

Päivi Perkkilä

Opettajien matematiikkauskomukset ja  
matematiikan oppikirjan merkitys  
alkuopetuksessa

Esitetään Jyväskylän yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan suostumuksella  
julkisesti tarkastettavaksi yliopiston Villa Ranan Paulaharju-salissa  
toukokuun 24. päivänä 2002 kello 12.



JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

JYVÄSKYLÄ 2002

Opettajien matematiikkauskomukset ja  
matematiikan oppikirjan merkitys  
alkuopetuksessa

JYVÄSKYLÄ STUDIES IN EDUCATION, PSYCHOLOGY AND SOCIAL RESEARCH 195

Päivi Perkkilä

Opettajien matematiikkauskomukset ja  
matematiikan oppikirjan merkitys  
alkuopetuksessa



JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

JYVÄSKYLÄ 2002

**Editors**

Jouko Kari

Department of Teacher Education, University of Jyväskylä

Pekka Olsbo and Marja-Leena Tynkkynen

Publishing Unit, University Library of Jyväskylä

ISBN 951-39-1207-8 (nid.), 978-951-39-5338-6 (PDF)  
ISSN 0075-4625

Copyright © 2002, by University of Jyväskylä

Jyväskylä University Printing House, Jyväskylä  
and ER-Paino Ky, Lievestuore 2002

## ABSTRACT

Perkkilä, Päivi

Teachers' Mathematics Beliefs and Meaning of Mathematics Textbooks in the First and the Second Grade in Primary School

Jyväskylä: University of Jyväskylä, 2002, 212 p.

(Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research, ISSN 0075-4625; 195)

ISBN 951-39-1207-8 (nid.), 978-951-39-5338-6 (PDF)

Summary

Diss.

This study is linked with mathematical beliefs field that has been discussed on an international field for more than ten years. The study looks for answers to the questions it addresses specifically from the perspective of Finnish primary school teachers - especially from the perspective of the first and the second grade's teaching culture.

To capture the whole picture about mathematics teaching in the first and the second grade in primary school, I decided to study the relationships between teachers' mathematics beliefs, mathematics teaching practices, and the dependence on mathematics textbooks. Data were gathered through a belief questionnaire from 140 teachers, videotaped classroom observations and interviews from 6 teachers. Analysis includes the categorisation and comparison of beliefs and practice, particularly the relationship between beliefs and mathematics textbooks.

The study showed that the beliefs of those who had only a few years teaching experience were nearly non-traditional (33,9 %). Findings indicate that there were inconsistencies between beliefs and teaching practices. Teachers' recollections of mathematics studies at school and their dependence in mathematics textbooks influenced their teaching practices. The use of manipulative in the teaching/learning situations was often regarded as useful for promoting the view that "math is fun". For example teacher's beliefs about mathematics were primarily non-traditional but her instructional practice was still focused on textbooks, rules and procedures. Interviews and observations revealed that primary school teachers should have more deepened mathematics studies during teacher education. Because of the uncertainty of mathematics, teachers mainly followed the order and instructions of mathematics textbooks. The right answers were more important than the solution procedures.

In teacher education we should pay more attention to students' own thinking and reflection. According to Raymond (1997, 574), "early and continued reflection about mathematics beliefs and practices, beginning in teacher preparation, may be the key improving the quality of mathematics instruction and minimising inconsistencies between beliefs and practice." Also teachers should not work in such isolation but as members of learning communities because by considering both the positive and negative consequences of various teaching practices teachers would come to a better understanding their own beliefs and would consider whether they are consistent with their goals for their pupils. In teacher preparation it is important to pay more attention to learning theories and their connection to the mathematics teaching and learning situations. We should read the child and know how she or he learns. It is not the most important thing to cover the textbooks and give right answers. If we do not listen to the children's answers the children become uncertain and they will eventually answer what they think the teacher expects.

Keywords: didactics, primary school, mathematics teaching and learning, mathematics teaching practices, textbook, beliefs, teacher, education, constructivism

**Author's address**

Päivi Perkkilä  
Pappilankatu 9  
69100 Kannus, Finland

**Supervisors**

Professor Maija Ahtee, Ph.D.  
Department of Teacher Education  
University of Jyväskylä, Finland

Professor Pekka Koskela  
Department of Mathematics and Statistics  
University of Jyväskylä, Finland

**Reviewers**

Docent Sinikka Lindgren  
Department of Teacher Education  
University of Tampere, Finland

Professor (em) Jarkko Leino  
University of Tampere, Finland

**Opponent**

Professor Erkki Pehkonen  
Department of Teacher Education  
University of Turku, Finland

## ESIPUHE

Innostuksen jatko-opintoihin ja tutkimustyöhön antoi luokanopettajan työhön siirtyminen. Valmistuin luokanopettajaksi syksyllä 1991, jolloin myös aloitin luokanopettajantyöni 1. ja 2. luokan opettajana. Ennen luokanopettajaksi ryhtymistä toimin matematiikan opettajana. Luokanopettajantyöni pienten lasten parissa auttoi minua näkemään matematiikan opetuksen merkityksen lasten tulevien opintojen näkökulmasta. Mietin erityisesti lapsen ja aikuisen maailman kohtaamista. Miten minun tulisi opettaa, että lapset ymmärtäisivät?

Koska minulla on matematiikanopettajatausta, oli luonnollista, että kiinnostuin erityisesti matematiikan opettamisesta. Tutustuessani alkuopetuksen matematiikan oppikirjoihin, huomasin, miten valmiiksi ajateltuja ne olivat - oppitunnit olisi voinut pitää, valmistelematta, suoraan opettajan oppaan perusteella. Tätä kautta kiinnostuin alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen rakenteesta ja ilmoittauduin jatko-opiskelijaksi Jyväskylän yliopistoon vuonna 1996. Lisensiaatintyöni valmistui vuonna 1999. Tarkastelin lisensiaatintyössäni kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjan käsite- ja tehtävärakennetta. Koska lisensiaatintutkimukseni oli luonteeltaan teoreettinen, en saanut selvyyttä siitä, millaista matematiikan opetus alkuopetuksessa on. Näin jatkoin tutkimustani. Halusin selvittää, millainen merkitys matematiikan oppikirjalla on alkuopetuksessa, ja mitkä tekijät ohjaavat opetusta. Kiinnostukseni kohteeksi tulivat uskomukset ja käsitykset matematiikasta sekä niiden vaikutus matematiikan opetuskäytäntöihin - erityisesti matematiikan oppikirjan merkitykseen alkuopetuksessa. Olen kokenut tämän tutkimusprosessin ennen kaikkea haasteellisena oppimisprosessina: tutkimustyöni on antanut minulle mahdollisuuden ammatilliseen kasvuun, mutta myös ihmisenä kasvuun. Tutkijana vietetyt vuodet ovat olleet rikasta aikaa, niihin on sisältynyt onnistumisen, mutta myös epäonnistumisen hetkiä. Työni on opettanut minulle nöyryyttä, luopumista monista asioista, mutta vastaavasti olen saanut paljon tilalle. Tämä tie on ollut pitkä, mutta se on kannattanut kulkea.

Tutkimustyö vaatii kokonaisvaltaista paneutumista ja keskittymistä työhön. Tutkimusaiheeni on vienyt minua milloin minnekin, ja joskus voimavarat ovat tuntuneet loppuvan. Lähelläni on ollut ihmisiä, jotka ovat jaksaneet uskoa työhöni. Haluan kiittää aviopuolisoani Timoa, joka on tukenut minua koko tutkimusprosessini ajan olemalla henkisenä tukena, rakkauden antajana ja kärsivällisenä kuuntelijana. Kiitokset myös lapsillemme Villelle, Millalle ja Matille, joiden kautta olen saanut tulevaisuudenuskoa ja voimaa totetuttaa unelmani. Erityisesti haluan kiittää aviopuolisoni äitiä, Anna-Liisaa, joka on auttanut minua monia tavoin kodin hoitamisessa ja lasten kasvattamisessa ja näin antanut minulle aikaa tehdä tutkimustyötä. Olen ollut hyvissä käsissä.

Esitän lämpimät kiitokseni tutkimustyöni ohjaajille, professori Pekka Koskelalle ja professori Maija Ahteelle. Erityisesti haluan kiittää professori Maija Ahteeta, jonka antama palaute on auttanut minua näkemään monia seikkoja laajemman näkökulman kautta. Professori Jouko Karia haluan kiittää hänen avustaan opintojani ohjaavana professorina. Kiitokset myös professori Juhani Aaltolalle ja professori Lenni Haapasalolle. Työni esitarkastajia dosentti Sinikka Lindgreniä ja emeritus professori Jarkko Leinoa kiitän heidän kriittisistä ja arvokkaista neuvoistaan.

Lämpimät kiitokset Kannuksen kaupungin sivistystoimelle joustavasta suhtautumisesta virkavapauttani kohtaan. Vuoden 1998 alussa sain päätoimisen tutkijakoulutettavan paikan Opettajien matematiikan, fysiikan ja kemian

valtakunnallisessa tutkijakoulussa Jyväskylän yliopiston opettajankoulutuslaitoksen alaisena. Saman vuoden alusta jäin virkavapaalle luokanopettajan työstä. Syksyllä 2001 palasin palasin takaisin opettajan työhön. Lausun kiitokset KM Juha Pajalalle, FL Kaija Häkkiselle, KT Leena Karekivelle ja KT Leena Raudaskoskelle. Heidän kanssaan olen käynyt antoisia keskusteluja tutkimustyöni eri vaiheissa.

Haluan kiittää kaikkia prosessin eri vaiheissa mukana olleita, joita ei ole nimeltä mainittu, suuresta avusta koko työskentelyni ajan. Apunne on ollut korvaamatonta.

Tämä tutkimus ei olisi valmistunut ilman tutkimukseen osallistuneita opettajia. Aivan erityiset kiitokset tutkimuksen kvalitatiiviseen osaan osallistuneille kuudelle opettajalle. Sain heidän kauttaan kerättyä mielenkiintoisen tutkimusaineiston ja samalla heidän näkemyksensä avarsivat myös ajatteluani.

Kiitän Opettajien matematiikan, fysiikan ja kemian valtakunnallista tutkijakoulua. Päätoimisena tutkijakoulutettavana toimiminen on mahdollistanut tutkimustyöni toteuttamisen. Haluan kiittää Suomen Kulttuurirahaston Keski-Pohjanmaan rahastoa tutkimustyöni taloudellisesta tuesta ja kannustuksesta. Jyväskylän yliopiston julkaisutoimikuntaa kiitän työni julkaisemisesta. Kaikki olette osoittaneet minulle työni tärkeyden.

Lausun kiitokseni äidinkielen lehtori Tarja Nikulle, joka auttoi minua tutkimuksen kieliasun tarkistamisessa. Kiitokset myös saksan ja englannin kielen lehtori Markku Pulkkiselle sekä englannin kielen lehtori Elva Nurmelle käännösavusta tutkimuksen eri vaiheissa.

Lopuksi haluan kiittää vanhempiani Tainaa ja Tapioa, saamastani henkisestä perinnöstä. Kiitokset myös muille omaisilleni saamastani kiinnostuksesta ja kannustuksesta, jolla on ollut tärkeä merkitys tutkimusprosessin aikana.

*"Aurinko paistaa kapeaan kehään holveista huiman sinen. Maailma mahtuu kapeaan kehään aava ja ihmeellinen." Aila Meriluoto: Onni*

Kannuksessa aurinkoisena huhtikuun päivänä 2002

Päivi Perkkilä



# SISÄLLYS

1	JOHDANTO .....	12
1.1	Tutkimuksen tavoite .....	10
1.2	Tutkimustausta .....	13
1.2.1	Opettajasta tutkijaksi .....	13
1.2.2	Kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjan didaktinen analyysi .....	14
1.3	Tutkimusraportin rakenteesta .....	15
2	MATEMATIIKKA OPPIAINEENA ALKUOPETUKSESSA .....	18
2.1	Oppimiskäsitysten kehitysvaiheita koulumatematiikan opetuksessa ja oppimisessa .....	19
2.1.1	Behavioristinen oppimiskäsitys .....	20
2.1.2	Ymmärrettävän aritmetiikan kausi .....	22
2.1.3	”Uuden matematiikan” kausi .....	23
2.1.4	Konstruktivistinen oppimiskäsitys .....	24
2.1.5	Yksilökonstruktivismi .....	25
2.1.6	Sosiaalinen konstruktivismi .....	27
2.1.7	Konstruktivismi sekä matematiikan oppiminen ja opetus alkuopetuksessa .....	28
2.2	Matematiikan opetuksen tavoitteista alkuopetuksessa .....	33
2.3	Alkuopetuksen ja matematiikan opetuksen työtavoista .....	36
2.4	Alkuopetusikäinen lapsi matematiikan oppijana .....	38
2.5	Matematiikan moniulotteisuus .....	42
3	MATEMATIIKAN OPPIKIRJA ALKUOPETUKSESSA .....	45
3.1	Oppikirjojen arvioinnin kriteereistä .....	46
3.2	Oppikirjojen arviointi ja tieto- ja oppimiskäsitykset .....	47
3.3	Huomioita alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen ja opettajan oppaiden rakenteesta .....	49
4	MATEMATIIKKAKUVAN RAKENTUMINEN .....	54
4.1	Uskomuksille ja uskomusjärjestelmille tyypillisiä ominaisuuksia .....	54
4.1.1	Uskomuksien ominaisuuksia .....	57
4.1.2	Uskomusjärjestelmien ominaisuuksia .....	60
4.2	Uskomukset ja matematiikkakuvan rakentuminen .....	62
4.2.1	Uskomukset matematiikasta .....	63
4.2.2	Uskomukset ja matematiikan oppiminen ja opettaminen .....	66
4.2.3	Opettajan matematiikkakuva ja opetuskäytännöt .....	70
4.3	Matematiikan opetuskäytäntöjen tarkastelutapoja .....	73
4.4	Opettajien matematiikkauskomuksia käsitteleviä tutkimuksia .....	75
5	TUTKIMUKSEN TAVOITTEET JA ONGELMAT .....	80
6	TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN .....	82
6.1	Tutkimusaineistot .....	82
6.2	Postikysely alkuopettajille .....	84

6.3	Kyselylomakkeen rakentuminen .....	84
7	USKOMUSTEN RAKENNE .....	86
7.1	Taustatietoja opettajien koulutuksesta ja opetusvälineiden sekä oppimateriaalien käytöstä .....	87
7.2	Alkuopettajien määritelmiä matematiikalle .....	88
7.3	Matematiikkauskomusten jakautumisesta .....	91
7.4	Matematiikkauskomusten rakenteesta .....	94
7.5	Alkuopettajien uskomusten faktorirakenne .....	95
8	USKOMUKSET JA ALKUOPETUS .....	100
8.1	Tutkimusjoukon valinnan perusteita .....	100
8.2	Tutkimusjoukon valinta ja esittelyä .....	104
8.3	Uskomuskyselyn ja haastattelu perusteella luotu kuvaus opettajista .....	106
8.3.1	"Mä tiedän, että ois kyllä joku muukin tapa, mutta kun täällä on näitä heikkoja" .....	106
8.3.2	"Että he saisivat onnistumisen omenoita tässäkin" .....	112
8.3.3	"Ei se oo semmosta niinko kokemuksellista tai siis tarkotan semmosta kokeilevaa yleensä matikassa" .....	121
8.3.4	"Siinä vois olla paljon semmosta toimintaa ja leikkiä, mutta sitä ei tässä oo" .....	127
8.3.5	"Joo, kyllä taululle ensin" .....	135
8.3.6	"Nyt meillä on matematiikkaa, upeeta mahtavaa " .....	143
8.4	Yhteenveto tutkimukseen osallistuneista kuudesta opettajasta .....	150
8.4.1	Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan opetuksen toteuttaminen alkuopetuksessa .....	150
8.4.2	Matematiikan oppikirjan mukaisesta etenemisestä: "No, se on ihan se, josta se lähtee" .....	155
8.4.3	"Jotta valtakunnallinen taso tulisi täytettyä" .....	158
8.4.4	Matematiikan oppikirjasarjojen valintaperusteita ja määritelmiä ihanneoppikirjalle - perinteet elävät syvällä .....	159
9	LUOTETTAVUUSTARKASTELUA .....	161
9.1	Kyselylomakkeen pätevyyden ja luotettavuuden arviointia .....	162
9.2	Tutkimuksen kvalitatiivisen aineiston uskottavuus .....	164
9.3	Tutkimustulosten siirrettävyys .....	166
10	YHTEENVETO JA POHDINTAA .....	167
10.1	Yhteenveto keskeisistä tuloksista .....	167
10.2	Tutkimustulosten tarkastelua alkuopetuksen ja luokanopettajakoulutuksen näkökulmasta .....	173
10.3	Ehdotuksia jatkotutkimukselle .....	175
	SUMMARY .....	176
	LÄHTEET .....	178
	LIITTEET .....	189

# 1 JOHDANTO

Kouluopetus on ollut viime vuosina on ollut jatkuvan kehittämistyön kohteena. Opetussuunnitelmia on uudistettu ja pyritty avartamaan väyliä elinikäiseen oppimiseen. Uuden perusopetuslain myötä raja ala-asteen ja yläasteen välillä on poistettu ja puhutaan peruskoulusta. Kehityksen mukaisesti myös matematiikan opetusta on pyritty ja pyritään uudistamaan, niin että voitaisiin vastata tietoyhteiskunnan haasteisiin. Matematiikan opetus halutaan nykyisin ymmärtää vuorovaikutuksena opettajan, oppilaan sekä luokkatovereiden välillä, jolloin oppilas rakentaa omaa matemaattista tietämystään omista lähtökohdistaan. Opetuksen tehtävänä ei tulisi olla yksittäisten ja irrallisten tiedon osien siirtäminen opettajalta oppilaalle vaan aktiivisten oppimisympäristöjen tarjoaminen, jossa oppilaat voivat tutkia ja rakentaa omaa matemaattista tietämystään. (Malmivuori 2001, 3.) Ei riitä, että vain muutamat huiput osaavat matematiikkaa. Kestävä kivijalka matematiikan elinikäiselle oppimiselle luodaan jo varhaiskasvatuksessa.

Vuoden 1994 opetussuunnitelmauudistuksen perustana on pyrkimys aikaisempaa yksilöllisempään ja oppimisen laatua korostavaan opetukseen. Tämä tarkoittaa sitä, että oppilaat olisi entistä paremmin pystyttävä huomioimaan yksilöinä ja heille tulisi tarjota sellaisia oppimisympäristöjä, joissa kukin voisi opiskella omalta tasoltaan. Matematiikan opiskelussa tämä tarkoittaa ymmärtämiseen perustuvaa oppimista, jossa oppilaat keksivät opettajan ohjauksessa ne periaatteet, jotka määrittelevät säännön tai käsitteen. Tämän opetustavan periaatteena on, että kun asiat ymmärretään, niin niitä voidaan soveltaa ja käyttää hyvinkin yllättävissä tilanteissa. Opetuksessa ei voida enää tyytyä pelkkään tekniikkadrillaukseen.

Suomalaislapset aloittavat koulun seitsemänvuotiaina. Kouluun tullessaan lapset voivat olla kehitystasoltaan hyvinkin erilaisia. Tämän näkee esimerkiksi koulutulokkaiden ihmispiirustuksista, sillä osa lapsista piirtää hyvinkin täydellisiä ihmispiirustuksia, joillakin saattaa olla mittasuhteet hukassa ja jotkut piirtävät vain ympyrän, josta kädet ja jalat lähtevät. Tässä on haastetta opettajalle, sillä tällaisen luokan kanssa ei voi edetä samanaikaisopetuksen periaatteen mukaisesti. Opettajan on kyettävä eriyttämään.

Tapio Kerannon on tutkimustulokset 1970 -luvulla osoittivat, että suurin osa esikoululaisista (95 %) hallitsi ensimmäisen luokan syyslukukauden matematiikan oppimäärän luku- ja kirjoitusvaikeuksista huolimatta. Myös Marja Kallonen-Rönkkö on saanut 1980 -luvulla samansuuntaisia tuloksia. Kallonen-Rönkön mukaan suurimmalle osalle ensimmäisen luokan oppilaista alkaa tulla opittavaa asiaa vasta kevätlukukauden oppikirjassa. (Kallonen-Rönkkö 1997, 262.) Millainen oppimisväline matematiikan oppikirja on lapselle? Onko se se väline, joka otetaan esille joka ainoa matematiikan tunti ja jonka mukaisesti edetään ja tehdään tehtäviä vai käytetäänkö matematiikan oppikirjaa oppimisen tukena? Millaista matematiikan opetus alkuopetuksessa oikein on? Onko matematiikka laskemista?

Matematiikan oppimisen perustaa rakennetaan alkuopetuksessa. Lapsille muodostuvat käsitykset itsestä matematiikan oppijoina jo koulun alussa. Näiden käsitysten ja matematiikan opiskelun perustan rakentamisessa alkuopettajalla on haastava tehtävä. Ne uskomukset ja käsitykset, joita opettaja välittää lapselle saattavat vaikuttaa hyvinkin voimakkaasti lapsen matematiikkauskomusten muodostumiseen. Alkuopettajan suhtautuminen matematiikan oppikirjaan ja muihin oppimisvälineisiin luo lapselle kuvaa siitä, kuinka matematiikkaa tulee opettaa. Tämä kuva saattaa olla jopa niin voimakas, että kyseinen lapsi voi aikuisena - esimerkiksi toimiessaan opettajana - välittää vastaavia käsityksiä ja uskomuksia omalle luokalleen. Tämän vuoksi on erityisen tärkeää, että alkuopetuksessa toimivien opettajien matematiikkauskomuksia ja käsityksiä matematiikan oppimisesta, opettamisesta, oppimisvälineiden käytöstä tutkitaan. Tutkimuksen avulla saadaan tietoa opettajien matematiikkauskomuksista ja voidaan kehittää opettajankoulutukseen sellaisia menetelmiä, joiden avulla opettajat voisivat tukea juuri tätä tärkeää matematiikan oppimisen vaihetta, joka luo perustaa koko matematiikan opiskelulle. Matemaattiset käsitteet eivät ole staattisia kuten matematiikan oppikirjat antavat usein ymmärtää, vaan niiden oppimisessa tarvitaan luovuutta - tilaisuutta tutkia ja toimia.

## 1.1 Tutkimuksen tavoite

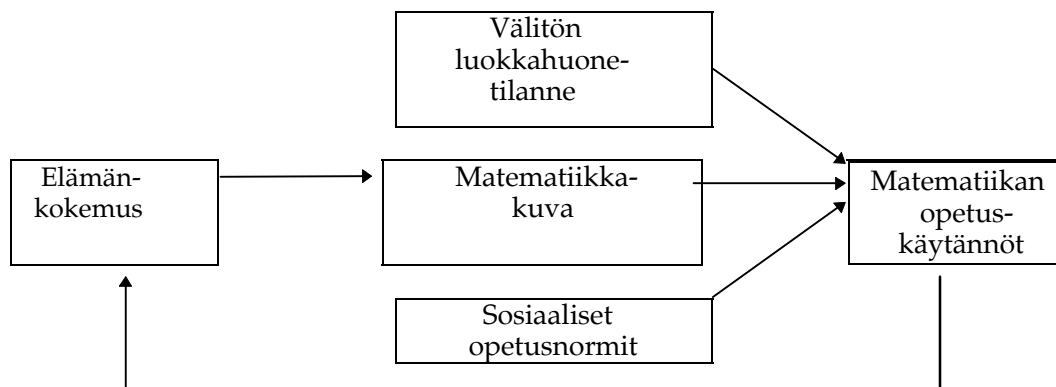
Väitöskirjatutkimukseni tavoitteena on selvittää alkuopettajien matematiikkauskomusten ja opetuskäytäntöjen välistä yhteyttä alkuopetuksessa ja erityisesti matematiikan oppikirjojen sekä opettajan oppaiden merkitystä opetuksen suunnittelussa ja opetuksessa. Yleisesti alkuopetuksella tarkoitetaan 1. ja 2. luokan opetusta peruskoulussa. Peruskoulun 1. ja 2. luokan oppilaat ovat iältään 6-9 vuotta - useimmat täyttävät koulun aloitusvuonna 7 vuotta.

Rajaan tutkimukseni koskemaan ensimmäisen ja toisen luokan opetusta, koska ensimmäiset kouluvuodet ovat tärkeä vaihe lapsen elämässä: silloin tuetaan, vahvistetaan ja kehitetään varhaiskasvatuksessa saatua taito- ja tietopohjaa sekä oppimisasenteita. Oppimiskokemukset vaikuttavat lapsen käsityksiin koulusta ja koulunkäynnistä sekä itsestä oppijana. Erityisesti myönteisillä oppimiskokemuksilla on vahvistava vaikutus. Myös Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa (1994, 40; Peruskoulun opetuksen opas: Alkuopetus 1988, 3.) koros-

tetaan, että alkuopetuksessa on keskeistä, että lapsi oppii luottamaan itseensä ja omiin kykyihinsä. Tämä on tärkeä tavoite myös matematiikan oppimisen näkökulmasta tarkasteltuna, sillä käsitykset matematiikasta ja matematiikan opiskelusta vakiintuvat alkuopetuksen aikana. Erityisesti alkuopettajat voivat vaikuttaa merkittävästi lasten oppimisasenteiden muovautumiseen. Opettajat oppimisympäristöjen suunnittelijoina - opetettavan oppiaineen asiantuntijoina - vaikuttavat hyvin ratkaisevasti siihen, millaisena lapset kokevat esimerkiksi matematiikan opiskelun. Onko matematiikan opiskelu pelkästään laskemista, vai luovaa onko se toimintaa, ajattelua, suunnittelua, ympäröivän yhteiskunnan vaatimusten huomioonottamista? Kuinka hallitseva asema matematiikan oppikirjalla on?

Tutkimusten mukaan matematiikan oppikirjoissa elää edelleenkin traditionaalinen matematiikan opetuksen perinne (vrt. Perkkilä 1999, Kupari 1993): oppitunnin alussa esitetään uusi asia, jota lopputunti sitten harjoitellaan hiljaisesti laskemalla oppikirjojen tehtäviä. Oikeat tulokset tarkistetaan tarkistuspiisteissä olevista tuloskirjoista - siihen ajatteluun, miten eri tavoilla tehtävät voidaan ratkaista, ei tässä perinteisessä matematiikan opetuksessa kiinnitetä kovinkaan paljon huomiota. Oikea tulos on ratkaisutapoja tärkeämpi. Hakkarainen ja Puupponen (1997) ovat kiinnittäneet huomiota tällaiseen oikean tiedon ja sääntöjen noudattamiseen. Heidän (1997, 13) mukaansa perinteisesti koulussa ja myös päiväkodissa on painotettu ja painotetaan oikean tiedon oppimista ja sääntöjen noudattamista. Lapset uskaltavat vastaamaan ja tekemään vasta sitten, kun ovat varmoja oikeasta suorituksesta. Tällä tavalla lasten ajattelusta tulee useimmiten kahlittua ja siinä saattaa olla pyrkimyksiä valmiiden, aikuisilta saatujen ajattelukaavojen käyttöön. Kun lapset kohtaavat vaikeuksia, he odottavat aikuisilta selkeitä ohjeita ja valmiita suorituskaavoja. Esimerkiksi matematiikan kohdalla tämä tarkoittaa lähinnä traditionaalista näkemystä matematiikasta, toisin sanoen matematiikka ymmärretään valmiiden toimintamallien ja laskukaavojen käyttämisenä. Oppimistilanteissa on sallittava myös virheiden tekeminen, sillä virheet voivat toimia tehokkaina oppimisen lähteinä. On keskeistä, että aikuinen - tässä alkuopettaja - osaa purkaa oikeiden vastausten paineet ja kannustaa lasta itsenäiseen kokeilemiseen virheiden tekemisestä huolimatta. (Hakkarainen & Puupponen 1997, 13-14.) Lasten tekemät virheet voivat olla sekä opettajan oppilasarviointin lähteinä että lähtökohtana oppilaan matemaattisen tiedon rakentamisessa (Furinghetti 1998, 21). Näin virheiden tekemisellä on oma merkityksensä oppimis-opetus prosessissa ja aikuisen - tässä opettajan - on oltava se henkilö, joka jaksaa kuunnella ja lukea lasta.

Tutkimukseni eräänlaisena tiennäyttäjänä on Raymondin (1997, 551) oman tutkimuksensa pohjana käyttämä oppituntimalli matematiikkauskomusten ja opetuskäytäntöjen välillä (kuvio 1.1). Hän on käyttänyt tätä mallia tutkiessaan aloittavien peruskoulun opettajien uskomusten ja matematiikan opetuskäytäntöjen välisiä yhteyksiä opetus/oppimistilanteessa. Olen korvannut kuviossa 1.1 Raymondin mallin (1997, 551) ensimmäiset koulukokemukset elämäkokemuksilla.



KUVIO 1.1 Matematiikkakuvan ja opetuskäytäntöjen välinen yhteys

Perustelen ensimmäisten koulukokemusten korvaamista elämänkokemuksella sillä, että tämän tutkimuksen kohteena ovat alkuopettajat, joilla saattaa olla hyvin pitkä työhistoria. Opettaja tuo luokkaan kaikki ne kokemukset ja käsitykset, jotka hän on elämänsä aikana saanut esimerkiksi matematiikasta, matematiikan opettamisesta, oppimisesta ja opetuskäytännöistä. Tähän kuuluvat niin ensimmäiset koulukokemukset sekä oppilaana olosta että ensimmäisistä opettajista, opiskelukokemukset opettajankoulutuslaitoksessa kuin ensimmäiset opetuskokemuksetkin. Samalla tähän kuuluvat kaikki ne merkitykset, jotka ihminen on kokenut matematiikasta elämässä yleensä. Kaikki tämä muovaa matematiikkakuvaamme - uskomuksia matematiikan opettamisesta ja oppimisesta, matematiikan luonteesta ja itsestä matematiikan parissa (vrt. Ernest 1989, Pehkonen 1999).

Opettajan matematiikkakuva on keskeisessä asemassa tarkasteltaessa opetuskäytäntöjä. Kuitenkin on tiedostettava, että opetuskäytäntöihin vaikuttavat myös muut seikat kuin pelkkä matematiikkakuva. Välittömänä vaikuttajana on luokkahuonetilanne: oppilaat, käsiteltävä matematiikan oppiaine, aikarajat (esimerkiksi yhden oppitunnin pituus 45 minuuttia), arviointi jne. Toisaalta opetuskäytäntöihin vaikuttavat myös erilaiset sosiaaliset rajoitukset, kuten oppilaiden vanhempien odotukset ja käsitykset opetuksen luonteesta, opetussuunnitelma, työyhteisö, koulun varustetaso ja asema. Olen ymmärtänyt Raymondin mallin niin, että opettajan matematiikkakuva on vain yksi tekijä, joka vaikuttaa opetuskäytäntöihin, mutta jonka vaikutus saattaa heiketä tai olla ristiriitainen muiden tekijöiden vaikutuksesta. Tätä mallia tukevat Thompsonin (1984), Brownin (1985) sekä Cooney'n (1985) tutkimukset, joissa he ovat näyttäneet, että opettajien käsitykset matematiikan opettamisesta ja oppimisesta eivät ole suoranaissessa syy-seuraus -suhteessa opetuskäytäntöjen kanssa. He pitävät tätä suhdetta monimutkaisena alueena, johon liittyy monia opettajan työhön yhteydessä olevia sosiaalisia taustatekijöitä rajoituksineen ja mahdolluuksineen. Tällaisia ovat esimerkiksi niin oppilaiden, vanhempien, opettajatoverien kuin hallintohenkilöstönkin arvot, odotukset ja uskomukset. Lisäksi siihen vaikuttavat opetussuunnitelma, arviointikäytännöt sekä vallalla olevat oppimiskäsitykset ja -arvot. Kaiken kaikkiaan sekä koulua ympäröivän yhteisön että kouluyhteisön yhteiset arvot, uskomukset, käsitykset, normit ja roolit ohjaavat

ja säätelevät usein tiedostamattomalla tavalla koulun arkipäivää ja toimintaa (Kohonen & Kujansivu 1997, 23). Edellä luetelluilla tekijöillä on vaikutus opettajan toimintaan luokkahuonetilanteessa ja se, mitä opettaja uskoo, ei välttämättä toteudu opetustilanteessa (vrt. Kupari 1999). Ernestin (1989, 252-253) mukaan ympäristöstä tulevien sosiaalisten tekijöiden paine on niin voimakas, että vaikka saman koulun opettajilla olisikin erilaisia uskomuksia matematiikasta ja sen opettamisesta, niin heidän on usein huomattu omaksuneen samantyyppisiä opetuskäytäntöjä.

Opettajat oppivat siis elämään vuorovaikutuksessa ympäristön kanssa, vaikkakin jotkut kokemukset saattavat olla ristiriitaisia heidän omien uskomustensa ja opetuskäytäntöjensä kanssa. Esimerkiksi nuori, vasta opettaja työssä aloittanut opettaja saattaa vastoin omia uskomuksiaan omaksua työyhteisön opetuskäytäntöjä, koska työyhteisön vaikutus on niin suuri. Opettajan työn itsenäisyyteen vaikuttavat siis kaiken kaikkiaan hänen uskomuksensa, sosiaalinen yhteisö, opettajan ajattelutaso, opettavan aineen tuntemus sekä oppilaan tuntemus.

Opettajan uskomukset matematiikkaa kohtaan ja aineen hallinta voivat vaikuttaa siihen esimerkiksi, miten opettaja suhtautuu käytössä oleviin matematiikan oppikirjoihin. Hän voi valita oppikirjoja esimerkiksi yhteisten päätösten perusteella, jolloin valinnan kriteeriksi voi nousta oppikirjan käytön helppous tai se uskomus, että saman oppikirjasarjan käyttö eri luokka-asteilla antaa oppilaille samantyyppiset valmiudet. Tällä tavalla sosiaaliset taustatekijät saattavat olla opettajan itsenäisen toiminnan ja valinnanvapauden rajoittavina tekijöinä. Kuitenkin rohkeus toteuttaa omia uskomuksiaan ja erityisesti itsearviointi ovat avainasemassa tarkasteltaessa opetuksen itsenäisyyttä. (vrt. Ernest 1989, 249-254.) Kiinnostus alkuopettajien uskomuksiin matematiikan opettamisesta ja oppimisesta sekä erityisesti se, millainen asema käytettävällä oppikirjalla on heidän työhönsä, on noussut oman työhistoriani sekä lisensiaatintutkimukseni pohjalta. Käsittelen tarkemmin omaa työhistoriaani sekä lisensiaatintutkimustani seuraavissa luvuissa. Matematiikkaa tarvitaan kaikkialla, joten matematiikan osaamisen kehittäminen on hyvin keskeinen tavoite.

## 1.2 Tutkimustausta

Tämän tutkimuksen taustalla vaikuttaa työhistoriani, sillä suurin osa luokanopettajakokemuksestani on peräisin alkuopetuksesta, sekä lisensiaatintutkimukseni 'Kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjan didaktinen analyysi' (1998). Lisensiaatintutkimukseni jätti monia avoimia kysymyksiä siitä, mikä on matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa ja miten alkuopetuksen matematiikan opetusta toteutetaan.

### 1.2.1 Opettajasta tutkijaksi

Olen pitkän tien kulkija. Valmistuin Oulun yliopistosta luonnontieteen kandidaatiksi 1980 -luvun alussa pääaineena matematiikka. Valmistumiseni jälkeen

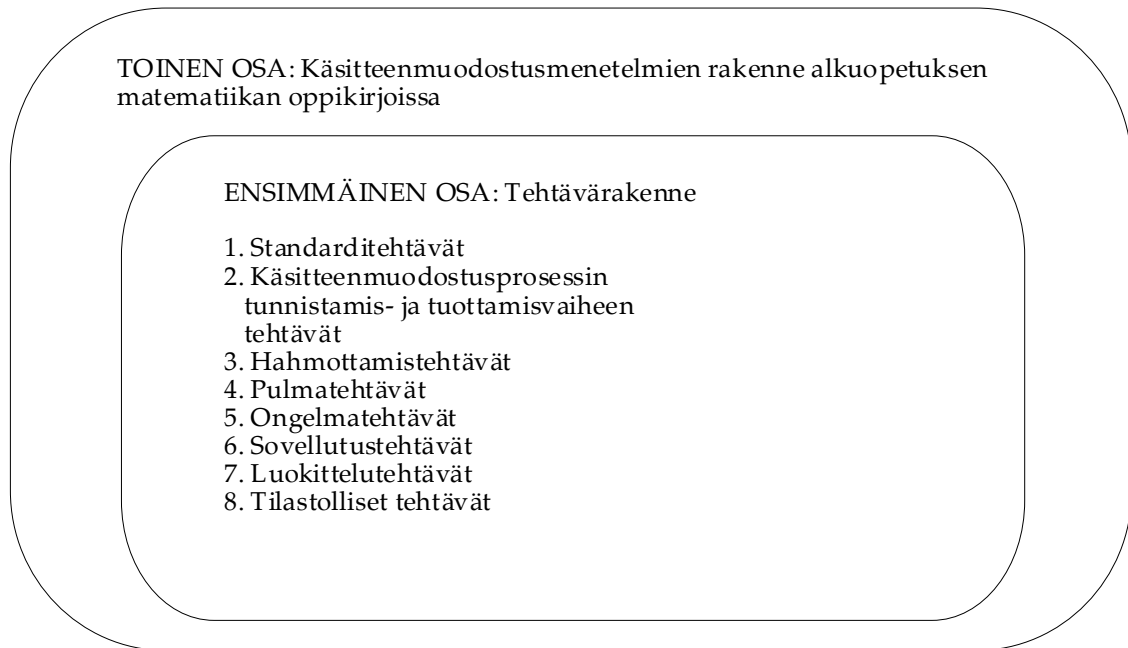
toimin matematiikan opettajana lukiossa, yläasteella sekä käsi- ja taideteollisuusoppilaitoksessa. Tällä tavalla sain tutustua siihen, millaista matematiikan opetus on eri kouluasteilla. Opettajana tunsin usein yksinäisyyttä opetuksen suunnittelussa. Olisin halunnut integroida matematiikkaa muihin oppiaineisiin ja saada näin laajoja opintokokonaisuuksia. Ainejakoisessa järjestelmässä tämä kuitenkin tuntui olevan ylivoimaisen vaikeaa. Osasyynä oli sekä aikapula että opettajien välisen yhteistyön puute. Vähitellen päätin hakeutua luokanopettajakoulutukseen. Valmistuttuani luokanopettajaksi sain opettajan paikan alkuopetuksessa, jonka koin melkoiseksi haasteeksi, koska olin toiminut opetus-tehtävissä yläaste- ja lukioikäisten parissa. Vähitellen minulle alkoi selvitä, kuinka vaikea alue alkuopetus opettajalle on. Opettajana minun on tiedostettava lasten hyvinkin erilainen kehitystaso ja myös se, että asioiden oppimista ei voi kiirehtiä - oppimiselle on annettava aikaa jokaisen kehitystason mukaisesti. Lapset on otettava huomioon yksilöinä. Matematiikka kuului ja kuuluu lempiaineisiin opetuksessa.

Aikaisemmin opettaessani yläasteella syylistyin ajattelemaan, että tätä ja tätä ei ole osattu opettaa ala-asteella, mutta siirryttyäni alkuopetukseen huomasin todella, mitä luokanopettajan työ on. Luokanopettaja opettaa pahimmillaan noin kymmentä oppiainetta, eivätkä kaikki oppiaineet luonnollisesti kuulu hänen lempiaineisiinsa. Huomasin myös, kuinka suuren haasteen edessä alkuopettaja on esimerkiksi matematiikan opetuksen suhteen. Opettajan on tiedostettava lapsen kehitystaso ja osattava rakentaa sellaisia oppimisympäristöjä, että lapsen on mahdollista opiskella asioita oman kehitystasonsa mukaisesti. Alkuopetuksessa vahvistetaan sitä matemaattista perustaa, jonka lapsi on siihen mennessä saavuttanut, ja luodaan perustaa tuleville matematiikan opinnoille. Oppimiskokemukset saattavat kulkea mukanaamme koko elämämme ajan. Näin alkuopetuksen matematiikan opetuksella kuten myös muidenkin oppiaineiden opetuksella on hyvin merkittävä vaikutus lapsen tulevaisuutta ajatellen. Näitä ajatuksia mielessä pitäen kiinnostuin siitä, millaista matematiikkaa alkuopetuksessa todella opetetaan ja millaista alkuopetuksen matematiikan tulisi olla.

### **1.2.2 Kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjan didaktinen analyysi**

Lisensiaatintutkimukseni on teoreettinen tutkimus kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjan tehtävärakenteesta sekä siitä, millaiseen matematiikan oppimiseen ja opetukseen oppikirjat ohjaavat oppilasta ja opettajaa. Tarkastelin tutkimuksessa mukana olevien oppikirjojen rakennetta uuden oppimiskäsityksen näkökulmasta - erityisesti pyrin vertaamaan oppikirjojen käsitteenmuodostusrakennetta Haapasalon (1994, 201) esittämän systemaattisen konstruktivismin mukaiseen käsitteenmuodostusprosessiin. Tutkimusmenetelmänä käytin didaktista analyysia, joka jakautui kahteen osaan: tehtävärakenteen tutkimiseen sisällönanalyysin avulla sekä käsitteenmuodostusrakenteen tutkimiseen Haapasalon käsitteenmuodostusprosessin avulla (kuvio 1.2).





KUVIO 1.2 Lisensiaatintutkimuksen didaktisen analyysin rakentuminen (Perkkilä 1999, 57)

Tutkimuksessa didaktisen analyysin ensimmäisen osan eli tehtävärakenteen tutkiminen painottui jonkin verran enemmän kuin didaktisen analyysin toisen osan eli käsitteenmuodostusmenetelmien rakenteen tutkiminen alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa. Tehtävien rakenteen sisällönanalyysin mukaan mekaaniset tehtävät olivat tutkituissa oppikirjoissa yleisimpänä tehtävyyppinä sekä ennen että jälkeen opetussuunnitelmauudistuksen (1994) ensimmäisellä ja toisella luokalla. Selvimmät muutokset opetussuunnitelmauudistuksen (1994) jälkeen ilmenivät toisen kirjasarjan toisen luokan tehtävärakenteen osalta erityisesti syventävien tehtävien monipuolistumisena.

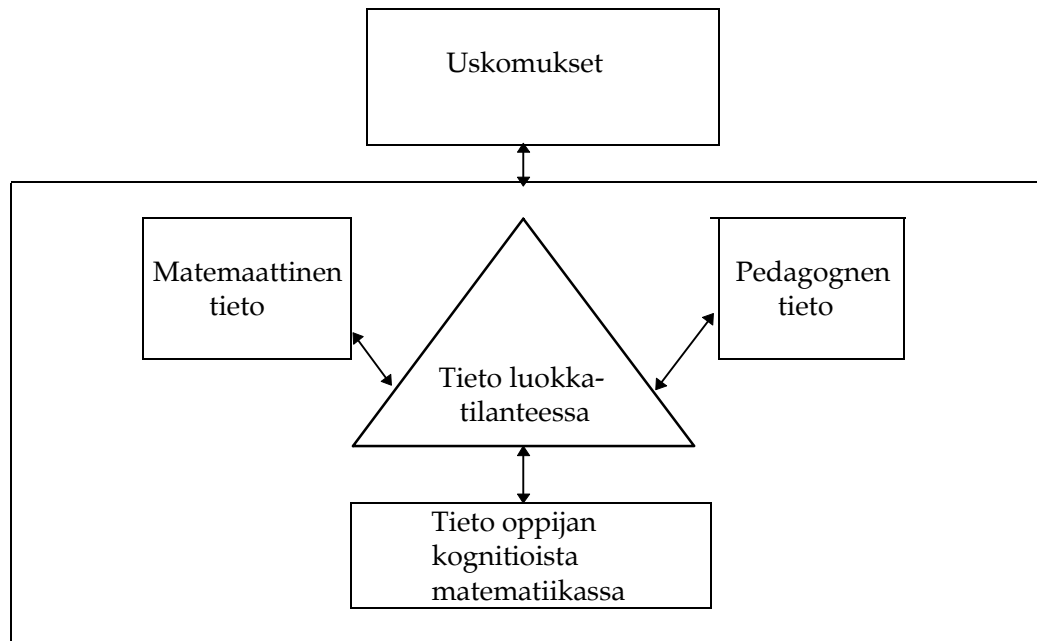
Käsitteenmuodostuksen osalta tutkimuksessa tuli selvästi esille, että analysoiduissa oppikirjoissa erityisesti ensimmäisen luokan kohdalla mekaaninen drillausmetodi on hallitsevaa matemaattiseen käsitteenmuodostukseen johdattamisessa. Tutkimuksesta ilmeni selvästi, että oppikirjojen tehtävärakenne suosii perinteistä matematiikan opetusta, jossa hiljaisen laskemisen osuus on suuri. Kuitenkaan rakenteen perusteella ei saada selville sitä, miten matematiikkaa todella opetetaan ensimmäisellä ja toisella luokalla. Tässä mielessä lisäselvitykset siitä, miten matematiikan opetus toteutuu alkuopetuksessa eli millainen yhteys on alkuopettajien matematiikkauskomuksilla ja matematiikan opetuskäytänteillä, sekä mikä merkitys matematiikan oppikirjoilla ja opettajan oppailla on alkuopetuksen matematiikan opetuksen suunnittelussa ja toteutuksessa, ovat paikallaan.

### 1.3 Tutkimusraportin rakenteesta

Tutkimukseni teoriaosa rakentuu luvuissa 2-4. Luvussa 4 on esillä matematiikkakuvan rakentuminen, jonka perustana on ihmisen koko elämäkokemus, eli

se, millaisen merkityksen matematiikka on hänen elämässään saanut. Matematiikkakuvan rakentumiseen kuuluvat asenteet, käsitykset ja uskomukset. Tämän tutkimuksen tavoitteena on kuvata, millaisia uskomuksia alkuopettajilla on matematiikkaa, matematiikan oppimista, opettamista sekä opetuskäytäntöjä kohtaan, miten nämä uskomukset vaikuttavat luokkatilanteessa ja millainen merkitys alkuopettajille on matematiikan oppikirjalla ja opettajan oppaalla. Kokonaisuutena tämä tarkoittaa opettajan subjektiivisen tiedon tutkimista opetus - oppimistilanteessa. Yksilön subjektiivinen tieto eroaa yleisestä tiedosta siinä, että subjektiiviseen tietoon luetaan kuuluvaksi myös yksilön uskomukset (Furinghetti 1998, 16). Opettajan tieto matematiikasta, matematiikan opettamisesta ja oppimisesta sekä opetuskäytännöistä on opettajan subjektiivista tietoa, johon kuuluvat yleisen tiedon lisäksi myös uskomukset. Tässä tutkimuksessa uskomukset ovat välineitä, joiden kartoittamisen kautta voin tarkastella, miten opettaja käyttää luokkatilanteessa omien uskomustensa suodattamana yleisesti hyväksyttyä tietoa.

Fenneman ja Franken (1992, 161) mukaan tieto matematiikan opettamisesta sisältää niin pedagogisen tiedon yhtä hyvin kuin matemaattisten käsitteiden ymmärtämisen, erilaisten matematiikan osa-alueiden välisten yhteyksien tietämisen, taidon tulkita kyseistä tietoa opetuksen, osaamisen ja oppilaiden ajattelun ymmärtämisen näkökulmasta sekä taidon arvioida oppilaiden osaamista opetuksellisten ratkaisujen näkökulmasta. Fennema ja Franke (1992, 162) ovat esittäneet opettajan tiedon tutkimusmallin, joka on esitetty seuraavan sivun kuviossa 1.3. Tutkijat ovat kuvanneet mallissa opettajan tietoon vaikuttavia komponentteja luokkatilanteessa. Tämä malli sopii hyvin tutkimukseni teoriaosan ajattelun etenemiseen, koska tässä tutkimuksessa selvitetään opettajan uskomuksia luokkatilanteessa. Mallissa on otettu huomioon opettajan tieto matematiikan sisällöstä, tieto pedagogiikasta, tieto oppilaan kognitioista sekä opettajan uskomukset. Matematiikan sisältötiedolla tarkoitetaan mallissa opettajan tietoa käsitteistä, proseduureista ja ongelmanratkaisuprosesseista siinä yhteydessä, jossa niitä opetetaan. Tähän sisältötietoon kuuluu siis tieto käsiteltävänä olevien proseduurien käsitteistä, tieto näiden käsitteiden välisistä suhteista sekä tieto siitä, kuinka näitä käsitteitä ja proseduureja käytetään erilaisissa ongelmanratkaisutilanteissa. Opettajan sisältötiedon kannalta on ratkaisevaa, että opettaja tietää tiedon järjestäytymistavan, mikä taas ilmaisee opettajan tietämystä matemaattisten ideoiden välisistä suhteista - esimerkiksi tiedon ja ymmärryksen siitä, kuinka tätä tietoa käytetään ja kuinka sitä syvennetään opiskelun jatkuessa. Pedagoginen tieto käsittää opettajan tiedon opetukseen liittyvistä toimintatavoista kuten tehokkaista suunnittelustrategioista, luokkahuonerutiineista, käyttäytymisestä, luokkahuoneen organisaatiomalleista ja motivaatiotekniikoista. Oppijan kognitiot sisältävät tiedon siitä, kuinka oppilaat ajattelevat ja oppivat ja erityisesti, miten oppilaat ajattelevat ja oppivat matematiikan eri osa-alueilla. Tähän kuuluu tieto siitä, miten oppilaat hankkivat käsiteltävänä olevaa matemaattista tietoa kuin myös oppilaiden käyttämien ajatusprosessien, vaikeuksien ja onnistumisten ymmärtäminen. (Fennema & Franke 1992, 162.)



KUVIO1.3 Fenneman ja Franken (1992, 162) malli opettajan tiedolle

Kuviossa 1.3 keskellä oleva kolmio kuvaa luokkatilanteeseen liittyvää tietoa. Luokkatilanteen rakenne määrittää sen, millä tavalla tieto ja uskomukset tulevat esiin (vrt. Raymondin malli s. 12).

Luvussa kaksi tarkastelen alkuopetuksen matematiikkaa oppiaineena alkuopetuksessa. Tämä luku käsittelee lasta matematiikan oppijana ja matematiikan moniulotteisuutta. Luvussa 3 pohdin matematiikan oppikirjan merkitystä alkuopetuksessa. Fenneman ja Franken mallin mukaan kuvaan luvussa 4 uskomusten ja uskomusjärjestelmien ominaisuuksia sekä matematiikkakuvan rakentumista. Luvun lopussa käsittelem matematiikkakuvan merkitystä opetuksen, oppimisen sekä opetuskäytäntöjen näkökulmasta ja viimeiseksi esittelen myös matematiikkakuvaan liittyviä tutkimuksia. Tästä tutkimus etenee seuraavissa luvuissa tutkimuksen toteuttamisen kautta tuloksiin ja näistä edelleen koko tutkimuksen kokoavaan tarkasteluun.

## 2 MATEMATIIKKA OPPIAINEENA ALKUOPETUKSESSA

Matematiikka on alkuopetuksessa vain yksi opetettavista aineista, sillä alkuopettajalla on opetettavanaan myös muita oppiaineita: äidinkieltä, liikuntaa, musiikkia, ympäristö- ja luonnontietoa, kuvaamataitoa, uskontoa sekä käsityötä. Lisäksi tietotekniikan tulee olla integroituna luontevasti muiden oppiaineiden opetukseen. Varsinaisesti alkuopettajan tulee kyetä opettamaan matematiikan lisäksi seitsemää muuta oppiainetta. Alkuopetuksessa opetetaan matematiikkaa vähintään kolme tuntia viikossa. Koulujen on mahdollista käyttää tunti-kehystä niin, että ne voivat jakaa jonkin opetettavan oppiaineen isoja opetusryhmiä kahtia, jolloin ryhmäkokoja saadaan pienemmäksi. Ryhmät tulevat kyseisen oppiaineen opetukseen eri aikaa, esimerkiksi toinen ryhmä aamulla tuntia aikaisemmin ja vastaavasti myöhemmin tulevalla ryhmällä on tunti pidempään koulua.

Joskus olen kuullut sanottavan, että alkuopetuksen tehtävänä on lukemisen, laskemisen ja kirjoittamisen opettaminen. Mielestäni alkuopetuksen tehtävänä on tukea lapsen kokonaisvaltaista kasvua niin, että hän oppii luottamaan omiin kykyihinsä siten, että uskaltaa osallistua, keskustella ja suhtautua kriittisestikin asioihin silloin, kun on aiheellista. Kaiken kaikkiaan alkuopetuksen tehtävänä on tukea oppilaan kasvua niin, että hänestä kasvaisi tasapainoinen yksilö. Näiden yleisten tavoitteiden sisälle rakentuvat oppiainekohtaiset tavoitteet, kuten esimerkiksi matematiikan tavoitteet. Jotta opettaja voi suunnitella opetustaan sekä opettaa, hänen tulee tietää, miten lapset oppivat. Tämän vuoksi oppimisteorioiden tuntemus on ensiarvoisen tärkeää oppiaineen tuntemuksen ohella. Kaiken kaikkiaan opettaja tarvitsee opetuksen kokonaisvaltaista suunnittelua sekä opetusta varten niin pedagogista tietoa, opetettavan aineen sisältötietoa kuin myös tietoa oppijan kognitioista (vrt. Fennema & Franke 1992). Käsittelen näitä asioita seuraavissa luvuissa.

## 2.1 Oppimiskäsitysten kehitysvaiheita koulumatematiikan opetuksessa ja oppimisessa

Tarkasteltaessa alkuopetuksen kehitysvaiheita on hyvä ottaa huomioon oppimiskäsitysten kehitysvaiheiden merkitys koulumatematiikassa. Oppimisen tutkimus on jatkuvan mielenkiinnon kohteena - halutaan todella tietää, miten ja millä tavalla ihminen oppii. Yleisesti oppimiskäsityksellä tarkoitetaan selitystä tai teoriaa siitä, mitä oppiminen todella on ja millaisia periaatteita siihen liittyy (Berry & Sahlberg 1995, 18). Kroll (1989, 200) on esittänyt oppimisteorioiden ja ala-asteen matematiikan oppimääräsuunnitelmien välisen yhteyden jakamalla matematiikan opetuksessa näkyneet kehityslinjat kolmeen jaksoon: drillin ja harjoituksen vaiheeseen (1920-1930), ymmärrettävän aritmetiikan aikakauteen (noin 1930-1950 -luku) sekä uuden matematiikan aikakauteen (noin 1960-1970 -luku). Hän (1989) on liittänyt jokaiseen aikakauteen kullakin aikajaksolla vallinneen psykologisen teorian. Leder ja Gunstone (1990) ovat artikkelissaan 'Perspectives on Mathematics Learning' lisänneet vielä neljännen vaiheen matematiikan oppimiskäsitysten kehitykseen. Tämä vaihe on 1980-luvulta asti vaikuttanut konstruktivismiin aikakausi. Nämä matematiikan oppimisteorioiden kehitysvaiheet ja vallitsevat psykologiset suuntaukset on esitetty taulukossa 2.1. Lindgren (1990, 35) on esittänyt tämän taulukon väitöskirjatutkimuksensa kolmivaiheisena. Kupari (1991, 34) on esittänyt väitöskirjassaan taulukon Lederin ja Gunstonen artikkelin (1990) pohjalta nelivaiheisena.

TAULUKKO 2.1 Matematiikan oppimiskäsitysten kehitysvaiheita (Kroll 1989; Lindgren 1990; Rauste-von Wright 1994, Kupari 1999)

Kehitysvaihe	Pääedustajat	Keskeinen tavoite	Tavoitteen saavuttaminen
Drilli ja harjoitus: 1920-1930	Thorndike	Laskennallinen sujuvuus	Prosessin jakaminen osakomponentteihin, ulkooppiminen
Ymmärrettävä, mielekäs aritmetiikka: 1930 - 1950	Brownell (hahmo- psykologia)	Matemaattisten ideoiden ja periaat- teiden ymmärtämi- nen	Satunnaisesti assosi- oiva oppiminen, toiminnallisuus, matemaattisten suh- teiden ja yleistysten painottaminen
Hierarkkinen oppimi- nen, uusi matema- tiikka: 1960 - 1970	Bruner, Gagne	Tiedon esitysmuo- dot, oppiaineen rakenne ja oppimi- sen hierarkkisuus	Matematiikan raken- teiden opiskelu, kek- sivä oppiminen, spiraaliperiaatteen soveltaminen opetus- suunnitelmaan
Uusi oppimiskäsitys, luova matematiikka: 1980-	Piaget, Wittrock, von Glasersfeld	Oppijan aktiivisuus tiedon konstruoija- na, aikaisemman tiedon ja kokemuk- sen merkitys	Oppilaiden ajattelun ja toiminnan tark- kailu käsitteiden op- piminen, ongelma- keskeinen opetus

### 2.1.1 Behavioristinen oppimiskäsitys

Behavioristinen oppimiskäsitys pohjautuu objektiiviseen ja empiristiseen ajatteluun (vrt. Rauste & von Wright 1994, 105, 111-112). Tässä oppimiskäsityksessä painottuu Locken 1600-luvulla esittämä käsitys oppijasta tyhjänä tauluna (tabula rasa), johon kokemukset piirtävät jälkiä. Erityisesti tässä käsityksessä tulee esille oppimisen ulkoinen luonne. Tieto on jotain valmista ja muuttumattomaa, joka jaetaan sopivan kokosiin osiin ja siirretään sellaisenaan opiskelijan päähän. (Tynjälä 1999, 29-30.) Behavioristisessa oppimisprosessissa opettajan tehtävänä on oppiaineen esittäminen opetussuunnitelman määräämällä tavalla osoitettuna ja ajoitettuna. Opettajan tulee huolehtia siitä, että oppiaineen esittäminen johtaa oppilaissa kulloinkin tavoitteen edellyttämiin reaktioihin. Opettaja siis ohjaa ja hallitsee oppimisprosessia, jossa oppilas on opettajan toiminnan kohde. Opetuksen katsotaan onnistuneen silloin, kun oppilas tuottaa oikeat, etukäteen ulkoapäin määritellyt suoritteet. (Rauste & von Wright 1994, 152.) Tynjälän (1999) mukaan opetus järjestetään pedagogisesti seuraavien vaiheiden mukaisesti:

1. Asetetaan selkeät, konkreettiset, mitattavissa olevat käyttäytymistavoitteet.
2. Jaetaan oppimateriaali osakomponentteihin.
3. Määritetään sopivat käyttäytymisen vahvistajat, esimerkiksi pienillä koulu-  
laisilla leimat, tarrat tai muut merkit hyvin suoritetusta työstä.
4. Opetus toteutetaan edeten vaihe vaiheelta oikeita suorituksia palkiten.
5. Arvioidaan tulokset ja jos oikeita tavoitteita ei ole saavutettu, kerrataan aikaisempia sisältöjä.

Matematiikan opettamiseen liittyvät hyvin pitkät perinteiset behavioristiseen oppimiskäsitykseen liittyvät mallit. Erityisesti Edward Thorndiken, jota pidetään matematiikan opetuksen psykologian 'perustajana' (Leder & Gunstone 1990, 109), teoria noudattaa yllä mainittuja Tynjälän (1999) luettelemia pedagogisia behavioristisen opetuksen vaiheita. Thorndike kehitti teorioitaan ihmisen oppimisesta kissoille tehtyjen eläinkokeiden avulla. Tarkkaillessaan kissojen pakoyrityksiä rajatulta alueelta hän päätyi siihen, että oppiminen on "kytkentöjen" (bonds) muodostumista ärsykkeiden ja reaktioiden välille. Näitä lakeja Thorndike on määritellyt kirjassaan "The Psychology of Arithmetic" aritmetiikan oppimista koskevien periaatteiden yhteydessä seuraavasti:

*When the problem of teaching is regarded, as it should be in the light of present psychology, as a problem in the development of a hierarchy of intellectual habits, it becomes in large measure a problem of the choice of bonds to be formed and of discovery of the best order in which to form them and the best means of forming each in that order (Thorndike 1922, 70).*

Thorndiken mukaan opettajan on siis ensin määriteltävä tietyt kytkennät, jotka muodostavat aritmetiikan, ja tämän jälkeen huolehdittava, että oppilas saa riittävän määrän harjoitusta (drillausta) jokaisesta yksittäisestä kytkennästä. Palkitseva ja harjoiteltavia kytkentöjä vahvistava vaikutus saadaan aikaan mielen-

kiintoisilla, hauskoilla ja käytännönläheisillä matemaattisilla ongelmilla. (Resnick-Ford 1981, 15.) Myös Ivan Pavlov, John B. Watson ja B. F. Skinner olettivat ihmisen oppimisen ilmenevän samantapaisena kuin eläimillä ja perustivat tutkimuksensa ulkoisesti havaittaviin käyttäytymismalleihin. Näin johdetussa behavioristisessa teoriassa oppilas on opetuksen kohde eli objekti eikä aktiivinen toimija, subjekti. Jokaiselle oppitunnille on tyypillistä tarkka tuntuuennitelma sekä opittavan aineksen jakaminen sopiviin osiin. Oppilaasta tulee vähitellen passiivinen havaintojen ja faktojen käsittelijä. Tällainen empiristinen tiedonkäsitely on selkeä ja muistuttaa arkikäsitystä oppimisesta. Tämä käsitys on myös opettajan näkökulmasta katsottuna turvallinen ja johdonmukainen. Tässä näkökulmassa lähdetään siitä ajatuksesta, että eri yksilöiden oppimisen perusta on samanlainen. Tunnuksomaista tällaiselle oppimiskäsitykselle on, että opettaja on hallitsevassa asemassa ja oppilas saa tiedon valmiina. Matematiikan opetuksessa tällainen behavioristinen näkökulma saattaa olla vieläkin vallalla, koska matematiikka koetaan usein hyvin selkeärakenteiseksi ja johdonmukaiseksi, ja siinä tietyt perusasiat on opittava. (Rauste von Wright & von Wright 1994, 103 - 134.; Tynjälä 1999, 29-31.)

Thorndiken teorian vaikutukset ovat nähtävissä erityisesti tuon ajan matematiikan oppikirjoissa. Näille oppikirjoille oli tyypillistä, että matemaattiset prosessit pilkottiin pieniksi, toisistaan irrallisiksi palasiksi, jolloin oppilaille ei muodostunut kokonaiskuvaa opettavasta asiasta. Opettajat pyrkivät opetuksessaan noudattamaan totuttuja rutiineja, koska pelkäsivät, että totutuista rutiineista poikkeaminen aiheuttaisi vääriä kytkentöjä. Näin oppilaat olivat passiivinen, vastaanottava osapuoli, eivätkä he voineet esittää esimerkiksi omia ratkaisumalleja. (Kroll 1989, 201-202.)

