

Jesse Huttunen

**Kehittämistutkimus: TVT:n tehokas integrointi
matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen
valmistautumisessa**

Tietotekniikan pro gradu -tutkielma

20. joulukuuta 2017

Jyväskylän yliopisto

Tietotekniikan laitos

Tekijä: Jesse Huttunen

Yhteystiedot: jesse.k.huttunen@gmail.com

Ohjaaja: Leena Hiltunen

Työn nimi: Kehittämistutkimus: TVT:n tehokas integrointi matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen valmistautumisessa

Title in English: Design-Based Research: Effective Integration of ICT in Preparation for the Digital Matriculation Exam of Mathematics

Työ: Pro gradu -tutkielma

Suuntautumisvaihtoehto: Koulutusteknologia

Sivumäärä: 119+11

Tiivistelmä: Nykyään tieto- ja viestintäteknologialla (TVT) on yhä suurempi rooli suomalaisessa perusopetuksessa sekä lukiokoulutuksessa. Erilaiset laitteet ja sovellukset ovat tuoneet myös uusia mahdollisuuksia erityisesti matematiikan opetukseen. Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, mikä on TVT:n käytön nykytila matematiikan opetuksessa sekä mitkä asiat ohjaavat matematiikan digitaalista ylioppilaskoetta ja millainen kokeesta on tulossa. Tutkimuksen tavoitteena on tuottaa kehitysehdotuksia matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen sekä siihen, miten TVT:a voitaisiin tehokkaasti integroida matematiikan opetuksessa. Tutkimus toteutetaan kehittämistutkimuksena, jossa ongelma-analyysin pohjalta tarkoituksena on luoda kehittämistuotos, jota koulut ja opettajat voivat tulevaisuudessa käyttää hyödyksi.

Avainsanat: tieto- ja viestintäteknologia, tietotekniikka, matematiikka, opetus, koulutus, oppiminen, digitaalinen ylioppilaskoe, teknologia, integraatio, kehittämistutkimus

Abstract: Nowadays information and communication technology (ICT) has an increasing role in the Finnish primary school and upper secondary school education. Various devices and applications have also brought new opportunities particularly in the teaching of mathematics. The purpose of this thesis is to find out what is the current state of ICT use in

mathematics teaching and what are the things that regulate the digital matriculation exam of mathematics and how is the exam going to be. The aim of the thesis is to produce development suggestions for digital matriculation exam of mathematics and how to effectively integrate ICT into mathematics teaching. The research is carried out as a design-based research where based on a problem analysis the purpose is to create an output that schools and teachers can utilize in the future.

Keywords: ICT, information technology, mathematics, teaching, education, learning, digital matriculation exam, technology, integration, design-based research

Termiluettelo

Abitti	Ylioppilastutkintolautakunnan kurssikoejärjestelmä
BYOD	Bring Your Own Device eli oppilaiden omien laitteiden käyttö oppimisessa
Debian	GNU/Linux-käyttöjärjestelmä
Digitalisaatio	Digitaalisen teknologian yleistymisen arkielämässä
eYO-koulutus	Digitaalisiin ylioppilaskirjoituksiin valmentava täydennyskoulutus lukio-opettajille
LOPS	Lukion opetussuunnitelman perusteet
MAOL	Matemaattisten aineiden opettajien liitto. Tunnettu erityisesti julkaisustaan MAOL-taulukot.
Ohjelmointiympäristö	Ohjelmisto tai alusta, jolla käyttäjä toteuttaa ohjelmaa. Ohjelmointiympäristö voi olla esimerkiksi graafinen tai merkkipohjainen.
OPH	Opetushallitus
POPS	Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet
TVT	Tieto- ja viestintäteknologia
YTL	Ylioppilastutkintolautakunta

Kuviot

Kuvio 1. Kehittämistutkimusta ja opetusalaan käsittelevien tutkimusartikkelien lukumäärät vuosina 2000–2016.	4
Kuvio 2. Kehittämistutkimuksen vaiheet (vrt. Pernaa 2013, 19).	6
Kuvio 3. Tutkimuksen kulku ja vaiheet.	10
Kuvio 4. Didaktinen kolmio matematiikan opetuksen näkökulmasta (Patrikainen 2012, 66).	14
Kuvio 5. Matemaattisen osaamisen säikeet (Kilpatrick ym. 2001, 117).	18
Kuvio 6. Ongelmanratkaisuprosessin kulku helpoissa ja vaativissa tehtävissä (Laine 2013, 8).	25
Kuvio 7. Oppilaan matemaattisen kielentämisen merkitys opettajan ja muiden oppilaiden näkökulmasta (Joutsenlahti 2003, 8).	28
Kuvio 8. Tutkivan matematiikan oppitunnin rakenne opettajan näkökulmasta (Hähkiöniemi 2011, 5–7; Harri ym. 2012, 14–15).	30
Kuvio 9. Esimerkki graafisesta ohjelmointiympäristöstä (Code.org 2017).	37
Kuvio 10. Esimerkkitehtävä epäyhtälön graafisesta ratkaisemista (IXL Learning 2017b). ..	48
Kuvio 11. Esimerkkitehtävä ympyrän graafisesta ratkaisemista (IXL Learning 2017c). ...	48
Kuvio 12. Kyselyyn vastanneiden sukupuolijakauma.	53
Kuvio 13. Kyselyyn vastanneiden työkokemus opettajana.	53
Kuvio 14. Kyselyyn vastanneiden työkokemus lukio-opettajana.	54
Kuvio 15. Ylioppilaskokeen digitalisoinnin aikataulu (YTL 2017a).	74
Kuvio 16. Abitti-koetila langallisesti (Opetus.tv 2017).	80
Kuvio 17. Abitti-koetila langattomasti (Opetus.tv 2017).	81
Kuvio 18. Abitissa käytössä oleva kaavaeditori (Abitti 2017d).	85
Kuvio 19. Tanskan matematiikan ylioppilaskokeen ensimmäisen osuuden tehtävä, jossa on pääteltävä, mitkä kuvaajista ovat erään funktion ja sen derivaattafunktion kuvaajia (Hietakymi 2013, 5).	87
Kuvio 20. Esimerkki piirtotyökalun käytöstä Alankomaiden koejärjestelmässä (Hietakymi 2014, 25).	90
Kuvio 21. Tutkimuksessa toteutettu kehittämistuotos.	94

Taulukot

Taulukko 1. Matematiikan ylioppilaskokeen rakenne vuodesta 2016 lähtien (YTL 2017d).72
--

Sisältö

1	JOHDANTO	1
2	KEHITTÄMISTUTKIMUS	4
2.1	Kehittämistutkimuksen toteuttaminen	5
2.2	Kehittämistutkimuksen haasteet	7
2.3	Kehittämistutkimuksen luotettavuus	8
2.4	Tutkimuskysymykset ja kehittämistutkimuksen rooli tässä tutkimuksessa	10
3	MATEMATIIKAN OSAAMINEN, OPPIMINEN JA OPETTAMINEN	12
3.1	Matematiikan opetuksen didaktinen kolmio	13
3.2	Matematiikan osaaminen ja oppiminen	16
3.3	Oppimisvaikeudet matematiikassa sekä matematiikan opetus	21
3.3.1	Matemaattinen ongelmanratkaisutaito ja sen opettaminen	23
3.3.2	Matematiikan kielentäminen	27
3.3.3	Tutkiva matematiikka	29
4	VAIHE 1: TVT MATEMATIIKASSA – NYKYTILAN KARTOITUS	33
4.1	Tieto- ja viestintäteknologia opetussuunnitelmissa	34
4.2	Tieto- ja viestintäteknologia matematiikan opetuksessa	35
4.2.1	TVT peruskoulun matematiikassa	36
4.2.2	TVT lukion matematiikassa	38
4.3	Tieto- ja viestintäteknologian käyttö muualla	40
4.3.1	TVT:n integroimisen vaikutukset matematiikan opetukseen sekä siihen liittyvät haasteet ja vaatimukset	41
4.3.2	Käyttökelpoisia materiaaleja ja tehtävyytyyppejä matematiikassa	45
4.4	Tieto- ja viestintäteknologia Keski-Suomen lukioissa	50
4.4.1	Yleistä eYO-koulutuksesta	50
4.4.2	eYO-koulutus ja matematiikka	51
4.4.3	Pohdintaa ja johtopäätöksiä kyselyn vastauksista	64
4.5	Vaiheen 1 yhteenveto ja arviointi	69
5	VAIHE 2: MATEMATIIKAN DIGITAALINEN YLIOPIPILASKOE	72
5.1	Matematiikan ylioppilaskokeen digitalisoituminen	74
5.2	Abitti-koejärjestelmä	79
5.2.1	Matematiikka Abitissa	81
5.2.2	Kaavaeditori	83
5.3	Digitaaliset kokeet muualla Euroopassa	86
5.3.1	Pohjoismaat – Tanska ja Norja	86
5.3.2	Muut EU-maat – Alankomaat, Slovakia ja Puola	89
5.4	Vaiheen 2 yhteenveto ja arviointi	90
6	VAIHE 3: MATEMATIIKAN YLIOPIPILASKOKEEN SEKÄ TVT:N INTEGROINNIN KEHITTÄMINEN	94

6.1	Kehitysehdotuksia matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen	94
6.2	Kehitysehdotuksia TVT:n integrointiin matematiikan opetuksessa.....	97
7	YHTEENVETO JA POHDINTA	102
	LÄHTEET	105
	LIITTEET.....	113
A	Lukiomatematiikan pitkän oppimäärän keskeiset sisällöt	113
B	Lukiomatematiikan lyhyen oppimäärän keskeiset sisällöt	118
C	Kysely eYO-koulutusta varten	121
D	eYO-koulutuksen palautekysely	123

1 Johdanto

Teknologialla on nykyään entistä suurempi rooli opetuslalla. Tieto- ja viestintäteknologiset laitteet ja ohjelmistot tulevat yhä kasvavalla tahdilla osaksi ihmisten jokapäiväistä elämää, joka puolestaan pakottaa myös opetuslalla työskentelevät henkilöt integroimaan TVT:a enemmän yhä useampiin oppiaineisiin (Safdar, Yousuf, Parveen & Behlol 2011, 71). Myös Suomessa TVT:a täytyy nykyään enemmän integroida muihin oppiaineisiin, sillä sitä ei tulla vielä vuosiin opettamaan omana oppiaineena muuten kuin valinnaiskurssien muodossa (Opetushallitus 2014a). Peruskoulussa ja etenkin lukiokoulutuksessa TVT:n käytön opettaminen oppilaille on elintärkeää, sillä parin vuoden sisään kaikkien ylioppilaskirjoitusten on tarkoitus muuttua digitaalisiksi (Ylioppilastutkintolautakunta 2017a).

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on ensin selvittää, minkälainen on tieto- ja viestintäteknologian käytön nykytila matematiikan opetuksessa sekä millaisia ajatuksia digitaaliset ylioppilaskokeet ja TVT:n opetuskäyttö herättävät matematiikan opettajissa. Tarkoituksena on myös ottaa selvää siitä, millainen matematiikan digitaalinen ylioppilaskoe tulee Suomessa olemaan sekä mitkä ovat syyt kokeen digitalisoinnille ja mitä haasteita siihen liittyy. Selvitystyöhön pohjautuen tutkimuksen pääasiallisena tavoitteena on luoda kehitysehdotuksia matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen sekä TVT:n tehokkaaseen integrointiin matematiikan opetuksessa.

Tutkimus on tärkeä ja mielenkiintoinen erityisesti sen vuoksi, että tieto- ja viestintäteknologialla on kasvava rooli suomalaisessa perusopetuksessa ja lukiokoulutuksessa. Uudet perusopetuksen (POPS) ja lukion (LOPS) opetuslunnitelmat vaativat, että TVT:a käytetään säännöllisesti ja monipuolisesti jokaisella luokka-asteella sekä miltei kaikissa oppiaineissa (Opetushallitus 2014a; 2015a). Erityisesti matematiikan opetuksessa TVT:lla tulee olemaan tulevaisuudessa erittäin suuri rooli, sillä oppilaiden tieto- ja viestintäteknologinen osaaminen otetaan huomioon myös arvioinnissa (Opetushallitus 2014a).

Erilaisten tutkimusten (esim. Granberg & Olsson 2015; Zengin, Furkan & Kutluca 2012) mukaan tieto- ja viestintäteknologiset sovellukset ovat hyödyllisiä matematiikan opetuksessa, sen oppimisessa sekä erityisesti erilaisten matemaattisten konseptien ymmärtämisessä.

Onkin kokeellisesti todettu, että tieto- ja viestintäteknologiset laitteet ja sovellukset perinteisen opetuksen tukena vaikuttavat tehokkaammin oppilaiden oppimistuloksiin kuin pelkästään perinteinen opetus esimerkiksi liitu- tai tussitaulun avulla. Tämä johtuu muun muassa siitä, että parin viime vuosikymmenen aikana matemaattiset ohjelmistot ovat kehittyneet valtavasti. (Zengin ym. 2012, 183–184.) Tämänkaltaiset rohkaisevat tutkimustulokset tekevät myös tutkimuksesta mielenkiintoisen, sillä on tärkeää, että käytettävissä olevia laitteita ja ohjelmistoja pystytään käyttämään mahdollisimman tehokkaasti hyödyksi.

Tutkimus toteutetaan kehittämistutkimuksena. Opetusalalla kehittämistutkimuksella tarkoitetaan systemaattista, mutta joustavaa tutkimusmetodia, jonka tarkoituksena on parantaa opetusta iteratiivisen analyysin, suunnittelun, kehittämisen sekä toteutuksen kautta (Wang & Hannafin 2005, 6). Pernaan (2013) mukaan kehittämistutkimus aloitetaan tavallisesti ongelmanalyysillä, jossa kartoitetaan kehittämisen tarpeet ja haasteet. Kehittämistutkimuksessa lopputuotoksena on teoria tai malli, joka voidaan muodostaa esimerkiksi kirjallisuutta ja opettajien asiantuntijuutta apuna käyttäen. (emt., 17.) Kehittämistuotoksen tavoitteena on se, että sitä pystytään hyödyntämään autenttisissa olosuhteissa ja sen avulla voidaan tehdä parannuksia koulutuskäytäntöihin (Edelson 2002, 105).

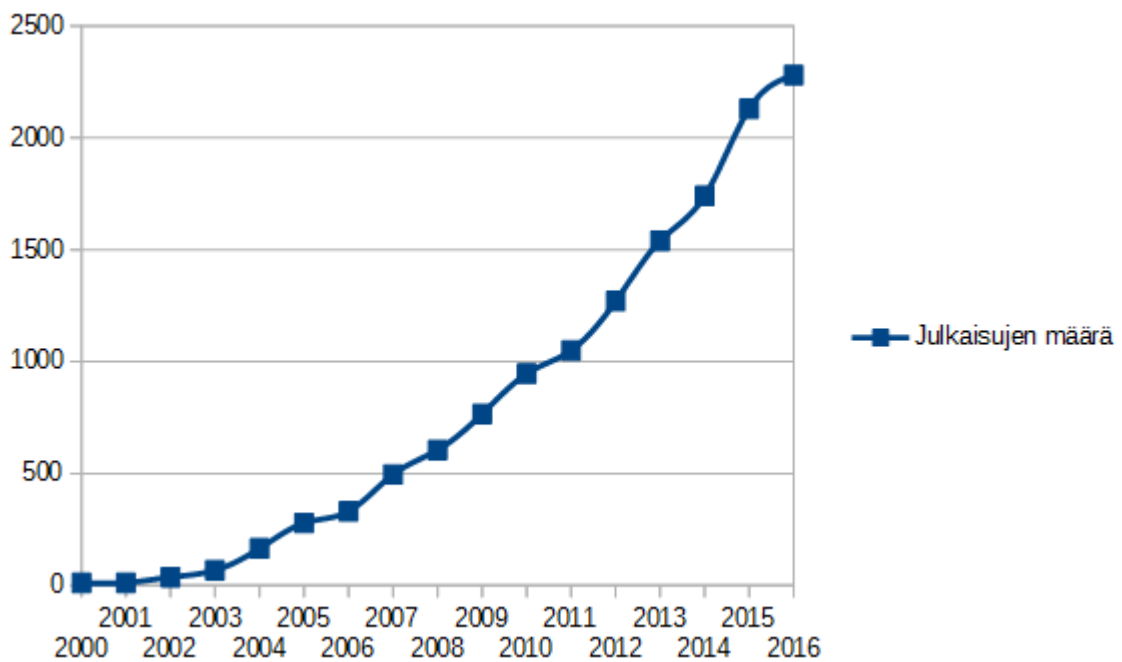
Tutkimusmetodina käytetään kehittämistutkimusta sen vuoksi, että tutkimuksessa halutaan tarjota myös selkeitä kehitysehdotuksia matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen sekä tieto- ja viestintäteknologian käyttöön matematiikan opetuksessa sen sijaan, että tutkimuksessa esiteltäisiin ainoastaan tutkimuksista ja kyselyistä saatuja tuloksia. Tutkimuksessa halutaan siis TVT:n käytön nykytilan lisäksi saada vastaus myös siihen, miten TVT:a voisi tulevaisuudessa integroida paremmin ja tehokkaammin matematiikan opetuksessa sekä miten tämä voidaan tehdä pitäen silmällä ensimmäistä kertaa keväällä 2019 järjestettävää matematiikan digitaalista ylioppilaskoetta. Tähän tarkoitukseen kehittämistutkimus sopii tutkimusmetodiksi hyvin, sillä tutkimuksessa kerättyä aineistoa voidaan hyvin käyttää kehittämistuotoksen suunnitteluun sekä toteuttamiseen.

Tutkimuksen luvussa 2 esitellään ensin tarkemmin käytettävä tutkimusmetodi, jonka jälkeen tutustutaan tutkimuksen teoreettiseen viitekehykseen luvussa 3. Tämän jälkeen tutkimuksen ensimmäisessä vaiheessa (luku 4) syvennytään tarkemmin tieto- ja viestintäteknologian käytön nykytilaan matematiikan opetuksessa ottaen huomioon esimerkiksi suomalaisen pe-

rusopetuksen ja lukiokoulutuksen uudet opetussuunnitelmat. TVT:n käytön nykytilaa pyritään selvittämään myös erilaisia tutkimustuloksia sekä Keski-Suomen lukioiden matematiikan opettajien kokemuksia analysoimalla. Tutkimuksen toisessa vaiheessa (luku 5) tehdään kattava kartoitus matematiikan digitaalisesta ylioppilaskokeesta sekä Ylioppilastutkintolautakunnan (YTL) Abitti-koejärjestelmästä. Toisessa vaiheessa tutkitaan myös muualla Euroopassa järjestettyjä digitaalisia matematiikan kokeita. Tutkimuksen viimeisessä vaiheessa (luku 6) esitellään ensimmäisen ja toisen vaiheen pohjalta toteutettu kehittämistuotos, jota koulut ja opettajat voivat tulevaisuudessa käyttää hyödykseen.

2 Kehittämistutkimus

Tämä tutkimus toteutetaan kehittämistutkimuksena (*engl. design-based research*). Kehittämistutkimus on tutkimusmenetelmänä vielä nuori opetuslalla, sillä ensimmäiset artikkelit alaa koskien julkaistiin vuonna 1992. 1990-luvulla julkaistiin vain muutamia kymmeniä alan artikkeleita, mutta 2000-luvulla tutkimusmenetelmä on tullut tutummaksi ja tutkijat ovat olleet entistä kiinnostuneempia kehittämistutkimuksesta, mikä näkyy esimerkiksi tutkimusartikkelien julkaisumääristä. (Pernaa 2013, 10.) Kuviossa 1 kuvataan Google Scholarissa olevien tieteellisten julkaisujen, joissa mainitaan sanat “design-based research” ja “education”, lukumääriä vuosina 2000–2016. Koska haku on tehty vain edellä mainituilla hakusanoilla, tieteellisten julkaisujen lukumäärät ovat vain suuntaa antavia.



Kuvio 1. Kehittämistutkimusta ja opetuslalaä käsittelevien tutkimusartikkelien lukumäärät vuosina 2000–2016.

Kehittämistutkimuksen syntymiseen ovat vaikuttaneet vahvasti ainakin yleinen halu kehittää opetusta tutkimuslähtöisesti sekä opetuksen tutkimusta kohtaan annettu kritiikki. Myös perinteistä opetusta muovanneet ilmiöt, kuten esimerkiksi tieto- ja viestintäteknologian käytön yleistymisen opetuksessa ovat osaltaan vauhdittaneet opetuksen kehittämiseen tähtäävän tutkimusmenetelmän kehitystä. (Pernaa 2013, 11.) Kehittämistutkimusta on monenlaista, ei-

kä sille voida antaa yksiselittäistä määritelmää. Esimerkiksi Collins, Joseph ja Bielaczyc (2004, 19, 36) korostavat, että kehittämistutkimus on tutkimusmenetelmä, joka edellyttää sekä kvalitatiivista että kvantitatiivista arviointia. Wang ja Hannafin (2005, 6) kuvaavat kehittämistutkimusta systemaattisena, mutta joustavana tutkimusmetodina, jonka tarkoituksena on kehittää opetusta iteratiivisen analyysin, suunnittelun, kehityksen ja toteutuksen kautta. Juuti ja Lavonen (2006, 59) puolestaan lähestyvät kehittämistutkimusta pragmaattisesta näkökulmasta, jossa yhdistyvät toiminta ja teoria. Heidän mukaan kehittämistutkimuksella on kolme ominaisuutta: 1) kehittämisprosessi on pääasiassa iteratiivista, 2) kehittämisprosessi tähtää tuotokseen, joka auttaa opettajia ja oppilaita ymmärrettävämpään opettamiseen ja oppimiseen sekä 3) kehittämisprosessi tuottaa uudenlaista tietoa opetuksesta ja oppimisesta. Nämä kolme ominaisuutta muodostavat yhdessä ”pyrkimyksen”, jota kutsutaan kehittämistutkimukseksi.

Tässä luvussa käsitellään tarkemmin kehittämistutkimuksen teoriaa. Luvussa syvennyttään kehittämistutkimuksen toteutuksen eri vaiheisiin sekä siihen, miten näitä vaiheita sovelletaan tässä tutkimuksessa. Luvun tarkoituksena on myös tarkastella kehittämistutkimukseen liittyviä haasteita sekä arvioida sen luotettavuutta tutkimusmenetelmänä.

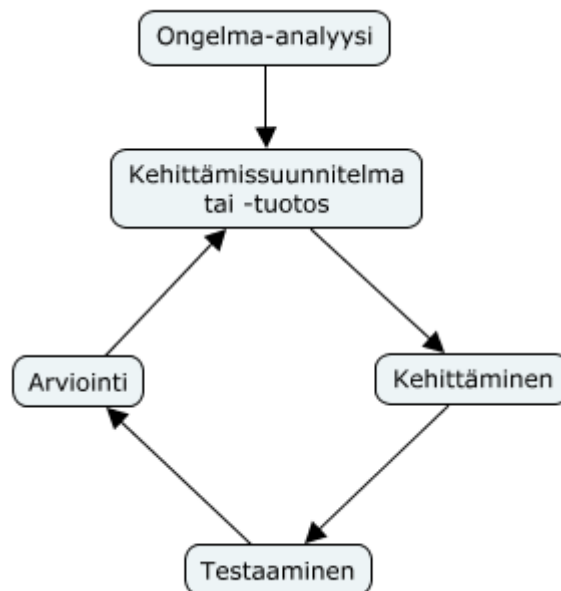
2.1 Kehittämistutkimuksen toteuttaminen

Kehittämistutkimuksessa kehityksen kohdetta tutkitaan tavallisesti todellisissa olosuhteissa hyödyntäen tutkimukseen osallistuneita kehittämisprosessissa, joten se eroaa perinteisistä tutkimusmenetelmistä, joissa tarkoituksena on käsitellä tutkimukseen osallistuneita puhtaasti koehenkilöinä sekä mitata tiettyjä muuttujia. Kehittämistutkimustilanne on luonteeltaan avoin, jolloin mitattavia muuttujia on enemmän kuin esimerkiksi perinteisessä kvantitatiivisessa tutkimuksessa. (Pernaa 2013, 17.) Kehittämistutkimuksessa tarkasteluun voi sisältyä esimerkiksi jokin tietty tapahtumapaikka tai opetusmenetelmä (Collins ym. 2004, 19).

Kehittämisprosessilla tarkoitetaan päätöksien tekemistä, joissa otetaan huomioon kehittämiselle asetetut tavoitteet sekä siihen liittyvät rajoitteet. Kehittämisprosessissa määritellään aina seuraavat asiat: 1) miten kehittämisprosessissa edetään, 2) mitä tarpeita ja mahdollisuuksia kehittämisprosessissa käsitellään ja 3) millaiseen lopputulokseen päädytään. (Edelson

2002, 108.) Vaiheiden kuvaukset ja lukumäärät vaihtelevat lähteestä riippuen, mutta edellä mainitut vaiheet ovat aina osana kehittämistutkimusta.

Pernaan (2013) mukaan kehittämistutkimus aloitetaan aina ongelma-analyysillä, jonka tarkoituksena on kartoittaa kehittämisen tarpeet, mahdollisuudet sekä haasteet. Ongelma-analyysin tekeminen on kehittämistutkimuksessa välttämätöntä, sillä tarve kehittämiselle tulee olla lähtöisin jostain todellisesta ongelmasta. Tällainen tarveanalyysi voidaan toteuttaa empiirisenä (esim. kyselylomake), teoreettisena (esim. kirjallisuuskatsaus) tai näiden kahden yhdistelmänä. Kehittämistutkimuksessa tutkimustietoon nojautuvan teoreettisen viitekehyksen muodostaminen on kuitenkin tärkeää, sillä kehittämistuotosta ja muita johtopäätöksiä täytyy pystyä perustelemaan aiemman tutkimustiedon avulla. Kun selvillä on selkeät kehittämistavoitteet, laaditaan niiden perusteella kehittämissuunnitelma tai -tuotos, jota tavallisesti kehitetään jatkuvasti tutkimuksen edetessä. Tämä kehitys tapahtuu kehittämissykleissä, jotka voidaan tutkimuksesta riippuen suorittaa pienessä tai suuressa mittakaavassa. Kehittämissykli muodostuu tavallisesti kehittämis-, arviointi- ja raportointivaiheista, joiden pohjalta kehittämistuotosta kehitetään iteratiivisesti. (emt., 17.) Kehittämistutkimuksen vaiheita on havainnollistettu myös kuviossa 2.



Kuvio 2. Kehittämistutkimuksen vaiheet (vrt. Pernaa 2013, 19).

2.2 Kehittämistutkimuksen haasteet

Kehittämistutkimukseen liittyy myös monia haasteita. Vaikka kehittämistutkimuksen etuja ylistetään monissa tutkimuksissa, on se saanut osakseen myös paljon kritiikkiä (Anderson & Shattuck 2012, 18). Barab ja Squire (2004, 10) toteavat, että kun tutkija on tiiviisti mukana käsitteellistämässä, suunnittelussa, kehittämisessä, toteutuksessa sekä pedagogisten lähestymistapojen arvioinnissa, haasteena on tuottaa uskottavia ja luotettavia väitteitä ilman ennakkokäsitysten vaikutusta. Anderson ja Shattuck (2012, 18) kuitenkin toteavat, että tutkijan tietämys kehittämistutkimuksen aiheesta toimii myös luotettavuutta lisäävänä tekijänä, mutta tutkijan tulee silti muistaa olla objektiivinen tutkimusta tehdessään. Tämä kuitenkin johtaa usein siihen, että tutkija asettaa itsensä sekä puolestapuhujan että kriitikon rooliin (The Design-Based Research Collective 2003, 7).

Yhtenä haasteena kehittämistutkimuksessa on myös tutkimuksen rajaaminen, minkä tekee vaikeaksi tutkimusmenetelmälle ominainen jatkuva kehitys (Anderson & Shattuck 2012, 18). Koska yksi kehittämistutkimus tavallisesti käsittelee useita kehittämis- ja suunnittelusyklejä, voi tutkimuksen kokonaiskesto venähtää jopa vuosien mittaiseksi. Näin pitkäkestoisen produktiivisen yhteistyön ylläpitäminen tutkimukseen osallistuvien (esim. opettajien ja oppilaiden) kanssa voi olla hankalaa. (The Design-Based Research Collective 2003, 7.) Pernaan (2013, 20) mukaan kehittämistutkimukseen kuuluu usein suuri määrä tutkimusaineistoa eri lähteistä, joten niiden analysointi tekee myös kehittämistutkimuksen rajaamisesta vaikeaa sekä pitkittää raportointiprosessia. Toisaalta monia onnistuneita esimerkkitapauksia kehittämistutkimuksista on toteutettu juurikin pitkällä aikavälillä (The Design-Based Research Collective 2003, 7).

Ongelmaksi opetusalan kehittämistutkimuksissa muodostuu myös itse opetuksen ja oppimisen tutkiminen sekä niiden kehittäminen. Esimerkiksi yksittäisessä testissä oppimista on hankala mitata, sillä monet muuttujat voivat vaikuttaa opettamiseen ja oppimiseen, jonka vuoksi yleistyksiä on hankala tehdä (Collins ym. 2004, 18; Perna 2013, 20). Tällaisia voivat olla esimerkiksi opetettava aihe, vireystilat, tapahtuman ainutlaatuisuus sekä muut aikaan ja paikkaan liittyvät muuttujat. Saatuja tuloksia voi olla hankala purkaa ja raportoida, sillä kaikkia muuttujia on mahdoton ottaa tasapuolisesti huomioon (The Design-Based Research Collective 2003, 7). Nämä seikat tutkijan tulee ottaa huomioon kehittämisprosessissa, lopul-

lisessa kehittämistuotoksessa sekä sen arvioinnissa. Vaikka kehittämistutkimus antaa paljon käyttökelpoista tietoa tutkijalle, on tutkijan tehtävänä käyttää se tarkoituksenmukaisesti, sillä käyttökelpoinenkin tieto ei tee monimutkaisia opetukseen liittyviä haasteita yksinkertaisiksi (The Design-Based Research Collective 2003, 7).

2.3 Kehittämistutkimuksen luotettavuus

Kehittämistutkimuksen luotettavuutta on Pernaan (2013) mukaan usein kritisoitu eri tutkijoiden toimesta, osittain luvussa 2.2 käsiteltyjen ongelmakohtien vuoksi. Tavallisesti tutkimuksen luotettavuutta voidaan arvoida validiteetin ja reliabiliteetin avulla. Validiteetilla tarkoitetaan tutkimuksen pätevyyttä eli että tutkimuksessa tutkitaan sitä, mitä on pitänytkin tutkia. Reliabiliteetti puolestaan tarkoittaa tutkimustuloksien luotettavuutta sekä niiden toistettavuutta. Käsitteet ovat kuitenkin kehittyneet kvantitatiivisen tutkimuksen maailmassa, joten niitä ei voida täysin soveltaa kehittämistutkimukseen, joka sisältää tavallisesti myös kvalitatiivisia osuuksia. (Perna 2013, 18.) Kvalitatiivisten tutkimusten luotettavuutta arvioidaan yleensä Lincolnin ja Guban (1985) kehittämän luokittelun avulla, jossa arvioidaan tutkimuksen uskottavuutta, siirrettävyyttä, luotettavuutta sekä vahvistettavuutta (vrt. Perna 2013, 20). Kehittämistutkimuksen luotettavuutta on hankala analysoida, mutta sitä voidaan arvioida vertailemalla esimerkiksi The Design-Based Research Collectiven (2003, 5) kehittämistutkimuksen ominaispiirteitä Lincolnin ja Guban (1985) luokittelumalliin (ks. myös Perna 2013, 20):

- Kehittämisen täytyy olla kokonaisvaltaista, jolloin tuloksena saadaan malleja, teorioita sekä “prototeorioita” (uskottavuus ja siirrettävyys).
- Kehittäminen ja tutkiminen pitää sisällään useita kehittämis-, analysointi- sekä suunnittelusyklejä (uskottavuus, luotettavuus ja vahvistettavuus).
- Kehittämisen tulee johtaa teorioihin, joita opettajat ja muut koulutusta kehittävät voivat käyttää (siirrettävyys).
- Tutkimuksessa tulee selvittää se, miten kehittämistuotos soveltuu autenttiseen opetusympäristöön (siirrettävyys, luotettavuus ja vahvistettavuus).
- Kehittämisprosessin vaiheet täytyy dokumentoida tarkasti (luotettavuus ja vahvistettavuus).

Kehittämistutkimusta arvostelevien mielestä sen heikkoutena on sen kvalitatiivinen luonne sekä pienet otoskoot, jolloin se ei anna todenmukaista käsitystä perusjoukosta, kuten esimerkiksi laadukkaat kvantitatiiviset tutkimukset tekevät (Pernaa 2013, 20). Edelson (2002, 118) kuitenkin toteaa, että kehittämistutkimuksen vahvuus on juuri siinä, että se tuottaa yleistettäviä, laajoja sekä selitysvoimaisia teorioita, joita ei perinteisillä empiirisillä menetelmillä pystyisi tuottamaan. Kehittämistutkimus on monimenetelmäinen tutkimusmenetelmä (*engl. mixed methodology*), jossa voidaan hyödyntää sekä kvalitatiivisen että kvantitatiivisen tutkimuksen piirteitä (Collins ym. 2004, 19; Pernaa 2013, 21). Monimenetelmäisessä tutkimuksessa etuna on se, että kvalitatiivisia havaintoja voidaan tukea kvantitatiivisten mittausten avulla, jolloin tutkimuksesta tulee luotettavampi ja tutkimuksen kohteesta saadaan laaja kokonaiskuva (Pernaa 2013, 21). Edelsonin (2002, 105) mukaan kehittämistutkimuksen vahvuus kumpuaa sen käytännöllisyydestä, sillä se tuottaa käytännönläheisiä teorioita, joita voi soveltaa suoraan autenttisissa olosuhteissa ja se antaa tutkijoille mahdollisuuden tehdä välittömiä parannuksia koulutuskäytäntöihin.

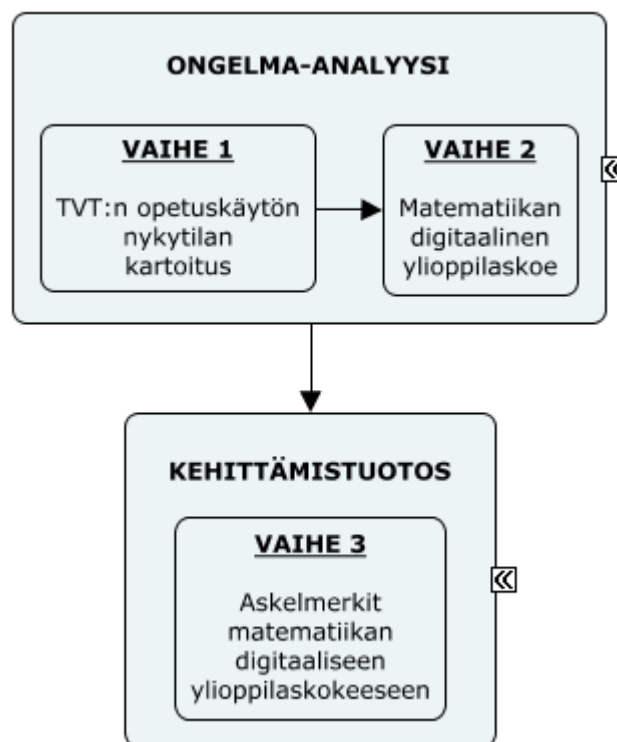
Kehittämistutkimuksen luotettavuutta voidaan parantaa triangulaation avulla, eli hyödyntämällä eri aineistoja, teorioita ja näkökulmia tutkimuksessa. Luotettavuutta vahvistaa myös kehittämissyklien lisääminen sekä kehittämisprosessin tarkka dokumentointi ja raportointi. (Pernaa 2013, 21–22.) Pernaa (2013) toteaa tutkimuksessaan, että laadukkaan kehittämistutkimuksen tärkein osa on kokonaisvaltaisen ongelma-analyysin tekeminen. Tällainen voidaan saavuttaa monipuolisella kehitysryhmällä, sillä ryhmänä kehitystarpeiden kokonaisvaltaisen kartoittaminen on helpompaa. Suurempi kehitysryhmä pystyy myös testaamaan kehittämissuunnitelmaa yksityiskohtaisemmin, jolloin kehittämistuotoksesta tulee uskottavampi ja siirrettävämpi. (emt., 22.) Arvioidessa kehittämistutkimuksen luotettavuutta, on kuitenkin syytä pitää mielessä, että tutkimusmenetelmä on vielä hyvin nuori ja siihen liittyy monia ratkaisemattomia kysymyksiä, joihin tullaan saamaan vastauksia tutkimusperinteen vahvistuttua (Barab & Squire 2004, 12).

2.4 Tutkimuskysymykset ja kehittämistutkimuksen rooli tässä tutkimuksessa

Tutkimusta ohjaavat seuraavat kolme päätutkimuskysymystä:

1. Millainen on tieto- ja viestintäteknologian käytön nykytila matematiikan opetuksessa?
2. Mitkä asiat ohjaavat keväällä 2019 järjestettävää matematiikan digitaalista ylioppilaskoetta ja millainen kokeesta on tulossa?
3. Miten matematiikan digitaalista ylioppilaskoetta voitaisiin kehittää ja miten digitalisoituminen voidaan ottaa huomioon matematiikan opetuksessa?

Tämän kehittämistutkimuksen kulkua ja vaiheita esitellään kuviossa 3.



Kuvio 3. Tutkimuksen kulku ja vaiheet.

Kehittämistutkimuksen ensimmäinen vaihe aloitettiin ongelma-analyysillä, jossa selvitettiin tieto- ja viestintäteknologian opetuskäytön nykytilaa matematiikan opetuksessa. Analyysissä lähdettiin liikkeelle kyselylomakkeesta matematiikan opettajille, jonka pääpainona oli kartoittaa opettajien asenteita TVT:n opetuskäyttöä ja digitaalisia ylioppilaskokeita kohtaan se-

kä sitä, miten ja minkälaisia opetusmenetelmiä hyödyntämällä opettajat ovat tällä hetkellä ottaneet TVT:a mukaan omaan opetukseensa. Kyselyn pohjalta järjestettiin Keski-Suomen lukiomatematiikan opettajille digitaalisiin ylioppilaskirjoituksiin valmentava koulutus. Koulutuksessa käyty keskustelu kouluttajien ja opettajien välillä sekä koulutuksesta saatu palaute toimivat myös osana kehittämistutkimuksen ongelma-analyysia. TVT:n nykytilan selvitykseen otettiin myös olennaiseksi osaksi mukaan opetussuunnitelmat, muualla maailmassa matematiikan opetuksessa käytetyt TVT-ratkaisut sekä internet-tehtävämateriaaleja, joita ei toistaiseksi ole vielä digitaalisissa kokeissa Suomessa nähty.

Ennen varsinaista kehittämistuotoksen toteuttamista tutkimuksessa oli myös selvitettävä, millainen matematiikan digitaalinen ylioppilaskoe tulee ylipäätään olemaan Suomessa. Tutkimuksen toisessa vaiheessa keskityttiin erityisesti tähän sekä siihen, millaiset määritykset ja muut syyt ohjaavat matematiikan kokeen digitalisointia. Myös digitaalisten kokeiden osalta selvitystyö ulottui Suomen ulkopuolelle, kun erilaisia raportteja tutkimalla pyrittiin ottamaan selvää muista Euroopassa järjestettävistä digitaalisista matematiikan kokeista sekä käytössä olevista koejärjestelmistä.

Kehittämistuotos tai -malli toteutettiin kahden ensimmäisen vaiheesta kerättyä tietoa analysoimalla. Kehittämisessä oleellisessa osassa oli myös matemaattiseen osaamiseen, oppimiseen sekä opettamiseen keskittyvä tutkimuksen teoreettinen viitekehys, jonka avulla kehittämistuotoksessa esiin tulleita asioita perusteltiin. Lopullisessa tuotoksessa pyrittiin ottamaan huomioon niin opettajien ja oppilaiden asenteet sekä osaaminen kuin käytettävät välineet ja sovelluksetkin. Vaikka kehittämistutkimuksessa toteutetun mallin testaaminen todellisessa opetustilanteessa on yleensä suositeltavaa, tässä tutkimuksessa kehittämistuotoksen empiiristä testaamista ei suoritettu. Tähän syynä olivat mm. se, että ylioppilaskokeeseen verrattavaa autenttista koetilannetta on käytännössä mahdotonta järjestää, eikä muunlaisenkaan digitaalisen kokeen järjestämiseen ryhdytty resurssien puutteen ja tutkimuksen rajaamisen vuoksi. Digitaaliseen kokeeseen liittymättömät kehittämistuotoksen osat puolestaan ovat lähinnä kehitysehdotuksia pitkällä tähtäimellä, jolloin niiden testaaminen lyhyellä aikavälillä on mahdotonta.

3 Matematiikan osaaminen, oppiminen ja opettaminen

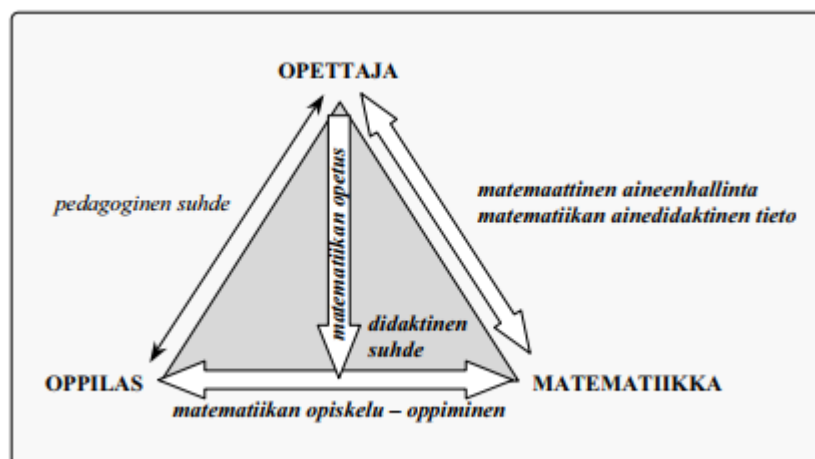
Matematiikan opetuksen pääasiallisena tehtävänä on opetussuunnitelmassa esitettyjen tavoitteiden saavuttaminen ja tämä on päämäärä, johon tähtäävät sekä opettajat että oppilaat (Patrikainen 2012, 62). Matematiikan opetuksen luonnetta voidaan tarkastella useasta eri näkökulmasta ja näkemykset siitä, kuinka matematiikkaa tulisi opettaa, ovat vaihdelleet historian saatossa. Käsitteet vaihtelevat kuitenkin myös sen mukaan, että puhutaanko edellä mainitusta opetussuunnitelman mukaisesta opetuksesta, jonka yhteiskunta on ikään kuin määritellyt "ihanteelliseksi" vai opetustodellisuudesta, joka ilmenee tälläkin hetkellä kouluelämässä. Yleisen käsityksen mukaan suomalaisessa matematiikan opetuksessa noudatetaan melko perinteisiä opetustyyliä, vaikka opettajat ja opetuksen tutkijat ovat tuoneet esille, että matematiikan opetuskäytänteiden muuttaminen olisi tarpeellista. (emt., 85.) Millä tavalla matematiikan opetusta tulisi siis päivittää, jotta se ottaisi kaikki matemaattisen osaamisen osa-alueet ja kaikenlaiset oppijat huomioon unohtamatta kuitenkaan sitä, millaisia vaatimuksia opetussuunnitelmat asettavat matematiikan opetukselle? Ensin tulee selvittää, mistä osista matemaattinen osaaminen koostuu, minkälaisia käsityksiä oppimisesta sovelletaan matematiikan opetukseen sekä mitä asioita opettajien tulisi ottaa huomioon, jotta heidän opetuksensa olisi laadukkaampaa.

