

Luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden käsityksiä matematiikan opettamisesta

Mira Laitila ja Paula Penttinen

Kasvatustieteen pro gradu-tutkielma

Kevät 2014

Opettajankoulutuslaitos

Jyväskylän yliopisto

SISÄLLYS

SISÄLLYS	2
TIIVISTELMÄ	4
1 JOHDANTO	5
2 OPPIMISKÄSITYKSET	7
2.1 Behavioristiset oppimiskäsitykset	7
2.2 Konstruktivistiset oppimiskäsitykset	8
3 OPPIMISKÄSITYSTEN NÄKYMINEN OPETTAMISTAVOISSA	10
3.1 Opettamistapojen jaotteluita	10
3.2 Opettajajohtoiset perinteistä didaktiikkaa suosivat opettamistavat	12
3.3 Oppilaslähtöiset konstruktivistiset opettamistavat ja yhteistoiminnalliset opettamistavat	13
3.4 Opettamistapojen jaottelut tässä tutkimuksessa	15
4 USKOMUKSET MATEMATIIKAN OPETUKSESSA	19
4.1 Uskomuksen määrittelyä	19
4.2 Matematiikka uskomusten syntyminen ja pysyvyys	20
4.3 Opettajien matematiikkauskomusten vaikutus matematiikan opetukseen	21
4.4 Opettajan työvuosien vaikutus matematiikan opetukseen ja matematiikkauskomuksiin	24
6 KOULUTUSKULTTUURIN VAIKUTUKSET USKOMUKSIIN	27
6.1 Matematiikka opetussuunnitelmissa	27
6.2 Koulutuksen antamat valmiudet matematiikan opetukseen	31
7 YHTEENVETO TUTKIMUKSEN TEOREETTISESTA VIITEKEHYKSESTÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET	34
7.1 Yhteenveto viitekehystä	34
7.2 Tutkimuskysymykset	35
8 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS	36
8.1 Tutkimusmenetelmät ja aineisto	36
8.2 Kyselylomake	36
8.3 Aineiston analyysi	37
8.4 Tutkimuksen luotettavuus	39

8.5	Tutkimuksen eettisyys	42
9	TULOKSET	43
9.1	Millaista opetusta opiskelijat pitävät hyvänä opetuksena	43
9.2	Millaista matematiikan opetusta opiskelijat pitävät tehokkaana	44
9.2.1	Perusteluja opettajajohtoisen opettamistavan (A) paremmuudelle	50
9.2.2	Perusteluja keskustelevan luokkaopetuksen (B) paremmuudelle	53
9.2.3	Perusteluja oppilaslähtöisen opettamistavan (C) paremmuudelle	58
9.2.4	Perusteluja kaikkien kolmen opettamistavan yhteiskäytölle.....	62
9.5	Ristiriita teoriassa tehokkaimman ja itselle mieluisimman opettamistavan välillä?	64
9.5.1	Ristiriita 1	66
9.5.2	Ristiriita 2	68
9.5.3	Ristiriita 3	70
9.5.4	Ristiriita 4	71
10	PÄÄTELMÄT JA POHDINTA.....	73
10.1	Yhteenveto	73
10.2	Pohdinta ja johtopäätökset.....	74
	LÄHTEET.....	78

TIIVISTELMÄ

Laitila, M. ja Penttinen P. LUOKANOPETTAJAOPISKELIJOIDEN JA MATEMATIIKAN AINEENOPETTAJAOPISKELIJOIDEN KÄSITYKSIÄ MATEMATIIKAN OPETTAMISESTA. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Kasvatustieteen pro gradu-tutkielma. 75 sivua.

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä ja uskomuksia tehokkaasta ja itselle mielisestä tavasta opettaa matematiikkaa. Tutkimuksessa vertailtiin näiden kahden opiskelijaryhmien eroja ja samankaltaisuuksia opetusta koskevissa uskomuksissa. Selvitimme myös, kokevatko opiskelijat mieluisimmaksi tavaksi opettaa tehokkaimpana pitämällään opettamistavalla.

Tutkimukseen osallistui 122 Jyväskylän yliopiston opiskelijaa, 68 osallistuneista oli luokanopettajaopiskelijoita ja 54 vastanneista opiskeli matematiikan aineenopettajaksi. Aineiston analyysi ja tutkimus toteutettiin vuonna 2013. Tutkimuksen aineisto kerättiin puolistrukturoidun kyselylomakkeen avulla vuosina 2010–2012. Kyselylomake on suomennettu lomakkeesta, jota käytettiin muun muassa Hannulan, Lepikin, Piperin ja Tuohilammen (2012) Suomen, Viron ja Latvian opettajien matematiikkakäsitysten vertailuun perustuvan tutkimuksen aineiston keruuseen. Hannulan ym. tutkimus on yksi tutkimus osana laajempaa NorBa-tutkimushanketta (Hannula & Pehkonen, 2009).

Tulokset tässä tutkimuksessa osoittivat, että matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden välillä oli jonkin verran eroavaisuuksia siinä, millaista opetusta he pitävät itse mieluisimpana tapana opettaa matematiikkaa ja myös siinä, mikä on heidän mielestään tehokkain tapa opettaa matematiikkaa. Myös käsitys siitä, mitä tehokkuuden käsite tarkoittaa, vaihteli ryhmien välillä. Mielenkiintoista oli, että opiskelijoiden ajatukset mielekkäimmän ja tehokkaimman opetustavan välillä sisälsivät ristiriitoja ja opiskelijat eivät läheskään aina halunneet opettaa tavalla, jota pitivät oppimisen kannalta tehokkaimpana.

Avainsanat: matematiikkauskomus, opettamiskäsitys, luokanopettajaopiskelijat, matematiikan aineenopettajaopiskelijat

1 JOHDANTO

Koulumaailmassa matematiikkaa pidetään yhtenä tärkeimmistä oppiaineista äidinkielen ohella ja sen tärkeydestä viestii se, että matematiikalla on usein eniten viikkotunteja oppilaiden lukujärjestyksissä. Matematiikka on siis oppiaine, jota oppilaat opiskelevat runsaasti ja jota heille opetetaan merkittävästi. Matematiikan luonne ja merkittävyys oppiaineena perustuu sen käyttökelpoisuuteen eli siihen, että oikein käytettyinä laskutoimitukset ja matematiikka ovat tapa kommunikoida. Yksinkertaisimmillaan matematiikka on peruslaskutoimituksia, joita tarvitaan töissä, koulussa ja kotona ja joiden osaaminen helpottaa arjen tilanteita. (Berry & Sahlberg, 1995, 30–32.)

Alakoulun luokka-asteilla 1-6 matematiikan opetuksesta vastaa yleensä luokanopettaja, jolla ei useinkaan ole erikoistumisopintoja matematiikasta. Yläkouluun siirryttäessä matematiikkaa opettaa aineenopettaja, joka on erikoistunut opinnoissaan matematiikkaan ja luonnontieteisiin. Toisin sanoen oppilaan matemaattisen ajattelun pohja rakentuu alakoulussa luokanopettajan opetuksen alaisena, jonka asiantuntijuus painottuu pedagogiseen osaamiseen ja yläkoulussa oppilas kehittää matemaattisia taitoja sellaisen opettajan ohjauksella, jonka asiantuntijuus pohjautuu laajaan aineenhallintaan.

Luokanopettajien ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden matematiikkakomusten voidaan ajatella ohjaavan heidän ratkaisuitaan opetuksen järjestämisen suhteen. Näihin uskomuksiin vaikuttavia tekijöitä on tässä tutkimuksessa lähestytty muun muassa kokemuksen, koulukulttuurin, oppimiskäsitysten sekä opettajankoulutuksen näkökulmista. Opetuksen järjestämisellä tarkoitetaan opettamistyyliä ja tapaa, jolla opettaja opettaa ja mistä näkökulmasta hän lähestyy matematiikan opetusta. Matematiikan opetusta käsittelevässä vanhemmassa kirjallisuudessa esitetään lähinnä kaksi kasvatuksellista matematiikan opetuksen näkökulmaa. Näiden näkökulmien painotuksen vaihtelevat. Ensimmäisen näkökulman mukaan matematiikalla on kasvattava merkitys, koska toiminta sen yhteydessä antaa hyviä työtottumuksia sekä edistää ajattelun täsmällisyyttä. Toisessa näkökulmassa taas painotetaan matematiikan yhteiskunnallista merkitystä, matematiikan roolia tieteiden kehityksen ja tutkimuksen perustana sekä matematiikan osaamisen tarvetta välttämättömänä apuvälineenä käytännön elämässä. (Yrjön-suuri, 2007, 10–11.)

Opettajan näkökulma valikoituu usein sen mukaan minkä tyyppistä opettamista-paa opettaja arvostaa ja minkälaiseen oppimiskäsitykseen opettamistapa pohjautuu. Oppimiskäsitykset on tässä tutkimuksessa yksinkertaistaen jaoteltu kahteen ryhmään, jotka ovat behavioristiset oppimiskäsitykset sekä konstruktivistiset oppimiskäsitykset. Behavioristiset oppimiskäsitykset ymmärretään sisältävän perinteisiä opettajajohtoisia opettamistyyliä ja konstruktivististen oppimiskäsitysten taas oppilaslähtöisiä opettamistapoja.

Nykyaikana opettajankoulutuksessa on pyritty nostamaan esille konstruktivistia oppilaslähtöisiä opettamistapoja ja tuomaan esille aktiivisen oppijan roolia. Oppilaslähtöisillä menetelmillä tarkoitetaan, että oppilas on luokkatyöskentelyn keskipisteenä. Opettaja avustaa oppilasta esittämällä kysymyksiä ja haastamalla oppilasta ajattelemaan, mutta ei anna oppilaalle valmiita vastauksia. Opettaja ei myöskään vaadi tietyn mallin mukaisia ratkaisuja tai matemaattisten kaavojen hyödyntämistä, vaan oppilaan täytyy itse kehittää ratkaisumallit tehtäviin. (Kuks & Ball, 1986, 5-6.) Oppilaslähtöinen opettamistapa vastaa valtakunnallisessa matematiikan opetussuunnitelman mukaisia tavoitteita kehittää oppilaan luovaa ajattelua ja ohjata oppilas löytämään ja muokkamaan ongelmia, sekä etsimään ongelmiin ratkaisuja (POPS 2004, 158).

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä ja uskomuksia tehokkaasta ja itselle mieluisasta tavasta opettaa matematiikkaa. Tutkimus oli mielestämme toteuttamisen arvoinen, koska se antaa lisätietoa siitä miten tulevaisuuden opettajat mieltävät erilaiset opettamistavat ja niiden tehokkuuden. Nämä tiedot ovat hyödyllisiä opettajankoulutuslaitoksen kehittämisen yhteydessä sekä kannustimena vuorovaikutukseen luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden välillä. Tämä tutkimus hyödyntää triangulaatiota, eli tutkimuksessa on käytetty sekä kvantitatiivista, että kvalitatiivista tutkimusotetta. Tämän tutkimuksen triangulaatiotyyppi on metodinen triangulaatio, joka tarkoittaa sitä, että tutkimuksessa käytetään eri metodeja saman tutkimusaineiston tutkimiseen (Soininen, 1995, 41).

2 OPPIMISKÄSITYKSET

2.1 Behavioristiset oppimiskäsitykset

Oppimiskäsityksistä perinteikkäimpiä ovat behavioristinen oppimiskäsitys, sekä konstruktivistinen oppimiskäsitys. Näiden kahden pääsuuntauksen lisäksi on tunnistettavissa kaksi muuta oppimiskäsitystä, joita ovat objektivistinen oppimiskäsitys ja kognitiivinen oppimiskäsitys. Kognitiivisen oppimiskäsityksen yhteydessä esille voi tulla myös nimitys humanismi eli kokemuksellinen tieto. (Rauste – von Wright, 1997, 17.)

Behavioristi Skinner on määritellyt oppimisen käsittävän neljä tärkeää osa-alueita:

1. Jokaisen askeleen oppimisprosessissa tulee olla lyhyt ja sen täytyy olla sidoksissa aiemmin opittuun käytökseen
2. Oppimisprosessissa uusien taitojen oppimista tulee palkita ja oppimisprosessin askeleita tulee toistaa useasti. Toisto on tärkeää varsinkin alussa, jolloin oppilaan käytöstä lähdetään muokkaamaan.
3. Palautteen tulee olla välitön
4. Oppijalle tulee antaa harjoitteita, joissa hän todennäköisimmin onnistuu.

(Skinner, 1938, Attorps 2006, 13 mukaan.)

Skinnerin luoma malli oppimisen neljästä osa-alueesta osoittaa mistä behaviorismissa on äärimmilleen vietyä kyse. Skinnerin mallia tarkastellessa oppimisen laatua mitataan ainoastaan oppilaan taidolla toistaa opittuja asioita, omaa ajattelua ei juurikaan testata. Ajattelun toissijaista roolia behavioristisessa oppimiskäsityksessä vahvistaa myös Kuparin tutkimus (1999, 41) jossa todetaan, että opetettaessa esimerkiksi matemaatiikkaa behaviorististen periaatteiden mukaisesti huomio kiinnitetään siihen, mitä oppilas osaa tehdä, ei siihen, mitä hän ymmärtää. Rauste – von Wright (1997, 17) kirjoittaa myös, että perinteinen didaktiikka, eli behaviorismi, suosii tiedon siirtämistä opettajalta oppilaille. Olennaisena perinteisessä didaktiikassa pidetään sitä, että opettaja saa kysymyksiensä oppilailta oikean vastauksen. Opettajalla on suurin vastuu oppimisesta (Rauste – von Wright, 1997, 17.)

Rauste – von Wrightin ajattelua tukee Hellströmin käsitys siitä, että opettamiskeskeisissä työmuodoissa opettaja on sekä opiskelun alkuunpanija, että työnkulun ohjaaja. Vastuu työn sujumisesta on selvästi opettajalla. (Hellström, 2008, 209.)

2.2 Konstruktivistiset oppimiskäsitykset

Toinen pääsuuntaus behaviorismin ohella on konstruktivismi. Toisin kuin opettajakeskeisessä, behavioristisessa tavassa opettaa, oppilaskeskeiselle opettamistavalle on ominaista, että työn eteneminen ja joskus myös työn suunnittelu ovat osittain oppilaiden varassa. Oppilaskeskeiset työmuodot nojaavat konstruktivistiseen käsitykseen oppimisesta. Vastuu työn sujumisesta on oppilailla. (Hellström, 2008, 209.) Patrikainen (1999, 119) on jaotellut oppimiskäsityksiä niin, että jaottelun keskiössä on opettajan pedagoginen ajattelu. Luokittelu on järjestetty niin, että ensimmäinen (Opetuksen suorittaja) ja viimeinen (Kasvu- ja oppimisprosessin ohjaaja) ovat toisistaan laadullisesti pedagogisessa ajattelussa eniten eroavat näkemykset.

Konstruktivismia on vaikea määritellä yksioikoisesti mutta se voidaan ymmärtää yksilöiden aktiiviseksi tiedon prosessoimiseksi eli konstruoimiseksi. Yksilöt voivat konstruoida esimerkiksi omaa olemustaan peilaten sitä vuorovaikutuksessa ympäristöön tai tulkita lukemaansa tekstiä aiemman tiedon pohjalta. Tärkeää on oppijan oma itseohjautuvuus, vuorovaikutus muiden kanssa sekä omat kokemukset. (Lehto, 2005, 9; Rauste- von Wright, 1997, 17.) Suomessa konstruktivismi on ollut vallitseva tema pedagogisessa keskustelussa 1900-luvun alusta saakka. Harjanteen mukaan konstruktivismin taustalla on Kantin 1700-luvulla esittämä tietoteoria, joka yhdistää perinteistä empirismää rationalismiin. Harjanne toteaa, että konstruktivismissa oppilas on oman oppimisensa subjekti, joka rakentaa itse oman maailmankuvansa ja ymmärryksensä. (Harjanne 2006, 121.)

Kyllönen (1998, 72) kuvaa kognitiivista oppimistapahtumaa oppijakeskeisesti rakentuvaksi, valmiudet, motivaation ja tiedon käyttökelpoisuuden huomioivaksi. Oppimisen välineenä on oppijan oma tekeminen, joka pitäisi olla sitä konkreettisempaa, mitä pienempi oppilas on. Oppilaan aktiivista roolia korostavat myös Malinen ja Pehkonen (2004, 72) joiden mukaan kognitiivinen tieto on mentaalinen representaatio, jonka ihminen konstruoi mielessään. Oppiminen siis ymmärretään tapahtuvan oppilaan omana

aktiivisena konstruktiona ja sen vuoksi tuloksellinen oppiminen vaatii oppilaan omaa aktiivista panostamista. (Malinen & Pehkonen, 2004, 72.) Kognitiivinen oppimiskäsitys onkin hyvin lähellä konstruktivistista oppimiskäsitystä mutta eroaa ainakin siinä, että konstruktivismissa itseohjautuvuus, minän kasvu ja tietoisuus omasta käytöksestä ajatellaan olevan taitoja, jotka ovat mahdollista opetella ja oppia. Kognitiivisessa oppimiskäsityksessä edellä mainittujen taitojen ajatellaan olevan myötäsyttyiset. (Rauste – von Wright, 1997, 17.)

3 OPPIMISKÄSITYSTEN NÄKYMINEN OPETTAMISTAVOISSA

3.1 Opettamistapojen jaotteluita

Matematiikan opetuksen jaotteluita on monia. Pehkonen (2011,16) pohtii teoksessaan, mitä matematiikan ajatellaan olevan. Se, mitä matematiikan ajatellaan olevan, luonnollisesti vaikuttaa myös siihen, miten matematiikkaa opetetaan. Pehkonen (2011,16) on jaotellut matematiikan kolmeen erilaiseen näkökulmaan. Ensimmäinen näkökulma käsittää matematiikan työkalupakkina, josta kaivetaan tarvittavat työkalut matemaattisen ongelman ratkaisuun. Toinen näkökulma määrittelee matematiikan säännönmukaiseksi systeemiksi, jossa tärkeintä on oikeaoppinen kieli sekä loogiset todisteet. Viimeinen näkökulma käsittää matematiikan prosessina. Tässä prosessissa edetään ratkaisua kohti oikeiden sekä väärin väitteiden kautta. (Pehkonen 2011, 16.) Pehkosen lisäksi myös Koskenniemi (1978, 190–198) on jaotellut opettamistavat kolmeen ryhmään. Koskenniemen mukaan oppilaita tulisi opettaa käyttäen vaihtelevasti opetusmuotoja kolmesta pääryhmästä. Hellström (2008, 209–210) on jaotellut teoksessaan opetusmuodot kuten Koskenniemi, avaten hieman Koskenniemeä enemmän eri opetusmuotojen sisältöä. Hellströmin ja Koskenniemen jaottelun mukaan kolme pääryhmää ovat:

- 1) Opettajakeskeiset opettamistavat
 - a. Opettajan esitys: opettaja kertoo, luennoi, kuvailee tai selostaa.
 - b. Opettajan kysely: opettaja kysyy ja oppilas vastaa
 - c. Yhteinen harjoitus: sanelu tai laulu ym.

- 2) Oppilaskeskeiset opettamistavat
 - a. Yksilöllinen työskentely

b. Oppilaiden esitys, eli oppilaat yhdessä suunnittelevat, harjoittelevat ja harjaantuvat. Oppilaat voivat myös arvioida toisten esityksiä/suorituksia. Arvioinnissa ja työskentelyssä opettaja voi avustaa. Esitys voi matematiikan tunnilla olla esimerkiksi ryhmän esittely omasta ratkaisutavastaan annettuun matematiikan tehtävään.

c. Ryhmätyö, eli ryhmät suorittavat suunnittelemansa tehtävän. Lopuksi kaikkien saamat tulokset kootaan ja niistä keskustellaan.

3) Yhteistoiminnalliset opettamistavat

a. Opetuskeskustelut joissa esitetään tietoja ja käsityksiä. Pyritään yhteisesti omaksuttuun tavoitteeseen. Opetuskeskustelussa opettaja ja oppilaat ovat keskustelijoina tasavertaisia. Oppilaat johtavat joskus keskustelua.

b. Juhlat ja tapahtumat, joissa vastuu on yhteinen

(Koskenniemi 1978, 190–198; Hellström 2008, 209–210.)

Patrikainen (1999, 117) muodosti tutkimusaineistostaan opettajan pedagogisen ajattelun käsitejärjestelmän, jonka avulla hän sai kuvattua ihmis-, tiedon-, ja oppimiskäsitysten ulottuvuuksia. Käsitusten pohjalta syntyi neljä opettajuuden profiilia, jotka ovat:

1. Opetuksen suorittaja, jossa opettaja suhtautuu opetukseen ikään kuin suoritukseen ja keskiössä on opettajan autoritäärisyys sekä opettajajohtoinen opetus.
2. Tiedon siirtäjä ja oppimisen kontrolloija. Opettaja pyrkii siirtämään oman tietonsa oppilaisiin ja opettaa tavalla, jossa oppilaiden käytöstä ja tehtäviä kontrolloidaan tarkasti.

3. Oppimaan ja kasvamaan saattaja. Opettaja ei näyttyädy perinteisessä opettajajohtoisessa roolissa vaan pyrkii tukemaan oppilaita löytämään oman tapansa opiskella ja oppia uusia asioita.
4. Kasvu- ja oppimisprosessin ohjaaja. Opettaja on siirtynyt oppimisen tukijaksi ja antaa oppilaille runsaasti valtaa ja vastuuta koskien oppimista ja opetusta.

3.2 Opettajajohtoiset perinteistä didaktiikkaa suosivat opettamistavat

Opettajajohtoista opettamistapaa sen perinteisimmässä muodossa kuvaa parhaiten behavioristinen näkökulma, esittävä opetus, tiedonsiirto ja opettajan autoritäärisyys. Behaviorististen periaatteiden mukaan opetettaessa, oppiaineiden tietosisällöt on järjestetty tietokokonaisuuksiksi. Tällaisia tietokokonaisuuksia on helppo hallita ja ne sisältävät faktoja, jotka on yksinkertaista sisäistää. (Kupari, 1999, 41.) Esittävä opetus tarkoittaa opetusta, johon sisältyy luentoja, esitelmiä, puheita tai se voi olla tunnin alustus. Esittävä opetus on yksi opettajajohtoisen opettamisen lähestymistapa ja se edustaa opettajajohtoisuuden ääripäätä eli opettajan yksisuuntaista viestintää ryhmälle. (Vuorinen, 2001, 78-79; Lahdes, 1997, 151.) Patrikaisen (1999, 119–120) jaottelussa esittävän opetuksen käsite vastaa näkemystä opetuksen suorittamiseen perustuvasta opettajuudesta, jossa opetus suoritetaan täysin opettajajohtoisesti. Oppilas on oppimisensa objekti ja tietojen muistamista kontrolloidaan kokeilla. Kokeet muodostavat välineet, joiden pohjalta rakennetaan oppimisen ohjaus.

Opettajajohtoisista opettamistavoista toinen esittelemisen arvoinen on keskusteleva luokkaopetus, jossa monet esittävän opetuksen puutteet eivät ole niin ilmeisiä (Vuorinen, 2001, 81.) Vuorisen käsite keskusteleva luokkaopetus samaistuu Patrikaisen (1999, 119–120) jaottelusta, tiedonsiirtäjä ja oppimisen kontrolloija–opettajuuteen, jossa on siirrytty pinnallisesta ja passiivisesta (suorittava opettajuus) tiedonkäsittelystä aktiivisempaan tiedon prosessointiin. Oppiminen on pelkän suorittamisen lisäksi myös prosessi mutta kuitenkin niin vähäisesti, että tiedonsiirtäjä ja oppimisen kontrolloija – opet-

tajuus on vahvasti opettajajohtoinen näkökulma. Opettajajohtoisuuden ja oppilaskeskisyyden välimaastoon sijoittuu oppimaan ja kasvamaan saattaja–opettajuus, jossa yhdistyy piirteitä molemmista opetustavoista. (Patrikainen, 1999, 125.)

Perinteistä opettajajohtoista työtapaa on kritisoitu siitä, että oppimistulokset jäävät usein melko epävarmoiksi (Vuorinen, 2001, 81). Lisäksi Koskenniemi (1978, 190–198) kirjoittaa, että jos opettaja käyttää yksinomaan opettajakeskeistä autoritääristä opettamistapaa mitätöi se oppilaiden mahdollisuuksia kasvaa oma-aloitteiseksi, aktiiviseksi ja kriittiseksi yhteiskunnan jäseniksi. Tämä johtunee siitä, että opetus etenee oppikirjan mukaisesti ja eriyttäminen sekä yksilöllistäminen on vähäistä. Jos oppilas on nopea tekemään tehtäviä, saa hän opettajalta lisätehtäviä, jotka ovat samankaltaisia kuin aiemmat. (Patrikainen, 1999, 121.)

3.3 Oppilaslähtöiset konstruktivistiset opettamistavat ja yhteistoiminnalliset opettamistavat

Oppilaslähtöisessä matematiikan opettamisen tavassa oppilas on luokkatyöskentelyn keskipisteenä. Oppilaslähtöistä matematiikan opettamista kutsutaan myöskin termillä tutkiva oppiminen ja ongelmalähtöinen oppiminen. Tutkiva ja ongelmalähtöinen oppiminen ovat yksilö- ja ryhmätyöskentelyyn soveltuvia opetusmenetelmiä, joiden on havaittu useiden tutkimusten myötä tehostavan matematiikan oppimista (Hähkiöniemi, 2011, 5). Ryhmätyöskentely mielletään pienryhmien yhteistyöksi mutta ryhmätyötä on myös se, kun koko luokka toimii yhdessä. Ryhmätyössä opettajan rooli vaihtuu tiedon esittäjästä oppilaiden tukijaksi ja ohjaajaksi, jolloin oppilaan rooli on itsenäisempi ja vastuullisempi. Erilaisia ryhmätyömuotoja ovat esimerkiksi oppimispelit, oppimissykli (erityisesti luonnontieteisiin kehitetty työtapa), projektityö ja yhteistoiminnallinen oppiminen (Ahtee & Pehkonen, 2000, 53–57.) Kuhs ja Ball (1986, 5-6) nostavat ryhmätyön oivalliseksi muodoksi toteuttaa tutkivaa oppimista. Tärkeää on, että opettaja avustaa oppilasta esittämällä kysymyksiä ja haastamalla oppilasta ajattelemaan, mutta ei anna oppilalle valmiita vastauksia.

