuuden on huomattu olevan tyttöjä suurempi niin heikoimmin kuin parhaiten suoriutuvien joukossa (Stoet & Geary 2013). Tarkemmassa PISA-tarkastelussa ero poikien eduksi on näkynyt muun muassa 1) positiivisemmissä asenteissa ja arvostuksessa matematiikkaa kohtaan (”tarvitsen hyviä matematiikan taitoja saadakseni työn, jonka haluan”), 2) minäpystyvyydessä (”opin no-

peasti asioita matematiikassa”) sekä 3) sellaisissa tehtävissä, joissa on edellytetty spatiaalisia taitoja (Else-Quest ym. 2010).

Perustutkimuksissa, joissa sukupuolieroja on tarkasteltu varhaisissa numeerisissa taidoissa tai peruslaskutaidoissa, selkeitä osaamiseroja ei ole löydetty. Sen sijaan sisältöjen vaikeutuessa, laskuvaiheiden monimutkaistuessa ja tehtävätyyppien muuttuessa yhä enemmän ongelmanratkaisun suuntaan eroja on löydetty. Esimerkiksi lukujonotaidoissa, lukumäärän laskemisen taidoissa, lukukäsitteen ymmärryksessä sekä yksinkertaisissa sanallisissa ja symbolisissa yhteen- ja vähennyslaskutaidoissa ei näyttäisi olevan selkeää eroa tyttöjen ja poikien välillä esiopetusvaiheessa (Aunio & Niemivirta 2010). Näyttäisi kuitenkin siltä, että poikien osaamisessa olisi enemmän vaihtelua kuin tyttöjen osaamisessa (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004). Vaikka varhaisilta taidoiltaan heikkojen lasten joukossa on joissakin tutkimuksissa osoitettu olevan enemmän poikia, tämä ylliedustus näyttäisi häviävän siirryttäessä kouluun (Lachance & Mazzocco 2006). Lukuisissa muissakaan pitkittäistutkimuksissa, joissa on seurattu varhaisten taitojen kehitystä esiopetusiästä koulupolun alkuvaiheeseen, selkeitä sukupuolten välisiä eroja ei näyttäisi löytyvän (mm. Aunola ym. 2004; Duncan ym. 2007; Jordan, Kaplan, Nabors Oláh & Locuniak 2006; Jordan, Kaplan, Locuniak & Ramineni 2007; Lepola, Niemi, Kuikka & Hannula 2005; Mazzocco & Thompson 2005). Niiden lasten joukossa, joilla on haasteita matematiikan oppimisessa tai on jo todettu matematiikan oppimisvaikeus, selkeää tyttöjen tai poikien ali- tai ylliedustusta ei näyttäisi edelleenkään löytyvän (mm. Devine, Soltész, Nobes, Goswami & Szücs 2013).

Tarkasteltaessa perustutkimuksia, joissa arvioidaan monipuolisesti matematiikan eri osataitoja, sukupuolten välillä näyttäisi olevan eroa ennemmin poikien kuin tyttöjen eduksi. Esimerkiksi arvioitaessa kattavasti ikä- ja koululuokkatasolle ominaisia matemaattisia taitoja (mm. numeerisia perustaitoja, aritmetiikkaa, geometriaa ja mittaamista) tyttöjen lähtötason on osoitettu olevan ennen kouluikää heikompi kuin poikien, ja tyttöjen osaamisen kasvun on osoitettu olevan hitaampaa kuin poikien lasten edetessä koulupolkua viidennelle luokalle saakka (mm. Morgan, Farkas &

Wu 2009). Poikien on myös havaittu olevan tyttöjä parempia päätelyä vaativissa tehtävissä ja nopeaa aritmetiikan laskutaitoa vaativissa tehtävissä (mm. Grabowska 2017). Myös strategiataidoissa ja -valinnoissa on havaittu olevan eroa sukupuolten välillä. Poikien on havaittu tukeutuvan automatisoituneeseen muistista hakuun tyttöjä enemmän ja tyttöjen taas tukeutuvan konkreettisiin lasket-taviin materiaaleihin useammin kuin poikien (Carr & Davis 2001; Carr, Steiner, Kyser & Biddlecomb 2008; Grabowska 2017). Myös vaativammissa ongelmanratkaisutehtävissä nuorten välillä on ha-vaittu sukupuolieroja. Pojat näyttäisivät valitsevan tyttöjä toden-näköisemmin tarkoituksenmukaisia ratkaisustrategioita, ja sen li-säksi ero tyttöihin näyttäisi olevan suurin tehtävissä, joissa edelly-tetään spatiaalisia taitoja tai monivaiheisia ratkaisupolkuja. Sen si-jaan sukupuolten välinen ero on pienempi tehtävissä, joissa vaadi-taan verbaalisia taitoja (Gallagher ym. 2000).

Matematiikan osaamista selittävät tekijät

On näyttöä siitä, että monimutkaisten tehtävien ratkaisuproses-sit (tehtävät, jotka sisältävät eri tehtävävaiheita) kuormittavat työ-muistia (Geary 2004, 2011; von Aster & Shalev 2007). Jos tehtä-vät vaativat (mielessä) laskemista (Krajewski & Schneider 2009) tai aritmeettisen tehtävän ratkaisun (tai useiden peräkkäisten tehtä-vien ratkaisujen) nopeaa muistista hakua, muun muassa kielellisen työmuistin vaade ratkaisuprosesseissa on ilmeinen (Hecht 2002). Yhteys työmuistin ja tehtävissä suoriutumisen tason välillä näyttäi-sikin olevan vahvempi arvioitaessa matematiikan taitoja laajemmin kuin arvioitaessa vain kapea-alaisesti jotakin yksittäistä osataittoa (Geary 2011). Tiedon soveltamista vaativissa ongelmanratkaisuteh-tävissä työmuistikapasiteetti on jatkuvassa käytössä tehtäväym-märryksen, arkielämäkontekstin, matemaattisen kielen ja tiedon tulkinnan sekä sen käytön prosessoinnin suhteen (Swanson & Fung 2016). Monivaiheiset ja usein jopa monimutkaisen semanttisen ra-kenteen sisältävät sanalliset ongelmanratkaisutehtävät edellyttävät metakognitiivisia taitoja (mm. Flavell 1979) sekä itsesäätelytaitoja (mm. Montague 2008). Näillä taidoilla tarkoitetaan kykyä ylläpi-

tää mielessä, mitä tehtävässä tulee tehdä ensin ja mitä seuraavaksi, sekä kykyä valita tehtäviin kulloinkin sopivia ratkaisustrategioita ja kontrolloida eri ratkaisuvaiheita. Näillä taidoilla tarkoitetaan myös kykyä tarvittaessa korjata omaa toimintaa ratkaisuprosessien aikana ja arvioida omien strategiavalintojen ja vastausten oikeellisuutta sekä todellisuutta. Mikäli tehtävöohjeistus sisältää paljon tekstiä ja vaikeita semanttisia rakenteita, tehtävä edellyttää luetun ymmärtämisen taitoa, jota puolestaan selittää vahvimmin lukemisen sujuvuuden taso (mm. Aro, Huemer, Heikkilä & Mönkkönen 2011; katso myös: Torppa, Eklund, Sulkunen, Niemi & Ahonen 2017). Mayer (1998) on hyvin tiivistänyt, että onnistunut ongelmanratkaisu vaatii 1) kognitiivisia taitoja (mm. perustaidot eli sujuvan peruslasku- ja lukutaidon sekä informaation prosessoinnin taidon), 2) metakognitiivisia taitoja (mm. luetun ymmärtämisen, kirjoittamisen ja matematiikan strategiataidot) sekä 3) motivaatiota (mm. kiinnostus ja minäpystyvyys).

Oppilaat, joilla on matematiikan oppimisen haasteita, näyttäsivät ratkaisevan tehtäviä varsin impulsiivisesti, virheherkästi ja ilman valitsemiensa ratkaisukeinojen tai saamiensa vastausten oikeellisuuden arvioimista tai korjaamista. Näillä oppilailla näyttäisi olevan vaikeuksia peruslaskutaidoissa (Geary 2011), mutta myös monivaiheisissa tehtävissä (mm. Fuchs & Fuchs 2002) sekä matemaattisen käsitteistön ja tehtäväkielen ymmärryksessä, jotka erityisesti näkyvät vaikeuksina sanallisissa ongelmaratkaisutehtävissä (Bryant, Bryant & Hammill 2000; Fuchs & Fuchs 2002). Onkin selvää, että monivaiheinen tehtävä vie paljon aikaa, jos peruslaskutaito ei ole automatisoitunut ja valitut strategiat eivät ole soveliaita esitettyyn tehtävään tai tehtävän sisältämien käsitteiden ymmärtämisessä ja mielessä pitämisessä on hankaluutta (esim. Rosenzweig, Krawec & Montague 2011).