Monet saattavat ajatella, että matematiikka ja sen osaaminen on vain laskurutiinia sekä erilaisten kaavojen pyörittämistä. Tämä on kuitenkin vain yksi pieni osa-alue matematiikassa. Matematiikka on oppiaineena kumuloituva, eli siinä uusi oppi kasautuu vanhan osaamisen päälle. Jotta oppiminen ja uusien asioiden hallitseminen olisi helpompaa, on matematiikassa laskurutiinien ja kaavojen lisäksi hyvä ymmärtää myös se, mitä tehdään ja miksi. (Kailanto 2007.) Tässä luvussa perehdytään erityisesti matematiikan osaamiseen, oppimiseen sekä opettamiseen. Aluksi luvussa lähdetään liikkeelle siitä, mitä matematiikan opetus on didaktisesta näkökulmasta katsottuna. Tämän jälkeen puretaan osiin matemaattinen osaaminen sekä tarkastellaan tarkemmin mitä vallitsevat oppimiskäsitykset sanovat siitä, mitä oppiminen on ja miten matematiikkaa voi oppia. Lopuksi luvussa pureudutaan vielä tarkemmin matematiikan opetukseen ja pyritään antamaan tutkitusti hyviä keinoja siihen, miten opetuksesta saadaan tehokkaampaa erityisesti oppilaiden ja oppimisen näkökulmasta katsottuna.

3.1 Matematiikan opetuksen didaktinen kolmio

Opetus voidaan määritellä kolmenvälisenä suhteena, jonka tekijöihin kuuluvat opettaja, opetettava eli oppilas sekä opetettava asia (Passmore 1980, 22). Patrikaisen (2012) mukaan näiden kolmen tekijän ympärille kiteytyy perinteisesti opetukseen liittyvä teoria ja tutkimus. Kaikkeen opetukseen sisältyy oleellisesti opetettava sisältö, jonka luonteesta, alkuperästä ja hyödyntämistavoista opetus vaatii tietoa. Opetukseen kuuluu myös oppija, jolle edellä mainittua sisältöä tarjotaan. Oppijan persoonallinen kehittyminen sekä oppimisprosessista huolehtiminen ovat opetuksen tärkeimpiä tehtäviä. Opetusprosessista vastuussa on opettaja, joka toimii eräänlaisena tietoa välittävänä siltana oppijan ja opetettavan sisällön välillä. Tällaiseen kolmen tekijän välisen suhteeseen perustavaan käsitykseen opetuksesta yhdistetään useimmiten ns. didaktinen kolmio. Didaktisessa kolmiossa kolmion kärkipisteet edustavat kolmea tekijää: opettajaa, oppilasta ja opetettavaa sisältöä. Kolmiossa oppilas edustaa kasvua, kehitystä sekä oppimisen ja sosiaalisen toiminnan näkökulmaa. Opettajalla puolestaan tarkoitetaan kaikkea opettajankoulutuksen sekä opettajan ajattelun ja toiminnan välillä. Opetettava sisältö tuo mukaan opetussuunnitelman sekä siihen liittyvän ainesisällön, mutta myös muuta opetuksen kontekstia. Didaktista kolmiota pidetään hyvänä tapana ilmaista opetuksen moniulotteista kokonaisuutta havainnollistavalla tavalla sekä hyödyntäen erilaisia tulkintoja. Didaktisessa kolmiossa kaikki tekijät ovat keskenään samanarvoisia, joten sen kärkipisteitä ja niiden välisiä suhteita voidaan halutessa pyörittää millä tavalla tahansa. Tietyn opetustapahtuman kannalta oleellista on se, miten didaktinen kolmio toimii kokonaisuutena, sen kärkipisteitä ja niiden välisiä suhteita tarkastellaan tutkimuksissa yleensä pareittain. (emt., 59–61.) Kuviossa 4 esitellään didaktinen kolmio nimenomaan matematiikan opetuksen näkökulmasta. Tällainen versio kolmiosta esiintyy yleensä skandinaavisissa ja erityisesti suomalaisissa tulkinnoissa didaktisesta kolmiosta.

Oppilaan ja sisällön välisessä suhteessa oleellista on opiskelu ja oppiminen. Patrikaisen (2012, 62) mukaan opiskeleminen on oppilaan tehtävä, eikä näin ollen opetus itsessään laadusta huolimatta johda välttämättä oppimiseen. Opiskelemisella tarkoitetaan oppilaan aktiivista, tietoisesti tapahtuvaa ja tavoitteellista toimintaa, joka havaitaan opetustapahtuman kuluksa. Oppiminen puolestaan on passiivista, yleensä tiedostamatonta ja se tapahtuu oppilaan päällä sisällä, joten sitä ei voi nähdä ulkoisesti. Oppilaan ja sisällön välinen suhde esiintyy siis



Kuvio 4. Didaktinen kolmio matematiikan opetuksen näkökulmasta (Patrikainen 2012, 66).

ulkopuolisille näkyvänä opiskeluna sekä näkymättömänä oppimisena ja tässä näkemyksessä esille nousee oppilaan oma toiminta oppimisen aikaansaamisen keskeisenä merkityksenä.

Opettajan ja sisällön välisessä suhteessa korostuu aineenhallinta ja ainedidaktinen tieto eli tässä tapauksessa matemaattinen osaaminen. Patrikainen (2012, 62–63) toteaa, että toisin kuin oppilaan näkökulmasta katsottuna, opettajan tapauksessa sisältö ei pidä sisällään vain opetussuunnitelmassa esiintyvää sisältöä, vaan sillä viitataan myös didaktiikkaan, tarkemmin ainedidaktiseen sisältöön tai pedagogiseen sisältötietoon. Oleellista opettajan ja sisällön välisessä suhteessa on siis opettajan riittävän monipuolinen asiantuntemus niin sisällöllisesti kuin opetuksellisestikin.

Opetustapahtuman ollessa käynnissä opettajan ja oppilaan suhde voidaan jakaa kahdeksi eri suhteeksi: pedagogiseksi ja didaktiseksi suhteeksi. Pedagogisella suhteella tarkoitetaan opettajan ja oppilaan välillä olevaa henkilösuhdetta ja didaktisella suhteella opettajan ja oppilaan toiminnan eli opiskelun suhdetta. (Patrikainen 2012, 63.) van Manen (1994, 142–145) luonnehtii pedagogista suhdetta seuraavilla kolmella ominaisuudella:

1. Pedagoginen suhde on persoonallinen, eikä sitä voi harjoitella, sillä se syntyy itsestään opettajan ja oppilaan välillä.
2. Pedagoginen suhde on tarkoituksellinen, jossa opettajalla on kaksisuuntainen tarkoitus: oppilaasta välittäminen sellaisena kuin hän on nyt sekä suhteessa siihen, millaiseksi hän voi tulla.

3. Pedagogisessa suhteessa opettajan tulee koko ajan olla ns. tilanteen päällä, tulkita oppilaan kokemuksia sekä ennakoida niitä tilanteita, joissa oppilas voi ottaa itsenäisemmin vastuuta.

Pedagogisessa suhteessa kuitenkin myös oppilaalla on vastuu. Oppilaalta vaaditaan omistautumista, avoimuutta ja luottamusta opettajaa kohtaan sekä myönteistä suhtautumista opettajan tarkoitukseen ohjata oppilaan kasvua ja kehitystä (van Manen 1994, 144). Patrikaisen (2012, 65) mukaan pedagoginen suhde liittyy koulussa aina vahvasti opetussuunnitelman kontekstiin. Kun oppilaiden toimintaa aletaan ohjaamaan opetussuunnitelman tavoitteiden ja opettajan omien pedagogisten taitojen mukaisesti, syntyy didaktinen suhde. Käytännössä siis didaktisella suhteella tarkoitetaan suhdetta toiseen suhteeseen: ensin on näkyvänä opiskeluna ja näkymättömänä oppimisena ilmenevä oppilaan ja opetettavan sisällön välinen suhde ja toiseksi opettajalla on suhde oppilaan ja sisällön väliseen suhteeseen ja tätä kautta opettajalla on suhde myös oppimiseen. Tähän oppilaan ja sisällön välisen suhteen eli opiskelun ohjaamiseen kiteytyykin koko opettajan ammatin ydin didaktisessa mielessä, sillä opetussuunnitelmissa esiintyvien tavoitteiden täyttäminen on koko opetus-opiskelu-oppimisprosessin tarkoitus. Jokainen opettaja päättää itse siitä, miten opiskelua ohjaa, josta seuraa, että jokaisen opettajan didaktiikka on persoonallinen. Tällöin didaktista suhdetta ei mitenkään voi toteuttaa vain yhdellä tapaa tai tiettyjä ohjeita noudattaen.

Patrikainen (2012, 65) toteaa, että vaikka didaktista kolmiota pidetään hyvänä tapana havainnoida opetuksen moniulotteisuutta, on se saanut osakseen myös kritiikkiä siitä, että se ei täysin huomioi opetuksen tarkoituksellista luonnetta eikä sen kontekstisidonnaisuutta. Didaktisesta kolmiosta puuttuu myös opetuksen yhteiskunnallinen kytkös ja joissain tutkimuksessa kolmiota onkin laajennettu kolmen tekijän sijasta neljän tekijän muodostamaksi kokonaisuudeksi. Esimerkiksi Patrikainen (2012, 310–314) esittelee tutkimuksessaan omana mallinaan didaktisen tetraedrin, jossa neljäntenä tekijänä opettajan, oppilaan ja sisällön lisäksi on “elämänpiirin” käsite, joka pitää sisällään oppituntien ja -sisällön lisäksi kaikki muut koulumaailman kokemukset sosiaalisia suhteita myöten.

3.2 Matematiikan osaaminen ja oppiminen

Kailanto (2017) jakaa matemaattisen tiedon kahteen eri osa-alueeseen: proseduraaliseen tietoon ja konseptuaaliseen tietoon. Proseduraalisella tiedolla tarkoitetaan matemaattisia keinoja, joilla ratkaistaan matemaattisia ongelmia ja suoritetaan laskutoimituksia, eli taitoa käyttää erilaisia algoritmeja ja operaatioita matematiikan opiskelussa. Proseduraalisen tiedon käyttäminen automatisoituu säännöllisellä laskurutiinin harjoittelulla. Konseptuaalinen tieto pitää sisällään matemaattisten käsitteiden ja periaatteiden sekä näiden keskinäisten suhteiden ymmärtämisen ja kyvyn soveltaa niitä erilaisissa asiayhteyksissä. Tällainen tieto oppilaalla kasvaa vähitellen sisäistämällä matematiikkaan liittyviä käsitteitä sekä niiden merkityksiä omien päättely- ja ajatteluprosessien lopputuloksena, eikä konseptuaalista tietoa näin ollen voi oppia ulkoa opettelemalla.

Matematiikan osaamista tarkastellessa on hyvä ymmärtää, että proseduraalinen ja konseptuaalinen tieto kulkevat käsi kädessä. Toisin sanoen matematiikkaan oleellisesti liittyvän laskutaidon ja sen kehittämisen kanssa yhtä tärkeää kehittää matemaattista ajattelua sekä matemaattisten käsitteiden ymmärrystä (Kailanto 2017). Matemaattista osaamista voidaan arvioida eri tavoilla ja osaaminen voidaan jakaa useampaan tasoon. Yrjönsuuri (2002, 140–143) jakaa matemaattisen osaamisen viiteen eri osaamistasoon seuraavasti:

1. **Rakenteeton tieto:** puutteellista tietoa ja epäjohdonmukaista toimintaa, eikä oppilas kykene sisäistämään matemaattista ajattelua, jota tehtävän ratkaisemiseen tarvitaan.
2. **Yksirakenteinen tieto:** ratkaisussa on jokin asiaankuuluva osatieto, mutta ratkaisu on muuten virheellinen tai puutteellinen ja oppilaan on hankala ymmärtää tehtävää kokonaisuudessaan.
3. **Monirakenteinen tieto:** ratkaisu muodostuu monista irrallisista, mutta johdonmukaisista palasista. Ratkaisuihin päätökset ovat joskus enneaikaisia ja valikoivia, mutta ratkaisut ovat pääasiallisesti oikeita ja lyhyissä tehtävissä ratkaisut ovat usein virheettömiä.
4. **Konkreettisten yleistysten tietämisen taso:** ratkaisuihin käytetään yleensä kaikkia tai suurinta osaa asiaankuuluvista tiedoista ja oppilas pystyy yhdistämään ajatuksia ja käsitteitä tehtävään liittyvässä kontekstissa sekä muotoilemaan ongelmatilanteen ja ratkaisun kokonaisuutena.

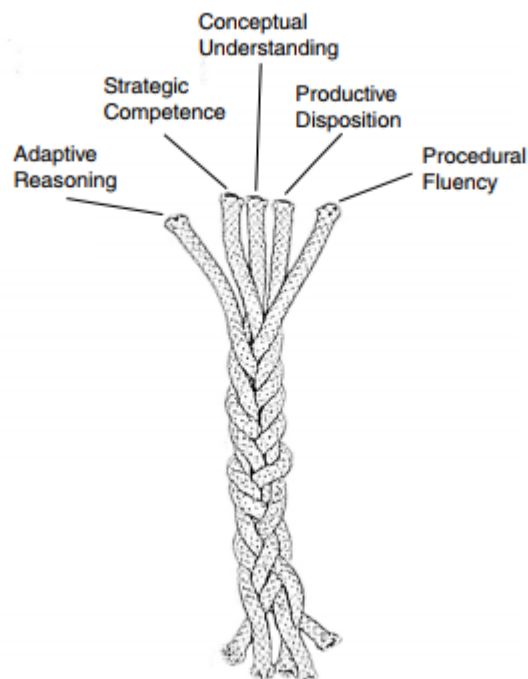
5. **Abstraktin ajattelun käyttämisen taso:** oppilaalla on laaja ymmärrys käsiteltävistä aiheista, hän pystyy ajattelemaan abstraktisti ja osaa hyödyntää ratkaisussa tehtävänannosta puuttuvia oletuksia, vastaesimerkkejä sekä uutta tietoa. Oppilas kykenee kehittämään yhdelle ongelmalle monia erilaisia ratkaisuvaihtoehtoja.

Muutama vuosikymmen sitten vielä ajateltiin, että matemaattinen osaaminen tarkoittaa sitä, että tehtävät ratkaistaan nopeasti ja virheettömästi. 80- ja 90-luvuilla matemaattista osaamista alettiin ajattelemaan suurempana kokonaisuutena ja tänä päivänä matematiikan osaamiseen vaaditaan esimerkiksi päättelykykyä, ongelmanratkaisutaitoja, matemaattisten käsitteiden ja asioiden yhdistämistä sekä kykyä keskustella matematiikasta muiden ihmisten kanssa. (Kilpatrick, Swafford & Findell 2011, 115.) Matemaattinen osaaminen mielletään monimuotoiseksi kokonaisuudeksi ja siihen vaikuttaa moni asia. Kuten jo todettu, kaikki oppilaat eivät ole matematiikassa yhtä hyviä ja matemaattisia osaamistasoja on monenlaisia (Yli-Sikkilä 2014, 15; Kailanto 2017). Kuitenkin itse matemaattinen osaaminen voidaan myös jakaa eri osa-alueisiin. Kilpatrick ym. (2001, 116) kuvaavat matemaattista osaamista paksuna köytenä, jossa viisi säiettä ovat kietoutuneet toistensa ympärille. Tämä köysi tarvitsee kaikki viisi säiettä, jotta se olisi vahva ja niin myös matemaattinen osaaminen koostuu viidestä eri asiasta, jotka kaikki hallitsemalla oppiminen on sujuvaa. Kuvioista 5 voidaan nähdä Kilpatrickin ym. (2001, 117) kuvaama matemaattisen osaamisen köysi.

Matemaattisen osaamisen säikeet eivät siis ole itsenäisiä, vaan niitä kaikkia tarvitaan, jotta matemaattinen osaaminen olisi hyvällä tasolla (Kilpatrick ym. 2001, 116). Joutsenlahti (2005, 96) on suomentanut matemaattisen osaamiseen liittyvät käsitteet seuraavasti:

1. **Mukautuva päättely** (*engl. adaptive reasoning*): kyky ajatella, reflektoida, selittää ja todistaa loogisesti.
2. **Strateginen kompetenssi** (*engl. strategic competence*): formuloinnin, esittämisen ja matemaattisten ongelmien ratkaisemisen taito.
3. **Käsitteellinen ymmärtäminen** (*engl. conceptual understanding*): kyky ymmärtää matemaattisia käsitteitä, operaatioita ja relaatioita.
4. **Yritteliäisyys** (*engl. productive disposition*): ominaisuus, jolla nähdään matematiikka luontaisesti järkevänä, hyödyllisenä ja arvokkaana tieteenä yhdistettynä oppilaan uskoon hänen omiin kykyihinkin sekä siihen, että ahkeruudella on merkitystä.

5. **Proseduraalinen sujuvuus** (*engl. procedural fluency*): kyky käyttää erilaisia proseduureja joustavasti, huolellisesti, tehokkaasti ja tarkoituksenmukaisesti.



Kuvio 5. Matemaattisen osaamisen säikeet (Kilpatrick ym. 2001, 117).

Matemaattisen osaamisen kokonaisuus muodostuu siis tietämyksestä, taidoista, kyvyistä sekä oppilaan omista uskomuksista ja nämä piirteet ovat toisistaan riippuvia (Kilpatrick ym. 2001, 116–118). Kilpatrick ym. (2001, 129) toteavat, että mukautuva päättely matematiikassa on kuin punainen lanka, joka ohjaa oppimista ja pitää kaiken koossa. Tärkeimpiä mukautuvan päättelyn ilmentymiä on taito perustella omat valintansa ja tekemisensä riittävän hyvin (Joutsenlahti 2005, 98). Strateginen kompetenssi pitää sisällään kaikki matemaattiseen ongelmanratkaisuun liittyvät asiat ja se ilmenee matemaattisten tietojen, taitojen ja proseduurien tarkoituksenmukaisena soveltamisena (Kilpatrick ym. 2001, 124; Joutsenlahti 2005, 98). Käsitteellinen ymmärtäminen puolestaan koostuu matematiikan ymmärtämisestä sekä käsitteiden ja matemaattisten ongelmien ratkaisemisesta ja sisäistämisestä. Käsitteellisesti ymmärtävä oppilas hallitsee siis matematiikan konseptuaalisen tiedon ja siihen liittyvät prosessit (Yli-Sikkilä, 16; Joutsenlahti 2005, 97). Yritteliäisyys on ominaisuus, joka muodostuu muiden matemaattisen osaamisen osa-alueiden kautta, sillä mikäli oppilas kehittää neljää muuta osa-aluetta, on hänen uskottava, että matematiikka on ymmärrettävää ja että hän

voi sitä oppia (Kilpatrick ym. 2001, 131). Yli-Sikkilän (2014, 17) mukaan proseduraalinen sujuvuus tarkoittaa käytännössä matematiikan laskemisen sujuvuutta, jossa on tärkeää, että erilaiset laskutoimitukset tehdään oikein ja tehokkaasti valitsemalla paras ratkaisumenetelmä. Proseduraalisella sujuvuudella tarkoitetaan myös matematiikan proseduraalisen tiedon ja siihen liittyvien prosessien hallintaa (Joutsenlahti 2005, 98).

Matemaattisen osaamisen kehittyminen on pitkä prosessi, johon liittyy olennaisesti oppiminen ja opiskelu. Oppiminen käsitetään oppilaan sisällä tapahtuvana prosessointina, kun taas opiskelulla tarkoitetaan oppilaan ulkoista prosessointia (Hihnala 2005, 26; Patrikainen 2012, 62). Hihnala (2005, 26) toteaa, että oppilaiden on tärkeä oppia arvostamaan matematiikkaa, uskoa omiin kykyihinsä käyttää sitä sekä oppia ilmaisemaan ajatuksensa matematiikan avulla. Yli-Sikkilä (2014) toteaa, että oppiakseen ja ymmärtääkseen matemaattisia osa-alueita, oppilaat tarvitsevat paljon aikaa ja harjoitusta. Tutkimusten mukaan oppilaat oppivat parhaiten tekemällä sopivan haasteellisia tehtäviä riittävästi. Myös kotitehtävien tekemisen on tutkittu ylläpitävän ja syventävän oppilaan matemaattisia taitoja. (emt., 17–18.) Oppiminen on siis opiskelun seurauksena tapahtuvaa kehitystä.

Opetuksen tavoitteena on, että oppilas oppii ne asiat, joita oppitunneilla käsitellään. Koska matematiikan oppiminen on kumulatiivista, korostuu oppimisessa ennestään olemassa olevien ja uusien matemaattisten tietojen ja taitojen vuorovaikutus. Jotta oppilaan oppiminen olisi tehokasta, täytyy oppilaan ottaa vastuuta omasta opiskelusta, määrittää tavoitteita opiskelulle sekä osallistua oman opiskelun suunnitteluun. (Leppäaho 2007, 21.) Nykyään maailmassa vallitsee monia eri käsityksiä siitä, mitä on oppiminen, miten oppilas oppii ja mitkä asiat tähän vaikuttavat. Näitä käsityksiä kutsutaan oppimiskäsityksiksi. Ryynäsen (2002, 11) mukaan luokkatilassa tehdyistä asioista heijastuvat opettajien omat oppimiskäsitykset. Toisaalta tätä kautta oppilas muodostaa kuvaa itsestään oppijana sekä pyrkii selvittämään, mikä hänen roolinsa on tiedon prosessoijana. Matematiikan oppimisesta puhuttaessa kahdeksi keskeiseksi oppimiskäsitykseksi ovat muodostuneet behavioristinen ja konstruktivistinen oppimiskäsitys.

Behavioristinen oppimiskäsitys perustuu ajatukseen tiedon siirtämisestä: tieto ajatellaan siis valmiina pakettina, jonka opettaja siirtää eteenpäin oppilalle (Tynjälä 1999, 29–31). Tähän ajatukseen liittyy vahvasti englantilaisen filosofin John Locken ajatus siitä, että oppilaan

mieli on kuin tyhjä taulu (*lat. tabula rasa*), johon eri kokemukset piirtyvät. Behaviorismissa oppiminen onkin ikään kuin tiedon kopiointia. Opettajalla ja hänen käyttämällä oppimateriaalilla on behavioristisen oppimiskäsityksen mukaan tehtävänä siirtää tieto oppilaalle mahdollisimman selkeästi, jotta oppilas voi omaksua tiedon juuri sen esitysmuodossa. Matemaattikka ajatellaan absoluuttisena tietokokonaisuutena, jonka sisällön pystyy jakamaan hallittavaksi tehtäväjönoksi sekä opittaviksi faktoiksi. (Leppäaho 2007, 21–22.) Toisaalta tiedetään, että tieto muuttuu, mutta tiedon rakenteen muodostaminen ei itsessään muutu, vaan tiedon palasia korvataan tarvittaessa uusilla (Ryynänen 2002, 12). Leppäahon (2007) mukaan behavioristisessa oppimiskäsityksessä ei niinkään olla kiinnostuneita siitä, mitä oppilaat ymmärtävät ja minkälainen merkitys opitulla asialla on oppilaalle, vaan mielenkiinto kohdistuu siihen, mitä oppilaat osaavat. Behaviorismin heikkous onkin siinä, etteivät oppilaat välttämättä ymmärrä tuottamaansa, joka seuraa matemaattisten tietojen ja taitojen rutiinituotannon painottamisesta. (emt., 22.) Toisaalta peruslaskutaitojen oppimisessa behavioristinen oppimiskäsitys on todettu hyvin toimivaksi, koska matematiikassa tähdätään ennen kaikkea laskennalliseen sujuvuuteen (Rauste-von Wright & von Wright 1995, 113; Perkkilä 2002, 21–22).

Konstruktivistisessä oppimiskäsityksessä kokemukset, joiden parissa oppilas työskentelee, muodostavat oppimisen ytimen. Erilaisten kokemusten pohjalta oppilas rakentaa ja muokkaa käsityksiään. Hyvä oppimisympäristö mahdollistaa sen, että oppilas oppii ja ymmärtää opettavat asiat. Asioiden ymmärtäminen voidaan havaita tapahtuneeksi silloin, kun oppilas kykenee perustelemaan ja soveltamaan tietoa, jota hän on oppinut. (Rauste-von Wright & von Wright 1995, 117–118, 124; Ryynänen 2002, 12.) Konstruktivismissa tietoja ja ajattelutapoja ei siis siirretä opettajan toimesta oppilaalle, vaan oppilaan täytyy konstruoida itse hänelle tarjottava tieto (Ryynänen 2002, 13). Leppäahon (2007) mukaan konstruointiprosessi vastaa oppimisprosessia, jossa oppilas jäsentää informaatiota ja yhdistää sen jo aikaisemmin opittuun tietoon. Esimerkiksi behavioristiseen oppimiskäsitykseen verrattaessa konstruktivistisessä oppimiskäsityksessä siis asioiden ymmärtäminen on keskeisemmässä roolissa, sillä siinä korostetaan uuden tiedon kytkemistä vanhaan ja aikaisemman tietovaraston hyödyntämistä uusien asioiden ymmärtämiseksi. (emt., 23.) Jos konstruktivistista oppimiskäsitystä sovelletaan matematiikan opetukseen, ei riitä, että opettajalla on hallussa matemaattinen käsitteistö, vaan hänen tulee huomioida myös oppilaan kyky jäsentää oppimaansa tietoa (Rauste-von Wright & von Wright 1995, 160–161). Konstruktivismissa on myös useita

eri suuntauksia. Esimerkiksi Tynjälä (1999, 39) jakaa konstruktivismin yksilökonstruktivismiin, jossa korostuu yksilöllinen tiedonmuodostus sekä sosiaaliseen konstruktivismiin, jossa keskitytään tiedon sosiaaliseen konstruointiin ja tarkastellaan sosiaalisia, vuorovaikutuksellisia ja yhteistoiminnallisia prosesseja. Nämä suuntaukset ovat suomalaisessa opetuksessa ja oppimisessa keskeisessä roolissa etenkin matematiikan ja muiden luonnontieteiden osalta.

Teknologian ja internetin kehityksen myötä maailmassa oleva tiedon määrä on kasvanut hurjaa vauhtia ja tämän kehityksen myötä tietoa on myös yhä helpommin saatavilla. Leppäahon (2007, 24) mukaan tästä syystä tiedon omaksuminen ja oppiminen ei enää olekaan ainoa tärkeä asia, vaan tietoa pitää pystyä myös valikoimaan, jäsentämään, analysoimaan sekä arvioimaan kriittisesti. Tällaisesta “oppimaan oppimisesta” onkin tullut tällä vuosituhannella koulutuksessa hyvin keskeinen tavoite. Uusien asiasisältöjen oppimisen ohella tärkeää on myös tiedonhaku eri menetelmiä hyväksi käyttäen sekä lähdekriittisyys. Maailman jatkuva kehittyminen ja tällaiset uudenlaiset tavoitteet oppimisessa ovat osaltaan muokanneet ja kehittäneet myös vallitsevia oppimiskäsityksiä.

3.3 Oppimisvaikeudet matematiikassa sekä matematiikan opetus

Matemaattisen ajattelun kehittäminen sekä yleisimmin käytettyjen ratkaisumenetelmien ja matemaattisten käsitteiden oppiminen ovat tärkeitä tehtäviä matematiikan opetuksessa. Myös oppilaan luovan ja täsmällisen ajattelun kehittäminen ovat hyvän matematiikan opetuksen piirteitä ja oleellista opetuksessa on se, että oppilasta ohjataan itse löytämään ja käsittelemään ongelmia sekä keksimään niihin ratkaisuja. (Edu.fi 2017.) Vaikka tutkimusten perusteella voidaan tarkkaan erotella, mistä matemaattinen osaaminen ja oppiminen koostuu sekä mikä on oleellista matematiikan opetuksessa, ovat matemaattiset oppimisvaikeudet suomalaisissa koululaitoksissa arkipäivää.

Kailannon (2017) mukaan matemaattisiksi oppimisvaikeuksiksi ei niinkään mielletä esimerkiksi monimutkaisten matemaattisten taitojen puuttumista, vaan lähinnä vaikeuksia peruslaskutaitojen oppimisessa. Peruslaskutaitojen ohella matemaattisten ongelmien ratkaisemiseen vaaditaan erilaisia taitoja, kuten esimerkiksi loogista päättelyä ja aikaisemmin opittujen tietojen yhdistämistä uusiin. Kun ongelmia esiintyy edellä mainituissa asioissa, ei kyse ole

enää matemaattisista oppimisvaikeuksista. Matemaattiset oppimisvaikeudet voivat esiintyä monella tapaa. Voi esimerkiksi olla mahdollista, että yhtenä päivänä oppilas kykenee suorittamaan tietyn tehtävän, mutta toisena päivänä oppilas ei tässä enää onnistu. Joskus puolestaan oppilas voi pystyä ratkaisemaan vaikeankin tehtävän sujuvasti, mutta joidenkin yksinkertaisten tehtävien ratkaiseminen voi tuottaa ongelmia. Yleensä kuitenkin matemaattiset oppimisvaikeudet esiintyvät vaikeutena ymmärtää peruslaskutoimituksia, kuten esimerkiksi kertotauluja ja muita matemaattisia operaatioita. Ongelmat matematiikassa voivat johtua siitä, että peruslaskutoimitusten omaksumiseen tarvitaan enemmän aikaa ja opetusta, mutta muuten matemaattinen ajattelu sekä matemaattisten käsitteiden ymmärtäminen on hyvällä tasolla. Joillekin puolestaan matemaattisen kielen ymmärtäminen on haastavampaa, jolloin sanallisten selitysten ja monimutkaisten laskujen välivaiheita on hankala seurata. (emt.) Matematiikalle keskeisiä asioita, joiden oppimisessa, ymmärtämisessä ja muistamisessa oppilaille on ongelmia, kutsutaan matematiikan solmukohdiksi (Ikäheimo 2017). Ikäheimon (2017) mukaan perusopetuksessa yleisiä matematiikan solmukohtia ovat mm. yhtäsuuruuden käsite, lukujonot, murto- ja prosenttikäsite, pituus ja muut perussuureet, looginen ajattelu sekä peruslaskutoimitukset yhteen- ja vähennyslaskuista alkaen.

Martion (2004) mukaan matematiikan ymmärtäminen ilman vankkaa perustusta matematiikasta ja matemaattisen ajattelun harjoittelua ei ole mahdollista. Matematiikassa laskimien ja tietokoneiden yleistyminen sekä aktiivinen käyttö on johtanut ymmärrettävästi siihen, ettei esimerkiksi suuria lukuja käsitteleviä laskutoimituksia enää lasketa päässä. Se ei kuitenkaan tarkoita sitä, että päässä suoritettavien laskujen tarve olisi millään tapaa vähentynyt. Peruslaskutoimitusten harjoittelun tarkoituksena ei ole harjaantua mekaanisesti suoritettavien laskutehtävien ratkaisemiseen, vaan syventyä tarkemmin lukujen suuruussuhteisiin ja erilaisten laskutoimitusten ominaisuuksiin. (emt., 2–3.) Perinteisten laskutoimitusten sujuva hallinta on myös osa suurempaa matemaattiseen ongelmanratkaisutaitoon liittyvää kokonaisuutta. Oppilaille usein on matemaattisten ongelmien ratkaisemiseen tarvittavia tietoja ja taitoja, mutta he eivät joko käytä niitä tai pääse niihin käsiksi silloin, kun niitä tarvitaan. Oppilaat tulisi siis ohjata tekemään oikeanlaisia valintoja matemaattisessa ongelmanratkaisussa sekä pohtimaan tietoisesti omaa ajatustyötään. (Laine 2013, 4.) Tässä tutkimuksessa tutustutaan tarkemmin muutamaan erilaiseen matematiikan opetukseen liittyvään käsitteeseen tai menetelmään ja näitä ovat matemaattinen ongelmanratkaisutaito ja sen opettaminen,

matematiikan kielentäminen eli verbalisointi sekä tutkiva matematiikka.

3.3.1 Matemaattinen ongelmanratkaisutaito ja sen opettaminen

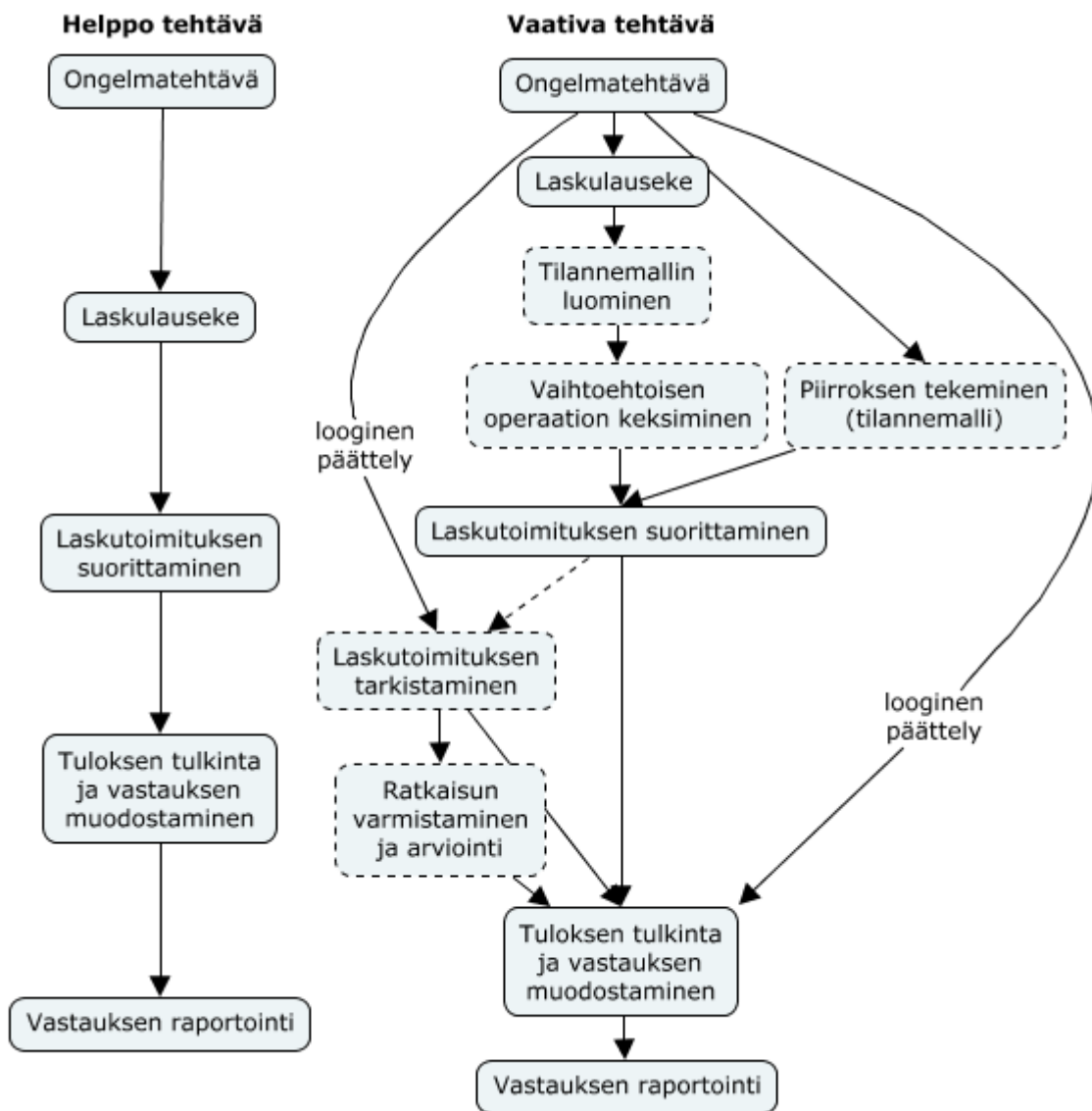
Matemaattinen ongelmanratkaisu on todella tärkeässä asemassa matemaattisen osaamisen ja lahjakkuuden kehittämisessä (Yli-Sikkilä 2014, 18). Anghilerin (2005, 148) mukaan joissakin tutkimuksissa on jopa todettu, että ongelmanratkaisu on koko matematiikan sydän. Ongelmakeskeisyys mahdollistaa oppilaiden ajattelun ja luovuuden monipuolisen kehittämisen (Laine 2013, 4). Ongelmanratkaisu voidaan määritellä monella eri tavalla, mutta yleisesti ongelmanratkaisulla tarkoitetaan oppilaan ajatteluprosessia. Matemaattisella ongelmanratkaisulla voidaan tarkoittaa esimerkiksi prosessia, jossa oppilas yrittää selvittää ja ratkaista matemaattisen tiedon soveltamista vaativaa ongelmaa. (Leppäaho 2007, 42–44.) Matemaattista ongelmanratkaisua on myös arkielämässä vastaantulevat haasteet, joissa vaaditaan matemaattisen tiedon hyödyntämistä (Anghileri 2005, 149). Laine (2013, 4) toteaa, että arkiajat- telun käyttämistä matematiikan tehtävissä pidetään nykyään usein jopa haitallisena. Yleensä kuitenkin matematiikka koetaan hyödyllisenä juuri silloin, kun sitä voidaan soveltaa arkielä- män ongelmatilanteissa.

Ongelmanratkaisutehtävät voidaan luokitella useisiin eri kategorioihin. Leppäaho (2007) ja- kaa ongelmanratkaisutehtävät sanallisiin, numeerisiin ja geometrisiin tehtäviin. Matemati- kassa sanallisissa tehtävissä ongelma ratkaistaan laskulauseketta, apukuvaa tai näitä mo- lempia apuna käyttäen. Numeeristen tehtävien ratkaisuun vaaditaan puolestaan numeerista päättelykykyä ja erilaisia geometrisia muotoja havaitsemalla ja kaavoja soveltamalla löyde- tään ratkaisu geometrisiin ongelmiin. (emt., 39.) Ongelmanratkaisutehtävät voidaan luoki- tella myös avoimiin ja suljettuihin tehtäviin. Yli-Sikkilä (2014, 20) toteaa, että avoimissa tehtävissä yleensä niiden alku- tai lopputilannetta ei ole määritelty tarkasti ja ongelmissa voi usein olla enemmän kuin yksi oikea ratkaisu. Suljetuissa tehtävissä puolestaan alku- ja lop- putilanteet ovat tarkasti määritelty ja niillä ei voi olla useita oikeita ratkaisuja. Suurin osa matematiikan oppikirjoissa olevista tehtävistä on juurikin suljettuja tehtäviä.

Yli-Sikkilän (2014) mukaan todellisten ongelmanratkaisutehtävien teettäminen on tutkitus- ti melko harvinaista ja varsinkaan sanalliset ongelmanratkaisutehtävät eivät ole opettajien,

eikä itseasiassa oppilaidenkaan suosiossa. Tämä koetaan melko ongelmalliseksi, sillä ns. tavallisia tehtäviä laskemalla oppilaat haastetaan vain ratkaisemaan tehtävät mekaanisesti jollain tietyllä laskutyylillä, kun taas ongelmanratkaisutehtävissä oikean vastauksen saaminen ei välttämättä ole tärkeintä, vaan itse ongelmanratkaisuprosessi. (emt., 20–21.) Syitä ongelmaratkaisutehtävien teettämättä jättämiselle on monia. Opettajien mielestä ongelmanratkaisutehtävät ovat liian vaikeita oppilaille, ne vievät liikaa aikaa tai niitä ei ole tarpeeksi oppikirjoissa, joten opettajien täytyisi etsiä tai teettää tehtävät itse. Jotkut ovat jopa sitä mieltä, että ongelmanratkaisutehtävät ovat vain matemaattisesti lahjakkaita oppilaita varten. (emt., 21.) Leppäahon (2007, 134) mukaan opettajien on vaikea innostua ongelmanratkaisusta ja sen opettamisesta, koska on hankala löytää valmista ja suunnitelmallisesti etenevää ongelmanratkaisupakettia. Tämän vuoksi ongelmanratkaisutaitoja ei usein edes koulussa opeteta ja tällöin ongelmanratkaisutehtävät jäävät vain nopeasti laskevien oppilaiden eduksi.

Ongelmanratkaisutehtävät voivat olla erilaisia ja niitä voidaan ottaa monella tapaa mukaan opetukseen. Anghileri (2005, 150) toteaa, että ongelmanratkaisutehtävien tulisi olla käytännönläheisiä, yhteistyötä vaativia sekä oppilaan matemaattisesta osaamisesta riippumattomia. Yli-Sikkilä (2014, 21) korostaa myös tehtävän kiinnostavuutta, jotta oppilaalla riittää motivaatio sen ratkaisemiseen. Vaikka tehtävällä olisi useampia ratkaisuja, täytyy ongelman itsessään olla selkeä ja yksiselitteinen. Oppilaiden monipuoliselle ongelmanratkaisutaitojen käyttämiselle ei myöskään pitäisi olla esteitä. Anghilerin (2005) mukaan ongelmanratkaisuja tehdessä opettajan tehtävänä on auttaa oppilaita tekemään omia ratkaisupolkuja, joiden avulla he pääsevät haluttuun lopputulokseen. Tällä tavalla oppilaat oppivat itsenäisesti ratkaisemaan matemaattisia ongelmia, mutta he saavat silti opettajalta apua, mikäli he sitä tarvitsevat. (emt., 163.) Tärkeää onkin lähteä liikkeelle siitä, millä tavoin matemaattisia ongelmia voidaan ratkaista. Konkreettisen materiaalin kuten piirrosten ja taulukoiden käyttäminen auttaa ongelmanratkaisutehtävien teossa, mutta oppilaat eivät kuitenkaan näitä käytä, ellei sitä heiltä vaadita erikseen. Yleensä oppilaat vilkaisevat ongelmaa ja päättävät nopeasti, mitä laskutoimituksia käyttämällä he tehtävän ratkaisevat, eivätkä he välttämättä edes harkitse muita ratkaisuvaihtoehtoja, vaikka minkäänlaista edistystä tehtävän ratkaisemisessa ei tapahtuisi. Tällä tavalla oppilaiden ongelmanratkaisutapa jää hyvin pinnalliseksi. (Laine, 2013, 4.) Kuviossa 6 esitetään, miten Laine (2013, 8) näkee ongelmanratkaisuprosessin kulun helppossa ja vaativassa matematiikan tehtävässä.



Kuvio 6. Ongelmanratkaisuprosessin kulku helppoissa ja vaativissa tehtävissä (Laine 2013, 8).

Laine (2013, 7) kiteyttää ongelmanratkaisun opettamisen tärkeät asiat seuraavasti:

- **Tehtävän ratkaiseminen osissa** – Luetaan tekstiä ja pysähdytään, kun vastaan tulee uusi tieto.
 - Mietitään, onko tieto tarpeellinen ratkaisun kannalta?
 - Poimitaan tarpeelliset tiedot.
 - Luetaan tarkkaan kerätyt tiedot ja kysymys.

- Kuvailaan tilanne omin sanoin.
- Arvioidaan ennen laskemista.
- **Piirros** – Kannustetaan oppilaita tekemään mallikuva aina, kun se on mahdollista.
 - Tutkitaan erilaisia tapoja mallintaa tehtävä.
 - Pohditaan sitä, millainen malli auttaa tehtävän ratkaisemisessa? Hyvä malli näyttää selkeästi kaikki tehtävänannossa olevat tiedot.
- **Lauseke lopuksi** – Vaikka oppilas ei ole saanut tehtävästä oikeaa ratkaisua, on hän voinut ymmärtää tehtävän oikein. Osissa ratkaiseminen ja piirros kertovat opettajalle, mitä oppilas on ymmärtänyt oikein.
 - Mietitään, millä muulla tavalla saman laskun voisi laskea ja harjoitellaan eri strategioita.
- **Kannustava arviointi** – Annetaan oppilaalle pisteitä onnistumisista, vaikka tehtävän ratkaisu ei oikein olisikaan.

