

MITEN KYMMENJÄRJESTELMÄ HALLITAAN PERUSKOULUN VIIDENNELLÄ LUOKALLA?

Liisa Ilonen

Päivi Kangas

Kasvatustieteen pro gradu –tutkielma

Luokanopettajien aikuiskoulutus

Kokkolan yliopistokeskus Chydenius

Jyväskylän yliopisto

Kevät 2014

TIIVISTELMÄ

Ilonen, L. & Kangas, P. 2014. Miten kymmenjärjestelmä hallitaan peruskoulun viidennellä luokalla? Jyväskylän yliopisto. Kokkolan yliopistokeskus Chydenius. Kasvatustieteen pro gradu –tutkielma. 68 s. ja 3 liitettä.

Kymppi-kartoitus on materiaali, jota voidaan käyttää kymmenjärjestelmän osaamisen kartoittamiseen perusopetuksessa. Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää Kymppi-kartoituksen avulla kymmenjärjestelmän hallintaa peruskoulun viidennellä luokalla. Kohdejoukkona oli erään pirkanmaalaisen koulun 79 viidennen luokan oppilasta, jotka tekivät kartoituksen huhtikuussa 2013. Tutkimusmenetelmänä käytimme mixed methods –menetelmää, jossa yhdistyy määrällinen ja laadullinen tutkimus. Määrällisenä tutkimusaineistona olivat kartoituksen tulokset, jotka taulukoitiin ja analysoitiin tilastollisin menetelmin. Laadullisena aineistona oli kahden opettajan haastattelut Kymppi-kartoituksen käyttöön liittyen. Haastattelut analysoimme sisällönanalyysin avulla.

Varhaiset matemaattiset taidot ovat laskutaidon perusta. Kymmenjärjestelmän ymmärtäminen pohjautuu lukujonotaitoihin ja luvun paikka-arvon käsitteen sisäistämiseen. Erilaisten laskustrategioiden kehittyminen edellyttää kymmenjärjestelmän hallintaa. Tutkimuksessa kävi ilmi, että oppilaiden lukujonotaidot ovat edellytys laskutehtävien osaamiselle. Tutkimustulos vahvistaa matematiikan hierarkkisen rakenteen, jossa uudet taidot pohjautuvat aina aikaisempaan osaamiseen. Tutkimuksessa tarkasteltiin pistemäärien eroja tyttöjen ja poikien välillä. Tilastollisesti merkitseviä eroja ei ollut. Haastatellut opettajat kokivat Kymppi-kartoituksen hyödyllisenä työvälineenä oppilaan taitojen selvittämisessä. Opettaja voi sen avulla suunnitella opetusta oppilaan taitoja vastaavaksi. Opettajat ovat huomanneet oppilaiden osaamisen edistymisen, kun opetuksessa on keskitytty puutteellisten taitojen korjaamiseen.

Asiasanat: varhaiset matemaattiset taidot, Kymppi-kartoitus, kymmenjärjestelmä, matematiikan oppiminen

SISÄLLYS

1 JOHDANTO	5
2 KYMMENJÄRJESTELMÄN OPPIMINEN ALAKOULUSSA	7
2.1 Matemaattisten taitojen kehitys	7
2.2 Kymmenjärjestelmätaitojen kehittyminen	12
3 MATEMATIIKAN OPPIMISEN ESTEET	15
3.1 Asenteet ja uskomukset matematiikan oppimisessa.....	15
3.2 Matemaattiset oppimisvaikeudet.....	17
4 KONKREETTISUUDEN JA TOIMINNALLISUUDEN MERKITYS MATEMATIIKAN OPPIMISESSA	20
4.1 Konkretian merkitys matematiikan oppimisessa.....	20
4.1.1 Galperinin teoria	20
4.1.2 Toimintavälineet matematiikan opetuksessa	22
4.1.3 Kymmenjärjestelmävälineistö.....	23
4.2 Puheen ja sosiaalisen vuorovaikutuksen merkitys matematiikan oppimisessa	25
4.3 Opettajan rooli matematiikan opettamisessa	26
5 TUTKIMUSONGELMAT JA TUTKIMUSTEHTÄVÄT	28
6 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN	30
6.1 Kymppi-kartoitus.....	30
6.2 Tutkimuksen aineisto ja aineistonkeruu	32
6.3 Tutkimuksen metodologia	33
6.3.1 Määrällisen tutkimusaineiston analysointi	34
6.3.2 Laadullisen tutkimusaineiston analysointi.....	36
7 TUTKIMUKSEN TULOKSET	40
7.1 Miten kymmenjärjestelmä hallitaan Kymppi-kartoituksen tulosten perusteella?	40
7.1.1 Lukujonotehtävien ja laskutehtävien osaamisen yhteys	43
7.1.2 Sukupuolten väliset erot kymmenjärjestelmän hallinnassa	44
7.1.3 Käytetyn ajan ja yhteispisteiden yhteys.....	48
7.2 Haastateltujen opettajien kokemuksia Kymppi-kartoituksesta.....	49
7.2.1 Kymppi-kartoitus taitojen alkukartoituksena ja opetuksen suunnittelun välineenä. 50	
7.2.2 Kartoituksen rakenne ja tehtävät	51
7.2.3 Kymmenjärjestelmän ymmärtämisen ongelma-alueita	53
7.2.4 Opetuksen järjestäminen.....	54
7.2.5 Opetusmenetelmät korjaavassa opetuksessa	55
7.2.6 Oppilaiden edistyminen ja motivaatio.....	57

7.3 Tutkimuksen eettisyys ja luotettavuus	59
8 POHDINTA.....	62
LÄHTEET	65
LIITTEET	69

1 JOHDANTO

Oppilaiden osaamisessa ja asenteissa koulunkäyntiä kohtaan on viime aikoina tapahtunut laskua. Viimeisimmässä PISA 2012 -tutkimuksessa suomalaisilla oppilailla todettiin matematiikan taidoissa merkittävä heikentyminen (Kupari, Välijärvi, Andersson, Arffman, Nissinen, Puhakka, Vettenranta 2012, 15). Tämän tiedon perusteella on erittäin tärkeää kiinnittää huomiota oppilaiden peruslaskutaitojen vahvistamiseen. Kymmenjärjestelmän hallinta lukujärjestelmänä on keskeinen taito matematiikan oppimisessa.

Kymppi-kartoitus on kartoitus- ja harjoitusmateriaali, jota voidaan käyttää kymmenjärjestelmän osaamisen kartoittamiseen perusopetuksessa. Koulussa, jossa tutkimusaineistomme on kerätty, tehtiin kartoitus kaikille viidesluokkalaisille oppilaille ensimmäisen kerran keväällä 2013. Kymppi-kartoituksen teettäminen kuuluu koulun vuosisuunnitelmaan yhtenä oppimisen ”seulana”. Kartoituksen hyöty on siinä, että se ei ole oppikirjasidonnainen, vaan antaa yleispätevää tietoa oppilaiden taidoista.

Kartoitustyökalun kehittäjä Hannele Ikäheimo on perehtynyt matematiikan oppimiseen ja opettamiseen useiden vuosikymmenien ajan. Hän katsoi tarpeelliseksi suunnitella alakouluun soveltuvan materiaalin huomattuaan kymmenjärjestelmän hallinnassa pahoja puutteita Alva-kartoituksen (ammattilaskennan valmiuksien kartoitus) kokeilutuloksissa yläkoulu- ja lukioikäisillä. (Ikäheimo 2011, 8.) Kymppi-kartoituksen avulla opettaja saa tietoa oppilaiden kymmenjärjestelmän osaamisen tasosta ja mahdollisista oppimisvaikeuksista. Näin opettaja voi suunnitella tarvittavia eriyttämis- ja tukitoimia.

Tutkimusaineistomme on 79 viidesluokkalaista oppilasta yhdessä koulussa. Tutkimuksessamme tarkastelemme oppilaiden kartoituksessa saamia pistemääriä. Analysoimme tuloksia tekemällä merkitsevyytestauksia SPSS for Windows -ohjelmalla.

Haastattelemme yhteistyökoulumme erityisluokanopettajaa, joka opettaa kartoituksessa heikosti menestyneitä oppilaita. Toinen haastateltavamme on matematiikan erityisopetukseen erikoistunut opettaja, joka on teettänyt Kymppi-kartoitusta jo kolmen vuoden ajan toimiessaan resurssiopettajana. Selvitämme eritukitoimien toimivuutta tutkimuskoulussa. Tavoitteenamme on, että työmme hyödyttäisi opettajia koulun arjessa.

Oma kiinnostuksemme tutkimusaiheeseen on noussut kokemuksistamme matematiikan opettamisesta niin ylä- kuin alakoululaisille. Opettajina olemme huomanneet monenlaisia matematiikan oppimisen ongelmia ja puutteita oppilaiden laskutaidoissa. Meillä ei ole henkilökohtaista kokemusta Kymppi-kartoituksen käytöstä koulussa, joten tutkimusaihe antaa meille uutta tietoa, jota voimme jatkossa hyödyntää luokanopettajina oman opetuksemme suunnittelussa.

2 KYMMENJÄRJESTELMÄN OPPIMINEN ALAKOULUSSA

2.1 Matemaattisten taitojen kehitys

Luokanopettajan tulee olla perehtynyt teorian tietoon lasten matemaattisten taitojen yleisistä kehityspiirteistä. Ymmärrys esi- ja alkuopetusikäisen oppilaan matemaattisista perustaidoista ja matemaattisten taitojen kehittymisestä auttaa alaluokkien opettajaa selvittämään, mitkä matematiikan taidot ovat oppilaalta jääneet ymmärtämättä.

Matemaattinen ajattelu on pienellä lapsella keino hahmottaa maailmaa, ymmärtää ja havainnoida ympäristössä esiintyviä lukumääriä, suhteita ja säännönmukaisuuksia (Hannula & Lepola 2006, 129). Ajattelun kehittymisen edellytyksenä on mielikuvien luominen matemaattisista havainnoista, ilmiöistä ja asioista ensin konkreettisen toiminnan kautta ja myöhemmin palauttamalla asia mieleen ilman konkreettisia välineitä abstraktisella tasolla (Tikkanen 2008, 74). Esi- ja alkuopetusikäisten lasten matemaattinen ajattelu ja peruskäsitteiden ymmärtäminen tarvitsee kehittyäkseen konkreettisia ja monipuolisia kokemuksia matematiikan parissa. Hannulan ja Lepolan (2006, 149) mukaan arkinen matemaattinen ajattelu pitää tehdä lapselle näkyväksi ja ymmärrettäväksi. Se on tehokas ja mielekäs tapa tukea taitojen kehitystä. Tarkoitus on kiinnittää lapsen huomio ympärillä oleviin lukumääriin arkielämän yhteydessä ja siten herättää lapsen kiinnostus niitä kohtaan. Aikuinen voi ohjata lasta lukujen käsittelytaitojen kehittämisessä.

Hannula ja Lehtinen osoittivat, että lapset eroavat sen suhteen, miten helposti he tehtävälanteessa kiinnittävät huomiota esineiden ja tapahtumien lukumääriin (Mattinen, Hannula & Lehtinen 2006, 159). Lapsi, joka spontaanisti huomaa lukumääriä ympärillään, saa paljon enemmän harjoitusta lukujen käsittelytaidoissaan kuin lapsi, joka ei luonnostaan kiinnitä asiaan huomiota (Aunio 2006, 13; Hannula 2005, 35;

Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 208; Hannula, Räsänen & Lehtinen 2007). Tämän vuoksi esiopetusikäisten lasten matemaattisia taitoja pitää esiopetuksessa harjoittaa systemaattisesti. Mahdollisten oppimisvaikeuksien arvioinnin ja ennaltaehkäisyn kannalta matemaattisten taitojen harjoittelu on tarpeen aloittaa jo päiväkotikäisillä lapsilla, eikä odottaa, että ongelmia ilmenee alkuopetuksen jälkeen. Lasten matemaattisen ajattelun perusta on loogisen ajattelun kehittyminen, peruslaskutoimitusten hallinta ja käytännölliset tilanteet matematiikan parissa (Aunio 2006, 3).

Kaikkien laskutoimitusten taustalla on lukukäsitteen ymmärtäminen. Lukumäärien kanssa puuhailu ennen kouluikää vaikuttaa enemmän lapsen lukujen käsittelytaitoihin, kuin mitä on uskottu (Kinnunen 2003, 1). Luvun ymmärtämisen ja lukujen käsittelytaidon kehittymisen vaiheita Kinnunen on mukailnut Karen Fusonin (1992) esittämästä kuvauksesta seuraavasti (Kinnunen 2003, 2 - 6):

A) Lukusanojen ja ”lukusanaloron” oppiminen.

Lapsella on kuitenkin epämääräinen käsitys lukujen merkityksestä ja käytöstä laskemisessa.

B) Lukujonon käyttäminen esineiden määrän selvittämiseen.

Lapsi ymmärtää esineen ja lukusanan välisen ”yksi-yhteen”-vastaavuuden, mutta aloittaa lukujonon laskemisen aina jonon alusta. Jatkaminen lukujonon keskeltä eteenpäin ei onnistu.

C) Lukujonon käyttäminen karttuvan määrän laskemiseen.

Lapselle on kehittynyt taito, että hän pystyy jatkamaan lukujen luettelemista mistä tahansa lukujonon luvusta.

D) Lukujono suuruusjärjestyksessä olevien lukujen jonona.

Lapsi osaa liikkua lukujonossa eteenpäin ja taaksepäin. Hän ymmärtää, että luvut ovat lukujonossa suuruusjärjestyksessä ja oppii kymmenjärjestelmän pohjana olevan lukujen rakentumisen säännöt.

E) Lukujonon ymmärtäminen lukumäärien jonona.

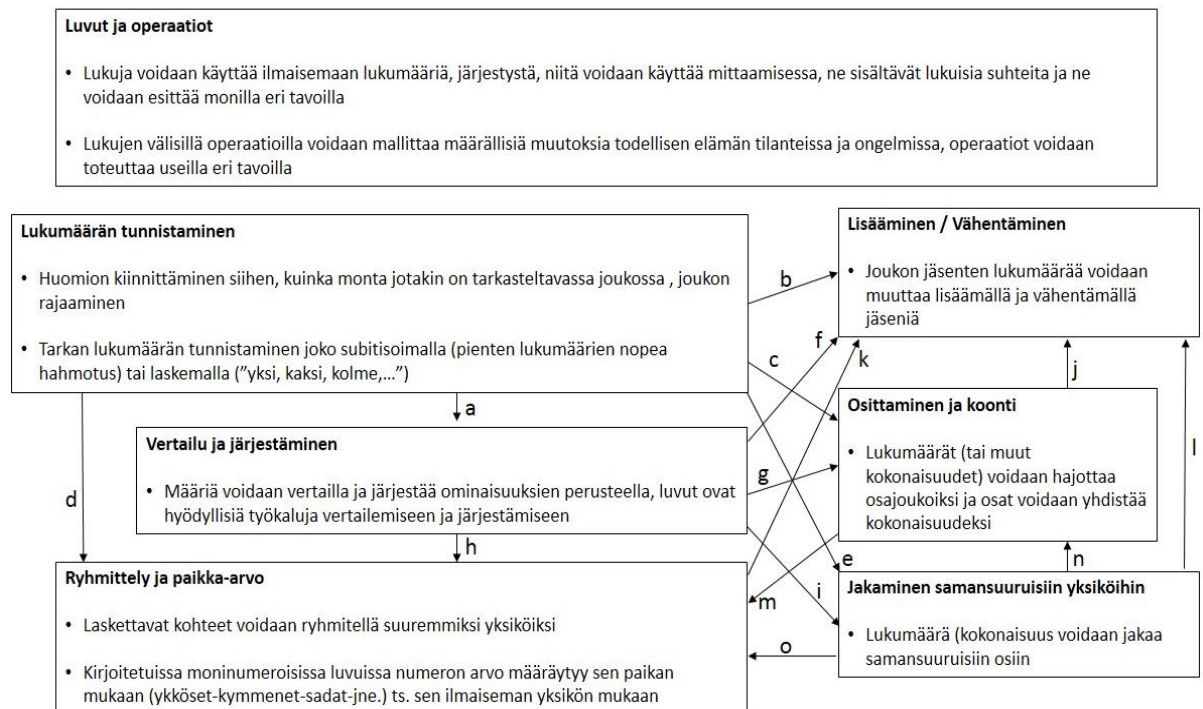
Lapsi osaa lukujen hajotelmat ja käyttää niitä yhteen- ja vähennyslaskujen strategioissa.

Koulun aloitusvaiheessa useimmat lapset ovat savuttaneet vähintään tason D, jolloin heillä on alkeellinen valmius käsitellä lukumääriä pienillä lukualueilla (Kinnunen 2003,

6). Osa lapsista on kuitenkin vielä alkeellisemmalla tasolla lukujen ymmärtämisessä ja lukujen käsittelytaidoissaan, ja heillä on riski oppimisvaikeuksien kehittymiseen matematiikassa.

Aunio (2006, 12) jakaa lukujen käsittelytaidot kahdenlaisiin taitoihin: konseptuaaliset taidot (taito järjestellä ja vertailla lukumääriä) sekä proseduraaliset (laskemisen) taidot. Yleisemmin konseptuaalisilla taidoilla tarkoitetaan lasten kykyä ymmärtää loogisia periaatteita, joita tarvitaan matemaattisissa ongelmanratkaisutehtävissä, kuten ymmärrys siitä, mitä laskustrategiaa pitää käyttää ja miksi. Proseduraaliset taidot sisältävät taidon käyttää laskustrategioita oikein laskutehtävissä. (Aunio 2006, 12.) Lukujen ymmärtäminen vaatii kykyä vertailla, luokitella, ymmärtää lukusanan ja lukumäärän yksi-yhteen vastaavuus sekä kykyä havaita erilaisia sarjoja (Aunio 2006, 3).

Lukuihin ja numeroihin liittyvät peruskäsitteistöt ja taidot esi- ja alkuopetusikäisillä lapsilla on kuvattu seuraavan kuvion 1 avulla. Hannula & Lepola (2006, 135) ovat kaaviossa mukailleet Clementsiä (2004), Baroodya (2004), Fusonia (1988, 2004) ja Hannulaa (2005).



KUVIO 1. Lukuihin ja numeroihin liittyvät peruskäsitteistöt ja taidot esi- ja alkuopetusikäisillä lapsilla.

Nuolet a, b, c,... jne. kuvaavat taitojen liittymistä toisiinsa seuraavasti:

- (a) lapsi tunnistaa esineiden lukumäärän ja käyttää taitoa joukkojen vertailuun ja järjestämiseen,
- (b) lapsi pystyy laskemaan summia ja erotuksia luettelemalla lukujonoa eteenpäin ja taaksepäin annetusta luvusta, esimerkiksi lasku $6 + 3$ lapsi luettelee ”kuusi, seitsemän, kahdeksan, yhdeksän”,
- (c) lapsi osaa lukujen hajotelmat, esimerkiksi $7 = 4 + 3$ tai $5 + 2$ tai $6 + 1$,
- (d) lapsi oivaltaa, että isompia esinejoukkoja voidaan ryhmitellä suuremmiksi laskettaviksi osajoukoiksi, jotka voidaan laskea osajoukkoina yhteen. Esimerkiksi tikut voidaan niputtaa kymmenen nipun ryhmiksi ja niput laskea yhteen. Tämä pohjustaa myös luvun paikka-arvon ymmärtämistä,
- (e) lapsi osaa laskemalla tarkistaa, että jakamisen jälkeen kaikissa osajoukoissa on yhtä monta jäsentä,
- (f) lapsi ymmärtää lukumääräisyyteen liittyvät käsitteet ”enemmän, vähemmän ja yhtä monta”, sekä lukumäärän säilyvyyden käsitteen (esim. Piaget’in klassisessa tehtävässä nappijonon nappien välimatkan venyttäminen vaikuttaa vain nappijonon pituuteen eikä nappien lukumäärään),
- (g) lapsi oivaltaa, että käsitteet ”enemmän, vähemmän ja yhtä monta” muodostuvat kokonaisuudesta, jossa osat ovat pienempiä kuin kokonaisuus ja osien summasta muodostuu kokonaisuus,
- (h) lapsi ymmärtää lukujen välisiä suhteita, jota liittyvät käsitteiden ”enemmän, vähemmän ja yhtä monta” välisiin suhteisiin, esimerkiksi $24 < 25$, ja luku 27 voidaan ilmaista 27 ykköstä = 2 kymmentä + 7 ykköstä = 1 kymmentä ja 17 ykköstä,

- (i) lapsi oivaltaa, että lukumäärä voidaan jakaa samansuuruisiin osiin ja yhdistää osat uudelleen kokonaisuudeksi, lapsella tämä taito kehittyy lukujen vertailu- ja järjestysominaisuuksien perustalle,
- (j) lapsi ymmärtää osa-kokonainen-suhteiden merkityksen yhteen- ja vähennyslaskutaidoissa, esimerkiksi yhteenlaskun vaihdannaisuus (osa A + osa B = osa B + osa A), ja vähentäminen ja lisääminen toisiaan täydentävinä operaatioina (kokonainen – osa A = osa B, osa A + osa B = kokonainen),
- (k) lapsi käyttää tehokkaampia yhteen- ja vähennyslaskustrategioita hyödyntämällä paikka-arvon käsitettä ja ryhmittelyä suuremmilla luvuilla laskettaessa yksittäisten esineiden laskemisen sijaan,
- (l) lapsi ymmärtää yhteyden samansuuruisten lukujen yhteenlaskun ja samansuuruisiin yksiköihin jakamisen välillä, esimerkiksi $5 + 5 = 10$,
- (m) lapsi ymmärtää osa-kokonainen-suhteet niin hyvin, että hän oivaltaa, että moninumeroiset luvut tuottavat tulokseksi saman luvun kuin luku ennen ykkösiksi ja kymmeniksi hajottamista oli, ($34 = 3$ kymmentä + 4 ykköstä),
- (n) lapsi oivaltaa, että yksi osittamisen ja koonnin erityistapaus on jako samansuuruisiin yksiköihin
- (o) lapsi oivaltaa, että isompi yksikkö voidaan jakaa pienemmiksi, keskenään yhtäsuuriksi yksiköiksi, ja tämä pohjustaa kymmenjärjestelmän rakenteen ymmärtämistä. Esimerkiksi kymmenen voidaan jakaa kymmeneksi ykköseksi, sata kymmeneksi kypiksi, tuhat kymmeneksi sadaksi jne.