Tutkivassa oppimisessa opettaja avustaa oppilasta esittämällä kysymyksiä ja ongelmia ja haastaa oppilasta ajattelemaan erilaisia tapoja etsiä ratkaisua esitettyihin kysymyksiin tai ongelmiin. Opettaja ei myöskään vaadi matemaattisten kaavojen hyödyntämistä, vaan oppilaan täytyy itse kehittää ratkaisumallit tehtäviin. (Kuks & Ball, 1986, 5-6.) Valmiiksi annettujen ratkaisumenetelmien puuttuminen mahdollistaa oppilaslähtöisen ja yksilöllisen tavan oppia ja tarkoitus on, että oppilaat löytävät itse vastauksia oman ajattelunsa kautta. (Pehkonen, 2000, 53–53.)

Oppilaslähtöisiä konstruktivistia opettamistapoja käytettäessä opettajan täytyy ymmärtää oppilaidensa ajatuksia ja pystyä antamaan heille rohkaisevaa palautetta. Opettaja voi käyttää opetuksensa apuna esimerkiksi ratkaisukarttaa, johon oppilas kirjoittaa ongelmanratkaisun eri vaiheet. Ratkaisukartasta opettaja näkee milloin oppilas on vaikeuksissa ja sen avulla oppilas havainnollistaa opettajalle matemaattista ajatteluaan. (Leppäaho, 2007, 18.) Hähkiöniemi (2011, 4) korostaa myös, että opettajan on tärkeää huolehtia siitä, että oppilaiden ideat kootaan yhteen ja liitetään matemaattiseen kehykseen. Näin toimiessaan opettaja viimeistelee oppilaidensa aikaansaannokset. Tutkiva matematiikka kehittää oppilaiden kognitiivisia taitoja kuten ymmärtämistä, matemaattista ongelmanratkaisua ja luovuutta.

Oppilaslähtöinen opettamistapa sallii oppilaiden tuoda opetukseen omia ideoitaan, keskustella toisten oppilaiden ja opettajien kanssa. Lisäksi oppilaslähtöinen opettamistapa antaa mahdollisuuden kriittisyyteen ja erilaisten ongelmanratkaisujen lähestymistapojen tulkintaan ja arviointiin. Tämän vuoksi on tärkeää, että oppilaille annetaan aikaa tehtävien ratkaisemiseen sekä mahdollisuus keskustella ja kirjoittaa matematiikasta. (Leppäaho, 2007, 188.) Erilaisilla oppilaslähtöisillä aktiviteeteillä on havaittu olevan vaikutusta oppilaiden oppimistuloksiin, sekä motivaatioon matematiikan opiskelua kohtaan. Oppilaslähtöisten aktiviteettien myötä oppilaat ovat oppineet muun muassa paremmiksi päässä laskijoiksi ja alkaneet selittämään toisilleen sekä opettajilleen tehtävis-tään saamiaan ratkaisuja selkeämmin kuin aikaisemmin. Lisäksi lapset havaitsivat, millaisia laskutoimituksia he eivät ole vielä oppineet. (Debrenti, 2013, 88.)

3.4 Opettamistapojen jaottelut tässä tutkimuksessa

Tässä tutkimuksessa opetustavat on jaoteltu kolmeen tapaan opettaa matematiikkaa. Jaottelun mukaiset opettamistavat on esitelty käytännön esimerkein tutkimuksessa käytetyssä kyselylomakkeessa (ks. Liite 1). Tässä tutkimuksessa käytetty kyselylomake on opetustapojen käytännön esimerkkejä lukuun ottamatta käänös NorBa-tutkimushankkeessa (Hannula & Pehkonen, 2009) käytetystä kyselylomakkeesta. Tämän tutkimuksen opettamistapojen jaottelut mukailevat Pehkosen (2011, 16) kolmea eri näkökulmaa matematiikan opettamiseen (ks. luku 3.) Ensimmäinen opettamistapa on nimetty opettajajohtoiseksi opettamistavaksi, joka sisältää Pehkosen (2011) näkökulman matematiikasta työkalupakkina. Toinen opettamistapa nimetty keskustelevalksi luokkaopetuksiksi, jossa on piirteitä sekä opettajajohtoisesta, että oppilaslähtöisestä opettamistavasta ja jossa keskiössä on Pehkosen (2011) jaottelun mukainen matematiikan säännönmukainen systeemi oikeaoppisella kielellä sekä loogisilla todisteilla. Kolmas opettamistapa on nimetty oppilaslähtöiseksi opettamistavaksi, joka painottaa Pehkosen (2011) viimeistä näkökulmaa matematiikasta prosessina.

Opettajajohtoiseksi opettamistavaksi ymmärretään tässä tutkimuksessa opettamistapa, joka nojaa behavioristiseen oppimiskäsitykseen. Olennaisinta opettamistavassa on saada oppilailta oikea vastaus opettajan asettamiin kysymyksiin (Raustevon Wright, 1997, 17). Vastuu tunnin kulusta ja sisällöistä on selkeästi opettajalla. Opetustavassa matematiikkaa lähestytään työkalupakki näkökulman kautta (Pehkonen, 2011, 16) eli siten, että opettaja esittelee tarvittavan teorian ja sitten teoriaa sovelletaan työkaluna matemaattisten tehtävien ratkaisuun. Opettamistavassa on näennäisesti keskustelevaa otetta oppilaiden kanssa, mutta opettajalla on hallussaan oikeat vastaukset ja hän tarkistaa, että oppilaiden tehtävät on ratkaistu oikein. Koskenniemen (1978, 219–222) mukaan tässä opettamistavassa ei ole yksilöllistä työskentelyä vaan tehtävien ratkaiseminen on osa yhteistä harjoitusta. Tämä johtuu siitä, että vaikka oppilaat laskevat yksin, tekevät he kaikki samoja tai samankaltaisia tehtäviä.

Tässä opettamistavassa voidaan puhua tiedonsiirrosta ja kontrolloidusta oppimisympäristöstä. Tässä tutkimuksessa ymmärretty opettajajohtoinen opettamistapa vastaa Patrikaisen (1999, 119–120) näkemystä opetuksen suorittamiseen perustavasta opettajuudesta, jossa opetusta annetaan opettajajohtoisena tiedonsiirtona ja kontrollina. Tässä tutkimuksessa ymmärretty opettajajohtoinen opettamistapa sijoittuu Koskenniemen (1978) ja Hellströmin (2008) jaotteluissa opettajajohtoiseen opettamistapaan. Seuraavassa tekstissä esitellään kuvaus opettajajohtoisesta opettamistavasta (opettamistapa A):

Opettaja Ahonen aloittaa yleensä uuden aiheen käsittelyn esittämällä taustalla olevan matematiikan teorian kuten jonkin teoreeman ja sen todistuksen tai perustelun. Ahonen johdattaa oppilaat tähän teoriaan esittämällä kysymyksiä, joihin oppilaat saattavat vastata nopeasti. Teorian käsittelyn jälkeen Ahonen esittää esimerkkitehtäviä, joissa sovelletaan kyseistä teoriaa. Myös esimerkkien käsittelyn yhteydessä Ahonen kyselee oppilailta esimerkiksi mikä on seuraava vaihe ratkaisussa. Esimerkkien käsittelyn jälkeen oppilaat harjoittelevat ratkaisemaan itsenäisesti vastaavanlaisia tehtäviä. Ahonen kiertelee luokassa, neuvoo oppilaita oikean ratkaisutavan toteuttamisessa ja tarkastaa, että he ratkaisevat tehtävät oikein.

Keskusteleva luokkaopetus vastaa Pehkosen näkökulmaa matematiikasta säännömukaisena systeeminä, jossa tärkeää on oikeat termit sekä todistaminen (Pehkonen, 2011, 16). Lisäksi tämän tutkimuksen mukainen keskusteleva luokkaopetus pitää sisällään elementtejä Patrikaisen (1999, 125) tiedonsiirtäjä ja oppimisen kontrolloija-opettajuudesta, jossa tietoa prosessoidaan enemmän kuin opettajajohtoisesta opettamistavan yhteydessä mainitussa opetuksen suorittaja opettajuudessa. Kyse ei siis ole pelkästään suorittamisesta vaan sisältöjä pyritään prosessoimaan keskustelevalla otteella mutta prosessinäkökulma jää kuitenkin tässä opettamistavassa niin pieneksi, että kyseessä on opettajajohtoinen opettamistapa. Lisäksi opettajalla on vastuu tuntien sisällöistä sekä opiskelutavoista.

Oppilaita kuitenkin aktivoidaan keskustelun avulla, joten voidaan ajatella, että tässä tutkimuksessa ymmärretty keskusteleva luokkaopetus mukailee Vuorisen (2001, 81) jaottelun mukaista keskustelevaa luokkaopetusta, jossa muun muassa esittävän opetuksen puutteita on korjailtu. Keskusteleva luokkaopetus nojaa opettajajohtoisuutensa vuoksi behavioristiseen oppimiskäsitykseen mutta siinä on ohuesti mukana piirteitä myös konstruktivistisesta oppimiskäsityksestä, kuten oppilaiden aktivoiminen sekä op-

pilaiden omien ehdotusten kuunteleminen. Seuraavassa tekstissä esitellään kuvaus kustelevasta luokkaopetuksesta (opetustapa B):

Opettaja Lepistö aloittaa yleensä uuden aiheen käsittelyn esittämällä oppilaille matemaattisen tilanteen, jonka selvittämiseen tarvitaan uusia käsitteitä ja/tai teoreemoja. Lepistö johdattelee kyselemällä oppilaat huomioimaan uuden matemaattisen teorian muodostamisen tarpeen. Tämän jälkeen Lepistö määrittelee tarvittavat käsitteet sekä muotoilee ja todistaa tarvittavan teoreeman. Lopuksi Lepistö näyttää miten alussa esitetty tilanne voidaan selvittää uuden teorian avulla. Tämän jälkeen Lepistö antaa oppilaille tehtäviä, jotka ratkaistaan tunnilla tai kotitehtävinä.

Oppilaslähtöinen opettamistapa kuvataan tässä tutkimuksessa opettamistapana, jonka keskipisteenä on oppilas sekä oppimisprosessi. Prosessissa, jossa oppilas on keskiössä, edetään oikeita ratkaisuja kohti virheiden, sekä oikeiden että väärin väitteiden kautta. (Pehkonen 2011, 16.) Opettamistapa nojaa konstruktivistisiin arvoihin ja se noudattelee konstruktivistisesti orientoituneen koulutusprosessin (ks. Luku 3.1) piirteitä Raustevon Wrightin (1997, 18–19) jaottelun mukaisesti. Tämän tutkimuksen oppilaslähtöisessä opettamistavassa toteutuu Patrikaisen (1999, 117–119) opettajuusluokittelun kasvu- ja oppimisprosessin ohjaaja–opettajuus, joka eroaa eniten pedagogisessa ajattelussa opettajajohtoisessa opettamistavassa esittelystä opetuksen suorittajaopettajuudesta.

Tässä tutkimuksessa oppilaslähtöinen opettamistapa noudattelee Leppäahon (2007, 188) kuvaamaa oppilaslähtöisen opettamistavan rakennetta, joka antaa oppilaille mahdollisuuden keskustella ja tuoda omia ajatuksiaan oppimistilanteissa esiin ilman, että opettajalla on valmiina oikeat vastaukset. Oppilaslähtöinen opettamistapa kannustaa erilaisten ratkaisujen löytämiseen ja kriittisyyteen matematiikan opiskelussa.

Toisin kuin esimerkiksi opettajalähtöisessä opettamistavassa, oppilaslähtöisessä opettamistavassa oppilaat vaikuttavat toiminnallaan paljon tunnin kulkuun. Opettaja ei kuitenkaan ole passiivinen vaan tarkkailee oppilaiden työskentelyä ja osallistuu oppilaiden kanssa keskusteluihin. Opettajan on oltava tietoinen omasta toiminnastaan ja aktiivisesti ohjata oppilaiden ideoiden kehittymistä kohti standardia matematiikkaa, vaikkei nämä kysyisikään opettajalta apua. Tärkeää kuitenkin on, ettei opettaja kerro aluksi oi-

keaa vastausta. Lopuksi tärkeässä roolissa on koontivaihe, jossa oppilaat kuulevat toisten ratkaisumalleja ja ideoita. Keskeistä on, että opettaja selvittää ongelman taustalla olevan teoreeman tai määritelmän ja että, oppilaat ymmärtävät mikä opittava asia oli. (Hähkiöniemi, 2011, 6-7.) Seuraavassa tekstissä esitellään kuvaus oppilaslähtöisestä opettamistavasta (opetustapa C):

Opettaja Mäkelä aloittaa yleensä uuden aiheen käsittelyn antamalla oppilaille tehtävän (tai tehtäviä) tästä aiheesta. Oppilaat yrittävät itsenäisesti tai pienissä ryhmissä keksiä, miten tehtävän voisi ratkaista. Mäkelä kiertelee luokassa kuunnellen millaisia ratkaisuiideoita ja ongelmia oppilailla on tehtävän ratkaisemisessa. Mäkelä varoo itse kertomasta, miten tehtävä ratkaistaan eikä kommentoi ovatko oppilaiden ratkaisuideat oikeita. Kun oppilaat ovat tarpeeksi miettineet tehtävää, Mäkelä pyytää joitakin oppilaita esittämään ratkaisuiideoita ja kohtaamiaan ongelmia. Mäkelän johdolla oppilaat pohtivat, mitä etuja ja haittoja sekä mitä yhteistä ja erilaista kehitetyissä ratkaisuiideoissa on. Tämän jälkeen Mäkelä kokoaa yhteen, mitä erilaisista ratkaisuiideoista voidaan oppia ja johtaa niistä taustalla olevan matematiikan teorian kuten jonkin teoreeman.

4 USKOMUKSET MATEMATIIKAN OPETUKSESSA

4.1 Uskomuksen määrittelyä

Uskomusten määrittely on vaikeaa, koska eri tutkijat käyttävät termiä *uskomus* eri asiayhteyksissä. Uskomukset ovat ymmärryksiä tai väitteitä siitä minkälaisen maailman tai ympäristön ajatellaan olevan tosi. Uskomukset ovat kognitiivisempia, ne tunnetaan intensiivisemmin ja niihin on vaikeampi vaikuttaa kuin asenteisiin (Phillipp, 2007, 259). Schoenfeld (1985, 44) on kuvannut matematiikan uskomusten peilaavan yksilön maantattista maailmaa, jota tunteet ja tieto muokkaavat. Phillipp (2007, 259) kuvaa uskomuksia hyvin Schoenfeldin kaltaisesti. Philippin mukaan uskomusten voidaan ajatella olevan kuin linsskejä jotka vaikuttavat yksilön näkemyksiin ja ohjaavat hänen toimiaan tässä maailmassa. Toisin kuin tieto, uskomukset perustuvat näkemyksiin ja näkemykset vaihtelevat yksilöittäin – näin ollen uskomus ei ole osa kokonaisvaltaista yhteisymmärrystä. Uskomukset ovat kognitiivisempia kuin emootiot tai asenteet. Uskomukset ja tieto eroavat siten, että se mikä on tietoa toiselle ihmiselle voi olla uskomus toiselle, se riippuu siitä kuinka valmis ihminen on kyseenalaistamaan itselleen totena pitämiä asioita.

Toisaalta puhuttaessa tiedon ja uskomusten eroista, joudutaan pohtimaan myös tiedon luonnetta, mikä tuo uuden näkökulman erojen tarkasteluun. Tieto on yleensä jaettu objektiiviseen ja subjektiiviseen tietoon. Objektiivinen tieto on tieteellisesti todistettua, yleisesti hyväksyttyä tietoa ja subjektiivinen tieto on tietoa, jota yksilö itse pitää totena, vaikka se ei täyttäkään objektiivisen tiedon kriteerejä. (Furinghetti & Pehkonen, 2002, 43; Pietilä 2002, 20.) Uskomuksia ja tietoa voi olla toisinaan vaikea erottaa ja raja tiedon ja uskomuksen välillä voi olla häilyvä. Platonin mukaan tietoa on hyvin perusteltu tosi uskomus. Furingetin ja Pehkosen (2002, 54) mukaan uskomuksia voidaan harkita pidettävän osana subjektiivista tietokäsitettä. Epistemologiset uskomukset taas ovat uskomuksia siitä, mitä tieto on ja miten se rakentuu (Kallio, Laitalainen, Pesälä & Poletaev, 2010, 1). Epistemologiset uskomukset vaikuttavat pedagogisiin uskomuksiin ja sitä kautta opettajan valitsemiin opetuskäytänteisiin. Toisaalta, vaikka epistemologiset uskomukset vaikuttavatkin opettajan valitsemiin opetuskäytänteisiin, usko-

mukset eivät aina suoraan kerro, miten opettaja opettaa. (Viholainen, Asikainen & Hirvonen 2012, 129–144.)

Käsitettä uskomus voidaan tarkastella jakamalla se *sanottuihin uskomuksiin* ja *toiminnan uskomuksiin*. Sanotut uskomukset opettamisesta voidaan määritellä olevan opettajan subjektiivisia visioita tehokkaasta ja sujuvasta opetustavasta, joka sopii niin opettajalla kuin oppilaille. Tätä opetustapaa on saatettu käyttää opetuksessa mutta se saattaa olla myös toteuttamattomana käytännössä. (Sapkova, 2013, 737.). Toisin sanoen opettajat saattavat sanoa uskovansa esimerkiksi toiminnallisen matematiikan olevan tehokkain tapa opettaa matematiikkaa, mutta tämä sanottu uskomus ei kuitenkaan välttämättä toteudu opetuksessa. Toiminnan uskomukset kuvastavat sitä, millaista opetus on ja kuinka sanotut uskomukset näkyvät opetuksessa käytännössä (Sapkova, 2013, 738). Sanotuissa uskomuksissa ja toiminnan uskomuksissa on mahdollista ilmetä ristiriitoja. Sanottujen uskomusten taustalla voivat vaikuttaa yhteiskunnan arvot ja uskomukset siitä, millainen opetus on tehokasta ja hyvää. Voi kuitenkin olla, että ”ylhäältä” tulleet uskomukset ovat joko jääneet aidosti sisäistämättä tai niiden toteutus nähdään käytännön opetustyössä liian haastavana, vaikka niitä ajatuksen tasolla pidettäisiinkin tehokkaimpina.

4.2 Matematiikka uskomusten syntyminen ja pysyvyys

Matemaattiset uskomukset ovat yhdistelmä yksilön subjektiivisia ja kokemusperäiseen tietoon nojaavia käsityksiä matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta. Yksilöiden uskomusten kirjo on hyvin laaja ja uskomusten syntyyn vaikuttavat osat alueet vaikuttavat toisiinsa. (Oksanen & Hannula, 417.) Yksilöt vastaanottavat signaaleja ympäristöstään. Näiden signaalien ja havaintojen pohjalta he luovat johtopäätöksiä eli uskomuksia maailmasta. (Furinghetti & Pehkonen 2003, 39). Yksilö peilaa omia uskomuksiaan uusiin kokemuksiin maailmasta, sekä kokemuksiinsa muiden ihmisten uskomuksista. Mikäli uskomuksia kriittisesti ja toistuvasti arvioidaan, ne voivat myös muuttua. (Green, 1971, 45). Uskomukset eivät siis ole lopullisia vaan niiden on mahdollista muokkautua elämän aikana. Uudet uskomukset eivät koskaan synny muuttamatta yksilön ajattelua ja uskomusjärjestelmää, johon kuuluvat tiedostamattomat ja tiedostetut uskomukset, hypoteesit ja odotukset. (Green, 1971, 46).

Uskomusten voidaan ajatella olevan osa opettajan matematiikkakuvaa. Matematiikkakuvan voi ymmärtää omanlaisena opettamiskäsityksenä. Opettamiskäsitys muok- kaantuu yksilön kokemusten kautta ja tärkeitä elementtejä siinä ovatkin uskomukset sekä käsitykset liittyen opetukseen. (Pehkonen 2011, 22.) Matematiikkakuva ohjaa opet- tajan pedagogisia ratkaisuja niin paljon, että jos jokin uusi opetukseen liittyvä asia on opettajan oman matematiikkakuvan vastaista jää se luokkahuoneessa toteutumatta (Peh- konen, 2011, 22). Opettajan omaa käsitystä itsestään ei voi erottaa matematiikkakuvasta puhuttaessa. Pietilä (2002, 128) toteaa tutkimuksessaan, että hyvän matematiikkakuvan muodostuminen oli yhteydessä luokanopettajaopiskelijoiden minäkuvaan. Pietilä teki tutkimustulosten perusteella päätelmän, että monipuolisen ja kehittyneen matematiikka- kuvan edellytyksenä on opettajan erittäin hyvä itsetunto.

4.3 Opettajien matematiikkauskomusten vaikutus matematiikan opetukseen

Hyvä matematiikan opettaja pystyy luomaan oppimisympäristön, jossa oppilaat uskal- tavat oppia, kysyä ja erehtyä. (Murray, 2011, 20.)

Viimeisten vuosien aikana tutkijat ovat alkaneet kiinnittää huomiota matematiikan oppimiseen metakognitioiden näkökulmasta ja erityisesti huomioiden oppilaiden ja opettajien uskomukset matematiikasta (Pehkonen & Törner, 1998, 38). Kuparin (1994, 87) mukaan 1990-luvun Suomessa oli tunnistettavissa kaksi erilaista opettajatyyppeä: perinteistä opetusta suosivat opettajat ja konstruktivistisia opettamistapoja suosivat opettajat. Perinteisyyttä suosivien opettajien opetuksessa keskeisessä asemassa olivat tiedon ”syöttäminen” valmiina ja ulkoa oppiminen. Innovatiivisten opettajien opetuk- sessa keskityttiin enemmän oppilaan omaan ajatteluun ja syvällisempään oppimiseen. (Kupari, 1994,87).

Tavallisesti ne, jotka ajattelevat matematiikan olevan ajattelun ja luovuuden kent- tä, arvostavat oppilaslähtöisiä konstruktivistisia opettamistapoja. Tämä johtuu siitä, että

sen sijaan, että opettamistapa tarjoaisi vain yhden ja ainoan oikean tavan ”tietää”, se tarjoaa oppilaalle mahdollisuuden itse tehdä matematiikkaa. (Kush & Ball, 1986, 5-6.) Ja toisaalta opettaja saattaa ajatella opettajajohtoisten, behaviorististen opettamistapojen olevan tehokkaita ja aikaa säästäviä työvälineitä, koska esimerkiksi esittävän opetuksen pitäjä haluaa sanoa mahdollisimman paljon ja käyttää siihen mahdollisimman vähän aikaa. Työtapa ei myöskään vaadi työskentelytilalta paljoakaan. (Vuorinen, 2001, 79.) Lahdes (1997, 151) toteaa teoksessaan, että opettajajohtoista, behavioristista opettamistapaa kannattavien mukaan behavioristinen tapa opettaa soveltuu matematiikkaan hyvin, koska opettaja jäsentee opetettavan asian valmiiksi ja näin ollen opetussisällöistä tulee helposti ymmärrettäviä. Behavioristisen oppimiskäsityksen pohjalta opetettaessa koulu-ympäristökin on yksinkertainen ja selkeä. Opettajan vaikuttimia valita opettajajohtoinen opettamistapa voivat olla myös oma epävarmuus. Vuorinen (2001, 79–80) toteaa, että opettajajohtoisessa opettamistavassa opettaja ei voi pahasti nolata itseään koska kuuntelijat eivät anna suoraa palautetta.

Hannulan ym. (2013, 438) tutkimuksen mukaan opettajien uskomukset hyvästä opetuksesta ovat samankaltaisia koskien niin yleistä opetusta kuin matematiikan opetusta. Opettajat, jotka kannattavat konstruktivistista opetusta uskovat, että matematiikan opetuksessa oppimisprosessi on tärkein. Perinteistä kouluopetusta suosivat opettajat taas ajattelivat, että matematiikan tulee tarjota oppilaille työkalupakin matemaattisten ongelmien ratkaisemista varten. (Hannula ym. 2013, 438).

Matematiikan uskomusten ja matematiikkakuvan vaikutusta opetukseen on tutkittu melko paljon ja tutkimustulokset ovat osittain ristiriitaisia. Perkkilän (2002) ja Patrikaisen (2012) tutkimuksissa havaittiin, että suurin osa opettajista näkee hyvän matematiikan opetuksen ongelmalähtöisenä ja erilaiset vastaukset hyväksyvänä, oppilaslähtöisenä opetuksena. Opettajien uskomuksissa sekoittui konstruktivistisia ja behavioristisia käsityksiä, mutta etenkin konstruktivistiset käsitykset eivät uskomuksista huolimatta näkyneet opetuksessa paljoakaan. (Perkkilä, 2002, 151–152; Patrikainen, 2012, 330–331.) Edellä mainittu tutkimustulos tukee luvussa 4.1 esiteltyä jaottelua sanottujen ja toiminnassa ilmenneiden uskomusten välillä eli sitä, että opettajien uskomukselliset järjestelmät saattavat koostua myös osittain ristiriitaisista uskomuksista (Patrikainen, 2012, 289). Tätä jaottelua tukee myös Handalin tutkimus, josta kävi ilmi, että uskomuksista huolimatta monet opettajista opettavat edelleen matematiikkaa ulkoa opittavana ja

reaalimaailmasta ulkopuolisena aineena, jonka tärkeyttä koulun ulkopuolisessa elämässä oppilaiden on usein vaikea ymmärtää. (Handal, 2003, 54.)