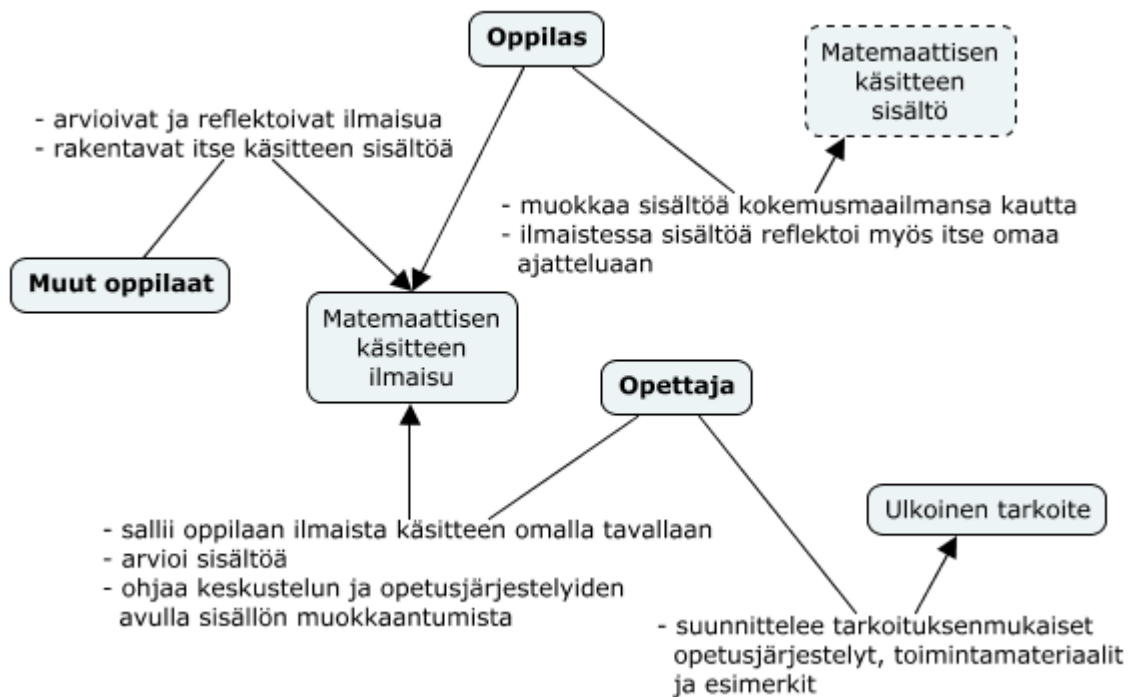
Yli-Sikkilä (2014, 25) toteaa, että ongelmaratkaisuprosessissa opettajan tehtävänä on vain ohjata oppilaita. Tärkeimpiä asioita ohjauksessa on ongelmanratkaisuprosessissa siirtyminen vaiheesta toiseen. Opettajan tulee toimia mallina oppilaille ja näyttää itse, kuinka ongelmatilanteet ratkaistaan, vaikka optimaalisessa tilanteessa oppilaat löytävät itse ratkaisun tehtävään. Leppäahon (2007) mielestä opettajien tulee kuitenkin olla varovaisia siinä, etteivät he anna liian paljon vinkkejä oppilaille. Tällöin on vaarana, että oppilaan ei tarvitse käyttää ollenkaan omaa pohdintaa tehtävän ratkaisuun. Ohjaus ei kuitenkaan saa olla myöskään liian vähäistä, koska tällöin oppilas saattaa ajatella, ettei opettaja opeta häntä, jolloin hän kokee epäonnistuneensa. (emt., 96.) Yli-Sikkilän (2014, 26–27) mukaan olisi hyvä, jos oppilaat saisivat käyttää ongelmanratkaisussa apuna myös tieto- ja viestintäteknologisia laitteita sekä kokea niiden hyödyllisyys ja erilaiset matemaattiset ideat tätä kautta. Näveri, Ahtee, Laine, Pehkonen ja Hannula (2012, 84) toteavat, että myös pari- ja ryhmätyöskentelyn todetaan olevan suositeltua, koska tällä tavoin oppilaat oppivat puhumaan ongelmanratkaisu-tehtävistä, niihin sovellettavista menetelmistä ja omista ajatusmalleistaan. Koska ongelmanratkaisutaitojen kehitys on myös itsessään tietynlainen oppimisprosessi, on tärkeää, että opettajat antavat tilaisuuksia oppilaiden ajattelun kehittämiseen ja omien ajatustensa ilmaisuun sekä huomioivat oppilaiden matemaattisten kykyjen lähtötason (Näveri ym. 2012, 97).

3.3.2 Matematiikan kielentäminen

Matematiikan ylioppilaskirjoituksissa Ylioppilastutkintolautakunta toivoo oppilaiden esittävän ratkaisunsa siten, että tekijän ajatteluprosessi paljastuu lukijalle. Oppilailta odotetaan, että he pystyvät myös matematiikan kokeessa ilmaisemaan itseään monipuolisesti ja tämä edellyttää sitä, että matemaattisen kielen lisäksi oppilaat käyttävät ratkaisuisissa kuvioita ja luonnollista kieltä tarkoituksenmukaisesti. (Joutsenlahti 2010, 3.) Joutsenlahden (2010, 4) mukaan peruskoulussa matematiikan tehtävien ratkaisu pitää sisällään lausekkeen muodostamisen, laskutoimituksen, tuloksen mielekkyyden pohtimisen sekä lopullisen vastauksen kirjoittamisen. Matematiikan oppikirjat peruskoulussa eivät rohkaise oppilaita käyttämään mallikuvia tai luonnollista kieltä esittäessään ratkaisuja tehtäviin. Kuitenkin lukion matematiikan oppikirjoissa käytetään monipuolisesti matematiikan kieltä, luonnollista kieltä sekä kuvakieltä. Matemaattisen ajattelun eli matemaattisen tiedon prosessoinnin ilmaisemista kielen avulla suullisesti tai kirjallisesti kutsutaan matematiikan kielentämiseksi eli verbali-soinniksi.

Matematiikan kielentämisellä on tärkeä rooli matematiikan oppimisessa (Leppäaho 2007, 97). Joutsenlahti (2003) toteaa, että oppilaan ajattelun jäsentely helpottuu matematiikan kielentämisellä ja toisaalta sen avulla oppilas tekee omaa ajatteluaan myös muille näkyväksi (emt., 1). Tällöin myös opettajat ymmärtävät paremmin oppilaitaan, sillä kaikkein lähimäksi opettaja pääsee oppilaan ajattelua juuri silloin, kun oppilas kertoo ajatuksistaan omin sanoin. Tämä on hyväksi pedagogiselle suunnittelulle, sillä tältä pohjalta opettaja pystyy uusimaan opetusjärjestelyt ja antamaan oppilaalle mahdollisuuden muokata ja kehittää mentaalimalliaan. (emt., 7, 10.) Kuviossa 7 voidaan nähdä, miten Joutsenlahti (2003, 8) kuvaa oppilaan matemaattisen kielentämisen merkitystä opettajan ja muiden oppilaiden näkökulmasta.

Nykyään kuitenkin vain osa oppilaista pääsee oppitunneilla kielentämään omaa matemaattista ajatteluaan opettajalle ja muille oppilaille, koska luokkakoot ovat niin suuria. Tästä syystä opettajien olisi hyvä ohjeistaa oppilaitaan selittämään tehtävien ratkaisujaan vaihe vaiheelta myös kurssivihkoon. Omaan vihkoon tehdessään oppilas voi esimerkiksi jäsentää vastauksiaan pienien väliotsikoiden avulla. Väliotsikoiden tekeminen auttaa myös muille oppilaille esitettävissä ratkaisuisissa, koska tällöin ratkaisua on helpompi seurata, kun oppilas pääsee



Kuvio 7. Oppilaan matemaattisen kielentämisen merkitys opettajan ja muiden oppilaiden näkökulmasta (Joutsenlahti 2003, 8).

lisäksi itse perustelemaan ratkaisunsa. Samalla oppilaat kykenevät jäsentämään omaa ajattelua, jolloin kielen kautta muihin tietoyksiköihin verkottunut tieto voi muuttua konseptuaaliseksi. (Joutsenlahti 2003, 8.) Kielentämisprosessi helpottaa myös opettajan arviointityötä (Joutsenlahti 2010, 3,5).

Matematiikkaa voidaan kielentää hyvin myös teknologiapainotteisessa ympäristössä. Joutsenlahti (2003, 9–10) toteaa, että kurssilla, jossa laskutoimitukset ja symbolisen laskennan hoiti matemaattinen laskentaohjelma, oli nähtävissä, että oppilaiden ymmärrys matemaattisista käsitteistä kasvoi ajattelun jäsentelyn tuloksena. Kyseisellä kurssilla oppilaat saivat kirjoittaa ratkaisut tehtäviin erilaisten kertomusten muodossa niin, että oma ratkaisumenetelmä kielennettiin suoritettavien laskutoimitusten väliin. Lupaavilta vaikuttavien tutkimustuloksien lisäksi myös oppilaat itse pitivät matematiikan kielentämistä hyödyllisenä. Joutsenlahden (2010, 3, 13–14) mukaan oppilaiden mielestä matematiikan tunneilla pitäisi järjestelmällisesti opettaa kirjallisen kielentämisen malleja ja erityisesti niille oppilaille, jotka ovat hyviä ilmaisemaan ajattelunsa luonnollisen kielen avulla, tulisi antaa mahdollisuus hyödyn-

tää vahvuuksiaan myös koulumatematiikassa.

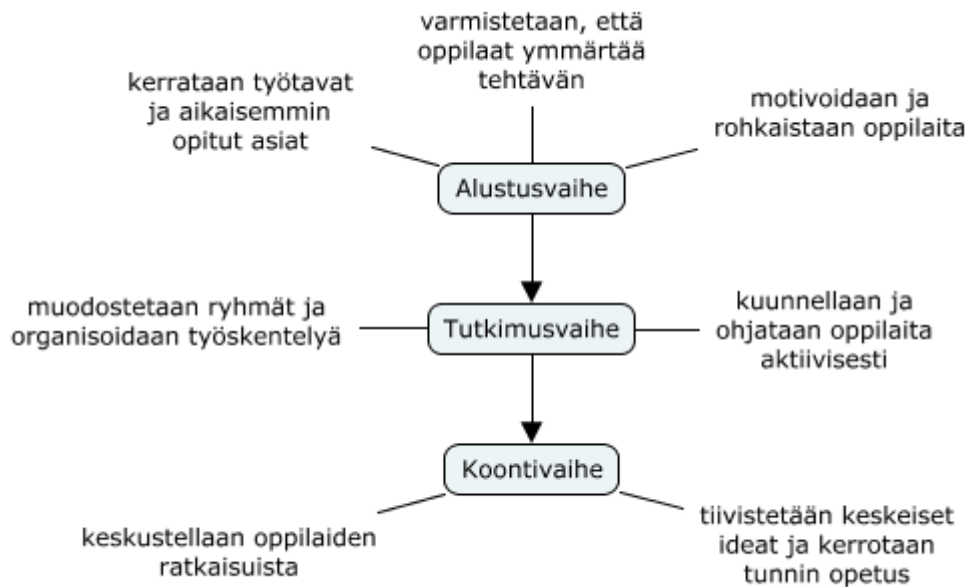
3.3.3 Tutkiva matematiikka

Matematiikan opetusta on jo pitkään pyritty uudistamaan siten, että oppilaiden osallistuminen matemaattiseen ongelmanratkaisuun ja opittavan matematiikan rakentaminen yhdessä vuorovaikuttaen olisi yhä aktiivisempaa (Harri, Sironen, Hähkiöniemi & Viiri 2012, 13). Hähkiöniemen (2011, 4) mukaan tällaisia oppilaslähtöisiä ja vuorovaikutuskeskeisiä opetusmenetelmiä, joissa oppilaat tehtävänratkaisun yhteydessä tutkivat itse joitain matematiikan ilmiöitä, on jo pitkään pidetty tutkijoiden keskuudessa tehokkaina. Näitä opetusmenetelmiä kutsutaan tavallisesti tutkivaksi matematiikaksi.

Hähkiöniemen (2011) mukaan tutkivassa matematiikassa siis oppilaat tutkivat jotain matemaattista ilmiötä ratkoessaan ei-standardeja tehtäviä, jotka on suunniteltu niin, että oppilaiden tärkeimmät oppimistavoitteiden mukaiset ideat tulisivat esille. Tällaisille tehtäville ominaista on se, että niihin voi yleensä soveltaa useita erilaisia ratkaisumenetelmiä, joiden käyttämiseen oppilaita myös rohkaistaan. Ideana tutkivassa matematiikassa on, että oppilaat lähtevät tutkimaan matemaattisia ilmiöitä omista lähtökohdistaan. Tunnin aikana opettaja yrittää parhaansa mukaan ymmärtää oppilaiden ideoita ja vasta tunnin lopuksi opettaja huolehtii siitä, että kyseiset ideat viimeistellään ns. oikealla tavalla. Tällä kaikella pyritään siihen, että luokassa rakennettu matematiikka on oppilaiden omaa matematiikkaa. Oppilaiden omalla tasolla työskentely ja omien merkintöjen käyttäminen mahdollistavat sen, että koko luokka yhdessä kehittää matemaattista ajatteluaan, kehittää matemaattisia ideoita sekä ylipäättään keskustelevat matematiikasta. (emt., 4.) Harri ym. (2012, 13) toteavat, että koska tutkivassa matematiikassa oppilaille ei ole käytössään valmiita ratkaisumenetelmiä, on opettajan esittämällä kysymyksillä suuri merkitys.

Tyypillisen suomalaisen matematiikan tunnin rakenne on pysynyt samana jo pitkään: opettaja esittelee aiheen ja laskee esimerkkejä siihen liittyen, jonka jälkeen oppilaat harjoittelevat itse tunnilla käsiteltävää aihetta ratkaisemalla tehtäviä oppikirjasta (Hähkiöniemi 2011, 5). Tutkivassa matematiikassa oppitunti rakentuu hieman eri tavalla, vaikka siinäkin tapauksessa oppitunnin voi jakaa kolmeen eri vaiheeseen. Hähkiöniemen (2011, 5) mukaan nämä

vaiheet ovat nimeltään alustus-, tutkimus- ja koontivaihe. Tutkivan matematiikan oppitunnin rakennetta opettajan näkökulmasta esitellään tarkemmin kuviossa 8.



Kuvio 8. Tutkivan matematiikan oppitunnin rakenne opettajan näkökulmasta (Hähkiöniemi 2011, 5–7; Harri ym. 2012, 14–15).

Alustusvaiheessa opettajan tehtävänä on varmistaa, että oppilaat ymmärtävät heille annetut tehtävät, mutta tarkoituksena ei kuitenkaan ole antaa heille valmiita ratkaisumenetelmiä. Mikäli tarvetta on, alustusvaiheessa voidaan myös kerrata aikaisemmin opittuja asioita tai keskustella tutkivan matematiikan työtavoista, mikäli ne eivät ennestään ole oppilaille tuttuja. (Hähkiöniemi 2011, 5.) Alustusvaiheessa opettaja voi myös motivoida oppilaita sekä rohkaista heitä tekemään luovia ratkaisuja ja keskustelemaan toistensa kanssa niistä (emt., 5; Harri ym. 2012, 14).

Tutkimusvaiheessa oppilaat laitetaan ratkaisemaan tehtäviä pienissä (2–3 henkilöä) ryhmissä, joiden työskentelyä opettaja kiertää ohjaamassa. Tärkeää tutkimusvaiheessa on erityisesti se, että opettaja kuuntelee oppilaitaan ja on aidosti kiinnostunut heidän ajatteluprosesseista. (Hähkiöniemi 2011, 5; Harri ym. 2012, 14.) Hähkiöniemen (2011, 5) mukaan opettajan tehtävänä on siis aktiivisesti ohjata oppilaita paljastamatta kuitenkaan oikeita ratkaisumenetelmiä. Tutkimusvaiheessa opettaja pyrkii rakentamaan oppilaiden keskuuteen matemaattista kulttuuria, jossa vastauksien oikeellisuutta tärkeämpää ovat perustelut. Hähkiöniemi (2011,

6) vertaa opettajan tehtävää tutkimusvaiheessa eräänlaiseen orkesterin johtajaan, joka on vastuussa työskentelyn organisoinnista ja siitä, että oppilaiden kehittämät ideat etenevät kohti standardia matematiikkaa. Tämän vuoksi opettajan suorittama ohjaus on tärkeässä roolissa, vaikka oppilaat eivät edes kysyisi neuvoja.

Koontivaiheessa oppilaat esittävät opettajan johdolla ratkaisumenetelmiään muille ryhmille. Tärkeää on, että oppilaat saadaan keskustelemaan omista ratkaisuideoistaan sekä ottamaan kantaa myös muiden ryhmien ratkaisuihin. (Hähkiöniemi 2011, 6–7.) Koontivaiheessa opettaja myös kertoo tiivistetysti oppitunnin opetuksen ja ottaa selityksessään käyttöön standardit merkinnät siten, että ne pohjautuvat oppilaiden tekemiin ratkaisuihin (emt., 7; Harri ym. 2012, 15). Hähkiöniemi (2011, 7) toteaa, että koontivaiheen tavoitteena on se, että oppilaille jää selkeä kuva oppitunnin aiheesta ja siitä, minkälainen on lopullinen muotoilu esimerkiksi jollekin määritelmälle tai teoreemalle. Ilman koontivaihetta vaarana on, että oppilaiden tutkimukset jäävät irrallisiksi ja tällöin saattaa syntyä epätietoisuus siitä, mikä oli oppitunnilla oleellista oppimisen kannalta.

Joissain matematiikan opetusryhmissä odotetaan, että oppilaat ratkaisee tehtävät annettujen ohjeiden mukaisesti ja opettaja kertoo oppilaille, onko heidän ratkaisunsa oikea. Tutkivassa matematiikassa pyrkimyksenä on luoda erilaisia odotuksia. (Hähkiöniemi 2011, 9.) Hähkiöniemi (2011) toteaa, että aiempien tutkimusten mukaan tutkiva matematiikka tehostaa selvästi matemaattisten asioiden oppimista. Myös oppilaiden ymmärtämisen, matemaattisen ajattelun taidon sekä luovuuden ja ongelmanratkaisutaitojen on todettu kehittyvän tutkivan matematiikan ansiosta. Tutkimukset osoittavat, että tutkivan matematiikan kautta opittu tieto on pysyvää ja sitä pystyy myöhemmin soveltamaan uusissa tilanteissa. (emt., 4–5.) Myös tieto- ja viestintäteknologian on todettu tarjoavan apuvälineitä tutkivan matematiikan toteuttamiseen. Esimerkiksi erilaisten dynaamisten geometriaohjelmistojen (esim. GeoGebra) kerrotaan olevan hyviä edistämään tutkivaa matematiikkaa. Ohjelmistojen dynaamisuus mahdollistaa sen, että oppilas voi esimerkiksi liikutella jonkun tietyn objektin pistettä ja tutkia, miten se vaikuttaa kyseisen objektin ominaisuuksiin. (emt., 7.) Harri ym. (2012, 13–14) toteavat, että vaikka tutkivan matematiikan ja sen tapaisten opetusmenetelmien käytön tehokkuudesta on paljon empiiristä todistusaineistoa ja opetussuunnitelmatasollakin tällaista oppimista ja opetusta korostetaan, on opetuksen uudistuminen käytännössä ollut kuitenkin

hidasta. Opettajankoulutuksen isoimpia haasteita onkin tulevien opettajien näkemyksien ja opetusmenetelmien muovaaminen, sillä usein tilanne on se, että opettajat käyttävät opetuksessaan omilta kouluajoilta tuttuja menetelmiä. Harrin ym. (2012, 14) mukaan uskomukset matematiikan oppimisesta ohjaavat opettajan toimintaa ja näiden uskomusten muuttuminen onkin opetuksen muuttumisen avain. Kiistanalaista onkin, että pitäisikö uskomusten vai opetusmenetelmien muuttua ensin, mutta todennäköisintä kuitenkin on, että uskomukset ja opetus kehittyvät vuorotellen.

4 Vaihe 1: TVT matematiikassa – nykytilan kartoitus

Tieto- ja viestintäteknologian korostunut rooli jokapäiväisessä elämässä on johtanut siihen, että muutaman vuoden sisään sekä perusopetuksen että lukiokoulutuksen opetussuunnitelmien perusteet ovat uusittu ja molemmissa todetaan, että tieto- ja viestintäteknologiaa pyritään jollain tapaa hyödyntämään kaikilla vuosiluokilla sekä kaikissa oppiaineissa (Opetushallitus 2014a; 2015a). Silti erilaisten tutkimusten mukaan TVT:n käyttö koulussa ja opetuksessa on melko vähäistä ja tämä johtuu mm. opettajien ja oppilaiden negatiivisista asenteista sekä pedagogisiin ja laitteistoon liittyvistä tekijöistä (Peippo 2016).

Digitaalisia ylioppilaskokeita on järjestetty jo monissa oppiaineissa. Viimeinen oppiaine, jonka ylioppilaskokeet digitalisoituvat, on matematiikka ja tämä tapahtuu ensimmäisen kerran keväällä 2019 (YTL 2017a). Matematiikka on yksi vanhimmista tieteenaloista ja siihen on aina kuulunut ongelman avaaminen osiin sekä ongelmanratkaisu vaiheittain esimerkiksi kynää ja paperia käyttäen. Peipon (2016) mukaan tieto- ja viestintäteknologian roolin korostuessa matematiikan tulee kuitenkin reagoida jollain tapaa kehittyvään maailmaan ja kulttuuriseen muutokseen, esimerkiksi oppimisympäristöjä ja -menetelmiä kehittämällä. Erilaisien opetusmenetelmien ja erityisesti TVT:n monipuolinen käyttö on kuitenkin mahdollista uusittujen perusopetuksen sekä lukiokoulutuksen opetussuunnitelmien perusteiden ansiosta.

Tämän luvun tarkoituksena on kartoittaa monipuolisesti sitä, millainen on tieto- ja viestintäteknologian käytön nykytila matematiikan opetuksessa. Aiheeseen perehdytään erityisesti Suomen näkökulmasta, mutta tutkimukseen on otettu mukaan myös näkökulmia muualta maailmasta. TVT:n nykytilaan matematiikan opetuksessa tutustutaan perusteellisesti mm. opetussuunnitelmatasolla, mutta tilannetta pyritään valottamaan myös konkreettisilla esimerkeillä Keski-Suomen lukioista. Perusopetus ja POPS ovat tutkimuksessa mukana osittain siksi, että ymmärrettäisiin se, että hyvä pohja TVT-osaamiselle voidaan luoda jo peruskoulussa sen sijaan, että lukiossa oppilaat pyrkisivät kiireen pakottamana oppimaan ja sisäistämään kaiken uuden TVT:an liittyvän. Tutkimuksessa fokus on kuitenkin pääasiassa lukion matematiikan opetuksessa, sillä tutkimuksessa pohditaan tarkasti nykyisiä ja mahdollisia tulevia ratkaisuja digitaalisia ylioppilaskirjoituksia varten.

4.1 Tieto- ja viestintäteknologia opetussuunnitelmissa

Digitalisaatio ja erilaisten tieto- ja viestintäteknologisten välineiden tulo osaksi lasten ja nuorten jokapäiväistä elämää ovat tuoneet TVT:n myös koulumaailmaan. Lähivuosina kokonaan digitalisoituvat ylioppilaskirjoitukset ovat pakottaneet Opetushallituksen (OPH) reagoimaan myös opetussuunnitelmatasolla. Vaikka tietotekniikka ei edelleenkään omana oppiaineena Suomen kouluissa näy, on uusissa perusopetuksen ja lukion opetussuunnitelman perusteissa TVT ja sen monipuolinen käyttö otettu huomioon. TVT:a on opetussuunnitelmissa integroitu lähes kaikkiin oppiaineisiin ja erityisesti matematiikan opetuksessa TVT on vahvasti läsnä niin opetuksen tavoitteissa kuin myös arvioinnissa (Opetushallitus 2014a; 2015a).

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet hyväksyttiin 22.12.2014 Opetushallituksen toimesta ja vuosiluokilla 1–6 opetussuunnitelma otettiin käyttöön 1.8.2016. Vuosiluokilla 7–9 uusi opetussuunnitelma otetaan käyttöön porrastetusti vuosina 2017–2019. (Opetushallitus 2014b.) Jo perusopetuksessa TVT:a pyritään tuomaan systemaattisesti mukaan opetukseen. Kahden ensimmäisen vuosiluokan laaja-alaisen osaamisen yleistavoitteissa sanotaan, että oppilaat tutustutetaan mm. arjen teknologiaan ja sen merkitykseen, teknisten laitteiden turvalliseen käyttöön, TVT:n keskeiseen käsitteistöön sekä tiedonhakuun. Vuosiluokilla 1–2 harjoitellaan myös monilukutaitoa, näppäintaitoja, tekstinkäsittelyä ja tekstin tuottamista sekä pyritään hyödyntämään koulun ulkopuolella ja esiopetuksessa saatuja tieto- ja viestintäteknologisia tietoja ja taitoja. Myös ohjelmointi ja pelillisuus mainitaan opetussuunnitelmassa ensimmäisen kerran vuosiluokkien 1–2 osaamistavoitteissa. (Opetushallitus 2014a, 99–101.) Tosin kun kyse on niin nuorista lapsista, niin ohjelmoinnilla tarkoitetaan oikean ohjelmoinnin sijaan lähinnä algoritmisen ajattelun kehittämistä.

Opetushallituksen (2014a, 155–158) mukaan vuosiluokkien 3–6 laaja-alaisiin osaamisen yleistavoitteisiin kuuluu mm. teknologian monimuotoisuuden ja merkityksen tarkastelu, teknologian käyttäminen turvallisesti ja vastuullisesti, monilukutaidon kehittäminen sekä tiedonhaku ja haettavan tiedon kriittinen arviointi. Vuosiluokilla 3–6 tutustutaan lisäksi mm. tekstin tuottamiseen ja käsittelyyn erilaisilla välineillä sekä opetellaan tuottamaan kuvia, videoita, ääntä ja animaatioita. Alakoulun myöhemmillä luokilla myös ohjelmointiin syvennytään tarkemmin ja oppilaille pyritään antamaan kokemuksia siitä, miten erilaisten teknolo-

gioiden toiminta riippuu sen käyttäjän tekemistä ratkaisuksista.

Yläkoulussa eli vuosiluokilla 7–9 laaja-alaisen osaamisen yleistavoitteet pitävät Opetushallituksen (2014a, 281–285) mukaan sisällään aika paljon samoja asioita kuin aiemmilla vuosiluokilla, mutta myös jotain uusia asioita, kuten teknologian kehityksen ja monimuotoisuuden ymmärtäminen, teknologisten ideoiden kehittäminen ja mallintaminen, TVT:n merkitys ja vaikutukset yhteiskunnassa sekä oma-aloitteinen TVT:n hyödyntäminen. Uutena asiana yläkouluun tulee myös tiedostojen jakaminen ja organisointi, tietoturvariskeiltä ja tiedon häviämislähtöiseltä välttyminen sekä yhteisöllisten palveluiden ja viestintäkanavien käyttö. Näiden lisäksi ohjelmointia pyritään yläkoulussa harjoittelemaan osana useiden eri oppiaineiden opintoja.

Lukion opetussuunnitelman perusteista Opetushallitus päätti 27.10.2015 ja käyttöön laadittu opetussuunnitelma otettiin 1.8.2016 (Opetushallitus 2015b). Yleisellä tasolla TVT:n käytöstä lukiokoulutuksessa on paljon mainintoja opetussuunnitelmassa, mutta käytetyistä ohjelmistoista tai edes ohjelmistotyypeistä kerrotaan opetussuunnitelmassa hyvin vähän. Yleisesti opiskeluympäristöistä ja -menetelmistä sanotaan vain, että oppimisen monimuotoisuuden ja aiemmin hankitun tiedon myötä lukiokoulutuksessa pyritään käyttämään monipuolisia opetus-, ohjaus- ja opiskelumenetelmiä. Lukiossa myös erilaisten digitaalisten oppimisympäristöjen, oppimateriaalien ja työvälineiden avulla opiskelijoita ohjataan monipuolisesti hyödyntämään eri muodoissa olevaa informaatiota sekä tuottamaan ja jakamaan uutta tietoa. (Opetushallitus 2015a, 14–15.) Tämä tarjoaa lukion opiskelijoille myös etäopiskelumahdollisuuksia, sillä lukiossa kurssit voidaan järjestää monimuoto-opetuksena niin, että perinteisen lähiopetuksen ja -ohjauksen lisäksi kurssiin sisältyy myös verkko-opetusta, jossa hyödynnetään monipuolisesti esimerkiksi tietoverkkoja sekä muuta tieto- ja viestintäteknologiaa (emt., 15).

4.2 Tieto- ja viestintäteknologia matematiikan opetuksessa

Kuten jo mainittu, vaikka TVT:a on pyritty opetussuunnitelmissa jollain tapaa integroimaan kaikkiin oppiaineisiin, niin erityisesti matematiikassa TVT:n rooli on korostunut huomattavasti. Opetussuunnitelmissa TVT:n integrointi muiden oppiaineiden kohdalla näkyy melko

pitkälti ympäripyöreinä ja tulkinnanvaraisina lauseina, mutta matematiikan osalta opetus-suunnitelmissa syvennyttään hieman tarkemmin siihen, miten TVT:a voidaan käyttää apuna, niin sisältö- kuin ohjelmistotasolla.

Opetushallituksen (2015a, 129) mukaan matematiikassa erittäin tärkeää on matemaattisesti esitetyn tiedon ymmärtäminen, tuottaminen sekä hyödyntäminen. Matematiikan opetuksessa pyritään erityisesti siihen, että opiskelija hahmottaa matemaattisten käsitteiden merkityksen ja oppii tunnistamaan niiden yhteyden laajempiin kokonaisuuksiin (ks. myös luvut 3 ja 3.2). Yhdestä matemaattisen tiedon esitysmuodosta toiseen siirtyminen sekä erilaisten kuvien, piirroksien ja välineiden käyttö ovat myös asioita, joita opiskelijoita rohkaistaan tekemään (ks. myös luku 3.3) Tässä apuna voivat toimia esimerkiksi erilaiset dynaamisen matematiikan ja symbolisen laskennan ohjelmistot, taulukkolaskenta- ja tekstinkäsittelysovellukset, tilasto-ohjelmistot sekä muut digitaaliset tietolähteet.

4.2.1 TVT peruskoulun matematiikassa

Jo ensimmäisinä kouluvuosina oppilaita kannustetaan esittämään omia ratkaisuja ja päätelmiä sekä tekemään yksinkertaisia taulukoita ja diagrammeja tieto- ja viestintäteknologisia välineitä hyödyntäen. Myös ohjelmointiin tutustuttaminen aloitetaan jo varhain, sillä jo 1–2 vuosiluokilla tutustutaan matematiikan opetuksen yhteydessä ohjelmoinnin alkeisiin esimerkiksi tekemällä vaiheittaisia toimintaohjeita, joita pystyy myös testaamaan. (Opetushallitus 2014a, 128–130.) Tässä kyse ei siis ole niinkään perinteisestä ohjelmoinnista vaan lähinnä algoritmisista, ongelmanratkaisulähtöisten tehtävien tekemisestä. Käytettäviin ohjelmistoihin ei oteta 1–2 vuosiluokkien matematiikassa kantaa, mutta taulukoiden ja diagrammien tuottaminen voisi tarkoittaa esimerkiksi taulukkolaskentaohjelmistojen käyttöä.

Vuosiluokilla 3–6 yhtenä uutena asiana matematiikan opetukseen tulee graafisten ohjelmointiympäristöjen käyttö. Myös arvioinnissa yhtenä hyvän arvosanan osaamistavoitteena on, että oppilas osaa ohjelmoida graafisessa ohjelmointiympäristössä toimivan ohjelman (Opetushallitus 2014a, 185). Tässäkin kyseessä on kuitenkin yksinkertaisimmillaan yhden komennon antaminen jollekin objektille, eikä siihenkään välttämättä tarvita tietokoneita ollenkaan. Kuviossa 9 nähdään, miltä yksinkertainen graafinen ohjelmointiympäristö voi esimerkiksi

näyttää. Muuten 3–6 vuosiluokkien opetussuunnitelma matematiikan osalta ei Opetushallituksen (2014a, 234–236) mukaan juurikaan eroa 1–2 vuosiluokkien vastaavasta, vaan samat maininnat löytyvät esimerkiksi taulukoiden ja diagrammien käyttämisestä tiedon tallentamisen ja esittämisen apuna. Näiden lisäksi opetussuunnitelmassa mainitaan, että oppilaita pyritään motivoimaan erilaisilla työtavoilla, kuten oppimispeleillä ja -leikeillä.



Kuvio 9. Esimerkki graafisesta ohjelmointiympäristöstä (Code.org 2017).

Yläkoulussa TVT:a pyritään integroimaan vielä enemmän matematiikan opetukseen. Matematiikan opiskelussa hyödynnetään oppimispelejä, taulukkolaskentaa ja dynaamisia geometriaohjelmistoja. Algoritmisen ajattelun sekä matematiikkaa ja ohjelmointia soveltavien ongelmanratkaisutaitojen lisäksi vuosiluokilla 7–9 tutustutaan myös hyvin ohjelmointikäytäntöihin ja pyritään soveltamaan oppilaiden itsetekemiä tai valmiita tietokoneohjelmia matematiikan opiskelun tukena. (Opetushallitus 2014b, 374–376.) Hyvillä ohjelmointikäytänteillä tarkoitetaan normaalisti ohjelmoinnin yhteydessä oikeanlaista “kielioppia” eli koodia, joka on sekä syntaksiltaan että semantiikaltaan hyvää. Matematiikassa hyvillä ohjelmointikäytänteillä voidaan tarkoittaa siis esimerkiksi muuttujien ja funktioiden oikeanlaista nimeämistä. Myös vuosiluokilla 7–9 oppilaiden TVT-osaaminen kuuluu osaksi arviointia, sillä hyvän arvosanan osaamistavoitteissa otetaan huomioon oppilaan kyky hyödyntää TVT:a matematiikan opiskelussa sekä kyky soveltaa algoritmisen ajattelun periaatteita ja toteuttaa

yksinkertaisia ohjelmia (Opetushallitus 2014a, 378–379).

4.2.2 TVT lukion matematiikassa

Ylioppilaskirjoitusten digitalisoitumisen myötä opiskelijoiden on pakko omaksua viimeistään lukiossa tietynlaisia tieto- ja viestintäteknologisia taitoja, jotta opiskelijat voisivat tekniikan kanssa taistelemisen sijaan keskittyä olennaiseen eli suoritua hyvin heidän lukioaikansa tärkeimmistä kokeista. TVT:n käytön lisääntyminen ja digitaalisiin kokeisiin panostaminen lukioissa on selvästi nähtävillä esimerkiksi siitä, että Abitti-kokeita tehdään ja palautetaan yhä enemmän ja enemmän (Abitti 2017c). Opetussuunnitelmatasolla tilanne on kuitenkin toinen, sillä matematiikan osalta lukion opetussuunnitelman perusteissa TVT:n käyttöön ei niin tarkasti pureuduta niin tavoite- kuin ohjelmistotasollakaan. Ympäripyöreät lauseet jättävät matematiikan opettajille melko paljon tulkinnanvaraa, mutta koska matematiikan digitaalinen ylioppilaskoeikin järjestetään ensimmäisen kerran vasta keväällä 2019, ei opetussuunnitelmaan voi täydellisiä linjauksia TVT:n käytön suhteen tehdä.

Toisin kuin peruskoulussa, lukion opetussuunnitelman perusteissa matematiikan arviointikriteereissä ei tieto- ja viestintäteknologinen osaaminen juuri näy. Opetushallitus (2015a, 129) kuvailee matematiikan arviointia opetussuunnitelmassa parilla kappaleella ja TVT mainitaan vain kerran silloin, kun opetussuunnitelmassa sanotaan, että arvioinnissa huomio kiinnittyy erityisesti opiskelijan laskutaitoon, päätelmien täsmälliseen ja johdonmukaiseen perustelemiseen sekä menetelmien ja teknisten apuvälineiden valintaan ja käyttöön. LOPS:n mukaan matematiikan arvioinnilla tähdätään ennen kaikkea opiskelijan matemaattisen ymmärryksen ja osaamisen sekä pitkäjänteisen työskentelyn taitojen kehittämiseen, joilla tuetaan esimerkiksi kykyä esittää matemaattisia ratkaisuja.

Lukiossa matematiikan pitkän oppimäärän tarkoitus on antaa opiskelijalle matemaattisen yleissivistyksen lisäksi matemaattiset valmiudet, joita korkeakouluopinnot edellyttävät. Lisäksi matematiikan opetuksen pyrkimyksenä on tarjota opiskelijalle hyvä käsitys matematiikan soveltamismahdollisuuksista niin arkielämässä kuin tekniikassakin sekä antaa tilaisuus matemaattisten käsitteiden ja menetelmien omaksumiseen sekä matemaattisen tiedon luonteen ymmärtämiseen. (Opetushallitus 2015a, 131.) Matematiikan pitkän oppimäärän osaa-

mistavoitteissa TVT:n osalta korostetaan erityisesti teknisiä apuvälineitä ja niiden tarkoituksenmukaista käyttämistä eri kurssisisältöihin liittyvissä sovellusongelmissa (emt., 131–136). Lukiomatematiikan pitkän oppimäärän kurssien keskeiset sisällöt ovat lueteltuna liitteessä A. Osaamistavoitteisiin kuuluu myös algoritmisen ajattelun syventäminen ja algoritmien toimivuuden tutkiminen ja selittäminen sekä se, että opiskelija osaa hakea, käsitellä ja tutkia digitaalisessa muodossa olevaa dataa (emt., 134–135).

Kuten liitteestä A voidaan huomata, on matematiikan pitkän oppimäärän kurseissa hyvin paljon erilaisia sisältöjä eri aihealueisiin liittyen. Näihin sisältöihin liittyviä digitaalisia tehtäviä pitäisi pystyä kevääseen 2019 mennessä ratkaisemaan ylioppilaskirjoituksissa ottamalla parhaimman mukaan huomioon sen, että tehtävät testaisivat nimenomaan opiskelijan matemaattisia taitoja, eikä niinkään tieto- ja viestintäteknologisten välineiden ja sovellusten käytön osaamista. Suuri osa sisällöistä on hyvin teoriapainotteisia, joten niihin liittyviä tehtäviä ei voida hirveän monipuolisesti digitaalisesti toteuttaa. Kuitenkin näihin sisältöihin liittyviin tehtäviin voi liittyä esimerkiksi kuvien piirtämistä, laskulausekkeiden tekemistä tai sanallisesti oman matemaattisen päättelyn kuvaamista (ks. luvut 3.3.1 ja 3.3.2). Perinteistä laskeamista vaativat sisällöt voidaan helposti toteuttaa riittävän monipuolisesti esimerkiksi erilaisien lomake-elementtien (esim. monivalintakysymykset ja tekstikentät), kaavaeditorien ja laskinsovellusten avulla. Geometriaan ja erilaisiin kuvaajiin liittyvät sisällöt sekä niihin liittyvät tehtävät ovat kuitenkin hieman vaikeampia toteuttaa digitaalisesti, sillä niihin tarvitaan pääasiassa taustalle jonkinlaista interaktiivisuutta, jotta opiskelijan matemaattista hahmotuskykyä päästään todella testaamaan. Digitaalisiin ylioppilaskirjoituksiin sekä niihin sisältyviin matematiikan tehtäviin syvennytään tarkemmin luvuissa 5 ja 6.

Lukiomatematiikan lyhyen oppimäärän suorittaville opiskelijoille pyritään tarjoamaan valmiudet matemaattisen tiedon hankkimiseen, ymmärtämiseen ja käsittelyyn sekä matematiikan käyttöön elämän eri tilanteissa ja jatko-opinnoissa. Opetuksen tehtävänä on myös antaa opiskelijoille selkeä käsitys matematiikan merkityksestä sekä sen arkielämän soveltamismahdollisuuksista. (Opetushallitus 2015a, 136.) Muuten lyhyen oppimäärän osaamistavoitteet ovat hyvin pitkälti samanlaisia kuin pitkässä oppimäärässä ainakin niiden kurssien osalta, joissa esiintyy päällekkäisyyksiä pitkän oppimäärän kurssien kanssa. Vaikka maininnat TVT:n käytöstä ovat todella vähäisiä, jokaisen lyhyen oppimäärän kurssin osaamista-

voitteissa kuitenkin korostetaan teknisten apuvälineiden tarkoituksenmukaista käyttöä sekä taitoa käyttää TVT:a kurssisisältöihin liittyvien sovellusongelmien ratkaisuisissa (emt., 136–139). Liitteessä B on kuvattu matematiikan lyhyen oppimäärän keskeiset sisällöt jokaisen kurssin osalta.

Liitteessä B kuvattuihin sisältöihin sekä niiden teknisiin ratkaisuihin pätee hyvin pitkälti samat asiat kuin matematiikan pitkän oppimäärän sisältöihin. Lyhyessä oppimäärässä yhtenä täysin uutena ja irrallisena kokonaisuutena, jota pitkässä oppimäärässä ei ole ollenkaan, on talousmatematiikka. Mikäli rahaliikenteeseen, lainoihin, korkoihin tai verotukseen liittyviä laskutehtäviä halutaan digitalisoida, on varmasti yksi hyvä vaihtoehto niiden toteuttamiselle erilaiset taulukkolaskentaohjelmistot. Jos taulukkolaskentaa haluttaisiin esimerkiksi digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa käyttää talousmatematiikkaan liittyvissä tehtävissä, täytyisi ohjelmasta luultavasti olla rajoitettu versio. Tämä siksi, että opiskelijalle, joka on taitava taulukkolaskentaohjelmistojen käytössä, erilaisista talous- ja tilastomatematiikkaan liittyvistä tehtävistä tulisi täysin triviaaleja, koska oikeiden vastauksien tuottaminen ei vaatisi muuta kuin taulukkolaskennan talous- ja tilastofunktioiden hyvää hallintaa. Tällainen ei palvele hyvin matematiikan osaamis- tai opetustavoitteita, joissa opiskelijaa rohkaistaan tutkivaan ja kokeilevaan toimintaan sekä tavoitellaan sitä, että opiskelija ymmärtää ja osaa käyttää matemaattisia tietoja ja menetelmiä ratkaisujen keksimiseen ja luomiseen (Opetushallitus 2015a, 131).

4.3 Tieto- ja viestintäteknologian käyttö muualla

Tieto- ja viestintäteknologian kehittyessä sekä sen integroinnin lisääntyessä matematiikan opetukseen, on aihetta ryhdytty myös tutkimaan entistä enemmän. Erityisesti maailmalla on toteutettu lukuisia tutkimuksia siitä, millä tavalla TVT:n integrointi matematiikan opetukseen vaikuttaa oppilaiden oppimistuloksiin (esim. Bakar, Ayub & Mahmud 2015; Foerster, Boisvert & Zilora 2016). Integroinnin vaikutuksen lisäksi tutkimuksissa on laajasti käsitelty myös integroinnin tuomia vaatimuksia niin koulujen TVT-infrastrukturiin kuin opettajien ja oppilaiden asenteisiin (esim. Wachira & Keengwe 2011; Kaleli-Yilmaz 2015). Tutkimuksissa (esim. Ramli, Mustapha & Ramli 2014; Granberg & Olsson 2015) kokeiluja on tehty paljon eri välineillä ja sovelluksilla sekä käyttäen erilaisia tehtävätyyppejä ja materiaaleja.

Tämän alaluvun tarkoituksena on ainakin osittain vastata edellä mainittuihin kysymyksiin. Alaluvussa syvennytään tarkemmin tieteellisissä tutkimuksissa esiin tulleisiin TVT:n integroinnin vaikutuksiin sekä siihen liittyviin vaatimuksiin ja haasteisiin. Tarkoitus on myös esitellä erilaisia tehtävätyyppejä sekä internet-materiaaleja matematiikan opetukseen, joista voi olla hyötyä esimerkiksi matematiikan digitaalista ylioppilaskoetta silmällä pitäen.