Tämän tutkimuksen tavoitteet

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on tarkastella tarkemmin, millä tavalla sukupuolten välinen ero PISA-matematiikassa mahdollisesti selittyy lukutaidon tasolla, koska tytöt näyttäsivät olevan

lukutaidoltaan poikia parempia (Vettenranta, Välijärvi ym. 2016; ks. myös Torppa ym. 2017; Quinn & Wagner 2015). Aikaisemmissa tutkimusyhteenvedoissa on osoitettu, että sukupuolten välillä ei näyttäisi olevan eroa keskiarvotasolla (Else-Quest ym. 2010; Hyde ym. 2008; Lindberg ym. 2010), mutta sukupuolten välisen eron suuruus saattaisikin vaihdella eri kohdissa jakaumaa niin lukemisessa (Arnett ym. 2017; Stoet & Geary 2013; Quinn & Wagner 2015) kuin matematiikassakin (Devine ym. 2013; Stoet & Geary 2013). On myös tärkeää tarkastella mahdollisia eroja heikoimmin suoriutuvien joukossa, koska viimeisimmät PISA- ja TIMSS-tutkimukset antoivat huolestuttavia viitteitä laskevista trendeistä matematiikassa ja koska perustutkimuskin osoittaa, että heikko osaaminen on suhteellisen pysyvää (Mazzocco & Räsänen 2013). Tässä tutkimuksessa tarkastellaan, onko sukupuolten raportoitu ero nähtävissä kaikilla suoritustasoilla ja onko ero aina samansuuntainen. Tämä tarkastelu tuo lisäarvoa tuen suunnittelua ajatellen niin heikkojen osaajien kuin hyvien osaajien osalta (vrt. Stoet & Geary 2013). Lisäksi tässä tutkimuksessa tarkastellaan sukupuolten välisiä eroja eri tehtävätyyppien välillä.

Tutkimuskysymykset ovat:

- 1) Voidaanko sukupuolten välistä eroa matematiikan osaamisessa selittää lukutaidolla?
- 2) Onko sukupuolten välinen ero samankaltainen eri matematiikan suoritustasoilla?
- 3) Miten sukupuolten välinen ero tulee esille eri matematiikan sisältöalueilla ja tehtävätyypeittäin tarkasteltuna?

Menetelmä

Suomessa PISA 2015 -tutkimukseen osallistui 5 882 oppilasta (2 863 tyttöä ja 3 019 poikaa). Ensimmäiseen ja toiseen tutkimuskysymykseen vastattaessa analyyseissa käytettiin muuttujina matematiikan ja lukutaidon PISA-pistemäärää sekä sukupuolta. Matematiikan, lukutaidon ja sukupuolen välistä yhteyttä tarkasteltiin polkumallilla, jossa riippumattomana muuttujana oli sukupuoli,

riippuvana muuttujana matematiikan pistemäärä ja mediaattorina (välittävänä tekijänä) lukutaidon pistemäärä. Analyyyseissa on käytetty PISA-aineistossa olevia kymmentä matematiikan ja lukutaidon PISA-pistemäärää kuvaavaa muuttujaa (plausible value) sekä painokertoimia (oppilaspaino ja keskivirheen laskentaan tarkoitetut painokertoimet, replicate weights). Parametrit on estimoitu suurimman uskottavuuden menetelmällä (Maximum Likelihood, ML). Aineiston analysoinnissa on käytetty Mplus 7.4 ohjelmaa (Muthén & Muthén 1998–2015). Sukupuolten välisiä eroja matematiikan ja lukutaidon osaamisjakaumassa tarkasteltiin keskiarvoeroina prosenttileittäin ja matematiikassa myös prosenttiosuuksina suoritus-tasoittain (OECD 2016b).

Kolmanteen tutkimuskysymykseen vastattaessa analyyyseissa tarkasteltiin matematiikan tehtäväkohtaisia osaamisprosentteja sukupuoliittain. Koska PISA-tutkimuksen tarkoituksena ei ole arvioida yksittäisen oppilaan osaamista, tutkimukseen osallistuvat oppilaat eivät vastaa kaikkiin yksittäisiin tehtäviin, vaan tehtävät rotatoidaan ennalta laaditun asetelman mukaisesti. Näin ollen analysoinnin kohteena olevien tehtävien vastausmäärät vaihtelivat tehtäväkohtaisesti noin 500 vastauksesta 710 vastaukseen. Tämän menettelyn etu on se, että nuorten osaamista voidaan kartoittaa suuremmalla määrällä erilaisia tehtäviä, jolloin kansallisella tasolla voidaan tehdä luotettavampia päätelmiä nuorten osaamisesta. Menettelyllä vältytään myös kuormittamasta yksittäistä oppilasta liikaa.

PISA-tutkimuksessa matematiikan arvioinnissa tehtäviä on jaoteltu sen mukaan, millaisia matemaattisia prosesseja ja kykyjä tehtävien ratkaiseminen edellyttää (matemaattinen muotoileminen, matematiikan käyttötaidot ja ratkaisujen tulkinta), millaisiin matemaattisiin sisältöihin tehtävät kohdistuvat (määrällinen ajattelu, tila ja muoto, epävarmuus sekä muutos ja yhteydet) tai millaisessa kontekstissa osaamista arvioidaan (henkilökohtainen konteksti, opiskelu ja työelämä -konteksti, yhteisöllinen tai tiede ja teknologia -konteksti) (OECD 2016a). Lisäksi vastaustavan perusteella tehtäväosiot jaoteltiin yksinkertaisiin ja monimutkaisempiin monivalintatehtäviä sisältäviin osioihin sekä avoimia vastauksia

sisältäviin osioihin. Tyypillisesti ensimmäisen vastaustapaluokan monivalintatehtävissä oli neljä yksinkertaista vaihtoehtoa, joista valittiin yksi vastaukseksi. Monimutkaisemmassa monivalintatehtävissä saattoi olla useampi väite, joihin jokaiseen vastattiin esimerkiksi ”kyllä” tai ”ei”, tai listasta valittiin useampia vaihtoehtoja vastaukseksi. Avoimeen vastaustapaluokkaan kuuluivat kaikki ne tehtävät, jotka vaativat kirjoittamista tai piirtämistä. Tässä raportissa sukupuolten välisiä eroja ratkaisuprosenteissa tarkasteltiin edellä kuvattujen matematiikan sisältöalueiden ja vastaustyyppien mukaisesti. Lisäksi tarkasteltiin yksityiskohtaisemmin tehtävänannon sisältämän kielellisen ohjeistuksen määrää sekä saman tehtäväkokonaisuuden sisällä olevien yksittäisten tehtävien osamisprosentteja tyttöjen ja poikien välillä.

Tulokset

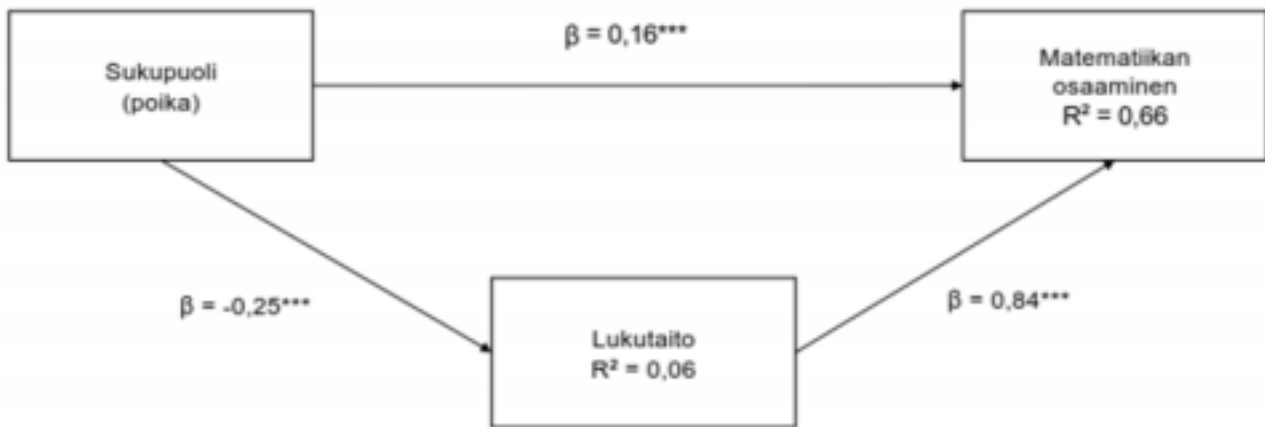
PISA 2015 -tutkimuksessa matematiikan ja lukutaidon välinen korrelaatio on vahva (ks. taulukko 1). Sekä matematiikan että lukutaidon pistemäärä korreloi negatiivisesti sukupuolen kanssa eli poikien pistemäärä on molemmissa osa-alueissa tyttöjen pistemäärää pienempi. Sukupuolen yhteys matematiikkaan on kuitenkin heikompi kuin sen yhteys lukutaitoon.

