Luokan työrauhaan vaikuttavat tekijät - sekamallin sovellus

Elisa Korhonen

22. maaliskuuta 2017

Pro gradu -tutkielma

Jyväskylän yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Tilastotiede

JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Korhonen, Elisa: Luokan työrauhaan vaikuttavat tekijät–sekamallin sovellus
Tilastotieteen pro gradu -tutkielma, 30 sivua

Tiivistelmä

Tämän pro gradu -tutkielman tarkoituksena oli tarkastella koululuokkien työrauhaan vaikuttavia tekijöitä. Aineistona käytettiin Niilo Mäki Instituutin Prokoulu-projektin tutkimusaineistoa. Vastemuuttujana käytettiin oppilaan arvioimaa luokan työrauhaa. Selittäviksi muuttujiksi asetettiin aiemman tutkimustiedon perusteella oppilaan arvioita erilaisista sosiaalisista suhteista ja käyttäytymiseen liittyvistä asioista, luokan opettajan ominaisuuksia ja arvioita koulun toimintakulttuurista sekä yleisiä luokkaan liittyviä ominaisuuksia. Analyysimenetelmänä käytettiin hierarkkista lineaarista regressiomallia, ts. lineaarista sekamallia, johon asetettiin oppilas-, luokka- ja koulutasot. Sekamallin satunnaisten tekijöiden avulla voitiin ottaa huomioon havaintoyksiköiden korreloituneisuus ryhmän sisällä ja tutkia työrauhan eroavaisuuksia luokkien ja koulujen välillä. Usean hierarkkisen tason sisältävää sekamallia rakennettaessa voidaan asettaa eri tasojen muuttujien välisiä interaktioita, esimerkiksi tässä työssä tutkittiin, onko oppilaan arvioiden ja opettajan ominaisuuksien välillä yhdysvaikutusta. Tuloksena oli, että Prokoulu-aineistossa oppilaan kokemaa työrauhaa selittivät oppilaiden väliset suhteet, koulun sääntöjen oikeudenmukaisuus, selkeät odotukset hyvälle käytökselle, hyvän käytöksen huomioiminen, opettajan työkokemus opettamassaan koulussa, opettajan minäpystyvyys, luokan oppilasmäärä, tyttöjen osuus ja tarkkaavuus- ja käytösongelmia kokevien oppilaiden osuus. Oppilassuhteiden, koulun sääntöjen oikeudenmukaisuuden, hyvän käytöksen huomioimisen ja selkeiden käyttäytymisodotusten vaikutukset olivat erilaisia muuttujan eri tasoilla. Koulun sääntöjen oikeudenmukaisuuden ja käyttäytymisodotusten selkeys myös selittivät työrauhan kokemista eri luokissa eri tavalla. Koulujen välinen vaihtelu työrauhassa oli pientä, joten koulutasoa ei tarvittu malliin.

Avainsanat: sekamalli, kolmitasomalli, hierarkkinen lineaarinen regressio, koulu, työrauha.

Sisältö

1 Johdanto

Työrauha on koko kouluinstituutiolle tärkeä työkalu. Opettajalle hyvä työrauha on olennainen opettamisen ja työskentelyn kannalta ja oppilaalle se merkitsee hyvää ympäristöä oppimiseen. Työrauha turvaa oppimista: tutkimusten mukaan koulupäivästä kaksi kolmasosaa käytetään tehokkaaseen oppimiseen, joten työrauhan tarkoituksena on luoda puitteet sille, että ainakin tämän ajan oppilas saisi opiskella häiriöttä. (Saloviita, 2007: 21, Rich & Mc Nelisin, 1988 ja Weinstein & Miganon, 2003, mukaan.) Työrauhaongelmina pidetään käyttäytymistä, joka häiritsee opettamista, muiden oppilaiden opiskelua, oppilaan omaa opiskelua, aiheuttaa psykologista tai fyysistä uhkaa ja tuhoaa luokkaympäristöä (Saloviita, 2007: 21).

Tässä pro gradu -tutkielmassa käytettiin Niilo Mäki Instituutin ja Itä-Suomen yliopiston Prokoulu-tutkimusaineiston ensimmäistä mittausta. Prokoulu-tutkimuksen tarkoituksena oli tutkia ja soveltaa suomalaiskouluissa koko koulun mallia, jossa rakennetaan positiivista käyttäytymistä tukeva ympäristö. Tutkimushankkeessa mukana oleville kouluille tarjottiin tutkimustietoon perustuvia työkaluja työrauha- ja käyttäytymisongelmien ratkaisemiseen ja ennaltaehkäisyyn. Niiden avulla pyrittiin vähentämään opettajan työn kuormittavuutta ja tarjoamaan oppilaille enemmän mahdollisuuksia oppimiseen. Oppilaiden käytökselle asetettiin koulussa yhteiset tavoitteet ja asetettuja, positiivisia tavoitteita harjoiteltiin koulun arjessa. Oppilaiden toivottua käyttäytymistä palkittiin positiivisella palautteella. Mallin toteutuksen ajan kouluilta kerättiin tietoa mm. työrauhasta ja ilmapiiristä. Ensimmäinen kysely teetettiin kouluissa ennen Prokoulu-mallin käyttöönottoa ja loput kyselyt mallin käyttöönoton jälkeen. (Prokoulu, 2013.)

Kouluhallitus on teettänyt koulujen työrauhatilanteesta selvityksen 1970-luvulla. Sen jälkeen työrauhatilannetta ei ole kartoitettu yhtä laajasti, mutta sitä on tutkittu useissa selvityksissä muiden teemojen ohessa sekä opinnäytetöinä ja tapaustutkimuksina (Holopainen, Järvinen, Kuusela & Packalen, 2009: 29). PISA-tutkimuksessa ja WHO:n koululaistutkimuksessa työrauha-muuttuja on ollut mukana yhtenä taustamuuttujista. Tuloksena oli muun muassa, että työrauhan taso vaihteli koulujen välillä, opettajien työmoraalilla ja oppilaiden sosioekonomisella taustalla oli yhteys työrauhaan, mutta oppilaiden sukupuoli ja koulun tai luokan koko eivät vaikuttaneet siihen. Yksi tärkeä havainto WHO:n tutkimuksesta oli se, että oppilaiden toivottiin osallistuvan enemmän yhteisten sääntöjen tekemiseen. (Kämppi, Välimaa, Tynjälä, Haapasalo, Villberg & Kannas, 2008: 71; Holopainen ym. 2008: 29-35; Holopainen ym. 2009: 29-35.) Pienemmissä, työrauhan laatua ja häiriöiden esiintyvyyttä arvioivissa tutkimuksissa on selvinnyt esimerkiksi, että niin työrauha kuin häiriöiden esiintyvyyskin eroavat eri koulujen ja alueiden välillä. Tärkeä tulos on ollut myös se, että oppilaiden vanhemmat pitävät luokkien työrauhaa parempana kuin itse oppilaat. (Holopainen ym., 2008: 36-46; Rimpelä, Kuusela, Rigoff, Saaristo & Wiss, 2007: 132-135; 2008: 96-97)

Tässä pro gradu -työssä käytetään Prokoulu-aineiston ensimmäistä mittauskertaa, eli aineistoa, jolloin Prokoulu-mallia ei oltu vielä otettu käyttöön. Tutkimuksen kohteena on se, millaiset tekijät aineistossa selittävät työrauhaa ja miten ne käyttäytyvät yhdessä. Tämä laajalla aineistolla tehty tarkastelu, jossa työrauhaa selittävien tekijöiden väliset suhteet otetaan huomioon, tuo uudenlaista tietoa Suomen koulujen työrauhasta. Samalla tutkitaan, onko koulujen ja luokkien välillä eroja työrauhan tasossa. Työrauha-mittarina käytetään oppilaiden arvioimaa työrauhaa, sillä oppimisen kannalta juuri oppilaiden itsensä kokema työrauha on tärkeä. On todettu, että oppilaan kokemalla työrauhalla ja oppilaan itsearviomilla työskentelyvaikeuksilla on yhteys ja että oppilaan ja opettajan näkemykset työrauhasta usein eroavat toisistaan. (Holopainen ym., 2009.)

Selittävien tekijöiden löytämiseksi ja koulujen ja luokkien erojen tutkimiseksi käytetään lineaarista sekamallia, joka on laajennus lineaarisesta mallista. Lineaarinen sekamalli eroaa lineaarisesta mallista siten, että sekamallissa on kiinteiden tekijöiden lisäksi mukana satunnaisia tekijöitä. Lisäksi sekamallissa sallitaan havaintoyksiköiden riippuvuus toisistaan, toisin kuin tavallisessa lineaarisessa mallissa. Sekamallin avulla saadaan otettua myös huomioon aineiston hierarkkisuus muodostamalla malliin monitasoinen rakenne. (Hox, 2010: 1-8.) Malliin voidaan siis asettaa oppilas-, luokka-, ja koulutasot, jolloin otetaan huomioon oppilaiden riippuvuus luokkien sisällä sekä luokkien riippuvuus koulujen sisällä.

Työn rakenne on seuraava: ensin esitellään työssä käytettävä aineisto luvussa 2, lineaarisen sekamallin teoriaa yleisellä sekä kolmitasorakenteen tasolla luvuissa 3 ja 4 ja luvussa 5 esitellään, millaisia tuloksia saatiin, kun tutkittiin työrauhaan vaikuttavia tekijöitä muodostamalla monitasomalli kiinteine ja satunnaisine tekijöineen. Viimeiseksi 6. luvussa kootaan tulokset ja tarkastellaan niiden yhteyttä aiempiin tuloksiin.

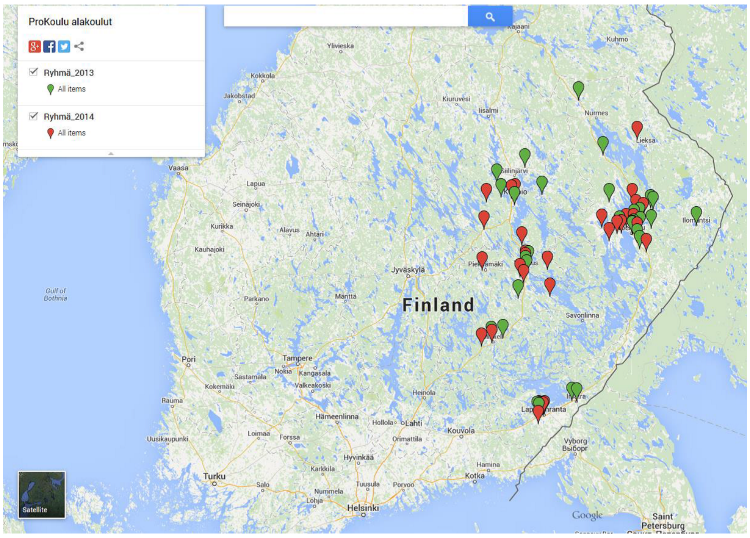
2 Aineisto ja sen keruu

Tutkimusaineisto on tuotettu Niilo Mäki Instituutissa, oppimisvaikeuksien monitieteisen tutkimuksen ja kehittämistyön yksikössä. Aineisto on osa Prokoulu-projektin tutkimusaineistoa. Koulujen oppilaille ja henkilökunnalle teetettiin kyselyitä, joissa kartoitettiin muun muassa kokemuksia luokassa työskentelemisestä, koulussa viihtymisestä ja koulussa käyttäytymisestä. Oppilaat arvioivat vastauksissaan omaa toimintaansa, opettaja omaa ja opettamansa luokan toimintaa sekä rehtori koko koulun toimintaa. Kyselyt tehtiin kaksi kertaa jokaisen lukuvuoden aikana, keväällä ja syksyllä.