Behavioristiseen oppimiskäsitykseen perustuvien oppimateriaalien tavoitemäärittelyissä painottui sisältö. Näin detaljitiedon lisääntyminen oppikirjoissa nousi kohtuuttomiin mittoihin. Oppimateriaalit noudattivat itseneuvovaa opetusjärjestelmää, joka toteutettiin useiden oppiaineiden kohdalla siten, että tutustuttuaan oppijakson tekstiin oppilaat suorittivat tehtävät ja kävivät tarkistuspisteissä tarkastamassa suorituksensa. (Nöjd 1991, 161.) Behavioristisessa mallissa oppiaines eteni huolellisesti

1. oppiaineen sisällöllisen luokittelun mukaan
  2. tiedollisten tavoitteiden hierarkian mukaan
  3. oppimisen psykologian antaman tiedon mukaan - esimerkiksi: milloin on hyvä suorittaa kertaus, miten asioita rinnastetaan toisiinsa, miten palaute annetaan, millaisina kokonaisuuksina tieto tarjotaan jne.
- (Nöjd 1991, 162.)

Suomalaiset oppikirjat saivat runsaasti vaikutteita behavioristisesta opettamisen mallista, sillä oppikirjojen tekstin oli vastattava kunkin ikäkauden luettavuustutkimusten mukaista sanastotasoa. Myös kuvituksen tuli olla havainnollista. Piirroskuvien ja monipuolista kuvan lukutaitoa vaativien värivalokuvien valinta noudatti kansainvälisten tutkimusten antamaa tietoa lasten havainnointikyvystä. (Nöjd 1991, 162.) Nykyisistä matematiikan oppikirjoista on löydettävissä behavioristisen oppimiskäsityksen piirteitä: oppiaines on pilkottu aukea-

ma/oppitunti -periaatteella, valmiit mallit ovat usein aukeaman yläosassa, tehtäväsarjat toistuvat samankaltaisina jne. Toisin sanoen oppikirjat houkuttelevat oppikirjasidonnaiseen opetusmalliin, jolloin oppitunnin alkuun kuuluu opetustuokio, jonka jälkeen oppilaat harjoittelevat uutta asiaa hiljaisesti laskien. Näin pyritään laskennalliseen sujuvuuteen. Matematiikan oppimisen apunäkätettyjen esimerkkien ja harjoitustehtävien runsas määrä ulottuu aina 1900 -luvun alkuun saakka. Huolimatta siitä, että ymmärtävän oppimisen painottaminen alkoi saada sijaa 1930 -luvulta lähtien, Thorndiken kehittämä behavioristinen teoria, assosiaatioteoria, ei unohtunut täysin: Robert Gagnén ja hänen kannattajiensa näkemyksissä erityisesti matematiikan opetuksesta teoria koki uudelleen heräämisen.

Gagnén teorioista ja hänen kannattajiensa näkemyksistä löytyy behavioristisia piirteitä. Gagnén mukaan esimerkiksi jokaisesta monimutkaisesta tehtävästä voidaan erottaa yksinkertaisia alemman tason elementtejä, jotka mahdollistavat sen, että oppiminen etenee hierarkkisesti ärsyke-reaktio -kytkennöistä käsitteiden ja sääntöjen oppimisen kautta kohti korkeamman asteen ongelmanratkaisua ja ajattelua. Tällä tavalla oppimishierarkioiden kautta voidaan nähdä opetuksen eri komponenttien oikea järjestys ja auttaa myös yksilöllistä matematiikan ohjausta. (Resnick-Ford 1981, 64.)

### 2.1.2 Ymmärrettävän aritmetiikan kausi

Ymmärrettävän aritmetiikan kauden syntymiseen vaikutti Saksasta levinnyt hahmopsykologia. Hahmopsykologiassa ja myös kognitiivisessa psykologiassa yksilö nähdään ymmärtävänä, ajattelevana ja ympäristöönsä jäsentävänä olentona, joka kykenee tekemään järkeviä hypoteeseja, päättelemään, noudattamaan sääntöjä, koodaamaan, tekemään intuitioita ja niin edelleen (Haapasalo 1994, 68). Hahmopsykologisen suuntauksen mukaan käsitteiden väliset suhteet hahmottuvat oppilaille. Ongelmaan voidaan löytää ratkaisu ainoastaan silloin, kun tietyn tilanteen yksittäisten osien suhde on kokonaisuuden kannalta selvä. Tästä johtuu, että opetuksessa ei tule käyttää yksittäisten taitojen drillausta ongelmien ratkaisemiseksi vaan ongelmaa tulee lähteä tarkastelemaan kokonaisuutena. Ongelma pyritään ratkaisemaan tarkastelemalla yhtä aikaa kaikkia mahdollisia siihen liittyviä osia. Näin hahmopsykologia toi mukanaan matematiikan opetukseen drillauksen ja ulkoaoppisen sijaan keksivän oppimisen, joka perustuu lapsen aktiivisuuteen. (Kroll 1989, 203-205.)

Ymmärtävän oppimisen aikakaudelle oli tunnusomaista aritmetiikan ymmärtämisen painottamisen ohella aritmetiikan opiskelun painottaminen nimenomaan sosiaalisen hyödyn takia, koska näin olisi mahdollista saada ratkaisukeinoja arkielämän ongelmien ratkaisua varten. Uskottiin jopa, että lapset voivat oppia satunnaisten kokemusten kautta kaiken tarvitsemansa matematiikan. William Brownell kuitenkin vastusti tällaista satunnaista matematiikan opiskelua, sillä satunnainen matematiikan opiskelu oli hänen mielestään liian epämääräistä ja hidasta. Satunnaisten kokemusten kautta opiskelemalla lapset oppivat irrallista ja mekaanista tietoa eivätkä osaa yhdistää näitä irrallisia palasia toisiinsa. William Brownell ja hänen kannattajansa hyväksyivät kokemusten merkityksen matematiikan opiskelussa, vaikka korostivat matematiikkaa kiin-



teänä, loogisena systeeminä. Heidän mukaansa matematiikan ymmärtäminen vaatii "systemaattista ymmärtämistä". (Kroll 1989, 203.)

William Brownell pyrki teoriassaan mielekkääseen, ymmärrettävään matematiikkaan. Brownell arvosteli drillausmenetelmää, koska hänen mielestään laskutaidon tulisi olla taito ajatella kvantitatiivisesti eikä vain taito vastata oikein annettuihin tehtäviin. Brownellin mukaan ihmisellä tulisi olla merkitykset asioille eikä vain oikeita vastauksia. (Resnick-Ford 1981, 17-19.) Brownellin teoriassa on päällekkäisyyksiä Jerome Brunerin ja Robert Gagnén teorioiden kanssa, vaikka Gagnén työt liittyvät enemmän tehtävänälyysiin ja oppimishierarkioihin (Leder & Gunstone 1990, 110).

### 2.1.3 "Uuden matematiikan" kausi

Kylmän sodan aikakaudella 1950-luvun lopussa alkoi Yhdysvalloissa ankara arvostelu matematiikan kouluopetusta kohtaan. Tämän seurauksena uudistettiin koko matematiikan opetus perinpohjaisesti. Yksi tämän uudistuksen kehittäjistä oli Jerome Bruner, joka suositteli "uuden matematiikan" tavoitteiden saavuttamiseksi spiraaliperiaatetta oppisisältöjen ajoittamisessa eri luokka-asteille sekä keksivää oppimista (discovery learning). Bruner perusti omat näkemyksensä Jean Piaget'n teoriaan lapsen kehityskausista. Brunerin mukaan tieto voidaan esittää kolmella hierarkkisessa suhteessa toisiinsa olevalla tasolla: enaktiivisella, ikonisella sekä symbolisella tasolla. Tämä Brunerin tiedon jäsentämismalli oppimistapahtuman etenemisestä sopii erityisesti alkuopetuksen opetuksen etenemiseen. Työskentely alkaa toiminnallisella (enaktiivisella) tasolla, jolloin lapsi oppii työskentelemällä aktiivisesti konkreettien havaintovälineiden avulla. Vähitellen lapsi irtautuu konkreeteista havaintovälineistä ja siirtyy työskentelemään kuvallisella tasolla eli pyrkii hahmottamaan konkreetin tason tilanteen kuvan avulla. Näiden tasojen kautta lapsi voi siirtyä kolmannelle tasolle käsitteiden verbaaliseen tai symboliseen esitykseen. Brunerin malli siirtyi spiraaliperiaatteen muodossa opetussuunnitelmiin ja oppikirjoihin. Brunerin mukaan matematiikan tavoitteet tuli saavuttaa spiraaliperiaatteen avulla oppisisältöjen ajoittamisessa eri luokka-asteille sekä keksivän oppimisen avulla. (Bruner 1966, 10-14; Bruner 1960, 48-54.; Lindgren 1990, 40.) Brunerin mallissa on päinvastaisia piirteitä Locken 1600 -luvulla esittämälle käsitykselle oppijasta, sillä tässä mallissa oppijan vertauskuvaksi sopii hyvin piirrostaiteinen taulu, jossa uusien jälkien syntyä auttavat ja ohjaavat aikaisemmin tauluun piirretyt jäljet (Rauste & von Wright 1994, 122).

Spiraaliperiaate sai uuden matematiikan kauden oppikirjoissa hyvin keskeisen sijan - tosin ei aivan sillä tavalla kuin Bruner oli tarkoittanut. Bruner nimittäin halusi painottaa jo olemassa olevan tiedon syventämistä, sillä hänen mukaansa "Tieto on jo olemassa olevan tiedon tarkentamista". Jos jokin matematiikan käsite, esimerkiksi luvun, mitan tai todennäköisyyden käsite, arvioidaan ratkaisevan tärkeäksi tieteen harjoittamisen näkökulmasta, niin näiden käsitteiden opettaminen tulisi aloittaa niin varhain kuin mahdollista - lapsen tasolta. Näitä sisältöjä voitaisiin sitten myöhemmin kouluvuosina syventää entisestään. (Bruner 1960, 48, 53-54.; Lindgren 1990, 40.) Tästä voi päätellä, että Brunerin ymmärrys matematiikan opetussuunnitelmasta oli paljon syvällisem-

pi kuin se tapa, jolla uuden matematiikan tavoitteita vietiin eteenpäin opetus- suunnitelmissa ja oppikirjoissa. Hän halusi tuoda matematiikan opetukseen myös tiedettä palvelevaa näkökulmaa.

Uusi matematiikka levisi lähinnä länsimaihin Yhdysvaltojen kautta. Monissa Euroopan maissa ja Yhdysvalloissa perustettiin 1960-luvulla kokeiluprojekteja, joiden tarkoituksena oli yhdistää käytännön laskeminen ja puhdas matematiikka pyrkimällä matemaattisten käsitteiden oikeaan käyttöön jo ala-asteella. Lisäksi laajennettiin matematiikan yleistavoitteita sekä tiedollisia tavoitteita. Näin jopa ala-asteen matematiikan opetussuunnitelmiin tuotiin yliopistomatematiikan piiriin kuuluneita aihealueita kuten joukko-oppi ja lukuteoria. (Malinen 1980, 3.)

Meillä Suomessa 1970-luvun alussa sai sijaa uusi matematiikka, mikä aiheutti vakavia ongelmia opetuksessa. Yksi seurauksista oli se, että joukko-opin määrän lisäämisen myötä peruslaskutoimitukset unohdettiin. Vuonna 1970 opetussuunnitelmaan tuotua spiraaliperiaatetta ei osattu käyttää oikealla tavalla, sillä samat asiat toistuivat uudelleen ja uudelleen lähes samankaltaisina. Kuitenkin spiraaliperiaatteen tarkoituksena oli se, että kun oppisisällöt kohdataan uudelleen, ne kohdattaisiin uudella tasolla ja haastavina oppimistehtävinä. (Kupari 1993a, 122-124.)

Matematiikan opetuksen uudistamispyrkimykset ”uuden matematiikan” kautta peruttiin monissa maissa epäonnistuneina. Näin myös tapahtui mm. Suomessa ja Yhdysvalloissa. Yksi syy epäonnistumiseen oli liiallinen kiire. Toinen syy oli se, että vain syvällisemmin ainetta hallitsevat opettajat ymmärsivät joukko-opin kouluopetuksen idean. Ylhäältä komennettuna uudistus jäi myös muodolliseksi ja kävi mahdottomaksi ja lopulta se peruttiin. Vaikka ”uusi matematiikka” väistyi, tämän kokeilun alta poistettuja ”vanhan matematiikan” osia ei kaikilta osin palautettu oppisuunnitelmiin. Esimerkiksi Suomessa erityisesti geometrian opetus katosi lähes täysin, ja matematiikasta tuli melkein kokonaan laskentoa. (Kangas & Kahanpää 2001, 4.)

#### 2.1.4 Konstruktivistinen oppimiskäsitys

Ymmärrettävän aritmetiikan kaudella, ennen ”uuden matematiikan” ja sitä seuranneen Back to Basics -liikkeen aikakautta, oli korostettu matematiikan ymmärtämistä sekä yhteyttä käytännön elämään. Nämä painotukset ovat nousseet 1980-luvulla matematiikan opetuksen keskeisiksi tavoitteiksi. Nyt painottui oppilaan aktiivisuus tiedon rakentajana. (Kroll 1989, 209.) Konstruktivistisen näkökulman mukaan oppija liittää uutta tietoa jo olemassaoleviin tietorakenteisiinsa. Näin korostuu myös oppijan aikaisemman kokemuksen ja tiedon merkitys. (Resnick-Ford 1981, 249.)

Konstruktivistinen oppimiskäsitys ei varsinaisesti ole 1980 -luvulla syntynyt oppimiskäsitys, sillä sen juuret ulottuvat pitkälle länsimaisen ajattelun historiaan. Esimerkiksi yhtenä konstruktivistisen ajattelun edeltäjänä voidaan pitää ns. muistitiedon perinnettä, joka syntyi antiikin Kreikassa ja jatkui pari tuhatta vuotta. Tässä keskeisenä periaatteena on se, että oppimista tai muistamista voidaan tehostaa organisoimalla muistettavaa aineistoa systemaattisesti

mielessä. Tässä ajattelussa painotetaan kuullun tiedon liittämistä siihen tietorakennelmaan, joka jo tiedetään. (Rauste & von Wright 1994, 157, 114.)

Tynjälän (1999, 37) mukaan konstruktivismi itsessään ei ole oppimisteoria, vaan tiedon olemusta käsittelevä paradigma, joka on levinnyt laajalle yhteiskunta- ja ihmistieteisiin. Konstruktivistinen oppimiskäsitys taas on tämän tietoteoreettisen paradigman ilmenemismuoto oppimisen tutkimuksen ja pedagogiikan alueella.

Konstruktivistisessä oppimiskäsityksessä voidaan erottaa erilaisia suuntauksia, jotka tarkastelevat oppimista eri näkökulmista ja suuntaavat tutkimuksensa eri asioihin oppimisessa. Suuntauksia erottavana tekijänä on erityisesti se, onko niiden keskeisenä kohteena yksilöllisen vai sosiaalisen tiedon konstruointi. Tämän perusteella konstruktivismi voidaan jakaa karkeasti kahteen pääsuuntaukseen: yksilökonstruktivismiin ja sosiaaliseen konstruktivismiin. Yksilökonstruktivismi keskittyy lähinnä yksilöllisen tiedonmuodostuksen ja yksilön kognitiivisten rakenteiden tai mentaalisten mallien kuvaamiseen. Sosiaalisessa konstruktivismissa taas painottuu tiedon sosiaalinen konstruointi, jossa ollaan kiinnostuneita oppimisen sosiaalisista, vuorovaikutuksellisista ja yhteistoiminnallisista prosesseista. (Tynjälä 1999, 38-39.) Seuraavassa taulukossa 2.2 on esitetty Tynjälän (1999, 39) kuvauksen mukaisesti konstruktivismiin eri suuntauksia.

TAULUKKO 2.2 Konstruktivismiin suuntauksia Tynjälän (1999) mukaan

<ul style="list-style-type: none"> <li>• YKSILÖKONSTRUKTIVISMI</li> <li>- heikko konstruktivismi eli moderni IP-teoria (ei aina hyväksytty konstruktivismiin piiriin)</li> <li>- radikaali konstruktivismi eli kognitiivinen konstruktivismi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• SOSIAALINEN KONSTRUKTIVISMI</li> <li>- sosiokulttuuriset lähestymistavat</li> <li>- symbolinen interaktionismi</li> <li>- sosiaalinen konstruktivismi</li> </ul>
---	---

Seuraavissa luvuissa käsittelemme erikseen sekä yksilökonstruktivismiin että sosiaaliseen konstruktivismiin liittyviä suuntauksia.

### 2.1.5 Yksilökonstruktivismi

Radikaalin konstruktivismiin, yksilökonstruktivismiin, taustalla vaikuttaa vahvasti Immanuel Kantin ja Jean Piaget'n ajattelu. Jean Piaget edustaa konstruktivismiin oppimispsykologista suuntausta - kognitiivista konstruktivismia. Silloin, kun konstruktivismia tarkastellaan filosofisena paradigmana, puhutaan radikaalista konstruktivismista. Ernst von Glasersfeldt on ollut nykypäivinä radikaalin konstruktivismiin johtavia hahmoja. Radikaali konstruktivismi on vaikuttanut erityisesti matematiikan ja luonnontieteiden oppimisen ja opetuksen tutkimiseen. (Tynjälä 1999, 39-41.)

Radikaalin konstruktivismiin periaatteiden mukaan jokainen yksilö rakentaa oman tietonsa ja jokaisella yksilöllä on oma, kokemukseräinen maailmansa (von Glasersfeldt 1995). Heikko konstruktivismi hyväksyy ainoastaan oppijan aktiivisuuden oman tietonsa konstruomisessa, mutta ei sitä, että jokaisella yksilöllä olisi täysin oma maailmansa. Leinon tavoin minun on vaikea hyväksyä radikaalia konstruktivismia ainoaksi lähtökohdaksi matematiikan ope-

tuksessa, koska siinä jokainen yksilö konstruoi oman tietonsa ja se kieltää ulkoisen maailman olemassaolon. Ihmisen on kuitenkin opittava matematiikan kulttuuriin liittyvä yhteinen perusta ja toimintatavat, jotta hän voisi osallistua matematiikan käyttämiseen ja tuottamiseen. (Leino 1997, 44.)

Radikaalissa konstruktivismissa tiedon totuudellisuus mitataan käytännössä. Tietoa voidaan pitää totena, jos se osoittautuu käyttökelpoiseksi, relevantiksi ja elinkelpoiseksi sekä auttaa meitä selviytymään ympäristössämme. Näin esimerkiksi testaamme omia ajatuksiamme ja vaikkapa muodostamiamme matematiikan sääntöjä oman kokemusmaailmamme näkökulmasta, ja ne pitävät paikkansa tai eivät. Radikaalia konstruktivismia edustavassa näkökulmassa tiedon oikeellisuutta ei siis arvioida siten, miten se vastaa olemassa olevaa todellisuutta, koska siitä ei voida koskaan saada perinpohjaista objektiivista tietoa. Ihmisen rakentamia näkökulmia voidaan kuitenkin arvioida sen suhteen, miten ne sopivat yhteen yleisesti hyväksytyjen kulttuuristen normien kanssa. (Tynjälä 1999, 40-41.)

Radikaalin konstruktivismin oppimispsykologisessa suuntauksessa, kognitiivisessa konstruktivismissa, kognitiivinen toimintamme pyrkii luomaan järjestyttä muuten epämääräiselle ja hahmottomalle kokemusvirralle. Päinvastoin kuin behavioristisessa näkemyksessä, jossa painottuu ulkoinen säätely, tässä näkemyksessä on keskeisenä sisäinen säätely. Järjestykseen pyrkiminen on aina seurausta yksilön ja ympäristön vuorovaikutuksesta, joka on pohjimmiltaan biologista adaptaatiota eli sopeutumista. Näin yksilön rakentama maailma, joka perustuu aikaisempiin tietoihin ja uskomuksiin, on kokemuksellinen, eikä sen voida väittää vastaavan objektiivisesti todellisuutta. (Tynjälä 1999, 41.)

Skeeman käsite kuuluu keskeisenä Jean Piaget'n teorioihin. Skeemalla tarkoitetaan yksilön sisäisiä malleja siitä, mitä eri asiat sisältävät, miten ne toimivat ja miten tapahtumat etenevät. Toisin sanoen skeemat ovat yksilön tietorakenteita, joihin pohjautuen yksilö jäsentää ja tulkitsee havaintojaan. Esimerkiksi lapset oppivat luettelemaan lukusanoja jo muutaman vuoden iässä toistamalla niitä lorunomaisesti vanhempien perässä. Vähitellen lapset yhdistävät lukusanojen nimet numeromerkkeihin ja lukumääriin, ja näin lukukäsite alkaa muotoutua. Lapset tulkitsevat ja jäsentävät havaintojaan suhteessa ympäristöön. He yhdistävät luettelemansa luvun numeromerkkiin ja lukumäärään. Tässä tapahtuu sekä assimilaatiota (sulauttamista) että akkommodaatiota (mukauttamista). Assimilaatiota tapahtuu esimerkiksi silloin, kun lapsi yhdistää luettelemansa lukusanan sitä kuvaavaan lukumäärään ja numeromerkkiin. Toisin sanoen assimilaatio tarkoittaa kognitiivista mekanismia, jossa uusi havainto (tässä numeromerkki ja lukumäärä), tieto tai kokemus liitetään jo olemassa olevaan skeemaan (tässä lukusanan nimi). Akkommodaatiota tapahtuu silloin, kun lapsen skeemat lukusanojen nimityksistä eivät yhdisty oikein numeromerkkeihin ja niitä vastaaviin lukumääriin, vaan hän joutuu korjaamaan aiemmin muodostamiaan havaintojaan lukusanojen numeromerkeistä ja niitä kuvaavista lukumääristä. Näin lapset joutuvat mukauttamaan ja muovaamaan näitä skeemojaan, jolloin syntyy laadullisesti uudenlainen tietorakenne. Tällä tavalla akkommodaation kautta skeemojen rakenne muotoutuu uudelleen ja kuvamme maailmasta ja ajattelutapamme muuttuvat. Akkommodaatio muodostaa tärkeän osan oppimista. (vrt. Tynjälä 1999, 42-43.)

Konstruktivistisessa oppimiskäsityksessä ei siis ole kyse tiedon siirtämisestä. Opettaja tai matematiikan oppikirja ei voi siirtää valmiita käsitteitä tai muuta tietoa oppilaan päähän, sillä konstruktivistisen ajattelun mukaisesti oppilas ei voi kopioida esitettyä tietoa. Koska tässä ajattelussa oppilaan tulee rakentaa itse oma merkityksensä matemaattisesta tiedosta, tämä merkitsee myös sitä, että matemaattinen tieto tulee ymmärtää. (Tynjälä 1999, 43.) Opettajan tulee ymmärtää ja tuntea lapsen elämismaailma voidakseen tarjota sellaisen oppimisympäristön, jossa lapsi voi konstruoida omista lähtökohdistaan matemaattista tietoa.

### 2.1.6 Sosiaalinen konstruktivismi

Sosiokulttuuriset lähestymistavat painottavat nimensä mukaisesti sitä, että tiedonmuodostus ja oppiminen ovat perusteiltaan sosiaalisia ilmiöitä. Tiedonmuodostusta ja oppimista ei voida erottaa sosiaalisesta, kulttuurisesta ja historiallisesta kehityksestään. Suuntauksen perustajana pidetään L. S. Vygotskya, jonka ideoita ovat ”välittyneen toiminnan” käsite ja kielen merkitys ihmisen käyttäytymisen ja toiminnan välittäjänä, sisäistäminen sekä lähikehityksen vyöhyke. (Tynjälä 1999, 44.)

Sosiaalinen konstruktivismi nähdään ihmisten välisenä kommunikatiivisena toimintana ja vuorovaikutuksena (Tynjälä 1999, 59). Berryn ja Sahlbergin (1995) mukaan sosiaalinen vuorovaikutus oppijoiden kesken saattaa vahvistaa tietojen konstruktivisia prosesseja sekä uuden tiedon ja merkitysten muodostumista. Jos matematiikkaa pidetään vuorovaikutuksen ja kommunikaation välineenä, kielenä, niin sosiaalisen vuorovaikutuksen merkitys matematiikan oppimisessa on suuri. Silloin kun oppilaat puhuvat, selittävät, väittelevät ja kyselevät, he rakentavat ja täsmentävät omia tietorakenteitaan. (Berry & Sahlberg 1995, 27.) Näin esimerkiksi luokassa oppilaiden tutkimisen, keskustelujen ja jopa väittelyiden kautta syntynyt matemaattinen tieto palvelee kaikkia toimintaan osallistuneita - tiedosta tulee oppilaille elinvoimaista, käyttökelpoista.

Haapasalon (1994, 100) mukaan sosiaalisissa konstruktivismissa yhdistyvät sekä tietoteoreettiset, oppimopsykologiset että sosiologiset näkökohdat. Haapasalo (1994, 100) on koonnut Bauersfeldin näkemysten pohjalta sosiaalisesta konstruktivismista seuraavan yhteenvedon:

- Oppiminen on oman elämän järjestämistä koskeva prosessi, jossa yksilö on aktiivisessa vuorovaikutuksessa kulttuuriin sosiaalisten siteittensä ja aktiivisen osallistumisensa kautta. Oppiminen ei ole arvojen, normien tai objektivisen tiedon vastaanottamista tai hankkimista.
- Käsitteiden ja tiedon merkitys näkyy sosiaalisessa viestinnässä käytetyissä ilmauksissa eikä vain pelkkänä merkintöinä tai ulkoisina symbolisina esityksinä.
- Kielen merkitys nähdään vahvana, sillä kieli on sosiaalista kommunikaatioväylää, jolla ihminen voi välittää kokemuksensa ja tietämyksensä sekä orientoitua samaan kulttuuriin muun yhteisön kanssa. Kieli ei siis ole pelkkä tiedon välittämiskeino.

- Tietäminen ja muistaminen ymmärretään kokonaisvaltaisena hetkellisenä kokemuksena eikä vain yksittäisten tiedon osien muistamisena.
- Matematiikka ymmärretään yksilön sosiaalisten ja kulttuuristen siteitten luomana kommunikaation muotona eikä ulkoapäin omaksuttuna absoluuttisena totuutena.
- Oppiminen on tulos niistä prosesseista, joita yksilö joutuu läpikäymään rakentaessaan sosiaalisesti elinvoimaista tietoa ja välittäessään sitä muille.
- Opettaminen tarkoittaa yritystä tarjota oppilaille mahdollisuuksia vuorovaikutteisiin ja reflektiivisiin prosesseihin arvioimalla, tukemalla ja pitämällä niitä yllä sekä kehittämällä oppilaiden työskentelykulttuuria.

### 2.1.7 Konstruktivismi sekä matematiikan oppiminen ja opetus alkuopetuksessa

”Konstruktivistinen oppimiskäsitys johtaa väistämättä joustavan ja oppijan valmiuksia painottavan opetuksen korostamiseen. Yleisiä ja yhteisiä voivat mielekkäästi olla vain tavoitteiden yleispiirteet ja opetustoiminnan kehykset.” (von Wright & Rauste-von Wright 1994, 121.) Tätä näkemystä von Wright ja Rauste-von Wright (1994, 121-133) ovat perustelleet seuraavalla tavalla:

- 1) Uutta tietoa omaksutaan aiemmin opittua käyttämällä.
- 2) Oppiminen on oppijan toiminnan oman toiminnan tulosta.
- 3) Ymmärtämisen painottaminen edistää mielekästä tiedon konstruointia.
- 4) Sama asia voidaan tulkita tai käsittää monella eri tavalla.
- 5) Oppiminen on aina kontekstisidonnaista.
- 6) Opitun transfer uusiin tilanteisiin riippuu tietojen tai taitojen organisaatiosta
- 7) Sosiaalisella vuorovaikutuksella on keskeinen rooli oppimisessa.
- 8) Tavoitteellinen oppiminen on taito, jota voi oppia.
- 9) Oppimista voidaan arvioida monin kriteerein.
- 10) Opetussuunnitelmien tulisi olla joustavia ja ottaa huomioon niin oppijan valmiudet kuin tiedon suhteellisuus ja muuttuvuus.

Yllä esitellyt perustelut sopivat niin matematiikan kuin muidenkin oppiaineiden opetukseen, mutta tässä näitä perusteluita tarkastellaan lähinnä alkuopetuksen matematiikan oppimisen ja opetuksen näkökulmasta.

Uuden tiedon omaksuminen aiemmin opittua käyttämällä liittyy siihen, että opetuksen lähtökohtana tulisi olla lapsen tapa hahmottaa maailmaa ja sen tulkintaan käytettyjä käsitteitä, koska tämän aikaisemman tiedon varassa lapsi (re)konstruoi opetuksen sisällöt (von Wright & Rauste-von Wright 1994, 121). Jos tätä ajatellaan alkuopetuksen matematiikan ja muidenkin oppiaineiden opetuksen näkökulmasta, niin tämä asettaa vaatimuksen sille, että alkuopettajan tulisi opetuksessaan huomioida lapsen tapa hahmottaa maailmaa sekä tiedostaa koulunsa aloittavan aikaisemmat matemaattiset käsitykset. Aikaisemmin jo ”uuden matematiikan” kauden käsittelyn yhteydessä tuli esille, että myös Bruner (1960) on painottanut opetuksen lähtemistä siltä tasolta, joka vastaa lapsen tapaa tarkastella maailmaa, eli Brunerin sanoin ”Tieto on jo olemassa

olevan tiedon tarkentamista". Tämä merkitsee siis sitä, että oppiminen ei koskaan ala alusta, vaan aina aikaisempi tieto- ja kokemusmaailma on se pohja, jolle uutta tietoa rakennetaan. Näin opetuksen tulisi rakentua sillä tavalla, että lapsi kokee tiedon merkitykselliseksi oman elämänsä näkökulmasta. Toisin sanoen opettajan olisi hyvä tuntea lapsen käsitykset tai skeemat ja hänen käyttämänsä strategiat suunnitellessaan opetusta. Jos opetus tapahtuu esimerkiksi alkuopetuksen matematiikan oppikirjan välityksellä opettajajohtoisesti, jolloin lapsi on passiivinen tiedon vastaanottaja, sitä pienempi mahdollisuus opettajalla on tarkentaa lapsen ennako-oletusten paikkansapitävyyttä käsiteltävästä asiasta eli lapsen tulkintoja. (von Wright & Rauste-von Wright 1994, 121-122.) Myös väärät tulkinnat/vastaukset voivat olla uuden tiedon alkuna eli tässä mielessä voimme miettiä, ovatko väärät tulkinnat/vastaukset vain erilaisia käsityksiä asiasta. Tätä tukee Brunerin (1966, 4) lainaus David Pagelta, joka on sanonut matematiikan oppimisesta seuraavaa: "When children give wrong answers it is not so often that they are wrong as that they are answering another question, and the job is to find out what question they are in fact answering."

Oppiminen on lapsen oman toiminnan tulosta tulee hyvin esille Seymour Papertin (1985, 7) kuvauksesta lapsuusajan vaihdelaatikosta, joka liittyi hänen jo alle kaksivuotiaana alkaneeseen kiinnostukseensa autoista. Tuolloin auton osien nimet muodostivat huomattavan osan hänen sanavarastoaan. Hän oli erityisen ylpeä tietäessään voimansiirtojärjestelmän, vaihdelaatikon ja varsinkin tasaussyörästön eri osien nimet. Vuosia myöhemmin hän ymmärsi, kuinka vaihteet toimivat ja vähitellen vaihteiden kanssa leikkimisestä tuli hänen mieluisin ajanvietteensä: pyöreiden esineiden kääntelemisen toisiaan vasten hammaspyörrien tapaan oli hänen mielenkiintonsa kohde. Hänen ensimmäinen rakennussarjansakin oli hammaspyörästö. Hän pystyi pyörittämään rattaita mielessään kehittäen taitavasti syyn ja seurauksen ketjuja: "Jos tämä pyörii näin päin, on tuon pyörittävä noin päin ja seuraavan ...". Eniten hän sai tyydytystä tasaussyörästön kaltaisen järjestelmän tutkimisesta, koska se ei seuraa tavanomaista suoraviivaista syy-seurausketjua. Aivan erityistä innostusta hän tunsi, kun huomasi, että järjestelmä voi olla säännönmukainen ja aivan ymmärrettävä kuitenkin olematta jäykän joustamaton. Papert (1985, 7) uskoo, että kyseiset ennen kouluikää saadut kokemukset tasaussyörästöstä edistivät hänen matemaattista kehitystään enemmän kuin mikään muu hänen ala-asteen aikana oppimansa asia. Esimerkiksi koulun matematiikan tunnilla hän ymmärsi kertotaulut vaihteistona ja taas kaksi muuttujaa sisältävät yhtälöt (esimerkiksi  $2x + y = 4$ ) toivat hänen mieleensä tasaussyörästön. Hän rakensi mielessään kaksimuuttujaisesta yhtälöstä hammaspyörämallin  $x:n$  ja  $y:n$  suhteesta kuvitellen, kuinka monta hammasta kukin pyörä tarvitsi. Näin yhtälö alkoi tuntua varsin tutulta. (Papert 1985, 7-8.) Tässä hän rakensi uutta tietoa aikaisempien tietojen ja kokemustensa pohjalta. Papertin konstruktiot vaihteistosta ja hammaspyörästöstä toimivat myös matemaattisten konstruktioiden rakentamisessa. Papertin mukaan (1985, 8) kaikki, mitä yksilö voi oppia ja kuinka hän sen oppii, riippuu hänen käytössään olevista olemista malleista eli oppiminen on helppoa, jos yksilö voi samaistaa sen käytössään oleviin käsityksiin ja tietoon ympäröivästä maailmasta eli hän voi kokeilla omien konstruktioidensa toimivuutta. Oppimista säätelee lapsen tapa jäsentää oma roolinsa oppimisprosessissa ja lapsen

tapa ymmärtää tapahtumien syitä, esimerkiksi se, että hahmottaako hän itsensä toimijaksi, subjektiksi vai muiden ohjaamaksi. Taas lapsen tapa hahmottaa oma roolinsa riippuu paljolti hänen itsetunnostaan. (von Wright & Rauste-von Wright 1994, 123.) Jos lapsella on mahdollisuus tutkia omien matemaattisten käsitystensä toimivuutta, eikä olla passiivinen tiedon vastaanottaja, hän pystyy rakentamaan uusia asioita aikaisemman tietorakenteensa perusteella niin, että hänen tiedostaan tulee elävää tietoa, jota hän voi myöhemminkin käyttää.

Edellä esitetyssä esimerkissä Papertin lapsuuden kokemusten merkityksestä matematiikan opiskelun näkökulmasta, tulee hyvin esille ymmärtämisen merkitys. Hän kykeni tulkitsemaan vaihteiston ja hammaspyörästä rakenteen niin laajasti, että osasi yhdistää näistä saadun kokemuksen ja tiedon myös matematiikan opiskeluun. Hän pystyi perustelemaan itselleen oppimansa matemaattisen tiedon aikaisempien kokemustensa näkökulmasta. Tällainen pitäisi olla mahdollista kaikkien kohdalla, sillä Papertin kohdalla nämä kokemukset voidaan ymmärtää niin merkittäviksi oppimiskokemuksiksi, että ne ovat myönteisyydellään ohjanneet hänen elämänsä kulkuaan siten, että hänen ammatinsakin liittyy matematiikkaan. Tällaiset myönteiset kokemukset voivat muuttaa oppijan matematiikkaan liittyvää itsearvostusta. (Antikainen 1996, 252.) Tässä Papertilla olivat lapsuusajan kokemukset vaihteiston parissa niin merkittäviä, että ne auttoivat häntä ymmärtämään erilaisia matemaattisia ideoita. Usein kouluaikana saadaan merkittävät matemaattiset oppimiskokemukset, joilla on merkitystä tulevaisuuden kannalta - esimerkiksi toimittaessa opettajan ammatissa. Joskus kouluaikana saadut oppimiskokemukset matematiikasta voivat olla niin voimakkaita, että ne aiheuttavat jopa matematiikkapelkoa. Papert onkin arvostellut koulumatematiikan opetusta siitä, että nykykulttuurissa on suhteellisen vähän sellaisia aineksia, jotka tekisivät käsitteen yksinkertaiseksi ja konkreettiseksi, ja toisaalta myös kulttuuri saattaa tarjota sellaisia aineksia, jotka tekevät käsitteiden käytön tyhjäksi. Näin nykykulttuurille tunnusomainen matematiikkapelko estää ihmisiä oppimasta mitään matematiikkaan kuuluvaa vaikka he olisivat kykeneviä oppimaan matematiikkaa - pelko estää heitä oppimasta. Papert näkee koulumatematiikkapelon eräänä syynä kulttuuriimme liittyvän prosessin, jossa olemme taipuvaisia määrittelemään omaa osaamistamme esimerkiksi näin "olen matemaattinen", "olen epämatemaattinen", "olen tyhmä", "olen älykäs" tai "en osaa matematiikkaa, koska vanhempani eivät olleet hyviä siinä". Nämä määrittelyt tulevat vähitellen osaksi omaa persoonallisuuttamme ja oppiminen muuttuu varhaislapsuuden vapaasta maailmaan tutustumisesta vastenmieliseksi työksi, jolle on tunnusomaista epävarmuus ja itse tehdyt rajoitukset. (Papert 1985, 15-16.) Tämän vuoksi olisi erittäin tärkeää, että lapset eivät kokisi matematiikan opiskelua vastenmielisenä, vaan heillä olisi mahdollisuus tutkia ja leikkien rakentaa uusia matemaattisia käsitteitä sillä tavalla, että heidän ei tarvitsisi perustella omaa osaamattomuuttaan itselleen. Tämä tarkoittaa, että matematiikan opettamisessa pyritään ymmärtämiseen konkretian ja lapsikeskeisten työmuotojen kautta.

Yksi keskeinen asia matematiikan ja myös muiden aineiden opetuksessa on, että sama asia voidaan tulkita tai käsittää monella eri tavalla. Opetuksen kannalta tämä tarkoittaa sitä, että toisaalta on tärkeää kartoittaa, millaisia tulkintoja tai käsityksiä lapsilla on opetuksen kohteena olevista matematiikan kä-



sitteistä opetuksen alkaessa, ja toisaalta millaisia laadullisia tulkintojen muutoksia tapahtuu opetuksen kuluessa. Toisin sanoen oppimisen tuloksia evaluoitaessa on tärkeämpää selvittää, millaisia tulkintoja on omaksuttu eli miten asia on ymmärretty kuin "miten paljon" on opittu. (von Wright & Rauste-von Wright 1994, 126.) Tässäkin tullaan siihen, että oppiminen perustuu lapsen aikaisempiin kokemuksiin, tietorakenteisiin ja taitoihin (vrt. esimerkiksi Papertin lapsuudenkokemuksista). Silloin, kun lapset opiskelevat uutta matematiikan käsitettä, he etsivät linkkejä aikaisemmista rakenteista ja pyrkivät liittämään opittavan konstruoimiinsa rakenteisiin. Oppiminen saattaa olla vaikeaa tai tulokset ei-toivottuja silloin, kun lapsen ennakkokäsitykset tai valmiudet ovat jollakin tavalla ristiriitaisia opittavien asioiden kanssa. On kuitenkin huomattava, että loogis-kognitiivinen ristiriita voi olla myös sisäisen motivaation ja oppimisen nopeuttaja. (Berry & Sahlberg 1995, 25-26.) Tästä voi tehdä myös sen johtopäätöksen, että matematiikan opettamisen tulisi tapahtua lapsen tasoisesti alkuopetuksessa ja lasta kuunnellen, niin että hän voi rohkeasti esittää omia mielipiteitään ja ajatuksiaan. On myös muistettava, että matematiikan tehtäviin on löydettävissä erilaisia ratkaisuja. Lapsilla on tässäkin oikeus esittää omia tulkintojaan - ratkaisut eivät saa olla sidottuja matematiikan oppikirjojen malliratkaisuihin.

Oppimisen tilannesidonnaisuus tulee esille siinä, että oppiminen on aina sidoksissa siihen kontekstiin ja kulttuuriin, jossa tietoa opitaan ja käytetään (von Wright & Rauste-von Wright 1994, 127). Berryn ja Sahlbergin (1995, 27) mukaan hyvä oppiminen rakentuu mielen, kehon, ympäristön ja ympäröivän tilanteen yhteisestä vaikutuksesta. Lasten oppimiskokemuksia voi tukea liittämällä ne todellisuuden tilanteisiin, joissa sekä sosiaaliset että fyysiset komponentit ovat läsnä sellaisenaan (Berry & Sahlberg 1995, 27).

Opitulla matemaattisella tiedolla tulisi olla myös merkitystä uusien tilanteiden näkökulmasta eli lapsen olisi kyettävä käyttämään oppimaansa uusissa tilanteissa (vrt. esimerkiksi Papertin lapsuudesta). Opitusta matemaattisesta tiedosta täytyisi tulla niin merkityksellistä, että lapsi kykenisi näkemään yhteydet jo opittuihin matematiikan käsitteisiin. Taas joudutaan palaamaan siihen toteamukseen, että oppiminen perustuu aina aikaisempiin kokemuksiin, tietorakenteisiin ja taitoihin (Berry & Sahlberg 1995, 26). Suunnitellessaan alkuopetuksen matematiikan opetusta opettajan olisi tiedostettava opettamansa matemaattisen tiedon merkitys lapsen tulevien matematiikan opintojen näkökulmasta. Silloin kun oppimisvaiheessa kiinnitetään monipuolisesti huomiota kyseisen tiedon tulevaan käyttöön lapsen elämässä ja toiminnassa, tämä myöhempi käyttö helpottuu. Uusissa tilanteissa taas opittujen asioiden yhdistämistä näihin tilanteisiin voi helpottaa rakentamalla oppimistilanteet niin, että lapsilla on mahdollisuus etsiä aktiivisesti yhteyksiä aiemmin opitun ja nykytilanteen välillä, samoin selitysten ja perustelujen pohtiminen auttaa jo opitun tiedon käyttöä. (vrt. von Wright & Rauste-von Wright 1994, 127-128.) Tähän sopii Brunerin (1966, 29) toteamus matematiikan opetuksen merkityksestä lapsen tulevien opintojen näkökulmasta: "If you wish to teach the calculus in the eighth grade, then begin in the first grade by teaching the kinds of ideas and skills necessary for its mastery later." Tässäkin tulee esille aiemmin opitun merkitys tulevan kannalta.

Sosiaalisella vuorovaikutuksella on keskeinen merkitys oppimisessa. Lapsi on syntynyt tiettyyn kulttuuriin ja on tämän kulttuurin kasvattama. Kun lapsi oppii puhumaan ja käyttämään kieltä kommunikaation välineenä, hän sosiaalistuu tähän kulttuuriin ja sille tyypillisiin toimintatapoihin. (Bruner 1966, 6.) Näin sosiaalinen vuorovaikutus muun yhteisön kanssa vahvistaa lapsen tietojen konstruktivisia prosesseja sekä uuden tiedon ja merkitysten muodostamista. Jos matematiikkaa pidetään vuorovaikutuksen ja kommunikaation välineenä (kielenä), niin sosiaalisen vuorovaikutuksen merkitys matematiikan oppimisessa on suuri. Lapsilla tulisi olla mahdollisuus myös alkuopetuksen matematiikan oppitunneilla puhumiseen, selittämiseen, väittelyyn ja kyselemiseen, sillä juuri tällä tavalla he rakentavat ja täsmentävät omia tietorakenteitaan ja näin myös opettajalla on mahdollisuus saada selville, mitä lapset jo osaavat ja millaisia käsityksiä heillä on opetettavasta asiasta. (Berry & Sahlberg 1995, 27.)

Silloin kun tarkastellaan konstruktivistista oppimista, niin voidaan olettaa, että tällainen oppiminen edellyttää oppilaiden osallistuvan oppimisen tavoitteiden muotoilemiseen. Hyvin usein on kuitenkin niin, että opettaja/oppikirja sanelee oppimisen tavoitteet ja päämäärät tai ne ovat itsestään selviä. Silloin kun lapset kykenevät sisäistämään oppimistoiminnan tavoitteet, oppimisesta tulee itseohjautuvaa, uusien ja tunnettujen asioiden liittämistä luontevaksi kokonaisuudeksi. Tällaista lasten ohjaamista oppimistavoitteiden sisäistämiseen voi tukea esimerkiksi yhteistoiminnallisten oppimisen strategioiden avulla. (Berry & Sahlberg 1995, 26.) Lapset voivat harjoitella oppimistavoitteiden muotoilua jonkin ongelma-/tutkimustehtävän avulla. He voivat asettaa tehtävälle osatavoitteita sen ratkaisemiseksi ja pyrkiä näin ymmärtämään tehtävän rakennetta.

Osana oppimiseen kuuluu myös evaluointi. Oppimista on vaikea arvioida sinänsä, mutta sitä voi mitata erilaisia kriteereitä käyttäen. Jos oppimisen arviointia tarkastellaan konstruktivismiin näkökulmasta, ongelmana on se, että oppiminen riippuu hyvin olennaisesti oppimisprosessin luonteesta. Kun lasten oppiminen etenee esimerkiksi erilaisia strategioita käyttäen, kohti samanlaisia tavoitteita, lapset voivat oppia laadullisesti erilaisia asioita (von Wright & Raste-von Wright 1994, 131.) Berryn ja Sahlbergin (1995, 72) mukaan silloin, kun suunnitellaan matematiikan opetussuunnitelmaa ja oppitunteja, olisi hyvä kiinnittää huomiota seuraaviin seikkoihin:

- Millaisia uskomuksia lapsilla on matematiikasta?
- Mikä on lasten kehitystaso?
- Kuinka nopeasti he oppivat?
- Mitä lapset tietävät opiskeltavista asioista?

Näiden kysymysten aihealueita on käsitelty edellä, mutta näihin kysymyksiin vastaaminen edellyttää oppimisen ja kehittymisen jatkuvaa arvioimista ja seuraamista, jotta edistyminen tapahtuu asianmukaisessa tahdissa. Arvioinnissa voidaan erottaa summatiivinen ja formatiivinen arviointi. Standardoitua summatiivista arviointia voidaan käyttää esimerkiksi silloin, kun halutaan verrata saavutettua oppimisen tasoa eri luokkien tai koulujen kesken tai siirryttäessä kouluasteelta seuraavalle. Tämä arviointi mittaa kuitenkin vain valittujen kä-

sitteiden ja matemaattisten periaatteiden omaksumista - ei välttämättä ymmärtämistä ja ongelmanratkaisutaitoja. Formatiivisen arvioinnin tarkoituksena taas on kertoa sekä opettajalle että oppilaalle, kuinka uusien käsitteiden ja taitojen oppiminen edistyy. Ongelmanratkaisutaitojen arvioinnissa nousee kuitenkin esille oppilaan oma arviointi omasta kehityksestään eli tässä arviointi on subjektiivisempaa. (Berry & Sahlberg 1995, 72-73.) Näin konstruktivistisessa ajattelussa arvioinnista tulee henkilökohtaisempaa, ja lapsi oppii vähitellen kiinnittämään huomiota omaan oppimiseensa ja omiin taitoihinsa. Niin arvioinnin kuin opetussuunnitelmienkin tulisi olla joustavia ja ottaa huomioon sekä lapsen valmiudet että tiedon suhteellisuus ja muuttuvuus (von Wright & Rauste-von Wright 1994, 132).

Erytisesti vuoden 1994 opetussuunnitelman perusteissa nousee esille konstruktivistinen näkökulma opetuksen perustana. Seuraavassa luvussa tarkastelen alkuopetuksen matematiikan opetuksen tavoitteita, jotka perustuvat vuoden 1994 opetussuunnitelman perusteisiin.

## 2.2 Matematiikan opetuksen tavoitteista alkuopetuksessa

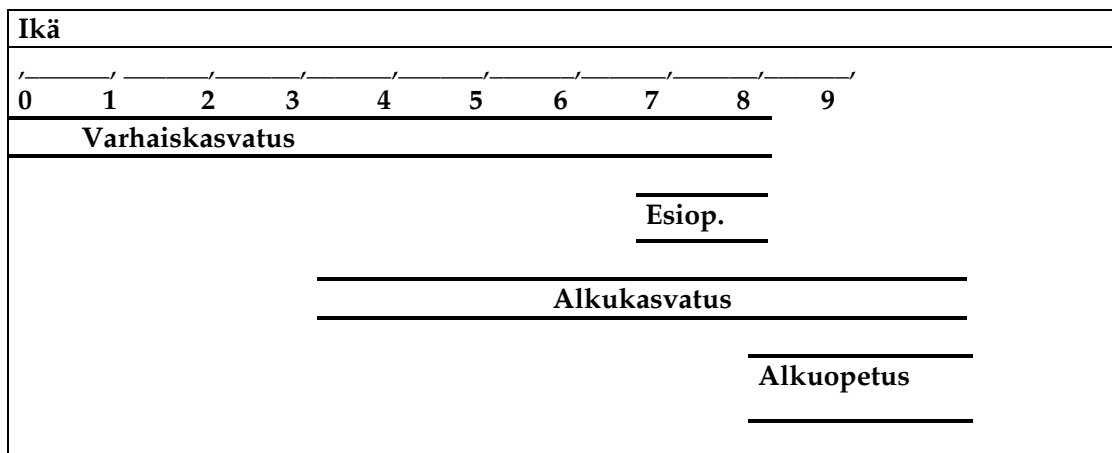
Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa (1994, 40) luonnehditaan alkuopetusta seuraavasti:

*”Ensimmäiset kouluvuodet ovat tärkeä vaihe lapsen elämässä. Silloin tuetaan, vahvistetaan ja kehitetään varhaiskasvatuksessa luotua taito- ja tietopohjaa sekä oppimisasenteita. Myönteisillä oppimiskokemuksilla on ratkaiseva merkitys lapsen käsitykselle koulusta ja koulunkäynnistä sekä itsestään oppijana. Alkuopetuksessa on keskeistä, että lapsi oppii luottamaan itseensä ja omiin kykyihinsä.”*

Tämä määritelmä erottaa varhaiskasvatuksen ja alkuopetuksen toisistaan. Nyt, kun kunnat ovat velvoitettuja järjestämään esiopetusta, tämänkin luonnehdinnan sisältö mahdollisesti muuttuu ja päästään lähemmäksi sitä tulkintaa, jonka mukaisesti Hakkarainen ja Puupponen (1997,4) sisällyttäisivät alkuopetuksen alkukasvatuksen piiriin.

Sitä kasvatustoimintaa, joka kohdistuu 6-9 -vuotiaisiin, on pyritty määrittelemään varhaiskasvatuksella, alkukasvatuksella sekä alkuopetuksella. Nämä vastuualueet menevät päällekkäin. Varhaiskasvatuksella tarkoitetaan sitä toimintaa, jota suunnataan alle kouluikäisiin - tämän eräs osa on myös kuusivuotiaiden esiopetus. Alkukasvatuksella taas ymmärretään käsitteenä sekä kuusivuotiaiden että alkuopetusikäisten kasvatusta. (Peruskoulun opetuksen opas: Alkuopetus 1988, 3.) Toisaalta Hakkaraisen ja Puupposen (1997, 4) mukaan alkukasvatus tulisi ymmärtää niin, että se alkaisi 3-4 vuoden iästä ja kattaisi vielä koulun kaksi ensimmäistä lukuvuotta eli 1. ja 2. luokan opetuksen peruskoulussa. He perustelevat tämän sillä, että viimeisimmässä neurologisissa ja psykologisissa tutkimuksissa on todettu, että parhaimmat tulokset oppimishäiriöiden ja -vaikeuksien ehkäisemisessä saadaan, jos korjaavat ja kuntouttavat toimenpiteet pystytään aloittamaan jo päiväkotiyässä. Tämä vaatiikin hyvää am-

mattitaitoa ja yhteistyötä niin luokanopettajien, lastentarhanopettajien, lastenhoitajien kuin terveydenhoitajienkin välillä. Seuraavassa kuviossa 2.1 on havainnollistettu eri kasvualueiden jakautumista lapsen ensimmäisten elinvuosien aikana.



KUVIO 2.1 Kasvatusalueet lapsen ensimmäisinä elinvuosina Peruskoulun alkuopetuksen opasta mukaillen (1988, 3)

Edellä oleva tulkinta tuntuu perustellulta ajateltaessa oppimisvaikeuksia sekä yleisesti koulukäynnin aloituksen joustavuutta. Tästä yleisestä alkuopetuksen luonnehdinnasta käy myös selkeästi ilmi, miten ratkaiseva merkitys alkuopetuksella on lapsen tulevien opintojen kannalta. Koulunsa aloittavan lapsen nähdään tuovan mukanaan koko siihen astisen elämäkokemuksensa, jolle opiskelu tulee rakentaa. Oppilasta ei enää nähdä Locken 1600 -luvulla esittämän käsityksen mukaisesti tyhjänä tauluna, johon kokemukset piirtävät jälkiä, vaan oppivana yksilönä, joka itse omien kokemusten pohjalta rakentaa omaa taito- ja tietopohjaansa. Asenteet, käsitykset ja uskomukset itsestä oppijana vahvistuvat ja saavat mahdollisesti uusia piirteitä. Tietoa ei enää nähdä valmiina ja muuttumattomana, joka jaetaan sopivan kokoisiin osiin ja siirretään sellaisenaan opiskelijan päähän. Lapsen tulee siis oppia luottamaan omiin kykyihinsä ja itseensä sekä oppia suunnittelemaan, arvioimaan ja perustelevaan valintojaan (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 40). Millä tavalla ja millaisilla menetelmillä näihin tavoitteisiin tulisi sitten pyrkiä? Opetussuunnitelma painottaa lapsen yksilöllisyyttä, aktiivista oppimista ja ryhmän jäseneksi kasvamista. Kaiken toiminnan lähtökohtana tulee olla, että lapsi oppii ymmärtämään, miksi jotakin tehdään ja miten eri asiat liittyvät toisiinsa. Lapsen luontainen tarve kysellä, tutkia, toimia, liikkua ja leikkiä tulee ottaa huomioon opetusmenetelmien valinnassa niin, että lasta kannustetaan kokeiluun, keksimiseen ja luovaan ongelmanratkaisuun sekä monipuoliseen itsensä ilmaisemiseen. Leikki ja liikkuminen tulee huomioida monipuolisissa työtavoissa. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 41) Tällaisten yleisten tavoitteiden tulisi näkyä kaikkien oppiaineiden opetuksessa. Lapsille tulisi antaa tilaa oppia. Nämä yleiset tavoitteet koskevat myös alkuopetuksen matematiikan opetusta - matematiikka ei ole pelkkää laskemista. Edelliseen viitaten eri-

tyisesti matematiikan opiskelun luonteesta ja opetuksen lähtökohdista Peruskoulun opetussuunnitelmassa todetaan seuraavaa:

*Oppimistilanteet tulisi rakentaa keskustelunomaisiksi, kokeileviksi ja ongelmakeskeisiksi pitäen lähtökohtana mahdollisimman usein oppilaille tuttua konkreettista arkielämän tilannetta. Alusta alkaen matematiikan opiskelussa tähdätään ymmärtämään käsitteitä. Se tapahtuu konkreetin toiminnan kautta ja pitkään askartelua ja leikinomaisuutta korostaen.*

*Kaikenikäisten ja -tasoisten oppilaiden tulisi saada rakennella ja tehdä käsillään malleja kyetäkseen luomaan oikeita mielikuvia ja muodostamaan käsitteitä. matemaattisen ajattelun kehittymistä tuetaan usein parhaiten silloin, kun ei liian nopeasti kiirehdiä abstraktiin symboliesitykseen. (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 76-77.)*

Yllä olevista lainauksista tulee selkeästi esille matemaattisen ajattelun kehittäminen oppijan lähtökohdista - oppimista ei tule kiirehtiä siirtymällä liian nopeasti esimerkiksi abstraktiin symboliesitykseen. Käsitteenmuodostukselle tulee antaa aikaa. Alkuopetuksen matematiikan sisältöalueesta Ikäheimo (1997, 246) erottaa seuraavat neljä aluetta:

1. lukujonot, lukujen hajottaminen ja koonta sekä 10-järjestelmä
2. yhteen- ja vähennyslaskut päässä ja allekkainlaskuina
3. kerto- ja jakolaskun käsite
4. mittaaminen, geometria ja tilastot

Ikäheimo (1997, 246) nostaa esille näistä sisältöalueista solmukohtia, joiden varmaan ja sujuvaan hallintaan tulisi jo etukäteen kiinnittää aivan erityistä huomiota. Tällaisia solmukohtia ovat:

- a. yhteen- ja vähennyslaskut lukualueella 10-20
- b. kymmenjärjestelmän periaate
- c. kertolaskun käsite

Näiden kohtien puutteellinen hallinta saattaa aiheuttaa ongelmia oppilaille vielä yläasteellakin, ja silloin oppilaiden mielestä saattaa olla turhauttavaa opiskella näin yksinkertaisia asioita. Vaikeudet ovat kasaantuneet ja oppilaille on muodostunut kielteinen kuva itsestään matematiikan oppijana. Opettajien tulisi tiedostaa ja tunnistaa oppimisvaikeudet jo alkuopetuksessa näissä asioissa. (Ikäheimo 1997, 246-249.) On huomattava, että Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa ei enää esitellä matematiikan oppisisältöjä pikkutarkasti, kuten esimerkiksi vuoden 1985 opetussuunnitelmassa luokka-asteittain, vaan ainoastaan yleiset, keskeiset tavoitteet ja sisällöt sekä ala-asteen että yläasteen osalta. On siirrytty määrällisestä oppimisesta laadulliseen oppimiseen. Tämä tarkoittaa esimerkiksi alkuopetuksessa sitä, että ei ole välttämätöntä kiirehtiä käsittelemään suuria lukualueita, vaan keskeiset käsitteet ja asiat voidaan mainiosti opiskella lukualueella 0-20 lasten oppimisedellytysten mukaisesti.

Alkuopetuksen sisältö- ja tavoitealueista voidaan perustellusti todeta, että alkuopettajilla on matematiikan opetuksessa suuri vastuu lapsen tulevien matematiikan opintojen kannalta. Ei riitä, että opettaja tietää, mitä asioita opetetaan, vaan hänen myös tiedettävä, millä tavalla kukin lapsi oppii, ja osattava suunnitella opetuksensa sen mukaisesti. Enää ei riitä pelkkä oppikirjojen läpikäyminen.

### 2.3 Alkuopetuksen ja matematiikan opetuksen työtavoista

Tässä luvussa tarkastelen alkuopetuksen ja matematiikan opetuksen työtapoja lähinnä lapsen näkökulmasta. Alkuopetusikäisille lapsille on tyypillistä vahva tukeutuminen konkretiaan, joten on hyvä suunnitella ja toteuttaa sellaisia oppimis- ja opetustapoja, jotka mahdollistavat lasten yksilöllisen etenemisen. Matematiikan opetuksen etenemiseen alkuopetuksessa antaa Galperinin teoria hyvän pohjan. Tässä teoriassa painotetaan ulkoisen materiaalin sekä ääneen ajattelun merkitystä oppimisen kannalta. Ulkoisella materiaalilla tarkoitetaan oppimisvälineitä, joiden avulla lapsi voi tutkia uutta asiaa. Yleisesti uuden asian/käsitteen opetus on hyvä aloittaa ilman oppikirjaa tarkoitukseen sopivilla käsitteenmuodostusvälineillä. Näin emme rajaa oppikirjan avulla käsitteen opettamista, vaan voimme perusteellisesti tutkia opeteltavaa käsitettä. Kun lapset saavat tässä vaiheessa kertoa omasta toiminnastaan sekä puhuen että kirjallisesti toisille, käsitteiden rakentuminen selkiytyy. Näin lapset rakentavat välineillä sekä ajatellen ääneen että antaen toisilleen ohjeita välineillä työskentelyä varten. Keskeisiä alkuopetuksen käsitteenmuodostusvälineitä ovat mm. toisiinsa kolmiulotteisesti liitettävät värikuutiot lukukäsitteen ja laskujen opiskeluun sekä hahmottamiseen, 10-järjestelmävälineet sekä lukukäsitteen että laskujen opiskeluun, erilaiset mittaamiseen tarvittavat välineet sekä geometrian käsitteitä havainnollistavat välineet. (Ikäheimo 1997, 246-247.)

Edellä kuvatussa Ikäheimon (1997) esittämässä alkuopetuksen matematiikan opetustavoissa on kyse konkreettisesta työskentelystä, jossa oppilas itse tutkii ja käyttää erilaisia konkreettisia apuvälineitä ja näin luo pohjaa syvemmälle oppimiselle. Tällä tavalla voidaan opiskella koululuokassa tai sille varatussa erillisessä tilassa, jossa konkreettisia opetusvälineitä säilytetään. Lindgren (1990) käyttää tällaisesta erillisestä tilasta nimitystä matikkatupa. Hän tarkoittaa tällä tilalla luokkahuoneeseen sijoitettua nurkkausta, jossa konkreettisia välineitä säilytetään. Konkreettinen työskentely ei ole mikään uusi työmuoto, sillä sitä on haluttu liittää opetukseen yli 200 vuoden ajan (Pestalozzin, Fröbelin ja Francken ajatukset). Erityisesti John Dewey alkoi painottaa 1920-luvulla ”tekemällä oppimista” (learning by doing) eli sitä, että opettajan oli hyödynnettävä oppilaiden luontaista toiminnallisuutta. Samoihin aikoihin aloitti tutkimuksensa Jean Piaget lapsen ajattelun kehittymisestä. Hän sai tutkimuksissaan näyttöä konkretian merkityksestä oppimiselle. Hänen mukaansa lapsen ajattelun kehittymiselle on aluksi tyypillistä vahva tukeutuminen konkretiaan. Vasta noin 12 vuoden iässä saavutetaan abstraktin ajattelun taso. Nykytutkimukset ovat antaneet viitteitä siitä, että abstraktiin ajatteluun siirtyminen tapahtuu vielä

paljon hitaammin, joten konkretian merkityksen painottaminen tulee jatkua koko peruskoulun ajan. (Ahtee & Pehkonen 2000, 48.)

Lahdeksen (1997) mukaan peruskoulussa käytettävistä työtavoista voidaan erottaa esittävä opetus, luokkakeskustelu, ryhmätyöskentely ja yksilöllinen työ. Näitä kaikkia työtapoja voidaan käyttää myös alkuopetuksen matematiikan opetuksessa.

Luento, oppilaan esitys ja audiovisuaalinen esitys ovat esimerkkejä esittävästä opetuksesta. Esittävässä opetuksessa viestintä siis kulkee yksisuuntaisesti esittäjältä vastaanottajalle. Tällaista opetusmallia voi käyttää esimerkiksi uuteen aiheeseen johdattamisessa (tutkimustehtävän antaminen), uuden tiedon välittämisessä, käsiteltyjen asioiden systematisoinnissa sekä kertauksessa. Tässä mallissa opettajan rooli on keskeinen, sillä opettaja kontrolloi tunnin kulkua esittämällä uutta sisältöä ja demonstroimalla ongelmien ratkaisut. Esittävässä opetuksessa opettaja jäsentää opittavan materiaalin ja esittää sen tehokkaasti luokalle. Taas oppilaat voivat pienimuotoisten esitysten valmistamisessa harjoitella tiedonhankintaa, tiedon jäsentämistä ja järjestämistä sekä selkeää esittämistä. (Ahtee & Pehkonen 2000, 53.) Tällaista esittävää opetusta käytetään alkuopetuksessa edellä mainituilla tavoilla, mutta jos otetaan huomioon lasten ikä, niin pelkkä esittäminen ei riitä, vaan havainnollistamisella on merkittävä tehtävä. Esittävää opetusta käytetään esimerkiksi perinteisessä matematiikan oppituntimallissa, jossa opettaja oppitunnin alussa esittelee uuden asian ja jota sitten harjoitellaan tekemällä tehtäviä matematiikan oppikirjoista.

