

**Matematiikan minäpystyvyyden yhteys yhteen- ja vähennyslaskutaidon kehitykseen 2.-5. luokan oppilailla**

Törö Jenni-Kaisa

Erityispedagogiikan  
pro gradu -tutkielma  
Kevätlukukausi 2017  
Kasvatustieteiden laitos  
Jyväskylän yliopisto

## TIIVISTELMÄ

**Törö, Jenni-Kaisa. 2017. Matematiikan minäpystyvyyden yhteys yhteen- ja vähennyslaskutaidon kehitykseen 2.-5 . luokan oppilailla. Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden laitos. 37 sivua.**

Sujuva laskutaito on tärkeä arjentaito. Se luo myös pohjan korkeampien matemaattisten taitojen oppimiselle. PISA-testien yhteydessä on havaittu, että suomalaisilla oppilailla heidän minäpystyvyyksensä on yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen muita maita voimakkaammin. Minäpystyvyyden on huomattakin ennustavan matemaattista suoriutumista, jos tutkitaan taidon tasoa sillä hetkellä. Sen sijaan ei ole tutkittu minäpystyvyyden yhteyttä peruslaskutaitojen kehitykseen.

Tämän tutkielman tarkoituksena oli selvittää, kuinka minäpystyvyys oli yhteydessä peruslaskutaitoon ja sujuvuuden kehitykseen yhteen- ja vähennyslaskuissa 2.-5. luokkalaisilla kahdeksan kuukauden seurantajakson aikana. Lisäksi selvitettiin, oliko minäpystyvyyden ja laskemisen sujuvuuden kehityksen yhteys erilaista eri-ikäisillä oppilailla ja tytöillä tai pojilla.

Tutkimusjoukon muodostivat 1344 oppilasta. Yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuutta arvioitiin aikarajoitteisilla ryhmätehtävillä, lukuvälillä 0-20. Minäpystyvyyttä testattiin kyselylomakkeella, jossa lapsi vastasi annettuihin väittämiin 7-asteisella Likertin asteikolla.

Tutkielman tuloksena huomattiin, että matematiikan minäpystyvyys oli tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä peruslaskutaidon tasoon kaikilla ikäluokilla. Sen lisäksi havaittiin, että tytöillä minäpystyvyyden yhteys peruslaskutaitoon oli vahvempi kuin pojilla. Sen sijaan laskutaidon kehitykseen löydettiin heikko yhteys vain neljännen luokan yhteenlaskukehityksen osalta. Muuten merkitsevää yhteyttä ei löydetty minäpystyvyyden ja peruslaskutaidon kehityksen väliltä eri-ikäisillä lapsilla, eikä eri sukupuolilla.

Johtopäätöksenä voidaan todeta, että tutkielman valossa minäpystyvyyden yhteys peruslaskutaidon tasoon on selvä, mutta yhteys laskutaidon kehi-

tykseen on vain hyvin heikko tai sitä ei ole. Minäpystyvyyden ja taitotason yhteyden osalta tutkielman tulokset ovat linjassa aiempien tutkimusten kanssa. Aiemmat tutkimukset ovat lähinnä poikkileikkaustutkimuksia, eikä minäpystyvyyden ja peruslaskutaitojen kehityksen yhteyttä ole tutkittu. Jatkossa tutkimusta tarvittaisiin selvittämään, onko minäpystyvyyden yhteys peruslaskutaidon kehitykseen erilaista heikoilla laskijoilla tai vahvoilla laskijoilla.

Asiasanat: minäpystyvyys, yhteenlaskutaito, vähennyslaskutaito, laskemisen sujuvuus

# SISÄLTÖ

## TIIVISTELMÄ

## SISÄLTÖ

<b>JOHDANTO .....</b>	<b>11</b>
Peruslaskutaitojen varhainen kehitys .....	6
Peruslaskutaidon kehitys - strategioiden kautta sujuvaksi laskijaksi .....	8
Minäpystyvyyden yhteys oppimiseen ja sukupuolten väliset erot.....	10
Minäpystyvyyden yhteys matemaattiseen suoriutumiseen.....	12
Tutkimuskysymykset .....	14
<b>TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN .....</b>	<b>16</b>
Tutkimuksen konteksti.....	16
Tutkittavat.....	16
Aineistonkeruu.....	17
Aineiston analyysi.....	18
<b>TULOKSET .....</b>	<b>19</b>
<b>POHDINTA .....</b>	<b>26</b>
Jatkotutkimusaiheet.....	31
<b>LÄHTEET .....</b>	<b>33</b>

# JOHDANTO

Matemaattiset perustaidot ovat ihmiselämän ydintaitoja (McCrink & Wynn, 2007), joita tarvitaan yhteiskunnan täysivaltaisena jäsenenä toimimiseen. Suomalaiset oppilaat ovat pärjänneet kautta aikojen PISA-tutkimuksissa hyvin. Suomi on ollut kärkimaita, vaikka tulokset etenkin matematiikan osalta ovat heikentyneet 2010-luvulla (PISA 2012) (Väljærvi ym., 2015), ja viimeisimmässä PISA-testissä (2015) säilyneet samalla tasolla (Vettenranta ym., 2016).

Vuoden 2003 PISA-testien tuloksista huomattiin, että Suomessa oppilaiden asenne- ja motivaatiotekijät olivat vahvemmin yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen kuin monissa muissa OECD-maissa (Kupari & Törnroos, 2004). Näin ollen on tärkeä tukea näitä asenteellisia ja motivaationaalisia tekijöitä, kuten oppilaiden minäpystyvyyttä, kiinnostusta matematiikkaan ja motivaatiota, jotta ne eivät vaikuttaisi oppimistuloksiin ja jatkokoulutukseen hakeutumiseen.

On tutkittu, että oppilaan minäpystyvyys vaikuttaisi yleisesti akateemiseen suoriutumiseen (Pajares, 2006) ja sillä on huomattu olevan selvä yhteys myös matemaattiseen suoriutumiseen (Pajares, 1996; Yurt, 2014; Parker, Marsh, Ciarrochi, Marshall & Abduljabbar, 2014). Minäpystyvyys vaikuttaa muun muassa oppilaan tekemiin valintoihin sekä siihen, kuinka paljon ja pitkäjänteisesti hän on valmis työskentelemään, ja kuinka joustavasti hän suhtautuu vastoin käymisiin (Pajares, 2002).

Koska minäpystyvyyskäsitelmä alkaa kehittyä jo varhaisessa vaiheessa, ja se vaikuttaa matemaattiseen suoriutumiseen etenkin myöhemmällä koulu-uralla (Bandura, 1997; Parker, Marsh, Ciarrochi, Marshall & Abduljabbar, 2014), olisi tärkeää puuttua jo varhain minäpystyvyyden heikkoon kehitykseen. Onnistumisen kokemusten luonti on tässä avain asemassa, sillä vahvin minäpystyvyyskäsitelmään vaikuttava yksittäinen tekijä, on oppilaan omat kokemukset tehtävissä selviämisestä (Bandura, 1997; Pajares & Valiante, 1997).

Minäpystyvyyden vaikutusta alakouluikäisillä on tutkittu vain vähän, pääasiassa on tutkittu yläkouluikäisiä ja vanhempia (Klassen & Usher, 2009; Joët, Usher, Bressoux, 2011). Aiemmin on tutkittu lähinnä poikkileikkauksittain,

onko minäpystyvyys yhteydessä matemaattiseen taitotasoon. Sen sijaan ei ole pitkittäistutkimuksia aiheesta, onko minäpystyvyydellä yhteyttä matemaattisten taitojen kehitykseen.

Tämän tutkielman tavoitteena oli selvittää, kuinka minäpystyvyys oli yhteydessä peruslaskutaitoon, ja kuinka se vaikutti yhteen- ja vähennyslaskutaidon kehitykseen. Sen lisäksi haluttiin selvittää, oliko minäpystyvyyden ja laskutaidon kehityksen yhteys erilaista eri-ikäisillä lapsilla ja tytöillä tai pojilla. Tutkielma on toteutettu yhteistyössä Jyväskylän Yliopiston ja Niilo Mäki Instituutin tutkimushankkeen *Minäpystyvyys ja oppimisinterventiot* kanssa.

## **Peruslaskutaitojen varhainen kehitys**

Laskutaidon kehitys alkaa lapsilla jo huomattavasti ennen muodollista kouluopetusta (Krajewski & Schneider, 2009). Jo ennen kouluikää lapsi kiinnostuu ja alkaa huomaamattaan kehittää tietouttaan lukumääräisyyksistä, asioiden luokittelusta ja vertailusta. On tutkittu, että varhainen kiinnostus on vahvasti yhteydessä myöhempisiin matemaattisiin taitoihin (Fisher, Dobbs-Oates, Doctoroff & Arnold, 2012).

Laskutaidon kehitys on monisyinen prosessi, ja sen yksiselitteinen kuvaus on haastavaa, sillä matemaattiset perustaidot ovat kompleksisia: pienemmätkin osa-alueet muodostuvat erilaisista osataidoista ja niihin vaikuttavista tekijöistä (Landerl, Bevan & Butterworth, 2004). Matemaattiset taidot ovatkin vahvasti kumuloituvia, uudet taidot kehittyvät aina aiemman päälle (Krajewski & Schneider, 2009). Näin ollen haasteet varhaisissa taidoissa vaikeuttavat kehittyneempien taitojen oppimista. Matemaattisissa taidoissa havaittujen erojen on huomattu olevan kohtuullisen pysyviä: lapset, jotka esikoulussa ovat heikkoja matemaattisilta taidoiltaan, pysyvät keskimääräistä vertaisryhmäänsä jäljessä läpi koulu-uran (Morgan, Fargas & Wu, 2009).

Tutkimuksissa on löydetty varhaisia matemaattisia taitoja, jotka luovat pohjan koulussa opittaville matemaattisille taidoille. Nämä taidot voidaan Au-

nion ja Räsänen (2015) kirjallisuuskatsauksen mukaan jakaa neljään ydintaito-alueeseen (Aunio & Räsänen, 2015). *Lukumääräisyyden taju* tarkoittaa synnynäistä kykyä hahmottaa epätarkasti lukumääräisyyksiä ilman, että niitä laskeaan kielellisesti. Jo puolen vuoden ikäiset lapset osaavat erotella lukumääräisyyksiä toisistaan, kun niiden ero on suuri. Vähitellen iän myötä taito kehittyä ja kouluikäisenä lapsi pystyy erottelemaan toisistaan jo pienenkin eron lukumääriä (Izard, Sann, Spelke & Streri, 2009).