Koko tutkimuksen perusjoukkona ovat ala-, ylä-, ja yhtenäiskoulujen 2–9-luokkien oppilaat sekä koulujen henkilökunta. Otanta suoritettiin kaksivaiheisesti. Ensin arvottiin mukaan Itä-Suomen alakoulut ja yhtenäiskoulut (Kuva 1), jonka jälkeen koulun henkilökunta sai päättää toimintamalliin ja tutkimukseen osallistumisesta. Yläkoulut on rajattu tästä työstä pois siksi, että niiden valikoituminen tutkimukseen ei ollut satunnaista: ne valittiin mukaan Prokoulu-tutkimukseen sekä sitä edeltäneeseen ISKE-tutkimukseen sen perusteella, että kouluissa oli ilmennyt työrauhaongelmia.

Toisessa vaiheessa satunnaistettiin, ovatko mukana olevat koulut koe- vai kontrolliryhmässä. Kuten kuvassa 2 on esitetty, koeryhmän kouluissa Prokoulu-toimintaa alettiin toteuttaa syksyllä 2013 ja kontrolliryhmän kouluissa viivästetysti, syksyllä 2014. Koeryhmässä toiminta oli ensimmäisen mittauksen aikaan vain henkilökunnan kouluttamista ja mallin esittelemistä, jolloin mallin toteuttaminen ei ehtinyt edetä vielä konkreettiseen toimintaan luokissa. Siten ensimmäiset mittaukset molemmille ryhmille ovat ”baseline”-mittauksia, joista selviää, millainen työrauhan taso on ollut ja millaiset asiat työrauhaan ovat vaikuttaneet ennen Prokoulu-mallin käyttöä.

Tässä työssä käytetään alakoulun oppilaiden, opettajien ja rehtorien ensimmäisen kyselykerran vastauksia. Ensimmäiseen kyselyyn vastanneita, tutkimusluvan antaneita oppilaita on 6409. Kouluja tutkimuksessa on mukana yhteensä 68 ja luokkia 454.



Kuva 1: Prokoulu-tutkimuksen koulut. Vihreällä merkityt koulut ovat koeryhmää, punaisella merkityt kontrolliryhmää. Kuva Marika Peltosen Prokoulu-esitelmästä (2014).

2.1 Muuttujat

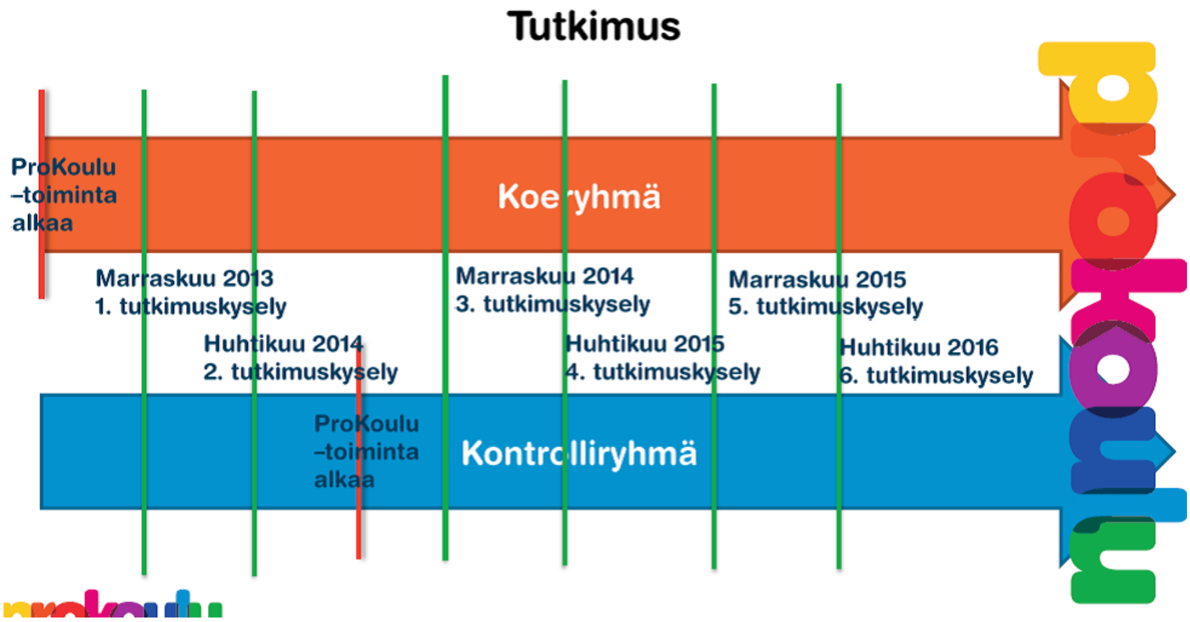
Tässä tutkielmassa käytetään Prokoulu-aineiston taustamuuttujia sekä aineistosta luotuja keskiarvomuuttujia, jotka kuvaavat oppilaiden ja opettajien näkemyksiä koulun ja luokan ilmapiiristä sekä oppilaan omasta käytöksestä koulussa. Keskiarvomuuttujat koostuvat 3–4 väittämästä, joita on arvioitu asteikoilla 1–4, 1–5, 1–6 tai 1–9.

2.1.1 Vastemuuttuja

Tutkittavana vastemuuttujana on oppilaan arvioima, luokan työrauhaa kuvaava keskiarvomuuttuja, joka sisältää väittämät "on hyvä työrauha", "oppilaat tekevät rauhallisesti tehtäviä tunnilla" ja "oppilaat keskittyvät hyvin opetukseen". Väittämät saavat arvoja väliltä 1–4. Työrauha-muuttujan keskiarvo on 2.81 ja keskihajonta 0.67.

2.1.2 Selittävät muuttujat

Selittäviksi muuttujiksi on valittu muuttujia, jotka aikaisempien tutkimusten ja kasvatustieteen teorian perusteella voisivat selittää työrauhaa (esim. Sharma, Loreman & Forlin, 2012; Tschannen-Moran & Gareis, 2004). Oppilaiden taustatietomuuttujista käytetään oppilaan perheen varallisuutta ja oppilaan luokka-astetta. Oppilaan arvioimista asioista käytetään keskiarvomuuttujia, jotka kuvaavat oppilaiden välisiä



Kuva 2: Prokoulu-tutkimuksen aikataulu. Kuva Marika Peltosen Prokoulu-esitelmästä (2014).

suhteita, oppilas–vanhempi-suhdetta, oppilas–opettaja-suhdetta, koulun sääntöjen oikeudenmukaisuutta, kokemusta hyvän käytöksen harjoittelusta, hyvän käytöksen huomioimisesta ja selkeistä käyttäytymisen odotuksista (Taulukko 1).

Opettajien taustatietomuuttujista käytetään opettajan sukupuolta, ikää, työkokemusta opettajana ja työkokemusta opettamassaan koulussa. Opettajan arvioimista asioista käytetään keskiarvomuuttujia, jotka kuvaavat opettajan minäpystyvyyttä työrauhan ylläpidossa, kollektiivista pystyvyyttä työrauhan ylläpidossa ja koulun päätöksentekokulttuuria. Lisäksi käytetään luokkaan liittyviä yleisiä muuttujia, jotka kuvaavat tyttöjen osuutta, vieraskielisten oppilaiden osuutta, tarkkaavuuden ja käyttäytymisen ongelmia kokevien oppilaiden osuutta ja oppilasmäärää. (Taulukko 2). Opettajaan ja luokkaan liittyvät muuttujat vaikuttavat kaikkien luokan oppilaiden arvioihin, joten ne asetetaan toisen tason muuttujiksi.

Kolmannen tason, koko koulua koskevana selittävänä muuttujana käytetään rehtorin arviota moraaliseen johtamiseen liittyvästä minäpystyvyydestään.

Työrauha-vastemuuttujan sekä selittävien muuttujien reliabiliteettia tarkasteltiin yksittäisten korrelaatioiden ja Cronbachin α:n avulla. Cronbachin α on tunnusluku, jolla voidaan mitata summa- ja keskiarvomuuttujien reliabiliteettia. Se lasketaan yksittäisten muuttujien korrelaatioiden ja muuttujien lukumäärän avulla. (Cronbach, 1951.) Cronbachin α-arvot olivat kaikille keskiarvomuuttujille 0.57 ja 0.92 välillä.

Taulukko 1: Oppilastason selittävät muuttujat, niiden vaihteluvälit, keskiarvot ja keskihajonnat.

Muuttuja	R	$\bar{x}$	s.d.
Oppilaan luokka-aste	1-6		
Oppilaan perheen sosioekonominen tausta (varallisuus)	1-9	6.66	1.65
Oppilaiden väliset suhteet	1-5	4.03	0.73
Selkeät käyttäytymisen odotukset	1-4	3.62	0.50
Hyvän käytöksen harjoittelu	1-4	2.82	0.74
Hyvän käytöksen huomioiminen	1-5	3.13	0.61
Koulun sääntöjen oikeudenmukaisuuden kokeminen	1-5	4.15	0.78
Oppilaiden ja vanhempien väliset suhteet	1-5	4.29	0.67
Oppilaan ja opettajan välinen suhde	1-5	3.77	0.75

Taulukko 2: Luokkatason selittävät muuttujat, niiden vaihteluvälit, keskiarvot ja keskihajonnat.

Muuttuja	R	$\bar{x}$	s.d.
Opettajan sukupuoli	N/M		
Opettajan ikä	24-63	45.00	8.80
Opettajan minäpystyvyys	1-9	7.36	0.92
Työkokemus opettajana tässä koulussa (luokiteltu)	1-5	3.20	1.37
Työkokemus opettajana (luokiteltu)	1-5	4.26	1.07
Kollektiivinen pystyvyys	1-9	7.09	0.97
Päätöksenteko koulussa	1-6	4.50	0.92
Oppilasmäärä	4–30	19.65	4.316
Tyttöjen osuus luokassa	0-1	0.50	0.12
Muiden, kuin suomenkielisten osuus luokassa	0-1	0.03	0.09
Oppilaiden osuus, joilla käyttäytymisen ongelmia	0-1	0.15	0.15

3 Lineaarinen sekamalli

Sekamallia käytetään kuvaamaan vastemuuttujan ja selittävien muuttujien suhdetta ryhmitellyn aineiston tilanteessa, esimerkiksi, kun käytössä on pitkittäisaineisto, monitasoinen aineisto tai kun halutaan tehdä satunnaistettu lohkokoe. Sekamalli on laajennus lineaarisesta regressiomallista: siinä on mukana kiinteitä vaikutuksia ja satunnaisvaikutuksia. Satunnaisvaikutukset ilmaisevat aina eroavaisuutta keskimääräisestä ennusteesta ja liittyvät havaintoihin, jotka on satunnaisesti valittu kiinnostuksen kohteena olevasta populaatiosta. (Pinheiro & Bates, 2002: 3.) Satunnaisvaikutusten avulla voidaan ottaa huomioon aineistossa oleva havaintojen välinen korrelaatio. Lisäksi voidaan selvittää selittävien muuttujien vaikutuksen eroavaisuus eri tasoilla, kuten eri luokissa tai kouluissa. Se saadaan mallinnettua asettamalla malliin satunnainen kulmakerroin. Jos halutaan mallintaa havaintoyksikölle keskimääräisestä ennusteesta eroava lähtötaso, malliin lisätään satunnainen vakio.