Luokkakeskustelu opetusmuotona sopii esittävää opetusta paremmin alkuopetusikäisten lasten opetukseen, sillä tässä kyselevässä opetus- ja oppimis-mallissa oppimistavoitteita lähestytään kysymysten ja ongelmanasettelun kautta. Menetelmän tavoitteena on saada oppilaat kyselemään spontaanisti kysymyksiä, joihin he hakevat aktiivisesti vastauksia. Esimerkiksi yksi unkarilaisen matematiikan opetuksen tavoitteista on saada lapset keskustelemaan aktiivisesti ja myös kysenalaistamaan asioita. Luokkakeskustelua suosivassa opetusmenetelmässä opettajan tehtäviin kuuluu lähtökohtien asettaminen sekä prosessin käynnistäminen ja ohjaaminen. Prosessin aikana opettaja ohjaa keskustelua sopivien kysymysten ja vastakysymysten avulla. Tämä opetusmalli ei kuitenkaan ole oikeiden ja valmiiden vastausten tietämistä, vaan oppilaiden tulee itse oppia löytämään vastauksia oman ajattelunsa kautta. (Ahtee & Pehkonen 2000, 54.) Matematiikassa kysymykset voivat olla esimerkiksi seuraavia: Miten ajattelit? Miten muuten voisit ratkaista tehtävän? Nämä kysymykset sopivat niin alkuopetukseen kuin muillakin luokka-asteilla tapahtuvaan matematiikan opetukseen, koska hyvät kysymykset innostavat niin lapsia kuin vanhempiakin tarkastelemaan ja tutkimaan asioita lähemmin. Tosin luokkakeskusteluun pohjautuvaan opetusmalliin on alkuopetuksessa syytä liittää konkretia mukaan.

Ryhmätyöskentelyä varten voidaan luokka jakaa pienryhmiin tai koko luokka voi työskennellä yhdessä. Esimerkiksi alkuopetuksessa käsitteen rakentumista voidaan tutkia pienryhmissä, joiden tulokset puretaan keskustellen opettajan johdolla. Ryhmien sisälle voidaan sopia tietyt roolit. Opettajan rooli muuttuu ryhmätyöskentelyä käytettäessä tiedon esittäjästä oppilaiden työn ohjaajaksi ja tukijaksi. Hyvänä esimerkkinä ryhmätyöstä ovat oppimispelit, joita voidaan hyödyntää pienryhmissä. Myös projektityö voidaan lukea ryhmätyö-

hön kuuluvaksi. Projektityöllä ymmärretään yleensä suurehkoa, useita oppitunteja kestävää tehtävää, joka ulottuu yli oppiainerajojen. (Ahtee & Pehkonen 2000, 56-57.) Tällainen voisi olla esimerkiksi alkuopetuksen matematiikan opetuksessa luokan oppilaiden lemmikkieläinten kartoitus, jossa tutkittaisiin lemmikkieläinten määriä lajeja ja niin edelleen. Lopputuloksena voitaisiin esittää juliste, jossa pylväsdiagrammin avulla olisi esitetty lemmikkieläinten määrät ja lajit. Myös yhteistoiminnallinen oppiminen luetaan ryhmätyömuotoihin kuuluvaksi (Ahtee & Pehkonen 2000, 57).

Yksilöllinen työ kuuluu hyvin perinteisenä matematiikan opetukseen. Erityisesti peruskoulun alkuaikoina 1970-luvulla pidettiin yksilöllistä työtä keskeisenä työtapana. Opetus rakennettiin jopa niin itseohjautuvaksi, että oppilaat saattoivat edetä omaa vauhtiaan ja tarkistaa vastaukset itsenäisesti. Näin opettajalle jäi enemmän aikaa hitaammin edistyvien opettamiseen. Kun huomattiin, että oppilaat saattoivat kilpailla kirjan täyttämässä ja oppimisesta tuli kovin pinnallista, itseohjautuvien työkirjojen käytöstä luovuttiin. Matematiikan opetuksessa tällainen työskentelytapa elää kuitenkin vahvana. Erityisesti ala-asteen matematiikan opetuksessa on 1980-luvulta alkaen yleistynyt Freinet-pedagogiikan muunnos, ns. työurakat. Tässä työskentelymuodossa oppilaille annetaan viikottain tietty määrä laskutehtäviä laskettavaksi itse valitsemaansa tahtiin. Tämä tapa on toteuttajalleen helppo, mutta se johtaa samanlaiseen tulokseen kuin itseohjautuvat työkirjat. Tällaisen opetuksen toteuttamisen suurimpana syynä lienee se, että opettajat uskovat pelkän tehtävien suorittamisen riittävän matematiikan oppimiseen. Tässä menetelmässä unohtuu sekä keskustelu opettajan johdolla tehtävien ratkaisutavoista kuin konkretian käyttö eli ne tavat, jotka auttaisivat oppilasta uuden asiasisällön rakentamisessa. (Ahtee & Pehkonen 2000, 58-59.)

Kaikkein tärkeintä alkuopetuksessa on lapsen toiminnallisuuden hyödyntäminen sekä konkretian käyttö opetuksessa ja tätä kautta erilaisten opetusmenetelmien käyttäminen. Kun lapset saavat rakentaa käsitteet omalta tasoltaan, he oppivat iloitsemaan omasta oppimisestaan.

## 2.4 Alkuopetusikäinen lapsi matematiikan oppijana

Kun matematiikan opetusta tarkastellaan konstruktivistisesta näkökulmasta, ydinsanoma on, että opettaja ei voi siirtää valmista tietoa oppilaan päähän, vaan oppilaan on itse aktiivisesti konstruoitava uusi tieto jo olemassa olevien tietorakenteidensa pohjalta. Tästä syystä opettajalla on oltava hyvä oppilaan-tuntemus. Opettajan on tunnettava lapsen elämismailma ja kehitystaso, jotta voisi käyttää oppilaan ennakkotietoja hyväkseen rakentaessaan sopivia oppimisympäristöjä. (Ojala 1997, 25-27; Lahdes 1997, 93.) Toisaalta konstruktivistinen oppiminen sisältää elinikäisen oppimisen periaatteen. Lapsi rakentaa omaa maailmankuvaansa, johon sisältyy myös matemaattisia kokemuksia, syntyvästään lähtien. Lapsi kohtaa ihmisiä, asioita ja esineitä. Jotta lapsi voisi selkeyttää suhdettaan ympäristöön ja hallita sitä, hänen tulee jollakin tavalla seuloa, luokitella ja koota kokemuksiaan. Tällä tavalla alkavat syntyä sisäiset mal-



lit so. tiedolliset ja tunteenomaiset mielikuvat eli representaatiot. Näiden mielikuvien kokonaisuus muodostaa maailmankuvan, joka on ihmisen subjektiivinen käsitys maailmasta. (Lahdes 1997, 98.) Toisin sanoen matematiikka on lapsille hyvin tärkeä osa heidän jokapäiväistä elämäänsä. Lapset tarvitsevat matemaattisia taitoja esimerkiksi, kun he jakavat tavaroita ystävien kanssa, suunnittelevat viikkorahan käyttöä, väittelevät nopeuksista ja välimatkoista, matkustavat ja joutuvat tekemisiin erilaisten valuuttojen kanssa ja lopulta oppivat näin ymmärtämään rahan maailmaa. (Nunes & Bryant 1996, 1.) Voidaankin kysyä, miten lasten matemaattinen ajattelu kehittyy? Alla olevassa kuviossa 2.2 on esitetty lapsen ajattelun kehityskaudet, skeemat ja tiedolliset rakenteet ennen ala-asteikää ja ala-asteiässä Kerannon (1982, 37) Piaget'n ideoista mukaileman taulukon pohjalta.

Kehityskausi	Sensorimotorinen kausi	Esioperationaalinen kausi	Konkreettien operaatioiden kausi
Skeemat ja tiedolliset rakenteet	"Suora toiminto" jäsenyneet toimintjen sarjat pysyvän esineen skeema	"Semioottinen funktio" sisäiset esitykset kausaliiteetti, tila, aika	Suoran ja käänteisen toiminnon muodostama struktuuri aritmeettiset toiminnot ja mittaamisen idea
Kronologinen ikä	noin 0-2 v	noin 2-7 v	noin 7-12 v

KUVIO 2.2 Lapsen tiedollisen ajattelun rakentuminen ennen kouluikää ja ala-asteen aikana Kerantoa (1982, 37) mukaillen Piaget'n ajatusten pohjalta

Kuvion 2.2 mukaan lapsen matemaattinen kehitys alkaa jo syntymästä eikä 7-vuotiaana - niin kuin Piaget halutaan meillä joskus ymmärtää. Monissa maissa on ymmärretty tämä Piaget'n näkemys ja alettu kiinnittää huomiota lapsen mahdollisuuteen oppia matematiikkaa varhaisessa vaiheessa. Esimerkiksi Japani, Ranska, Espanja, Luxemburg, Hollanti, Unkari ja Belgia ovat tällaisia maita. Näissä maissa katsotaan, että lapsen kasvulla ei ole alkamisikää, vaan se on jatkuva pitkä prosessi syntymästä lähtien. Lapsen matemaattista kehitystä ei tule torjua. Haasteena on tietysti se, miten tarjota kullekin lapselle kykyjensä mukaista hauskaa ja tehokasta opetusta, jossa lapsi on itse aktiivinen tekijä, oman maailmansa rakentaja. (Malaty 1997, 58-63.) Piaget'n mukaan operaatiot ja käsitteet rakentuvat kehityksen mukana ja kokemukset saadaan taas spontaanin toiminnan kautta. Kuitenkin kehitys voidaan tulkita lapsen oppimisprosessien summaksi. Nykyään lapsi saa tärkeitä vaikutteita sosiaalisesta ympäristöstä, erityisesti perhe- ja päivähoitosta mutta myös koulusta. Toisin sanoen lapsen matemaattinen kehitys kasvaa oppimisen seurauksena, mikäli hän saa riittävästi virikkeitä. (Aebli 1991, 421-427; Malaty 1997, 61.)

Lapsi on esioperationaalisella kehityskaudella noin 2-7 vuoden iässä ja konkreettisten operaatioiden kaudella noin 7-12 vuoden iässä. Esioperatiivisella kaudella lapsen ratkaisuyritykset ovat varsin suunnittelemattomia, kun taas konkreettisella kaudella lapsen suoritus on systemaattisempaa ja ennakoivampaa. (Keranto 1982, 38.) Nykyisin lasten kasvuympäristöt ovat niin rikkai-

ta, että jo 2-3 -vuotiaat lapset osaavat käyttää sopivissa tilanteissa sanoja yksi, kaksi, kolme ja monta. Joskus jopa kuulee puolitoistavuotiaankin käyttävän sanoja yksi, kaksi ja monta. Jo 3-4 -vuotiaana lapsi kykenee hahmottamaan numeroiden erilaisuuden sekä voi oppia yhdistämään määrän ja vastaavan numeron. Hän voi jopa suorittaa yksinkertaisia laskutoimituksia, kuten summa ja erotus lukualueella 0-10. (Malaty 1997, 58.)

Kuvion 2.2 mukaan koulutulokas on tulossa konkreettisten operaatioiden kauteen tai on saavuttanut jo sen. Yleensä koulutulokkaalla ovat kehittyneet seuraavat määrälliseen päättelyyn liittyvät ajatukselliset valmiudet: yksi-yhteen vastaavuus, lukumäärien säilyvyys ja transitiivinen päättely. Käsitteiden yhtä paljon, enemmän ja vähemmän ymmärtäminen on määrällinen taito, joka liittyy lukukäsitteen kehittymiseen. Lukumäärän säilyvyyden konstruointi tarkoittaa sitä, että lapsi ymmärtää lukumäärän säilyvän samana, vaikka esineiden järjestystä ja ryhmittelyä muutetaan. Esimerkiksi lapsi laskee, että pöydällä olevassa korissa on kuusi appelsiinia. Äiti tulee ja levittää appelsiinit pöydälle suoraan riviin. Jos lapsi nyt luulee, että appelsiineja onkin enemmän kuin korissa oli, niin hän ei ymmärrä, mitä sana kuusi todella tarkoittaa. Lapsi kyllä osaa luetella numerot oikeassa järjestyksessä, mutta hän ymmärtää numeroiden merkityksen vasta, kun hän ymmärtää lukumäärän säilyvyyden. Jos lapsi ei ymmärrä lukumäärän säilyvyyttä, niin hän ei voi ymmärtää samansuuruisten joukkojen vastaavuutta. Jos lapsella esimerkiksi on kaksi kuuden esineen joukkoa ja toisen joukon esineiden järjestystä muutetaan, tällöin tämä toinen joukko poikkeaa lapsen mielestä heti lukumäärältään toisesta joukosta, sillä hän ei kykene näkemään joukon lukumäärää. Lasten siis täytyy ymmärtää säilyvyyden periaate, tietääkseen, mitä he tekevät, kun he laskevat. (Nunes 1996 6-8; Kinnunen & Vauras 1997, 271-272; Kinnunen, Lehtinen & Vauras 1994.)

Transitiivinen päättely tarkoittaa sitä, että lapsi oppii yhdistelemään eri joukkojen lukuisuutta koskevia tietoja ja tekemään niiden perusteella päätelmiä. Jos esimerkiksi joukko A on suurempi kuin joukko B, ja joukko B on suurempi kuin joukko C, niin tästä seuraa, että joukko A on suurempi kuin joukko C. Lapsilla, jotka eivät ymmärrä transitiivista päättelyä, on vaikeuksia ymmärtää lukujen välisiä suhteita. He saattavat kyllä muistaa numerot järjestyksessä ja tietää jotakin peräkkäisten lukujen suhteista, kuten esimerkiksi kolme on suurempi kuin kaksi ja kaksi on suurempi kuin yksi, mutta he eivät kykene luomaan yhteyttä sellaisten lukujen välille, joita he eivät voi suoraan verrata. (Nunes 1996 6-8; Kinnunen & Vauras 1997, 271-272; Kinnunen, Lehtinen & Vauras 1994.) Kaiken kaikkiaan kuviosta 5 näkyy, että alkuopettajalla on opettavanaan varsin heterogeeninen oppilasjoukko. Tästä seuraa, että opettajan on tunnettava hyvin sekä oppilaiden kehitystaso että opetettava oppiaine voidakseen rakentaa toimivia oppimisympäristöjä ja kyetäkseen tarjoamaan jokaiselle lapselle oman tasonsa mukaista opetusta. Opettaja on todella suuren haasteen edessä.

Tutkimustuloksia tarkasteltaessa huomataan, että yhteen- ja vähennyslaskun oppimistaidot ovat monella koulutulokkaalla vielä varsin kehittymättömiä, mikä täytyisi ottaa huomioon kouluun tulovaiheessa. (Lehtinen & Kinnunen 1993, 40-45.) Tämä tarkoittaa myös sitä, että liian nopea symbolisten merkintöjen käyttöönotto aiheuttaa, että lapsen aikaisempi tietämys käsiteltävästä asi-

asta ei aktivoidu. Oppimisesta tulee tilannesidonnaista ja tämä on konstruktivismiin periaatteiden vastaista. Myös Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet (1994, 76-77) varoittaa liian varhaisesta symboliesitykseen siirtymisestä. Edellä olevaan on viitannut Haapasalo (1993) kirjoittaessaan, että ensimmäisen luokan osalta on poistettava mm. liian varhainen symbolien + ja - käyttöönnotto ja pelkkä numeroilla laskeminen, yhtälöistä ja lausekkeista puhuminen, pelkkä senttimetriviivoittimella mittaaminen, laskujärjestyksestä puhuminen, toistuvien pelkästään samankaltaisten suoritusten tekeminen ja pelkkien nimitysten opetteleminen. Haapasalo (1993) painottaa myös, että käsitteiden opettamiseen olisi varattava riittävästi aikaa.

Koulun alkuvaiheessa monet lapset joutuvat tekemisiin niin sanotun kirjoitetun aritmetiikan kanssa eli niiden yleisesti sovittujen merkitsemistapojen kanssa, joiden avulla matematiikassa perinteisesti kommunikoidaan ja esitetään matemaattisia oppisisältöjä. Suurimmalla osalla oppilaista on varsin pitkälle kehittyneitä matemaattista ajattelua ja ymmärrystä sellaisista matemaattisista prosesseista, joita näillä koulun alkuvaiheessa käyttöön otettavilla symboleilla ja merkitsemistavoilla kuvataan. Saattaa kuitenkin olla, että lasten aikaisempi matemaattinen tietämys ei aktivoidu kouluuntulovaiheessa tai matematiikka ei vastaa lasten tasoa. Hakkaraisen ja Puupposen (1997, 13) mukaan perinteisesti koulussa ja myös päiväkodissa on painotettu ja painotetaan oikean tiedon oppimista ja sääntöjen noudattamista. Lapset uskaltavat vastaamaan ja tekemään vasta sitten, kun ovat suhteellisen varmoja oikeasta suorituksesta. Näin lasten ajattelu on useimmiten kahlittua ja siinä saattaa olla pyrkimyksiä valmiiden, aikuisilta saatujen ajattelukaavojen käyttöön. Kun lapset kohtaavat vaikeuksia, he odottavat aikuisilta selkeitä ohjeita ja valmiita suorituskaavoja. Tästä on seurauksena, että kun lapsi ei tee virheitä, hän ei myöskään pysty oppimaan asioita omakohtaisesti. Oppimistilanteiden luomisessa aikuisen tärkeimpänä tehtävänä on purkaa oikeiden vastausten paineet ja kannustaa itsenäiseen kokeilemiseen virheiden tekemisestä huolimatta. (Hakkarainen & Puupponen 1997, 13-14.)

Malaty (1997) on tutkimuksissaan saanut vastaavanlaisia tuloksia kuin Keranto siitä, että suurin osa esikouluikäisistä hallitsee ensimmäisen luokan syyslukukauden matematiikan oppimäärän luku- ja kirjoitusvaikeuksista huolimatta. Hänen mukaansa se, mitä oppikirjat nykyään tarjoavat ensiluokkalaissille, ei vastaa sisällöltään ja menetelmiltään lasten tasoa. Esimerkiksi luvun yksi käsitettä ja sen merkkiä, eli numeroa, käsitellään kauan ennen kuin siirrytään luvun kaksi käsitteeseen. Kuitenkin koulutulokkailla on paljon matemaattisia kokemuksia. Malatyn (1997) ja myös kirjoittajan kokemusten mukaan lapset tuntevat numerot 1,2,3,4,5 ja ymmärtävät niitä vastaavien lukujen käsitteitä. Jo 5-vuotiaat kykenevät oppimaan sen, mitä kouluissamme tarjotaan 7-vuotiaille syyslukukaudella. (Malaty 1997, 64-88.) Tässä tulee keskeisenä esiin kysymys, kuinka asioita lähestytään. Yleisesti voidaan sanoa, että kun ensin ymmärrämme, miten asiasällöt integroituvat arkipäivään, voimme myös ymmärtää, miten teoreettinen ja käsitteellinen ajattelu kehittyy luonnollista tietä: maailma ja sen ilmiöt alkavat kiinnostaa meitä vasta sitten, kun ne liittyvät käytäntöön (Aebli 1991, 201). Usein lasten matematiikassa lähdetään siitä, miten lapsi tunnistaa lukuja (näin esimerkiksi esikoulussa) - kuitenkin lukujen suhteellisuutta

käsitellään vasta paljon myöhemmin, minkä seurauksena lapset joutuvat opettelemaan sääntöjä ulkoa. Pienten lasten tapa mitata, verrata ja laskea ei perustu ulkoaoppimiseen, vaan asioiden suhteuttamiseen toisiinsa. Lapselle luku merkitsee suhdetta eli sitä, mitä mitataan suhteessa siihen, mitä käytetään mittana on yhtä kuin luku. Jos esimerkiksi on tottunut lisäämään kuusi mitallista jauhetta kahvia keittäessään, niin saattaa seurata ikävä yllätys, jos muistaa vain luvun kuusi, mutta ei mitan kokoa. Jos mittana onkin vaikka kahvikuppi ja vesimäärä sama, tulos on aivan eri makuinen. (Riihelä 1998, 5.) Lapsille opetetaan liian usein, mitä he jo osaavat.

Kun tarkastelemme lapsen matemaattista kehitystä ja perinteisellä tavalla aukeama/oppitunti eteneviä matematiikan oppikirjoja, voimme päätellä, että matematiikan oppimisen keskeinen ongelma on matematiikan opetuksessa itsessään - jos oppikirjoja noudatetaan orjallisesti. Näinhän Piaget aikoinaan väitti. Konstruktivistisen oppimisenäkemyksen mukaan jokaisella lapsella on oikeus oppia omaan tahtiinsa ja omien kykyjensä mukaan. Tätä näkemystä meidän jokaisen tulisi kunnioittaa.

Jotta voisimme opettaa matematiikkaa lasten edellytysten mukaisesti, meidän täytyisi myös itse ymmärtää, mitä se matematiikka oikeastaan on. Seuraavassa luvussa tarkastelen matematiikan olemusta lähinnä kirjallisuudessa esitetyistä näkökulmista ja pyrin tätä kautta tuomaan esille matematiikan moniulotteisuutta.

## 2.5 Matematiikan moniulotteisuus

Kysymykseen "Mitä on matematiikka?" Hersh (1986) on vastannut seuraavasti:

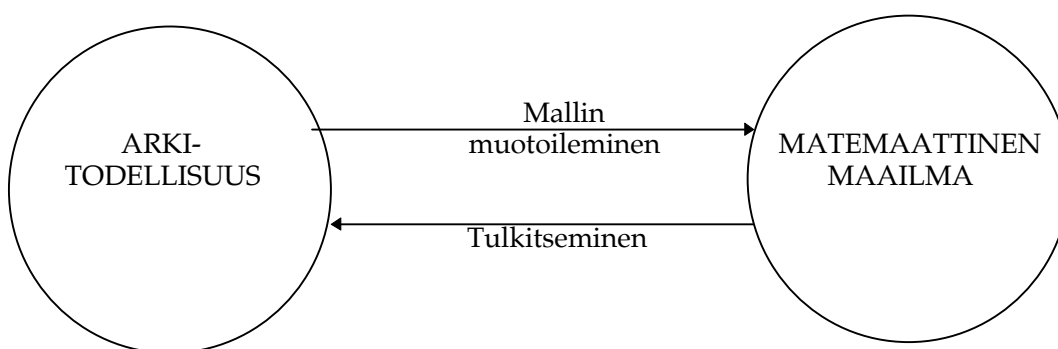
*"It would be that mathematics deals with ideas. Not pencil marks or chalk marks, not physical triangles or physical sets, but ideas (which may be represented or suggested by physical objects). What are the main properties of mathematical knowledge, as known to all of us from daily experience?"*

- 1) *Mathematical objects are invented or created by humans.*
- 2) *They are created, not arbitrarily, but arise from activity with already existing mathematical objects, and from the needs of science and daily life.*
- 3) *Once created, mathematical objects have properties which are well-determined, which we may have great difficulty in discovering, but which are possessed independently of our knowledge of them."* (Hersh 1986, 22.)

Kysymykseen "Mitä matematiikka on?" on vaikea antaa täydellistä vastausta, sillä matematiikkaa on kaikkialla - kaikessa, mitä ihminen on tehnyt ja kaikesa, mitä ihminen ei ole tehnyt. Kautta aikojen ihmistä on kiinnostanut määrä ja muoto, sillä kaikella, mikä on olemassa, on määrä ja muoto. Näin matematiikka tunnustetaan tieteen ja tekniikan perustaksi. Kun tutkitaan luontoa, tutkitaan määrää ja muotoa. Kun luodaan tekniikkaa, luodaan sitä, millä on määrä ja muoto. Matematiikka palvelee luonnontieteiden ja tekniikan lisäksi myös muita tieteenaloja sekä taiteita ja taitoja. Matematiikalla on joko suora tai epäsuora

yhtymäkohta esimerkiksi luonnontieteiden ja tekniikan kautta näihin alueisiin. (Malaty 1997, 53.) Ihmisellä on siis ollut tarve matematiikan avulla löytää käyttötarkoitukseen sopivia sääntöjä (Ahtee & Pehkonen 2000, 33). Yleensä siis hyväksytään, että matematiikka on alkanut, kun ihmisten piti ruveta laskemaan lampaitaan, pitämään kirjaa omaisuudestaan ja seuraamaan ajan kulkua (Seife 2000, 11). Jotkut tutkijat ovat sitä mieltä, että matematiikan syntyessä sitä on harrastettu myös ajanvietteenä siitä ilosta, että ihmiset saisivat jotain tekemistä (Boyer 1985, 7).

Egyptiläiset kehittivät matematiikkaa lähinnä käytännön tarpeisiin, ja erityisesti he kehittivät geometrian perusasioita. Vasta antiikin kreikkalaiset menivät pidemmälle ja alkoivat tutkia matematiikkaa sen itsensä takia ja yhdistivät sen filosofian pohdintoihin. (Seife 2000, 18-19.) He kehittivät loogisia järjestelmiä, kuten esimerkiksi geometriaa, jossa lähdetään yleisistä totuuksista (aksiomeista), asetetaan päättelyn lähtökohdaksi järkevältä tuntuva oletus (postulaatti) ja johdetaan niiden avulla uusia tuloksia, lauseita. Matematiikassa käsiteltävillä olioilla (esimerkiksi piste, suora, luku, vektori...), ei tarvitse olla todellista vastinetta. Matematiikan luonne tulee esille erityisesti, kun käytännön tilanteesta pyritään kehittämään kyseistä tilannetta vastaava matemaattinen malli ja soveltamaan matemaattista järjestelmää esimerkiksi ongelmanratkaisutilanteessa käytännöstä tulevaan uuteen tilanteeseen. (Ahtee & Pehkonen 2000, 33-34.) Mallintamista voidaan kuvata seuraavan Berryn & Sahlbergin (1995, 53) esittämän kuvion 2.3 avulla.



KUVIO 2.3 Yksinkertaistettu käsitys mallintamisesta matematiikassa Berryn & Sahlbergin (1995, 53) mukaan

Oppiaineena matematiikka on ollut jo muinaiskulttuureissa, kuten esimerkiksi Kreikassa. Eurooppalaisen koulujärjestelmän kehittämisen myötä matematiikka on ollut olennainen oppiaine eurooppalaista koulujärjestelmää jo 1500-luvulta lähtien. Kansakoululaitoksen syntymisen myötä 1800-luvulla matematiikasta tuli tärkeä oppiaine äidinkielen rinnalle. (Malaty 1997, 57.) Kaiken tämän tarkastelun takana on kuitenkin vielä edelleen kysymys "Mitä on matematiikka?". Kun pohditaan tätä kysymystä ja ajattellaan matematiikan historiaa ja käyttöä, huomataan, että matematiikka ei ole vain kouluaine, vaan sillä on yhtymäkohtia kaikkialle, ja voisi sanoa, että se on kuten musiikki, urheilu ja tiede, kulttuurin luoma tuote ja se voidaan määritellä kulttuurisen perustan avulla. Näin rajat sille, mikä on matematiikkaa ja mikä ei ole matematiikkaa, ovat myös kult-

tuurin kautta määriteltävissä. Erilaisten määritelmien kautta ihmisille on muodostunut erilaisia uskomuksia matematiikasta, joita ovat esimerkiksi seuraavat:

- Matematiikka on tietty, määritelty aktiviteetti ja mikään muu aktiviteetti ei ole matematiikkaa.
- Matematiikkaa opitaan koulussa, joten ihmiset, jotka eivät ole käyneet koulua, eivät tiedä mitään matematiikasta.
- Oppiakseen matematiikkaa täytyy omata tiettyjä taitoja, ja jos näitä taitoja ei ole, niin ei voi oppia mitään matematiikasta.
- Matematiikka on abstraktia eikä sillä ole yhteyksiä jokapäiväiseen elämään - tämän vuoksi matematiikkaa ei opita käytännön elämässä.
- Matematiikka on vaikeaa; vain harvat ihmiset voivat oppia matematiikkaa, mikä tarkoittaa sitä, että vain muutamat osaavat matematiikkaa.
- Matematiikkaa käyttävät vain matemaatikot, jotkut tiedemiehet sekä korkean teknisen koulutuksen saaneet (suurimmaksi osaksi miehiä) - vain nämä ovat ihmisiä, jotka osaavat matematiikkaa.  
(Nunes & Bryant 1996, 100-101.)

Nyt on syytä miettiä, onko yllä esitettyjen uskomusten taustalla se tosiasia, että matematiikka on tietynlainen aktiviteetti? Onko sitten oikein, että matematiikkaa voi oppia ainoastaan koulussa? Matematiikalla on tavallaan kaksoisrooli - se on osaksi eräänlainen aktiviteetti, mutta se on myös tiedon muoto. Tämä siis tarkoittaa, että matemaattista tietoa voidaan sekä oppia että käyttää myös koulun ulkopuolella. Matematiikka on ajattelutapa. Sosiaalisen yhteisön synnyttämät määritelmät matematiikalle tavallaan estävät meitä näkemästä, mihin kaikkien matematiikka liittyy. Opimme koulussa ainoastaan joitakin matemaattisen tiedon muotoja ja samalla tulemme sokeiksi kaikkien sellaisten alueiden merkitykselle, joita siellä ei opeteta. Näin koulussa opittu matemaattinen tieto saattaa olla tilannesidonnaista eikä sitä osata käyttää muilla tiedon alueilla. (Nunes & Bryant 1996, 100-108.) Myös Wilder (1986, 187, 189-190) on painottanut matematiikan kulttuurista perustaa yritettäessä ymmärtää matematiikan luonnetta, sillä ne perusteet, joiden mukaan jokin matematiikan haara on tunnustettu matematiikan piiriin, ovat vaihdelleet. Näin matemaattisella tiedolla voidaan ajatella olevan yhteiskunnallinen painotus. Kuten jo aikaisemmin tuli esille, matematiikkaa pidetään yhteiskunnalliselta kannalta tärkeänä. Näin on lähes itsestään selvää, että matematiikka on säilyttänyt tärkeän asemansa osana koulujen opetussuunnitelmaa eri puolilla maailmaa.

### 3 MATEMATIIKAN OPPIKIRJA ALKUOPETUKSESSA

Oppikirjojen asema on säilynyt vahvana kouluopetuksessa sähköisten viestimien tulosta huolimatta. Suomessa on ollut oppikirjatuotantoa jo 1800-luvulta alkaen, mutta varsinaisia opetusta varten suunniteltuja materiaalipaketteja on alettu kustantaa 1970-luvulta lähtien. Tällaiseen materiaalipakettiin esimerkiksi matematiikassa kuului tavallisesti oppilaan matematiikan kirjan lisäksi matematiikan tuloskirja ja opettajan opas. Oppilaan kirja sisälsi malliesimerkkien ja teoriaosuuden lisäksi myös harjoitustehtäviä. Muissa oppiaineissa saattoi olla vielä lisäksi tehtävä- tai työkirja. (Ahtineva 2000, 11.)

Aluksi oppikirjatuotannolla oli keskeisenä tavoitteena kansallistunteen nostaminen ja suomen kielen aseman parantaminen. Oppikirjojen tuotantoa valvottiin, ja siihen kuului painovalvonnan lisäksi mielipidevalvonta, pedagoginen valvonta sekä taloudellinen valvonta. Mielipidevalvonnan tuli varmistaa, että oppikirjoissa ei ollut valtion tai kirkon kannalta haitallisia mielipiteitä. Pedagogiseen valvontaan kuului niin oppikirjojen sisällön valvonta kuin taloudellinen valvonta, joka tarkoitti hinnan kohtuullisuuden valvontaa. Yleisesti valvonta oli kuitenkin passiivista, sillä tuotanto ja valvonta toimivat erillään toisistaan. Varsinaisen oppikirjavalvonnan aloitettiin Suomessa vuonna 1870 kouluhallitus. Tuolloin koululaitoksen johto ja samalla myös oppikirjojen valvonta siirtyivät kirkolta valtiolle. Kouluhallitus (nykyään opetushallitus) laati opetussuunnitelman, jonka tavoitteet ja sisältöalueet ohjasivat oppikirjojen laadintaa. Näin koululaitosta ohjattiin myös oppikirjojen kautta. (Lehtonen 1983.)

Oppikirjojen tuotantoa ohjaavat tänäkin päivänä valtakunnalliset opetussuunnitelman opetuksen yleiset ja oppiainekohtaiset tavoitteet. Vuoden 1994 opetussuunnitelman perusteissa todetaan matematiikan opiskelun ja opetuksen luonteesta seuraavaa:

*”Oppimistilanteet tulisi rakentaa keskustelunomaisiksi, kokeileviksi ja ongelmakeskeisiksi pitäen lähtökohtana mahdollisimman usein oppilaille tuttua konkreettista arkielämän tilannetta. Alusta alkaen matematiikan opiskelussa tähdätään ymmärtämään käsitteitä. Se tapahtuu konkreetin toiminnan kautta ja pitkään as-*

*kartelua ja leikinomaisuutta korostaen.” (Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994, 76.)*

Tämä opetussuunnitelman tavoite asettaa oppikirjojen tuotannolle ja käytölle uusia haasteita. Mikäli opettajat sitoutuvat oppikirjojen mukaiseen etenemiseen, tulisi oppikirjojen ohjata opettajia yllä mainittujen tavoitteiden mukaiseen oppimistilanteiden rakentamiseen. Nykyisin ei oppikirjoja enää tarkasteta, sillä opetushallitus luopui 1980-luvun lopulla tästä ”hyväksymismenettelystä”. Käytännössä oppikirjan kirjoittajat, asiantuntijat ja kustantaja ratkaisevat kirjan sisällön, esitystavan ja ulkoasun. (Ahtineva 2000, 11.) Näin oppimateriaalitutkimus nousee tärkeään asemaan, sillä tutkimus kartuttaa tietoa, jonka avulla voidaan parantaa oppikirjoja ja opetusta oppimistavoitteiden saavuttamiseksi. Karin (1987, 9) mukaan on tärkeää, että oppimateriaalitutkimukseen kuuluvat kaikki osat: oppikirjan tekijä - oppikirja - opettaja - oppilas. Tässä tutkimuksessa tarkastellaan oppikirjoja lähinnä opettajan näkökulmasta eli sitä, kuinka opettaja käyttää oppikirjaa omien uskomustensa näkökulmasta.

### 3.1 Oppikirjojen arvioinnin kriteereistä

Suomessa oppimateriaalitutkimus on ollut lähinnä kriteeritutkimusta, jota on tehty erityisesti kouluhallinnon tarkastustoiminnan tarpeisiin (Mikkilä 1992, 101-102). Oppimateriaaleja on tarkasteltu lähinnä yksittäisten oppiaineiden näkökulmasta (esimerkiksi Ahtineva 2000, Perkkilä 1999, Sovelius-Sovio & Kari 1987; Kari & Sovelius-Sovio 1981; Rikkinen 1977) Aikoinaan kouluhallitus on antanut oppimateriaalien kriteereiksi seuraavat lähteet:

1. Käytössä olevan opetussuunnitelman (yleisimpänä determinanttina)
2. Koulun ja opettajan tasolla tehtävän opetuksen suunnittelun (joka erityisesti jaksosuunnitteluna tähtää tavoitteisuuden lisäämiseen ja oppimiskokonaisuuksien muodostamiseen) sekä
3. opetustapahtuman (toteuttamistason edustajana)  
(Leino 1978, 6.)

Vielä 1980-luvulla kouluhallitus tarkasti oppikirjojen käsikirjoitukset ja antoi oppikirjalle painatusluvan ainoastaan, jos opetuksen perusmallista johdetut kriteerit täyttyivät. Kuten yllä olevista kriteereistä on nähtävissä, yllä mainitut kolme kohtaa eivät ole toisiaan poissulkevia. Esimerkiksi koulun ja opettajan tasolla tähtäävään opetuksen suunnitteluun kuuluvat opetuksen tavoitteet, sisällöt ja käytännöllisyys vaikuttavat opetustapahtuman toteuttamiseen. Näin oppikirjojen tuli olla ymmärrettäviä sekä niissä esitetyn tiedon tuoretta, virheetöntä ja objektiivista ja kunkin oppiaineen perustavoitteet toteuttavaa. Opetustapahtuman suunnittelun kriteereinä olivat motivoivuus ja kielen, tehtävien ja harjoitusten sekä kuvien soveltuvuus erilaisiin opetusmuotoihin ja eriyttämiseen. Oppikirjoissa tuli olla eritasoisia tehtäviä diagnostista, formatiiv-



vista ja summatiivista arviointia varten sekä myös kertauksen ja tukiopetuksen tarpeet täyttäviä tehtäviä. Käytännöllisyyttä arvioitiin esimerkiksi oppikirjojen ulkoisen laadun, kuten oppikirjan kestävyuden, painoasun selkeyden, hinnan, koon, painon, oppikirjan helppokäyttöisyyden ja jakelun perusteella. (Leino 1978, 14-27.)

Nykyisin oppimateriaalien asema ja vaatimustaso ovat jonkin verran muuttuneet, koska opetussuunnitelma antaa opetukselle ja oppiaineekselle eräänlaiset kehykset, joiden pohjalta laaditaan kunta- ja koulutason opetussuunnitelmat. Kouluille ja opettajille on annettu enemmän vapautta profiloitua omaleimaiseksi yhteisöksi. Tämä tarkoittaa sitä, että koulut voivat valita eri painotusalueita oppiaineiden sisällä tai voivat valita pidettäväksi esimerkiksi joitakin erikoiskursseja. Opetussuunnitelmauudistus 1994 on toimintavapauden lisäksi antanut viitteitä siihen, että oppimisympäristöt ovat muuttumassa avoimempaan suuntaan. Tämä tarkoittanee sitä, että opetus yksilöityy ja oppimisympäristöissä on mahdollisuus käyttää hyvin monenlaisia tiedonkeruutapoja ja työtapoja. Opettaja on oppimisympäristössä ohjaaja. Kuten aiemmin jo mainittiin, opetushallitus on luopunut oppikirjojen tarkastamisesta kriteeriarvioinnin pohjalta. Ahtinevan (2000, 35) mukaan oppikirjojen kustantajat luetuttavat nykyisin käsikirjoituksen oppialan asiantuntijoilla ja kielentarkastajalla ennen kuin kirja painetaan. Käsikirjoitusten arviointiohjeet ovat hyvin lähellä kriteeriarvioinnin ohjeita sisällön, työmenetelmien sekä käytännöllisyyden osalta. Oppikirjojen esitystapaa tarkastettaessa otetaan huomioon tiedon sidosteisuus ja työtapoja tarkastettaessa niiden oppilaskeskeisyys. Yleensä arviointi perustuu käsikirjoitusten lukemiseen ja ehkä kuviteltuun käyttöön - vain harvoin oppikirjan käsikirjoitus annetaan opettajille kokeilukäyttöön. Tämän jälkeen oppikirjan tekijät viimeistelevät tekstin ja sisällön asiantuntijalausuntojen perusteella ja kirja menee painoon. Kustantaja vastaa oppikirjan markkinoinnista ja jos käy niin, että oppikirja ei tuota tarpeeksi voittoa, ryhdytään todennäköisesti joko uuteen kirjahankkeeseen tai muuttamaan käsikirjoitusta käyttäjien toiveiden mukaisiksi. (Ahtineva 2000, 35.)

### 3.2 Oppikirjojen arviointi ja tieto- ja oppimiskäsitykset

Aeblin (1991, 244) mukaan oppikirjoja on opeteltu kautta vuosisatojen ulkoa. Ulkoaoppiminen voi olla syynä siihen, että monet eivät ymmärrä ulkoaoppimisaasioita. Opettajan oppaat tarjoavat tiedon lisäksi usein myös malleja tiedon käsittelemiseksi ja esittelemiseksi. Näin oppikirja saattaa toimia opetuksen suunnittelun välineenä ja ratkaista opetuksessa käytettävät työtavat (Mikkilä 1992, 100). Oppimateriaalien arviointia on pyritty kehittämään käyttämällä hyväksi oppimispsykologisia teorioita. Syynä tähän on ollut se, että oppikirjojen rakenteiden on katsottu olevan osaynä koulussa vallitsevaan staattiseen tiedonkäsitykseen (Lehtinen 1989; Voutilainen, Mehtäläinen & Niiniluoto 1989). Näin tutkimuksen kohteeksi on noussut oppikirjan tekstin, käsitteiden, kuvien ja tehtävien taustalla olevien tieto- ja oppimiskäsitysten tutkiminen (esim. Vä-

häpassi & Takala 1986; Kintsch 1986; Perkins 1987; Julkunen 1989; Mikkilä 1992, Mikkilä & Olkinuora 1993; 1995; Hannus 1996; Perkkilä 1999; Ahtineva 2000).

Koulussa käytettävää oppimateriaalia voidaan pitää koulussa vallitsevan pedagogisen ajattelun ilmentymänä, joka omalla tavallaan ohjaa ja kontrolloi opetustapahtumaa ja oppimisprosessia. Kunkin aikakauden oppimis- ja opetus-käsityksen tulisi ilmetä oppikirjoissa. Esimerkiksi vuoden 1994 opetussuunnitelman perusteiden konstruktivistisen oppimiskäsityksen tulisi näkyä tämän aikakauden oppikirjoissa. Kuitenkin on havaittavissa, että oppikirjat elävät eräänlaista välivaihetta, sillä edelleenkin oppikirjoissa esitetään faktat sen sijaan, että lukijalle mallitettaisiin korkeatasoista ajattelua. On muistettava, että oppikirja ei ole koskaan neutraali, vaan koulussa vallitsevan ajattelun ilmentymä. Ensinnäkin oppikirja välittää lukijalleen sen, mitä pidetään tärkeänä oppia. Toiseksi oppikirjat opettavat myös aina oppimaan, sillä tekstien, kuvien ja tehtävien ominaisuudet antavat oppilaalle vihjeitä siitä, miten asiat oletetaan opittavan. Kolmanneksi oppikirjan voidaan olettaa ohjaavan ja kontrolloivan opetustapahtumaa. Esimerkiksi ohjaava vaikutus voi olla opetussuunnitelman tavoitteiden saavuttamiseksi tai opetuksen yleisen laadun näkökulmasta heikko tai vahva, positiivinen tai negatiivinen. Siihen, millä tavalla oppikirjat ja muut oppimateriaalit hallitsevat opetuksen suuntautumista, vaikuttavat esimerkiksi opetettavan aineen luonne, opettajan kokeneisuus, hänen oppikirjasuhteensa, kansallinen opetustraditio sekä oppimateriaalin ominaispiirteet. Tässä suhteessa nousee esille kysymys oppimistulosten näkökulmasta, minkä verran oppikirjojen tulisi ohjata. (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 436-437.)

Oppikirjan, opettajan ja oppilaan välillä on vuorovaikutussuhde. Se, millaiseksi tämä vuorovaikutussuhde kehittyy, riippuu opettajan oppikirjasuhteen lisäksi myös oppikirjan ominaisuuksista. Kouluopetusta on leimannut tekstilähtöisyys, mikä johtuu lisääntyneestä tiedon tulvasta ja opetuskäytäntöjen taustalla vaikuttavista ideologioista. (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 437-438.)

Mikkilä-Erdmannin, Olkinuoran ja Mattilan (1999) tutkimuksen kohteena olivat vuoden 1994 opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen ilmestyneet luonnon- ja ympäristötiedon oppikirjat. Tutkijoiden mukaan opetussuunnitelmauudistuksen jälkeen ilmestyneet oppikirjat eivät muodostaneet enää valmista didaktista pakettia, vaan ne noudattivat jäsennykseltään aiemmin ilmestynyttä, faktojen suunnassa etenevää pilkottua oppikirjatyyppiä. Vaikka oppikirjat ylittivätkin tekstin tasolla kahden sivun aukeaman, niin ne johdattivat suureksi osaksi faktakeskeiseen ajatteluun. Erityisesti ala- ja yläasteen oppikirjojen teksteistä suurin osa oli kuvailevia vailla metatekstiä eli lukijalle vihjeitä antavaa tekstiä. Vaikka kuvitus oli runsasta, se oli heikosti tekstiin integroitua, sillä kuviin ei vielääkään viitata tekstissä juuri ollenkaan. Tämän tutkimuksen tulosten mukaan uudistuneetkaan materiaalit eivät sisällä toivottavassa määrin oppilaan ajattelua, oppimista ja tiedon jäsentämistä edesauttavaa, pedagogisesti ajankohtaista ohjausta. (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 443, 445.)

Hyvin usein paljon käsitteitä sisältävät reaaliaineiden oppikirjat ovat kriittikin kohteena, koska runsaasti päälauseita sisältävässä tekstissä on paljon käsitteitä, joiden tärkeys ei mitenkään erotu tekstin perusasusta eikä merkitys selvinne ilman opettajan selitystä (Julkunen 1989; Julkunen & Elomaa 1998). Hy-

vässä oppikirjassa käsitteenopettamismenetelmän lähtökohtana on sekä käsitteiden olemuksen tarkastelu että lapsen käsitteen oppimisprosessi (Laine 1990). Vaikeutena käsitteenmuodostuksen ohjauksessa lienee se, millaista on luonteeltaan se ajattelu, joka johtaa käsitteen jäsentymiseen oppijan mielessä. Millaisessa muodossa tarvittavat tiedot on edullista tarjota oppijalle? Kuinka suuri osuus on verbaalisella muodolla, ja kuinka suuri osuus on visualisoinnilla? On myös mietittävä tarkasti arkikäsitteiden ja tieteellisten käsitysten välistä suhdetta, joiden yhdistelmästä nousevat sekä tieteen kollektiiviset että yksilölliset käsitteet kehityshistoriansa valossa. (Kallonen-Rönkkö 1996, 22; Mikkilä 1992, 128.) Lahdeksen (1997, 179) mukaan käsitteiden opetus pyrkii auttamaan oppilaita ymmärtämään käsitteiden olemusta ja antamaan merkitystä ajattelulle. Kuitenkaan oppikirjojen tekijät eivät ole pystyneet tarjoamaan käyttökelpoisia metodisia ohjeita laajojen käsittekenttien (concept fields) opettamiselle (Haapasalo 1997, 66). Haapasalon mukaan (1997) yleisin virhe tehdään jo siinä, että käsitteen esitys, jota eksplisiittinen määrittely edellyttää, ei voi koskaan edeltää itse käsitettä. Tästä on myös Piaget aikoinaan varoittanut. Matematiikan oppikirjoissa esimerkiksi prosenttikäsite opetetaan irrallaan murto- ja desimaalilukukäsitteistä ikään kuin kyseessä olisi erillinen ja itsenäinen käsite. Näin oppilaat joutuvat opettelemaan prosenttikäsitteen uutena asiana sen sijaan, että voisivat käyttää hyväkseen murto- ja desimaalilukuihin liittyvää tietoa konseptuaalista tietoa prosenttikäsitteen määrittelyä varten. (Haapasalo 1997, 66.)

Yleisesti oppikirjan odotetaan johdattavan lukijansa kyseisen aineen taustalla vaikuttavaan ajatteluun. Mutta kuinka paljon oppikirjan tulisi ohjata ja millainen asema sillä tulisi olla opetus-oppimistapahtumassa? Useimmiten oppikirjan valinta on sattumanvaraista, vaikka se voi olla opettajan tärkein pedagoginen valinta. Näin oppimateriaalipaketteihin kuuluvien opettajan oppaiden tulisi olla pedagogisilta vinkeiltään ja ohjeiltaan niin monipuolisia ja monitasoisia, että opettaja ei voisi toimia mekaanisesti niiden mukaisesti, vaan joutuisi aktiivisesti tulkitsemaan ja toisaalta omien pedagogisten periaatteidensa mukaisesti päättämään, mitä tekee. (Mikkilä-Erdmann, Olkinuora & Mattila 1999, 446-447.)

Tässä tutkimuksessa kiinnitetään huomiota alkuopetuksen matematiikan oppikirjan ja opettajan oppaan asemaan luokkatilanteessa. Seuraavassa luvussa selvitan alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen rakennetta lisensiaatintutkimukseni valossa. Tämä on tärkeää siksi, että voisimme paremmin ymmärtää tämän tutkimuksen yhtä tavoitetta, jonka pyrkimyksenä on selvittää matematiikan opettajan oppaan ja oppikirjan merkitystä opettajan näkökulmasta matematiikan alkuopetuksessa.

### **3.3 Huomioita alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen ja opettajan oppaiden rakenteesta**

Tutkimusten mukaan peruskoulun vuosiluokkien 1-6 opettajat ovat oppikirjasidonnoisempia kuin vuosiluokkien 7-9 opettajat (esim. Kari 1988, Kuusisto 1989). Karin (1988) maantiedon ja ympäristötiedon oppikirjasidonnoisuutta

koskevan tutkimuksen mukaan oppikirjasidonnaisuus liittyi sekä opetettavaan aineeseen että opettajien koulutusohjaan. Kuusiston (1989) peruskoulun ala- ja yläasteen opettajien käsityksiä ja kokemuksia oppimateriaaleista kartoittaneen tutkimuksen mukaan oppimateriaaleja ja erityisesti oppikirjoja arvostettiin varsinkin tietojen välittämisessä oppilaille. Lähes yhtä paljon painotettiin oppilaiden kehitystason huomioon ottamista materiaaleissa. Oppimateriaalin valinnan yhteisenä laadullisena perusteena pidettiin motivoivuutta. Myös Kuusiston tutkimuksen mukaan ala-asteiden opettajat ovat jonkin verran oppikirjasidonnaisempia kuin yläasteiden opettajat. Kuusiston (1989, 51) mukaan opetussuunnitelmien, ohjaavien opettajien ja koulutuspäivien merkitys on huomattavasti pienempi kuin opettajanoppaiden ja oppikirjojen. Näin voisi varovasti arvioida, että opettajat pitävät oppikirjoja ja opettajan oppaita lähes opetussuunnitelmaan, joten oppikirjojen ja opettajan oppaiden didaktinen merkitys saattaa olla erittäin suuri.

Kuten jo alkuopetuksen matematiikan tavoitteista on nähtävissä, enää ei riitä traditionaalinen luokkaopetus, jossa opettaja välittää opetettavan aineksen samanaikaisesti koko luokalle ja jossa oppilaat ovat vastaanottavana osapuoleina. Tällaisessa samanaikaisopetuksessa matematiikan oppikirjan rooli kasvaa merkittäväksi, kun oppikirjan aukeamat rytmittävät oppilaiden työskentelyn. Kuitenkin pedagoginen kirja luottaa käyttäjänsä ja tarjoaa hänelle mahdollisuuksia itse ajatella ja tehdä johtopäätöksiä (Geddis 1993). Vastaavalla tavalla kuten Mikkilä-Erdmannin, Olkinuoran ja Mattilan (1999) tutkimuksista oli havaittavissa ympäristö- ja luonnontiedon oppikirjojen kohdalla eräänlainen välivaihe, niin myös liseniaatintutkimukseni antaa viitteitä tällaisen päätelmän tekemiseen tutkimuksessani mukana olleiden alkuopetuksen matematiikan opettajan oppaiden ja oppikirjojen osalta. Tästä huolimatta oppikirjojen rakenteessa näkyy perinteistä matematiikan opetusta suosiva piirre. Tutkittujen matematiikan oppikirjojen opettajan oppaat sisälsivät usein hyvin yksityiskohtaisia ohjeita oppituntien läpiviemiseksi. Tähän Kupari (1993) on viitannut Peruskoulun arviointiraportissa, jonka mukaan matematiikan oppituntien valmisteluun käytetty aika on laskenut vuosien 1979-1990 välillä. Liian pikkutarkasti rakennetut opettajan oppaat ohjaavat oppikirjasidonnaisuuteen.

Tutkimieni oppikirjojen rakenne näytti soveltuvan hyvin aukeama kerrallaan etenevään opetukseen. Molemmat oppikirjasarjat (Mieti ja laske, Laskutaito) siirtyivät varsin nopeasti ensimmäisen luokan syksyllä kokonaislukuihin, joiden käsittelyssä tähdättiin heti yhteen- ja vähennyslaskujen symbolisiin merkintöihin. Itse lukukäsitteeseen orientoitumiseen käytettiin aikaa kirjasarjasta riippuen 6-9 tuntia (opetuksen ajateltu etenevän aukeama / oppitunti -periaatteella). Näissä oppikirjoissa tuli selkeästi esille yhteen- ja vähennyslaskujen symbolisten merkintöjen korostaminen. Esimerkiksi kuvista tehtäviin laskulausekkeisiin liittyi vahva mekaanisuuden vaatimus, sillä kuvat olivat selkeitä eikä niissä ollut häiriötekijöitä. Lisäksi kuvien lukusuunta oli usein kuvista tehtävien laskulausekkeiden suuntainen - vasemmalta oikealle. Kuvien alle liitettyt mallilausekkeet tai opettajan oppaaseen liitetyt tauluesimerkit ohjasivat sekä oppilasta että opettajaa toivotunlaisten laskulausekkeiden tuottamiseen. Tällainen rakenne ohjaa tilannesidonnaiseen oppimiseen. (Perkkilä 1999, 128-129.) Kun lapsia ohjataan esimerkiksi kuviin liitettyjen mallilausekkeiden

avulla tekemään tietyntyyppisiä laskulausekkeita, estetään lasten omat tulkinat näiden tehtävien yhteydessä. Ongelmanratkaisun kannalta olisi kuitenkin tärkeää, että lapset saisivat mallintaa ja tulkita erilaisia tilanteita. Juuri erilaisen kuvien ja graafisten esitysten käytön avulla voitaisiin kehittää erilaisia matemaattisia tulkintoja ja niiden vertailuja. Samalla tämä johtaisi myös syvällisempään matematiikan ymmärtämiseen. (Bauersfeld 1992, 144-148.)

Ikäheimo (1997, 249) tuo alkuopetuksen solmukohtina esille 10 -järjestelmän hallinnan, lukualueen 10-20 yhteen- ja vähennyslaskut sekä kertolaskun käsitteen. Näiden alueiden oppiminen perustuu lukukäsitteen vahvaan hallintaan. Jos opettaja etenee hyvin oppikirjasidonnaisesti eikä lue lasta ja lapsen matemaattista kehitystä, saattaa käydä niin, että lapsen oppimisesta tulee pinnallista, koska hänelle ei ole annettu aikaa omaksua lukukäsitettä monipuolisesti. Usein oppikirjat kiinnittivät huomiota lukukäsitteen yhteydessä vain yhtä suuri - pienempi kuin, enemmän - vähemmän -käsitteisiin sekä lukumäärän ja numeromerkin yhdistämiseen, mutta esimerkiksi mitan ja mittaamisen merkitys, pareiksi yhdistäminen, looginen päättely ja yhtä monta -käsitteen monipuolinen ymmärtäminen näyttivät useimmiten tässä yhteydessä unohtuneen yhteen- ja vähennyslaskun -käsitteeseen kiirehtimisen myötä. Myös konkretian painottaminen - itse tekeminen ja toiminen - jäi mekaanisten tehtävien varjoon. (Perkkilä 1999.)

Yleisesti uusien käsitteiden motivointiin käytettiin hyvin vähän aikaa, sillä uusi käsite annettiin useimmiten valmiina. Oppikirjoissa tai opettajan oppaissa ei ollut ohjausta lasten ennakkokäsitysten hyödyntämiseen käsitteenmuodostuksen tukena, ja näin ollen tämä jäi opettajan oppimiskäsityksen varaan. Oppisisällöt etenivät oppikirjoissa järjestelmällisesti, vaikka geometrian ja mittaamiskäsitteen irrallisuus tutkijaa häiritsivätkin. (Perkkilä 1999.)

Ensimmäisellä luokalla syksyn aikana tulivat myös niin sanotut puolisanalliset tehtävät eli tehtävät, joissa oli kuvilla piirretty esimerkiksi kaupasta ostetut tavarat ja rahat. Tehtävään liittyvä kysymys oli usein kirjoitettu. Ensimmäisen luokan keväällä ja toisella luokalla oli jo täysin sanallisia tehtävätyyppejä. Sanallisista tehtävistä oli selkeästi löydettävissä Vauraksen (1997) luettelemia pintastrategioita vahvistavia piirteitä: tehtävät olivat samankaltaisia, ne olivat köyhiä (tehtävissä vain ratkaisuun tarvittavat luvut ja teksti - ei ylimääräistä tietoa), tehtäviin löytyi vastaus vain yhtä aritmeettista operaatiota käyttämällä ja tehtävän kysymyksestä ilmeni ratkaisutapa. Yleisesti oppikirjojen tehtävien rakenteessa oli nähtävissä samankaltaisten tehtävien toistuvuus, yhteen oikeaan ratkaisuun pyrkiminen sekä oikein suoritettujen laskurutiinien korostuminen. (Perkkilä 1999.)

Vauraksen (1997) mukaan pinnallisille ratkaisustrategioille on tyypillistä, että oppilaat eivät edes yritä perustella sopivan operaation valintaa ongelmatilanteen analyysille ja rakentamiselle, vaan hyppäävät suoraan 'lukujen kanssa puuhailuun'. Näin toimivat oppilaat poimivat tehtävästä kaikki tehtävässä esiintyvät luvut - olivatpa ne oleellisia tai ei tehtävän ratkaisun kannalta. Oppilas saattaa käyttää pintastrategioita myös silloin, kun apuvälineiden käyttö on kiellettyä tai hankalaa suurten lukujen vuoksi (esimerkiksi on siirrytty oppilaan matemaattiseen kehitystasoon nähden liian aikaisin käyttämään suuria lukuja) ja kun vaaditaan laskulausekkeiden kirjoittamista. Heikot oppilaat taas

eivät lue tehtäviä huolellisesti eivätkä analysoi tai yritä mallintaa mielessään ongelmatilannetta. (Vauras 1997, 4-7.) Matematiikan oppikirjoissa esiintyy seuraavia tyypillisiä pintastrategioita suosivia piirteitä:

- Otsikossa on kerrottu, millaista operaatiota tehtävä vaatii
  - Tehtävän avainsanoja (kuten 'vähemmän / enemmän') on korostettu lihavoinnein, värein tai muilla tavoin.
  - Samaa operaatiota opetellaan pitkän aikaa ja muunlaisia tehtäviä ei ole kuten esimerkiksi jo aiemmin opeteltuja.
  - Sanalliset ongelmatehtävät ovat aina kielellisesti yhdenmukaisia vaadittavan operaation kanssa. Toisin sanoen tehtävässä lukee esimerkiksi yhteensä, kun vaaditaan yhteenlaskua.
  - Tehtävässä on vain sellaisia lukuja, joita tarvitaan ongelman ratkaisemiseksi.
  - Tehtävästä puuttuu kaikki tilanteen mallintamista auttava 'ylimääräinen' tieto.
  - Tehtävätyyppien vaihtelu on vähäistä.
  - Tehtäviin on olemassa ainoastaan yksi oikea vastaus, joka saadaan soveltamalla suoraviivaisesti tiettyä aritmeettista operaatiota.
- (Vauras 1997, 6-7.)

Heikot oppilaat pyrkivät ratkaisemaan sellaiset tehtävät, jotka vaativat useita aritmeettisiä operaatioita ongelman ratkaisemiseksi, käyttämällä pintastrategioiden ja arvausten yhdistelmiä. Useimmiten oppilaat käyttävät kaikki tehtävässä esiintyvät luvut, hakevat vihjeitä avainsanoista tai sen hetkisestä opetusympäristöstä ja valitsevat operaation, joka on näiden vihjeiden mukainen tai jonka he hallitsevat hyvin. Tästä syystä yhtä oikeaa ratkaisua vaativien tehtävien määrää tulisi vähentää. Silloin kun opettaja ei usko opetuksessa oikeiden vastausten määrän kertovan taitavasta ajattelusta tai ei odota oppilaiden löytävän niin nopeasti kuin mahdollista operaation ongelman ratkaisemiseksi, hän on opetuksessaan hyvällä tiellä kohti matemaattisten ongelmanratkaisutaitojen kehittämistä. (Vauras 1997, 7-8.)

Lisätehtävät olivat lähinnä nopeuseriyttämiseen liittyviä tehtäviä, sillä niiden rakenne ei olennaisesti poikennut perusaukeamien tehtävistä. Kotitehtäväsarjat oli tarkoitettu kaikille laskettaviksi, ja ne olivatkin pääsasiassa rutiinitehtäviä. Tämä viittaisi siihen, että oppilaat saavat kaikki samanlaiset kotitehtävät eli kotitehtävien suhteen ei tapahtuisi eriyttämistä. (Perkkilä 1999.)

Arvioinnin suhteen oppikirja-sarjat poikkesivat toisistaan, sillä Laskutaito-sarja painotti enemmän perinteistä kokeisiin perustuvaa arviointia, kun taas Mieti ja laske-sarja pyrki ottamaan sekä lapset että lasten vanhemmat mukaan arviointiin (Perkkilä 1999).

Työtapojen suhteen Mieti ja laske-sarjassa painottui selkeämmin toiminnalliset työtavat. Tämä näkyi myös siinä, että tässä kirjasarjassa standarditehtävien osuus oli pienempi, vaikka molemmissa kirjasarjoissa näiden tehtävien määrä ylittikin 80 %. Tästä voisi päätellä, että hiljaisen laskemisen osuus oppitunnista on edelleen kohtuuttoman suuri. (Perkkilä 1999.)

Yleisesti voisi sanoa, että tutkittujen alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen tyyli edetä nopeasti käsitteiden määritelmiin antaa huolen aiheita. Al-

kuopetuksessa opetettavia käsitteitä on niin vähän, että niiden opettamisessa ei ole mitään syytä pitää kiirettä. Lasten oppimiselle tulee antaa aikaa. Vaikka oppikirja ei yksin voi muuttaa oppimiskäsityksiä, sillä voidaan vaikuttaa. Näin oppikirjojen laatuun olisikin syytä kiinnittää aivan erityistä huomiota. Opettajan varaan jää itse oppikirjan toteuttaminen käytännössä. Opettajan uskomukset matematiikkaa, matematiikan opetusta, oppimista ja opetuskäytäntöjä kohtaan ovat merkittävässä asemassa hänen suunnitellessaan matematiikan oppimisympäristöjä alkuopetuksessa. Sillä, millainen asema oppikirjalla ja opettajan oppaalla on oppimisympäristöissä, on yhteys opettajan matematiikkakuvaan.