*Matemaattisten suhteiden hallintaan* kuuluu erilaisia osatekijöitä (Aunio & Räsänen, 2015). Esimerkiksi tähän sisältyvät matemaattis-loogiset taidot, kuten sarjoittaminen, taito vertailla ja luokitella asioita. Hyvin olennainen osa matemaattisten suhteiden hallintaa on yksi yhteen -vastaavuuden ymmärtäminen, jolloin lapsi osaa yhdistää lukusanan ja konkreettisen lukumäärän yhteen (esimerkiksi kaksi tarkoittaa kahta autoa). Jotta kehittyneempi laskemisen taito on mahdollista, on lapsen hallittava yksi yhteen -vastaavuus (Muldoon, Lewis, Towse 2005). Matemaattisten suhteiden hallintaan kuuluvat myös aritmeettiset periaatteet (kokonaisuusien muodostuminen pienemmistä kokonaisuuksista:  $1 + 5 = 6$  tai  $3 + 3 = 6$ ), paikka-arvon ja kymmenjärjestelmän ymmärtäminen (luvun 3 merkitys on eri, jos perässä yksi nolla tai kaksi nollaa) sekä matemaattisten symboleiden hallinta ( $=$ ,  $>$ ,  $<$ ) (Aunio & Räsänen, 2015).

*Laskemisen taidot* sisältävät Aunion ja Räsänen (2015) mukaan pohjataidot kohti aritmeettisiä perustaitoja. Varhainen lukumäärien laskeminen edellyttää lukujonon luettelemisen taidon kehittymistä (Ostad, 1999). Lukumäärien laskemisen taito perustuu tähän lukujonon luuttelemiseen: lapsi aloittaa laskemisen luuttelemalla lukujonoa eteenpäin. Sujuvan laskutaidon saavuttamiseksi on tärkeää, että lukujonotaidot kehittyvät riittävästi – siten, että lapsi pystyy luuttelemaan lukuja eteen- ja taaksepäin, hyppäyksittäin tai jatkamalla annetusta luvusta. Lukujonotaidot ovat selvästi yhteydessä laskusujuvuuden kehittymiseen myöhemmin (Baroody, 1984).

*Aritmeettiset perustaidot* muodostuvat yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskujen hallinnasta. Näiden taitojen kehitystä kuvataan usein laskustrategioiden kautta. Aritmeettisten perustaitojen kehityksen tavoitteena on saada laskemi-

sesta nopeaa ja tarkkaa, eli *sujuvaa* (Aunio, 2008). Laskemisen sujuvuuteen vaikuttavat olennaisella tavalla laskustrategioiden kehittyneisyys, muistista haun tehokkuus ja työmuistin toiminta (Shrager & Siegler, 1998).

Tässä tutkielmassa keskitytään laskemisen sujuvuuteen helpoissa yhteen- ja vähennyslaskuissa lukuvälillä 1-20. Sujuvan laskutaidon myötä lapsella on käytössä tehokkaita laskemisen strategioita. Tutkielmassa ei suoraan mitattu ja arvioitu laskemisen strategioita vaan laskusujuvuutta, joka indikoi nopeiden ja hitaiden strategioiden käyttöä. Alla kuvataan strategioiden kehitystä tarkemmin.

## **Peruslaskutaidon kehitys - strategioiden kautta sujuvaksi laskijaksi**

Sujuvan peruslaskutaidon hankkiminen on yksi tärkeimmistä tavoitteista ensimmäisinä kouluvuosina (Aunio, 2008). Aritmeettisessa peruslaskutaidossa tapahtuu paljon kehitystä ensimmäisten kouluvuosien aikana, miksi se onkin opetuksen tavoitteiden keskiössä. Kehitys näkyy käytettyjen laskustrategioiden nopeutumisessa sekä tehokkaampien laskustrategioiden käyttöönotossa (Aunio, 2008).

Varhaiset laskustrategiat voidaan jakaa kolmeen kategoriaan: luetteleminen, toisesta laskusta johtaminen ja muistista palauttaminen (Shrager & Siegler, 1998). Esikouluikäinen lapsi aloittaa peruslaskutoimitusten harjoittelun pienillä luvuilla ja käyttää luettelemiseen perustuvia strategioita. Laskeminen tapahtuu lukusanoja luetellen, ja apuna käytetään aluksi jotain konkreettista apuvälinettä (kuten sormet) (Krajewski & Schneider, 2009). On tutkittu, että ääneen luettelemista (Ostad, 1999) ja sormien (tai esineiden) avulla laskemista esiintyy jokaisella lapsella jossain vaiheessa (Domahs, Krinzinger & Willmes, 2008). Vähitellen apuvälineet jäävät, ja lapsi oppii luettelemaan lukujonoa mielessään (Ostad, 1999).



Yhteenlaskuissa luetteluun perustuva laskeminen alkaa Ostadin (1999) mukaan *kaikkien lukujen luettelemisesta* (esim.  $1+3$  ratkaistaan  $1 - 1, 2, 3 - 1, 2, 3, 4$ ) Myöhemmin lapsi oppii aloittamaan *laskemisen keskeltä lukujonoa* (esim.  $1 + 3, 1 - 2, 3, 4$ ). Kehittyneempi vaihe on, kun lapsi luettelee *mahdollisimman vähän lukuja* (esim.  $2 + 3$  luetellaan  $3 - 4, 5$ ) (Ostad, 1999). Tässä vaiheessa yhteenlaskun vaihdannaisuuslaki on selvinnyt lapselle: lopputulos ei muutu, vaikka aloittaisi luettelon kummasta numerosta vain.

Vähennyslaskut lapsi aloittaa Ostadin (1999) mukaan ensin *laskemalla kaikki alusta alkaen* (esim.  $8-6$ , lapsi luettelee kahdeksaan asti ja luettelee viisi pois ja laskee jäljelle jääneet). Vähennyslaskujen laskemisen tehokkuutta varten on tärkeää, että lapsi oppii yhteen- ja vähennyslaskun yhteyden. On tehokkaampaa *laskea eteenpäin*  $8-6$  siten, että aloittaa luettelemaan kuudesta eteenpäin kahdeksaan ( $7, 8$  eli vastaus on  $2$ ), kuin *laskea taaksepäin* kahdeksasta kuusi pois. Lapsi voi laskea myös *taaksepäin* (esim.  $7-3$  lasketaan luettelemalla  $6, 5, 4$ ). Kun taidot kehittyvät edelleen lapsi käyttää eteen- tai taaksepäin laskemista riippuen siitä, kummassa tarvitsee laskea *vähemmän* (Ostad, 1999).

Taitojen kehittyessä lapsi alkaa muistaa jo moneen tuttuun, toistuneeseen laskuun vastaukset ulkoa, eikä hänen tarvitse enää luetella jokaista laskun jäsentä (Aunio, 2008). Tätä kutsutaan *aritmeettisten faktojen muistamiseksi*. Esimerkiksi laskua  $3+4$  ei tarvitse laskea joka kerta uudestaan, vaan sen tulos voidaan hakea nopeasti ja tarkasti muistista. Aritmeettisten faktojen muistista hakeminen vapauttaa resursseja monimutkaisempien laskutoimitusten ratkaisemiseen, mikä on tärkeää korkeampien matemaattisten taitojen oppimisen kannalta (Aunio, 2008; & Siegler, 1998). Tutkimuksissa on huomattu, että lapset oppivat käyttämään muistista palauttavia strategioita pääasiallisena laskustrategiana noin yhdeksään ikävuoteen mennessä (Brauer, Verguts, & Fias, 2006).

Aritmeettisten yhdistelmien muistamisen lisäksi lapsi voi *johtaa laskun vastauksen* jonkin tuntemansa yhdistelmän kautta (esim.  $5-4=1$ , joten  $5-3=2$ , koska kolme on yhden pienempi kuin neljä). Laskemisessa voidaan hyödyntää helposti muistettavia yhdistelmiä, kuten tuplia, kymppipareja, 10-laskuja (Steinberg, 1985). Lasku voidaan myös *pilkkoa osiin ja koota lasku* uudestaan tuttujen

yhdistelmien avulla. Lisääminen tai vähentäminen 10 kautta on yleinen laskustrategia osavaiheisiin pilkkoessa (esim.  $4+7$ ,  $4+6+1=10+1=11$ ) (Steinberg, 1985).

Shragerin ja Sieglerin (1996) mukaan sujuva laskija käyttää eri strategioita hyväkseen niin, että laskeminen nopeaa ja tarkkaa. Pelkkä muistista palauttaminen ei yksin strategiana riitä tukemaan korkeampien matemaattisten taitojen oppimista (Vasilyeva, Laski & Shen, 2015). Sujuva peruslaskutaito edesauttaa monimutkaisempien laskutoimitusten oppimista vapauttamalla prosessointikykyä peruslaskuista (Meyer, Salimpoor, Wu, Geary & Menon, 2010). Peruslaskujen nopea ja tarkka laskeminen helpottaa myöhempää matemaattista oppimista. Siksi sujuvan peruslaskutaidon harjoittamiseen tulisi opetuksessa kiinnittää paljon huomiota.

Tässä tutkimuksessa tutkittavina olivat 8-11-vuotiaat lapset. Koska on tutkittu, että noin yhdeksään ikävuoteen mennessä lapset siirtyvät pääasiallisesti käyttämään muistista hakua laskustrategianaan helpoissa peruslaskuissa (Brauwer, Verguts, & Fias, 2006), voidaan olettaa, että tutkittavista osalla alkaisivat peruslaskutaidot olla vakiintuneita ja peruslaskujen laskeminen olisi tehokasta ja sujuvaa. Nuorimmat tutkittavat ovat kuitenkin vielä siinä kehityksen vaiheessa, että luettelupohjaiset laskustrategiat voivat olla vallalla ja laskusujuvuus näyttäytyy siten heikompana. Laskustrategioita ei tässä tutkimuksessa voitu arvioida, mutta mitattu laskusujuvuus toimii indikaattorina siitä, miten automatisoitunutta ja tehokkaita laskemisen strategiat olivat.