Taulukko 1. Matematiikan ja lukutaidon PISA-pistemäärän sekä sukupuolen väliset korrelaatiot.

	Matematiikka	Lukutaito	Sukupuoli (poika)
Matematiikka	1,00		
Lukutaito	0,80***	1,00	
Sukupuoli (poika)	-0,05**	-0,25***	1,00

** $p < 0,01$.

*** $p < 0,001$.



Kuvio 1. Sukupuolen ja matematiikan välinen yhteys, välittävänä tekijänä lukutaito. Standardoidut β -kertoimet sekä lukutaidon ja matematiikan osaamisen selityksasteet (R^2) ja tilastolliset merkitsevyydet (***) $p < 0,001$).

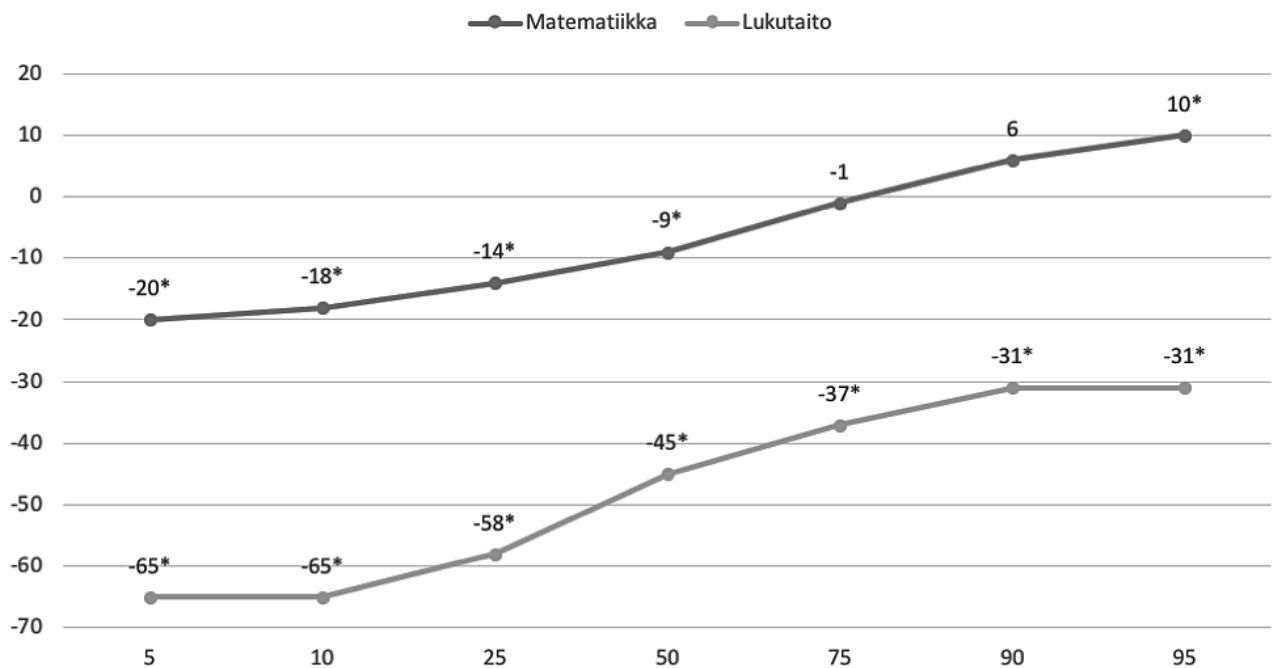
Lukutaidon tason yhteys sukupuolten väliseen eroon matematiikassa

Kuviossa 1 on kuvattu sukupuolen yhteyttä matematiikan pistemäärään, kun lukutaito on otettu huomioon eli lukutaito on asetettu malliin välittäväksi tekijäksi. Tällöin suora yhteys sukupuolesta matematiikan pistemäärään on positiivinen ja tilastollisesti merkitsevä. Toisin sanoen, jos tyttöjen ja poikien lukutaidon taso olisi sama, poikien osaaminen matematiikassa olisi parempaa kuin tyttöjen. Epäsuora yhteys sukupuolesta lukutaidon pistemäärän kautta matematiikan pistemäärään taas on negatiivinen ja tilastollisesti merkitsevä ($\beta = -0,21$, $p < 0,001$). Mallissa siis poikien heikompi lukutaidon pistemäärä selittää myös heidän heikompaa osaamistaan matematiikassa. Kaiken kaikkiaan malli selittää 66 prosenttia matematiikan pistemäärän vaihtelusta.

Sukupuolten välinen ero matematiikassa eri suoritustasoilla

Kun tyttöjen ja poikien eroa matematiikan pistemäärässä tarkastellaan keskiarvolla, ero on 8 pistettä (Vettenranta, Välijärvi ym. 2016). Pelkkä keskiarvotarkastelu ei kuitenkaan kuvaa riittävän hyvin sukupuolten välisiä osaamiseroja matematiikassa, sillä

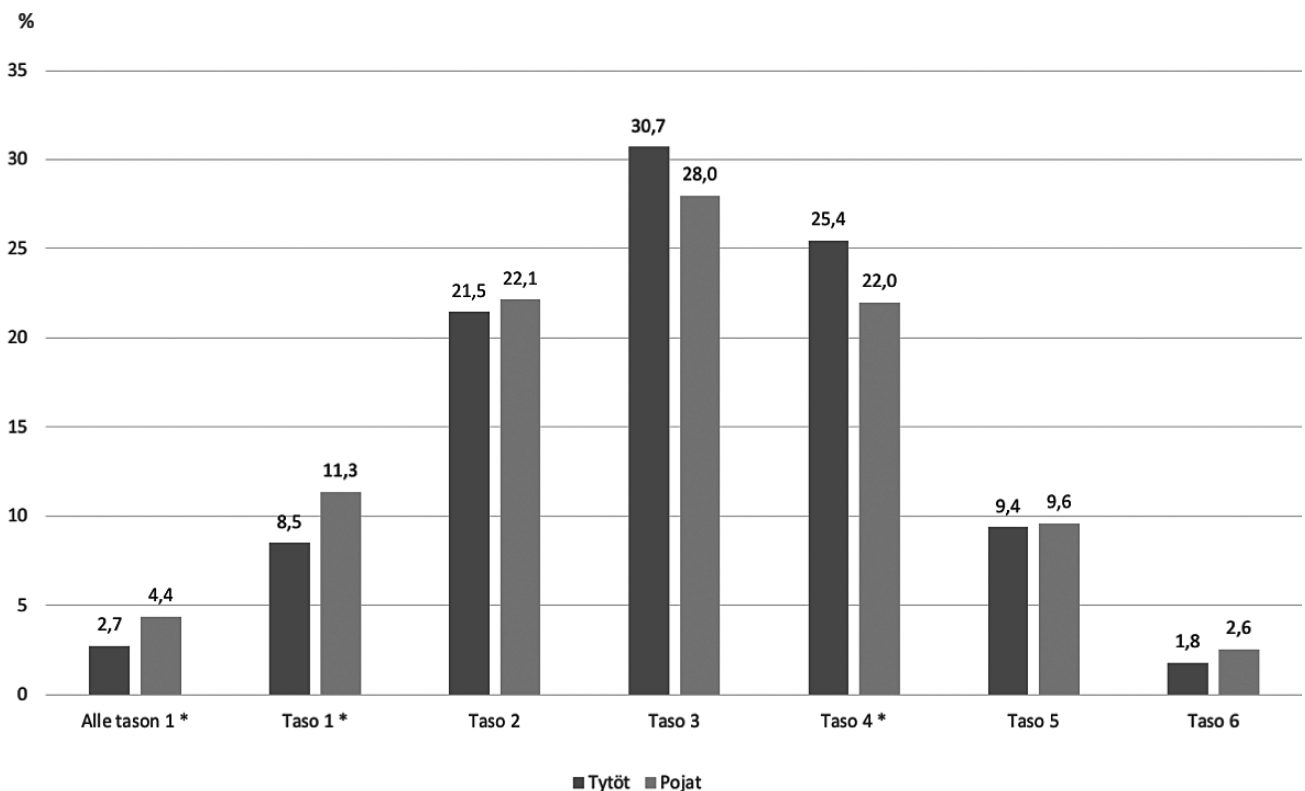
eron suuruus vaihtelee osaamisjakauman eri kohdissa (ks. kuvio 2). Osaamiserot matematiikassa ovat suurimmillaan heikoimmin suoriutuvilla oppilailta eli osaamisjakauman alapäässä (5. persentiili), jossa ero on tyttöjen hyväksi 20 pistettä. Ero pienenee siirryttäessä ylemmäs osaamisjakaumassa. Tyttöjen ja poikien pistemäärässä ei enää ole eroa 75. persentiilissä, ja tämän jälkeen ero kääntyy poikien eduksi. Parhaimmin suoriutuvien oppilaiden joukossa eli parhaassa viidessä prosentissa (95. persentiili) ero poikien eduksi on tilastollisesti merkitsevä ja poikien pistemäärä on 10 pistettä tyttöjen pistemäärää suurempi. Kuviossa 2 sukupuolten välinen pistemääräero on kuvattu matematiikan lisäksi myös lukutaidon osalta. Kuvioista voidaan havaita, että tyttöjen ja poikien välisen eron muutos jakaumassa on samansuuntainen molemmilla osaamisalueilla. Kuvioista nähdään myös, että lukutaidossa ero on suurimmillaan jakauman alapäässä ja pienimmillään jakau-