## 4 MATEMATIIKKAKUVAN RAKENTUMINEN

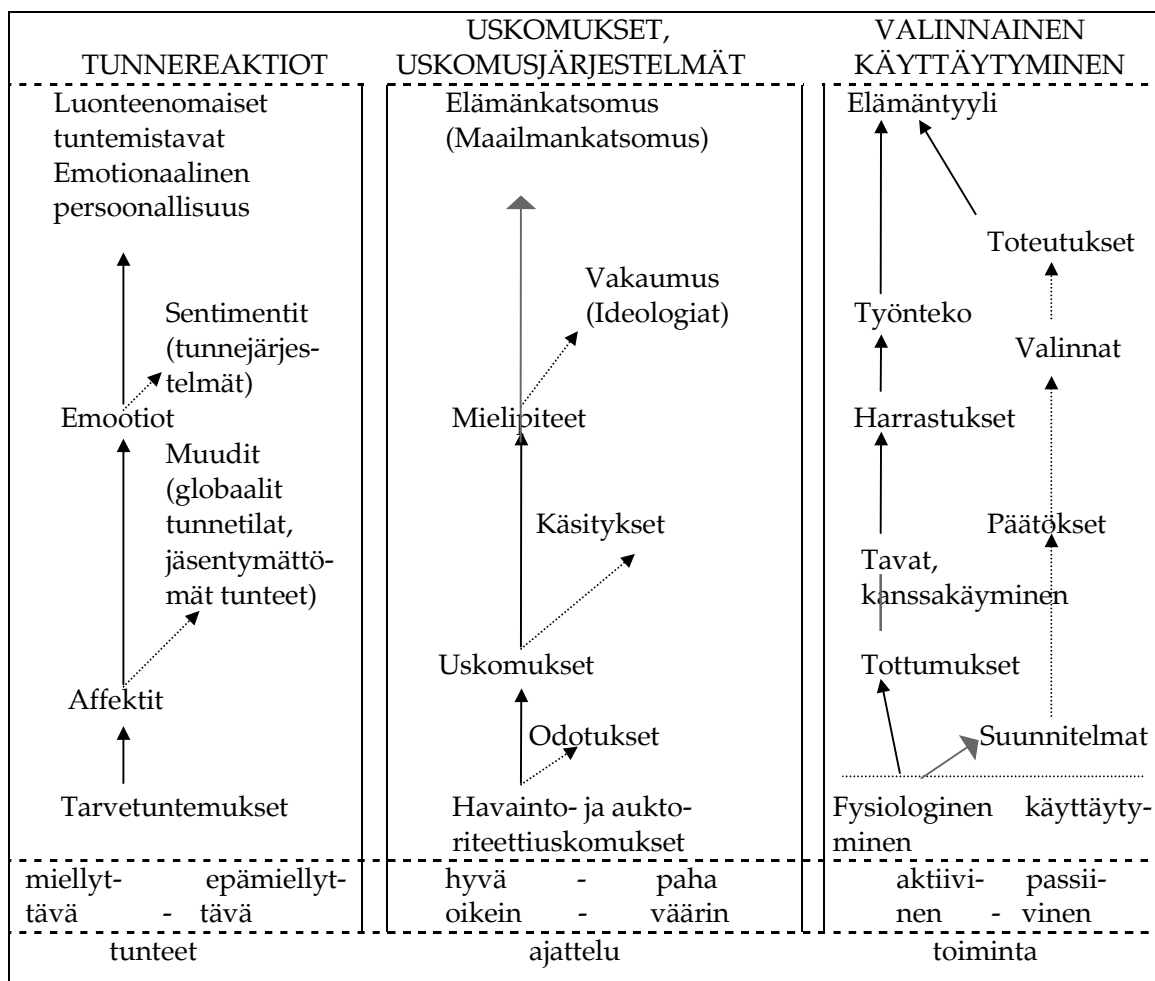
Kirjallisuudessa on todettu, että uskomuksilla voi olla voimakas vaikutus siihen, kuinka lapset oppivat ja käyttävät matematiikkaa. Lasten oppimiskokemukset muokkaavat heidän uskomuksiaan, ja toisaalta heidän uskomuksensa säätelevät sitä, kuinka he lähestyvät uusia matemaattisia oppimistilanteita. Opettajien opetusfilosofioilla on vaikutusta opettajien opetuskäytäntöihin - esimerkiksi oppikirjojen ja opettajan oppaiden asemaan sekä opetusvälineiden käyttöön. Opetuskäytännöillä taas on vaikutusta oppilaiden uskomusten muuttamiseen. (Pehkonen 1998b, 30-31.) Näin opettajien omat uskomukset vaikuttavat ainakin opetuskäytäntöjen kautta oppilaiden uskomuksiin. Monet tutkijat ovat usein huomanneet, että opettajat saattavat käsitellä uskomuksiaan ja käsityksiään ikään kuin tietona (da Ponte 1994, 199). Tarkoitan opettajan tiedolla yksilön subjektiivista tietoa, johon kuuluvat myös yksilön uskomukset, ja yleisellä tiedolla taas julkista, yleisesti hyväksyttyä tietoa (Furinghetti 1998, 16). Uskomusten käsittelemiseen ikään kuin tietona on viitannut esimerkiksi Thompson (1992). Hänen mukaansa opetuksen tutkimuksen kannalta on keskeistä määritellä, millaisia vaikutuksia uskomuksilla tai tiedolla on opetuskäytäntöihin. (Thompson 1992, 129.) Tähän liittyy myös tämän tutkimuksen yksi tavoitteista, eli millaisia uskomuksia alkuopettajilla on matematiikkaa kohtaan ja miten ne vaikuttavat hänen tapaansa opettaa matematiikkaa alkuopetuksessa. Mutta ensin on saatava selville, mitä uskomuksilla tarkoitetaan ja miten ne liittyvät tietoon? Miten uskomukset syntyvät? Mitä ovat uskomusjärjestelmät? Entä opetusfilosofiat ja matematiikkakuva? Tarkastelen näitä kysymyksiä seuraavissa uskomuksia, uskomusjärjestelmiä, opetusfilosofioita ja matematiikkakuvaa käsittelevissä katsauksissa.

### 4.1 Uskomuksille ja uskomusjärjestelmille tyypillisiä ominaisuuksia

Pehkonen (1998a, 44) on määritellyt uskomukset yksilön vakaana subjektiivisena tietona, joihin myös luetaan yksilön tunteet jostakin objektista tai asiasta.



Uskomuksille ei ole aina löydettävissä hyväksyttäviä perusteluja objektiivisissa tarkasteluissa. Yksilö määrittelee itse syyt, miksi uskomus on hyväksytty. Tavallisesti nämä määritelmät ovat tiedostamattomia. Uskomuksen hyväksyminen saattaa perustua jollekin yleisesti tunnetulle tosiasialle (ja uskomuksille) ja niistä tehdyille loogisille päätelmille. Mutta kuitenkin joka kerta yksilö valitsee itse ne tosiasiat (ja uskomukset), jotka kelpaavat perusteluiksi sekä tekee itse omat arvionsa kyseessä olevan uskomuksen hyväksyttävyydestä. Näin uskomuksella, toisin kuin tiedolla, on aina affektiivinen komponentti, joka vaikuttaa jokaisen uskomuksen rooliin ja asemaan yksilön uskomusrakenteessa. (Pehkonen 1998a, 44-45.; 1994a, 60.) Seuraavassa kuviossa 4.1 on Saaren (1983, 36) esittämä jäsenitys affektiivisen alueen käsitteistöstä sekä uskomusten sijoittumisesta tälle alueelle. Kuvio selventää esille tulevien käsitteiden sijoittumista affektiiviseen alueeseen.



KUVIO 4.1 Affektiivisen alueen käsitteistöä (Saari 1983, 36)

Abelsonin (1979, 360) mukaan uskomukset ovat kiinnittyneet yksilön uskomusjärjestelmään eri voimakkuuksilla. Näiden voimakkuuksien mukaan uskomukset voidaan jakaa ydinuskomuksiin ja pintauskomuksiin. Ydinuskomukset ymmärretään tiedostamattomiksi uskomuksiksi ja pintauskomukset taas tietoisiksi uskomuksiksi. Tietoiset uskomukset voidaan tulkita käsityksiksi ja taas

tiedostamattomat uskomukset perususkomuksiksi. (Pehkonen 1998a, 45.; 1994a, 60.) Saaren (1983, 31) mukaan käsitykset ymmärretään uskomusten osajoukoksi. Käsitykset ovat siis korkea-asteisempia uskomuksia, joiden päättelyprosesseista yksilö on tullut tietoiseksi. Koska yksilö tiedostaa käsityksiä edeltäneet päättelyprosessit ja niiden perusteet, käsitykset ovat yksilön itsensä hyväksymiä ja useimmiten hän kykenee puolustamaan ja perustelemaan niitä. Tällainen on esimerkiksi opettajan käsitys siitä, kuinka lapset oppivat matematiikkaa ja miten sitä tulee heille opettaa. Opettaja saattaa perustella omaa käsitystään matematiikan oppimisesta opetuskokemuksensa myötä käytännön kautta syntyneellä näkemyksellä tai vaikka sillä, miten itse parhaiten on oppinut matematiikkaa omana kouluaihanaan. Hän voi vastaavalla tavalla perustella käsityksiään matematiikan opettamisesta.

Käsitystä voidaan pitää yleisluontoisempänä terminä kuin asennetta, koska käsitys on sellaista kognitiivista prosessointia, joka muodostaa pohjan arvioinneille. Arvioivan komponentin kasvaessa käsitys alkaa lähestyä asennetta. (Saari 1983, 31.) Asenne taas puolestaan voidaan määritellä vakaaksi, pitkäkestoiseksi opituksi taipumukseksi reagoida tiettyihin asioihin tietyllä tavalla. Asenteella on kognitiivinen (uskomus), affektiivinen (tunteet) ja toiminnallinen puoli. (Statt 1990, 11.)

Käsitystä korkeampiasteisia uskomuksia ovat taas mielipiteet, jotka voivat rakentua monella eri tavalla. Mielipiteille on tunnusomaista, että ne ovat tietoisia, ja päättelyprosessit, joille ne rakentuvat ovat tiedostettuja. Monet uskomukset ja käsitykset saattavat johtaa kuitenkin samaan mielipiteeseen. Mielipiteet voivat olla keskenään johdonmukaisia tai ristiriitaisia. Mielipiteiden johdonmukaisuuden ehtona ovat yleisemmät näkemykset tai ideologiat, joiden sisällä mielipiteillä on keskinäistä johdonmukaisuutta. Vaikka mielipiteet voivat olla keskenään johdonmukaisia tai ristiriitaisia, niiltä ei edellytetä välttämättä yleisempää johdonmukaisuutta. Jos tällaista johdonmukaisuutta esiintyy, niin kyseessä saattavat olla jo yleisemmän tason uskomusjärjestelmät kuten esimerkiksi ideologiat.

Kaikkein korkeampiasteisia uskomuksia ovat vakaumus ja elämäntutkimus sekä maailmankatsomus. Vakaumuksella ja ideologioilla on mielipiteiden tunnusmerkit ja lisäksi ne edellyttävät, että niiden pohjalla on yksilölle jokin merkityksellinen arvo, kuten esimerkiksi tasa-arvo, ja että ne huomattavalta elämänalueelta johdonmukaistavat mielipiteiden kokonaisuutta. (Saari 1983, 31-32.) Kuparin (1999, 13) mukaan elämäntutkimusta ja maailmankatsomusta pidetään usein synonyymeinä toisilleen. Hänen mukaansa maailmankatsomuksella tarkoitetaan ihmisen kokonaiskäsitystä todellisuuden olemuksesta ja arvosta, ja se muodostuu uskomuksista, tiedosta, arvoista ja normeista. Näin esimerkiksi opettajan toiminta opetustilanteessa on suurelta osin selitettävissä omaksutun maailmankatsomuksen taustaa vasten. (Kupari 1999, 13.)

Erotuksena käsityksistä voidaan tiedostamattomia uskomuksia nimittää primitiiviuskomuksiksi. Useimmat auktoriteettiuskomukset ja havaintouskomukset ovat esimerkkejä primitiiviuskomuksista. (Pehkonen 1998a, 45.) Primitiiviuskomusten lähteenä voivat olla aistikokemukset sekä myös ulkopuoliset auktoriteetit, kuten esimerkiksi matematiikan asiantuntijat, oppikirjat jne. Havaintouskomukset taas ovat sellaisenaan - annettuina, tosina - hyväksyttäviä pe-

rususkomuksia. Esimerkiksi yksinkertaiset johtopäätökset perustuvat havaintouskomuksille ja näin muodostavat oman uskomusryhmänsä. Kun yksilön uskomus perustuu aistihavaintojen ja aistien luotettavuudelle, tällaisia havaintoja seuraava johtopäätös muodostaa uskomuksen. Johtopäätöksistä muodostuvat uskomukset ovat toisin kuin havaintouskomukset tietoisia uskomuksia, koska yksilö voi kuvitella vaihtoehtoisia johtopäätöksiä uskomuksilleen. Johtopäätöksistä muodostuvien uskomusten perustana olevat päättelyprosessit eivät ole tietoisia. Samalla tavalla auktoriteettiuskomusten pohjana oleva 'tieto' saadaan niin selkeältä auktoriteetilta, että jo se itsessään oikeuttaa uskomuksen hyväksynnän. (Kupari 1999, 12., Saari 1983, 30.) Esimerkiksi opettajan antama tieto tai tehtävän ratkaisumalli saattaa vaikuttaa auktoriteettiuskomuksen syntymiseen.

Hyvin lähellä käsityksiä ovat näkemykset, jotka ovat spontaanimpia kuin käsitykset, mutta affektiivinen komponentti on niissä painottuneempi. Käsitykset taas ovat harkitumpia ja niissä tulee painokkaammin esille kognitiivinen komponentti. Koska uskomukset kuuluvat sekä affektiiviseen että kognitiiviseen alueeseen, on syytä tehdä seuraava jaottelu: tiedostamattomissa uskomuksissa - primitiiviuskomuksissa - affektiivinen komponentti on voimakkaampi, kun taas tietoisissa uskomuksissa (käsityksissä) kognitiivinen komponentti on voimakkaampi. (Pehkonen 1998a, 45.)

Nesporin (1987, 321) mukaan uskomusjärjestelmillä tarkoitetaan sellaista järjestelmää, jossa yksilön uskomusten järjestäytyminen ei välttämättä noudata loogisia sääntöjä, joilla voitaisiin määritellä niiden merkityksellisyyttä reaalimaailman tilanteiden ja tapahtumien kannalta. Uskomusjärjestelmä on siis luonteeltaan dynaaminen järjestelmä, joka elää jatkuvassa muutoksessa. Uskomusjärjestelmään kuuluvat kaikki yksilön uskomukset.

Seuraavassa kuvaan uskomusten sekä uskomusjärjestelmien ominaisuuksia ja niiden eroja tietoon ja tietorakenteisiin nähden. Furinghettin (1998, 16) mukaan tieto on jotakin sellaista, joka säätelee yksilön käyttäytymistä, ja kun käsitellään yksilön tietoa, uskomukset voidaan lukea osaksi tietoa eli puhutaan yksilön subjektiivisesta tiedosta. Tämä tiedon määritelmä tukee luvun alussa esitettyä Pehkosen (1998a) määritelmää. Voidaan siis sopia, että puhutaan yleisestä tiedosta, silloin kun tarkoitetaan yleisesti hyväksyttyä tietoa, ja yksityisestä tiedosta, johon kuuluvat myös yksilön uskomukset, silloin kun käsitellään esimerkiksi opettajan tietoa matematiikasta. Esimerkiksi tässä tutkimuksessa luokanopettajan tieto matematiikasta on yksityistä tietoa, koska siihen kuuluvat myös hänen uskomuksensa matematiikan olemuksesta.

#### 4.1.1 Uskomuksien ominaisuuksia

Uskomuksille voidaan nimetä ainakin neljä sellaista ominaisuutta, joiden perusteella ne voidaan erottaa yleisestä tiedosta. Nämä neljä ominaisuutta ovat olemassaoloa koskeva olettamus, vaihtoehtoisuus, affektiivinen ja arvioiva painotus sekä episodinen rakenne. (Nespor 1987, 318.; Abelson 1979, 355-360.)

Uskomuksien ominaisuuksia kuvaava olemassaoloa koskeva olettamus liittyy yleensä olettamukseen jonkin käsitteellisen asian tai ilmiön olemassaolosta. Näitä ovat esimerkiksi usko Jumalan tai noitien olemassaoloon. Tätä ominai-

suutta voidaan pitää yhtenä erikoistapauksena lähinnä uskomusjärjestelmiä kuvaavasta kiistanalaisuuden piirteestä. (Abelson 1979, 357.) Esimerkiksi Nespor (1987) kuvailee artikkelissaan opettajien uskomuksia käsittelevään tutkimukseensa osallistuneiden kahden matematiikan opettajan vahvoja uskomuksia oppilaiden kyvykkyydestä, laiskuudesta ja kypsyudesta. Nämä uskomukset eivät olleet vain kuvailevia sanoja vaan tunnusmerkkejä, jotka opettajat liittivät oppilaisiinsa. Toinen opettajista uskoi, että matematiikkaa opitaan drillaavalla harjoittelulla ja hänen mielestään ne oppilaat, jotka eivät oppineet, olivat liian laiskoja tekemään töitä. Hän painotti yksilöllisiä työtapoja ja puhui oppilaiden pakottamisesta tekemään enemmän töitä sekä oppilaiden motivoimisesta työntekoon näyttämällä heille matematiikan hyödyllisyyttä koskevia esimerkkejä. Toinen opettajista sen sijaan piti matematiikan oppimista pelkästään kypsyiden asiana. Hän salli oppilaiden työskennellä yhdessä sillä edellytyksellä, että oppilaiden kypsyyserot olisivat tarpeeksi pieniä, jotta voitaisiin käydä tehokkaita keskusteluja. Hän nimenomaan hylkäsi oppilaiden pakottamisen työtä tekemällä oppimaan asioita sillä perusteella, että kukaan ei voi pakottaa henkistä kypsymistä. Opettajat näkivät siis harjoittelun ja kypsyiden niin vahvoina, että ne olivat vaikuttamisen ulkopuolella. (Nespor 1987, 318.)

Uskomusten vaihtoehtoisuutta kuvaavaan piirteeseen liittyy Abelsonin (1979, 356) mukaan kuvauksia 'vaihtoehtoisista maailmoista' tai 'vaihtoehtoisista todellisuuksista'. Ääriesimerkkeinä näistä voisi mainita utopistiset poliittiset tai uskonnolliset liikkeet, mutta esimerkkejä löytyy jokapäiväisestä elämästäkin, jollainen seuraava Nesporin (1987, 318) antama esimerkki on. Hänen mukaansa monilla hänen tutkimukseensa osallistuneilla opettajilla oli sellaisia ideaalisia opetusmalleja, joista heillä ei ollut suoranaista kokemusta tai tietoa eivätkä he liioin olleet saaneet niihin malleja koulutuksensa aikana. Tällaiset ideaalimallit olivat muotoutuneet esimerkiksi lapsuudessa. Eräälle hänen tutkimukseensa osallistuneelle opettajalle oli lapsena muodostunut ideaali opetusmalli, jonka mukaan luokassa tuli olla ystävällinen ja hauska ilmapiiri. Vaikka hän teki töitä saavuttaakseen tämän tavoitteen, hän ei koskaan päässyt siihen eikä hän ollut kokenut tällaista myöskään lapsena. Tämä oli hänelle vain yksi utopistisista vaihtoehdoista hänen luokassaan, sillä haastattelujen aikana hän perusteli opetusratkaisujaan halulla säästää oppilaita sellaisilta traumaattisilta kokemuksilta, joita hänellä oli ollut omana kouluaikanaan. (Nespor 1987, 318-319.) Myös Kaasila (2000) on viitannut kouluaikaisten muistojen merkitykseen. Hänen tutkimuksensa antaa viitteitä kouluaikaisten muistojen keskeisestä merkityksestä opettajaopiskelijan kuvaan itsestä matematiikan osaajana, matematiikasta, matematiikan opetuksesta, oppilaan asemasta luokassa sekä opetus käytännöissä. Myös Lindgren (1995) on saanut viitteitä kouluaikaisten muistojen merkityksestä omassa tutkimuksessaan. Tällaiset uskomukset voivat saada luokkatilanteissa suuren merkityksen. Edellä kuvatussa Nesporin esimerkissä mainitulle opettajalle oli paljon tärkeämpää ylläpitää ystävällinen ja rentoutunut ilmapiiri toistamisten ja oppilaille vieraidenkin toimintojen avulla kuin saattaa asia loppuun - useimmiten hänen tuntinsa jäivät keskeneräisiksi. Tällaisia uskomuksia eivät epäonnistumiset horjuta. Ne siis toimivat keinoina määrittäessä tavoitteita ja oppimistehtäviä ja tietorakenteet otetaan huomioon vasta

sen jälkeen kun tavoitteet ja keinot päämäärien saavuttamiseksi on määritelty. (Nespor 1987, 318-319.)

Uskomusjärjestelmien voidaan katsoa tukeutuvan voimakkaammin affektiivisiin ja arvioiviin komponentteihin kuin tietorakenteiden. Mielialan vaihtelut, tunteet ja subjektiiviset arvioinnit näyttävät toimivan enemmän tai vähemmän itsenäisesti, vaikkakin uskomusjärjestelmien ja tietorakenteiden välillä on paljon vuorovaikutusta. Siten saman alueen tietorakenne voidaan erottaa saman alueen tunteista. Esimerkiksi jonkin pelin sääntöjen ja pelimuotojen tietäminen ei riipu siitä, inhoaako vai pitääkö kyseisestä pelistä. Opetuksessa tällaiset uskomusten piirteet voivat tulla esille esimerkiksi opettajien käsityksissä opetettavasta aihealueesta tai tehtävästä. Voi käydä niin, että opettaja kokee opetusalueen vähemmän merkitykselliseksi ja painottaakin muita kuin tämän aihealueen tavoitteita. Tehtävän yhteydessä taas opettaja saattaa jo etukäteen ilmoittaa tehtävän olevan helppo ja olettaa oppilaiden osaavan sen tai vastaavasti tehtävän olevan vaikea ja vain lahjakkaat oppilaat voivat ymmärtää tehtävän. Tällaisia korvaavia tavoitteita saattavat olla sellaiset tavoitteet, joilla on pitempiaikaiset vaikutukset oppilaisiin, kuten käytöstapojen opettaminen ja painottaminen tai opiskelutekniikojen opettaminen. (Nespor 1987, 319-320.) Toisin sanoen tässä nousee esille opettajan asennoituminen opetettavaan oppiaineeseen ja tämä taas puolestaan vaikuttaa siihen, miten tätä oppiainetta opetetaan. Nesporin (1987, 320) mukaan uskomusten affektiivisilla ja arvioivilla painotuksilla voidaan hyvinkin paljon säädellä sitä, miten paljon energiaa opettajat panevat toimintaansa ja kuinka paljon näitä voimavaroja he kuluttavat toimissaan. Myös Pajares (1992, 310) on käsitellyt sitä, kuinka jotakin aluetta koskeva tieto voidaan erottaa tuohon alueeseen liittyvistä tuntemuksista. Hyvä esimerkki kognitiivisesta tiedosta on opettajan tietämys siitä, mitä tyypillisesti koulussa tapahtuu. Taas 'tieto' siitä, että joku oppilas on 'häirikkö' tai että 'pojat ovat tyttöjä parempia matematiikassa', ovat esimerkkejä toisenlaisesta tiedosta, uskonnuksesta, jolloin uskomusta pidetään eräänlaisena tietona. (Pajares 1992, 310.)

Abelsonin (1979, 358) mukaan uskomusjärjestelmät rakentuvat pääosin episodisesti - joko henkilökohtaisten kokemusten tai kulttuurisen tai yhteiskunnallisen tiedonsiirron perusteella (esim. kansanperinteen perusteella syntyneitä). Tieto on varastoitunut muistiin semanttisesti eli merkityspohjaisesti, kun taas episodinen muisti on rakentunut henkilökohtaisten kokemusten, episodien tai tapahtumien perusteella. Kuitenkin semanttisen ja episodisen rakenteen erottaminen toisistaan on kiistanalaista ja tarjoaa näin heikon pohjan tiedon ja uskomusten erottamiselle, sillä tietorakenteissakin on episodisia tietomalleja. Tärkeämpi uskomuksia ja tietoa erottava tekijä on se, että uskomukset saavat usein subjektiivisen voimansa, määräysvaltansa ja virallisuutensa tietyistä episodeista tai tapahtumista. Nämä kriittiset episodit sitten värittävät jatkossa myöhempien tapahtumien ymmärtämistä. Nesporin tutkimuksessa monet opettajat pitivät aiemman opetusuransa aikana tapahtuneita kriittisiä episodeja tärkeinä nykyisten opetuskäytäntöjensä kannalta. Tämä merkinnee sitä, että opettajat oppivat paljon opettamisesta omien oppimiskokemustensa kautta koulussa, opetusharjoittelussa tai opetuskäytäntöjen observoinnin aikana (vrt. Kaasila 2000, Lindgren 1995). Näyttääkin siltä, että jotkut voimakkaat kokemukset tai

jotkut erityiset opettajat vaikuttavat siihen, että opiskelija tuottaa yksityiskoh-  
taista episodista muistia, joka myöhemmin palvelee opettajaopiskelijaa hänen  
omien opetuskäytäntöjensä inspiraation ja mallintamisen lähteinä.

Episodiset muistirakenteet saattavat helposti soveltua huonoihin tai kun-  
nianhimoisiin tai monimutkaisiin alueisiin. (Nespor 1987, 320.) Tällaisia yksilön  
henkilökohtaisia ja ammatillisia yhteen liittäviä kokemuksia sanotaan imageiksi  
ja niillä on sekä emotionaalisia että moraalisia ulottuvuuksia (Clandinin 1985,  
379). Ylimmällä tasolla imaget yhdistyvät voimakkaisiin uskomuksiin ja tuntei-  
siin siitä, millainen on esimerkiksi oikea tapa opettaa. Tällöin imaget ovat saa-  
neet alkunsa eletyn elämän kokemuksista. Imaget vaikuttavat opettajan ajatte-  
lun muotoutumiseen mm. opettaja-oppilassuh-teesta, luokkahuoneen ilmapii-  
ristä ja organisaatiosta sekä myös siitä, kuinka hän organisoii ja hallitsee luok-  
kaa sekä järjestää luokan tilan. Esimerkkinä luokan tilan järjestämisestä ja hallit-  
semisesta on pienten lasten opettajilla havaittu sellaisia imageja kuten "luokka-  
huone kotina", "opettaja laivan kapteenina" jne. (Niikko 1992, 359-360.)

Abstraktion alemmalla tasolla imaget voivat olla kuvia esimerkiksi käsityk-  
sistä ihanneopettajasta tai opettamisen eri tyyleistä ja rooleista kuten siitä, miten  
opettaja hallitsee luokkaa. Tällaiset mallit voivat saada alkunsa opiskeli-  
jan/opettajan omista luokkakokemuksista. Vielä alemmalle abstraktion tasolle  
mentäessä imaget voivat olla kuvia suhteessa tiettyihin toimintoihin kuten esimer-  
kiksi kuinka luennot tavallisesti tapahtuvat. Kun opettajat suunnittelevat opetus-  
taan, imaget voivat viitata hetkellisiin kuviin tai visuaalisiin muistoihin, joita heillä  
on tietyistä lapsista. Imaget voivat liittyä myös opettajan mielikuviin siitä, mitä  
esimerkiksi matematiikka pitää sisällään. Imageen liittyy ajallinen ulottuvuus -  
mennyt, nykyinen, tuleva - ja ne ovat vahvasti ankkuroituneet yksilön elämänhis-  
toriaan. (Niikko 1992, 359-360.) Pajaresin (1992, 310-311) mukaan kriittisten  
episodien ja imagien merkitys on siinä, että ne auttavat selvittämään, miten opetta-  
jien uskomusrakenne on kehittynyt lapsena ja tällä on puolestaan tärkeä merkitys  
opettajankoulutuksen kannalta. Ne ovat hyödyllisiä tarkasteltaessa opettajien käsi-  
tyksiä matematiikasta, matematiikan opettamisesta, oppimisesta ja opetuskäytän-  
nöistä, sillä näihin kaikkiin sisältyy opettajan tiedon kokemuksellista perustaa.  
Myös tässä tutkimuksessa pyritään samaan selville, millainen merkitys opettajien  
kouluaikaisilla matematiikkakokemuksilla on heidän opetukseensa.

#### 4.1.2 Uskomusjärjestelmien ominaisuuksia

Uskomusjärjestelmiä voidaan kuvata seuraavilla ominaisuuksilla: kiistanalaisuus,  
sidoksettomuus, kvasi-looginen rakenne, uskottavuuden aste ja ryvästyneisyys.

Kiistanalaisuus on paremminkin kokonaisen uskomusjärjestelmän kuin yks-  
sittäisen uskomuksen ominaisuus. Kiistanalaisuus on seurausta edellisessä luvussa  
esitettyjen uskomusten ominaisuuksista. Yksinkertaisesti sanottuna uskomus-  
järjestelmät koostuvat yksilön tai ulkopuolisen tunnistamista ehdotuksista, käsit-  
teistä, väitteistä tai muista sellaisista asioista, jotka ovat pääasiassa kiistanalaisia.  
(Nespor 1987, 321-321.)

Uskomusjärjestelmät eivät ole niin mukautuvia tai dynaamisia kuin tieto-  
rakenteet. Tietorakenteet mukautuvat hyvin perusteltujen väitteiden mukaan,

mutta uskomusjärjestelmät ovat sen sijaan verraten staattisia. Uskomuksilla on tapana muuttua paremminkin muodosta toiseen kuin muuttua väittelyn tai todisteiden esittämisen seurauksena. Voidaankin sanoa, että osa siitä yksimielisyydestä, joilla tietorakenteita voidaan luonnehtia, on yksimielisyys niistä tavoista, joilla tietoa voidaan arvioida ja osoittaa päteväksi. Sen sijaan uskomusjärjestelmien kiistanalainen piirre johtuu paljolti siitä, että ei ole päästy yksimielisyyteen siitä, kuinka niitä tulisi arvioida. Kuten jo aiemmin todettiin, uskomusjärjestelmät koostuvat usein affektiivisista ja arvioivista painotuksista, olemassaoloa koskevista olettamuksista, vaihtoehtoisista todellisuuksista ja maailmoista sekä episodisista rakenteista, jotka kaikki ovat sellaisia ominaisuuksia, jotka eivät ole avoimia ulkopuoliselle arvioinnille ja kriittiselle tarkastelulle samassa mielessä kuin tietorakenteet ovat. (Nespor 1987, 320-321.)

Abelsonin (1979, 359) mukaan uskomusjärjestelmien sisältö on tavallisesti hyvin avoin, eli ne ovat sidoksettomia. Uskomusjärjestelmiä voidaan siis kuvata löyhästi sidottuina järjestelminä, joilla on epävarmat ja heikot yhteydet tilanteisiin, tapahtumiin ja tietorakenteisiin. Toisin sanoen ei ole olemassa selviä loogisia sääntöjä, joiden mukaan voitaisiin määritellä uskomusten merkityksellisyyttä reaali maailman tilanteiden ja tapahtumien näkökulmasta. Lisäksi uskomusten väliset yhteydet ja merkityksellisyyden määritelmät saattavat hyvinkin olla sidoksissa yksilön henkilökohtaisiin, episodisiin ja tunneperäisiin kokemuksiin. Tässä mielessä uskomusjärjestelmillä on pysyvä sovellusaste tietyissä tilanteissa ja tapahtumissa, joissa käytettävissä olevat uskomukset voivat olla peräisin kriittisistä episodeista, mutta ne ovat myös laajennettavissa hyvin radikaaleilla ja arvaamattomilla tavoilla ilmiön eri muotoihin. Tietorakenteilla sitä vastoin on yleensä tarkat, hyvin määritellyt sovellusalueet, ja ne ovat laajennettavissa ilmiön eri sovellusalueisiin tarkkojen todistusten kautta. Sidoksettomuus tarkoittaa siis sitä, että ihmiset huomaavat uskomuspohjaisia merkityksiä tilanteissa, joissa toiset eivät tällaisia merkityksiä havaitse. (Nespor 1987, 321.) Abelsonin (1979, 360) mukaan uskomusjärjestelmiin voidaan liittää sidoksettomuuden ominaisuus, koska uskomusjärjestelmiin kuuluu myös yksilön itsetunto jollakin tasolla, ja sillä on väljät rajat. Tietorakenteet rajoittavat sitä vastoin tavallisesti ongelmien rajaamiin alueisiin.

Uskomusjärjestelmille on ominaista, että niissä on sekä ensisijaisia uskomuksia että niiden johdannaisia. Tällaista rakennetta, jossa uskomukset liittyvät toisiinsa jopa syys-seuraus-suhteen kaltaisesti, sanotaan uskomusjärjestelmien kvasi-loogiseksi rakenteeksi. Esimerkiksi opettajalla saattaa olla ensisijaisena uskomuksena, että matematiikan opetuksessa on tärkeää, että opetetavat asiat esitetään selkeästi oppilaille. Tämän uskomuksen johdannaisuskomuksina taas ovat opettajan uskomukset siitä, että oppitunnit on valmisteltava huolellisesti selkeän ja jaksottaisen esityksen varmistamiseksi ja että oppilaiden esittämiin kysymyksiin on vastattava välittömästi. (Thompson 1992, 130; Green 1971.)

Uskomusjärjestelmien ominaisuuksiin voidaan lukea myös uskottavuuden aste, sillä jotkut uskomuksista ovat keskeisiä ja jotkut taas ulompia uskomuksia. Tämä ominaisuus liittyy siis uskomusten voimakkuuteen, jolla uskomuksia pidetään yllä. Keskeiset ydinuskomukset ovat vahvimmin pidettyjä uskomuksia, koska ne ovat kaikkein yksimielisimpiä. Uloimmat uskomukset taas ovat kaikkein alttiimpia muutokselle tai tarkastelulle. Edellä kvasiloogisuuden

yhteydessä esitetyssä esimerkissä johdannaisuskomus, joka koski opettajan vastaamista välittömästi oppilaiden kysymyksiin, saattaa olla opettajalle tärkeämpi tai psykologisesti keskeisempi kuin opetuksen selkeyttä korostava uskomus, koska opettaja haluaa säilyttää auktoriteettiasemansa ja uskottavuutensa. (Thompson 1992, 130.) Greenin (1971, 46) mukaan tämä johtuu siitä, että uskomus voi olla sekä johdannaisuskomus että silti myös psykologisesti keskeinen tai loogisesti ensisijainen ja psykologisesti ulompi uskomus.

Greenin (1971, 48) mukaan uskomukset voivat olla järjestäytyneinä ryppäiksi, jotka ovat enemmän tai vähemmän eristäytyneitä toisistaan ja eivät siten ole tekemisissä toisten uskomusjoukkojen kanssa. Tällainen ryvästyminen ehkäisee uskomusten sekoittumista ja vastakkainasettelua, joten ristiriitaistenkin uskomusten ylläpitäminen on mahdollista. Tämä ryvästymisominaisuus on merkityksellinen, koska se auttaa selvittämään monissa tutkimuksissa havaittuja opettajien uskomuksien ristiriitaisuuksia (esim. Brown 1985; Cooney 1985; Peterman 1991; Thompson 1982, 1984). (Thompson 1992, 130.)

## 4.2 Uskomukset ja matematiikkakuvan rakentuminen

Jokaisella meistä on jonkinlainen kuva siitä, mitä matematiikka on. Tämän tutkimuksen näkökulmasta opettajien uskomuksilla matematiikan luonteesta, opettamisesta ja oppimisesta opetus-oppimistilanteessa on suuri merkitys. Erityisesti sillä on merkitystä, kuinka opettaja toteuttaa omia näkemyksiään. Opettaja viestittää oman matematiikkakuvansa sekä opetuskäytäntöjensä kautta, miten matematiikkaa opetetaan ja opitaan. Näin opettaja vaikuttaa oppilaiden näkemysten muotoutumiseen.

Myös opettajan käsitysten muovautumisessa on koululla ollut hyvin suuri merkitys. Esimerkiksi oppilaiden näkemykset koulumatematiikan luonteesta vaikuttavat heidän käsityksiinsä siitä, kuinka matematiikkaa opitaan ja kuinka sitä tulisi opettaa (Pehkonen 1998a, 47). Kouluaikaisten matematiikkakokemusten merkitys saattaa juurtua hyvinkin syvälle, sillä se näkyy vielä aikuisena. Kaasila (2000) sai tutkimuksessaan viitteitä luokanopettajaopiskelijoiden kouluaikaisten muistojen keskeisestä merkityksestä opettajan matematiikkakuvan muodostumisessa. Hänen tutkimuksessaan hyvin matematiikassa menestyneillä oli positiivinen mielikuva matematiikasta ja matematiikan opettajasta. Vastaavasti matematiikassa huonosti menestyneillä oli negatiivinen, jopa ahdistava mielikuva, matematiikasta ja sen opettajista. Pehkosen (1998b, 29) mukaan yksilön uskomukset liittyvät siis kvasi-loogisesti toisiinsa eli niiden välinen logiikka on yksilön itsensä määrittelemä. Yksilön matematiikkakuva voidaan ymmärtää laajana uskomusten ja käsitysten joukkona, joka voidaan karkeasti jakaa neljään pääkomponenttiin:

1. uskomukset matematiikasta
2. uskomukset itsestä matematiikan parissa
3. uskomukset matematiikan opettamisesta ja
4. uskomukset matematiikan oppimisesta



Tässä on muistettava, että yllä luetellut kategoriat eivät ole toisiaan poissulkevia, sillä useimmiten havaitut uskomukset sopivat useampaan kuin yhteen alueeseen samanaikaisesti. (Pehkonen 1998b, 29.) Pehkosen (1998a, 48) mukaan kukin edellä luetelluista matematiikkakuvan pääkomponenteista on yhteydessä alakomponentteihin, joita ovat esimerkiksi seuraavat (kukin alakomponentti on merkitty sen pääkomponentin numerolla, johon se kuuluu): (1a) uskomukset matematiikasta kouluaineena, (1b) uskomukset matemaattisen tiedon synnystä, (1c) uskomukset yliopistomatematiikasta, (1d) ... (pisteet tarkoittavat tässä, että luettelo voitaisiin jatkaa); (2a) itseluottamukseen liittyvät uskomukset, (2b) uskomukset siitä, miten hyvänä/huonona ongelmanratkaisijana pitää itseään matematiikassa, (2c) ...; (3a) uskomukset matematiikan opetuksen luonteesta, (3b) uskomukset siitä, kuinka opetus tulisi organisoida, (3c) uskomukset opettajan roolista, (3d) uskomukset siitä, kuinka paljon itsenäisyyttä oppilaalle tulisi antaa matematiikan tunnilla, (3d) ... ; (4a) uskomukset matematiikan oppimisen luonteesta, (4b) uskomukset op-pimistilanteiden järjestelyistä, (4c) uskomukset oppilaan roolista, (4d) uskomukset siitä, millaista itsenäisyyttä työskentelyssä oppilaalta voi odottaa, (4e) uskomukset siitä, kuka asettaa oikeellisuuden kriteerit, (4f)... . Vaikka Pehkonen on tarkastellut yllä mainittuja komponentteja lähinnä oppilaan näkökulmasta, tarkastelua voi laajentaa koskemaan myös opettajia. Ernest (1989, 250) on painottanut matematiikan opettajan uskomusten avainkomponentteina edellä mainittuja kohtia yksi, kolme ja neljä. Viimeaikaisissa tutkimuksissa (mm. Kaasila 2000, Lindgren 1995) saadut viitteet kouluikäisten muistojen merkittävyyteen yksilön matematiikkakuvan muodostumiselle antavat tukensa sille, että myös uskomukset itsestä matematiikan parissa on otettava huomioon. Käsitykset, olenko hyvä tai huono matematiikassa, ovat muotoutuneet osaksi kouluikäisten kokemusten perusteella. Koska tämä tutkimus tarkastelee alkuopetuksen matematiikan opetusta erityisesti alkuopettajien matematiikkauskomusten ja opetuskäytäntöjen sekä matematiikan oppikirjojen sekä opettajan oppaiden perspektiivistä, niin uskomuksia on syytä tarkastella sekä matematiikan, matematiikan opettamisen, oppimisen, opettajan että opetuskäytäntöjen näkökulmista.

Käytän tämän tutkimuksen pohjana edellä esitettyä matematiikkakuvan jaottelua kyselylomakkeen laatimisessa saadakseni selville, millaisia uskomuksia alkuopettajilla on matematiikkaa, matematiikan oppimista, opetusta ja opetuskäytäntöjä kohtaan. Seuraavassa luvussa kuvaan niitä keinoja, joiden avulla kyselylomakkeen avulla selville saadut uskomukset voidaan luokitella.

#### 4.2.1 Uskomukset matematiikasta

Ernestin (1989, 250) mukaan opettajan uskomukset matematiikan luonteesta tarkoittavat hänen uskomusjärjestelmäänsä matematiikkaa kohtaan eli opettajan uskomuksia ja käsityksiä matematiikan luonteesta. Nämä näkemykset muodostavat tavallaan perustan matematiikan filosofisille näkemyksille, vaikka luonnollisesti kaikkia näkemyksiä ei ole yhdistetty näihin. Opettajien näkemykset matematiikasta eivät Ernestin mukaan välttämättä ole tietoisia, vaan ne saattavat pikemminkin olla ehdottomina pidettyjä filosofioita. (Ernest 1989, 250.) Näitä

filosofioita eli matematiikan olemusta ovat tutkineet Ernestin lisäksi mm. Tymoczko (1986), Zheng (1994) ja Hersh (1997). Erityisesti Dionne (1984), Thompson (1984), Ernest (1989) sekä Törner & Grigutch (1998) ovat pyrkineet esittämään sopivia tarkastelumalleja opettajien matematiikkakuvan evaluoimista varten.

Dionne (1984) on muodostanut matematiikkakuvan määritelmät lähinnä kouluopetuksen näkökulmasta. Dionnen määritelmien perustana on ollut kysymys: Mitä on matematiikan tekeminen? Hän (1984, 224-225) on vastannut tähän kysymykseen traditionaalisen, platonistisen ja konstruktivistisen näkemyksen näkökulmasta seuraavasti:

1. Traditionaalisen näkemyksen mukaan matematiikan tekeminen on laskutoimistusten tekemistä, sääntöjen, menettelytapojen ja kaavojen käyttämistä.
2. Platonistisen näkemyksen mukaan matematiikan tekeminen on tiukkojen todistusten kirjoittamisesta, tiukan ja tarkan kielen sekä yhteen sulautuvien käsitteiden käyttämistä.
3. Konstruktivistisen näkemyksen mukaan matematiikan tekeminen on ajatusprosessien kehittämistä, sääntöjen ja kaavojen rakentamista todellisuuden kokemusten pohjalta, yhteyksien löytämistä erilaisten käsitysten välillä.

Lähes samankaltainen matemaattisen tiedon kolmijako on löydettävissä Thompsonin (1984, 105-127) artikkelissa "The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice", joka perustuu hänen aiemmin (1982) julkaisemaan väitöskirjatutkimukseensa. Tässä tutkimuksessa hän tutki kolmen yläasteen matematiikan opettajan käsityksiä matematiikasta ja matematiikan opettamisesta. Hän tarkkaili opettajien opetusta neljän viikon ajan, josta hän käytti kaksi ensimmäistä viikkoa pelkästään tarkkailuun ja kahden jälkimmäisen tarkkailuviikon aikana hän haastatteli jokaisen opettajan tarkkaillun oppitunnin jälkeen. Esitellessään näiden kolmen opettajan opetusta hän on lopuksi kuvannut kunkin opettajan matematiikkakuvaa, joiden kuvauksista on löydettävissä matemaattisen tiedon kolmijako. Tätä matemaattisen tiedon kolmijakoa on käyttänyt myös Ernest (1989, 250) perustana omassa mallissaan, jolla hän kuvaa uskomusten vaikutusta matematiikan opetukseen. Näiden jaotteluiden perusteella matematiikkanäkemyks voi olla instrumentaalinen, platonistinen tai ongelmanratkaisua painottava. Ernest (1989, 250) on määritellyt nämä näkemykset seuraavasti:

1. Instrumentaalisisä näkemyksessä matematiikka on kokoelma sääntöjä, tosiasioita ja taitoja, joita käytetään ulkoisten tavoitteiden saavuttamiseen. Näin matematiikka nähdään eräänlaisena toisiinsa liittymättömien sääntöjen ja tosiasioiden kokoelmana.
2. Platonistisen näkemyksen mukaan matematiikka on staattinen, yhtenäinen kokoelma varmaa tietoa. Tämän näkemyksen mukaan matematiikkaa tarvitsee vain löytää/keksiä - ei luoda.
3. Ongelmanratkaisua painottavan näkemyksen mukaan matematiikka on dynaaminen, jatkuvasti laajeneva alue, joka on avoin ihmisen keksinnöille ja luovuudelle. Näin matematiikka nähdään tutkimusprosessina, joka ei ole valmis lopputuote, vaan sen tulokset ovat avoimia uudelleentarkasteluille.

Näitä kolmea matematiikkanäkemyistä voidaan myös tarkastella psykologisena uskomusjärjestelmänä, jolloin voidaan olettaa, että ne muodostavat eräänlaisen hierarkkisen rakennelman, jossa alimman tason muodostavat matemaattisen tiedon tosiasiat, säännöt ja metodit erillisinä kokonaisuuksina. Seuraavalla tasolla on platonistinen näkemys matematiikasta, johon kuuluu globaali ymmärrys matematiikasta ja jossa matematiikka nähdään johdonmukaisena, yhtenäisenä ja objektiivisena rakennelmana. Ylimmällä tasolla on ongelmanratkaisua painottava näkemys, jossa matematiikka nähdään dynaamisena rakennelmana, jolla on paikka sosiaalisessa ja kulttuurisessa kontekstissa. (Ernest 1989, 250.)

Törnerin ja Grigutchin (1998) mallissa on myös löydettävissä kaikki kolme Ernestin (1989, 250) määrittelemää tasoa matematiikkakuvan määrittämiseksi. Omassa tutkimuksessaan he ovat vielä lisänneet matemaattisten aineiden opettajien matematiikkakuvien määrittelemiseksi kaksi tasoa. He käyttävät näistä tasoista seuraavia nimityksiä: laskutoimitusaspekti (Der Schema-Aspekt), systeemiaspekti (Der Formalismus-Aspekt), prosessiaspekti (Der Prozeß-Aspekt), sovellusaspekti (Der Anwendungs-Aspekt) sekä platonistinen aspekti (Der Platonismus-Aspekt). Törner ja Grigutch (1998, 15-19) ovat määritelleet nämä tasot seuraavasti:

1. Laskutoimitusaspektissa matematiikan merkitys on laskemisessa, jolloin matematiikka ymmärretään kokoelmaksi sääntöjä ja menettelytapoja, joita sovelletaan tarvittaessa. Matematiikka nähdään ikään kuin kaavakokoelmana, työkalupakkina, josta löytyy tarvittavat ratkaisutavat.
2. Systeemiaspektissa matematiikan merkitys nähdään tiukoissa säännöissä. Matematiikka voidaan kuvata systeeminä, jossa toimitaan ankaran loogisesti, tarkasti täsmällisesti.
3. Prosessiaspektissa matematiikan merkitys nähdään sen jatkuvassa kehityksessä, sillä tässä prosessissa matematiikka ymmärretään löytämisen ja ymmärtämisen ongelmakeskeisenä prosessina. Matematiikka on dynaamista, uusien kokemusten eteenpäin viemää.
4. Sovellusaspektissa matematiikan merkitys näkyy sen käyttökelpoisuudessa tai suorassa sovelluksessa. Matemaattinen tieto on tärkeää myöhemmän elämän kannalta: matematiikka auttaa joko ratkaisemaan arkipäivän tehtäviä ja ongelmia tai se on hyödyllistä työn kannalta.
5. Platonistisessa aspektissa matematiikan käyttökelpoisuutta tarkastellaan lähinnä matemaatikon näkökulmasta. Tätä suuntausta voisi määritellä Hershin (1997, 9) sanoin seuraavalla tavalla:

*“Platonism, or realism as it’s been called, is the most pervasive philosophy of mathematics. It has various variations. The standard version says mathematical entities exist outside space and time, outside thought and matter, in an abstract realm independent of any consciousness, individual or social.”*

Törnerin ja Grigutchin (1998) määrittelemistä aspekteista ensimmäinen vastaa lähinnä Ernestin mallin instrumentaalista matematiikkakuvaa, toinen aspekti vastaa lähinnä Ernestin mallin Platonistista näkökulmaa ja kolmas aspekti on lähinnä Ernestin ongelmakeskeistä näkökulmaa. Nämä neljä aspektia edustavat

pääasiassa koulumatematiikan tutkimista ja tätä jaottelua Grigutch, Raatz ja Törner ovat käyttäneet Duisburgissa 1994 didaktiikan päivillä yläasteen matematiikan opettajille esitetyn kyselylomakkeen analysoinnissa. Sen sijaan Griguchin ja Törnerin esittämä viides näkökulma, platonistinen aspekti, liittyy lähinnä korkeakoulumatematiikkaan, jossa matematiikan merkityksellisyyttä tarkastellaan lähinnä korkeakoulumatematiikan näkökulmasta.

#### 4.2.2 Uskomukset ja matematiikan oppiminen ja opettaminen

Edellä pyrin kuvailemaan eri tutkijoiden esittämiä pyrkimyksiä mallintaa matemaattisen tiedon luonnetta lähinnä koulumatematiikan näkökulmasta. Aivan samalla tavalla kuin käsitykset matemaattisen tiedon luonteesta heijastelevat yleisesti hyväksytyä käsitystä tiedosta, matematiikan oppimisesta ja opettamisesta koskevat käsitykset heijastelevat yleisesti hyväksytyjä oppimisesta ja opettamisesta koskevia näkemyksiä. Opettajan käsitykset matemaattisen tiedon luonteesta vaikuttavat myös hänen uskomuksiinsa opettamisesta, oppimisesta, opettajan roolista, oppimateriaaleista ja niiden käyttötavoista sekä oppimistuloksista (vrt. Ernest 1989, 250; Nespor 1987, 324). Pyrin tässä luvussa selventämään sitä, kuinka opettajan matematiikkakäsityksen perusteella voidaan luonnehtia opettajan käsitystä opetuksesta, oppimisesta ja opetusikätyännöistä. Samassa yhteydessä tulevat esille myös opettajan ja oppilaan roolit luokkatilanteessa.

Ernest (1989, 250-251) on pyrkinyt mallintamaan opettajan ja oppilaan käyttäytymistä ja roolia edellä esitetyn matematiikan luonnetta kuvaavan mallin kautta. Hänen (1989) mukaansa opettaja, jolla on instrumentaalinen käsitys matematiikasta, näkee itsensä lähinnä kouluttajan asemassa, opettaja, jolla on platonistinen näkemys matematiikasta, näkee itsensä selittäjän asemassa ja ongelmanratkaisukeskeistä näkemystä painottava opettaja näkee itsensä helpottajan asemassa luokkatilanteessa. Seuraavan sivun taulukossa 4.1 on kuvattu Ernestin (1989) esittämän matematiikkamallin vaikutusta opettajan ja oppilaiden rooliin opetus/oppimistilanteessa. Taulukossa 4.1 kuvattua mallia voidaan käyttää apuna tarkasteltaessa opettajien matematiikkauskomusten muuttumisesta. Ernestin (1989) mukaan opettajan matematiikkauskomusten muutos esimerkiksi ongelmakeskeiselle tasolle riippuu opettajan uskomusjärjestelmästä ja erityisesti opettajan käsityksistä matematiikan luonteesta sekä opettamisen ja oppimisen malleista. Opetusuudistukset eivät voi toteutua, elleivät opettajan ydinuskomukset matematiikasta, matematiikan opettamisesta ja oppimisesta muutu. Ernestin (1989) omissa tutkimuksissa opettajan matematiikkatietämyksen vaikutuksesta oppimiseen paljastui, että kahdella opettajalla voi olla hyvinkin samanlainen tietämys matematiikasta, mutta silti he saattavat opettaa eri tavoilla. Tästä syystä Ernest on esittänyt, että opettajien uskomusten kartoittaminen voisi olla hyödyllistä pyrittäessä ennustamaan, miten he toimivat opetus/oppimistilanteissa sekä kuinka he tekevät päätöksiä omista toiminnoistaan. (Ernest 1989, 249-250.)

TAULUKKO 4.1 Ernestin (1989) kuvailemat mallit opettajan roolista, näkyvistä tuloksista, oppimateriaalien käyttötavoista sekä oppilaan roolista uskomushierarkian eri tasoilla

Opettajan rooli	Näkyvä tulos	Matematiikan oppimateriaalien käyttötavat	Oppilaan rooli
- kouluttaja	- taitojen hallinta ja moitteeton käytös	- tiukka oppikirjan / tekstien seuraaminen	- "matkiva" käytös ja taitojen hallintaan pyrkiminen laskutaitoharjoittelun avulla; passiivinen tiedon vastaanottaminen
- selittäjä	- käsitteellinen ymmärtäminen ja yhtenäinen tieto	- oppikirjan näkökulman soveltaminen sekä lisäongelmien ja aktiiviteettien käyttö	- mukaileva käytös sekä laskutaitoharjoittelu, passiivinen tietomallien vastaanottaminen; jonkinlaiseen ymmärtämiseen pyrkiminen erilaisten aktiiviteettien avulla
- ohjaaja	- luova ongelman-asettelu ja -ratkaisu	- opettajan/koulun oman opetussuunnitelman rakentaminen	- aktiivinen oppija: tutkija ja itsenäisten omien mallien etsijä

Tällaista hypoteettista mallia opettajien käsitysten (tietoisten uskomusten) kehittymisestä on Thompson (1991) pyrkinyt kehittämään omien tutkimustensa pohjalta. Hän kehitti mallinsa työskenneltyään viisi vuotta kahdentoista opettajan kanssa, joista seitsemän oli vasta aloittelevia opettajia ja viisi kokenutta opettajaa. Thompsonin (1991) mukaan opettajan matematiikan opetukseen liittyvien käsitysten kehittymiseen on vaikuttanut hänen oma kokemustaan, johon kuuluvat sekä ammatilliset että opiskeluaikaiset kokemukset ja se, kuinka opettaja on ne itse tulkinut ja sisäistänyt. Thompsonin malli rakentuu kolmesta tasosta, joista jokaista tasoa voidaan kuvata opettajan käsityksillä seuraavista kysymyksistä:

1. Mitä on matematiikka?
2. Mitä tarkoittaa matematiikan oppiminen?
3. Mitä tarkoittaa matematiikan opettaminen?
4. Millaisia tulisi opettajan/oppilaiden roolien olla?
5. Millä tarkistetaan oppilaan oppiminen ja mitä käytetään kriteerinä arvioitaessa matemaattisten tulosten ja päätelmien oikeellisuutta, tarkkuutta tai hyväksyttävyyttä?  
(Thompson 1991, 8-9.)

Seuraavassa taulukossa 4.2 on esitetty opettajien matematiikkakäsitysten vaiheittainen kehitys Thompsonin mallin mukaan. Mallia on muokattu Pehkosen (1994a, 63-64) esittämän mallin pohjalta. Pehkonen on lisännyt tämän mallin jokaiseen tasoon liitettäväksi vielä kuudennen kysymyksen, joka on seuraava:

6. Mitä on ongelmanratkaisu?

Tämän kysymyksen lisääminen tähän malliin on perusteltua, koska Thompsonin (1991) mallista on löydettävissä kuvaus ongelmanratkaisun kehittymisestä erillisten ongelmien ratkaisun kautta opetusmenetelmäksi.

Thompsonin malli täydentää Ernestin (1989) esittämää mallia. Thompsonin (1991) tutkimuksissa kenenkään tutkittujen opettajien käsitykset matematiikan opettamisesta eivät täysin vastanneet tason kaksi kuvauksia. Kaikkien niiden opettajien, joiden käsitykset alussa olivat tasolla nolla, käsitykset muuttuivat tasoa yksi vastaaviksi ja joidenkin kohdalla oli nähtävissä merkkejä tason kaksi käsitysten alkavasta muotoutumisesta. Tasolta yksi lähteneiden opettajien käsitykset näyttivät vain vähäisiä merkkejä käsitysten kasvamisesta tasolle kaksi kahdeksan kuukauden aikana. Thompsonin mukaan muutos tasolta nolla tasolle yksi on helppoa, koska muutos voi tapahtua ilman käsitysten merkittävää uudelleenjärjestymistä. Käsitysten uudelleenjärjestäytymiseen ei ole tarvetta, koska tason nolla käsitykset voidaan laajentaa tason yksi käsityksistä ja näin ei ole tarvetta näiden käsitysten uudelleenjärjestäytymiseen. Käsitysten kehittyminen tasolle kaksi vaatii niiden uudelleenjärjestäytymistä. Opettajan on tultava tietoisiksi omista syvään juurtuneista uskomuksistaan ja olettamuksistaan siitä, mitä merkitsee osata, oppia ja opettaa matematiikkaa. Opettajan tulee kohdata sellaisia tilanteita, missä hän voi löytää vaihtoehtoja omille matematiikan opetusta koskeville ennakkokäsityksilleen ja niistä seuranneille opetustavoille. Tällainen uudelleenjärjestäytyminen vaatii yhteistä ja pitkäaikaista ponnistelua. Thompsonin mukaan hänen tutkimustensa perusteella on varottava aliarvioimasta opettajien käsitysten ja uskomusten elinvoimaisuutta eli muutosvastaisuutta. (Thompson 1991, 13-14.)

Lindgren (1996) löysi yhtymäkohtia Thompsonin malliin tutkiessaan 163 luokanopettajiksi opiskelevien käsityksiä ja uskomuksia matematiikasta Likertasteikollisen kyselylomakkeen avulla. Lindgren käytti kyselylomakkeiden analysoinnissa faktorianalyysia, jonka perusteella oli huomattavissa muutamia selkeitä yhtymäkohtia Thompsonin teoriaan, mutta Thompsonin teoriassa esiintyvien tasojen hierarkkisuutta hän ei voinut todistaa. Lindgren käytti tutkimuksessaan seuraavaa kolmiportaista mallia, joka mukailee Thompsonin mallia:

*Taso 0: Säännöt ja rutiinit (Level RR: rules and routines.* Tämä vastaa lähinnä Thompsonin tutkimuksen tasoa 0.

*Taso 1: Keskustelut ja pelit (Level DG: discussions and games).* Tämä vastaa lähinnä Thompsonin tutkimuksen tasoa 1. Taso DG jakautuu kolmee alatasoon:

*Taso 1a: Pelit ja rutiinit (Level GR: games and routines)*

*Taso 1b: Pelit, rutiinit ja avoin lähestymistapa (Level GRO: games, routines and open-approach)*

*Taso 1c: Rutiinit ja avoin lähestymistapa (Level RO: routines and open-approach)*

*Taso 2: Avoin lähestymistapa (Level OA: open-approach).* Tämä taso vastaa lähinnä Thompsonin tutkimuksen tasoa 2.

Tapaukset, jotka olivat hyvin heikosti tai selkeästi tasolla 2, on kuvattu sekä kvalitatiivisen että kvantitatiivisen aineiston avulla. Tutkimusjoukon jakaminen tasoihin osoitti selkeästi, kuinka päinvastaisia opetusmielitykset voivat olla. Avointa lähestymistapaa käyttivät yleensä sellaiset opiskelijat, jotka olivat hy-

TAULUKKO 4.2 Thompsonin malli opettajien matematiikkakäsitysten vaiheittaisesta kehityksestä (Pehkonen 1994a; Thompson 1991, 9-13.)

	Mitä on matematiikka?	Mitä on matematiikan oppiminen?	Mitä on matematiikan opettaminen?	Millaisia tulisi opettajan / oppilaiden roolien olla?	Millä tarkistetaan oppilaan oppiminen, tulojen ja päätelmien oikeellisuus?	Mitä on ongelmanratkaisua?
T A S O 0	<ul style="list-style-type: none"> <li>- aritmeettisten taitojen käyttöä arkipäivän tilanteissa</li> <li>- matemaattinen tieto tarkoittaa faktatietojen ja menettelytapojen hallintaa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- faktojen, sääntöjen, kaavojen ja menettelytapojen muistiinpainamista</li> <li>- jokaista oppikirjan sisältöä pidetään yhtä tärkeänä ja aina edellytyksenä seuraavan oppimiselle</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- oppikirjassa esitettyjen sisältöjen ja taitojen läpikäymistä järjestyksessä</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- opettaja on hyvin toimivien menetlytapojen esittäjä</li> <li>- oppilaat jäljittelevät menettelytapoja ja harjoittelevat niitä</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- opetuksen tavoitteena tarkat vastaukset</li> <li>- opettaja tai oppikirja on oikeellisuuden auktoriteetti (auktori-teetti on oppijan ulkopuolella)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- merkitsee vastusten saamista sanallisiin tehtäviin</li> <li>- oppilaita autetaan löytämään oikeat ratkaisutavat vastauksen saamiseksi esimerkiksi nyrkkisääntöjen tai avainsanosanojen avulla</li> </ul>
T A S O 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- säännöt ovat edelleenkin hallitsevia kaikessa työskentelyssä</li> <li>- arvostetaan sääntöjen takana olevien käsitteiden ja periaatteiden ymmärtämistä</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- aletaan nähdä eroa ymmärtämisen ja taitojen välillä, joka johtaa oppimisvälineiden käyttöön opetuksessa</li> <li>-heräävä tietoisuus opetussellisten esitysmuotojen esimerkiksi konkreettisten, kuvallisten esitysmuotojen käytöstä</li> <li>- huomataan ja ymmärretään oppisisältöjen monimutkaisuus</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- opettajalla oltava erityisiä tekniikoita irrallisten käsitteiden, menettelytapojen, algoritmien ja kaavojen opettamiseksi eri tilanteissa</li> <li>- oppimisvälineiden käyttö tärkeää "matematiikka on hauskaa"</li> <li>-asenteen luomiseksi</li> <li>- mahdollisten opetussellisten esitysten käytön kapea-alaisuus; oppilaiden löydettävä itse eri esitysmuotojen väliset yhteydet</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- opettajan rooli lähes sama kuin tasolla 0</li> <li>- opettaja painottaa sääntöjen perusteluita</li> <li>- oppilaiden rooli on laajentunut käsittämään jonkinlaista standardimenettelyjen ymmärtämistä</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ekspertit (opettaja/oppikirja) ovat edelleenkin oikeellisuuden auktoriteetteja</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-nähdään tärkeänä alueena matematiikan opetussuunnitelmassa</li> <li>- opetetaan erillään perinteisestä 'sisällöstä'</li> <li>- tutkittavilla ongelmilla ei ole mitään tekemistä opiskeltavien matematiikan sisältöjen kanssa</li> <li>- opetetaan vain jotain ongelmanratkaisusta</li> </ul>
T A S O 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- matematiikka ymmärretään yhteensitoutuneitten käsitteiden, menettelytapojen ja esitysmuotojen järjestelmänä</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- matematiikan ymmärtäminen saa alkunsa sitoutumisesta matematiikan tekemiseen</li> <li>- täsmentäminen, arvaileminen, vääräksi ja oikeaksi todistaminen sekä yleistäminen ovat oppimisen ja opetuksen olennaisia prosesseja</li> <li>- oppimisen mielekkyys oppilaiden näkökulmasta</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- oppilaat saavat tutkia ja tehdä matematiikkaa</li> <li>- oppilaita opastetaan huomaamaan, että samat tai samankaltaiset matemaattiset ideat saavat alkunsa kaikesta päätellen hyvinkin erilaisista tilanteista</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- opettaja ohjaa oppilaita matemaattisesti hedelmällisillä tavoilla</li> <li>- kuunnella ja tarkkailla oppilaiden kommunikointia</li> <li>- oppilaita kannustetaan keskustelemaan ja ilmaisemaan omia ajatuksiaan</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- opetuksen tavoitteena on matematiikan tekeminen</li> <li>- suoritusten oikeellisuutta arvioidaan monipuolisesti</li> <li>- myös oppilaat osallistuvat arviointiin</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ongelmanratkaisua käytetään opetusmenetelmänä</li> <li>- opetetaan ongelmanratkaisun avulla</li> </ul>

viä matematiikassa. Keskustelua ja pelejä käyttivät taas sellaiset opiskelijat, jotka eivät olleet menestyneet matematiikassa kovin hyvin. (Lindgren 1996b, 113-117.)