Nämä lukuihin ja niihin liittyviin operaatioihin kuuluvat aritmeettiset perustaidot rakentuvat hierarkkisesti, ja taitojen täytyy olla hyvin hallinnassa siirryttäessä matematiikan opiskelussa konkreettiselta tasolta symboliselle tasolle. Taidot automatisoituvat vähitellen harjoittelun myötä, kuitenkin eteneminen voi tapahtua vain lapsen matemaattisten valmiuksien kehittymisen myötä.

Koska matematiikan osaaminen on kuin talon rakentamista, perustukset pitää rakentaa kestäviksi, niin että seiniä voidaan pystyttää talon kaatumatta (Ikäheimo & Risku 2004,

239). Ikäheimon mukaan alkuopetuksen matematiikan solmukohdiksi ovat osoittautuneet lukujonot, lukujen hajottaminen ja kokoaminen, yhteen- ja vähennyslaskut lukualueella 0 – 20, 10-järjestelmän periaate sekä kertolaskun käsite (Ikäheimo & Risku 2004, 229). Nämä solmukohdat ovat juuri edellä kuvattuja aritmeettisiä perustaitoja, joita lapsen pitää saada harjoitella niin kauan, että hän saavuttaa niissä automaation tason.

Esikouluikäisten lasten osaamista matematiikassa on tutkittu ja havaittu, että aasialaiset lapset ovat parempia matematiikassa kuin eurooppalaiset ikätoverinsa (Aunio 2006, 5, Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 213 - 214). Syitä eroihin on selitetty kielellisillä, opetuksellisilla ja kulttuurisilla tekijöillä. Aasialaisissa kielissä lukusanat sataan asti ovat säännönmukaisia ja tukevat kymmenjärjestelmän rakennetta, toisin kuin eurooppalaiset kielet. Matematiikan opetus alkaa Suomessa myöhemmin, kun taas aasialaiset lapset aloittavat matematiikan opiskelun aikaisemmin. Aasialaisessa kulttuurissa painotetaan oppimista, perheen tukea oppimisprosessissa sekä arvostetaan oppimistuloksia. (Aunio 2006, 8.)

2.2 Kymmenjärjestelmätaitojen kehittyminen

Vankat varhaiset matemaattiset taidot ovat edellytys lukujärjestelmän rakenteen omaksumiselle. Suomessa on lukujärjestelmänä käytössä kymmenjärjestelmä. Sen ymmärtäminen muodostaa pohjan kaikelle koulumatematiikalle. Täydellinen kymmenjärjestelmän ymmärtäminen ei kuitenkaan ole itsestään selvää, vaikka oppilas hallitsi laskutehtävät moitteetta. Mekaanisten laskujen taitava suorittaminen ei takaa sitä, että lukujärjestelmä olisi syvällisesti ymmärretty.

Kymmenjärjestelmässä numeroita on kymmenen: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9. Numerot muodostavat lukuja. Numeron ja luvun käsitteen erottaminen on olennaista lukujärjestelmän oppimisessa. Kymmenjärjestelmän ymmärtämisen ongelmat tulevat yleensä esiin siirryttäessä kaksi- ja sitä suurempinumerosiin lukuihin. Jokaisella paikalla luvussa on oma arvonsa, ns. paikka-arvo. Kymmenjärjestelmässä tämä tarkoittaa, että luvun

oikeanpuoleisin numero edustaa ykkösiä, toinen oikealta kymmeniä, sitä seuraava satoja ja niin edelleen. Paikka-arvo kasvaa kymmenen potensseissa oikealta vasemmalle siirryttäessä. Suhdelukuna on kymmenen. Luvussa esiintyvän yksittäisen numeron suuruuden lisäksi siis myös sen paikka luvun kirjoitusasussa on merkittävä. Esimerkiksi luvussa 423, numero 4 edustaa satoja, mikä tarkoittaa, että luvussa on neljä sataa. Kymmeniä on kaksi ja ykkösiä kolme. Luku 423 voidaan siis hajottaa muotoon $4 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1 = 423$.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2004, 156-161) tavoitteena on, että oppilas oppii ensimmäisen ja toisen luokan aikana kymmenjärjestelmän rakenteen ja ymmärtää sen luonteen paikkajärjestelmänä. Luokkien 3-5 aikana tavoitellaan kymmenjärjestelmän ymmärtämisen vahvistamista ja otetaan käsittelyyn kokonaislukujen lisäksi myös desimaaliluvut. Kymmenjärjestelmää myös verrataan muihin lukujärjestelmiin esimerkiksi tutustumalla 60-järjestelmään kellonaikojen avulla. Opetussuunnitelman perusteet eivät mainitse kymmenjärjestelmän ymmärtämistä erillisenä tavoitteena enää luokilla 6-9. Kuitenkin useimpien näillä luokka-asteilla opiskeltavien asioiden taustalla kymmenjärjestelmän hallinnalla on suuri rooli, joten kymmenjärjestelmän osaaminen antaa vankan pohjan matematiikan myöhemmällekin oppimiselle.

Nollan esiintyminen luvussa voi aiheuttaa ongelmia. Esimerkiksi, kun oppilasta pyydetään kirjoittamaan luku tuhat neljäkymmentäviisi, hän saattaa kirjoittaa 145. Virhe tapahtuu, kun oppilas ei ymmärrä, että jos satoja ei ole, niiden paikalle lukuun pitää kirjoittaa 0. Muuten eivät tuhannetkaan ole oikealla paikalla luvun kirjoitusasussa. Toisaalta virheitä voi tulla myös luvun lukemisessa: opettaja kirjoittaa taululle luvun 308 ja oppilas lukee sen ”kolmekymmentäkahdeksan”. Kummassakin tapauksessa oppilaan kymmenjärjestelmän ja erityisesti paikka-arvon käsitteen ymmärtämisessä on ongelmia. (Lawton & Hansen 2011, 27 - 28.)

Desimaalilukujen sekä mittayksiköiden ymmärtämisessä ja käsittelyssä oppilailla on vaikeuksia. Desimaalilukujen merkityksen ymmärtäminen edellyttää kymmenien, satojen ja tuhansien suhteiden ymmärtämistä. Oppilaalla saattaa olla suuri epävarmuus siitä, mille kohtaa desimaalipilkku kirjoitetaan ja miten saatu tulos tulkitaan (Kinnunen 2003, 16). Ongelmia syntyy tehtävissä, joissa vaaditaan mittamuunnoksia ja edellytetään mittayksiköiden keskinäisten määrällisten suhteiden ymmärtämistä. Ymmärtääk-

seen mittayksikkömuunnoksia oppilaan pitää oivaltaa mittajärjestelmän kymmenker-
taisuus ("millimetri, senttimetri, desimetri, metri..."). Senttimetriin mahtuu aina kym-
menen millimetriä, desimetriin kymmenen senttimetriä jne. Sama ongelma tulee ilmi
käsiteltäessä suuria lukuja ja niiden määrällisiä suhteita. Jos suuria lukuja ei osata pur-
kaa pienemmiksi (satoja kymmeniksi, tuhansia, sadoiksi), erilaisia mittoja on mahdo-
tonta ymmärtää. (Kinnunen 2003, 14.)

Wright, Martland ja Stafford (2006, 21 - 22) ovat määritelleet kolme tasoa lasten kym-
menjärjestelmästrategioiden kehittymiselle käsiteltäessä kaksinumeroisia lukuja. En-
simmäisellä tasolla oleva lapsi ei osaa ajatella kymmentä kokonaisuutena, vaan pystyy
erottamaan vain yksittäisiä ykkösiä. Laskiessaan yhteen- tai vähennyslaskuja, joissa
esiintyy kaksinumeroisia lukuja, lapsi lisää tai vähentää aina yhden ykkösen kerrallaan.
Esimerkiksi laskutehtävän $13 + 3$ lapsi ratkaisee luettelemalla luvusta 13 ylöspäin: 14,
15, 16. Näin hän päätyy tulokseen $13 + 3 = 16$. Toisella tasolla lapsi ymmärtää, että
kymmenen ykköstä muodostaa yhden kymmenen kokonaisuuden. Lapsi pystyy laske-
maan kaksinumeroisilla luvuilla, kun hänellä on laskemisen tukena konkreettisia apuvä-
lineitä, kuten sormet tai kymmenjärjestelmävälineet. Lapsi voi käyttää apunaan myös
mielikuvia kymmenjärjestelmävälineistä. Kolmannessa vaiheessa lapsi osaa ratkaista
laskutehtäviä ilman välineitä tai mielikuvia niistä. Hän pystyy ratkaisemaan esimerkiksi
kirjoitetun yhteenlaskun $12 + 14$ laskemalla yhteen ensin kymmenet $10 + 10 = 20$ ja
sitten ykköset $2 + 4 = 6$, saaden vastaukseksi 26. (Wright ym. 2006, 21 – 22.)

3 MATEMATIIKAN OPPIMISEN ESTEET

Matematiikan oppiminen pohjautuu kognitiivisten taitojen lisäksi myös asenteisiin ja uskomuksiin omista kyvyistä matematiikan oppijana. Oppilaan luottamus omiin taitoihin ja kykyyn oppia uusia asioita muovaavat matemaattista minäkuvaa. Onnistumisen kokemukset ovat oleellisia myönteisen minäkuvan rakentamiselle. Osalla oppilaista matematiikan oppimisvaikeudet johtuvat aivojen rakenteellisesta poikkeamasta, mutta osa ongelmista on selitettävissä motivaatiolla ja sosiaalisilla tekijöillä (Räsänen 2012, 1172).

3.1 Asenteet ja uskomukset matematiikan oppimisessa

Koulutulokkaat suhtautuvat yleensä matematiikkaan myönteisesti riippumatta siitä, millä taitotasolla he ovat matemaattisessa ajattelussaan. Suhtautuminen alkaa helposti muuttua kielteisemmäksi, jos oppimisessa ilmenee epäonnistumisia ja ongelmia. Matematiikka muuttuu vastenmieliseksi, koska lapsi kokee huonommuuden tunteita, osaamisen hallinnan menettämistä, epäuskoa omiin kykyihinsä sekä kykyynsä oppia ja ymmärtää. Kielteisestä asenteesta tulee noidankehä, joka on lisärasite heikkojen perustaitojen rinnalla. (Kinnunen 2003, 16.)

Se, miten oppilas suhtautuu matematiikkaan ja sen oppimiseen, on siis merkittävää oppimisen kannalta. Kokemukset, joita matematiikan parissa koetaan, muovaavat oppilaan matematiikkakuvaa. Matematiikkakuvaan puolestaan sisältyvät oppilaan matematiikkaan liittyvät asenteet, uskomukset, käsitykset, tieto ja tunteet. (Huhtala & Laine 2004, 320, 326.)

Kun oppilas kohtaa ennen kokemattoman asian tai tilanteen matematiikkaa oppiessaan, uskomukset matematiikasta ohjaavat hänen suhtautumistaan siihen. Uskomuk-

set ovat henkilökohtaisia, eikä niitä välttämättä voida perustella. Lisäksi oppilas ei välttämättä tiedosta kaikkia uskomuksiaan. (Huhtala & Laine 2004, 328 - 329.) Varsinkin negatiiviset uskomukset saattavatkin ikään kuin alitajuisesti aiheuttaa kielteisiä reaktioita uudessa matematiikkatilanteessa. Useissa tutkimuksissa on saatu viitteitä siitä, että oppilaiden uskomukset matematiikasta voivat muodostaa suuren esteen tehokalle matematiikan oppimiselle (Lindgren 2004, 383).

Joskus uskomukset voivat olla jopa virheellisiä. Huhtala ja Laine (2004, 328 - 329) mainitsevat esimerkkinä yleisen uskomuksen: ”matematiikka on laskemista”. Laskutoimitukset toki liittyvät oleellisesti matematiikkaan, mutta se sisältää paljon muutakin. Matematiikan ymmärtäminen vaatii ajattelu- ja ongelmanratkaisutaitoja, ei ainoastaan mekaanista laskutaitoa. Oppilaiden uskomukset matematiikasta muovautuvat voimakkaasti 10 – 12 vuoden iässä (Tikkanen 2008, 21). Tämän vuoksi on tärkeää, että oppilaiden suhtautuminen omaan matematiikan oppimiseen saadaan myönteiseksi, ja mahdollisesti jo syntyneet negatiiviset kokemukset käännettyä kiinnostukseksi matematiikan oppimista kohtaan.

Asenteella tarkoitetaan affektiivisiä reaktioita, jotka sisältävät intensiivisiä ja pysyviä tunteita – niin negatiivisia kuin positiivisiakin (McLeod 1992, 579). Oppilaan matematiikka-asenteeseen liittyy myös hänen käsityksensä omista taidoistaan matematiikassa (Huhtala & Laine 2004, 329). Ihmisellä on yleensä synnynnäisenä ominaisuutena onnistumisen tarve. Matematiikan tunnilla onnistumisen kokeminen tai sen kokematta jääminen ovat oleellisia tekijöitä asenteiden muodostumisen kannalta. Mikäli oppilas ei saa matematiikan parissa onnistumisen tunteita, hänen asenteensa oppiainetta kohtaan muuttuu todennäköisesti kielteiseksi. Toisaalta onnistuminen ruokkii positiivisen matematiikka-asenteen syntyä. (Lindgren 2004, 382.)

Asenteen merkitystä oppimistuloksiin ei voida kiistää. Opetushallituksen teettämässä tutkimuksessa Matematiikan oppimistulokset viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008 havaittiin, että oppilaiden asenteiden ja matematiikan koetulosten välillä oli selvä yhteys. Mitä myönteisempi asenne oppilaalla oli matematiikan opiskelua kohtaan, sitä paremmat tulokset hän sai kokeessa. Myös eri osa-alueilla matematiikasta pitämisessä, sen hyödyllisyyden kokemisella ja omalla itsetunnolla matematiikan kokeessa oli erittäin merkitsevä yhteys koetuloksiin. (Niemi & Metsämuuronen 2008, 62.)

TIMMS -tutkimuksen 2011 mukaan neljäsluokkalaisten matematiikan osaaminen on korkeatasoista ja tasa-arvoista (Kupari, Sulkunen, Vettenranta & Nissinen 2012, 25, 120). Kuitenkin, kun tutkimuksessa selvitettiin oppilaiden asenteita matematiikan opiskelua kohtaan, Suomi sijoittui pistemäärissä seitsemänneksi viimeiseksi 59:n maan joukossa (Kupari ym. 2012, 51). Oppilaiden käsitykset omasta osaamisen tasosta olivat keskitasoa, mutta suomalaisten lasten sitoutuminen matematiikan opiskelua kohtaan oli heikkoa (Kupari ym. 2012, 53 - 54). Nämä asenteet matematiikan opiskelua kohtaan ja käsitykset omasta kyvystä oppia matematiikkaa ovat merkittäviä kehittämiskohteita matematiikan opettamisessa.

3.2 Matemaattiset oppimisvaikeudet

Luku- ja kirjoitusvaikeuksien rinnalla esiintyy usein oppimisvaikeuksia matematiikassa. Matematiikan oppimisessa tarvitaan samanlaisia kognitiivisia taitoja kuin lukemaan oppimisessa ja matematiikan opiskelussa korostuu oppiaineen hierarkisuus: uusi asia rakennetaan vanhan taidon pohjalle ja jos peruslaskutoimituksissa on puutteita, ne heijastuvat toistuvasti korkeamman oppimisen tasoille. Lisäksi tarvitaan hyvää keskittymiskykyä ja ajattelun taitoja. Sanallisissa matemaattisissa ongelmissa korostuu luku-taito ja luetun ymmärtäminen, mutta geometriassa tarvitaan myös visuaalista kolmiulotteista avaruudellista hahmotuskykyä. Vaikka matematiikka liitetään avaruudelliseen hahmotuskykyyn, matemaattinen osaaminen korreloi kuitenkin enemmän kielellisen osaamisen kanssa (Räsänen 2012, 1171).

Parhaiten matemaattisia oppimisvaikeuksia ennustaa lukumääräisyyden tajua ennustavat tehtävät (lukumäärien ja lukujen vertailu), luku- ja numerosymbolien tunteminen sekä lukujonotaidot (Räsänen 2012, 1174). Esiopetusikäisen lapsen lukujonotaidot ennustavat tutkijoiden mukaan erittäin hyvin laskutaidon kehitystä alkuopetuksen aikana (Räsänen 2012, 1174; Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 202; Aunola, Leskinen, Lerkkanen, Nurmi 2004; Hannula & Lepola 2006, 145).

Let's think! ja Count too! -interventio-ohjelmia on käytetty matemaattisen ajattelun taitojen kehittämiseksi alkuopetuksessa (Aunio 2006, 15; Aunio & Hautamäki 2010, 75). Ohjelmien pohjalta on kehitetty suomalainen Lukukäsitetesti ja Minäkin lasken! lasten lukukäsitteen harjoitusohjelma. Aunio ja Hautamäen tutkimuksessa Let's think – interventiolla ei saatu merkittäviä tuloksia lasten matemaattisten taitojen harjaannuttamisessa (Aunio & Hautamäki 2010, 88), mutta Englannissa vastaavalla interventio-ohjelmalla tutkijat saivat hyviä tuloksia (Adhami & Shayer 2010, 274).

Työmuistin heikkoudet heijastuvat välittömästi matemaattisiin suorituksiin, tutkimuksissa on havaittu yhteys verbaalisen muistin ja mekaanisen aritmeettisen taidon välillä (Räsänen & Ahonen 2005, 194; Service & Lehto 2005, 247). Matemaattisista oppimisvaikeuksista kärsiville lapsille on ominaista vaikeus muistaa suorituksissa tarvittavia ”järkeilyskeemoja”, joilla tarkoitetaan matemaattisten faktojen, suoritusvaiheiden ja etenemistapojen muistamista (Räsänen & Ahonen 2005, 194). Oppimisvaikeudet ilmevät lisäksi laskemisen hitautena.

Alakoulussa pitäisi olla riittävästi aikaa keskittyä peruslaskutoimitusten harjoittelemiseen, niin että taidot olisivat yliopittuja ja ne tallentuisivat pitkäkestoiseen muistiin. Opetuksen tulisi olla mahdollisimman konkreettista, jolloin lapsi itse oivaltaa ongelmanratkaisun, eikä laskutaito ole vain ulkoa opittua taitoa. Moni matemaattinen ongelma voidaan visualisoida, piirtää kuva ja se voi auttaa oppilaista. Joskus oppilaalla voi olla koulumatematiikasta poikkeava tapa hahmottaa laskutoimituksia, ja se olisi hyvä huomioida opetuksessa (Räsänen & Ahonen 2005, 215). Tällä Räsänen tarkoittaa luettelispohjaisten strategioiden käyttöä ja luettelemista tukevien apuvälineiden hyödyntämistä laskutehtävän ratkaisemisessa.

Räsänen erottelee lapset, joilla on matemaattisia vaikeuksia kahteen ryhmään. Osa lapsista kehittyy ja oppii hitaammin kuin ikätoverit keskimäärin. Kuitenkin he saavuttavat perustaidot harjoituksen ja erityisopetuksen avulla, vaikka heidän suoriutumistaan matematiikassa kuvaa hitaus ja he käyttävät laskustrategioita, jotka ovat tyypillisiä ikätasoa nuoremmille lapsille. (Räsänen & Ahonen 2005, 218.) Opettajan tulee tarjota tällaisille oppilaille riittävästi aikaa ja perustehtävien harjoitusta. Osalla lapsista on dyskalkulia eli laskemiskyvyn häiriö (Räsänen 2012, 1168). Heille on tyypillistä, että harjoittelusta huolimatta laskustrategiat eivät automatisoidu ja he tekevät runsaasti

virheitä laskutehtävissä. Tällaisissa tapauksissa oppimisen vaikeuksia ei voi selittää sosiaalisilla tai motivaatiotekijöillä, vaan taustalla on aivojen toiminnallinen tai rakenteellinen poikkeama. (Räsänen 2012, 1172; Räsänen & Ahonen 2004, 275.) Koululaisia, joille on ylivoimaista oppia laskutaitoja opetussuunnitelman mukaisesti, on noin 5 – 7 % ikäluokasta (Räsänen 2012, 1168).

Matemaattiset oppimisvaikeudet jaetaan (DSM-IV) tautiluokituksen mukaan neljään erilaiseen luokkaan: ”kielelliset” (matemaattisten käsitteiden ja symbolien muistaminen tai ymmärtäminen), ”havaintopohjaiset” (numeroiden ja laskumerkkien havaitseminen ja lukeminen, kappaleiden ryhmittely), ”tarkkaavaisuusperusteiset” (lukujen kopiointi oikein, lainausten muistaminen, laskumerkkien huomioiminen) sekä ”matemaattiset taitopuutteet” (kertotaulut, laskusäännöt, lukujonotaidot) Vaikeuksien on esiinnyttävä peruslaskutaitojen, yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolasku, alueella, eikä vain monimutkaisemmissa matemaattisissa tehtävissä. (Räsänen & Ahonen 2004, 277.)