Jotain opettajien ja oppilaiden matemaattisesta kokemusmaailmasta ja käsityksistä kertoo myös se, että tutkimuksissa, joissa on tutkittu koululaisten ja opettajien matemaattisia käsityksiä, on paljastunut, että useimmille heistä matematiikka on jotain valmiina annettua ja oppilaan tulisi omaksua se sellaisenaan (Tossavainen & Sorvali 2004, 34). Behaviorististen oppimiskäsityksen vallitsevuudesta viestii havainto, että matematiikan opettaja käyttää vähintään joka toinen oppitunti opetuksessaan elementtejä perinteisestä opettamistavasta (Sapkova, 2013, 753).

Opettajan uskomusten ja matematiikkakuvan vaikutuksista opettamiseen on kuitenkin myös toisenlaista tietoa. Esimerkiksi Pietilän (2002, 193) mukaan luokanopettajien matemaattisen kokemukset vaikuttavat siihen, miten he opintojensa aikana pystyvät vastaanottamaan uutta tietoa. Tulevaisuudessa matemaattiset kokemukset vaikuttavat myös siihen, miten luokanopettajaopiskelijat opettavat matematiikkaa. Attorps (2006, 118) on tutkinut opettajien omia tapoja opiskella matemaattisia yhtälöitä. Hän jakaa nämä tavat neljään ryhmään. Ensimmäinen ja toinen ryhmä edustavat ulkoa oppimista sekä jäljittelemistä. Kolmas ja neljäs painottavat yhtälöiden soveltamista sekä yhteistyötä muiden opiskelijoiden kanssa. Ryhmät ovat:

- 1) Yhtälöiden oppiminen ratkomalla tavanomaisia (routine) tehtäviä.
- 2) Yhtälöiden oppiminen opettelemalla ne ulkoa ja jäljitellen sekä kopioiden erilaisia matemaattisia malleja sekä sääntöjä.
- 3) Yhtälöiden oppiminen soveltaen.
- 4) Yhtälöiden oppiminen yhteistyössä muiden opiskelijoiden kanssa.

Ensimmäinen ja toinen ryhmä tuottavat sekä pinnallista, että määrällistä (quantitative terms) tietoa. Opettajat vastasivat käyttävänsä näitä menetelmiä silloin, kun he halusivat saada täsmällisiä työkaluja esimerkiksi kokeessa pärjäämiseen. Kolmas ja neljäs ryhmä taas tuottaa syvempää ymmärrystä sekä laadullista (qualitative terms) tietoa. Oppiminen on pitkäaikaisempaa ja antaa työkaluja matemaattiseen soveltamiseen. (Attorps, 2006, 118.)

Uskomusten lisäksi opettajan toimintaan vaikuttavat monet opetus- ja opiskeluympäristössä olevat tekijät (Patrikainen 2012, 289). Opetuskäytänteiden valintaan vaikuttavia tekijöitä ovat esimerkiksi ympäristön paine opettaa oppikirjasta ja käydä oppi-

kirja läpi (Perkkilä, 2002, 173). Myös muu ulkopuolelta tuleva paine vaikuttaa opetukseen. Nekin opettajat, jotka mielellään opettaisivat oppilaslähtöisemmin kokevat vanhempien ja koulun paineet liian suurina perinteisesti matematiikan oppimiseen ja opettamiseen kytkettyjen harjoitteiden osalta ja käyttävät siitä syystä perinteistä matematiikan opetusta. (Handal, 2003, 54.)

4.4 Opettajan työvuosien vaikutus matematiikan opetukseen ja matematiikkauskomuksiin

Itä-Suomen yliopiston matematiikan opiskelijoiden matematiikkauskomuksia tutkittaessa havaittiin, että suomalaisopiskelijat näkivät opintojensa alussa matematiikan muiden maiden opiskelijoita voimakkaammin skeemaorientoituneena, eli niin sanottuna työkalupakkina, jossa on laskusääntöjä ja käsitteitä. Prossessorientaatio eli oppilaslähtöistä oppimisprosessia korostava tapa lähestyä matematiikan opetusta, oli opintojen alussa skeemaorientaatiota heikompi. Skeemaorientaatio viittaa instrumentaaliseen matematiikkanäkemykseen ja prosessisuuntautuneisuus ongelmanratkaisuun. Konstruktivismiin näkökulmasta opiskelijoiden näkemysten tulisi muuttua prossessorientoituneemmaksi. (Viholainen, Asikainen, Hirvonen, 2012, 129–144). Perkkilän (2002, 150–173) tutkimus antaa viitteitä siitä, että opintojen aikana ja työelämän ensi vuosina opiskelijoiden uskomukset hyvästä matematiikan opetuksesta muuttuvat prossessorientoituneempaan suuntaan. Ainakin tutkimuksen opetusvuosiltaan nuoret luokanopettajat, joilla oli erilaisia koulutustaustoja, uskoivat hyvän matematiikan opetuksen olevan prosessilähtöistä ennemmin kuin mekaanista laskemista, joskin opettajien uskomuksissa nämä kaksi näkemystä sekoittuivat.

Opettajat painottavat konkretiaa ja toiminnallisuutta uskomuksissaan, mutta se ei näy opetuksessa paljoakaan. Erilaiset ratkaisumenetelmät ja niiden tärkeys näkyivät uskomuksissa, mutta eivät varsinkaan kokeneiden opettajien oppitunneilla. (Perkkilä, 2002, 150–173.) Toisaalta Ross, McDougall ja Hogaboam-Gray ovat tulleet siihen tulokseen, että suurin este matematiikan opetuksen muuttumattomuuteen ovat juurikin opettajien uskomuksien muuttumattomuudessa. Heidän mielestään mahdollisen refor-

min kannalta tärkeää olisi pyrkiä vaikuttamaan opettajien uskomuksiin hyvästä matematiikan opetuksesta ja muutoksesta. (Ross ym. 2002, Philipp 2007, 263, mukaan.)

Yllättävä tutkimustulos on, että opetusvuosiltaan nuoret opettajat pyrkivät opetuksessaan hieman ongelma-, ja lapsilähtöisempiin ratkaisuihin kuin kokeneemmat opettajat ja että he myös suhtautuivat varauksellisemmin oppikirjoihin. (Perkkilä, 2002, 156.) Viholainen ym. (2012, 129–144) kuitenkin kyseenalaistavat näkykö oppilaslähtöisyys ja prosessioppiminen suomalaisessa koulumatematiikassa ja viittaavat Handalin (2003) tutkimukseen, jonka mukaan nuoret opettajat hylkäävät omaksumansa nykyaikaiset opetusmallit koulun sosialisatiopaineiden alla ja alkavat toteuttaa koulun kulttuurin mukaista opetusta tai opetustapaa, jolla heitä itseään on koulussa opetettu. Rohkeus käyttää erilaisia opetustapoja voi olla hukassa ja noviisiopettajalla voi olla vaikeuksia päästä eroon opettajajohtoisesta työtavasta (Portaankorva-Koivisto, 2010, 72).

Kokeneempaa opettajaa voidaan kutsua eksperttiopettajaksi ja vasta työuransa aloittanutta opettajaa noviisiopettajaksi. Ekspertti- ja noviisiopettajan välinen ero on juuri siinä, että eksperttiopettajalla on paitsi enemmän tietoa ja kokemusta, mutta tämä kokemus ja tieto ovat myös jäsentyneet erilailla. Eksperttiopettaja osaa havainnoida ympärillä tapahtuvia ilmiöitä tarkemmin sekä eritasoisesti ja käyttää hyväkseen kokemuksen mukanaan tuomaa hiljaista tietoa. (Portaankorva-Koivisto, 2010, 72.) Noviisiopettajalle taas työelämään siirtyminen on usein shokki. Elämään astuu yhtäaikaista useita haasteita ja nuori opettaja tarvitsisi paljon tukea uransa ensimmäisiin epävarmoihin hetkiin. Vanhemmalle opettajalle nämä vaihtuvat tilanteet ja vaativat tehtävät ovat rutinoituneet ja hän on jo mukautunut eettisiin ja työyhteisön asettamiin vaatimuksiin. (Partanen & Turtiainen 2011, 13.).

Noviisiopettaja kuitenkin kartuttaa kokemustaan työskennellessään ja Pehkonen (2011, 22) toteaaakin, että sitten kun opettajalla on tarvittava määrä aineenhallintaa, pedagogisia taitoja, joustavuutta sekä tarpeeksi kehittynyt matematiikkakuva on oletettavaa, että opettajan subjektiivisiin kokemuksiin ja uskomuksiin voidaan vaikuttaa positiivisesti. Opettajan saavuttaessa tämän vaiheen pystyy hän Pehkosen mukaan todennäköisesti ottamaan oppilaansa paremmin huomioon, kuuntelemaan heidän mielipiteitään sekä tarpeitaan ja tarkastelemaan uskomuksiaan opetuksen suhteen.

Pehkosen (2011) mainitsema aineenhallinta matematiikassa nousee esille erityisesti alakoulun luokanopettajien työtä tarkastellessa. Varsinkin luokanopettajille aineen-

hallinnan tavoittelemisen matematiikassa on tärkeää, koska heiltä ei koulutukseen pyrkinessä vaadita minkäänlaisia lähtötaitoja matematiikassa (ks. luku 6.3). Jotta opettajat pystyisivät kartoittamaan omaa matematiikan hallintaa sekä ymmärtämään minkälaisista näkökulmista he lähestyvät oppiainetta Ryan ja Williams (2007, 146) ehdottavat yksilöllisen kartoituksen tekemistä matematiikkakartan (mathsmap) avulla. He painottavat, että pelkkä tieto siitä onko matematiikkakartan tehtävät ratkaisu oikein vai väärin ei ole riittävä. On hyvä tutkia myös sellaisia asioita kuin: ”kuinka vaikeita olivat tehtävänänot?”, ”mitä olisit odottanut osaavasi testissä?”, ”mitä erityisiä virheitä teit?” ja ”mitä kohtia sinun tulee vielä osaamisessasi kehittää?” (Ryan & Williams, 2007, 146.)

Toisaalta vaikka aineenhallinta ei tuottaisi opettajalle vaikeuksia saattaa hän silti hylätä nykyaikaiset opetusmenetelmät. Usein esimerkiksi opettajajohtoista, hyvin paljon oppikirjan tehtäviin painottuvaa opetusta perustellaan sillä, että painottamalla oppikirjaan varmistetaan valtakunnallinen oppimisen taso. Lisäksi opetuksen suunnittelu on helpompaa opettajanoppaan avulla. (Perkkilä, 2002,158.) Tossavainen ja Sorvali (2004, 31) ovat kuitenkin sitä mieltä, että matematiikan opetuksessa ei pitäisi arvottaa opettajan tyyliä opettaa ja tulisi antaa ”kaikkien kukkien kukkia”. Se, mikä sopii yhdelle opettajalle, saattaa olla täysin soveltumatonta toiselle. Heidän mielestään ei ole esimerkiksi mitään syytä olettaa, ettei 1900-luvun alun koulumatematiikka olisi missään muodossa sopivaa 2000-luvulla, koska matematiikassa ei ole ajasta ja paikasta riippuvaisia koulu-matematiikan sisältöjä.

6 KOULUTUSKULTTUURIN VAIKUTUKSET USKOMUKSIIN

6.1 Matematiikka opetussuunnitelmissa

Valtakunnalliset perusopetuksen opetussuunnitelmat on luotu ohjenuoraksi, jota opettajan tulee työssään oman koulun ja kunnan mukaisten säädösten puitteissa noudattaa. Valtakunnallisia perusopetuksen opetussuunnitelmia tutkiessa näkee yhteiskunnallisen muutoksen sekä kehityksen kulun. Opetussuunnitelmat muovautuvat vastaamaan ajan tärkeitä ja keskeisimpiä tavoitteita ja jossain määrin yhteiskunnallisia ihanteita ja uskomuksia. Sen lisäksi, että opetussuunnitelma muovautuu vastaamaan yhteiskunnan sen hetken uskomuksia, se väistämättä vaikuttaa myös yksilön uskomuksiin siitä, mitä on hyvä opettaminen. Esimerkiksi Schoenfeld (1985, 44) on kuvannut matematiikan uskomusten muokkautuvan paitsi tunteiden, myös tiedon pohjalta. Opetussuunnitelmaa voidaan pitää objektiivisena, yleisesti hyväksyttynä tietona opettamisesta ja sen vaikutusta opettajien uskomuksiin hyvästä opettamisesta ei voi sivuuttaa.

Ensimmäinen virallinen valtakunnallinen perusopetuksen opetussuunnitelma julkaistiin vuonna 1972, mutta sitä ennen oli jo laadittu väliaikainen perusopetuksen opetussuunnitelma vuonna 1963. Perusopetuksen valtakunnallinen opetussuunnitelma oli osa siirtymistä oppikoulu-keskikoulu ajasta peruskouluun. Tässä luvussa pohditaan opetussuunnitelmien sisältöjä ja sitä kautta sen ajan uskomuksia ja tietoa hyvästä opettamisesta alkaen vuoden 1967 opetussuunnitelman mietinnöstä.

Vertaillessa vuoden 1967 opetussuunnitelman mietintöä vuoden 2004 opetussuunnitelmaan matematiikan osalta, huomattiin, että jo vuonna 1967 matematiikan opetuksessa on pyritty käyttämään konkreettisia havaintomateriaaleja. Erona vuoden 2004 opetussuunnitelmaan vuonna 1967 mietinnässä konkreettisia opetusvälineitä hyödynnettiin ainoastaan heikomman tason oppilaiden opetuksessa. Vuoden 2004 opetussuunnitelmassa todetaan, että konkreettisuus toimii tärkeänä apuvälineenä yhdistettäessä oppilaan kokemuksia ja ajattelujärjestelmiä matematiikan abstraktiin järjestelmään. (Opetushallitus, 2004, 158.) Konkreettisuuden uskotaan siis vuoden 2004 opetussuunnitelmassa tukevan matematiikan abstraktin järjestelmän omaksumisessa, kun taas vuoden

1967 mietinnössä konkreettisuus on ollut osa eriytystä ja uskomuksena on ollut, että konkreettisuudesta hyötyvät vain heikommat laskijat.

Vuoden 1967 luonnoksessa oppilaat jaettiin nykyisen yläkoulun aikana kolmeen eri tason opetusryhmään. Tasoryhmät olivat yleiskurssi, joka pysytteli opetuksessa voimakkaasti operationaalisella alueella, käyttäen runsaasti konkreettisia havaintomalleja. Seuraava tasoryhmä oli keskikurssi, jossa opetus eteni teoriaan liittyvänä, mutta painopiste oli operationaalisella puolella. Vaativin tasoryhmä, eli laaja kurssi tukeutui opetuksessa tiukasti teoriaan. (Peruskoulun opetussuunnitelmakomitea, 1967, 3.) Vuoden 1967 väliaikaisessa opetussuunnitelmassa oppimäärätavoitteet olivat tasoryhmäkohtaiset. Esimerkiksi laajan kurssin yhdeksännen vuosiluokan tavoitteisiin kuului keskikurssin lisäksi katsaus reaalityöalueeseen, toisen asteen polynomi- ja yhtälö, johdanto derivaattakäsitteeseen ja todennäköisyyskäsite, joita ei opetussuunnitelman tavoitteiden mukaan opiskeltu muilla tasokursseilla lainkaan. (Peruskoulun opetussuunnitelmakomitea, 1967, 9.)

Tasoryhmien kuvauksista on jälleen havaittavissa ajan uskomus siitä, etteivät matemaattisesti lahjakkaat oppilaat tarvitse konkreettisuutta matematiikan oppimiseen ja että kaikkein korkein matematiikan tavoite on pystyä seuraamaan opetusta, joka nojaa tiukasti teoriaan. Lisäksi tasoryhmäajattelu poikkeaa huomattavasti nykypäivän ajatuksesta ”kaikille yhteisestä koulusta”, jossa oppilaiden erottelu taitoryhmiin on jo ajatuksen tasolla vieras ja syrjivä. Vuoden 2004 opetussuunnitelman ensisijaisena tavoitteena on tukea oppilaan opiskelua siten, että yleisen oppimäärän mukaiset tavoitteet on mahdollista saavuttaa. Yleisen oppimäärän mukaiset tavoitteet ovat kaikille oppilaille samat. (Opetushallitus 2004, 29.)

1970-luvun valtakunnalliset opetussuunnitelmat noudattelivat vuoden 1967 opetussuunnitelman mietinnön sisältöjä. Lisähuomio voidaan kuitenkin tehdä ongelmanratkaisun roolista verrattuna nykypäivään. Sillä 1970–1980-luvulla ongelmanratkaisu matematiikassa tarkoitti lähinnä matematiikan soveltamista käytännön tilanteissa, eikä tutkimisesta koulumatematiikan yhteydessä juuri puhuttu. Parhaimmillaan matematiikan opetus on nykyäsitäyksen mukaan paitsi ongelmanratkaisua ja tutkimista myös muut opetusmenetelmät tilanteen ja oppimistavoitteen mukaan huomioivaa. (Berry & Shalberg, 1995 30–32.) Ongelmanratkaisun ollessa laaja käsite saattaa opettajien keskuudessa olla vaihtelevia tulkintoja siitä, onko ongelmanratkaisukyky ja sen kehittäminen ope-

tuksen tavoitteena vai käytetäänkö ongelmanratkaisukykyä välineenä. Toiset opettajat uskovat ongelmaratkaisukyvyyn olevan osa prosessia ja kyvykkyyttä, kun toiset uskovat ongelmaratkaisukyvyyn olevan itsessään saavutettua tietoa. (Ben-Hur, 2006, 71.)

Vuoden 1985 opetussuunnitelma painottaa sitä, että oppilaita tulisi kannustaa löytämään matematiikasta mielekkyyttä. Tavoitteiksi vuoden 1985 opetussuunnitelmassa on kirjattu matematiikan opetuksen osalta, että oppiaineen avulla pyritään antamaan oppilaille matemaattisia tietoja taitoja, jotka ovat valittu siten, että ne ovat yhteiskunnan kannalta tarkoituksen mukaisia. Matematiikan tavoitteena on myös antaa varma laskutaito, tottumus käyttää matematiikkaa ympäristön jäsentämiseen sekä ongelmien ratkaisemiseen, päättely- ja arviointitaitojen kehittäminen, luovuuden tukeminen, johdonmukaisen ja täsmällisen ajattelun ja asioiden esittämisen harjoittaminen, oikeiden työskentelytaitojen omaksuminen sekä oman työn arvostaminen. Viimeiseksi tavoitteisiin on kirjattu pyrkimys herättää oppilaissa myönteistä asennoitumista ja harrastaneisuutta matematiikkaa kohtaan. (Kouluhallitus 1985, 147.)

Viimeinen tavoite vuoden 1985 valtakunnallisessa opetussuunnitelmassa on mielenkiintoinen, koska sillä pyritään tarjoamaan matematiikkaa positiivisesta näkökulmasta oppilaille. Luultavasti taustalla piilee uskomus motivaation ja innostuneisuuden voimaan uusien sisältöjen opettelussa sillä sisällön valinnan perusteissa lukee, että oppilaille tunne siitä, että osaa, lisää aktivoitumista, motivaatiota sekä oppiaineen mielekkyyttä. Tunnetta osaamisesta lisätään sillä, että jokaiselle oppilaalle pyritään asettamaan lähitavoitteita, joita kohti oppilas saa rauhassa opiskella ja harjoitella omien edellytyksien mukaisesti. Opetuksen kiireettömyyttä korostetaan ja sitä, että oppilaiden vaihtelevat kehitysvaiheet tulee ottaa opetuksessa huomioon. Tällaisella toiminnalla uskottiin olevan vaikutusta turvallisen, kannustavan ja onnistumiseen mahdollistavan oppimisympäristön luomisessa. (Kouluhallitus 1985, 148.)

Vuoden 1994 opetussuunnitelma on samankaltainen matemaattisten perustaitojen ja tietojen, ympäristön havainnoinnin ja mallinnuksen sekä johdonmukaisen ja täsmällisen ajattelun sekä asioiden esittämisen osalta. Positiivinen kannustaminen ja matematiikan räätälöinti oppilaan oman osaamisen pohjalta nähdään vuoden 1994 opetussuunnitelmassa myös tärkeänä ja sitä käsitellään osana opetuksen luonnetta ja lähtökohtia. Opetussuunnitelmassa todetaan, että matematiikka jota opiskellaan peruskoulussa, on laajempaa kuin laskutaitojen opiskelu ja oppiminen. Tästä voidaan tulkita, että vuoden

1994 opetussuunnitelmassa korostui aiempaa enemmän uskomus siitä, että matematiikalla on tärkeä merkitys oppilaan henkisessä kehityksessä ja arjessa selviytymisessä, eikä matematiikan opetuksen korkein tavoite ole enää oppia laskemaan mahdollisimman teoriapohjaisesti, kuten vuoden 1967 väliaikaisen opetussuunnitelman ylimmällä tasokurssilla.

Vuoden 1994 opetussuunnitelman uudeksi tavoitteeksi on kirjattu kriittisyys, jota oppilaiden ja opettajan tulisi kohdistaa perinteisiä oppisisältöjä kohtaan. Vuoden 1994 valtakunnallisessa opetussuunnitelmassa todetaan matematiikan kohdalla, että on pysyttävä jättämään pois sellaisia tietoja, jotka eivät ole välttämättömiä matemaattisen ymmärryksen ja soveltamisen kannalta. Vuoden 1994 opetussuunnitelmassa todetaan myös, että matematiikan tulee olla avoin uusille keksinnöille, tiedoille sekä sovelluksille. (Opetushallitus 1994, 76.) Vuoden 1994 opetussuunnitelmasta on havaittavissa, että suuntaus on selkeästi menossa aiempaa enemmän kohti tutkivan oppimisen näkemistä tehokkaana matematiikan opetuksen keinona. Vuoden 2004 opetussuunnitelmassa uskomus ja tieto tutkivan matematiikan ja matematiikan ja reaalielämän välisen yhteyden tärkeydestä korostuu entisestään. Yhdeksi keskeisimmistä kasvatuksellisista tavoitteista on kirjattu muun muassa, että oppilas oppii keskittymään, kuuntelemaan, kommunikoi- maan ja tekemään töitä hyödyntäen erilaisia työtapoja.

Opetussuunnitelman matematiikan opetuksen tavoitteita on, että oppilas oppii näkemään matematiikan ja reaali maailman välisiä yhteyksiä, että oppilas löytää ja pystyy muokkaamaan matemaattisia ongelmia sekä ratkomaan niitä ja, että oppilaan luovuus kehittyy. Reaali maailman ja matematiikan välisiä yhteyksiä opetussuunnitelma ohjeistaa tavoiteltavan alkuopetuksessa ja alakoulussa havainnoimalla erilaisia itselle tärkeitä matemaattisia tapahtumia luonnossa ja arkielämässä. (Opetushallitus 2004, 158–165.)

Opetussuunnitelmien kehityksestä on selkeästi havaittavissa sen ajan uskomukset ja tieto hyvästä matematiikan opetuksesta. Käsitykset hyvästä matematiikan opetuksesta ovat kokeneet suuriakin muutoksia viimeisten 40 vuoden aikana ja luonnollisesti muutoksien näkyminen opetuksessa vie aina aikaa. Etenkin konkreettisuuden merkityksen korostaminen on muuttunut huomasti viimeisten vuosikymmenien aikana. Uskomme, että opetussuunnitelmien vaikutus opettajien uskomuksiin opetuksesta on suuri myös siksi, että valtakunnalliset opetussuunnitelmat ohjaavat opettajankoulutuksen painotuksia siitä, millaista opetusta pidetään hyvänä. Seuraavassa kappaleessa kuvaamme opetta-

jakoulutuksen muodostumista ja koulutustaustan vaikutusta uskomuksiin matematiikan opetuksesta.

6.2 Koulutuksen antamat valmiudet matematiikan opetukseen

Vertaillen matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden koulutusta on sanomattakin selvää, että matemaattiset taidot ryhmien välillä opintojen päättyessä ovat hyvin eritasoiset. Luokanopettajaopinnoissa opiskelijoiden pääaine on kasvatustiede ja luokanopettajaopinnot sisältävät yhden pakollisen kurssin matematiikkaa. Tämä matematiikan kurssi on Jyväskylän yliopistossa laajuudeltaan 4 opintopistettä ja se suoritetaan yleensä opintojen toisena vuotena, kurssi kuuluu kasvatustieteen kandidaatin tutkinnon pom-opintoihin eli perusopetuksessa opettavien aineiden ja aihekokonaisuuksien monialaisiin opintoihin. Muita matemaattis-luonnontieteellisiä pakollisia kursseja luokanopettajaopiskelijalle on 9 opintopisteen ympäristö- ja luonnontieteen kurssi, joka kuuluu niin ikään pom-opintoihin. Matematiikan aineenopettajaopinnoissa taas opiskelijan pääaine on matematiikka ja hän suorittaa sivuaineena opettajan pedagogiset opinnot, jotka ovat laajuudeltaan 60 opintopistettä sekä yleensä sivuaineopintoja myös kemiasta, fysiikasta tai ympäristötieteistä (Opinto-opas, 2012–2013)

Pietilä (2002, 194–196) pohtii tutkimuksessaan, että luokanopettajaopiskelijoiden opintojen painopiste tuntuu olevan didaktiikalla eikä aineenhallinnan kertaamiselle tunnut olevan niin paljon aikaa kuin opiskelijat kokevat tarvitsevänsä. Kerannon (2004, 538) näkemyksen mukaan luokanopettajilla on yleisesti vallitseva matemaattisten valmiuksien puute, joka uhkaa johtaa toimimattomiin opetuskäytänteisiin kuten ulkoa opeteluun. Luokanopettajien opinnot keskittyvät vahvasti pedagogisen osaamisen kehittämiseen sekä suppeaan peruskoulussa opettavien aineiden aineenhallintaan, lukuun ottamatta sivuaineita, jotka antavat luokanopettajalle mahdollisuuden erikoistua johonkin oppiaineeseen. Matematiikan aineenopettajaopiskelija sen sijaan saa opintojensa edetessä vahvistusta omalle asiantuntijuudelle matemaattis-luonnontieteellisellä alueella. Luokanopettajaopiskelija opiskelee pedagogiikkaa ja kasvatustiedettä jo aivan opintojensa alusta saakka, kun taas matematiikan aineenopettajaopiskelija aloittaa pedagogi-

set opintonsa maisterivaiheessa, lukuun ottamatta niitä opiskelijoita, jotka on valittu matematiikan aineenopettajan koulutusohjelmaan suoravalinnalla. (Keranto 2004, 538).