3.1 Kaksitasomalli

Olkoon $\boldsymbol{y}_i$ vastemuuttuja, $n_i \times 1$ -vektori ja $\boldsymbol{X}_i$ $n_i \times m$ selittävien muuttujien matriisi. Sekamalli on muotoa

$$\boldsymbol{y}_i = \boldsymbol{X}_i \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{Z}_i \boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{\epsilon}_i, \qquad i = 1, .., N, \tag{1}$$

missä $\boldsymbol{\beta}$ on tuntemattomat, kiinteiden vaikutusten regressiokertoimet sisältävä $(m \times 1)$ -vektori, $\boldsymbol{Z}_i$ satunnaisvaikutusten $(n_i \times k)$ -design-matriisi, $\boldsymbol{u}_i$ on satunnaisvaikutusten $(k \times 1)$ -vektori ja $\boldsymbol{\epsilon}_i$ virhetermien $(n_i \times 1)$ -vektori.

Usein oletetaan, että virhetermivektorille pätee $\boldsymbol{\epsilon}_i \sim N(\boldsymbol{0}, \sigma^2 \boldsymbol{I}_{n_i})$ ja satunnaisvaikutusvektorille $\boldsymbol{u}_i \sim N(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{D})$. Satunnaisvaikutusten $\boldsymbol{u}_i$ ja virhetermien $\boldsymbol{\epsilon}_i$ oletetaan olevan riippumattomia eri ryhmien välillä ja riippumattomia toisistaan saman ryhmän sisällä, ts. $Cov(\boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{\epsilon}_i) = \boldsymbol{0}$. Tällöin vasteelle $\boldsymbol{y}_i$

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{\mu}_i = E(\boldsymbol{y}_i) = \boldsymbol{X}_i \boldsymbol{\beta} \\
&\boldsymbol{V}_i = Cov(\boldsymbol{y}_i) = Cov(\boldsymbol{Z}_i \boldsymbol{u}_i) + Cov(\boldsymbol{\epsilon}_i) = \boldsymbol{Z}_i \boldsymbol{D} \boldsymbol{Z_i}' + \sigma^2 \boldsymbol{I}_{n_i}.
\end{aligned}$$

Lisäksi, kun ehdollistetaan satunnaisvaikutuksilla, pätee

$$\begin{aligned}
&E(\boldsymbol{y}_i | \boldsymbol{u}_i) = \boldsymbol{X}_i \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{Z}_i \boldsymbol{u}_i \\
&Cov(\boldsymbol{y}_i | \boldsymbol{u}_i) = Cov(\boldsymbol{\epsilon}_i) = \sigma^2 \boldsymbol{I}_{n_i}.
\end{aligned}$$

(Demidenko, 2013: 45-47.) Seuraavaksi esitys laajennetaan kolmitasomalliksi.

3.2 Kolmitasomalli

Seuraava esitys perustuu Raudenbush & Brykin teokseen (2002: 229-234) ja nyt selittävien muuttujien matriisi $\boldsymbol{X}$ sisältää matriisit $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{H}, \boldsymbol{W}$. $\boldsymbol{A}$ on oppilastason selittävät muuttujat sisältävä matriisi, $\boldsymbol{H}$ luokkatason selittävät muuttujat sisältävä matriisi ja $\boldsymbol{W}$ koulutason selittävät muuttujat sisältävä matriisi. Lisäksi satunnaisvaikutusvektori $\boldsymbol{u}$ sisältää vektorit $\boldsymbol{v}$ ja $\boldsymbol{r}$, jotka ovat luokkatason satunnaistekijät ja koulutason satunnaistekijät.

Tarkastellaan ensin malleja, joissa ei ole vielä mukana selittäviä tekijöitä. Indeksit d, j ja k tarkoittavat oppilasta, luokkaa ja koulua:

$d = 1, 2, ..., n_{jk}$ oppilasta luokassa j koulussa k
$j = 1, 2, ..., J_k$ luokkaa koulussa k ja
$k = 1, 2, ..., K$ koulua.

Malli ensimmäiselle tasolle (esim. oppilas) on muotoa

$$y_{djk} = \pi_{0jk} + \epsilon_{djk},$$

missä y_{djk} on vaste oppilaalle d luokassa j, koulussa k, π_{0jk} on vasteen keskiarvo luokassa j, koulussa k ja ϵ_{djk} on jäännös, joka ilmaisee, kuinka paljon vastemuuttujan havaittu arvo oppilaalle djk eroaa luokan j keskiarvosta koulussa k. Jäännöksille pätee $\epsilon_{djk} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$.

Toiselle tasolle (esim. luokka) malli on

$$\pi_{0jk} = \gamma_{00k} + v_{0jk},$$

missä γ_{00k} on vasteen keskiarvo koululle k ja v_{0jk} on luokkakohtainen satunnaisvaikutus, joka ilmaisee, kuinka paljon vastemuuttujan ehdollinen odotusarvo luokassa jk eroaa koulun k keskiarvosta. Satunnaisvaikutuksille pätee $v_{0jk} \sim N(0, \sigma_v^2)$.

Kolmannelle tasolle (esim. koulu) malli on muotoa

$$\gamma_{00k} = \beta_{000} + r_{00k},$$

missä β_{000} on yleiskeskiarvo ja r_{00k} on koulukohtainen satunnaisvaikutus, joka ilmaisee, kuinka paljon vastemuuttujan ehdollinen odotusarvo koulussa k eroaa yleiskeskiarvosta. Satunnaisvaikutuksille pätee $r_{00k} \sim N(0, \sigma_r^2)$.

Kun eri tasot yhdistetään, malli on muotoa

$$y_{djk} = \beta_{000} + v_{0jk} + r_{00k} + \epsilon_{djk}.$$

Tarkastellaan seuraavaksi malleja, joihin on lisätty selittäviä tekijöitä.

Ensimmäiselle tasolle (oppilas) malli on

$$y_{djk} = \pi_{0jk} + \pi_{1jk}A_{1djk} + \pi_{2jk}A_{2djk} + ... + \pi_{Pjk}A_{Pdjk} + \epsilon_{djk}, \tag{2}$$

jossa y_{djk} on vaste oppilaalle d luokassa j, koulussa k, π_{0jk} on vakio luokalle j koulussa k, A_{pdjk}:t ovat oppilastason selittäviä muuttujia ja π_{pjk}:t ovat regressiokertoimia oppilastason selittäville muuttujille, $p = 1, ..., P$. ϵ_{djk} on oppilastason jäännös, joka ilmaisee, kuinka paljon vastemuuttujan ehdollinen odotusarvo oppilaalle djk eroaa "keskimääräiselle oppilaalle" ennustetusta arvosta. Jäännöksille pätee $\epsilon_{djk} \sim N(0, \sigma^2_\epsilon)$.

Toinen taso (luokka) on muotoa

$$\pi_{pjk} = \gamma_{p0k} + \sum_{q=1}^{Q_p} \gamma_{pqk}H_{qjk} + v_{pjk}, \tag{3}$$

jossa γ_{p0k} on vakio koululle k, H_{qjk}:t ovat luokkatason selittäviä muuttujia, $q = 1, ..., Q_p$, jokaisella π_p voi olla oma toisen tason prediktorien joukkonsa. Parametrit γ_{pqk} ovat regressiokertoimia luokkatason selittäville muuttujille ja v_{pjk} on luokkatason satunnaisvaikutus, joka ilmaisee, kuinka paljon vastemuuttujan ehdollinen odotusarvo koulun k luokassa j eroaa keskimääräiselle luokalle ennustetusta arvosta. Huomaa, että edellä olevia yhtälöitä on $P + 1$ kappaletta: P kpl yhtälöitä selittäville muuttujille sekä yhtälö vakiolle π_{0jk}. Toisen tason malli muodostetaan sen mukaan, minkä tyyppisiä vaikutuksia koko malliin halutaan asettaa. Esimerkiksi, jos vaikutuksen π_{pjk} halutaan olevan kiinteä, edelliseen kaavaan ei lisätä yhtään toisen tason selittäviä muuttujia ja termi v_{pjk} asetetaan nollaksi. Jos taas halutaan π_{pjk}-selittäjän olevan ei-satunnaisesti vaihteleva luokkien välillä, ts. halutaan lisätä interaktio, lisätään H-termit, mutta asetetaan v_{pjk} nollaksi.

Kolmannelle tasolle (koulu) malli on muotoa

$$\gamma_{pqk} = \beta_{pq0} + \sum_{s=1}^{S_{pq}} \beta_{pqs}W_{sk} + r_{pqk},$$

missä β_{pq0} on vakio, W_{sk}:t ovat koulutason selittäviä muuttujia, $s = 1, ..., S_{pq}$, jokaiselle γ_{pq} voi olla oma kolmannen tason prediktorien joukkonsa. Parametrit β_{pqs} ovat regressiokertoimia koulutason selittäville muuttujille ja u_{pqk} on satunnaisvaikutus, joka ilmaisee, kuinka paljon vastemuuttujan ehdollinen odotusarvo koulussa k eroaa keskimääräiselle koululle ennustetusta arvosta. Huomaa, että edellä olevia yhtälöitä on jokaiselle koululle $\sum_{p=0}^{P} Q_p + 1$ kappaletta. Kuten toiselle tasollekin, kolmannelle tasolle lisätään termejä sen mukaan, halutaanko toisen tason selittäjien olevan kiinteitä, ei-satunnaisesti vaihtelevia tai satunnaisesti vaihtelevia.

Yhdistettäessä eri tasojen mallit yhdeksi saadaan malli, jossa on yksi vakiotermi, selittävät muuttujat yksilö-, luokka- ja koulutasolle, mahdollisesti näiden muuttujien interaktiotermejä sekä satunnaisia vakioita ja kulmakertoimia.

3.3 Mallinnuksen vaiheet

Useampitasoisen mallin rakentamisessa olisi suositellumpaa käyttää tapaa, jossa aloitetaan yksinkertaisesta mallista ja selittäviä tekijöitä lisätään malliin vähitellen. Tavanomainen käytäntö, jossa lisätään aluksi kaikki kiinnostavat selittävät tekijät ja poistetaan ei-merkitseviä yksitellen, saattaa aiheuttaa multikollineaarisuusongelmia. Tapa on myös laskennallisesti raskaampi. (Hox, 2010: 59 ; Raudenbush & Bryk, 2002: 267). Yksi tapa mallin rakentamiseen on myös käsitellä jokaista tasoa yksitellen: katsotaan eri tasoilla, mitkä selittävät muuttujat kunkin tason malliin valitaan ja rakennetaan lopuksi niistä yksi yhtenäinen malli (Raudenbush & Bryk, 2002: 267).