4.3.1 TVT:n integroimisen vaikutukset matematiikan opetukseen sekä siihen liittyvät haasteet ja vaatimukset

Tieto- ja viestintäteknologian integroimisella matematiikan opetukseen on ollut monien tutkimusten mukaan huomattavia positiivisia vaikutuksia oppilaiden oppimiseen (mm. Li & Ma 2010, 215, 234; Bakar ym. 2015, 180; Zengin ym. 2012, 187; Foerster ym. 2016, 95). Positiivisia oppimistuloksia TVT:n integroimisen johdosta on tutkimuksissa havaittu ainakin trigonometriaa, lineaarifunktioita, geometriaa sekä lukujoukkoja käsittelevien sisältöjen opetuksessa (esim. Bakar ym. 2015; Ramli ym. 2014). Nämä sisällöt ovat kaikki oleellisessa osassa myös Suomessa lukiokoulutuksen opetussuunnitelmassa (ks. liitteet A ja B). Erityisesti Li ja Ma (2010, 234), Reisa (2010, 1454), Safdar ym. (2011, 67, 71) sekä Zengin ym. (2012, 187) toteavat kaikki tutkimuksissaan, että TVT:n käyttö osana matematiikan opetusta sekä konstruktivistinen (ks. luku 3.2) lähestymistapa matemaattisiin aiheisiin johti parempiin oppimistuloksiin kuin ns. perinteiset opetusmenetelmät. Ramlin ym. (2014, 108) mukaan tieto- ja viestintäteknologisten välineiden käyttö pääasiallisena oppimistyökaluna takaa onnistuneen matematiikan oppimisen ja niiden avulla oppilaat pystyvät säilyttämään oppimansa tiedot pidempään, sillä TVT:n käyttö auttaa oppilaita nimenomaan ymmärtämään matematiikan saloja, jolloin heidän konseptuaalinen tietonsa (ks. luku 3.2) kasvaa. Tätä mieltä on myös Reisa (2010, 1455) artikkelissaan nojautuen tutkimustietoon, että ihminen muistaa vain 30% siitä, mitä hän kuulee, mutta jopa 80% siitä, mitä hän itse näkee ja tuottaa. TVT:n käyttö johtaa siihen, että oppilaat ovat itse enemmän mukana oppimisprosessissa. Koulutuksen tavoitteena on kuitenkin saada oppilaat oppimaan eikä opettelemaan asioita ulkoa.

GeoGebran tapaiset dynaamiset geometriasovellukset on todettu hyväksi välineiksi mm. yhteistoiminnalliseen ongelmanratkaisuun (Granberg & Olsson 2015, 60). Myös Li ja Ma

(2010, 232) korostavat TVT:n käytön ja ryhmätyöskentelyn merkitystä matematiikan oppimisessa. Granberg ja Olsson (2015) toteavat, että GeoGebra toimii ikään kuin interaktiivisena “partnerina”, joka visualisoi oppilaiden ratkaisustrategiat tehtävissä. Tämä auttaa oppilaita erityisesti ajattelemaan, päättämään ja perustelevaan matemaattisesti. (emt., 60; ks. myös Bakar ym. 2015, 182.) Toisin kuin esimerkiksi tekstikirjat, GeoGebra ei kuitenkaan välttämättä tarjoa oikeita vastauksia tai ohjeita tehtävissä etenemiseen, vaan oppilaiden täytyy luovan päättelyn avulla tulkita ja arvioida GeoGebra antamaa palautetta (Granberg & Olsson 2015, 60). Tällaiset tutkimustulokset tukevat myös tutkivan matematiikan (ks. luku 3.3.3) hyödyllisyyttä opetusmenetelmänä.

Mikään tieto- ja viestintäteknologinen työkalu tai tutkimuksista saadut positiiviset oppimistulokset eivät kuitenkaan poista hyvän opettajan merkitystä oppilaiden oppimiselle (Li & Ma 2010, 232). Wachiran ja Keengwen (2011, 17) mukaan hyvistä tutkimustuloksista huolimatta opettajille suunnatuista kyselyistä on ilmennyt, että TVT:n käyttö ja sen integroinnin positiiviset vaikutukset ovat laskussa. TVT:n tehokasta integroimista matematiikan opetukseen varjostavatkin monet haasteet sekä siihen kohdistuvat vaatimukset. Yksi haasteista on opettajien ja oppilaiden motivointi. Reisa (2010) toteaa, että opettajilla voi olla matematiikan opetuksessa käytössään vaikka minkälaisia työkaluja, mutta oppilaiden mielenkiinto on ensin herätettävä. Toisaalta oppilaat ovat pääosin kiinnostuneita tietokoneista sekä erilaisista tavoista oppia, joten motivointi on tällöin helpompaa. (emt., 1454.) Tietokoneita käyttäessä on kuitenkin vaarana, että oppilaat käyttävät tietokoneita johonkin muuhun kuin oppimistarkoitukseen. Tähän voidaan reagoida hyvällä tuntisuunnittelulla (Kaleli-Yilmaz 2015, 144). TVT:n avulla teetettävissä tehtävissä ja testeissä tulisi Kaleli-Yilmazin (2015, 145) mukaan ottaa huomioon oppilaiden konseptuaalisen tiedon (ks. luku 3.2) kehittyminen. Kun oppilaat ymmärtävät matemaatiikkaa paremmin ja he saavat onnistuneita kokemuksia TVT:n käytöstä matematiikassa, heidän motivaationsa sen käyttöön kasvaa entisestään.

Myös opettajia täytyy motivoida TVT:n käyttöön. Kaleli-Yilmaz (2015, 143–144) toteaa, että opettajien asenteet TVT:n integrointia kohtaan ovat huonoja, koska he eivät halua tai pysty käyttämään TVT:a tarkoituksenmukaisesti opetuksessaan. Samankaltaisia ongelmia esiintyy myös oppilailla, koska heillä ei välttämättä ole tarpeeksi TVT-osaamista. Opettajien ja oppilaiden asenteet TVT:n käyttöä kohtaan ovatkin erittäin suuressa roolissa TVT:n integroinnin

onnistumisessa. Kun opettajat sekä oppilaat oppivat paremmin tiettyjen välineiden ja sovel-
lusten käyttöä, myös asenteet muuttuvat ajan kanssa paremmiksi.

TVT:n käyttöön matematiikan opetuksessa liittyy myös monia muita ongelmia. Wachira ja
Keengwe (2011, 19–21) jakavat tutkimuksessaan nämä ongelmakohdat ulkoisiin ja sisäisiin
tekijöihin seuraavasti:

Ulkoiset tekijät

- Teknologian saatavuus
- Teknologian luotettavuus
- Teknis-pedagogisen tuen puuttuminen

Sisäiset tekijät

- Ajanpuute
- Tietojen ja taitojen puute
- Itseluottamuksen puute

Ulkoisista tekijöistä puhuttaessa katseet kääntyvät erityisesti kouluihin ja hallintoon, joiden
tulisi tehdä panostuksia paremman TVT-infrastruktuurin aikaansaamiseksi (Agyei & Voogt
2011, 436). Opettajat ovat Appavoon, Soyjaudahin ja Armoogumin (2013) mukaan haluk-
kaita integroimaan TVT:a matematiikan opetukseen, mikäli kouluihin luodaan sitä edistävä
ympäristö. Vaikka opettajilla olisi tarvittavat tiedot ja taidot TVT:n tehokkaaseen integroimi-
seen, ei sitä voida tehdä kunnolla, mikäli koulut eivät tarjoa siihen todellista mahdollisuutta.
(emt., 1, 5.) Ramli ym. (2014) korostavat, että kouluissa tulisi tapahtua kulttuurinen muutos,
jonka johdosta TVT mielletäisiin vakavasti otettavaksi opetuksen ja oppimisen työkaluk-
si. Jotta kouluihin saataisiin tehokas ja ennen kaikkea luotettava TVT-infrastruktuuri, vaatii
se kouluilta myös taloudellista panostusta erilaisten laite- ja sovellushankintojen muodossa.
Mikäli kouluilla ei ole tähän varaa, on hyvänä vaihtoehtona myös oppilaiden omien laittei-
den käyttäminen (BYOD). (emt., 108.) Laitteiston ja sovellusten puolesta tehokas ympäristö
ei kuitenkaan vielä riitä. Wachira ja Keengwe (2011, 23) toteavat, että koulujen ja kuntien
tulisi auttaa opettajia myös näiden apuvälineiden käytössä teknis-pedagogisen tuen muodos-
sa. Jatkuvasti läsnäolevan teknis-pedagogisen tuen avulla opettajat saisivat nopeasti ja hel-
posti apua heitä askarruttaviin apuvälineitä tai pedagogiikkaa koskeviin kysymyksiin. Olisi
myös hyvä, mikäli opettajat itse saisivat olla mukana päättämässä TVT-ratkaisuja koulujen
mukana.

Sisäistenkin tekijöiden osalta voidaan odotuksia kohdistaa jonkin verran kouluihin. Wachi-

ra ja Keengwe (2011) korostavat kuitenkin myös opettajien omaa vastuuta. Opettajien tulee olla luovia ja käyttää hyödyksi jo olemassa olevia laitteita ja sovelluksia parhaansa mukaan. Esimerkiksi taulukkolaskentaan kykenevät sovellukset ovat turhan aliarvostettuja, sillä niillä matematiikkaa pystyy monipuolisesti opettamaan niiden matemaattisten, tilastollisten sekä graafisten ominaisuuksien avulla. (emt., 24.) Opettajien tulisi myös luottaa itseensä ja siirtyä perinteisistä opetusmenetelmistä joustaviin ja TVT:a tehokkaasti hyödyntäviin menetelmiin (Agyei & Voogt 2011, 437). Itseluottamuksen ja TVT:n tehokkaaseen integroimiseen tarvittavien tietojen ja taitojen saamiseksi opettajilla pitää olla aikaa oppia, suunnitella sekä tehdä yhteistyötä muiden opettajien kanssa. Ajan lisäksi opettajat tarvitsevat onnistumisia, jotta TVT:n opetuskäyttö tulee heille luontevaksi. (Wachira & Keengwe 2011, 23.) Tärkeää on, että matematiikan sekä tieto- ja viestintäteknologian opettajat panostavat yhteistyössä TVT:n opetuskäyttöön, sillä matematiikan opettajien on mahdotonta hoitaa kaikkea yksin (Kaleli-Yilmaz 2015, 145; Ramli ym. 2014, 109).

Edellä mainittu ajanpuute onkin yksi suurista ongelmakohdista TVT:n tehokasta integraatiota ajatellen. Opettajat pelkäävät hukkaavansa aikaa ja tehokkuutta, mikäli jotain menee vikaan (Kaleli-Yilmaz 2015, 144). Tämä korostaa entisestään edellä mainitun teknis-pedagogisen tuen tärkeyttä, jotta opettajat saavat itseluottamusta TVT:n käyttöön. Myös opetussuunnitelmat muodostavat omat rajoitteensa TVT:n integroimiselle. Kaleli-Yilmazin (2015) mukaan opettajat ovat huolissaan siitä, etteivät he pysy opetussuunnitelman perässä, koska opetusaikataulu on muutenkin todella tiukka. Tämä voitaisiin ratkaista esimerkiksi sillä, että opetussuunnitelmassa olevia matematiikan sisältöjä hieman kavennettaisiin tai sitten opetussuunnitelmaan lisättäisiin erikseen kursseja, joissa TVT:a käytetään systemaattisesti. (emt., 145.) Opetussuunnitelman antama paine ja tiukat aikarajoitteet voivat johtaa siihen, että opettajat kiirehtivät sisältöjen kanssa, jolloin vaarana on, että opettajat opettavat koetta varten, eikä oppimista varten (Agyei & Voogt 2011, 437).

Yksi suurimmista ongelmista, mikä TVT:n integroimista matematiikan opetukseen haittaa, on kuitenkin oppilaiden ja ennen kaikkea opettajien puutteelliset tiedot ja taidot käytettävistä apuvälineistä sekä vähäiset mahdollisuudet kehittää niitä. Puutteet voivat olla välineellisiä, pedagogisia tai näitä molempia, eli opettajat eivät välttämättä tiedä, miten jotain tiettyä sovellusta käytetään tai mitä ja miten sillä voidaan opettaa. (Agyei & Voogt 2011, 423, 436.)

Useissa tutkimuksissa mainitaan, että opettajien tietoja ja taitoja tulee kasvattaa järjestämällä koulutusta niin apuvälineiden käytöstä kuin niiden pedagogisista vaatimuksistakin (Wachira & Keengwe 2011, 23; Ramli ym. 2014, 108). Safdar ym. (2011) puolestaan ehdottaa, että oppilaille ja etenkin vanhempaa polvea edustaville opettajille tulisi järjestää ruohonjuuritason koulutusta TVT:n opetuskäytöstä. Pitkän tähtäimen suunnitelmana Agyei ja Voogt (2011, 436) ehdottavat, että integraation kehittäminen ja opettajien tutustuttaminen TVT:aan tulisi aloittaa jo opettajankoulutusvaiheessa unohtamatta kuitenkaan tällä hetkellä virkaa tekeviä opettajia.

Oleellisin asia on kuitenkin se, että opettajat on halukkaita kehittämään TVT:n käyttömahdollisuuksia matematiikan opetuksessa (Agyei & Voogt 2011, 437). Wachira ja Keengwen (2011, 25) mukaan TVT:n integroiminen on tutkitusti erittäin hyvä tapa saada oppilaat ymmärtämään matemaattisia sisältöjä. TVT:n integroinnin tulisi Bakarín ym. (2015, 182) mukaan olla kuitenkin jatkuvaa ja systemaattista, koska on mahdollista, että oppilaiden hyvät oppimistulokset lähtevät laskuun, mikäli TVT:n käyttö matemaattisena apuvälineenä lopetetaan. Ramlin ym. (2014) mielestä ongelmaksi muodostuu kuitenkin opettajien lukuisat poissaolot erilaisten kokousten, koulutusten ja sairastumisien vuoksi. Toisaalta juuri TVT:n käyttö tarjoaa mahdollisuuden siihen, että oppitunnit pystytään käytännössä valmistelemaan ja järjestämään etukäteen, jolloin oppilaat voivat työskennellä itsenäisesti opettajan ollessa poissa. (emt., 109.) Tieto- ja viestintäteknologian tehokas integroiminen matematiikan opetukseen on kuitenkin niin suuri haaste, ettei siihen löydy helppoa ja nopeaa ratkaisua. Onnistunut integraatio saadaan, kun teknologinen, pedagoginen ja sisällöllinen tietämys (TPACK¹) ovat opettajilla hyvällä tasolla (Wachira & Keengwe 2011, 25). Kuitenkin edellytykset näille kaikille tulee olla. Tämän vuoksi edellä mainittuihin ongelmiin pitäisi puuttua niin pian kuin mahdollista (emt., 25).

4.3.2 Käyttökelpoisia materiaaleja ja tehtävätyyppejä matematiikassa

Erilaisia sovelluksia sekä internetissä olevia materiaaleja, palveluja sekä tehtäviä matematiikan opetukseen on niin paljon, että niistä voisi tehdä oman tutkimuksen. Jo vuonna 2013 löydettiin yli 4 000 mobiilisovellusta, jotka soveltuvat matematiikan opetukseen (Larkin

1. TPACK = Technological Pedagogical Content Knowledge

2013, 1). Sovelluksia on paljon sekä proseduraalisen että konseptuaalisen tiedon (ks. luku 3.2) kehittämiseen, mutta suurin osa niistä testaa käyttäjän deklarativista tietoa, eli faktatietoa, jonka käyttäjä jo tietää (emt., 6). Tässä tutkimuksessa keskitytään vain muutamaaan hyvään apuvälineeseen, menetelmään ja tehtävätyyppiin, jotka on tutkimustulosten (esim. Faye 2014; Foerster ym. 2016) nojalla todettu hyväksi matematiikan opetukseen. Tällaisia ovat mm. videopalveluiden, hakukoneiden, ohjelmoinnin sekä esimerkiksi monivalinta- ja interaktiivisten piirtotehtävien käyttö matematiikassa.

Erilaisten videopalvelut, kuten esimerkiksi YouTube², ovat todettu hyväksi opettamis- ja oppimiskeinoksi matematiikassa (Faye 2014, 234). Kaikentyyppiset videot eivät kuitenkaan ole oppilaidenkaan mielestä hyviä. Fayen (2014) mukaan oppilaiden mielestä oman luennoitsijan tekemät opetusvideot ovat huomattavasti parempia oppimisen kannalta kuin esimerkiksi satunnaisen YouTube-videoiden tekijän. Oman luennoitsijan tekemisissä videoissa etuna on se, että videoiden sisällöt pystytään keskittämään juuri tietylle kohdeyleisölle ja kurssille sopiviksi. Videoiden tulisi oppilaiden mielestä olla kestoaltaan myös mielellään alle 15 minuuttia. Tutkimusten mukaan YouTube-videot toimivat erinomaisesti myös kotitehtävinä. Tällainen mahdollistaisi sen, että jo muutenkin ajaltaan lyhyt oppitunti voitaisiin käyttää kokonaan erilaisten harjoitusten tekemiseen, jolloin opettajalla on vapaammat kädet tunnin suunnitteluun. (emt., 234.) Tällaista opetusmenetelmää kutsutaan käänteiseksi opetuksi (*engl. flipped classroom*).

Tutkimustulokset antavat positiivisia tuloksia myös erilaisten hakukoneiden käytöstä. Ersoyn ja Akbulutin (2014) tekemässä tutkimuksessa kolme opiskelijaryhmää suorittivat kaikki matematiikan tehtäviä eri menetelmillä. Yksi ryhmä käytti matemaatikoille tuttua Wolfram Alpha³ -hakukonetta, toinen ryhmä käytti apunaan symboliseen laskentaan kykeneviä sovelluksia ja kolmas ryhmä suoritti tehtäviä erilaisten internet-materiaalien avulla. Näistä kolmesta ryhmästä parhaiten suoriutui ryhmä, joka käytti tehtävien tekemiseen Wolfram Alphaa. (emt., 259–260.) Tällaisten semanttisten hakukoneiden etuna on se, että niihin pääsee helposti käsiksi millä tahansa laitteella, millä on pääsy internetiin. Tämän lisäksi hakukoneet ovat täysin ilmaisia sekä niiden käyttöliittymä muistuttaa yleisiä hakukoneita, joten niitä on myös helppo käyttää. Käyttöliittymän yksinkertaisuus on kuitenkin myös ongelma, sillä se

2. <https://www.youtube.com/>

3. <https://www.wolframalpha.com/>

ei välttämättä tarjoa kaikkea tarvittavaa tietoa oppilaalle. (emt., 260.) Tämä on kuitenkin toisaalta myös hyvä asia, sillä näin tehtävästä jää jotain myös oppilaalle itse suoritettavaksi. Ersoy ja Akbulut (2014, 260) toteavat tutkimuksessaan, että Wolfram Alphan käyttö matematiikan opetuksessa ei kuitenkaan ole vielä yleistynyt maailmanlaajuisesti ilmiöksi. Tähän yhtenä suurena syynä on se, että kaikki vastaukset ja data ovat vieraalla kielellä, joten vahva englannin kielen osaaminen on välttämätöntä Wolfram Alphan tehokkaassa hyödyntämisessä.

Ohjelmointi ja algoritminen ajattelu on viime vuosina herättänyt paljon mielenkiintoa ympäri maailman peruskoulussa ja toiseen asteen koulutuksessa (Misfeldt & Ejsing-Duun 2015, 2524). Myös Suomessa nämä käsitteet ovat tulleet tutuiksi uusien opetussuunnitelmien myötä ja nykyään ohjelmointi sekä algoritmisen ajattelun kehittäminen ovat oleellinen osa suomalaista opetusta varsinkin matematiikassa (ks. luvut 4.1 ja 4.2). Misfeldtin ja Ejsing-Duunin (2015) mukaan matematiikassa kyky ajatella algoritmisesti ja proseduraalisesti on tärkeä oppimistavoite. Algoritminen ajattelu mittaa oppilaan kykyä ymmärtää ongelmanratkaisussa kuvailtuja syy-seuraussuhteita sekä tapahtumia. (emt., 2526.) Foersterin ym. (2016, 95) mukaan ohjelmointia voi integroida matematiikan opetukseen monilla eri tavoilla. Foerster ym. (2016) käyttivät tutkimuksessaan apuna peruskoululaisille suunnattua Scratch⁴-nimistä sovellusta, mutta saman voi tehdä lukuisilla muilla samantyyppisillä algoritmista ajattelua ja ohjelmointitaitoja kehittäville sovelluksilla. Tällaisissa graafisissa ohjelmointiympäristöissä oppilaat ovat jatkuvasti tekemisissä matematiikan kanssa esimerkiksi numeroiden, koordinaattien ja kulmien kautta (Misfeldt & Ejsing-Duun 2015, 2529).

Internetissä on paljon myös erilaisia interaktiivisia tehtävämateriaaleja matematiikan opetukseen. Yksi hyvä esimerkki tällaisesta on IXL Maths⁵. IXL Maths on monipuolinen, useita erilaisia tehtävätyyppejä sekä arkielämän soveltamistehtäviä sisältävä tehtäväpankki. IXL Maths mainostaa itseään innostavana oppimiskokemuksena, joka tarjoaa kattavia opetussuunnitelmien mukaisia matematiikan tehtäviä useille luokka-asteille (IXL Learning 2017a). Kuvioissa 10 ja 11 esitellään kaksi erilaista tehtävää, jossa oppilaan täytyy itse ratkaista tehtävä graafisesti.

4. <https://scratch.mit.edu/>

5. <https://eu.ixl.com/math/>

Graph.

$$x > 3$$

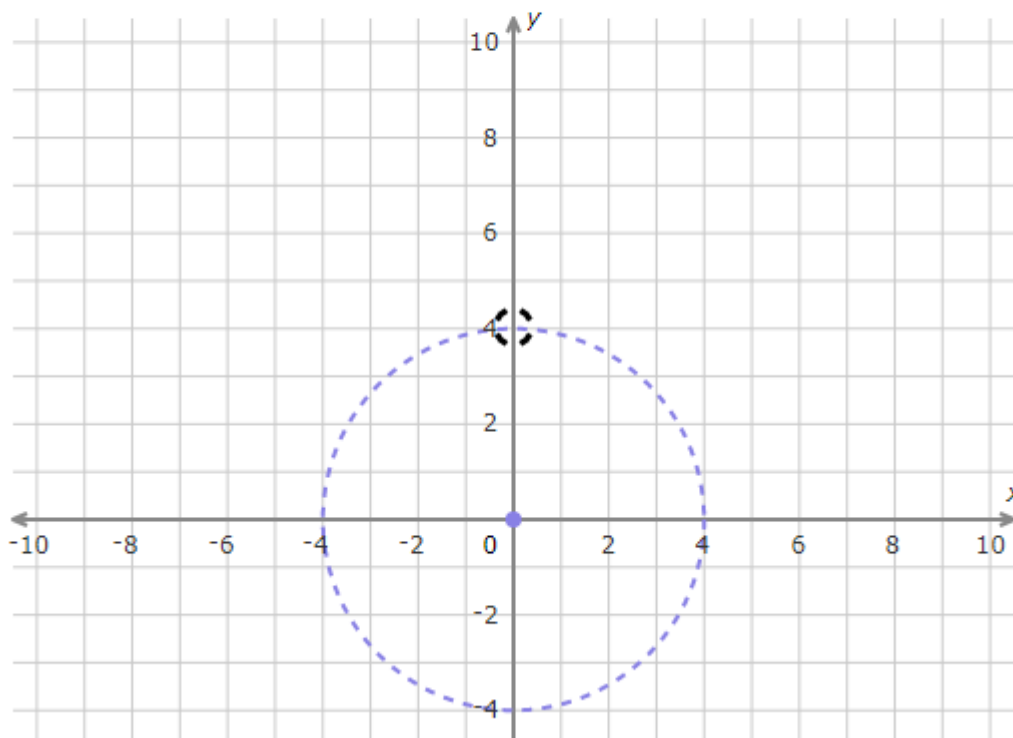
Plot the endpoints. Select an endpoint to change it from closed to open. Select the segment, ray, or line to delete it.



Kuvio 10. Esimerkkitehtävä epäyhtälön graafisesta ratkaisemisesta (IXL Learning 2017b).

Graph the circle $x^2 + y^2 = 16$.

Plot the centre. Then plot a point on the circle. If you make a mistake, circle by moving the second point onto the first.



Kuvio 11. Esimerkkitehtävä ympyrän graafisesta ratkaisemisesta (IXL Learning 2017c).

Juuri IXL Mathsin monipuolisuus ja kaikenikäisille soveltuvat tehtävät tekevät siitä hyvän oppimistyökalun matematiikan opetukseen. Jotkut IXL Maths -palvelusta löytyvät tehtävätyypit voisivat sopia hyvin myös esimerkiksi digitaalisen matematiikan kokeen tehtäviksi.

Myös muunlaisista digitaalisista tehtävätyypeistä on tehty tutkimusta. Vienonen (2017, 19)

kertoo artikkelissaan teettämistään monivalintakokeista matematiikan osaamisen testaamiseksi. Monivalintatehtävät ovat aina saaneet kritiikkiä siitä, etteivät ne testaa oppilaiden osaamista tarpeeksi laajasti. Toisaalta kritiikki on ymmärrettävää, koska monivalintakokeen voi loppujen lopuksi päästä läpi myös arvaamalla oikeat vastaukset. Vienonen (2017, 19) kuitenkin painottaa, että arvioinnin tarkoituksena on mitata osaamisen tasoa, eikä loppukokeissa, kuten esimerkiksi ylioppilaskokeessa, oppilaiden tarkoituksena ole oppia vaan osoittaa osaamisensa. Matemaattisten kokonaisuuksien testaamisen ohella voidaan mitata oppilaiden tuntemusta pienemmistä osa-alueista tai ongelmanratkaisuun oleellisesti liittyvien proseduurien käyttöä.

Vienonen (2017, 20) esittelee artikkelissaan itsensä tarkastavat tehtävät (*engl. self scoring test*) toteamalla, että tulevaisuudessa matematiikan osaamista tullaan mittaamaan automaattisesti tarkastettavilla tehtävillä, mikäli se vain on tällä tavalla mahdollista. Pohjimmaisena ajatuksena on, että oppilas ratkaisee tehtävät suttupaperia tai tietokonetta käyttäen, mutta kyseistä tuotosta ei arvioida, sillä monivalintakysymykset liittyvät tehtävän ratkaisuprosessiin. Tällä tavalla pystytään päättämään kuinka hyvin oppilas on ymmärtänyt ja osannut tehtävän.

Vienonen (2017) toteaa, että opettajilta saaduissa positiivisissa palautteissa monivalintakokeita koskien korostui erityisesti se, että opettajien ei tarvinnut tarkastaa kokeita käsin. Vaikka tehtävien suunnittelu ja toteuttaminen vie todennäköisesti opettajilta enemmän aikaa kuin valmiiden tehtävien poiminen esimerkiksi suoraan opettajan kirjasta, palkitsee automaattinen tarkastusprosessi ajankäytössä sen takaisin moninkertaisesti. Huomattavana etuna monivalintakokeissa on myös se, että oppilaat eivät tarvitse kokeeseen vastaamiseen minkäänlaisia tieto- ja viestintäteknologisia taitoja tai sovelluksia. (emt., 22.) Tutkimustulokset (ks. Vienonen 2007) antavat merkkejä siitä, että oikein suunniteltuna ja toteutettuna monivalintatehtävät voivat olla käyttökelpoisia myös korkean panoksen matematiikan kokeissa, jopa matematiikan digitaalisessa ylioppilaskokeessa.

4.4 Tieto- ja viestintäteknologia Keski-Suomen lukioissa

Vuosina 2015–2017 Keski-Suomessa ja Etelä-Savossa järjestettiin lukio-opettajia digitaalisiin ylioppilaskirjoituksiin valmentavaa täydennyskoulutusta. Näitä koulutuksia kutsuttiin eYO-koulutuksiksi. Kun tutkimuksessa oli tarkoitus tutkia tieto- ja viestintäteknologian käytön nykytilaa matematiikan opetuksessa, oli erään matematiikan opettajille järjestetyn koulutuskerran tarkoituksena toimia ikään kuin empiirisenä kokeiluna tutkimukselle. Kyseiseen koulutuskertaan liittyi myös kyselylomake, joka koulutukseen osallistuvien tuli täyttää ennen varsinaista koulutusta. Koulutuskerran jälkeen osallistujat saivat vastata myös koulutukseen liittyvään palautekyselyyn.

Tässä aluvussa tarkoituksena on pureutua tarkemmin eYO-koulutukseen sekä erityisesti vuonna 2015 marraskuussa järjestettyyn digitaalisia tehtäviä käsittelevään koulutukseen, joka järjestettiin Keski-Suomen lukioissa matematiikkaa opettaville opettajille. Luvussa esitetään kattava analyysi koulutuksen kulusta, kyselylomakkeista ja niihin saaduista vastauksista sekä koulutuksessa käytettävistä ohjelmistoista ja niiden soveltuvuudesta matematiikan opetukseen ja erityisesti matematiikan digitaalisiin ylioppilaskirjoituksiin.

4.4.1 Yleistä eYO-koulutuksesta

Lukuvuonna 2015–2016 järjestetty eYO-koulutus oli Keski-Suomen lukio-opettajia varten järjestettävä digitaalisiin ylioppilaskirjoituksiin valmentava täydennyskoulutus. Koulutuskonaisuus toteutettiin Keski-Suomen lukioiden yhteistyönä niin, että Jyväskylän lukiokoulutus huolehti käytännön toteutuksesta, mutta pääsuunnittelijana ja -toteuttajana koulutuksessa toimi Jyväskylän yliopiston tietotekniikan laitos. (Jyväskylän lukiokoulutus 2017.) Kouluttajina eYO-koulutuksessa toimivat pääasiassa aina yksi tietotekniikan laitoksen henkilökunnan jäsen sekä tietotekniikan laitoksen koulutusteknologian maisterivaiheen opiskelijat. Koulutukset alkoivat syyskuussa 2015 ja kestivät aina kevääseen 2016 asti (emt.). eYO-koulutuksia järjestettiin samalla idealla myös seuraavana lukuvuonna (2016–2017), mutta koulutukset siirtyivät Keski-Suomesta Etelä-Savoon.

eYO-koulutuksessa eri oppiaineiden opettajille suunniteltiin ja toteutettiin 5–9 lähitapaamista tarkoituksena, että kaikkien oppiaineiden opettajilla olisi koulutusta kerran kuukaudessa.

Koulutuksiin kuului eri tieto- ja viestintäteknologisiin aihealueisiin liittyvää koulutusta sekä tehtävien tekemistä. (Jyväskylän lukiokoulutus 2017.) Koulutusten sisältöjä voitiin kouluttajien toimesta muokata osallistujien toiveiden tai tarpeiden mukaan ja aina ennen jokaista koulutusta kouluttajat tiedustelivat osallistujilta kyselylomakkeella aiheita tai sovelluksia, joihin osallistujat halusivat mahdollisesti koulutuksen aikana tutustua. Keski-Suomen eYO-koulutukseen oli mahdollista osallistua myös etänä Adobe Connect -verkkokokousjärjestelmän kautta. Jokaisen koulutuskerran jälkeen koulutuksesta tehtiin videotallenne, jonka avulla koulutukseen osallistuvat pystyivät tarvittaessa palauttamaan mieliin käsitellyjä aiheita. Koska kaikki koulutukset pidettiin auditoriotiloissa, osallistujien täytyi ottaa koulutuksiin mukaan oma laite (esim. kannettava tietokone tai tabletti) ja asentaa siihen tarvittavat sovellukset ennen koulutuksen alkua. Tämä mahdollisti myös sen, että opettajan oma laite oli heti koulutuksen jälkeen valmiina käyttöön.

Koulutuksissa käytettiin suurimmaksi osaksi kouluttajien itse tekemiä tehtäviä, mutta myös verkosta löytyviä valmiita tehtäviä saatettiin käyttää, mikäli ne sopivat hyvin koulutuksien sisältöön. Kaikki koulutuksissa tehdyt tehtävät sijoitettiin kouluttajien toimesta Peda.net-oppimisympäristöön, jotta myös etänä osallistuvat pystyivät tehtäviä vaivattomasti tekemään. Tarkoituksena oli myös, että tehtävien pariin voisi myöhemmin vielä palata, mikäli koulutuksen aikana osallistuja ei ehtinyt kaikkia tehtäviä tekemään. Tehtävistä oli yleensä tehty vaikeusasteeltaan toisistaan eroavia, jotta aloittelijat ja käsiteltäviä aiheita enemmän tai vähemmän osaavat pystyivät tekemään itselle ja omalle osaamiselle soveltuvia tehtäviä.

4.4.2 eYO-koulutus ja matematiikka

Matematiikan opettajille eYO-koulutusta järjestettiin lukuvuonna 2015–2016 seuraavasti:

- Video- ja äänitiedostot osat I ja II (24.9. ja 29.10.)
- Monivalinta- ym. tehtävät (26.11.)
- Taulukkolaskenta osat I ja II (4.2. ja 10.3.)
- Valinnaiset teemat
 - Verkko-opetuksen suunnittelu (11.2.)
 - Tekijänoikeudet opettajan työssä (26.5.)

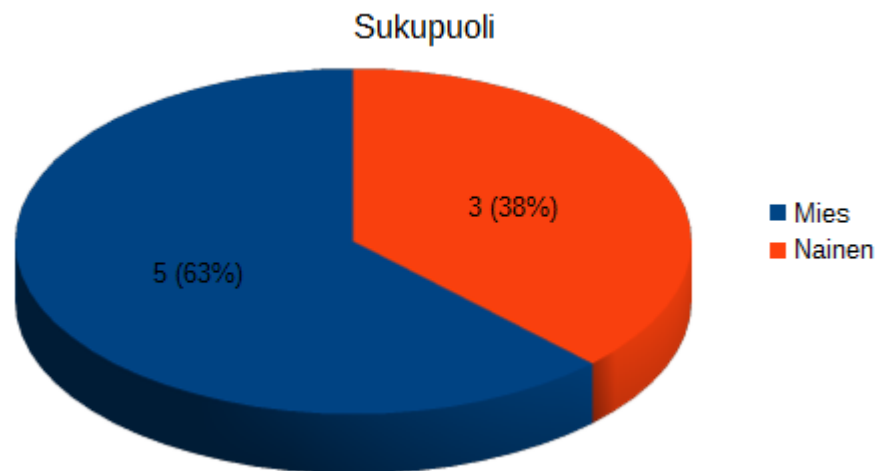
- Verkkoaineistot (12.5.)
- Kertaavat teemat (läpi kevään 2016)

Video- ja äänitiedoistoihin keskittyvässä koulutuksessa ensimmäinen osa oli luentotyypinen, hyvin teoriapainotteinen kokonaisuus ja toisessa osassa osallistujat tekivät suurimmaksi osaksi itsenäistä työtä, tehden esimerkiksi omaan opetukseen soveltuvia opetusvideoita. Taulukkolaskentaa käsittelevissä koulutuksissa harjoiteltiin matemaattisten laskukaavojen ja funktioiden käyttöä sekä kuvaajien muodostamista valmiiden tai itse tehtyjen aineistojen pohjalta. Tässä tutkimuksessa keskitytään erityisesti 26.11.2015 järjestettyyn monivalintaym. digitaalisia tehtäviä käsittelevään koulutukseen.

Ennen digitaalisiin tehtäviin liittyvää koulutusta osallistujille lähetettiin täytettäväksi kyselylomake. Lomake oli toteutettu Google Forms -sovelluksella ja se lähetettiin kaikille 22 matematiikan opettajalle, jotka olivat eYO-koulutuksen matematiikan opettajien postituslistalla. Kyselylomake lähetettiin opettajille 6.11.2015, joten koulutukseen osallistuvilla oli hieman vajaa kolme viikkoa aikaa vastata kyselyyn. Vastauksia kyselyyn kertyi ennen koulutusta kahdeksan kappaletta. Kyselyssä matematiikan opettajilta tiedusteltiin sukupuolen ja työkokemuksen lisäksi esimerkiksi sitä, minkälaiset TVT-aidot he tällä hetkellä omasta mielestään omaavat, millaisia laitteita ja sovelluksia he ovat opetuksessaan käyttäneet sekä minkälaisia opetusmenetelmiä he käyttävät. Näiden lisäksi opettajilta kysyttiin heidän suhtautumistaan digitalisoituihin ylioppilaskirjoituksiin ja yleisesti TVT:n käyttöön osana opetusta sekä sitä, millaista koulutusta he haluaisivat TVT:n opetuskäyttöön liittyen järjestettävän ja minkälainen on heidän motivaationsa osallistujia tämän tyyppisiin koulutuksiin. Liitteessä C voi nähdä kokonaisuudessaan kyselylomakeella esitetyt kysymykset matematiikan opettajille.

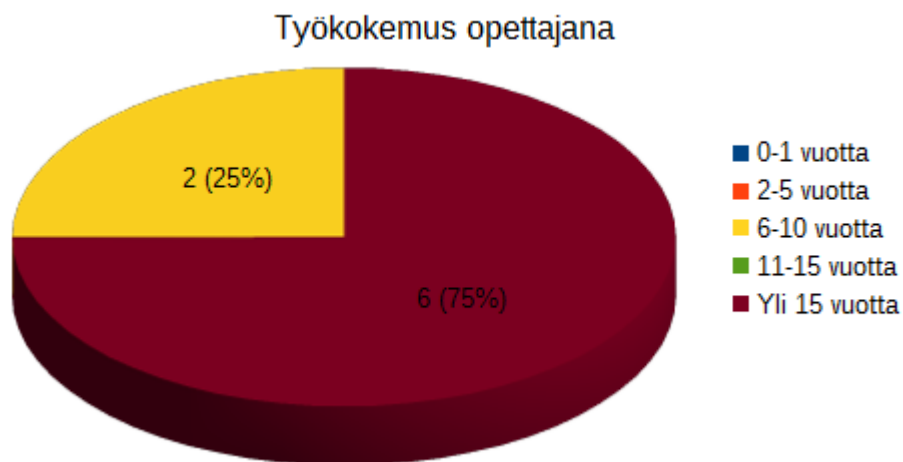
Kyselyyn vastasi siis kahdeksan matematiikan opettajaa, joista kaikki osallistuivat myös digitaalisiin tehtäviin liittyvään koulutukseen. Kyselyyn vastanneista noin kolmasosa oli miehiä. Kyselyyn vastanneiden sukupuolijakauman voi nähdä kuviosta 12.

Kyselyyn vastanneissa ei juurikaan ollut työkokemukseltaan nuoria opettajia, sillä suurin osa vastanneista olivat olleet opettajan työssä jo yli 15 vuotta. Neljäsosa vastanneista oli toiminut myös lukio-opetuksen parissa yli 15 vuotta ja ainoastaan kahdella vastaajalla oli opetus-



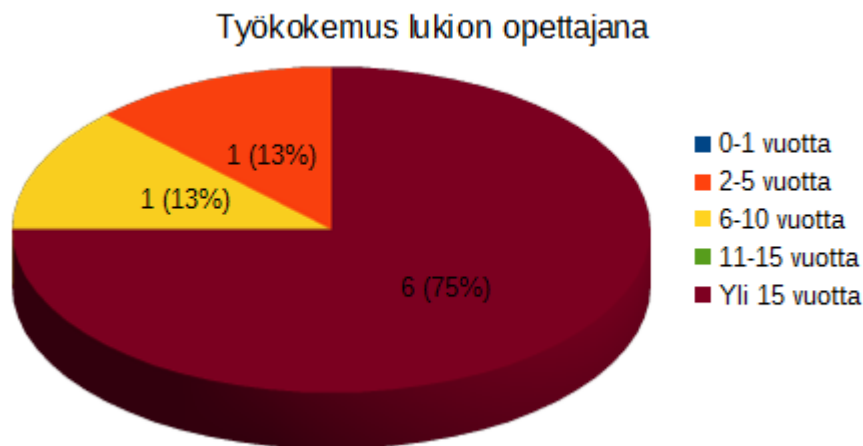
Kuvio 12. Kyselyyn vastanneiden sukupuolijakauma.

kokemusta lukiosta tasan tai alle 10 vuotta. Kyselyyn vastanneiden työkokemusta kuvataan tarkemmin kuvioissa 13 ja 14.



Kuvio 13. Kyselyyn vastanneiden työkokemus opettajana.