Kuvio 2. Tyttöjen ja poikien lukutaidon ja matematiikan pistemäärän erotus persentileittäin (poikien pistemäärä – tyttöjen pistemäärä), tilastollisesti merkitsevät erot on merkitty tähdellä. Lähde: OECD 2016b

man yläpäässä, vaikkakin lukutaidossa ero näyttäytyy koko jakoumassa selvästi tyttöjen eduksi ja erot ovat selvästi suurempia kuin matematiikassa.

Oppilaiden osaamista voidaan tarkastella myös suoritustasoitain, joita matematiikan osaamiselle on määritelty yhteensä kuusi (ks. Vettenranta, Välijärvi ym. 2016). Suoritustaso 2 kuvaa välttävää osaamista (421–482 pistettä). Tätä suoritustasoa pidetään vähimmäistasona, joka oppilaan tulisi saavuttaa peruskoulun aikana. Suoritustaso 6 taas kuvaa huippuosaamista (yli 669 pistettä). Tarkasteltaessa tyttöjen ja poikien osuuksia eri suoritustasoilla huomataan, että ylipäätään nuorten osuudet alemmilla tasoilla ovat huolestuttavia ja että poikien osuudet alemmilla suoritustasoilla ovat suurempia kuin tyttöjen. Lähes 16 prosenttia pojista suoriutuu alle vähimmäistason (taso 1 tai alle) ja tytöillä vastaava prosenttiosuus on hieman yli 11. Suoritustasoilla 5 ja 6 tyttöjen ja poikien osuuksissa ei ole juuri eroa (kuvio 3).

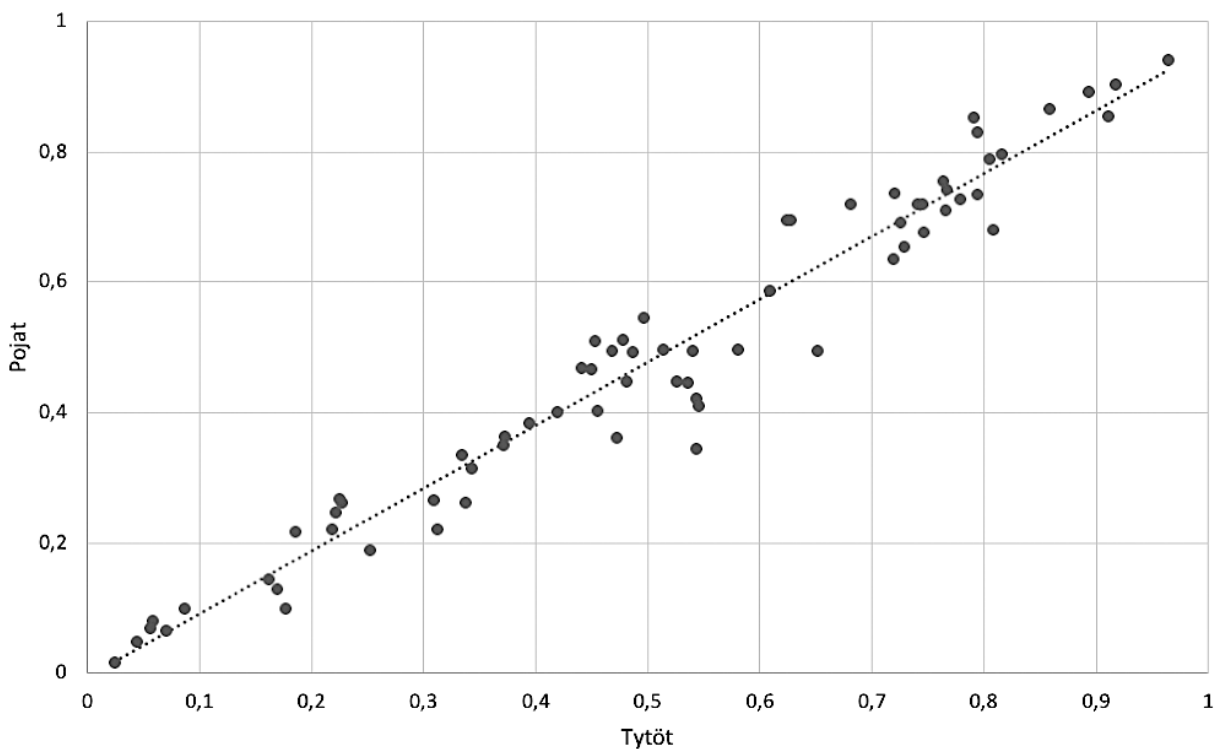


Kuvio 3. Tyttöjen ja poikien osuudet matematiikan eri suoritustasoilla, tilastollisesti merkitsevät erot suoritustasoilla on merkitty tähdellä. Lähde OECD 2016b

Tyttöjen ja poikien väliset erot tehtävätyypeittäin tarkasteltuna

Tehtäväkohtaisessa tarkastelussa tavoitteena oli kuvailla, miten tyttöjen ja poikien väliset erot osaamisprosentteissa näyttäytyvät matematiikan eri sisältöalueilla ja miten ne ovat yhteydessä tehtävän ulkoisiin piirteisiin kuten vastaustapaan tai tehtävänantoon. Kun tarkastellaan yleisesti osaamisprosenttien välisiä yhteyksiä tytöillä ja pojilla, havaitaan, että tehtävien osaamisprosentit korreloivat voimakkaasti ($r = 0,96$ $p < 0,001$). Tämä tarkoittaa sitä, että tehtävien keskinäinen vaikeusjärjestys on hyvin samankaltainen tyttöjen ja poikien ryhmissä (kuvio 4).

Kun osaamisprosentteja tarkastellaan tehtävätasolla, voidaan havaita, että 64 prosenttia tehtävistä on sellaisia, jotka tytöt osaa-
vat poikia paremmin (44/69). Tehtäviä, joissa osaamisprosenttien välinen ero on tyttöjen hyväksi 5 prosenttiyksikköä tai sitä enemmän, löytyi 21 kappaletta (30 % tehtävistä). 10 prosenttiyksikön tai sitä suurempi ero löytyy kuudesta tehtävästä (9 % tehtävistä).



Kuvio 4. Tyttöjen ja poikien osaamisprosentit tehtävittäin.