Hox (2010: 32) ehdottaa, että aluksi muodostetaan malli, jossa ei ole vielä yhtään selittäviä muuttujia. Tällä mallilla voidaan tarkastella sisäkorrelaatiota. Kolmitasoinen malli on

$$y_{djk} = \beta_{000} + v_{0jk} + r_{00k} + \epsilon_{ijk},$$

jossa β_{000} on vakiotermi ja v_{0jk}, r_{00k} ja ϵ_{djk} ovat jäännöstermejä. Lisätään malliin seuraavaksi alimman tason selittävät muuttujat (P kpl):

$$y_{djk} = \beta_{000} + \sum_{p=1}^{P} \beta_{p00} A_{pdjk} + v_{0jk} + r_{00k} + \epsilon_{djk}$$

Tämän mallin avulla nähdään, mitkä ensimmäisen tason selittävistä tekijöistä ovat merkitseviä. Toisen ja kolmannen tason selittävien tekijöiden (Q_p kpl ja S_{pq} kpl) lisäämisen jälkeen malli on muotoa

$$y_{djk} = \beta_{000} + \sum_{p=1}^{P} \beta_{p00} A_{pdjk} + \sum_{q=1}^{Q_p} \beta_{0q0} H_{qjk} + \sum_{s=1}^{S_{pq}} \beta_{00s} W_{sk} + v_{0jk} + r_{00k} + \epsilon_{djk}.$$

Tämän mallin avulla tutkitaan, selittävätkö toisen tason selittävät muuttujat toisen tason yksiköiden välistä vaihtelua vastemuuttujassa sekä kolmannen tason selittävät muuttujat kolmannen tason yksiköiden välistä vaihtelua. Kahta edellistä mallia kutsutaan varianssikomponenttimalleiksi, sillä niissä vakiotermin vaihtelu on jakaantunut eri tasoille. Seuraavaksi malliin lisätään satunnaisia kulmakertoimia luokka- ja koulutasoille, jolloin malli on laajimmillaan muotoa

$$\begin{aligned} y_{djk} =& \beta_{000} + \sum_{p=1}^{P} \beta_{p00} A_{pdjk} + \sum_{q=1}^{Q_p} \beta_{0q0} H_{qjk} + \sum_{s=1}^{S_{pq}} \beta_{00s} W_{sk} + \sum_{p=1}^{P} r_{p0k} A_{pdjk} \\ &+ \sum_{p=1}^{P} v_{pjk} A_{pdjk} + \sum_{q=1}^{Q_p} r_{0qk} H_{qjk} + v_{0jk} + r_{00k} + \epsilon_{djk}. \end{aligned}$$

Satunnaisten kulmakertoimien valinnan jälkeen voidaan testata, sopiiko kulmakertoimia sisältävä vai aiemman vaiheen malli paremmin aineistoon. Viimeisenä lisätään ja testataan tasojen välisiä interaktioita. Niitä on syytä kokeilla, sillä yksilötason efektit voivat vaihdella luokkien tai koulujen välillä, samaten luokkatason efektit koulujen välillä. Kolmen termin interaktiot saattavat tulla tarpeeseen, jos ensimmäisten tasojen väliset kulmakertoimet vaihtelevat kolmannella tasolla. Niitä ei kuitenkaan laskennallisen ja tulkinnallisen hankaluuden takia kannata käyttää, ellei teorian perusteella ole vahvaa näyttöä niiden tarpeellisuudesta. Tasojen välisten kahden termin interaktioiden lisäämisen jälkeen malli on laajimmillaan muotoa

$$\begin{aligned} y_{djk} =& \beta_{000} + \sum_{p=1}^{P} \beta_{p00} A_{pdjk} + \sum_{q=1}^{Q_p} \beta_{0q0} H_{qjk} + \sum_{s=1}^{S_{pq}} \beta_{00s} W_{sk} + \sum_{p=1}^{P} r_{p0k} A_{pdjk} \\ &+ \sum_{p=1}^{P} v_{pjk} A_{pdjk} + \sum_{q=1}^{Q_p} r_{0qk} H_{qjk} + \sum_{p=1}^{P} \sum_{q=1}^{Q_p} \beta_{pq0} A_{pdjk} H_{qjk} + \sum_{p=1}^{P} \sum_{s=1}^{S_{pq}} \beta_{p0s} A_{pdjk} W_{sk} \\ &+ \sum_{q=1}^{Q_p} \sum_{s=1}^{S_{pq}} \beta_{0qs} H_{qjk} W_{sk} + \sum_{p=1}^{P} \sum_{q=1}^{Q_p} v_{0jk} H_{qjk} A_{pdjk} + v_{0jk} + r_{00k} + \epsilon_{djk}. \end{aligned}$$

Esimerkiksi, jos muodostetaan kolmitasomalli, jossa jokaiselle tasolle asetetaan yksi selittävä muuttuja, oppilastason ja luokkatason muuttujien välinen interaktio ja luokkatason muuttujan luokkakohtainen satunnainen kulmakerroin, malli on

$$y_{djk} = \beta_{000} + \beta_{100} A_{1djk} + (\beta_{010} + r_{01k}) H_{1jk} + \beta_{001} W_{1k} + \beta_{110} A_{1djk} H_{1jk} + v_{0jk} + r_{00k} + \epsilon_{djk}.$$

4 Yleisen lineaarisen sekamallin sovittaminen

Kuten aikaisemmin esitettiin, lineaarinen sekamalli yleisessä muodossa on

$$\boldsymbol{y}_i = \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{Z}_i\boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{\epsilon}_i, \quad i = 1, ..., N.$$

4.1 ML-menetelmä

Suurimman uskottavuuden menetelmä (*maximum likelihood estimation*) on yleisimmin käytetty menetelmä sekamallin kiinteiden osien estimointiin. Suurten aineistojen tapauksessa SU-estimaatit ovat luotettavia, vaikka jotkin oletukset, kuten jäännösten normaalijakautuneisuus eivät pitäisikään paikkaansa. (Hox, 2010: 40.) SU-estimaatit saadaan logaritmisen uskottavuusfunktion derivaatan nollakohdasta. Oletetaan, että $\boldsymbol{y}_i \sim N(\boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{V}_i)$ ja että $\boldsymbol{V}_i$ on tunnettu, $\boldsymbol{V}_i = \boldsymbol{Z}_i\boldsymbol{D}\boldsymbol{Z}_i' + \sigma^2\boldsymbol{I}_{n_i}$. Uskottavuusfunktio on muotoa

$$L(\boldsymbol{\beta}; \boldsymbol{y}) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \sum |\boldsymbol{V}_i|^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}\sum(\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta})'\boldsymbol{V}_i^{-1}(\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta})}$$

ja logaritminen uskottavuusfunktio on silloin

$$\log L = c - \frac{1}{2}\log \sum |\boldsymbol{V}_i| - \frac{1}{2}\sum(\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta})'\boldsymbol{V}_i^{-1}(\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta}).$$

Ottamalla edellisestä derivaatta parametrin $\boldsymbol{\beta}$ suhteen ja asettamalla se nollaksi saadaan

$$\frac{\partial \log L}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{X}_i'\boldsymbol{V}_i^{-1}(\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta}) =: \boldsymbol{0}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\boldsymbol{\beta}}_{ML} = (\sum \boldsymbol{X}_i'\boldsymbol{V}_i^{-1}\boldsymbol{X}_i)^{-1} \sum \boldsymbol{X}_i'\boldsymbol{V}_i^{-1}\boldsymbol{y}_i,$$

jos $(\sum \boldsymbol{X}_i'\boldsymbol{V}_i^{-1}\boldsymbol{X}_i)^{-1}$ on olemassa. Silloin $Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ML}) = (\sum \boldsymbol{X}_i'\boldsymbol{V}_i^{-1}\boldsymbol{X}_i)^{-1}$. (Demidenko, 2013: 49, 59.)

4.2 REML-menetelmä

Rajoitetussa suurimman uskottavuuden estimoinnissa (*restricted maximum likelihood estimation*) eliminoidaan uskottavuusyhtälöstä $\boldsymbol{\beta}$-parametri, jolloin yhtälöön jää vain kovarianssimatriisin $\boldsymbol{V}_i$ parametrit. ML-menetelmässä ei oteta huomioon kiinteiden osien estimoinnissa vapausasteiden menetystä, joten kovarianssiestimaatit ovat alaspäin harhaisia. REML-menetelmä korjaa tätä harhaa estimoimalla varianssiestimaatit kiinteiden osien poistamisen jälkeen.(Hox, 2010: 40-43.) REML-menetelmällä voidaan vertailla estimoitujen mallien satunnaisosia, mutta ei kiinteitä, sillä kiinteiden osien muuttuessa mallin uskottavuusfunktiokin muuttuu (Pinheiro & Bates, 2002: 76.) Oletetaan, että $\boldsymbol{y}_i \sim N(\boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{V}_i)$. Kovarianssimatriisi on muotoa

$$\boldsymbol{V} = \begin{pmatrix} V_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & V_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & V_N \end{pmatrix}.$$

Havaintoyksikkökohtaisen kovarianssimatriisin $\boldsymbol{V}_i$ koko riippuu mallissa olevien satunnaiskomponenttien määrästä ja matriisin $\boldsymbol{V}$ koko riippuu matriisien $\boldsymbol{V}_i$ koosta. Maksimoidaan uskottavuusfunktio käyttämällä lineaarikombinaatioita $\boldsymbol{B}'\boldsymbol{y}$, joille $\boldsymbol{XB} = \boldsymbol{0}$. Silloin $\boldsymbol{B}'\boldsymbol{y} \sim N(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{B}'\boldsymbol{VB})$. (Brown & Prescott, 2015: 48-51.)

Logaritminen uskottavuusfunktio on muotoa

$$l(\boldsymbol{V};\boldsymbol{y}) = c - \frac{1}{2}\sum|\boldsymbol{V}_i| - \frac{1}{2}\sum(\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{X}_i\hat{\boldsymbol{\beta}})'\boldsymbol{V}_i^{-1}(\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{X}_i\hat{\boldsymbol{\beta}}) - \frac{1}{2}\log(\boldsymbol{X}_i\boldsymbol{V}_i^{-1}\boldsymbol{X}_i).$$

Tässä parametri $\boldsymbol{\beta}$ on jo estimoitu, joten menetelmällä saadaan estimoitua kovarianssimatriisi $\boldsymbol{V}_i$. REML-estimaatti parametrille $\boldsymbol{\beta}$ on

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\sum \boldsymbol{X}_i'\hat{\boldsymbol{V}}_i^{-1}\boldsymbol{X}_i\right)^{-1}\sum \boldsymbol{X}_i'\hat{\boldsymbol{V}}_i^{-1}\boldsymbol{y}_i.$$

(Demidenko, 2013: 56-58.) Estimointi suoritetaan iteratiivisilla menetelmillä, esimerkiksi EM-algoritmilla. (Hox, 2010: 78.)

4.3 Estimaattien $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ testaus

Estimaattien löytämisen jälkeen testataan F-testillä, ovatko ne tilastollisesti merkitseviä.

Keskivirheet ja luottamusvälit yksittäiselle parametrille $\hat{\beta}_i$ määritellään

$$s.e.(\hat{\beta}_i) = \sqrt{[\widehat{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{ML})_{ii}}$$

$$\hat{\beta}_i \pm t_{n-p,\alpha} s.e.(\hat{\beta}_i),$$

missä n on havaintojen määrä ja p estimoitujen parametrien määrä.