Tämän tutkimuksen näkökulmasta Thompsonin ja Ernestin mallit toimivat hyvänä perustana, kun teen yhteenvetoa opettajien matematiikkakuvan ja käytännön välisestä suhteesta eli siitä, mitä luokassa todella matematiikan opitunneilla tapahtuu.

#### 4.2.3 Opettajan matematiikkakuva ja opetuskäytännöt

Uskomuksilla on opetus/oppimis-tilanteessa ratkaiseva merkitys, sillä Pehkonen (1999, 120) mukaan opettajan uskomusjärjestelmä ohjaa hänen toimiaan sekä tulkitsee ja suodattaa hänen havaintojaan. Vastaavasti myös oppilaan uskomukset säätelevät hänen oppimistaan. Toisin sanoen oppilaiden uskomukset koulumatematiikan luonteesta vaikuttavat heidän uskomuksiinsa siitä, miten matematiikkaa opitaan ja miten tulisi opettaa (Pehkonen 1998, 47). Opettaja viestittää omalla käyttäytymisellään ja opetustavoillaan omia uskomuksiaan matematiikkaa kohtaan oppilaille ja samalla näin muokkaa oppilaiden uskomuksia matematiikkaa kohtaan. Näin sillä, mitä tapahtuu luokissa matematiikan opitunneilla, on vaikutus oppilaiden käsityksiin ja uskomuksiin matematiikan olemuksesta.

Ernestin (1989) mukaan uskomukset matematiikasta ja sen opettamisesta ovat kiinteästi yhteydessä toisiinsa. Jos siis halutaan kehittää matematiikan opetusta ja tapaa opettaa matematiikkaa, meidän täytyy ensin selvittää se, mitä matematiikka opettajien mielestä on, ja yrittää vaikuttaa opettajien matematiikkauskomuksiin opetuksen kehittämiseksi. Ernestin (1989) mukaan matematiikan opetuskäytäntöihin vaikuttavat eniten

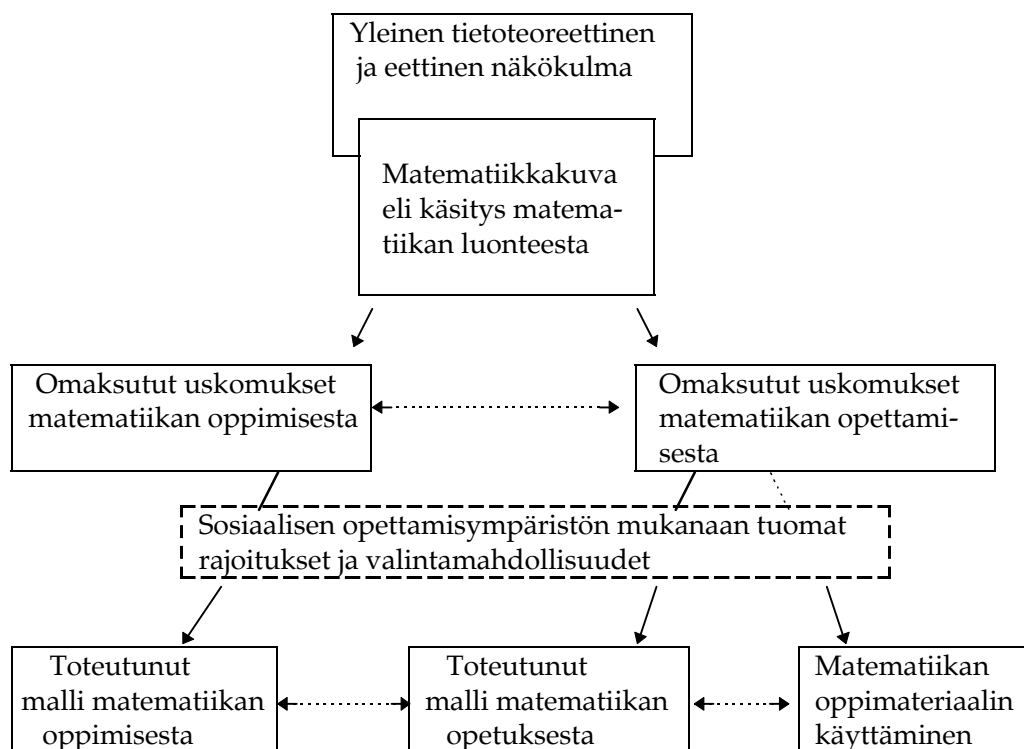
- opettajan henkiset skeemat matematiikasta, sen opettamisesta ja oppimisesta,
- oppimistilanteen sosiaalinen rakenne, erikoisesti sen sisältämät rajoitukset ja mahdollisuudet,
- opettajan ajattelun ja reflektion taso.

Edellä luetellut tekijät määrittelevät opettajan itsenäisyyden. On kuitenkin huomattava, että vaikka opettajilla olisi samanlainen tietotaso matematiikasta, opettajat saattavat opettaa hyvinkin eri tavalla omien uskomustensa näkökulmasta. Tällöin nousee esille opettajan

- näkemys matematiikan luonteesta,
  - näkemys tai malli opettettavan matematiikan luonteesta sekä
  - näkemys tai malli matematiikan oppimisprosessista.
- (Ernest 1989, 250.)

Opettajan matematiikkakuvan määrittelyssä voidaan erottaa edellä määritellyt instrumentaalinen, platonistinen sekä konstruktivistinen näkökulma. Ernest (1991, 290) on pyrkinyt määrittelemään opettajan matematiikkakuvan yhteyksiä käytännön opetustilanteen kanssa seuraavan kuvion mukaisesti.

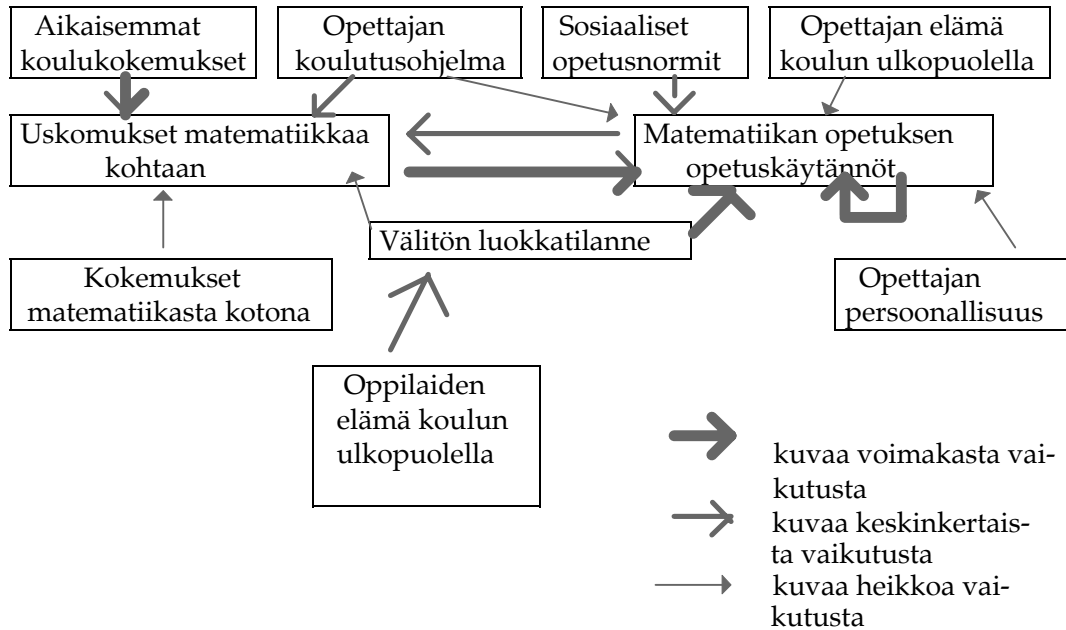




KUVIO 4.2 Opettajien matematiikkauskomusten yhteydet opetuskäytäntöihin (Ernest 1991, 290)

Tässä mallissa tulee esille se, miten opettajan matematiikkakuva on perustana opettajan sisäisille malleille opettamisesta ja oppimisesta (opettajan subjektiivinen tieto), jonka osana on myös yleisesti hyväksytty tieto opettamisesta ja oppimisesta sekä matematiikasta. Malli muistuttaa aiemmin esitettyä Fenneman ja Franken (1992) mallia, jossa myös uskomukset ovat osana yksilön tietoa ja tämä taas erottaa yksilön subjektiivisen tiedon yleisestä tiedosta. Ernestin mallissa on myös huomioitu sosiaalisen opettamisympäristön mukanaan tuomat rajoitukset ja valintamahdollisuudet, jotka myös voivat olla esteenä tai edistää opettajan omaksuttujen mallien toteutumista tai toteutumattomuutta luokkatilanteessa. Nämä sosiaalisen opettamisympäristön mukanaan tuomat rajoitukset ja valintamahdollisuudet vaikuttavat myös matemaattisten kirjojen ja tekstien käyttöön.

Raymondin (1997, 571) mukaan juuri sosiaalinen oppimisympäristö sekä välitön luokkatilanne opetustilanteessa ovat avainasemassa tarkasteltaessa opettajan opetuskäytäntöjä. Hän tarkisti oman tutkimuksensa pohjalta tämän tutkimuksen alussa esitettyä mallia (ks. s. 12) seuraavan sivun kuviossa 4.3 esitetyllä tavalla. Raymond (1997) tutki kuuden työtään aloittavan peruskoulun opettajan matematiikkauskomusten ja opetuskäytäntöjen välisiä yhteyksiä keräten tutkimusmateriaalia videoimalla, haastattelemalla, oppituntisuunnitelmiin analysoinnilla, opettajien kolmannen haastattelun aikana mallintamista käsittekartoista, jotka kuvasivat matematiikkauskomusten ja opetuskäytäntöjen välisiä suhteita sekä opettajien kotona täyttämän matematiikkauskomuksia sekä opetuskäytäntöihin vaikuttavia tekijöitä koskevan kyselylomakkeen avulla.



**Matematiikkauskomukset:** uskomukset matematiikan luonteesta ja pedagogiikasta

**Matematiikan opetuskäytännöt:** Matemaattiset tehtävät, keskustelut, ympäristö ja arviointi

**Välitön luokkatilanne:** Oppilaat (taidot, asenteet ja käytös), aikarajoitteet, käsiteltävänä oleva matematiikan aihealue

**Sosiaaliset opetusnormit:** Koulun opetusfilosofia, koulun johto, standarditestit, opetussuunnitelma, oppikirja, opettajakollegat, voimavarat

**Opettajan elämä:** päivittäiset tapahtumat, muut stressin aiheuttajat

**Oppilaiden elämä:** kotiympäristö, vanhempien uskomukset lapsia, koulua ja matematiikkaa kohtaan)

**Opettajakoulutusohjelma:** Matematiikan sisältökurssit, metodikurssit, kenttäkokemukset

**Aikaisemmat koulukokemukset:** Menestyminen matematiikassa koulussa, aikaisemmat opettajat

**Kokemukset matematiikasta kotona:** vanhempien matematiikkakuva, vanhempien koulutustausta, vuorovaikutus vanhempien kanssa (erityisesti koskien matematiikkaa)

**Opettajan persoonallisuus:** itseuottamus, luovuus, huumori, avoimuus muutoksille

KUVIO 4.3 Raymondin (1997, 571) tarkistettu malli matematiikkauskomusten yhteydestä matematiikan opetuskäytäntöihin

Opettajat olivat opettajina ensimmäistä tai toista vuotta ja olivat valmistuneet samasta opettajakoulutusohjelmasta isosta valtion yliopistosta. Raymondin tutkimuksen (1997) mukaan sosiaalisen oppimisympäristön mukanaan tuomat paineet sekä välitön luokkatilanne aiheuttavat ristiriitoja opettajan uskomusten ja opetustilanteen välille. Esimerkiksi opettaja voi uskoa, että yhteistoiminnalliseen oppimiseen kuuluvat menetelmät ovat parhaita matematiikan oppimismenetelmiä, mutta ennakkokäsitys oppilaiden huonosta käytöksestä estää häntä toteuttamasta näitä menetelmiä käytännössä. Näin yksi pieni häiriö luokkatilanteessa saattaa estää opettajaa toimimasta uskomustensa mukaisesti. (Raymond 1997, 550-572.)

Raymondin (1997) tutkimuksessa mukana olleet opettajat pitivät opettajan koulutuksen ja opetuskäytäntöjen välistä vaikutusta toisiinsa minimaalisena sekä uskomusten ja opettajankoulutuksen välistä vaikutusta keskinkertaisena. Kaikki tutkimuksessa mukana olleet kuusi opettajaa nimesivät ensimmäiset koulukokemukset matematiikasta voimakkaimpina vaikuttajina uskomuksiin matematiikan sisällöstä heidän opetuskokemustensa ohella. Taas opettajankoulutusohjelma nimettiin päävaikuttajaksi matematiikan pedagogiikkaan liittyviin uskomuksiin. Uskomukset matematiikkaa kohtaan ja oppilaiden käytös vaikuttivat opetuskäytäntöihin opettajien mielestä heikentävästi. Raymondin (1997) tutkimustulosten perusteella on aihetta olettaa, että uskomukset matematiikan olemuksesta ovat vahvemmin yhteydessä todellisiin opetuskäytäntöihin kuin pedagogiikkaan liittyvät uskomukset. Tutkimuksen mukaan syvään juurtuneilla traditionaalisilla uskomuksilla matematiikan luonteesta on voimakkaampi vaikutus siihen, että matematiikan opetus säilyy perinteisenä kuin opettajan ei-traditionaalisilla uskomuksilla matematiikan pedagogiikasta. Raymond ehdottaakin, että jo opettajankoulutuksessa opettajan aloittama tarkastelu omien uskomusten ja opetuskäytänteiden välisestä suhteesta saattaisi olla avain matematiikan opetuksen laadun parantamiseen sekä matematiikkauskomusten ja opetuskäytäntöjen välisten ristiriitojen minimoimiseen. (Raymond 1997, 573-574.)

Sekä Ernestin, Fenneman ja Franken että Raymondin malleista on nähtävissä, että opettajan matematiikkakuvalla on vaikutus opettajan opetuskäytäntöihin. Sosiaalinen ympäristö saattaa toimia uskomuksia ja opetuskäytäntöjä lähentävänä tai erottavana tekijänä luokkatilanteessa. Myös tämän tutkimus kohdistuu matematiikkakuvan ja opetuskäytäntöjen välisten suhteiden tutkimukseen. Tässä tutkimuksessa halutaan myös selvittää, millainen asema matematiikan oppikirjalla on luokassa toteutuneessa opetusmallissa ja opetuksen suunnittelussa.

### 4.3 Matematiikan opetuskäytäntöjen tarkastelutapoja

Opettajalla on merkittävä vaikutus oppilaiden matematiikkakuvan muodostumiseen ja matematiikkakuvaan, sillä opettajien käsitykset matematiikasta välittyvät opiskeltavien matematiikan oppisisältöjen valinnoissa, opetusmenetelmissä ja luokkahuonekeskusteluissa (vrt. Grigutsch 1998, Lindgren 1995) Se, millainen käsitys opettajalla on kulloinkin käsiteltävänä olevasta matematiikan oppisisällöstä välittyy sen oppimisympäristön kautta, jonka hän luo. Oppimisympäristöt taas puolestaan muokkaavat oppilaiden uskomuksia matematiikasta. (Schoenfeld 1992, 359.)

Kuhn ja Ball ovat erottaneet ainakin neljä tasoa, joiden avulla voidaan tarkastella matematiikan opetuskäytäntöjä oppitunneilla. Thompson (1992, 136) on esittänyt nämä näkemykset seuraavasti:

1. *Oppilaskeskeinen näkemys*: matematiikan opetuksen keskeisenä tavoitteena on opiskelijan omakohtainen matemaattisen tiedon rakentaminen.

2. *Sisältökeskeinen matematiikka -näkemys, joka painottaa käsitteiden ymmärtämistä:* matematiikan opetus lähtee matematiikan sisällöistä, mutta se painottaa käsitteiden ymmärtämistä.
3. *Sisältökeskeinen matematiikka -näkemys, joka painottaa tehtävien suorittamista:* matematiikan opetuksen tavoitteena on oppilaiden tehtävien suorittaminen sekä sääntöjen ja toimintamallien hallinta.
4. *Luokkahuonekeskeinen matematiikka -näkemys:* matematiikan opetus painottaa tietämystä tehokkaista luokkahuoneista. (Thompson 1992, 136. )

Oppilaskeskeinen näkemys painottaa oppilaan aktiivista osallistumista matematiikan tekemiseen. Tätä opetusmallia toteuttavat yleensä ne, joilla on dynaaminen, ongelmakeskeinen matematiikkakuva. Tässä näkemyksessä matematiikka nähdään ihmisen luovuuden ja keksimisen jatkuvana kenttänä, jossa uusi tieto rakennetaan jo olemassa olevan tietämyksen avulla. Siten matematiikkaa ei nähdä valmiina lopputuotteena, vaan se on jatkuvasti uudistuva. (Ernest 1989, 250.) Tässä näkemyksessä opettaja nähdään ohjaajan roolissa, ja hän esittää mielenkiintoisia kysymyksiä ja tutkimustehtäviä, jotka ovat oppilaille haastavia ja samalla myös oppilaiden ajattelua selkeyttäviä (Thompson 1992, 136 Kuhn & Ballia mukaillen).

Matematiikan ymmärtämistä painottava sisältökeskeinen opetusnäkemys edustaa lähinnä Ernestin (1989) esittämää platonistista matematiikkakuvaa. Tässä näkemyksessä luokkahuoneaktiviteettien tärkeimpänä painotusalueena on matemaattinen sisältö, vaikkakin oppilaiden ymmärtämisprosesseja painotetaan. Tämä opetusnäkemys korostaa oppilaiden ymmärtämisessä matemaattisten ideoiden loogisia yhteyksiä sekä logiikkaa perimmäisissä matemaattisissa menettelytavoissa. (Thompson 1992, 136 Kuhn & Ballia mukaillen.)

Nämä kaksi ensimmäistä tasoa eroavat toisistaan oppiaineen järjestäytymistavan perusteella. Toisin kuin oppilaskeskeisessä näkemyksessä, jossa oppilaiden ideat ja kiinnostuksen kohteet ovat opetuksen lähtökohtana, ovat matematiikan ymmärtämistä painottavassa sisältökeskeisessä näkemyksessä matematiikan rakenteen mukaiset sisällöt opettajan opetuksen lähtökohtana. (Thompson 1992, 136 Kuhn & Ballia mukaillen.)

Tehtävien suorittamista painottava matematiikkanäkemys keskittyy myös matematiikan sisältöihin opetuksen lähtökohtana, mutta se edustaa luonteeltaan lähinnä instrumentaalista matematiikkakuvaa. Thompsonin (1992, 136) mukaan Kuhn ja Ball ovat luonnehtineet tämän tason mukaisia opetuskäytäntöjä seuraavasti:

- Säännöt ovat kaiken matemaattisen tiedon peruspilareita ja kaikki matemaattinen käytös on sääntöjen hallitsemaa.
- Matematiikan osaaminen merkitsee taitoa käyttää opittuja sääntöjä tehtävien ratkaisemiseen ja vastausten saamiseen.
- Laskemiseen liittyvien toimintamallien tulisi automatisoitua.
- Ei ole tarpeellista ymmärtää syitä tai alkuperää oppilaiden tekemiin virheisiin, koska tämän jälkeen tuleva opetus oikeista toimintatavoista saa aikaan toivottua oppimista.

- Matematiikan osaaminen koulussa tarkoittaa opetuksen tavoitteiden mukaisten taitojen hallintaa.

Instrumentaalissa opetusnäkemyksessä oppiaineen sisältö on järjestetty hierarkkisesti taitojen ja käsitteiden mukaiseen järjestykseen. Opetus tapahtuu koko luokalle, pienelle ryhmälle tai yhdelle oppilaalle sisältöjen mukaisesti painottaen sääntöjen ja taitojen hallintaa. Opettajan tehtävänä on selittää, näyttää ja määritellä, millaisia säännöt ja toimintamallit ovat. Oppilaan tehtävänä on kuunnella ja vastata opettajan esittämiin kysymyksiin sekä laskea tehtäviä käyttämällä niitä toimintamalleja, joita opettaja on esittänyt. (Thompson 1992, 136 Kuhn & Ballia mukaillen.) Tämä instrumentalistiseen matematiikkakuvaan perustuva näkemys on ja on ollut kritiikin kohteena, koska tässä mallissa oikeiden vastausten, algoritmien, määritelmien antamista pidetään oppilaan matemaattisen tiedon mittarina. Toisaalta tämä näkemys pyrkii vain pinnalliseen oppimiseen, sillä tässä näkemyksessä oppilaat eivät osallistu todelliseen matematiikan tekemiseen eli matemaattisten ongelmien tutkimiseen ja matematiikan tuottamiseen yksilön omien ajatusrakenteiden pohjalta. (Thompson 1992, 136-137.)

Luokkahuonekeskeiselle matematiikkanäkemykselle on tyypillistä, että luokkahuone täytyy olla hyvin järjestetty ja organisoitu. Tämä näkemys ei varsinaisesti seuraa mitään erityistä oppimisteoriaa, vaan siinä oletetaan, että oppiminen tapahtuu parhaiten, kun oppitunnit ovat selkeärakenteisia ja noudattavat tehokkaan opetuksen periaatteita, jollaisia ovat esimerkiksi korkeiden odotusten ja tehtäväkeskeisten ympäristöjen ylläpitäminen. Tässä näkemyksessä opettaja nähdään luokassa aktiivisena kaikkien aktiviteettien johtajana, joka esittelee selkeästi käytettävät välineet koko luokalle tai pienemmille ryhmille järjestäen oppilaille tilaisuuksia yksilölliseen harjoitteluun. Näin tehokkaita opettajia ovat sellaiset opettajat, jotka osaavat taitavasti selittää, antaa tehtäviä, tarkkailla oppilaiden työskentelyä ja järjestää luokan niin, että häiriötekijöitä ei ole. (Thompson 1992, 137 Kuhn & Ballia mukaillen.)

Tässä tutkimuksessa yllä esitettyä mallia voidaan käyttää apuna kuvattaessa yhtäläisyyksiä ja eroja matematiikan opetustavoissa.

#### 4.4 Opettajien matematiikkauskomuksia käsitteleviä tutkimuksia

Luokanopettajiksi opiskelevien käsityksiä ja uskomuksia matematiikasta ja sen opettamisesta Suomessa ovat tutkineet lähinnä Lindgren (1994, 1995, 1996a, 1996b, 1997a, 1997b, 1998) sekä Kaasila (2000). Yrjönsuuri (1992) on tutkinut luokanopettajakoulutuksen aloittaneiden opiskelijoiden matematiikan opiskeluorientaatioita. Tutkimusaineiston keräystapana hän on käyttänyt kyselylomaketta, jonka jokainen opiskeluorientaatiota kuvaava osio analysoitiin erikseen faktorianalyysin avulla ja vielä saatujen faktoreiden avulla muodostettiin uudet toisen vaiheen faktorit. Tämä tutkimus toi esille sen, millaisena opiskelijat olivat kokeneet siihenastisen matematiikan opiskelunsa. Opiskelijoiden kuvauksissa lukion matematiikan opetuksesta tuli esille, että opiskelijoiden ja

opettajan yhteinen toiminta ei ole riittävässä määrin johtanut matematiikan ymmärtävään oppimiseen vaan epävarmuuteen ja ulkoaoppimiseen. Yrjönsuuren (1992, 114) mukaan tehtävän ymmärtämisessä ja ratkaisun pohtimisessa tulevat erityisesti esille matematiikan merkinnät ja kieli. Mallien ja menetelmien noudattaminen sekä yksityiskohtien muistaminen ovat kyllä matematiikan opetuksessa ja oppimisessa keskeisiä, mutta ne saattavat usein tuottaa pinnallista oppimista. Silloin kun opettajaksi opiskeleva on omana kouluaikana oppinut arvostamaan muistamalla hankittua staattisen tiedon osaamista ensisijaisena oppimisen muotona, hänen on vaivatonta ja yhteisön normien mukaista siirtää tällainen ajattelu omille oppilailleen. Esimerkiksi toisen vuosikurssin luokanopettajaopiskelija kuvasi odotuksiaan matematiikan oppimisesta näin: "Oikeastaan tuli melkein yllätyksenä, että täällä on matematiikan perusopintoja. Kurssimme on niin lyhyt, etten odota oppivani ymmärtämään matematiikkaa yhtään enempää - korkeintaan jotain didaktisia vinkkejä. Matematiikan opettaminen tulevaisuudessa pelottaa. Oma ymmärtäminen on pinnallista." Muutamia luokanopettajaopiskelijoita olivatkin Yrjönsuuren mukaan sitä mieltä, että he eivät opintojen tässä vaiheessa haluaisi opettaa matematiikkaa omalle luokalleen. Opiskelijat odottivat oppivansa ymmärtämään matematiikkaa ja oppivansa mahdollisimman monipuolisia opetusmenetelmiä, mutta kokivat ongelmana ajan vähyyden sekä heterogeeniset ryhmät opetuksen alussa. Opiskelijat olivat myös halukkaita paneutumaan matematiikan oppimiseen uudelleen, vaikka olivat siitä osittain luopuneetkin lukiossa. (Yrjönsuuri 1992, 111-119.) Yrjönsuuren tutkimuksessa esiin tulleella tiedon ulkoa oppimisella ja pinnallisella ymmärtämisellä voi olla yhteyttä esimerkiksi oppikirjasidonnaiseen opettamiseen. Oppikirjasidonnainen opettaminen saattaa olla merkki opettajan epävarmuudesta aineen hallinnassa. Yrjönsuuren tutkimuksesta on löydettävissä yhteyksiä edellä kuvattuihin matematiikkauskomusten ja opetuskäytäntöjen välisiä yhteyksiä kuvaaviin malleihin, sillä esimerkiksi Raymondin (1997) tutkimuksessa mukana olleet opettajat eivät kokeneet opettajankoulutusohjelmaa merkittävänä vaikuttajana opetuskäytäntöjen näkökulmasta, mutta he kokivat, että opettajankoulutuksella oli annettavaa matematiikan pedagogiikan näkökulmasta. Vastaavia piirteitä on nähtävissä myös Yrjönsuuren tutkimuksessa.

Lindgren on käyttänyt myös tutkimuksissaan kyselylomaketta sekä faktoriaanalyttistä lähestymistapaa. Hän on täydentänyt näitä tutkimusmenetelmiä mm. teemahaastatteluilla. Lisäksi hän on myös tarkkaillut ja videoinut muutama luokanopettajaopiskelijan opetuskäytäntöjä.

Ensimmäisessä uskomuksia koskevassa tutkimuksessa Lindgren (1994) on vertaillut suomalaisten kuudennen luokan opettajien ja japanilaisten kuudennen luokan opettajien matematiikkauskomuksia. Lisäksi tutkija on vertaillut japanilaisia toisen luokan opettajien uskomuksia ja viidennen luokan opettajien uskomuksia keskenään. Tutkija on perustellut suomalaisen ja japanilaisen opettajaryhmän vertailukelpoisuutta sillä, että Japanissa matematiikan opetussuunnitelma on vuoden tai kaksi useimpia eurooppalaisia opetussuunnitelmia edellä.

Tutkimusaineiston keräysmenetelmänä tutkija on käyttänyt kyselylomaketta. Japanilaisesta aineistosta Lindgren on löytänyt neljä matematiikan opetusta kuvaavaa faktoria, jotka ovat: "avoimen lähestymistavan metodi"; "ahke-

ran työskentelyn metodi"; "reflektiivis-analyyttinen ajattelu" sekä "formaali matematiikan opetus". Ensimmäisessä faktorissa nousivat muuttujina erityisesti esille "Oppilaan tulisi saada kokea, että samaan tulokseen voi päästä eri tavoilla.", "Suoritusten arvioinnissa on otettava huomioon käytetyt ratkaisutavat." . Toisen faktorin keskeisiä muuttujia olivat "Olisi opetettava ennen kaikkea matemaattista tietoutta." ja "Matematiikan opetuksessa on ennen kaikkea harjoiteltava runsaasti.". Kolmannen faktorin keskeisimpiä muuttujia olivat seuraavat: "Tunneilla pitäisi korostaa ajattelun tärkeyttä." sekä "Opetuksessa olisi erityisesti harjoiteltava matemaattisten symbolien käyttämistä." Viimeisen faktorin muuttujina nousi esille erityisesti seuraavat: "Opetuksessa olisi erityisesti otettava huomioon lahjakkaiden oppilaiden tarpeet." sekä "Olisi mietittävä, missä matematiikan opetuksen tilanteissa voisi tietokonetta ottaa käyttöön." Japanilaisten toisen ja viidennen luokan opettajien välillä ei ollut merkittäviä eroja, mutta toisen luokan opettajien vastauksista nousi enemmän esille "ahkeran työskentelyn metodi" ja viidennen luokan opettajat taas painottivat vastauksissa kolmea muuta faktoria enemmän. Naisopettajien keskuudessa nousi miesopettajia enemmän esille "avoimen lähestymistavan metodi". Kokeneemmat opettajat taas painottivat nuoria enemmän "ahkeran työskentelyn metodia" sekä "formaalia opetusta". Jos tarkastellaan tutkimustuloksia suomalaisten ja japanilaisten opettajien näkökulmasta, on huomattava, että japanilaiset opettajat olivat suomalaisia opettajia enemmän samaa mieltä uskomusväittämien kanssa. Seuraavassa tutkimuksessaan Lindgren (1995) on jatkanut osittain edellisen tutkimuksensa aihepiiriä. Tosin tutkimuksen kohdejoukkona olivat tällä kertaa luokanopettajakoulutuksen aloittavat opiskelijat (72) sekä varhaiskasvatukseen erikoistuvat (17) ja matematiikan opetukseen erikoistuvat (16) opiskelijat. Tässä tutkimuksessa Lindgren vertaili näiden opiskelijoiden sekä japanilaisten luokanopettajien matematiikkauskomuksia ja niiden rakenteita keskenään.

Kaasilan (2000) tutkimus on tapaustutkimus ja rajoitetussa mielessä se kuuluu elämäkertatutkimuksen piiriin. Tutkimusaineistona on käytetty mm. kyselylomakkeita, kolmessa eri vaiheessa tehtyjä haastatteluja ja opetusharjoitteluun (Ainedidaktiikka 2) liittyvien matematiikan opetuskokemusten pohjalta laadittuja portfolioita. Tutkimuksen tutkimusmenetelmänä ovat narratiivinen ja fenomenografinen analyysi. Tutkimushenkilöt on valittu 60 Lapin yliopiston toisen vuosikurssin luokanopettajaopiskelijoiden joukosta. Tutkija on valinnut tästä joukosta harkinnanvaraisesti 14 luokanopettajaopiskelijaa kyselylomakkeiden perusteella tarkempaan seurantaan opetusharjoittelun ajaksi. Tämän jälkeen tutkija on tehnyt näistä 14 opiskelijasta alustavat kuvaukset ja valinnut kuvausten perusteella kuusi erityyppistä luokanopettajaopiskelijaa, joista on laatinut matemaattisen elämäkerran. Näiden elämäkertojen laadinnassa on kiinnitetty erityistä huomiota kouluaikaisten muistikuvien merkitykseen opiskelijan matematiikan opetusta koskevien käsitysten ja opetuskäytäntöjen muodostumisessa. Tutkimuksessa on luokiteltu opiskelijoiden muistikuviin liittyvät pienoiskertomukset seuraaviin kertomustyyppisiin: 1) "Oli tärkeää olla luokan nopein laskija"; 2) "Matematiikka tarjosi AHAA-elämyksiä"; 3) "Pänttäämällä selvisin"; 4) "Matematiikka oli tylsää ja kiinnostus lopahti" sekä 5) "Putosin kärryiltä". Opiskelijoiden muistikuvista kävi ilmi, että useimpien opiskelijoi-

den kohdalla matematiikan opinnoista oli yläasteelta jäänyt positiivisempi kuva kuin lukiosta. Lisäksi muistikuvista tuli esille se, että matematiikan opettajien käyttämät opetusmenetelmät ovat edelleen pääosin opettajakeskeisiä ja oppilasarviointia on suoritettu melko yksipuolisilla menetelmillä. Vaikka opiskelijoilla oli varsin monipuolisia käsityksiä matematiikan opetuksesta, niin heidän käsityksensä matematiikasta oli varsin yksipuolisia. Tutkimuksen perusteella saatiin viitteitä siitä, että kouluaikaisilla muistoilla on keskeinen merkitys opiskelijan kuvaan itsestä matematiikan osaajana, matematiikasta, matematiikan opetuksesta, oppilaan asemasta luokassa sekä opetuskäytännöistä. Opiskelijoiden erilaiset matematiikan opinnot lukioaikana näkyivät opetusharjoittelussa, sillä useat laajan matematiikan suorittaneet opiskelijat pitivät opetusharjoittelun alussa opettajakeskeisiä tunteja, kun taas osa lukion yleisen matematiikan valinneista ja siinä heikosti tai melko heikosti menestyneistä opiskelijoista toteutti opetusharjoittelunsa aikana osittain oppilaskeskeisiä, osittain opettajakeskeisiä tunteja. Huomattavaa on, että sellaiset opiskelijat, joilla oli ollut negatiivisia muistoja matematiikan opiskelusta, pystyivät kääntämään negatiiviset muistonsa positiivisiksi opetusharjoittelunsa aikana miettimällä, miltä opetus tuntuu heikompien näkökulmasta. Nämä opiskelijat oivalsivat opetusharjoittelussa myös sen, millä tavalla matematiikan oppisisällöt voidaan liittää oppilaan kokemusmaailmaan ja arkielämän tilanteisiin. Sen sijaan lukiossa laajan matematiikan suorittaneilla oppilaskeskeisyys jäi opetusharjoittelun aikana melko vähäiseksi ja he pitivät opetettavia asioita itsestäänselvyyksinä eivätkä kovinkaan paljoa miettineet oppisisältöjä oppilaan näkökulmasta. Tutkimuksen mukaan luokan lehtorilla ja luokan toimintakulttuurilla oli keskeinen merkitys luokanopettajaopiskelijoiden muutosprosessissa, sillä opiskelijan kehitystä edesauttoi se, että luokan oppilaat olivat tottuneet oppilaskeskeiseen, ongelmakeskeiseen ja toiminnalliseen opetukseen. Lisäksi luokan lehtorin antama tuki opiskelijalle monessa eri vaiheessa sekä konkreettiset ohjeet oppilaskeskeisyyden huomioimiseksi edesauttoivat opiskelijan muutosprosessia. Muutoksen edistäjinä olivat myös opetuskokemusten reflektoinnit, taito sietää epävarmuutta, omien muistojen käsittely sekä taito eläytyä oppilaiden asemaan. Tutkimuksen mukaan monien opiskelijoiden matematiikkaa kohtaan kokemaa pelkoa voidaan vähentää tarjoamalla opiskelijoille mahdollisuus ns. tarinalliseen kuntoutukseen eli tarjoamalla opiskelijoille tilaisuuksia kertoa kouluaikaisista muistikuvistaan ja jakaa kokemuksiaan muiden opiskelijoiden kanssa. (Kaasila 2000.) Kaasilan (2000) tutkimus antaa myös vastauksia Yrjön-suuren (1992) tutkimuksessa ilmenneisiin ongelmiin, kuten esimerkiksi siihen, että opiskelija ei halua opettaa matematiikkaa opetusharjoittelunsa aikana. Jos opiskelijat saavat purkaa omia pelkojaan ja kokemuksiaan, niin ne voidaan kääntää myös vahvuudeksi esimerkiksi miettimällä, miltä opetus tuntuu heikompien näkökulmasta. Myös Kaasilan tutkimuksessa näkyy samansuuntaisia piirteitä kuin Raymondin ja Ernestin esittämässä malleissa. Esimerkiksi koulu-aikaisten kokemusten merkitys suhteessa matematiikan opetuskäytäntöihin tuli myös Raymondin mallissa esille merkittävänä vaikuttajana matematiikkauskomuksiin.

Edellä mainittujen tutkimusten lisäksi Suomessa opettajien uskomuksia ja käsityksiä matematiikasta ja sen opetuksesta ovat tutkineet mm. Pehkonen ja



Törner (1994), Pehkonen ja Zimmerman (1990), Pehkonen (1991, 1993a, 1993b, 1994a, 1994b, 1995, 1996, 1998a, 1998b, 1999), Hannula ja Malmivuori (1996), Hannula (1998b), Hoskonen (1996), Kupari (1997a, 1999) sekä Vaulamo (1998).

Luokanopettajiksi opiskelevien ja luokanopettajien käsityksiä ja uskomuksia ovat ulkomailla tutkineet mm. Foss ja Kleinsasser (1996), Conroy ja Perry (1997), Philippou ja Christou (1998) ja Tirosh (2000). Tutkimuksissa nousee esille matematiikan opintojen merkitys erityisesti opetusmenetelmien näkökulmasta. Katsotaan, että opiskelijoiden käsityksiä ja asenteita matematiikkaa ja sen opetusta kohtaan voidaan kehittää myönteisemmiksi opintojen aikana. Myös Pesonen (2001) painottaa opiskeluaikana saatujen opiskelukokemusten merkitystä. Pesosen tutkimuksessa tarkastellaan matematiikan opetusta luokanopettajan matematiikan opintojen näkökulmasta. Hänen tutkimuksessaan halutaan selvittää, millaista matematiikkaa luokanopettajien tulisi opettajan koulutuksessa opiskella. Pesosen mukaan yhtä tärkeää kuin se, että mietitään, mitä opetetaan, on se, että mietitään, kuinka opetetaan ja kenelle opetetaan. Opiskelijoiden tulisi saada opetusta ja opiskella samantapaisilla menetelmillä, joita heidän odotetaan käyttävän omien oppilaidensa parissa. Myös Pesonen painottaa sitä, että opiskelijoiden uskomukset matematiikkaa, matematiikan opetusta ja oppimista kohtaan olisi tiedostettava ja otettava huomioon matematiikan opinnoissa. (Pesonen 2001, 45.) Yhtä tärkeää kuin se, että pyritään muuttamaan opiskelijoiden asenteita myönteisemmiksi matematiikkaa, matematiikan opetusta ja oppimista kohtaan, on se, että saadaan heidät myös toimimaan uskomustensa mukaisesti. Mikä merkitys on niillä uskomuksilla ja kokemuksilla siinä työyhteisössä, johon uusi opettaja tulee kouluun eli miten sosiaaliset tekijät muovaavat uuden opettajan uskomuksia. Tässä mielessä opetuskäytäntöjen ja uskomusten välinen suhde saattaa olla hyvinkin monimutkainen ja -muotoinen.

## 5 TUTKIMUKSEN TAVOITTEET JA ONGELMAT

Opetuksen tarkoituksena on saada oppilaat ymmärtämään matematiikkaa monipuolisesti. Uudet käsitykset ja asiat tulisi ymmärtää jokaisen yksilön omalta tasolta. Tässä tullaankin yhteen opetuksen avainkysymykseen, eli kuinka hyvin luemme lasta ts. miten hyvin olemme selvillä hänen matemaattisen tiedon kehityksestään. Simonin (1995, 1997) mukaan lasten matemaattiseen tietoon on perehdyttävä jatkuvasti, sillä se on jatkuvan muutoksen alaisena. Opettajan tulee jatkuvan seurannan avulla kartoittaa tietämystään oppilaiden edistymisestä. Opettaja saa tietoa kuuntelemalla lapsia, seuraamalla heidän työskentelyään sekä esittämällä asiaankuuluvia kysymyksiä. Näiden tietojen perusteella opettaja muuttaa ja kehittää sellaisia tavoitteita, että ne ovat tarkoituksenmukaisia myös lapsen kannalta. Tavoitteen asetteluun vaikuttavat myös opetussuunnitelma, koulun tavoitteet, vanhemmat, opettajakollegat ja monet muut ulkopuolelta tulevat vaatimukset. Esimerkiksi tietoisuus siitä, että rinnakkaisluokassa lasketaan matematiikan oppikirjan joka ainoa tehtävä, saattaa olla hyvinkin voimakas vaikutin opetuksen suunnittelussa. Opettajan tavoitteiden tulisi tukea lapsen oppimista ja auttaa häntä elinikäiseen oppimiseen. (Simon 1995, 135; 1997, 58-77.) Simon (1995, 1997) näkee opetuksen tasapainona lapsen ja opettajan ajatusten välillä.

Tämän tutkimuksen keskeisenä tavoitteena on selvittää alkuopettajien matematiikkauskomusten ja opetuskäytäntöjen välistä yhteyttä alkuopetuksessa ja erityisesti matematiikan oppikirjojen sekä opettajan oppaiden merkitystä opetuksen suunnittelussa ja opetuksessa. Kuten jo aikaisemmin on tullut esille, niin uskomukset matematiikkaa kohtaan, ovat hyvin keskeisiä tarkasteltaessa matematiikan opettamista, oppimista, opetusta sekä opetuskäytäntöjä. Tämän vuoksi on tarkoituksenmukaista selvittää kohderyhmän uskomukset matematiikkaa, matematiikan opetusta, oppimista ja opetuskäytäntöjä kohtaan. Näiden uskomusrakenteiden perusteella voidaan sitten tarkastella opetustilanteita ja selvittää sitä, mikä meitä tosiasiaissa ohjaa luokkatilanteessa.

Tästä syystä olen jakanut tutkimukseni ongelmat kahteen osaan. Kvantitatiivisella osiolla pyritään kartoittamaan uskomuksia matematiikkaa, matematiikan opettamista, oppimista ja opetuskäytäntöjä kohtaan. Kvalitatiivisessa

osiossa taas tarkastellaan matematiikan opettamista luokkatilanteessa ja opetuskäytäntöjä sekä uskomuksia luokkatilanteessa. Erityisesti pyrin kuvaamaan matematiikan opettajan oppaiden ja oppikirjojen merkitystä alkuopettajalle opetuksen suunnittelussa ja opetuksessa sekä erilaisten opetusmenetelmien ja toimintamateriaalien käyttöä alkuopetuksessa. Näin voidaan mahdollisesti saada lisätietoa esimerkiksi luokanopettajien matematiikan opintojen suunnitteluun sekä oppimateriaalien kehittämiseen.

Etsin tutkimuksessani vastauksia seuraaviin ongelmiin:

A. Tutkimuksen kvantitatiivinen osa:

1. Millaisia uskomuksia alkuopettajilla on matematiikasta, matematiikan oppimisesta ja opettamisesta sekä opetuskäytännöistä?
2. Millaisia eroja on alkuopettajien uskomuksissa?
  - 2.1 Miten taustatekijät - esim. opettajakokemus, koulutus - vaikuttavat alkuopettajien matematiikkauskomuksiin?

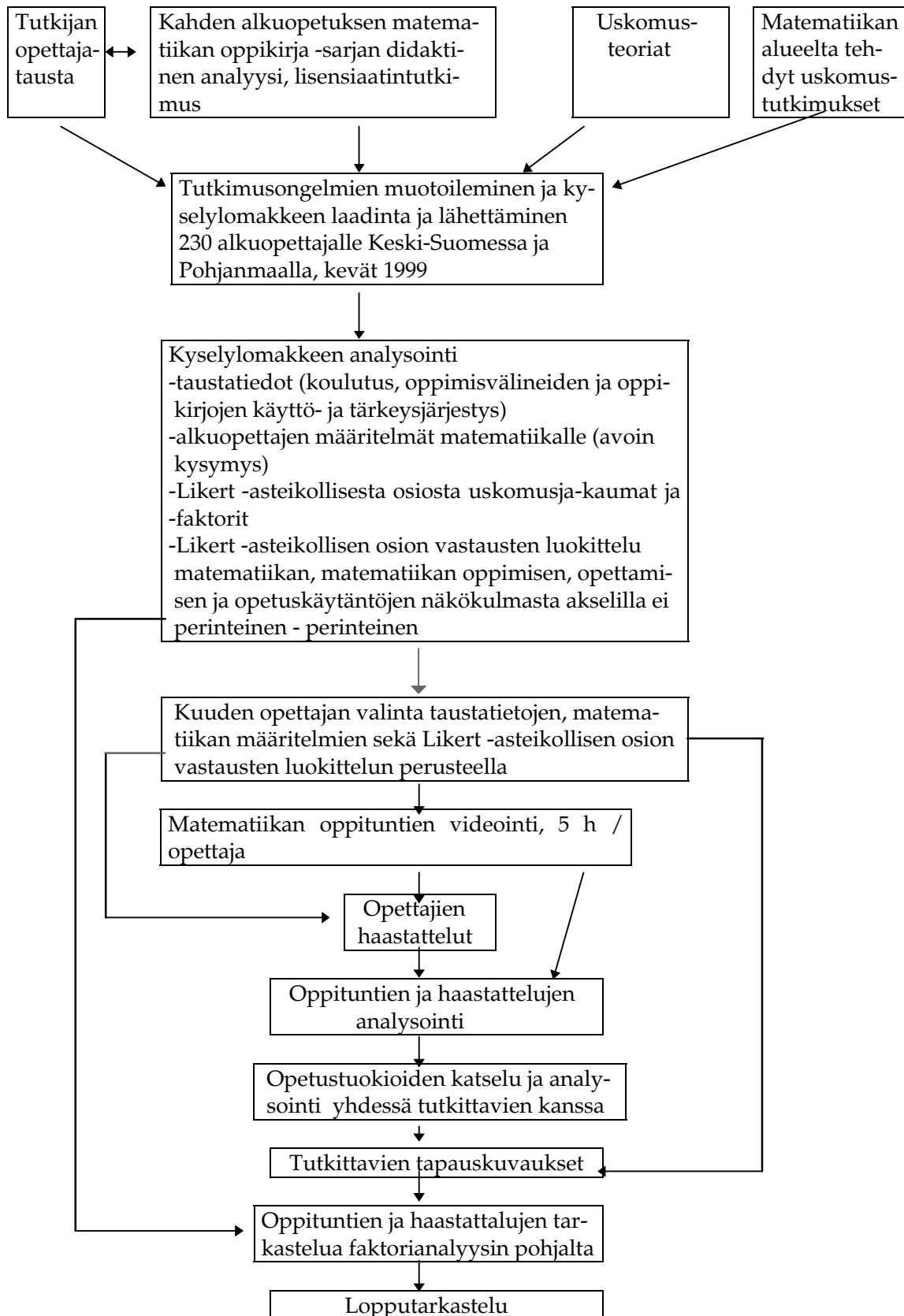
B. Tutkimuksen kvalitatiivinen osa:

3. Millä tavalla uskomukset ovat yhteydessä alkuopettajien tapaan opettaa matematiikkaa alkuopetuksessa?
4. Millä tavalla opettajan uskomukset ovat yhteydessä alkuopettajan tapaan käyttää oppikirjoja sekä toimintamateriaaleja?
5. Miten matematiikan oppikirjoja käytetään alkuopetuksessa?
  - 5.1 Onko matematiikan oppikirja/opettajan opas opetuksen ohjaaja vai yksi työväline muiden joukossa?

## 6 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

### 6.1 Tutkimusaineistot

Tässä tutkimuksessa on kerätty sekä kvalitatiivista että kvantitatiivista tutkimusaineistoa. Ensimmäisen ongelman selvittämiseksi lähetin keväällä 1999 alkuopetuksessa toimiville opettajille (230 alkuopettajaa Pohjanmaalta ja Keski-Suomesta) kyselyn, jossa selvitin opettajien matematiikkakuvaa sekä opettajien käyttämiä opetusvälineitä ja oppikirjojen sekä opettajan oppaiden käyttöjärjestystä alkuopetuksessa. Tämän jälkeen analysoin kyselyn vastaukset huolellisesti ja valitsin matematiikan oppituntien tarkkailua varten kuusi opettajaa. Selvittääkseni opettajien matematiikan opetustyyliä, uskomusten merkitystä matematiikan opetuksen näkökulmasta, matematiikan oppikirjojen ja opettajan oppaiden merkitystä opetuksessa sekä opettajien suhtautumista erilaisten toimintamateriaalien käyttöön oppimisen ja opetuksen tukena videoin jokaisen opettajan matematiikan opetusta 5 tuntia. Opetustarkkailujen jälkeen haastattelin kaikki kuusi opettajaa sekä analysoin yhdessä kunkin opettajan kanssa joi-takin hänen opetustuokioitaan. Opettajat laativat oppitunteja varten myös kirjallisia suunnitelmia, jotka he luovuttivat käyttööni. Seuraavassa kuviossa 6.1 on havainnollistettu tutkimuksen etenemistä.



KUVIO 6.1 Tutkimuksen etenemiskaavio

## 6.2 Postikysely alkuopettajille

Tutkimuksen kvantitatiivinen aineisto kerättiin kyselylomakkeen avulla postitse. Kyselylomakkeen (liite 1) avulla pyrittiin selvittämään alkuopetuksessa toimivien opettajien matematiikkakuvaa ja sen yhteyttä oppimisympäristöihin.

Aluksi selvitin Internetin kautta Pohjanmaalla ja Keski-Suomessa sijaitsevien koulujen tietoja. Koulujen kotisivuilta sain 230 alkuopetuksessa toimivan alkuopettajan työpaikan osoitetiedot. Tämän jälkeen lähetin näille 230 opettajalle postikyselyn kouluille. Keväällä 1999 kyselyyn vastasi 40 % (N=92) alkuopettajista. Kyselyn vastaamisprosentti oli keväällä 1999 varsin hyvä, kun huomioi kyselyn ajankohdan, joka oli noin kuukautta ennen kesälomaa. Lähetin vielä syksyllä 1999 uusintakyselyn vastaamatta jättäneille alkuopettajille, ja se nosti kyselyn vastausprosentiksi 60,9 % (N=140). Tämän jälkeen lähetin vielä samana syksynä sähköpostikyselyn sellaisille kouluille (N=90), joiden alkuopettajat eivät olleet vastanneet postikyselyihin. Sähköpostikyselyn avulla selvitin syitä, miksi opettajat eivät olleet vastanneet. Sähköpostikyselyyn vastasi ainoastaan 20 alkuopetuksessa toimivaa opettajaa. Näistä opettajista yksi oli jäänyt eläkkeelle keväällä 1999 eikä halunnut siksi vastata. Kysely ei kiinnostanut neljää alkuopettajaa. Yksi opettajista kertoi vastanneensa jo kolmeen kyselyyn kuluvan lukuvuoden aikana ja halusi nyt keskittyä opetustyöhön. Tämä opettaja oli samaa mieltä niiden kuuden opettajan kanssa, joiden mielestä kyselyjä tulee kouluille aivan liikaa. Kolme opettajaa ilmoitti, että he eivät opeta matematiikkaa alkuopetusluokalleen ja yhden mielestä kysely oli aivan liian työläs vastata. Kolmella koululla oli aloittanut uudet alkuopettajat ja nämä halusivat keskittyä omaan työhönsä uudella koululla. Kaksi opettajista ilmoitti, että he eivät ehdi vastata kyselyyn, mikä saattaa viitata siihen, että kysely oli heidän mielestään aivan liian pitkä. Luultavasti kysely ei saavuttanut kaikkia 230 opettajaa, sillä joissakin uusintakyselyn palauttaneiden joukossa oli huomautuksia, että he näkivät tämän kyselyn vasta nyt syksyllä 1999 ensimmäisen kerran. Mahdollisesti alkuopettajien kotiosoitteisiin lähetetyt kyselyt olisivat voineet tavoittaa tutkittavat paremmin. Tässä on kuitenkin huomattava, että alkuopettajat saattavat vaihtua, sillä osa alkuopetuksessa toimivista siirtyy opettamaan esimerkiksi 3-4 luokkaa tai kolmatta luokkaa. Näin koulujen alkuopettajien työpaikoille osoitetut kyselyt saattoivat ohjautua paremmin kohderyhmälle, koska kotiin lähetetyt kyselyt eivät olisi mahdollisesti ohjautuneet alkuopetuksessa toimivalle opettajalle.

## 6.3 Kyselylomakkeen rakentuminen

Tämän tutkimuksen kyselylomakkeen rakenteessa on mukailtu Grigutschin, Raatzin ja Törnerin Duisburgissa 1994 didaktiikan päivillä opettajille esitettyä kyselylomaketta, jossa tutkittiin opettajien näkemyksiä matematiikasta ja sen rakenteesta. Tässä kyselylomakkeessa oli 77 kysymystä. Tutkijat pyrkivät määrittämään kyselyn perusteella opettajien asenteita lähinnä matematiikan ole-

musta kohtaan yleensä - ei koulu- tai korkeakoulumatematiikkaa kohtaan. Tutkijat rajoittuivat opettajien matematiikkakuvan tutkimisessa neljään dimensioon, jotka ovat skeema, formalismi, prosessi ja soveltamisnäkökulma, jotka on esitetty aiemmin luvussa neljä. (Grigutsch, Raatz & Törner 1998, 12-13.)

Tässä tutkimuksessa kyselylomakkeella (liite 1) kartoitetaan alkuopettajien matematiikkakuvaa ja sen yhteyttä alkuopetuksen opetuskäytäntöihin. Kyselylomake sisältää sekä suljettuja että avoimia kysymyksiä. Kvantitatiivisen osan muodostaa Likert-asteikollinen 70 kysymystä sisältävä kysely, joka käsittelee kokemuksia koulumatematiikan opetuksesta ja oppimisesta alkuopetuksessa sekä opetuskäytännöistä ja oppimateriaaleista, matematiikasta, matematiikan olemuksesta sekä matematiikan hyödyllisyydestä.

Kyselylomakkeen avoimessa kysymyksessä pyydetään opettajia määrittelemään omin sanoin, mitä heidän mielestään matematiikka yleisesti on. Taustatietoina kysytään koulutusohjaa, opetettavaa luokkaa sekä oppimateriaalien käyttöä. Näitä alkuosan kysymyksiä vertaan Likert-asteikollisten kysymysten antamaan kuvaan matematiikan opettamisesta, oppimisesta ja oppimateriaalien käytöstä. Näiden tulosten perusteella määrittelen alkuopetuksessa toimivien opettajien matematiikkakuvaa.

## 7 USKOMUSTEN RAKENNE

Tässä luvussa käsittelen alkuopetuksessa toimivien luokanopettajien matemaattikauskomuksia koskevia tuloksia sekä niiden yhteyttä alkuopetuksen opetuskäytäntöihin - erityisesti matematiikan opettajan oppaan ja oppikirjan käyttöön. Tarkastelen alkuopettajien uskomusten rakennetta alkuopettajille lähetetty kyselyn perusteella. Uskomuskyselyn avulla pyrin kartoittamaan, millaisia uskomuksia alkuopettajilla on matematiikasta, matematiikan oppimisesta, opetuksesta ja opetuskäytännöistä. Uskomuskysely on tutkimuksen kvalitatiivisen osan taustakysely, jonka perusteella valitsen oppituntien seuranta ja haastattelua varten kuusi opettajaa. Kyselylomakkeiden luokitusten perusteella ja 'Mitä on matematiikka?' -kysymyksen perusteella pyydän kuusi taustoiltaan ja uskomuksiltaan erilaista opettajaa jatkotutkimukseen, jossa tutkin alkuopetuksen matematiikan oppimisympäristöjä ja matematiikan oppikirjan ja opettajan uskomusten toteutumista oppimisympäristöjen rakentumisessa.

Kyselylomakkeen vastausten tutkiminen alkaa kyselyyn vastanneiden alkuopettajien taustatietojen tarkastelulla. Seuraavaksi selvitän alkuopettajien uskomuksia matematiikan luonteesta kyselylomakkeen avoimen kysymyksen perusteella. Kyselylomakkeen Likert-asteikollisen osan tutkiminen alkaa uskomusväittämien jakaumien analysoinnilla. Tässä selvitän, missä kohdin esiintyi eniten samankaltaisuutta ja missä puolestaan oli runsaimmin vaihtelua. Tämän jälkeen tarkastelen alkuopettajien uskomusjakaumien faktorirakennetta. Uskomusmuuttujista muodostetaan faktoreita, jotta nähdään minkälaisista dimensioista alkuopetuksessa toimivien luokanopettajien uskomukset rakentuvat.

Näillä kyselylomakkeen analysoinneilla pyrin selvittämään, millaisia uskomuksia alkuopettajilla on matematiikasta, matematiikan oppimisesta, opettamisesta ja opetuskäytännöistä ja onko näiden uskomusten välillä eroja. Lisäksi pyrin selvittämään, onko taustatekijöillä - alkuopettajan koulutuksella ja opetuskokemuksella - vaikutusta matemaattikauskomuksiin ja löytyykö tutkimusjoukosta taustatekijöiltään erilaisia uskomusryhmiä.



## 7.1 Taustatietoja opettajien koulutuksesta ja opetusvälineiden sekä oppimateriaalien käytöstä

Opettajille postitetussa kyselyssä taustatietoina kysyttiin koulun opettajamäärää, sijaintia, koulutusta, erikoistumisaineita, opetettavaa luokkaa, opetusvälineiden käyttöä sekä oppimateriaalien tärkeysjärjestystä. Valtaosa kyselyyn vastanneiden kouluista sijaitsi maaseudulla (67,9 %). Koulujen opettajien lukumäärä vaihteli 2-3-opettajaisesta (40 %) pikkukoulusta aina yli 20 opettajaisiin kouluihin. Vastaavasti yhdysluokkaopetuksessa oli hiukan yli 2-3 opettajisten koulujen lukumäärän ylittävä määrä opettajia (45,7 %). Myös joillakin isommilla kouluilla oli yhdysluokkia. Merkille pantavaa on, että 140 kyselyyn vastanneen alkuopettajan joukossa oli vain 10 miesopettajaa, joten näyttää siltä, että miesopettajia on alkuopetuksessa vähän. Opettajien koulutusjakauma vaihteli kasvatustieteiden maisterista (46,4 %) aina kansakoulunopettajakoulutukseen, mikä selittää sen, että kyselyyn vastanneista osalta puuttuivat erikoistumisaineopinnot (15 %), koska heidän koulutukseensa ei sisällynyt niitä. Suosituimpia erikoistumisaineita olivat alkuopetus, musiikki, liikunta ja äidinkieli. Kyselyyn vastanneista alkuopettajista 51,4 % oli erikoistunut alkuopetukseen, kun taas musiikkiin oli erikoistunut 20,7 % opettajista. Musiikki oli toiseksi suosituin erikoistumisaine kuten liitteestä 2 käy ilmi. Matematiikkaan erikoistuneita opettajia oli 14,3 %. Matematiikka oli seitsemänneksi suosituin erikoistumisaine. Oppimateriaalien käyttöä koskevan kysymyksen vastausten perusteella opettajat käyttivät erilaisia oppimateriaaleja monipuolisesti alkuopetuksen matematiikan opetuksessa - tosin suosituimmaksi oppimateriaaliksi nousi matematiikan oppikirja (97,9 %) viivaimen ja mittanauhan (94,3 %) sekä matematiikan oppikirjan opettajan oppaan (93,6 %) ohella (taulukko liitteessä 3). Vastausten (liite 3) perusteella suosituimpia oppimateriaaleja olivat sellaiset oppimateriaalit, jotka ovat helposti saatavilla kaikille oppilaille kuten matematiikan oppikirja, viivain, mittanauha, opetusrahat, erilaiset oppimispelit, Multlink- tai Dick-kuutiot, sillä näitä välineitä on yleensä luokissa enemmän. Opettajan oppaan tehtävä on toimia opettajan suunnittelun apuna. Toisaalta matematiikan opettajan opasta voidaan käyttää opetuksessa oppitunneilla kun esimerkiksi monistetaan oppaisiin liitettyjä lisätehtäviä tai pelialustoja, tarkistetaan vastauksia tai käytetään oppitunnin aikana oppaan ehdottamia opetusvinkkejä.

Matematiikan oppikirjaa piti tärkeimpänä oppimateriaalina 53,6 % alkuopettajista, matematiikan oppikirjan opettajan opas oli tärkein oppimateriaali 40,7 %:lle vastanneista. Eri kustantajien vastaavia matematiikan oppikirjoja piti tärkeimpinä 1,4 % sekä tunneilla vaihtuvan oheismateriaalin arvosti tärkeimmäksi 5,0 % kyselyyn vastanneista. Opetusmateriaalin käyttöä sekä oppimateriaalien tärkeysjärjestystä koskevien kysymysten vastausten perusteella voi varovasti arvioida, että matematiikan oppikirjalla on suuri merkitys matematiikan alkuopetuksessa, kuten myös opettajan oppaalla opetuksen tukena ja suunnittelun apuna.

## 7.2 Alkuopettajien määritelmiä matematiikalle

Kyselylomakkeen avoimessa kysymyksessä jokaista alkuopettajaa pyydettiin kirjoittamaan lyhyesti, mitä matematiikka heidän mielestään on. Tällä kysymyksellä pyrin selvittämään, millaisia käsityksiä opettajilla on matematiikan luonteesta. Kyselyyn vastanneista opettajista (N=140) 8 % ei vastannut tähän kysymykseen, koska he katsoivat, että kyselylomakkeen monivalintaosiosta selviäisi heidän näkemyksensä matematiikasta. Taulukkoon 7.1 on koottu alkuopettajien vastauksissa esiintyneitä näkemyksiä matematiikan olemuksesta. Lisäksi taulukossa on kuvattu näkemysten jakautuminen erilaisen koulutustaustan mukaan. Alkuopettajien antamissa matematiikan määritelmissä tuli esille ongelmanratkaisutaitojen painottaminen sekä matematiikan hyödyllisyys arjen näkökulmasta (taulukko 7.1). Uuden koulutuksen sekä peruskoulun luokanopettajan kolmivuotisen koulutuksen käyneet painottivat määritelmissään eniten matematiikan hyödyllisyyttä arjen näkökulmasta. Luokanopettajasta maisteriksi kouluttautuneet sekä aikuiskoulutuksesta valmistuneet painottivat käsityksissään ongelmanratkaisua. Kansakoulunopettajan koulutuksen käyneiden käsityksissä nousi esille voimakkaimmin loogisen ajattelun painottaminen. Loogisen ajattelun painottaminen tuli toiseksi vahvimpana kaikkien muiden osalta. Matematiikkaan erikoistuneiden käsityksissä tuli enemmän esille matematiikan ymmärtämistä ja luovuutta painottavia näkökulmia.