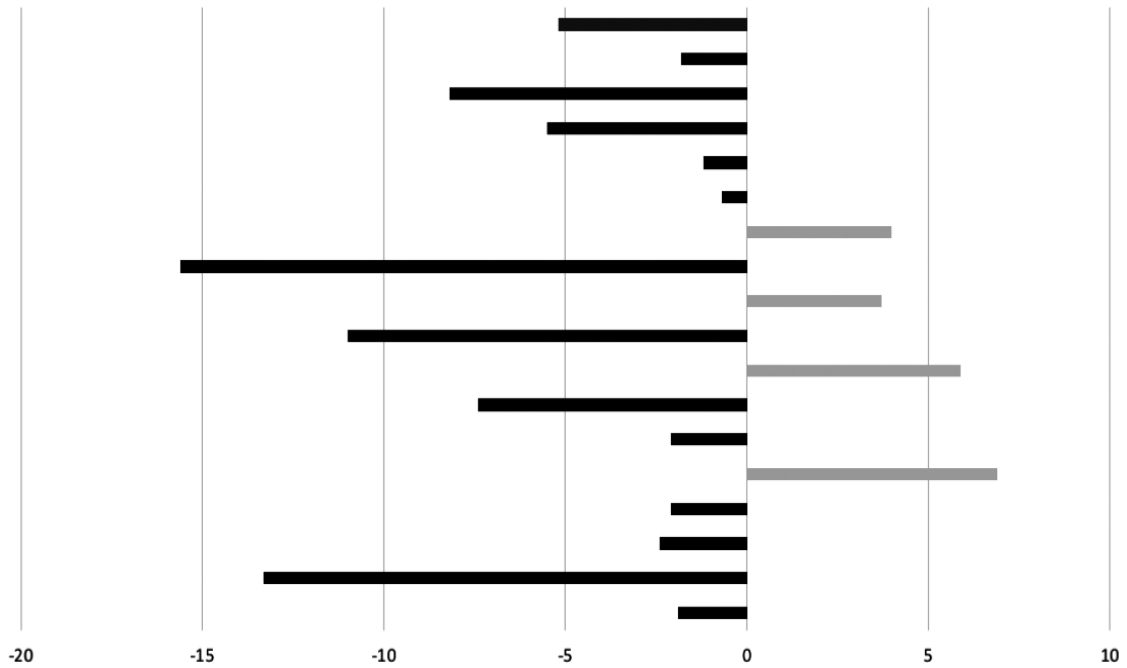
Poikien paremmin hallittavia tehtäviä löytyy kaiken kaikkiaan vähemmän ja erot osaamisprosentteissa ovat pienempiä. Viidessä tehtävässä (7 % tehtävistä) osaamisprosentteissa on viiden prosenttiyksikön tai sitä suurempi ero poikien hyväksi.

Matematiikan tehtäväosiot on jaoteltu PISA-tutkimuksessa matematiikan sisällön perusteella neljään eri alueeseen: 1) määrällinen ajattelu (mm. mittaaminen, lukumäärät, suuruusluokat, yksiköt, suhteelliset koot, lukujonot, numeroilla operoiminen), 2) tila ja muoto (mm. perspektiivien ymmärtäminen maalauksissa ja kolmiulotteisissa näkymissä, karttojen laatiminen ja niiden lukeminen, muotojen ominaisuudet ja niiden transformaatiot sekä esimerkiksi tasoon puretun kappaleen kokoaminen kolmiulotteiseksi kappaleeksi), 3) muutos ja yhteydet (mm. algebralliset lausekkeet, yhtälöt ja epäyhtälöt sekä graafiset esitykset ja taulukot) sekä 4) epävarmuus (mm. todennäköisyyslaskenta, tilastojen käsittely ja tulkin-ta). Tarkasteltaessa osaamisprosenttien keskiarvoja sisältöalueittain määrällinen ajattelu näyttää olevan yleisesti parhaiten hallittu alue. Tällä alueella keskimääräinen osaamisprosentti on tytöillä 63 prosenttia (KH 20) ja pojilla 60 prosenttia (KH 21). Haastavimpia tehtäviä ovat tilaa ja muotoa koskevat tehtävät, joissa keskimääräinen osaamisprosentti on tytöillä 38 prosenttia (KH 29) ja pojilla 36 prosenttia (KH 28). Muutos ja yhteydet -tehtäväosa-alueella tyttöjen keskimääräinen osaamisprosentti on 49 ja pojilla 46 prosenttia. Vastaavat keskimääräiset osaamisprosentit epävarmuus-osa-alueella ovat 53 ja 51. Kuviossa 5 tyttöjen ja poikien osaamisprosenttien välinen ero yksittäisissä tehtäväosioissa on esitetty sisältöalueittain.

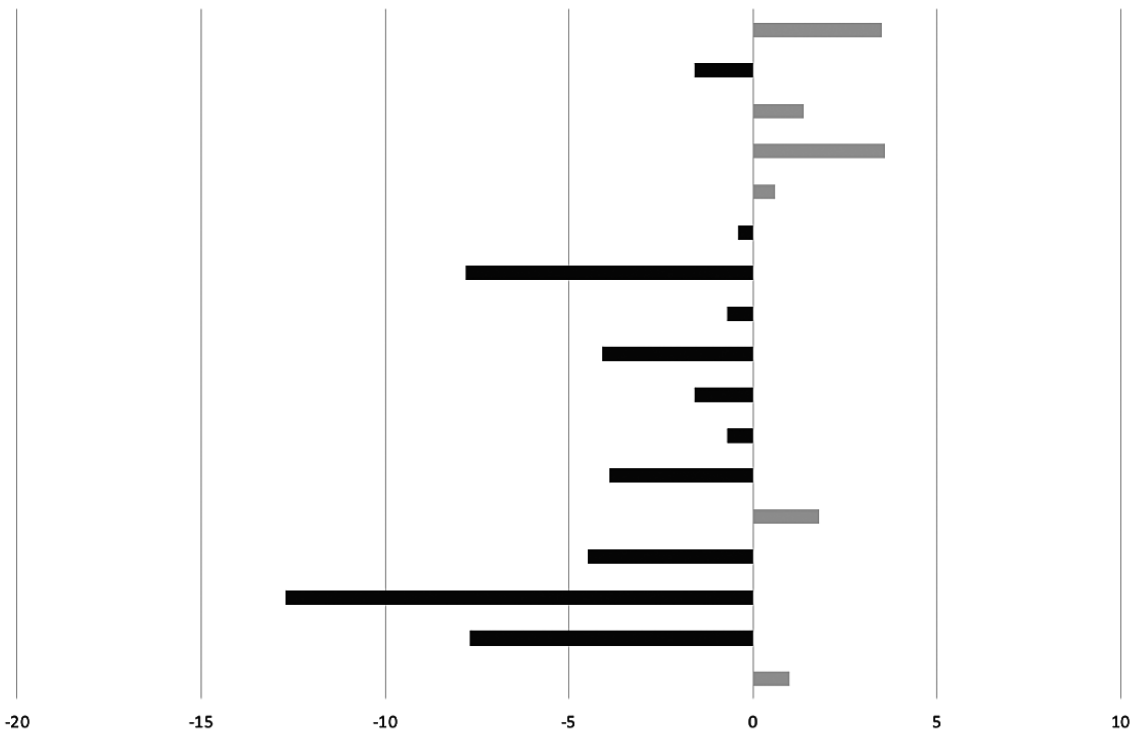
Kuviosta 5 voidaan nähdä, että jokaisella matematiikan sisältöalueella on tehtäviä, joissa tyttöjen keskimääräinen osaamisprosentti on selvästi parempi kuin poikien eli ero on vähintään 10 prosenttiyksikköä. Näin ollen tehtävän matemaattisen sisällön ei voida sanoa liittyvän johdonmukaisesti tyttöjen ja poikien osaamisprosenttien eroihin.

Useasta tehtävästä koostuvissa tehtäväkokonaisuuksissa tyttöjen ja poikien keskinäiset osaamisprosentit saattavat vaihdella kokonaisuuden sisällä. Taulukkomuodoissa esitetyn numeerisen tiedon hallintaa edellyttävissä tehtävissä on yhdenmukaisuutta