## **Minäpystyvyyden yhteys oppimiseen ja sukupuolten väliset erot**

Minäpystyvyydellä viitataan Albert Banduran (1986) sosiokognitiivisen teorian käsitteeseen *self-efficacy*. Minäpystyvyys on yksilön uskoa omaan selviytymiseen tietyssä tilanteessa, luottamista omiin kykyihin ja taitoihin (Bandura, 1997). Esimerkiksi oppilas, jolla on vahva minäpystyvyyskäsitys, ajattelee selviytävänsä hyvin tehtävästä, kun taas oppilas, jolla on heikko minäpystyvyyskäsitys, odottaa epäonnistuvansa (Pajares, 2006).

Minäpystyvyyuskäsitys muodostuu vähitellen iän myötä, kokemusten kautta. On tutkittu, että minäpystyvyyuskäsitys vastaa todellista suoriutumista paremmin toisen asteen opiskelijoilla kuin alakouluikäisillä (Pajares & Miller, 1997). Pienet lapset voivat herkästi yliarvioida pystyvyyttään (Schunk & Pajares, 2001), ja siksi pienten lasten minäpystyvyyuskäsityksiä tulee tulkita kriittisesti, ja niiden mittaaminen vaatii erityistä tarkkuutta. Minäpystyvyyuskäsitysten on tutkittu heikkenevän vähitellen koulu-uran edetessä. Yläkouluiässä heikentymisen on nähty olevan suurinta (Wigfield ym., 1996), kun taas lukioiässä käsitykset pysyvät jokseenkin vakaina (Pajares ym., 2007).

Minäpystyvyyuskäsitys muodostuu useasta eri lähteestä. Vahvin minäpystyvyyden lähde on omien onnistumisen ja epäonnistumisen kokemusten kautta lisääntyvä tietoisuus omista taidoista (Bandura, 1997; Pajares & Valiante, 1997). Minäpystyvyyuskäsitystä kerrytetään myös toisiin vertaamalla ja sosiaalisen vahvistamisen kautta (opettajan, vanhempien kannustus ja tuki) (Bandura, 1997; Joët, Usher & Bressoux, 2011). Näiden tekijöiden lisäksi emotionaalisella ja psykologisella mielentilalla on vaikutus minäpystyvyyteen: esimerkiksi ahdistus, stressi, onnellisuus, innokkuus vaikuttavat käsityksen kehittymiseen ja muokkautumiseen (Bandura, 1997).

Minäpystyvyytutkimuksessa on ollut pääasiassa kaksi tutkimuslinjaa: on tutkittu sen yhteyttä 1) akateemiseen suoriutumiseen ja kognitiivisiin prosesseihin (esim. Parker, Marsh, Ciarrochi, Marshall & Abduljabbar, 2014) sekä 2) jatko-opiskelupaikan ja ammatin valintaan (esim. Zeldin, Britner & Pajares, 2007). Minäpystyvyyden yhteyttä eri tekijöihin on tutkittu lähinnä yläkouluikäisillä ja vanhemmilla. Alakouluikäisillä tutkimuksia on tehty vain vähän (esim. Joët, Usher & Bressoux, 2011; Lloyd, Walsh & Yailagh, 2005).

Minäpystyvyyys on hyvin tilanne- ja tehtäväsidonnaista (Pajares, 2002). Sen kehitys on monimutkaista ja ailahtelevaa (Phan, 2012). Minäpystyvyydestä voidaan erottaa erilaisia spesifisyystasoja. Voidaan mitata yleistä minäpystyvyyttä esimerkiksi yleisesti matematiikassa tai tietyssä yksittäisessä tehtävässä (Bandura, 1997). Minäpystyvyyttä voidaan arvioida myös itsesäätelyn kautta: kuin-

ka yksilö kokee pystyvänsä säätelemään esimerkiksi keskittymistä matemaattisia tehtäviä tehdessään (Bandura, 1997).

Minäpystyvyyden on huomattu vaikuttavan strategioiden valintaan ja tavoitteiden asetteluun (Fenollar, Róman & Cuestas, 2007; Liem, Nau & Nie, 2008). Minäpystyvyyksäilykset vaikuttavat myös yksilön motivaatioon ja tunteisiin (Bandura, 1992). Mitä vahvemmat pystyvyyssodotukset ovat, sitä enemmän yksilö on valmis näkemään vaivaa ja ponnistelemaan saavuttaakseen tavoitteet (Bandura, 1997; Pajares, 2006). Mikäli pystyvyyssodotukset ovat heikot, oppilas ei motivoitu, ei ponnistele ja voi kehittää tehtävää välttelevää käytöstä, mikä taas on yhteydessä heikkoon akateemiseen suoriutumiseen (Lorsbach & Jinks, 1999).

On tutkittu, että minäpystyvyys vaihtelee jonkin verran tytöillä ja pojilla: poikien minäpystyvyyden on tutkittu olevan vahvempaa kuin tyttöjen (Wigfield ym., 1996; Harters, Waters & Whitesell, 1997). Sukupuolen vaikutusta minäpystyvyyteen on selitetty esimerkiksi tyttöjen vaatimattomuudella (Wigfield ym., 1996). Eroa on selitetty myös stereotyyppisillä käsityksillä poikien ja tyttöjen taitoeroista (Harters, Waters & Whitesell, 1997): poikien ajatellaan olevan parempia matematiikassa ja tyttöjen äidinkielessä ja näin he myös ajattelevat itse. On myös tutkittu, että sukupuolten välinen ero on yhteydessä kehitykselliseen tasoon: alakouluikäisten lasten pystyvyyksäilyksissä on vain pientä sukupuolten välistä eroa, eron kasvaessa yläkouluun siirryttäessä (Wigfield ym., 1996).

## **Minäpystyvyyden yhteys matemaattiseen suoriutumiseen**

On tutkittu, että matematiikassa minäpystyvyyksäilysten yhteys todelliseen suoriutumiseen on vahvempi kuin muissa akateemisissa oppiaineissa (Pajares & Valiante, 1999; Pajares, Miller & Johnson, 1999). Matemaattisen minäpystyvyyden kohdalla on löydetty myös sukupuolten välisiä eroja sen vahvuudessa (Wigfield, Eccles & Pintrich, 1996). Pojilla on tutkittu olevan vahvempi minäpystyvyys matematiikassa kuin tytöillä (Huang, 2011; Hyde & Mertz, 2009; Joët,

Usher & Bressoux, 2011). Sen sijaan sukupuolten väliltä ei ole löydetty tilastollisesti merkitsevää eroa matemaattisessa suoriutumisessa (Louis & Mistele, 2011). Onkin huomattu, että sukupuolten välinen ero matemaattisessa suoriutumisessa olisi vähitellen häviämässä (Hyde & Mertz, 2009). Tuoreimmissa PISA-tuloksissa (2015) kuitenkin huomattiin suomalaisten lasten kohdalla ensimmäistä kertaa tyttöjen olleen matematiikassa tilastollisesti merkitsevästi poikia parempia (Vettenranta ym., 2016). Tätä edellisessä PISA-testissä (2012) ei sukupuolten välistä eroa ollut, sitä ennen poikien tulokset matematiikassa ovat olleet tyttöjä parempia (Vettenranta ym., 2016).

Minäpystyvyyttä ja matematiikan oppimistuloksia on tutkittu enimmäkseen yläkouluikäisillä ja sitä vanhemmilla oppilailla. Tutkimukset ovat olleet pääasiassa poikittaistutkimuksia, joissa on tutkittu minäpystyvyyden yhteyttä matemaattiseen suoriutumiseen (esim. Pietsch, Walker & Chapman, 2003). Pitkittäistutkimuksia on aiheesta tehty vain vähän: on lähinnä tutkittu matemaattisen minäpystyvyyden yhteyttä jatko-opintoihin hakeutumiseen (esim. Parker, Marsh, Ciarrochi, Marshall & Abduljabbar, 2014). Alakouluikäisillä toteutettuja tutkimuksia minäpystyvyyden ja matemaattisen suoriutumisen yhteydestä on vain muutamia (esim. Joët, Usher & Bressoux, 2011; Lloyd, Walsh & Yailagh 2005; Herbert & Stipekin, 2005).

*Vanhemmilla oppilailla tutkittua.* Vanhemmilla oppilailla on huomattu, että minäpystyvyys ennusti selvästi matemaattista suoriutumista, kun matemaattinen suoriutuminen arvioitiin aihepesifillä mittarilla (Pietsch, Walker & Chapman, 2003). Sen lisäksi on tutkittu, että minäpystyvyys ennusti vahvasti yliopistoon pääsyä matemaattisen suoriutumisen lisäksi (Parker ym., 2014). Yliopistossa opiskelevilla miehillä on huomattu olevan vahvempi matemaattinen minäpystyvyys kuin naisilla (Pajares & Miller, 1994).

*Alakouluikäisillä tutkittua.* Pajaresin ja Grahamin (1999) tutkimuksessa havaittiin, että matematiikan tehtäväspesifi-minäpystyvyys oli ainut motivaationaalinen tekijä, joka ennusti matematiikan suoriutumista sekä lukuvuoden alussa että lopussa 6-luokkalaisilla oppilailla. Pajares ja Graham (1999) eivät löytäneet sukupuolten väliltä eroa minäpystyvyyden arviosta.

Jöet, Usher ja Bressoux (2011) tutkivat kolmasluokkalaisten minäpystyvyyttä ja sen lähteitä. He huomasivat, että pojat suoriutuvat paremmin matemaattisissa tehtävissä ja arvioivat myös minäpystyvyytensä vahvemiksi kuin tytöt.

Lloyd, Walsh ja Yailagh (2005) huomasivat tutkimuksessaan, että sukupuolten väliset erot matematiikan osaamisessa ja minäpystyvyydessä olisivat pienentyneet. Minäpystyvyyden osalta ei tilastollisesti merkitsevää eroa sukupuolten väliltä löytynyt. Tutkimuksessa arvioitiin tehtäväsäpesifiä minäpystyvyyttä ja peruslaskutoimitustestin tuloksia ja opettajan antamia arvosanoja matematiikassa (Lloyd, Walsh & Yailagh, 2005).