Matematiikkapelot ovat hyvin tavallisia, oppimista varjostaa oppilaan huono käsitys omista matemaattisista kyvyistä. Puhutaan ilmaisusta matematiikka-ahdistus (Service & Lehto 2005, 246; Aarnos & Perkkilä 2012, 1495; Ashcraft 2002, 181). Syyt matematiikka-ahdistukseen jaotellaan ympäristöstä, henkilökohtaisista tai kognitiivisista tekijöistä johtuviksi. Ympäristötekijöitä voivat olla opettajasta johtuvat tai matematiikan tunnilla tapahtuneet kielteiset kokemukset. Henkilökohtaiset tekijät sisältävät itsetuntoon ja itseluottamukseen sekä aikaisempiin kokemuksiin liittyvät negatiiviset käsitykset. (Aarnos ym. 2012, 1495.)

Ahdistuneisuudesta seuraa, että oppilas ei pysty suuntaamaan työmuistin kapasiteettia itse matematiikan tehtävään, vaan suoritustaso jää heikoksi. Tuota ahdistusta voi vähentää vain myönteisillä oppimiskokemuksilla: ”Hei, minä osaan ja opin!” Ahdistus omasta osaamisesta näkyy helposti koetilanteessa. Oppilas jännittää koetta niin, että sekin mitä hän oppitunnilla on osannut, häviää mielestä. Silloin opettajan pitää yrittää rauhoitella oppilasta ja antaa rauhallinen työskentelytila, missä tehdä koetta. Opettaja voi myös antaa uusintamahdollisuuden kokeen tekemiseen, jos oppilas on jännittämisen takia epäonnistunut.

4 KONKREETTISUUDEN JA TOIMINNALLISUUDEN MERKITYS MATEMATIIKAN OPPIMISESSÄ

4.1 Konkretian merkitys matematiikan oppimisessa

”Konkreettisuus toimii tärkeänä apuvälineenä yhdistettäessä oppilaan kokemuksia ja ajattelujärjestelmiä matematiikan abstraktiin järjestelmään” (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 156).

Kun matematiikan talo kasvaa korkeammaksi, se muuttuu koko ajan abstraktimmaksi. Sen vuoksi on tärkeää, että perustan rakentamisvaiheessa käytetään konkreettisia malleja, toiminnallisuutta ja oppilaalle tarjotaan tilaisuuksia kokemuksiin ja omakohtaisiin havaintoihin matematiikan opiskelussa. Myös tutkimukset vahvistavat tämän tärkeän periaatteen (Tikkanen 2008, 73, 158; Hannula & Lepola 2006, 149).

Kymmenjärjestelmän rakenne on helppo mallintaa konkreettisilla välineillä. Lukujärjestelmän oppiminen ja ymmärtäminen helpottuu, kun oppilas saa itse toimia ja rakentaa lukuja erilaisilla tavoilla. Konkreettinen malli muuttuu ajattelun kehittyessä abstraktiselle tasolle. Tällöin lukujen käsittelytaito automatisoituu, eikä välineitä tarvita laskuoperaatioiden suorittamiseen.

4.1.1 Galperinin teoria

Venäläinen Galperin kehitti teorian yksilön ulkoisen toiminnan ja sitä vastaavan henkisen toiminnan yhteydestä. Galperin katsoo, että oppiminen tapahtuu asteittaisena prosessina, jossa ulkoiset toiminnat sisäistetään vähitellen. Galperinin teorian mukaan ensimmäisessä vaiheessa, *orientoitumisvaiheessa*, luodaan perusta toiminnalle ja sen tarkoitukselle. Tässä vaiheessa hankitaan tarvittava motivaatio oppimiselle. Orientoitumisen jälkeisessä *materiaalistetussa vaiheessa* tapahtuu varsinainen toiminta. Tehävään tutustutaan materiaalin avulla. Seuraavassa *puhutussa vaiheessa* toiminta muu-

tetaan verbaaliseen muotoon, joko puhutuksi tai kirjoitetuksi kieleksi. Vaiheeseen voi liittyä yhteinen keskustelu aiheesta sosiaalisessa ympäristössä. Tämän jälkeen siirrytään *sisäisen puheen vaiheeseen* ja irrottaudutaan konkretiasta. Sisäisen puheen vaiheessa oppiminen tapahtuu korkeammalla henkisellä tasolla. Viimeisessä, *sisäistetyssä vaiheessa*, opittava asia on automatisoitunutta eikä toiminnan avuksi tarvita enää materiaalia. (Haapasalo 2011, 89; Podolskij 2010, 229.)

Haapasalo (2011, 90) kuvaa oppimista Galperinia mukaillen ja tiivistää oppimisen peruspiirteet seuraavasti. Ensinnäkin opittavat asiat ja niiden välisiin suhteisiin liittyvä tieto jäsentyy hierarkkiseksi käsiterakenteiksi eli mentaalimalleiksi. Jos opittava asia on oppijalle aivan uusi, hän pyrkii ymmärtämään sitä jo olemassa olevien mentaalimalleilensa avulla. (Haapasalo 2011, 90.) Oppimisessa on kyse siis siitä, että mentaalimallit kehittyvät ja muuttuvat vähitellen vastaamaan paremmin todellisuutta. Matematiikan oppimisessa käsiterakenteiden kehittyminen on erityisen tärkeää matemaattisen tiedon hierarkkisen luonteen vuoksi.

Galperinin teoriassa korostuu konkreettisen materiaalin, sosiaalisen vuorovaikutuksen ja puheen merkitys matematiikan oppimisessa. Samoja tekijöitä painotetaan myös mm. unkarilaisessa matematiikassa. Unkarilaisen matematiikan Varga-Neményi – opetusmenetelmän periaatteena on *lupa väitellä, erehtyä ja iloita* matematiikan opiskelussa (Tikkanen 2008, 22, 78).

Tikkasen väitöstutkimuksessa oppilaiden kokemukset matematiikan opiskelusta kiteytyvät otsikkoon: ”Helpompaa ja hauskempaa kuin luulin.” Tutkimuksen aikana Varga-Neményi –opetusmenetelmän periaate ”lupa iloita” toteutui erinomaisesti ja oppimisilmapiiri luokassa oli myönteinen. Oppilaat pitivät matematiikasta, koska sen parissa opittiin ymmärtämään, oivaltamaan, keksimään ja kokemaan uusia asioita (Tikkanen 2008, 161). Matematiikan hierarkkinen rakenne, jossa uusi opittava asia perustuu aiemmin opitulle, herätti oppilaissa myönteisiä tunteita (Tikkanen 2008, 158). Oppilaat ymmärsivät, että seuraavaksi opittavat uudet asiat ovat jatkossa taas tarpeellisia. Matematiikka koettiin hyödylliseksi arkielämän tilanteissa kuten ostoksissa, ruuanlaitossa, matkustaessa ja mittaamisessa (Tikkanen 2008, 166 – 167). Toiminnallinen matematiikka tarjoaa oppilaille mahdollisuuden ymmärtää

matematiikan sisältöjä, sen sijaan, että vain opiskeltaisiin mekaanista tehtävien suorittamista.

4.1.2 Toimintavälineet matematiikan opetuksessa

Toimintavälineiden käyttöön perustuvien opetusmenetelmien pedagogisina lähtökohtina ovat käsitteenmuodostus opiskeltavasta aiheesta autenttisten kokemusten kautta ja vaiheittainen pyrkiminen abstraktiotasolle välineiden, piirrosten, kuvien sekä puheen kautta.

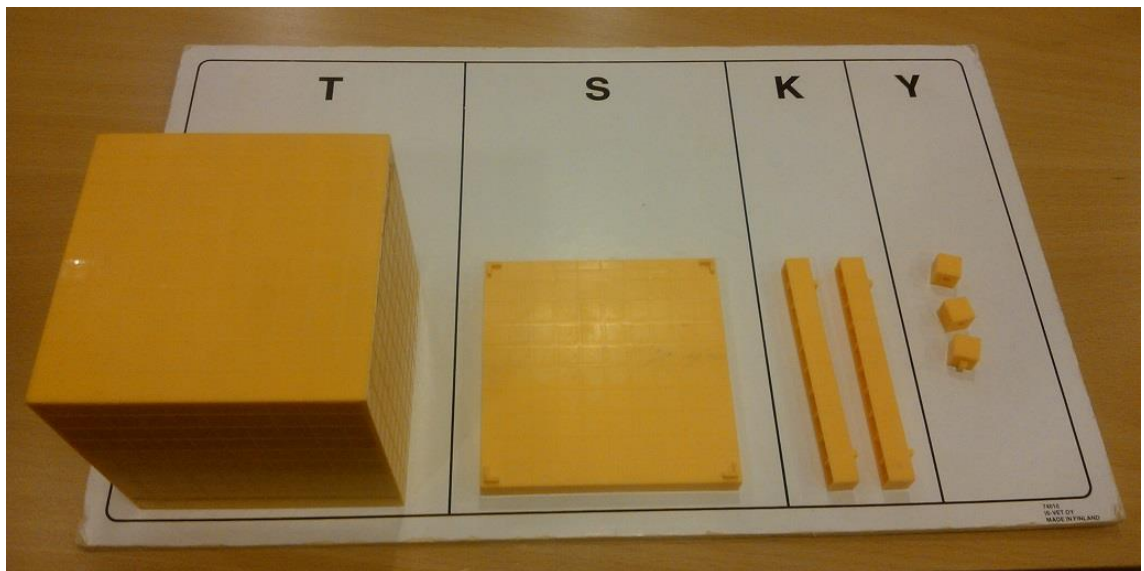
Kymppi-kartoituksen materiaali sisältää paljon erityyppisiä harjoituksia kymmenjärjestelmän hallinnan puutteiden korjaamiseen (Ikäheimo 2011). Konkreettisilla kymmenjärjestelmävälineillä on suuri rooli näissä harjoituksissa. Perkkilän ja Ojalan (2009) mukaan käsitteiden konkretisoinnilla on positiivinen vaikutus matematiikan oppimiseen. Toimintavälineet auttavat oppilasta pohtimaan itse matematiikan käsitteitä ja oivaltamaan asioita oman ajattelunsa kautta.

Hannele Ikäheimo on myös vahvasti konkreettisten välineiden käytön puolestapuhuja. Hänen mukaansa kouluopetuksessa on tärkeää antaa oppilaalle aikaa ja välineitä oppimisen tueksi. Jos ei käsitteitä ymmärrä lapsena kunnolla, ei niitä osaa aikuisenakaan. Toki oppiminen on mahdollista myöhemminkin, mutta hyvien oppimistulosten saavuttaminen aikuisena saattaa vaatia suuria ponnisteluja. Aikuisena matematiikan oppimisen haasteena on myös vanhoista, virheellisistä ajattelutavoista ja ratkaisukeinoista poisoppiminen. Esimerkkinä toimii Hannele Ikäheimon aikuisoppilaan Nea Jungin tarina. Hän opiskelee matematiikan perusteita - alakoulun asioista lähtien - välineitä käyttäen, käsitteellistämällä omaa ajatteluaan ja ymmärtämällä, ei vain mekaanisesti suorittamalla. Kouluaikojen epämiellyttävät matematiikan oppitunnit ovat Nean kohdalla vaihtuneet Hannele Ikäheimon opastuksella oivalluksiin ja syvempään matematiikan perusteiden ymmärtämiseen. Nea kutsuu Hannelen kanssa matematiikan opiskelua ”meidän matikaksi” ja katsoo, että se ja koulumatematiikka ovat kaksi eri asiaa. Meidän matikka on loogista ja hauskaa, kun taas koulumatematiikkaa hän luonnehtii etäiseksi teoriaksi. Kuitenkin Nea myöntää, että mitä enemmän hän oppii Hannelen

kanssa matematiikkaa, sitä paremmin hän pystyy yhdistämään opit koulun matematiikkaan. (Jung, Ikäheimo & Korhonen 2013.)

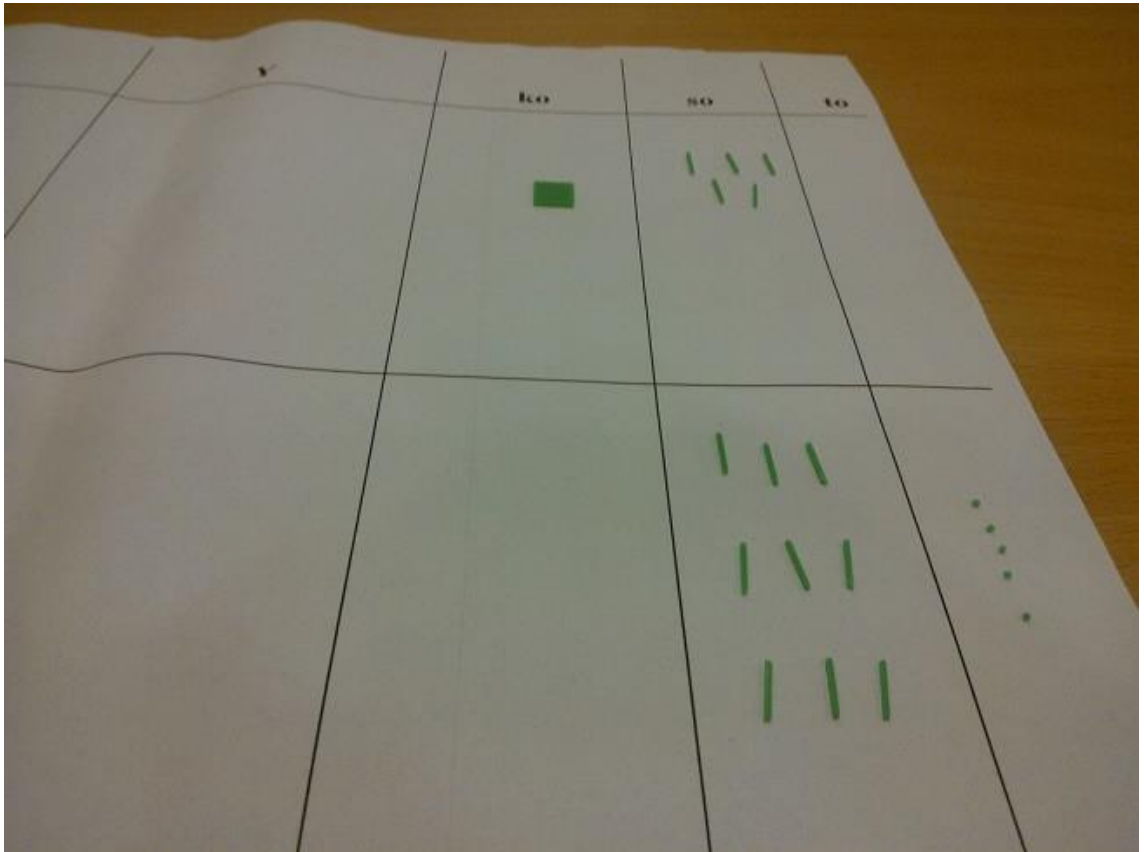
4.1.3 Kymmenjärjestelmävälineistö

Kymmenjärjestelmän ymmärtämistä tukemaan on olemassa konkreettisia välineitä, jotka mallintavat kymmenjärjestelmän rakennetta. Välineiden avulla voidaan syventää lukukäsitteen ymmärtämistä sekä yksikönmuunnosten, laskustrategioiden ja –algoritmien osaamista. Kymmenjärjestelmävälineistöön kuuluu alusta, jossa on oma sarakkeensa ykkösille, kymmenille, sadoille ja tuhansille. Ykkösiä kuvataan kuutiosenttimetrin kokoisilla palasilla, ja niiden lisäksi välineistöön kuuluu kymppisauvat (koostuvat kymmenestä ykkösestä), satalevyt (koostuvat kymmenestä kymppisauvasta) ja tuhatkuutiot (koostuvat kymmenestä satalevystä). Kokoamalla alustalle havainnollinen malli luvusta paikkajärjestelmän idea konkretisoituu ja ymmärtäminen tehostuu. (Korhonen 2013.) Kuvassa 1 havainnollistetaan lukua 1123 kymmenjärjestelmävälineillä.



KUVA 1. Luku 1123 kymmenjärjestelmävälineillä esitettynä.

Kymmenjärjestelmävälineistöön kuuluvat myös desimaaliosat, jotka ovat kokonaisten ykkösten, kymppien, satojen ja tuhansien tapaan ”oikean” kokoisia suhteessa toisiinsa. Lawton ja Hansen (2011, 40) antavat esimerkin oppilaiden yleisestä desimaalilukuihin liittyvästä virheestä. Oppilas ajattelee, että luku 0,095 on suurempi kuin luku 0,15. Tämä ilmeisesti johtuu siitä, että 95 on suurempi kuin 15. (Lawton ym. 2011, 40.) Oppilas ei ymmärrä kunnolla kymmenjärjestelmää paikkajärjestelmänä ainakaan desimaaliosien osalta. Kymmenjärjestelmävälineiden desimaaliosien avulla (kuva 2) voidaan konkreettisesti nähdä, että luku 0,15 on suurempi kuin luku 0,095.



KUVA 2. Luvut 0,15 ja 0,095 esitettynä kymmenjärjestelmävälineillä.

Kymmenjärjestelmävälineiden lisäksi on olemassa muitakin matematiikan opetukseen tarkoitettuja toimintavälineitä, jotka soveltuvat kymmenjärjestelmän oppimiseen. Esimerkiksi värinappien tai multilink-palikoiden avulla voidaan mallintaa kymmenjärjestelmän rakentumista. Multilink-palikoiden etuna värinappeihin verrattuna on, että

niistä voidaan yhteen liittämällä muodostaa kymmenen kokonaisuuksia, ja näin saadaan selkeä ero yksittäisten ykkösten ja kymppien välille.

Ten Base on oppimispeli, joka soveltuu hyvin kymmenjärjestelmän perusteiden opiskeluun. Esimerkiksi prosentteja, desimaalilukuja ja niiden laskutoimituksia opitaan Ten base -pelissä rahan avulla. Kun pelataan euroilla, toiminta on kuin osa oppilaiden arkea ja yhteys käytännön elämään on helppo nähdä. Näin oppilaiden motivaatio pelaamiseen ja oppimiseen on korkealla.

4.2 Puheen ja sosiaalisen vuorovaikutuksen merkitys matematiikan oppimisessa

Ross (2002, 422) on tutkinut paikka-arvon ymmärtämistä 3.-5. luokkalaisilla oppilailla. Tutkimuksen tulokset osoittavat, että paikka-arvon käsitteen ymmärtäminen auttaa oppilaita kaksi- tai suurempinumeroisten laskuoperaatioiden suorittamisessa. Lisäksi Ross toteaa, että oman ajattelun näkyväksi tekemisellä, esimerkiksi kirjoittamalla tai puhumalla, ja sosiaalisella vuorovaikutuksella on suuri merkitys paikka-arvokäsitteen omaksumisessa. Mitä paremmin oppilaat osaavat ilmaista oman matemaattisen ajattelunsa kulkua toisille ja mitä enemmän he jakavat ajatuksiaan toisten oppilaiden kanssa, sitä paremmin he tuntuvat ymmärtävän käsitteen.

Puheella on keskeinen merkitys lapsen oppimisessa, koska puheen avulla lapsi kuvaa ajatusmallejaan. Opettajan on mahdollista kysymysten avulla ohjata oppimisprosessia, kun hän tietää, miten lapsi ajattelee. (Ikäheimo & Risku 2004, 232.) Matemaattiset symbolit otetaan mukaan oppimiseen vähitellen ja lapsen puhe muutetaan täsmälliseksi ”matematiikan kieleksi”. Myös unkarilaisessa Varga-Neményi -opetusmenetelmässä puheella on keskeinen sija oppimisessa. Se tarkoittaa yhteistä pohtimista, kokeilemistä, yritystä ja erehdystä ajattelun kehittämisessä (Lampinen, Neményi, Oravec 2011, 13).

Sosiaalista vuorovaikutusta sekä ajattelutaitojen kehittymisen merkitystä matematiikan oppimisessa korostavat myös Perkkilä ja Ojala (2009). He ovat tutkineet opettajien

esiin tuomia ongelmia matematiikan opettamisen ja oppimisen näkökulmasta. Ongelmaperustainen oppimisympäristö, jossa oppilaat saavat yhdessä pohtia, konkretisoida ja kertoa omasta ajattelustaan, tekee Perkkilän ja Ojalan mukaan oppimisesta merkityksellistä oppilaalle.

4.3 Opettajan rooli matematiikan opettamisessa

Kaikkia oppilaita ei kuitenkaan voi auttaa ymmärtämään kymmenjärjestelmää tai muutaakaan matematiikkaa samoilla keinoin. Opettajalla tulee olla varastossaan paljon materiaalia erilaisia oppijoita ja tilanteita silmällä pitäen. Tikkasen mukaan opettaja on avainasemassa oppilaiden myönteisten matematiikka-asenteiden luomisessa (Tikkanen 2008, 273). Opettaja valitsee opetusmenetelmät ja hän muokkaa opetussuunnitelman sisällöt sellaiseksi, että oppilaat kokevat oppivansa.

Samaan ajatukseen ovat päätyneet alkuopetuksen tutkijat. Heidän mukaansa keskeisimmät motivaatiota selittävät tekijät matematiikan oppimisessa ovat opettajan pedagogiset tavoitteet. Opettajat, jotka ajattelevat, että motivaatio ja minäkuvan kehittyminen ovat tärkeitä opetustavoitteita, toimivat luokkatilanteissa tavalla, joka edistää oppilaiden tehtäväsuuntautuneisuutta. Tämä toteutuu esimerkiksi siten, että oppilaat saavat sopivan tasoisia tehtäviä ja työskentelystään positiivista palautetta. Opettajan innostuneisuus välittyy oppilaille ja oppiminen koetaan mielekkääksi. Alkuopetusikäisen lapsen käsitys itsestään matematiikan oppijana muovautuu ensimmäisten kouluvuosien aikana ja minäkuvan kehittyminen on itseään vahvistava kehä: korkea osaamisen taso matematiikassa lisää tehtäväsuuntautuneisuutta, joka osaltaan vahvistaa matematiikan oppimista myöhemmin. (Aunola, Leskinen & Nurmi 2006, 34 - 35.)