Yrjänäisen (2011,28) tutkimuksen mukaan varsinkin matematiikan aineenopettajaopiskelijat kokivat opinnoissaan vaikeaksi käsittää ihmistieteissä esiintyvää konstruktivistista fenomenologis-hermeneuttista tietokäsitystä ja tutkimusotetta. Hermeneuttinen tutkimustapatapa tarkoittaa tutkimustapaa, jossa tarkoitus on selvittää merkityksiä ihmisen, kulttuurin tai esimerkiksi tekstin takana. Fenomenologia taas on tapa tutkia ihmisen kokemusmaailmaa hänen omasta näkökulmastaan. Fenomenologinen tutkimusote on matematiikan aineenopiskelijoille vaikea ymmärtää ehkä siksi, että se koetaan kaukaiseksi tarkasta ja faktoihin perustuvasta luonnontieteestä. (Yrjänäinen 2011, 28.) Kerannon (2004, 536) näkemyksen mukaan yleistäen voidaankin sanoa, että matematiikan aineenopettajien vaikeutena opetustyössä on hahmottaa, ettei pedagogisissa opinnoissa päde useinkaan mikään todistettu teoria vaan kasvatusta käsitellään erilaisten tulkintojen pohjalta, joiden oikeellisuudesta käydään jatkuvaa keskustelua.

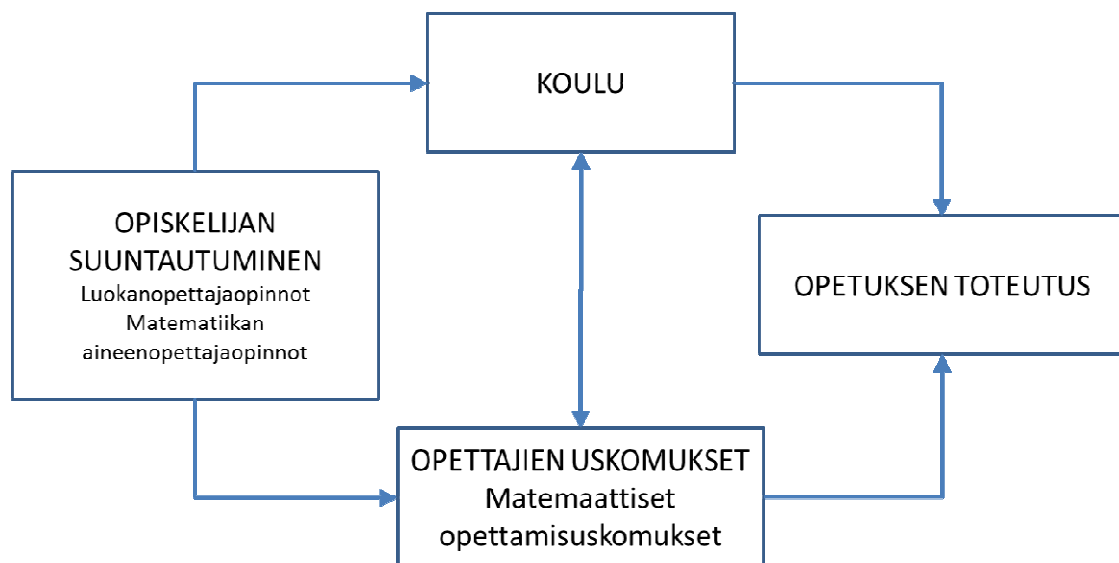
Luokanopettajaopiskelijoiden haasteena taas usein on Pietilän (2002) tutkimuksessa esiin tulleet matematiikkaan kohdistuvat pelot, kokemus matematiikasta epämielenkiintoisena aineena ja aikaisemmat kokemukset matematiikasta liian abstraktina. Luokanopettajaopiskelijoista vain noin puolet piti Pietilän tutkimuksessa matematiikkaa mielenkiintoisena ja 31 % piti matematiikkaa jopa pelottavana oppiaineena. Pietilän tutkimusryhmän opiskelijat pitivät erityisen tärkeänä sitä huomiota, että matematiikkaa voidaan opettaa ihan eri tavalla, kuin mitä heille on peruskoulussa opetettu. (Pietilä, 2002, 194–196.) Luokanopettajien pelkojen syynä voi olla omien kokemusten lisäksi myös heikko aineenhallinta. Luokanopettajan koulutuksen rakentuminen ei myöskään vahvista aineenhallintaa, koska matematiikan opiskelu on melkein täysin opiskelijan omasta kiinnostuksen määrästä kiinni. Häkkinen, Tossavainen & Tossavainen (2011, 48) kysyvätkin pystyykö luokanopettajakoulutus takaamaan riittävän aineenhallinnan tuleville luokanopettajille, kun otetaan huomioon matematiikan progressiivinen ja kumulatiivinen luonne? Hihnala (2011, 83) toteaa myös, ettei luokanopettajalla ole aina koulutuksensa perusteella riittävää tietoa siitä, miten matematiikan sisältötiedot nivottaisiin yhteen ja järjestettäisiin loogiseen järjestykseen.

Toisaalta voidaan pohtia aineenhallinnan ja pedagogisen taidokkuuden tasapainotumista luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden vä-

lillä. Kuten edellä mainittu (ks. Häkkinen, Tossavainen & Tossavainen, 2001, Hihnala 2011) matematiikan opetuksessa on teorian ja menetelmien hallinta, sekä ymmärrys niiden käytöstä matemaattisessa ongelmanratkaisussa tärkeää. Teorian ja menetelmien hallinta ja niiden ymmärtäminen oikeissa yhteyksissä on taito, jota opettaja pedagogisten ratkaisujen avulla yrittää oppilaille opettaa. (Leinonen & Korhonen, 2005, 35.) Kerannon (2004, 539) mukaan hyvä aineenhallinta sekä kyvykkyys havaita ja käyttää hyväksi oppilaiden ajattelu- ja toimintamalleja oppimisprosessien alusta saakka, paljastaa ammattitaitoisen opettajan. Asiantuntijaopettajalla pedagoginen osaaminen nivoutuu vahvasti yhteen aineenhallinnan kanssa ja tämä asiantuntijuus luo perustan pedagogiselle ajattelulle (Nyman 2009, 23).

7 YHTEENVETO TUTKIMUKSEN TEOREETTISESTA VIITEKEHYKSESTÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET

7.1 Yhteenveto viitekehystä



Kuvio 2 Teoreettinen viitekehys (Hannula, Pipere, Lepik & Kislenko, 2013, 433)

Tutkimuksen teoreettinen viitekehys mukaillee Hannulan, Piperen, Lepikin ja Kislenkon vuonna 2013 julkaiseman NorBa-tutkimushankkeeseen (Hannula & Pehkonen, 2009) kuuluvan tutkimuksen teoreettisen viitekehysten rakentumista.

Tutkimuksen viitekehys ottaa huomioon opiskelijan opintojen suuntautumisen ja vertailee luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden koulutuksen antamia valmiuksia ja opintojen vaikutusta opetususkomusten muodostumisessa. Opintojen aikana opiskelija saa tietoa erilaisista oppimiskäsityksistä sekä opettamista-voista ja muodostaa omia käsityksiä niistä.

Työelämään siirryttäessä opettajan matemaattiset opettamisuskomukset kohtaavat työpaikan arjen, koulun, jolloin hän joutuu pohtimaan omia opettamistapojaan ja motiiveja käyttää niitä. Koulu, sen kulttuuri sekä opetussuunnitelma vaikuttavat opettajan matematiikkauskomuksien muuttumiseen tai pysyvyyteen, lisäksi opettajan työvuodet ja kokemusten karttuminen usein muokkaavat myös opettamisuskomuksia. Loppujen lo-

puksi opetuksen toteutus näyttää, mitkä uskomukset ovat opettajan kohdalla niin vahvoja, että hän myös opettaa niiden mukaan. Tähän liittyy vahvasti sanonut ja toiminnassa toteutetut uskomukset (ks. Luku 4).

7.2 Tutkimuskysymykset

Empiirinen tutkimus on yrittänyt jo lähes vuosisadan ajan selvittää, millainen on hyvä opettaja ja mitä on hyvä opettaminen. Aluksi tutkiminen keskittyi nimenomaan hyvän opettajan piirteiden tutkimiseen, mutta painopiste siirtyi tehokkaan opetuksen ja tehokkaan opettajan tutkimukseksi. Vielä tänäkään päivänä kysymykseen siitä, mitä on hyvä ja tehokas opettaminen, ei ole löytynyt yksiselitteistä vastausta. Monet opettajat kuitenkin uskovat tietävänsä vastauksen, hämmentävää on se, että vastaukset poikkeavat toisistaan. (Hellström, 2008, 81). Pro Gradu-työmme aiheena on luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden käsitykset ja uskomukset matematiikan opetuksesta. Lisäksi tutkimme, millaista opetusta opiskelijat pitävät yleisesti hyvänä, riippumatta aineesta. Erityisen kiinnostuksen kohteenamme on, poikkeavatko matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden käsitykset ja uskomukset opetuksesta toisistaan?

Tutkimuskysymyksiksi muodostuivat:

1. Onko luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden matematiikan opettamistyylin valinnassa eroja?
2. Mitä ominaisuuksia tehokas matematiikan opetus sisältää luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden mielestä?
3. Miksi mieluisimmaksi opettamistavaksi valitaan jokin muu, kuin tehokkaimmaksi valittu opettamistapa?

8 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

8.1 Tutkimusmenetelmät ja aineisto

Tutkimuksessa on käytetty sekä kvantitatiivista, että kvalitatiivista tutkimusotetta. Tällaista tutkimusotetta kutsutaan triangulaatioksi. Peruslähtökohtana triangulaatiolle on erilaisten menetelmien soveltaminen, joiden tuottamaa aineistoa voidaan verrata keskenään. (Soininen, 1995, 41.) Tämän tutkimuksen triangulaatiotyyppi on metodinen triangulaatio. Metodisella triangulaatiolla tarkoitetaan, että tutkimuksessa käytetään eri metodeja saman tutkimusaineiston tutkimiseen (Soininen, 1995, 41). Kvalitatiivista tutkimusta on usein kuvattu ymmärtäväksi tutkimukseksi (Tuomi & Sarajärvi, 2003, 27). Kvantitatiivinen tutkimus taas on tutkimustyyppi, jossa hyödynnetään tilastollisia menetelmiä (Valli, 2001, 106).

Kvantitatiivinen tutkimuksen piirteitä on myös, että se nojautuu positivismiin sekä pyrkii kvantifioimaan tutkittavat ilmiöt. Kvantitatiivisessa tutkimuksessa on menetelmiä, joiden kautta saatu tieto voidaan määrällistää. Kvantitatiivinen tutkimus pyrkii objektiivisuuteen ja siihen liitetään myös luotettavuuden voimakas korostaminen. (Soininen, 1995,34) Tutkimukseen osallistui 122 Jyväskylän yliopiston opiskelijaa, 68 osallistuneista oli luokanopettajaopiskelijoita ja 54 vastanneista opiskeli matematiikan aineenopettajaksi.

8.2 Kyselylomake

Tutkimuksen aineiston on kerännyt Hihnala ja Hähkiöniemi vuosina 2010–2012 kyselylomakkeella (liite 1), joka on käännetty NorBa-tutkimushankkeeseen (Hannula & Pehkonen, 2009) laaditusta kyselylomakkeesta englanninkielestä suomenkieliseksi luokanopettamatta opettamistapojen käytännön esimerkkejä (esimerkit a, b ja c). Kyselylomake koostui kahdesta osasta, joista toinen sisälsi avoimia kysymyksiä ja toinen monivalintakysymyksiä. Taustatietona kysyttiin vastaajien ikä sekä kirjoittiko vastaaja ylioppilaskokeessa pitkän matematiikan, lyhyen matematiikan vai kirjoittiko vastaaja ollenkaan matematiikkaa ylioppilaskokeessa. Taustatiedot jätettiin tässä tutkimuksessa huomiotta, koska niiden ei koettu tuovan juurikaan lisätietoa tämän tutkimuksen kannalta.

Yleensä kyselylomakkeessa käytetään joitakin seuraavista muodoista: avoimet kysymykset, monivalintakysymykset tai asteikkoihin perustuvat kysymykset. (Hirsjärvi, Remes, Sajavaara 2012, 198–200). Avoimet kysymykset ovat puolistrukturoituja, jolloin kysymykset ovat kaikille samat mutta valmiita vastausvaihtoehtoja ei ole. Monivalintasekä asteikkoihin perustuvat kysymykset edustavat strukturoituja kysymyksiä, jolloin kysymykset ovat kaikille samat ja vastauksiin on valmiit vastausvaihtoehdot. (Eskola & Suoranta 1999,87). Tämän tutkimuksen aineisto kerättiin kyselylomakkeella, jossa kysymystyyppinä oli sekä strukturoituja että puolistrukturoituja kysymyksiä.

Kyselylomakkeen ensimmäinen osa koostui opettamistapojen esittelemisestä ja niihin perustuvista puolistrukturoiduista avoimista kysymyksistä. Ensimmäisen osan kysymyksillä pyrittiin selvittämään opiskelijoiden näkemyksiä ja uskomuksia tehokkaasta opetuksesta suhteessa esiteltyihin opettamistapoihin (ks. Luku 3.4) sekä saamaan käsitys siitä, mitkä asiat vaikuttavat opiskelijan valintoihin opettamistapojen välillä. Toinen osa koostui strukturoiduista monivalintakysymyksistä, joiden avulla pyrittiin saamaan tietoa siitä, minkälaisien asioiden opiskelijat käsittävät vaikuttavan hyvän/tehokkaan opettamisen ja oppimisen syntymiseen.

Kyselylomakkeen vahvuuksia on, ettei tutkija vaikuta läsnäolollaan vastauksiin, toisin kuin haastattelussa. Lisäksi kyselylomake säästää kustannuksia ja tutkijan sekä vastaajan aikaa verraten haastattelututkimukseen. Kyselylomakkeessa kysymykset esitetään kaikille vastaajille samassa järjestyksessä ja muodossa, eikä kysymyksiin vaikuta vivahteet äänenpainoissa tai sanamuodoissa. Toisaalta kysymyslomakkeiden heikkoudeksi voidaan sanoa, että vastaaja voi etukäteen tutustua seuraaviin kysymyksiin ja nämä saattavat vaikuttaa vastaamiseen ja näin ollen tutkimustuloksiin. Lisäksi kysymyksiin vastanneen henkilön henkilöllisyydestä ei voida olla varmoja, ellei vastaus tilanne ole valvottu. (Valli 2001, 31.) Tässä tutkimuksessa aineisto on kerätty osittain valvoituissa olosuhteissa eli niin, että osa vastaajista on vastannut kyselyyn luennolla ja osa itsenäisesti internetin välityksellä omalla ajallaan.

8.3 Aineiston analyysi

Tutkimuksen aineiston keräämisessä on käytetty sekä laadullisia että määrällisiä kysymyksiä ja tämän vuoksi aineiston analyysivaiheessa on käytetty triangulaatiota, eli

kahden tutkimusotteen yhdistämistä. Tässä tutkimuksessa yhdistetään kvantitatiivista sekä kvalitatiivista tutkimusotetta. Pääasiallinen tutkimusote tässä tutkimuksessa on kvantitatiivinen tutkimusote. Tutkimusotteiden erotessa toisistaan huomattavasti on järkevää valita toinen pääasialliseksi tutkimusotteeksi ja toinen tätä tukevaksi. Mielekästä tutkimusotteiden yhdistäminen on silloin, kun esimerkiksi kvantitatiiviseen tutkimukseen saadaan kvalitatiivisen tutkimusotteen kautta lisää väriä ja tutkittavien henkilöiden tarkempaa profilointia. (Metsämuuronen, 2006, 134.) Tässä tutkimuksessa tarkempi profilointi koettiin mielekkääksi, koska kvantitatiivisen tutkimuksen pohjalta löydetty tulokset eivät olleet yleisesti tilastollisesti merkittäviä tai antoivat vain vähän uutta tietoa.

Määrällisten vastausten tulkintaan on käytetty SPSS-analyyseja (riippumattomien otosten t-testi, ristiintaulukointi, frekvenssijakaumat) Muodostimme matematiikan opetuksen ominaisuuksista summamuuttujia hyödyntäen faktorianalyysia. Tarkastelimme kysymyksiä korkeimpien faktorilatausten pohjalta ($> 0,30$). Rotaatioidusta matriisista muodostui lopulta viisi summamuuttajaa, joille oli löydettävissä mielekäs käsitteellinen sisältö ja jonka kysymykset latautuivat riittävän voimakkaasti ($> 0,500$) samalle faktorille.

Summamuuttujien tarkoituksena on tiivistää yhteen muuttujaan useamman samankaltaista ominaisuutta mittaavan muuttujan sisältämä informaatio (Nummenmaa 2009, 161). Selvitimme riippumattomien otosten t-testin avulla eroavatko luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden käsitykset hyvästä matematiikan opetuksesta. Riippumattomien otosten t-testillä voidaan selvittää, poikkeavatko kahden eri ryhmän väliset keskiarvot toisistaan. Riippumattomalla otoksella tarkoitetaan otosta, jossa yksi henkilö kuuluu vain yhteen ryhmään.

Tämän tutkimuksen laadullisessa analyysissa on fenomenografinen tutkimusote. Fenomenografia pyrkii kuvaamaan ilmiöitä tai ilmiöistä kirjoittamista ja erityisesti sen avulla keskitytään tutkimaan ihmisten käsityksiä asioista. Fenomenografian näkökulmasta on olemassa vain yksi maailma, josta eri ihmiset muodostavat erilaisia käsityksiä. Fenomenografiassa tutkija luokittelee käsitykset niiden merkitysten perusteella. (Metsämuuronen, 2006, 108–109.)

Tässä tutkimuksessa vastaukset on luokiteltu merkitystensä perusteella antamaan lisätietoa luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden

uskomuksista ja käsityksistä eri opettamistapojen suhteesta tehokkaaseen ja mielekkääseen matematiikan opettamiseen. Jaottelut ovat siten, että ensimmäiseksi on luokiteltu vastaukset, joissa opiskelijat ovat vastanneet kyselylomakkeen kysymykseen 3 (Mitä opetustapaa pidät tehokkaimpana oppimisen kannalta) ja 4 (Mitä opetustapaa itse käytäisit mieluiten) vastaukseksi saman opettamistavan. Tämän jälkeen on luokiteltu vastaukset, joissa opiskelija on vastannut pitävänsä tehokkaimpana jotakin muuta kuin itselleen mieluisinta opettamistapaa - nämä kohdat on otsikoitu ”ristiriidoiksi”. Tärkeää tämän tutkimuksen kannalta on ollut huomata erityisesti se, miten teksti hierarkisoitui, eli mitä asioita vastaaja korosti hyvinä ja mitä huonoina (Metsämuuronen, 2006, 107).

8.4 Tutkimuksen luotettavuus

Validiteetti tutkimuksessa tarkoittaa sitä, miten hyvin tutkimus on onnistunut mittaamaan aihetta, jota varten tutkimus on tehty. Validiteetin käsite jakautuu ulkoiseen validiteettiin, eli tutkimuksen yleistettävyyteen, sekä sisäiseen validiteettiin, jolla tarkastellaan tutkimuksen rakentumisen luotettavuutta, eli esimerkiksi mittareiden valintaa ja teoreettisen viitekehyksen muodostumista. (Metsämuuronen, 2005, 57–64.)

Tämän tutkimuksen validiteettia tarkastellessa ulkoisen validiteetin eli yleistettävyyden näkökulmasta on tärkeää huomata tutkimuksen melko iso otoskoko. Iso otoskoko lisää tutkimuksen luotettavuutta, koska se on näin ollen helpommin yleistettävissä. Lisäksi molempien opiskelijaryhmien (luokanopettajaopiskelijat ja matematiikan aineenopettajaopiskelijat) otoskoko oli suunnilleen yhtä suuri. Tutkimuksen sisäistä validiteettia huonontaa se, että tutkimuksen aineiston pohjana käytettyä kyselylomaketta ei ollut luotu tätä tutkimusta varten ja näin ollen sitä ei ollut luotu vastaamaan tutkimuskysymyksiimme. Tuomi ja Sarajärvi (2003, 95) kuitenkin korostavat, että aineistosta löytyy aina useita kiinnostavia asioita, mutta tutkijan on valittava tarkkaan rajattu ja tutkimusta parhaiten palveleva ilmiö ja kertoa tästä ilmiöstä kaikki. Olemmekin valikoineet tutkimuskysymyksistämme sellaiset, jotka parhaiten keskustelevat aineistomme kanssa.

Lisäksi mittareiden validiutta heikentää se, että kyselylomakkeissa oli vastaamatta jääneitä kohtia. Vastaamatta jättämiseen voi vaikuttaa monet asiat, kuten vastaajien jakaminen, keskittymisvaikeudet, kiinnostuksen sekä ajan puute. Kyselytutkimuksen yksi

haaste onkin se, jos vastaaja ei jostain syystä osaa ilmaista itseään kirjallisesti (Tuomi & Sarajärvi, 2003, 76). Vaikka tällä haasteella tarkoitetaan kenties enemmän fyysistä kuin henkistä estettä kirjoittamiselle, voi vastaajan vastaushetken tilanne vaikuttaa vastauksiin. Tutkimuksen sisäiseen validiteettiin vaikuttaa myös se, että tutkimuksessa käytetty kysely on kerätty luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden opintojen alkupuolella jolloin monilla opiskelijoilla on usein vielä niukasti oman alan työkokemusta. Kyselylomakkeen kysymyksissä kysyttiin muun muassa: ”Mitä opetusta olet tähän mennessä (harjoitteluissa ja sijaisuuksissa) käyttänyt?” Opiskelijalla oli kuitenkin mahdollisuus jättää vastaamatta kysymyksiin, joten oletettavaa on, että työkokemusta koskeviin kysymyksiin on vastannut vain ne opiskelijat, joilla työkokemusta on, jolloin tämä ei heikentäisi tutkimuksen luotettavuutta. Lisäksi kyselylomake sisälsi avoimia kysymyksiä, joiden analysointiin on käytetty tulkintaa. Sisäistä validiutta tarkastellessa nousi esille myös se, että tutkimusaineisto kerättiin pakollisten opintojen yhteydessä, jolloin saavutettiin mahdollisimman suuri vastaajamäärä. Toisaalta ”vastauspakko” saattaa vaikuttaa myös negatiivisesti vastaajien kiinnostuksen ollessa vaihteleva tutkimusta kohtaan.

Tutkimuksen realiliteetti on hyvä. Tutkimuksen realiliteetillä tarkoitetaan tutkimuksen toistettavuutta eli sitä, saataisiinko vastaavia tutkimustuloksia, jos tutkimus toistettaisiin käyttäen samoja mittareita (Metsämuuronen, 2005, 57–64.)

Reliabiliteettia kuitenkin heikentää tekemiemme summamuuttujien alhainen cronbachin alfa-arvo. Summamuuttujien tulosten perusteella tehdyt johtopäätökset eivät kuitenkaan edusta tutkimuksemme päätuloksia. Seuraavaksi esittelemme taulukon 1 muodossa summamuuttujien muodostumisen ja summamuuttujien cronbachin alfa-arvot.

TAULUKKO 1 Summamuuttujien muodostuminen ja summamuuttujien Cronbachin alfa-arvot

Summamuuttujan nimi ja niihin kuuluvat matematiikan opetuksen ominaisuudet	Cronbachin alfa
<p><i>Systemaattinen eteneminen, symbolit ja laskutekniikat</i></p> <p>Erityisesti matematiikan symbolien käyttöä tulisi harjoitella Tärkeintä opetuksessa on systemaattinen eteneminen Keskeisten laskutekniikoiden (esim. kaavojen soveltamisen) oppimista täytyy painottaa. Ennen kaikkea tulisi opettaa matemaattista tietoa, kuten tosiasioita ja matematiikan avulla saavutettuja tuloksia</p>	.560
<p><i>Matematiikan opettaminen avoimena järjestelmänä ja keskustellen</i></p> <p>Ennen kaikkea opettajan pitäisi yrittää saada aikaan intensiivinen opetuskeskustelu Matematiikkaa pitäisi opettaa avoimena järjestelmänä, joka kehittyy oletusten ja umpikujien (ratkaisemattomien ongelmien?) kautta.</p>	.518
<p><i>Konkreettisen materiaalit opetuksessa</i></p> <p>Oppilaiden pitäisi työskennellä mahdollisimman usein konkreettien materiaalien (esim. pahvimalien) kanssa. Matematiikan opetuksessa pitäisi käyttää oppimislejää</p>	.649
<p><i>Matematiikan opettaminen ennen kaikkea tekemistä</i></p> <p>Matematiikan opetus on ennen kaikkea tekemistä Matematiikan tunneilla pitäisi panna enemmän painoa varsinaiseen tekemiseen kuin johdantoon ja selittämiseen.</p>	.495
<p><i>Teorioiden todistaminen</i></p> <p>Pythagoraan lause tulee todistaa matematiikan tunnilla. Luvun $\sqrt{2}$ irrationaalisuus täytyy todistaa.</p>	.479

Alkuperäinen englanninkielinen kyselylomake on luotu keräämään tietoa NorBa-tutkimushankkeen tutkimuksiin ja sen avulla on julkaistu jo useampia matemaattisia uskomuksia käsitteleviä tutkimuksia (ks. Esim. Hannula, Lepik, Pipere, Tuohilampi, 2012; Sapkova, 2013.) Tutkimuksessa käytetty kyselylomake on kokonaisuudessaan liitetty tutkimusraporttiin, joten tämä tutkimus on toistettavissa samoilla mittareilla ja metodeilla. Lisäksi Metsämuuronen (2005, 70) toteaa, että on luotettavampaa käyttää pitkää kuin lyhyttä mittaria aineistonkeruuseen. Tutkimuksessa käytetty kyselylomake sisältää kysymyksiä, joiden avulla vastaajan on helppo tuoda näkemyksiään esille useasta eri näkökulmasta.