*Yhteenvetoa tutkimuksista.* Minäpystyvyyden ja matemaattisen taidon yhteyttä on tutkittu muihin oppiaineisiin verrattuna paljon. Sen sijaan tutkimuskenttä on laaja ja hajanainen. Tutkimusten välillä on suuria eroja siinä, miten minäpystyvyyttä tai matemaattista suoriutumista on arvioitu ja näin ollen niiden keskinäinen vertailu on haastavaa.

Alakouluikäisillä on tutkittu lähinnä vain minäpystyvyyden yhteyttä yleiseen matemaattiseen suoriutumiseen. On olemassa vain vähän tutkimuksia minäpystyvyyden ja peruslaskutaidon tai sen kehityksen välisestä yhteydestä. Tuoreessa pro gradu -tutkielmassa on havaittu, että minäpystyvyys korreloi peruslaskutaidon kanssa tilastollisesti merkitsevästi alakouluikäisillä lapsilla (Paukkunen & Lehtinen, 2015). Tämän tutkielman tarkoitus on lisäksi selvittää, onko minäpystyvyydellä yhteyttä peruslaskutaidon kehitykseen.

## **Tutkimuskysymykset**

Koska alakouluikäisillä on tutkittu minäpystyvyyden yhteyttä matemaattiseen suoriutumiseen vain vähän, eikä pitkittäistutkimusta minäpystyvyyden yhteydestä peruslaskutaidon kehitykseen, on tutkielman asetelma uusi. Tutkielman tavoitteena oli selvittää, oliko lähtötason minäpystyvyys yhteydessä oppilaiden yhteen- tai vähennyslaskutaitoon tai niiden sujuvuuden kehitykseen. Lisäksi tutkittiin, oliko tämä minäpystyvyyden ja peruslaskutaidon kehityksen yhteys

erilaista eri-ikäisillä lapsilla. Aineistosta analysoitiin myös, erosiko minäpystyvyyden yhteys laskusujuvuuden kehitykseen eri sukupuolilla.

Alla on esiteltyä tutkielman tutkimuskysymykset:

1. Miten minäpystyvyys on yhteydessä yhteen- ja vähennyslaskutaitoihin sekä niiden kehitykseen 2.-5. luokan oppilailla?
2. Miten minäpystyvyys on yhteydessä yhteen- ja vähennyslaskutaitoihin sekä niiden kehitykseen eri-ikäisillä lapsilla tai eri sukupuolilla?
3. Miten minäpystyvyys ja ikä tai sukupuoli on yhteydessä laskutaidon kehitykseen?

# TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

## Tutkimuksen konteksti

Tutkielma toteutettiin yhteistyössä Minäpystyvyys ja oppimisinterventiot – tutkimushankkeen kanssa. Hanke on Jyväskylän Yliopiston ja Niilo Mäki Instituutin toteuttama, Suomen Akatemian rahoittama. Vuosina 2013–2015 toteutetun projektin tavoitteena oli selvittää, kuinka oppilaiden minäpystyvyyksätykset vaikuttivat lukemisen ja matematiikan oppimiseen. Hankkeeseen sisältyi myös erilaisia luokan- ja erityisopettajan suorittamia oppimisinterventioita, joiden vaikutusta seurattiin mittauksin. Interventioilla tuettiin muun muassa yhteenlaskustrategioita, oppilaiden käsityksiä itsestä oppijana sekä toiminnanohjausta.

## Tutkittavat

Tutkimusjoukon muodostivat 1344 oppilasta 2.-5. luokalta yhteensä 19:sta Keski- ja Itä-Suomen alakoulusta. Tutkittavat valikoituivat vapaaehtoisiksi ilmoittautuneiden opettajien luokista. Tyttöjä heistä oli 649 ja poikia 695. Tarkemmat sukupuoli- ja ikäjakaumat esitellään alla taulukossa 1. Otoskoko vaihteli jonkin verran muuttujakohtaisesti puuttuvien tietojen takia.



Taulukko 1. Tutkittavien lukumäärä sukupuolittain ja ikäluokittain

Luokka-aste	Tytöt	Pojat	Yhteensä
2.lk			
N	103	104	207
%	7,7	7,7	15,4
3.lk			
N	239	238	477
%	17,8	17,7	35,5
4.lk			
N	174	198	372
%	12,9	14,7	27,7
5.lk			
N	133	155	288
%	9,9	11,5	21,4
Yhteensä			
N	649	695	1344
%	48,3	51,7	100,0

## Aineistonkeruu

Aineistoa kerättiin hankkeessa neljässä eri mittauspisteessä: alkumittaus tehtiin vuoden 2013 marraskuussa ja toinen vuoden 2014 tammikuussa, välimittaus ajoittui toukokuuhun 2014 ja loppumittaus syyskuuhun 2014. Tässä tutkielmassa käytettiin aineistoa kahdesta näistä mittauksesta: vuoden 2014 tammikuun alkumittausta ja syyskuun 2014 loppumittausta. Alla kuvaillaan tarkemmin tässä tutkielmassa hyödynnettyjä mittareita. Kaikki mittaukset toteutettiin ryhmätестeinä koulutettujen testaaajien ohjeistamana.

*Minäpystyvyyden mittaus.* Minäpystyvyyttä arvioitiin kyselylomakkeella, jossa vastausvaihtoehdoissa hyödynnettiin 7-asteista Likertin asteikkoa (1= Täysin varma, että en pysty ... 7= Täysin varma, että pystyn). Kyselylomake perustuu Banduran (2006) minäpystyvyysteoriaan, ja siinä on hyödynnetty jo aiemmin julkaistuja minäpystyvyysskyselyitä. Tähän tutkielmaan valikoitui väitteistä yhdeksän matematiikkaan liittyvää väitettä. Väitteitä oli kolmea eri tasoa: Niissä kysyttiin oppilaan käsitystä siitä, kuinka hän uskoo selviytyvänsä 1) matematiikan tehtävistä koulussa ja 2) matematiikkaa vaativista arjentilanteista

(kuten kaupassa tuotteen hinnan laskemisesta). Sen lisäksi väitteissä kysyttiin oppilaan käsitystä, kuinka hyvin 3) pystyy säätämään omaa toimintaansa (keskittymään) matemaattisissa tehtävissä. Tehtävät tehtiin samaan tahtiin niin, että testaja luki yhden väitteen ja jokainen ympyröi siihen sopivan vastauksen omasta lomakkeestaan. Kun kaikki olivat valmiina, siirryttiin seuraavaan tehtävään. Koko kyselylomakkeeseen vastaamiseen meni yhteensä 45-60min.

*Yhteen- ja vähennyslaskutaidon mittaukset.* Yhteen- ja vähennyslaskutaitoa testattiin kumpaakin 120 laskua sisältävällä kaksisivuisella tehtävälomakkeella. Lasta ohjattiin laskemaan mahdollisimman nopeasti ja tarkasti, niin monta laskua kahdessa minuutissa kuin kerkeää. Yhteenlaskutehtävissä laskettavat luvut olivat pienempiä kuin kymmenen (esim.  $9+7$ ,  $6+4$ ) ja vähennyslaskutehtävissä vähennettävä oli pienempi kuin 20 (esim.  $15-7$ ,  $11-8$ ). Molemmissa tehtävissä oikeasta vastauksesta sai yhden pisteen.

## **Aineiston analyysi**

Aineisto analysoitiin tilastollisilla analyysimenetelmillä, SPSS 22 -ohjelmalla. Minäpystyvyyssummamuuttuja muodostettiin yhdeksästä matematiikan minäpystyvyyteen liittyvästä väittämästä. Muodostetun summamuuttujan Cronbachin Alfa oli .85, mikä kertoo sen luotettavuuden olevan hyvä. Minäpystyvyyssummamuuttuja oli jakaumaltaan kohtalaisesti vino positiiviseen suuntaan: lapset olivat luottavaisia taitoihinsa. Näin ollen suoritettiin muuttujalle neliöjuuri ja käännös -muunnos (Metsämuuronen 2006, 657). Korrelaatioanalyysit tehtiin sekä alkuperäisellä että muunnetulla muuttujalla. Kovarianssianalyysit suoritettiin muunnetulla muuttujalla.

Laskutaidon ja sen kehityksen -muuttujat muodostettiin summamuuttujiksi erikseen yhteen- ja vähennyslaskun osalta. Jokaisesta mittauksesta viimeiseksi yritetyn laskun määrästä vähennettiin väärin menneet ja ylihypytyt tehtävät. Näin saatiin yhteen- ja vähennyslaskutaitoa kuvaavat muuttujat. Tämän jälkeen syyskuun 2014 summamuuttujasta vähennettiin tammikuun 2014 summamuuttuja, jolloin jäljelle jäi erotusmuuttuja, laskutaitojen kehitystä kuvaavat

muuttujat. Nämä taito- ja kehitysmuuttujat olivat kuvaajiltaan normaalisti jakaantuneita sekä yhteen- että vähennyslaskuissa.

Minäpystyvyyden, laskutaitojen ja niiden kehityksen muuttujien väliset yhteydet tutkittiin korrelaatiokertoimilla. Aineisto analysoitiin sekä Pearsonin että Spearmanin korrelaatiokertoimella. Spearmanin korrelaatiokertoimet tutkittiin, koska minäpystyvyyden muuttuja ei ollut normaalisti jakautunut. Korrelaatiokertoimet olivat samankaltaisia, joten tulososiossa esitellään Pearsonin testistä saadut tulokset. Korrelaatiot tutkittiin erikseen koko aineistosta (tutkimuskysymys 1), ikäluokittain sekä tytöille ja pojille (tutkimuskysymys 2). Näin saatiin selville, oliko minäpystyvyydellä ja laskutaidon tasoilla tai kehityksellä yhteyttä ja miten yhteys näyttäytyy eri luokka-asteilla ja eri sukupuolilla. Korrelaatiot analysoitiin sekä alkuperäisellä minäpystyvyyden summamuuttujalla sekä muunnetulla muuttujalla. Korrelaatiokertoimien välillä ei havaittu eroja, joten tulos-osassa on esitelty alkuperäisen muuttujan saamat korrelaatiokertoimet. Korrelaatiokertoimien voimakkuuksia vertailtiin Fisherin testillä.