Testaamista varten tarvitaan lineaarikombinaatioita $\mathbf{K}'\boldsymbol{\beta}$, jossa $\mathbf{K}'$ on kontrastivektorien matriisi $(q \times m)$ $\boldsymbol{\beta}$-vektorin ollessa $(m \times 1)$. Lineaarikombinaatiot $\mathbf{K}'\hat{\boldsymbol{\beta}}$ noudattavat normaalijakaumaa parametrein $(\mathbf{K}'\boldsymbol{\beta}, \mathbf{K}'Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}})\boldsymbol{K})$. Erityisesti lineaarikombinaatiolle $\boldsymbol{k}'\hat{\boldsymbol{\beta}}$ keskivirheet ja luottamusvälit määritellään

$$s.e.(\boldsymbol{k'}\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \sqrt{[\boldsymbol{k}'\widehat{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}})\boldsymbol{k}]}$$

$$\boldsymbol{k'}\hat{\boldsymbol{\beta}} \pm t_{n-p,\alpha} s.e.(\boldsymbol{k}'\hat{\boldsymbol{\beta}}).$$

Yleisesti testisuure on

$$F = \frac{(\mathbf{K}'\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{o})'[\boldsymbol{K}'(\boldsymbol{X}'\hat{\mathbf{V}}^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{K}]^{-1}(\boldsymbol{K}'\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{o})}{q} \sim F(q, n-m),$$

jossa $\boldsymbol{o}$ on nollavektori ja $\widehat{cov}(\boldsymbol{K}'\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \boldsymbol{K}'(\boldsymbol{X}'\hat{\mathbf{V}}^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{K}$.

F-testiä vastaavia testejä ovat Waldin testi ja uskottavuusosamäärän testi. Waldin testi määritellään

$$Z = \frac{\boldsymbol{k}'\hat{\boldsymbol{\beta}}}{\sqrt{\boldsymbol{k}'\widehat{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}})}\boldsymbol{k}}$$

joka noudattaa standardinormaalijakaumaa, kun nollahypoteesi on voimassa. Useaa hypoteesia testattaessa, eli kun matriisi $\boldsymbol{K}$ on usearivinen, testisuure on

$$W = (\boldsymbol{K}'\hat{\boldsymbol{\beta}})(\boldsymbol{K}'\widehat{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}})\boldsymbol{K})^{-1}(\boldsymbol{K}'\hat{\boldsymbol{\beta}}),$$

joka noudattaa χ^2-jakaumaa nollahypoteesin ollessa voimassa.(Demidenko, 2013: 151-152; Brown & Prescott, 2015: 75-76.)

4.4 Mallin valinnasta

4.4.1 Sisäkkäiset mallit

Sisäkkäisten mallien vertailuun käytetään uskottavuusosamäärän testiä, jossa testataan, sopiiko enemmän muuttujia sisältävä malli paremmin aineistoon kuin yksinkertaisempi malli.

Uskottavuusosamäärän testi määritellään

$$2(\hat{l}_{full} - \hat{l}_{red})$$

jossa $\hat{l}_{full}$ on täyden mallin log-uskottavuus ja $\hat{l}_{red}$ rajoitetun mallin uskottavuus. Testissä siis verrataan maksimoituja uskottavuusfunktion arvoja, kun mallia on rajoitettu ($\boldsymbol{k}'\boldsymbol{\beta} = 0$) ja mallia ei ole rajoitettu ($\boldsymbol{k}'\boldsymbol{\beta} \neq 0$). Testisuure noudattaa χ^2_r-jakaumaa, jossa r on rajoitetun ja täyden mallin parametrien ero. (Pinheiro & Bates, 2002:83.)

4.4.2 Ei-sisäkkäiset mallit

Ei-sisäkkäisiä malleja voidaan vertailla Akaiken ja Bayesin informaatiokriteereillä (AIC, BIC):

$$AIC = -2\log(L) + 2c$$
$$BIC = -2\log(L) + c\log(n),$$

joissa L on maksimoitu uskottavuusfunktio, c estimoitavien parametrien lukumäärä ja n havaintojen määrä. (Pinheiro & Bates, 2002: 10.) Ohjelmistosta riippuen havaintojen määrä tarkoittaa yleensä ylimmän tason havaintojen määrää (Hox, 2010: 50). Mitä pienempiä AIC ja BIC ovat, sitä paremmin malli sopii aineistoon. (Pinheiro & Bates, 2002: 10.)

4.5 Satunnaisvaikutusten ennustaminen

Satunnaisvaikutukset $\boldsymbol{u}_i$ ennustetaan sen jälkeen, kun kovarianssimatriisi $\boldsymbol{V}$ on estimoitu. Satunnaisvaikutusten $\boldsymbol{u}_i$ paras ennuste on ehdollinen odotusarvo $\tilde{\boldsymbol{u}}_i = E(\boldsymbol{u}_i|\boldsymbol{y}_i)$.

Kuten aiemminkin, oletetaan että $\boldsymbol{y}_i \sim N(\boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{V}_i)$ ja $\boldsymbol{u}_i \sim N(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{D})$. Silloin $Cov(\boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{y}_i) = E[(\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta})\boldsymbol{u}_i'] = \boldsymbol{Z}_i\boldsymbol{D}$.

$$\tilde{\boldsymbol{u}}_i = E(\boldsymbol{u}_i) + Cov(\boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{y}_i)[Cov(\boldsymbol{y}_i)]^{-1}(\boldsymbol{y}_i - E(\boldsymbol{y}_i)) = \boldsymbol{D}\boldsymbol{Z}_i'\boldsymbol{V}_i^{-1}(\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{\beta}).$$

Ennusteessa $\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{D}$ ja $\boldsymbol{V}_i$ ovat tuntemattomia ja korvataan estimaateillaan. (Demidenko, 2013: 146.)

4.6 Sisäkorrelaatiot

4.6.1 Kaksitasomalli

Sekamallissa vasteelle määritellään sisäkorrelaatio, joka kertoo, kuinka suuri osa kokonaisvaihtelusta, eli ryhmätason ja yksilötason yhteenlasketusta vaihtelusta on ryhmien välistä vaihtelua. Sisäkorrelaatio voidaan ajatella myös odotusarvona kahdelle samaan ryhmään kuuluvalle, satunnaisesti valitun yksilön korrelaatiolle. Kaksitasoiselle mallille, ilman selittäviä tekijöitä, se määritellään seuraavasti:

$$\rho = \frac{\sigma_{v0}^2}{\sigma_{v0}^2 + \sigma_\epsilon^2}$$

jossa σ_{v0}^2 on ryhmien välinen eli toisen tason varianssi ja σ_ϵ^2 on ryhmien sisäinen eli ensimmäisen tason varianssi. (Hox, 2010: 15.)

4.6.2 Kolmitasomalli

Kolmitasomallille sisäkorrelaatio määräytyy erikseen kaikille tasoille. Ensimmäisen tason sisäkorrelaatio (esim. oppilas) ilman selittäviä tekijöitä on

$$\rho_1 = \frac{\sigma_\epsilon^2}{\sigma_{r0}^2 + \sigma_{v0}^2 + \sigma_\epsilon^2}. \tag{4}$$

jossa σ_ϵ^2 on ensimmäisen tason eli oppilaiden välinen, ts.luokkien sisäinen varianssi, σ_{v0}^2 toisen tason eli luokkien välinen, ts.koulujen sisäinen ja σ_{r0}^2 on kolmannen tason eli koulujen välinen varianssi.

Toisen tason (esim. luokka) sisäkorrelaatio ilman selittäviä tekijöitä on

$$\rho_2 = \frac{\sigma_{v0}^2}{\sigma_{r0}^2 + \sigma_{v0}^2 + \sigma_\epsilon^2}. \tag{5}$$

Tämä tapa ilmaisee, kuinka suuren osan toisen tason ryhmien välinen vaihtelu selittää kokonaisvarianssista. Toisen tason sisäkorrelaatio voidaan myös esittää allaolevalla tavalla. Tätä tapaa voidaan käyttää, mikäli halutaan tietää korrelaation odotusarvo kahden satunnaisesti valitun välillä jossain ryhmässä:

$$\rho_2 = \frac{\sigma_{r0}^2 + \sigma_{v0}^2}{\sigma_{r0}^2 + \sigma_{v0}^2 + \sigma_\epsilon^2}. \tag{6}$$

Kolmannen tason (esim. koulu) sisäkorrelaatio on

$$\rho_3 = \frac{\sigma_{r0}^2}{\sigma_{r0}^2 + \sigma_{v0}^2 + \sigma_\epsilon^2}. \tag{7}$$

Kolmannen tason sisäkorrelaatio ilmaisee, kuinka suuren osan kolmannen tason ryhmien välinen vaihtelu selittää kokonaisvarianssista. (Hox, 2010: 34; Raudenbush & Bryk, 2002: 230.)

4.7 Varianssin selitysosuudet

Monitasoisille malleille ei voi laskea selitysastetta R^2 samalla tavoin, kuin yksitasoiselle mallille. Monitasoisille aineistoille voidaan laskea selitysasteet tasoittain. Ensimmäiselle tasolle selitysaste on

$$R_1^2 = \frac{\sigma^2_{\epsilon|b} - \sigma^2_{\epsilon|m}}{\sigma^2_{\epsilon|b}} \tag{8}$$

jossa $\sigma^2_{\epsilon|b}$ on ensimmäisen tason, pelkän vakiotermin sisältävän baseline-mallin jäännösvarianssi ja $\sigma^2_{e|m}$ on ensimmäisen tason vertailumallin jäännösvarianssi. Vertailumalli on malli, joka sisältää selittäviä muuttujia ja johon ollaan analyyseissä päädytty. Nyt siis nähdään, minkä verran selittävät tekijät selittävät kokonaisvaihtelusta. Baseline-malliksi voidaan asettaa myös esimerkiksi jonkin yhden selittävän muuttujan sisältämä malli, jolloin nähdään, minkä verran vertailumalliin lisätyt selittävät muuttujat parantavat selitysastetta. Toiselle tasolle voidaan laskea selitysasteita samaan tapaan:

$$R_2^2 = \frac{\sigma^2_{v0|b} - \sigma^2_{v0|m}}{\sigma^2_{v0|b}} \tag{9}$$

missä $\sigma^2_{v0|b}$ on toisen tason jäännösvarianssi ja $\sigma^2_{v0|m}$ toisen tason vertailumallin jäännösvarianssi. (Hox, 2010: 69-72, Raudenbush & Bryk, 2002: 79.)

5 Aineiston analysointi

Aineistoon sovitettiin lineaarinen, monitasoinen sekamalli, jossa selitettiin oppilaan kokemaa työrauhaa oppilas-, luokka- ja koulutason muuttujilla. Tässä luvussa kerrotaan, mitkä malliin asetetetuista muuttujista olivat merkitseviä ja miten kiinteät ja satunnaiset selittävät tekijät vaikuttavat mallissa. Lopuksi tarkastellaan mallin oletusten voimassaoloa jäännösten avulla. Mallinnus tehtiin `R`-ohjelmiston `lme`-funktiolla (R Development Core Team, 2008; Pinheiro, Bates, DebRoy Sarkar & R Core Team, 2016.) Ohjeita ja esimerkkejä kolmitasomallinnukseen R-ohjelmistolla on esitetty kirjassa *Mixed-Effects Models on S and S-PLUS* (Pinheiro & Bates, 2002).