Määrällinen ajattelu

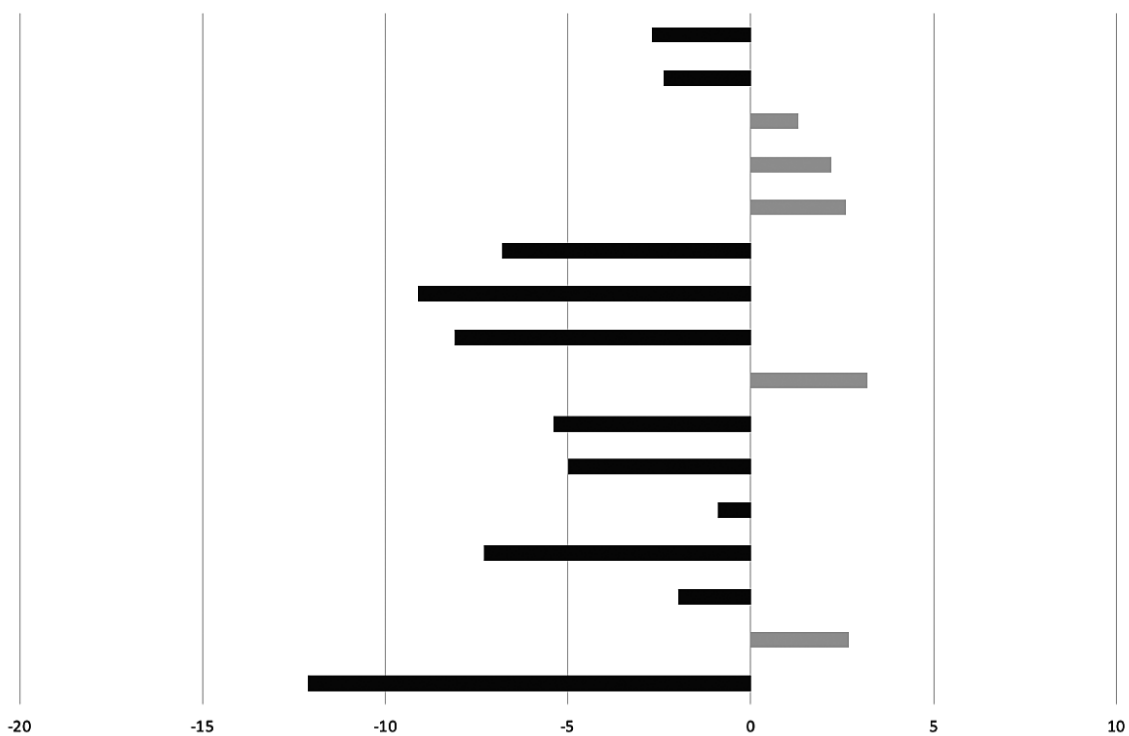


Tila ja muoto

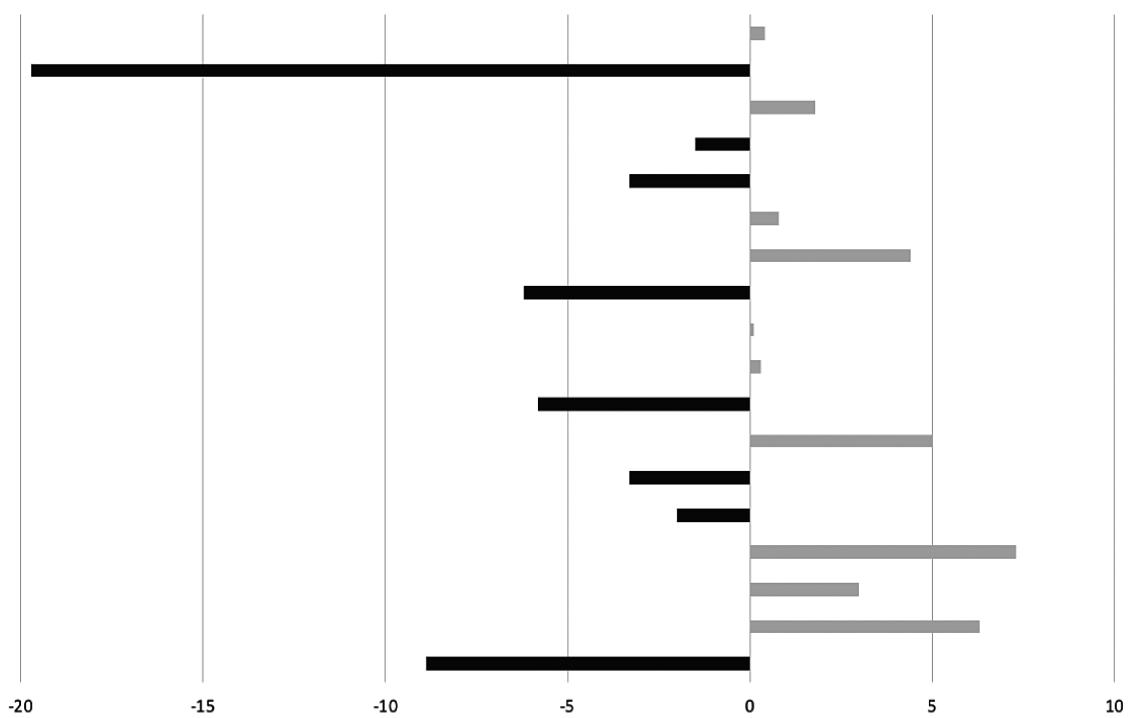


Kuvio 5. Tyttöjen ja poikien osaamisprosenttien välinen ero sisältöalueittain.

Muutos ja yhteydet



Epävarmuus



Tytöt parempia
 Pojat parempia

tehtävän piirteiden ja osaamisprosenttien suhteen. Yksinkertaisissa, suoraa taulukon lukemista edellyttävissä tehtävissä tyttöjen ja poikien osaamisprosentit ovat hyvin samankaltaisia. Jatkotehtävissä, jotka edellyttivät kielellisesti kuvatun käsitteen ymmärtämistä ja taulukossa olevan tiedon yhdistämistä tämän käsitteen perusteella, tytöt suoriutuvat poikia hieman paremmin. Sen sijaan soveltavimmissa osiossa, jotka edellyttävät taulukossa olevan tiedon perusteella estimointia tai käytännön soveltamista, pojat suoriutuvat yhtä hyvin tai hieman tyttöjä paremmin. Tehtäväkohtaisia tuloksia tulkittaessa on syytä kuitenkin pitää vahvasti mielessä, että tarkasteltavien tehtävien lukumäärä on vähäinen ja erot osaamisprosentteissa ovat tyttöjen ja poikien välillä käytännössä hyvin pieniä. Voidaan kuitenkin havaita, että samankin tehtäväkokonaisuuden sisällä sukupuolten väliset erot osaamisprosentteissa saattavat vaihdella, mikä tukee yllä esitettyä havaintoa siitä, että sukupuolten väliset erot eivät näyttäisi johdonmukaisesti liittyvän mihinkään tiettyyn matematiikan sisältöalueen hallintaan.

Tarkasteltaessa tyttöjen ja poikien osaamisprosentteja vastaustavan suhteen käytössä oli PISA 2015 -tutkimuksen luokittelu kolmesta vastaustavasta: yksinkertainen ja monimutkaisempi monivalintatehtävä sekä avoin vastaus. Avoimia vastauksia edellyttäviä tehtäviä oli eniten (57 %), ja niissä osaamisprosentti näyttää sekä tytöillä että pojilla olevan hieman alhaisempi kuin monivalintatehtävissä. Yksinkertaisia monivalintatehtäviä oli 23 prosenttia ja monimutkaisempia monivalintatehtäviä 20 prosenttia. Keskimääräiset osaamisprosentit yksinkertaista monivalintavastausta edellyttävissä tehtävissä ovat tytöillä 64 prosenttia ja pojilla 62 prosenttia. Tehtävissä, joissa vastaustapana oli monimutkaisempi vastausvaihtoehdon valinta, keskimääräiset osaamisprosentit ovat hieman alhaisempia, tytöillä 51 prosenttia ja pojilla 49 prosenttia. Vastaavasti avoimissa tehtävissä keskimääräiset osaamisprosentit ovat alhaisimmat, tytöillä 45 prosenttia ja pojilla 43 prosenttia. Keskimääräisistä osaamisprosentteista voidaan havaita, että sukupuolten välinen ero ei näyttäisi olevan yhteydessä vastaustapaan, koska kolmen erilaisen vastaustavan sisältämissä tehtävissä tyttöjen ja poikien osaamisprosentit ovat yhtä lähellä toisiaan.

Tarkasteltaessa tarkemmin viittä yksittäistä tehtäväosiota, joissa tyttöjen ja poikien osaamisprosenttien välillä on suurin ero tyttöjen eduksi (10 prosenttiyksikköä tai enemmän), vastausmuoto vaihtelee sisältäen kaikkia kolmea vastaustapaa. Nämä kyseiset tehtäväosiot kattavat myös kaikki PISA-matematiikan neljä eri sisältöaluetta. Sen sijaan tarkasteltaessa tehtävänantoja voidaan huomata, että yhtä tehtävää lukuun ottamatta tehtävöohjeistukset sisältävät runsaasti tekstiä. Vastaavasti ne viisi tehtäväosiota, joissa osaamisprosentteissa ero on poikien eduksi suurin (5–7 prosenttiyksikköä), ovat pääosin tehtävänannoltaan niukkatekstisiä ja vastaustavaltaan monivalintatehtäviä.

Pohdinta

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli tarkastella tarkemmin PISA 2015 -tutkimuksessa esiin tullutta sukupuolten välistä osaamiseroa matematiikassa. Tutkimuksessa tarkasteltiin, miten lukutaito ja käytetyt tehtävätyypit ovat mahdollisesti yhteydessä osaamiseen ja ovatko sukupuolten väliset erot samankaltaisia jakauman eri kohdissa.