TAULUKKO 7.1 Alkuopettajien käsityksiä matematiikan luonteesta sekä käsitysten jakautuminen koulutustaustan mukaan. Prosenttiluvun lopussa \*-merkki tarkoittaa, että luku sisältää myös matematiikkaan erikoistuneiden (N=18) käsityksiä

Matematiikan luonne	Tutkittavien käsitykset prosentteina						
	Käsitysten jakautuminen koulutustaustan mukaan						
	Kaikki	KK/ KM/ uusi koul.	3-vuot. koul.	Täyd. KM/ KK	Kansak. opettaja	Aik. koul. KM/ KK	Jokin muu
	N=140	N=50	N=44	N=9	N=25	N=6	N=6
	%	%	%	%	%	%	%
Ongelmanratkaisua	33*	34*	30*	89*	20	50	
Miettimistä/Pohtimista	7*	10*	2		12*		17
Tutkimista	4*	4		11	12*		
Ajattelua	16*	18*	14*	22	4	33	33
Havainnointia	9*	16*	9*		4		
Avaruudellista hahmotamista	18*	24*	18*	22	12		
Ymmärtämistä/oivaltamista	10*	8*	9*	11*	8	33	17
Uuden löytämistä	1*	2*	2				
Soveltamista	8	10	9		8		
Erilaisia ratkaisumalleja	4	6	5			17	

(jatkuu)

TAULUKKO 7.1 (jatkuu)

Matematiikan luonne	Tutkittavien käsitykset prosentteina						
	Käsitysten jakautuminen koulutustaustan mukaan						
	Kaikki	KK/ KM uusi koul.	3-vuot. koul.	Täyd. KM/ KK	Kansak. opettaja	Aik. koul. KM/ KK	Jokin muu
	N=140 %	N=50 %	N=44 %	N=9 %	N=25 %	N=6 %	N=6 %
Konkreettia ja toiminnallista	5*	6	5*	11	4		
Lukujen ymmärtämistä	13*	18	9*		12	33	
Pulmien ratkaisua	1				4		
Abstraktia ajattelua	2		2	11	4		
Loogista ajattelua	38*	42*	34*	67	36*	33	
Tiedettä	4*	6*	2*	11			
Lainalaisuuksien etsimistä	7	6	9	11	8		
Täsmällisyyttä/Järjestelmällisyyttä	7*		9	22	16*		
Lukujen järjestystä	12*	8	18*	11	12	17	
Käsitteitä	4*	4	9*			17	
Peruslaskutaitojen oppimista	25*	34*	27*	11	16	17	
Vertailua	5*	2	7		8*	17	
Arviointia	4*		9*	11		17	
Mittaamista	9*	6	2*		4		
Laskemista	14	18	9	22	8	33	
Muistamista/ulkoa opettelua	4	6			4		17

Alkuopettajien kuvauksissa matematiikan luonteesta esiintyi toisilleen varsin päinvastaisiakin käsityksiä matematiikasta, kuten seuraavasta esimerkeistä käy ilmi.

”Matematiikkaa on kaikkialla, arkipäivään liittyvää. Matematiikka on ongelmanratkaisua. Matematiikkaan liittyy voimakkaasti tunteita, myönteisiä ja kielteisiä. Matematiikka on yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskua oikeastaan.” (65)

”Matematiikka on loogista päättelyä, ongelmien pohtimista ja ratkaisua, teknistä laskemista, järkeilyä ja miettimistä.” (82)

”Matematiikka ohjaa loogisuuteen ja olennainen osa sitä on itsenäinen päättely. Matematiikka on järjestelmällisyyttä ja ongelmanratkaisutaitoa. Mekaaniset laskutoimitukset tukee ongelmanratkaisua ja ovat perustana.” (120)

Osa opettajista käsitteli kysymystä myös alkuopetuksen näkökulmasta, mikä tulee esille seuraavissa opettajien antamissa määritelmissä:

”Lukukäsitteiden ymmärtämistä, laskutaito, soveltaminen, sanalliset tehtävät. Eri laatujen ymmärtäminen ja mittaaminen.” (110)

”Alkuopetuksessa luvun ja lukumäärän suhteiden oppimista eri muunnelmissaan. Käytäntö ei käy käsi kädessä sen kanssa, miten tiedän, että pitäisi tehdä. Aikapula ja riittävä tietotaito rajoittavat omaa toimintaa.” (111)

Matematiikalle pyrittiin antamaan myös yleisluonteisia määritelmiä:

”Sovittu looginen systeemi. Asioiden, ilmiöiden jäsentelyyn soveltuva järjestelmä. Ajattelun väline.” (50)

”Matematiikka on yksi keino hahmottaa ympäristön todellisuutta ja ymmärtää sen lainalaisuuksia.” (83)

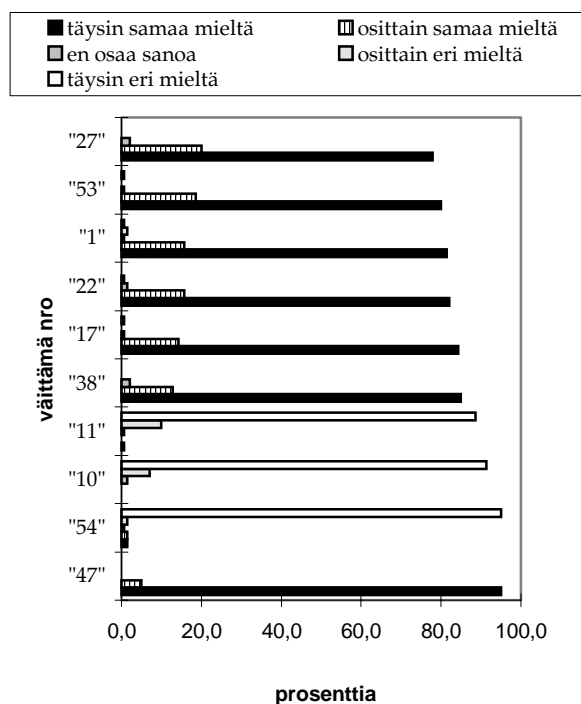
”Matematiikka on tiede, joka käsittelee lukuja ja suureita ja niiden välisiä suhteita.” (11)

Tarkastelin opettajien käsityksiä matematiikan luonteesta myös luvussa 4 läpikäytyjen Ernestin esittämän (1989) kolmen keskeisen näkemyksen kautta. Nämä käsitykset ovat instrumentalistinen, platonistinen sekä ongelmanratkaisua painottava näkemys. Käytin apuna tässä tarkastelussa myös Thompsonin (1991) esittämää mallia opettajien matematiikkakäsitysten vaiheittaisesta kehityksestä (kts. luku 4). Näiden tarkastelujen kautta päädyin siihen, että opettajien käsitykset voi jakaa kolmeen ryhmään. Ensimmäiseen ryhmään tulivat ne, jotka painottivat ongelmanratkaisua lähestymistapaa eli näkivät matematiikan dynaamisena ja muutoksille avoimena. Vastauksissa korostui pyrkiminen matematiikan ymmärtämiseen. Tähän ryhmään kuuluvia alkuopettajia oli tähän matematiikan olemusta koskevaan kysymykseen vastanneista (N=129) 17,1 %. Toiseen ryhmään sijoitin ne opettajat, jotka näkivät matematiikan loogisena ja järjestelmällisenä systeeminä. Matematiikka nähtiin myös abstraktina sekä tiettyjen lakien ja sääntöjen mukaan toimivana järjestelmänä. Heidän näkemyksissään korostui myös pyrkimys jonkinasteiseen ymmärtämiseen. Tällaisia alkuopettajia oli kysymykseen vastanneista 48,0 %. Kolmanteen ryhmään tulivat ne alkuopettajat, joiden käsityksissä tuli esille esimerkiksi sääntöjen ja kaavojen muistamisen merkityksen korostaminen, laskeminen eli matematiikan näkeminen lähinnä ’työkalupakkina’. Tähän ryhmään kuuluvia alkuopettajia oli kysymykseen vastanneista 34,9 %. Jos tarkastellaan tutkittavien jakautumista näihin ryhmiin koulutustaustan mukaan, kansakoulun opettajan tutkinnon suorittaneet sijoittuivat lähinnä toiseen ja kolmanteen ryhmään - vain kolme heistä oli ensimmäisessä ryhmässä. Aikuiskoulutuksen käyneiden osalta jakaumissa ei ole eri ryhmien kesken mitään eroja. Sen sijaan peruskoulun luokanopettajan tutkinnon kasvatustieteen maisterin tutkinnoksi (N=8) täydentäneet sijoittuivat lähinnä toiseen ryhmään (75 %). Kyselyyn vastanneista peruskoulun luokanopettajista (N=64) yli puolet edusti lähinnä platonistista suuntausta (53,1 %). Peruskoulun luokanopettajan tutkinnon suorittaneista 34,3 % kuului kolmanteen ryhmään. Uuden koulutuksen käyneet (N=27) jakautuivat varsin tasaisesti, sillä heistä oli kolmannessa ryhmässä 37 % ja toisessa ryhmässä 37 % ja 26 % ensimmäisessä ryhmässä. On syytä kuitenkin korostaa, että koulutustaustan perusteella ei voida tämän kysymyksen kohdalla tehdä mitään selkeää jakoa eri ryhmiin.

### 7.3 Matematiikkauskomusten jakautumisesta

Likert-asteikollisten uskomusväittämien väittämien keskiarvot ja hajonnat on esitetty liitteessä 4 kyselyyn vastanneiden osalta. Seuraavassa kuviossa 7.1 on esitetty sellaisten uskomusväittämien jakaumat, joissa opettajien vastaukset olivat kaikkein yksimielisimmät.

27. Matematiikan oppimisessa on tärkeää, että lapsia rohkaistaan löytämään erilaisia ongelmanratkaisustrategioita ja että lapset oppivat keskustelemaan näistä ratkaisumenetelmistä.
53. Matematiikassa voi itse keksiä ja kekeillä asioita.
1. Opetan matematiikkaa mielelläni.
22. Lasten tulee saada käyttää konkreettisia oppimisvälineitä matematiikan opiskelussa.
23. On tärkeää, että lapsilla on monipuolisia tehtäviä, jotka antavat haasteita ja joissa lapset joutuvat soveltamaan muitakin asioita kuin vasta opittuja.
24. Lapset saavat matematiikkaa oppiessaan monenlaisia taitoja, jotka auttavat myös tavallisessa elämässä.
25. Matematiikan opetus ei kiinnosta minua.
26. Matematiikassa aikaisemmin opittujen asioiden muistaminen ei ole tärkeää - ne voi yleensä unohtaa.
27. Matematiikassa ei voi oppia oikeastaan mitään, mistä olisi hyötyä käytännön elämässä.
28. Lapsille on hyötyä matematiikassa oppimistaan taidoista myöhemmässä elämässä.



KUVIO 7.1 Niiden uskomusväittämien jakaumat, joissa alkuopetuksessa toimivat luokanopettajat olivat eniten yksimielisiä

Yksimielisimpien vastausten väittämien sisältö käsitteli niin matematiikan ole-musta kuin myös matematiikan oppimista ja opiskelua. Opettajien matematiikan opiskelua ja oppimista koskevien vastausten mukaan matematiikan alkuopetuksessa 1) olisi tärkeää, että lapsia rohkaistaisiin löytämään erilaisia ongelmanratkaisustrategioita ja että lapset oppisivat keskustelemaan niistä, 2) lasten tulisi saada käyttää konkreettisia oppimisvälineitä matematiikan opiskelussa, 3) lapsilla tulisi olla monipuolisia tehtäviä, joissa lapset joutuisivat soveltamaan muitakin asioita kuin vasta opittuja, 4) olisi tärkeää muistaa aikaisemmin opitut asiat sekä 5) lapsille on hyötyä matematiikassa oppimistaan taidoista myöhemmässä elämässä. Matematiikan opiskelua pidettiin todella hyödyllisenä käytännön näkökulmasta, sillä noin 95 % opettajista oli tätä mieltä. Noin 91 % opettajista piti aikaisemmin opittujen asioiden muistamisen merkittävänä. Konkreettisten oppimisvälineiden käyttö oppimisen tukena oli

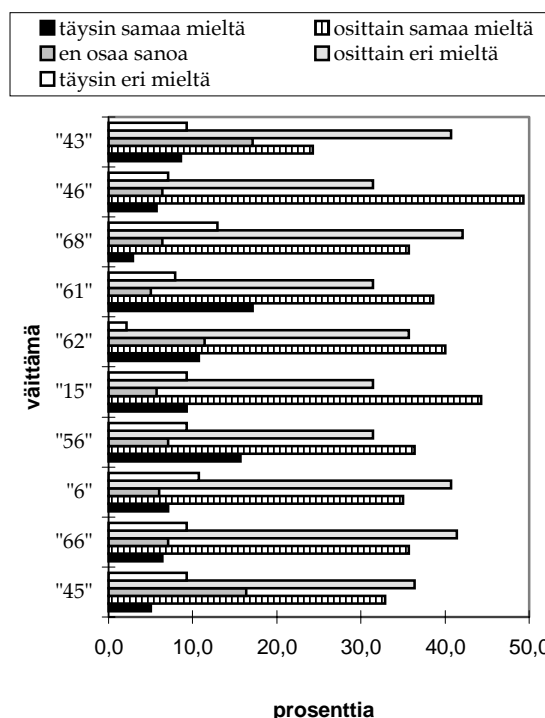
tärkeää noin 82 %:lla opettajista sekä tehtävien monipuolisuutta painotti noin 84 %. Matematiikan oppimisen ongelmanratkaisumenetelmien ja konkreettisuuden painottaminen sekä matematiikan opiskelun näkeminen hyödyllisenä kuuluvat luontevasti alkuopetukseen jo lasten iän puolesta, mutta lisäksi opetuksen konkreettisuus nousee esille jo opetussuunnitelman perusteissakin (1994).

Matematiikan olemusta koskevien vastausten mukaan 1) matematiikassa voi itse keksiä ja kokeilla asioita ja 2) matematiikan opiskelu on hyödyllistä arjen näkökulmasta. Noin 80 % opettajista uskoi, että matematiikassa voi itse keksiä ja kokeilla asioita. Matematiikan opetusta piti mielekkäänä 81 % opettajista, ja matematiikan opetus kiinnosti noin 88 % alkuopettajista.

Kuparin (1999, 118-119) tutkimuksessa on vastaavia piirteitä opettajien eniten yksimielisissä vastauksissa, sillä Kuparin mukaan opettajat olivat yksimielisiä esimerkiksi siitä, että oppilaiden tulisi kokea, että samaan tulokseen voi päästä eri tavoilla (vrt. väittämä 27) sekä siitä, että olisi käsiteltävä tehtäviä, joissa oppilaan on ensin mietittävä ja joiden ratkaisemiseen ei riitä pelkästään laskurutiinien hallinta (vrt. väittämä 17). Kuparin tutkimuksessa tuli esille myös, että luokanopettajista noin kolme neljäsosaa katsoi, että 'oppilaiden tulisi työskennellä mahdollisimman usein konkreettista materiaalia käyttäen'; tässä tutkimuksessa yli neljä viidesosaa alkuopettajista ajatteli näin. Näiden yksimielisten vastausten osalta ei ollut eroja opettajien vastauksissa koulutustaustan tai matematiikkaan erikoistuneiden kohdalla.

Seuraavassa kuviossa 7.2 on esitetty sellaisten uskomusväittämien jakaumat, joissa opettajien käsitykset vaihtelivat varsin paljon. Näiden uskomusväittämien osalta, joissa vastaukset vaihtelivat varsin paljon, ei voida kovin selkeästi erottaa eri ryhmiä. Ainoastaan alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen monipuolisuutta käsittelevien väittämien 56 ja 61 kohdalla sekä alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen selkeyttä koskevien väittämien 46 ja 62 kohdalla on huomattavissa pieniä eroja. Väittämään 46 suhtautuivat myönteisimmin kansakoulunopettajat, sillä heistä noin 60 % (N=25) katsoi, että 'alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen etenemistapa on selkeä ja yksi-selitteinen ja noudattamalla oppikirjojen antamia malleja lapset oppivat käyttämään ja ymmärtämään laskusääntöjä ja -menetelmiä'. Tämän kysymyksen vastaukset jakautuivat muiden vastanneiden osalta tasaisesti. Vastaavasti väittämän 62 kohdalla kansakoulunopettajat näyttivät luottavan eniten oppikirjan sisältöön, sillä heistä noin 80 % (N=25) katsoi, että alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen esittämät malliratkaisut ohjaavat ja auttavat lasta itsenäiseen mallin mukaiseen työskentelyyn sekä ymmärtämään tehtäviä. Muiden vastanneiden osalta tämän kysymyksen vastaukset jakautuivat varsin tasaisesti. Oppikirjojen monipuolisuutta koskevan väittämän 56 kohdalla eriyttävien tehtävien riittävään määrään oppikirjoissa luotti noin 60 % kasvatustieteen maisterintutkinnon suorittaneista (N=60) ja noin 72 % kansakoulun opettajan tutkinnon (N=25) suorittaneista.

43. Matematiikassa on selkeät, tarkasti määritellyt sanat ja käsitteet, eikä siinä esitetyillä väitteillä voi olla risiirittäisiä perusteluja.
44. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen etenemistapa on selkeä ja yksiselitteinen ja noudattamalla oppikirjojen antamia malleja lapset oppivat käyttämään ja ymmärtämään laskusääntöjä ja -menetelmiä.
68. Käytän matematiikan opetuksessa usein ryhmätyötä, jossa kullakin pienryhmällä on sama tehtävä.
69. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa on riittävästi perus-, pulma-, ongelma- ja sovellustehtäviä.
70. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen esittämät malliratkaisut ohjaavat ja auttavat lasta itsenäiseen mallin mukaiseen työskentelyyn sekä ymmärtämään tehtäviä.
71. Matematiikan opetuksessa edetään oppikirjojen mukaisesti aukeama kerrallaan - nopeille oppilaille on tarjolla lisätehtäväsivuja.
72. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjat sisältävät riittävästi eriyttäviä tehtäviä.
73. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjan opettajan oppaassa on keskeisimmät opetusvihjeet ja -mallit, joiden mukaisesti matematiikan opetuksessa on edettävä.
66. Käytän matematiikan alkuopetuksessa usein ryhmätyötä, jossa pienryhmillä on ainakin osittain eri tehtävät.
45. Matematiikan opetuksessa on tärkeää, että lapset ilmaisevat kaiken tarkasti.



KUVIO 7.2 Niiden uskomusväittämien jakaumat, joissa opettajien vastaukset vaihtelivat eniten

Väittämän 61 sisältöön eli siihen, että 'alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa on riittävästi perus-, pulma-, ongelma- ja sovellustehtäviä', luotti noin 57 % peruskoulun luokanopettajan tutkinnon (N=44) suorittaneista sekä 76 % kansakoulun opettajan tutkinnon suorittaneista (N=25). Muuten vastaukset jakautuivat varsin tasaisesti. Matematiikkaan erikoistuneiden kohdalla mielipiteet jakautuivat varsin tasaisesti.

Yhteenvedona voidaan todeta, että opettajien uskomuksissa korostuivat matematiikan hyödyllisyys, ongelmanratkaisustrategiat ja erilaisista ratkaisumenetelmistä keskusteleminen sekä konkreettisten oppimisvälineiden käyttö. Kovinkaan suuria näkemyseroja ei vastauksissa voitu havaita koulutustaustan suhteen. Kuitenkin voidaan varovasti sanoa, että vanhemman koulutuksen saaneilla saattaa olla luottavaisempi suhtautuminen alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen sisältöön kuin uudemman koulutuksen saaneilla opettajilla.

## 7.4 Matematiikkauskomusten rakenteesta

Halusin tutkia alkuopettajien matematiikkauskomusten luonnetta ja rakennetta tarkemmin etsimällä uskomusmuuttujien joukosta sisäisesti korreloituneita osaryhmiä faktorianalyysin avulla. Tällä tavalla voisin tiivistää pitkän kyselylomakkeen antamaa tietoa ja saada esille ne yhteiset ominaisuudet, jotka mahdollisesti näkyisivät suorituksissa. Käytin aineiston analysoinnissa mm. pääkomponentti- ja pääakselimenetelmää sekä erilaisia rotaatiomenetelmiä. Näiden menetelmien yhteydessä vaihtelin faktorilukuja kolmesta kymmeneen. Sopivimmat ja tulkinnallisesti mielekkäimmät ratkaisut sain käyttämällä pääkomponenttimenetelmää ja vinokulmaista rotaatiota (Direct Oblimin-ratkaisu). Jätin lopullisesta faktoriratkaisusta pois seuraavat väittämät: 2, 3, 9, 12, 18, 19, 20, 23, 26, 27, 28, 29, 34, 39, 40, 47, 50 ja 57, koska näillä väittämillä ei ollut tilastollisesti merkitsevää korrelaatiota (korrelaatiomatriisi saatavissa tarvittaessa tutkijalta). Väittämien 30, 33, 36 ja 51 poisjättämisen syynä olivat alhaiset kommunaliteetit sekä osittain myös väittämien tulkinnanvaraisuus. Lisäksi yhdistin faktorointia varten väittämät 1 ja 11; 6 ja 16; 7, 10 ja 17 sekä väittämät 38 ja 54. Yhdistelyä varten jouduin kääntämään väittämien vastauksia päinvastaisiksi, jotta väittämien sisällöt olisivat yhdensuuntaisia. Käänsin väittämät 7, 10, 11, 16 ja 54. Yhdistettyjen väittämien sisällöistä tuli seuraavia:

- 11A (yhdistetty väittämät 1 ja 11): Matematiikan opetus kiinnostaa minua ja opetan sitä mielelläni.
- 16A (yhdistetty väittämät 6 ja 16): Matematiikan opetuksessa ei ole tärkeää, että lapset saavat keksiä ja oivaltaa asioita valmiin matematiikan opettamisen tai oppimisen rinnalla, sillä opetuksen on edettävä opettajan oppaan vihjeiden ja mallien mukaisesti.
- 17A (yhdistetty väittämät 7, 10 ja 17): Aikaisemmin opittujen asioiden muistaminen on tärkeää, sillä lapsilla tulisi olla muitakin kuin vasta opittuja asioita sisältäviä tehtäviä.
- 54A (yhdistetty väittämät 38 ja 54): Lapset oppivat matematiikassa taitoja, joista on hyötyä tavallisessa elämässä.

Parhaiten opettajien uskomusrakennetta selitti kahdeksan faktorin ratkaisu, koska suhteellinen kumulatiivinen selitysarvo nousi 53 %. Uskomuskyselyn vinokulmainen faktoriratkaisu on esitetty liitteessä 5. Seuraavassa luvussa tarkastelen faktoreiden rakennetta ja pyrin selvittämään niille latautuneiden muuttujien yhteisiä piirteitä.



## 7.5 Alkuopettajien uskomusten faktorirakenne

Taulukossa 7.2 on esitetty faktoriratkaisu sekä kunkin muuttujan lataukset ja kommunaliteetit. Ensimmäinen faktori sisältää yhdeksän väittämää. Tälle faktorille latautui väittämiä, joihin liittyi sekä instrumentaalisia että platonisia matematiikan luonnetta kuvaavia piirteitä. Suurimman latauksen saaneessa väittämässä matematiikkaa pidetään selkeänä, tarkkana ja ristiriidattomana. Toiseksi suurimman latauksen sai väittämä, jonka mukaan matematiikka on selkeää, yksiselitteistä ja täsmällistä. Tämän faktorin väittämien kohdalla opettajien vastaukset vaihtelivat varsin paljon. Faktorille latautuneiden väittämien sisällön yhteisenä piirteenä on matematiikan täsmällisyyden ja selkeyden painottaminen, joten tämän perusteella annoin faktorille nimeksi matematiikan täsmällisyys. Ensimmäiselle faktorille latautuneiden muuttujien luonteesta on havaittavissa yhtäläisyys kyselylomakkeen kvalitatiivisessa osassa opettajien antamien niiden kirjallisten matematiikan määritelmien kanssa, jotka liittyivät toiseen ja kolmanteen vastausryhmään luokiteltaessa opettajien matematiikan olemusta kuvaavia vastauksia. Näihin ryhmiin kuului 76,4 % 'Mitä on matematiikka?' -kysymyksen vastauksista. Samoin kuin tälle faktorille latautuneissa väittämässä niin myös avoimen kysymyksen vastauksissa painottui sekä instrumentaalisia että platonisia piirteitä.

Toiselle faktorille latautui väittämiä, joiden luonne painottaa toiminnallisuutta. Tässä faktorissa nousivat esille ongelmanratkaisu, lasten oivallukset, matematiikan hyödyllisyys ja konkretia. Nämä ominaisuudet painottavat toiminnallisuutta, joten nimesin tämän faktorin toiminnallisuuden faktoriksi.

TAULUKKO 7.2 Matematiikkauskomusten faktorit ja niihin kuuluvat väittämät (N = 140)

	Faktorit ja väittämät	Lataus	Kommunaliteetti
I	<i>Matematiikan täsmällisyys</i>		
43.	Matematiikassa on selkeät, tarkasti määritellyt sanat ja käsitteet, eikä siinä esitetyillä väitteillä voi olla ristiriitaisia perusteluja.	.78	.67
59.	Matematiikka on selkeää, yksiselitteistä ja täsmällistä.	.68	.60
48.	Matematiikassa täytyy käyttää täsmällistä kieltä.	.65	.54
45.	Matematiikan opetuksessa on tärkeää, että lapset ilmaisevat kaiken tarkasti.	.61	.47

(jatkuu)

TAULUKKO 7.2 (jatkuu)

Faktorit ja väittämät		Lataus	Kommunaliteetti
I	<i>Matematiikan täsmällisyys (jatkuu)</i>		
42.	Matematiikka on kokoelma menetelmiä ja sääntöjä, jotka antavat täsmälliset ohjeet matemaattisen tehtävän ratkaisuun.	.61	.46
58.	Matematiikan opetuksessa on keskeistä, että lapset osaa- vat käyttää matemaattisia merkintöjä ja termejä oikein.	.58	.48
46.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen etenemistapa on selkeä ja yksiselitteinen ja noudattamalla oppikirjojen antamia malleja lapset oppivat käyttämään ja ymmärtämään laskusääntöjä ja -menetelmiä.	.58	.46
70.	Matematiikassa on tärkeää välttää virheitä ja ajatella loogisesti oikein.	.57	.53
35.	Matematiikka on tietojen, sääntöjen ja kaavojen muistamista ja oikein käyttämistä.	.46	.45
II	<i>Toiminnallisuus</i>		
37.	Matematiikka on taito pohtia ongelmia ja omaksua tietoa niistä.	.71	.62
21.	Oppimispelit ovat tärkeä osa matematiikan opetusta.	.61	.44
63.	Alkuopetuksen matematiikan opetuksessa on keskeistä toiminnalliset työtavat ja lasten oivallukset.	.57	.57
41.	Lapset voivat oppia matematiikkaa myös sattumalta ja uusia ideoita ja ajatuksia keksimällä.	.55	.46
54A	Lapset voivat oppia matematiikassa asioita, joista on hyötyä tavallisessa elämässä.	.55	.57
22.	Lasten tulee saada käyttää konkreettisia oppimisvälineitä matematiikan opiskelussa.	.50	.43
III	<i>Alkuopetuksen matematiikan oppikirjan riittävyys</i>		
64.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen lisätehtäviä on riittävästi ja ne sopivat hyvin eriyttämiseen.	.86	.75
61.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa on riittävästi perus-, pulma-, ongelma- ja sovellustehtäviä.	.86	.76
56.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjat sisältävät riittävästi eriyttäviä tehtäviä.	.85	.73
52.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjan tehtävät ovat riittävän monipuolisia.	.81	.71
III	<i>Alkuopetuksen matematiikan oppikirjan riittävyys (jatkuu)</i>		
60.	Matematiikan oppikirjassa on selkeät mallit uusien käsitteiden käytöstä.	.54	.45
15.	Matematiikan opetuksessa edetään oppikirjojen mukaisesti aukeama kerrallaan - nopeille oppilaille on tarjolla lisätehtäväsivuja.	.52	.55
IV	<i>Matematiikan oppikirjaan sitoutunut opetus</i>		
66.	Käytän matematiikan opetuksessa usein ryhmätyötä, jossa pienryhmillä on ainakin osittain eri tehtävät.	-.72	.59
65.	Käytän matematiikan oppitunneilla tietokoneita, laskimia ja muita oppimisvälineitä (esim. Multilink-palikat, helmitaulu, satatalo, mittapyörä jne) niin paljon kuin mahdollista.	-.64	.61

(jatkuu)

TAULUKKO 7.2 (jatkuu)

	<b>Faktorit ja väittämät</b>	<b>Lataus</b>	<b>Kommunaliteetti</b>
IV	<i>Matematiikan oppikirjaan sitoutunut opetus (jatkuu)</i>		
68.	Käytän matematiikan opetuksessa usein ryhmätyötä, jossa kullakin pienryhmällä on sama tehtävä.	-.61	.42
67.	Matematiikan oppitunnille kaikki saavat ratkaistavakseen samat tehtävät.	.57	.40
53.	Matematiikassa voi itse keksiä ja kokeilla asioita.	-.51	.41
44.	Matematiikan oppikirjaa käytetään matematiikan alkuopetuksessa lähes jokaisella matematiikan tunnilla.	.47	.44
69.	Käytän matematiikan opetuksessani hyvin paljon itse kokoamaani tai valmistamaani aineistoa.	-.43	.36
V	<i>Integroituvuus</i>		
14.	Matematiikkaa soveltuu hyvin osaksi kokonaisopetus-suunnitelmaa.	.83	.71
4.	Alkuopetuksen matematiikka oppiaineena on helppo integroida muihin oppiaineisiin.	.79	.65
VI	<i>Yhdenmukainen oppiminen</i>		
32.	Matematiikan tehtävään on olemassa yksi ainoa oikea ratkaisutapa, joka täytyy löytää.	.71	.57
5.	Matematiikan opetuksessa uudet asiat on opetettava lapsille samanaikaisesti oppikirjan ehdottamalla tavalla.	.66	.55
49.	Tavallisesti tehtäviin ja ongelmiin on olemassa useampia kuin yksi ratkaisutapa.	-.53	.35
13.	Matematiikassa on yleensä parempi opettaa lapsille valmiita laskusääntöjä ja kaavoja kuin antaa heidän pohtia ongelmia tai yrittää itse keksiä tehtävien ratkaisutapoja.	.52	.45
16A	Matematiikan opetuksessa ei ole tärkeää, että lapset saavat oivaltaa asioita valmiin matematiikan opettamisen tai oppimisen rinnalla, sillä opetuksen on edettävä opettajan oppaan vihjeiden ja mallien mukaisesti.	.49	.51
VII	<i>Matematiikan arvostaminen</i>		
11A	Matematiikan opetus kiinnostaa minua ja opetan sitä mielelläni.	.66	.47
17A	Aikaisemmin opittujen asioiden muistaminen on tärkeää, sillä lapsilla tulisi olla muitakin kuin vasta opittuja asioita sisältäviä tehtäviä.	.54	.52
VIII	<i>Harjoittelukeskeisyys</i>		
55.	Matematiikan oppikirja on tärkeä työväline matematiikan opetuksessa.	-.72	.56
25.	Matematiikka on opettelemista, muistamista ja soveltamista.	-.67	.53
31.	Yksin työskenteleminen on tärkeä työskentelytapa matematiikan tunnilla.	-.65	.54
62.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen esittämät malliratkaisut ohjaavat ja auttavat lasta itsenäiseen mallin mukaiseen työskentelyyn sekä ymmärtämään tehtäviä.	-.57	.54
24.	Lasten tulisi hallita ennenkaikkea peruslaskutoimitukset.	-.56	.39

Kolmannelle faktorille latautui väittämiä, joiden yhteisenä piirteenä oli alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen tehtävien riittävyys matematiikan opetuksessa. Näin tälle faktorille tuli nimeksi matematiikan oppikirjan riittävyys. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen monipuolisuutta kysytään

väittämässä 64, 61, 56 ja 52. Näillä väittämillä oli myös suurimmat lataukset tällä faktorilla. Muissa tämän faktorin väittämässä käsitellään oppikirjan mukaista etenemistä (väittäjä 15) sekä matematiikan oppikirjojen selkeyttä (väittäjä 60). Yli puolet opettajista oli samaa mieltä tai osittain samaa mieltä faktorin väittämien sisällön kanssa (64: täysin samaa mieltä 20,0 %, osittain samaa mieltä 37,9 %; 60: täysin samaa mieltä 17,1 %, osittain samaa mieltä 57,1 %; 15: täysin samaa mieltä 9,3 %, osittain samaa mieltä 44,3 %; 52: täysin samaa mieltä 18,6 %, osittain samaa mieltä 44,3 %; 56: täysin samaa mieltä 18,7 %; osittain samaa mieltä 36,4 %; 61: täysin samaa mieltä 17,1 %; osittain samaa mieltä 38,6 %). Näiden väittämien perusteella on nähtävissä, että matematiikan oppikirjan asema on verrattain vahva alkuopetuksessa.

Neljännelle faktorille latautui muuttujia, joihin liittyi väittämiä oppituntien työtavoista sekä oppimateriaaleista kuten oppikirjojen ja erilaisten oppimisyvälineiden käytöstä. Koska faktorin kärkimuuttujista osa on negatiivisia, tulee niiden sisältö muuttaa päinvastaiseksi. Näin faktorin osioiden tunnusomaisia piirteitä ovat perinteisiä matematiikan opetustapoja suosivat ominaisuudet, toisin sanoen ei tehdä ryhmitöitä, ei tietokoneita tms., ei itsenäistä keksimistä, ei opettajan omia tehtäviä, kaikilla samat tehtävät, oppikirja lähes joka tunnilla, siis oppikirjan seuraamista. Faktorin väittämien sisällön perusteella annoin faktorille nimen oppikirjaan sitoutunut opetus. Tämä faktori oli tulkinnallisesti vaikea.

Viidennen faktorin väittämien yhteisenä piirteenä oli matematiikan integroiminen muihin oppiaineisiin. Suurimman latauksen sai väittäjä, jossa todettiin matematiikan soveltuvan hyvin osaksi kokonaisopetussuunnitelmaa (37,9 % oli samaa mieltä väittäjän kanssa; osittain samaa mieltä oli myös 37,9 % opettajista). Tämän faktorin perusteella näyttäisi siltä, että alkuopettajat eivät pidä matematiikkaa erillisenä oppiaineena, vaan haluavat nähdä sen monipuolisena oppiaineena, jolla on yhteyksiä muihin oppiaineisiin. Tämä faktori sai nimen integroituvuus.

Kuudennelle faktorille latautui väittämiä, joiden yhteisenä piirteenä oli opetuksen sisältöön liittyvät asiat, kuten ratkaisutapojen merkitys, oppikirjan mukainen eteneminen ja valmiit laskusäännöt. Tämän faktorin osioiden sisällöistä nousee esille oppimisen toistuminen samanlaisena, joten nimesin faktorin yhdenmukaiseksi oppimiseksi.

Seitsemännelle faktorille jakautui väittämiä, joille yhteisenä piirteenä korostui matematiikan opetuksen kiinnostavuus sekä opittujen asioiden merkitys matematiikan opiskelussa. Opettajat suhtautuivat varsin myönteisesti matematiikan opetukseen ja painottivat tehtävien monipuolisuuden merkitystä matematiikan opiskelussa. Opettajia siis kiinnosti matematiikan opetus ja matematiikan opiskelussa arvostettiin monipuolisia tehtäviä. Nimesin faktorin matematiikan arvostamisen faktoriksi.

Kahdeksannelle faktorille latautui väittämiä, joiden sisällöissä korostui matematiikan oppikirjan merkitys työvälineenä, yksin työskentely, muistamisen merkitys sekä peruslaskutoimitusten hallitsemisen tärkeys. Opettajat ovat olleet vastauksissaan varsin yksimielisiä. Matematiikan oppikirja oli tärkeä

työväline 45,7 %:lle opettajista ja jonkin verran tärkeä työväline 44,3 %:lle opettajista. Väittämän 25 kanssa täysin samaa mieltä oli 49,3 % ja osittain samaa mieltä oli 33,6 % opettajista. Yksin työskentelyä kannatti 13,6 % opettajista ja osaksi tärkeänä työtapana yksin työskentelyä piti 43,6 % opettajista. Väittämän 62 kanssa täysin samaa mieltä oli 10,7 % ja osittain samaa mieltä oli 40,0 %. Peruslaskutoimitusten hallitsemista piti tärkeänä 65,7 % ja osittain tärkeänä 30,0 % opettajista. Vastausprosentteista näkee, että opettajat ovat suhtautuneet varsin myönteisesti väittämien sisältöön. Myös tämän faktorin väittämien 55 ja 62 vastauksissa nousee esille matematiikan oppikirjojen keskeinen merkitys alkuopetuksessa. Koska väittämien sisällön yhteisenä piirteenä voidaan nähdä harjoittelemalla oppiminen, tämä faktori sai nimen harjoittelukeskeisyys.

Alkuopetuksessa toimivien luokanopettajien kahdeksan faktorin sisällöt olivat vaikeita tulkittavissa. Uskomuksista nousi esille kolme tekijää: matematiikan täsmällisyys, toiminnallisuus ja alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen riittävyys. Matematiikan täsmällisyys -faktori myötäili painotuksiltaan kyselylomakkeen avoimen kysymyksen vastausten sisältöä. Alkuopettajien kahdeksan faktorin rakenne selitti 53 % uskomusmuuttujien varianssista.

## 8 USKOMUKSET JA ALKUOPETUS

Opettajille lähetetyn postikyselyn avulla pyrin kartoittamaan, millaisia uskomuksia alkuopettajilla on matematiikasta, matematiikan oppimisesta, opettamisesta ja opetuskäytännöistä. Tällaisen kyselyn taustalla vaikuttavat vallalla olevat oppimiskäsitykset, jotka välittyvät opettajille opetussuunnitelman, kirjallisuuden ja mahdollisten opintojen kautta tai toisaalta se, millaisia vastauksia kyselyn saaneet uskovat tutkijan odottavan. Olivatpa uskomukset sitten millaisia tahansa, niiden perusteella ei voida sanoa, millaista matematiikkaa alkuopetuksessa todella opetetaan. Tämän vuoksi on syytä tutkia luokissa tapahtuvaa matematiikan alkuopetusta lähemmin.

Tutkimuksen kvalitatiivinen aineisto muodostuu tutkittavien opettajien uskomuksista, oppituntitarkkailuista, haastatteluista sekä joidenkin oppituntien pohjalta käydyistä arviointikeskusteluista yhdessä luokanopettajan ja tutkijan välillä.

### 8.1 Tutkimusjoukon valinnan perusteita

Vastatakseni tutkimusongelmaan kolme etsin erilaisia alkuopettajia oppituntitarkkailuja ja haastatteluja varten. Likert-asteikollisen kyselylomakkeen avulla halusin selvittää, millaisia alkuopettajien uskomukset ovat matematiikan olemuksesta, oppimisesta, opettamisesta sekä opetuskäytännöistä. Nämä uskomukset on tämän tutkimuksen kannalta hyvin keskeisessä asemassa, sillä opettajat tuovat oman subjektiivisen tietonsa luokkatilanteeseen ja nämä uskomukset kuuluvat opettajan subjektiiviseen tietoon. Näiden uskomusten selvittämiseksi luokittelin Likert-asteikollisen kyselylomakkeen väittämät niiden sisällön perusteella seuraaviin osioihin:

- A. Mitä on matematiikka?
- B. Matematiikan oppiminen alkuopetuksessa.
- C. Matematiikan opettaminen alkuopetuksessa.
- D. Matematiikan opetuskäytännöt alkuopetuksessa.

Väittämien luokittelu eri luokkien kesken oli todella vaikea tehtävä, koska väittämien sisällölliset erot eivät ole aina olleet tulkinnallisesti kovin selkeitä.

Voimassa olevan opetussuunnitelman perusteet (1994) rakentuu dynaamiselle oppimiskäsitykselle. Viime kädessä voidaan puhua kokonaisvaltaisesta oppimisesta. Karin ja Nöjdin (2001) mukaan kokonaisvaltainen oppiminen sisältää seuraavat neljä oppimisen osatekijää: 1) Kognitiivinen alue, jonka mukaan oppija on ajatteleva ja ymmärtävä subjekt. 2) Affektiivinen alue, joka huomioi oppijan kokevana ja tuntevana subjektina. 3) Affektiiviseen alueeseen liittyen sosiaalinen näkökohta huomioi oppijan yhteistyökykyisenä ja vastuuntuntoisena subjektina ja partnerina. 4) Motorinen toiminta oppimisessa käsittää oppijan fyysisestikin toimivana ja aistivana subjektina. Ihminen pystyy oppimistilanteessa käyttämään hyväkseen kaikkia näitä neljää osa-alueita ja myös oppimisympäristöjen tulisi huomioida nämä osa-alueet. (Kari & Nöjd 2001, 60-62.) Toisin sanoen oppiminen on tiedon rakentamista, konstruoimista syklisenä oppilaan omistamana prosessina. Opettamisen tulee tällöin olla oppimistilanteiden mahdollistaja eli opetuksen tulisi olla epäsuoraa vaikuttamista. Näin opetus voidaan ymmärtää sellaisten olosuhteiden järjestämisenä, jolloin oppilas on tekemisessä ympäristössään olevan tiedon kanssa ja hänellä on mahdollisuus käsitellä sitä vuorovaikutuksessa toisiin oppijoihin. (Berry & Sahlberg 1995, 25, 29.) Oppimateriaalit, oppikirjat ja oppimisvälineet toimivat siten opetusvälineiden asemassa ja auttavat oppilasta oppimaan.

Edellä kuvatut käsitykset ovat nykykäsityksiä oppimisesta, mutta oppimisen tutkiminen on ollut kiinnostuksen kohteena pitkään ja oppimisesta on esitetty erilaisia teorioita, joiden kehitystä on pyritty kuvaamaan tässä tutkimuksessa luvussa 2 oppimiskäsitysten yhteydessä. Edellä esitettyjen tulkintojen sekä oppimiskäsitysten yhteydessä esitettyjen tulkintojen perusteella olen pyrkinyt jakamaan väittämiä oppimista, opettamista sekä opetuskäytäntöjä kuvaavien osioiden alle. Vastaavasti 'Mitä on matematiikka?' -osioon tulivat ne väittämät, jotka kuvaavat matematiikan olemusta.

Faktorianalyysin ensimmäisen faktorin 'Matematiikan täsmällisyys' -väittämät sopivat kaikki sisältönsä puolesta osioon A 'Mitä on matematiikka?'. Näiden väittämien lisäksi otin osioon A mukaan väittämät 19, 25, 32, 37, 38, 41, 47, 49, 53, 54 ja 57. Faktorianalyysin muiden faktoreiden väittämät jakautuivat eri osioiden kesken. Faktorianalyysin 'Matematiikan täsmällisyys' -osiota voi pitää yhteensopivana tämän jaottelun kanssa, sillä kyseinen faktorianalyysin osio kuvaa matematiikan olemusta.

Integroituvuus-osion sijoitin matematiikan opetuskäytäntöjen alle. Matematiikan oppikirjaan sitoutunutta opetusta kuvaavan faktorianalyysin osion väittämät sijoitin väittämää 53 lukuunottamatta opetuskäytäntöjen osioon D. Faktorianalyysin opetuskäytännöt osion väittämä 67 on yhteinen matematiikan oppimisen, opettamisen ja opetuskäytäntöjen osioiden kanssa. Väittämän 53 sijoitin 'Mitä on matematiikka?' -osioon, koska se luonteensa puolesta kuvaa

mielestäni matematiikan olemusta. Näin faktorianalyysin matematiikan oppikirjaan sitoutunutta opetusta kuvaavaa osiota voi pitää varsin yhteensopivana tämän kyselylomakkeen opetuskäytäntö-osion kanssa.

Yhdenmukaista oppimista koskevan osion väittämät 5 ja 13 sijoitin sekä opettamisen että opetuskäytäntöjen alle. Kyseisen osion väittämät 32 ja 49 kuvaavat mielestäni matematiikan olemusta, ja sijoitin ne siksi 'Mitä on matematiikka?' -osioon. Väittämässä 16A oli yhdistettynä väittämä 6 ja 16, joista väittämän 6 sijoitin sekä matematiikan opettamisen että opetuskäytäntöjen alle ja väittämän 16 sekä matematiikan oppimisen että opettamisen alle. Faktorianaalyysin yhdenmukaista oppimista kuvaava -osio on osittain yhtä pitävä tämän jaottelun kanssa.

Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen riittävyttä koskevan osion väittämät 61, 52 ja 60 sijoitin sekä oppimisen että opettamisen alle ja väittämät 64 ja 15 sekä opettamisen että opetuskäytäntöjen alle. Väittämän 56 sijoitin matematiikan opetuksen alle. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen riittävyys -osion väittämät jakautuivat matematiikan oppimisen, opettamisen ja opetuskäytäntöjen kesken.

Toiminnallisuus -osion väittämät 37 sekä 54A, johon on yhdistettynä väittämät 38 ja 54, sijoitin 'Mitä on matematiikka?' -osioon. Väittämät 38 ja 54 sijoitin myös matematiikan oppimisen alle, koska niissä on myös tähän osioon kuuluvia piirteitä. Väittämät 22 ja 63 sopivat sekä oppimisen että opetuskäytäntöjen alle ja väittämä 21 sekä opettamisen että opetuskäytäntöjen alle. Väittämä 41 tuli sisältönsä puolesta matematiikan oppimiseen. Tämän faktorin väittämistä suurin osa sijoitettiin matematiikan oppimiseen, mutta niissä oli myös yhteisiä piirteitä muiden osioiden kanssa.

Matematiikan arvostamista koskevan osion väittämä 11A, johon oli yhdistetty väittämät 1 ja 11, jätin tulkinnallisista syistä pois. Väittämän 17A, johon kuuluivat väittämät 7 ja 17, väittämän 7 sijoitin sekä oppimisen, opettamisen että opetuskäytäntöjen alle ja väittämän 17 opettamisen ja opetuksen alle.

Faktorianaalyysin harjoittelukeskeisyys-osion väittämän 55 sijoitin opetuskäytäntöihin, väittämän 25 'Mitä on matematiikka?' -osioon, väittämät 24 ja 62 opettamiseen ja oppimiseen sekä väittämän 31 oppimiseen, opettamiseen ja opetuskäytäntöihin. Harjoittelukeskeisyys-osion väittämät jakautuivat pääsääntöisesti matematiikan oppimisen, opettamisen ja opetuskäytäntöjen kesken.

Faktorianaalyysin väittämien jakautumisella on yhtäläisyyksiä tämän jaottelun kanssa, sillä osiot 'Matematiikan täsmällisyys', 'Integroituvuus' sekä 'Matematiikan oppikirjaan sitoutunut opetus' sopivat lähes täysin niitä vastaaviin osioihin. Muiden osioiden jakautuminen tapahtui eri osioiden kesken, mutta 'Yhdenmukaista oppimista' kuvaavan osion väittämistä suurin osa tuli (4 kappaletta) myös matematiikan opettamisen alle. Vastaavasti 'Toiminnallisuus'-osion väittämistä (4 kappaletta) tuli matematiikan oppimista käsittelevään osioon. Näin yhteensopivuutta faktorianaalyysin ja tämän jaottelun välillä voi pitää varsin kohtuullisena.

Kuten edeltä voi nähdä, kyselylomakkeen kaikki väittämät eivät ole tulkinnallisesti täysin selkeitä, koska väittämillä on sisältönsä puolesta yhteisiä osioita. Tällainen väittämä on esimerkiksi seuraava:



2. Vain kokeissa testattavat asiat ovat tärkeitä ja tietämisen arvoisia.

Tulkitsin väittämän kaksi kuuluvaksi sekä oppimiseen että opettamiseen. Opettamisen kannalta tämän väittämän voisi ajatella niin, että vain ne asiat, joita kokeissa kysytään ovat tärkeitä ja opettamisen arvoisia. Oppimisen näkökulmasta tulkitsin tätä niin, että oppilaan ei tarvitse oppia muita asioita matematiikassa kuin kokeessa testattavat asiat. Oppimis- ja opettamisosioiden välillä on vielä 16 muuta yhteistä väittämää (väittämät 7,10, 12, 16, 17, 24, 28, 31, 34, 52, 56, 60, 61, 62, 64, ja 67). Vastaavasti yhteisiä väittämiä oli myös oppiminen ja opetusikäntö -osioiden (väittämät 7, 22, 30, 31, 44 ja 64) välillä sekä opettaminen ja opetusikäntöt (väittämät 5, 6, 7, 13, 15, 20, 21, 23, 31, 36, 51, 63, 64 ja 67) välillä. Mitä on matematiikka ja matematiikan oppimisosioilla on viisi yhteistä väittämää (38, 41, 46, 47 ja 54). Mitä on matematiikka- ja opettamisosioilla on kolme yhteistä väittämää (45, 57 ja 58). Mitä on matematiikka- ja opetusikäntöosioilla ei ole yhteisenä väittämiä.

Väittämien osioihin jaon jälkeen luokittelin väittämien vastausvaihtoehdot luokkiin ei perinteinen (EP), lähes ei perinteinen (LEP), sekoittunut (S), lähes perinteinen (LP) ja perinteinen (P). Väittämien jakautuminen eri osioiden kesken sekä vastausvaihtoehdot akselilla ei perinteinen - perinteinen on esitetty liitteessä 6. Vastausvaihtoehtojen luokittelun pohjana käytin Ernestin (1989, 250) antamia määritelmiä instrumentaalille, platonistiselle ja konstruktivistiselle matematiikkakuvulle. Ernestin määritelmien ohella käytin myös Thompsonin (1991) ja Dionnen (ks luku 4) lähinnä kouluopetuksen näkökulmasta tehtyjä matematiikkakuvan määritelmiä, jotka selkiyttivät sitä, kuinka instrumentaalinen, platonistinen ja konstruktivistinen näkemys tulevat esille kyselylomakkeen vastausvaihtoehdoissa.

Kyselylomakkeen vastausvaihtoehtojen luokittelussa ei perinteinen - näkökulma on lähellä konstruktivistista näkemystä ja taas perinteinen - näkökulma on lähellä traditionaalista (instrumentaalista) näkemystä. On huomattava, että valinnat akselilla ei perinteinen - perinteinen eivät täysin noudata edellä annettuja teoreettisia määritelmiä, vaan tässä valinnat on tehty väittämien sisällön ja vastausvaihtoehtojen suomissa rajoissa, niin että ei perinteinen on täysin samaa mieltä tai täysin eri mieltä oleva vaihtoehto. Vastaavalla tavalla on ajateltu perinteinen vastaus. Sekoittunut vastaus on aina en osaa sanoa - vaihtoehto. Näin joissakin kohdin perinteiseksi valitussa vastausvaihtoehdossa on myös hyvinkin platonistisia piirteitä.

Kun Likert-asteikollisen kyselylomakkeen väittämät oli jaettu edellä mainittuihin luokkiin, pisteytin eri vastausvaihtoehdot seuraavalla tavalla: ei perinteinen vastaus (EP) = 1 piste, lähes ei perinteinen (LEP) = 2 pistettä, sekoittunut (S) = 3 pistettä, lähes perinteinen (LP) = 4 pistettä ja perinteinen (P) = 5 pistettä. Tämän jälkeen laskin jokaisen opettajan vastausosioista aritmeettiset keskiarvot. Näin luokittelin jokaisen vastaukset akselilla ei perinteinen - perinteinen kussakin osiossa A, B, C ja D. Opettajien vastausten prosenttijakaumat eri osioissa on esitetty liitteessä 7 kussakin luokassa.

## 8.2 Tutkimusjoukon valinta ja esittelyä

Kyselylomakkeen luokittelun jälkeen etsin aineistosta sellaisia opettajia, joiden uskomukset poikkeaisivat toisistaan. Muutamat opettajista olivat ilmoittaneet heille lähetetyn kyselyn yhteydessä, että he eivät halua osallistua jatkotutkimuksiin. Syynä kieltäytymiseen olivat mm. jatko-opinnot, ajanpuute, eläkkeelle siirtyminen. Nämä kieltäytymiset karsivat joitakin varteenotettavia jatkotutkimusehdokkaita.

Valitsin tutkimuksen kvalitatiiviseen osaan kuusi opettajaa Likertasteikollisen kyselylomakkeen eri osioiden (A,B,C,D) sekä 'Mitä on matematiikka?' -kysymyksen vastausten että opettajien taustatietojen perusteella. Pysin valitsemaan tutkimukseen sekä uskomuksiltaan että taustoiltaan erilaisia opettajia. Valinnan jälkeen otin yhteyttä puhelimitse jokaiseen kuuteen opettajaan ja pyysin heitä mukaan tutkimukseeni. Kaikki valitut opettajat suostuivat tähän tutkimukseen. Seuraavaan taulukkoon 8.1 olen tehnyt yhteenvedon valittujen opettajien matematiikkakuvasta. Taulukossa olevat opettajien nimet on muutettu tutkimusta varten. Opettajien vastaukset on esitetty liitteessä 8. Taulukossa olevat uskomustyyppit on määritelty opettajien vastausten lukumäärän perusteella akselilla ei perinteinen - perinteinen laskemalla vastausten aritmeettiset keskiarvot. Esimerkiksi osiossa A Doriksella on ei perinteisiä vastauksia yhdeksän, lähes ei perinteisiä vastauksia seitsemän, ei yhtään sekoittunutta, lähes perinteisiä vastauksia kaksi ja perinteisiä vastauksia kaksi. Tämän jälkeen kerroin vastausten lukumäärät kullekin vastaustyypille annettulla pistemäärällä ja laskin tulokset yhteen. Lopuksi jaoin tulosten summan osion A väittämien lukumäärällä ja sain osamääräksi 2,05, mikä on lähellä lähes ei perinteiselle vastausvaihtoehdolle annettua pistemäärää kaksi. Näin Doriksen uskomukset osiossa A edustavat lähes ei perinteistä näkökulmaa. Vastaavalla tavalla laskin myös muiden tutkittavien näkökulmat eri osioissa. Doriksen uskomukset matematiikan olemuksen osalta ovat vähän yli kahden eli ovat lähellä lähes ei perinteistä näkemystä. Matematiikan oppimisen, opettamisen ja opetuskäytäntöjen osalta hänen uskomuksensa ovat alle kolmen, eli ne ovat polaroituneet lähes ei perinteisen näkemyksen suuntaan mutta edustavat lähinnä sekoittunutta näkökulmaa. Annan uskomukset matematiikasta, matematiikan opettamisesta ja opetuskäytännöistä ovat jonkin verran yli kolmen ja näin polaroituneet lähes perinteisen näkemyksen suuntaan. Annan näkemykset matematiikan oppimisesta jäävät alle kolmen, eli ne ovat polaroituneet lähes ei perinteiseen suuntaan. Kokonaisuudessaan hänen uskomuksensa ovat lähinnä sekoittuneita. Vastaavalla tavalla voidaan tarkastella muidenkin tutkittavien näkemyksiä. Yleisesti opettajien uskomuksissa ei ollut kovinkaan suuria eroja. Opettajien uskomukset on asetettu järjestykseen taulukossa 8.1 osion A Mitä on matematiikka? -uskomusten suhteen alkaen perinteisimmistä uskomuksista.

TAULUKKO 8.1 Kuuden haastatteluun ja matematiikan alkuopetuksen oppituntien tarkkailuun valitun opettajan uskomukset matematiikasta (A), matematiikan oppimisesta (B) ja opetuksesta alkuopetuksessa (C) sekä opetuskäytännöistä (D) kyselylomakkeen perusteella. EP = ei perinteinen (1), LEP = lähes ei perinteinen (2), S = sekoittunut (3), LP = lähes perinteinen (4), P = perinteinen (5). Suluissa on painotettu keskiarvo

Opettaja/ osio	A	B	C	D
Anna	S (3,40)	S (2,85)	S (3,16)	S (3,13)
Bertta	S (3,00)	LEP (2,26)	S (2,66)	S (2,50)
Cecilia	LEP 2,35	LEP (1,93)	LEP (2,00)	LEP (1,97)
Doris	LEP (2,05)	S (2,70)	S (2,88)	S (2,91)
Enni	LEP (1,70)	LEP (1,78)	LEP (1,88)	LEP (2,25)
Fanni	LEP (1,60)	LEP (1,89)	LEP (2,06)	S (2,53)

Tutkimukseen mukaan tulevista opettajista Annalla on kansakoulun opettajan tutkinto. Hän on erikoistunut alkuopetukseen, matematiikkaan ja musiikkiin. Doriksella on peruskoulun luokanopettajan kolmivuotinen tutkinto ja hän on erikoistunut kuvaamataitoon ja alkuopetukseen. Fanni on valmistunut aluksi sosiaalikasvattajaksi ja jatkanut siitä kasvatustieteiden maisteriksi. Hänellä on erikoistumisaineina erityispedagogiikka ja psykologia. Cecilia on suorittanut kasvatustieteiden maisterin tutkinnon. Hänen erikoistumisaineinaan ovat alkuopetus, englanti, liikunta ja matematiikka. Bertta on suorittanut peruskoulun luokanopettajan kolmivuotisen koulutuksen. Hänen erikoistumisaineinaan ovat äidinkieli, musiikki ja alkuopetus. Enni on suorittanut ensin peruskoulun luokanopettajan kolmivuotisen tutkinnon ja täydentänyt tämän tutkinnon myöhemmin kasvatustieteiden maisterin tutkinnoksi. Hänen erikoistumisaineinaan ovat liikunta, alkuopetus ja maantiede. Virkavuosiltaan nuorimpia näistä tutkimukseen valituista ovat Fanni ja Cecilia. Ainoastaan Fannilta puuttuivat alkuopetuksen erikoistumisopinnot. Kyselyyn vastanneista alkuopettajista yli puolella oli erikoistumisaineena alkuopetus, joten tutkimuksen kvalitatiivisen osan kohdalta alkuopetukseen erikoistuneita on suhteessa enemmän kuin koko kyselyyn vastanneiden osalta. Seuraavassa luvussa esittelen opettajat lähemmin.

### 8.3 Uskomuskyselyn ja haastattelu perusteella luotu kuvaus opettajista

Tässä luvussa kuvaan opettajien uskomusten rakentumisen kyselyn ja haastattelun perusteella. Jokaisen tutkittavan uskomuskuvauksen jälkeen on liitetty kuvaus luokkatilanteista eli siitä, millä tavalla he opettivat matematiikkaa. Näin yhdistelemällä uskomuskuvaukset ja käytännön tilanteet pyrin saamaan kokonais käsityksen alkuopetuksen matematiikan opetuksesta ja siitä, miten uskomukset näkyvät opetuksessa.

#### 8.3.1 "Mä tiedän, että ois kyllä joku muukin tapa, mutta kun täällä on näitä heikkoja"

##### A) Uskomuskyselyn ja haastattelun perusteella nouseva kuvaus

*Uskomukset matematiikkaa kohtaan.* Annan uskomukset matematiikan olemuksesta ovat sekoittuneita polaroituen lähes perinteiseen suuntaan (taulukko 8.1). Hänen vastauksissaan on kymmenen perinteistä, yksi lähes perinteinen, yksi sekoittunut, kolme lähes ei perinteistä sekä viisi ei perinteistä vastausta (liite 8). Annan uskomuksissa on perinteisiä näkemyksiä, joissa korostuu sääntöjen ja kaavojen muistaminen sekä selkeys ja tarkkuus. Anna on määritellyt matematiikan olemusta kyselylomakkeessa lähinnä alkuopetuksen näkökulmasta:

"Matematiikka on lukumäärien ja kuvioiden tutkimista ja vertailua"

Vastauksessa on myös ei perinteisiä piirteitä, koska siinä puhutaan tutkimisesta. Anna vastasi samaan kysymykseen haastattelun aikana näin:

"Kyllä se on aika paljon tätä ympäristön hahmottamistaki että sen takia mä oon niin onnellinen tuosta uudesta kirjastaki, että ku siinä on tämmösiä hahmotusjuttuja. Nyt sen oikein huomaa, kun näitä tehtäviäkin on, että tästähän se aika paljon kiikastaa tää homma. Kyllä koko ajan nyt ku mä katon ikkunoita ja kaikkee tämmöstä, niin koko ajanhan näitä lasketaan."

Myös tämä vastaus viittaa ensimmäisen luokan oppisisältöihin. Näiden vastausten perusteella Anna näkee matematiikan olemuksen ympäristön hahmottamisena ja lukumäärien sekä kuvioiden tutkimisena, mutta myös laskemisena. Kyselylomakkeen Likert-asteikollisen osan perusteella Annalla on varsin perinteisiäkin uskomuksia matematiikan olemuksesta, kuten sääntöjen, kaavojen muistaminen ja käyttäminen sekä matematiikan pitäminen ristiriidattomana.

Annan uskomuksissa on myös ristiriitaisia piirteitä, sillä Annan mukaan matematiikka on loogista, täsmällistä ja yksiselitteistä, mutta myös ongelmien eteenpäin viemää (liite 8: väittämät 37 ja 53 sekä väittämät 25, 35, 42, 43, 48, 49, 59 ja 70). Anna on hiukan epävarma erilaisten ratkaisutapojen olemassaolosta ja merkityksestä, sillä hän ei oikein osaa sanoa, löytyykö tehtäviin ja ongelmiin useita ratkaisutapoja (liite 8: väittämät 32 ja 49). On muistettava, että tehtävä on yksilölle ongelma silloin, kun yksilö joutuu yhdistelemään hänelle tuttuja tie-

toja hänelle uudella tavalla (Pehkonen & Zimmermann 1990, 10-11) ja tämän ongelmatehtävälle annetun määritelmän perusteella voidaan sanoa, että ongelmiin löytyy useampia ratkaisutapoja. Tehtävä on taas rutiinitehtävä, jos yksilö voi heti tunnistaa tehtävän suorittamiseen tarvittavat toimenpiteet (Pehkonen & Zimmermann 1990, 10). Myös rutiinitehtävän voi ratkaista eri tavoilla yksilöstä riippuen.

Vaikka Anna näkee matematiikan yhteyden käytännön elämään ja usko lapsella olevan matemaattisia kokemuksia ennen kouluikää, hänen mielestään kuitenkin oikea matematiikan opiskelu alkaa vasta koulussa (liite 8: väittämä 19).

Kokonaisuutena Annan uskomukset matematiikan olemuksesta vaikuttavat varsin perinteisiltä. Sääntöjen ja kaavojen muistaminen sekä selkeys ja tarkkuus korostuvat, vaikka hänen uskomuksissaan tulee esille myös vastakkaisia piirteitä, kuten luovuus ja ongelmien pohtiminen osana matematiikan olemusta.

*Uskomukset matematiikan oppimisesta.* Annan uskomukset Likert-asteikollisen kyselylomakkeen perusteella ovat lähinnä sekoittuneita, sillä hänen vastauksistaan on kaksitoista ei perinteistä, kaksi lähes ei perinteistä vastausta, yksi sekoittunut vastaus, kaksi lähes perinteistä vastausta sekä kymmenen perinteistä vastausta.

Anna määritteli haastattelun aikana lasten matematiikan oppimista näin:

”No, kyllähän ne heti. Täytyy olla kuitenkin havaintoväline. Kyllähän se paremmin niin menee perille heikoille. Niinku ite tehdä oikein (tarkoittaa, että opettajan havainnollistettava), että ei pelkästään aatella näitä lukuja noin vaan päässä. Että kyllä sitä tulee joskus sillä tavalla, että joskus eri lailla alottaa ja sitte hoksaa, että pitää ottaa takapakkia ja alottaa ihan näin havaintovälineillä.”

Annan mukaan matematiikan tehtävien tulisi liittyä hiljattain opittuihin asioihin, mutta toisaalta olisi hyvä osata käyttää aiemmin opittuja asioita (liite 8: väittämät 10, 17 ja 7). Anna haluaa painottaa matematiikan oppimisessa peruslaskutoimitusten hallintaa, konkreettisuutta sekä yksintyöskentelyä matematiikan tunnilla.