5.1 Mallin rakentaminen

Analysoinnissa huomattiin, että koulutasolle jäävä vaihtelu oli hyvin pientä, eikä koulutasoa tarvittu aineiston analysoinnin perusteella malliin. Testattaessa, oliko koulutason sisältävä malli merkitsevästi parempi kuin vain oppilas- ja luokkatasot sisältävä malli, p-arvo oli 0.44. Koulutason sisäkorrelaatio oli 0.008 ja luokkatason sisäkorrelaatio oli 0.20 (kaavat 5 ja 7). Luokkatason sisäkorrelaatio ei ole kovinkaan suuri, mutta se osoittautui tilastollisesti merkitsevästi paremmaksi kuin malli, jossa ei ollut luokkatasoa. Geiser (2012:200) mainitseekin, että jopa 0.1 tai 0.05 -suuruiset sisäkorrelaatiot voivat vaikuttaa analyyseihin, mikäli havaintojen riippuvuutta ei oteta huomioon.

Mallin rakentaminen aloitettiin lisäämällä oppilastason selittävät muuttujat (Taulukko 1) sekä satunnainen vakio luokalle. Selittäviä tekijöitä poistettiin yksitellen p-arvojen perusteella. Sen jälkeen lisättiin luokkatason selittävät muuttujat (Taulukko 2), joista poistettiin ei-merkitsevät. Tasojen välisten ja sisäisten interaktioiden tarpeellisuutta sekä satunnaisia kulmakertoimia testattiin. Viimeisenä testattiin vielä koulutason ja sen selittävän muuttujan tarpeellisuutta. Lopullisen mallin muuttujille tehtiin keskistys, jotta saatiin tulkinta myös vakiotermille. Mallin selitysaste oppilastasolle on 0.14 ja luokkatasolle 0.45 (kaavat 9 ja 8).

Malli on muotoa

$$\begin{aligned} y_{dj} =& (\beta_{00} + v_{0j}) + \beta_{10} A_{1dj} + \beta_{20} A_{2dj} + (\beta_{30} + v_{3j}) A_{3dj} + (\beta_{40} + v_{4j}) A_{4dj} + \beta_{50} A_{1dj} A_{4dj} \\ &+ \beta_{60} A_{2dj} A_{3dj} + \beta_{01} H_{1j} + \beta_{02} H_{2j} + \beta_{03} H_{3j} + \beta_{04} H_{4j} + \beta_{05} H_{5j} + \epsilon_{dj}. \end{aligned}$$

Taulukko 3: Mallin kiinteän osan parametriestimaatit, estimaattien 95 %:n luottamusvälit, p-arvot ja standardoidut estimaatit.

	$\hat{\beta}$	luottamusväli	p-arvo	std.$\hat{\beta}$
Kiinteä osa				
vakio	2.782	(2.751; 2.813)	0.000	
oppilassuhteet A_1	0.185	(0.159; 0.212)	0.000	0.203
selkeät odotukset A_2	0.133	(0.093; 0.174)	0.000	0.100
hyvän käytöksen huomioiminen A_3	0.108	(0.071; 0.145)	0.000	0.081
koulun sääntöjen oikeudenmukaisuus A_4	0.071	(0.042; 0.099)	0.000	0.082
työkokemus tässä koulussa H_1	0.041	(0.019; 0.063)	0.000	0.085
minäpystyvyys H_2	0.038	(0.005; 0.070)	0.025	0.052
käytösongelmaisten osuus H_3	-0.035	(-0.058; -0.013)	0.002	-0.073
oppilasmäärä H_4	-0.018	(-0.025; -0.010)	0.000	-0.115
tyttöjen osuus H_5	0.026	(0.002; 0.051)	0.036	0.051
oppilassuhteet:oikeudenmukaisuus $\mathrm{A}_1 * A_4$	0.051	(0.025; 0.076)	0.000	0.055
selkeät odotukset:huomioiminen $\mathrm{A}_2 * A_3$	0.070	(0.017; 0.120)	0.010	0.037

Taulukko 4: Mallin satunnaisosan parametriestimaatit.

Satunnaisosa	
$\hat{\sigma}^2_{v_0}$: luokan satunnainen vakio	0.053
$\hat{\sigma}^2_{v_3}$: satunnainen kk muuttujalle A_3	0.020
$\hat{\sigma}^2_{v_4}$: satunnainen kk muuttujalle A_4	0.011
$\hat{\sigma}^2_{e}$: jäännöstermi	0.310

Koska Prokoulu-toiminta oli koeryhmän kouluissa ensimmäisten tutkimuskyselyjen aikana jo käynnistynyt koulutusten ja tiedottamisen muodossa, testattiin vielä, oliko tällä vaikutusta lopulliseen malliin. Tutkimusryhmä asetettiin muuttujaksi malliin, mutta se ei ollut merkitsevä selittäjä työrauhalle. Aineisto jaettiin myös kahteen osaan tutkimusryhmän mukaan ja testattiin, erosiko lopullinen malli näille kahdelle eri osa-aineistolle. Suuria eroja ei ollut.

5.2 Mallin kiinteiden tekijöiden tulkinta

Työrauha-vaste on jatkuva ja saa arvoja välillä 1–4. Kun kaikki muuttujat saavat keskiarvonsa (Taulukot 1 ja 2), ennuste työrauhalle on 2.782 yksikköä. Kun verrataan kahta luokkaa, joista toisessa opettaja on opettanut 1-5 vuotta kauemmin samassa koulussa kuin toisen luokan opettaja, kauemmin opettaneen opettajan luokassa ennuste oppilaan kokemalle työrauhalle on 0.041 yksikköä suurempi. Kun opettajan arvioima minäpystyvyys muuttuu yhden yksikön paremmaksi, ennuste työrauhalle on 0.038 yksikköä suurempi.

Jos merkittäviä tarkkaavuuden ja käyttäytymisen ongelmia kokevien oppilaiden osuus vähenee luokassa yhden yksikön (1–10%), ennuste työrauhalle on 0.035 yksikköä suurempi. Jos taas tyttöjen osuus luokassa kasvaa yhdellä yksiköllä (1–10%), työrauhan ennuste on 0.026 yksikköä suurempi. Jos luokan oppilasmäärä vähenee yhdellä oppilaalla, työrauha-ennuste on 0.018 yksikköä suurempi.

Jos oppilaan arvio luokan oppilaiden välisistä suhteista pysyy samana, mutta koulun sääntöjen oikeudenmukaisuuden arvio muuttuu yhden yksikön paremmaksi, oppilas arvioi työrauhan keskimäärin $0.071 + 0.051 = 0.122$ yksikköä suuremmaksi. Tilanteessa, jossa arvio oppilaiden välisistä suhteista muuttuu yhden yksikön paremmaksi, mutta arvio koulun sääntöjen oikeudenmukaisuudesta pysyy samana, ero työrauhan ennusteessa on $0.185 + 0.051 = 0.236$ yksikköä positiivisempaan suuntaan.

Jos oppilaan arvio käyttäytymisen odotusten selkeydestä pysyy samana, mutta hyvän käytöksen huomioimisesta muuttuu yhden yksikön paremmaksi, ennuste oppilaan arvioimalle työrauhalle on $0.108 + 0.070 = 0.178$ yksikköä suurempi. Jos taas arvio käyttäytymisen odotusten selkeydestä pysyy samana, mutta hyvän käytöksen huomioimisen arvio pysyy samana, ennuste oppilaan arvioimalle työrauhalle on $0.133 + 0.070 = 0.203$ yksikköä suurempi.

Standardoitujen estimaattien perusteella voidaan verrata muuttujien vaikutusten suuruutta. Mallissa suurin vaikutus työrauhaan on oppilaan kokemilla oppilassuhteilla, toiseksi suurin kokemuksella käyttäytymisen odotusten selkeydestä.

Esimerkiksi luokassa, jossa on 20 oppilasta, oppilaista puolet on tyttöjä, oppilaita, joilla on merkittäviä tarkkaavuuden ja käyttäytymisen ongelmia, on 30 %, jossa on opettaja, joka on opettanut samassa koulussa 1-5 vuotta (2), opettaja arvioi minäpystyvyytensä olevan melko hyvä (6), oppilas arvioi oppilassuhteiden olevan tyydyttävät (2), hyvään käytökseen liittyvien odotusten olevan melko selkeät (2), hyvän käytöksen huomioimisen olevan melko hyvä (3), koulun sääntöjen olevan melko oikeudenmukaiset (3), ennuste työrauhalle on 2.43.

Jos taas luokassa olisi esimerkiksi 30 oppilasta, joista korkeintaan 10 % tyttöjä, kaikilla luokan oppilailla merkittäviä tarkkaavuuden ja käyttäytymisen ongelmia, opettaja, jolla työkokemusta koulussa alle vuosi (1), opettaja arvioi minäpystyvyytensä huonoksi (1), oppilas kokee oppilassuhteiden olevan huonot (1) , hyvän käytöksen odotusten olevan epäselvät (1), hyvän käytöksen huomioimisen olevan puutteellista

(1), ei koe koulun sääntöjen olevan oikeudenmukaiset (1), ennuste työrauhalle on 1.02.