PISA-matematiikan tehtävillä arvioidaan moniulotteisesti matemaattista päättelykykyä, kykyä käyttää matemaattisia käsitteitä ja menetelmiä sekä muun muassa kykyä soveltaa tietoa ilmiöiden kuvaamisessa ja selittämässä (OECD 2016a). Koska viimeaikaisissa nuoria koskevissa tutkimuksissa tyttöjen on osoitettu olevan lukutaidoltaan parempia kuin poikien (mm. Torppa ym. 2017; Quinn & Wagner 2015) ja koska lukutaidolla ja matematiikan taidoilla näyttäisi olevan vahva yhteys PISA-tutkimuksessa, tässä tutkimuksessa testattiin lukutaidon yhteyttä matematiikan pistemääriin ja samalla sukupuolten väliseen eroon.

Tässä tutkimuksessa havaittiin, että tyttöjen parempi lukutaidon taso itse asiassa selittää heidän parempaa osaamista matematiikassa verrattuna poikiin. Jos tyttöjen ja poikien lukutaidon taso vakioitaisiin, tulos matematiikan osaamisessa olisikin päinvastainen eli poikien osaaminen olisi parempaa kuin tyttöjen. Vaikka

aikaisemmissa tutkimusyhteenvedoissa ei ole löydetty selkeitä eroja tyttöjen ja poikien matematiikan osaamisen välillä, marginaalisten erojen (jos niitä on ollut) on osoitettu kallistuvan poikien eduksi. On huomioitava, että tässä tutkimuksessa matematiikan osaamista selitettiin vain sukupuolella ja lukutaidolla eikä mukana ollut muita selittäviä muuttujia. Jatkossa olisikin hyvä selvittää vielä tarkemmin, millaiset tekijät selittävät PISA-tutkimuksessa sukupuolten välistä eroa kaikilla osaamisalueilla (lukutaito, matematiikka ja luonnontiede) ja onko eri osaamisalueilla ilmenevissä eroissa taustalla joitakin yhteisiä selittäviä tekijöitä. Koska PISA 2015 -tutkimuksessa tyttöjen osaaminen oli ensimmäistä kertaa parempaa kuin poikien mutta sukupuolten välinen ero lukutaidossa oli hieman pienentynyt ja poikien lukutaito parantunut (Vettenranta, Välijärvi ym. 2016), lukutaito ei näyttäisi ainakaan kokonaan selittävän osaamiseroa ja sen muutosta matematiikassa. Kaiken kaikkiaan tämän tutkimuksen tulos näyttäisi olevan enemmän yhtenevä aikaisemman kirjallisuuden kanssa, kun lukutaidon taso kontrolloidaan kuin jos sitä ei kontrolloitaisi (esim. Lindberg ym. 2010). On toki vaikeaa sanoa, kuinka hyvin yksittäisissä tutkimuksissa ylipäätään on huomioitu lukutaidon taso tai esimerkiksi tehtävätyypeissä esiintyvä tekstimäärä vertailtaessa sukupuolten välisiä eroja etenkin nuorilla, joille tehtävätyypit ovat peruslaskutaitojen sijaan vahvemmin moniulotteisia ongelmanratkaisutehtäviä.

Kun sukupuolten välistä eroa matematiikassa on tarkasteltu tarkemmin (kuin pelkästään keskiarvotasolla), on viitteitä siitä, että itse asiassa sukupuolten välisen eron suuruus voi vaihdella eri kohdissa jakaumaa (Devine ym. 2013; Stoet & Geary 2013). Tämän tutkimuksen tulokset puoltavat näitä aikaisempia havaintoja. PISA-matematiikassa näyttäisi siltä, että osaamiseron suuruus vaihtelee selvästi jakauman eri osissa. Ero tyttöjen hyväksi osoittautui olevan suurimmillaan heikoimmin osaavien oppilaiden joukossa. Pojat sen sijaan osoittautuivat olevan tyttöjä parempia jakauman yläpäässä eli parhaiten osaavien oppilaiden joukossa. Tämä havainto on yhtenevä aikaisempien kansainvälisten PISA-yhteenvedojen kanssa (Stoet & Geary 2013). Kaiken kaikkiaan

huolestuttavinta tässä jakaumatarkastelussa on se, että taidoiltaan heikkojen poikien osuus on kasvanut (vrt. Vettenranta, Välijärvi ym. 2016). Eli peruskoulunsa päättävien joukossa on nuoria, jotka eivät saavuta heille asetettuja vähimmäisvaatimuksia matematiikassa. Tämä väistämättä tarkoittaa riskiä syrjäytyä jatkokoulutuksesta ja työelämästä.

Kun osaamiseroja tarkasteltiin tehtävätyypeittäin, tuli esille, että sukupuolierot matematiikan osaamisessa eivät selvästi liittyneet mihinkään tiettyyn sisältöalueeseen tai vastaustapaan. Poikien osaaminen kuitenkin näytti olevan parempaa tehtävissä, jotka olivat pääosin tehtävänannoltaan niukkatekstisiä ja vastaustavaltaan monivalintatehtäviä. Tehtävätyyppitarkastelusta ei voida tehdä suoraviivaisia johtopäätöksiä, koska tarkasteltavien tehtävien lukumäärä oli vähäinen ja erot osaamisprosentteissa olivat suhteellisen pieniä. Havaintojen perusteella kuitenkin näyttäisi siltä, että PISA-tutkimuksessa esille tulleen tyttöjen ja poikien välisen osaamisen taustalla ei ole mitään systemaattista matematiikan sisältöalueisiin liittyvää osaamiseroa.

Usein PISA-tutkimuksen tehtävätyypeissä on sanallisen osuuden rinnalla myös muita informaatiolähteitä kuten karttoja, erilaisia graafisia esityksiä ja taulukoita sekä tilastoja, joten tehtävät edellyttävät myös muita kuin puhtaita matematiikan taitoja. Tämän vuoksi voidaan ajatella, että PISA-tutkimuksen tehtävätyypit edellyttävät kykyä suunnitella ja arvioida, mitä tehtävissä tulee tehdä ensin ja mitä seuraavaksi. Lisäksi tehtävät edellyttävät kulloinkin sopivien ratkaisustrategioiden valintoja, ratkaisuvaiheiden kontrollointia sekä muun muassa kykyä arvioida omien valintojen ja vaiheiden oikeellisuutta tai tarvittaessa korjata valintoja (vrt. Flavell 1979; Mayer 1998; Montague 2008). Vaikka tässä tutkimuksessa ei ollut lukutaidon tason lisäksi muita kognitiivisia taitoindikaattoreita käytössä, voidaan ehdottaa, että sukupuolten välisiä eroja ja niiden selittäviä tekijöitä olisi hyvä tarkastella hyvin monella tasolla (esim. Torppa ym. 2017; perustutkimuksen pitkittäisaineistoon on yhdistetty PISA-aineistoa). Näin voimme lisätä ymmärrystä siitä, millaisia potentiaaliset osaamiserot ovat missäkin taidoissa ja miten ne mahdollisesti selittävät matematiikan osaamista.

Sukupuolten väliset erot näyttäytyivät tässä tutkimuksessa suurimpina sellaisissa tehtävissä, joissa ohjeiden tekstimäärä oli suuri. Tämän vuoksi on tärkeää pohtia, millä tavalla oppilaita voisi tukea tämänkaltaisissa tehtävissä. Olisi hyvä selvittää, miten pojat ja tytöt orientoituvat ja motivoituvat muun muassa paljon tekstiä sisältäviin tehtäviin ja millaisia mahdollisia strategiavalintoja ja kognitiivisia ponnisteluja he tekevät ratkaistessaan monivaiheisia tehtäviä. Kirjallisuus antaa viitteitä siitä, että ongelmanratkaisutehtävissä pojat herkemmin soveltaisivat strategioita tehtäväkohtaisesti, kun taas tytöt näyttäisivät tukeutuvan koulussa opittuihin strategioihin (Gallagher ym. 2000), vaikka pärjäisivätkin tehtävissä hyvin. Tämä tarkoittaa sitä, että tehtävistä ei tulisi arvioida pelkästään lopputuloksen oikeellisuutta, vaan arvioinnissa pitäisi päästä jyvälle myös itse prosessista, sen vaiheista ja strategioiden tarkoituksenmukaisesta valinnasta. Lisäksi tulisi miettiä sitä, miten itse ratkaisuprosessia ja sen eri ratkaisuvaiheiden mielessä pitämistä voitaisiin tukea (vrt. Geary 2011). Yhtenä vaihtoehtona on lisätä oppilaiden tietoisuutta erilaisista strategioista, joita monivaiheiset tehtävät vaativat (vrt. Rosenzweig ym. 2011). Toisaalta oppilaita voisi ylipäättään ohjata kiinnittämään huomiota omaan toimintaansa prosessien aikana sekä arvioimaan omia strategioitaan ja vastauksiaan suhteessa tehtävään. Oppilaat voisivat hyötyä harjoittelusta, joka olisi riittävän sensitiivinen kulloisenkin tehtävän sisältämillä metakognitiivisille vaatimuksille, esimerkiksi milloin ja miten edellä mainittuja ratkaisustrategioita tulee ja voi soveltaa (Mayer 1998). Konkreettisia ohjeita ja interventio-ohjelmia ongelmanratkaisutaitojen tukemiseen on olemassa, ja niiden systemaattinen toteuttaminen näyttäisi tuottavan positiivisia vaikutuksia (esim. Montague, Enders & Dietz 2011). Nykyisin olisikin erittäin tärkeää kiinnittää huomiota nuorten akateemisen osaamisen tasoon ja ongelmanratkaisutaitoihin, koska työelämä vaatii entistä enemmän muun muassa kognitiivista joustavuutta, tiedon nopeaa haltuunottoa sekä sen soveltamista.