Kolmannen tutkimuskysymyksen osalta analyysiä jatkettiin yksisuuntaisella kovarianssianalyysillä. Kovarianssianalyysillä haluttiin selvittää korrelaatioanalyysiä pidemmälle, löytyikö aineistosta minäpystyvyyden ja iän tai sukupuolen yhdysvaikutusta laskutaidon kehitykseen. Selitettävänä muuttajana olivat laskutaitojen kehitysmuuttujat, selittävänä muuttujana ensimmäisessä analyysissä oli ikä ja toisessa analyysissä sukupuoli. Kovariaattina analyyseissä oli minäpystyvyyden muuttuja.

## TULOKSET

Minäpystyvyyden sekä yhteen- ja vähennyslaskutaidon muuttujien saamat keskiarvot ja -hajonnat esitellään taulukossa 2. Kuten havaitaan, minäpystyvyyden keskiarvoinen tulos oli huomattavan korkea (ka 54,33, kh 7,91), kun yhdeksän väittämän maksimipistemäärä oli 61. Tämä kertoo tutkittavien olleen kohtalaisen varmoja selviytymisestään matemaattisissa tehtävissä. Myös keski-

hajonta oli pienehkö, mikä kertoo tutkittavien olleen jokseenkin yhdenmukaisia minäpystyvyyksiltään. Yhteen- ja vähennyslaskutaitomuuttujien keskiarvoista huomataan, että tulokset yhteenlaskutehtävissä olivat vähennyslaskua paremmat keskiarvoltaan, mutta toisaalta keskihajonta oli tuolloin suurempi.

Taulukko 2. Muuttujien keskiarvot ja -hajonnat

	Mittaus 1		Mittaus 2	
	<i>Ka</i>	<i>Kh</i>	<i>Ka</i>	<i>Kh</i>
Minäpystyvyys	54,33	7,91	-	-
Yhteenlasku	36,26	15,64	42,92	17,16
Vähennyslasku	28,58	13,97	34,40	15,48

Muodostettujen yhteen- ja vähennyslaskukehitysten muuttujien arvoissa oli suurta vaihtelua. Aineistossa oli joitakin arvoja, jotka poikkesivat muuttujan keskiarvosta huomattavasti (outlier-tapauksia). Selkeästi kehitysmuuttujien keskiarvosta poikkeavat arvot päädyttiin poistamaan aineistosta. Rajana käytettiin alle -2,5 tai yli 2,5 standardoiduista arvoista, eli kaikki tapaukset, jotka olivat saaneet alle -2,5 tai yli 2,5 muuttujan standardoidusta arvosta, jätettiin huomiotta. Taulukosta 3 nähdään arvojen vaihteluväli. Keskiarvoisesti tulokset ovat kehittyneet yhteenlaskussa seitsemällä laskulla ja vähennyslaskuissa kuudella. Kehityksen tahti on näin ollen suurin piirtein samaa.

Taulukko 3. Laskutaidon kehitys -muuttujan saamat arvot ja niiden vaihtelu

	Kehitysmuuttuja			
	<i>Min.</i>	<i>Max.</i>	<i>Ka</i>	<i>Kh</i>
Yhteenlasku	-16,00	33,00	7,16	7,77
Vähennyslasku	-18,00	32,00	5,89	7,16

Ensimmäinen ja toinen tutkimuskysymys tutkittiin korrelaatioanalyysillä. Korrelaatiot tutkittiin sekä koko aineistosta (1) että ikäryhmittäin ja sukupuolittain (2). Kuten taulukosta 4 havaitaan, oli minäpystyvyys tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä yhteen- ja vähennyslaskutaitoon molemmissa mittauspisteissä ( $r=.23\dots r=.27$ ). Sen sijaan minäpystyvyyden ja laskutaitojen kehityksen välillä ei koko aineistoa analysoitaessa löydetty tilastollisesti merkitsevää korrelaatiota.

Taulukko 4. Minäpystyvyyden, yhteen- ja vähennyslaskutaidon sekä niiden kehityksen korrelaatiot koko aineistossa

	1	2	3	4	5	6	7
1 Minäpystyvyys	-						
2 Yhteenlasku tammikuu 2014	.26**	-					
3 Yhteenlasku syyskuu 2014	.24**	.84**	-				
4 Kehitysmuuttuja yhteenlasku	.03	-.11**	.45**	-			
5 Vähennyslasku tammikuu 2014	.27**	.85**	.80**	.04	-		
6 Vähennyslasku syyskuu 2014	.23 **	.76**	.87**	.29**	.82**	-	
7 Kehitysmuuttuja vähennyslasku	-.02	.91	.24**	.44**	-.15**	.45**	-

\*\*  $p < .01$ , \*  $p < .05$

Luokka-asteittain analysoitaessa havaittiin, että minäpystyvyyden yhteys laskutaitoihin oli hyvin samansuuntaista eri luokka-asteilla (kts. taulukko 5). Minäpystyvyyden ja yhteenlaskun suurin korrelaatio oli 5. luokalla ( $r=.36$ ,  $p=.00$ ) ja pienin 2. luokalla ( $r=.23$ ,  $p < .01$ ). Vähennyslaskun osalta korrelaatioiden vaihtelu oli hieman pienempää, suurin oli 4. luokalla ( $r=.33$ ,  $p=.00$ ) ja pienin 2. luokalla ( $r=.24$ ,  $p < .01$ ). Korrelaatioiden voimakkuudessa ei havaittu tilastollisesti merkitsevää eroa Fisherin testissä ( $p > .05$ ).

Luokka-asteittain analysoitaessa löydettiin heikko yhteys minäpystyvyyden ja yhteenlaskutaidon kehityksen väliltä neljännellä luokalla ( $r=.15$ ,  $p < .05$ ), muuten minäpystyvyydellä ei ollut yhteyttä vähennys- tai yhteenlaskutaidon kehitykseen. Luokka-asteiden korrelaatiokertoimet esitellään tarkemmin taulukossa 5.

Taulukko 5. Muuttujien väliset korrelaatiot luokka-asteittain

		1	2	3	4	5	6	7
2 lk	1 Minäpystyvyys	-						
	2 Yhteenlasku tammikuu 2014	.28**	-					
	3 Yhteenlasku syyskuu 2014	.23**	.77**	-				
	4 Kehitysmuuttuja yhteenlasku	.06	.03	.66**	-			
	5 Vähennyslasku tammikuu 2014	.24**	.80**	.75**	.21**	-		
	6 Vähennyslasku syyskuu 2014	.27**	.73**	.86**	.48**	.76**	-	
	7 Kehitysmuuttuja vähennyslasku	.13	.10	.41**	.48**	-.04	.62**	-
3 lk	1 Minäpystyvyys	-						
	2 Yhteenlasku tammikuu 2014	.25**	-					
	3 Yhteenlasku syyskuu 2014	.27**	.80**	-				
	4 Kehitysmuuttuja yhteenlasku	.09	-.07	.54**	-			
	5 Vähennyslasku tammikuu 2014	.27**	.83**	.78**	.14**	-		
	6 Vähennyslasku syyskuu 2014	.27**	.76**	.84**	.33**	.84**	-	
	7 Kehitysmuuttuja vähennyslasku	.08	.09	.31**	.39**	-.04	.51**	-
4 lk	1 Minäpystyvyys	-						
	2 Yhteenlasku tammikuu 2014	.28**	-					
	3 Yhteenlasku syyskuu 2014	.31**	.88**	-				
	4 Kehitysmuuttuja yhteenlasku	.15*	.04	.51**	-			
	5 Vähennyslasku tammikuu 2014	.33**	.86**	.80**	.12*	-		
	6 Vähennyslasku syyskuu 2014	.26**	.85**	.86**	.27**	.87**	-	
	7 Kehitysmuuttuja vähennyslasku	-.09	.13*	.25**	.31**	-.09	.40**	-
5 lk	1 Minäpystyvyys	-						
	2 Yhteenlasku tammikuu 2014	.36**	-					
	3 Yhteenlasku syyskuu 2014	.30**	.88**	-				
	4 Kehitysmuuttuja yhteenlasku	-.07	-.10	.38**	-			
	5 Vähennyslasku tammikuu 2014	.29**	.86**	.86**	.20	-		
	6 Vähennyslasku syyskuu 2014	.28**	.84**	.88**	.28**	.90**	-	
	7 Kehitysmuuttuja vähennyslasku	.03	.06	.18**	.28**	-.08	.37**	-

\*\* p &lt; .01, \* p &lt; .05

Sukupuolittain analysoiduissa korrelaatioissa havaittiin, että minäpystyvyyden ja laskutaidon välinen yhteys vaihtelee jonkin verran sukupuolten välillä. Suurin korrelaatio havaittiin tytöillä minäpystyvyyden ja tammikuussa mitatun yhteenlaskutaidon väliltä ( $r=.33$ ,  $p=.00$ ), vastaavan korrelaation ollessa pojilla pienempi ( $r=.19$ ,  $p=.00$ ). Korrelaatioiden ero testattiin Fisherin testillä, jossa huomattiin tyttöjen korrelaatiokertoimen olevan tilastollisesti merkitsevästi

voimakkaampi kuin poikien ( $z=2.75$ ,  $p < .01$ ). Myös vähennyslaskutaidon osalta havaittiin, että minäpystyvyyden yhteys taidon tasoon oli korrelaatioltaan suurempi tytöillä ( $r=.31$ ,  $p=.00$ ) ja pienempi pojilla ( $r=.16$ ,  $p=.00$ ). Tyttöjen korrelaatio tutkittiin tilastollisesti merkitsevästi voimakkaammaksi kuin poikien ( $z=2.91$ ,  $p < .01$ ).

Minäpystyvyyden ja laskutaitojen yhteys oli molemmilla sukupuolilla positiivista: mitä vahvempi minäpystyvyys, sitä parempi oli taidon taso. Tilastollisesti merkitsevää korrelaatiota minäpystyvyyden ja laskutaidon kehityksen väliltä ei löytynyt tytöiltä eikä pojilta. Sukupuolten saamat korrelaatiokertoimet on esitelty kattavammin taulukossa 6.

Taulukko 6. Korrelaatiot sukupuolittain.