Wright, Martland ja Stafford (2006, 158) ovat tutkimuksensa perusteella antaneet ohjeita opettajille, kuinka toteuttaa korjaavaa ja eriyttävää opetusta matematiikan peruslaskutoimitusten kohdalla. Tärkeää on, että opettajalla on selkeä käsitys kunkin oppilaan laskustrategioista ja taidoista ennen korjaavan opetuksen alkua. Tavoite oppimiselle tulee asettaa sopivalle tasolle oppilaan aiemman osaamisen mukaan. Opettajan tehtävä on johdattaa oppilasta tarkoituksella käyttämään entistä kehittyneempiä las-

kustrategioita. Oppilaan matematiikan käsitteellistämistä ja matemaattisen ajattelun jäsentämistä voi edesauttaa esimerkiksi käyttämällä opetusmenetelmiä, jotka pakottavat oppilaan ajattelemaan ongelmaa perusteellisesti. Tutkimuksessaan Wright, Martland ja Stafford (2006, 99) teettivät lapsille muun muassa seuraavan tehtävän, joka kannustaa ajatteluun pelkän mekaanisen laskemisen sijaan.

Aluksi oppilasta pyydetään ratkaisemaan laskutoimitus $6 + 6$. Kun oppilas antaa oikean vastauksen $6 + 6 = 12$, annetaan seuraavat laskutoimitukset: $7 + 5$, $8 + 4$ ja $9 + 3$. Oppilaalta kysytään, miten hän voi käyttää hyväkseen ratkaisemaansa laskua $6 + 6 = 12$ ratkaistessaan muita yhteenlaskuja. Tarkoituksena on, että oppilas oppii tuomaan ilmi käyttämänsä laskustrategian. Tehtävän avulla voidaan kartoittaa, millä tasolla oppilas laskustrategioissaan on. Tämän tyyppinen harjoitus myös paljastaa, jos oppilas osaa tietyt laskutoimitukset ulkoa osaamatta käyttää apunaan ajattelustrategioita.

5 TUTKIMUSONGELMAT JA TUTKIMUSTEHTÄVÄT

Tutkimuksemme lähtökohtana on kiinnostus selvittää kymmenjärjestelmän hallinta Kymppi-kartoituksen tulosten perusteella. Koska kartoitusta käytetään yhtenä osaamisen ”seulana”, on mielekästä tarkastella sen käytettävyyttä opettajan pedagogisena työkaluna.

Tutkimme määrällisin menetelmin, miten viidesluokkalaiset oppilaat (N = 79) hallitsevat kymmenjärjestelmän Kymppi-kartoitus 2:n perusteella. Kartoituksen rakenne on muodostettu siten, että tehtävät voi sisällöllisesti yhdistellä lukujonotehtäviin ja laskutehtäviin. Kymmenjärjestelmän hallinnan näkökulmasta on mielenkiintoista tutkia, onko lukujonotaidoilla yhteyttä laskutaitojen osaamiseen. Koska esiopetusikäisen lapsen lukujonotaidot ennustavat tutkijoiden mukaan erittäin hyvin laskutaidon kehitystä alkuopetuksen aikana (Räsänen 2012, 1174; Aunio ym. 2004, 202; Aunola ym. 2004; Hannula ym. 2006, 145), niin on tarkoituksenmukaista selvittää, päteekö tämä sama yhteys myös viidesluokkalaisten oppilaiden kohdalla.

Matematiikan eri tutkimuksissa (Hannula 2001; Kupari ym. 2012; Niemi ym. 2008) vertaillaan tyttöjen ja poikien välisiä eroja osaamisessa. Siksi myös tästä aineistosta on mielekästä tehdä vastaavaa vertailua.

Kartoituksen tekemiseen käytetty aika kertoo oppilaan laskutaitojen automatisoitumisesta. Oppilas, jolla on oppimisvaikeuksia, suoriutuu matematiikan tehtävistä hitaasti ja käyttää laskustrategioita, jotka ovat tyypillisiä ikätasoa nuoremmille lapsille (Räsänen ym. 2005, 218). Tämän vuoksi on tärkeää tarkastella kartoitukseen käytetyn ajan ja yhteispistemäärän välistä riippuvuutta.

Tutkimuksemme pää- ja alaongelmat ovat seuraavat:

Pääongelma:

- ❖ Miten kymmenjärjestelmä hallitaan peruskoulun viidennellä luokalla?

Alaongelmat:

- 1) Onko lukujonotehtävien ja laskutehtävien osaamisen välillä yhteyttä?
- 2) Onko tyttöjen ja poikien kymmenjärjestelmän hallinnassa eroja?
- 3) Onko kartoitukseen käytetyn ajan ja yhteispistemäärän välillä yhteyttä?

Laadullisena aineistona tutkimuksessamme on kahden Kymppi-kartoitusta luokassaan käyttäneen opettajan haastattelut. Niiden pohjalta tutkimustehtävänäme on kuvata kokemuksia, *kuinka opettaja voi käyttää kartoitusta työssään sekä hyödyntää saamaansa tietoa opetuksen suunnittelussa*. Määrällisen aineiston antaman tiedon lisäksi käyttäjien kokemusten avulla saadaan laajempi näkökulma kartoituksen tarkasteluun.

6 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

6.1 Kymppi-kartoitus

Hannele Ikäheimon kehittämä Kymppi-kartoitus on materiaalipaketti, jolla voidaan kartoittaa oppilaiden kymmenjärjestelmän hallintaa sekä antaa opettajalle välineitä ja ideoita suunnitella kymmenjärjestelmän oppimista tukevaa opetusta. Ikäheimo katsoi tarpeelliseksi suunnitella alakouluun soveltuvan materiaalin huomattuaan kymmenjärjestelmän hallinnassa pahoja puutteita Alva-kartoituksen (ammattilaskennan valmiuksien kartoitus) kokeilutuloksissa yläkoulu- ja lukioikäisillä. (Ikäheimo 2011, 8.)

Kymppi-kartoitus sisältää tehtäviä luonnollisiin lukuihin, desimaalilukuihin sekä yksikönmuunnoksiin liittyen. Kymppi-kartoituksia on kaksi: ensimmäinen on ajateltu tehtävän 2.-4. luokilla, toinen luokilla 4-6. Kartoituksen 1 sisältämät asiat ovat sellaisia, että oppilaiden tulisi hallita ne moitteetta kolmannen luokan loppuun mennessä. Kartoitus 2 puolestaan sisältää tehtäviä, jotka oppilaiden pitäisi osata viimeistään viidennen luokan jälkeen. Ikäheimon mukaan jokaiseen oppilaan kartoituksessa 2 tekemään virheeseen tulisi suhtautua vakavasti, koska kyse on aivan matematiikan keskeisistä sisällöistä. (Ikäheimo 2011, 6-7.)

Tutkimuksessamme tarkastellaan viidennen luokan oppilaiden tuloksia Kymppi-kartoitus 2:ssa. Kymppi-kartoitus 2 sisältää yhdeksän eri osa-alueita käsittelevää tehtävää kymmenjärjestelmään liittyen. Maksimipistemäärä on 70. Kartoituksen tekemiseen ei ole asetettu aikarajaa, mutta oppilaat merkitsevät paperiinsa sekä aloitus- että loppusaikansa, joten kunkin oppilaan kartoitukseen käyttämä aika voidaan ottaa huomioon tuloksia tarkasteltaessa.

Kolme ensimmäistä tehtävää (1-3) pohjautuvat lukujonotaitoihin. Tehtävässä 1 vertaillaan lukujen suuruutta. Oppilaan on valittava kahdesta luvusta suurempi. Paikka-arvon ymmärtäminen, jota käsitelimme luvussa 2.2, on tehtävässä keskeisessä roolissa. Teh-

tävässä 2 oppilaan on jatkettava annettua lukujonoa. Lukujonoja on sekä luonnollisilla luvuilla että desimaaliluvuilla, ja ne ovat sekä nousevia että laskevia. Tehtävä kartoittaa erityisesti lukujono- ja lukujen käsittelytaitoja. Tehtävä 3 on pyöristämistehtävä; luku on pyöristettävä annettuun tarkkuuteen. Mukana on niin luonnollisia lukuja kuin desimaalilukujakin. Myös tässä tehtävässä oleellista on paikka-arvon ymmärtäminen. Osa-takseen pyöristää lukuja oppilaan on tiedettävä, mikä numero luvussa ilmaisee mitäkin paikka-arvoa, esimerkiksi mikä numero edustaa satoja, mikä tuhansia jne.

Tehtävän 4 tarkoituksena on kartoittaa oppilaan yksikönmuunnostaitoja. Eri mittayksiköitä tulee esittää muutettuna toiseen mittayksikköön. Mukana on pituuden, painon ja tilavuuden perusyksiköitä, ja muunnoksia pitää tehdä niin isommasta yksiköstä pienempään kuin toisinkin päin. Mittayksiköiden muunnoksissa kymmenjärjestelmän ymmärtäminen on oleellista, koska mittayksiköiden välillä suhdeluku on aina jokin kymmenen kerrannainen. Suurempi yksikkö on kymmenkertainen edelliseen verrattuna, pienempi taas on kymmenesosa seuraavaan nähden. Tämän lisäksi on tärkeätä muistaa yksiköiden etuliitteet, niiden lyhenteet ja järjestys. Mittayksiköiden ja niiden muunnosten ymmärtämistä auttaa, mikäli ne ovat oppilaalle tuttuja arkielämästä. Kymppi-kartoituksessa mukana on muunnoksia vain tutuimmista mittayksiköistä. Tehtävässä 5 kartoitetaan oppilaan laskujärjestyssääntöjen hallintaa. Laskujärjestys on sopimuskysymys, mutta sääntöjen osaaminen on edellytys laskutehtävien onnistumiselle.

Tehtävät 6 ja 7 sisältävät laskutehtäviä: yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja. Tehtävän 6 tehtävät eivät sisällä kymmenylityksiä, tehtävän 7 tehtävät sisältävät. Molemmissa tehtävissä on kaksi osiota (6.1 ja 6.2 ja 7.1 ja 7.2). Ensimmäiset osiot (6.1 ja 7.1) kartoittavat laskutaitoja luonnollisilla luvuilla. Toisten osioiden (6.2 ja 7.2) tehtävät ovat laskutoimituksia desimaaliluvuilla. Jotta laskutehtävistä suoriutuu, laskustrategioiden tulee olla kehittyneitä. Esimerkiksi lukujen yhteen- ja vähennyslaskuissa kymmenylityksissä lukujen hajotelmien, eli ns. sydänparien automatisoituminen on edellytyksenä sujuvalle laskutehtävien suorittamiselle. Kymmenjärjestelmän ymmärtäminen paikkajärjestelmänä ja paikka-arvon käsitteen hallinta ovat keskeisessä asemassa laskutehtävienkin kohdalla.

6.2 Tutkimuksen aineisto ja aineistonkeruu

Tutkimuksessa on sekä laadullista että määrällistä aineistoa. Määrällisenä aineistona on Kymppi-kartoitus 2:n tulokset. Tulokset sisältävät yksittäisten tehtävien pistemäärät, yhteispistemäärät, kartoituksen tekemiseen käytetyn ajan sekä sukupuolen jokaisen oppilaan kohdalta. Oppilaat ovat tehneet kartoituksen huhtikuussa 2013. Kartoitukseen osallistui 79 viidennen luokan oppilasta yhdessä Pirkanmaan koulussa. Koulussa on käytössä Kymppi-kartoitukset oppimisen tuen arvioinnin yhtenä ”seulana”. Koulun opettajat teettivät kartoituksen oppilailla ja saimme valmiin aineiston käyttöömme. Tilastollista jälkikäsitteilyä varten muodostimme aineistosta matriisin.

Laadullisena aineistona on kaksi haastattelua. Haastateltava A on yhteistyökoulumme erityisluokanopettaja ja haastateltava B on Kymppi-kartoituksen hyvin tunteva matematiikan erityisopetukseen erikoistunut opettaja. Molemmat haastateltavat ovat käyttäneet Kymppi-kartoitusta omassa työssään.

Opettaja A on koulutukseltaan kasvatustieteiden maisteri, luokanopettaja ja erityisluokanopettaja. Hänellä on työkokemusta noin 20 vuotta, josta viimeiset neljä vuotta erityisluokanopettajan virassa.

Opettaja B on koulutukseltaan kasvatustieteiden kandidaatti, työskennellyt esiopetuksessa, käynyt matematiikan erityisopetukseen liittyviä koulutuksia (mm. Varga-Neményi -menetelmä) ja työskennellyt matematiikan erityisopetuksen parissa alakoulussa viimeiset vuodet.

Haastattelut nauhoitettiin ja litteroitiin. Opettajan A haastattelu kesti 30 minuuttia ja opettajan B 22 minuuttia. Litteroitua tekstiä molemmista haastattelusta syntyi 7 sivua fonttikoolla 11 ja rivivälillä 1,5.

Opettajalle A oheiset kysymykset lähetettiin sähköpostilla etukäteen mietittäväksi. Opettaja B ei tutustunut kysymyksiin etukäteen, vaan esitimme osan kysymyksistä haastattelun kuluessa. Emme katsoneet tarpeelliseksi esitellä kysymyksiä opettajalle B etukäteen sen vuoksi, että tapasimme hänet henkilökohtaisesti ennen haastattelua ja kerroimme tutkimuksestamme ja haastattelun tarkoituksesta.

Haastattelukysymykset

- ❖ Kerrotko ensin koulutuksestasi ja työkokemuksestasi taustatiedoiksi.
- ❖ Kerro, mitä tiedät Kymppi-kartoituksesta.
- ❖ Kuinka kauan olet käyttänyt Kymppi-kartoitusta?
- ❖ Millä perusteella oppilaille teetetään Kymppi-kartoitus ja millä perusteella heille tarjotaan oppimisen tukea?
- ❖ Mitä mieltä olet opettajana kartoituksen rakenteesta ja tehtävistä?
- ❖ Onko sinulla tuntuma siitä, minkä matemaattisten osa-alueiden kohdalla oppilailta tapahtuu eniten kärryiltä tippumista?
- ❖ Kerro matematiikan opetuksen järjestämisestä.
- ❖ Millaisia välineitä käytät opetuksessa?
- ❖ Kerro, miten olet käyttänyt korjaavaa harjoitusmateriaalia. Oletko käyttänyt muuta harjoitusmateriaalia?
- ❖ Oletko huomannut edistymistä oppilaiden taidoissa?
- ❖ Oletko teettänyt saman kartoituksen uudestaan ja katsonut, miten pistemäärät muuttuvat?
- ❖ Kerro, miten arvioit oppilaan taitoja?
- ❖ Millainen kokemus Kymppi-kartoitus on sinulle tähän mennessä ollut?

Haastatteluaineisto muodostui vapaamuotoisessa keskustelussa, jossa kysymykset olivat keskustelun virittäjinä, eivätkä varsinaisesti ohjanneet keskustelua. Kaikkia suunniteltuja kysymyksiä ei keskustelun aikana käyty läpi perusteellisesti.

6.3 Tutkimuksen metodologia

Tämä tutkimus yhdistää määrällisen ja laadullisen tutkimuksen ns. mixed methods – lähestymistapaa käyttäen (Linnilä 2006, 67). Kymppi-kartoituksen pistemäärien tarkastelu on luontevinta tehdä määrällisen tutkimuksen menetelmin, jolloin käytämme taulukkolaskentaa ja SPSS-ohjelmaa numeerisen aineiston käsittelyssä. Opettajalle pelkien numeroiden välittämä tieto ei ole riittävää. Sen vuoksi halusimme ottaa mukaan käyttäjien kokemuksia haastatteleamalla kahta opettajaa.

6.3.1 Määrällisen tutkimusaineiston analysointi

Kymppi-kartoituksen tulosten käsittelyyn olemme tässä tutkimuksessa käyttäneet kvantitatiivisia tutkimusmenetelmiä. Valli (2001, 9) määrittelee, että tilastollinen tutkimus tarkoittaa aineiston käsittelyä matemaattisten toimenpiteiden avulla. Käytämme tilastolliseen tarkasteluun SPSS for Windows –ohjelmistoa. Ohjelmisto suorittaa tarvittavat laskutoimitukset kivuttomasti, mutta Valli (2001, 9) muistuttaa, että tutkijan tärkeäksi tehtäväksi jää ymmärtää ja tulkita, mitä ohjelman antamat luvut tarkoittavat.

Tilastollinen tutkimus perustuu tilastotieteeseen. Tilastotiedettä voidaan pitää tutkijan apuvälineenä kvantitatiivisen aineiston käsittelyyn ja tulosten esittämiseen. Tilastollisessa tutkimuksessa käytetään empiiristä tutkimustapaa, jossa yksittäistapausten kautta on tarkoitus löytää yleisiä säännönmukaisuuksia. (Valli 2001, 9-10). Tässä tutkimuksessa pyrimme tilastollisin menetelmin selvittämään mm. sen, löytyykö Kymppi-kartoituksen tuloksista sukupuolten välisiä eroja.

Tilastollisessa tutkimuksessa tutkijan tehtävänä on siis testata jonkin ilmiön tilastollista yleistettävyyttä perusjoukkoon (Valli 2001, 11). Tutkimuksemme perusjoukkona on yhteistyökoulumme viidesluokkalaiset ja otoksena koko tämä perusjoukko. Otos ei ole satunnainen vaan harkinnanvarainen. Tulosten perusteella yleistystä esimerkiksi koko Suomen viidesluokkalaisiin ei voida tehdä, mutta tulokset kertovat kattavasti kyseisen koulun viidennen luokan oppilaiden osaamisesta. Harkinnanvaraiseen otantaan päädyimme sen vuoksi, että kyseisessä koulussa ei ollut aikaisempaa tutkimustietoa kartoituksen tuloksista ja koulun oppilasmäärä on niin suuri, että määrällistä tutkimusta on mielekästä tehdä.

Aineistoa yleisesti kuvaillaksemme olemme laskeneet tunnusluvusta keskiarvoja ja keskihajontoja. Olemme piirtäneet pylväsdigrammeja yhteispisteiden jakautumisesta ja tehtäväkohtaisista ratkaisuprosenteista.

Tilastolliset merkitsevyydestaukset ilmaisevat, voidaanko saadut tulokset yleistää koskemaan koko perusjoukkoa. Merkitsevyydestien yhteydessä saadaan p-arvo. Tulos on tilastollisesti melkein merkitsevä, jos $p \leq 0,05$. Tämä tarkoittaa, että on 5 prosentin mahdollisuus, että tulos saatu on sattumaa. Mikäli $p \leq 0,01$, tulos on tilastollisesti mer-

kitsevä ja mikäli $p \leq 0,001$ se on tilastollisesti erittäin merkitsevä. Kun tulos on tilastollisesti erittäin merkitsevä, on siis ainoastaan 0,1 prosentin todennäköisyys, että se on sattumaa. (Valli 2001, 71)

Merkitsevyytestauksista olemme tässä tutkimuksessa käyttäneet Khin-neliötestiä, T-testiä ja varianssianalyysiä. Khin-neliötestin yhteyteen tarvitaan ristiintaulukointi testattavista muuttujista. Ristiintaulukon avulla voidaan kuvata kahden muuttujan välistä yhteyttä. Selittävä muuttuja on nimensä mukaisesti se, kumpi selittää toista muuttujaa ja kumman suhteen vertailua tehdään. (Valli 2001, 55, 72, 83). Esimerkiksi, kun tutkimuksessamme tarkastellaan sukupuolen ja yhteispisteiden välistä yhteyttä, selittävä muuttuja on sukupuoli. Ristiintaulukointeja varten luokittelimme muuttujia uudelleen. Koska oppilaiden Kymppi-kartoituksessa saamat yhteispisteet vaihtelivat 21 ja 70 välillä, luokittelimme yhteispistemäärän viiteen luokkaan kymmenen pisteen välein. Oppilaiden kartoitukseen käyttämä aika vaihteli 10 minuutista 34 minuuttiin. Ajan luokittelimme uudelleen kolmeen luokkaan frekvenssitaulukon pohjalta. Frekvenssitaulukko kertoo, kuinka monta kertaa mikin muuttujan arvo aineistossa esiintyy. Muodostimme uudet aikaluokat siten, että jokaiseen luokkaan tuli suunnilleen yhtä monta oppilasta.

Muuttujista muodostimme summamuuttujat, joissa yhdistetään vähintään kaksi samalla tavalla mitattua muuttujaa yhdeksi muuttujaksi (Valli 2001, 87). Tutkimuksessamme halusimme selvittää, onko lukujonotehtävien osaamisella yhteyttä laskutehtävien osaamiseen, joten muodostimme summamuuttujat lukujonotehtävien pisteistä ja laskutehtävien pisteistä. Cronbachin alfa-kertoimen valossa laskutehtävien pisteistä muodostetun summamuuttujan sisäinen johdonmukaisuus on hyvä (0,901), mutta lukujonotehtävien osalta kerroin jäi hieman pieneksi (0,432). Cronbachin alfa-kerroin kertoo summamuuttujan sisäisestä johdonmukaisuudesta, joka puolestaan ilmaisee summamuuttujan luotettavuutta. Hyvän sisäisen johdonmukaisuuden raja-arvona pidetään alfa-kerrointa 0,60. Kertoimeen vaikuttavat aineiston koko ja summamuuttujassa olevien muuttujien määrä. (Valli 2001, 94 – 95.)