5.3 Mallin satunnaisten tekijöiden tulkinta

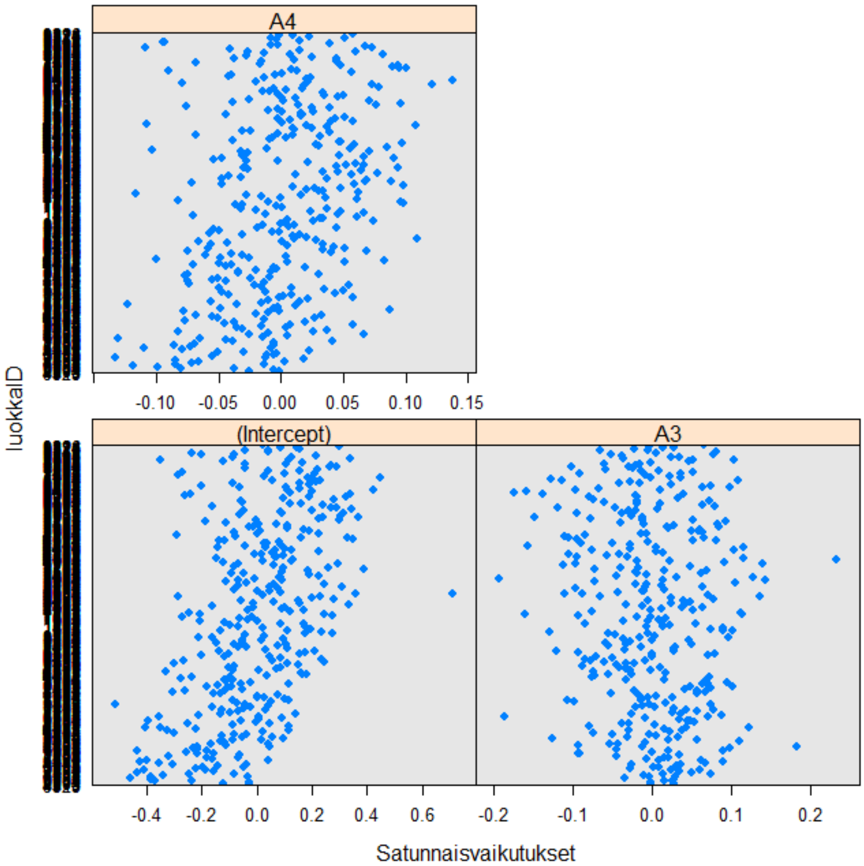
Kiinteiden vaikutusten lisäksi mallissa on luokkakohtainen satunnainen vakio sekä luokkakohtaiset satunnaiset kulmakertoimet hyvän käytöksen huomioimisen ja koulun sääntöjen oikeudenmukaisuuden kokemiselle. Luokkakohtaiset työrauhaennusteet saadaan lisäämällä satunnaiset kulmakertoimet kyseisten muuttujien kiinteisiin kertoimiin ja satunnainen vakio kiinteään vakioon. Kertoimet ovat silloin $0.107 + \widetilde{v}_{3j}$, $0.071 + \widetilde{v}_{4j}$ ja vakio on $2.782 + \widetilde{v}_{0j}$. Satunnaisen vakion keskihajonta $\sqrt{0.053} = 0.23$, koulun sääntöjen oikeudenmukaisuuteen liittyvän kertoimen keskihajonta $\sqrt{0.011} = 0.14$ ja hyvän käytöksen huomioimiseen liittyvän kertoimen keskihajonta $\sqrt{0.020} = 0.10$. Esimerkiksi, jos kaikki mallissa olevat muuttujat saavat keskiarvonsa, ennuste keskimääräiselle koululle on 2.782. Kun otetaan huomioon luokkatason satunnaiset tekijät, työrauhan ennuste eräälle aineistossa olevalle luokalle on esimerkiksi 2.750 ja toiselle luokalle taas 3.040. Kuvasta 3 nähdään satunnaisvaikutusten hajontakuviot. Satunnaiset kulmakertoimet näyttävät hajaantuvan tasaisesti kaikille luokille. Satunnainen vakio näyttää olevan keskimääräistä pienempi ensimmäisissä luokissa ja kouluissa. Koulut on numeroitu aakkosjärjestyksen perusteella, eli satunnaiset vakiot eivät ole systemaattisesti pienempiä jollakin tietyllä alueella, vaan vakion pienuus ensimmäisille luokille johtunee sattumasta.

5.4 Jäännöstarkastelut

Alkuperäisten arvojen ja sovitteiden hajontakuvassa sovitetut työrauha-arvot asettuvat kaikille arvoille tasaisesti ja voidaan havaita sovitteiden asettuvan melko lineaarisesti (Kuva 4). Vaikka työrauha-muuttuja on jatkuva, se saa vain tiettyjä arvoja: työrauha on kolmen luokitteluasteikollisen muuttujan keskiarvo, joista jokainen saa arvoja väliltä 1-4. Sovitteet saavat arvoja koko välillä.

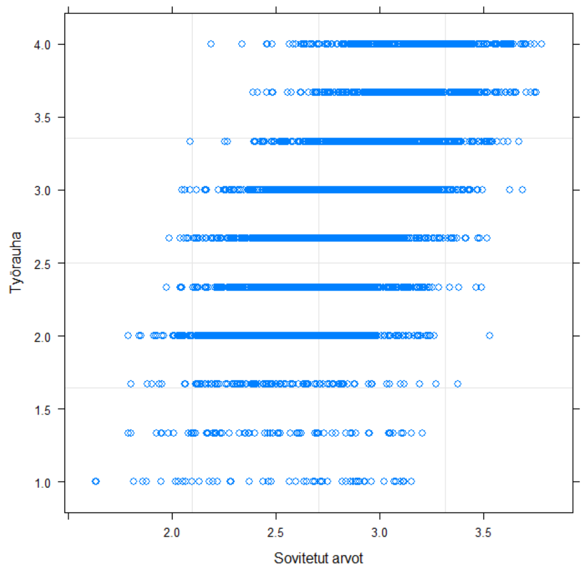
Jäännökset noudattavat kuvien 5 ja 6 perusteella melko hyvin normaalijakaumaa. Kuvien perusteella malli ennustaa pienimmille työrauhan arvoille hiukan liian suuria ja suurimmille arvoille liian pieniä arvoja, mutta muuten kuviot näyttävät normaaleilta.

Kuvasta 7 nähdään, että jäännökset vaihtelevat luokittain ja asettuvat melko tasaisesti nollan molemmin puolin, eli jäännökset eivät ole muutamaa poikkeusta lukuun ottamatta erityisen suuria. Oppilaille kuvatuista jäännöksistä nähdään, että jäännöksissä ei näy riippuvuutta tai ryhmittymistä (Kuva 8).

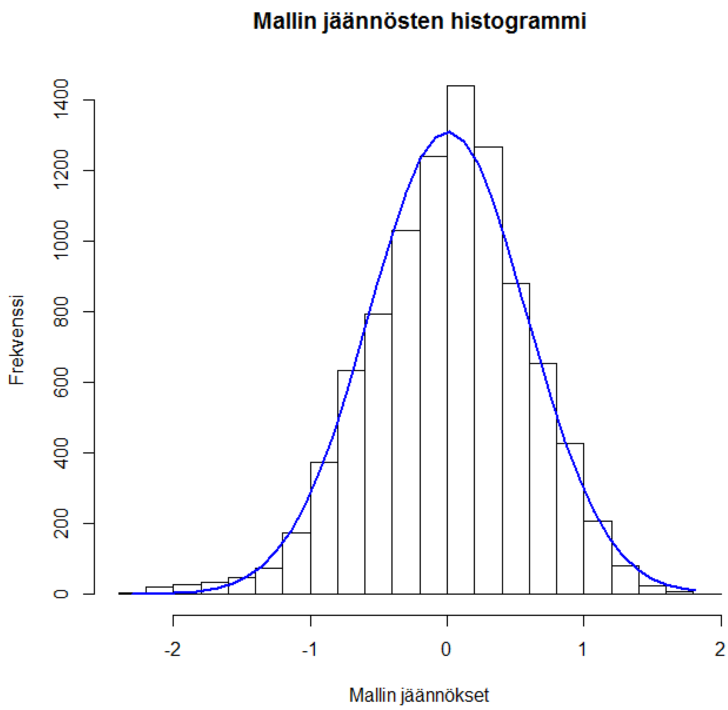


Kuva 3: Hajontakuviot satunnaiselle vakiolle ja satunnaisille kulmakertoimille koskien muuttujia hyvän käytöksen huomioiminen (A3) ja koulun sääntöjen oikeudenmukaisuuden kokeminen (A4).

Satunnainen vakio ja satunnaiset kulmakertoimet näyttävät noudattavan normaalijakaumaa suhteellisen hyvin (Kuva 9).



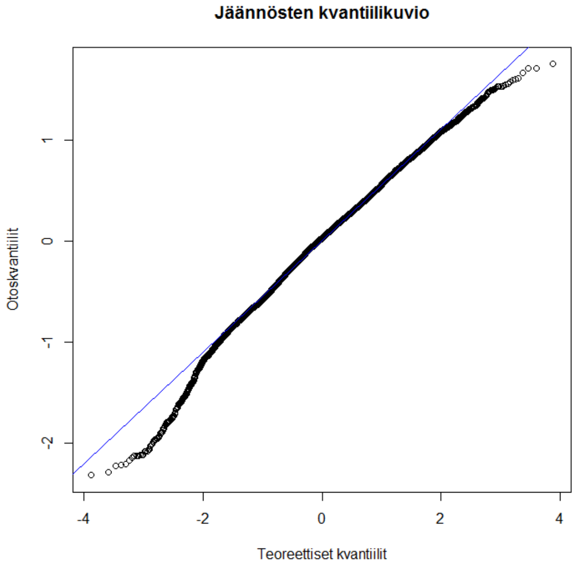
Kuva 4: Alkuperäisten työrauha-arvojen ja sovitettujen arvojen yhteisjakauma.



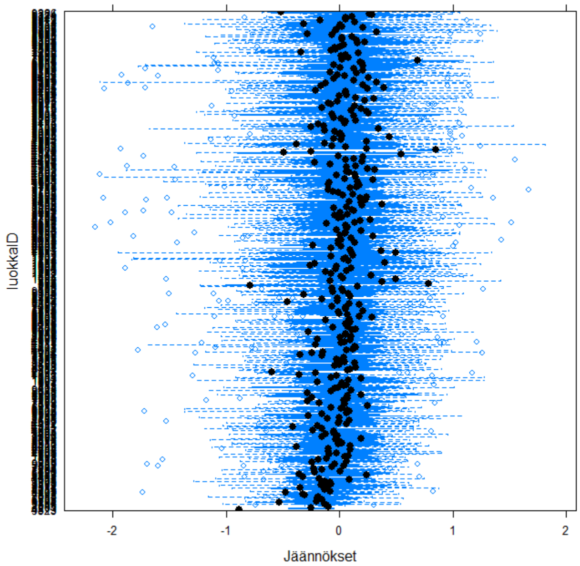
Kuva 5: Työrauhan jäännösten normaalisuus.

6 Yhteenveto

Tuloksissa selvisi, että oppilaan kokemus oppilaiden välisistä suhteista, kokemus hyvän käytöksen huomioimisesta, selkeät käyttäytymisodotukset ja kokemus koulun sääntöjen oikeudenmukaisuudesta selittävät tässä aineistossa oppilaan kokemusta

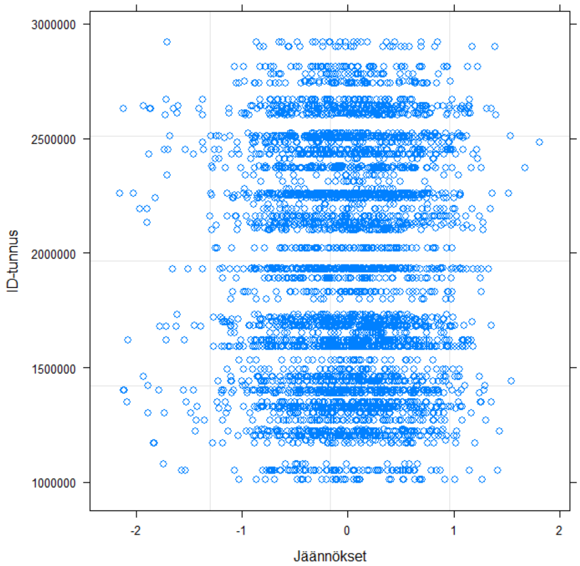


Kuva 6: Työrauhan jäännösten normaalisuus, kvantiilikuvio.