TYTÖT	1	2	3	4	5	6	7
1 Minäpystyvyys	-						
2 Yhteenlasku tammikuu 2014	.33**	-					
3 Yhteenlasku syyskuu 2014	.30**	.84**	-				
4 Kehitysmuuttuja yhteenlasku	.00	-.14**	.42**	-			
5 Vähennyslasku tammikuu 2014	.32**	.86**	.81**	.04	-		
6 Vähennyslasku syyskuu 2014	.31**	.81**	.88**	.25**	.85**	-	
7 Kehitysmuuttuja vähennyslasku	.03	.01	.22**	.39**	-.15**	.40**	-
POJAT	1	2	3	4	5	6	7
1 Minäpystyvyys	-						
2 Yhteenlasku tammikuu 2014	.19**	-					
3 Yhteenlasku syyskuu 2014	.16**	.83**	-				
4 Kehitysmuuttuja yhteenlasku	.05	-.09*	.47**	-			
5 Vähennyslasku tammikuu 2014	.23**	.85**	.79**	.04	-		
6 Vähennyslasku syyskuu 2014	.16**	.77**	.86**	.32**	.80**	-	
7 Kehitysmuuttuja vähennyslasku	-.06	-.01	.25**	.47**	-.15**	.48**	-

\*\*  $p < .01$ , \*  $p < .05$

Kovarianssianalyysi suoritettiin vastaamaan kolmanteen tutkimuskysymyksen. Kovarianssianalyysillä selvitettiin, oliko minäpystyvyydellä ja iällä tai sukupuolella yhdysvaikutusta yhteen- tai vähennyslaskutaitojen kehitykseen.

Kovarianssianalyysissä ei löydetty tilastollisesti merkitsevää yhdysvaikutusta. Laskutaidon kehitys ei myöskään ollut erilaista eri luokilla tai sukupuolilla. Kovarianssianalyysin tunnusluvut esitellään seuraavalla sivulla taulukossa 7.



Taulukko 7. Minäpystyvyyden ja iän tai sukupuolen vaikutus yhteen- ja vähennyslaskukehitykseen

	Yhteenlasku				Vähennyslasku			
	<i>F</i>	<i>df, df virhe</i>	<i>p-arvo</i>	$\eta_p^2$	<i>F</i>	<i>df, df virhe</i>	<i>p-arvo</i>	$\eta_p^2$
Minäpystyvyys *	,424	3, 1056	,424	,003	1,801	3, 1041	,145	,005
luokka-aste								
Minäpystyvyys	,184	1, 1056	,668	,000	,122	1, 1041	,727	,000
Luokka-aste	,225	3, 1056	,225	,004	,449	3, 1041	,718	,001
Minäpystyvyys *	,605	1, 1059	,437	,001	,085	1, 1044	,085	,003
sukupuoli								
Minäpystyvyys	,542	1, 1059	,542	,000	,988	1, 1044	,072	,003
Sukupuoli	,632	1, 1059	,632	,000	,072	1, 1044	,988	,000

\* yhdysvaikutus

## POHDINTA

Tutkielmassa oli tavoitteena selvittää, oliko oppilaan minäpystyvyydellä yhteyttä yhteen- tai vähennyslaskutaitoon tai niiden kehitykseen. Yhteys tutkittiin koko aineistosta ja erikseen eri luokka-asteilla sekä tytöillä ja pojilla. Tämän lisäksi haluttiin selvittää, oliko minäpystyvyydellä ja iällä tai sukupuolella yhdysvaikutus peruslaskutaitojen sujuvuuden kehitykseen.

Korrelaatioanalyysissä havaittiin, että koko aineistossa minäpystyvyys oli positiivisesti tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä *yhteen- ja vähennyslaskutaitoon*. Näin ollen mitä vahvempi oppilaan kokema minäpystyvyys oli, sitä sujuvampaa laskeminen oli. Tämä tukee aiempia tutkimuksia aiheesta (esim. Paukunen ja Lehtinen, 2015; Jöet, Usher & Bressoux, 2011). Sen sijaan minäpystyvyyden ja *laskutaidon kehityksen* väliltä ei löydetty tilastollisesti merkitsevää yhteyttä koko aineistossa.

Luokka-asteittaisessa analyysissä havaittiin minäpystyvyyden ja laskutaitojen samansuuntainen, positiivinen, yhteys joka ikäryhmällä. Suurin korrelaatio minäpystyvyyden ja yhteenlaskutaidon väliltä 5. luokan oppilailla ( $r=.36$ ,  $p=.00$ ) ja pienin 2. luokalla ( $r=.23$ ,  $p <.01$ ). Vähennyslaskun osalta korrelaatioiden vaihtelu oli hieman pienempää: suurin oli 4. luokalla ( $r=.33$ ,  $p=.00$ ), heikoin 2. luokalla ( $r=.23$ ,  $p <.01$ ). Fisherin testillä testattuna näiden korrelaatioiden voimakkuudessa ei kuitenkaan ollut tilastollisesti merkitsevää eroa. Minäpystyvyyden ja laskutaitojen kehityksen väliltä löytyi yksi heikko yhteys luokka-asteittain analysoitaessa. Minäpystyvyys oli heikosti yhteydessä 4. luokalla tapahtuneeseen yhteenlaskutaidon kehitykseen ( $r=.15$ ,  $p<.05$ ): mitä vahvempi minäpystyvyys oli alussa, sitä sujuvammaksi yhteenlaskutaito kehittyi kahdeksan kuukauden seurantajakson aikana.

Analysoitaessa erikseen tyttöjen ja poikien osalta havaittiin, että sukupuolten välillä oli eroja minäpystyvyyden ja laskutaitojen yhteydessä. Tytöillä oli suurempi korrelaatiokerroin minäpystyvyyden ja sekä yhteenlaskun ( $r=.33$ ,

$p=.00$ ) että vähennyslaskun ( $r=.31$ ,  $p=.00$ ) yhteydessä. Pojilla minäpystyvyyden ja yhteenlaskun korrelaatiokerroin ( $r=.19$ ,  $p=.00$ ) oli hieman minäpystyvyyden ja vähennyslaskun korrelaatiokerrointa ( $r=.16$ ,  $p=.00$ ) suurempi. Tyttöjen ja poikien korrelaatioiden voimakkuudessa oli Fisherin testin mukaan tilastollisesti merkitsevä ero. Minäpystyvyyden ja laskutaitojen kehityksen väliltä ei löydetty tilastollisesti merkitsevää yhteyttä tytöiltä tai pojilta.

Aiemmissa tutkimuksissa ei ole löydetty konsensusta sukupuolen yhteydestä minäpystyvyyteen ja matemaattiseen suoriutumiseen: sukupuolten väliltä on löydetty eroja minäpystyvyyden voimakkuudessa ja matemaattisessa taitotasossa (esim. Jöet, Usher & Bressoux, 2011), ja toisaalta on tutkimuksia, joissa sukupuolten välillä ei ole ollut eroa minäpystyvyyksäilyksissä tai sen yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen (esim. Pajares & Graham, 1999). Tässä tutkielmassa havaittiin, että tytöillä olisi hieman voimakkaampi yhteys minäpystyvyyden ja laskutaitojen välillä: mitä vahvempi minäpystyvyys on, sitä paremmat taidot. Pojilla näyttäisi minäpystyvyys olevan vähemmän yhteydessä siihen, miten peruslaskutoimituksista suoriutuu.

Kolmatta tutkimuskysymystä analysoitaessa, kovarianssianalyysissä ei löytynyt minäpystyvyyden ja iän tai sukupuolen yhdysvaikutusta yhteen- tai vähennyslaskutaidon kehitykseen. Näin ollen laskemisen sujuvuuden kehittyminen ja minäpystyvyyden yhteys ei ollut erilaista eri luokka-asteilla tai sukupuolilla. Näiden tulosten valossa voidaankin ajatella, että 2.-5. luokan oppilaan minäpystyvyys vaikuttaa peruslaskutaidon tasoon, muttei juuri sen kehitykseen.

Pitkittäistutkimuksia minäpystyvyyden vaikutuksesta laskutaitoon ja sen kehitykseen on tehty vain vähän (Phan, 2012). Poikkileikkaustutkimuksissa on löydetty minäpystyvyyden ja matemaattisten taitojen välille vahvoja yhteyksiä, mutta pääasiassa tutkimukset on toteutettu selvästi vanhemmille ikäluokille yläkoululaisesta korkeakouluopiskelijoihin (Pajares 1996; Lopez, Lent, Brown & Gore, 1997). Aiemmissa tutkimuksissa matemaattista suoriutumista on arvioitu esimerkiksi lukuvuoden päättötesteillä tai opettajan antamien arvosanojen kautta, eikä tämän tutkielman kaltaista peruslaskutaidon mittausta ole käytetty

kuin muutamissa tutkimuksissa (esim. Pajares & Miller, 1994). Tässä tutkimuksessa mitattiin laskusujuvuuden kehittymistä helpoissa peruslaskuissa. Tällaiset laskut automatisoituvat hyvin suurella osalla lapsista ajan kanssa, eikä näin ollen oppilaalla välttämättä ole vahvaa käsitystä omasta pystyvyydestä näissä laskuissa. Tällaiset pienellä lukuvälillä tapahtuvat laskut usein mielletään myös helpoiksi ja siksi oppilaat voivat arvioida minäpystyvyytensä vahvaksi. Jatkossa voisi tutkimusta laajentaa koskettamaan vaikeampia peruslaskuja, kuten kerto-, jakolaskuja tai näiden yhdistelmiä. Näissä voisi minäpystyvyyden suhteen tulla erottelua enemmän.

Minäpystyvyyttä on ylipäättään tutkittu alakouluikäisillä vain vähän. Phanin (2012) tutkimuksessa huomattiin, että 3.-4. luokan lasten minäpystyvyys lisääntyi ajan kuluessa, kun taas vanhemmilla oppilailla on huomattu sen vähitellen vähenevän (Caprara ym 2008). Taustalla voi olla lasten kehittymättömmämpi kyky arvioida realistisesti omia taitojaan (Phan 2012). Taidot kehittyvät vähitellen nuoruudessa, jolloin toisaalta myös epävarmuus omia taitoja kohtaan lisääntyy ja se näkyy minäpystyvyyden heikentymisenä (Caprara ym., 2008). Tutkielman aineistossa minäpystyvyys näyttäytyikin jakaumaltaan positiivisesti vinona: lapset olivat selvästi luottavaisia omiin kykyihinsä ja matemaattisista tilanteista suoriutumiseen todellisista taidoista huolimatta. Laskutaito ja sen kehitysmuuttujat taas noudattelivat normaalijakaumaa: suurimmalla osalla lapsista yhteen- tai vähennyslaskutaidon taso ja kehitys oli lähellä keskiarvoa, selvästi pienempi osa lapsista oli kehittynyt keskitasoa heikommin tai paremmin. Lapset olivat siis luottavaisia selviytymiseensä riippumatta taidoista ja niiden kehityksestä: heiltä puuttui vielä realistinen taito arvioida itseään.