8.5 Tutkimuksen eettisyys

Tässä tutkimuksessa jokaisen vastaajan vastaukset on käsitelty luottamuksellisesti, eikä kukaan tutkimuksen ulkopuolinen osapuoli ole päässyt näkemään tutkimukseen osallistuneiden opiskelijoiden henkilöllisyyttä. Tutkittavat eivät myöskään itse pysty tunnistamaan itseään tutkimuksesta.

Kvantitatiivisen tutkimuksen yksi eettisyyden kulmakivi onkin tutkimuksen luottamuksellisuus, anonymisyys ja yksilön oikeus yksityisyyteen. Ihminen ei tällöin edusta tutkimuksessa omaa itseään vaan esimerkkiä tietystä tutkimuksellisesti määritellystä ihmisjoukosta. Myöskään tutkimukseen osallistuneet henkilöt itse eivät voi tunnistaa tutkimustiedosta itseään. Tilastollisen tiedon eettisyys perustuu ensisijassa sen sisäiseen ominaisuuteen, joka takaa tutkimukseen osallistuneiden anonymiuden. (Perttula, 1996, 85). Yksi kvantitatiivisen tutkimuksen eettisistä lähtökohdista onkin tutkijan ja tutkittavan välinen avoimuus tutkimuksen lähtökohtien, tavoitteiden ja menetelmien suhteen (Munter, 1996, 69). Tähän tutkimukseen osallistuneita opiskelijoita on informoitu tutkimusaineiston käyttötarkoituksesta ja vastaajien anonymiteetin säilymisestä aineistoa kerättyä.

9 TULOKSET

9.1 Millaista opetusta opiskelijat pitävät hyvänä opetuksena

Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä oli, millaista opetusta opiskelijat pitävät yleisesti hyvänä opetuksena. Kysymystä tarkasteltiin riippumattomien otosten t-testin avulla. Tutkimuksen kyselylomakkeen vastausasteikko oli 1-5 (1 =täysin eri mieltä, 5= täysin samaa mieltä). Taulukossa 2 kuvataan opiskelijoiden mielipidejakaumaa hyvästä opetuksesta. Tutkimukseen osallistuneet opiskelijat pitivät opiskelijoiden vastusten keskiarvoja tarkasteltaessa tärkeimpänä hyvän opetuksen kriteerinä, että opettaja auttaa oppilaita esittämään omia kysymyksiään (k.a.= 4,43, s=0,58). Lisäksi opiskelijat kokivat tärkeänä oppilaiden aiempien tietojen ja taitojen hyödyntämistä uusien toimintojen oppimisessa (k.a.= 4,35, s= 0,64) ja arkikokemuksen merkitystä tietämyksen kehitykselle (k.a.= 4,23, s= 0,7). Vähiten opiskelijat kokivat hyvän opetuksen vaativan hiljaisuutta luokkaan (k.a.= 2,19, s= 1,01), arviointikriteerien luomista yhdessä oppilaiden kanssa (k.a.= 3,04, s= 0,96) sekä oikean ratkaisutavan esittelemistä oppilaille (k.a.= 3,11, s= 1,1).

Matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden käsityksessä siitä, mikä yleisesti on hyvää opetusta, ei tutkimuskysymysten valossa näyttänyt olevan juurikaan tilastollisesti merkitseviä eroja. Ainoastaan hiljaisuutta luokassa luokanopettajaopiskelijat (k.a.= 2,37) arvostivat riippumattomien otosten t-testin mukaan matematiikan aineenopettajaopiskelijoita (k.a.=1,96) tilastollisesti merkitsevästi enemmän, $t(df=2,241)=120$, $p= 0,035$. Vaikkakin, kuten hiljaisuutta luokassa arvostettiin molemmissa opiskelijaryhmässä vähäisesti. Oppilaiden hyvää opettamista koskevien väitteiden keskihajonnat ja keskiarvot on esitetty tarkemmin taulukossa 2.

TAULUKKO 2 Opiskelijoiden näkemykset tehokkaasta opettamisesta

		Luokanopettaja- opiskelijat	Matematiikan aineen- opettajaopiskelijat	Yhteensä	p
Oppilaiden arkikokemukset ja suunnitelmat antavat hyvän lähtökohdan heidän tietämyksensä kehittymiselle	k.a. s	4,27 0,71	4,19 0,7	4,23 0,7	0,519
Opetuksen tulisi perustua ongelmiin, joihin on selkeät oikeat vastaukset ja käsitellä ideoita, joihin useimmat oppilaat voivat tarttua nopeasti	k.a. s	3,28 1,09	2,98 1	3,15 1,06	0,123
Tehokas /hyvä opettaja esittelee oikean tavan ongelman ratkaisemiseksi	k.a. s	3,01 1,11	3,24 1,08	3,11 1,1	0,261
Tehtäväni opettajana on auttaa oppilaita esittämään omia kysymyksiään	k.a. s	4,46 0,53	4,41 0,63	4,43 0,58	0,652
Oppilaat oppivat parhaiten esimällä ongelmiin omia ratkaisujaan	k.a. s	4,16 0,73	4,15 0,83	4,16 0,77	0,925
Ajatteluprosessit ovat opetussuunnitelman sisältöjä tärkeämpiä	k.a. s	4,04 0,82	3,96 0,75	4,01 0,79	0,574
Monet toiminnot edellyttävät aiempien tietojen ja taitojen käyttämistä uudella tavalla	k.a. s	4,32 0,68	4,39 0,6	4,35 0,64	0,579
Oppilaat ja opettajat luovat arviointikriteerit yhdessä	k.a. s	3,1 1,07	2,97 0,8	3,04 0,96	0,409
Hiljaisuus luokassa on yleensä edellytys tehokkaalle oppimiselle	k.a. s	2,37 1,06	1,96 0,89	2,19 1,01	0,024

9.2 Millaista matematiikan opetusta opiskelijat pitävät tehokkaana

Kysyttäessä, mitä opetustapaa vastaajat pitivät teoriassa tehokkaimpana matematiikan opettamistapana, jakautuivat vastaukset kaikkiin opettamistapavaihtoehtoihin.

Kysymystä tarkasteltiin ristiintaulukoinnin ja khiin neliö-testin avulla. Kyselylomakkeessa olevat opettamistapojen esimerkkitalanteet on tässä tutkimuksessa nimetty opettajajohtoiseksi opettamistavaksi, keskustelevaksi luokkaopetuksesi sekä oppilaslähtöiseksi opettamistavaksi (ks. Luku 3.4). Kyselylomakkeessa esimerkkitalanteita ei oltu nimetty vaan ne oli merkitty kirjaimin A, B, C, joista A-kirjain vastaa tässä tutkimuksessa opettajajohtoinen opettamistapa nimikettä, B-kirjain keskusteleva luokkaopetus nimikettä ja C-kirjain oppilaslähtöinen opettamistapa nimikettä.

Kysymykseen siitä, mitä opettamistapaa opiskelija pitää oppimisen kannalta parhaimpana vastasi 122 opiskelijaa. Taulukossa 2 kuvataan vastaajien kokonaismäärää ja vastanneiden mielipidejakaumaa siitä, mitä opiskelijat pitivät teoriassa tehokkaimpana matematiikan opetustapana. Khii-neliö testin mukaan luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden mielipiteissä teoriassa tehokkaimmasta matematiikan opettamistavasta ei ole tilastollisesti merkitsevää eroa, $\chi^2(2, N=116) = 4,072$, $p = 0,131$.

TAULUKKO 3. Opiskelijoiden mielipidejakauma teoriassa tehokkaimmasta matematiikan opettamistavasta

		Opettajajohtoinen Opettamistapa (A)	Keskusteleva Luokkaopetus (B)	Oppilaslähtöinen Opettamistapa (C)	I
Luokanopettaja- opiskelija	lkm	9	32	25	
	%	13,6	48,5	37,9	
Matematiikan aineen- opettajaopiskelija	lkm	10	15	25	
	%	20	30	50	

Mitattaessa hyvän opetuksen ominaisuuksia teimme ensin taulukon matematiikan opetusta koskevista kysymyksistä muodostimme kysymyksistä summamuuttujia. Lisäksi matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä hyvän matematiikan opetuksen ominaisuuksista tulkittiin kysymys kerrallaan (taulukko

4). Kysymysten tarkastelussa apuna käytettiin riippumattomien otosten t-testiä. Tuloksista havaittiin, että tärkeimpinä matematiikan opetuksen ominaisuuksina pidettiin ryhmien yhteiskeskisarvoa tarkasteltaessa sitä, että matematiikan opetuksessa korostuisi sen yhteys arkielämään (k.a.=4,3, s= 0,97), sekä ajattelua vaativien tehtävien antaminen matematiikan tunneilla (k.a.=4,38, s=0,8). Tarkasteltaessa luokanopettajaopiskelijoiden vastauskeskiarvoja havaittiin, että luokanopettajaopiskelijoiden mukaan tärkein matematiikan opetuksen ominaisuus on oppimispelien käyttö opetuksessa (k.a.=4,6, s= 0,78), lisäksi luokanopettajaopiskelijat arvostivat matematiikan opetuksen ominaisuutena sitä, että se on yhdistettävissä arkielämän kokemuksiin (k.a.= 4,56, s= 0,89), sekä sitä, että matematiikan opetus sisältää myös projektityöskentelyä (k.a.=4,29, s= 0,92). Matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden vastauskeskiarvoja tarkastellessa havaittiin, että matematiikan aineenopettajaopiskelijat arvostivat hyvän matematiikan opetuksen ominaisuutena eniten ajattelua vaativien tehtävien antamista tunneilla (k.a.=4,26, s= 0,73), projektityöskentelyä (k.a.=3,94, s =0,86), sekä Pythagoraan lauseen todistamista (k.a.=3,81, s = 0,91).

Tilastollisesti merkitseviä eroavaisuuksia matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden välillä oli riippumattomien otosten t-testin mukaan kahdeksassa matematiikan opetusta koskevassa kysymyksessä.

Luokanopettajaopiskelijat (k.a.= 4,36) näkivät matematiikan aineenopettajaopiskelijoita (k.a.=3,94) tilastollisesti merkitsevästi tärkeämpänä matematiikan opetuksen ominaisuutena projektityöskentelyä matematiikan tunneilla, $t(df=119)=2,827$, $p=0,006$. Luokanopettajaopiskelijat (k.a.= 4,67) arvostivat matematiikan aineenopettajaopiskelijoita (k.a.= 3,72) enemmän myös oppimispelien käyttöä, $t(df=119)=6,888$, $p=0,00$. Luokanopettajaopiskelijat (k.a.= 4,13) arvostivat matematiikan opetuksessa matematiikan aineenopettajaopiskelijoita (k.a.=3,57) enemmän konkreettisia materiaaleja, $t(df=119)=3,013$, $p=0,002$. Lisäksi luokanopettajaopiskelijat (k.a.=4,63) arvostivat matematiikan aineenopettajaopiskelijoita (k.a.=3,98) enemmän matematiikan opettamista niin, että oppilaat ymmärtävät sen yhteyden arkielämään, $t(df=119)=4,235$, $p=0,00$.

Matematiikan aineenopettajaopiskelijat (k.a.= 3,81) arvostivat riippumattomien otosten t-testin mukaan tilastollisesti merkitsevästi luokanopettajaopiskelijoita (k.a.=3,19) enemmän Pythagoraan lauseen todistamista matematiikan tunneilla, $t(df=119)=-3,291$, $p=0,001$. Matematiikan aineenopettajaopiskelijat (k.a.= 2,83) arvosti-

vat luokanopettajaopiskelijoita (k.a.= 2,48) enemmän myös abstraktien käsitteiden käyttöä, $t(df=119)=-2,186$, $p=0,031$. Matematiikan aineenopettajaopiskelijat (k.a.= 2,8) näkivät lisäksi luokanopettajaopiskelijoita (k.a.= 2,39) tilastollisesti merkitsevästi tärkeämpänä sen, että matematiikan opetuksessa opetetaan matemaattista tietoa ja tuloksia, $t(df=119)=-2,503$, $p=0,014$. Lisäksi matematiikan aineenopettajaopiskelijat (k.a.=2,79) olivat tilastollisesti merkitsevästi luokanopettajia (k.a.=3,22) enemmän sitä mieltä, ettei oppilaan tarvitse ymmärtää jokaista perustelua, $t(df=119)=-1,994$, $p=0,048$. Opiskelijoiden tehokasta matematiikan opetusta koskevien kysymysten keskiarvot ja keskihajonnat on esitetty taulukossa 4.

TAULUKKO 4 Opiskelijoiden käsityksiä tehokkaasta matematiikan opetuksesta yksittäisten kysymysten pohjalta.

		Luokanopettaja- opiskelijat	Matematiikan aineen- opettajaopiskelijat	yhteensä	p
Oikeaan kielenkäyttöön tulee kiinnittää huomiota (Esim. tehdä ero kulman ja kulman suuruuden välillä)	k.a. s	3,87 1,03	3,83 1,06	3,85 1,04	0,866
Matematiikan tunneilla pitäisi pistää enemmän arvoa varsinaiseen tekemiseen kuin johdantoon ja selittämiseen	k.a. s	3,73 1,06	3,54 0,99	3,61 1,02	0,278
Matematiikkaa pitäisi opettaa avoimena järjestelmänä, joka kehittyy oletusten ja umpikujien kautta	k.a. s	3,01 0,88	3,24 0,78	3,09 0,84	0,122
Matematiikan opetuksen keskeinen tavoite on todistaa väitteitä oikeiksi	k.a. s	2,33 0,95	2,19 0,91	2,25 0,93	0,392
Joskus opetuksen tulisi olla projektityöskentelyä (opetusaiheen rajoissa), jolle on luotu toimintapuitteet	k.a. s	4,36 0,92	3,94 0,86	4,14 0,9	0,006
Matematiikan opetus ennen kaikkea tekemistä	k.a. s	3,94 1,04	3,8 0,92	3,84 0,99	0,850
Pythagoraan lause tulee todistaa matematiikan tunneilla	k.a. s	3,19 1,18	3,81 0,91	3,44 1,11	0,001
Luvun (neliöjuuri)2 irrationaalisuus	k.a.	2,67	2,43	2,54	0,172

naalisuus tulee todistaa	s	1	1	1	
Matematiikan opetuksessa	k.a.	4,67	3,72	4,21	0
pitäisi käyttää oppimislejää	s	0,78	0,96	0,96	
Oppilaiden kanssa pitäisi työskennellä	k.a.	4,13	3,57	3,85	0,004
konkreettisten materiaalien kanssa	s	1,03	1,14	1,1	
Erityisesti matematiikan	k.a.	3,45	3,63	3,5	0,310
bolien käyttö pitäisi harjoitella	s	1	1,03	1,02	
Tärkeintä opetuksessa on	k.a.	3,38	3,65	3,5	0,268
systemaattinen eteneminen	s	1,16	1,03	1,11	
Keskeisten laskutekniikoiden	k.a.	3,58	3,5	3,52	0,641
oppimista tulisi painottaa	s	1,01	1	1	
Tehtävää ratkaistaessa oppilaan	k.a.	2,12	1,87	1,98	0,093
pitäisi ennen kaikkea saada oikea vastaus	s	0,88	0,8	0,85	
Ennen kaikkea opettajan pitäisi	k.a.	3,49	3,67	3,54	0,272
saada aikaan intensiivinen opetuskeskustelu	s	0,95	0,87	0,92	
Oppilaan ei välttämättä tarvitse	k.a.	2,79	3,22	2,96	0,048
ymmärtää jokaista perustelua	s	1,24	1,16	1,22	
Mahdollisimman usein tulisi tehdä rutiinitehtäviä,					
joissa tuttu menetelmä johtaa	k.a.	2,57	2,48	2,51	0,606
varmasti ratkaisuun	s	0,95	0,91	0,93	
Abstraktien käsitteiden käyttöä	k.a.	2,48	2,83	2,61	0,031
tulisi painottaa matematiikassa	s	0,94	0,88	0,93	
Ennen kaikkea tulisi opettaa mate-					
maattista tietoa, kuten tosiasioita	k.a.	2,39	2,8	2,55	0,014
ja matematiikan avulla saavutettuja tuloksia	s	0,89	0,94	0,94	
Oppilaiden tulisi kehittää tehtäviin	k.a.	3,63	3,61	3,59	0,927
mahdollisimman monta eri ratkaisua ja	s	0,95	1	0,97	
niistä tulisi keskustella opetuksen yhteydessä					
Arvioinnissa tulisi ennen kaikkea					
ottaa huomioon erilaiset ratkaisumenetelmät	k.a.	4,04	4,15	4,06	0,511
ja selitykset	s	0,97	0,88	0,93	

Opettajan tulisi mahdollisimman usein esittää tehtäviä, joissa täytyy ensin ajatella, ja joissa pelkkä laskeminen ei riitä	k.a. s	4,36 0,86	4,26 0,73	4,28 0,8	0,447
Ennen kaikkea oppilaiden tulisi oppia, miten matematiikkaa voi käyttää arkielämässä	k.a. s	4,63 0,89	3,98 0,98	4,3 0,97	0

Hyvän matematiikan opetuksen ominaisuuksia tarkasteltaessa, muodostimme summamuuttujia (taulukko 5). Tulosten tarkasteluun käytimme apuna riippumattomien otosten t-testiä. Havaitimme, että luokanopettajat (k.a.=4,57) arvostivat konkreettisia materiaaleja matematiikan aineenopettajaopiskelijoita (k.a.=3,81) tilastollisesti merkitsevästi enemmän, $t(df=119)=5,504$, $p = 0,00$. Summamuuttujien avulla ei tullut esille muita tilastollisesti merkitseviä eroja luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden välillä.

TAULUKKO 5 Opiskelijoiden käsityksiä tehokkaan matematiikan opetuksen ominaisuuksista summamuuttujien pohjalta.

		Luokanopettaja- opiskelija	Matematiikan aineen- opettajaopiskelija	Yhteensä	p
Systemaattinen eteneminen, symbolit ja laskutekniikat	M s	3,31 0,738	3,54 0,719	3,41 0,736	0,214
Matematiikan opettaminen avoimena järjestelmänä ja keskustellen	M s	3,46 0,60302	3,67 0,75073	3,55 0,68071	0,167
Konkreettiset materiaalit opetuksessa	M s	4,54 0,818	3,81 0,953	4,22 0,949	0,00
Matematiikan opetus ennen kaikkea tekemistä	M s	4,01 0,954	3,89 0,793	3,96 0,885	0,43

Teorioiden todistaminen	M	3,04	3,35	3,18	0,071
	s	1,06	0,731	0,936	

9.2.1 Perusteluja opettajajohtoisen opettamistavan (A) paremmuudelle

Luokanopettajaopiskelijoista 13,6 %, eli yhdeksän, piti teoriassa parhaimpana opetustapana opettajajohtoista opettamistapaa, joka kyselylomakkeessa oli nimeltään opetustapa A. Luokanopettajaopiskelijoiden vastauksissa perinteistä opettajajohtoista tapaa verrattiin usein kahteen muuhun kyselylomakkeessa esitettyyn opettamistapaan. Opettajajohtoinen opettamistapa ei ollut itsestään selvästi monellekaan tehokkain tai paras tapa opettaa matematiikkaa mutta vastaajat olivat tulleet siihen johtopäätökseen, että opettamistavan tarjoama mahdollisuus opettajan ohjaukseen sekä opettamiseen ja tunnilla laskeminen olivat opettamistavan vahvuuksia verrattuna muihin. Vastaajat halusivat kuitenkin yhdistellä opettajajohtoiseen opettamistapaan piirteitä muista opetustavoista:

”Oli vaikea päättää, tunnilla laskeminen on hyödyllistä, kun voi kysyä opettajalta ja muilta. C:ssä uutta aihetta on varmasti hankala kohdata tehtävien kautta, jos ei ole ideaa ratkaisuun. Paljon laskemista tunnilla! Mutta C:stä ottaisin ryhmässä laskemisen mukaan opetukseeni.”

”Pohjaan perustelun omaan kokemukseen. Mielestäni A vaihtoehto on kaikista jämpäimpin, veikkaan että toisissa vaihtoehtoissa oppilailta vaaditaan enemmän keskittymiskykyä ja motivaatiota tehtäviä kohtaan, varsinkin jos he eivät ole kiinnostuneet aiheesta. Saattaisin ottaa viitteitä myös vaihtoehdosta B, mutta mielestäni on tärkeää, että uudesta aiheesta pääsee heti kärryille, samalla myös motivaatio kasvaa kun ymmärtää ja osaa, eikä tarvitse arvuutella puolta tuntia, mitä tehtävässä haetaan.”

Luokanopettajaopiskelijoiden opettamistapoja vertailevissa vastauksissa näkyi vahvasti käsitys siitä, että oppilaslähtöinen opettamistapa sisältää teorioiden keksimistä ilman pohjatietoja ja että oppilaat jäävät oppilaslähtöisessä opettamistavassa ratkomaan

ongelmia ilman opettajan tukea tai oikeiden teorioiden esittelemistä. Näin on tulkittavissa esimerkiksi seuraavissa luokanopettajaopiskelijoiden vastauksissa:

”C tuntuisi muuten toimivalta ajatukselta, mutta kokemukseni mukaan uudenlaisen tehtävän ratkaisemisen yrittäminen ilman tarvittavaa pohjatietoa on hedelmätöntä. Voin olla väärässä. A opettaa aktiivisesti.”

”Koska itse koen matematiikan hyvin tiettyjen ”lakien” alaiseksi, on omien sovellusten (kohta C) tekeminen osittain ”riski”... Kohta C voi mielestäni johdattaa oppilaita myös harhaan.”

”Matematiikassa on vaikea lähteä ratkaisemaan uudenlaista ongelmaa, jos ei tiedä aiheesta mitään. Kuitenkin opettajan apu laskujen laskemisessa on tarpeen”

Opettajajohtoista tehokkaimpina pitivät luokanopettajaopiskelijat perustelivat tehokkuutta sillä, että opettamistapa on varma tapa saada kaikki oppilaat ymmärtämään. Tämä ajatusmalli kuvastuu niin edellisissä vastauksissa kuin seuraavassakin.

”Perinteinen, mutta tehokas tapa varmistaa että kaikki ymmärtävät uuden opetettavan asian”

Matematiikan aineenopettajaopiskelijoista opettajalähtöistä opettamistapaa parhaimpina piti kymmenen opiskelijaa, eli 20 % vastanneista. Matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden vastauksissa korostui opettajajohtoisen opettamistavan loogisuus sekä selkeys. Lisäksi tehokkuus ymmärrettiin useassa vastauksessa olevan yhteydessä ajankäyttöön ja opettamistavan helppouteen:

”Looginen järjestys ja ”turhat” arpomisot jää pois. Sopii omalle tyylille parhaiten..”

”Kaikki tavat ovat hyviä, käytännössä A (ja B) ovat ajan käytön rajallisuudesta johtuen tehokkaimpia.”

” Tämä tapa on helppo ja nopea tapa saada uusi asia ilmaistua oppilaille.”

”Ainakin alkuun a-tapa tuntuu helpoimmalta. Se on helpoin suunnitella ja myös toteuttaa suunnitelman mukaan...”

Joissakin vastauksissa opettamistavan ajankäytöllistä tehokkuutta oli analysoitu enemmän ja korostettu opettajan kysymysten asettelun tärkeyttä. Tunnilla laskeminen koettiin arvokkaaksi ja sille tuli järjestää aikaa. Ajattelu ja keskustelu nähtiin näissä vastauksissa laskemiseen verrattuna toisarvoisena. Seuraavassa vastauksessa opiskelija kokee nopeuden olevan tärkeää ja tehokasta. Hänen uskomuksensa on, että kun opettaja on miettinyt ja hionut kysymyksensä oikeanlaiseksi muodostuu tuntirunko sellaiseksi, että tärkeälle käytännön harjoittelulle jää aikaa:

”Kysymyksien asettelulla voi ohjata tunnin kulkua ja se auttaa myös oppilaita keskittymään. Kun kysymykset ovat ytimekkäitä oppilaat pystyvät vastaamaan suhteellisen nopeasti ja jää aikaa myös käytännön harjoitteluun”

Seuraavassa vastauksessa opiskelija kuvaa oppitunnilla opettajan esittämien kysymysten harkintaa niin, että jos opettaja onnistuu muovaamaan kysymykset tarpeeksi helpoiksi ja pilkkomaan opetettavan asian tarpeeksi yksinkertaiseksi, onnistuu hän opetuksessaan jopa oman tahtonsa mukaan vaikuttamaan oppilaidensa ajatuksiin:

”jos kysymykset ovat yksin kertaisia ja asia on ”jo pureskeltua” niin ajattelun manipulointi on mielestäni helpompaa.”

Seuraavassa vastauksessa matematiikan aineenopettajaopiskelija tuo esiin näkökantaa opettajajohtoisen opettamistavan varmuudesta. Hänen uskomuksensa on, että opettajajohtoinen opettamistapa on ikään kuin opetusta ”puhtaimmillaan” ja siksi toimiva, koska siihen ei ole lisätty mitään mikä estäisi opittavien asioiden läpikäyntiä. Tämä varmuus ajaa opiskelijan mielestä sen ohi, että opettajajohtoinen opettamistapa ei välttämättä ole joka tilanteessa kuitenkaan tehokkain tapa oppia matematiikkaa:

”Varma tapa käsitellä asiaa on käydä se läpi opettajajohtoisesti. Välillä on toki hyvä vaihdella opetusmetodeja, mutta A on se perustoimintamalli, jonka avulla asiat tulee käsiteltyä. Ei välttämättä aina se tehokkain, mutta varmin pohja.”