Vaikka Annan mukaan lasten tulisi tutkimalla ja itse keksimällä oppia uutta (liite 8: väittämä 34), seuraavasta ihanneoppimisympäristön kuvauksesta on nähtävissä opettajajohtoisuus ja valmiin mallin näyttäminen:

”Saishan siellä olla ihan kaikki nää välineet. Että se ei ois yhtään pahitteeks, jos vaikka harpit ja kaikki olis tässä, että joskus vois näyttää näin, ettei sitä tarte ihan välttämättä hakea jostakin. Tota meillähän on sillä tavalla ne välineet, että aina pitää kuitenkin kysyä, että saanko minä nyt sen tästä. Sitä ei tuu nyt sitte niin usein otettua, mutta jos ne ois aina täällä ne kaikki välineet, niin sitte tulis otettua useammin näitä.”

Edellä oleva kuvaus kuitenkin vahvistaa sitä, että Anna haluaisi itse käyttää enemmän havaintovälineitä, jos niitä vain olisi saatavilla.

Annan matematiikan oppimista koskevissa uskomuksissa on piirteitä luovuudesta (liite 8: väittämät 28 ja 41) eli siitä, kun yksilö keksii matematiikkaa oppiessaan asioiden välisiä yhteyksiä sekä voi keksiä matematiikassa myös

sattumalta uusia ideoita ja ajatuksia. Bergströmin (1985, 159) mukaan luovuus on käyttäytymistä, jossa yksilö tuottaa jotain uutta ja ennalta ennustamatonta. Matematiikkaan yhdistettynä Bergströmin (1985) määritelmä voisi tarkoittaa seuraavaa: kun yksilö ymmärtää asioiden välisiä yhteyksiä ja luo näin itselleen olemassa olevista tietorakenteista uusia kokonaisuuksia, hän käyttää tässä omaa luovuuttaan eli tuottaa itselleen jotain uutta ja ennalta ennustamatonta (vrt. Pehkonen & Zimmermann 1990, 41).

Matematiikan oppikirjaan liittyvien väittämien vastauksissa nousee esille luja luottamus matematiikan oppikirjojen monipuolisuuteen ja selkeyteen sekä selkeisiin malleihin oppimisen apuna (liite 8 väittämät 44, 46, 52, 60, 61, 62). Annan näkemyksen mukaan matematiikkaa opitaan hyvin paljon matematiikan oppikirjan avulla. Anna arvioi valmiin mallin merkitystä alkuopetuksen matematiikan oppikirjassa seuraavalla tavalla haastattelussa:

”Mun mielestä hirveen hyvä, että se on kirjassa semmonen laatikko kotilaskujen takia (tarkoittaa matematiikan oppikirjoissa esiintyviä kehystettyjä laatikoita, joissa on joko malliratkaisu tehtävästä tai laskusääntö). Se on hirveen hyvä, että vanhemmatki voi katsoa, että mitä on tehty. En mää sitte loppujen lopuksi, niin kyllähän siinäkin täytyy aika tavalla hoksata, jos aatellaan, että on vaikka pois koulusta ja sitte tuota niin jos vaikka saa laskea, jos ossaa. Jos ne ite siitä selvittää sen mallin, että mitä tuossa on tehty. Jos osaa soveltaa sen mallin niihin laskuihin, niin mun mielestä se on hoksaamista.”

Anna näkee oppikirjoissa esiintyvien valmiiden mallien merkityksen tärkeänä kotitehtävien ja vanhempien kannalta, mutta uskoo, että mallien idean itsenäisen selvittäminen vaatii lapselta taitoa ajatella ja ymmärtää asioita. Annan mukaan matematiikan oppitunnilla kaikki saavat ratkaistavakseen samat tehtävät (liite 8: väittäjä 67). Eriyttämistä ei siis näytä tapahtuvan erilaisten tehtävien käytöllä - tosin eriyttämistä saattaa tapahtua tehtävien sisällä.

Kaiken kaikkiaan Annan uskomuksissa matematiikan oppimisesta on merkkejä siitä, että matematiikan oppiminen voi olla luovaa sekä sen tulee olla konkreettista ja ymmärtämiseen pyrkivää, mutta samalla niissä näkyy yksin työskentely, oppikirjaan sidottu ja harjoittelemalla oppiminen sekä samankaltaisten, hiljattain opittuihin asioihin liittyvien tehtävien toistaminen (liite 8: väittäjä 7).

*Uskomukset matematiikan opettamisesta.* Annan uskomukset matematiikan opettamisesta kohtaan ovat sekoittuneita polaroituen lähes perinteiseen suuntaan. Hänen vastauksistaan on kaksitoista ei perinteistä vastausta, kaksi lähes ei perinteisiä vastausta, yksi sekoittunut vastaus, kolme lähes perinteistä vastausta sekä neljätoista perinteistä vastausta. Näiden vastausten perusteella ei saada selkeää kuvaa Annan uskomusten luonteesta matematiikan opettamisesta kohtaan.

Annan uskomusten mukaan matematiikan alkuopetuksen tulee olla konkreettista ja käytännönläheistä. Lasten tulee voida tutkia ja leikkiä oppia uusia käsitteitä opettajan ohjauksessa, mutta toisaalta opettajan tulee näyttää käsite ja kuinka sitä käytetään (liite 8: väittämät 20, 23, 36 ja 51). Anna näkee opettajan tehtävän toisaalta opetuksen ohjaajana, mutta toisaalta järjestyksen pitäjänä sekä uusien asioiden ja menetelmien näyttäjänä.

Luottamus matematiikan oppikirjojen monipuolisuuteen ja selkeyteen näkyy myös opettamisen kohdalla aivan kuten se näkyi matematiikan oppimiseen liittyvien uskomusten kohdalla. Matematiikan opetus näyttäisi Annan uskomusten mukaan etenevän matematiikan oppikirjan ja opettajan oppaan mukaan (liite 8: väittämät 5, 6 ja 15), vaikka opettaja osittain käyttäisi omaa aineistoa opetuksessa. Matematiikan oppikirjojen perusaukeamien laskemisesta (perusaukeama sisältää käsiteltävään asiaan liittyviä tehtäviä) Anna kertoi seuraavalla tavalla:

”No, kuule tuota niin. Kyllä me aika paljon perusaukeamia lasketaan, mutta ei kaikkia ehditä. Ei me ehditä kaikkia kato ku tota ku tuota se kirja on niinku laadittu niin, että siellä on sitte muitakin tehtäviä.”

Anna kertoi matematiikan oppikirjan opettajan oppaan merkityksestä opetuksen apuna näin:

”No, opettajan opas, niin tota kyllä sitä voi pitää matematiikkaa hyvin ilman sitä opastakin. Ei se siitä oo kiinni ollenkaan eikä sitä aina tuu kattoneekskaan. Mutta mä oon jopa kiitollinen ihan valmiista päässä laskuistaki syystä, että että ne on kuitenkin tota, kun ite rupee tossa keksimään, niin siinä menee kuitenkin aina vähän enemmän miettimiseen aikaa kuin että sä vaan sieltä äkkiä satelet sieltä oppaasta. Ei mee siitä tunnista niin paljon ja sitte tulee monipuolisesti.”

Vaikka Annan uskomuksissa nouseekin esille matematiikan oppikirjan mukaan aukeama kerrallaan etenevä opetus, niin aiemmin jo oppimisen yhteydessä tuli esille, että Annan mielestä lapsilla tulisi olla monipuolisia, haastavia tehtäviä ja heillä tulisi olla mahdollisuus oivaltaa uusia asioita valmiin matematiikan opettamisen rinnalla. Tätä tukee myös väittämän 9 (liite 8) vastaus, jonka mukaan Anna haluaa huomioida lapset yksilöinä ja tukea jokaisen opiskelua tämän omalta tasolta.

Annan uskomuksissa opetuksen tulee siis olla konkreettista ja käytännönläheistä, lasten tulee tutkien ja leikkien oppia uusia käsitteitä (ymmärtäminen) opettajan ohjatessa, mutta toisaalta opettajan tulee näyttää käsite ja opettaa kuinka sitä käytetään. Lisäksi opetuksen tulee edetä oppikirjan mukaan, vaikka opettaja osittain käyttäisikin omaa aineistoa opetuksessa. Matematiikan tehtävien tulee ainakin osittain liittyä hiljattain opittuihin asioihin, mutta toisaalta tehtävien tulee olla monipuolisia, jotta oppilailla olisi mahdollisuus soveltaa muitakin kuin vasta opittuja asioita. Myös koulutulokkaan aikaisemmat matemaattiset kokemukset olisi huomioitava opetuksessa, mutta silti matematiikan oppitunneilla lasten tulisi ratkaista samat tehtävät.

*Uskomukset matematiikan opetuskäytännöistä.* Annan uskomukset matematiikan opetuskäytäntöjen osalta ovat sekoittuneita polaroituen lähes perinteiseen suuntaan. Hänen vastauksistaan on kahdeksan ei perinteistä vastausta, kuusi lähes ei perinteistä vastausta, yksi sekoittunut vastaus, kahdeksan lähes perinteistä vastausta sekä yhdeksän perinteistä vastausta.

Annan opetuskäytäntöjä koskevissa uskomuksissa matematiikan oppikirjan asema näyttää vahvalta (liite 8: väittämät 44, 50 ja 55). Luottamusta matematiikan oppikirjaan tukee myös kyselylomakkeen oppimateriaalin tärkeysjärjestyksen nimeämistä koskeva (kysymys 7) vastaus sekä opetuksessa käytettä-

vien oppimateriaalien ja välineiden nimeämistä koskeva (kysymys 6). Anna nimesi tärkeimmäksi oppimateriaaliksi matematiikan oppikirjan, jonka jälkeen tulivat matematiikan oppikirjan opettajan opas, tunneilla vaihtuva oheismateriaali sekä eri kustantajien vastaavat oppikirjat. Anna kertoi käyttävänsä opetuksessaan matematiikan oppikirjaa, opettajan opasta, satataloa, viivainta, mittanauhaa, opetusrahoja sekä helmitaulua ensisijaisesti kertotaulun opetuksessa. Anna kertoo koulunsa matematiikan opetusvälinetasosta seuraavaa:

”Kyllä meillä on opetusvälineitä. Onhan meillä semmonen kaappi, jossa on harjit ja kaikki oikein. Opetusvälineet on yhteisiä. Näitä helmitauluja on vaikka kuinka paljon kyllä ja meillä on kaks isoakin.”

Erilaisten opetusvälineiden käyttöön matematiikan opetuksessa viittaavat myös seuraavien väittämien vastaukset 63, 65 ja 69 vastaukset (liite 8). Myös opetuskäytäntöjä koskevien uskomusten yhteydessä nousee esille lasten oivallukset sekä se että lasten tulee saada tutkien ja leikkien oppia uusia käsitteitä (liite 8: väittämät 8 ja 18). Lasten oivalluksia ja lasten huomioimista yksilöinä voi tukea esimerkiksi oppimisvälineiden ja erilaisten työtapojen käytöllä. Annan suhtautuminen erilaisten työtapojen käyttöön vaikuttaa jonkin verran ristiriitaiselta, sillä toisaalta hän painottaa yksin työskentelyä, mutta toisaalta hänen uskomuksissaan painottuu yhdessä työskentely, jossa lapset työskentelevät samojen tehtävien parissa (liite 8: väittämät 26, 31, 66, 67, 68). Anna näkee matematiikan kokonaisuutena, joka on helppo sekä integroida muihin oppiaineisiin että liittää osaksi kokonaisopetussuunnitelmaa (liite 8: väittämät 4 ja 14). Hän kertoo kokonaisopetuksen käyttämisestä alkuopetuksessa näin:

Haastattelija: ”Käytätkö kokonaisopetusta opetusmenetelmänä?”  
 ”No, tota en mä täysin. Kyllä aina sitä yrittää näin katsoa, että oisko jotakin samaa. Mutta kato en mä takia käytä, koska siihen pitäs tehdä - paljon aikaa - kuule siihen pitäs tehdä koko runko koko vuotta varten.”

Opettajan tehtävästä tuli jo aikaisemmin esille se, että Annan uskomuksissa on sekä oppimistilanteiden ohjaajan että valmiiden mallien näyttäjän roolit.

Kokonaisuudessaan Annan uskomuksissa opetuskäytäntöjä kohtaan ovat esillä niin myönteinen suhtautuminen toiminnallisiin työtapoihin, oppikirjaan työvälineenä kuin konkreettisiin oppimisympäristöihinkin, mutta kannatusta saa myös oppikirjan mukainen eteneminen, yksin työskentely ja valmiin mallin näyttäminen.

## **B) Oppituntien tarkkailun perusteella nouseva kuvaus**

”Minä oon aina tykäny matematiikasta. Olen kokenu sen mukavana oppiaineena”

Anna toimi luokanopettajana pienen kunnan keskustan ala-asteella. Tällä koululla oli oppilaita 138 ja kuusi opettajaa. Hänellä oli kansakoulun opettajan kaksivuotinen koulutus. Annalla oli opettajakokemusta jo yli 30 vuotta. Anna opetti lukuvuonna 1999-2000 ensimmäistä luokkaa, jolla oli 23 oppilasta. Edellisen ensimmäisen luokan hän oli vienyt neljännen luokan loppuun asti.



Videointijakson aikana keväällä 2000 Annan oppituntien aiheina olivat kymmenylitys vähennyslaskussa (laskuperheen muodostaminen), kymmenylitykseen vähennyslaskussa liittyvä opitun kertaus, mittaaminen (vertailua; pitempi, lyhempi), mittaaminen (yhtä pitkä, pisin), mittaaminen (senttimetri) sekä mittaamiseen liittyvää pituuden arvioimista. Oppilailla oli matematiikkaa kolme tuntia viikossa. Anna opetti matematiikkaa neljä tuntia viikossa, koska näistä kolmesta tunnista oli yksi tunti jakotunti. Jakotunti tarkoittaa sitä, että oppilaat on jaettu kahteen ryhmään ja paikalla on aina puoli ryhmää yhdellä kerralla. Oppilaat istuivat luokassa neljässä rivissä peräkkäin. Opettajan pöytä oli luokan edessä oikealla puolella. Luokan seinällä oli merkittynä pahvitau- luilla numerot 1-10, joista jokainen oli havainnollistettu kymmenlaatikon avul- la.

Kaikki näkemäni oppitunnit puolentoista viikon aikana (6 h) olivat hyvin opettajajohtoisia ja alkoivat yleensä opettajan alustuksella käsiteltävästä asiasta. Matematiikan oppikirjan ja opettajan oppaan lisäksi Anna käytti opetuksessaan piirtoheitintä, taulua, tauluviivainta sekä helmitaulua. Katsoimme Annan kans- sa loppuhaastattelussa videolta laskuperheen opetusta koskevan opetustuoki- on. Kävimme opetustuokion pohjalta Annalle tyypillisestä opetustavasta seu- raavan keskustelun:

Haastattelija: "Onko sinun opetustavallesi tyypillistä, että yleensä otat matematiikan oppikirjan opettajan oppaan kehyskertomuksen ja menet sen kautta uuteen asiaan. Tämä tunti alkoi sillä tavalla, että ensin otit päässälaskuja ja sitten luit opettajan op- paan kehyskertomuksen, jonka kautta lähestyit uutta asiaa. Onko tämän sinun tapasi aloittaa opetus?"

"No, kyllä mun mielestä enimmäkseen, vaikka mä tiedän, että ois kyllä joku muukin tapa, mutta kun täällä on näitä heikkoja - niin niin tota mulla on viis semmosta, jotka tarttee paljon apua. Musta tuntuu, että mä saan sen asian menemään perille kaikkein parhaiten näin. Ku mä näin sen meen, niin sitte tää muu sakki osaa tehejä ja sitte mä ehdin opettaa."

Haastattelija: "Niin sä tavallaan otat aikaa näin niille heikommille."

"Niin, niin niille just, jotka tarttee sitä aikaa. Mä oon edelleen sitä mieltä, että täm- mönen tutkiminen ja kaikki ni se ois kauheen hieno homma, mutta...."

Yllä olevasta keskustelusta käy ilmi, että Anna haluaisi käyttää toiminnallisia työtapoja opetuksessaan, mutta hän kokee, että ei silloin ehdi opettaa heikom- pia oppilaita. Myös uskomuskyselyn perusteella nousi esille Annan myönteis- syys konkretiaa ja toiminnallisia työtapoja kohtaan. Anna kertoi toiminnallisten työtapojen esteistä näin:

"No, se on just se, että meillä ei just ole semmosia tilojakaan just täällä edes ollen- kaan, että. Jos ois vähän enemmän jonkinlaista aukkoa, johon vois mennä niin että se sitten. Jos täällä tehdään jotakin muuta, niin se on näitten toisten vieressä tää hom- ma ja ne ei osaa keskittyä siihen omaansa, että pitäs olla jokin syvennys tuosa, että joku semmonen oma koppero tuolla, johon vois mennä. Että ois semmonen niinku matikan luokka."

Anna koki toiminnallisten työtapojen esteenä puutteelliset tilat. Toisaalta yllä olevasta puheenvuorosta tulee esille myös se, että lapset eivät voi hänen mie- lestään keskittyä, jos toiset tekevät erilaisia tehtäviä ja käyttävät erilaista mate- riaalia. Myöhemmin hän vielä mainitsi suuren oppilasmäärän toiminnallisten

työskentelytapojen esteenä. Näyttäisi siltä, että sosiaaliset tekijät aiheuttavat esteitä hänen uskomustensa toteutumiseksi luokkatilanteessa. Anna arvioi videolta katsotun opetustuokion jälkeen omaa opetustaan näin:

”No, mukavaahan tuo on kattoo oma opetus. Mä tiedän, että vauhtia on joskus turhankin paljon, mutta en mä nyt tiedä onko mulla hirveen usein. Se, että on tää jonkinlainen tavoite ollu viedä se tuntiki läpi..... Mä koko ajan kumminki katon luokkaa, että mä näen ollaanko nyt samalla aaltopituudella. En mä sillä tavalla vauhtia pidä, että kyllä mä aina sen katson, että tässä on hyvä nähdä kun me ollaan näin lähemmäin.... Joo, kyllä mulle tuli mieleen, että mun ois varmaan pitäny tuota ottaa ihan oikeat kennot ja kananmunat. Nyt aattelin niin, että olisin tehny.”

### 8.3.2 ”Että he saisivat onnistumisen omenoita tässäkin”

#### A) Uskomuskyselyn ja haastattelun perusteella nouseva kuvaus

*Uskomukset matematiikkaa kohtaan.* Bertan uskomukset matematiikkaa kohtaan ovat sekoittuneita. Kyselylomakkeen Likert-asteikollisen osan vastauksissa on kolme ei perinteistä, kuusi lähes ei perinteistä sekä yksi perinteinen vastaus.

Bertta määritteli kyselylomakkeen avoimen kysymyksen vastauksessaan matematiikan olemusta seuraavasti:

”En osaa antaa mitään hienoa määritelmää matematiikasta. Tulee vain monien asioiden kirjo mieleen: ongelmanratkaisua, lainalaisuuksien etsimistä, lukumääriä jne. jne.”

Tämä vastaus samansuuntainen kyselylomakkeen Likert-asteikollisen osan vastausten kanssa, sillä siinä on sekä konstruktivistisia että platonistisia piirteitä. Ongelmanratkaisu viittaa konstruktivismiin ja taas lainalaisuuksien etsiminen voidaan yhdistää platonistisiin piirteisiin. Haastattelussa Bertta painotti yksilön omien toimintamallien rakentamista:

”Matematiikka on niin hirveen monta asiaa yhtä aikaa, että tuota - Kun siihen liittyy tuota kaiken maailman päättelytaitoa, ongelmanratkaisua ja ja tuota.... Ehkä se on sellaisten toimintamallien rakentamista semmosten toimivien, sulle toimivien, mallien rakentamista, millä sä pärjät niinku elämän eri tilanteissa.”

Tämä määritelmä viittaa konstruktivistiseen käsitykseen matematiikasta, koska siinä tulee esille yksilön oman matematiikan rakentaminen eli jokaisen tulee itse rakentaa omat toimintamallinsa. Myös kyselylomakkeen vastauksissa nousee esille konstruktivistinen näkemys matematiikasta kuten ongelma-keskeisyys, erilaisten ratkaisutapojen merkitys sekä yhteydet käytännön elämään (liite 8: väittämät 19, 32, 37, 38, 47, 49 ja 54). Konstruktivististen piirteiden ohella Bertan uskomuksissa tulee esille myös perinteisiä piirteitä matematiikan olemuksessa kuten sääntöjen ja kaavojen muistamista ja oikein käyttämistä sekä selkeyttä, täsmällisyyttä ja ristiriidattomuutta (liite 8: väittämät 25, 35, 42, 43, ja 48).

Kokonaisuutena Bertan uskomuksissa on piirteitä sekä valmiiden sääntöjen ja kaavojen noudattamisesta että ongelmanratkaisusta ja luovuudesta, kuten esimerkiksi erilaisten ratkaisumallien etsimisestä ja matematiikan hyödyllisyy-

destä käytännön elämässä. Bertan mielestä on olemassa muutakin matematiikkaa kuin pelkkä koulumatematiikka (liite 8: väittämä 19).

*Uskomukset matematiikan oppimisesta.* Bertan uskomukset matematiikan oppimista kohtaan ovat lähes ei perinteisiä. Likert-asteikollisen matematiikan oppimista koskevan osion vastauksista on ei perinteisiä vastauksia kymmenen, lähes ei perinteisiä vastauksia on yhdeksän, lähes perinteisiä vastauksia on seitsemän vastausta sekä yksi perinteinen vastaus.

Bertan uskomuksissa tulee esille oppimisympäristöjen käytännönläheisyys, jolloin lapset voivat tutkien ja leikkien oivaltaa uusia asioita (liite 8: väittämät 16 ja 34). Lasten kokemusten sekä konkreettisuuden painottaminen osana lapsen oppimisprosessia tulee esille myös Bertan arvioidessa apuvälineiden merkitystä:

”Kyllä mä nään, että musta on hirveen tärkeätä, että asiat on aisteilla koettavissa, nähtävissä, että pystyy eri aisteilla kokeilemaan niitä asioita.”

Bertta näkee matematiikan oppimisen tavoitteet laajempina kuin kokeisiin sisältyvien asioiden oppimisena, vaikka hän painottaakin peruslaskutoimitusten hallitsemista. Tehtävien sisällön tulisi hänen mielestään toisaalta käsitellä vasta opittuja asioita, mutta toisaalta niihin voisi sisältyä myös sellaisia tehtäviä, joissa tarvitaan muutakin kuin vasta opittua tietoa ja näin ollen aikaisemmin opittujen asioiden osaaminen on tärkeää. Lisäksi Bertta painottaa tehtävissä haasteellisuutta, ongelmanratkaisua ja erilaisia ratkaisumenetelmiä sekä asioiden ymmärtämistä eikä näe niin suurta merkitystä oppimisen kannalta sillä, että harjoitellaan laskusääntöjä ja -menetelmiä. (Liite 8: väittämät 2, 7, 10, 12, 16, 17, 24, 27, 28 ja 30.) Bertta painotti ongelmanratkaisua myös matematiikan olemuksen määrittelyssään. Bertta näkee matematiikan oppimisen luovana (liite 8: väittämä 41). Matematiikkaa voi oppia myös käytännön elämässä ja sen oppiminen on Bertan mielestä merkityksellistä käytännön kannalta (liite 8: väittämät 38, 47 ja 54).

Bertta luottaa osittain matematiikan oppikirjojen malleihin sekä selkeyteen oppimisen ja ymmärtämisen edistäjänä (liite 8: väittämät 46, 60 ja 62). Toisaalta hän luottaa osittain oppikirjojen tehtävien monipuolisuuteen, mutta toisaalta hän ei ole aivan varma siitä onko oppikirjoissa riittävästi monipuolisia tehtäviä (liite 8: väittämät 52, 61 ja 64). Bertan arvion perusteella matematiikan oppikirjan merkityksestä oppimisessa matematiikan oppikirja rajaa opittavien asioiden sisällön:

”Kyllähän se kirja tietenkin sillä lailla määrää tavallaan sen sisällön, kun siihen tehdään, mutta toki niinku ne asiat, mitkä mun mielestä on syytä käydä ykkösellä, kakosella, niin kyllä ne on niinku sillä lailla kristallisoitunu, että niitä ei tarvi niinku katsoa.”

Kokonaisuutena Bertan uskomuksissa matematiikan oppimista kohtaan tulevat esille luovuus (erilaiset ratkaisumenetelmät ja lasten oivallukset), käytännönläheiset oppimisympäristöt, konkreettisuus, oppimisen hyödyllisyys, mutta toisaalta jonkinlainen luottamus oppikirjoihin ja niiden antamiin malleihin, jotka

luovat ikään kuin kehykset hänen uskomuksilleen siitä, millä tavalla matematiikkaa tulee oppia.

*Uskomukset matematiikan opettamisesta.* Bertan uskomukset matematiikan opettamista kohtaan ovat sekoittuneita polaroituen lähes ei perinteiseen suuntaan (taulukko 8.1). Hänen vastauksistaan on ei perinteisiä vastauksia kuusi, lähes ei perinteisiä vastauksia kolmetoista sekä lähes perinteisiä vastauksia kaksitoista vastausta sekä yksi perinteinen vastaus.

Likert-asteikollisen uskomuskyselyn mukaan Bertta haluaa osittain luottaa matematiikan oppikirjojen selkeyteen ja monipuolisuuteenkin (liite 8: väittämät 52, 61 ja 64), mutta opetuksessa hän ei usko täysin noudatettavan opettajan oppaan antamia ohjeita ja malleja eikä opetuksessa tarvitse hänen mukaansa edetä matematiikan oppikirjojen mukaisesti (liite 8: väittämät 5, 6, 15 ja 16). Bertan arvio nykyisestä hänellä käytössä olevan matematiikan oppikirjan tavasta esittää uusia asioita osoittaa kriittistä suhtautumista oppikirjoihin:

”Joskus vaan tuntuu, että tää kirja etenee sillai vähän hankalasti, että kun tulee uus asia, niin se vaan tupsauttaa sen siihen eteen valmistelematta (viittaa oppikirjan antamiin valmiisiin malleihin)..... Se niinkun tavallaan räväyttää sen asian liian vaikeasti siihen, että lapset niinku menee ensin kipsiin ja tota kokee sen vaikeana. Sit se lähtee niinku purkamaan niinku sitä. Niinku, että se monesti lamauttaa lapset, että ne tuntee, että se asia on niinku vaikeampi asia kuin, mitä se sitte onkaan.”

Vaikka Bertta ei suhtaudu kovinkaan myönteisesti oppikirjan mukaiseen etenemiseen, hän myöntää noudattavansa oppikirjan etenemisjärjestystä opetuksessa:

”Kyllä mä etenen oppikirjan mukaan. Menen niinku sen kirjan järjestyksessä, että en juurikaan sitä järjestystä sitte muuta. No joskus on sillä lailla, että on esimerkiksi jotakin geometrian jaksoa saattanut vähän heivata tai riippuen vähän, että mikä asia on.”

Väittämän kuusi vastauksen (liite 8) mukaan Bertan mielestä matematiikan opettajan oppaassa on ainakin osittain sellaisia ohjeita ja malleja, joiden mukaan opetuksessa täytyisi edetä. Bertan arvio matematiikan oppikirjan opettajan oppaan merkityksestä opetuksen suunnittelulle vahvistaa kriittistä suhtautumista matematiikan oppikirjaan ja opettajan oppaaseen:

”Kyllä se hyvä apuväline on. Mutta siinä on suuri vaara, että sä alkaa kahlitsemaan sua liikaa. Niin jos sä rupeet orjallisesti seuraamaan. Esimerkiks sieltä mun tuo ja tuo varmaan pitäs ottaa, että kun ne on kattonu ja keränny sen tuohon, mutta että toki pitää pitää päänsä kylmänä, että katsoo hirveen kriittisesti, että mikä palvelee parhaiten mua tai mikä siis asian opettamisessa palvelee. Ihan kiva, että niitä vihjeitä siinä on, että tuota sä voit niitä lueskella siitä ja miettiä, että onks näistä joku sopiva tai sitten ottaa jotain ihan muuta. Mutta että kyllä mä näen, että se on semmonen hyvä apuväline, mutta se ei saa kahlita liikaa.”

Bertan vastausten perusteella matematiikan oppikirja ja opettajan opas eivät hallitse hänen opetustaan, mutta jollakin tavalla hän haluaa uskoa matematiikan oppikirjaan siltä osin, että sen esittämä asiasisältö vastaa opetukselle an-

nettuja tavoitteita. Esimerkiksi kaikki lapset laskevat hänen mukaansa pääsääntöisesti peruslaskuihin liittyvät tehtävät:

”Joo, siis nää perussivut - siis tärkeimmät sivut - ilman muuta lasketaan kaikki. Mutta että niinku ei välttämättä ehdi ei ei niinku lisätehtäviin ehi välttämättä joku ollenkaan. Paitsi sitten me kyllä otetaan, kun mennään eteenpäin kirjaa, niin sitten tulee muunkinlaista. Mut että kyllä se niinku eriyttämällä menee. Ja sitte musta niinko pitää päästää semmonen heikompiki miettimään jotain - tekemään jotain erilaista.”

Edellä olevasta tulee esille myös halu eriyttämiseen, mikä tulee esille myös väittämien 63 ja 67 vastauksista (liite 8). Näistä vastauksista tulee esille myös toiminnallisuuden ja lasten oivalluksien huomioimista opetuksessa. Sekä oppimista että opetusta koskevien uskomusten kohdalla tulee yhteisenä esille Bertan luottamus käytännönläheisiin ja konkreettisiin oppimisympäristöihin, joissa lapset voivat tutkien ja leikkien oppia uusia käsitteitä ja asioita (liite 8: väittämät 16, 21, 22, 27 ja 34). Konstruktivistinen oppimiskäsitys tulee osittain esille väittämien 9, 13 ja 40 vastauksissa (liite 8), joissa painotetaan aikaisempien matemaattisten kokemusten huomioimista matematiikan opetuksessa sekä pyrkimistä matematiikan ymmärtämiseen. Ymmärtämisen ja aikaisempien matemaattisten kokemusten huomioimisen ohella Bertta haluaa ainakin jonkin verran vaatia lapsilta tarkkuutta ja matemaattisten merkintöjen oikein käyttämistä (liite 8: väittämät 45, 57 ja 58). Hienoista ristiriitaa ymmärtämisen painottamisessa matematiikan opetuksessa aiheuttaa Bertan vastaus väittämään 57, jossa hän osittain hyväksyy sen, että on paljon tärkeämpää osata käyttää laskusääntöä tai kaavaa oikein kuin ymmärtää sitä. Bertan mukaan opettajan tehtävä ei ole näyttää, kuinka uusia käsitteitä ja menetelmiä matematiikassa käytetään, vaikka hän itse myöntää ainakin osittain näin tekevänsä (liite 8: väittämät 20, 23, 36 ja 51).

Kokonaisuutena Bertta osittain luottaa opetuksessa matematiikan oppikirjojen selkeyteen ja monipuolisuuteenkin, mutta opetuksessa ei hänen mukaansa täysin noudateta opettajan oppaan antamia ohjeita ja malleja eikä opetuksessa tarvitse edetä oppikirjojen mukaisesti. Toisin sanoen matematiikan oppikirjat eivät välttämättä hallitse hänen opetustaan, mutta hän haluaa luottaa niiden esittämään asiasisältöön ja järjestykseen. Bertan uskomuksissa matematiikan opetusta kohtaan näkyy matematiikan ymmärtämisen, toiminnallisuuden, käytännönläheisyyden, ongelmanratkaisun ja erilaisten ratkaisumenetelmien painottaminen. Toisaalta hänen uskomuksissaan ilmenee halu vaatia tarkkaa ilmaisua ja selkeyttä sekä laskusääntöjen ja -kaavojen oikein käyttämistä, vaikka näitä kaavoja ja sääntöjä ei ymmärrettäisi.

*Uskomukset matematiikan opetuskäytännöistä.* Bertan uskomukset matematiikan opetuskäytäntöjä kohtaan ovat lähinnä sekoittuneita polaroituen lähes ei perinteisen suuntaan (taulukko 8.1). Hänen vastauksistaan on ei perinteisiä neljä vastausta, lähes ei perinteisiä kahdeksantoista vastausta sekä lähes perinteisiä kymmenen vastausta. Bertta kuvaa ihanneoppimisympäristöä näin:

”Elikä kyllä tota mä näkisin, että ois niinkun apuvälineitä. Kaikkia tällasta, mistä voi konkreettisesti tehdä niitä lukumääriä ja ja et niitä havaintovälineitä ois näkyvillä ja lapsen pulpetissa ja niitä ois täällä luokassa. Näkömuisti monesti vahvistaa niinku

tämmösiä. Esimerkiksi kymppin parit tossa nyt ja ja että niitä apuvälineitä on täällä. Ja taulukkoja ja muita ja sitte semmostakin pystyy tekemään, kun on semmonen ympäristö, että siinä voidaan havainnollistaa, kun tulee esimerkiksi kakkosella näitä pituuksia ja muita. Yleensäkin se, että on tilaa ja värkkiä millä tehdä. Ja tilat semmoset toimivat.”

Edellä oppimisen ja opettamisen yhteydessä tuli esille, että Bertta tuntee luotamusta matematiikan oppikirjan selkeyteen siinä määrin, että hänen mielestään lapset voisivat oppikirjojen malliratkaisujen avulla oppia ymmärtämään ja käyttämään laskusääntöjä ja -menetelmiä (liite 8: väittämä 46). Matematiikan oppikirjan keskeistä asemaa Bertan opetuskäytännöissä vahvistaa myös kyselylomakkeen oppimateriaalin tärkeysjärjestystä koskeva kysymys (7) sekä opetuksessa käytettäviä oppimateriaaleja koskeva kysymys (6). Bertan on nimenmyt annetuista vaihtoehdoista tärkeimmäksi oppimateriaaliksi matematiikan oppikirjan, jonka jälkeen tulivat matematiikan oppikirjan opettajan opas, tunneilla vaihtuva oheismateriaali sekä eri kustantajien vastaavat oppikirjat (kysymys 7). Bertta kertoi käyttävänsä opetuksessaan matematiikan oppikirjaa, matematiikan oppikirjan opettajan opasta, tietokoneohjelmia, satataloa, viivainta, mittanauhaa, oppimispeljä, opetusrahoja, numerokortteja ja -tauluja, puukuutioita sekä unifix -palikoita yms.

Bertta haluaa nähdä matematiikan oppikirjan lähinnä työvälineenä ja opettajan oppaan osaksi suunnittelun apuna (liite 8: väittämät 44, 50 ja 55). Tätä näkökulmaa tukee jo edellä opetuksen yhteydessä käsitellyt väittämien 5 ja 15 vastaukset (liite 8), joiden mukaan Bertan mielestä opetuksessa ei yleensä tarvitse orjallisesti noudattaa oppikirjojen ohjeita eikä edetä aukeama kerrallaan. Kuitenkin opettamisen yhteydessä Bertta kertoi omasta suhteestaan matematiikan oppikirjaan, että hän noudattaa matematiikan oppikirjan etenemisjärjestystä ja pääsääntöisesti lapset laskevat kaikki perusaukeamiin liittyvät tehtävät. Edellinen vahvistaa väittämän kuusi vastausta, jonka mukaan Bertta on osittain samaa mieltä siitä, että alkuopetuksen matematiikan opettajan oppaassa on keskeisimmät opetusvihjeet ja -mallit, joiden mukaisesti opetuksessa on edettävä. Lisäksi Bertta on osittain sitä mieltä, että matematiikan oppikirjaa yleensä käytetään lähes jokaisella matematiikan oppitunnilla, mutta hän kertoo pitävänsä myös oppikirjattomia tunteja. Bertan käsitys matematiikan oppitunnin etenemisestä poikkeaa perinteisestä oppitunnin rakenteesta (liite 8: väittämä 29). Väittämän 29 vastaus antaa myös omalta osaltaan viitteitä siitä, että oppikirja saattaa olla Bertalle paremminkin työväline kuin opetuksen ohjaaja. Bertta käyttää opetuksessaan lähinnä valmista aineistoa, joka on saatavissa joko oppikirjoista tai muualta (liite 8: väittämä 69). Matematiikan valmiskokeiden toimivuuteen ja käyttöön Bertta suhtautuu epäilevästi (liite 8: väittämät 33 ja 39). Bertta kertoo valmiskokeiden käytöstä seuraavaa:

Haastattelija: ”Käytetäänkö teillä matematiikan oppikirjan valmiskokeita?”

”Kyllä ja tota niin siinä on niinku että perusaukeamien testi, jonka mä aina pidän säännöllisesti. Sen mä säännöllisesti teetan.”

Haastattelija: ”Oletko ajatellut, että voisit laatia kokeet itse?”

”Mä oon monesti aatellu, täytyy myöntää. Mä oon monesti aatellu, että tehäänpä ite, mutta tuota, onko laiskuus. ... Osaako laatia sitten mielestään parempia ku tuossa kirjassa.”

Matematiikan oppitunnilla tulee Bertan mukaan painottaa oppilaiden luovuutta, sillä matematiikan tehtävien ratkaisutavat ovat hänen mielestään tuloista tärkeämpiä (liite 8: väittämät 8 ja 18). Hänen mielestään se prosessi, miten tulokseen päästään on tärkein:

”Ei se tulos kaiken a ja o oo. Se miten siihen päästään. Tietenkin sitä pyritään pääsemään oikeaan tulokseen, mutta se mitä tapahtuu siinä välillä on tärkeintä.”

Bertta painottaa hyvän ongelmatehtävän tunnusmerkkinä erilaisten ratkaisumallien merkitystä:

”Musta semmoset on hyviä ongelmatehtäviä, että siellä on useita ratkaisumalleja. Ja onhan se tietenkin semmonen, joka on niinku lapsen kokemusmaailmaa lähellä monestiki, että se saattaa niinku sitä ahaa -pintaa auttaa, että ne sytyttää ne myöskin.”

Bertan mielestä matematiikan oppitunnin rakenteeseen kuuluu olennaisena osana tehtävien ratkaiseminen - se ratkaisevatko oppilaat tehtäviä vai ratkaistaanko tehtäviä opettajajohtoisesti, ei käy tässä ilmi. Opetuksen yhteydessä tuli jo esille, että Bertan mielestä opettajan tehtävä matematiikan tunnilla on enemmän oppimistilanteiden ohjaaja ja hyvän järjestyksen pitäjä kuin uusien menetelmien ja käsitteiden näyttäjä (liite 8: väittämät 20, 23 ja 36). Kuitenkin hienoista ristiriitaa näiden uskomusten kanssa aiheuttaa väittämän 51 vastaus (liite 8), jonka mukaan Bertta ainakin osittain näyttää omassa opetuksessaan, kuinka uusi matematiikan käsite määritellään ja kuinka sitä käytetään. Toisin sanoen opettajan roolina on Bertan mukaan matematiikan opetuksessa jossain mielessä olla oppimisen ohjaaja, mutta myös järjestyksen pitäjä ja valmiiden mallien näyttäjä. Bertta painottaa opetuskäytännössään toiminnallisuutta matematiikan opetuksessa, yhdessä työskentelyä, ryhmätyötä ja eriyttämistä (liite 8: väittämät 26, 31, 63, 64, 66, 67 ja 68). Toiminnallisiin työtapoihin ja luovuuteen viittaa myös Bertan suhtautuminen siihen, miten matematiikkaa voi integroida muihin oppiaineisiin ja kokonaisopetukseen (liite 8: väittämät 4 ja 14).

Bertta ei haluaisi vaatia oppilailta samojen tehtävien suorittamista matematiikan oppitunneilla, mutta kuitenkin perusaukeamiin liittyvät tehtävät tulee kaikkien laskea kuten opettamisen yhteydessä tuli esille. Väittämän 67 vastaus (liite 8) antaa tukea sille, että Bertan opetuksessa ei edettäisi oppikirjan mukaisesti aukeama kerrallaan (liite 8: väittämät 5 ja 15).

Kokonaisuutena Bertan uskomukset matematiikan opetuskäytäntöjä kohtaan tuovat esille toiminnallisten ja konkreettisten työtapojen painottamisen opetuskäytännöissä; opettajan roolin osittain valmiiden mallien näyttäjänä ja järjestyksen pitäjänä, mutta myös oppimisen ohjaajana; matematiikan oppikirjan näkemisen paremminkin työvälineenä, mutta myös osittain selkeänä valmiiden mallien näyttäjänä, joiden avulla opitaan ymmärtämään laskusääntöjä ja -menetelmiä; erilaisten ratkaisutapojen painottamisen opetuksessa sekä matematiikan näkemisen osana muita oppiaineita. Matematiikan oppikirjan opettajan opas ja oppikirja eivät näyttäisi täysin hallitsevan Bertan opetuskäytäntöjä, vaikka Bertta luottaakin niihin.

## B) Oppituntien tarkkailun perusteella nouseva kuvaus

Bertta toimi luokanopettajana keskustan ala-asteella. Tällä koululla oli oppilaita lähes 300 ja opettajia noin 15. Bertalla oli opetuskokemusta yli 20 vuotta. Hänellä oli opetettavana ensimmäinen luokka, jossa oli 16 oppilasta. Hän vei tavallisesti saman luokan toisen luokan loppuun asti.

Bertta kertoi pitävänsä matematiikan opetuksesta. Hän luonnehti omia kouluaikaisia kokemuksiaan matematiikan oppitunneilla ja omien kouluai-kaisten muistojen vaikutuksia omaan opetukseensa seuraavalla tavalla:

”Kyllä mä pidän matematiikan opetuksesta ja mä monesti sitä mietin, että mulla on ollu itellä vaikeuksia matematiikan kanssa pienenä joskus siellä tuota noin sano-taanko siihen aikaan kansakoulun tuota joskus siellä kolmannella - neljännellä, kun just alko tulemaan niitä sanallisia ja päässälaskuja ja mä muistan, että mä koin ole-vani melko huono siinä ja ehkä se on mulle joku semmonen niinko tarve, että mä saisin näille sen mielekkääks sen matematiikan....Ehkä mä peilaan niinku sitä, että mä muistan niinku tosi pettymyksiä tuli hirveästi ja tokihan se oli erilaistakin sillon, että vaan laskettiin vihkoon vaan koko ajan ja ja tuota...Niinko, että piti nousta sei-somaan ketkä sai kympin. Ne sai nousta ensin seisomaan, sitte ne ketkä sai ysin jos-sakin päässälaskutehtävissä ja sitte aina ne viimeiset.”

Bertta oli kokenut pettymyksiä ja vaikeuksia matematiikan opiskelussa omana kouluaikanaan ja näyttää siltä, että näillä epämiellyttävillä kokemuksilla on yhteyksiä hänen haastattelun aikana määrittelemälleen omalle opetusfilosofi-alle:

”Joo kyllä mä tykkään, että se se ymmärtävä oppiminen toiminnan ja kokeilujen ja eri aistien kautta ja ja ja sitten niinku tää sosiaalisuus tässä matematiikassaki, että jos toinen on heikompi, niin panet sen semmosen kaveriks, joka joka ehkä saa hyvin selvää siitä sanallisesta tehtävästä. He voivat auttaa toinen toisiansa. Että ei vaan niinku sitä, että minä kaadan jotakin heidän suuhunsa ja he ottavat vaan vastaan, vaan se että tota niin voi oppia myöskin toiselta ja tekemisen kauttakkin.”

Kaasila (2000) on tutkimuksessaan viitannut luokanopettajaksi opiskelevien opiskelijoiden kouluai-kaisten muistikuvien merkitykseen matematiikkaa kos-kevien käsityksien ja opetuskäytäntöjen muotoutumisessa. Hän on saanut viit-teitä siitä, että kouluaikaisilla muistoilla on merkitystä opiskelijan kuvaan hä-nestä itsestään matematiikan osaajana, matematiikasta, matematiikan opetuk-sesta, oppilaan asemasta luokassa sekä opetuskäytännöissä. Tässä Bertan tapa-uksessa kouluaikaisilla muistoilla on merkitystä Bertan opetusfilosofian suh-teen, sillä hän haluaa, että hänen matematiikan opetuksensa olisi mielekästä lapsille eikä tuottaisi pettymyksiä. Hän painottaa ymmärtämisen merkitystä sekä sosiaalisuutta ja yhdessä oppimista, niin että sanalliset tehtävät eivät olisi lapsille ylivoimaisia.

Bertan oppitunnit videointijakson aikana käsittelivät lukualuetta 0-20 ja erityisesti kymmenylitystä yhteenlaskussa, kun yhteenlaskettavana on luku 7, 6 tai 5 sekä pylväsdigrammin tulkitsemista kyseisellä lukualueella. Bertta opetti ensimmäistä luokkaa. Luokassa oli kuusitoista oppilasta, jotka istuivat neljän oppilaan ryhmissä. Jokaisella ryhmällä oli omat hauskat nimet: vakoojat, lei-jonat jne. Luokassa ei ollut perinteistä opettajan pöytää, vaan luokan perällä oli



työtila, jossa opettaja voi työskennellä. Lisäksi luokan perällä oli tietokone sekä levähdystila oppilaita varten. Luokan edessä olevan taulun yläpuolelle oli sijoitettu kartongista valmistettuja ympyröitä, jotka oli yhdistetty toisiinsa langalla ja ympyrät oli numeroitu 1-20. Ympyröistä kymmenen ensimmäistä oli punaisia ja numeroilla 11-20 merkityt ympyrät olivat vihreitä. Lisäksi oppilailla oli matematiikan oppikirjan lisäksi henkilökohtaisina oppimisvälineinä numerokortit 1-20, joista numeroilla 1-10 merkityt olivat punaisia ja numeroilla 11-20 merkityt olivat vihreitä.

Bertan luokalla oli matematiikkaa kolme tuntia viikossa. Bertta opetti matematiikkaa neljä tuntia, koska yksi näistä kolmesta tunnista oli jakotunti. Hän luonnehti jakotuntien merkitystä seuraavalla tavalla:

*”Ne on hirveen tärkeitä.”*

Haastattelija: *”Millä tavalla sä käytät näitä jakotunteja? Pyritkö ottamaan uuden asian vai jotain muuta?”*

*”Se vähän vaihtelee, että tuota se riippuu, että tuota missä ollaan menossa. Että nii nko tuota.. No just tämä bingo-peli opetellaan. (opettelivat bingo-pelin pelaamista jakotunnilla) Ko se on ollu meillä, että sen nyt pystyy ottamaan esimerkiksi. Tavallaan se on sisäänajo. Se ois ollu kaaos, jos mä olisin ottanu sen koko luokalle. Tai sitten on joku muu homma, minkä tietää että se ei niinku ei koko luokan kanssa onnistu niin hyvin niin silloin ilman muuta tässä. Mutta kyllä se niinku ääh - kyllä niinku semmosia asioita jakotunnilla ottaa, missä pystyy paremmin niinko yksilöllisesti auttamaan lasta. Pystyy paremmin huomioimaan niiden yksilölliset tarpeet ja tavallaan hyödyntämään, kun on tavallaan enempi aikaa sille yhdelle sitten. Mutta myöskin sitte tämmöstä toiminnallista ja kokeilua, mikä niinko pienemmässä ryhmässä onnistuu paremmin. Kyllä se vähän vaihtelee.”*

Bertta koki jakotuntien merkityksen tärkeänä ja nimenomaan sillä tavalla, että hänellä olisi näiden jakotuntien aikana aikaa enemmän ohjata oppilaita yksilöllisesti, kun paikalla on vain puoli ryhmää. Lähes kaikki näkemäni oppitunnit (5 h) alkoivat jollakin opettajajohtoisella leikin alustuksella. Tämän jälkeen opettaja ohjasi oppilaiden leikkiä. Oppitunnin lopussa tehtiin oppikirjan tehtäviä. Yleensä Bertta varmisti, että lapset osaavat erilaiset tehtävät läpikäymällä yhteisesti erilaisten tehtävyyppien rakenteen erityisesti sanallisten tehtävien yhteydessä. Bertta perusteli eräällä oppitunnilla pylväsdiagrammiin liittyvien erityyppisten sanallisten tehtävien läpikäymistä yhdessä seuraavalla tavalla:

*”Ehkä mä aattelin, kun mulla on tässä luokassa semmosia, jotka tuota, joilla on nii nku vaikeuksia ja varsinkin hahmottamisen puolella ja sillai, että tuota. Ehkä mä aattelin, että pääsevät mukaan. ... Siis semmonen, että tuota he kokisivat, että he onnistuisivat myös. He saisivat onnistumisen omenoita tässäkin. Ehkä se on jotain tämmöstä.”*

Bertta pyrki varmistamaan matematiikan oppikirjan perusaukeamilla esiintyvien erityyppisten sanallisten tehtävien läpikäymisellä sen, että kaikki lapset pääsisivät alkuun tehtävissä eli saisivat onnistumisen elämyksiä. Hänen omat kouluaikaiset epämiellyttävät kokemuksensa sanallisten tehtävien suorittamisessa nousivat esille siinä, että hän pyrki varmistamaan lasten osaamisen käymällä yhteisesti läpi erilaisten tehtävien laskutavat. Hän ikään kuin rakensi suojaverkkoja lasten turvaksi, että he eivät putoaisi. Lapset laskivat yleensä perusaukeamilta pääsääntöisesti kaikki tehtävät mutta eivät kaikkia sovellusau-

keamien tehtäviä eivät lisätehtäviä, jotka olivat oppikirjan lopussa erillisessä osastossa. Bertta kertoi matematiikan oppikirjan tehtävien laskemisesta seuraavasti:

”Kyllä niinko perusaukeamat lasketaan, mutta ei meillä niinkö kaikki laske kaikkea, mitä kirjassa on, mutta kyllä niinko perusaukeamat yleensä pyritään tekemään. Sitte kun on sovellusaukeamia, niin kaikki ei pysty tekemään.”

Bertta koki matematiikan oppikirjan kahlitsevana, sillä hän kuvasi suhdettaan matematiikan oppikirjaan näin:

”Kyllä se on kahle. .... Kyllähän se kirja tietenkin sillä lailla määrää tavallaan sen et enemisen, kun siihen tehdään. Tokihan tietenkin se kirja on, että kun siihen tehdään tottakai sitä mennään, mutta meillä on myöskin tunteja, että sitä kirjaa ei käytetä ... pelataan ja tehdään asioita.”

Katsoimme videolta yhdessä kymmenylityksen opettamiseen liittyvän opetus-tuokion, jota Bertta arvioi seuraavalla tavalla:

”Tosiaan tämä, mitä sanoinkin ääneen, että kuinka pienistä palasista sitä lähdettiin käännösliikkeelle. ... Semmonen tunne tuli, että tosi tärkeä asia, että se tulee vastaan niinku jatkuvasti, että tämä tuota kymppin ylitys. Tuli tuosta semmonen tunne, että ei sitä tuota yhtään liian vähän opetettu. Siis ei liikaa opetettu. .... Ja sitte tuli semmonenkin asia, että täähän oli nyt, että se tavallaan tehtiin, että se tuli se tilanne, kun sä olit kuvaamassa, niin mentiin joku asia. Niin tota niin sitte myöskin lapset tekemään sillä helminauhalla olis voinnu laittaa, mutta tuossa nyt se aika oli rajallinen ja sitä-hän me tehtiinkin myöhemmin, että ne ite omasta helminauhastaan hakivat niitä merkkejä. Jokainen joutu harjoittelemaan itse sitä.”

Haastattelija: ”No, mitä olisit tehnyt toisin?”

”Mm, no jos ois aikaa ollu enempi niin se toiminnallisuus, mitä mä aina yritän, että ne tota tekee ite. Hakee ite helminauhasta, tekevät ite, että tai ryhmässä tai parin kanssa tai ..”

Haastattelussa nousi esille tutkijan vaikutus oppituntien suunnitteluun, sillä Bertta koki, että minun tutkijana olisi nähtävä kokonaisuudessaan, kuinka hän opettaa kymmenylityksen. Voi olla, että hänen työskentelystään ei ole tullut esille täysin todellisuutta vastaava kuva esimerkiksi toiminnallisuuden painottamisen näkökulmasta, koska Bertta koki läsnäoloni myös hänen työtään ajallisesti rajoittavana tekijänä. Näin hän on valinnut joissakin tilanteissa opettaja-johtoisen tavan opettaa uusi asia toiminnallisuutta painottavien menetelmien paikalle. Tätä käsitystä vahvistaa seuraava Bertan määritelmä hänelle tyypillisestä tavasta opettaa:

”Se vähän niinku ... se pikkasen niinku vaihtelee riippuen asiasta, mikä on niinku aihe. Ei, ei aina mee samalla lailla.”

### 8.3.3 "Ei se oo semmosta niinko kokemuksellista tai siis tarkoitan semmosta kokeilevaa yleensä matikassa"

#### A) Uskomuskyselyn ja haastattelun perusteella nouseva kuvaus

*Uskomukset matematiikkaa kohtaan.* Cecilian uskomukset matematiikan olemusta kohtaan painottuneet jonkin verran sekoittuneeseen suuntaan (taulukko 8.1). Likert-asteikollisen kyselylomakkeen vastauksista oli ei perinteisiä yhdeksän vastausta, lähes ei perinteisiä viisi vastausta, lähes perinteisiä kaksi vastausta sekä perinteisiä vastauksia neljä. Näissä vastauksissa oli yhdensuuntaisuutta Cecilian antaman avoimen kysymyksen vastauksen kanssa:

"Matematiikan pitää mielestäni olla - varsinkin alkuopetuksessa, mutta myös myöhemmässä vaiheessa - konkreettista ja toiminnallista. Uudet asiat opitaan ongelmien kautta niihin yhdessä ratkaisuja etsien samalla kokien oivaltamisen iloa. Näin oppiminen on syvällisempää ymmärtämistä kuin pelkän laskukaavan soveltamisen jälkeen. Mielestäni on parempi oppia vähän ja syvällisesti kuin paljon ja pinnallisesti."

Cecilia on määritellyt tässä matematiikan olemusta lähinnä oppimisen ja opetuksen näkökulmasta. Vastauksesta on nähtävissä konstruktivismin mukainen ajattelu. Hänen mielestään matematiikkaa opitaan ongelmanratkaisun kautta painottaen konkreettisuutta ja toiminnallisuutta ja tavoitteena on ymmärtäminen eikä ulkoa oppiminen. Cecilia määritteli matematiikan olemusta haastattelun aikana aivan samalla tavalla ongelmakeskeisyyttä painottaen. Lyhyesti voisi sanoa, että matematiikka merkitsee hänelle ongelmanratkaisua. Hän näkee myös matematiikan yhteyden käytännön elämään (liite 8: väittämät 38, 47 ja 54) sekä erilaisten ratkaisutapojen ja oivallusten merkityksen osana matematiikan olemusta (liite 8: väittämät 32, 41, 49 ja 53). Cecilian mukaan ei voida sanoa, että oikeaa matematiikkaa opiskeltaisiin vain koulussa (liite 8: väittämä 19), vaan jokainen luo omaa matematiikkaansa, joka on juuri hänelle oikeaa matematiikkaa.

Vaikka Cecilian vastauksissa korostuu pyrkimys matematiikan ymmärtämiseen (liite 8: väittämät 35, 42, 43 ja 58), hänen uskomuksissaan on myös päinvastaisia piirteitä. Väittämien 25 ja 59 vastauksissa (liite 8) hän osittain myöntää, että matematiikka on ulkoa opettelemista ja muistamista sekä yksiselitteistä, selkeää ja täsmällistä. Täsmällisyyden piirre tulee esille myös väittämien 48 ja 58 (liite 8) vastauksissa, mutta tavallaan kumoutuu väittämän 70 (liite 8) vastauksessa, jossa Cecilia hyväksyy myös sen, että virheistäkin voi oppia. Väittämän 57 vastauksessa nousee esille laskusääntöjen ja kaavojen ymmärtämisen painottaminen ulkoa oppimisen ja tilannesidonnaisuuden sijaan.

Kokonaisuutena Cecilia näkee matematiikan dynaamisena, uusien ongelmien kautta kehittyvänä, mutta toisaalta hänen uskomuksissaan on myös viivahteita täsmällisyyttä, ristiriidattomuutta ja ulkoa opettelua (matematiikan näkeminen valmiina lopputuotteena) painottavista piirteistä.

*Uskomukset matematiikan oppimisesta.* Cecilian uskomukset matematiikan oppimista kohtaan ovat lähes ei perinteisiä painottuen ei perinteiseen suuntaan (taulukko 8.1). Hänen vastauksistaan on 14 ei perinteistä vastausta, kahdeksan lähes ei perinteistä vastausta, kolme lähes perinteistä vastausta sekä kaksi pe-

rinteistä vastausta. Cecilia ei aseta matematiikan oppimiselle mitään vaatimuksia, sillä hän kertoo matematiikan oppimisesta seuraavasti:

”En kannata mitään valmiusajattelua matematiikan oppimisessa, vaan tykkään paremminkin, että ryhmä on tällaa heterogeeninen niin kuin tässä luokassa oli suuria eroja eli silloin ne oppii toisilta hyvin sitä. Että ei tarvi olla millään tasolla.”

Cecilian uskomuksissa matematiikan oppimista kohtaan nousevat esille konkreettisuus sekä käytännönläheiset oppimisympäristöt, joissa on tärkeää lasten toiminnallisuus, yhdessä työskentely ja oivallukset (liite 8: väittämät 16, 22, 27, 28, 31, 34 ja 67).

Väittämän 67 vastaus antaa viitteitä siitä, että Cecilia haluaa käyttää eriyttämistä oppimisen apuna eli lapset saisivat kukin oman tasoisiaan tehtäviä. Hänen uskomustensa mukaan lapsilla tulisi olla monipuolisia tehtäviä, joissa on osattava muitakin kuin vasta opittuja asioita, mutta toisaalta tehtävien tulisi ainakin osittain liittyä vasta opittuihin asioihin (liite 8: väittämät 7, 10 ja 17).

Cecilian mukaan matematiikan oppiminen tulee nähdä alkuopetuksessa laajempaan kuin vain kokeita varten opiskeluna eli hän näkee matematiikan hyödyllisyyden myös käytännön elämän kannalta (liite 8: väittäjä 38 ja 47). Hän painottaa peruslaskutoimitusten osaamista, mutta ei usko ainakaan täysin, että matematiikkaa voisi oppia harjoittelemalla paljon laskusääntöjä ja -menetelmiä. (Liite 8: väittämät 2, 12, 24 ja 30.)

Cecilian suhtautuminen matematiikan oppikirjan käyttöön on osittain ristiriitainen. Cecilia arvioi matematiikan oppikirjan käyttöä matematiikan oppitunneilla seuraavalla tavalla:

”No meidän luokka on suuri, että sitä tehdään joka kerta. Mutta silloin jos ois projekteja vois olla eri tyyppistä. Ne tehtävät vois olla sellasia, mitä ne vois ryhmässä ratkaista ja siihen ratkaisemiseen menis suurin osa tunnista. Ja pohdintaa olis paljon enemmän, että kun tehtävät ovat paljon laajempia.”

Cecilia haluaa tarkastella matematiikan oppikirjoja matematiikan oppimisen näkökulmasta (liite 8: väittämät 44, 46, 52, 60, 61 ja 62). Cecilia haluaisi käyttää erilaisia työtapoja, jotka painottaisivat lasten ajattelua. Väittämän 46 vastauksen mukaan Cecilia kuitenkin uskoo oppikirjojen etenemistapaan. Hänen vastauksensa mukaisesti lapset voivat oppia käyttämään ja ymmärtämään laskusääntöjä ja -menetelmiä noudattamalla oppikirjojen antamia malleja, vaikka hän ei täysin luotakaan matematiikan oppikirjojen mallien selkeyteen ja toimivuuteen oppimisen edistäjinä (liite 8: väittämät 60 ja 62). Cecilian suhtautuminen oppikirjojen tehtävien monipuolisuuteen on myös hieman ristiriitainen.

Kokonaisuutena Cecilian uskomuksissa matematiikan oppimista kohtaan nousevat esille ymmärtämiseen pyrkivä oppiminen ongelmanratkaisun avulla, konkreettisuus ja käytännönläheisyys sekä yhteistoiminnalliset työtavat, mutta toisaalta hänen uskomuksissaan tuli esille myös ymmärtämiseen tähtäävä oppiminen valmiin mallin toistamisen avulla oppikirjasta. Cecilian suhtautuminen matematiikan oppikirjaan on ristiriitainen ja epäilevä.

*Uskomukset matematiikan opettamisesta.* Cecilian uskomukset matematiikan opettamista kohtaan ovat lähes ei perinteisiä (taulukko 8.1). Hänen vastauksen-

sa jakautuivat tässä osiossa seuraavalla tavalla: viisitoista ei perinteistä vastausta, yksitoista lähes ei perinteistä vastausta, neljä lähes perinteistä vastausta sekä kolme perinteistä vastausta. Cecilian uskomuksissa matematiikan opetusta kohtaan nousevat esille toiminnallisuus, monipuoliset työtavat, ymmärtämiseen pyrkiminen (liite 8: väittämät 9, 10, 13, 21 ja 57) sekä toisaalta myös tarkkuuden ja matemaattisten merkintöjen oikein käyttäminen (liite 8: väittämät 24, 45 ja 58). Cecilia painottaa matematiikan alkuopetuksen tärkeimpinä opetuksessa huomioitavia asioita seuraavalla tavalla:

”Kaikkein tärkeintä minusta on se konkreettisuus. Se, että on paljon kans noita tehtäviä, että on paljon noita mekaanisia laskuja. Sitä mää mietin sitä kyselylomakkeen vastausta, että kun olit laittanut väittämän, että matematiikan tehtävien tekeminen on olennaista, niin tarkoitin sillä, että ei oo, että se ei saa olla pelkkiä tehtäviä, mutta niitä on oltava paljon aivan kuten lukioiässä.”

Konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaisesti hän uskoo lapsilla olevan aikaisempia matemaattisia kokemuksia (liite 8: väittäjä 9), jotka on aktivoitava opetuksessa ja näin otettava huomioon myös matematiikan oppituntien suunnittelussa. Cecilia suhtautuu matematiikan oppikirjan mukaiseen etenemiseen kielteisesti, mikä on yhdenmukaista jo matematiikan oppimisen yhteydessä esille tulleiden uskomusten kanssa matematiikan oppikirjojen tehtävien monipuolisuutta kohtaan (liite 8: väittämät 52, 61 ja 64). Hänen uskomuksensa, kuten oppimisen yhteydessä tuli esille, ovat ristiriitaisia oppikirjojen valmiiden mallien mukaista työskentelyä kohtaan. Hän ei usko, että valmismallit auttaisivat ymmärtämään laskusääntöjä ja -menetelmiä sekä tehtäviä (liite 8: väittämät 46 ja 62). Cecilian suhtautuminen matematiikan oppikirjojen opettajan oppaasiin on myös epäilevä (liite 8: väittäjä 6).

Cecilian uskomukset opettajan roolia kohtaan ovat hiukan epävarmat. Vaikka hän uskookin, että opettajan tulee olla ennemmin oppimistilanteiden ohjaaja kuin järjestyksen pitäjä ja valmiiden mallien näyttäjä, hän myöntää itse ainakin osittain näyttävänsä lapsille, kuinka uusi käsite määritellään ja kuinka sitä käytetään (liite 8: väittämät 20, 23, 36 ja 51). Tämä aiheuttaa ristiriitaa myös ymmärättävää oppimista kannattavia uskomuksia kohtaan.