Mielenkiintoista kuitenkin on, että minäpystyvyys oli tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä taidon tasoon sillä hetkellä, muttei taidon kehitykseen, vaikka molemmat muuttujat, laskutaito ja sen kehitys, olivat normaalisti jakautuneita. Käytäntöä varten on toisaalta lohdullista tietää, että minäpystyvyyuskäsitys ei ainakaan tässä tutkielmassa vielä alakouluikäisillä näyttäyty vahvana itseään toteuttavana ennusteena: eli mitä vahvempi tai heikompi minäpystyvyys olisi, sitä enemmän tai vähemmän peruslaskutaidon sujuvuus kehittyisi.

Toisaalta tässä tutkielmassa hyödynnettiin vain lähtötason minäpystyvyyttä, eikä kysytty lapsilta arviota omasta kehitymisestä tai mitattu minäpystyvyyttä loppumittauksen yhteydessä. Minäpystyvyys on kuitenkin ailahtelevainen, joten olisi ollut mielenkiintoista analysoida myös minäpystyvyyden muutosta kehityksen yhteydessä. Phanin (2012) mukaan minäpystyvyyksäilytykseen voi pienillä lapsilla vaikuttaa vahvasti sen hetkiset muut sosiaaliset tekijät ja tilanteet. Esimerkiksi jos lapset ovat kokeneet tutkimustilanteen mielenkiintoisena ja koulupäivä on ollut miellyttävä, voi se näkyä vahvana minäpystyvyytenä.

Voidaan pohtia myös, miten lasten ikä vaikuttaa tutkimukseen ja sen tuloksiin. Itsearviointikyvyn ajatellaan kehittyvän vähitellen alakoulussa (Phan, 2012). Herääkin kysymys, onko 2.-5. luokkalainen lapsi vielä liian nuori arvioimaan omaa pystyvyyttään. Phan (2012) nostaa myös esille tutkimuksessaan, onko matematiikka, joka on hyvin faktojen oppimiseen perustuvaa opettelua, haastava aihe lapsille arvioida omaa pystyvyyttään. Onko 3.-4. luokkalaisilla lapsilla jo riittävästi kokemuksia itsestään nimenomaan matematiikan oppijana? (Phan, 2012). Toisaalta on huomattu, että pienet lapset voivat herkästi yliarvioida pystyvyyttään (Schunk & Pajares 2001), ja siksi heidän minäpystyvyyksäilytyksiä tulee tulkita kriittisesti ja mittaaminen vaatii erityistä tarkkuutta. Mutta toisaalta jos lapsi kokee pystyvänsä tai epäonnistuvansa, on se lapselle joka tapauksessa todellinen kokemus, vaikka lasten taito arvioida itseään ei olisikaan vielä kehittynyt realistiseksi, ja se tulee huomioida. Etenkin jos havaittaisiin, että minäpystyvyyksäilytyksellä olisi yhteys taitojen kehitykseen, olisi sen heikkous huomioitava mahdollisimman varhaisessa vaiheessa ja tuettava sen toivottavaa kehitystä. Mutta tämän tutkielman valossa tällaista kehitystä ei ole nähtävissä.

Tutkimuksissa on huomattu, että liian laaja vastausskaala voi tehdä vastaamisesta työlästä (Cowan, 2013) ja vaikeaa, sillä nuorempien lasten taito erottaa väitteitä metakognitiivisesti on kehittymättömämpi (Weil ym., 2013). Näin ollen voisi olla hyödyllistä, että vastausvaihtoehtoja olisi hyvä olla mahdollisimman vähän. Minäpystyvyytutkimuksissa on suositeltu käytettäväksi 0-100

olevia vastausskaaloja (Bandura 2006), mikä aikuisten kohdalla voi näkyä parempana erotteluna. Sen sijaan lasten kohdalla niin suuren skaalan käyttö on mahdotonta. Toland ja Usher (2015) näkevät, että 4-asteinen Likertin asteikko voisi nuorten vastaajien kohdalla olla perusteltu, sillä vastaukset todennäköisesti noudattelevat neljää vaihtoehtoa: 1) Olen varma, että pystyn ... 2) Saatan pystyä... 3) En ehkä pysty... 4) Olen varma, etten pysty... Tolandin ja Usherin (2015) mukaan vähemmällä vastausvaihtoehtoilta tulkinan vara pienentyisi, eivätkä turhat vaihtoehdot veisi lasta harhaan. Toisaalta tällainen 4-asteinen asteikko ei ole niin herkkä pienemmille vaihteluille, eikä välttämättä erottelisi isompien lasten (5.luokkalaisten) kanssa. Tässä tutkielmassa oli käytössä 7-asteinen Likertin asteikko, joka pienimpien oppilaiden kohdalla on voinut olla heikommin erotteleva, mutta isoimpien oppilaiden kohdalla on mahdollisesti erotellut paremmin.

Minäpystyvyyden arvioinnin tulee olla hyvin tehtäväspesifiä, esimerkiksi toisen asteen oppilaita tutkittaessa paremmin ennusti suoriutumista minäpystyvyyden mittaaminen tulevaa tenttimenestystä kohtaan kuin ylipäätään matematiikan taitoja kohtaan (Pajares & Barich 2005). Mittarin tulee olla riittävän tarkka ja spesifi (Pajares, 1996; Klassen ja Usher 2010). Tässä tutkimuksessa minäpystyvyyttä tarkasteltiin eri spesifisyystasojen väittämistä muodostetulla summamuuttujalla. Tarkastelua voisi jatkaa tutkimalla, olisiko jollain minäpystyvyyttä väittämätyyppillä (esim. tehtäväspesifi) yhteyttä laskutaidon kehitykseen.

Aikapaineistettu testitilanne on perusteltu, kun halutaan tutkia laskemisen sujuvuuden kehitystä. Kuitenkin tällainen tilanne voi vaikuttaa tuloksiin heikentävästi: lapsi jäätyy testitilanteen takia. Tässä tutkielmassa tietoisesti analysoitiin tulokset toisesta alkumittauksesta ja loppumittauksesta (tammikuu 2014, syyskuu 2014), jolloin voidaan olettaa testin olevan tuttu, eikä uusi tilanne vaikuttaisi tuloksiin.

Tutkimuksen rajoituksena täytyy huomata, että tutkimusjoukko koostui keski-suomalaisista ja itä-suomalaisista lapsista, näin ollen tulee olla varovainen tuloksia yleistäessä. Toisaalta Suomen pienistä koulutuseroista johtuen voidaan tulokset varovaisesti yleistää koskemaan laajemmin suomalaisia lapsia.

Nyt on kyse kuitenkin vain yhdenlaisesta tutkimusasetelmasta, jossa minäpystyvyyttä on arvioitu eri spesifisyystason väittämällä 7-asteisella Likertin asteikolla ja laskutaitoa on mitattu helpoilla yhteen- ja vähennyslaskuilla luvuvälillä 0-20. Näillä mittauksilla löydettiin aiempia tutkimuksia mukailevia selviä yhteyksiä minäpystyvyyden ja laskutaidon tason väliltä, mutta vain heikko yhteys minäpystyvyyden ja laskutaidon kehityksen välille. Minäpystyvyyden ja peruslaskutaidon kehityksen yhteyttä olisi hyvä tutkia lisää. Alla pohditaan mahdollisia jatkotutkimusaiheita.

## **Jatkotutkimusaiheet**

Alakouluikäisillä minäpystyvyyttä ja sen yhteyttä matemaattisiin taitoihin on tutkittu vähän. Pystyvyyksikäsitusten nähdään kuitenkin kehittyvän vähitellen kouluiässä ja vaikuttavan taitoihin sekä jatko-opintoihin hakeutumiseen myöhemmällä koulu-uralla, joten aiheen tutkiminen ja pedagogisten sovellusten etsiminen olisi tärkeää.

Tutkimusta voisi jatkaa selvittämällä, onko jollain spesifisyystasolla mitattu minäpystyvyys yhteydessä matemaattisiin taitoihin ja niiden kehitykseen. Toisaalta debattia käydään aiheesta, onko pienillä lapsilla toteutettu minäpystyvyyden arvio tarkoituksenmukaista, lasten itsearviointikyvyn ollessa vielä kehittymätön. Mahdollisesti erilaisten mittareiden testaaminen voisi antaa lisäarvoa aiheelle, olisiko esimerkiksi joissain lähteissä perusteltu 4-asteinen Likertin asteikko nuoremmilla lapsilla erottelevampi.

Toisaalta jatkossa olisi mielenkiintoista selvittää, löytyisikö yhteyttä minäpystyvyyden ja haastavimmissa laskutoimituksissa kehittymisen välillä. Helppoissa peruslaskuissa voi olla, että lapset ajattelevat osaavansa, mutta aikarajoitetussa tilanteessa eivät ehdikään montaa laskua laskea. Sen sijaan haastavampi tehtävä voisi erotella pystyvyyksikäsitteitä enemmän.

Tässä tutkielmassa kovarianssianalyysillä saatiin tulokseksi, oliko minäpystyvyydellä ja iällä tai sukupuolella yhteisvaikutusta laskutaidon kehitykseen. Analyysiä voisi jatkaa tutkimalla, onko taitotasoltaan erilaisilla lapsilla

minäpystyvyyden ja laskutaidon kehityksen yhteys erilaista sekä näkykö tässä yhteydessä minäpystyvyyden ja iän tai sukupuolen yhdysvaikutus. Esimerkiksi olisi hyödyllistä käytännön kannalta tutkia, onko minäpystyvyys yhteydessä laskutaidon kehitykseen eri tavalla heikoilla tai vahvoilla laskijoilla.