Khin-neliötesti yhdessä ristiintaulukon kanssa kertoo, onko kahden muuttujan välillä riippuvuutta. Ristiintaulukossa ei saa olla tyhjiä soluja, koska muuten testin laskeminen ja tulkitseminen ei ole mahdollista. Lisäksi pieniä luokkia ei saa olla enempää kuin 20 prosenttia. (Valli 2001, 72 - 73, 75.) Näiden vaatimusten vuoksi luokkien yhdistäminen

omassa tutkimuksessa oli välttämätöntä. Khin-neliötesti antaa edellä esitellyn p-arvon, jonka perusteella tiedetään, voiko tulosta yleistää.

T-testin käyttäminen vaatii, että testattavat muuttujat ovat laskettavia. T-testi vertailee kahden ryhmän keskiarvoja jonkin muuttujan osalta. Testin antama p-arvo kertoo myös T-testissä tuloksen yleistettävyydestä. Sen avulla voidaan varmistua, ettei saatu tulos ole vain sattumaa. (Valli 2001, 80 - 81.) T-testissä voidaan vertailla vain kahta ryhmää kerrallaan, joten tutkimuksessa se soveltui parhaiten pisteiden vertailuun sukupuolien välillä.

Varianssianalyysi soveltuu useamman kuin kahden ryhmän väliseen riippuvuusvertailuun. Yksisuuntaisessa varianssianalyysissä vertaillaan ryhmien keskiarvoja jonkin muuttujan suhteen. Muuttujien tulee siis varianssianalyysissäkin olla laskettavia eli vähintään välimatka-asteikollisia. F-arvo on varianssianalyysin testisuure, jonka perusteella lasketaan p:n arvo. Varianssianalyysin p-arvo yhdessä ristiintaulukon tai ryhmäkohtaisten aritmeettisten keskiarvojen kanssa kertoo saadun tuloksen tilastollisesta merkitsevyydestä. (Valli 2001, 82-83).

6.3.2 Laadullisen tutkimusaineiston analysointi

Haastattelumuotona meillä oli teemahaastattelu, joka tarkoittaa haastattelun etenemistä tiettyjen etukäteen valittujen teemojen ja niihin liittyvien tarkentavien kysymysten varassa (Tuomi & Sarajärvi 2003, 77). Teemahaastattelusta puuttuu strukturoidulle haastattelulle oleellinen kysymysten tarkka muoto ja järjestys (Eskola & Vastamäki 2007, 27). Haastattelijan on kuitenkin syytä varmistaa, että kaikki etukäteen päätetyt teema-alueet käydään haastateltavan kanssa läpi. Teemojen järjestys ja laajuus voivat vaihdella haastattelusta toiseen (Eskola & Vastamäki 2007, 27).

Mietimme ennen haastattelun tekemistä erilaisia avoimia kysymyksiä keskustelun viritämiseksi. Emme halunneet käyttää suoria kysymyksiä, koska ne ohjaavat vastauksia helposti haluttuun suuntaan. Kaikkia kysymyksiä ei haastattelutilanteessa edes kysyty, vaan opettaja sai vapaasti kertoa kysymykseen liittyvistä asioista. Tällaisen haastatte-

lun heikkoutena on, että litteroinnin jälkeen haastattelija saattaa huomata, että jostakin asiasta olisi voinut kysyä enemmän.

Laadullisen tutkimuksen perusanalyysimenetelmä on sisällönanalyysi (Tuomi & Sarajärvi 2003, 93). Aineistolähtöinen sisällönanalyysi etenee vaiheittain ja vaiheet voidaan karkeasti jakaa kolmeen osioon: 1) aineiston pelkistäminen, 2) aineiston ryhmittely ja 3) teoreettisten käsitteiden luominen (Tuomi & Sarajärvi 2003, 111). Aineistolähtöisessä sisällönanalyysissä teoreettiset käsitteet luodaan aineistosta, mutta tässä tutkimuksessa teoreettiset käsitteet eivät nousseet puhtaasti aineistosta, vaan niiden pohjalla oli etukäteen jäsennellyt teemat. Teoriaohjaava sisällönanalyysi etenee samalla tavalla kuin aineistolähtöinen, mutta teoriaohjaavassa teemat ja teoreettiset käsitteet tuodaan valmiina tietona. (Tuomi & Sarajärvi 2003, 116.) Laadullisen aineistomme analysoinnissa olemme käyttäneet pääasiassa teoriaohjaavaa sisällönanalyysiä. Teemat ovat nousseet tutkimusvälineestä eli Kymppi-kartoituksesta sekä tutkimuksen teoreettisesta viitekehystä.

Luimme litteroitua aineistoa läpi kirjaten erilaisia asioita, joita haastatteluista löysimme. Samalla merkitsimme ylös aineistolainauksia, joita voisimme käyttää tulosten tarkastelun pohjana. Lainauksista muodostimme pelkistettyjä ilmauksia, joita ryhmitelimme alaluokiksi. Alaluokista tiivistimme edelleen kuusi eri teemaa. Aineiston ryhmittely pelkistetyistä ilmauksista alaluokkien kautta teemoihin on esitetty taulukossa 1.

TAULUKKO 1. Aineiston teemoittelu.

Pelkistetty ilmaus	Alaluokka	Teema
<p>Toimii ensitiedon pohjana</p> <p>Uuden oppilaan lähtötason kartoitus</p> <p>Suunnitellaan, miten jatketaan eteenpäin</p> <p>Ei tuijoteta pelkkää pistemäärää, vaan myös aikaa</p> <p>Oppilaiden pulmat tarkkaavuudessa</p> <p>Liian nopea eteneminen alkuopetuksessa</p> <p>Pienestä lähtien eriyttäminen</p>	<p>Alkuopetuksen kiire</p> <p>Ajankäyttö kartoituksessa</p> <p>Oppilaan kokonaistilanne</p> <p>Opetuksen suunnittelu</p>	<p>Kymppi-kartoitus taitojen alkukartoituksena ja opetuksen suunnittelun välineenä</p>
<p>Mittayksiköiden muunnokset ja kymmenylitys</p> <p>Desimaaliluvut</p> <p>Desimaalilukujen suuruusvertailu</p> <p>Ongelmat arkielämän laskutaidossa</p>	<p>Kymmenjärjestelmän ymmärtäminen</p> <p>Kompastuskivet</p>	<p>Kymmenjärjestelmän ymmärtämisen ongelma-alueita</p>
<p>Oikeanlaiset harjotteet, tehtävät</p> <p>Lukujen käsittelytaito, lukujen hajotelmat, sydänparit</p> <p>Matematiikan hierarkkisuus</p> <p>Valmiudet elämässä selviämiseen</p>	<p>Kartoituksen rakenne ja tehtävät</p> <p>Opettajien näkemyksiä</p>	<p>Kymppi-kartoituksen rakenne ja tehtävät</p>
<p>Palkkitunnit matematiikassa</p> <p>Ei edetä kirjaa</p> <p>Rakennetaan vahvaa pohjaa</p> <p>Opettajat tyytyväisiä</p> <p>Teettää työtä opettajilla</p>	<p>Opetuksen järjestäminen</p> <p>Opettajien kokemuksia</p> <p>Opettajien yhteistyö</p>	<p>Matematiikan opetusjärjestelyt</p>
<p>Kymppi-kirja</p> <p>Havaintovälineiden käyttö</p> <p>Multilinkeistä suklaapatukoita</p> <p>Tabletit</p> <p>Kauppaleikki, laskimen käyttö tarkistamisessa</p> <p>Koulutusta opettajille</p> <p>Kehollisuus</p>	<p>Opetusmenetelmät</p> <p>Korjaava opetus</p> <p>Koulutus opettajille</p>	<p>Opetusmenetelmät korjaavassa opetuksessa</p>
<p>Huomattava apu tuen tarvitsijoille</p> <p>Oppilaat huomaavat edistymisen ja se kiinnostaa</p> <p>Apua saa toisilta oppilailta</p> <p>Uskallettu pysähtyä</p> <p>Tuloksia on näkynyt</p> <p>Oppilaan tuntemus lisääntynyt</p>	<p>Edistyminen</p> <p>Oppilaiden motivaatio</p> <p>Sosiaalinen vuorovaikutus</p>	<p>Oppilaiden edistyminen ja motivaatio</p>

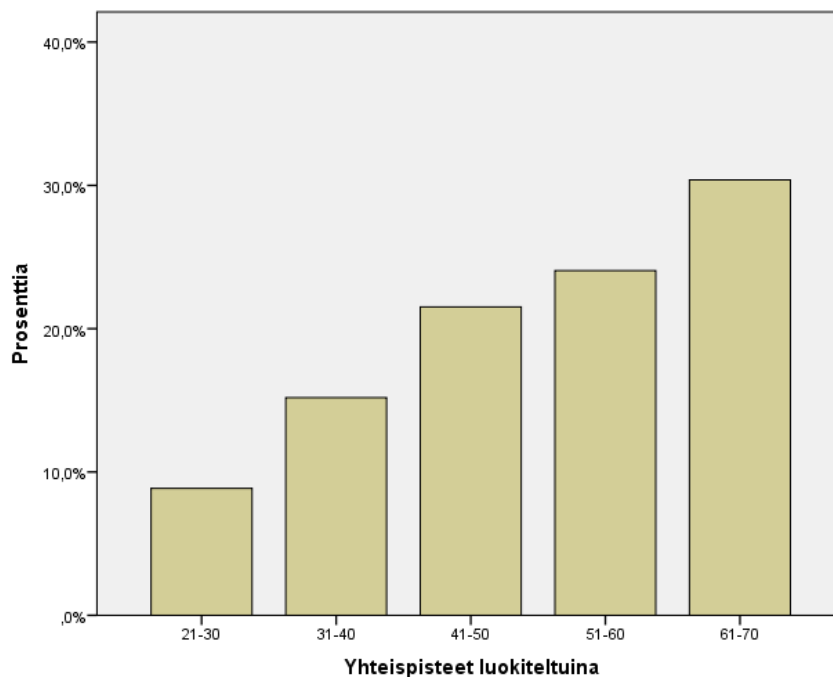
Sisällönanalyysi pohjautuu tulkintaan ja päättelyyn, jolloin tutkija muodostaa aineistosta mallin, käsitejärjestelmän, käsitteet tai aineistoa kuvaavat teemat (Tuomi & Sarajärvi 2003, 115). Tutkijan pyrkimys ymmärtää tutkittavia heidän omasta näkökulmastaan ja johtopäätösten tekeminen siitä, mitä asiat tutkittaville merkitsevät, on oleellinen osa aineiston tulkintaa. Koska meillä on omia kokemuksia matematiikan opettamisesta perusopetuksessa, puhumme haastateltavien kanssa samaa kieltä. Tältä pohjalta haastatteluaineisto jäsenyi taulukossa esitettyihin teemoihin. Aineistolähtöisesti nousi kaksi teemaa: kartoituksen käyttö alkukartoituksena ja opetuksen suunnittelun välineenä sekä oppilaiden motivaatio. Muut teemat muodostuivat haastattelukysymysten pohjalta.

Fenomenologis-hermeneuttisen tutkimusotteen avulla pyritään tutkimaan ihmisten kokemuksia (fenomenologia) sekä ymmärtämään ja tulkitsemaan näitä kokemuksia (hermeneutiikka). Metodi tarkoittaa ajattelutapaa ja tutkimusotetta eikä säännönmukaista aineiston käsittelytapaa, toisin kuin sisällönanalyysi. Laineen mukaan teema-haastattelu ei ole hyvä tie kokemuksiin. (Laine 2007, 33, 37.) Vaikka meidän haastattelumme olivat teemahaastatteluja, ne olivat luonteeltaan keskustelunomaisia tapahtumia, joissa pyrimme antamaan haastateltaville mahdollisimman paljon tilaa. Haastattelujen pohjalta tulkitsemme haastateltavien puhetta ja kuvaamme heidän kokemuksiinsa tutkimusaiheen ympärillä luvussa 7.2 Haastateltujen opettajien kokemuksia Kymppi-kartoituksesta.

7 TUTKIMUKSEN TULOKSET

7.1 Miten kymmenjärjestelmä hallitaan Kymppi-kartoituksen tulosten perusteella?

Oppilaiden kartoituksessa saamat yhteispisteet jakautuivat seuraavan kuvion 2 mukaisesti. Yli 30 % oppilaista sai enemmän kuin 60 pistettä. Yhdeksän prosenttia oppilaista sai 30 pistettä tai vähemmän. Yhteispisteiden keskiarvo oli 51 pistettä. Keskihajonta oli 13 pistettä.

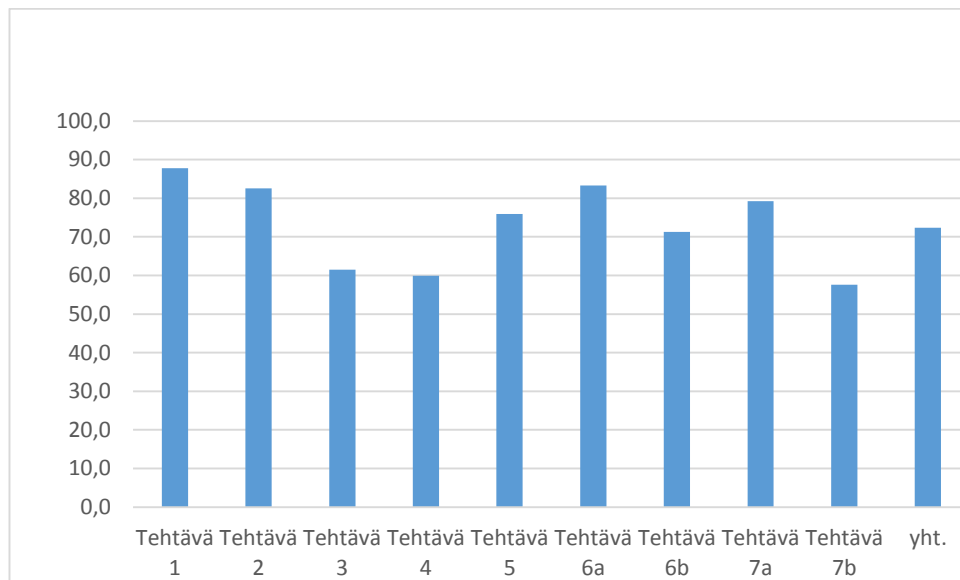


KUVIO 2. Yhteispistemäärien jakautuminen.

Kymppi-kartoituksen tehtävät ovat sellaisia, että viidesluokkalaisten tulisi ne osata. Pistemäärien painottuminen ylimpiin luokkiin ei siten ole yllättävää. Koska tavoitteena

on, että kaikki oppilaat osaisivat tehtävät virheettä, on selvää, että kymmenjärjestelmän hallinnassa on pahoja puutteita. Erityisesti huolta aiheuttavat alle 30 pistettä saaneet oppilaat. Tällöin oppilaiden osaaminen on jo niin heikkoa, että matematiikan uusien sisältöjen omaksuminen vaikeutuu huomattavasti.

Lisäksi tarkastelimme tuloksia piirtämällä pylväsdiagrammin ratkaisuprosenteista tehtävittäin (kuvio 3). Ratkaisuprosentti tarkoittaa, kuinka suuren osan tehtävän maksimipisteistä oppilaat keskimäärin saivat. Keskiarvon laskimme tehtävien pistemäärien keskiarvona.



KUVIO 3. Ratkaisuprosentit tehtävittäin.

Kymmenjärjestelmän kannalta heikoimmin osattiin lukujen pyöristämistä, mittayksiköiden muunnoksia ja laskutoimituksia desimaaliluvuilla kymmenylitysten kanssa käsittelevät tehtävät (3, 4 ja 7b). Parhaiten sujuivat tehtävät, joissa käsiteltiin lukujen vertailua, lukujonoja ja laskutoimituksia luonnollisilla luvuilla ilman kymmenylityksiä (1, 2 ja 6a).

Tarkastelimme aineistoa etsien oppilaiden tekemiä tyypillisiä virheitä tehtävittäin. Tehtävässä 1 (lukujen vertailu) eniten virheitä oli tehtävän kohdassa f. Luku 0,125 merkittiin suuremmaksi kuin luku 0,50. Virheitä tuskin tulisi, jos luku 0,50 olisi kartoituksessa

merkitty 0,500. Myös e-kohdan saman tyyppisessä tehtävässä tuli muutama virhe. Tällaisia virheitä desimaalilukujen vertailussa käsiteltiin luvussa 4.1.3 Kymmenjärjestelmävälineistö.

Tehtävässä 2 (lukujonojen jatkaminen) virheitä syntyi siirryttäessä lukujonoissa alas päin ja desimaalilukujen lukujonoissa. Tytöt osasivat tehtävässä 3 (pyöristäminen) tehtävät selvästi heikommin kuin pojat. Tehtävän ratkaisuprosentti oli tyttöjen osalta heikoin kaikki tehtävät huomioon ottaen. Lukujen pyöristäminen aiheutti monenlaisia virheitä. Osaltaan tämä voi johtua siitä, että pyöristämisen säännöt ovat unohtuneet tai toisaalta siitä, että kymmenjärjestelmän ymmärtämisessä on ongelmia.

Yksikönmuunnostehtävät (tehtävä 4, mittayksiköt) ovat oppilaille vaikeita, mikä näkyi myös tässä tehtävässä. Osittain muunnokset perustuvat muistamiseen. Oppilaat osasivat parhaiten sellaiset muunnokset, jotka ovat arkielämästä tuttuja. Esimerkiksi viivoitimesta näkee, että $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$. Oppilaiden on vaikea ymmärtää, että kun siirrytään pienemmästä yksiköstä suurempaan, lukuarvo pienenee ja päinvastoin. Tehtävässä 5 (laskujärjestys) esiintyvät virheet johtuvat siitä, että laskujärjestyssääntöjä ei muisteta. Toisaalta laskujärjestyssäännöt ovat sopimuskysymys. Tytöt osasivat säännöt selkeästi paremmin kuin pojat.

Tehtävässä 6a (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja luonnollisilla luvuilla ilman kymmenylityksiä) selkeästi eniten virheitä oli kerto- ja jakolaskuissa. Ihmetystä herättää, että kertominen kymmenellä oli niin monelle haastavaa. Oppilaista 25 eli 32 % ei osannut tehtävää 6a kohta e), jossa piti laskea 10 kertaa 24. Tehtävässä 6b (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja desimaaliluvuilla kymmenylityksen kanssa) huomaisimme, että desimaaliluvuilla laskeminen osataan selkeästi huonommin kuin luonnollisilla luvuilla. Ongelmia on enemmän kerto- ja jakolaskuissa, yhteen- ja vähennyslaskuja osataan paremmin. Kymmenellä kertominen ja jakaminen on tässäkin tehtävässä tuottanut vaikeuksia.

Tehtävän 7a (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja luonnollisilla luvuilla ilman kymmenylityksiä) j-kohdassa oli vähennyslasku $401 - 397$. Monessa paperissa oli virheellinen tulos 196. Virheessä on todennäköisesti osittain kyse siitä, että vähennettävän ja vähentäjän roolit ovat laskun aikana menneet sekaisin. Kerto- ja jakolaskujen

virheet eivät tässä tehtävässä korostuneet. Tehtävässä 7b (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja desimaaliluvuilla kymmenylityksen kanssa) ratkaisuprosentti oli kaikista pienin. Desimaalilukujen laskutoimituksissa kymmenjärjestelmän ymmärtäminen korostuu. Vaikeudet laskutoimituksissa kulminoituvat näissä tehtävissä. Paikkajärjestelmän rakenteen ymmärtämättömyys tulee virheiden kautta esiin.

7.1.1 Lukujonotehtävien ja laskutehtävien osaamisen yhteys

Tutkimme lukujonotehtävien ja laskutehtävien osaamisen välillä olevaa yhteyttä Khin-neliötestin avulla. Muodostimme summamuuttujat yhdistämällä tehtävien 1 – 3 pistemäärät uudeksi muuttujaksi sekä tehtävien 6 – 7 pistemäärät niin ikään uudeksi muuttujaksi. Tehtävät 1 – 3 mittaavat lukujonotaitoja ja tehtävät 6 -7 peruslaskutaitoja luonnollisilla- ja desimaaliluvuilla. Teimme uusista muuttujista frekvenssitaulukot, joiden perusteella jaoinme pistemäärät luokkiin niin, että jokaiseen luokkaan tuli suunnilleen saman verran oppilaita. Muodostimme ristiintaulukon (taulukko 2) näiden luokkien pohjalta.

TAULUKKO 2. Ristiintaulukointi lukujono- ja laskutehtävien pistemääristä.

		Laskutehtävien pisteet			Yhteensä
		10-26	27-34	35-40	
Lukujonotehtävien pisteet	6-11	16 55,2%	11 37,9%	2 6,9%	29 100,0%
	12-14	9 32,1%	12 42,9%	7 25,0%	28 100,0%
	15-16	0 0,0%	6 27,3%	16 72,7%	22 100,0%
	Yhteensä	25 31,6%	29 36,7%	25 31,6%	79 100,0%

Khin-neliötestin p-arvoksi saatiin 0,000, mikä tarkoittaa, että tulos on tilastollisesti erittäin merkitsevä (ks. liite 1). Ristiintaulukon ensimmäisellä rivillä ovat oppilaat, jotka ovat saaneet lukujonotehtävistä 6 - 11 pistettä. Näitä oppilaita on yhteensä 29. Näistä oppilaista 16 on saanut laskutehtävistä pisteitä 10 – 26, vain kaksi oppilasta on saanut pisteitä 35 – 40. Taulukon kolmannella rivillä ovat oppilaat, jotka ovat saaneet lukujonotehtävistä 15 – 16 pistettä. Näitä oppilaita on 22. Näistä oppilaista ei kukaan ole saanut laskutehtävistä alhaisia pisteitä (10 – 26). Yli 70 % näistä oppilaista on saanut laskutehtävistä 35 – 40 pistettä.