9.2.2 Perusteluja keskusteleavan luokkaopetuksen (B) paremmuudelle

Luokanopettajaopiskelijoista 48,5 %, eli 32 piti keskustelevaa luokkaopetusta parhaana tapana opettaa matematiikkaa. Luokanopettajaopiskelijoiden vastauksissa vertailtiin oppilaslähtöistä opettamistapaa ja keskustelevaa luokkaopetusta. Huoli oppilaiden erilaisesta matematiikan osaamisesta välittyi vastauksista. Keskusteleva luokkaopetus nähtiin vastaavan parhaiten erilaisten oppilaiden tarpeisiin ja huomioivan paremmin etenkin matematiikassa heikommin menestyviä oppilaita:

”C voi olla liian monimutkainen useille oppilaille eivätkä he hyödy siitä. A taas on ajallisesti nopea, mutta oppilaat eivät välttämättä osaa soveltaa tietojaan.”

”Lepistön tapa antaa ensinnäkin konkreettisen tarpeen uudelle tavalle, mutta ei jätä oppilaita turhautumaan. Itse tajuaminen jää pois, mutta tilanne hyödyttää matematiikassa huonompia.”

”Opettaja herättää oppilaiden mielenkiinnon esittelemällä tilanteen, mihin oppilaille ei ole vielä välineitä ratkaista sitä. Tapa C voisi toimia joidenkin oppilaiden kanssa mutta se voisi olla hyvin haastavaa oppilaille, joilla on jo ennestään vaikeuksia matematiikan kanssa.”

Myöskin seuraavien luokanopettajaopiskelijoiden vastauksista on selkeästi tulkittavissa käsitys siitä, että keskusteleavassa luokkaopetuksessa oppilasta ei jätetä yksin ja opettaja tukee oppilaita. Seuraavien luokanopettajaopiskelijoiden vastauksista huomasi, että keskustelevaa luokkaopetusta pidettiin sen vuoksi tehokkaimpana opettamistapana, että siinä lähdetään liikkeelle avustetusti tutkimalla ja pohtimalla:

”Uuteen asiaan perehdytään oppilaslähtöisesti tutkimalla ja pohtimalla, mutta opettaja antaa tukea aiheen käsittelyyn”

”Mielestäni tapa on tehokkain, koska siinä lähdetään liikkeelle ongelmanratkaisun näkökulmasta, mutta kuitenkin opettajan johdolla. Luulisin että tällä tavalla ainakin itse oppisin parhaiten.”

”Hyvä motivointi, teoriaa riittävästi, muttei liikaa! A on liian teoreettinen ja opettajalähtöinen opetustapa. C on liian oppilaskeskeinen opetustapa - liikaa vastuuta oppilaille!”

Keskusteleva luokkaopetus nähtiin erään luokanopettajaopiskelijan mielestä ”riittävän” oppilaslähtöisenä ja oppilaan oman ajattelun sallivana. Tämän vastaajan vastauksesta on kuitenkin tulkittavissa, että opettajan johdattelu aiheeseen on tärkeää ja että se kenties jää muissa opettamistavoissa liian vähäiseksi:

”Ope ei anna valmiita vastauksia suoraan vaan antaa oppilaille mahdollisuuden ajatella ja ymmärtää asia itse. Johdattelua kuitenkin tarvitaan.”

Käytännön harjoittelu oli luokanopettajaopiskelijoiden keskuudessa hyvin monella tavalla ymmärretty termi. Joidenkin luokanopettajaopiskelijoiden vastauksista oli tulkittavissa, että käytännön harjoittelu nähtiin sellaisina matematiikan tehtävinä, joiden tekemisestä on käytännön elämässä hyötyä, toisaalta esimerkiksi seuraavan vastaajan vastauksesta voidaan tulkita käytännön tekemisen olevan pikemminkin mekaanisten laskuharjoitusten tekoa:

”Oppilaiden tulee itse pohtia, miten uusi matemaattinen ongelma voitaisiin ratkaista. Tarvittavat käsitteet käydään yhdessä läpi, jolloin oppilailla on mahdollisuus kysyä tarkennusta heille epäselviin asioihin. Tehtävien kautta oppilaat saavat käytännön harjoitusta.”

Seuraavan luokanopettajaopiskelijan vastauksesta on havaittavissa ajatusta siitä, että oppilaiden oma ajattelu ja ahaa-elämykset vievät yleensä liikaa aikaa. Keskusteluvassa luokkaopetuksessa seuraava vastaaja näkee etuna sen, että se paitsi antaa oppilaille mahdollisuuden ymmärtää itse, se on myös nopea tapa päästä asiaan:

*”Antaa oppilaille tarvittavan ahaa-elämyksen ja saattaa oppilaat samalla riva-
kasti uuteen aiheeseen. Matikan teorit on jo keksitty, niin ei niiden pohdintaan tarvitse
yli paljon aikaa.”*

Vastanneiden luokanopettajaopiskelijoiden joukossa oli opiskelija, jonka mukaan oppilaat pysyvät motivoituneina ainoastaan, mikäli he pääsevät heti ratkaisemaan tehtäviä. Tästä voidaan tehdä tulkinta, että opiskelijan mielestä opettamistavan ajallinen nopeus ei ole etu ainoastaan siksi, että tällöin pystytään toteuttamaan kaikki opetussuunnitelman sisällöt. Opiskelija koki, että ajallinen nopeus on etu myös siksi, etteivät oppilaat jaksa kiinnostua hidastempoisesta opetuksesta:

*”Suoraan asiaan jotta mielenkiinto pysyy, pääsee yhdessä ratkaisemaan tehtäviä
heti...”*

Muutamien luokanopettajaopiskelijoiden vastauksista oli tulkittavissa ajatus siitä, että konkreettisuuden tueksi tarvitaan teorioita, joiden tarpeellisuus on ensin todistettava. Oppilaat eivät siis itse päättäneet, mihin kyseisiä teorioita voidaan käyttää, vaan opettajan tulee antaa tämä tieto oppilaille, jotta motivaatio säilyy. Esimerkiksi seuraavat opiskelijat perustelevat vastauksiaan pohtimalla teorioiden selityksen tarvetta oppilaille.

*”Opettaja antaa konkreettisen esimerkin kyseisestä uudesta aiheesta ja välttää
näin kysymykset ”mihin tällaista tarvitaan?”. Oppilaat tietävät heti aluksi mihin kyseis-
tä teoriaa voidaan soveltaa.”*

*”...A kohta on ehkä hieman tylsä, ihan tehokas, mutta B kohdassa voisi ehkä jäädä
paremmin mieleen miksi.”*

”Aiheeseen johdattelu alkaa esittelemällä mihin ja miten kyseistä teoriaa voidaan käyttää. Aihe ei jää vaan teoriapohjaiseksi, vaan opettaja havainnollistaa sitä konkreettisin esimerkein. Lisäksi opettaja ottaa oppilaat kiitettävästi mukaan työskentelyyn.”

Matematiikan aineenopettajaopiskelijoista 15, eli 30 % vastanneista opiskelijoista piti keskustelevaa luokkaopetusta parhaana tapana opettaa matematiikkaa. Vastauksista on tulkittavissa käsitys siitä, ettei oppilaskeskeisessä opettamistavassa opettaja kommentoi oppilaiden ratkaisuja, vaan jättää oppilaat pohtimaan ja kokoamaan vastauksensa täysin itsenäisesti ilman minkäänlaista pohjatietoa aiheesta. Tästä syystä seuraavan lainauksen opiskelija on nähnyt tehokkaimpana opettamistapana keskustelevan luokkaopetuksen.

”Mielestäni tämä on hyvä lähtökohta C tilanteessa jää ehkä liikaa vääriä mielikuvia ja mielestäni ei ole hyvä, että ope ei kommentoi ratkaisutapoja... ”

Keskustelevan luokkaopetuksen motivoiva vaikutus tuli esiin useiden matematiikan aineenopettajien vastauksissa. Kaikki vastaajat eivät kuitenkaan perustelleet syväliemmin, mistä piirteestä keskustelevan luokkaopetuksen motivoiva vaikutus johtuu.

”Opetustapa tuntuu motivoivalta ”

”Motivoi oppilaita opettelemaan uuden asian”

”Asiaan johdatellaan motivoivasti, mutta asia kuitenkin käydään läpi opettajan johdolla, joten vääriä käsityksiä ei synny.”

”Alun motivoinnin ja teorian tarpeellisuuden perustelun jälkeen uusi asia jää luultavasti parhaiten oppilaiden mieleen. Tarpeellisuuden perustelu lisää varmasti myös ymmärrystä.”

Kuten luokanopettajaopiskelijoiden vastauksissa, myös matematiikan aineenopettajien keskuudessa nousi esille keskustelevan luokkaopetuksen etuna se, että päävastuu

ratkaisun kehittelystä on opettajalla. Kuten luokanopettajaopiskelijatkin, myös seuraava matematiikan aineenopettajaopiskelija näki keskustelevan luokkaopetuksen olevan myös ajankäytöllisesti tehokas.

”Ongelmasta lähdetään, opettaja kuitenkin on päävastuussa ratkaisun kehittäessä. Tämä on ajankäytöllisesti parempi juttu kuin se, että ideoidaan kaikki itse.”

Opettajan vastuunkannon lisäksi keskusteleva luokkaopetus nähtiin matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden keskuudessa tehokkaana, koska siinä oppilaat saavat itse pohtia ja keksiä uusia ratkaisukeinoja, jolloin myös asian oppii syvällisemmin. Kuten luokanopettajaopiskelijoillakin, myös matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden keskuudessa oli ainakin yksi opiskelija, jonka mukaan keskusteleva luokkaopetus kuvastaa jotakin ”uutta” matematiikan opetuksen näkökulmaa.

”Kun oppilas törmää tilanteeseen, jossa ratkaisu ei onnistukaan aiemmilla konsteilla, uuden asian teoriaa voi ymmärtää syvällisemmin.”

*”Mielestäni riippuu kyllä vähän aiheesta mikä on tehokkain. Mutta tässä oppilaat laite-
taan miettimään ja pohtimaan itse. Myöskin, koska nyt tuntuu, että tunnin peruskulku
vastaa tilannetta A, niin haluaa kokeilla jotain uutta..”*

Eräs matematiikan aineenopettajaopiskelija pohti vastauksessaan kaikkia opettamistapaesimerkkejä suhteessa keskustelevaan luokkaopetukseen ja päätyi seuraavanlaisiin pohdintoihin:

”Avainsana tehokkain...Tavalla A saa opettaja taatusti enemmän teoriaa syötettyä oppilaille, mutta miten on todellisen oppimisen laita? Tapa C puolestaan saattaa jättää oppilaille pitkässä juoksussa parhaiten mieleen, mutta se myös vaatii kaikista eniten aikaa. Tapa B puolestaan on jotain näiden kahden väliltä. Oppilaat pääsevät itse pohtimaan uutta matematiikan teoriaa, mutta opettajan niin halutessa oikeaan vastaukseen pääseminen ei ole aivan yhtä kaukana kuin tavan C kanssa.”

9.2.3 Perusteluja oppilaslähtöisen opettamistavan (C) paremmuudelle

Vastanneista luokanopettajaopiskelijoista 37,9 % eli 25 piti oppilaslähtöistä opettamistapaa tehokkaimpana tapana opettaa matematiikkaa. Vastauksista kävi ilmi, että oppilaslähtöinen opettamistapa ymmärretään opiskelijoiden keskuudessa vaihtelevasti. Seuraavan lainauksen vastaaja näkee oppilaslähtöisen opettamistavan olevan tehokkain, koska siinä ei sovelleta lainkaan kaavoja ja malleja, vaan oppilaat itse keksivät ratkaisumallit ikään kuin ”tyhjästä”:

”Tekemällä oppii parhaiten. Ei ole valmista kaavaa tai mallia, miten tehtävän tulisi ratkaista, niin silloin on pakko alkaa ajatella itse, mikä ratkaisu voisi olla. Mielenkiintokin säilyy varmasti paremmin.”

Itse keksiminen nähtiin motivoivana useissa muissakin luokanopettajaopiskelijoiden vastauksissa. Ratkaisumallit ja teoriat nähtiin epäoleellisina, rajoittavina ja irrallisina oppilaslähtöisestä opettamistavasta. Opettajan roolista kirjoitettiin vähän mutta oppilaat nähtiin aktiivisina:

”Tässä opetustavassa oppilaat pääsevät itse miettimään tehtävän ratkaisua, eikä opettaja anna vastauksia valmiina. Kun oppilaat oivaltavat itse ratkaisun, on se oppimisen kannalta tehokkainta.”

”Tässä opetustavassa oppilaat pääsevät itse enemmän tekemään ja miettimään sekä ehdottamaan ratkaisuja ja pohtimaan ratkaisujen toimivuutta, eivätkä he istu passiivisena tunnilla”

Toisaalta joissakin opiskelijoiden vastauksissa teoriat nähtiin osaksi oppilaslähtöistä opettamistapaa. Tässäkin kohtaa luokanopettajaopiskelijoiden käsitykset teorioiden, ratkaisumallien ja opettajan rooleista vaihtelivat. Vastaajat kuvailivat teorian käsittelyä prosessin lopulla ja opettajan roolia näiden teorioiden esittelijänä. Opiskelijoiden mukaan opettaja myös muodostaa oppilasryhmät ja on miettinyt suotuisat kokoonpanot

ryhmätyöskentelyyn. Tulkittavissa on ajatus siitä, että opettaja ikään kuin valaisee ongelman kimpussa painineet oppilaat oikealla teorialla ja ratkaisumallilla:

”Oppilaiden tulee itse ensin pohtia, miten ongelmassa tulisi toimia. Näin mielenkiinto ja motivaatio voi olla hyvä, kun käsitellään teoriaa ja oppiminen syvempää, kun tietää minkälaisiin tilanteisiin teoriaa tarvitaan”

”Pienissä ryhmissä (opettajan muodostamia, jokaisessa eritasoisia oppilaita) suurempi osa oppilaista on aktiivisessa roolissa kuin esimerkeissä A ja B. Uusi teoria jää paremmin mieleen, jos ratkaisua on ensin saanut etsiä itse.”

Erään luokanopettajaopiskelijan vastauksessa oli havaittavissa käsitys siitä, että ongelma ratkotaan pohjaten oppilaiden aiempaan tietotaitoon. Oppilas ikään kuin löytää omasta kapasiteetistaan sopivan ratkaisumallin:

”Oppilaiden tulee itse löytää ratkaisumalli. Oppiminen on vahvempaa, kun asian on itse oivaltanut...”

Myös matematiikan kieli ja vuorovaikutus olivat opiskelijoiden vastausten perusteella oppilaslähtöisessä opettamistavassa tärkeässä asemassa. Ratkaisumalleista keskusteleminen ja niiden esitleminen sekä kuunteleminen ymmärrettiin tärkeiksi asioiksi ymmärryksen kehittymisen näkökulmasta:

”...Kuuleminen toisten ratkaisumalleista voi auttaa myös toisia. Oman ratkaisumallin ääneen sanominen selkeyttää myös omaa ajattelu”

Matematiikan aineenopettajaopiskelijoista 25, eli puolet vastanneista valitsi oppilaslähtöisen opettamistavan tehokkaimmaksi tavaksi opettaa matematiikkaa. Samoin kuin luokanopettajaopiskelijat, matematiikan aineenopettajaopiskelijat vertasivat oppilaslähtöistä opettamistapaa muihin opettamistapoihin, mutta toisin kuin luokanopettajaopiskelijoiden vastauksissa, varsinkin opettajajohtoista opettamistapaa kritisoitiin runsaasti:

”Kun oppilaat itse luovat teorian ja kohtaavat ongelmia, joita ratkaisevat, on oppiminen välttämättä syvällisempää kuin jos faktat annettaisiin opettajajohtoisesti.”

”...Itse oivaltamalla asia jää paremmin päähän, kuin jos se sinne paukutetaan ulkopuolelta. Ja vaikka ratkaisua ei keksittäisikään, oppilailta saattaisi herätä mielenkiinto oikeaa ratkaisua kohtaan”

”Mielestäni oppiminen perustuu siihen, että itse pitää oivaltaa asioita eikä siihen, että joku kaataa tietoa niskaasi ja sitten vain opettelet sinulle annetun tiedon.”

Mielenkiintoista matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden vastauksissa oli oppilaslähtöisen opettamistavan käsittäminen ja se miten matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden vastaukset erosivat luokanopettajaopiskelijoiden vastauksista. Matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden vastauksissa oppilaslähtöistä opettamistapaa oli käsitelty syvemmin ja sen eri puolia oli analysoitu enemmän kuin luokanopettajaopiskelijoiden vastauksissa. Esimerkiksi ratkaisumallien kehittäminen nähtiin oppimisprosessin osana, ei tavoitteena. Matematiikan aineenopettajaopiskelijat näkivät arvokkaaksi pohtimisen ja väärininkin ratkaisumallien ja – yritysten esittämisen ja laatimisen:

”Kun oppilaat itse miettivät ratkaisuehdotuksia (jopa mahdollisesti keksivät ratkaisun), he oppivat kaikkein parhaiten... Ja vaikka ratkaisua ei keksittäisikään, oppilailta saattaisi herätä mielenkiinto oikeaa ratkaisua kohtaan”

”Jos itse keksii jonkin idean ongelman ratkaisemiseksi, oppiminen on paljon syvällisempää verrattuna siihen, että ratkaisu annetaan valmiina. Myös epäonnistuneet ratkaisuyritykset edistävät oppimista.”

Lisäksi matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden vastauksista kävi ilmi, että he ajattelivat opettajan roolin olevan aktiivinen oppimisprosessin aikana. Opettajan nähtiin johdattelevan tehtävien avulla oppilaita ongelman ratkaisuun sekä olevan luokassa tärkeässä roolissa oppilaiden ajatuksia varten. Lisäksi oppilaan ajattelutyötä kuvataan tär-

keäksi prosessin osaksi; oppilaiden nähtiin refleктоivan omaa ajatteluaan, kyselevän kysymyksiä, jotka edistävät heidän oppimistaan sekä kokevan opettajan opetuksen ikään kuin palkintona omasta työskentelystään:

”Kun oppilaat johdattelevien tehtävien avulla oivaltavat itse uuden asian, uskon, että silloin he sisäistävät sen parhaiten.”

”...Kun asiaa on pohtinut ensin itse, paikallistanut omat vaikeutensa sen ymmärtämisessä, opetuksen saaminen tuntuu hienolta, ja oivaltamisen kokemus palkitsee. Oppilaat osaavat hetken asiaa mietittyään kysyä myös oppimiselleen olennaisia kysymyksiä.”

Matematiikan aineenopettajaopiskelijat suhtautuivat myös kriittisesti oppilaslähtöiseen opetustapaan ja sen toteuttamisen mahdollisuuteen. Tehokkuus nähtiin näissä vastauksissa olevan yhteydessä aikatauluihin ja opetussuunnitelmaan ja opettamistapa koettiin liian aikaa vievänä. Lisäksi vastauksissa epäiltiin opettajan aineenhallintaa sekä oppilaiden motivaation riittävyyttä:

”Tämä tapa on hyvin haastava opettajalle. Oma osaamistaso olisi oltava erityisen hyvä. Siksi en pidä realistisena kovin usein tätä tapaa käyttäväni. Myöskään aikataulusyistä (=opetussuunnitelmasta kiinni pitäminen) tavan C käyttäminen ei tunnu jatkuvasti mahdolliselta. Luulen tavan C loppujen lopuksi tuottavan itselleni eniten tyydytystä.”

”Matemaattinen ajattelu kehittyy parhaiten. Tosin opetustapa on aika idealistinen ja edellyttää oppilailta melkoista motivaatiota. Lisäksi opsin kautta tuleva ”paine” sisältöjen läpikäymiseen ei välttämättä mahdollista opetustapaa todellisuudessa.”

Kiinnostavaa edellisissä vastauksissa oli, että oppilaslähtöinen opettamistapa koettiin olevan niin idealistinen, ettei sitä ole mahdollista toteuttaa ”oikeassa” koulussa. Todellisuus opetussuunnitelmiseen ja aikarajoitteineen ei vastaajien mielestä mahdollista

oppilaslähtöisen opettamistavan käyttöä jatkuvasti vaikka se toisikin opettajalle itselleen eniten tyydytystä ja kehittäisi oppilaiden matemaattista ajattelua parhaiten.

9.2.4 Perusteluja kaikkien kolmen opettamistavan yhteiskäytölle

Luokanopettajaopiskelijoista neljä ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoista kuusi olivat Koskenniemen (1978) ajatuksen mukaisesti sitä mieltä, että opetustapoja tulisi käyttää vaihdellen. Jotkut vastanneista opiskelijoista käyttäisivät vaihdellen kahta eri opettamistapaa, mutta joukossa oli myös opiskelijoita, jotka käyttäisivät vaihdellen kaikkia kolmea aineistossa esiteltyä opettamistapaa. Näin ollen yhtä ainoaa tehokkainta opetustapaa ei ole heidän mielestään olemassa.

Matematiikan aineenopettajien perusteluja useamman opettamistavan yhteiskäytölle oli monia. Esimerkiksi seuraavan matematiikan aineenopettajaopiskelijan vastauksessa korostui opetustilanteiden ja oppilaiden erilaisuus ja niiden myötä myös erilaiset tavat opettaa:

”Tunnin sujuvuuden ja oppilaiden mielenkiinnon ylläpitämisen vuoksi B-vaihtoehto on mielestäni paras. Varmistetaan oppilaiden oppiminen ja asian ymmärtäminen. Toisaalta kaikkia vaihtoehtoja tulisi mielestäni käyttää, joku sopii paremmin tiettyyn asiaan ja tietyille ryhmälle kuin toinen.”

Matematiikan aineenopettajien vastauksia tulkittaessa esille nousi myös seuraavan opiskelijan vastaus. Opiskelijan vastauksesta on tulkittavissa uskomus siitä, että kaikkia matematiikan sisältöjä ei välttämättä tarvitse oppia yhtä syvällisesti kuin toisia ja joskus ”riittää” kun käyttää jotain muuta opettamistapaa kuin oppilaslähtöistä. Voidaan päätellä, että opiskelijan mielestä oppilaslähtöisellä tavalla saavutetaan kaikkein syvin oppiminen:

*”Riippuu tavoitteesta. Mitä syvempää osaamista ja *opitaan muutakin kuin ”itse asia”. Opitaan teorioiden luomista, ongelmien ratkaisuja ja ajattelun taitoja yleensä.* Tavoitellaan sitä enemmän tapaa C on syytä käyttää. Monien asioiden riittävä hallinta käytännön elämänä tarpeisiin saavutetaan tavalla A ja B.”*

Seuraava matematiikan aineenopettajaopiskelija pohti eri opetustyylien hyviä ja huonoja puolia. Opiskelijan mielestä oppilaslähtöisessä tavassa oppilaat eivät pääse harjoittelemaan matematiikkaa. Harjoittelulla tässä tapauksessa tarkoitetaan luultavasti oppikirjan tehtäviä:

”Kaikkihan nämä ovat hyviä. A:ssa oppilaat otetaan hyvin mukaan kysymyksillä. B on motivoiva, mutta siinä oppilaat eivät pääse tarpeeksi osallistumaan. C:ssä uusi teoria tulee ehkä käsiteltyä oppilaiden kannalta parhaiten, mutta sen harjoitteluun ei jää aikaa.”

Seuraavan matematiikan aineenopettajan vastauksesta on tulkittavissa käsitys siitä, että oppilaslähtöisemmät opettamistavat ovat niin sanottuja vaihtoehtoisia menetelmiä, kun opettajajohtoinen opettaminen edustaa ”tavallista opettamista”:

”Tapa A on usein se, johon tunti helposti menisi, mutta mielestäni on opettajana huomattavasti mielekkäämpää (tosin myös työläämpää) opettaa vaihtoehtoisilla metodeilla. Tapa C vaatii niin paljon pohjustusta, että sitä ei ’uskalla’ soveltaa aiheeseen kuin aiheeseen. Se on opetusmetodina mahtava, jos on ollut aikaa panostaa tehtävän antoon kunnolla ja aikaresurssia on riittävästi jäljellä”

Matematiikan aineenopettajaopiskelija sanoi vastauksessaan, että oppilaslähtöistä opettamistapaa tulisi käyttää kun halutaan oppia jokin asia ”syvällisemmin”. Toisin kuin matematiikan aineenopettajan vastauksessa, erään luokanopettajaopiskelijan mukaan oppilaslähtöinen opettamistapa soveltuu parhaiten helpoimpien asioiden opetteluun, kun taas muita opettamistapoja tulisi käyttää, kun opeteltava asia on haastavampi:

”Tilanneriippuvaista. Yksinkertaisimmissa laskutoimituksissa opetustapa C on paras. Kuitenkin joskus laskutoimitukset tarvitsevat valmista kaavaa, jolloin tapa A tai B voi toimia paremmin.”

Luokanopettajaopiskelijoiden joukossa oli myös opiskelija, joka yhdistäisi keskustelevaa luokkaopetusta ja oppilaslähtöistä opettamistapaa:

”Minusta tapa B on tehokkain, sillä siinä ei suoraan käydä uuden asian kimppuun vaan pohjustetaan ja saadaan selville oppilaiden tietämyksen taso. B-vaihtoehtoon jos yhdistäisi vielä C:n yhteistoiminnallisuuden, niin menetelmä olisi varmasti tehokas”

Mielenkiintoinen perustelu oli myös erään luokanopettajaopiskelijan ajatus siitä, että oppilaslähtöinen opettamistapa soveltuisi erityisesti vanhemmille oppilaille. Toisaalta opiskelija oli selkeästi sitä mieltä, että parasta opetus on, kun jokaisesta opettamistavasta yhdistää joitakin elementtejä:

”B:ssä herätetään oppilaiden kiinnostus sekä motivoidaan uuden asian oppimiseen. Muutaman esimerkin yhdessä käsittely kuten A:ssa ei tosin olisi pahitteeksi. C sopisi vanhemmille oppilaille”

9.5 Ristiriita teoriassa tehokkaimman ja itselle mieluisimman opettamistavan välillä?

Kaikista vastanneista opiskelijoista 26, eli 21,3 % kertoi käyttävänsä opetuksessaan mieluiten jotain muuta opettamistapaa kuin teoriassa parhaimmaksi valitsemaansa opettamistapaa. Luokanopettajaopiskelijoista vastanneista 7 ilmoitti käyttävänsä opetuksessaan mieluummin jotain muuta opettamistapaa kuin sitä, mitä pitää tehokkaimpana ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoista vastanneista 16 ilmoitti myös käyttävänsä opetuksessaan mieluiten muuta opettamistapaa, kuin sitä mitä pitää tehokkaimpana. Alla olevissa taulukoissa luokanopettajaopiskelijoita ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoita on tarkasteltu erikseen taulukoiden luettavuuden helpottamiseksi.