Avoimia kysymyksiä kyselyssä oli 9 kappaletta ja niissä luonnollisesti opettajien vastauksien välillä oli enemmän eroja. Kysyttäessä opettajilta, että millainen heidän tyypillinen matematiikan tuntinsa on sekä millaisia opetusmenetelmiä ja -välineitä he opetuksessaan käyttävät, olivat opettajien vastaukset kuitenkin melko samankaltaisia. Monilla kyselyyn vastanneista matematiikan tunnit menevät “perinteiseen” tyyliin, jossa poissaolojen ja kotitehtävien tarkistuksen jälkeen perehdytään uuteen aiheeseen ja lopputunti tehdään tehtäviä yksin tai pie-



Kuvio 14. Kyselyyn vastanneiden työkokemus lukio-opettajana.

nissä ryhmissä. Käytettävissä välineissä oli jonkin verran eroja, sillä jotkut käyttävät opetuksessaan perinteistä liitu- tai tussitaulua, mutta monet opettajat ovat jo siirtyneet dokumenttikameran käyttöön ja käyttävät laskimien lisäksi opetuksensa tukena erilaisia matematiikkaohjelmia, kuten esimerkiksi GeoGebraa. Eräs kyselyyn vastanneista opettajista kuitenkin käytti ns. perinteisten opetusmenetelmien lisäksi myös käänteistä opetusta:

"Tunneillani käsittelen uuden aiheen esimerkkien avulla ja opiskelijat 'laskevat' paljon. Joitain tehtäviä, joita he toivovat käsiteltävän, käyn läpi dokumenttikameran avulla itse tehden tai opettajan tiedostoista näyttäen. Joillakin kursseilla käytän systeemiä, joissa opiskelijat katsovat etukäteen seuraavan tunnin aiheen Opetus.tv:stä ja oppikirjasta. Opiskelijat tekevät paljon ryhmätyötä." - *Nainen, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

Kysymykseen, jossa tiedusteltiin, millaisia ajatuksia ensimmäisen kerran vuonna 2019 järjestettävä matematiikan digitaalinen ylioppilaskoe herättää opettajissa, olivat vastaukset pääasiassa epätietoisia, huolestuneita ja jopa skeptisiä. Opettajien huoli keskittyi erityisesti käytettäviin ohjelmistoihin ja ennen kaikkea siihen, että miten opettajat pystyvät itse nämä ohjelmistot omaksumaan saatika opettamaan niiden käyttöä omille oppilailleen. Opettajat selvästi tiedostivat sen, että matematiikan kokeen toteuttaminen ja siihen vastaaminen digitaalisesti on huomattavasti vaikeampaa kuin esimerkiksi joissain reaaliaineissa, koska esimerkiksi kaavaeditoreilla yksinkertaisenkin tehtävän tai vastauksen laatiminen voi olla todella työläs-

tä ja aikaavievää. Kyselyyn vastanneilla oli myös selkeästi huoli siitä, että tuleeko matematiikan ylioppilaskokeen digitalisoinnilla olemaan mitään todellista hyötyä vai jyrääkö tekniikka matematiikan osaamisen ja oppimisen yli. Muun muassa seuraavanlaisia vastauksia opettajilta saatiin:

"Matemaattisen tekstin tuottaminen tietokoneella on 'erittäin kunnianhimoinen' tavoite. Nykyiset menetelmät ovat mielestäni selvästi hitaampia kuin käsin laskeminen ja ohjelmistot kömpelöitä, enkä ihan heti näe, mitä sähköistyksellä⁶ aiotaan parantaa entiseen tilanteeseen nähden." - *Mies, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Ei hyviä. Pitäisi olla paljon enemmän koulutusta miten opettaa oppilaita vastaamaan ja käyttämään erilaisia ohjelmistoja." - *Mies, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Kuinka paljon aikaa teknisten taitojen hallinta vaatii opiskelijoilta (ja opettajilta). Saadaanko uudistuksesta todellista hyötyä vai katoaako itse asia tekniikan alle." - *Mies, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

Seuraavaksi kyselyssä opettajilta tiedusteltiin, mikä on heidän yleinen suhtautumisensa tietojen ja viestintäteknologian käyttöön matematiikan opetuksessa ja miten he itse ovat käyttäneet TVT:a oman opetuksensa tukena. Kaikki kysymykseen vastanneet opettajat olivat jollain tapaa käyttäneet TVT:a opetuksessaan. Monet vastanneista käyttivät TVT:a hyödyksi malliratkaisujen esittämisessä sekä opetuksen tukena lähinnä täydentävänä lisämateriaalina. Jotkut opettajat kuitenkin hyödynsivät TVT:a myös tiettyjen matemaattisten sisältöjen opettamiseen. Käytetyimpiä oppimisympäristöjä ja ohjelmistoja olivat selkeästi Peda.net, GeoGebra, taulukkolaskentaohjelmat sekä erilaiset internet-sivustot, joita käytettiin taulukoiden, diagrammien ja kuvaajien piirrossa. Suhtautuminen TVT:n käyttöön oli vastanneiden keskuudessa pääasiassa positiivinen, kunhan TVT:n käyttö toi opetukseen jonkinlaista lisäarvoa. Eräs matematiikan opettaja kuitenkin totesi, että vielä nykyään myös opiskelijat pitävät tietojen ja viestintäteknologisia välineitä opetusta ja oppimista hankaloittavana tekijänä ja niinpä he pitäytyvät mieluummin perinteisessä liitutaulesityksessä ja tekstin kopioimisessa. Matematiikan opettajat kommentoivat suhtautumistaan TVT:an ja omaa TVT:n opetuskäyttöä mm. seuraavasti:

6. Ennen kuin termi "digitaalinen" tuli virallisemmaksi ilmaisuksi, käytettiin termiä "sähköinen")

"Opiskelijoilta kysyttäessä he aina mieluummin valitsevat liitutaulesityksen ja kopionnin. Enimmäkseen käytän valmiiden ratkaisujen näyttämistä ja kerron mahdollisuudesta kerrata opetusohjelmien avulla." - *Nainen, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Periaatteessa positiivinen, jos se palvelee opetusta, eikä päinvastoin. Olen käyttänyt laskimia, GeoGebraa + Tubea, valmiita videoita, taulukkolaskentaa, Wolfram Alphaa, ja joitakin nettisivuja tieto- ja materiaalilähteenä." - *Mies, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

Kun opettajilta kysyttiin, mitä mieltä he olivat siitä, että uusissa opetussuunnitelmissa korostetaan TVT:n integroimista erityisesti matematiikan opetukseen, eivät kaikki olleet tästä edes tietoisia. Osan kyselyyn vastanneiden mielestä TVT:a korostetaan opetussuunnitelmissa aivan liikaa, mutta oli myös niitä, joiden mielestä TVT:n integrointi oppiaineisiin oli tervetullutta, kunhan opetuksessa mentäisiin silti matemaattiset taidot edellä. Osalla opettajista oli kuitenkin myös huoli siitä, että tekniikan mukaantulo opetukseen johtaisi todennäköisesti siihen, että opiskelijoiden matemaattisten taitojen taso laskee. Matematiikan opettajien vastauksista näkyi, että aikaa opetussuunnitelmien laatimisesta oli kulunut vielä varsin vähän ja todelliset tulokset TVT:n integroimisesta matematiikan opetukseen olisi nähtävissä vasta myöhemmin tulevaisuudessa. TVT:n integroinnin korostaminen erityisesti matematiikassa herätti opettajissa mm. seuraavanlaisia ajatuksia:

"Aika näyttää, mihin se johtaa, luultavasti matemaattisen osaamisen tason laskuun." - *Nainen, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Hiukan on mopo lähtenyt käsistä. Pitää huomioida, että integraatio ei tapahdu ilman ajallista satsausta. Digitalisaatio pitäisi myös ottaa tarvelähtöisesti eikä keinoitekoisesti mukaan. Tutkijat ja diplomi-insinöörit etc. laskevat kuitenkin laskut edelleenkin paperille." - *Mies, 6-10 vuotta lukio-opettajana*

Kysyttäessä matematiikan opettajilta, mitä laitteita ja sovelluksia he olivat hyödyntäneet omassa opetuksessaan sekä minkälainen suhtautuminen heillä on BYOD-toimintatapoihin, olivat opettajien vastaukset samankaltaisia. Laitteistosta paljon käytettiin tavallista tietoko-

neen tai dokumenttikameran ja dataprojektorin yhdistelmää sekä graafisia laskimisia. Käytettävistä ohjelmistoista edellisten kysymysten tapaan esille nousi ennen kaikkea GeoGebra, joka keräsi opettajilta paljon kehuja. BYOD-ajattelu jakoi mielipiteitä opettajien kesken, sillä osalla vastaajista ei ollut lainkaan kokemusta BYOD-toimintatavoista, kun taas osa ajatteli niiden tulevan kunnolla käyttöön vasta myöhemmin. Osa opettajista oli kuitenkin sitä mieltä, että opiskelijoiden omat laitteet opetuksen ja oppimisen tukena ovat hyvä asia. Vastanneissa oli kuitenkin myös BYOD:n vastustajia, tätä perusteltiin mm. sillä, että opiskelijoiden omat laitteet vievät huomiota liiaksi muualle ja tällöin oppimisen laatu kärsii. TVT:n hyödyntämistä opettajien omassa opetuksessa ja BYOD-toimintatapoihin suhtautumista kuvailtiin kyselyssä seuraavasti:

"GeoGebraa ja CAS-laskinta. GeoGebra on todella mainio ja vielä ilmainen. CAS-laskimella pystyy ratkaisemaan ongelmia, jotka ovat omien/opiskelijoiden laskutaitojen ulottumattomissa." - *Mies, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Omat laitteet ok. Koulukin ostaa oppilaiden käyttöön koneita. En osaa hyödyntää laitteita ja ohjelmistoja opetuksessani." - *Mies, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Olen käyttänyt lähinnä PC:tä ja tietysti laskimia. Sovelluksista ylivoimaisesti eniten GeoGebraa. Se on toimiva ja helppokäyttöinen, pääosin ei aiheuta ongelmia ja tuo graafisen puolen hyvin esille. Opiskelijoiden omien laitteiden käytöstä ei laskinten lisäksi juurikaan kokemusta." - *Mies, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

Opettajien tarpeet olivat hyvin yksiselitteisiä, kun heiltä tiedusteltiin, mitä laitteita ja sovelluksia he haluaisivat oppia käyttämään nykyistä paremmin opetuksessaan. Vaikka osa opettajista halusi myös spesifisempää koulutusta tiettyjen ohjelmistojen käytössä, niin suurin osa vastaajista oli sitä mieltä, että tällä hetkellä ensimmäisenä prioriteettina olisi se, että opettajat saisivat mahdollisimman pian koulutusta niiden välineiden ja sovellusten käytöstä, joita tullaan käyttämään digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa. Opettajien toiveissa oli matemaattikaohjelmien käytön opetteluun lisäksi se, että käytettävistä sovelluksista saataisiin tietoa myös siitä, miten niitä voidaan hyödyntää opetuksessa niin, että niistä on oikeasti hyötyä opiskelijoiden oppimisen kannalta. Koulutusta kaivattiin erityisesti piirtotyökalujen ja graafisten laskisten tietokonesovellusten käyttöön:

"Luultavasti laitteet pysyvät samoina, mutta matemaattisia ohjelmia, piirtotyökaluja ja laskinten tietokonesovelluksia pitää oppia käyttämään, kun vaan aika riittäisi opiskeluun. Näistä kaipaen kursseja Keski-Suomeen!" - *Nainen, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Haluaisin tietää, mitä sovelluksia on ja miten niitä käytetään opetuksessa niin, että niistä on lisäarvoa opiskelijan työn tukena." - *Nainen, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Oleellista juuri nyt olisi oppia käyttämään hyvin niitä sovelluksia, joita tarvitaan tulevaisissa sähköisissä yo-kokeissa." - *Mies, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

Kun matematiikan opettajia pyydettiin kuvailemaan omia tieto- ja viestintäteknologisia taitojaan ja taitojaan, oli vastauksissa odotetusti jonkin verran vaihtelua. Pääasiassa opettajien TVT-taidot olivat heidän omasta mielestään hyviä tai ainakin parempia kuin suurimmalla osalla heidän kollegoistaan. Osa vastaajista oli jopa suorittanut erilaisia tietotekniikan opinnoita yliopistossa. Vastauksissa oli kuitenkin havaittavissa myös pientä epävarmuutta opettajien omasta TVT-osaamisesta. Erityisesti opettajat kokivat, että he osaavat käyttää ohjelmistoja johonkin tiettyyn tarkoitukseen, kuten esimerkiksi valmiiden ratkaisujen esittämiseen tai tiettyjen piirto-ominaisuuksien käyttöön, mutta ominaisuuksien syvempi soveltaminen tuottaa heillä jonkin verran hankaluuksia. Kysyttäessä opettajilta, miten he kokevat oman TVT-osaamisensa suhteessa heidän oppilaitoksen muihin opettajiin, oli suurin osa sitä mieltä, että heillä on keskivertoa paremmat tai ainakin samaa tasoa olevat TVT-taidot.

Kyselyn loppupuolella opettajilta kysyttiin, millaista TVT-aiheista koulutusta he kaipaisivat erityisesti matematiikan opetukseen, oli suurin osa luonnollisesti sitä mieltä, että koulutusta kaivattiin ensisijaisesti digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa käytettävistä ohjelmistoista sekä ylipäättään digitaalisten kokeiden tekemisestä. Suurin osa kyselyyn vastanneista oli sitä mieltä, että ehdottomasti osallistuisivat tällaisiin koulutuksiin, mikäli sellaisia järjestettäisiin. Opettajien toiveissa oli myös koulutusta erilaisten piirto-ohjelmien (esim. GeoGebra) sekä graafisten laskinten tietokonesovellusten käytöstä. Ulkoisesti järjestettävät koulutukset eivät kuitenkaan ollut opettajien mielestä ainoa tapa kehittyä TVT:n käytössä, sillä osalla vastaajista oli myös kokemusta vertaiskoulutuksen hyödyistä oman oppilaitoksensa sisällä. Kysy-

mys matematiikka-aiheisista TVT-koulutuksista sekä opettajien osallistumisinnostuksesta tällaisiin koulutuksiin herätti opettajissa mm. seuraavia ajatuksia ja toiveita:

"Haluan koulutusta

1. laskinvalmistajilta (CASIO) tietokoneohjelman käytöstä
2. GeoGebra-koulutusta
3. piirtotyökaluohjelmien käytöstä.

Osallistun kaikkiin, jos ne järjestetään Keski-Suomessa. On turhan kallista matkustaa Helsinkiin koulutettavaksi." - *Nainen, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Olen oppinut uusia asioita muiden koulujen ja omankin koulun kollegoilta, joten opettajien yhteiset tilanteet, joissa jaetaan omia kokemuksia, ovat mielestäni parhaita." - *Nainen, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Tulevaan sähköiseen yo-kokeeseen liittyvien sovellusten koulutusta. Sellaiseen osallistuisin varmasti!" - *Mies, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

Kyselyn viimeisenä kysymyksenä opettajilta tiedusteltiin, että järjestetäänkö heidän mielestään TVT-aiheista koulutusta tarpeeksi sekä sitä, millainen heidän motivaationsa on tai olisi tällaisiin koulutuksiin osallistua. Vastauksissa oli melko paljon vaihtelua, sillä joissain kouluissa koulutusta ei saanut riittävästi, vaikka motivaatiota koulutuksiin osallistumiseen olisi. Toisaalta osa vastaajista oli sitä mieltä, että koulutuksia järjestetään paljon, mutta oma aika tai motivaatio ei riitä osallistumaan koulutuksiin. Vastausten perusteella TVT-aiheisille matematiikkakoulutuksille olisi paljon kysyntää, mutta sen tulisi mielellään kohdentua johonkin tiettyyn aiheeseen ja siihen, että pelkän välineiden ja ohjelmistojen käytön opetteluun sijaan koulutettaisiin myös sitä, että miten niitä pystyy tehokkaasti ja järkevästi omassa opetuksessa hyödyntämään. Osa vastaajista koki myös, että koulutukset ovat ajanhukkaa, sillä oppilaitoksen sisäinen vertaisopetus on paljon tehokkaampaa:

"Ei järjestetä riittävästi, aikaa löytyy ja pakon sanelema motivaatiokin on!" - *Nainen, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Ruohonjuuritason koulutusta eli mitä mihinkin kurssiin voisi käyttää tai kokeil-

la ei silmiini ole osunut." - *Nainen, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Meidän koulussa on koulutusta ollut paljon ja omassa opepiirissäkin on vierikouluttajia tarvittaessa. Aikaa voisi olla, mutta motivaatio on ehkä hakusessa. Motivaatiota parantaisi, jos YTL olisi antanut täsmällisempää informaatiota sähköisistä kirjoituksista ja OPH olisi ottanut näitä asioita huomioon aikaisemmin opetussuunnitelmassa. Nyt OPH:n opetussuunnitelma laahaa YTL:n perässä, vaikka se pitäisi mielestäni olla toisinpäin." - *Mies, yli 15 vuotta lukio-opettajana*

"Kuka haluaa viettää ylimääräistä aikaa koulutuksissa varsinkaan, jos hyöty jää vähäiseksi. Vertaisopetus tehokkainta." - *Mies, 6-10 vuotta lukio-opettajana*

Itse koulutuksen kulku oli hyvin samanlainen kuin kaikilla muillakin eYO-koulutuksilla. Koulutuksen alun yhteisen osuuden jälkeen aloitettiin eri sovellusten ja ohjelmistojen esittely. Kaikista sovelluksista näytettiin ensin esimerkkejä koulutukseen osallistuville, joiden jälkeen koulutettavat pääsivät itse kokeilemaan suurta osaa koulutuksessa käytettävistä sovelluksista. Osallistujat saivat tarvittaessa apua tehtävien tekemiseen kouluttajilta. Koulutuksessa käytiin läpi seuraavia sovelluksia ja kokonaisuuksia: Google Forms ja Flubaroo, Peda.net⁷ ja lomakkeet, Kahoot⁸, Libre Office Math, wxMaxima sekä muutamia selaimessa toimivia matematiikkasovelluksia.

Google Forms on Googlen oma sovellus, jolla voidaan tehdä mm. erilaisia kyselylomakkeita ja kokeita. Lomakkeisiin ja kokeisiin vastaaminen onnistuu Formsissa kätevästi verkossa, kunhan vastaajalla on linkki kyseiseen lomakkeeseen tai kokeeseen. Flubaroo puolestaan on Google Formsin lisäosa, joka toimii esimerkiksi Formsilla tehtyjen kokeiden automaattisena tarkastajana. Flubaroo toimii siten, että lomakkeen luoja syöttää itse oikeat vastaukset, joihin Flubaroo vertaa muiden kokeeseen osallistuneiden vastauksia. Myös Peda.netissä lomakkeiden ja kokeiden tekeminen onnistuu hyvin, mutta esimerkiksi kokeiden tarkastaminen toimii Peda.netissä hieman eri tavalla.

Kahoot on selaimessa toimiva kysely- ja visailusovellus. Kahoot perustuu pelillisyyteen, jo-

7. <https://peda.net/>

8. <https://kahoot.com/>

ten se on ennen kaikkea hauska ja motivoiva oppimissovellus, joka sopii kaikenikäisille opiskelijoille. Kahootissa ainoastaan kyselyn luoja tai haltija tarvitsee tunnukset Kahootiin ja osallistujat tarvitsevat vain jonkun internet-selaimella varustetun laitteen. Halukkaat pääsevät osallistumaan kyselyyn huonekoodin avulla. Kahoot-kyselyissä osallistujat saavat pisteitä oikeista vastauksista sekä vastausnopeudesta. Väliaikatulokset ovat jokaisen kysymyksen jälkeen osallistujien nähtävillä, mikä luo leikkimielistä kilpailutilannetta osallistujien välille.

LibreOffice Math on LibreOffice⁹-pakettiin kuuluva kaavaeditori, jolla pystyy tekemään monimutkaisiakin matemaattisia kaavoja ja lausekkeita. Koska LibreOffice Math on osa laajempaa LibreOfficen toimisto-ohjelmakokonaisuutta, keskustele se hyvin myös muiden LibreOffice-ohjelmistojen, kuten esimerkiksi LibreOffice Writerin, LibreOffice Calcin ja LibreOffice Impressin kanssa. LibreOffice Mathia voidaan käyttää kirjoittamalla kaavat ja lausekkeet suoraan käsin tai esimerkiksi kätevästi kaavatyökalun avulla, missä LibreOffice Math antaa käyttäjälle käytettävät elementit ja niiden kirjoitusasun valmiiksi, jolloin käyttäjän tarvitsee vain lisätä haluamansa arvot ja luvut tyhjiin kohtiin.

wxMaxima on Maxima-nimisen matematiikkaohjelmiston graafinen käyttöliittymä. wxMaxima on symboliseen laskentaan suunniteltu komentopohjainen sovellus, jolla voidaan tehdä hyvin monimutkaisiakin matemaattisia operaatioita. wxMaximalla laskeminen ja matemaattisten ongelmien ratkaiseminen muistuttaa ohjelmointia, sillä laskentaa suoritetaan erilaisten komentojen ja parametrien avulla. wxMaximalla on laajojen laskentaominaisuuksien lisäksi myös kattavat kaksi- ja kolmiulotteiset piirto-ominaisuudet, joihin se käyttää apuna gnuplot-nimistä ohjelmaa.

Digitaalisiin tehtäviin liittyvän koulutuksen jälkeen osallistujille lähetettiin palautelomake. Lomake lähetettiin koulutukseen osallistuneille 2.12.2015, joten koulutettavilla oli reilu pari viikkoa aikaa vastata kyselyyn ennen joululomille lähtöä. Palautekyselyyn saatiin vain kolme vastausta. Palautelomakkeella koulutukseen osallistuneiden täytyi vastata kysymyksiin koulutuksen sisällöstä, kouluttajista sekä siitä, että muuttuiko heidän suhtautumisensa tietojen ja viestintäteknologian käyttöön matematiikan opetuksessa. Lomakkeella tiedusteltiin myös koulutuksen herättämiä uusia ajatuksia matematiikan digitaalisista ylioppilaskokeista sekä sitä, että saivatko opettajat mielestään koulutuksesta lisää eväitä TVT:n käyttöön matemati-

9. <https://www.libreoffice.org/>

kassa. Kysymyksiä lomakkeella oli kuusi kappaletta ja ne kaikki olivat avoimia kysymyksiä. Palautelomakkeella olevat kysymykset voi nähdä kokonaisuudessaan liitteessä D.

Kysyttäessä koulutettavilta mielipidettä koulutuksen sisällöstä sekä siitä, että vastasiko koulutus heidän odotuksiaan, oli vastaukset hieman mielipiteitä jakavia. Toisaalta oltiin tyytyväisiä siihen, että esimerkkiohjelmaa oli paljon. Osa matematiikan opettajista oli kuitenkin sitä mieltä, että sisältöä koulutuksessa oli paikoittain jopa liikaa ja se meni jonkun verran myös ohi aiheesta:

"Huh, olipas kattava (ja jo ohi aiheenkin oleva) sisältö. Parempi olisi ollut, että olisi ollut vain aiheeseen liittyvää, koska muista olisi saanut omankin kerran (ja osittain tuleekin)."

Koulutuksen pitäjiin kyselyyn vastanneet olivat yksimielisesti tyytyväisiä. Osallistujat olivat sitä mieltä, kouluttajat opettivat eri sovellukset ja niiden käytön hyvin. Yksi kyselyyn vastanneista oli kuitenkin sitä mieltä, että tiettyihin aiheisiin kouluttajat olisivat voineet perehtyä etukäteen paremmin tai vaihtoehtoisesti jokaiselle osa-alueelle olisi voinut hankkia niihin erikoistuneet opettajat.

Kun koulutuksen osallistuneilta kysyttiin, millä tavalla heidän suhtautumisensa tieto- ja viestintäteknologian käyttöön matematiikan opetuksessa muuttui koulutuksen jälkeen, olivat kokemukset lähinnä positiivisia. Osa koulutettavista oli jopa yllättyneen oloisia siitä, kuinka yksinkertaisia sovelluksia voi käyttää myös matematiikan opetuksessa ja kuinka helposti niihin voi upottaa matematiikkaa. Kaikki kyselyyn vastanneet olivat myös sitä mieltä, että he voisivat käyttää TVT:a nykyistä enemmän opetuksessaan. Yksi vastaajista ei kuitenkaan siitä huolimatta ollut varma, että aikooko hän sitä tehdä. Kysymys suhtautumisesta TVT:n käyttöön matematiikan opetuksessa sai mm. seuraavia vastauksia:

"[Tieto- ja viestintäteknologia] tarjoaa mahdollisuuksia."

"Positiivinen. Jotkin ohjelmat ovat hyödyllisiä."

Koulutus herätti osallistujissa jonkin verran uusia ajatuksia digitaalisesta matematiikan ylioppilaskokeesta. Osa vastaajista vaikutti jopa hieman turhaantuneelta siihen, kuinka alku-

vaiheessa digitaalisen matematiikan kokeen kanssa oltiin ja erityisesti kaavaeditorien käytön hitaus tuntui etukäteen ajateltuna ongelmaiselta. Näistä huolimatta vastauksissa tuli ilmi kuitenkin myös positiivisia ajatuksia ja eräs vastaajista oli sitä mieltä, että myös tietyt laskinsovellukset ovat toimivia digitaalisessa kokeessa vastaamiseen:

"Erittäin vaikeaa tulee olemaan."

"Kaavojen kirjoittamisen hitaus mietityttää."

"Ei muistaakseni. Minusta Casion Classpadilla on hyvä vastata sähköisiin kirjoituksiin."

Viimeisenä kysymyksenä palautelomakkeella kysyttiin muuta palautetta tai todettavaa koulutuksesta. Kyselyyn vastanneet olivat pääasiassa sitä mieltä, että kaikki meni hyvin, mutta kokonaisuuden ei olisi välttämättä tarvinnut olla niin laaja kuin se oli. Yksi vastaajista oli sitä mieltä, että joistain koulutettavista sovelluksista olisi saanut oman koulutuskertansa ja nyt kaikkea koulutuksessa tullutta asiaa ei pystynyt sisäistämään.

Sovelluskoulutuksen sekä valmiiksi annettujen tehtävien teon aikana keskustelu osallistujien ja kouluttajien kesken oli vapaata. Keskustelu ei suinkaan keskittynyt pelkästään matematiikan digitaalisiin ylioppilaskirjoituksiin ja niiden hankaluuteen, vaan myös koulutuksessa käytettävät sovellukset herättivät paljon keskustelua. Kaikkia esiteltäviä sovelluksia pidettiin osallistujien toimesta oikein hyvinä, mutta niiden soveltumisesta matematiikan opetukseen ja erityisesti koetilanteisiin ei oltu koulutettavien eikä kouluttajien toimesta täysin vakuuttuneita.

Google Forms -lomakkeet sekä niissä käytettävä automaattinen tarkastaja Flubaroo todettiin hyväksi välineeksi monivalintakokeiden tekemiseen, sillä niissä Flubaroon käytöstä saatiin sen todellinen hyöty irti. Sanallisten tehtävien automaattinen arviointi Flubaroolle on käytännössä mahdotonta, jolloin lomakkeen tai kokeen tekijän täytyy arvostella ne käsin. Tämän lisäksi matemaattisten kaavojen ja symboleiden lisääminen lomakkeisiin todettiin ongelmalliseksi, sillä se onnistui vain lataamalla Google Formsiin matematiikka-aiheisen lisäosan nimeltä g(Math). Hyvänä ominaisuutena Flubarossa pidettiin erityisesti sen muodostamaa Google Sheets -taulukkoa, johon opettajat voisivat kokeen tarkastuksen yhteydessä tehdä va-

paasti halumiaan muokkauksia.

Kahootin koulutukseen osallistuneet totesivat todella hauskaksi ja motivoivaksi sovellukseksi. Tätä perusteltiin erityisesti sillä, että pieni leikkimielinen kisailu toimii varmasti niin nuorille kuin aikuisillekin ja tällöin Kahoot voisi soveltua hyvin myös lukion matematiikan tunneille. Kehuja Kahootissa keräsi myös se, että se toimii myös matkapuhelimella. Tällöin Kahoot-visan läpikäymisessä ei tarvita oppilaiden omien mobiililaitteiden lisäksi mitään muuta kuin opettajan tietokone sekä näyttö tai kangas, johon visa heijastetaan. Näiden lisäksi Kahootilla onnistui myös yksinkertaisten matemaattisten kaavojen tekeminen, mutta hankalimmatkin kaavat saatiin upotettua visaan esimerkiksi kuvatiedostojen avulla.

LibreOffice Math ja wxMaxima olivat koulutuksessa matematiikan osalta etukäteen ehkä ne keskeisimmät ja kiinnostavimmat sovellukset, sillä molemmat sovellukset olivat YTL:n verkkosivuilla tämänhetkisellä digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa käytettävien sovellusten listalla. Koulutukseen osallistuneista henkilöistä kuitenkin vain yksi oli käyttänyt LibreOffice Math -kaavaeditoria aiemmin. LibreOffice Math ei saanut osallistujilta kovin hyvää palautetta, koska sillä kaavojen ja vastauksien kirjoittaminen todettiin erittäin hitaaksi. Osallistujilla oli erityisesti kova huoli siitä, että digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa käytössä oleva kuu-den tunnin aika ei välttämättä ole riittävä, mikäli vastauksien kirjoittamiseen jouduttaisiin käyttämään LibreOffice Mathin tapaista kaavaeditoria. wxMaxima ei myöskään ollut etukäteen tuttu sovellus koulutukseen osallistuneille ja se herätti lähinnä kauhistusta matematiikan opettajien keskuudessa. Vaikka wxMaximan tapainen matematiikkaohjelma soveltuu moneen asiaan, niin koulutettavat eivät kokeneet sitä digitaalisten ylioppilaskirjoitusten kannalta kovin hyväksi sovellukseksi, sillä sen sujuva käyttö vaatisi oppilailta ja myös opettajilta hyviä ohjelmointitaitoja.

4.4.3 Pohdintaa ja johtopäätöksiä kyselyn vastauksista

Kun koulutusta edeltävän kyselyn ja koulutuksen jälkeisen palautekyselyn vastauksia analysoi tarkemmin, saadaan jonkinlaista kuvaa siitä, miten tieto- ja viestintäteknologisten välineiden käyttö näkyy tällä hetkellä matematiikan opetuksessa, millaisia asenteita opettajilla on digitaalisia ylioppilaskokeita ja yleisesti TVT:a kohtaan sekä miten matematiikan opettajien

mielestä pitäisi tällä hetkellä jatkaa kohti digitaalisia ylioppilaskirjoituksia ja matematiikan koetta.

Kyselyn vastauksista selvisi, että TVT:n käyttö oli matematiikan opettajien keskuudessa suhteellisen monipuolista ja käytössä oli monia ohjelmistoja, jotka ovat tälläkin hetkellä digitaalisten ylioppilaskirjoitusten käytettävien ohjelmien listalla. YTL:n (2017b) mukaan näitä ohjelmistoja ovat tällä hetkellä ainakin seuraavat:

- wxMaxima (symbolinen laskenta)
- Texas Instruments TI-Nspire CAS (symbolinen laskenta)
- Casio ClassPad Manager (symbolinen laskenta)
- GeoGebra (mm. kuvaajat)
- LoggerPro (kuvaajat)
- LibreOffice (tekstinkäsittely, taulukkolaskenta, esitysgrafiikka, vektorigrafiikka)
- Dia (vektorigrafiikka)

Näistä ohjelmistoista koulutukseen osallistuneet opettajat olivat käyttäneet ainakin Texasin ja Casion laskimien tietokonesovelluksia, GeoGebraa sekä LibreOfficen toimisto-ohjelmia. Lisäksi koulutuksessa osallistujat pääsivät kokeilemaan wxMaximaa sekä LibreOffice Mat-hia. Näin ollen ainakin tämän hetken tiedon mukaan digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa käytettävät sovellukset ovat matematiikan opettajille ainakin tuttuja ja niitä on jonkin verran käytetty. Läheskään kaikille kyselyyn vastanneille nämä ohjelmistot eivät kaikki kuitenkaan olleet tuttuja ennestään, joten tietoa ja taitoa näiden sovellusten käyttämisestä matematiikan opetuksessa opettajat kaipaavat kipeästi lisää. Oli kuitenkin hieno asia huomata, että matematiikan opettajat ovat omaksuneet paljon muita tietoteknisiä vaihtoehtoja (esim. opetusvideot ja muut verkkolähteet) opetukseensa perinteisten menetelmien lisäksi.

Koulutukseen osallistuvien vastauksista selvisi myös, että opettajien asenteita pitäisi pysäyttää jollain tapaa muokkaamaan, sillä monella kyselyyn vastanneella oli hieman negatiiviset, epäileväiset tai epätietoiset ajatukset tulevista digitaalisista ylioppilaskirjoituksista tai TVT:n käytöstä matematiikan opetuksessa yleisesti. On tietenkin luonnollista, että opettajilla on paljon kysymyksiä ja epäilyksiä ylioppilaskirjoitusten digitalisoinnin ja TVT:n käytön suhteen, sillä osa tämän hetkisistä ratkaisuista ja ohjelmistovalinnoista ovat hieman hitaita,

työläitä tai kömpelöitä käyttää. Suurin huoli matematiikan opettajilla oli kuitenkin siinä, että mitä hyötyä digitalisoinnista on ja miten se parantaa nykytilannetta, jossa matemaattiset ratkaisut lasketaan paperille. Tällä hetkellä tärkeää olisi siis se, että matematiikan opettajat saataisiin perille ja vakuutettua siitä, mitä hyötyä erilaisista tietoteknisistä ratkaisuista ja ylioppilaskirjoitusten digitalisoinnista on. Tämän seurauksena varmasti opettajien motivaatio opettaa kyseisiä asioita oppilailleen paranisi huomattavasti, eikä tilanne olisi enää se, että TVT:a integroidaan matematiikan opetukseen ainoastaan sen takia, koska on pakko. Tämä voisi saada aikaan ketjureaktion, jossa myös oppilaat olisivat motivoituneempia oppimaan TVT:n käyttöä matematiikassa. Jos tilanne on tällä hetkellä se, että oppilaatkin käyttävät enemmän perinteisiä menetelmiä tietoteknisten välineiden sijaan ja opettajat ovat jo valmiiksi sitä mieltä, että matemaattisen osaamisen taso tulee digitalisoitumisen myötä laskemaan, on tilanne erittäin huolestuttava. Opettajien ja oppilaiden asenteiden muokkaamisen lisäksi erittäin tärkeää olisi siis löytää ja valita käytettäväksi sellaiset ohjelmistot, joita on suhteellisen helppo ja nopea käyttää, jotta opettajat ehtisivät omaksumaan ne sekä opettamaan niiden käytön ja monipuolisen hyödyntämisen myös oppilaille. Tämän kaiken lisäksi huomioitava on vielä se, että kyseisten ohjelmistojen käyttö palvelisi nimenomaan opetusta, eikä niin, että ohjelmistojen käyttäminen vaikuttaisi negatiivisella tavalla oppilaiden oppimistuloksiin.

Oppilaiden motivaatioon voisi vaikuttaa myös suuresti se, että heidän annetaan käyttää omia laitteita oppitunneilla. On hyvä, että monet koulutkin ostavat tällä hetkellä oppilailleen omat laitteet, joita he voivat käyttää opiskelun tukena. Riski siitä, että laitteet vievät liiaksi oppilaiden huomiota muualle, on aina olemassa, mutta suunta on oikea, mikäli oppilaille yritetään tehdä käytössä olevat tieto- ja viestintäteknologiset laitteet ja sovellukset jo varhaisessa vaiheessa tutuiksi.

Kyselyyn osallistuneiden vastauksista saatiin hyvä kuva myös siitä, mitä laitteita ja sovelluksia opettajat haluaisivat oppia käyttämään paremmin, minkälaista koulutusta näihin liittyen tulisi järjestää sekä siitä, että järjestetäänkö matematiikan opettajien mielestä koulutusta ylipäätään tällä hetkellä tarpeeksi. Ne osallistujat, jotka digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa käytettävien sovellusten lisäksi toivoivat lisäkoulutusta joistain spesifisemmistäkin sovelluksista, olivat nekin toiveet hyvin pitkälti niistä sovelluksista, joita tällä hetkellä ollaan digitaalisissa kokeissa käyttämässä. Koulutusta kaivattiin esimerkiksi erilaisista piirtotyökaluis-

ta, laskinsovelluksista, GeoGebrasta sekä sen erilaisista ominaisuuksista. Sovellusten lisäksi matematiikan opettajat toivoivat, että koulutusta järjestettäisiin myös yleisesti digitaalisista kokeista, erityisesti niiden tekemisestä sekä siitä, miten ratkaisuja voidaan digitaaliin kokeisiin liittää. MAOL:lta ja kirjakustantajilta toivottiin myös panostusta esimerkiksi mallikokeiden muodossa. Tällä hetkellä olisi siis erittäin tärkeää, että matematiikan opettajat ympäri Suomen saisivat tarvittaessa tarpeeksi opastusta ja koulutusta digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa käytettävistä sovelluksista sekä Abitin digitaalisesta koejärjestelmästä. Vaikka Abitin verkkosivuilla on monenlaista ja yksityiskohtaistakin ohjeistusta kokeisiin liittyen, niin olisi hyvä, mikäli Abitin käyttöön erityisesti kokeen tekemisen ja vastaustekniikan osalta tarjottaisiin erilaisten koulutusten yhteydessä opastusta. Myös monipuoliset mallikokeet, joista opettajat pystyisivät näkemään, millaisia tehtäviä Abitti-järjestelmässä on mahdollista tehdä, helpottaisi varmasti opettajien työtä. Kyselyn vastauksista selviää, että koulutusta oli ainakin vuoden 2015 lopussa hyvin vaihtelevasti tarjolla, joten tärkeää olisi, että koulutusta olisi saatavilla maanlaajuisesti ja sen tulisi kohdentua erityisesti matematiikan opettajille, sillä opettajien vastauksista päätellen kysyntää ja osallistumisinnostusta tällaisille koulutuksille selkeästi löytyy. Mikäli koulutusta ei syystä tai toisesta ole mahdollista järjestää koko maassa, niin opettajille tulisi ainakin antaa mahdollisuus lähteä koulutuksiin mukaan niin, että koulutuksesta todella saadaan myös hyötyä ja ettei opettajan oma opetus kärsi koulutuksen aikana.

Vaikka syksyllä 2015 järjestetty eYO-koulutus saikin pääasiassa hyvää palautetta siihen osallistuneilta opettajilta, olisi koulutus voitu toteuttaa paremmin tai ainakin tiettyjä asioita hieman selkeyttäen. Koulutus sai hyvää palautetta siitä, että esimerkkiohjelmia oli paljon ja ne olivat hyviä, mutta toisaalta jotkut osallistujat kokivat, että sisältöä oli jopa liikaa ja se meni osittain ohi aiheen. Koulutuksessa esimerkkiohjelmia oli paljon, koska jokainen digitaaliin tehtäviin liittyvä koulutus vedettiin kouluttajien toimesta samalla muotilla, jolloin kaikkiin esittelyissä oleviin sovelluksiin pyrittiin tutustumaan edes pienen esittelyn muodossa. Myöskään kaikki koulutukseen osallistuneet opettajat eivät välttämättä olleet täysin tietoisia siitä, että koulutuksessa tarkoitus oli tutustua digitaalisesti toteutettaviin ja ratkaistaviin tehtäviin, eikä pelkästään digitaaliin ylioppilaskirjoituksiin. Tietenkin sovelluksista prioriteettilistan kärjessä olivat juuri digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa käytettävien sovellusten listalla olevat sovellukset, mutta tämä olisi ehkä koulutuksessa pitänyt tehdä paremmin sel-

väksi. Vaikka matematiikan opettajat pääsivät jonkun verran myös itse tekemään tehtäviä koulutuksessa läpikäydyillä sovelluksilla, olisi ennen koulutusta ollut hyvä tehdä osallistujille selväksi se, että kyseessä oli ennemminkin sovellusesittely kuin tiettyjen sovellusten laajempi käyttökoulutus. Ymmärrettävää on myös, että ainoastaan kaksi tuntia kestävässä koulutuksessa ei sovelluksista ehditty käymään läpi kuin pieni pintaraapaisu. Kouluttajiin ja opetuksen tasoon osallistujat olivat palautekyselyn perusteella tyytyväisiä, mutta jotkut kaipaivat vielä enemmän erikoisosaamista eri osa-alueille. Tämä ei kuitenkaan käytössä olevilla resursseilla olisi ollut mahdollista.

Jos katsotaan pelkästään digitaalisten ylioppilaskirjoitusten näkökulmasta, ei koulutuksessa esitellyistä sovelluksista hirveän moni niihin sopisi. Sovellukset kuitenkin soveltuvat muuten matematiikan opetukseen oikein hyvin. Esimerkiksi Google Formsin ja Peda.netin lomake-työkaluista ja automaattisista tarkastajista ei olisi hirveästi hyötyä digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa, sillä niissä käytetään omaa koejärjestelmää, mutta yksittäisissä kurssikokeissa tai tiettyyn aihealueeseen liittyvissä välikokeissa tällaiset työkalut voisivat olla hyviä. Toisaalta voisi ajatella, että kurssikokeisiin olisi parempi käyttää Abittia, sillä se on käytössä myös digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa. Kahootin kaltaisia visailusovelluksia ei luonnollisesti pysty millään tavalla digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa hyödyntämään, mutta matematiikan opiskeluun ne tuovat lisäarvoa hauskuudellaan ja erilaisuudellaan. Tällainen perinteisistä opetusmenetelmistä poikkeava leikkimielinen kilpailu voi olla juuri sellainen motivoiva tekijä, mikä saa jonkun oppilaan innostumaan edes hieman enemmän matematiikasta ja laskemisesta. LibreOffice Math ja wxMaxima ovat jo YTL:n digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa käytettävien ohjelmien listalla, mutta niiden todellisesta soveltuvuudesta ylioppilaskirjoituksiin voi olla montaa mieltä. Jo eYO-koulutuksessa tuli ilmi, että LibreOffice Math ei ominaisuuksiltaan sovellu hirveän hyvin digitaalisiin ylioppilaskirjoituksiin, sillä sen käyttö todettiin hitaaksi ja kömpelöksi. Tämä on sittemmin selkeästi huomattu myös Ylioppilastutkintolautakunnassa, sillä YTL alkoi etsimään uutta helppokäyttöistä, HTML5-pohjaista ja avoimeen lähdekoodiin perustuvaa kaavaeditoria alkuvuodesta 2017 (Lattu 2017; Mansén 2017). wxMaxima puolestaan on ominaisuuksiltaan enemmänkin kuin kattava digitaalisiin ylioppilaskirjoituksiin, mutta sen monimutkaisuus ja vaikeakäyttöisyys tulevat todennäköisesti luomaan esteitä sen käytölle. Jossain tietäntyyppisessä tehtävässä ja selkeällä ohjeistuksella wxMaximan käyttö voisi tulla kyseeseen, mutta koetilanteessa tällainen veisi kalli-

sarvoista aikaa kaikelta muulta olennaiselta ja silloin voitaisiin kysyä, mikä todellinen hyöty wxMaximan käytöstä tällaisessa tilanteessa saataisiin. Digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa oppilailla tulee kuitenkin olemaan useita sovelluksia mistä valita (ks. luku 5.1), joten wxMaximan käyttö tuskin tulee olemaan kenellekään pakollista.

Kyselyn vastauksia tulkittaessa on otettava huomioon se, että koulutus järjestettiin vain Keski-Suomen lukioiden matematiikan opettajille. On selvää, että kun tutkimuksessa käytettävään kyselyyn saatiin vain kahdeksan vastausta, ei se millään tapaa pysty kertomaan mitään siitä, millainen tilanne TVT:n käytössä matematiikan opetuksessa on valtakunnallisella tasolla. Tämä ei kuitenkaan ollut tutkimuksessa missään vaiheessa tarkoitukseen. Kyselyjen vastaukset antavat kuitenkin jonkinlaista suuntaa siitä, millainen tilanne oli erityisesti Keski-Suomen lukioissa vuoden 2015 lopussa. Jos kyselylomakkeisiin vastaaminen ja koulutukset järjestettäisiin tänä päivänä, olisivat koulutukset ja digitaalisten kokeiden ongelmakohdat paljon selkeämpiä ja tarkempia, sillä tietoa digitaalisista ylioppilaskirjoituksista sekä niissä käytettävistä sovelluksista ja järjestelmistä on jatkuvasti enemmän. Luvuissa 5 ja 6 perehdytäänkin enemmän matematiikan digitaalisen ylioppilaskokeeseen sekä siihen, mihin suuntaan koetta voitaisiin mahdollisesti vielä keväeseen 2019 mennessä kehittää.

4.5 Vaiheen 1 yhteenveto ja arviointi

Tutkimuksen ensimmäisessä vaiheessa tehtiin kattava kartoitus tällä hetkellä käytössä olevista perusopetuksen ja lukiokoulutuksen opetussuunnitelmista, etenkin tieto- ja viestintäteknologian käytön sekä matemaattisten sisältöjen osalta. Uusissa opetussuunnitelmissa esille nousee TVT:n korostunut rooli. TVT:a hyödynnetään kaikilla vuosiluokilla sekä perusopetuksessa että lukiokoulutuksessa ja etenkin matematiikan opetuksessa TVT:n rooli on entistä suurempi, sillä opettajien tulisi osana matematiikan opetusta tutustuttaa oppilaat mm. ohjelmoinnin saloihin (ks. luku 4). Matematiikan osalta opetussuunnitelmissa korostettiin erityisesti matemaattisesti esitetyn tiedon ymmärtämistä, tuottamista sekä hyödyntämistä. Myös matemaattisten käsitteiden merkitystä sekä niiden yhteyttä laajempiin matemaattisiin kokonaisuuksiin tuotiin opetussuunnitelmissa esille. Näiden ymmärtämisessä ja hyödyntämisessä oppilaat ja opettajat voivat käyttää apunaan mm. kuvia ja piirroksia sekä apuvälineitä, kuten esimerkiksi TVT:a (ks. luku 4.1).

Ensimmäisessä vaiheessa tehtiin myös laajaa selvitystyötä TVT:n integroimisesta matematiikan opetukseen muualla kuin suomalaisissa kouluissa (ks. luku 4.3.1). Analysoidut tutkimustulokset osoittavat, että TVT:n integroinnilla on monia positiivisia vaikutuksia oppilaiden oppimistuloksiin. TVT:n avulla opitut tiedot säilyvät tutkimustulosten mukaan pidempään ja oppilaiden konseptuaalinen tieto kehittyy. TVT:n integrointiin liittyy myös monia ongelmia, kuten opettajien ja oppilaiden motivaation ja TVT-taitojen puute sekä huonot asenteet, TVT-infrastruktuurin ja teknis-pedagogisen tuen puutteellisuus sekä muiden resurssien, kuten esimerkiksi ajan ja opettajien itseluottamuksen puute. Tutkimustulosten mukaan kehitettävää näiden ongelmien ylitsepääsemiseksi on paljon. Tutkimustuloksissa esiintyneiden kehitysehdotusten mukaan kouluihin pitäisi luoda hyvät edellytykset TVT:n käyttöön sekä käytettävän laitteiston että mahdollisen teknis-pedagogisen tuen muodossa. Opetussuunnitelmien tulisi olla vähemmän vaativia ja sisällöltään kapeampia, jotta opettajilla olisi tarpeeksi aikaa suunnitella ja toteuttaa rauhassa TVT:n integrointia matematiikan opetukseen. Opettajille tulisi myös järjestää erilaisia TVT:n käyttöön liittyviä koulutuksia, jotta heidän itseluottamuksensa kohoaisi ja asenteet TVT:a kohtaan parantuisi. Ennen kaikkea koulutukset ja teknis-pedagoginen tuki antaisivat opettajille enemmän pedagogisia sekä laitteisiin ja sovelluksiin liittyviä valmiuksia TVT:n integrointiin. Tutkimustulosten mukaan parhaiten TVT:n integrointi onnistuu matematiikan opetukseen, kun opettajilla on hallussa niin sisällöllinen ja pedagoginen kuin teknologinen tietämys opetettavasta aiheesta.

TVT:n integrointimahdollisuuksiin ja sen vaikutuksiin perehdyttäessä tutustuttiin samalla erilaisiin apuvälineisiin, opetusmenetelmiin sekä tehtävätyyppeihin, joiden käytöstä on tutkimustulosten perusteella saatu hyviä tuloksia (ks. luku 4.3.2). Muun muassa YouTube-videoiden käyttäminen ja käänteinen opetus opetusmenetelmänä on saanut tutkimusten mukaan aikaan positiivisia oppimiskokemuksia. Samanlaisia vaikutuksia on ollut myös erilaisen internet-materiaalien käytöllä matematiikan opetuksessa. Niin ikään ohjelmointi ja matematiikka todettiin tutkimuksissa hyväksi yhdistelmäksi, sillä ohjelmointi kehittää oppilaiden algoritmista ajattelua sekä saa oppilaat hahmottamaan paremmin matemaattiseen ongelmanratkaisuun liittyviä syy-seuraussuhteita.