Ristiintaulukointi osoittaa, että oppilaat, jotka osasivat lukujonotehtävät hyvin, osasivat myös laskutehtävät. Oppilaat, jotka osasivat heikommin lukujonotehtävät, saivat pienempiä pistemääriä laskutehtävistä. Tulos osoittaa, että hyvät perustaidot ovat edellytyksenä myöhempien matemaattisten taitojen kartuttamiselle. Uuden oppiminen ja ymmärtäminen on hankalaa, jos perusteiden osaamisessa on puutteita. Jos oppilas ei alakoulun yläluokilla vielä hallitse matematiikan perusteina olevia lukujono- ja lukujenkäsittelytaitoja, hänen mahdollisuutensa oppia koko ajan vaativampia matematiikan taitoja ovat heikot. Matematiikan taitojen rakentaminen askel askeleelta ja hierarkkisesti on myöhemmän kehityksen kannalta erittäin tärkeää.

7.1.2 Sukupuolten väliset erot kymmenjärjestelmän hallinnassa

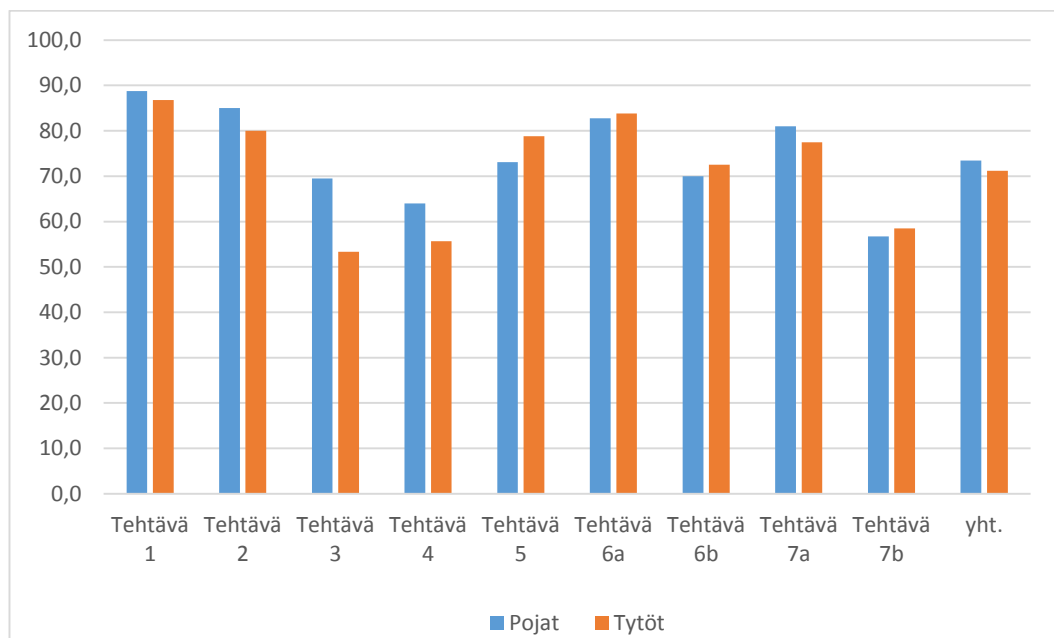
Usein ajatellaan, että pojat menestyvät matematiikassa tyttöjä paremmin. TIMMS 2012 tutkimuksen mukaan kansainväliset erot tyttöjen ja poikien välillä matematiikan pistemäärissä eivät kuitenkaan olleet tilastollisesti merkitseviä. Suomessa tyttöjen ja poikien ero pistemäärissä poikien eduksi ei ollut suuri (7 pistettä), mutta kuitenkin tilastollisesti merkitsevä. Suomalaiset neljäsluokkalaiset pojat pärjäsivät tyttöjä paremmin luvuissa ja laskutoimituksissa sekä tietoaaineiston käsittelyssä. Tytöt osasivat poikia paremmin sisältöalueen geometriset muodot ja mittaaminen. Tutkijoiden mukaan erot olivat kuitenkin hyvin pienet. (Kupari ym. 2012, 68 - 71.)

Opetushallituksen teettämässä tutkimuksessa 2008 matematiikan oppimistulokset viidennen vuosiluokan jälkeen tytöt ja pojat menestyivät lähes yhtä hyvin. Pojat olivat

hieman parempia kuin tytöt, mutta ero ei ollut tilastollisesti merkitsevä. Tytöt menestyivät geometrian sisältöalueella poikia paremmin, mutta pojat menestyivät luvut, las-kutoimitukset ja algebra sekä tietojenkäsittely, tilastot ja todennäköisyys - sisältöalueil-la tyttöjä paremmin (Niemi & Metsämuuronen 2008, 56 – 57.)

Voidaan siis arvella, että mahdolliset myöhemmin ilmenevät erot tyttöjen ja poikien matematiikan osaamisessa johtuvat muista syistä kuin perusasioiden hallinnasta. Han-nulan (2001, 11) tutkimuksessa tyttöjen ja poikien eroista matematiikan osaamisessa todetaan, että sukupuolten välinen ero tuloksissa on niin pieni, että myytti tyttöjen heikosta matematiikan osaamisesta voidaan unohtaa.

Tässä tutkimuksessa vertailimme tyttöjen ja poikien välisiä eroja Kymppi-kartoituksen pistemäärissä. Kuviossa 4 on esitetty tehtävien ratkaisuprosentit eroteltuna sukupuol-en mukaan. Merkittäviä eroja sukupuolten välillä ei tehtävien ratkaisuprosenteissa ilmene. Lukujen pyöristämistä ja mittayksiköiden muunnoksia käsittelevissä tehtävissä sukupuolten välinen ero on suurin.



KUVIO 4. Tehtävien ratkaisuprosentit sukupuolen mukaan.

Teimme tilastollista merkitsevyydestä T-testiä käyttäen yhteispistemäärän, tehtävien 3, 4 ja 5 sekä lukujonotehtävien ja laskutehtävien osalta. Ristiintaulukko (taulukko 3) kertoo yhteispisteiden jakautumisesta sukupuolittain.

TAULUKKO 3. Ristiintaulukko sukupuolen ja yhteispisteiden yhteydestä.

	Yhteispisteet					Yhteensä
	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	
Tytöt	3 7,7%	7 17,9%	9 23,1%	10 25,6%	10 25,6%	39 100,0%
Pojat	4 10,0%	5 12,5%	8 20,0%	9 22,5%	14 35,0%	40 100,0%
Yhteensä	7 8,9%	12 15,2%	17 21,5%	19 24,1%	24 30,4%	79 100,0%

Yhteispistemäärien vertailussa T-testin p-arvo on 0,602 (taulukko 4), mikä tarkoittaa, että tulos ei ole tilastollisesti merkitsevä. Sukupuoli ei selitä yhteispistemäärien eroja.

TAULUKKO 4. Sukupuolen ja yhteispistemäärien välinen T-testi.

Sukupuoli	Osaryhmän koko	Yhteispisteiden keskiarvo	t	p-arvo
Tyttö	39	49,82	-0,524	0,602
Poika	40	51,40		
Yhteensä	79	50,62		

Koska tehtävissä 3, 4 ja 5 tyttöjen ja poikien välillä näytti olevan suurimmat piste-erot, teimme vielä merkitsevyydestä näiden tehtävien kohdilla erikseen (taulukko 5). T-testin mukaan tehtävässä 3, joka käsitteli lukujen pyöristämistä, ero sukupuolten välillä oli tilastollisesti melkein merkitsevä. T-testin p-arvoksi saatiin 0,047. Muiden tehtävien kohdalla merkitsevää eroa ei ollut.

TAULUKKO 5. T-testit sukupuolen ja tehtävien 3, 4 ja 5 pisteiden riippuvuudesta.

Tehtävä	Tyttöjen ka	Poikien ka	Yhteinen ka	t	p-arvo
3	2,67	3,48	3,08	-2,015	0,047
4	5,56	6,38	5,97	-1,057	0,294
5	3,15	2,93	3,04	0,911	0,365

Halusimme myös selvittää T-testin avulla, onko sukupuolten välillä eroa lukujonotehtävien ja toisaalta laskutehtävien osaamisessa. T-testi (taulukko 6) osoitti, ettei merkitsevää eroa ole, vaikka lukujonotehtävien kohdalla poikien keskiarvo olikin 1,2 pistettä tyttöjen keskiarvoa korkeampi.

TAULUKKO 6. T-testit lukujonotehtävien ja laskutehtävien yhteydestä sukupuoleen.

	Tyttöjen ka	Poikien ka	Yhteinen ka	t	p-arvo
Lukujonotehtävät	11,85	13,05	12,46	-1,961	0,053
Laskutehtävät	29,23	29,05	29,14	0,097	0,923

Monien aiempien tyttöjen ja poikien matematiikan osaamisen eroja kartoittaneiden tutkimusten tapaan myöskään tässä tutkimuksessa eroja sukupuolten välillä ei löytynyt. Voidaan siis sanoa, että tutkimusaineistomme tytöillä ja pojilla kymmenjärjestelmä on yhtä hyvin hallussa.

7.1.3 Käytetyn ajan ja yhteispisteiden yhteys

Kartoitukseen käytetyn ajan ja yhteispistemäärän välistä yhteyttä selvitimme varianssianalyysin avulla. Teimme aikamuuttujasta frekvenssitaulukon, jonka perusteella luokittelimme ajan kolmeen luokkaan siten, että jokaiseen luokkaan tuli suunnilleen saman verran oppilaita. Luokittelun pohjalta muodostimme uuden muuttujan. Yhteispisteiden luokittelussa käytimme samaa luokittelua kuin aikaisemmin.

Ristiintaulukon perusteella (taulukko 7) nähdään, että oppilaat, jotka saivat hyviä pistemääriä, käyttivät tehtäviin vähemmän aikaa kuin oppilaat, jotka saivat pieniä pistemääriä.

TAULUKKO 7. Ristiintaulukko ajan ja yhteispisteiden yhteydestä.

		Yhteispisteet					Yhteensä
		21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	
Aika	10-17 min	3 10,7%	3 10,7%	2 7,1%	6 21,4%	14 50,0%	28 100,0%
	18-24 min	2 8,3%	2 8,3%	9 37,5%	4 16,7%	7 29,2%	24 100,0%
	25-34 min	2 7,4%	7 25,9%	6 22,2%	9 33,3%	3 11,1%	27 100,0%
	Yhteensä	7 8,9%	12 15,2%	17 21,5%	19 24,1%	24 30,4%	79 100,0%

Esimerkiksi aikaluokassa 10 – 17 minuuttia oli yhteensä 28 oppilasta, joista puolet eli 14 oppilasta sai korkeat pistemäärät (61 – 70). Kartoitukseen käytetyn ajan ja yhteis-

pistemäärän välisen varianssianalyysin p-arvoksi tulee 0,029 (taulukko 8), joten tulos on tilastollisesti melkein merkitsevä.

TAULUKKO 8. Varianssianalyysi ajan ja yhteispisteiden riippuvuudesta.

Aikaluokat (min)	Osaryhmän koko	Yhteispisteiden keskiarvo	F	p-arvo
10-17	28	55,21	3,71	0,029
18-24	24	50,75		
25-34	27	45,74		
Yhteensä	79			

Tehtäviin käytetty aika yhdessä yhteispisteiden kanssa kertoo, kuinka automatisoituja oppilaan laskutaidot ovat. Jos oppilaalla kuluu paljon aikaa tehtävien suorittamiseen, vaikka saisikin ne ratkaistua, saattaa se olla myös merkki oppimisvaikeudesta.

7.2 Haastateltujen opettajien kokemuksia Kymppi-kartoituksesta

Opettajien kokemukset Kymppi-kartoitustyökalusta oppilaiden kymmenjärjestelmän hallinnan näkökulmasta kiteytyivät seuraavaan kuuteen teemaan:

- ❖ Kymppi-kartoitus taitojen alkukartoituksena ja opetuksen suunnittelun välineenä
- ❖ Kymppi-kartoituksen rakenne ja tehtävät
- ❖ Kymmenjärjestelmän ymmärtämisen ongelma-alueita
- ❖ Matematiikan opetusjärjestelyt
- ❖ Opetusmenetelmät korjaavassa opetuksessa
- ❖ Oppilaiden edistyminen ja motivaatio

Seuraavaksi kuvailemme ja tulkitsemme haastatteluotteita teemojen mukaisesti.

7.2.1 Kymppi-kartoitus taitojen alkukartoituksena ja opetuksen suunnittelun välineenä

Molemmat opettajat puhuivat siitä, että Kymppi-kartoitusta voi käyttää alkukartoituksena oppilaan osaamisen selvittämiseksi. Samalla se toimii opettajalle opetuksen suunnittelun välineenä. Jos opettaja ei tunne oppilasryhmää tai luokalle tulee uusi oppilas, kartoitus on hyvä apu osaamisen selvittämisessä.

”Toimii äärimmäisen hyvänä sellasena ensitiedon pohjana sille, että lähtettiin suunnitteleen, että mitä tästä eteenpäin, mitä puutteita siellä vielä on.” (opettaja B)

”Mä lähtisin hakemaan enemmänkin lapsen lähtötasoa, jollon sit mun pitää mukauttaa sen mukaan se mun opetukseni.” (opettaja B)

”Kun tulee uus oppilas ja kun todetaan, ei oikein kymmenylitys/ -alitus näytä onnistuvan, niin sit sillä pienempien testistöllä on vähän kartotettu sitä osaamista.” (opettaja A)

Opettajien mielestä kartoituksessa ei pidä tuijottaa pelkästään kokonaispistemäärää, vaan katsoa missä osa-alueissa virheet ovat ja huomioida myös oppilaan kartoituksen tekemiseen käyttämä aika. Joskus laskemisen hitaus voi olla merkki oppimisvaikeudesta tai siitä, että oppilaan laskutaidot eivät ole automaation tasolla. Oppilas saattaa saada oikeat vastaukset, mutta käyttää esim. sormiaan laskemisen apuna. Tämän seurauksena laskeminen hidastuu. Muutenkin oppilasta pitää tarkastella kokonaisuutena. Jos oppilaalla on pulmia tarkkaavuuden kanssa, hän tarvitsee oppimiseensa tukea, vaikka kokonaispistemäärä olisi kohtuullinen.

Opettaja A on huolissaan kiireestä, joka näkyy alkuopetuksen etenemistahdissa.

”Meillä on tuolla alkuopetuksessa jo sieltä alkaen aivan liian kiire, eli ei tarpeeks edelleenkään jauheta sitä, että se laps sais sen kymmen täyteen ja sit lähdettais siitä ylöspäin, alaspäin. Ei uskalleta eriyttää vaan käydään ne asiat, eikä pysähdytä sen lapsen vauhdin mukaan.”

”Kuinka paljon enemmän meidän pitäis uskaltaa sieltä ihan pienestä lähtien eriyttää ja kuinka paljon enemmän me saatas sitten kenties sitä pohjaa rakennettua.”

”Mun mielestä se kärryiltä tippuminen tapahtuu jo niin paljon järkyttävän aikaisin, että me ei edes tajuta sitä.” (opettaja A)

Alkuopetusvaiheessa liian nopea eteneminen oppisisällöissä ja opettajien haluttomuus eriyttää opetusta oppilaan taitotason mukaan tulee selvästi esille opettajan puheesta. Alkuopetuksessa, jossa pitäisi panostaa kiireettömään oppimiseen ja perusasioiden vankkaan hallintaan, ei uskalleta edetä lapsen oman kehitystason mukaan, vaan käydään vain läpi opiskeltavat asiat. Tällainen opetustyyli on omiaan aiheuttamaan matematiikan oppimisvaikeuksia. Tutkijoiden mukaan opettajan pedagogiset tavoitteet muodostavat merkittävän tekijän oppilaan motivaation ja tehtäväsuuntautuneisuuden muotoutumisessa (Aunola, Leskinen & Nurmi 2006, 34 - 35). Pedagogisesti taitava opettaja antaa oppilaille sopivan tasoisia tehtäviä ja osaamisesta myönteistä palautetta. Jos lapsi kokee jatkuvasti epäonnistumista matematiikan tehtävien parissa, asenteet oppiainetta kohtaan muuttuvat kielteiseksi. Tämä kielteinen kehä vahvistaa edelleen itseään ja lopulta lapsi lakkaa yrittämästä.

7.2.2 Kartoituksen rakenne ja tehtävät

”Et sinne on valikoitunu juuri oikeanlaiset niinku harjotteet, tehtävät.” (opettaja B)

”Niin mikä sieltä pitää myös lukea sieltä Kymppi-kartotuksesta, on myös se, että sehän kertoo tosi paljon siitä lapsen lukujenkäsittelytaidon taidosta ylipäättään.” (opettaja B)

”Pääsee pään sisälle itseasiassa kurkistaan minkälaisilla matemaattisen ajattelun taidoilla lapsi on varustettu.” (opettaja B)

Opettaja B on kokenut Kymppi-kartoituksen rakenteen ja tehtävät toimiviksi. Tehtävien avulla opettaja pääsee selville oppilaan matemaattisen ajattelun taidoista ja taidosta. Tämän tiedon pohjalta opettaja osaa suunnitella opetusta oppilaan tarpeiden mukaisesti.

Tehtävät mittaavat oppilaan lukujonotaitoja ja lukujen hajotelmien hallintaa. Matematiikan hierakkinen rakenne tulee esiin tehtävien kautta. Jos lapsi ei osaa liikkua lukujo-

nossa eteen- ja taaksepäin, hän ei opi kymmenylitystä / -alutusta. Myöhemmin voi olla vaikeuksia oppia kerto- ja jakolaskuja.

”Mitä niitä perustaitoja siinä niin saadaan selville?” (haastattelija)

”No, onhan se lukujonotaidot, mikä on yks niinku perustavaa laatua.” (opettaja B)

”Kun niinku esi- ja alkuopetusvaiheessa tutkitaan esim. matematiikan osaamista, niin ne on lukujonotaidot, jotka niinku indikoi sitä myöhempää osaamista kaikist voimakkaimmin siellä.” (opettaja B)

*”Ja sit, mitä se kymmenylitykset ja kymmenalutukset siellä kertoo myöskin, niin niin se on lukujen hajotelmia. Et sehän on yks perustavalaatunen, et jos et osaa lukujen hajotelmia, niin et sä pääse kymmenylitykseen. Sit seuraavana takkuua sit niinku kerto- ja jakolaskut, sit takkuua murtolu-
vuilla laskemiset. Et kyllähän niinku matematiikan hierarkkisuus tulee to-
ssa kymppikartotuksessa voimakkaasti esille.” (opettaja B)*

*”Toi kartoituksen rakenne ja tehtävät mä aattelen sen noin kun meillä on tää yhtenäiskoulu, että mitä valmiuksia pitää olla tavallaan oppilailla, et-
tä selviää tietysti yläkoulusta saati elämästä.” (opettaja A)*

”Eli Kymppi-kartoituksesta mulla on hyvät kokemukset. Mun mielestä se on paras testi mitä mä tällä hetkellä tiedän.” (opettaja A)

Opettajan A vastauksessa nousee esiin kartoituksen toimivuus erityisesti oppilaan käytännön laskutaidon selvittämisessä. Koulumatematiikan pitää opettajan mielestä antaa oppilaalle valmiuksia selvitä elämässä. Opettaja mainitsee lukujen hajotelmat perustavaa laatua olevaksi taidoksi, joka oppilaalla täytyy olla hallussa.

”Jos hän ei opi miettiin, et $7+5$ on se $7+3+2$, mun mielest se ontuminen lähtee siitä.” (opettaja A)

”Taas se tulee noitten sydänpariensa kanssa, kun me mennään semmosta junaa niin [...] seiskan kymppipari, vieläkin mennään sitä.” (opettaja A)

Opettajat näkevät kartoituksen rakenteen hieman eri näkökulmista, mutta yhteistä molemmille on lukujen hajotelmien hallinnan merkityksen korostaminen laskutaidon pohjana. Jälleen korostuvat varhaiset matemaattiset taidot, jotka ovat abstraktimman matemaattisen ajattelun taustalla. Alkuopetuksen tutkijoiden mukaan lukujonotaidot ovat edellytyksenä laskutaidon kehittymiselle (Aunola, Leskinen, Lerkkanen, Nurmi 2004; Hannula & Lepola 2006, 145). Oppilaille pitää antaa riittävästi aikaa ja monipuo-

lisiä harjoitteita lukujen hajotelmien automatisoitumiseksi. Se on edellytys vahvan peruslaskutaidon rakentumiselle.