TAULUKKO 6 Luokanopettajaopiskelijoiden vastaukset tehokas opettamistapa suhteessa mieluisimpaan opettamistapaan.

		Mitä opettamistapaa opiskelija pitää tehokkaimpana		
		Opettajajohtoinen opettamistapa (A)	Keskusteleva luokkaopetus (B)	Oppilaslähtöinen opettamistapa (C)
Mitä opettamistapaa opiskelija käyttää mieluiten	Opettajajohtoinen opettamistapa (A)	9	2	3
	Keskusteleva luokkaopetus (B)	0	28	0
	Oppilaslähtöinen opettamistapa (C)	0	2	22

TAULUKKO 7 Matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden vastaukset tehokas opettamistapa suhteessa mieluisimpaan opettamistapaan.

		Mitä opettamistapaa opiskelija pitää tehokkaimpana		
		Opettajajohtoinen opettamistapa (A)	Keskusteleva luokkaopetus (B)	Oppilaslähtöinen opettamistapa (C)
Mitä opettamistapaa opiskelija käyttää mieluiten	Opettajajohtoinen opettamistapa (A)	10	2	5
	Keskusteleva luokkaopetus (B)	0	5	9
	Oppilaslähtöinen opettamistapa (C)	0	0	11

9.5.1 Ristiriita 1

Kolme vastanneista luokanopettajaopiskelijoista oli valinnut teoriassa parhaaksi opettamistavaksi oppilaslähtöisen opettamistavan, mutta ilmoittivat kuitenkin itse käyttävänsä mieluiten opettajajohtoista opettamistapaa. Perusteluina tälle valinnalle oli opettajajohtoisen opettamistavan tuttuus ja turvallisuus, sekä se, että se nähtiin ominaisimpana itselle. Seuraavasta vastauksesta ilmenee opiskelijan epävarmuus omia aineenhallintataitojaan kohtaan. Aineenhallinnan heikkous estää opiskelijaa hänen omasta mielestään käyttämästä muuta metodia kuin perinteistä opettajajohtoista opettamistapaa, vaikkakin hän oli valinnut tehokkaimmaksi opettamistavaksi oppilaslähtöisyyden. Vastauksesta ilmenee kuitenkin opiskelijan uskomus siihen, että tulevaisuudessa, kun hänen aineenhallintataitonsa kehittyvät tulisi hän mahdollisesti siirtymään opettajajohtoisesta opettamistavasta kohti oppilaslähtöistä opettamistapaa:

”Minulla on niin vähän kokemusta ja heikko aineenhallinta, että lähtisin mielellään liikkeelle teoriasta. Lisäksi en vielä osaisi reagoida oppilaiden eri tavalla (vaikka oikein) saatuihin vastauksiin”

Opiskelijoiden vastauksissa tuli ilmi, etteivät he usko omien kykyjensä riittävän muuhun kuin opettajajohtoiseen tapaan opettaa matematiikkaa. Mielenkiintoista on, miten seuraavan lainauksen opiskelija ilmaisee, ettei voisi käyttää oppilaslähtöistä opettamistapaa. Opiskelija ei pelkää niinkään opetuksensa epäonnistuvan vaan ikään kuin toteaa oman riittämättömyytensä suhteessa oppilaslähtöisen opettamistapaan. Opiskelija haluaisi käyttää oppilaslähtöistä opettamistapaa ja pitää sitä tehokkaimpana opettamistapana mutta on tullut siihen tulokseen ettei hänen kykynsä riitä täyttämään opiskelutavan opettajalle asettamia ehtoja:

”Haluaisin käyttää opetustapaa C, mutta en usko että osaisin ja saisin siitä kaikkea hyötyä irti. Tapa A on varma, tuttu ja turvallinen.”

Viimeisessä esimerkissä kiteytyy monien opiskelijoiden perustelut itselleen mieluisimmasta opettamistavasta, vaikka se ei olisikaan heidän uskomuksensa perusteella tehokkain opettamistapa. Opiskelija toteaa, että opettajajohtoinen opettamistapa on itselleen tutuin tapa tulla opetetuksi, joten opiskelija mieltää miellyttäväksi siirtää traditionaalisesti samaa opettamistapaa eteenpäin:

”Se on itselleni tutuin tapa saada opetusta.”

Viisi matematiikan aineenopettajaopiskelijaa oli valinnut parhaaksi opettamistavaksi oppilaslähtöisen opettamistavan, mutta vastasivat kuitenkin käyttävänsä opettajajohtoista opettamistapaa. Matematiikan aineenopettajaopiskelijat näkivät vastauksista päätellen oppilaslähtöisen opettamistavan toteutukseen tarvittavan niin paljon oppilaantuntemusta, että sen takia he valitsisivat *aluksi* opettajajohtoisen opettamistavan. Lisäksi matematiikan aineenopettajaopiskelijoilla esiintyi samanlaista epävarmuutta aineenhallintaitojensa suhteen ja siksi he päätyivät mieluisinta opettamistapaa kysyttäessä vastaamaan helpompana pitämänsä opettajajohtoisen opettamistavan:

”Käyttäisin tapaa A nyt aluksi, sillä omat kykyni eivät vielä riitä tapaan C, joka vaatii opettajalta hyviä ryhmänojaustaitoja. Kokemuksen karttuessa siirtyisin kohti C tapaa”

”Ainakin alkuun a-tapa tuntuu helpoimmalta. Se on helpoin suunnitella ja myös toteuttaa suunnitelman mukaan. Keskusteluun valmistautuminen on vaikeampaa, ei voi tietää mitä oppilaat keksivät, ja sujuuko se helposti vai kankeasti... Toisaalta haluaisin kyllä oppia tuntemaan ryhmäni niin, että c-kohdan tyyppinen menettelykin toimisi ja osaisin ohjata sen menestyksekkäästi! ”

Edeltävissä esimerkeissä korostui opiskelijoiden uskomus siitä, että kokemattomina heillä ei ole kompetenssia opettaa opettamistavalla, jota he pitivät tehokkaimpana. Kuitenkin vastauksissa välittyi uskomus siitä, että kokemuksen ja oppilaantuntemuksen karttuessa tulevat he käyttämään oppilaslähtöistä opettamistapaa. Opettajajohtoisen opettamistavan helppous ja yksinkertaisuus tuntuvat opiskelijoista miellyttäviltä ja toi-

sen vastauksen mukaan opettajajohtoisessa opettamistavassa opettajan ei tarvitse pelätä oppilaiden kanssa käytävää keskustelua ja sen sujuvuutta.

Kiinnostavaa on alemman esimerkin lopussa kirjoitettu toteamus halusta ohjata oppilaslähtöinen opettamistapa ”toimivasti” ja ”menestyksekkäästi”. Tästä toteamuksesta välittyy samanlainen tahto onnistua oppilaslähtöisessä opettamistavassa kuin aiemmin luokanopettajaopiskelijan vastauksessa, jossa toivottiin osaamisen kehittymistä siihen suuntaan, että oppilaslähtöisesti opettamistavasta osaisi opettaa ja saisi opettamistavasta ”kaiken hyödyn irti”.

Seuraavassakin lainauksessa opiskelija on huolestunut tehokkaimmaksi valitseman oppilaslähtöisen opettamistavan vaativuudesta sekä opettamistavan velvoittamasta tarpeesta hyvään oppilastuntemukseen. Opiskelijalla on uskomus, ettei oppilaslähtöinen opettamistapa itsessään aktivoi oppilaita vaan opettajan täytyy huolehtia, että kaikki oppilaat ovat aktiivisia. Opiskelija päätyy valitsemaan opettajajohtoisesta opettamistavan mieluisimmaksi tavaksi opettaa matematiikkaa, koska se tarjoaa hänen uskomuksensa mukaan mahdollisuuden oppia laskemalla. Laskemisen vastaaja näkee osalle oppilaista todella tärkeänä, koska on sitä mieltä, että ilman laskemista osa oppilaista ei sisäistä opetettavaa asiaa. Tästä voidaan tehdä myös päätelmä, että vastaajan uskomuksen mukaan oppilaslähtöisessä opettamistavassa ei harjoiteta laskemista, ainakaan siinä mielessä, kuin vastaaja ajattelee sen olevan oppimisen kannalta relevanttia:

”C-vaihtoehto on haastava toteuttaa, sillä opettajan on tunnettava ryhmä todella hyvin ja hänen on huolehdittava, että jokainen oppilas osallistuu. A-kohdassa oppilaan omalle ajattelulle ei jää niin paljoa tilaa, mutta toisaalta toiset oppivat vasta itse laskiessa.”

9.5.2 Ristiriita 2

Yhdeksän niistä matematiikan aineenopettajaopiskelijoista, jotka olivat valinneet teoriassa tehokkaimmaksi opettamistavaksi oppilaslähtöisen opettamistavan, vastasivat kuitenkin käyttävänsä itse keskustelevaa luokkaopetusta. Luokanopettajaopiskelijoiden keskuudessa ei esiintynyt tätä ristiriitaa oppilaslähtöisen opettamistavan ja keskustelevan luokkaopetuksen välillä.

Pelko siitä, että käyttämällä oppilaslähtöistä opettamistapaa, laskuharjoittelu jäisi liian vähälle huomiolle, johti joidenkin opiskelijoiden kohdalla siihen, että oppilaslähtöistä opettamistapaa ei kuitenkaan käytettäisi mieluiten omassa opetuksessa, vaikka sitä pidettiin teoriassa tehokkaimpana opettamistapana. Seuraavat kaksi opiskelijoiden vastausta kuvaavat ilmiötä:

”Aika kouluissa on valitettavan rajoitettu ja luulen, että opetustapa C:n menisi niin paljon aikaa, että laskuharjoitteluun sitä ei jäisi lainkaan. Vaikka oppiminen C:n tavoin olisikin tehokkainta, on mielestäni laskuharjoittelu äärimmäisen tärkeää.”

”C kohta vie ehkä enemmän aikaa ja laskuja ei kerkeä ottaa niin paljon. Uskon silti, että C kohta on opettajallekin mielekäs. Itse uskon silti, että laskemalla oppii hyvin.”

Muutammat matematiikan aineenopettajaopiskelijat kokivat, että oppilaslähtöinen opettamistapa on ”ihan hyvä tapa opettaa aina joskus.” Jokapäiväiseen käyttöön oppilaslähtöinen tapa ei kuitenkaan näiden opiskelijoiden mielestä sovellu tai sen käyttäminen joka kerta tuntuisi hankalalta:

”Toinen vaihtoehto tuntuu ehkä helpommalta, ja myös todella hyvältä, koska siinä oppilaat saavat konkreettisia esimerkkejä. Mutta voisin käyttää myös kolmatta vaihtoehtoa vaikkapa vaihteluna.”

”On hyvä että matematiikkaa sovelletaan arkielämään ja tehdään siitä tarpeellinen, huomioi myös oppilaat. Tapaus c on myös hyvä, mutta ei minusta jokapäiväiseen toimintaan käytettävä.”

”C tuntuisi vähän hankalalta toteuttaa joka kerta, myös tässä vaihtoehdossa oppilaat pohtivat ja kohtaavat ongelman, ajankäytöllisesti helpompi”

Eräs matematiikan aineenopettajaopiskelija näki keskustelevan luokkaopetuksen hyvänä ”välimaastona” oppilaslähtöisen opettamistavan ja opettajajohtoisen opettamistavan välillä ja käyttäisi tästä syystä mieluiten keskustelevaa luokkaopetusta, kuin teori-

assa tehokkaimmaksi valitsemaansa oppilaslähtöistä opettamistapaa. Opiskelija kertoi ajatuksensa näin:

”Tällä hetkellä opetustapa B tuntuisi itselleni mieluisimmalta opetustavalta, sillä se on A:n ja C:n välimaastossa. Tässä tavassa oppilaat saavat pohtia asioita, mutta kaikki ei kuitenkaan perustu vain heidän omiin pohdintoihinsa”

Myös ajankäyttö nähtiin matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden haasteellisenä oppilaslähtöisessä ja ongelmanratkaisuun perustuvassa opettamistavassa vaikka sitä teoriassa pitäisikin tehokkaimpana tapana, se jäisi sen vaatiman ajallisen panostuksen vuoksi opetuksessa käyttämättä. Eräs matematiikan aineenopettajaopiskelija kiteytti näkemyksensä näin:

”Jos pyörä pitää keksiä joka kerta uudelleen, aikaa kuluu liikaa.”

9.5.3 Ristiriita 3

Kaksi vastanneista luokanopettajaopiskelijoista oli vastannut pitävänsä tehokkaimpana opettamistapana keskustelevaa luokkaopetusta, mutta käyttävänsä itse mieluiten opettajajohtoista opettamistapaa.

Tässä vastauksessa opiskelija viittaa suoraan omaan opiskelu- ja kouluhistoriaansa ja toteaa jatkavansa opetuksessaan mielellään samaa opetustraditiota, kuin mistä on itse saanut nauttia. Perinteen jatkaminen on opiskelijan vastauksen perusteella siis vahvempi tunne kuin se, että opettaisi tehokkaimmalla tavalla edistää oppimista.

”Johtuu ainoastaan vain siitä että kyseinen tapa on minulle tutuin. Itselleni on opetettu kyseisellä opetustavoilla aina.”

”Uutena opettajana olisi mielestäni turvallisinta ensimmäisinä tunteina A-vaihtoehdon tapa, sillä se vaikuttaa varmalta, mutta jos tuntisin oppilaat hyvin entuudestaan käyttäisin tapaa B.”

Toisessa vastauksessa opiskelija viittaa opettajajohtoisen opettamistavan olevan mielekkäin, koska se on kaikista esitellyistä opettamistavoista turvallisin sekä varmin

tapa silloin kun opettajan työura on alussa ja oppilaantuntemus huono. Vastauksessa toistuu sama perustelu kuin aiempien ristiriitojen perusteissa, jossa opettajajohtoinen opettamistapa on valittu mieluisimmaksi opettamistavaksi, vaikkei se olekaan oppimisen kannalta tehokkain. Vastauksesta on kuitenkin tulkittavissa opiskelijan ”lupaus” käyttää tehokkaimmaksi valitsemaansa keskustelevaa luokkaopetusta, kunhan oppilaantuntemus on hyvä.

Kaksi tutkimukseen osallistuneista matematiikan aineenopettajaopiskelijoista oli valinnut tehokkaimmaksi opettamistavaksi keskustelevan luokkaopetuksen, mutta käyttäisivät kuitenkin itse mieluiten opettajajohtoista opettamistapaa.

Matematiikan aineenopettajien perustelut ristiriidalle tehokkaimman ja mieluisimman opettamistapojen välille olivat lyhyitä. Ensimmäisessä vastauksessa ilmenee opiskelijan tahto toteuttaa opetuksessaan toistuvasti samoja metodeja ja siksi opettajajohtoinen opettamistapa on hänelle mielekkäämpi kuin keskusteleva luokkaopetus. Vastaaaja kirjoittaa näin:

”Helpompi kehittää rutiinit”

Toinen opiskelija pohtii enemmän miksi valitsee mieluisimmaksi opettajajohtoisen opettamistavan tehokkaimmaksi valitsemansa keskustelevan luokkaopetuksen sijaan:

”Tapa ei ole paras mutta itselle kaikkein tutuin ja tästä syystä käyttäisin sitä. Tosin myös B tapa houkuttelee paremmuutensa vuoksi”

Tuttuus voittaa opiskelijan mielestä hänen uskomuksensa siitä, ettei opettajajohtoinen opettamistapa ole ”paras” tapa opettaa matematiikkaa. Vastaus ei ole kovin päättäväinen, koska opiskelija lisää seuraavassa lauseessa, että tehokkaimmaksi valitsemansa keskusteleva luokkaopetus houkuttelee häntä paremmuudellaan kaikesta huolimatta.

9.5.4 Ristiriita 4

Kaksi vastanneista luokanopettajaopiskelijoista oli valinnut tehokkaimmaksi opetustavaksi keskustelevan luokkaopetuksen mutta ilmoittivat kuitenkin käyttävänsä mieluiten oppilaslähtöistä opettamistapaa. Toinen ei perustellut vastaustaan. Toinen perusteli vastausta näin:

”Hyvätkään laskijat eivät kyllästy ja oppilaat saavat tunteen mahdollisuudestaan vaikuttaa. Tämä on myös mahdollistaa matemaattisen luovuuden, eikä kaikki ole valmiina annettua.”

Opiskelijan vastauksesta oli tulkittavissa uskomus siitä, että oppilaan saadessa olla luova ja päästessä vaikuttamaan oppitunnin kulkuun, he ovat motivoituneempia.

10 PÄÄTELMÄT JA POHDINTA

10.1 Yhteenveto

Tämän tutkimuksen tehtävänä oli selvittää luokanopettajaopiskelijoiden sekä matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden käsityksiä sekä uskomuksia koskien hyvää matematiikan opettamista. Tutkimustulosten perusteella voidaan sanoa, että tilastollisesti merkitseviä eroa luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden välille ei juurikaan syntynyt. Tilastollisesti merkitseviä eroja opiskelijaryhmien välillä havaittiin tutkittaessa opiskelijoiden mielestä yleisesti hyvää opetusta ja hiljaisuuden merkitystä tässä yhteydessä. Luokanopettajaopiskelijat arvostivat hiljaisuutta tilastollisesti merkitsevästi matematiikan aineenopettajaopiskelijoita enemmän, vaikka kummassakin ryhmässä hiljaisuutta arvostettiin vain vähän. Lisäksi tutkittaessa opiskelijoiden mielestä hyvän opetuksen ominaisuuksia matematiikassa ryhmien välillä muodostui merkitsevä ero konkreettisten välineiden arvostuksen määrässä. Luokanopettajaopiskelijat arvostivat konkreettisia materiaaleja opetuksessa matematiikan aineenopettajaopiskelijoita tilastollisesti merkitsevästi enemmän.

Opettamistapojen vertailuissa, 37,9 % luokanopettajaopiskelijoista ja 50% matematiikan aineenopettajaopiskelijoista pitivät oppilaslähtöistä opettamistapaa parhaana tapana opettaa matematiikkaa. Keskustelevaa luokkaopetusta parhaimpana piti 48,5 % luokanopettajista ja 30 % matematiikan aineenopettajaopiskelijoista. Opettajajohtoista opettamistapaa arvostettiin vähiten ja sitä piti tehokkaimpana tapana opettaa matematiikkaa luokanopettajaopiskelijoista 13,6 % ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoista 20 %.

Tutkimuksen aineistoa analysoidessa selvisi, että 21,3 % tutkimukseen osallistuneista opiskelijoista kertoi käyttävänsä opetuksessaan mieluiten jotain muuta opettamistapaa kuin teoriassa tehokkaimmaksi valitsemaansa opettamistapaa. Opiskelijaryhmien sisällä nämä vastaajat jakautuivat seuraavasti; matematiikan aineenopettajaopiskelijat 35,2 % ja luokanopettajaopiskelijat 10,6 %. Perusteluita ilmenneille ristiriidoille oli muun muassa ajankäytölliset rajoitteet, oma aineenhallinnan heikkous sekä voimavaro-

jen riittämättömyys. Tämän lisäksi 22 kaikista vastanneista eli 18 % kirjoittivat, ettei heillä ollut lainkaan opettajakokemusta harjoitteluiden tai sijaisuuksien myötä.

10.2 Pohdinta ja johtopäätökset

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden käsityksiä matematiikan opettamisesta ja opettamisesta yleensä. Tutkimuksen tulosten perusteella voidaan todeta, että luokanopettajaopiskelijoilla ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoilla on varsin yhtenevät mielipiteet ja uskomukset yleisesti hyvästä opetuksesta niin kuin matematiikan tehokkaasta ja hyvästä opetuksesta. Oppilaslähtöisyys, prosessioppiminen sekä konkreettisuus ja arjen kytkeytyminen kouluun nähtiin molemmissa ryhmissä tärkeinä asioina. Konkreettisuus on mainittu valtakunnallisessa perusopetuksen opetussuunnitelmassa, opetussuunnitelma ohjaa opettajan työtä ja ratkaisuja (VPOPS, 2004, 158–165.)

Kuten tässä tutkimuksessa, myös Perkkilän (2002, 151–152) ja Patrikaisen (2012, 330–331) tutkimuksissa havaittiin opettajien olevan yhtä mieltä siitä, että tehokkaan matematiikan opetuksen tunnusmerkkejä ovat ongelmalähtöisyys ja erilaiset vastaukset hyväksyvä, oppilaslähtöinen opetus. Toisaalta tässä tutkimuksessa havaittiin myös eroja luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ajattelun ja uskomuksien suhteen. Nämä erot tukevat Kailion (2010, 86) tutkimuksessa esitettyä johtopäätöstä siitä, että opiskelijaryhmien välillä vallitsee eroja pedagogisen ajattelun sekä matematiikan aineenhallinnan välillä.

Tässä tutkimuksessa luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ajatuksien erot ilmenivät laadullisen analyysin yhteydessä. Yleisesti näytti siltä, että opettamistapoja ja niiden sisältöjä ymmärrettiin erilaisiksi luokanopettajien keskuudessa kuin matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden keskuudessa. Oppilaslähtöinen opettamistapa ja oppimisen tarkasteleminen prosessina ei näyttänyt varsinkaan luokanopettajaopiskelijoiden vastauksissa vastaavan Pehkosen (2011, 16) jaottelun mukaista oppilaslähtöistä opettamistapaa, jossa keskiössä on oppilas ja tämän oppimisprosessi. Ymmärrys siitä, että oppimisprosessi edellyttää oppilaan erehtymistä ja etene mistä kohti ratkaisua oikeiden ja väärin väitteiden kautta, ei tuntunut olevan niin selkeä luokanopettajaopiskelijoilla kuin matematiikan aineenopettajaopiskelijoilla.

Opettamistapojen valintaan liittyvien vastauksien tarkasteleminen laadullisen analyysin avulla osoittautui muutoinkin hedelmälliseksi tässä tutkimuksessa. Opettamistavoista juuri oppilaslähtöisyys herätti vastaajissa eniten pelon, arkuuden ja toisaalta innostuksen tunteita. Luokanopettajaopiskelijoista 25 eli 37,9 % valitsi teoriassa tehokkaimmaksi opettamistavaksi oppilaslähtöisen opettamistavan ja kyselyyn vastanneista matematiikan aineenopettajaopiskelijoista 25 eli 50 % piti oppilaslähtöistä opettamistapaa tehokkaimpana tapana opettaa matematiikkaa. Niin luokanopettajaopiskelijoiden kuin matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden keskuudessa oppilaslähtöinen opettamistapa koettiin haastavaksi, jopa siinä määrin, etteivät he vastauksiensa perusteella tunteneet oloaan tarpeeksi taitavaksi opettamistavan käyttämiseen omassa opetuksessaan. Tämä tulkinta tukee tässä tutkimuksessa esiteltyä ajatusta siitä (ks. luku 4.4), että työuraansa aloittavalla opettajalla puuttuu usein rohkeus käyttää erilaisia opetustapoja opetuksessaan.

Rohkeuden puute aiheuttaa hankaluuksia päästä eroon opettajajohtoisesta työtavasta. (Portaankorva-Koivisto 2010, 72.) Myös Vuorisen (2001, 80) mukaan tiedon ja opettamiskokemuksen puute voi johtaa siihen, ettei opiskelija käytä oppilasjohtoisia opettamistapoja vaan pysyttelee opettajajohtoisten opettamistapojen käytössä, vaikka ei pitäisikään niitä tehokkaimpina. Lisäksi opettajajohtoisessa opettamistavassa oppilaat eivät usein anna opettajalle suoraa palautetta ja näin ollen opetuksen arvostelu oppilaiden suunnalta ja mahdollisuus tulla nolatuksi opettajana on pienempi kuin esimerkiksi oppilaslähtöisissä opettamistavoissa.

Tutkimukseen osallistuneista luokanopettajaopiskelijoista yhdeksän eli 13,6 % ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoista kymmenen eli 20 % näki opettajajohtoisen opettamistavan olevan tehokkain tapa opettaa matematiikkaa. Lisäksi kaksi luokanopettajaopiskelijaa ja kaksi matematiikan aineenopettajaopiskelijaa valitsivat opettajajohtoisen opettamistavan mielekkäimmäksi vaikka olivat valinneet tehokkaammaksi jonkin muun opettamistavan.

Etenkin luokanopettajaopiskelijoiden vastauksista oli tulkittavissa huoli siitä, että oppilaslähtöisiä menetelmiä käyttämällä motivointi vaikeutuu ja jotkut oppilaista eivät ymmärrä opetettavia sisältöjä. Opettajajohtoisen opettamistavan nähtiin takaavan sen, että kaikki ymmärtävät opetettavan asian. Opettamistavan tehokkuutta perusteltiin matematiikan aineenopettajien vastauksissa yleisimmin tehokkuudella ja loogisella järjes-

tyksellä, sekä sillä, että aikaa jää myös ”käytännön harjoitteluun”. ”Käytännön harjoittelulla” näytti vastausten perusteella olevan useita eri merkityksiä opiskelijoiden keskuudessa.