Kuva 7: Mallin luokkakohtaiset jäännökset.

luokan työrauhasta. Koko luokkaa koskevista tekijöistä opettajan työkokemus opettamassaan koulussa, opettajan kokemus omasta minäpystyvyydestään, luokan oppilasmäärä, tyttöjen osuus sekä tarkkaavuus- ja käytösongelmaisten oppilaiden osuus selittävät myös oppilaan kokemusta luokan työrauhasta. Koulun sääntöjen oikeudenmukaisuuden ja hyvän käytöksen huomioimisen kokemus selittävät työrauhan kokemista eri luokissa eri tavalla: joissakin luokissa ne selittävät työrauhaa vähemmän, toisissa enemmän. Oppilassuhteiden ja koulun sääntöjen oikeudenmukaisuuden välillä sekä selkeiden käyttäytymisodotusten ja hyvän käytöksen huomioimisen välillä

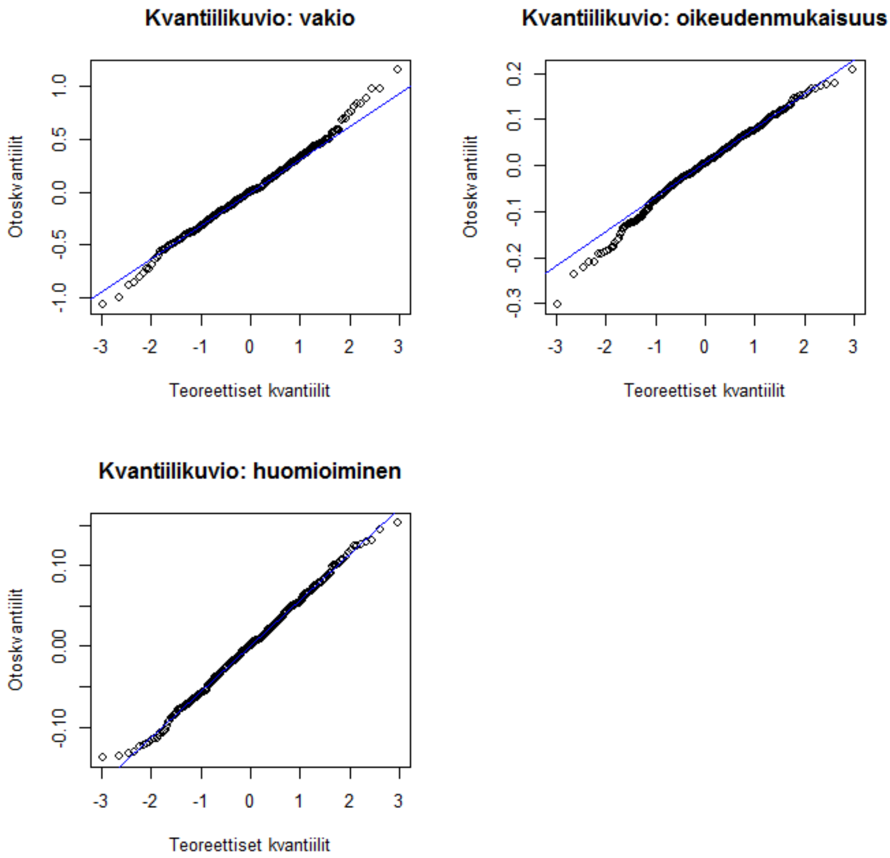


Kuva 8: Mallin oppilaskohtaiset jäännökset.

on yhdysvaikutus. Jos siis sekä oppilassuhteet ja koulun sääntöjen oikeudenmukaisuuden arviot ovat molemmat hyviä, positiivinen vaikutus työrauhaan on suurempi, kuin silloin, jos toinen olisi hyvä ja toinen huonompi tai molemmat huonoja. Selkeillä käyttäytymisodotuksilla ja hyvän käytöksen huomioimisella on samanlainen vaikutus. Eniten vaikutusta standardoitujen estimaattien perusteella on kokemuksella oppilaiden välisistä suhteista, oppilasmäärällä ja kokemuksella käyttäytymisodotusten selkeydestä.

Aiemmissa työrauhaan liittyvissä tutkimuksissa (ks. johdanto) löydettiin eroja työrauhassa eri koulujen ja alueiden välillä. Näin ei ollut tämän aineiston kouluissa. Prokoulu-aineiston kaikki koulut olivat Itä-Suomen alueelta, mikä voi olla yksi syy siihen, että eroja ei ollut. Toisaalta opetussuunnitelma ja opettamiseen ja kouluun liittyvät säädökset ovat samat jokaiselle Suomen koululle, ja siihen pyritäänkin, ettei koulujen välillä olisi suuria eroja opetuksessa tai esimerkiksi koulun säännöissä. Prokoulu-aineistossa erot työrauhassa ovat lähinnä luokkien välisiä eroja ja toisaalta kokemukset työrauhasta eroavat myös luokan sisällä oppilaiden välillä. Aiemmin havaittiin, että luokan oppilasmäärä ei vaikuttanut työrauhaan, mutta tässä aineistossa se oli merkitsevä muuttuja mallissa. Tulosten eroavuutta saattaisi selittää se, että luokan oppilasmäärä ei välttämättä ole suoraan yhteydessä työrauhaan, vaan oppilasmäärä saattaa vaikuttaa esimerkiksi oppilaan keskittymiskykyyn tai muuhun asiaan, jota tässä tutkimuksessa ei mitattu, ja sitä kautta työrauhaan.

Aiemmissa tutkimuksissa oppilaan sosioekonomisella taustalla oli yhteys työrauhaan. Prokoulu-aineistossa oppilaan sosioekonomista taustaa mitattiin oppilaan perheen varallisuudella, jossa ei ollut juurikaan eroja oppilaiden perheiden välillä. Op-



Kuva 9: Kvantiilikuvat satunnaiselle vakiolle ja satunnaisille kulmakertoimille koskien muuttujia hyvän käytöksen huomioiminen(A3) ja koulun sääntöjen oikeudenmukaisuuden kokeminen (A4).

pilaat arvioivat perheen varallisuutta mm. perheen autojen ja ulkomaanmatkojen määrällä, joka ei välttämättä kerro kaikkea perheen varallisuudesta. Opettajaan liittyvissä selittävissä tekijöissä mielenkiintoista oli, että opettajan työkokemus opettamassaan koulussa oli tärkeämpi työrauhaa selittävä tekijä kuin opettajan ikä ja kokonaistyökokemus opettajana, jotka eivät olleet merkitseviä selittäviä tekijöitä mallissa. Kokonaistyökokemus opettajana oli kuitenkin lähellä merkitsevää (p=0.08). Myös muuttuja, joka kuvasi oppilaan arviota hyvän käytöksen harjoittelusta oli lähes tilastollisesti merkitsevä (p=0.06). Oppilaan sukupuolella ei ollut aiemmissa tutkimuksissa vaikutusta työrauhaan. Tässäkään aineistossa sukupuoli ei vaikuttanut työrauhan kokemiseen, mutta luokan sukupuolijakauma oli merkitsevä selittävä muuttuja. Voidaan siis sanoa, että vaikka eri sukupuolten määrä luokassa oli yhteydessä työrauhan tasoon, tytöt ja pojat olivat työrauhan tasosta keskimäärin samaa mieltä.

Prokoulu-toiminnan toteuttamisen kannalta olennaista on, että mallissa työrauhaan ovat yhteydessä hyvän käytöksen huomioiminen, selkeät käyttäytymisodotukset, koulun sääntöjen oikeudenmukaisuus ja opettajan minäpystyvyys. Prokoulumallilla pyritään vaikuttamaan näihin asioihin: opettajia kannustetaan antamaan oppilaille positiivista palautetta ja osoittamaan selkeästi, miten esimerkiksi luokassa tai välitunnilla toimitaan. Koulun ja luokan sääntöjä luodaan ja pohditaan yhdessä, jolloin oppilaat ymmärtävät niiden merkityksen. Koko koulun ja luokan "yhteispeli" ja opettajalle tarjotut työkalut työrauhan ylläpitoon pienentävät opettajan työn kuormittavuutta ja siten toivottavasti vahvistavat opettajan käsitystä itsestään osaavana opettajana.

Kiitokset

Kiitän Niilo Mäki Instituutin koko Prokoulu-projektia tutkimusaineistosta sekä professori Hannu Savolaista ja dosentti Vesa Närheä tutkimusaiheen valinnasta ja avusta. Kiitokset myös KM Iines Palmulle hyvistä kommenteista tutkielmani tekstiin liittyen.

Kiitokset FT Salme Kärkkäiselle tutkielmani ohjaamisesta, yhteistyöstä tutkimuksen tekijöiden kanssa ja hyvistä pohdiskelutuokioista. Kiitokset myös tutkielmani tarkastajalle, yliopistonlehtori Sara Taskiselle hyvistä huomioista ja kommenteista.

Lisäksi haluan kiittää Ville Korhosta tuesta ja avusta tutkielman teossa.

Viitteet

Brown, H.,& Prescott, R. (2015). *Applied Mixed Models in Medicine*. John Wiley & Sons, Ltd., United Kingdom.

Cronbach, L. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika*, 16(3): 297–334.

Demidenko, E. (2013). *Mixed Models*. John Wiley & Sons Inc, New Jersey.

Geiser, C. (2012). *Data Analysis with Mplus*. Guilford Press, New York.

Holopainen, P., Järvinen R., Kuusela J. & Packalen, P. (2009). *Työrauha tavaksi*. Opetushallitus, Edita Prima Oy, Helsinki.

Hox, J. (2010). *Multilevel Analysis*. Routledge, New York.

Kämppi, K., Välimaa, R., Tynjälä, J., Haapasalo, I., Villberg, J. & Kannas, L. (2008). *Peruskoulun 5., 7. ja 9. luokan oppilaiden koulukokemukset ja koettu terveys. WHO-Koululaistutkimuksen trendejä vuosina 1994–2006.* Juvenes Print - Tampereen yliopistopaino Oy, Tampere.

Pinheiro, J. & Bates, D. (2002). *Mixed-Effects Models in S and S-PLUS*. Springer-Verlag New York, Inc., New York.

Pinheiro J., Bates D., DebRoy S., Sarkar D. & R Core Team (2016). *nlme: Linear and Nonlinear Mixed Effects Models*. R package version 3.1-128, http://CRAN.R-project.org/package=nlme.

http://www.prokoulu.fi/toimintamalli/. *Prokoulu (2013).*
Viitattu 1.10.2016.

R Development Core Team (2008). *R: A Language and Environment for Statistical Computing.* R Foundation for Statistical Computing, Vienna. http://www.R-project.org.

Raudenbush, S. & Bryk, A. (2002). *Hierarchical Linear Models*. Sage Publications, Inc., California.

Rimpelä, M., Rigoff, A.-M., Kuusela, J. & Peltonen, H. (toim.) (2007). *Hyvinvoinnin ja terveyden edistäminen peruskouluissa. Perusraportti kyselystä 7.–9. vuosiluokkien kouluille.* Opetushallitus ja Stakes. Vammalan Kirjapaino Oy, Vammala.

Rimpelä, M., Kuusela, J., Rigoff, A.-M., Saaristo, V. & Wiss, K. (2008). *Hyvinvoinnin ja terveyden edistäminen peruskouluissa 2. Perusraportti kyselystä 1.–6. vuosiluokkien kouluille.* Opetushallitus ja Stakes. Vammalan Kirjapaino Oy, Vammala.

Sharma, U., Loreman, T. & Forlin, C. (2012). Measuring teacher efficacy to implement inclusive practices. *Journal of Research in Special Educational Needs*, 12(1), 12–21.

Saloviita, T. (2000). *Työrauha luokkaan.* PS-kustannus, Opetus 2000, Jyväskylä.

Tschannen-Moran, M. & Gareis, C. (2004). Principals' sense of efficacy: Assessing a promising construct. *Journal of Educational Administration*, 42(5), 573-585.