Tutkimuksen ensimmäisessä vaiheessa toteutettiin myös laaja analyysi TVT:n käytöstä matematiikan opetuksessa Keski-Suomen lukioissa. Analyysissa kartoitettiin lisäksi opettajien

asenteita TVT:a kohtaan sekä ajatuksia keväällä 2019 järjestettävästä digitaalisesta matematiikan ylioppilaskokeesta (ks. luvut 4.4.2 ja 4.4.3). Opettajat olivat pääasiassa huolestuneita ja skeptisiä siitä, miten opettajat ja oppilaat saadaan oppimaan tiettyjen sovellusten käyttö ja minkälainen hyöty integroinnista ylipäätään saadaan. Opettajien suhtautuminen TVT:an oli kuitenkin hyvää, mikäli he kokivat, että TVT:n käyttö tuo jonkinlaista lisäarvoa matematiikan opetukseen. Kartoituksessa selvisi myös, että opettajat ovat osittain epävarmoja omista TVT-taidoistaan ja koulutusta tarvittaisiin erityisesti apuvälineiden käyttämiseen, mutta myös pedagogiset neuvot tietyllä sovelluksella opettamiseen ovat opettajien mukaan tervetulleita. Motivaation ja käytössä olevan ajan puuttuminen todettiin myös Keski-Suomen lukiomatematiikan opettajien toimesta suureksi hidasteeksi TVT:n tehokkaalle integroinnille.

Tutkimuksen ensimmäisessä vaiheessa saavutetut tulokset olivat hyviä. TVT:n ja sen integroimisen nykytilaa matematiikan opetuksessa kartoitettiin hyvin laajasti ja se tuotti myös paljon lisätietoa tutkimuksen seuraaviin vaiheisiin. Ensimmäisen vaiheen eri osista (ks. luvut 4.3 ja 4.4) saadut tulokset, kuten esimerkiksi TVT:n integrointiin liittyvät haasteet ja vaatimukset, olivat myös hyvin samankaltaisia. Tämän vuoksi tutkimuksen ensimmäistä vaihetta voidaan pitää hyvin onnistuneena. Samankaltaiset tulokset vaiheen eri osista ovat ainakin osittain osoitus siitä, että tutkimustulokset ovat luotettavia ja että TVT:n integrointiin liittyvät haasteet ovat todellisia niin Suomessa kuin myös muualla maailmassa. Näitä ongelmia sekä niihin liittyviä kehitysehdotuksia on hyvä pohtia suunnitellessa kehitysideoita matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen sekä matematiikan opetukseen yleisesti ja tämän vuoksi niitä tullaan käsittelemään myös tarkemmin tutkimuksen seuraavissa vaiheissa (ks. luvut 5 ja 6).

5 Vaihe 2: Matematiikan digitaalinen ylioppilaskoe

Ylioppilastutkintolautakunnan (YTL 2017c) historiakatsauksen mukaan matematiikan koe on kuulunut ylioppilastutkinnon pakollisiin kokeisiin jo vuodesta 1852 lähtien. Aluksi koe järjestettiin suullisena, jossa oppilas sai käyttää apunaan liitutaulua. Suullisesta kirjalliseksi matematiikan koe muuttui vuonna 1874. Kokeessa oli tällöin kymmenen tehtävää, joista suoritettavaksi oppilaan piti valita vähintään kolme. Apuna tehtävien ratkaisemisessa sai käyttää logaritmitauluja. 1800-luvulla matematiikan koe oli kaikille oppilaille samanlainen, mutta vuonna 1901 mukaan tuli lyhyen matematiikan koe.

1940-luvulta aina vuoteen 1995 asti matematiikan valinnaisuus ylioppilaskirjoituksissa vaihteli jonkin verran, mutta vuodesta 1996 eteenpäin oppilaat ovat lukemastaan oppimäärästä huolimatta saaneet vapaasti valita kirjoitettavaksi joko pitkän tai lyhyen matematiikan tai reaalikokeen. Vuonna 2000 molemmat pitkän ja lyhyen matematiikan kokeista uudistettiin. Uudistetuissa kokeissa oli molemmissa 15 tehtävää, joista oppilas sai käsitellä enintään kymmentä. (YTL 2017c.) Syyskuussa 2013 YTL päätti jälleen uudesta matematiikan kokeen rakenteesta, joka koski sekä pitkän että lyhyen matematiikan kokeita ja se otettiin käyttöön keväällä 2016 (YTL 2015, 1).

Uudessa matematiikan kokeessa suurin ja tärkein muutos oli se, että kokeen ensimmäinen osa suoritetaan ilman laskinta. Tämän lisäksi valinnaisuus kokeen sisällä pieneni, sillä valittavissa olevien tehtävien määrä aleni 15:sta 13:een. Uudistuksen todettiin olevan puhtaasti rakenteellinen ja sen tarkoituksena on tukea entistä laajemmin opetussuunnitelman sisältöjen testaamista sekä antaa kaikille oppilaille enemmän mahdollisuuksia todistaa osaamisensa. (YTL 2015, 1.) Taulukossa 1 kuvataan matematiikan kokeen rakenneuudistusta taulukkomuodossa.

Osa	Tehtävät	Joista valitaan	Apuvälineet
A	4	4	Taulukkokirja, ei laskinta
B1	5	3	Taulukkokirja, laskin
B2	4	3	Taulukkokirja, laskin

Taulukko 1. Matematiikan ylioppilaskokeen rakenne vuodesta 2016 lähtien (YTL 2017d).

YTL (2015, 2) tiivistää tiedotteessaan matematiikan kokeen rakenneuudistuksen seuraavasti:

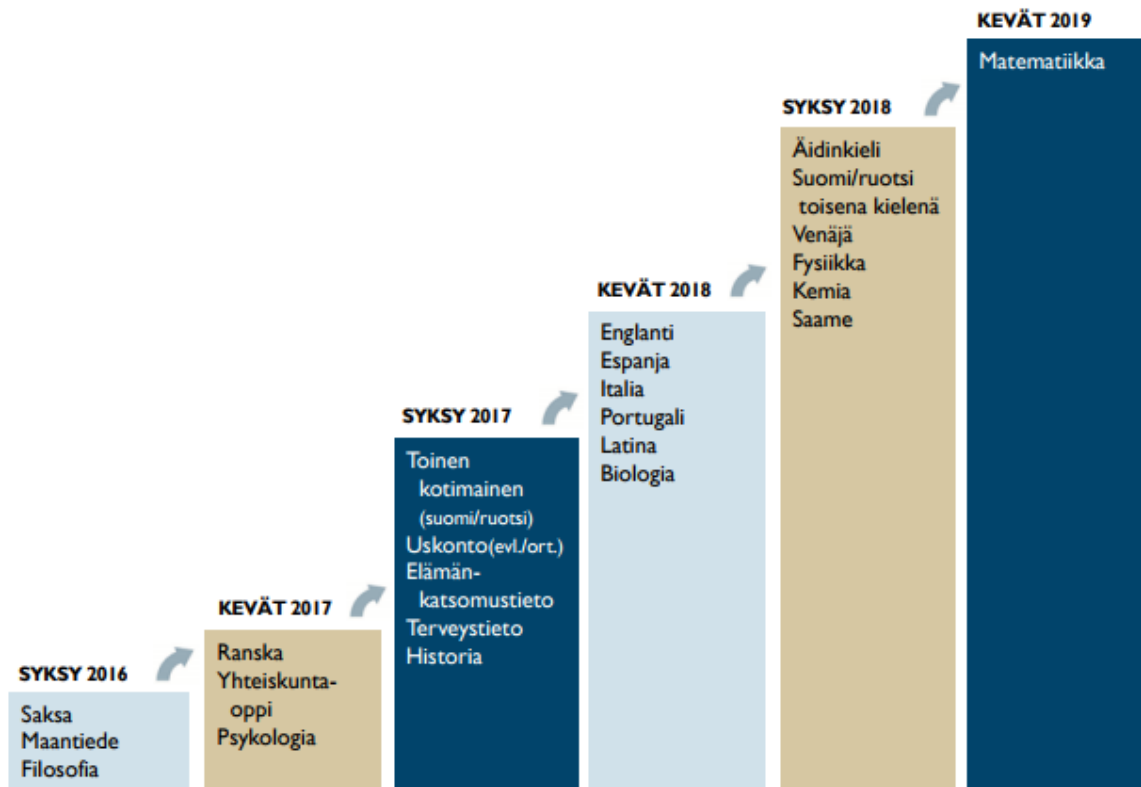
Rakenne

- Kokeessa on 13 tehtävää, joista vastataan enintään kymmeneen.
- Molemmissa kokeissa on kaksi tehtävävihkoa: A-osa ja B-osa.
- Oppilaalle annetaan koetilaisuuden alussa sekä A- että B-osan tehtävävihkot. Laskimen oppilas saa käyttöönsä, kun A-osan vihko on palautettu. A-osan vihkon tulee olla palautettuna kolmen tunnin kuluttua kokeen alkamisesta.
- Oppilas voi tutustua B-osan tehtäviin ja ratkaista niitä jo ennen, kun hän saa käyttöönsä laskimen.
- Kokeen kokonaispituus pysyy kuudessa tunnissa.
- Taulukkokirja on oppilailla käytössä koko kokeen ajan.
- Jokainen kokeessa oleva tehtävä on kuuden pisteen arvoinen.

Osiot ja tehtävät

- Laskimettomassa A-osassa osa tehtävistä on helpompia kuin aikaisemmin.
- Tehtävien vaativuustaso erottaa B1- ja B2-osat toisistaan.
- B1- ja B2-osassa mitataan valinnaisten syventävien kurssien osaamista. Kuitenkin myös pakollisten kurssien erinomaisella osaamisella voi kokeesta saavuttaa täydet 60 pistettä.

Matematiikan kokeen rakenneuudistus pohjautui myös hallituksen vuonna 2011 tekemään päätökseen tieto- ja viestintäteknologian astettaisesta käyttöönotosta ylioppilaskirjoituksissa. Päätöksen taustalla oli jo vuoden 2003 lukiokoulutuksen opetussuunitelmien tavoitteet, joissa huomioitiin lukiokoulutuksessa monipuoliset TVT-taidot, joita ei siihen asti oltu voitu arvioida ylioppilastutkinnossa. Vuonna 2013 järjestetyssä yleiskokouksessa YTL päätti ylioppilastutkinnon digitalisoitumisen aikataulusta. Ensimmäistä kertaa Suomessa järjestettiin digitaalinen ylioppilaskoe syksyllä 2016. (YTL 2016a, 1.) Kuten tutkimuksessa on jo aiemmin mainittu (ks. luvut 4.2.2 ja 4.4.2), viimeisenä kokeena keväällä 2019 digitalisoituu matematiikan ylioppilaskoe. YTL:n julkaiseman aikataulun kokeiden digitalisoitumisesta voi nähdä kokonaisuudessaan kuviosta 15.



Kuvio 15. Ylioppilaskokeen digitalisoinnin aikataulu (YTL 2017a).

Keväällä 2016 käyttöön otettu matematiikan kokeen uusi rakenne pienillä muutoksilla tulee tulevaisuudessa olemaan rakenteena myös digitaalisessa matematiikan ylioppilaskokeessa (YTL 2015, 1). Tässä luvussa tutustutaan tarkemmin matematiikan kokeen digitalisoitumiseen, sen syihin ja haasteisiin sekä digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa ja lukion kurssikoikeissa käytettävään Abitti-koejärjestelmään. Luvussa tehdään myös selvitystä siitä, millälaisia digitaalisia kokeita on toteutettu muualla maailmassa sekä miten ne ovat vertailtavissa Suomessa järjestettäviin kokeisiin.

5.1 Matematiikan ylioppilaskokeen digitalisoituminen

Digitaalinen matematiikan ylioppilaskoe tulee siis noudattamaan hyvin pitkälti samanlaista rakennetta kuin ns. paperiversiokin. Koe järjestetään edelleen kuuden tunnin mittaisena sekä kaksiosaisena (A- ja B-osa). (YTL 2016b, 1.) Tämänhetkisessä kokeessa oppilaat suoritta-

vat A-osan ilman laskinta, mutta digitaalisessa kokeessa tämä tulee tarkoittamaan sitä, että koeympäristössä käytössä olevia työkaluja ja sovelluksia on rajoitettu (YTL 2015, 1). Matematiikan kokeen sisältö tulee pohjautumaan lukiokoulutuksen opetussuunnitelman perusteisiin (YTL 2016b, 1). Digitaalisen kokeen kokonaispistemäärä tulee olemaan tämänhetkisestä kokeesta poiketen 120 pistettä.

YTL (2016b, 1) kertoo digitaalista matematiikan ylioppilaskoetta koskevassa tiedotteessa, että kokeessa käytössä olevat laitteet ovat joko oppilaiden omia tai oppilaitoksen järjestämiä. Koe järjestetään täysin suljetussa ympäristössä eli internetin käyttö ei kokeen aikana ole sallittua. Koetilanteessa vastaukset kirjoitetaan tekstinkäsittelyohjelmalla tai vaihtoehtoisesti ne voidaan antaa suoraan välineillä, jotka ovat käytössä tehtävien yhteydessä. Oppilailla on mahdollisuus lisätä vastaukseen esimerkiksi kuvia ja kaavioita. Kokeessa oppilailla on käytössä myös suttupaperia, johon he voivat luonnostella vastauksiaan.

Matematiikan kokeessa ei YTL:n (2016b, 1) mukaan tulla testaamaan oppilaiden tieto- ja viestintäteknologisia taitoja, mutta käytössä olevien työkalujen hyvä hallinta luonnollisesti helpottaa kokeen suorittamista. Tekstinkäsittelytaitoja vaaditaan oppilailta kaikissa oppiaineissa, niin myös matematiikassa. Vaikka oppilaiden TVT-taidot eivät kokeessa keskiössä tule olemaankaan, on tärkeää, että oppilaat löytävät jo lukio-opintojen aikana heille itselleen sopivia työkaluja sekä tapoja vastata digitaalisissa kokeissa. Ylioppilaskokeessa oppilailla on käytössä MAOL-digitaulukkokirja ja tällä hetkellä tuettavassa päätelaitteessa on mukana useita erilaisia sovelluksia, joilla pystyy suorittamaan mm. tekstinkäsittelyä, taulukkolaskentaa, kuvankäsittelyä, vektorigrafiikkaa, kuvaajia ja symbolista laskentaa vaativia tehtäviä (emt., 2; ks. myös luku 4.4.3).

YTL (2016b, 2) toteaa, että digitaalisessa kokeessa voi olla perinteistä koetta enemmän taustamateriaalia. Materiaali voi olla esimerkiksi paikallisessa koepalvelimessa toimiva palvelu tai se voi olla suoraan tehtävään upotettua aineistoa. Tehtävätyypistä ja oppiaineesta riippuen kokeessa käytettävät taustamateriaalit voivat kuulua johonkin seuraavista materiaalityypeistä ja niiden yhdistelmistä:

1. **Kirjoitetut dokumentit** (artikkelitietokannat ja tekstit)
2. **Audiovisuaaliset aineistot** (videot, animaatiot, simulaatiot ja äänitiedostot)

3. **Visuaaliset aineistot** (kaaviot, kartat ja kuvat)
4. **Numeeriset aineistot** (taulukot, tilastot ja mittaustulokset)

Matematiikan digitaalisessa ylioppilaskokeessa on tehtävät voidaan YTL:n (2016b, 3) mukaan jakaa kolmeen eri tehtävätyyppiin:

1. Valinta- ja yhdistelytehtävät, joissa oppilaan ei juurikaan tarvitse kirjoittaa vastatessaan
2. Yksinkertaiset tuottamistehtävät
3. Monipuolisempaa matemaattista ongelmanratkaisukykyä, tiedon yhdistämistä ja analysointia vaativat tehtävät, joiden ratkaisemiseen voidaan tarvita useamman eri lukio-kurssin tietoja

YTL (2016b, 4) toteaa matematiikan digitaalista koetta käsittelevässä tiedotteessaan, että valinta- ja yhdistelytehtävissä oppilailta vaaditaan matemaattisten käsitteiden hallintaa ja ymmärtämistä. Tällaisia tehtäviä voivat olla esimerkiksi monivalintakysymyksiä tai tehtäviä, joihin oppilas vastaa ilmoittamalla esimerkiksi taulukon avulla, mitkä tehtävässä esitetyistä kuvista (esim. funktion kuvaajat yms.) liittyvät toisiinsa. Yksinkertaisissa tuottamistehtävissä ovat verrattavissa perinteisessä kokeessa esiintyviin perustehtäviin. Tällaisissa tehtävissä oppilaan on osoitettava, että hän pystyy perusteltujen, loogisten ja hyvin rakennettujen vastausten tuottamiseen. Uutena piirteenä digitaalisissa kokeissa on kaavaeditorilla kaavojen ja tuloksien kirjoittaminen tehtävän vastaukseen. Kolmannen tyyppin tehtävät ovat muuten samankaltaisia kuin perinteisen kokeen vaativimmat tehtävät, mutta niissä voidaan hyödyntää monipuolisesti digitaalisen kokeen teknisiä mahdollisuuksia, kuten symbolista laskentaa ja oheismateriaalia. Tällaisissa tehtävien tarkoituksena on, että oppilas osoittaa pystyvänsä jäsentämään tehtävässä esitetyn tilanteen matemaattisesti. Sovellustehtävissä oppilas voi joutua esimerkiksi muodostamaan matemaattisen mallin ja ratkaisemaan tehtävän kyseistä mallia käyttämällä. Koska digitaalisessa kokeessa on käytössä symboliseen laskentaan kykeneviä ohjelmistoja, on mahdollista, että tehtävissä käytettävät mallit ovat monimutkaisempia kuin perinteisessä kokeessa.

Matematiikan kokeen A-osassa olevat valinta- ja yhdistelytehtävät sekä tuottamistehtävät oppilaiden pitää ratkaista ilman tiettyjä tieto- ja viestintäteknologisia apuvälineitä (YTL 2016b,

3). YTL:n (2016c, 1) mukaan näitä apuvälineitä ovat esimerkiksi symboliseen laskentaan kykenevät laskimet ja taulukkolaskentaan soveltuvat ohjelmistot, kuten LibreOffice Calc, wxMaxima, Texas Instruments TI-Nspire CAS, Casio ClassPad Manager ja GeoGebra. Kokeen A-osaan kuuluviin tehtäviin vastaaminen ei koeympäristössä enää onnistu sen jälkeen, kun edellä mainitut ohjelmistot ovat aktivoitu oppilaan käyttöön (YTL 2016b, 3). Linux-jakelupaketti Debianiin kuuluva ja koejärjestelmästä löytyvä KCalc-niminen laskinohjelma ei sovellu symboliseen laskentaan, joten se on oppilaiden käytössä myös matematiikan kokeen A-osan aikana (YTL 2016a, 5; YTL 2016c, 1).

Vaikka digitaalisessa kokeessa käytössä ovat pääasiallisesti digitaaliset materiaalit ja apuvälineet, on YTL tehnyt päätöksen, jonka mukaan digitaalisissa ylioppilaskokeissa oppilailla on mahdollisuus käyttää fyysistä laskinta ja painettua taulukkokirjaa syksyn 2020 kokeeseen saakka. Oppilaat eivät kuitenkaan luonnollisesti saa käyttää laskinta digitaalisen kokeen A-osassa, jossa laskimen käyttö on muutenkin kiellettyä. Keväällä 2021 järjestettävästä tutkintokerrasta alkaen vain digitaalisessa koeympäristössä olevat apuvälineet ja materiaalit ovat käytössä ylioppilaskokeissa. (YTL 2016c, 1.) Tällä päätöksellä YTL (2016a, 4) on todennut tähtäävänsä koejärjestelyiden yhtenäistämiseen, työvaiheiden vähentämiseen kokeen aikana sekä lukioiden työtaakan vähentämiseen, jota laskinten ja taulukkokirjojen tarkastaminen aiheuttaa.

Matematiikan ylioppilaskokeen digitalisointi ja sen tarkoitusperät ovat jo pitkään herättäneet ristiriitaisia ajatuksia niin oppilaissa kuin opettajissakin (ks. luku 4.4.2). YTL:n (2016a, 2). Muutokset matematiikan ylioppilaskokeessa eivät kuitenkaan johdu pelkästään koejärjestelmän digitalisoitumisesta, sillä suurimmat tarpeet kokeen kehittämiseksi vuonna 2016 käytön otetut lukion opetussuunnitelman perusteet. Uusi LOPS korostaa yhä enemmän tieto- ja viestintäteknologisia taitoja niin matematiikan opetussisällöissä kuin tavoitteissakin (ks. luku 4.2.2). On itsestään selvää, ettei kaikkia opetussuunnitelmassa esiintyviä tavoitteita voida arvioida yhden kokeen aikana. Kokeen digitalisoituminen kuitenkin tekee mahdolliseksi sen, että tavoitteiden saavuttamista voidaan arvioida. (YTL 2016a, 2.) Luvussa 4.4.2 tulee esille erityisesti opettajien huoli siitä, että matemaattiset sisällöt ja niiden ymmärtäminen jäävät käytettävän tekniikan alle ja että digitalisoituminen ei palvele opetusta. YTL (2016a, 2) kuitenkin vakuuttaa tiedotteessaan heidän tarkoituksena olevan sen, että välineet, joilla

opetussuunnitelmassa esiintyviä tavoitteita toteutetaan, tulevat olemaan käytössä ylioppilas-kirjoituksissa, eikä niin, että itse ylioppilaskirjoitukset ohjaisivat sitä, mitä välineitä lukiossa käytetään. Uuden LOPS:n myötä TVT:n käytön tarve lukiokoulutuksessa on kasvanut ja koska ylioppilastutkinnon lakisääteisenä tehtävänä on selvittää, miten oppilaat ovat omaksuneet lukion opetussuunnitelman mukaiset tiedot ja taidot, on tähän reagoitu ylioppilastutkinnon digitalisoinnilla (YTL 2016e, 2).

YTL (2016a, 3) toteaa, että digitaalisessa ylioppilastutkinnossa suurin muutos on se, että oppilaiden täytyy pystyä ilmaisemaan itseään tietokoneen avulla. Muutos on suuri, koska ylioppilaskokeen tarkoituksena on testata oppilaiden osaamista juuri kirjallisen ilmaisun kautta. Nykyään kuitenkin kirjallinen ilmaisu on arkipäivää kaikkialla, eikä ihmiset usein joudu tilanteisiin, jossa heidän pitäisi käsin tuottaa kirjallista tekstiä, jota joku muu ihminen lukee ja arvioi.

YTL:n (2016a) mukaan matematiikassa ja muissa luonnontieteissä suureksi haasteeksi muodostuu matemaattinen notaatio, jonka muodostaminen on paljon haastavampaa kuin ns. normaalin tekstin. Digitaalisissa kokeissa haasteena tulevat olemaan myös kuvien piirtäminen, joka on yleensä olennaista kun esitellään matemaattista ajattelua. YTL:n tavoitteena on toteuttaa koejärjestelmä, jonka ohjelmistoilla voisi helposti muodostaa matemaattista notaatiota. YTL haluaa kuitenkin sulkea sellaisen vaihtoehdon pois, jossa koejärjestelmä sisältäisi sellaisia osia (esim. kaavaeditoria), joita oppilaat eivät tulisi enää koskaan käyttämään ylioppilaskirjoitusten ulkopuolella. Lukion tarkoituksena on kuitenkin antaa oppilaille valmiuksia myös lukion jälkeiseen elämään (ks. luku 4.2.2), joten tällöin matematiikan opiskelussa tulisi olla käytössä sellaiset välineet, jotka hyödyttävät oppilasta myös lukion ulkopuolella. Tämän vuoksi YTL pyrkii myös siihen, että koejärjestelmässä on tarpeeksi suuri tarjonta esimerkiksi symboliseen laskentaan kykenevistä laskinsovelluksista, jotta opettajien pedagoginen vapaus ja oppilaiden vapaus valita heille sopiva väline säilyisi. (emt., 3.) Vaikka erilaiset piirto-ohjelmat ja niiden käyttäminen tulevat muodostamaan haasteita, on myös piirtämisen ja vastausten luonnostelun kannalta muistettava, että oppilailla saa jatkossakin olla ylioppilaskokeissa käytössä luonnospaperia tukemassa työskentelyä. YTL (2016a, 4) on pohtinut myös vaihtoehtoa, jossa erillisten piirtoalustojen käyttö sallittaisiin koetilanteessa, mutta matematiikan jaoksen kanta on toistaiseksi ollut se, että koejärjestelyitä ole syytä kuormittaa

ylimääräisillä välineillä, joiden käyttö saattaa myös asettaa oppilaat eriarvoiseen asemaan.

Kaikesta huolimatta on kuitenkin huomioitava, että matematiikan ylioppilaskokeen ja siinä käytettävän koejärjestelmän kehittäminen on vielä kesken, eivätkä ne varmasti ikinä tule olemaan täysin valmiita (Vähähyyppä 2017). Matematiikan koe järjestetään ensimmäisen kerran keväällä 2019 ja siihen asti YTL ja muut kehityksessä mukana olevat tulevat kehittämään koetta ja koejärjestelmää sekä puuttumaan niihin liittyviin ongelmakohtiin. Ylioppilaskokeeseen liittyviä kehitysideoita käsitellään tutkimuksessa myöhemmin luvussa 6.

5.2 Abitti-koejärjestelmä

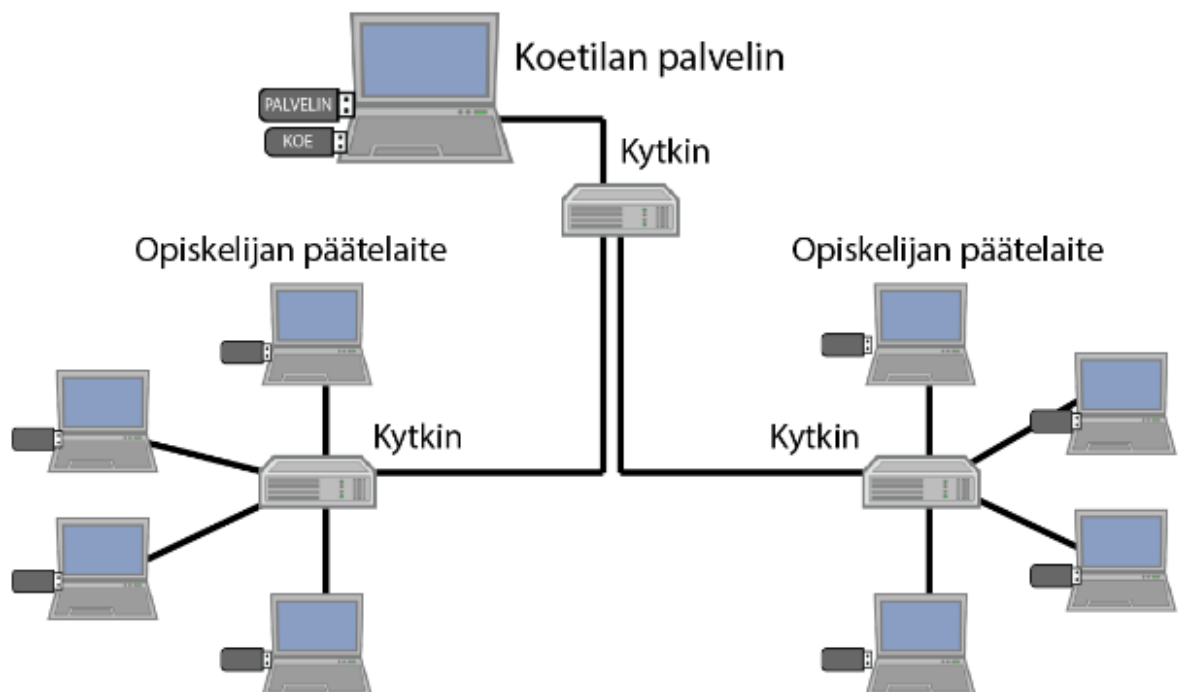
Abitti on koejärjestelmä, jonka YTL julkaisi tammikuussa 2015 digitaalisia ylioppilas- ja kurssikokeita varten. Abitin tavoitteena on antaa oppilaille ja digitaalisia kurssikokeita järjestäville lukioille mahdollisuus tutustua koejärjestelmään sekä sen käyttämiin ohjelmistoihin ja tehtävätyyppeihin. Abitissa ja digitaalisissa ylioppilaskokeissa tietokoneen käynnistys, kokeisiin vastaaminen sekä ohjelmistojen käyttö toimivat keskenään samalla tavalla. Mikäli uusia koejärjestelmään kehitetään uusia ominaisuuksia, on pyrkimyksenä tuoda ominaisuudet ensin käytettäväksi Abittiin ja sen jälkeen vasta digitaalisiin ylioppilaskokeisiin. Tällöin voidaan olla varmoja siitä, että virallisina tutkintopäivinä tekniikka toimii ja oppilaat osaavat käyttää koeympäristöä. (Abitti 2017a.) Aivan kaikki Abitissa ja digitaalisissa ylioppilaskokeissa ei kuitenkaan toimi samalla tavalla. Abitissa kokeiden laatiminen ja arviointi poikkeavat hieman ylioppilaskokeiden vastaavasta ja tällä hetkellä ylioppilaskokeissa voi esiintyä myös sellaisia tehtäviä, joita Abitilla ei voida laatia (emt.).

Abitin (2017a) mukaan digitaalisen ylioppilaskokeen lähtökohtana on, että oppilaat voivat suorittaa kokeet omilla tietokoneillaan. Yleensä oppilaat ovat käyttöjärjestelmän ylläpitäjiä omilla tietokoneilla, toisin sanoen oppilailla on rajoittamattomat mahdollisuudet hallita konettaan. Mikäli koeympäristö olisi tietokoneelle asennettava sovellus, olisi vaikeaa varmistua siitä, että oppilaat eivät käyttäisi tietokoneen käyttöoikeuksia vilpin yrittämiseen. Käytännössä tällainen vilppi voisi tarkoittaa esimerkiksi tietokoneelle tallennettujen digitaalisten aineistojen selaamista ja tiedon hakemista suoraan internetistä. Tämän vuoksi koetilanteissa ei käytetä koneen omaa tietoturvaltaan epäluotettavaa käyttöjärjestelmää, vaan koneelta

käynnistetään USB-muistitikulta YTL:n oma, ominaisuuksiltaan rajattu käyttöjärjestelmä. Tämä takaa myös sen, että kaikilla oppilailla on käytössä samat sovellukset ja koeympäristö on kaikille sama riippumatta siitä, onko oppilaan tietokone uusi vai vanha.

Abitti-koejärjestelmään kuuluu käytännössä kolme osaa:

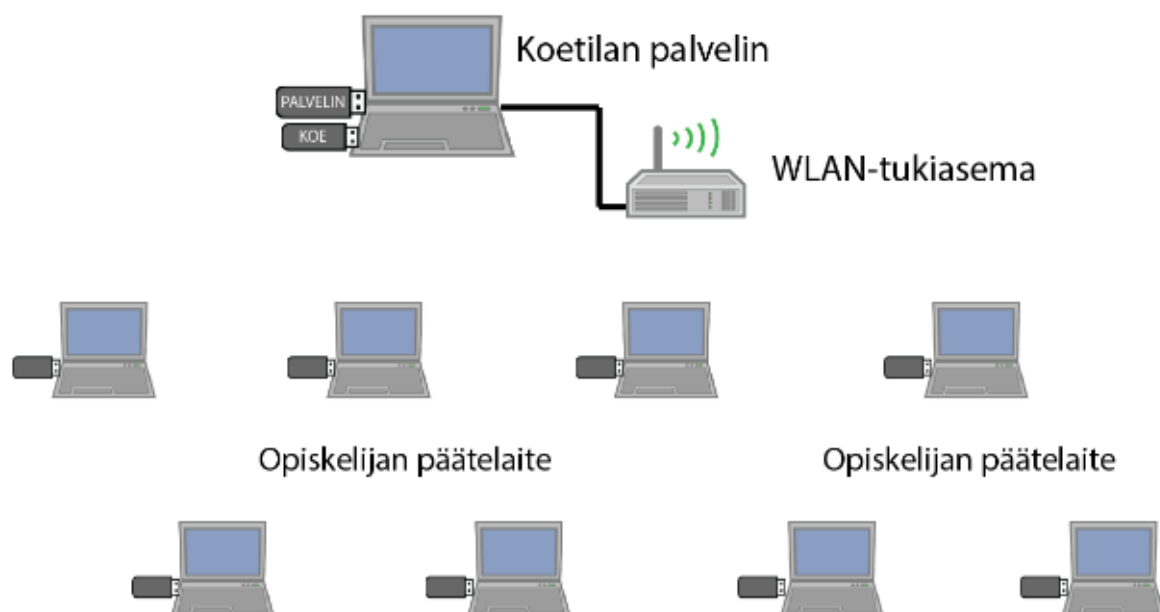
1. Oppilaiden tietokoneet (päätelaitteet)
2. Palvelimet
3. Paikallisverkko (tutkintoverkko)



Kuvio 16. Abitti-koetila langallisesti (Opetus.tv 2017).

Koetilaan kuuluu kaksi palvelinta, joista toinen (koetilan palvelin) jakaa oppilaiden tietokoneille tehtävät ja oheismateriaalit sekä ottaa vastaan koesuoritukset ja toinen (varapalvelin) varmuuskopioi tiedot itselleen. Tarvittaessa siis varapalvelin voidaan ottaa käyttöön varsinaiseksi palvelimeksi. Abitilla järjestettävissä kurssikokeissa ei yleensä käytetä varapalvelimia, mutta digitaalisissa ylioppilaskokeissa oppilaiden vastaukset tallentuvat jatkuvasti vähintään kahdelle eri muistivälineelle. Myös oppilaiden muistitikulle kirjoitetaan varmuuden vuoksi kryptattuja tietoja koesuorituksesta. Tutkintoverkolla tarkoitetaan internetistä erillään olevaa

paikallisverkkoa. Kurssikokeissa tutkintoverkot ovat tavallisesti langattomia, mutta ylioppilaskokeissa ovat poikkeustilanteita lukuunottamatta langallisia, jotta verkko pysyisi mahdollisimman häiriöttömänä. YTL on määrännyt myös, että kaikilla oppilaille tulee koetilanteessa olla tarjolla myös sähköliitäntä. (Abitti 2017a.) Kuvioissa 16 ja 17 esitetään kuvien avulla Abitti-koetilan langalliset ja langattomat versiot.



Kuvio 17. Abitti-koetila langattomasti (Opetus.tv 2017).

Abitin (2017a) mukaan koetilanteen jälkeen oppilaiden koesuoritukset siirtyvät verkkopalveluun, jossa opettajat ja sensorit pystyvät lukemaan ja arvioimaan ne. Kurssikokeissa kurssin opettaja arvioi suoritukset, mutta ylioppilaskokeissa käytössä on kaksivaiheinen arvosteluprosessi, jossa ensin opettaja tekee alustavan arvioinnin, jonka jälkeen sensori suorittaa kokeen lopullisen arvostelun.

5.2.1 Matematiikka Abitissa

Matematiikan näkökulmasta Abitti-koejärjestelmään kuuluu jo aikaisemmin tutkimuksessa mainitut ohjelmistot (ks. luku 4.4.3). YTL (2016a, 3) toteaa, että sillä ei toistaiseksi ole olemassa Otavan kanssa lisenssisopimusta, joka mahdollistaisi MAOL-digitaulukoiden jakamisen Abitti-ympäristöön, vaikka digitaulukot tulevat olemaan käytössä digitaalisessa yli-

oppilaskokeessa. Neuvottelut sopimusasian ratkaisemiseksi ovat kuitenkin parhaillaan meillä. Myös matematiikan kokeiden ostaminen Abitti-koejärjestelmään on mahdollista, sillä MFKA-Kustannus Oy myy valmiita opetussuunnitelman mukaisia Abitti-koepaketteja lukioille (MFKA-Kustannus 2017).

Abitin (2016) blogitekstin mukaan toukokuussa 2016 Abittiin tuli ominaisuus, jonka johdosta matemaattisten merkintöjen lisääminen kokeiden tehtävänantoihin tuli mahdolliseksi. Merkinnät voi tehdä joko LaTeX- tai AsciiMath-koodikielillä, jotka kattavat hyvin laajan joukon matemaattisia merkintöjä. LaTeX tunnetaan varsinkin matemaatikoille tutuna ladontakielenä ja AsciiMath on LaTeXia hieman intuitiivisempi, mutta rajoittuneempi tapa kaavojen kirjoittamiseen. Tämä ominaisuus ei kuitenkaan vielä helpottanut opiskelijoiden vastaamista koejärjestelmässä oleviin tehtäviin.

Toukokuussa 2017 Abittiin tuli taas paljon uusia välineitä matematiikan, kemian ja fysiikan kokeita varten. Tähän asti Abitti-kokeiden vastauksiin liitetyt kuvat liitettiin vastaustekstiin erillisinä liitteinä. Uudet ominaisuudet mahdollistavat sen, että kuvia ja kaavioita voidaan lisätä vastaustekstin joukkoon. Samoihin aikoihin YTL julkaisi Abittiin prototyypin uudesta kaavaeditorista, jota olisi tarkoitus käyttää digitaalisissa ylioppilaskokeissa. (Abitti 2017b.) Sopivan kaavaeditorin löytäminen osoittautui lopulta YTL:lle melko suureksi haasteeksi, joten sitä käsitellään erikseen myöhemmin luvussa 5.2.2. Abitti (2017b) tiedotti myös, että toukokuun päivityksessä koejärjestelmään tuli mahdollisuus estää tiettyjen ohjelmistojen (ks. luku 5.1) käyttäminen kokeessa. Eston pystyy toteuttamaan koekohtaisena siten, että yhden koetilan palvelimella voi samanaikaisesti olla sekä laskimellisiä että laskimettomia kokeita.

Edellä mainitun päivityksen jälkeen Abitti-vastauksia palautettiin toukokuussa jopa yli 16 000 kappaletta, mikä on Abitin tämänhetkinen ennätys (Abitti 2017c). Vikberg (2017a) toteaa, että vaikka koejärjestelmä ei vielä ole valmis matematiikan osalta, niin Abitti-koejärjestelmää voidaan jo nyt käyttää hyödyksi kurssikokeissa ja tutustuttaa oppilaat sekä opettajat digitaalisiin ylioppilaskirjoituksiin. Tutustumisen helpottamiseksi YTL mm. julkaisi marraskuussa 2016 kaksi esimerkkikoetta MAY1-kurssille (ks. luku 4.2.2). YTL (2017f) myöntää, että tehtävää on silti vielä paljon ja toteaa, että se haluaa jatkuvasti kehittää Abittia lisää. Yksi suuri kehityskohde loppuvuodelle 2017 on esimerkiksi se, että digitaalisissa ylioppilaskokeista tuttuja tehtävämalleja voitaisiin hyödyntää ja harjoitella myös Abitissa, sillä tällä

hetkellä ylioppilaskokeissa on monia elementtejä, joiden toteuttaminen Abitti-järjestelmässä on mahdotonta. Suunta on kuitenkin tällä hetkellä oikea, sillä YTL:n (2017f) mukaan ylioppilaskokeista saadut tiedot viittaavat siihen, että oppilaiden mielestä koeympäristö on helpokäyttöinen eikä se vaadi jatkuvaa harjoittelua Abitti-koeympäristössä.

5.2.2 Kaavaeditori

Digitaalisen ylioppilaskokeen kehittäminen alkoi jo vuonna 2013 ja jo silloin matematiikan digitaalinen koe herätti kysymyksiä ja keskustelua. Matemaattisten aineiden erityisvaatimuksia pohdittiin paljon ja tärkeänä toimenpiteenä nähtiin erityisesti tapa kirjoittaa matemaattista tekstiä. (Lattu, 2017.) Tämä aiheutti kuitenkin huolta opettajissa ja erityisesti huoli koski matematiikan kokeen laskimetonta A-osaa, jossa oppilailla ei siis ole käytössä laskinsovelluksia kaavaeditoreineen (Vikberg 2017b, 8). Lattu (2017) mukaan keskustelu koki uuden vaiheen vuonna 2016 ja matematiikan kokeen digitalisointi sai monet miettimään, minkälainen vastaus kelpaa digitaalisessa ylioppilaskokeessa. Marras-joulukuussa digitalisointiprojektissa päätettiin liikkua eteenpäin ja sopivaa kaavaeditoria alettiin YTL:n toimesta etsimään tosissaan.

YTL:n ensisijaisena tavoitteena oli löytää kaavaeditori, joka on ylioppilastutkintoon sopiva ja joka oli jo käytössä. Tällä haluttiin välttyä tilanteelta, jossa kaavaeditori kehitettäisiin pelkästään ylioppilaskoetta varten. YTL ei halunnut, että oppilaat opettelisivat vain digitaalista ylioppilaskoetta silmällä pitäen käyttämään tiettyä editoria, joka muuten toimisi eri tavalla kuin muut tällä hetkellä olemassa olevat kaavaeditorit. (Vikberg 2017b, 8.) Yleisesti katsoen kaavojen kirjoittamisessa toiveena on se, että editorin tulisi olla nopea ja helpokäyttöinen. Helpokäyttöisissä kaavaeditoreissa käyttäjä pystyy valitsemaan kaavoja suoraan valikoista hiiren avulla. Yleensä tällaisissa editoreissa valikot ovat järjestetty teemoittain, jotta tarvittavat merkinnät löytyisivät helposti. Tällaisissa editoreissa käyttäjä täydentää kaavat uusilla kaavoilla tai kirjoittamalla niihin kirjaimia ja vakioita. Nopeat kaavaeditorit puolestaan perustuvat tavallisesti johonkin koodikielen (esim. luvussa 5.2.1 mainitut LaTeX ja AsciiMath). Tällaisissa kaavaeditoreissa käyttäjä kirjoittaa kaavat näppäimistöltä, joten se on paljon nopeampaa kuin käsin kaavojen klikkaaminen valikosta, mutta kaavojen nopea kirjoittaminen vaatii kuitenkin koodikielen hyvää hallintaa. (Lattu 2017.) Tällaisten edito-

rien etuna on kuitenkin se, että ne perustuvat usein WYSIWYG¹-periaatteeseen, eli käyttäjä näkee koko ajan tuottamansa kaavan sitä mukaa, mitä hän sitä kirjoittaa. Tällöin kielioppivirheet on helppo havaita ja korjata. Kolmas matemaattisten merkintöjen syöttötapa on käsin kirjoitetun tekstin tulkitseminen tekstintunnistukseen perustuvien kosketusnäyttöjen tai piirtotaulujen avulla. Tämä vaihtoehto sivuutettiin kuitenkin jo heti digitalisointiprojektin alkuvaiheessa, koska YTL ei halunnut synnyttää kuvaa, että matemaattisten aineiden opiskeluun tarvittaisiin edellä mainittuja välineitä. Vuoden 2016 loppuun mennessä YTL ei ollut löytänyt yhtään kaavaeditoria, joka olisi täyttänyt sille asetetut pedagogiset ja taloudelliset vaatimukset. (emt.) Tammikuussa osittain aikataulun asettamien paineiden vuoksi sopivan kaavaeditorin ilmestymistä ei enää odotettu ja täten YTL päätti kehittää oman kaavaeditorin (Vikberg 2017b, 8).

YTL kävi helmikuussa 2017 kahdessa suomalaisessa lukiossa testaamassa oppilailta muutamaa markkinoilla olevaa kaavaeditorin toiminnallisuuksia tavoitteenaan selvittää, miten matemaattisten merkintöjen kirjoittamiseen koneella suhtaudutaan ja mitkä ovat syyt mahdollisiin ongelmiin. Nämä kaavaeditorit olivat graafisilla valikoilla varustettu Wiris, LaTeX-pohjainen Visual Math Editor sekä kahdesta edellisestä editorista usealla tavalla poikkeava Windows-ohjelma Math-O-Mir. (Mansén 2017.) Oleellista testeissä oli erityisesti se, että oppilaat olivat tieto- ja viestintäteknologisilta taidoiltaan eri tasoisia, sillä osalla taidot rajoituivat videopalveluiden käyttöön ja osa oli saattanut harrastaa ohjelmointia (Vikberg 2017b, 9).