Lähteet

- Arnett, A. B., Pennington, B. F., Peterson, R. L., Willcutt, E. G., DeFries, J. C. & Olson, R. K. 2017. Explaining the sex difference in dyslexia. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*. doi: 10.1111/jcpp.12691
- Aro, M., Huemer, S., Heikkilä R. & Mönkkönen, V. 2011. Sujuva lukutaito suomalaislapsen haasteena. *Psykologia*, 46, 153–155.
- Von Aster, M. G. & Shalev, R. S. 2007. Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49 (11), 868–873. doi: 10.1111/j.1469-8749.2007.00868.x
- Aunio, P. & Niemivirta, M. 2010. Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20 (5), 427–435. doi: 10.1016/j.lindif.2010.06.003
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M-K. & Nurmi, J-E. 2004. Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96 (4), 699–713. doi: 10.1037/0022-0663.96.4.699
- Bryant, D. P., Bryant, B. R. & Hammill, D. D. 2000. Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, 33 (2), 168–177.
- Carr, M. & Davis, H. 2001. Gender differences in arithmetic strategy use: A function of skill and preference. *Contemporary Educational Psychology*, 26, 330–347. doi: 10.1006/ceps.2000.1059
- Carr, M., Steiner, H. H., Kyser, B. & Biddlecomb, B. 2008. A comparison of predictors of early emerging gender differences in mathematics competency. *Learning and Individual Differences*, 18, 61–75. doi: 10.1016/j.lindif.2007.04.005
- Devine, A., Soltész, F., Nobes, A., Goswami, U. & Szücs, D. 2013. Gender differences in developmental dyscalculia depend on diagnostic criteria. *Learning and Instruction* 27, 31–39. doi:10.1016/j.learninstruc.2013.02.004
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K. & Japel, C. 2007. School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43 (6), 1428–1446. doi: 10.1037/0012-1649.43.6.1428
- Else-Quest, N. M., Hyde, J. S. & Linn, M. C. 2010. Cross-national patterns of gender differences in mathematics: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 136 (1), 103–127. doi: 10.1037/a0018053
- Flavell, J. H. 1979. Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34 (10), 906–911. <http://dx.doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906>
- Fuchs, L. S. & Fuchs, D. 2002. Mathematical problem-solving profiles of students with mathematics disabilities with and without comorbid reading disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 35 (6), 564–574.

- Gallagher, A. M., De Lisi, R., Holst, P. C., McGillicuddy-De Lisi, A. V., Morely, M. & Cahalan, C. 2000. Gender differences in advanced mathematical problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology*, 75, 165–190. doi: 10.1006/jecp.1999.2532
- Geary, D. C. 2004. Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 4–15. doi: 10.1177/00222194040370010201
- Geary, D. C. 2011. Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, 32 (3), 250–263. doi:10.1097/DBP.0b013e318209edef
- Grabowska, A. 2017. Sex on the brain: Are gender-dependent structural and functional differences associated with behavior? *Journal of Neuroscience Research*, 95, 200–212. doi: 10.1002/jnr.23953
- Hecht, S. A. 2002. Counting on working memory in simple arithmetic when counting is used for problem solving. *Memory & Cognition*, 30 (3), 447–455.
- Hyde, J. S., Lindberg, S. M., Linn, M. C., Ellis, A. B. & Williams, C. C. 2008. Gender similarities characterize math performance. *Science*, 321 (5888), 494–495. doi: 10.1126/science.1160364
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N. & Ramineni, C. 2007. Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22 (1), 36–46. doi: 10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Nabors Oláh, L. & Locuniak, M. N. 2006. Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*, 77 (1), 153–175. doi: 10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x
- Krajewski, K. & Schneider, W. 2009. Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 516–531. doi:10.1016/j.jecp.2009.03.009
- Lachance, J. A. & Mazzocco, M. M. M. 2006. A longitudinal analysis of sex differences in math and spatial skills in primary school age children. *Learning and Individual Differences*, 16, 195–216. doi: 10-1016/j.lindif.2005.12.001
- Lepola, J., Niemi, P., Kuikka, M. & Hannula, M. M. 2005. Cognitive-linguistic skills and motivation as longitudinal predictors of reading and arithmetic achievement: A follow-up study from kindergarten to grade 2. *International Journal of Educational Research*, 43, 250–271. doi: 10.1016/j.ijer.2006.06.005
- Lindberg, S. M., Hyde, J. S., Petersen, J. L. & Linn, M. C. 2010. New trends in gender and mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 136 (6), 1123–1135. doi: 10.1037/a0021276
- Mayer, R. E. 1998. Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26, 49–63.

- Mazzocco, M. M. M. & Räsänen, P. 2013. Contributions of longitudinal studies to evolving definitions and knowledge of developmental dyscalculia. *Trends in Neuroscience and Education*, 2, 65–73. doi: 10.1016/j.tine.2013.05.001
- Mazzocco, M. M. M. & Thompson, R. E. 2005. Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research & Practice*, 20 (3), 142–155. doi: 10.1111/j.1540-5826.2005.00129.x
- Montague, M. 2008. Self-regulation strategies to improve mathematical problem solving for students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 31, 37–44.
- Montague, M., Enders, C. & Dietz, S. 2011. Effects of cognitive strategy instruction on math problem solving of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 34 (4), 262–272.
- Morgan, P.L., Farkas, G. & Wu, Q. 2009. Five-year growth trajectories of kindergarten children with learning difficulties in mathematics. *Journal of Learning Disabilities*, 42 (4), 306–321. doi: 10.1177/0022219408331037
- Muthén, L. K. & Muthén, B. O. 1998–2015. *Mplus User's Guide*. Seventh Edition. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.
- OECD 2016a. *PISA 2015. Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*. Paris: OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264255425-en>
- OECD 2016b. *PISA 2015. Results (Volume I): Excellence and Equity in Education*. Paris: OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264266490-en>
- Quinn, J. M. & Wagner, R. K. 2015. Gender differences in reading impairment and in the identification of impaired readers: Results from a large-scale study of at-risk readers. *Journal of Learning Disabilities* 48 (4), 433–445. doi: 10.1177/0022219413508323
- Rosenzweig, C., Krawec, J. & Montague, M. 2011. Metacognitive strategy use of eighth-grade students with and without learning disabilities during mathematical problem solving: a think-aloud analysis. *Journal of Learning Disabilities*, 44 (6), 508–520. Doi: 10.1177/0022219410378445
- Stoet, G. & Geary, D. C. 2013. Sex differences in mathematics and reading achievement are inversely related: Within- and across-nation assessment of 10 years of PISA data. *PLoS ONE*, 8 (3), e57988. doi: 10.1371/journal.pone.0057988
- Swanson, H. L. & Fung, W. W. 2016. Working memory components and problem-solving accuracy: Are there multiple pathways? *Journal of Educational Psychology*, 3, 1–25. doi: 10.1037/edu0000116
- Torppa, M., Eklund, K., Sulkunen, S., Niemi, P. & Ahonen, T. 2017. Why do boys and girls perform differently on PISA reading in Finland? The effects of reading fluency, achievement behaviour, leisure reading and homework activity. *Journal of Research in Reading*, 1–18. doi: 10.1111/1467-9817.12103
- Vettenranta, J., Hiltunen, J., Nissinen, K., Puhakka, E. & Rautopuro, J. 2016. *Lapsuudesta eväät oppimiseen: neljännen luokan oppilaiden matema-*

tiikan ja luonnontieteiden osaaminen: kansainvälinen TIMSS-tutkimus Suomessa. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos.

Vettenranta, J., Välijärvi, J., Ahonen, A., Hautamäki, J., Hiltunen, J., Leino, K., Lähteinen, S., Nissinen, K., Nissinen, V., Puhakka, E., Rautopuro, J. & Vainikainen, M.-P. 2016. PISA 15 Ensituloksia. Huipulla pudotuksesta huolimatta. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2016:41.