Opettajajohtoista opettamistapaa suosivat opiskelijat näkivät pääsääntöisesti käytännön harjoittelun laskutehtävien tekemisenä, kun taas oppilaslähtöisen opettamistavan yhteydessä käytännön harjoittelulla tunnuttiin tarkoittavan pikemminkin matematiikan yhdistämistä käytännön arkielämään. Usein perusteluissa käyttää opettajajohtoista opettamistapaa toistui myös se, että opiskelijat olivat tottuneet itse saamaan opetusta opettajajohtoisesti. Tämä johtopäätös mukaillee Pietilän (2002, 193) huomiota siitä, että opiskelijoiden matemaattiset kokemukset vaikuttavat paitsi uusien matemaattisten taitojen omaksumiseen opintojen aikana mutta myös siihen, kuinka he tulevaisuudessa opettavat matematiikkaa.

Luokanopettajaopiskelijoista enemmistö, 32 eli 48,5 prosenttia ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoista 15 eli 30 prosenttia piti keskustelemaa luokkaopetusta tehokkaimpana tapana opettaa matematiikkaa. Lisäksi yhdeksän matematiikan aineenopettajaopiskelijaa valitsi keskustelemaan luokkaopetuksen mielekkäimmäksi opettamistavaksi vaikka olivat valinneet tehokkaimmaksi opettamistavaksi jonkin muun vaihtoehdon. Opiskelijoiden vastauksista oli mahdollista huomata, että keskustelemaa luokkaopetusta pidettiin ikään kuin oppilaslähtöisen ja opettajalähtöisen opettamistavan välisenä keskitienä, opettamistapana, jossa yhdistyvät sekä oppilaslähtöisen opettamistavan, että opettajajohtoisen opettamistavan parhaat puolet.

Keskustelemaa luokkaopetus oli suosituin vaihtoehto luokanopettajaopiskelijoiden keskuudessa, kun kysyttiin tehokkainta opettamistapaa. Vastauksissa on näkyvissä uskomus siitä, että keskustelemaa luokkaopetus tarjoaa toisaalta oppilaalle mahdollisuuden tutkia ja miettiä itse ratkaisuja mutta kuitenkin niin, että opettajan tuki on lähellä ja saatavissa. Keskustelemaan luokkaopetuksen tunnuttiin sisältävän elementtejä niin opettajajohtoisesta opettamistavasta kuin oppilaslähtöisestä opettamistavasta vaikkakin se tässä tutkimuksessa ymmärretään behavioristiseksi opettajajohtoiseksi työtavaksi (ks. Luku 3.4). Näin ollen on mahdotonta sanoa, miten opiskelijat mahdollisesti toteuttaisivat keskustelemaa luokkaopetusta käytännössä.

Tämä tutkimus antoi lisätietoa luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden käsityksistä siitä, mitä on hyvä matematiikan opetus. Lisäksi

tutkimuksessa saavutettiin uutta tietoa matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden opettamiskäsitysten eroavaisuuksista sekä syistä siihen, miksi opettajat eivät aina käytä teoriassa parhaaksi toteamaansa opettamistapaa. Aihe herätti mielenkiinnon tutkia jatkossa esimerkiksi sitä, mitä koulutuksen tulisi opiskelijoiden mielestä tarjota ja miten koulutuksen tulisi muuttua, jotta uskallus opettaa matematiikkaa teoriassa parhaaksi koetulla tavalla toteutuisi paremmin?

Aikaisemmissa tutkimuksissa (mm. Perkkilä, 2002, 156) on havaittu, että noviisiopettajat pyrkivät opetuksessaan hieman ongelma-, ja lapsilähtöisempiin ratkaisuihin kuin kokeneemmat eksperttiopettajat. Toisaalta noviisiopettajien halukkuutta oppilähtöiseen opetukseen kyseenalaistetaan (Viholainen ym. 2012, 129–144; Portaan-korva-Koivisto 2010, 72; Handal 2003), koska on havaittu, että opetusvuosiltaan nuoret opettajat alkavat helposti toteuttaa koulun kulttuurin mukaista opetusta tai opetustapaa ja hylkäävät nykyaikaiset opetusmallit, jotka ovat koulutuksessaan omaksuneet.

Lisäksi tutkimuksissa on havaittu, että opettajat voivat käyttää opettamismetodeja vaihdellen ja samanaikaisesti, opettamistavat eivät siis ole toisiaan poissulkevia (Hannula ym. 2012, 436–438). Juuri tämän vuoksi olisi tärkeää, että opettajien rohkeus kokeilla erilaisia työtapoja lisääntyisi ja tottumus ei sanelisi liikaa luokkahuoneessa käytettyjä opetusmetodeja. Ongelma rohkeuden puutteesta ei mielestämme ja tutkimusten valossa ulotu ainoastaan nuoriin opettajiin ja opettajaopiskelijoihin, vaan se näkyy työelämässä yleisesti.

LÄHTEET

- Ahte, M. & Pehkonen, E. 2000 Johdatus matemaattisten aineiden didaktikkaan. Helsinki: Oy Edita Ab.
- Attorps, I. 2006. Mathematics teachers' conceptions about equations. Helsinki: Yliopistopaino.
- Ben-Hur, M. 2006. Concept rich mathematics instruction: building a strong foundation for reasoning and problem solving. Association for Supervision & Curriculum Development (ASCD). Alexandria, VA, United States of America.
- Berry, J. & Shalberg, P. 1995 Matematiikkaa elämään. Helsinki: Werner Söderström Osakeyhtiö.
- Boaler, J. 2009. The elephant in the classroom. Helping children learn and love maths. London, United Kingdom: Souvenir Press Ltd.
- Debrenti, E. 2013. The joy of mathematics. Teoksessa: Pavlekovic, M., Kolar-Begovic Z. & Kolar-Super, R. Mathematics teaching for the future. 2013. Josip Juraj Strossmayer University of Osijek Faculty of Teacher Education and Department of Mathematics Zagreb, 85-92.
- Eskola, J. & Suoranta, J. 1999. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Kolmas painos. Tampere: Vastapaino.
- Furinghetti, F. & Pehkonen, E. 2002. Rethinking characterizations of beliefs. Teoksessa G.C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (toim.) 2002. Beliefs: a hidden variable in mathematics education? Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 39-57.
- Hannula, M.S., Lepik, M., Pipere, A. & Tuohilampi, L. 2012. Mathematics teachers' beliefs and schools' micro-culture as predictors of constructivist practices in Estonia, Latvia and Finland. Teoksessa A.M. Lindemeir & A. Heinze (toim.) Proceedings of the 37th conference of the international group for the psychology of mathematics education, Vol.2. Kiel, Germany: PME, 433-438.
- Handal, B. 2003. Teacher's mathematical beliefs: A review. Teoksessa The mathematic educator 2003. An official publication of the mathematics education student association. University of Georgia. Vol. 13 (2), 47-57.

- Harjanne, P. 2006. "Mut ei tää oo hei Midsommarista!" - ruotsin kielen viestinnällinen suullinen harjoittelu yhteistoiminnallisten skeema- ja elaborointitehtävien avulla. Helsinki: Yliopistopaino.
- Hellström, M. 2008. Sata sanaa opetuksesta. Keskeisten käsitteiden käsikirja. Juva: Ws Bookwell Oy.
- Heinonen, J-P. 2005. Opetussuunnitelmat vai oppimateriaalit. Peruskoulun opettajien käsityksiä opetussuunnitelmien ja oppimateriaalien merkityksestä opetuksessa. Helsinki: Yliopistopaino.
- Hihnala, K. 2011. Miten opetussuunnitelmaa jäsentelemällä voitaisiin parantaa matematiikan perusopetusta? Teoksessa E. Pehkonen (toim.) Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkataidoista. Helsinki: Unigrafia Oy, 83-93.
- Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sarajärvi, P. 2009. Tutki ja kirjoita. Helsinki: Tammi.
- Häkkinen, K., Tossavainen, T. & Tossavainen A., 2011. Kokemuksia luokanopettajaksi pyrkivien matematiikan soveltuvuustestistä Savonlinnan opettajankoulutuslaitoksessa. Teoksessa E. Pehkonen (toim.) 2011. Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkataidoista. Helsinki: Yliopistopaino, 47-64.
- Hähkiöniemi, M. 2011. Johdatus GeoGebra-avusteiseen tutkivaan matematiikkaan Teoksessa M. Hähkiöniemi (toim.) 2011. Geogebra-avusteinen tutkiva matematiikka opetusharjoittelussa. Tutkimuksia opettajan ja oppilaiden toiminnasta. Jyväskylän yliopisto, 4-12.
- Kailio, J. 2010. Matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan sekä pedagogisen ajattelun vertailua. Kasvatustieteen pro gradu-tutkielma. Jyväskylän yliopisto.
- Kallio, M., Laitalainen, E., Pesälä J. & Poletaev, D. 2010. Aikapaineen vaikutus epistemologisiin uskomuksiin. Tiivistelmä Helsingin yliopiston opiskelijoiden tieteen päivältä 2010. Psykologia. Helsingin yliopisto.
- Keranto, T. 2004. Tulevien luokanopettajien ja aineenopettajien matemaattisesta ja didaktisesta sisältötiedosta: Tapauksena murtolukujen jakolasku ja verrannollinen päättely. Kasvatus 35 (5), 530-540.
- Koskenniemi, M. 1978. Opetuksen teoriaa kohti. Keuruu: Kustannusosakeyhtiö Otava.

- Kouluhallitus. 1985. Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet. Helsinki: Valtion painatuskeskus.
- Kush T.M. & Ball D.L. 1986. Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions. National Center of Research on Teacher Education. Michigan State University.
- Kyllönen, R. 1998. "Ei mikään pikataival!": näkökulma matematiikan opetuksen ja opetussuunnitelman kehittämiseen. Kasvatustieteen pro-gradu –tutkielma. Jyväskylän yliopisto: Chydenius-Instituutti.
- Lahdes, E. 1997. Peruskoulun uusi didaktiikka. Keuruu: Otavan kirjapaino.
- Lehto, J. E. 2005. Konstruktivismi peruskoulun didaktiikan ohjenuoraksi? Kriittinen katsaus eräisiin suomalaisiin sovellutuksiin. Kasvatus 36 (1). 7-19.
- Leinonen, J. & Korhonen, A. 2005. Miten arvioida matematiikan opiskelua ja ymmärtämistä. Kasvatus 36 (1). 33-42.
- Leppäaho, H. 2007. Matemaattisen ongelmanratkaisutaidon opettaminen peruskoulussa. Ongelmaratkaisukurssin kehittäminen ja arviointi. Jyväskylän yliopisto.
- Malinen, P. & Pehkonen, E. 2004. Matematiikan oppimisen ja opetuksen tutkimuksesta Suomessa. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka-näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen, Vol. 2. Uudistettu painos. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 50-83.
- Metsämuuronen, J. 2005. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä, (3. laitos). Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.
- Metsämuuronen, J. 2006. Laadullisen tutkimuksen käsikirja. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.
- Murray, S. 2011. Secondary students descriptions of "good" mathematics teachers. Charles Sturt University. <http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ956713.pdf> (luettu 7.8.2013.)
- Munter, H. Tutkijan ja tutkittavan yhteistyö: tutkimuksen avoimuus eettisenä kysymyksenä 1996. A, Palmroth & I, Nurmi (toim.) Alttiiksi asettumisen etiikka. Laadullisen tutkimuksen eettisiä kysymyksiä. Jyväskylän yliopiston ylioppilaskunta JYY julkaisusarja nro. 38, 69-80.

- Nummenmaa, L. 2009. Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät. Uudistettu laitos. Helsinki: Tammi.
- Nyman, T. 2009. Nuoren vieraan kielen opettajan pedagogisen ajattelun ja ammatillisen asiantuntijuuden kehittyminen. Jyväskylän yliopisto.
- Oksanen, S. & Hannula, M. S. 2013. Changes in Finnish mathematics teachers' beliefs during 1987-2012. Teoksessa Lindemaier, A. M. & Heinze, A (toim.) 2013. Proceedings of the 37th conference of the international group for the psychology of the mathematics education, 417-424.
- Opetushallitus 2000. Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet, 4. Korjattu painos. Helsinki: Edita Oy.
- Opetushallitus. 2004. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Vammala: Opetushallituksen määräys 16.1.2004.
- Partanen, H-M. & Turtiainen, N. 2011. Opettajuuteen kasvaminen ja koulukiusaamisen kohtaaminen. Kasvatustieteen pro-gradu-tutkielma Savonlinna: Itä-Suomen yliopisto.
- Patrikainen, R. 1999. Opettajuuden laatu. Ihmiskäsitys, tiedonkäsitys ja oppimiskäsitys opettajan pedagogisessa ajattelussa ja toiminnassa. Jyväskylä: PS-Kustannus.
- Patrikainen, S. 2002 Luokanopettajan pedagoginen ajattelu ja toiminta matematiikan opetuksessa. Tutkimuksia 342. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos.
- Pehkonen, E. 2011. Johdanto: Luokanopettajien matematiikkaongelmista. Teoksessa E. Pehkonen (toim.) 2011. Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkataidoista. Helsinki: Unigrafia Oy, 7-9.
- Perkkilä, P. 2002 Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research. Julkaisusarja nro. 195. Jyväskylän yliopisto.
- Perttula, J. Ihmistieteiden tiedonmuodostus ja tutkimusetiikka. Teoksessa A, Palmroth & I, Nurmi (toim.). Alttiiksi asettumisen etiikka. Laadullisen tutkimuksen eettisiä kysymyksiä. Jyväskylän yliopiston ylioppilaskunta JYY julkaisusarja nro. 38, 83–108.
- Peruskoulun opetussuunnitelmakomitea. 1967. Peruskoulun väliaikainen opetussuunnitelma, 5. Matematiikka, fysiikka ja kemia. Opetusministeriö.

- Peruskoulun opetussuunnitelmakomitea. 1967. Väliaikainen perusopetuksen opetussuunnitelma nro. 5. Matematiikka, fysiikka ja kemia. Opetusministeriö.
- Philipp, R. A. 2007. Mathematics teachers' beliefs and affects. Teoksessa F. Lester (toim.) Second handbook of research on mathematics teaching and learning. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 257-315.
- Pietilä, A. 2002 Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matemaattiset kokemukset matematiikkakuvan muodostajina. Helsinki: Unigrafia Oy.
- Portaankorva-Koivisto, P. 2010. Elämyksellisyyttä tavoittelemassa. Narratiivinen tutkimus matematiikan opettajaksi kasvusta. Tampereen yliopisto.
- Rauste – von Wright, M. 1997. Opettaja tienhaarassa. Juva: kirjoittaja ja PS-kustannus. WSOY.
- Ross, J. A., McDougall, D., & Hogaboam-Gray, A. 2002. Research on reform in mathematics education, 1993–2000. Alberta journal of educational research, 48, 122–138. Ix. sit. R. A. Philipp 2007. Mathematics teachers' beliefs and affects. Teoksessa F. Lester (toim.) Second handbook of research on mathematics teaching and learning. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 263.
- Ryan, J. & Williams. J. 2007. Children`s Mathematics 4-15. Learning from errors and misconceptions. Berkshire, England: Open University Press.
- Sapkova, A. 2013. Study on Latvian mathematics teachers` espuded beliefs about teaching and learning and reported practices. Teoksessa National Science Council (toim.) 2012-2013. International Journal of Science and Mathematics Education, Vol.2, 733-759.
- Schoenfeld, A. H. 1985. Mathematical problem solving. Orlando, USA: Academic Press.
- Skinner, B.W. 1938. The behavior of organisms: An experimental analysis. New York: Appelton- Century-Crofts. Ix. sit. I. Attorps. 2006. Mathematics teachers' conceptions about equations. Helsinki: Yliopistopaino, 13.
- Soininen, M. 1995. Tieteellisen tutkimuksen perusteet. Turku: Turun yliopiston täydennyskoulutuksen julkaisuja.
- Tuomi, J, & Sarajärvi, A. 2003 ja 2009. Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Helsinki: Tammi.

- Tossavainen, T. & Sorvali, T. 2004. Matematiikka, koulumatematiikka ja didaktinen matematiikka. Tieteessä tapahtuu 1/2004.
<http://www.tieteessatapahtuu.fi/038/tossavainensorvali.pdf>, viitattu 19.2.2013.
- Valli, R. 2001. Johdatus tilastolliseen tutkimukseen. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Viholainen, A., Asikainen M. & Hirvonen P.E. 2012. Aloittavien matematiikan pää- ja sivuaineopiskelijoiden uskomuksia matematiikasta. Teoksessa H. Krzywacki, K. Juuti, & J. Lampiselkä (toim.). 2012. Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja Ainedidaktisia tutkimuksia, Vol.2. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen ajankohtaista tutkimusta. Helsinki: Unigrafia Oy, 129-144.
- Vuorinen, L. 2001. Tuhhat tapaa opettaa. Menetelmäopas opettajille, kouluttajille ja ryhmän ohjaajille. Suomen Moreno instituutin julkaisusarja nro 1. Tampere: Resurssi.
- Yrjänäinen, S. 2011. ”Onks meistä tähän?” Aineenopettajakoulutus ja opettajaopiskelijan toiminnallisen osaamisen palapeli. Tampere: Tampereen yliopisto.
- Yrjönsuuri, R. 2007. Matematiikka mieluisaksi. Psykologinen lähestymistapa opetukseen ja opiskeluun sekä matemaattisen ajattelun osaamisen arviointiin. Jyväskylän yliopisto.

LIITTEET

Liite 1. Tutkimuksen kyselylomake

1. Opettajan matematiikkakuva

Nimi:

2. Taustatietoja	
1. Kuinka vanha olet? Vastaus (vuotta)	
2. Ylioppilaskokeessa (rasti ruutuun)	a) kirjoitin pitkän matematiikan
	b) kirjoitin lyhyen matematiikan
	c) en kirjoittanut matematiikkaa

3. Näkemyksesi erilaisista opettamistavoista

Lue kuvaukset kolmesta erilaisesta matematiikan uuden aiheen opetustavasta ja vastaa tämän jälkeen kysymyksiin.

Opetustapa A

Opettaja Ahonen aloittaa yleensä uuden aiheen käsittelyn esittämällä taustalla olevan matematiikan teorian kuten jonkin teoreeman ja sen todistuksen tai perustelun. Ahonen johdattaa oppilaat tähän teoriaan esittämällä kysymyksiä, joihin oppilaat saattavat vastata nopeasti. Teorian käsittelyn jälkeen Ahonen esittää esimerkkitehtäviä, joissa sovelletaan kyseistä teoriaa. Myös esimerkkien käsittelyn yhteydessä Ahonen kyselee oppilailta esimerkiksi mikä on seuraava vaihe ratkaisussa. Esimerkkien käsittelyn jälkeen oppilaat harjoittelevat ratkaisemaan itsenäisesti vastaavanlaisia tehtäviä. Ahonen kiertelee luokassa, neuvoo oppilaita oikean ratkaisutavan toteuttamisessa ja tarkastaa, että he ratkaisevat tehtävät oikein.

Opetustapa B

Opettaja Lepistö aloittaa yleensä uuden aiheen käsittelyn esittämällä oppilaille matemaattisen tilanteen, jonka selvittämiseen tarvitaan uusia käsitteitä ja/tai teoreemoja. Lepistö johdattelee kyselemällä oppilaat huomioimaan uuden matemaattisen teorian muodostamisen tarpeen. Tämän jälkeen Lepistö määrittelee tarvittavat käsitteet sekä muotoi-

lee ja todistaa tarvittavan teoreeman. Lopuksi Lepistö näyttää miten alussa esitetty tilanne voidaan selvittää uuden teorian avulla. Tämän jälkeen Lepistö antaa oppilaille tehtäviä, jotka ratkaistaan tunnilla tai kotitehtävinä.

Opetustapa C

Opettaja Mäkelä aloittaa yleensä uuden aiheen käsittelyn antamalla oppilaille tehtävän (tai tehtäviä) tästä aiheesta. Oppilaat yrittävät itsenäisesti tai pienissä ryhmissä keksiä, miten tehtävän voisi ratkaista. Mäkelä kiertelee luokassa kuunnellen millaisia ratkaisuideoita ja ongelmia oppilailla on tehtävän ratkaisemisessa. Mäkelä varoo itse kertomasta, miten tehtävä ratkaistaan eikä kommentoi ovatko oppilaiden ratkaisuideat oikeita. Kun oppilaat ovat tarpeeksi miettineet tehtävää, Mäkelä pyytää joitakin oppilaita esittämään ratkaisuideoita ja kohtaamiaan ongelmia. Mäkelän johdolla oppilaat pohtivat, mitä etuja ja haittoja sekä mitä yhteistä ja erilaista kehitetyissä ratkaisuideoissa on. Tämän jälkeen Mäkelä kokoaa yhteen, mitä erilaisista ratkaisuideoista voidaan oppia ja johtaa niistä taustalla olevan matematiikan teorian kuten jonkin teoreeman.

3. Mitä opetustapaa pidät tehokkaimpana oppimisen kannalta?

Lyhyt perustelu:

4. Mitä opetustapaa itse käyttäisit mieluiten?

Lyhyt perustelu, jos vastauksesi on eri kuin 1. kysymyksessä:

5. Mikä opetustavoista kuvaa parhaiten sinun saamaasi matematiikan opetusta?

6. Mikä opetustavoista on lähinnä sinun tähänastista opetustasi (harjoitteluissa ja sijaisuuksissa)?

4. Näkemyksesi hyvästä/tehokkaasta opettamisesta

Valitse mielestäsi sopivin vaihtoehto
(numero ruutuun)

- (1) Täysin samaa mieltä
(2) Jokseenkin samaa mieltä
(3) En osaa sanoa
(4) Jokseenkin eri mieltä
(5) Täysin eri mieltä

7. Oppilaiden arkikokemukset ja tulevaisuuden suunnitelmat antavat hyvän lähtökohdan heidän tietämyksensä kehittämiseksi	
8. Opetuksen tulisi perustua ongelmiin, joihin on selkeät oikeat vastaukset ja käsitellä ideoita, joihin useimmat oppilaat voivat tarttua nopeasti.	
9. Tehokas/hyvä opettaja esittelee oikean tavan ongelman ratkaisemiseksi.	
10. Tehtäväni opettajana on auttaa oppilaita esittämään omia kysymyksiään.	
11. Oppilaat oppivat parhaiten etsimällä ongelmiin omia ratkaisujaan.	
12. Ajatteluprosessit ovat tärkeämpiä kuin opetussuunnitelman sisällöt.	
13. Monet toiminnot edellyttävät aiempien tietojen ja taitojen käyttämistä uudella tavalla.	
14. Oppilaat ja opettajat luovat arviointikriteerit yhdessä.	
15. Hiljaisuus luokassa on yleensä edellytyksenä tehokkaalle oppimiselle.	

5. Näkemyksesi hyvästä/tehokkaasta matematiikan opettamisesta ja oppimisesta

Valitse mielestäsi sopivin vaihtoehto
(numero ruutuun)

- (1) Täysin samaa mieltä
(2) Jokseenkin samaa mieltä
(3) En osaa sanoa
(4) Jokseenkin eri mieltä
(5) Täysin eri mieltä

16. Oikeaan kielenkäyttöön tulee kiinnittää huomiota (esim. pitäisi tehdä ero kulman ja kulman suuruuden välillä, samoin desimaaliluvun ja desimaalimerkinnän välillä).	
17. Matematiikan tunneilla pitäisi panna enemmän painoa varsinaiseen tekemiseen kuin johdantoon ja selittämiseen.	
18. Matematiikkaa pitäisi opettaa avoimena järjestelmänä, joka kehittyy oletusten ja umpikujien (ratkaisemattomien ongelmien?) kautta.	
19. Matematiikan opetuksen keskeinen tavoite on todistaa väitteet oikeiksi.	
20. Joskus opetuksen pitäisi olla projektityöskentelyä (opetusaiheen rajoissa), jolle on luotu toimintapuitteet (Esimerkki projektista: akvaarion ostaminen ja varustaminen).	
21. Matematiikan opetus on ennen kaikkea tekemistä.	

22. Pythagoraan lause tulee todistaa matematiikan tunnilla.	
23. Luvun $\sqrt{2}$ irrationaalisuus täytyy todistaa.	
24. Matematiikan opetuksessa pitäisi käyttää oppimispelejä.	
25. Oppilaiden pitäisi työskennellä mahdollisimman usein konkreettien materiaalien (esim. pahvimallien) kanssa.	
26. Erityisesti matematiikan symbolien käyttöä tulisi harjoitella.	
27. Tärkeintä opetuksessa on systemaattinen eteneminen.	
28. Keskeisten laskutekniikoiden (esim. kaavojen soveltamisen) oppimista täytyy painottaa.	
29. Tehtävää ratkaistessaan oppilaan pitäisi ennen kaikkea saada oikea vastaus.	
30. Ennen kaikkea opettajan pitäisi yrittää saada aikaan intensiivinen opetuskeskustelu.	
31. Oppilaan ei välttämättä tarvitse ymmärtää jokaista perustelua ja tapahtumaketjua.	
32. Mahdollisimman usein tulisi ratkaista sellaisia rutiinitehtäviä, joissa tuttu menetelmä johtaa varmasti ratkaisuun.	
33. Abstraktien käsitteiden käyttöä tulisi painottaa matematiikassa.	
34. Ennen kaikkea tulisi opettaa matemaattista tietoa, kuten tosiasioita ja matematiikan avulla saavutettuja tuloksia.	
35. Oppilaiden tulisi kehitellä tehtäviin mahdollisimman monta eri ratkaisua ja niistä pitäisi keskustella opetuksen yhteydessä.	
36. Arvioinnissa tulisi ennen kaikkea ottaa huomioon esitetyt ratkaisumenetelmät ja selitykset.	
37. Opettajan pitäisi mahdollisimman usein esittää tehtäviä, joissa täytyy ensin ajatella ja joissa pelkkä laskeminen ei riitä.	
38. Ennen kaikkea oppilaiden pitäisi oppia, kuinka matematiikkaa voi hyödyntää arkielämässä.	