Erilaisia kaavaeditoreita verrattaessa YTL huomasi, että paljon tietokoneiden kanssa tekemisissä olleille oppilaille sopi paremmin LaTeX-pohjaiset editorit ja aikaisemmin lähinnä mobiililaitteita käyttäneille oppilaille kaavojen poimiminen valikoista tuntui luontevammalta ja helpommalta. Testitulosten jälkeen YTL tuli siihen tulokseen, että tietokoneen aktiivinen käyttäminen tekee kaavaeditorien omaksumisesta helpompaa. Testeistä selvisi myös, että mitä tahansa editoria oppilaat käyttivätään ensin, seuraavan editorin käytön oppiminen oli jo paljon helpompaa ja tämä oppiminen tapahtui oppilaan matemaattisista taidoista riippumatta. (Mansén 2017.) Tämä oli huojentavaa tietoa YTL:lle, sillä tästä voitiin tehdä johtopäätös, että kun oppilaat opettelevat YTL:n oman kaavaeditorin käytön, he tulevat oppimaan myös

1. WYSIWYG = What You See Is What You Get (*suom. se mitä näet, on se mitä saat*)

käyttämään mitä tahansa muuta markkinoilla olevaa editoria (Vikberg 2017b, 9).

Testien jälkeen YTL vetäytyi selvittämään teknisesti eri vaihtoehtoja matematiikan koevastauksen kirjoittamiseen (Mansén 2017). YTL koki, että heillä oli mahdollisuus yhdistää helpokäyttöisten ja nopeiden kaavaeditorien ominaisuudet. Maaliskuussa 2017 YTL julkaisi prototyypin omasta kaavaeditoristaan², jossa yhdistyivät helppous ja nopeus. Editorilla kirjoittaessaan oppilas pystyy sujuvasti syöttämään kaavoja joko jatkuvasti esillä olevasta valikosta tai sitten kirjoittamalla suoraan LaTeX-koodia vastauskenttään. (Abitti 2017b.) Vastaukseen pystyy kaavojen lisäksi lisäämään kuvankaappauksia eri ohjelmistoista, mikä antaa oppilaille mahdollisuuden tuottaa jäsentyneitä ja loogisesti eteneviä vastauksia. YTL:n kaavaeditori toimii eri käyttöjärjestelmissä ja sitä kehittäessä tehtyjen teknologiavalintojen vuoksi oppilaan kirjoittama teksti näyttää täysin samalta lukijalle, oli käytössä mikä internet-selain tahansa. (Vikberg 2017b, 9.) Kuvio 18 voi nähdä, miltä YTL:n kaavaeditorilla tuotettu matemaattinen notaatio näyttää.

Vastaus 1

Käytetään toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaa:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Vastaus:

$$x = \dots$$

Kuvio 18. Abitissa käytössä oleva kaavaeditori (Abitti 2017d).

Abitin (2017b) uutisessa YTL tiedottaa, että kaavaeditoria kehitetään jatkuvasti ja kuten luvussa 5.2.1 mainittiin, toukokuussa YTL lisäsi editorin myös uuteen Abitti-versioon. Samalla YTL huojensi huolestuneiden opettajien mieltä julkaisemalla toukokuussa itseopiskelumateriaalia uuden kaavaeditorin käytöstä. YTL:n kaavaeditori on toistaiseksi kerännyt hyvää palautetta ja siitä ollaan oltu kiinnostuneita jopa Aalto-yliopistossa asti (YTL 2017 h). Vikbergin (2017b, 9) mukaan YTL onkin julkaissut kaavaeditorinsa avoimena lähdekoodina, jotta muillakin toimijoilla on mahdollisuus hyödyntää sitä omissa järjestelmissään.

2. <https://math-demo.abitti.fi/>

5.3 Digitaaliset kokeet muualla Euroopassa

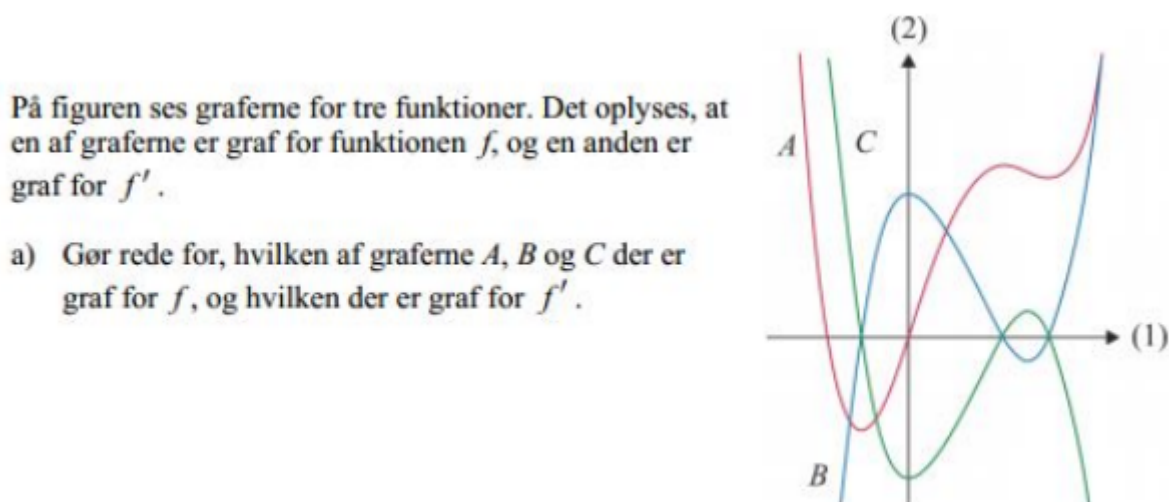
Suomi kuuluu ehdottomasti digitaalisten kokeiden ja erityisesti ylioppilaskokeiden edelläkävijöihin, mutta digitaalisia kokeita on järjestetty ja testattu myös muualla, etenkin Euroopassa. Muutama vuosi sitten Lahti, Heinonen ja Siira (2013, 4) tekivät Digabi³-projektin muodossa selvitystyötä siitä, minkälaisia korkean panoksen digitaalisia kokeita maailmalla on järjestetty. Samoihin aikoihin Hietakymi (2013, 2,4) suoritti työharjoittelun niin ikään Digabi-projektin muodossa katsauksen siitä, minkälaisia digitaalisia koejärjestelmiä ja matematiikan kokeita Euroopassa järjestettiin tuohon aikaan. Esimerkiksi Lahden ym. (2013, 5) selvitystä tehtiin lähes maailmanlaajuisesti ja erityisesti muutama Euroopan valtio nousi tarkastelussa vahvasti esille. Nämä olivat pohjoismaista Tanska ja Norja sekä muista EU-maista Alankomaat, Slovakia ja Puola. Tässä tutkimuksessa perehdytään näiden maiden digitaalisiin koejärjestelmiin ja matematiikan kokeisiin. Huomionarvoista selvitystä tehdessä on se, että jokainen näistä maista noudattaa omaa opetussuunnitelmaansa, jolloin lähtökohdat ovat erilaiset kuin Suomessa, eikä niitä sen vuoksi voi suoraan verrata toisiinsa (Hietakymi 2013, 19).

5.3.1 Pohjoismaat – Tanska ja Norja

Lahden ym. (2013, 6) mukaan Tanskassa lukion loppukoe on ainakin joidenkin oppiaineiden kohdalla tehtävissä täysin tietokoneella. Tietyissä koeosioissa on mahdollista käyttää myös internetiä apuna. Tanskassa ollaan tutkittu paljon digitaalisen ylioppilaskokeen kokeilua ja kokemukset ovat olleet pääasiassa myönteisiä. Niin opettajat kuin oppilaatkin pitävät digitaalista koetta onnistuneena ja erityisesti verkon käyttömahdollisuuteen ollaan tyytyväisiä. Digitaalisissa kokeissa hyödynnetään tällä hetkellä ainakin esimerkiksi kuvia, karttoja, videoita sekä muuta oheismateriaalia. Tanskassa myös muita korkean panoksen kokeita järjestetään digitaalisesti, näistä esimerkkinä peruskoulun kansalliset testit. (emt., 6.) Lahden ym. (2013, 7) mukaan kansallisia testejä järjestetään digitaalisesti myös Norjassa. Tietokonetta on mahdollista käyttää apuvälineenä myös ylioppilaskirjoituksissa, mutta koevastaukset tehdään edelleen paperille ja internetin käyttö Norjassa ei ole sallittua (Hietakymi 2013, 8).

3. <https://digabi.fi/>

Tanskassa ja Norjassa matematiikan ylioppilaskoe vastaavat monelta osin Suomessa järjestettävää koetta. Hietakymmin (2014) mukaan YTL:ssa on hyödynnetty näiden maiden kokemuksia oppilaiden tietokoneiden käytöstä sekä kokeen kaksiosaisuudesta. Molemmissa maissa matematiikan ylioppilaskoe on kaksiosainen, jonka lisäksi kokeeseen kuuluu myös suullinen osuus. Kokeen ensimmäisessä osassa digitaalisten apuvälineiden käyttö on kiellettyä ja vain Tanskassa kokeen ensimmäisessä osassa saa käyttää apuna kaavakokoelmaa. Ensimmäisen osuuden tarkoituksena on testata oppilaiden taitoja peruslaskurutiineissa sekä matemaattista ymmärrystä. (Hietakymi 2014, 17–18.) Kuviossa 19 on esimerkki eräästä tanskalaisesta matematiikan ylioppilaskokeen tehtävästä.



Kuvio 19. Tanskan matematiikan ylioppilaskokeen ensimmäisen osuuden tehtävä, jossa on pääteltävä, mitkä kuvaajista ovat erään funktion ja sen derivaattafunktion kuvaajia (Hietakymi 2013, 5).

Tanskassa matematiikan kokeen toinen osuus suoritetaan tietokonetta apuna käyttäen ja internetin käyttö on tässä osuudessa mahdollista. Tanskassa kuitenkin internetin käyttömahdollisuus matematiikan kokeessa on poistunut tai tulee todennäköisesti poistumaan, sillä muista myönteisistä kokemuksista huolimatta matematiikassa kokemukset eivät ole olleet hyviä. Tanskassa on todettu, että internetin kanssa oppilaat koittavat usein löytää oikotien onneen etsimällä valmiita ratkaisuja tehtäviin sen sijaan, että he pohtisivat tehtäviä itse. Norjan kokeissa ei Suomen tavoin saa käyttää internetiä apuna, mutta muita myös Suomen digitaalisesta ylioppilaskokeista tuttuja ohjelmistoja saa hyödyntää myös Norjassa, kunhan koeohjeen määritykset täyttyvät ohjelmistojen osalta. Tanskassa ja Norjassa ei ole digitaalisia koejärjes-

telmiä ainakaan samassa mittakaavassa kuin Suomessa. (Hietakymi 2014, 18.) Hietakymmin (2014, 22) mukaan Norjassa digitaalinen koejärjestelmä on käytössä Suomen valtakunnallista koetta vastaavassa kokeessa, joka järjestetään viides- ja kahdeksaluokkalaisille. Ylioppilaskokeet suoritetaan pääasiassa perinteisin menetelmin, mutta Norjassa joissakin kokeissa on mahdollisuus suorittaa kokeen palautus digitaalisen järjestelmän kautta. Molemmissa maissa matematiikan kokeesta järjestetään vuosittain useampaa eri versiota ja tasoa (vrt. pitkä ja lyhyt matematiikka), mutta digitaalisen kokeen tekeminen on mahdollista vain osassa näistä. Kaikki matematiikan kokeet voidaan kuitenkin suorittaa myös kynää ja paperia käyttäen. (emt., 19.) Tämä eroaa Suomesta siten, että Suomessa pitkän ja lyhyen matematiikan kokeet digitalisoituvat samanaikaisesti ja keväällä 2019 Suomessa ei enää ole mahdollista tehdä paperiversioita matematiikan kokeista.

Hietakymmin (2014, 20) mukaan Tanskan matematiikan kokeen digitaalisen osuuden tehtävät ovat pääasiassa hyvin samankaltaisia kuin suomalaisessa kokeessa. Tehtävissä käsitellään mm. erilaisia funktioita, geometriaa, differentiaaliyhtälöitä sekä todennäköisyyksiä. Miltei kaikki tehtävät ovat sanallisia, sillä ns. mekaaniset laskutehtävät on sijoitettu kokeen ensimmäiseen osuuteen. Tietokoneen ja internetin käyttämisen mahdollisuutta ei Tanskan kokeessa korosteta esimerkiksi tehtävänannoissa, sillä lähes kaikki tehtävät on mahdollista tehdä ilman apuvälineitä. Tilastolliset tehtävät, joissa aineistot ovat liian suuria käsiteltäväksi ilman tietokonetta, ovat oikeastaan ainoa tehtävätyyppi, johon oppilaat tietokonetta tarvitsevat.

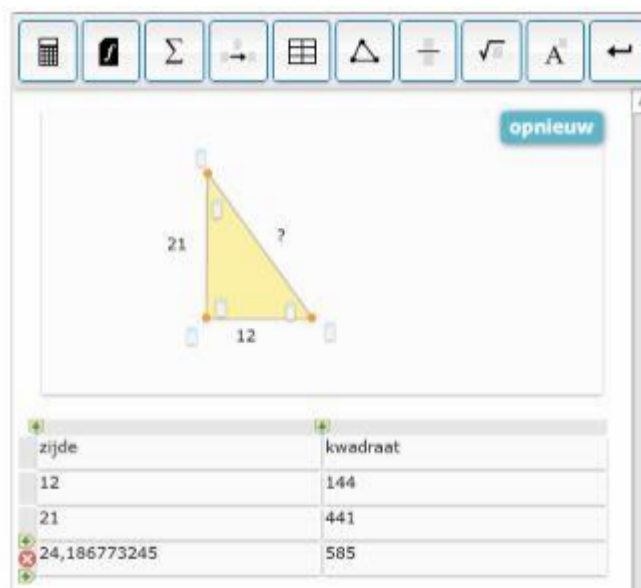
Suomen matematiikan kokeista poiketen, sekä Tanskan että Norjan kokeissa oppilaita ohjataan kertomaan ajatuksistaan sanallisesti, toisin sanoen pohtimaan, selittämään, osoittamaan ja kommentoimaan eri asioiden merkitystä matemaattisessa mielessä. Molempien maiden kokeissa oppilasta muistutetaan myös siitä, millainen on hyvä koevastaus. Oppilailta odotetaan hyviä laskuvalmiuksia, matemaattista ymmärrystä, loogista päättelykyä, soveltamistaitoja, vastauksen arviointia sekä erilaisten johtopäätöksien tekemistä tehtävien ratkaisusta. Hyvän vastauksen arviointikriteereinä ovat esimerkiksi kirjoitetun tekstin, matemaattisten merkintöjen ja käsitteiden sekä graafisten esitysten selkeys ja yhtenäisyys. (Hietakymi 2014, 20–21.) Näin ollen oppilaiden proseduraalisen tiedon ohella keskeisessä osassa on myös konseptuaalisen tiedon testaaminen, sillä mekaanisten laskutoimitusten lisäksi oppilaiden pitää myös pystyä perustelemaan tehtävien vastaukset (Hietakymi 2013, 7; ks. myös luku 3.2).

5.3.2 Muut EU-maat – Alankomaat, Slovakia ja Puola

Alankomaissa ja Slovakiassa on molemmissa järjestetty peruskoulun kansallisia testejä digitaalisesti. Alankomaissa koe on käytössä jo ns. täysimittaisena, Slovakiassa digitaalista koetta ja sen arviointia on vasta pilotoitu erilaisten projektien muodossa. Puolassa on järjestetty pilottiversio digitaalisesta ylioppilaskokeesta ja kokeen kehitystä on tarkoitus jatkaa niin, että se olisi tulevaisuudessa käytössä laajemmassa mittakaavassa. (Lahti ym. 2013, 9–10.) Hietakymmin (2014, 23) mukaan edellä mainittujen maiden käytännöt ylioppilaskokeissa poikkeavat niin paljon Suomen vastaavista, että niiden vertaileminen ei käytännössä ole mahdollista. Yhteistä näille kolmelle maalle on se, että kokeiden arviointi suoritetaan digitaalisesti, minkä vuoksi kokeiden vastausten on oltava hyvin yksinkertaisia. Alankomaat, Slovakia ja Puola toimivat kuitenkin erilaisina esimerkkeinä siitä, miten digitaalisia ylioppilaskokeita voidaan toteuttaa.

Alankomaissa käytössä on Questify-niminen koejärjestelmä, joka on käytössä mm. toisen asteen koulutuksessa. Koejärjestelmässä on mahdollista hyödyntää ns. mukautuvaa tietokonetestausta (*engl. computer adaptive testing*), jonka tarkoituksena on, että tietokone valitsee edellisten tehtävien vastausten perusteella seuraavan tehtävän oppilaalle. Ideana tässä on käytännössä se, että kukin oppilas pääsee osoittamaan osaamisensa hänelle sopivan tasoisissa tehtävissä. (Hietakymi 2014, 23.) Tämä eroaa paljon Suomen käytännöistä, jossa oppilas valitsee suoritettavaksi joko pitkän tai lyhyen matematiikan oppimäärän. Alankomaiden koeympäristössä on käytössä joitain tieto- ja viestintäteknologisia työkaluja, joita käytetään vastausten kirjoittamiseen. Näitä ovat esimerkiksi piirtotyökalu, kaavakokoelma, yksinkertainen kaavaeditori sekä laskin, joka ei kykene symboliseen laskentaan. (emt., 25.) Käytettävien työkalujen kirjo on siis huomattavasti suppeampi kuin esimerkiksi Suomessa, mutta Hietakymmin (2013, 13) mukaan työkalut ovat yksinkertaisia niiden helpon käytettävyyden vuoksi. Kuviossa 20 on esimerkki geometrian tehtävästä, jossa edellä mainittu “työkalupakki” on käytössä.

Slovakiassa ja Puolassa ylioppilaskokeiden digitalisointiin ei olla ryhdytty pedagogisista syistä, sillä ensisijaisina tavoitteina näissä maissa on ollut kokeiden arvioinnin nopeuttaminen sekä koevastausten tallentaminen ja analysointi. Slovakiassa digitaaliset kokeet muodostuvat kahdenlaisista tehtävistä: monivalintatehtävistä sekä lyhyen vastauksen tehtävistä.



Kuvio 20. Esimerkki piirtotyökalun käytöstä Alankomaiden koejärjestelmässä (Hietakymi 2014, 25).

Koetilanteessa laskujen välivaiheita tai sanallisia perusteluja tehtävän ratkaisulle ei anneta, vaan oppilas palauttaa pelkät vastaukset täyttämällä valmiin lomakepohjan. Koeaika matematiikan kokeessa on kaksi tuntia ja oppilaat saavat käyttää vain yksinkertaista funktiolas-kinta apuna, joten haastavampien soveltavien tehtävien teettäminen oppilaille ei ole mahdol-lista. (Hietakymi 2014, 25–27.) Slovakian matematiikan ylioppilaskoe poikkeaa siis hyvin paljon Suomen vastaavasta. Puolassa matematiikan koe koostuu myös monivalintatehtävistä sekä avoimista tehtävistä, jossa vastaus voidaan valita alasetoalvikosta tai syöttää tyhjään tekstikenttään (emt., 25). Hietakymmin (2014, 27) mukaan Puolassa käytössä on alunperin oppilaiden matemaattisen osaamisen testaamiseen kehitetty E-matura koejärjestelmä, jossa käytetään samantyyppistä laskintyökalua kuin Alankomaissa järjestettävissä kokeissa. Mal-litehtävistä päätellen koejärjestelmässä ei kuitenkaan ole käytössä esimerkiksi kaavaeditoria.

5.4 Vaiheen 2 yhteenveto ja arviointi

Tutkimuksen toisessa vaiheessa pyrittiin selvittämään, minkälainen matematiikan digitaali-nen ylioppilaskoe tulee Suomessa olemaan (ks. luku 5.1). Selvitystyötä tehtiin lähinnä Yliop-pilastutkintolautakunnan ja Abitin määritysten, tiedotteiden sekä uutisten pohjalta. Suomes-

sa matematiikan digitaalinen ylioppilaskoe tulee noudattamaan hyvin pitkälti vuoden 2016 rakenneuudistuksen mukaista koerakennetta (ks. luku 5). Matematiikan koe on kaksiosainen, eikä erilaisten tieto- ja viestintäteknologisten apuvälineiden tai internetin käyttäminen kokeen ensimmäisessä osassa ole sallittua. Kokeessa oppilaat kirjoittavat vastaukset käyttäen tekstinkäsittelyohjelmaa tai kaavaeditoria ja vastauksiin on mahdollista lisätä myös kuvia ja kaavioita. Koevastauksia on mahdollista luonnostella myös suttupaperille. Kokeessa ei tulla varsinaisesti testaamaan oppilaiden TVT-taitoja, mutta niistä on luonnollisesti hyötyä kokeen tekemisessä. Tämän vuoksi on tärkeää, että oppilaat löytävät jo lukio-opintojen aikana heille sopivia työkaluja. Matematiikan kokeessa tehtäviin voi liittyä monenlaista taustamateriaalia ja kokeen tehtävätyypit on jaettu valinta- ja yhdistelytehtäviin, yksinkertaisiin tuottamistehtäviin sekä mm. monipuolista TVT:n hyödyntämistä (esim. symbolinen laskenta) ja useiden kurssien tietoja vaativiin tehtäviin. Monipuolisesta sovellusvalikoimasta huolimatta matematiikan digitaalisessa kokeessa voi käyttää fyysistä laskinta sekä taulukkokirjaa syksyn 2020 ylioppilaskirjoituksiin asti.

Tutkimuksen ensimmäisessä vaiheessa esille nousi opettajien huolet ylioppilaskokeen digitalisoinnista sekä TVT:n käytöstä (ks. luvut 4.3.1 ja 4.4.2). Tämän vuoksi luvussa 5.1 pohditaan ylioppilaskokeen digitalisointia erityisesti YTL:n näkökulmasta. Suurimmat tarpeet ylioppilaskokeen kehittämiseksi ja digitalisoinnille luo vuonna 2016 käyttöön tullut opetussuunnitelma, jossa TVT:lla on suuri rooli (ks. luku 4.2.2). Ylioppilastutkinnon lakisääteisenä tavoitteena on selvittää, miten oppilas on omaksunut opetussuunnitelmassa esitetyt tiedot sekä taidot ja tähän YTL on reagoinut digitalisoimalla ylioppilastutkinnon. Digitaalisia kokeita perustellaan myös sillä, että teknologian käyttäminen on nykyään arkipäivää, eikä kirjallista ilmaisua juurikaan enää käytetä. Kyse ei kuitenkaan ole siitä, että opetussuunnitelma tai YTL pakottaisi opettajat ja oppilaat kulkemaan tietynlaisen muotin läpi ja tämän vuoksi digitaalisissa ylioppilaskokeissa tulee olemaan käytössä monia eri sovelluksia, jotta oppilaat voivat valita niistä itselleen sopivan. Tämän lisäksi matematiikan digitaalinen ylioppilaskoe sekä Abitti ovat jatkuvan kehityksen kohteena.

Toiseen vaiheeseen kuului myös digitaalisessa ylioppilastutkinnossa käytössä olevaan koejärjestelmään, Abittiin, tutustuminen. Abitin edut ovat siinä, että käyttöjärjestelmä ja käytettävät ohjelmistot ovat kaikille oppilaille samat riippumatta siitä, minkälainen tietokone op-

pilaalla on käytössä. Keväällä 2017 julkaistun kaavaeditorin myötä myös aiemmin haasteelliseksi todetun matemaattisen notaation latominen on Abitissa nykyään mahdollista. Abitti-järjestelmää voidaan jo nyt reilu vuosi ennen matematiikan digitaalista koetta hyödyntää tehokkaasti matematiikan kurssikokeissa. Lukioissa opettajat ja oppilaat voivat siis yli vuoden harjoitella digitaalisten kokeiden tekemistä sekä niihin vastaamista lähes autenttisissa olosuhteissa.

Tutkimuksen toiseen vaiheeseen tarkoituksena oli myös tutustua muualla Euroopassa järjestettävään korkean panokseen digitaalisiin matematiikan kokeisiin. Suomi on yksi digitaalisten kokeiden edelläkävijöistä, mutta korkean panoksen digitaalisia kokeita järjestetään myös muualla, kuten esimerkiksi Tanskassa, Norjassa, Alankomaissa, Slovakiassa ja Puolassa. Näissä maissa kuitenkin opetussuunnitelmat poikkeavat niin paljon Suomen vastaavasta, ettei niitä voi eri lähtökohtien vuoksi verrata täysin toisiinsa.

Tanskan ja Norjan digitaaliset matematiikan kokeet vastaavat parhaiten Suomen matematiikan ylioppilaskoetta. Molemmissa maissa matematiikan kokeet ovat myös kaksiosaisia ja ensimmäisessä osassa teknisten apuvälineiden käyttö on kiellettyä. Tanskassa digitaalisissa kokeissa on myös mahdollista käyttää internetiä apuna. Tanskassa ja Norjassa kokeet voidaan kuitenkin suorittaa myös pelkästään kynää ja paperia käyttäen. Näiden kahden maan ylioppilaskokeissa oppilaita ohjataan kertomaan ajatuksistaan sanallisesti eli kielentämään matematiikkaa vastauksissaan. (ks. luku 3.3.2). Kokeissa oppilaita muistutetaan esimerkiksi myös siitä, millainen on hyvä matematiikan koevastaus. Vastauksissa keskeisessä osassa on proseduraalisen tiedon ohella myös konseptuaalisen tiedon mittaaminen, koska oppilaiden pitää pystyä perustelemaan vastauksensa hyvin (ks. luku 3.2).

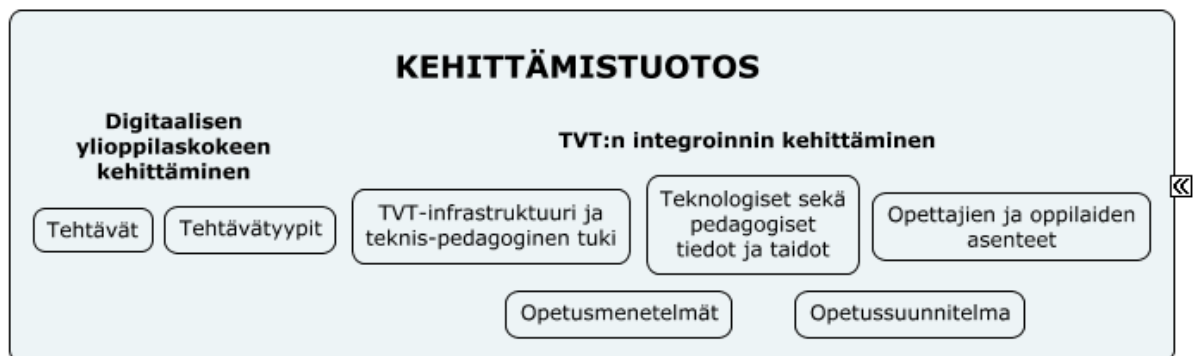
Alankomaiden, Slovakian ja Puolan koekäytännöt puolestaan poikkeavat niin paljon Suomen vastaavista, ettei niitä voida keskenään vertailla. Nämä maat kuitenkin toimivat erilaisena esimerkkinä siitä, miten digitaalisia ylioppilaskokeita voidaan toteuttaa. Näissä maissa kokeiden arviointi suoritetaan digitaalisesti ja etenkin Slovakiassa ja Puolassa tämä on myös ollut yksi tärkeimmistä syistä, miksi kokeiden digitalisointiin on ryhdytty. Näissä maissa pedagogiset syyt eivät ole digitalisoinnin takana, vaan arvioinnin nopeutus sekä koevastausten tallentamis- ja analysointimahdollisuudet.

Tutkimuksen toisessa vaiheessa saavutetut tulokset olivat toisaalta hyviä, mutta eivät täysin tyydyttäviä. Etenkin digitaalisissa kokeissa olevista tehtävistä ja tehtävätyypeistä olisi ollut hyvä saada enemmän tietoa esimerkiksi erilaisten mallikokeiden muodossa. Kuitenkin digitaalisesta matematiikan ylioppilaskokeesta sekä Abitista saatiin selville hyvin paljon tietoa, jota voidaan käyttää hyödyksi tutkimuksen seuraavassa vaiheessa. Myös muualla Euroopassa järjestetyistä kokeista saatiin jonkin verran hyödyllistä tietoa, vaikka kokeet ja koejärjestelmät näissä maissa poikkeavat huomattavasti Suomen vastaavista. Toisen vaiheen tarkoituksena oli kuitenkin pääasiassa kartoittaa Suomessa järjestettävän matematiikan digitaalisen ylioppilaskokeeseen liittyvät määritykset sekä tekniset tiedot ja vaatimukset. Tässä selvitystyössä onnistuttiin hyvin ja vaikka kaikkea haluttua tietoa digitaalisista kokeista ei saatukaan, voidaan tutkimuksen toista vaihetta pitää silti onnistuneena. Matematiikan digitaaliseen ylioppilaskoetta sekä siihen liittyviä kehitysehdotuksia tullaan pohtimaan tarkemmin luvussa 6.

6 Vaihe 3: Matematiikan ylioppilaskokeen sekä TVT:n integroinnin kehittäminen

Tutkimuksen ensimmäisessä ja toisessa vaiheessa (ks. luvut 4 ja 5) esille nousi monia haasteita liittyen matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen sekä TVT:n tehokkaaseen integrointiin matematiikan opetuksessa. Tutkimuksen kolmannessa ja viimeisessä vaiheessa pyritään vastaamaan näihin haasteisiin ja ongelmiin antamalla selkeitä ideoita siitä, miten matematiikan kokeita sekä TVT-integraatiota voitaisiin kehittää.

Tässä luvussa esitellään kehittämistuotos, jonka tarkoituksena on antaa apua, kehitysehdotuksia ja uusia näkökulmia kunnille, kouluille sekä opettajille. Lopullisessa kehittämistuotoksessa on pyritty antamaan kattavat ohjeet kehittämiseen, mutta pyrkimyksenä on kuitenkin ollut myös pitää itse tuotos lyhyenä, ytimekkäänä ja helposti luettavana. Tutkimuksen kolmas vaihe eli kehittämistuotos jaetaan kahteen osaan: matematiikan digitaalisen ylioppilaskokeen kehittämiseen lyhyellä tähtämellä sekä matematiikan opetuksen ja tieto- ja viestintäteknologian integroinnin kehittämiseen pitkällä tähtämellä. Kehittämistuotosta havainnollistetaan visuaalisesti myös kuviossa 21.



Kuvio 21. Tutkimuksessa toteutettu kehittämistuotos.

6.1 Kehitysehdotuksia matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen

Tutkimusta tehdessä tuli yllätyksenä, kuinka hyvällä mallilla matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen valmistautuminen on erityisesti itse kokeen, käytettävän koejärjestelmän

sekä siinä tarjolla olevien ohjelmistojen osalta (ks. luvut 5.1 ja 5.2). Toisaalta on syytä huomata, että tutkimuksen aloittamisen jälkeen YTL on tarkentanut määrittämiään koskien matematiikan digitaalista ylioppilaskoetta, joten tilanne on nyt huomattavasti parempi kuin tutkimusta aloitettaessa. Opettajia on jo vuosia huolestanut esimerkiksi matemaattisen notaation tuottaminen koevastauksissa. Tähänkin YTL on vastannut jo hyvissä ajoin suunnittelemalla ja tuottamalla oman kaavaeditorin, jonka käyttäminen on helppoa ja nopeaa. Matematiikan digitaalisen kokeen muodostava kokonaisuus vaikuttaa tällä hetkellä melko valmiilta paketilta ja Abitti-järjestelmällä voidaankin vielä yli vuoden verran harjoitella matematiikan digitaalisten kokeiden tekemistä sekä niihin vastaamista ennen kuin keväällä 2019 ensimmäisen kerran ylioppilaskokelaat pääsevät tekemään kokeen todellisissa olosuhteissa. Hyvällä mallilla olevasta kokonaisuudesta huolimatta matematiikan digitaalista ylioppilaskoetta sekä Abitti-järjestelmää kehitetään jatkuvasti (ks. luvut 5.1 ja 5.2) ja tässä tutkimuksessa tarkoituksena on antaa omat tutkimustuloksiin nojautuvat kehitysideoita kokeen digitalisoinnille. Matematiikan digitaalisen ylioppilaskokeeseen suunnatut kehitysideoita voidaan jakaa edelleen kahteen osaan: tehtäviin sekä tehtävätyyppeihin.

Tehtävät

On hyvä muistaa, että matematiikassa proseduraalinen tieto ja konseptuaalinen tieto kulkevat käsi kädessä. Laskutoimituksien mekaaninen ja sujuva ratkaiseminen on yhtä tärkeää matemaattisten käsitteiden ja periaatteiden ymmärtämisen sekä niiden soveltamisen kanssa (ks. luku 3.2). Matematiikan ylioppilaskokeissa tehtävien tulisi olla sellaisia, että ne oppilaiden proseduraalisen tiedon ohella testaisivat myös enemmän oppilaiden konseptuaalista tietoa. Matematiikassa tärkeää on ymmärtää, mitä tehdään ja miksi tehdään (ks. luku 3). Tämän vuoksi matematiikan kokeissa tulisi testata enemmän oppilaiden ongelmanratkaisutaitoja. Ongelmanratkaisuun liittyy vahvasti ongelman jakaminen osiin ja tehtävän vaiheittainen ratkaisu. Varsinkin kokeiden digitalisoituessa matematiikan kokeissa tulisi enemmän painottaa, että tärkeintä ei ole oikean vastauksen saaminen, vaan itse ratkaisuprosessi ja sen kuvaaminen (ks. luku 3.3.1). Osissa ratkaisemisen taito ja esimerkiksi havainnollistavien mallikuvien käyttö tulisi ottaa paremmin huomioon tehtävien suunnittelussa sekä arvioinnissa. Ongelmanratkaisutehtävät voivat olla 1) sanallisia, joita ratkaistaan laskulausekkeita, kuvia tai molempia apuna käyttäen, 2) numeerisia, joita ratkaistaan numeerisella päättelykyvyllä

sekä 3) geometrisia, joita ratkaistaan geometrisia muotoja havaitsemalla tai kaavoja soveltamalla. Erityisesti arkielämään sijoittuvat sovellustehtävät ovat tehtäviä, joita tutkimusten mukaan harvoin nykyään enää kokeisiin teetetään. Tällaisia tehtäviä olisi hyvä nähdä enemmän myös matematiikan ylioppilaskokeessa, sillä niissä oppilas saa edes jollain tavalla tutun ympäristön, jossa hän voi matemaattista tietoaan hyödyntää.

Matemaattinen osaaminen koostuu pääosin luovasta päättelykyvystä, ongelmanratkaisutaidoista, käsitteiden ja asioiden yhdistämisestä sekä kyvystä keskustella matematiikasta (ks. luku 3.2). Näistä viimeisessä oleellisessa osassa on matematiikan kielentäminen, joka jää usein matematiikan kokeissa vähemmälle huomiolle. On kuitenkin hyvin tärkeää, että koetilanteessa oppilas kykenee ilmaisemaan itseään matemaattisesti ja paljastamaan ajatteluprosessinsa lukijalle. Tehtäviin vastatessaan oppilas voi käyttää matemaattisen kielen lisäksi kuvioita ja luonnollista kieltä tarkoituksenmukaisesti osana ratkaisua. Kuten luvussa 5.2.1 todetaan, Tanskan ja Norjan ylioppilaskokeissa oppilaita kannustetaan koetilanteessa kertomaan ajatuksistaan sanallisesti pohtimalla, selittämällä, osoittamalla sekä kommentoimalla eri asioiden merkityksiä ja vaikutuksia matemaattisessa mielessä. Tällaiseen vastaustyyliin oppilaita pitäisi rohkaista enemmän myös Suomessa, sillä ratkaisujen perusteleva vaihe vaiheelta osoittaa konseptuaalisen tiedon hyvää hallintaa. Kuten Tanskan ja Norjan ylioppilaskokeissa, myös Suomessa oppilaita tulisi muistuttaa kokeessa siitä, millainen on hyvä koevastaus. Tällöin oppilailla olisi tiedossa se, että heiltä vaaditaan proseduraalisen osaamisen lisäksi myös konseptuaalisen osaamisen näyttämistä.

Uusia ideoita matematiikan digitaalisen ylioppilaskokeen tehtäviin voi saada esimerkiksi valmiiksi tehdyistä ja opetussuunnitelman mukaisista Abitti-koepaketeista, joita MFKA-Kustannus Oy myy Suomen lukioille. Tämä tietenkin vaatii lukioilta jonkin verran taloudellista panostusta, mutta toisaalta silloin opettajille jäisi myös enemmän aikaa itse opetukseen ja sen kehittämiseksi.

Tehtävätyypit

Matematiikan ylioppilaskokeessa on jo nyt paljon graafisia elementtejä ja digitaalisessa ylioppilaskokeessa tullaan hyödyntämään mm. erilaisten dynaamisten geometriasovellusten ominaisuuksia. Lisämahdollisuuksia ylioppilaskokeeseen toisi mm. IXL Maths -palvelun (ks.

luku 4.3.2) tarjoamien tehtävien tyyppiset piirtämistä vaativat tehtävät. Sen sijaan, että oppilas itse rakentaa tyhjästä graafisen ratkaisun tai tunnistaa kuvasta esimerkiksi funktioiden ominaisuuksia, olisi edellä mainituissa tehtävätyypeissä mahdollista, että oppilas ratkaisee tehtävän graafisesti valmista kuvaa tai elementtiä (esim. koordinaatisto) muokkaamalla. Tällaisia tehtäviä ei toistaiseksi pystytä Abitti-koejärjestelmässä teettämään, mutta ne toisivat monipuolisuutta matematiikan kokeen tehtäviin ja testaisivat uudella tavalla oppilaiden matemaattista ymmärtämistä ja hahmotuskykyä. Tehtäviin voisi tarvittaessa lisätä myös muita elementtejä, joihin oppilas voisi vastata esimerkiksi tekstiä ja matemaattista notaatiota käyttäen.

Luvussa 4.3.2 on esitelty myös monivalintatehtävät hyvänä osana matematiikan koetta. Monivalintatehtäviä tulee matematiikan ylioppilaskokeessa olemaan jo nykyisillä määrityksillä (ks. luku 5.1), mutta Vienosen (2017) tutkimuksessa esitellyllä tavalla monivalintatehtävistä voisi tehdä laajempia ja niiden avulla voitaisiin tehokkaasti testata oppilaiden proseduraalista sekä konseptuaalista tietoa, sillä oppilaan täytyy ensin ratkaista tehtävä kokonaisuudessaan. Tämä kulkee toisaalta myös käsi kädessä edellisessä osiossa mainitun tehtävien vaiheittaisen ratkaisun kanssa. Kun monivalintakysymykset teetetään ratkaisuprosessiin liittyvistä asioista, on eri ratkaisuvaiheiden arvioiminen helpompaa. Monivalintatehtävien teettäminen digitaalisissa kokeissa olisi myös askel kohti nopeampaa ja helpompaa arviointiprosessia, joten tämäntyyppisiä tehtäviä tulisi ehdottomasti olla myös matematiikan digitaalisessa ylioppilaskokeessa.

6.2 Kehitysehdotuksia TVT:n integrointiin matematiikan opetuksessa

Luvuissa 4.3.1 ja 4.4.2 tehdyissä selvityksissä käy ilmi, että integroidakseen TVT:a tehokkaasti matematiikan opetukseen, täytyy kuntien, koulujen ja opettajien yhdessä päästä ensin yli integrointiin liittyvistä haasteista sekä siihen liittyvistä vaatimuksista. Tällaisia ovat mm. puutteellinen TVT-infrastrukturi ja teknis-pedagoginen tuki, opettajien ja oppilaiden asenteet, ajan ja itseluottamuksen puute sekä apuvälineiden käyttöön ja niiden pedagogiseen hyödyntämiseen liittyvien tietojen ja taitojen puute. Tutkimuksen tarkoituksena on antaa askelmerkit näiden haasteiden ylitsepääsemiseksi. TVT:n integrointiin liittyvät kehitysajat voidaan myös jakaa useampaa eri osioon, vaikka toisaalta ne liittyvät myös vahvasti toisiinsa.

Nämä osiot ovat TVT-infrastruktuurin, asenteiden, opetussuunnitelman, opetusmenetelmien sekä opettajien TVT:n käyttöön ja pedagogiikkaan liittyvien tietojen ja taitojen kehittäminen.

TVT-infrastruktuuri ja teknis-pedagoginen tuki

Kuntien, koulujen ja opettajien tulisi tehdä yhteistuumin töitä sen eteen, että TVT:n integroinnin vaatimusten tuottamat edellytykset täyttyvät (ks. luku 4.3.1). Jotta TVT:a voitaisiin tehokkaasti integroida matematiikan opetukseen, tulee kouluihin hankkia tarvittava määrä TVT-laitteita (esim. tietokoneita ja tabletteja) sekä niihin tarvittavat matemaattiset sovellukset. Myös opettajien tulisi olla mukana laitteiden ja sovellusten hankintaprosessissa, sillä opettajat ovat luonnollisesti niitä, jotka apuvälineitä tulevat oppilaiden kanssa käyttämään. On selvää, että tämä vaatii kunnilta ja kouluilta sekä ajallista että taloudellista panostusta, eikä kaikilla tähän välttämättä ole varaa. Yhtenä hyvänä vaihtoehtona on kuitenkin myös oppilaiden omien laitteiden käyttö (BYOD) opetuksessa. Myöskään sovelluksiin ei välttämättä tarvitse käyttää ollenkaan rahaa, sillä monia käyttökelpoisia matematiikkasovelluksia saa sovelluskaupoista ja internetistä täysin ilmaiseksi.

Kun TVT-infrastruktuuri on kunnossa, täytyy opettajien ja oppilaiden saada tukea apuvälineiden käyttöön. Kouluihin pitäisi saada vähintään yksi teknis-pedagoginen tukihenkilö, joka voisi aina tarvittaessa antaa opettajille niin välineen käyttöön kuin pedagogiikkaan liittyviä neuvoja. Kun opettajat tietävät, että he saavat tarvittaessa apua laitteiden ja sovellusten käyttöön, heidän itseluottamuksensa kasvaa ja he voivat kokeilla rohkeasti uusiakin menetelmiä TVT:n integroimiseen, eikä opettajien näin tarvitse aina turvautua ennestään tuttuihin opetusmenetelmiin.

Opettajien ja oppilaiden asenteet

Tutkimuksessa esille tulleiden tuloksien (ks. luvut 4.3.1 ja 4.4.2) mukaan opettajien ja oppilaiden asenteet TVT:n opetuskäyttöä kohtaan ovat usein huonoja. Tämä johtuu mm. siitä, ettei opettajilla ja oppilailta ole tarpeeksi osaamista tieto- ja viestintäteknologisten apuvälineiden käyttöön tai he ovat epävarmoja omista TVT:n käyttötaidoista. Onnistuneet integraatiokokemukset kuitenkin parantavat sekä opettajien että oppilaiden asenteita. Mikäli tarvittavia tietoja ja taitoja TVT:n integroimiselle ei ennestään ole, ainoa mahdollisuus saa-

da onnistuneita integraatiokokemuksia on hankkia TVT-aiheista koulutusta tai saada tukea TVT:n integroimiseen oppilaitoksen sisältä, esimerkiksi teknis-pedagogisilta tukihenkilöiltä tai muilta opettajilta.