Minäpystyvyyden ja laskutaidon kehitystä voitaisiin tutkia keskittymällä enemmän minäpystyvyyden kuvaamiseen. Olisi mielenkiintoista tutkia, onko laskutaidon taso yhteydessä minäpystyvyyden kehitykseen. Voisi esimerkiksi tutkia, heikentyykö minäpystyvyys alku- ja loppumittauksen välillä, jos laskusujuvuus ei kehity. Mikäli minäpystyvyyden heikko kehitys olisi näkyvissä alku- ja loppumittauksen välissä, olisi tärkeä puuttua tilanteeseen mahdollisimman nopeasti, jottei minäpystyvyys ala heikentää matemaattista suoriutumista.



## LÄHTEET

- Aunio, P. (2008). Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. *NMI Bulletin* 4, 63-74.
- Aunio, P. & Räsänen, P. (2015). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European early childhood education research journal*, 24, 684-704.
- Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Prentice Hall: Englewood Cliff
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: Freeman
- Bandura, A. (2006). Guide for constructing self-efficacy scales. Teoksessa Pajares, F. & Urdan T. (toim.) *Adolescence and education*. Greenwich, CT: Information Age
- Baroody, A. (1984). Children's difficulties in subtraction: some causes and questions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 203-213.
- Bong, M. & Skaalvik, E. M. (2003). Academic self-concept and self-efficacy – How different are they really? *Educational Psychology Review*, 15, 1-40.
- Bouffard-Bouchard, T. (1990). Influence of self-efficacy on performance on a cognitive task. *The Journal of Social Psychology*, 130, 353-363.
- Caprara, G. V., Fida, R., Vecchione, M., Del Bove, G., Vecchio, G. M., Barbaranelli, C. & Bandura, A. (2008). Longitudinal analysis of the role of perceived self-efficacy for self-regulated learning in academic continuance and achievement. *Journal of educational psychology*, 100, 525-534.
- Cowan, N. (2010). The magical mystery four: How is working memory capacity limited, and why? *Current Directions in Psychological Science*, 19, 51-57.
- Domahs, F., Krinzinger, H. & Willmes, K. (2008). Mind the gap between both hands: Evidence for internal finger based number representations in children's mental calculation. *Cortex* 44, 359-367.
- Fisher, P. H., Dobbs-Oates, J., Doctoroff, G. L. & Arnold, D. H. (2012). Early math interest and the development of math skills. *Journal of Educational Psychology*, 104, 673-681.
- Ferla, J., Valcke, M. & Cai, Y. (2009). Academic self-efficacy and academic self-concept: Reconsidering structural relationships. *Learning and individual differences*, 19, 499-505.

- Fenollar, P., Róman, S. & Cuestas, P. J. (2007). University students' academic performance: An integrative conceptual framework and empirical analysis. *British Journal of Educational Psychology*, 77, 873-891.
- Galla, B. M. & Wood, J. J. (2012). Emotional self-efficacy moderates anxiety-related impairments in math performance in elementary school-age youth. *Personality and Individual Differences*, 52, 118-122.
- Griggs, M. S., Rimm-Kaufman, S. E., Merrit, E. G. & Patton, C. L. (2013). The Responsive Classroom approach and fifth grade students' math and science anxiety and self-efficacy. *School Psychology Quarterly*, 28, 360-373.
- Herbert, J. & Stipek, D. 2005. The emergence of gender differences in children's perceptions of their academic competence. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 26, 276-295.
- Harter, S., Waters, P. & Whitesell, N. (1997). Lack of voice as a manifestation of false self-behavior among adolescents: The school setting as a stage upon which the drama of authenticity is enacted. *Educational Psychologist*, 32, 153-173.
- Huang, C. (2011). Gender differences in academic self-efficacy: a meta-analysis. *European Journal of Psychology of Education*, 28, 1-35.
- Hyde, J. S. & Mertz, J. E. (2009). Gender, culture, and mathematics performance. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 106, 8801-8807.
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S. & Streri A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the national academy of sciences of the United States of America*, 106, 10382-10385.
- Joët, G., Usher, E. L. & Bressoux P. (2011). Sources of self-efficacy: An investigation of elementary school students in France. *Journal of Educational Psychology*, 103, 649-663.
- Klassen, R. M. & Usher, L. E. (2009) Self-efficacy in educational settings: recent research and emerging directions. Teoksessa Urda, T. C., Karabenick S. A. (2010) *The Decade ahead: Theoretical Perspectives on motivation and achievement*. Emerald Group Publishing.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19, 513-526.
- Koponen, T., Salmi, P., Torppa, M., Eklund, K., Aro, T., Aro, M., Poikkeus, A-M., Lerkkanen, M-K., Nurmi, J-E. (2016). Counting and rapid naming pre-

dict the fluency of arithmetic and reading skills. *Contemporary Educational Psychology*, 44-45, 83-94

- Kupari, P. & Törnroos, J. (2004). Matematiikan osaaminen peruskoulussa kansainvälisten arviointitutkimusten valossa. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, T., Ahonen, T. & Malinen P. (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 138-169.
- Landerl, K., Bevan, A. & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8-9-year-old students. *Cognition*, 93, 99-125.
- Lee, J. (2009). Universals and specifics of math self-concept, math self-efficacy, and math anxiety across 41 PISA 2003 participating countries. *Learning and Individual Differences*, 19, 355-365.
- Lehtinen, U. & Paukkunen, S. (2015). Minäpystyvyyden ja intervention yhteys oppilaan käyttämiin yhteenlaskustrategioihin 2. - 5. -luokkalaisilla. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän Yliopisto. Erityispedagogiikan laitos ja Opettajankoulutuslaitos.
- Liem, A. D., Lau, S. & Nie, Y. (2008). The role of self-efficacy, task value, and achievement goals in predicting learning strategies, task disengagement, peer relationship, and achievement outcome. *Contemporary Educational Psychology*, 33, 486-512.
- Lopez, F. G., Lent, R. W., Brown, S. D., & Gore, P. A. (1997). Role of social-cognitive expectations in high school students' mathematics-related interest and performance. *Journal of Counseling Psychology*, 44, 44-52.
- Lorsbach, A. & Jinks, J. (1999). Self-efficacy Theory and Learning Environment Research. *Learning Environments Research*, 2, 157-167.
- Louis, R. A. & Mistele, J. M. (2011). The differences in scores and self-efficacy by student gender in mathematics and science. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10, 1163-1190.
- Metsämuuronen, J. 2006. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. Jyväskylä: Gummerus.
- Meyer, M. L., Salimpoor, S. S., Wu, S. S., Geary, D. & Menon, V. (2010). Differential contribution of specific working memory components to mathematical skills in 2<sup>nd</sup> and 3<sup>rd</sup> graders. *Learning and Individual Differences*, 20, 101-109.
- McCrink, K., Wynn, K. (2007). Ratio Abstraction by 6-Month-Old Infants. *Psychological Science*, 18, 740-746

- Morgan, P. L., Fargas, G., & Wu Q. (2009). Five-year growth trajectories of kindergarten children with learning difficulties in mathematics. *Journal of Learning Disabilities, 42*, 306-321.
- Muldoon, K., Lewis, C. & Towse, J. (2005). Because it's there! Why some children count, rather than infer numerical relationships. *Cognitive Development, 20*, 472-491.
- Ostad, S. A. (1999). Developmental progression of subtraction strategies: A comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education, 14*, 21-36.
- Pajares, F. (1996). Self-efficacy beliefs in academic settings. *Review of Educational Research, 66*, 543-578.
- Pajares, F. (2002). Gender and Perceived Self-efficacy in Self-Regulated Learning. *Theory into Practice, 41*, 116-126.
- Pajares, F., & Barich, J. (2005). Assessing self-efficacy: Are skills-specific measures better than domain specific measures? *Psychology, 12*, 334-34.
- Pajares, F. & Graham, L. 1999. Self-efficacy, motivation constructs, and mathematics performance of entering middle school students. *Contemporary Educational Psychology 24*, 124-139.
- Pajares, F., & Kranzler, J. (1995). Self-efficacy and general mental ability in mathematical problem-solving. *Contemporary Educational Psychology, 20*, 426-443.
- Pajares, F., Miller, M. D. (1994). The role self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem-solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology, 86*, 193-203.
- Pajares, F. & Valiante, G. (1997). Influence of Self-efficacy on Elementary Students' writing. *The Journal of Educational Research, 90*, 353-361
- Parker, P. D., Marsh, H. W., Ciarrochi, J., Marshall, S. & Abduljabbar, A. S. (2014). Juxtaposing math self-efficacy and self-concept as predictors of long-term achievement outcomes. *Educational Psychology, 34*, 29-48.
- Phan, H. P. (2012). The Development of English and Mathematics Self-Efficacy: A Latent Growth Curve Analysis. *The Journal of Educational Research, 105*, 196-209.
- Steinberg, R. M. (1985). Instruction on derived facts strategies in addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*, 337-355.
- Shrager, J. & Siegler R. S. (1998). SCADS: A model of children's strategy choices and strategy discoveries. *Psychological Science, 9*, 405-412.

- Toland, M. D. & Usher, E. L. (2016). Assessing Mathematics Self-Efficacy: How Many Categories Do We Really Need? *The Journal of Early Adolescence*, 36, 932-960.
- Usher, E. L. & Pajares, F. (2009). Sources of self-efficacy in mathematics: A validation study. *Contemporary Educational Psychology*, 34, 89-101.
- Vasilyeva, M., Laski, Elida, V. & Shen, C. (2015). Computational fluency and strategy choice predict individual and cross-national differences in complex arithmetic. *Developmental Psychology*, 51, 1489-1500.
- Väljärvi, J. & Kupari, P. (toim.) (2015). Millä eväillä osaaminen uuteen nousuun? PISA 2012 tutkimustuloksia. *Opetusministeriön julkaisuja*, 6.
- Weil, L. G., Fleming, S. M., Dumontheil, I., Kilford, E. J., Weil, R. S., Rees, G. & Blakemore, S.-J. (2013). The development of metacognitive ability in adolescence. *Consciousness and Cognition*, 22, 264-271.
- Wigfield, A., Eccles, J. S. & Pintrich, P. R. (1996). Development between the ages of 11 and 25. Teoksessa Berliner, D. C. & Calfee, R. C. (toim.) *Handbook of educational Psychology* 89, 451-469.
- Zeldin, A. L., Britner, S. L. & Pajares, F. (2007). A comparative study of the self-efficacy beliefs of successful men and women in mathematics, science and technology careers. *Journal of Research in Science Teaching*, 45, 1036-1058.