7.2.3 Kymmenjärjestelmän ymmärtämisen ongelma-alueita

”Mittayksiköiden muunnokset ja se kymmenylitys, niin ne on ihan selkeesti ne kompastuskivet.” (opettaja B)

”Desimaaliluvuilla laskemista, mikä on sit isommilla, vitos-kutosilla, on sit se mittayksiköiden muunnoksen lisäksi se hankala kohta.” (opettaja B)

”Sitten jos puhutaan Kymppi-kartoituksesta, että mikä on sitten vaikein siinä, niin totta kai se on ne mittayksikkömuutokset, et se näkyy käytännössä oikein selkeesti. Kyllä sieltä koittaa aika rauhassa ja tarkkaan asiat edetä se on kuitenkin sitä perusasiaa, mitä nää meidän tulevat raksapojat sitten tarttee.” (opettaja A)

”Tästä mä olin hirveen yllättynyt, tästä desimaalilukujen suuruusvertailusta, et se meni niin yllättävän huonosti. Se niin kun säteilytti mulle sen, et tätä kannattaa harjotella, koska sitä tarvitaan käytännössä niin paljon, että kuinka paljon se voi sitten ihan arkielämässä viedä harhaan.” (opettaja A)

Molempien opettajien mielestä vaikeimmat tehtävät olivat laskut desimaaliluvuilla ja mittayksikkömuunnokset. Myös kymmenylitys laskutehtävissä oli ongelmallista. Tulosten kvantitatiivisen osion tarkastelussa heikoimmat osa-alueet olivat tehtävät 3, 4 ja 7b, jotka käsittelivät lukujen pyöristämistä, mittayksiköiden muunnoksia ja laskutoimituksia desimaaliluvuilla kymmenylitysten kanssa. (katso luku 7 kuvio 3). Tulokset ovat siis yhtenevät opettajien huomioiden kanssa. Myös aiemmat tutkimustulokset osoittavat, että laskut desimaaliluvuilla ja mittayksikkömuunnokset tuottavat oppilaille hankaluuksia (ks. luku 2.2 Kinnunen 2003). Näiden tehtävien hallinta edellyttää kymmenjärjestelmän ymmärtämistä, ja jos oppilaat eivät ole sisäistäneet lukujärjestelmän rakennetta, tehtävistä suoriutuminen on vaikeaa. Kyse ei ole pelkästään selviytymisestä koulu-tehtävissä, vaan ylipäätään selviytymisestä elämässä arkipäivän matematiikan laskutehtävissä. Jos aikuisena ei ymmärrä, mitä eroa on desimetrillä ja kilometrillä sekä miten eri mittayksiköt suhteutuvat toisiinsa, voi syntyä jopa elämää vaikeuttavia väärinkäsityksiä. Sama voi tapahtua rahan käsittelyssä, jos desimaaliluvut ovat kompastuskivenä ajattelun rattaissa.

7.2.4 Opetuksen järjestäminen

Molempien opettajien kouluissa on käytössä palkkijärjestelmä matematiikan opetuksessa.

”Meil on rakennettu kouluun sellanen palkkijärjestelmä, palkkitunnit matikkaan. Me on ihan sovittu yhteisesti, että mä oon sillä tunnilla käytössä ja sillon luokka ei mene kirjaa eteenpäin. Eli he joko kertaavat, tekevät toiminnallista, tekevät ihan mitä tahansa muuta, mut he ei etene kirjaa, jollon sillon mul on vapaus juuri tehä tän Kymppi-kartotuksen pohjalta sit asioita niiden oppilaiden kanssa, eli eri oppilaat eivät menetä mitään. Se on opettajalle ok myöskin, et he ovat hyvin hyvin tyytyväisiä vaan siitä, että sinne rakennetaan sitä vahvaa pohjaa.” (opettaja B)

”Onhan siinä ollu työtä. Ei se helppoa ole! Ei todellakaan. Opettajat on pikkuhiljaa alkaneet ymmärtää sen merkityksen, niin kyllä sitä halua on tehä sitä työtä ja tehä muutoksia siellä.” (opettaja B)

Opettajan B koulussa on löydetty toimiva työskentelytapa palkkitunneilla: yksi tunti viikossa opiskellaan muulla tavoin kuin etenemällä oppikirjaa eteenpäin. Sillä tavalla kukaan oppilas ei jää jälkeen muusta ryhmästä ja opettajat eriyttävät opetusta niin ylös- kuin alaspäin. Myös keskitasoiset ja lahjakkaat oppilaat hyötyvät tällaisesta opetusjärjestelystä. Toimintamalli huomioi eritasoiset oppijat ja mahdollistaa erilaiset oppimistyyliä. Joustavat opetusjärjestelyt eivät ole sama asia kuin tasoryhmät. Joustavissa opetusryhmissä oppilas voi liikkua ryhmästä toiseen tarpeen mukaan, ryhmät eivät ole pysyviä eivätkä aina samanlaisia.

Opettajan puheesta kuulee, että järjestely vaatii opettajilta työtä, eriyttäminen ei tapahdu itsestään. Opettajilla on kuitenkin halu tehdä yhteistyötä keskenään ja kaikki ovat sisäistäneet järjestelyjen hyödyt oppilaille. Työskentelytapa vaatii opettajilta yhteistä aikaa opetuksen suunnittelutyölle. Se ei ole itsestäänselvyys koulumaailmassa, jossa opettaja on perinteisesti toiminut yksin ja itsenäisesti suljetun luokkahuoneen oven takana. Tiimiopettajuus tai samanaikaisopettajuuden eri muodot ovat toimivia työtapoja toteuttaa edellä kuvattua työskentelymallia.

”Meillä on matematiikan opetus järjestetty sillä tavalla että meillä on tuota palkit. On sitten mietitty luokanopettajan kanssa yhdessä, että ketkä on sieltä ne varsinaiset avun tarvitsijat. Mä koitan pysyä suunnilleen samassa asiassa, mutta sieltä aina ottaa sitä alakerrosta. Eli sit sitä perusasiaa vaan jauhaa, jauhaa, jauhaa.” (opettaja A)

Opettajan A:n koulussa on myös palkkitunnit, jolloin oppilas saa opetusta pienemmässä ryhmässä ja opettaja keskittyy perustehtävien harjoitteluun. Oppilaat ovat välillä opiskelemassa kotiluokissaan. Tämä toimintatapa on perinteinen, monessa koulussa käytössä oleva luokanopettajan ja erityisopettajan välinen yhteistyön muoto. Opettajan B koulussa palkkijärjestelmä on viety astetta pidemmälle. Opettajien välinen yhteistyö on tiiviimpää ja opettajat uskaltavat irrottautua oppikirjan tuntitavoitteista. Yleisopetuksen ja erityisopetuksen raja hälvenee, on vain ”meidän yhteisiä oppilaita”.

Opetuksen järjestämisessä on siis useita eri tapoja, joista opettajat voivat valita tilanteeseen parhaiten sopivan vaihtoehdon. Työskentelyn onnistumisen kannalta oleellista on opettajien välinen yhteistyö ja yhteinen pedagoginen ajattelu. Yhteistyö ei toimi, jos opettajilla on kovin erilaiset käsitykset opetuksen toteuttamisesta ja oikeudenmukaisesta työnjaosta.

7.2.5 Opetusmenetelmät korjaavassa opetuksessa

Opettaja B on käyttänyt Kymppi-kirjaa harjoitusmateriaalina, ja opettaja A on valinnut muita opetusmateriaaleja korjaavaan opetukseen. Pelkkä välineiden kanssa puuhastelu ei välttämättä kehitä oppilaiden matematiikan ymmärtämistä, vaan opettajalla pitää olla selvä näkemys siitä, mitä asiaa harjoitteet edistävät.

”Niitten välineiden kanssa on kyllä touhuttu, mut ei oo osattu rakentaa siitä ymmärrystä sinne, niinku välineiden kautta siihen kymmenjärjestelmään. Piti lähteä joidenkin luokkien kanssa siitä, et meidän piti rakentaa uudestaan, että mikä on kymmenjärjestelmä.” (opettaja B)

”Me ei käytetty sen Kymppi-kartoituksen korjaavaa harjoitusmateriaalia ihan suoraan varmaan tuota ollenkaan, mutta vastaavia tehtäviä, saman tyyppisiä tehtäviä meillä on sitten maailma täynnä. Ja tota sitä puhuttiin

paljon, et eihän me tavallaan pystytä menemään eteenpäin, jos ei meillä ole mitään pohjia.” (opettaja A)

Opetus pitää sitoa lapselle tuttuun kokemusmaailmaan. Esimerkiksi mittayksiköiden ymmärtäminen ei saa jäädä irralliseksi asiaksi, jossa opetellaan ulkoa erilaisia hokemia. Kun mittaaminen tapahtuu konkreettisesti, opittava asia saa aivan uuden merkityksen.

”Oon käyttäny sitä harjoitusmateriaalia vähän poimien ja soveltaen. Se pitää niinku sitoo johonkin lapselle tuttuun. Siellä on äärimmäisen hyviä, monipuolisia välineiden kanssa tehtäviä harjotteita.” (opettaja B)

”Kun mittayksikön muunnoksia lähettiin opiskelemaan lasten kanssa, niin me lähettiin kyl ihan mittaamisen käsitteestä ja siitä et me niinku sidottiin esimerkiks niinku pituuden yksiköitä itseemme. Et missä sul on metri, missä kehossa löytyy se millimetri, senttimetri ja niin pois päin. Mitä on kymmenen senttiä? Mihin lapselle tuttuun se sidotaan? Niin niin siitä kehollisesta kokemuksesta lähettiin liikenteeseen, niistä harjotteista.” (opettaja B)

Myös opettaja A käyttää opetuksessaan mahdollisimman konkreettisia materiaaleja.

”Opetuksessa käytettävät välineet: niin tuota mä koitan käyttää mahdollisimman paljon kaikkia havainnointivälineitä. Nyt kun me käytiin murto-lukuja, niin meillä oli multilinkkejä käytössä, rakennettiin suklaapatukoita. Meillä on tabletteja ja niitä on käytetty noitten kans itse asiassa aika paljonkin.” (opettaja A)

Hän on rakentanut luokkaansa kaupan, jossa ostokset lasketaan ensin käsin ja lopuksi tarkistetaan laskimella.

”Ja sit me leikitään tota vanhanajan kauppaa. [...] Sitten aina todettiin, et ne pitää käsin laskea, ja sitten tota tarkastetaan, et toimiiks tää kone, että osaaks tää kone mitään laskea.” (opettaja A)

Kauppaleikin avulla matematiikka sidotaan arkielämän kokemuksiin, jolloin oppimislanteet ovat mielekkäitä ja oppilaat ymmärtävät, mihin taitoja tarvitaan. Kaupassa harjoitellaan laskuja desimaaliluvuilla, koska oppilaille oli juuri sillä osa-alueella pulmia. Opettaja korosti konkreettisen havainnointimateriaalin käyttöä ja tietotekniikan hyötyjä oppimisen monipuolistamisessa.

Koulun opettajille on myös tulossa koulutus Varga-Neményi –menetelmästä matematiikan opetuksessa.

”Oon nyt meille järjestämässä asiasta viidenteen koulutusta tähän unkari-laiseen matematiikkaan pohjautuen ja sitten tota tulee just nää laskusauvojen käyttö nimenomaan alkuopetukselle suunnattuna.” (opettaja A)

Opettajat ovat selvästi ymmärtäneet, että konkreettisuus opetuksessa on edellytys laskutaitojen kehittymiselle. He haluavat kehittää omaa opetustaan ja tarvittaessa muuttaa toimintaansa parempien oppimistulosten saavuttamiseksi.

7.2.6 Oppilaiden edistyminen ja motivaatio

Alkuopetukseen erikoistuneiden tutkijoiden mukaan keskeisimmät motivaatiota selittävät tekijät matematiikan oppimisessa ovat opettajan pedagogiset tavoitteet. Opettajat, jotka ajattelevat, että motivaatio ja minäkuvan kehittyminen ovat tärkeitä opetus-tavoitteita, toimivat luokkatilanteissa tavalla, joka edistää oppilaiden tehtäväsuuntauneisuutta. Tämä toteutuu esimerkiksi siten, että oppilaat saavat sopivan tasoisia tehtäviä ja työskentelystään positiivista palautetta. Opettajan innostuneisuus välittyy oppilaille ja oppiminen koetaan mielekkääksi. Alkuopetusikäisen lapsen käsitys itsestään matematiikan oppijana muovautuu ensimmäisten kouluvuosien aikana ja minäkuvan kehittyminen on itseään vahvistava kehä: korkea osaamisen taso matematiikassa lisää tehtäväsuuntauneisuutta, joka osaltaan vahvistaa matematiikan oppimista myöhemmin (Aunola, Leskinen & Nurmi 2006, 34 - 35.)

Oppilaan käsitys itsestään matematiikan oppijana voi muuttua kouluvuosien aikana ja koskaan ei ole liian myöhäistä korjata käsityksiä myönteiseen suuntaan. Molemmat opettajat ovat huomanneet edistystä oppilaidensa taidoissa, kun opetus on suunniteltu oppilaiden tarpeita vastaavaksi.

”Ja sit sieltä poimittiin niitä korjaavia harjotteita niille tukea tarvitseville oppilaille. Kyl niistä on ollu iha huomattava apu siellä.” (opettaja B)

”Ja me ollaan käytetty sitä siinä, et me ollaan katottu yhdessä lasten kanssa niitä esimerkiksi, niin et miten ne on menny ja miten ne on sujunu, et lapset on päässy myös osalliseksi ite seuraamaan sitä, et kyllähän niitä kiinnostaa. Oppilaatkin on aika motivoituneita olleet sitten, niinku siinä kun he huomaa sen oman edistymisensä ja oppineet myös tuomaan esille sen, niinku rohkeemmin sen, mikä on vaikeeta, koska he tietää sit, et he saa siihen avun myöskin tarvittaessa. Joko toisilta oppijoilta siinä ryhmässä, mutta tarvittaessa myös aikuiselta tietenkin. (opettaja B)

Opettaja B on käynyt läpi tehtäviä yhdessä oppilaiden kanssa ja yhdessä on katsottu, miten on edistytty. Oppilaat uskaltavat pyytää toisiltaan apua tarvittaessa ja neuvovat toisiaan, aina ei tarvita opettajan ohjausta. Kun oppilaat huomaavat oman edistymisensä, se motivoi heitä opiskelussa eteenpäin. Sosiaalisen vuorovaikutuksen merkitys oppimisen edistäjänä tulee esiin. Tämä näkökulma korostuu myös tutkimuksissa, joita käsittelemme luvussa 4.2.

”Mun mielestä, kun siellä uskallettiin pysähtyä, niin mun mielestä tuloksia on näkynyt. Mun mielestä me on saatu sitä kuitenkin nyt viitos-kuutosilla selkeesti aikaseks.” (opettaja A)

”Sitten kaks luokanopettajaa meni omien ryhmiensä kanssa. He pitää aina silloin tällöin tunnin, jossa kaikki on mukana ja sano, että herran jestas, näähän osas niitä (desimaalilukujen L. I. ja P. K.) suuruusvertailuja.” (opettaja A).

”Nyt on selkeesti huomannu sen, että mitä laps osaa tunnilla. Kuinka paljon pienempiin osa-alueisiin ne testattavat asiat pitää sitten leikellä, jotta mä saan realistisen kuvan mitä se laps osaa.” (opettaja A)

Opettaja A puhuu siitä, että tuloksia on tullut, kun he ovat uskaltaneet muuttaa opetuksen sisältöjä oppilaiden tarpeen mukaan. Myös luokanopettajat ovat omilla tunneillaan huomanneet edistymisen.

Opettajien puheista välittyy tieto, että Kymppi-kartoituksen teettäminen kouluissa on ollut hyödyllistä. Sen avulla opettajat ovat saaneet uutta tietoa oppilaiden taidoista ja he ovat muuttaneet opetusta tukemaan taitojen kehitystä. Tulevien vuosien kuluessa kartoituksen hyödyntäminen opetuksessa todennäköisesti kehittyy ja sen avulla opettajat saavat entistä enemmän välineitä opetuksen suunnitteluun.

Kartoituksen teettäminen kouluissa ei ole ollut turhaa työtä. Tulokset ovat pysäyttäneet opettajat miettimään, miten matematiikan opetuksessa kannattaa edetä ja miten opetus saadaan oppilaille mielekkääksi. Todennäköisesti työtapojen muutos on ehkäisyt tarvetta matematiikan oppimäärän yksilöllistämiseen. Ennen kaikkea oppilaat ovat saaneet onnistumisen kokemuksia matematiikan oppimisessa. Ne kokemukset kantavat opiskelussa pitkälle, koska myönteiset asenteet vahvistavat tehtäväsuuntautuneisuutta ja jatkossa innostavat ponnistelemaan myös haastavilta tuntuvien tehtävien parissa.

7.3 Tutkimuksen eettisyys ja luotettavuus

Määrällisen tutkimuksen reabiliteetilla eli luotettavuudella tarkoitetaan tutkimuksen kykyä antaa ei-sattumanvaraisia tuloksia (Valli 2001, 92). Luotettavuutta parantaa oikeiden mittareiden valinta ja soveltuvuus mittauskohteen mittaamiseen. Muodostimme summamuuttujat lukujonotehtävien pisteistä ja laskutehtävien pisteistä. Summamuuttujien sisäistä johdonmukaisuutta tarkastelimme Cronbachin alfa-kertoimen avulla. Summamuuttujien muodostamisen jälkeen ajoimme tilastollisia merkitsevyysetestauksia numeerisesta aineistosta Khin-neliötestiä, T-testiä ja varianssianalyysiä käyttäen. Oppilaiden saamat pistemäärät taulukoimme ja siirsimme SPSS-ohjelmaan sellaisina kuin ne papereissa ovat, emmekä muokanneet aineistoa saadaksemme toivottuja tuloksia. Aineistomme on riittävän suuri, niin että tilastolliset menetelmät soveltuvat sen analysointiin.

Kun määrällisessä tutkimuksessa pyritään yleistämään tietoja, on tärkeää, että tutkimusaineisto on kerätty todennäköisyysotantamenetelmiä käyttäen. Otannan pitää olla sellainen, että se on eräänlainen pienoismalli siitä perusjoukosta, johon tulokset halutaan yleistää (Valli 2007, 195.) Koska me emme tiedä, edustavatko yhteistyökoulumme oppilaat kattavaa otantaa suomalaisista viidesluokkalaisista, emme voi yleistää tuloksia koko perusjoukkoon. Kuitenkin tulokset kertovat kyseisen koulun oppilaiden tuloksista Kymppi-kartoituksessa luotettavasti.

Koska tämä tutkimus kuuluu ihmistieteiden piiriin, on tarpeellista luotettavuuden lisäksi tarkastella tutkimukseen liittyviä eettisiä näkökohtia. Tutkimusetiikkaa voi lähestyä teknisenä ongelmana: miten tutkija on ratkaissut itse tutkimustoimintaan liittyvän toteutuksen tai moraalisenä ongelmana: miten tutkimusaihe on valittu ja mitä pidetään tärkeänä (Tuomi & Sarajärvi 2003, 125). Tutkijan tehtävänä on kertoa, kenen ehdoilla tutkimusaihe on valittu ja miksi tutkimukseen on ryhdytty. Tuomen ja Sarajärven mukaan ihmisoikeudet muodostavat ihmisiin kohdistuvan tutkimuksen eettisen perustan (2003, 128).

Tutkijan on selvitettävä osallistujille tutkimuksen tavoitteet, menetelmät ja mahdolliset riskit. Omassa tutkimuksessamme olemme avoimesti kuvanneet tutkimuksen tarkoitusta ja yhteistyössä koulun kanssa sopineet tutkimuksen toteuttamisesta (liitteet 2 ja 3).

Ensimmäisessä yhteydenotossa koulun rehtoriin maaliskuussa 2013 kerroimme tutkimusaiheen nousevan omasta kiinnostuksesta matematiikan opettamiseen sekä halusta kehittää koulun opetuskäytänteitä parempien oppimistulosten saavuttamiseksi. Kiinnostuksen kohteena oli myös tukitoimien toteuttaminen oppilaille, joilla oli huomattu puutteita matematiikan osaamisessa. Tiesimme, että koulussa oli suunnitelma ottaa Kymppi-kartoitus käyttöön uutena oppimisen ”seulana”. Koska koululla ei ollut aiemmin tutkittua tietoa ja seurantatuloksia kartoituksen pistemääristä, tutkimustuloksemme antavat opettajille uutta tietoa heidän oppilaistaan. Meitä ulkopuolisia gradun tekijöitä ei otettu koulun tiloihin teettämään kartoitusta oppilaille, koska kartoitus oli osa koulun vuosisuunnitelmaa. Sen sijaan kartoituksen tulokset annettiin käyttöömmme. Tällä tavalla toimien oppilaiden yksityisyys säilyi tutkimuksen aikana, eikä aineistotamme voi tunnistaa ketään yksittäistä oppilasta. Me emme siis ole tavanneet oppilaita emmekä pysty tunnistamaan heitä. Saamamme tutkimusaineisto oppilaiden osalta on luottamuksellista ja nimetöntä. Emme ole luovuttaneet aineistoa ulkopuolisten käsiin ja hävitämme paperit tutkimuksen julkaisemisen jälkeen. Tutkimuslupa hakemukset koululle ja huoltajille ovat liitteinä 2 ja 3. Tähän tutkimukseen ei oppilaiden osalta liittynyt mitään erityisiä riskejä.

Haastatellut opettajat ovat suostuneet haastateltaviksi vapaaehtoisesti. Kun haastatelluista sovittiin, kerroimme samalla tavoin avoimesti, miksi haastattelu tehdään ja että

haastatteluotteita käytetään tässä tutkimusaineistona. Opettajien taustatiedot olemme kuvanneet siten, että heidän henkilöllisyytensä ei paljastu, mutta kuitenkin tutkimuksen kannalta oleellinen tieto välittyy lukijalle.

Kun laadullisessa tutkimuksessa käsitellään tutkimuksen luotettavuutta, esiin nousevat kysymykset totuudesta ja objektiivisuudesta (Tuomi & Sarajärvi 2003, 131). Koska haastateltujen opettajien kokemukset ja kuvaukset Kymppi-kartoituksesta ovat heidän omia subjektiivisia näkemyksiä aiheesta, niiden perusteella ei voi esittää yleistä totuutta kartoituksen hyödyllisyydestä. Kuitenkin näille opettajille kokemus on tosi ja merkityksellinen. Tutkimuksen lukijat voivat haastattelujen perusteella muodostaa oman käsityksensä tutkimustuloksista. Me olemme tulkinneet haastatteluaineistoa ja muodostaneet sen pohjalta omat johtopäätöksemme.