Vastuu TVT-taitojen hankkimiseen on kuitenkin myös opettajilla. Mikäli koulutusta tai teknis-pedagogista tukea ei ole saatavilla, täytyy opettajien hankkia itse tarvittavat tiedot ja taidot, joilla TVT:a voidaan integroida matematiikan opetukseen. Asenteen ollessa ennestään huono tämä voi kuitenkin olla vaikeaa. Opettajien asenteita ja motivaatiota pystyy kohottamaan esittelemällä TVT:n integroinnin mukana tulevia konkreettisia hyötyjä, kuten esimerkiksi tietyn matemaattisen aiheen opettaminen jonkun sovelluksen avulla tai tutkimustuloksia hyivistä oppimistuloksista TVT:n avulla. Luvussa 4.4 tehtyjen havaintojen perusteella huomataan, että opettajien mieltymykset TVT:a kohtaan ovat positiivisia, mikäli käytettävät TVT-välineet ja -sovellukset palvelevat opetusta eikä toisinpäin. Tässä korostuu siis erityisesti se, että opettajien tulee välineen teknisen hallitsemisen lisäksi osata käyttää välinettä myös pedagogisessa mielessä oikein.

Opetussuunnitelma

Matematiikan opetuksen ensisijaisena tehtävä on opetussuunnitelmassa olevien tavoitteiden saavuttaminen. Suomessa perusopetuksen ja lukiokoulutuksen opetussuunnitelmissa TVT:n integroiminen on läsnä jokaisen oppiaineen opetuksessa (ks. luvut 4.1 ja 4.2). Luvussa 4.4.2 tehdyn selvityksen mukaan osa lukio-opettajista on kuitenkin sitä mieltä, että TVT:a korostetaan opetussuunnitelmissa liikaa. On kuitenkin hyvä ottaa huomioon, että teknologia ei pakota opetussuunnitelmia muuttumaan, vaan toisinpäin. Opetussuunnitelman asettamien vaatimusten vuoksi olisikin tärkeää, että tarvittavat välineet ja sovellukset sekä tiedot ja taidot olisivat helposti opettajien saatavilla.

Opetussuunnitelman vaatimukset asettavat opetukselle tiukat aikarajoitteet ja jotta opettajat pysyivät opetussuunnitelman perässä, he joutuvat kiirehtimään opettavien sisältöjen kanssa. Tällöin vaarana on, että opettaminen tapahtuu koetta varten, jolloin oppilaiden oppimisesta tulee toissijaista. Mikäli tarvittavia edellytyksiä TVT:n integroimiseen ei pystytä koulun puolesta järjestämään, voidaan opetussuunnitelmia vaihtoehtoisesti kaventaa matemaattisten aiheiden osalta tai lisätä erikseen kursseja, jotka keskittyvät nimenomaan TVT:n tehokkaa-

seen integrointiin matematiikan opetuksessa. Yhtenä vaihtoehtona on myös erilaisten opetusmenetelmien, kuten esimerkiksi käänteisen opetuksen käyttäminen, jolloin oppitunneilla jää enemmän aikaa itse opetettavan aiheen opiskeluun (ks. luku 4.3.2).

Opetusmenetelmät

Suomessa matematiikan opetuksessa käytetään pääosin ns. perinteistä opetustyyliä (ks. luvut 3 ja 4.4.2). Luvussa 4.3.1 esitetyissä tutkimustuloksissa kuitenkin todetaan, että konstruktivistiset opetusmenetelmät on todettu tehokkaammiksi, kun TVT:a integroidaan matematiikan opetukseen. Suomessakin matematiikan opetuksessa pitäisi siirtyä vähitellen behavioristisesta oppimiskäsityksestä konstruktivistiseen lähestymistapaan, jossa korostuvat matemaattisten asioiden ymmärtäminen ja oppilaan itsenäinen tiedon konstruointi (ks. luku 3.2). Koulutuksen ja matematiikan opetuksen ensisijaisena tavoitteena on kuitenkin saada oppilaat oppimaan, eikä opettelemaan ulkoa. Esimerkki joustavasta opetusmenetelmästä, jossa TVT:a on mahdollista hyödyntää tehokkaasti, on tutkiva matematiikka (ks. luku 3.3.3). Tutkivassa matematiikassa korostuvat vahvasti asioiden ymmärtäminen, matemaattisen ajattelun taito ja luovuus sekä ongelmanratkaisutaidot. Oppilaslähtöisenä ja vuorovaikutuskeskeisenä opetusmenetelmänä siihen liittyvät oleellisesti myös matemaattinen ongelmanratkaisutaito sekä matematiikan kielentäminen (ks. luvut 3.3.1 ja 3.3.2). Tutkivan matematiikan kautta opittu tieto on myös pysyvämpää, sillä tieto on pääosin oppilaan itse tuottamaa

Teknologiset sekä pedagogiset tiedot ja taidot

Opetusprosessissa vastuussa on opettaja, joka toimii ikään kuin siltana opetettavan aiheen ja oppilaiden välillä (ks. luku 3.1). Aineenhallinnan lisäksi opettajalta vaaditaan pedagogista sisältötietoa, eli kykyä opettaa matemaattisia sisältöjä oppilaille. Tehokas TVT:n integrointi matematiikan opetukseen edellyttää näiden lisäksi teknisten apuvälineiden tuntemusta sekä pedagogisia valmiuksia käyttää niitä. Luvussa 4.4 tehdyn selvitystyön mukaan matemaattiset ohjelmistot ovat pääasiassa opettajille tuttuja, mutta osaamista niiden käyttöön kaivattaisiin enemmän. Tässä voivat auttaa koulussa oleva teknis-pedagoginen tukihenkilö tai erilaiset koulutukset TVT:n opetuskäytöstä.

Ensisijaisesti opettajille tulee tarjota mahdollisuudet kehittää omia tietoja ja taitoja. Mikäli

koulutusta TVT:n käyttöön ei ole mahdollista järjestää, tulee opettajilla antaa aikaa oppia, suunnitella sekä tehdä yhteistyötä muiden opettajien kanssa, jotta tarvittavat tiedot ja taidot saavutettaisiin. Yksi hyvä tapa kehittää opettajien TVT-osaamista pitkällä aikavälillä on se, että edellä mainitut tarpeet otetaan huomioon jo opettajankoulutusvaiheessa. On kuitenkin hyvä muistaa, että myös opettajilla on vastuu TVT:n integraatiossa. Opettajien tulee olla halukkaita kehittämään omia taitojaan, vaikka koulutusta tai teknis-pedagogista tukea ei aina olisi saatavilla.

7 Yhteenveto ja pohdinta

Tämän tutkimuksen perimmäisenä tarkoituksena oli luoda kehitysehdotuksia matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen sekä jokapäiväiseen matematiikan opetukseen tieto- ja viestintäteknologian integroimismahdollisuuksia silmällä pitäen. Tätä lähdettiin toteuttamaan ongelma-analyysin kautta, jossa pyrittiin laajasti kartoittamaan TVT:n käytön nykytilaa matematiikan opetuksessa, matematiikan opettajien suhtautumista TVT:n käyttöön sekä sitä, minkälaisia määrittäjiä ja haasteita matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen liittyy ja mitkä ovat syyt kokeen digitalisoinnille. Ongelma-analyysin pohjalta toteutettiin kehittämissuositus, joka vastaa matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen sekä TVT-integraatioon liittyviin ongelma-kohtiin.

Tutkimuksen ensimmäinen tutkimuskysymys oli “Millainen on tieto- ja viestintäteknologian käytön nykytila matematiikan opetuksessa?”, johon saatiin vastaus tutkimuksen ensimmäisessä vaiheessa (ks. luku 4). Opetussuunnitelmat ovat omalta osaltaan pakottaneet TVT:n mukaan matematiikan opetukseen Suomessa. TVT:a käytetään monipuolisesti, koska opetussuunnitelmankin sitä vaatii, mutta sen käyttöön liittyy paljon huonoja asenteita ja epävarmuutta. Opettajat ovat pääasiallisesti halukkaita käyttämään TVT:a opetuksensa tukena, mutta sen tehokas käyttö vaatisi kouluilta ja kunnilta panostuksia, jotta edellytykset hyvin toteutettavaan TVT-integraatioon olisi olemassa. TVT:n integraatiomahdollisuuksia matematiikan opetukseen on tutkittu maailmalla paljon ja tutkimustulokset osoittavat, että TVT:n käytöllä matematiikassa on paljon positiivisia vaikutuksia. Myös erilaisten opetusmenetelmien ja internet-materiaalien käytön on todettu olevan hyväksi oppilaiden oppimistuloksille. Opettajien tulisi siis systemaattisesti päivittää sekä teknologista että pedagogista tietämystään, jotta myös Suomessa saataisiin enemmän onnistuneita kokemuksia TVT:n integroimisesta matematiikan opetukseen. Kuntien ja koulujen ohella vastuu on siis myös opettajilla.

Tutkimuksen toiseen tutkimuskysymykseen, joka kuului “Mitkä asiat ohjaavat keväällä 2019 järjestettävää matematiikan digitaalista ylioppilaskoetta ja millainen kokeesta on tulossa?”, pyrittiin vastaamaan tutkimuksen toisessa vaiheessa (ks. luku 5). Ensisijaisesti uudet opetussuunnitelmat ohjaavat matematiikan ylioppilaskokeen digitalisointia, sillä ylioppilaskirjoitusten pääasiallisena tarkoituksena on testata, kuinka hyvin oppilaat ovat omaksuneet opetus-

suunnitelmassa esitetyt sisällöt ja tavoitteet. Kirjallisen ilmaisuuden vähentyessä tieto- ja viestintäteknologian koetaan myös olevan nykyään osa oppilaiden jokapäiväistä elämää, jonka vuoksi tähän tulee reagoida myös ylioppilaskirjoituksissa. Lisäksi ylioppilastutkinnon digitalisointia ohjaavat erilaiset ekologiset ja ajankäyttöön liittyvät syyt. Ylioppilaskirjoitusten järjestäminen on massiivinen operaatio ja digitalisoinnilla pyritään vähentämään muun muassa lukuiden, tarkastajien ja opettajien työtaakkaa sekä käytettävän paperin määrää. Matematiikan digitaalinen ylioppilaskoe tulee hyvin pitkälti noudattamaan vuonna 2016 voimaanastunut rakenneuudistusta sekä siihen liittyviä määräyksiä. Vaikka digitalisointi pakottaa myös oppilaat etsimään lukio-opintojen aikana itselleen sopivia apuvälineitä matemaattisten vastausten tuottamiseen, tulee oppilailla olemaan ylioppilaskokeissa vapaus valita käyttämänsä sovellukset monista eri Abitti-koejärjestelmässä olevista vaihtoehdoista.

Tutkimuksen kolmas päätutkimuskysymys oli “Miten matematiikan digitaalista ylioppilaskoetta voitaisiin kehittää ja miten digitalisoituminen voidaan ottaa huomioon matematiikan opetuksessa?” ja siihen pystyttiin vastaamaan luvussa 6 toteutetun kehittämistuotoksen muodossa. Vaikka matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen on Suomessa valmistauduttu hyvin, on siinä silti paljon kehitettävää tuleville vuosille esimerkiksi tehtävien, tehtävätyyppien ja arvioinnin osalta. Ylioppilaskokeessa olevien tehtävien tulisi monipuolisesti testata oppilaiden proseduraalista sekä konseptuaalista tietoa. Tulevaisuudessa matematiikan digitaalisessa ylioppilaskokeessa tulee kiinnittää tarkemmin huomiota myös arviointiprosessiin sekä sen sujuvuuteen. Ylioppilaskokeen digitalisoitumiseen voidaan valmistautua tehostamalla TVT:n integrointia matematiikan opetukseen niin perusopetuksessa kuin lukiokoulutuksessakin. Kuntien, koulujen sekä opettajien tulee tehdä yhdessä töitä sen eteen, että TVT:a voidaan tehokkaasti integroida matematiikan opetukseen opetussuunnitelman vaatimalla tavalla. Tämä pitää sisällään niin TVT-infrastruktuurin kuin opettajien TVT-taitojen systemaattisen kehittämisen.

Tehtyä tutkimusta voidaan kokonaisuudessaan pitää pääasiassa luotettavana. Kokonaisvaltaisen ongelma-analyysin toteuttaminen onnistui hyvin, sillä kahdessa ensimmäisessä vaiheessa selvitystyön apuna käytettiin lukuisia erilaisia aineistoja, teorioita sekä näkökulmia. Vaikka Keski-Suomen lukio-opettajilta kerätyt kokemukset jäivät loppujen lopuksi melko vähäiseksi, pystyttiin tehtyjä johtopäätöksiä tukemaan hyvin muualta hankituilla tutkimustiedoilla ja

-tuloksilla. Tutkimukseen käytetyn ajan venyessä pidemmäksi myös TVT:n nykytilan kartoituksessa kerätty ja analysoitu aineisto hieman vanhentui, mutta TVT:n integrointiin liittyvistä haasteista tehtyjä huomioita pystyttiin havaitsemaan myös tutkimuksen toisessa vaiheessa. Tutkimuksen luotettavuutta parantaa myös kehittämisprosessin eri vaiheiden tarkka dokumentointi ja arviointi. Kokonaisuudessaan tutkimus sisälsi siis useita vaiheita ja paljon erilaisen tutkimus- ja kyselydatan analysointia, joka johti lopulta kehittämistuotukseen. Tutkimuksessa empiiristä kokeilua autenttisissa olosuhteissa ei suoritettu niin kuin kehittämistutkimuksissa on normaalisti tapana, mutta toisaalta matematiikan digitaaliseen ylioppilaskokeeseen verrattavaa koetilannetta on mahdotonta järjestää. Kehittämistuotuksessa esiintyvien kehitysehdotuksien onkin tarkoituksena toimia eräänlaisina ohjenuorina, jota koulut ja opettajat voivat tulevaisuudessa hyödyntää.

Pohdittaessa mahdollisia jatkotutkimusaiheita, vaihtoehtoja on monia. Tulevaisuudessa olisi mielenkiintoista saada lisätutkimusta matematiikan digitaalisesta ylioppilaskokeesta, mutta erityisesti myös Abitti-koejärjestelmästä sekä sen kehittämismahdollisuuksista. Matematiikan digitaalista ylioppilaskoetta päästään kunnolla arvioimaan vasta keväällä 2019, kun se järjestetään ensimmäisen kerran. Abitti-koejärjestelmä puolestaan on käytössä tälläkin hetkellä digitaalisissa ylioppilaskirjoituksissa, joten sen kokonaisvaltainen tutkiminen on käytännössä mahdollista jo nyt. Lisäksi vaikka TVT:n integraatiomahdollisuuksista matematiikan opetuksessa on tehty jo paljon tutkimusta, olisi mielenkiintoista saada lisää kokemuksia ja tuloksia erilaisten sovellusten ja opetusmenetelmien käytöstä erityisesti Suomessa.

Lopuksi on sanottava, että vaikka matematiikan ylioppilaskokeen digitalisoinnista ja TVT:n integraation tuomista haasteista matematiikan opetuksessa riittää puhetta, on silti muistettava, että matematiikka oppiaineena ei ole muuttumassa miksikään. Toisin sanoen matematiikan opetuksessa ja oppimisessa samat asiat pysyvät tärkeinä, oli käytössä minkälaiset välineet tai opetusmenetelmät tahansa. Teknologian ja integraatiomahdollisuuksien kehittymisen keskellä on syytä muistaa pitää itse matemaattiset sisällöt sekä oppilaiden oppiminen etusijalla. Uudet opetussuunnitelmat kuitenkin luovat vaatimuksia sekä kouluille että opettajille ja näiden vaatimuksien selvittämiseen tämä tutkimus pyrkii olemaan apuna.

Lähteet

- [1] Abitti. (2016). *Uutta Abitissa: matemaattisia merkintöjä koetehtäviin ja Casio ClassPad Manager*. <https://www.abitti.fi/blogi/2016/05/uutta-abitissa-matemaattisia-merkintoja-koetehtaviin-ja-casio-classpad-manager/>. Viitattu 18.12.2017.
- [2] Abitti. (2017a). *Mikä Abitti?*. <https://www.abitti.fi/fi/abitti/>. Viitattu 18.12.2017.
- [3] Abitti. (2017b). *Abittiin lisää MAFYKE-välineitä*. <https://www.abitti.fi/blogi/2017/03/abittiin-lisaa-mafyke-valineita/>. Viitattu 18.12.2017.
- [4] Abitti. (2017c). *Abitin uutta vastaustyyppiä käytettiin ahkerasti*. <https://www.abitti.fi/blogi/2017/06/abitin-uutta-vastaustyyppia-kaytettiin-ahkerasti/>. Viitattu 18.12.2017.
- [5] Abitti. (2017d). *Matikkaeditori*. <https://math-demo.abitti.fi/>. Viitattu 18.12.2017.
- [6] Agyei, D. D. & Voogt, J. (2011). *ICT use in the teaching of mathematics: Implications for professional development of pre-service teachers in Ghana*. *Education and Information Technologies*, 16(4), 423-439.
- [7] Anderson, T. & Shattuck, J. (2012). *Design-based research: A decade of progress in education research?*. *Educational Researcher*, 41(1), 16-25.
- [8] Anghileri, J. (2005). *Children's Mathematical Thinking in Primary Years*. Lontoo: Continuum International Publishing.
- [9] Appavoo, P., Soyjaudah, K. S. & Armoogum, V. (2013). *Readiness of mathematics' educators to incorporate ICT as a teaching tool in Mauritius*. In *AFRICON, 2013* (pp. 1-5). IEEE.
- [10] Bakar, K. A., Ayub, A. F. M. & Mahmud, R. (2015). *Effects of GeoGebra Towards Students' Mathematics Performance*. In *Research and Education in Mathematics (ICREM7), 2015 International Conference on* (pp. 180-183). IEEE.
- [11] Barab, S. & Squire, K. (2004). *Design-based research: Putting a stake in the ground*. *The journal of the learning sciences*, 13(1), 1-14.

- [12] Code.org. (2017). *Code.org - Klassinen sokkelo*. <https://studio.code.org/hoc/1>. Viitattu 18.12.2017.
- [13] Collins, A., Joseph, D. & Bielaczyc, K. (2004). *Design research: Theoretical and methodological issues*. *The Journal of the learning sciences*, 13(1), 15-42.
- [14] The Design-Based Research Collective. (2003). *Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry*. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.
- [15] Edelson, D. C. (2002). *Design research: What we learn when we engage in design*. *The Journal of the Learning sciences*, 11(1), 105-121.
- [16] Edu.fi. (2017). *Edu.fi - Matematiikka*. http://www.edu.fi/perusopetus/matematiikka/103/0/aineisto_matematiikan_sanallisten_tehtavien_ja_ongelmanratkaisun_opettamiseen. Viitattu 18.12.2017.
- [17] Ersoy, M. & Akbulut, Y. (2014). *Cognitive and affective implications of persuasive technology use on mathematics instruction*. *Computers & Education*, 75, 253-262.
- [18] Faye, I. (2014). *Students' perception in the use of self-made YouTube videos in teaching Mathematics*. In *Teaching, Assessment and Learning (TALE), 2014 International Conference on* (pp. 231-235). IEEE.
- [19] Foerster, K. T., Boisvert, D. & Zilora, S. J. (2016). *Integrating Programming into the Mathematics Curriculum: Combining Scratch and Geometry in Grades 6 and 7*. In *SIGITE/RIIT* (pp. 91-96).
- [20] Granberg, C. & Olsson, J. (2015). *ICT-supported problem solving and collaborative creative reasoning: Exploring linear functions using dynamic mathematics software*. *The Journal of Mathematical Behavior*, 37, 48-62.
- [21] Harri, R., Sironen, S., Hähkiöniemi, M. & Viiri, J. (2012). *Opetusharjoittelijoiden tutkivan matematiikan tunneilla esittämät kysymykset ja uskomukset niiden taustalla*. Teoksessa Krzywacki, H., Juuti, K., & Lampiselkä, J. (toim.) *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen ajankohtaista tutkimusta*. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja. *Ainedidaktisia tutkimuksia* 2, 13-28.
- [22] Hietakymi, E. (2013). *Katsaus eurooppalaisiin sähköisiin koejärjestelmiin ja matematiikan ylioppilaskokeisiin*. https://ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Raportit_tutkimukset/digabi_tyoraportti_2013_10.pdf. Viitattu 18.12.2017.

- [23] Hietakymi, E. (2014). *Matematiikan sähköinen ylioppilaskoe ja GeoGebra sen työvälineenä*. Helsingin yliopisto. Matematiikan ja tilastotieteen laitos.
- [24] Hihnala, K. (2005). *Laskutehtävien suorittamisesta käsitteiden ymmärtämiseen: peruskoululaisen matemaattisen ajattelun kehittyminen aritmetiikasta algebraan siirryttäessä*. Jyväskylä studies in education, psychology and social research 278.
- [25] Hähkiöniemi, M. (2011). *Geogebra-avusteinen tutkiva matematiikka opetusharjoittelussa: tutkimuksia opettajan ja oppilaiden toiminnasta*. Jyväskylän yliopisto. Opettajan- koulutuslaitos.
- [26] Ikäheimo, H. (2017). *Edu.fi - Matematiikan solmukohtia*. http://www.edu.fi/perusopetus/matematiikka/matematiikan_solmukohtia. Viitattu 18.12.2017.
- [27] IXL Learning. (2017a). *IXL | Maths and English Practice*. <https://eu.ixl.com/>. Viitattu 15.11.2017.
- [28] IXL Learning. (2017b). *IXL – Graph a linear inequality in one variable (Grade 11 maths practice)*. <https://eu.ixl.com/math/grade-11/graph-a-linear-inequality-in-one-variable>. Viitattu 18.12.2017.
- [29] IXL Learning. (2017c). *IXL – Graph circles (Grade 11 maths practice)*. <https://eu.ixl.com/math/grade-11/graph-circles>. Viitattu 18.12.2017.
- [30] Jyväskylän lukiokoulutus. (2017). *Keski-Suomen eYo-koulutus | ao*. <https://www.jao.fi/fi/Jyvaskylan-lukiokoulutus/Kaytannon-asiat/Sahkoinen-ylioppilastutkinto/Keski-Suomen-eYo-koulutus>. Viitattu 18.12.2017.
- [31] Joutsenlahti, J. (2003). *Kielentäminen matematiikan opiskelussa*. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.) Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium, 2003(7), 188-196.
- [32] Joutsenlahti, J. (2005). *Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä-1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä*. Tampere University Press.
- [33] Joutsenlahti, J. (2010). *Matematiikan kirjallinen kielentäminen lukiomatematiikassa*. Teoksessa M. Asikainen, PE Hirvonen ja Kari Sormunen (toim.) Ajankohtaista matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkimuksessa. Joensuu: University of East-

- tern Finland. Reports and Studies in Education, Humanities, and Theology, 1, 3-15.
- [34] Juuti, K. & Lavonen, J. (2006). *Design-based research in science education: One step towards methodology*. NorDiNa, 4, 54-68.
- [35] Kailanto, M. (2017). *Mistä matematiikan osaaminen ja oppiminen koostuu*. <http://wiki.tut.fi/MatoOpas/4Mist%e4MatematiikanOsaaminenJaOppiminenKoostuu?rev=3>. Viitattu 18.12.2017.
- [36] Kaleli-Yilmaz, G. (2015). *The Views of Mathematics Teachers on the Factors Affecting the Integration of Technology in Mathematics Courses*. Australian Journal of Teacher Education, 40(8), n8.
- [37] Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Research Council. Mathematics Learning Study Committee.
- [38] Lahti, J., Heinonen, S. & Siira, E. (2013). *Korkean panoksen sähköiset kokeet maailmalla*. https://ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Raportit_tutkimukset/digabi_tyoraportti_2013-08.pdf. Viitattu 18.12.2017.
- [39] Laine, T. (2013). *Matematiikan sanalliset tehtävät: Tehtävän ymmärrys*. Turun Matikkamaa.
- [40] Larkin, K. (2013). *Mathematics Education: Is there an App for that?*. In Mathematics education: Yesterday, today and tomorrow (Proceedings of the 36th Annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia) (pp. 426-433).
- [41] Lattu, M. (2017). *Helpon ja nopean editorin jäljillä (osa 1/2)*. <https://ylioppilastutkinto.fi/ajankohtaista/blogitekstit/375-helpon-ja-nopean-editorin-jaljilla-osa-1-2>. Viitattu 18.12.2017.
- [42] Leppäaho, H. (2007). *Matemaattisen ongelmanratkaisutaidon opettaminen peruskoulussa: ongelmanratkaisukurssin kehittäminen ja arviointi*. Jyväskylän yliopisto.
- [43] Li, Q. & Ma, X. (2010). *A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning*. Educational Psychology Review, 22(3), 215-243.
- [44] Lincoln, Y. S. & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, CA: Sage.
- [45] Mansén, M. (2017). *Helpon ja nopean editorin jäljillä (osa 2/2)*. <https://ylioppilastutkinto.fi/ajankohtaista/blogitekstit/382->

- helpon-ja-nopean-editorin-jaljilla-2-2. Viitattu 18.12.2017.
- [46] Martio, O. (2004). *Didaktinen matematiikka?*. Tieteessä tapahtuu, 22(2).
- [47] MFKA-Kustannus. (2017). *MFKA Kustannus: Lukion koepaketit*. <http://www.mfka.fi/kokeet/lukion-koepaketit/>. Viitattu 18.12.2017.
- [48] Misfeldt, M. & Ejsing-Duun, S. (2015). *Learning mathematics through programming: An instrumental approach to potentials and pitfalls*. In CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 2524-2530).
- [49] Näveri, L., Ahtee, M., Laine, A., Pehkonen, E. & Hannula, M.S. (2012). *Erilaisia tapoja johdatella ongelmanratkaisutehtävään – esimerkkinä aritmagon-tehtävän ratkaiseminen alakoulun kolmannella luokalla*. Teoksessa Krzywacki, H., Juuti, K., & Lampiselkä, J. (toim.) *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen ajankohtaista tutkimusta*. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja. Ainedidaktisia tutkimuksia 2, 81-98.
- [50] Opetushallitus. (2014a). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet*. http://www.oph.fi/download/163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf. Viitattu 18.12.2017.
- [51] Opetushallitus. (2014b). *Opetushallitus - Perusopetus*. http://www.oph.fi/saadokset_ja_ohjeet/opetussuunnitelmien_ja_tutkintojen_perusteet/perusopetus. Viitattu 18.12.2017.
- [52] Opetushallitus. (2015a). *Lukion opetussuunnitelman perusteet*. http://www.oph.fi/download/172124_lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2015.pdf. Viitattu 18.12.2017.
- [53] Opetushallitus. (2015b). *Opetushallitus - Lukiokoulutus*. http://www.oph.fi/saadokset_ja_ohjeet/opetussuunnitelmien_ja_tutkintojen_perusteet/lukiokoulutus. Viitattu 18.12.2017.
- [54] Opetus.tv. (2017). *Koeympäristön rakenteen ymmärtäminen (langallinen ja langaton) | Polku*. <http://polku.opetus.tv/node/887>. Viitattu 18.12.2017.
- [55] Passmore, J. (1980). *The philosophy of teaching*. London: Duckworth.
- [56] Patrikainen, S. (2012). *Luokanopettajan pedagoginen ajattelu ja toiminta matematiikan opetuksessa*. Helsingin yliopisto.
- [57] Peippo, T. (2016). *Tieto- ja viestintäteknikka ja ohjelmointi matematiikan opetuksessa*.

Helsingin yliopisto. Matematiikan ja tilastotieteen pro gradu -tutkielma.

- [58] Perkkilä, P. (2002). *Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa*. Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä studies in education, psychology and social research 195.
- [59] Perna, J. (2013). *Kehittämistutkimus opetuslalla*. Jyväskylä: PS-Kustannus.
- [60] Ramli, R., Mustapha, R. & Ramli, R. (2014). *A Study on the Effectiveness of a Technology Supported Approach in the Teaching of Mathematics – Using Geometers’ Sketchpad (GSP)*. In Technology, Informatics, Management, Engineering, and Environment (TIME-E), 2014 2nd International Conference on (pp. 105-110). IEEE.
- [61] Rauste-von Wright, M. & von Wright, J. (1995). *Oppiminen ja koulutus*. Juva: WSOY.
- [62] Reisa, Z. A. (2010). *Computer supported mathematics with GeoGebra*. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 9, 1449-1455.
- [63] Ryynänen, S. (2002). *Matematiikan saavutusten salkku matematiikan oppimisen tukena*. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma.
- [64] Safdar, A., Yousuf, M. I., Parveen, Q. & Behlol, M. G. (2011). *Effectiveness of information and communication technology (ICT) in teaching mathematics at secondary level*. *International Journal of Academic Research*, 3(5), 67-72.
- [65] Tynjälä, P. (1999). *Oppiminen tiedon rakentamisena: konstruktivistisen oppimiskäsitteksen perusteita*. Helsinki: Kirjayhtymä.
- [66] van Manen, M. (1994). *Pedagogy, virtue, and narrative identity in teaching*. *Curriculum Inquiry*, 24(2), 135-170.
- [67] Vienonen, P. (2017). *Matematiikan taitojen testausta monivalinnoilla*. *Dimensio*, 81(3), 19-22.
- [68] Vikberg, T. (2017a). *Abitin hyödyntäminen matematiikan kurssikokeissa*. <https://ylioppilastutkinto.fi/ajankohtaista/blogitekstit/390-abitin-hyodyntaminen-matematiikan-kurssikokeissa>. Viitattu 18.12.2017.
- [69] Vikberg, T. (2017b). *Valmistautuminen digitaaliseen ylioppilaskokeeseen*. *Dimensio*, 81(3), 7-9.
- [70] Vähähyppä, K. (2017). *Hei me blogataan!*. <https://www.ylioppilastutkinto.fi/ajankohtaista/blogitekstit/359->

hei-me-blogataan. Viitattu 18.12.2017.

- [71] Wachira, P. & Keengwe, J. (2011). *Technology Integration Barriers: Urban School Mathematics Teachers Perspectives*. Journal of Science Education and Technology, 20(1), 17-25.
- [72] Wang, F. & Hannafin, M. J. (2005). *Design-based research and technology-enhanced learning environments*. Educational technology research and development, 53(4), 5-23.
- [73] Ylioppilastutkintolautakunta. (2015). *Matematiikan kokeen rakenneuudistus*. https://ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Kehittaminen/Matematiikan_kokeen_rakenneuudistus_17022015.pdf. Viitattu 18.12.2017.
- [74] Ylioppilastutkintolautakunta. (2016a). *Matematiikan jaoksen vastaus MAOL ry:n vetoomukseen*. https://www.ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Ajankohtaista/matematiikka-vastaus.pdf. Viitattu 18.12.2017.
- [75] Ylioppilastutkintolautakunta. (2016b). *Sähköinen ylioppilastutkinto – Matematiikka*. https://www.ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Sahkoinen_tutkinto/fi_sahkoinen_matematiikka_28.11.2016.pdf. Viitattu 18.12.2017.
- [76] Ylioppilastutkintolautakunta. (2016c). *Apuvälineet sähköisen matematiikan kokeen A-osassa*. https://ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Sahkoinen_tutkinto/Matematiikka_A-osa_tiedote.pdf. Viitattu 18.12.2017.
- [77] Ylioppilastutkintolautakunta. (2017a). *Ylioppilastutkinto digitalisoituu asteittain*. https://ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Sahkoinen_tutkinto/aikataulu.pdf. Viitattu 18.12.2017.
- [78] Ylioppilastutkintolautakunta. (2017b). *Digitaalinen ylioppilastutkinto*. <https://www.ylioppilastutkinto.fi/ylioppilastutkinto/digitaalinen-ylioppilastutkinto>. Viitattu 18.12.2017.
- [79] Ylioppilastutkintolautakunta. (2017c). *Historia*. <https://ylioppilastutkinto.fi/tietopalvelut/tietoa-ylioppilastutkinnosta/historia>. Viitattu 18.12.2017.

- [80] Ylioppilastutkintolautakunta. (2017d). *Matematiikan kokeen määräykset*. https://ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Ohjeet/Koekohtaiset/matematiikka_maaraykset_090217.pdf. Viitattu 18.12.2017.
- [81] Ylioppilastutkintolautakunta. (2017e). *Vastauksia digitaalisia MAFYKE-kokeita koskevaan kyselyyn*. https://www.ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Ajankohtaista/mafyke-ytl-fi.pdf. Viitattu 18.12.2017.
- [82] Ylioppilastutkintolautakunta. (2017f). *Abitin tehtävänlaadinnan tulevaisuus*. <https://ylioppilastutkinto.fi/ajankohtaista/blogitekstit/418-abitin-tehtaevaenlaadinnan-tulevaisuus>. Viitattu 18.12.2017.
- [83] Yli-Sikkilä, M. (2014). *Soveltavaa laskemista ja ongelmanratkaisua: Matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden eriyttäminen matematiikan lisämateriaaleilla*. Tampereen yliopisto. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma.
- [84] Yrjönsuuri, R. (2002). *Opit kun haluat, matematiikkaa ja yhteistyötä*. Hamina: Oy Kotkan Kirjapaino Ab. 2.painos.
- [85] Zengin, Y., Furkan, H. & Kutluca, T. (2012). *The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry*. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 31, 183-187.

Liitteet

A Lukiomatematiikan pitkän oppimäärän keskeiset sisällöt

Kurssi	Keskeiset sisällöt
Luvut ja lukujonot (MAY1)	<ul style="list-style-type: none">• Reaaliluvut, peruslaskutoimitukset ja prosenttilaskenta• Funktio, kuvaajan piirto ja tulkinta• Lukujono• Rekursiivinen lukujono• Aritmeettinen jono ja summa• Logaritmi ja potenssi sekä niiden välinen yhteys• Muotoa $a^x = b, x \in \mathbb{N}$ olevien yhtälöiden ratkaiseminen• Geometrinen jono ja summa
Polynomifunktiot ja -yhtälöt (MAA2)	<ul style="list-style-type: none">• Polynomien tulo, ja muotoa $ax^2 + bx + c = 0$ olevat binomikaavat• 2. asteen yhtälö ja ratkaisukaava sekä juurten lukumäärän tutkiminen• 2. asteen polynomin jakaminen tekijöihin• Polynomifunktio, polynomiyhtälöt ja polynomiepäyhtälöiden ratkaiseminen

Geometria (MAA3)	<ul style="list-style-type: none"> • Kuvioiden ja kappaleiden yhdenmuotoisuus • Sini- ja kosinilause • Ympyrän, sen osien ja siihen liittyvien suorien geometria • Kuvioihin ja kappaleisiin liittyvien pituuksien, kulmien, pinta-alojen ja tilavuuksien laskeminen • Polynomiyhtälöitä • Polynomiepäyhtälön ratkaiseminen
Vektorit (MAA4)	<ul style="list-style-type: none"> • Vektoreiden perusomnaisuudet • Vektoreiden yhteen- ja vähennyslaksu ja vektorin kertominen luvulla • Koordinaatiston vektoreiden skalaaritulo • Yhtälöryhmän ratkaiseminen • Suorat ja tasot avaruudessa
Analyttinen geometria (MAA5)	<ul style="list-style-type: none"> • Pistejoukon yhtälö • Suoran, ympyrän ja paraabelin yhtälöt • Itseisarvoyhtälön ja epäyhtälön ratkaiseminen • Pisteiden etäisyys suorasta

Derivaatta (MAA6)	<ul style="list-style-type: none"> • Rationaaliyhtälö ja -epäyhtälö • Funktion raja-arvo, jatkuvuus ja derivaatta • Polynomifunktion, funktioiden tulon ja osamäärän derivaatta • Polynomifunktion kulun tutkiminen ja ääriarvojen määrittäminen
Trigonometriset funktiot (MAA7)	<ul style="list-style-type: none"> • Suunnattu kulma ja radiaani • Trigonometrinen funktioiden symmetria- ja jaksollisuusominaisuudet • Trigonometrinen yhtälöiden ratkaiseminen • Yhdistetyn funktion derivaatta • Trigonometrinen funktioiden derivaatat
Juuri- ja logaritmfunktiot (MAA8)	<ul style="list-style-type: none"> • Potenssien laskusäännöt • Juurifunktiot ja -yhtälöt • Eksponenttifunktiot ja -yhtälöt • Logaritmfunktiot ja -yhtälöt • Juuri-, eksponentti- ja logaritmfunktioiden derivaatat
Integraalilaskenta (MAA9)	<ul style="list-style-type: none"> • Integraalifunktio • Alkeisfunktioiden integraalifunktiot • Määrätty integraali • Pinta-alan ja tilavuuden laskeminen

<p>Todennäköisyys ja tilastot (MAA10)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Diskreetti ja jatkuva tilastollinen jakauma • Jakauman tunnusluvut • Klassinen ja tilastollinen todennäköisyys • Kombinatoriikka • Todennäköisyyksien laskusäännöt • Diskreetti ja jatkuva todennäköisyysjakauma • Diskreetin jakauman odotusarvo • Normaalijakauma
<p>Lukuteoria ja todistaminen (MAA11)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Konnektiivit ja totuusarvot • Geometrinen todistaminen • Suora, käännteinen ja ristiriitatodistus • Induktiotodistus • Kokonaislukujen jaollisuus ja jakoyhtälö • Eukleideen algoritmi • Alkuluvut ja Eratostheneen seula • Aritmetiikan peruslause • Kokonaislukujen kongruenssi
<p>Algoritmit matematiikassa (MAA12)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Iterointi ja Newton-Raphsonin menetelmä • Polynomien jakoalgoritmi • Polynomien jakoyhtälö • Newton-Cotes-kaavat: suorakaidesääntö, puolisuunnikas-sääntö ja Simpsonin sääntö

<p>Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi (MAA13)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Funktion jatkuvuuden ja derivoituvuuden tutkiminen • Jatkovien ja derivoituvien funktioiden yleisiä ominaisuuksia • Käänteisfunktio • Kahden muuttujan funktio ja osittaisderivaatta • Funktioiden ja lukujonojen raja-arvot äärettömyydessä • Epäoleelliset integraalit • Lukujonon raja-arvo, sarjat ja niiden summa
--	--

(Opetushallitus 2015a, 130–136)

B Lukiomatematiikan lyhyen oppimäärän keskeiset sisällöt

Kurssi	Keskeiset sisällöt
Luvut ja lukujonot (MAY1)	<ul style="list-style-type: none">• Reaaliluvut, peruslaskutoimitukset ja prosenttilaskenta• Funktio, kuvaajan piirto ja tulkinta• Lukujono• Rekursiivinen lukujono• Aritmeettinen jono ja summa• Logaritmi ja potenssi sekä niiden välinen yhteys• Muotoa $a^x = b, x \in \mathbb{N}$ olevien yhtälöiden ratkaiseminen• Geometrinen jono ja summa
Lausekkeet ja yhtälöt (MAB2)	<ul style="list-style-type: none">• Suureiden välinen lineaarinen riippuvuus ja verrannollisuus• Ongelmien muotoileminen yhtälöiksi• Yhtälöiden ja yhtälöparien graafinen ja algebrallinen ratkaiseminen• Ratkaisujen tulkinta ja arvioiminen• 2. asteen polynomifunktio ja 2. asteen yhtälön ratkaiseminen
Geometria (MAB3)	<ul style="list-style-type: none">• Kuvioden ja yhdenmuotoisuus• Suorakulmaisen kolmion trigonometria• Pythagoraan lause ja Pythagoraan lauseen käänteislause• Kuvioden ja kappaleiden pinta-alan ja tilavuuden määrittäminen• Geometrian menetelmien käyttö koordinaatistossa

<p>Matemaattisia malleja (MAB4)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Lineaarisen ja eksponentiaalisen mallin soveltaminen • Potenssiyhtälön ratkaiseminen • Eksponenttiyhtälön ratkaiseminen logaritmin avulla • Lukujonot matemaattisina malleina
<p>Tilastot ja todennäköisyys (MAB5)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Diskreettien tilastollisten jakaumien tunnuslukujen määrittäminen • Regression ja korrelaation käsitteet • Havainto ja poikkeava havainto • Ennusteiden tekeminen • Kombinatoriikka • Todennäköisyyden käsite • Todennäköisyyden laskulakien ja niitä havainnollistavien mallien käyttö
<p>Talousmatematiikka (MAB6)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Indeksi-, kustannus-, rahaliikenne-, laina-, verotus- ja muita laskelmia • Taloudellisiin tilanteeseen soveltuvia matemaattisia malleja ja lukujonojen ja summien avulla

<p>Matemaattinen analyysi (MAB7)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Graafisia ja numeerisia menetelmiä • Polynomifunktion derivaatta • Polynomifunktion merkin ja kulun tutkiminen • Polynomifunktion suurimman ja pienimmän arvon määrittäminen suljetulla välillä • Trigonometrinen funktioiden derivaatat
<p>Tilastot ja todennäköisyys II (MAB8)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Normaalijakauma ja jakauman normittamisen käsitteet • Toistokoe • Binomijakauma • Luottamusvälin käsite

(Opetushallitus 2015a, 130–139)

C Kysely eYO-koulutusta varten

Tieto- ja viestintäteknologia matematiikan opetuksessa

1. Sukupuoli (vaihtoehtokysymys)

- a) Nainen
- b) Mies

2. Työkokemus opettajana (vaihtoehtokysymys)

- a) 0–1 vuotta
- b) 2–5 vuotta
- c) 6–10 vuotta
- d) 11–15 vuotta
- e) yli 15 vuotta

3. Kuinka kauan olet toiminut lukion opettajana? (vaihtoehtokysymys)

- a) 0–1 vuotta
- b) 2–5 vuotta
- c) 6–10 vuotta
- d) 11–15 vuotta
- e) yli 15 vuotta

4. Kuvaile, millainen on tyypillinen matematiikan tuntisi. Millaisia opetusmenetelmiä ja -välineitä käytät? (avoin kysymys)

5. Millaisia ajatuksia lähestyvät sähköiset ylioppilaskokeet herättävät erityisesti matematiikan kokeen osalta? (avoin kysymys)

6. Mikä on yleinen suhtautumisesi tieto- ja viestintäteknologian käyttöön matematiikan opetuksessa? Oletko itse käyttänyt TVT:tä opetuksen tukena? Miten? (avoin kysymys)

7. Mitä mieltä olet siitä, että uusissa opetussuunnitelmissa korostetaan TVT:n in-

tegroimista matematiikan opetukseen? (avoin kysymys)

- 8. Mitä laitteita ja sovelluksia olet hyödyntänyt omassa opetuksessasi? Mitä hyvää/huonoa olet näiden käytössä huomannut? Mitä mieltä olet oppilaiden omien laitteiden käytöstä oppitunneilla? (avoin kysymys)**
- 9. Mitä laitteita/sovelluksia haluaisit oppia käyttämään nykyistä paremmin? Miksi? (avoin kysymys)**
- 10. Miten kuvailisit omia tieto- ja viestintäteknologisia tietoja ja taitoja? Miten koet oman osaamisesi suhteessa oppilaitoksesi muihin opettajiin? (avoin kysymys)**
- 11. Minkälaista koulutusta haluaisit aiheesta "TVT matematiikan opetuksessa"? Osallistuisitko tällaiseen koulutukseen, mikäli se olisi mahdollista? (avoin kysymys)**
- 12. Järjestetäänkö TVT:n opetuskäytöstä mielestäsi tarpeeksi koulutusta ja onko siinä aikaa tai motivaatiota osallistua niihin? Jos ei, niin miksi? (avoin kysymys)**

D eYO-koulutuksen palautekysely

Koulutuspalautte (26.11.2015)

- 1. Mitä mieltä olet koulutuksen sisällöstä? Vastasiko koulutus odotuksiasi, jäikö jostain mielestäsi puuttumaan? (avoin kysymys)**
- 2. Mitä palautetta haluaisit antaa koulutuksen pitäjille, kuinka kouluttajat mielestäsi suoriutuivat? (avoin kysymys)**
- 3. Muuttuiko suhtautumisesi tieto- ja viestintäteknologian käyttöön matematiikan opetuksessa koulutuksen jälkeen? Miksi/millä tavalla? (avoin kysymys)**
- 4. Koetko koulutuksen jälkeen, että voisit käyttää tieto- ja viestintäteknologiaa nykyistä enemmän opetuksessasi? (avoin kysymys)**
- 5. Herättikö koulutus jotain uusia ajatuksia sähköisistä yo-kokeista erityisesti matematiikan kokeen osalta? Millaisia? (avoin kysymys)**
- 6. Muita risuja/ruusuja koulutukseen liittyen? (avoin kysymys)**