Koska laadullisessa tutkimuksessa tutkija on tutkimusasetelman luoja ja tulkitsija, luotettavuuspohdinnoissa pitää ottaa huomioon tutkijan puolueettomuus (Tuomi & Sarajärvi 2003, 133). Tutkijan pitää yrittää ymmärtää ja kuulla tutkittavia ulkopuolisen silmin, eikä käsitellä tietoa oman kiinnostuksensa mukaisesti. Koska meillä on oma opettajatausta ja kokemus matematiikan opettamisesta sekä oppimisvaikeuksista, emme ole täysin puolueettomia arvioimaan haastatteluja. Omat kokemuksemme ovat toisaalta etu, toisaalta haitta. Etuna on yhteinen kieli, jota puhumme haastateltujen opettajien kanssa. Kuitenkin se kieli ja ennakkokäsityksemme haittaavat kykyämme olla täysin ulkopuolisia tarkkailijoita tutkimusasetelmissämme. Pyrkimyksemme on silti vilpittön ja olemme yrittäneet käsitellä aineistomme sekä perustella tulkintamme ja ratkaisumme niin objektiivisesti kuin mahdollista. Etuna tutkimuksessamme on parityöskentely, olemme molemmat olleet mukana haastattelutilanteissa ja tulkintamme ei ole vain yhden tutkimuksen tekijän näkemys, vaan kahden keskenään keskustelevan havainnoijan päätelmä.

8 POHDINTA

Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää viidesluokkalaisten kymmenjärjestelmän hallintaa Kymppi-kartoituksen avulla ja arvioida kartoituksen soveltuvuutta sekä hyödyllisyyttä oppilaan kymmenjärjestelmätaitojen seuraamisessa.

Tutkimuksemme koostui määrällisestä ja laadullisesta aineistosta. Määrällisenä aineistona oli viidesluokkalaisten oppilaiden Kymppi-kartoituksessa saamat tulokset (N = 79). Tutkimme lukujonotehtävien ja laskutehtävien osaamisen välistä yhteyttä, tyttöjen ja poikien välisiä eroa kymmenjärjestelmän hallinnassa sekä tehtäviin käytetyn ajan ja yhteispistemäärien välistä yhteyttä. Tutkimuksemme laadullisena aineistona oli kahden Kymppi-kartoitusta käyttävän opettajan haastattelut.

Kymppi-kartoituksen tehtävät ovat sellaisia, että viidesluokkalaisten tulisi ne hallita. Kuitenkin tutkimusjoukkomme oppilaista vain noin 30 % sai 61 pistettä tai enemmän maksimipisteiden ollessa 70. Noin 9 % oppilaista sai pisteitä 21 – 30, mikä on erittäin huolestuttava tulos. Tulosten perusteella kymmenjärjestelmän osaamisessa on suuria puutteita. Heikkojen perustaitojen vuoksi matematiikan oppiminen jatkossa vaikeutuu entisestään ja uusien taitojen omaksuminen tulee olemaan työlästä. Matematiikan hierarkkisen rakenteen johdosta lukujärjestelmän ymmärtäminen on osaamisen perusta.

Lukujonotaidot pohjustavat abstraktimman matematiikan sisältöjen oppimista yläkoulussa. Vuosiluokilla 6 – 9 lukujen säännönmukaisuuksien ymmärtäminen on edellytys kirjainlaskentaan siirtymisessä. Tämä on keskeinen sisältö yläkoulun matematiikassa, kuten myös toisen asteen opinnoissa. Jos oppilas ei hallitse lukujen välisiä yhteyksiä ja säännönmukaisuuksia, hän ei pysty käsittelemään kirjaimia ja kaavoja sisältäviä lausekkeitä. Lukujonotaitojen merkitys myöhemmälle matematiikan oppimiselle on ilmeinen.

Tutkimuksemme tilastolliset merkitsevyydestaukset osoittavat, että oppilaan lukujonotaidot ovat edellytys laskutehtävien ratkaisemiselle. Tämän tuloksen ovat esi- ja al-

kuopetuksen tutkijat osoittaneet omissa tutkimuksissaan. (Aunola, Leskinen, Lerkkanen, Nurmi 2004; Hannula & Lepola 2006, 145.) Vankkojen pohjien rakentaminen antaa parhaat edellytykset matematiikan oppimiselle. Kymppi-kartoituksen parasta antia saattaa olla se, että opettajat ymmärtävät sen avulla entistä paremmin matematiikan perusteiden merkityksen matematiikan myöhemmälle oppimiselle. Alaluokilla tulisi kiireettä panostaa asioiden perusteelliseen ymmärtämiseen.

Yhteispistemäärissä ja tehtävien pistemäärissä tyttöjen ja poikien välillä ei tutkimusessamme ollut tilastollisesti merkitseviä eroja. Tämä tulos on samansuuntainen aikaisempien alan tutkimusten kanssa (Kupari ym. 2012, 68 – 71; Niemi ym. 2008, 56 – 57; Hannula 2001, 11). Yleinen uskomus on, että pojat ovat matematiikassa parempia kuin tytöt. Tällä ajatuksella ei ole todellista perustetta. Tytöt ja pojat voivat oppia matematiikkaa yhtä hyvin ja molempia sukupuolia tulisi kannustaa matematiikan pariin.

Kartoitukseen käytetty aika kertoo oppilaan laskutaidon automatisoitumisesta. Yleisesti ottaen oppilaat, jotka osasivat tehtävät hyvin, käyttivät niiden tekemiseen vähän aikaa. Kuitenkaan selkeää yhteyttä kokonaispistemäärien ja ajan välillä ei ollut. Laskeamisen hitaus voi olla merkki oppimisvaikeudesta ja opettajan tulisi kiinnittää siihen huomiota.

Haastatellut opettajat kokivat Kymppi-kartoituksen hyödylliseksi. Haastatteluissa korostui Kymppi-kartoituksen soveltuvuus oppilaan taitojen selvittämiseen. Opettajan työtä helpottaa, kun hän tietää, millä osa-alueilla oppilaan taidoissa on puutteita ja mitkä asiat oppilas hallitsee hyvin. Materiaali toimii siis opettajan pedagogisena työkaluna. Kymppi-kartoitus 2 sisältää tehtäviä, jotka viidesluokkalaisen tulisi hallita. Oppilaiden tekemien virheiden määrä osoittaa, että kymmenjärjestelmän hallinnassa on kuitenkin monilla vielä suuria puutteita. Jos oppilaan tekemiin virheisiin ei suhtauduta vakavasti, seurauksena voi olla oppimisvaikeuksien kierre. Tämä ruokkii kielteistä asennetta matematiikan opiskeluun, joka puolestaan voi johtaa edelleen alisuoriutumiseen ja jopa matematiikka-ahdistuksen syntymiseen.

Kartoituksen teettäminen vain kartoittamisen vuoksi ei ole järkevää. Pelkät tulokset eivät tee autuaaksi, vaan tulosten perusteella on tehtävä toimia. Kartoituksen teettäminen tulisi olla suunnitelmallista. Tulosten saamisen jälkeen täytyy ryhtyä tulosten

mukaisiin toimenpiteisiin, muuten kartoituksesta ei ole hyötyä. Koulun opettajilla pitäisi olla yhteinen näkemys tukitoimien toteuttamisesta. Tämä vaatii opettajien välistä yhteistyötä. Jos esimerkiksi kaikki saman vuosiluokan matematiikan tunnit ovat luku-järjestyksessä yhtä aikaa, niin oppilaat voidaan jakaa joustavasti erilaisiin opetusryhmiin. Näissä ryhmissä oppilas saa taitonsa mukaista opetusta ja tukea niissä asioissa, joissa hänellä on puutteita.

Erityisopettajan vastuulle ei voi jättää kaikkea korjaavaa opetusta eikä sen järjestämistä. Opettajat voivat miettiä omia opetusmenetelmiään ja niiden toimivuutta. Taitotasosta riippumatta oppilaat hyötyvät toiminnallisista opetusmenetelmistä ja konkreettisten materiaalien käyttämisestä opetuksessa. Matematiikan konkreettinen mallintaminen tehostaa ymmärtämistä. Tämä edesauttaa myönteisen matematiikkakuvan ja asenteen syntymistä. Näin muodostuu positiivinen, itseään vahvistava kehä.

Koska viimeisimmässä Pisa 2012 –tutkimuksessa (Kupari ym. 2012) suomalaisten yhdeksäsluokkalaisten oppilaiden matematiikan osaamisessa tapahtui selvää laskua, on entistäkin tärkeämpää keskittyä peruslaskutaidon parantamiseen. Tässä tilanteessa Kymppi-kartoitus voi olla yksi väline, jonka avulla opettaja selvittää oppilaidensa osaamista. Esimerkiksi yhteistyökoulussamme Kymppi-kartoitus 2 teetetään myös seitsemäsluokkalaisilla oppilailla. Näin varmistetaan, että mahdolliset puutteet osaamisessa tulevat esiin ja ne voidaan ottaa huomioon opetuksessa.

Seuraavana tutkimusaiheena voisi olla oppilaiden kokemusten tutkiminen. Haastattelujen opettajien mukaan oppilaat edistyivät korjaavan opetuksen ansiosta. Olisi kiinnostavaa tietää, mitä oppilaat itse ajattelevat omasta edistymisestään. Lisäksi voitaisiin tutkia, miten oppilaiden saamat pistemäärät muuttuvat, jos kartoitus teetetään uudelleen korjaavien toimien jälkeen.

Tutkimuksen tekeminen on pysäyttänyt meidät tekijät pohtimaan varhaisten matemaattisten taitojen merkitystä matematiikan oppimisessa. Vaikka olemme opettaneet matematiikkaa aikaisemmin, tämä tutkimus on lisännyt omaa ymmärrystämme opettajana. Haluamme opetuksessamme panostaa kiireettömään oppimiseen, jossa matematiikan ymmärtäminen on keskiössä.

LÄHTEET

- Aarnos, E. & Perkkilä, P. 2012. Early signs of mathematics anxiety? *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 46, 1495 – 1499.
- Ashcraft, M. H. 2002. Math anxiety: personal, educational and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science* 11 (5), 181-185.
- Adhami, M. & Shayer, M. 2010. Realising the cognitive potential of children 5 to 7 with a mathematics focus: Effects of a two-year intervention. Teoksessa P. Aunio, M. Jahnukainen, M. Kalland & J. Silvonen (toim.) *Piaget is dead, Vygotsky is still alive, or?* Finnish Educational Research Association. *Research in Educational Sciences* 51, 245 – 278.
- Aunio, P. 2006. Number sense in young children-(inter)national group differences and intervention programme for children with low and average performance. Research Report. University of Helsinki. Department of Applied Sciences of Education 269.
- Aunio, P., Hannula, M. M. & Räsänen P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 198-221.
- Aunio, P. & Hautamäki, J. 2010. The effects of the Let's Think! intervention programme on children's early mathematical knowledge. Teoksessa P. Aunio, M. Jahnukainen, M. Kalland & J. Silvonen (toim.) *Piaget is dead, Vygotsky is still alive, or?* Finnish Educational Research Association. *Research in Educational Sciences* 51, 75 – 94.
- Aunola, K., Leskinen, E. & Nurmi, J. - E. 2006. Developmental dynamics between mathematical performance, task motivation, and teachers' goals during the transition to primary school. *British Journal of Educational Psychology* 76 (1), 21 – 40.
- Aunola K, Leskinen E, Lerkkanen M, Nurmi J. 2004 Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology* 96 (4), 699–713.
- Eskola, J & Vastamäki, J. 2007. Teemahaastattelu: opit ja opetukset. Teoksessa J. Aaltonen & R. Valli (toim.) *Ikkunoita tutkimusmetodeihin I näkökulmia aloittelevalle*

tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin. Jyväskylä: PS-kustannus, 25 – 43.

- Haapasalo, L. 2011. Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu. Joensuu: Medusa-Software.
- Hannula, M. M. 2005. Spontaneous focusing on numerocity in the department of early mathematical skills. Turun yliopisto. *Annales Universitatis Turkuensis Sarja. B* 282.
- Hannula, M. M. & Lepola, J. 2006. Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehitystä. Teoksessa J. Lepola & M. M. Hannula (toim.) Kohti koulua. Kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisu A:205, 129 – 149.
- Hannula, M. M., Räsänen, P. & Lehtinen, E. 2007. Development of counting skills: Role of spontaneous focusing on numerocity and subitizing-based enumeration. *Mathematical Thinking and Learning* 9 (1), 51-57.
- Hannula, M. 2001. Tytöt, pojat ja matematiikka. Saatavilla: tina.tkk.fi/tietopankki/hannula.pdf. Luettu 18.2.2014.
- Huhtala, S. & Laine, A. 2004. ”Matikka ei ole mun juttu” – Matematiikkavaikeuksien syntyminen ja niihin vaikuttaminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 320-346.
- Ikäheimo, H. 2011. Kymppi-kartoitus. Kymmenjärjestelmän hallinnan kartoitus. Helsinki: Opperi.
- Ikäheimo H. & Risku A.-M. 2004. Matematiikan esi- ja alkuopetuksesta. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 222-240.
- Jung, N., Ikäheimo, H. & Korhonen, H. 2013. Oppimisen iloa – Nean matikka. *Dimensio* 77 (1), 41-43.
- Kinnunen, R. 2003. Miksi kertotauluun kompastuu. Lukujen hallinta oppimisen perustana. Turun yliopisto, oppimistutkimuksen keskus.
- Korhonen, H. 2013. Kymmenjärjestelmä – matematiikan osaamisen kulmakivi. *Dimensio* 77 (2), 38-40.
- Kupari, P., Sulkunen, S., Vettenranta, J. & Nissinen, K. 2012. Enemmän iloa oppimiseen. Neljännen luokan oppilaiden lukutaito sekä matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen. Kansainväliset PIRLS- ja TIMMS-tutkimukset Suomessa. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Saatavilla: <http://ktl.jyu.fi/img/portal/23456/d107.pdf>. Luettu 6.11.2013.
- Kupari, P., Välijärvi, J., Andersson, L., Arffman, I, Nissinen, K., Puhakka, E. & Vettenranta, J. 2012. PISA12 Ensituloksia. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisu 2013:20. Saatavilla:

<http://www.minedu.fi/export/sites/default/OPM/Julkaisut/2013/liitteet/okm20.pdf?lang=fi> Luettu 1.4.2014.

- Laine, T. 2007. Miten kokemusta voidaan tutkia? Fenomenologinen näkökulma. Teoksessa J. Aaltola & R. Valli (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin II näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin. Jyväskylä: PS—kustannus, 28 – 45.
- Lampinen, A., Neményi, E. C., Oravec, M.Sz. 2011. Opettajan tienviitta 1 b. Espoo: Varga-Neményi-yhdistys.
- Lawton, F. & Hansen, A. 2011. Numbers and the number system. Teoksessa A. Hansen (toim.) Children's errors in mathematics. Understanding common misconceptions in primary schools. London: Sage, 20-46.
- Lindgren, S. 2004. Voidaanko matematiikka-asenteita muuttaa? Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 381-396.
- Linnilä, M.-L. 2006. Kouluvalmiudesta koulun valmiuteen: poikkeuksellinen koulunaloitus koulumenestyksen, viranomaislausuntojen ja perheiden kokemusten valossa. Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä studies in education, psychology and social research 294.
- Mattinen, A., Hannula, M. M. & Lehtinen, E. 2006. Katsotaanpas, kuinka monta jalkaa tällä toukalla on! – Lapsen ohjaaminen lukumäärien havaitsemiseen ja käsittelemiseen. Teoksessa Lepola, J & Hannula, M. M. (toim.) Kohti koulua. Kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisu A:205, 155 – 180.
- McLeod, D. B. 1992. Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. Teoksessa D. A. Grows (toim.) Handbook of research on mathematics teaching and learning. London: Macmillan, 575-596.
- Niemi, E. K. & Metsämuuronen, J. (toim.) Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Saatavilla:
http://www.oph.fi/download/126919_Miten_matematiikan_taidot_kehittyvat.pdf. Luettu 6.11.2013.
- Perkkilä, P. & Ojala, P. 2009. Matematiikkaongelma vai ongelmamatematiikka. Dimensio 73 (1), 57-60.
- Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004. Opetushallitus.
- Podilskij, A. 2010. The P. Galperin's theory of planned stage-by-stage formation of mental action as a tool to improve teaching/learning activity. Teoksessa P. Aunio, M. Jahnukainen, M. Kalland & J. Silvonen (toim.) Piaget is dead, Vygotsky is still alive, or? Finnish Educational Research Association. Research in Educational Sciences 51, 223 – 243.

- Ross, S. 2002. Place value: problem solving and written assessment. *Teaching Children Math* 8 (7), 419-423.
- Räsänen, P & Ahonen, T. 2005 Matemaattiset oppimisvaikeudet. Teoksessa H. Lyytinen, T. Ahonen, T. Korhonen, M. Korkman & T. Riita (toim.) *Oppimisvaikeudet. Neuropsykologinen näkökulma*. Helsinki: WSOY, 191-234.
- Räsänen, P. & Ahonen, T. 2004. Oppimisvaikeudet matematiikassa – neuropsykologinen näkökulma. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 274-300.
- Räsänen, P. 2012. Laskemiskyvyn häiriö eli dyskalkulia. *Duodecim* 128 (11), 1168-1177. pdf. Luettu 7.11.2013
- Service, E. & Lehto, J. E. 2005. Muisti ja oppimisvaikeudet. Teoksessa H. Lyytinen, T. Ahonen, T. Korhonen, M. Korkman & T. Riita (toim.) *Oppimisvaikeudet. Neuropsykologinen näkökulma*. Helsinki: WSOY, 235-268.
- Tikkanen, P. 2008. "Helpompaa ja hauskempaa kuin luulin" Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana. *Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä studies in education, psychology and social research* 337.
- Tuomi, J. & Sarajärvi A. 2003. *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi*. Jyväskylä: Tammi
- Valli, R. 2007. Mitä numerot kertovat? Teoksessa J. Aaltola & R. Valli (toim.) *Ikkunoita tutkimusmetodeihin II näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin*. Jyväskylä: PS-kustannus, 184 – 197.
- Wright, R. J., Martland, J. & Stafford, A. K. 2006. *Early numeracy. Assessment for teaching & intervention*. London: Sage.

LIITTEET

LIITE 1

Khin-neliötesti lukujonotehtävien ja laskutehtävien yhteydestä.

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	30,607 ^a	4	,000
Likelihood Ratio	36,173	4	,000
Linear-by-Linear Association	27,868	1	,000
N of Valid Cases	79		

a. 0 cells (0,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 6,96.

LIITE 2

Hyvät vanhemmat,

olen opiskelemassa luokanopettajien aikuiskoulutuksessa Kokkolan yliopistokeskus Chydeniuksessa. Opintoihini kuuluu pro gradu-tutkielman tekeminen. Aiheeni liittyy kymmenjärjestelmän hallintaan kolmas- ja seitsemäsluokkalaisilla.

Koulunne opettajat teettävät kolmasluokkalaisilla Kymppi-kartoitus testin, jonka avulla oppilaiden taidot kymmenjärjestelmän hallinnassa varmistetaan. Haluaisin kartoituksen tulokset käyttööni, koska tarkoitukseni on tutkia oppilaiden taitojen kehittymistä vuoden aikana. Oppilaat, joilla on puutteita kymmenjärjestelmän hallinnassa, saavat opetusta niissä asioissa, joissa he tarvitsevat harjoitusta. Koulunne omat opettajat suunnittelevat ja toteuttavat tarvittavat tukitoimet.

Minulle ei anneta oppilaiden nimiä, vaan ainoastaan kartoituksen tulokset taulukoituna. Tuloksista ei voi tunnistaa ketään yksittäistä oppilasta. Saadut tulokset ovat luottamuksellisia ja niitä käytetään vain tutkimustarkoitukseen.

Pyydän, että suostutte siihen, että lapsenne opettaja saa antaa kartoituksen tulokset käyttööni.

Yhteistyöterveisin,

Päivi Kangas

Kokkolan yliopistokeskus Chydenius

Luokanopettajien aikuiskoulutus, Laiko-13

Suostun siihen, että lapseni tuloksia saa käyttää tutkimuksessa. _____

En suostu siihen, että lapseni tuloksia saa käyttää tutkimuksessa. _____

Lapsen nimi: _____

Luokka: _____

Huoltajan allekirjoitus: _____

LIITE 3

Kokkolassa 2.4.2013

Tutkimuslupapyyntö

Pyydän suostumustanne tutkimukseen, joka toteutettaisiin kevään 2013 – kevään 2014 aikana.

Opintoihini kuuluu pro gradu-tutkielma osana luokanopettajatutkintoa, jota opiskelen Kokkolan yliopistokeskus Chydeniuksessa. Tutkielmani aiheena on Kymppi-kartoitus, joka on käytössä yhtenä matematiikan seulana. Tarkoitukseni on tutkia, kuinka Kymppi-kartoituksen jälkeen oppilaille annettavat tukitoimet parantavat oppilaiden osaamista kymmenjärjestelmän hallinnassa. Koulun opettajat teettävät kartoitukset kolmannen ja seitsemännen luokan oppilaille. Pyydän, että saisin käyttöni kartoitusten tulokset. Ne annettaisiin taulukoituna ilman oppilaiden nimiä, joten ketään yksittäistä oppilasta ei voi tunnistaa taulukosta. Pyydän myös lupaa haastatella keväällä 2014 opettajia, jotka ovat toteuttaneet tukitoimia. Lupaan pitää tulokset luottamuksellisena. Lopputyön saatte luettavaksenne, kun se valmistuu. Tutkielmassa ei kerrota, missä koulussa tutkimus on tehty, jos niin sovitaan.

Yhteistyöterveisin,

Päivi Kangas

paivi.h.kangas@gmail.com

Kokkolan yliopistokeskus Chydenius

Luokanopettajien aikuiskoulutus, Laiko-13

Kari Kiviniemi

Professori

Kokkolan yliopistokeskus Chydenius

tutkielman ohjaaja