Kokonaisuutena Cecilian uskomuksissa matematiikan opetusta kohtaan nousevat esille toiminnallisuus, monipuoliset työtavat, ymmärtämiseen pyrkiminen ja toisaalta myös tarkkuuden ja matemaattisten merkintöjen oikein käyttäminen. Opettajan tulee hänen uskomustensa mukaan toimia sekä ohjaajana että joskus myös valmiiden mallien näyttäjänä. Hänen uskomuksissaan ilmenee kielteinen suhtautuminen oppikirjan mukaiseen etenemiseen, mutta ristiriitainen suhtautuminen oppikirjojen valmismalleihin oppimisen edistäjänä sekä matematiikan opettajan oppaan käyttämiseen opetuksen suunnittelun apuna. Opettajan opas ei näytä määrävän hänen opetustaan. Opetuksen suunnittelussa on hänen mielestään huomioitava koulutulokkaan aikaisemmat matemaattiset kokemukset.

*Uskomukset matematiikan opetuskäytännöistä.* Cecilian uskomukset matematiikan opetuskäytäntöjä kohtaan ovat lähes ei perinteisiä sisältäen pienen painotuksen ei perinteiseen suuntaan (taulukko 8.1). Hänen vastauksistaan on kolmetoista ei perinteistä vastausta, kolmetoista lähes ei perinteistä vastausta

sekä kuusi lähes perinteistä vastausta. Aikaisemmin oppimisen ja opetuksen yhteydessä on tullut esille, että Cecilian mukaan opetus ja oppiminen tulisi tapahtua käytännönläheisissä, konkreettisissa oppimisympäristöissä, missä lapsilla on mahdollisuus tutkien ja leikkien tutustua uusiin käsitteisiin (liite 8 väittämät 21, 22, 34, 63, 65 ja 69). Käytännönläheisyyden painottamista opetus-käytännöissä tukee myös opetuksessa käytettäviin oppimateriaaleihin liittyvän kysymyksen vastaus (kysymys 6), jonka mukaan Cecilia käyttää opetuksessaan matematiikan oppikirjan ja matematiikan opettajan oppaan lisäksi Multilink-tai Dick-kuutioita, viivainta, mittanauhaa, geolautaa, oppimisleikkejä, opetusrahoja, rakennuspalikoita (geometriset muodot) sekä Montessori-välineitä (geometriset muodot).

Aikaisemmin jo on tullut esille Cecilian uskomuksissa kielteinen suhtautumien matematiikan oppikirjojen monipuolisuuteen ja näin sen toimiseen eriyttämisen välineenä (liite 8: väittämä 64) sekä ristiriitainen suhtautuminen oppikirjojen valmismallien, laskusääntöjen ja -kaavojen merkitykseen matematiikan ymmärtämiseen ohjaamisessa. Näitä näkökulmia tukee oppimateriaalien tärkeysjärjestykseen liittyvän kysymyksen (kysymys 7) vastaus, jonka mukaan Cecilia on nimennyt tärkeimmäksi oppimateriaaliksi matematiikan oppikirjan opettajan oppaan, jonka jälkeen tulevat seuraavassa järjestyksessä eri kustantajien opettajan oppikirjat, tunneilla vaihtuva oheismateriaali sekä matematiikan oppikirja. Matematiikan oppikirjan opettajan oppaan nimeäminen tärkeimmäksi oppimateriaaliksi on yhdenmukainen sen kanssa, että Cecilia käyttää ainakin osittain suunnittelun apuna opettajan opasta (liite 8: väittämä 50). Eri kustantajien matematiikan oppikirjojen valinta toiseksi tärkeimmäksi on mielenkiintoinen piirre, mutta antaa hyvin tukensa sille, että Cecilia näkee matematiikan oppikirjan aseman lähinnä työvälineenä (liite 8: väittämät 44 ja 55). Cecilia ei ole sidottu matematiikan oppikirjan orjalliseen noudattamiseen opetuskäytännöissään. Cecilia suhtautuu hieman kielteisesti matematiikan oppikirjojen valmiskokeiden toimivuuteen osaamisen mittarina (liite 8: väittämät 33 ja 39), vaikka hän myöntää osittain käyttävänsä oppikirjojen valmiskokeita

Cecilian uskomus matematiikan oppitunnin rakenteesta (liite 8: väittämä 29) antaa viitteitä perinteisestä matematiikan oppikirjan mukaisesta opetuksesta. Tästä huolimatta hän kuitenkin painottaa opetuksessaan erilaisten ratkaisumallien huomioimista ja niiden avulla oppimista (liite 8: väittämät 3, 8, 13 ja 18).

Opettamisen yhteydessä tuli esille, että Cecilia näkee opettajan tehtävän oppimistilanteiden ohjaajana - ei valmiiden mallien näyttäjänä ja järjestyksen pitäjänä (liite 8: väittämät 20 ja 36). Hieman vastakkaisena opettajan roolia koskeville uskomuksille hän kuitenkin myönsi osittain näyttävänsä, kuinka käsitteitä määritellään ja käytetään (liite 8: väittämä 51).

Cecilia uskoo matematiikalla olevan yhtymäkohtia myös muihin oppiaineisiin niin, että se on integroitavissa ja soveltuu hyvin osaksi kokonaisopetussuunnitelmaa (liite 8: väittämät 4 ja 14). Haastattelussa Cecilia kertoo matematiikan integroimisesta seuraavasti:

”Helppo aine. Voi helposti liittää muihin oppiaineisiin. Esimerkiksi voi keksiä las-kutehtäviä ympäristöoppiin. Mutta tuota se on yksi asia, jossa aion kehittyä, että en ole myöhemmin näin oppikirjasidonnainen. Ja esimerkiksi jos olis sellainen tilanne,

että saisin ensi vuonna ekaluokan, niin tietäisin, mitä näillä kahdella ekalla luokalla (tarkoittaa 1. ja 2. luokkaa) tulee ja voisin paremmin suunnitella sen pohjan ympäristöoppiin.”

Cecilia uskoo, että matematiikka on helppo oppiaine integroida muihin oppiaineisiin, mutta samalla hän haluaa päästä irti oppikirjasidonnaisuudestaan ja saada lisää opetuskokemusta, jotta tietäisi paremmin mitä tulee opettaa. Vaikka Cecilia suhtautuu suhteellisen myönteisesti erilaisten työtapojen käyttämiseen alkuopetuksen matematiikan opetuksen yhteydessä (liite 8: väittämät 63, 66 ja 68), niin se vaaditaanko kaikilta oppilailta samat tehtävät jää hiukan epäselväksi (liite 8: väittämät 67 ja 68).

Kokonaisuutena Cecilian uskomuksissa matematiikan opetuskäytäntöjä kohtaan tulevat esille toiminnalliset työtavat, oppikirjan näkeminen lähinnä työvälineenä, opettajan oppaan käyttö opetuksen suunnittelussa lähinnä apuna - ei opetuksen määrääjänä; osittainen matematiikan valmiskokeiden käyttö, vaikka hän ei luotakaan niihin osaamisen mittarina; konkreettisten oppimisyvälineiden käyttäminen, erilaisten ratkaisutapojen painottaminen, matemaattisten merkintöjen ja termien oikein käyttäminen, täsmällisyys, opettajan roolin näkeminen lähinnä ohjaajana - ei järjestyksen pitäjänä - ja valmiiden mallien näyttäjänä sekä matematiikan yhteyksien näkeminen muihin oppiaineisiin.

## **B) Oppituntien tarkkailun perusteella nouseva kuvaus**

Cecilia toimi luokanopettajana maaseutukaupungissa. Tällä koululla oli oppilaita yli 300 ja opettajia 17. Anna oli luokanopettajana toista vuotta valmistumisensa jälkeen. Cecilia opetti lukuvuonna 1999-2000 toista luokkaa, jossa oli 22 oppilasta. Hänellä ei ollut aikaisempaa opettajakokemusta. Tällä koululla yleensä sama opettaja vei saman luokan aina ensimmäiseltä luokalta neljännen luokan loppuun asti.

Cecilia arvioi kouluaikaista suhdettaan matematiikkaan näin:

”No oon tykänny, kun olin aina niin nopeesti laskennu. Meillähän oli näitä Rikalan kirjoja -kaava ja sitte sovellettiin, että se oli siinä. Ja joskus tuli niissä sanallisissa tehtävissä niin kuin kaikilla muillakin ja päässälaskuissa, että niistä ei aina saanu kiinni, kun se oli niin hällisevä se tilanne ja siksi ymmärrän näitä heikkoja ja pyrin antamaan jonkin palikkataulun, mutta kun siinä menee koko tunnista niin hirvittävästi aikaa. Ryhmätunnilla jaan kaikille palikat.”

Cecilian kouluaikana matematiikka oli ollut lähinnä laskemista ja hänellä oli ollut ongelmia sanallisissa tehtävissä sekä päässälaskuissa. Hän uskoi omien vaikeuksiensa kautta ymmärtävänsä matematiikassa heikosti menestyviä. Hän halusi helpottaa heikosti menestyvien tilannetta antamalla heille konkreettisia oppimisyvälineitä, mutta samanaikaisesti hän koki, että välineiden käyttö vie oppitunnista paljon aikaa. Cecilia antoi ymmärtää opetusfilosofian määrittelysään, että hän ei hallitse tarpeeksi hyvin matematiikkaa voidakseen suunnitella konstruktivistiseen ajatteluun perustuvia matematiikan tunteja. Cecilian opetusfilosofia:

"No se on aika paljon, mitä on lukenu. Olen erikoistunut matematiikkaan ja alkuopetukseen eli meillähän on aikoinaan opettajankoulutuslaitoksessa ollut tämä konstruktivistinen näkemys ja se on niinko mullaki. En tykkää behaviorismista, mutta käytännön syistä sitä tulee harrastettua. Ja nimenomaan tästä syystä, että ei hallitse tarpeeksi ja ehdi suunnitella sellaista projektimaista työskentelyä ja sitte kun on tuttuja alueita voi suunnitella uudelleen, mutta muilla tunneilla esimerkiksi kuviksen ja ypin tunnilla annan enemmän ryhmäohjeita. Ja sitten tämä että lähdetään yksityiskohdista ja mennään yleiseen kuuluu matematiikkaan erityisesti."

Cecilia kertoi pitävänsä matematiikasta ja luonnehti suhdettaan matematiikan opettamiseen seuraavalla tavalla:

"Pidän matematiikan opettamisesta, vaikka olen pohtinut sitä kun on tutkija luokassa. Vedän sillä tyylillä millä vedän. Mutta pidätkö? Kyllä tykkään siitä, koska sitä voi soveltaa arkielämään. Mutta en pidä siitä, että olen kirjan kanssa sidoksissa, mutta haluaisin tehdä sitä toisin. Kirja on kahle. Tykkään ryhmätunneista - niissä otetaan toiminnallisuutta - näillä massatunneilla ei juuri paljoa mitään."

Myös Cecilian puheenvuorosta nousee esille tutkijan vaikutus. Hän on ainakin miettinyt, miten opettaa, kun tutkija on luokassa. Erityisesti Ceciliaa miellytti matematiikan soveltaminen arkielämään, mutta matematiikan oppikirjan hän koki kahleeksi.

Cecilialla oli luokassaan 22 peruskoulun toista luokkaa käyvää oppilasta, jotka istuivat neljässä pitkässä rivissä. Luokan edessä vasemmalla sivulla oli opettajan pöytä sekä piirtoheitin. Luokan edessä oli myös liitutaulu. Luokan seinällä oli numerokortit 1-20, joissa luvut oli merkitty sekä numeroilla että pienillä mustilla ympyröillä. Cecilian luokalla oli matematiikkaa kolme tuntia viikossa. Cecilia opetti neljä tuntia matematiikkaa, koska yksi näistä kolmesta tunnista oli jakotunti, jolloin paikalla oli puoli ryhmää eli 11 oppilasta. Videointijakson aikana Cecilian alkuopetuksen matematiikan oppituntien aiheet käsittelivät kerto- ja jakolaskun käsitteitä: sisältö- ja ositusjakoa, kertolaskun laskemista yhteenlaskun avulla sekä kahden kertotaulua.

Yleensä Cecilian oppitunnit alkoivat opettajajohtoisella alustuksella, jonka jälkeen lapset laskivat tehtäviä kirjasta. Alustuksen yhteydessä oppilaat saattoivat tulla taululle tekemään asiaan liittyviä laskualgoritmeja opettajan kysymysten perusteella. Ryhmätunneilla (jakotunneilla) oli esillä enemmän konkreettisia oppimisvälineitä ja toiminnallisuutta.

Katsoimme yhdessä katkelman Cecilian oppitunnista, jossa oli aiheena sisältöjaon opettaminen. Oppitunti alkoi siten, että yksi oppilas jakoi opettajan ohjatessa kymmenen kynää tasan viidelle oppilaalle. Tämän jälkeen opettaja esitti kysymyksiä kyseisestä tilanteesta. Seuraavaksi lapset saivat kukin itse kokeilla, millaisia tasalukuisia ryhmiä voi muodostaa kahdestatoista tikusta. Tämän jälkeen vielä tutkittiin montako tikkurasiaa saadaan, kun kahdeksan tikkua sekä kymmenen tikkua jaetaan kahden tikun rasioihin. Tulokset piirrettiin taululle. Opettaja vielä piirsi taululle asiaan liittyvän tehtävän, jossa kysyttiin montako jäätelöä lapset saavat rahoillaan. Lopputunnilla oppilaat ryhtyivät laskemaan matematiikan oppikirjan tehtäviä. Ensin opettaja kuitenkin kävi yhteisesti läpi tehtävärakenteen yhteisesti varmistukseksi, että lapset osaisivat laskea tehtävät. Opetustuokion katselun jälkeen Cecilia arvioi opetustaan näin:



”Aika pitkä opetustuokio tässä (yli 30 minuuttia). Varmaan jos et ois tullu, niin mä en ois ottanu näitä konkreettisia juttuja tälle tunnille. Että mä oisin ottanu ne vasta sillon ryhmätunnilla (tarkoittaa jakotuntia).”

Tässäkin puheenvuorossa näkyy tutkijan vaikutus. Cecilia halusi ottaa konkreettisia apuvälineitä käyttöön, kun tutkija oli luokassa. Kysyessäni, mitä Cecilia tekisi toisin nähdyssä opetustuokiassa, niin Cecilian huomio kiinnittyi pitkään yhteiseen opetustuokioon:

”Tuo pitkä yhteinen osuus. Tuota niin, että vähemmän niitä erilaisia esimerkkejä ja heti niillä tikuilla. Ja se kynä -esimerkki pois siitä ja sitte se jäätelöjuttu pois.”

Tässä Cecilian huomio kiinnittyi liian moniin esimerkkeihin, jotka oli otettu matematiikan oppikirjan opettajan oppaasta ja näin yhteisestä opetustuokiosta tuli pitkähkö. Näiden esimerkkien kautta Cecilia oli halunnut varmistua siitä, että lapset oppivat asian. Hän arvioi oppikirjan ohjauksen merkitystä omalle opetukselleen seuraavasti:

”Niin sillä lailla se ohjaa, jos aikoo saada kirjaa tehtyä. Että niinkö mä sanoin sulle, että oon nyt pitäny tätä yhtä kirjaa enkä oo sillä tavalla, mutta jos on aikaa, niin otan sitten muualta laskuja että. Mutta sitte meillä on ollu tuommosia salapoliisitehtäviä sitten. Ne on niinkö poimittu eri kirjasarjoista tai sitte ite tehtyjä siihen niinkö lisänä ... Tarkotan siis sitä, että perusasia on se, että me tehään sitä kirjaa ja välillä yritetään yhdessä, jos on sellanen tehtävä.....”

Toisaalta opetustuokioon kyllä sisältyi yhteistä toimintaa eikä pelkästään opettajan puhetta ja esitystä. Cecilia kertoi, että hän lähestyy uusia asioita ensin yhteisesti ja tämän jälkeen siirrytään matematiikan oppikirjan tehtäviin - aivan kuten hän oli sisältöjaon yhteydessä tehnytkin. Hän kuvasi itselleen tyypillistä matematiikan opetustapaa näin:

”Ei se oo semmosta niinko kokemuksellista tai siis tarkotan semmosta kokeilevaa yleensä matikassa - ei oo, että enemmänkin semmonen. No oikeestaan tuo geometr ian jakso oli semmonen sillonko lähettiin niihin palikoihin tai näihin muotoihin, että se oli enemmänkin semmonen kokeileva.”

Cecilia siis myönsi oppikirjan vaikuttavan opetukseensa. Kuitenkin hän halusi muuttua ja päästä ikään kuin tilanteen herraksi ja noudattaa valikoiden oppikirjan antamia ohjeita ja järjestystä.

### 8.3.4 ”Siinä vois olla paljon semmosta toimintaa ja leikkiä, mutta sitä ei tässä oo”

#### A) Uskomuskyselyn ja haastattelun perusteella nouseva kuvaus

*Uskomukset matematiikasta.* Doriksen uskomukset matematiikan olemuksesta ovat lähes ei perinteisiä (taulukko 8.1). Kyselylomakkeen matematiikan olemusta koskevien väittämien vastauksissa painottuu ei perinteiset ja lähes ei perinteiset vastaukset, mikä aiheuttaa ristiriitaa Doriksen antamien matematiikan olemusta koskevien määritelmien kanssa. Matematiikan olemusta koske-

vista vastauksista yhdeksän on täysin ei perinteisiä ja seitsemän lähes ei perinteistä. Kaksi vastauksista on perinteistä ja kaksi lähes ei perinteistä. (Liite 8.)

Doris on vastannut kyselylomakkeen avoimeen kysymykseen matematiikan olemuksesta lähinnä matematiikan alkuopetuksen sisältöjen ja tavoitteiden näkökulmasta:

”Opitaan käsittelemään ympäristöä käsittein, luvuin jne. Vertaamaan eri asioita (suuruusjärjestys jne.) käytännön perusasioiden hallitsemista (eri laskutavat). Hahmottamisen kehitys. (Geometria)”

Edellä olevan määritelmän perusteella Doris pitää matematiikkaa järjestelmällisenä. Hän haluaa kuvata ympäristöä käsitteillä ja luvuilla. Matematiikka näyttäisi olevan hänen määritelmänsä mukaan laskemista - eri laskutapojen hallintaa. Myös haastattelussa annetusta matematiikan olemuksen määritelmästä nousee esille järjestelmällisyyteen pyrkiminen:

”Kyllä kait se niinko ympäristön hahmottamiseenki vaikuttaa tuommonen matikka aika paljon. Se mulla tuli heti ekaana mieleen, että sillä hahmottaa ja pannee järjestykseen tuota tätä elämää ja näitä asioita ja kaikkia tämmöstä, että ehkä se tuli tuo hahmottaminen mulla ekana. ...Pysyy asiat sillai omissa lokeroissan ja järjestyksessä.”

Doris koki kysymyksen: Mitä on matematiikka? hyvin vaikeana, mutta antoi kuitenkin vähän yleisemmän kuvauksen matematiikan olemuksesta kuin kyselylomakkeessa. Sekä kyselyn vastauksesta että haastatteluvastauksesta tulee ilmi, että matematiikka merkitsee Dorikselle järjestystä. Näissä molemmissa vastauksissa on piirteitä sekä matematiikan olemuksen traditionaalisesta että platonistisesta käsityksestä. Doriksen uskomukset matematiikasta ovat näiden vastausten perusteella lähinnä sekoitus sekä perinteistä että platonistista näkökulmaa.

Kyselylomakkeen Likert-asteikollisen osan vastauksissa nousee vastavasti, kuten kyselylomakkeen avoimen kysymyksen ja haastattelukysymyksen vastauksissa, esille järjestelmällisyyteen pyrkiminen, kuten selkeys, täsmällisyys, yksiselitteisyys sekä merkintöjen ja termien oikein käyttäminen (liite 8: väittämät 58 ja 59). Toisaalta Doris ei ole täysin varma siitä, onko matematiikka sittenkään tietojen, sääntöjen ja kaavojen muistamista ja oikein käyttämistä (liite 8: väittämät 25 ja 35). Sääntöjen ja kaavojen muistaminen ulkoa sekä oikeellisuuden korostaminen viittaa lähinnä instrumentaaliseen näkemykseen matematiikasta, jolloin matematiikka nähdään ikään kuin työkalupakkina. Säännöt ja menetelmät on osattava ulkoa ja niitä käytetään tarvittaessa, vaikka sääntöjen ja menetelmien yhteyttä ei välttämättä ymmärretäkään. Matematiikan pitäminen yksiselitteisenä ja täsmällisenä eli johdonmukaisena, staattisena ja yhtenäisenä tietojärjestelmänä, jota ei voi luoda - se pitää vain löytää - viittaa lähinnä platonistiseen näkemykseen matematiikan olemuksesta (vrt. Ernest 1989, 250).

Doriksen uskomuksissa on myös konstruktivistisia piirteitä. Hän haluaa painottaa ongelmanratkaisua sekä erilaisten ratkaisutapojen merkitystä (liite 8: väittämät 32, 37 ja 49). Hänen mielestään matematiikkaa voi oppia myös sattumalta (liite 8: väittämät 41 ja 53) eli matematiikka on dynaamista - uusien ongelmien eteenpäin viemää. Tähän liittyen hän ei haluaisi erottaa koulumatema-

tiikkaa käytännöstä, sillä hänen mukaansa matematiikkaa voi oppia myös ennen kouluikää ja käytännön elämässä. Hän näkee matematiikan yhteyden arkielämään. (Liite 8: väittämät 19, 38, 47 ja 54.)

Kokonaisuutena Doriksen uskomuksissa matematiikan olemuksesta on ongelmanratkaisua sekä matematiikan yhteyttä käytännön elämään painottava näkemys, mutta hänen näkemyksissään korostuu myös matematiikan täsmällisyys, selkeys ja yksiselitteisyys sekä myös irrallisuus.

*Uskomukset matematiikan oppimisesta.* Doriksen uskomukset matematiikan oppimisesta ovat lähinnä sekoittuneita polaroituen lähes ei perinteiseen suuntaan (taulukko 8.1). Vastauksista oli 12 ei perinteistä, kolme lähes ei perinteistä, yksi sekoittunut, kolme lähes perinteistä sekä kahdeksan perinteistä vastausta. Vastausten lukumäärän perusteella ei perinteisiä vastauksia on selkeästi eniten. Doriksen vastauksissa on jonkin verran ristiriitaisuutta eri väittämien välillä. Hän uskoo esimerkiksi, että tehtävien tulisi liittyä hiljattain opittuihin asioihin (liite 8: väittäjä 7), mutta hänen uskomuksensa kuitenkin horjuu tehtävien monipuolisuuden kohdalla ja erityisesti siinä pitäisikö aikaisemmin opitut asiat muistaa (liite 8: väittämät 10 ja 17).

Doris kuvasi haastattelun aikana haasteellisuuden ja ongelmanratkaisun näkymistä matematiikan oppitunneilla seuraavasti:

”No, ongelmanratkaisu ja haasteellisuus niin, mitä noita kirjasta noita tehtäviä löytää, ni. Sitte joskus monistan sieltä takaa. Kyllä se on kirjaan sidottu. Että tuota niin ni siellä on niitä pohdittavia juttuja ja ja. Että kyllä se niinku vähempänä on todella. Sitä vain sais olla enemmän.... minä oon sitte vain antanu tuolta niin lisää kirjoja. Niin kiva jos ois semmosia pisteitä, jossa ne sais ehtiä tehtäviä. Mutta kirjassa ois tehtäviä valmiina - en minä niitä itse pysty tekemään.”

Tämän vastauksen perusteella voi olettaa, että oppilaiden suorittamien tehtävien monipuolisuus ja haasteellisuus liittyy hyvin olennaisesti lähinnä matematiikan oppikirjojen monipuolisuuteen ja siihen, millainen valikoima Doriksella on matematiikkaan liittyviä tehtäväkirjoja. Mielestäni Doris tiedostaa haasteellisten tehtävien merkityksen oppimisen kannalta.

Doriksen suhtautuminen alkuopetuksen matematiikan oppikirjoihin näyttää olevan jonkin verran ristiriitainen, sillä Doris ei ole aivan varma alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen selkeydestä ja siitä, miten hyvin oppikirjojen valmiit malliratkaisut auttavat lasta ymmärtämään laskusääntöjä ja tehtäviä (liite 8: väittämät 46, 60 ja 62). Kuitenkin alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen monipuolisuudesta Doris on suhteellisen varma, mikä taas vahvistaa hänen antamaansa kuvausta haasteellisuuden ja ongelmanratkaisun näkymisestä matematiikan oppitunneilla (liite 8: väittämät 52 ja 61).

Kokonaisuutena Doriksen uskomuksissa matematiikan oppimisesta alkuopetuksessa korostuu ymmärtävä oppiminen, konkreettisuus, erilaiset ratkaisustrategiat, yhteys käytännön elämään sekä matematiikan dynaamisuus eli se, että matematiikka on uusien ongelmien eteenpäin viemää. Toisaalta ristiriitaisuutta hänen uskomuksissaan luo jonkinlainen epäluottamus tehtävien monipuolisuuden merkitykseen oppimisessa sekä luottamus alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen riittävään monipuolisuuteen. Luottamus oppikirjoihin

saattaa viitata siihen, että hänen mielestään matematiikan oppikirja mahdollistaa lasten matematiikan oppimisen.

*Uskomukset matematiikan opettamisesta.* Doriksen uskomukset matematiikan opettamisesta ovat lähinnä sekoittuneita polaroituen ei perinteiseen suuntaan. Hänen vastauksissaan on sekä ei perinteisiä että perinteisiä vastauksia yhtä monta eli yksitoista. Lähes ei perinteisiä vastauksia on seitsemän ja lähes perinteisiä vastauksia on kolme.

Doris painottaa uskomuksissaan ymmärtämistä matematiikan opetuksessa (liite 8: väittämät 40 ja 57). Doriksen mukaan uusia asioita ei tulisi aina opettaa lapsille samanaikaisesti matematiikan oppikirjan ehdottamalla tavalla (liite 8: väittäjä 5). Kuitenkin hänen mukaansa opetuksessa yleisesti edetään oppikirjan mukaan, aukeama kerrallaan (liite 8: väittäjä 15). Oppikirjan mukaiseen etenemiseen viittaa myös opettamista koskevien uskomusten yhteydessä esille nouseva luottamus alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen tehtävien monipuolisuuteen. Hän myös uskoo tehtävien sopivan eriyttämiseen. (Liite 8: väittämät 56 ja 64.) Haastattelun aikana Doris kertoo omasta suhtautumisestaan matematiikan oppikirjojen opettajan oppaiden sisältämien ajoitus suunnitelmien noudattamiseen sekä matematiikan oppikirjojen mukaiseen etenemiseen seuraavaa:

”Niin en mä sitä ajoitus suunnitelmaa niin orjallisesti oo noudattanu. Kyllä me nyt pyritään tuo aukeama menemään tunnissa, että sen tarkempaan mä en oo nyt sitten ottanu....”

Tämän vastauksen mukaan Doris etenee matematiikan opetuksessaan matematiikan oppikirjan mukaisesti, sillä myös uskomuskyselyn mukaan hän ainakin osittain luottaa opetuksessaan matematiikan oppikirjan opettajan oppaan antamiin malleihin ja vihjeisiin (liite 8: väittämät 6 ja 16).

Doriksen uskomusten mukaan opettajan tehtävänä on näyttää, kuinka uusia käsitteitä ja menetelmiä käytetään (liite 8: väittämät 20, 23, 36 ja 51). Toisaalta hän kuitenkin myöntää, että opettajan tehtävä on ohjata oppimistilanteita, mutta myös yrittää pitää hyvää järjestystä tunnilla. Mielestäni onkin hyvä miettiä, onko uusien käsitteiden ja menetelmien näyttäminen sitten samaa kuin oppimistilanteiden ohjaaminen.

Kokonaisuutena Doriksen uskomuksissa matematiikan opettamista kohtaan painottuu opetuksen konkreettisuus sekä ymmärtämiseen pyrkivä opettaminen, jossa on tilaa toiminnallisille työtavoille sekä lasten oivalluksille, mutta samanaikaisesti uskomuksissa on piirteitä vaatimuksesta, jotka viittaavat siihen, että matemaattisia termejä ja merkintöjä on osattava käyttää oikein. Opettajan tehtävissä hän painottaa opittavien asioiden näyttämistä, valmiin mallin ja järjestyksen pitämistä, mutta antaa tilaa myös väitteelle, että opettaja on oppimistilanteiden ohjaana. Doris hyväksyy myös sen, että lapsella on kouluun tullessaan matemaattisia kokemuksia (ks. Liite 8, väittäjä 9), jotka on huomioitava. Silti hän on valmis luottamaan matematiikan oppikirjoihin, niiden selkeyteen sekä monipuolisuuteen. Tämä on jonkin verran ristiriidassa sen kanssa, kuinka hyvin oppikirjaan sitoutunut opetus voi huomioida lapsen aikaisemmat matemaattiset kokemukset. Opetuksen näkökulmasta tarkasteltuna-

oppikirja näyttäisi luovan eräänlaiset kehykset hänen matematiikan opetukselleen.

*Uskomukset matematiikan opetuskäytännöistä.* Doriksen uskomukset matematiikan opetuskäytännöistä ovat sekoittuneita. Ei perinteisiä vastauksia on tässä osiossa yhdeksän, lähes ei perinteisiä vastauksia on seitsemän, sekoittuneita vastauksia on kaksi, lähes perinteisiä vastauksia on kuusi ja perinteisiä on kahdeksan.

Vaikka Doris ei kannata uskomuksissaan oppikirjan mukaan etenevää samanaikaisopetusta (liite 8: väittämä 5), matematiikan opetuskäytännöt näyttävät olevan vahvasti sidoksissa oppikirjaan (liite 8: väittämät 6, 15, 29, 44, 50, 55 ja 64). Oppikirjan merkitystä Doriksen opetuskäytännöissä tukevat myös kyselylomakkeen kysymykset 6 ja 7, joista ensimmäisessä täytyi nimetä eri vaihtoehtoista ne oppimateriaalit, joita käyttää matematiikan alkuopetuksessa. Tähän kysymykseen Doris on valinnut annetuista vaihtoehtoista (13 vaihtoehtoa ja lisäksi sai kirjoittaa sellaisia oppimateriaaleja, joita vaihtoehtoissa ei mainittu) matematiikan oppikirjan, matematiikan opettajan oppaan, satatalon, viivaimen, mittanauhan sekä opetusrahat. Doris kertoo haastattelun aikana koulunsa matematiikan opetusvälinetilanteesta seuraavaa:

”Kyllä matematiikan opetusvälineitä on aika vähän. Jotakin ikivanhoja pyramideja tuolla jossakin ullakolla. Niin ei kai niitä mittään oo, mitä luokissa on nämä unifix-palikat ja ne luko-pelit on jo vähän pois muodista. Ei ne huonoja oo, mutta ne tahtoo unohtua. Ne on jossakin tuolla opettajan huoneen kätköissä. .... No nyt kun rupean muistelemaan, niin varmaan voi olla noilla isommilla jotakin, mutta näillä pienillä sitte kyllä ne näihin unifix-palikoihin ja semmoseen rajottuu, jotka on jaettu jo luokkiin”

Doris on nimennyt tärkeimmäksi matematiikan oppimateriaaliksi opettajan oppaan, jonka jälkeen tulevat matematiikan oppikirja, tunneilla vaihtuva oheismateriaali ja viimeisenä eri kustantajien vastaavat oppikirjat. Toisin sanoen näidenkin kysymysten perusteella matematiikan opettajan oppaan sekä oppikirjan merkitys opetuksen suunnittelun apuna ja opetuksessa näyttää keskeiseltä. Tätä tukee myös Doriksen pohdinta haastattelun aikana matematiikan oppikirjan ja opettajan oppaan merkityksestä matematiikan opetuksessa. Doris kuvasi matematiikan oppikirjan merkitystä näin:

”No se on ihan se, josta se lähtee. Se on hirveen suuri merkitys.”

Doris kuvasi vastaavasti matematiikan oppikirjan opettajan merkitystä seuraavalla tavalla:

”Kyllä mä oon niinku tukeutunu siihen hirveen paljon. Mä oon ite miettiny sillä tavalla, että kun mielestäni siinä on kivoja harjoituksia ja sit siinä on näitä havaintovälineitä, että miks minä nyt en sais tästä. Pitäskö mun lähteä kirjastoon kaivamaan sieltä joku kirja, että mä tekisin eri tavalla - varmaan pitäs.”

Toisaalta Doriksen valinnat kysymykseen numero 6 viittaavat myös muidenkin oppimateriaalien käyttöön opetuksessa kuin vain oppikirjan ja opettajan oppaan. Vaikka oppikirjan merkitys näyttäisi olevan vahva Raijan edellä mainit-

tujen vastausten perusteella, hän kuitenkin painottaa uskomuksissaan erilaisten ratkaisutapojen merkitystä, ryhmätyötä, toiminnallisia työskentelytapoja, erilaisten oppimismateriaalien käyttöä sekä konkreettisuutta (liite 8: väittämät 8, 18, 21, 22, 26, 31, 63, 65, 66 ja 68).

Doris näyttää käyttävän eräänä arvioinnin välineenä oppikirjojen valmiskokeita, vaikka ei uskokaan niiden mittaavan hyvin lasten matematiikan osaamista (liite 8: väittämät 33 ja 39). Doris on vähän epävarma siitä, että voisi laatia matematiikan kokeen itse. Doris kertoi haastattelussa suhtautumisestaan valmiskokeisiin seuraavaa:

Haastattelija: "Laaditko matematiikan kokeet itse?"

"En laadi. Mä käytän valmiskokeita. Helppo tie."

Haastattelija: "Mittaavatko valmiskokeet mielestäsi annettua opetusta?"

"No, se riippuu vähän. Meillä oli se edellinen kirja, joka minun mielestä ei mitannu. Kaikilla oli lähes kiitettävä, mutta tämä on tämä nykyisen kirjan koe, niin aika hyvin. Kyllä se aika lailla erottelee."

Vaikka Doris luottaa opetuskäytännöissään alkuopetuksen matematiikan oppikirjaan, hän kuitenkin haluaa painottaa toiminnallisia työtapoja, lasten oivalluksia, erilaisia ratkaisumenetelmiä, yhdessä työskentelyä sekä erilaisten oppimismateriaalien käyttöä.

## **B) Oppituntien tarkkailun perusteella nouseva kuvaus**

Doris toimi luokanopettajana pienessä maaseutukaupungissa. Tällä koululla oli lukuvuonna 1999-2000 oppilaita noin 350 ja opettajia noin 20. Doriksella oli peruskoulun luokanopettajan kolmivuotinen koulutus ja opetusvuosia hänellä oli yli 20 vuotta. Hän oli erikoistunut alkuopetukseen ja kuvaamataitoon. Doris opetti ensimmäistä luokkaa, jossa oli 17 oppilasta. Hän oli tavallisesti toiminut opettajana alkuopetuksessa (1. ja 2. luokalla), mutta edellisellä kerralla hän oli 'uskaltanut' viemään saman luokan neljännen luokan loppuun asti. Hänen mielestään tämä ratkaisu oli toiminut hyvin.

Doris ei ollut erikoisemmin pitänyt matematiikasta omana kouluaihanaan, koska hän ei ollut siinä mikään hyvä, mutta geometriasta hän oli pitänyt:

"En ollut matematiikassa mitenkään erikoisemmin hyvä, mutta geometriasta tykkäsin."

Videointijakson aikana Doriksen matematiikan oppituntien aiheet käsittelivät lukualuetta 10-20, erityisesti lukuja 11, 12, 13, 14, ja 15 sekä kymmenylitystä vähennyslaskussa ja pylväsdiagrammin lukemista. Hänen luokassaan oli 17 oppilasta. Oppilailla oli matematiikkaa kolme tuntia viikossa. Yksi oppitunneista oli jakotunti, joten Doris opetti neljä tuntia matematiikkaa viikossa. Oppilaat istuivat luokassa kahdessa luokan poikki menevässä rivissä rinnakkain. Luokan edessä oli perinteisesti opettajan pöytä ja piirtoheitin sekä liitutaulu. Tavallisesti opettaja esitti uuden asian luokan edessä. Luokassa oli myös sivutaulu, jonka yläreunaan oli ripustettu kartonkilapuille tehdyt numeromerkit 1-20. Lisäksi luokan sivuseinälle oli ripustettuna luvut 1-20 pahvitauluilla, missä jokainen luku oli havainnollistettu kymmenlaatikon avulla.

Kaikki seuraamani oppitunnit puolentoista viikon aikana (5 h) olivat hyvin opettajajohtoisia ja alkoivat yleensä opettajan alustuksella uudesta asiasta, jonka jälkeen siirryttiin laskemaan matematiikan oppikirjan tehtäviä. Oppilaiden itsenäiselle työskentelylle jäi keskimäärin aikaa noin 15 minuuttia oppitunnista (oppitunnit 45 minuutin pituisia). Doris itse arvioi omaa opetustapaansa haastattelun aikana saman kaavan noudattamiseksi seuraavalla tavalla:

”No mä ainakin nyt kun tätä on videoitu, niin oon tykänny, että minä pidän ihan kohtuullisia tunteja. Ei mitään huipputunteja, koska mä aika tavalla meen kirjan mukaan, koska tuo Laskutaito on aika kiva verrattuna siihen edelliseen kirjaan. Et siinä on noita bingojuttuja ja kaikkia tuollasia laskuhelmiä ja ja. Minä koen, että siinä on muutakin. Mä koen oman opetustavan, että se on semmosta aika saman jannaa-mista. Varsinkin nyt kun on videoitu, niin mä oon itekki sitä ruvennu miettimään, että se on sitä, että sama mylly pyörii. Että siihenki niinku kaipais jotain uutta esimerkiksi koulutusta tai ei niinku haluais tehdä koko ajan samalla kaavalla. Ja ne lapsetki jo melekeen tietää, että nyt meillä on tämä ja sit meillä on tuo ja sit me lasketaan ja tarkistetaan. Niinku se. Niinku nyt oon pysähtynyt miettimään, kun sä videoit, että mitä ihmettä sä videoit. Se yks tunti ois riittänyt, että sehän on sitä samaa kevääseen asti. Että mä oon niinku sinun puolesta aatellu, että miten sä jaksat tuo ssa olla, että kun se on sitä samaa - et kokee ite. Mut sitte mä oon taas miettinyt, että miten siihen vois vaikuttaa, niin koulutusta pitäis saaha ja toisten opettajien kans kanssakäymistä, että tosiaan niin tunteja kattoon. En minä oo pystynyt opetustani muuttamaan.”

Doris on pysähtynyt tämän observointijakson aikana refleктоimaan omaa opetustaan ja haluaa uudistaa sitä. Hän aloitti tavallisesti oppitunnin joko päässä-laskuilla tai johdattelemalla uuteen asiaan esimerkiksi seuraavalla tavalla:

Doris: Alotetaanpa tunti. Katsotaanpa tuolta seinältä ensin lukua 11. Kuinka monta palloa on tuon laatikon sisällä (tarkoittaa täyttä kymmenlaatikkoa)? Markus

Markus: Kymmenen

Doris: Montako siihen lisätään, että saadaan tuo luku 11? Jenni

Jenni: Yks

Doris: mm. Sitte katotaan lukua 12. Siellä on taas tuo kymmenlaatikko. Montako pannen lisää, että tulee 12? Liisa

Liisa: Kaks

Doris: mm. Sitte katsotaan lukua 13. Siellä on taas tuo kymmenlaatikko ja montako lisää että tulee 13? Jani

Jani: Kolme

Doris: Niin. Tällä tunnilla me tutkitaan lukuja 11, 12 ja 13 ja vähennellään näistä luvuista (kirjoittaa luvut 11, 12 ja 13 taululle) ....

Oppimisvälineiden käyttö opetuksen ja oppimisen apuna sekä tukena oli lapsille hyvin luvanvaraista. Yleensä opettajan apuna opetuksessa oli liitutaulu, luokan seinällä olevat numerokortit, piirtoheitin, satatalon kymmenlaatikot sekä unifix-palikat. Tärkeimpänä työvälineenä opettajalla oli matematiikan opettajan opas, jonka avulla hän rakensi oppitunnit. Yhteisenä työskentelyvälineenä opettajalla ja oppilailla olivat matematiikan oppikirjat sekä tarkistuskirjat. Lisäksi oppilaat olivat itse valmistaneet henkilökohtaiset laskuhelmet, joissa oli nauhaan pujotettuna 10 valkoista ja 10 punaista helmeä. Oppilaat saivat käyttää laskuhelmiä silloin, kun opettaja antoi luvan kuten seuraavasta kuvuksesta tulee esille:

Doris: Sitte otetaan laskuhelmet esille. Kaikki ottaa laskuhelmet. (Opettaja antaa kahdelle sellaiselle oppilaalle, joilla ei ole laskuhelmiä, unifix-palikat.) Ja nyt kuuntele tarkkaan. Sinä joka osaat laskea vaikka päässäkin, niin nyt me käytetään näitä. Sitten minä kyselen päässä laskuja, johon me ei käytetä ellei ole ihan pakko. ....

Doris: Hyvä. Sitte pannaan laskuhelmet pulpettiin ja otetaan ne, jos jos jostakin tuntuu, että sinä tarvitset niitä helmiä, niin saa ne ottaa.

Mari: Minä tarvin.

Doris: Mutta pane siihen pulpetille ja käytät jos on pakko. Mutta jos et tarvi niin älä käytä. Okei. Ja sitten tarkasti kuunnellaan. Kirja kiinni. Ei oteta kirjoja. ( Opettaja istuu työpöytänsä takana ja lukee tehtävän opettajan oppaasta) Pasilla on 16 markkaa rahaa. Hän ostaa 5 markkaa maksavan jäätelön. Kuinka paljon rahaa hänelle jää? Voit laskea päässä tai helmillä.....

Yleensä laskuhelmiä käytettiin apuna joidenkin laskutehtävien laskemisessa, kun opettaja opetti uutta asiaa. Tavallisesti päässä laskutilanteissa ei käytetty oppimisvälineitä. Oppimisvälineitä (oppilaiden itse valmistamia laskuhelmiä) sai käyttää päässä laskuissa ainoastaan silloin, kun joku ehdottomasti tunsu tarvitsevänsä. Kysyessäni haastattelun aikana oppimisvälineiden käytön perusteita Doris vastasi seuraavasti:

”No, se pitää jotenkin konkretisoida se asia, että silloin. Matematiikassa on paljon sellaista, jossa havaintoväline on melkein ehdoton. Ei kaikki niinkään niitä tartte, mutta ... . Jos joku ei pysty sillaa niinku hahmottamaan sitä niinku tuota päässä - se tarvii sitte konkreettisen välineen. Mut jotkut tykkäs, että niitä ei ole.”

Uuden asian alustuksessa Doris käytti sekä esittävää että kyselevää opetusta. Opettajajohtoisen johdannon jälkeen oppilaat saivat harjoitella uutta asiaa tekemällä tehtäviä matematiikan oppikirjoista. Tavallisesti siirtyminen oppikirjan tehtävien laskemiseen tapahtui seuraavan kuvauksen mukaisesti.

Doris: Sitten me taitetaan ruveta laskemaan. Otatte siihe sivun 52. (Lapset ottavat matematiikan oppikirjat esille) Ja katotaan yhdessä ensin ennen kuin rupeatte laskemaan ja sitte saat laskea ihan rauhassa. Sivu 52. Huomaatko sen sivun yläpuolella laskuhelmen?

Lapset: Niin, joo.

Doris: Sinä saat käyttää sitä avuksi elikkä tai sitte laskea päässä. Katsotaanpa sivu 53. Onko kaikilla sivu 53 esillä?

Lapset: On.

Doris: Katsotaan sieltä tehtävä viisi. Luepa vaikka Sara, mitä siellä lukee sivulla 53.

Käymällä läpi matematiikan oppikirjan aukeamalla olevia erilaisia tehtäviä Doris halusi varmistaa, että oppilaat pääsivät alkuun tehtävissä. Doris perusteli oppikirjan aukeamien erilaisten tehtävien katsomista yhdessä seuraavasti:

”Siksi, että tuota niin sitten on 17 kättä pystyssä, että miten tämä tehdään? Jos minä vähän viisaan etukäteen, mitä siellä toisellakin puolella on, niin sitte ei oo ehkä, kun kolme kättä pystyssä. Niin, että ne pääsee sitten niin - niin ei tartte sitte jäähä jumiin, koska siellä on niin lahjakkaitakin oppilaita, että ne pystyy sen kattomaan, sen erityyppisenkin tehtävän. Että mä oon katonu, että se on parempi kuin en neuvo olenkaan, jos ne on vähän erityyppisiä. Sitte ne käy ne 17 erikseen mulla. Sitte ne heikommat voi mennä vähän sekasin eikä ne tajua, mutta mä voin käydä neuvomassa niille sen.”



Doris myöntää, että opettajajohtoinen opetustyyli on hänelle tyypillistä. Oppituntien aiheiden käsittely perustui matematiikan oppikirjoihin liittyvän opettajan oppaan antamiin opetusvinkkeihin. Tämä tukee Doriksen Likert-asteikollisen uskomuskyselyn vastauksia matematiikan oppikirjojen ja opettajan oppaiden merkityksestä opetuksessa.

Vaikka näkemäni oppitunnit olivat opettajajohtoisia ja oppikirjasidonnaisia - aukeama kerrallaan eteneviä - niin lapset olivat innokkaasti tunneilla mukana ja tekivät ahkerasti tehtäviä. Lopuksi vielä Doriksen arvio omasta opetuksesta loppuhaastattelussa nähdyn oppituntivideon pohjalta:

” ... tuota niin tietää, että siinä vois olla paljon semmosta toimintaa ja leikkiä, mutta sitä ei tässä oo. Mutta tuota niin puolustuksena minä edelleenkin törmään siihen, että että ainakaan mulla ei oo resursseja lähteä kahlaamaan kirjastosta sinne. Varmasti siihen joku pystyy. .... minussa itsessäni herää semmosia ajatuksia, että se ois kiva, jos ois niinkun oheismateriaalia valmiina. Kai sitä on oppinu valmiille. Ois valmiina, että voi tehdä. Ja sitte ois välineet, niinku meilläkin, kun säästetään koko ajan - ei oo puhuttakaan mistään välineistä. Sitte taas koetan itseäni lohduttaa sillä, että nää lapset on ollu valtavan innostuneita ja kokeissa on tullu aivan mahtavia tuloksia. Ja kun mä aina annan niille jotain lisämateriaalia, niin ne on innoissaan ja ovat innostuneita, kun ottavat aina ylimääräisiäki tehtäviä kotia.”

### 8.3.5 ”Joo, kyllä taululle ensin”

#### A) Uskomuskyselyn ja haastattelun perusteella nouseva kuvaus

*Uskomukset matematiikasta.* Ennin uskomukset matematiikkaa kohtaan ovat lähes ei perinteisiä polaroituen ei perinteiseen suuntaan. Ennin vastauksista oli ei perinteisiä kaksitoista vastausta, lähes ei perinteisiä kuusi vastausta sekä kaksi perinteistä vastausta.

Enni on määritellyt kyselylomakkeessa matematiikan olemusta seuraavasti:

”Matematiikka on abstraktia ajattelua, laskemista, ongelmanratkaisua, arkipäivän matematiikkaa!”

Tämän määritelmän perusteella Ennin uskomukset matematiikan olemuksesta näyttäisivät olevan sekoittuneita, sillä määritelmässä on piirteitä kaikista kolmesta Ernestin (1989) määrittelemästä näkökulmasta: instrumentaalinen, platonistinen ja konstruktivistinen. Instrumentaalisiin piirteisiin viittaa matematiikan näkeminen laskemisena. Matematiikan näkeminen abstraktina viittaa platonistisiin piirteisiin. Ongelmanratkaisu sekä matematiikan yhdistäminen arkipäivään viittaavat lähinnä konstruktivistiseen käsitykseen matematiikasta. Haastattelun aikana Enni määritteli matematiikkaa seuraavasti:

”Kyllä oli laaja kysymys. Se on sellasta. Se ei oo mitään yks plus yks, vaan se on jotakin käsitteiden ymmärtämistä ja tuota semmosta syvällisempää ajattelua ja tuota avaruudellista hahmottamista ja näin pois päin. Ne on vaan niinku sellaisia välineitä nuo numerot. Minä käsitan sen niin globaalisti.”

Tämän vastauksen perusteella näyttäisi siltä, että matematiikka on Ennille enemmän kuin pelkkää laskemista, sillä hän haluaa nähdä matematiikan ajattelun välineenä, ei pelkkinä numeroina. Tämä taas antaa viitteitä konstruktivistisesta ajattelusta, mikä tuli esille myös Likert-asteikollisen kyselylomakkeen vastauksissa. Ennin uskomuksissa nousee esille ongelmanratkaisua painottava piirre (liite 8: väittämät 25, 35, 37, 42 ja 59), joka kuuluu konstruktivistiseen ajatteluun. Vaikka Enni painottaakin uskomuksissaan matematiikan dynaamisuutta, niin hänen uskomuksissaan nousee myös esille täsmällisyyttä sekä laskusääntöjen ja kaavojen oikein käyttämistä (työkalupakki -näkemys) painottavia piirteitä (liite 8: väittämät 48 ja 57). Ennin uskomuksissa nousee kuitenkin vahvana esille matematiikan näkemisen sellaisena, että jokaisella on mahdollisuus luoda omaa matematiikkaansa (esimerkiksi erilaisten ratkaisutapojen merkitys) eikä matematiikka ole esimerkiksi vain koulun välittämää matematiikkaa (liite 8: väittämät 19, 32, 38, 41, 47, 49, 53 ja 54).

Kokonaisuutena Ennin uskomuksissa nousee ongelmanratkaisua painottava näkökulma, vaikkakin siihen sisältyy matematiikan täsmällisyyttä painottavia piirteitä.

*Uskomukset matematiikan oppimisesta.* Ennin uskomukset matematiikan oppimista kohtaan ovat lähes ei perinteisiä painottuen ei perinteiseen suuntaan. Hänen vastauksistaan on ei perinteisiä vastauksia kuusitoista, lähes perinteisiä vastauksia seitsemän sekä kaksi lähes perinteistä vastausta sekä kaksi perinteistä vastausta.

Enni kertoo seuraavaa matematiikan oppimisedellytyksistä alkuopetuksessa:

”Pitää olla ensinnä keskittymiskyky. Se on niinko kaiken a ja o. Pitää olla motivaatio. Se on toinen. Tai oikeastaan mä panisin sen motivaation ensikisi koska siitähän tulee sitte keskittyminen. Ja sitte pitää olla avaruudellista hahmotusta elikkä mä oon sanonu kaikille vanhemmille, kun joku kysyi ennen kuin esikoulu ees tunnethin, että mitä mä teen tenavan kans, että miten vois valamentaa sitä kouluun. Pitääkö opettaa lukehan? Sanoin, että pelatkaa palapeliä. Tämä on minun vanhan kansan ohjeeni. Se on avaruudellista hahmottamista, että hahmottaa palikan oikein päin. Minusta nämä ne on niinku sellaset perustekijät.”

Enni painottaa oppimisen perustekijöinä motivaatiota ja keskittymiskykyä. Nämä painotukset asettavat myös omat vaatimuksensa oppimisympäristölle ja opetukselle - täytyy olla jotain, joka herättää kiinnostuksen oppimiseen. Enni painottaakin uskomuksissaan, että oppimisympäristöjen tulisi olla käytännönläheisiä ja konkreettisia (liite 8: väittämät 22 ja 34). Ennin uskomuksissa nousee esille myös toiminnallisuuden vaatimus. Ennin mukaan matematiikkaa opitaan omien oivallusten kautta pyrkimällä ymmärtämään asioita (liite 8: väittämät 16, 27, 28, 30, 31 ja 41). Enni haluaa painottaa uskomuksissaan oppimista, jossa ei ole niinkään merkittävää suuri harjoittelun määrä vaan oppimisen laatu. Vähän ristiriitaisuutta toiminnallisuuden kanssa herättää kuitenkin osittainen yksin työskentelyn painottaminen (liite 8: väittäjä 31).

Ennin uskomuksissa painottuu monipuolisten tehtävien merkitys osana oppimista sekä myös laajempien kuin vastaopittujen kokonaisuuksien osaaminen, eli matematiikkaa ei opiskella vain kokeita varten (liite 8: väittäjä 2, 7, 10, 12, 17, 24 ja 67). Hän painottaa peruslaskutoimitusten osaamista, mutta väittä-

män 67 (liite 8) vastaus antaa viitteitä myös eriyttämisestä ja lasten tason huomioimisesta. Matematiikan näkeminen laajempaan kuin vain koulumatematiikkana tuli esille jo matematiikan olemukseen liittyvien väittämien yhteydessä - erityisesti matematiikan hyödyllisyyteen liittyvien väittämien (liite 8: väittämät 38, 47 ja 54) vastauksissa - eli Enni näkee matematiikan yhteyden arkielämään.

Ennin suhtautuminen matematiikan oppikirjan selkeyteen, oppikirjojen tehtävärakenteen monipuolisuuteen sekä oppikirjaan ymmärtämisen edistäjänä on kielteinen (liite 8: väittämät 44, 46, 52, 60, 61 ja 62). Vaikka Enni uskookin, että matematiikan oppikirjaa käytetään alkuopetuksessa lähes jokaisella matematiikan oppitunnilla (liite 8: väittäjä 44), hänen suhtautumisensa matematiikan oppikirjojen laatuun on kielteinen. Enni suhtautuu kielteisesti myös oppikirjojen valmiskokeiden toimivuuteen matematiikan osaamisen mittarina. Valmiskokeista ja niiden käytöstä käytiin haastattelussa seuraavanlainen keskustelu:

Haastattelija: Mittaavatko valmiskokeet annettua opetusta ja voisitko laatia kokeet itse?

"No aina ei välttämättä valmiskokeet kyllä mittaa, mutta kyllä mä jotenkin jonkun verran esimerkiksi kertotauluista teen itse kokeita. Mutta niin se on kuitenkin sen verran me eletään tuon oppikirjan mukaan, että jotenkin musta tuntuu, että vaikka mä oon näin kauan ollu opettajana, niin jotenkin sitä haluaa varmistaa, että se valt akunnallinen taso, jota kuvittelee, että kirjat pitää sisällään niin myös täällä meidän koulussa saavutetaan. Niin mä niinku sillä varmistan, että se on menny sitte varmasti."

Kokonaisuutena Ennin uskomuksissa matematiikan oppimista kohtaan painottuu oppimisympäristön käytännönläheisyys, matematiikan oppiminen ongelmanratkaisun ja omien oivallusten kautta, toiminnallisuus, matematiikan yhteys arkipäivään, epäilevä suhtautuminen matematiikan oppikirjojen selkeyteen ja monipuolisuuteen, mutta toisaalta oppikirjan käyttäminen opetuksessa, peruslaskutoimitusten hallinta sekä toiminnallisuuden vastakohtana yksin työskentely.

*Uskomukset matematiikan opettamisesta.* Ennin uskomukset matematiikan opettamista kohtaan ovat lähes ei perinteisiä polaroituen ei perinteiseen suuntaan. Hänen vastauksistaan on ei perinteisiä seitsemäntoista vastausta, lähes ei perinteisiä kymmenen vastausta, lähes perinteisiä kaksi vastausta sekä perinteisiä vastauksia kolme.

Ennin mukaan matematiikkaa opitaan opettamaan seuraavalla tavalla:

"Kokemuksella. Minä aina sanon, että kokemus on kaiken a ja o. Yrityksen ja erehtymisen kautta huomaa, että mikä sopii ja jokainen opettaa omalla tyylillään. En olenkaan sano, että se, miten minä opetan, niin se sopii jollekin muulle. Että tämä on minun tyyli ja välttämättä toiselle se ei passaa alkuunkaan."

Edellä jo oppimisen yhteydessä tuli esille, että Enni painottaa uskomuksissaan oppimisympäristöjen käytännönläheisyyttä ja lasten oivalluksia sekä toiminnallisuutta (liite 8: väittämät 16, 17, 21, 34 ja 63). Konstruktivistisen oppimiskäsitteilyn mukaisesti Enni haluaa ottaa huomioon lapsen aikaisemmat mate-

maattiset kokemukset (liite 8: väittämä 9). Uuden käsitteen opettamisesta Enni kertoo näin:

”Kaikille ei voi opettaa samalla tavalla. Toisille toisella ja toisille toisella. Että hyvin vaihteleva kirjo. Joku oppii taululla, kun sä opetat ja joku siinä kirja tehtäviä tehesä ja jollekin pitää vääntää rautalangasta. Ja taas nämä eri laskutoimituksetkin, niin niissäkin on eri vaihtoehtoja. Minä kyllä käytän pelikortteja paljon ja tuota taulua ja noppia ja mitä milloinkin sitte että hyvin. Minä oon sitä mieltä, että aika lailla pitää olla erilaista, koska ihmiset oppii eri tavalla, niin tuota niin eri aistien kautta tulevia impulsseja.”

Ennin opetus ei ole sidottu opettajan oppaan opetusvihjeisiin ja malleihin (liite 8: väittämä 6). Uusien asioiden opettamisessa Enni ainakin osittain näyttäisi kuitenkin uskovan oppikirjojen mukaiseen samanaikaisopetukseen, mutta toisaalta hän on osittain silti eri mieltä matematiikan oppikirjojen mukaisesta etenemisestä matematiikan opetuksessa (liite 8: väittämät 5 ja 15). Enni näkee matematiikan oppimisen ja myös opetuksen sisällöt laajempina kuin vain kokeita varten oppimisena ja opettamisena. Ennin uskomuksissa näkyy jo opittujen asioiden muistamisen, erilaisten ratkaisutapojen ja ymmärtämisen painottaminen matematiikan opetuksessa sekä myös täsmällisyyden piirre. Erityisesti ongelmaratkaisu, asioiden ymmärtäminen ja erilaisten ratkaisutapojen merkitys näkyvät myös matematiikan opetukseen liittyvissä uskomuksissa. Toisaalta Enni ei vaadi lapsilta kaikessa tarkkuutta ja matemaattisten termien ja merkintöjen oikein käyttämistä, mutta toisaalta hänen mukaansa laskusääntöjen ja kaavojen (jotka ovat myös matemaattisia merkintöjä) ymmärtäminen ei ole tärkeää, kunhan vain niitä osataan käyttää oikein (liite 8: väittämät 45, 57 ja 58).

Enni näkee siis opettajan tehtävän opetuksessa oppimistilanteiden ohjaajana ja järjestyksen pitäjänä, mutta ei valmiiden mallien näyttäjänä (väittämät 20, 23, 36 ja 51). Kielteinen suhtautuminen oppikirjan mukaiseen etenemiseen on samansuuntainen Ennin uskomusten kanssa matematiikan oppikirjojen selkeydestä ja monipuolisuudesta.

Kokonaisuutena Ennin uskomuksissa matematiikan opettamista kohtaan painottuu ongelmanratkaisun, erilaisten ratkaisutapojen sekä ymmärtämisen merkitys sekä peruslaskutoimitusten osaaminen. Erityisesti lasten oivallukset ja toiminnallisuus tulevat esille. Toisaalta Ennin suhtautuminen matematiikan oppikirjojen mukaiseen etenemiseen opetuksessa ja oppikirjojen monipuolisuuteen on kielteinen, mutta toisaalta uusien asioiden opettamisessa hän haluaa ainakin osittain opettaa samanaikaisesti oppikirjojen ehdottamalla tavalla. Opituntien suunnittelussa hän haluaa käyttää matematiikan oppikirjojen opettajan opasta. Myös täsmällisyyden ja ymmärtämisen välillä on jonkinlaisia ristiriitoja, sillä opetuksessa ei Ennin mielestä ole tärkeää, että osataan käyttää termejä ja merkintöjä oikein, mutta kuitenkin ymmärtämistä tärkeämpää on osata käyttää laskusääntöä tai kaavaa oikein.

*Uskomukset matematiikan opetuskäytännöistä.* Ennin uskomukset matematiikan opetuskäytäntöjä kohtaan ovat lähes ei perinteisiä. Ei perinteisiä vastauksia on kolmetoista, lähes ei perinteisiä vastauksia on kymmenen, sekoittuneita vastauksia on yksi, lähes perinteisiä vastauksia on neljä sekä perinteisiä vastauksia neljä. Oppimista ja opettamista koskevien uskomusten yhteydessä on

tullut esille Ennin uskomuksissa oppimisympäristöjen käytännönläheisyyden, konkreettisten oppimisvälineiden, ongelmanratkaisumenetelmien ja lasten toimintojen painottaminen (liite 8: väittämät 13, 21, 22, 27, 34 ja 63). Edellä olevien väittämien vastauksia tukee osittain Ennin antama vastaus kysymykseen 6 hänen alkuopetuksessa käyttämistään oppimateriaaleista. Sen mukaan Enni käyttää alkuopetuksen matematiikan opetuksessa matematiikan oppikirjaa, matematiikan oppikirjan opettajan opasta, viivainta, mittanauhaa, oppimispeljä sekä opetusrahoja. Enni haluaisi käyttää alkuopetuksen matematiikan opetuksessa toiminnallisia työtapoja kuten yhdessä työskentelyä ja ryhmätyötä, mutta vastakohtana näille työtavoille Ennin mukaan myös yksin työskentely saattaa olla tärkeä työtapo matematiikan oppitunnilla. Myös erilaisten ongelmanratkaisutapojen painottaminen nousi esille (liite 8: väittäjä 27). Nyt on mielenkiintoista huomata, että väittämien 8 ja 18 mukaan (liite 8) Enni uskoo, että ratkaisuideat ovat tulosta tärkeämpiä, mutta ratkaisutavat eivät kuitenkaan ole tehtävien ratkaisemisessa keskeisiä, mikä taas viittaa tuloksen painottamiseen. Haastattelun aikana hän antoi ymmärtää, että hän painottaa prosessia enemmän kuin tulosta. Enni kertoi oikean tuloksen merkityksestä seuraavaa:

”Jos ajatellaan näin, että on koe ja pyritään siihen oikeaan vastaukseen, niin kyllä se on minun mielestäni se, että miten se on saatu. Se prosessi on siinä tärkeämpi, että se miten se laps on sen ajatellu. Että jos sillä on vaikka tullu, että jos se on hirviän hyvin tehny sen tehtävän ja näkee, että ajatuksen kuluku on ollu oikea ja vastaus on vaikka 14 ja se pitäis olla 15, niin minun mielestä siitä pitäis antaa täydet pisteet, tai ainakin yhdellä miinuksella vaan sakottaa, koska minusta se saattaa olla huolimattomuutta tai hätäilyä se lopputulos. Ja ja samaten niin kaikessa toiminnassa niin täällä koulussa niin kyllä minä nään, että se prosessi siinä on tärkeintä, että se ajattelutyö.”

Itse kootun tai valmistetun aineiston käyttäminen matematiikan oppitunnilla näyttäisi vähäiseltä (liite 8: väittämän 69). Enni käyttää ilmeisesti opetuksessaan valmismateriaalia, jota on saatavissa esimerkiksi matematiikan oppikirjoista ja niiden mukana tulevasta oheismateriaalista. Vaikka Ennin suhtautuminen matematiikan oppikirjojen selkeyteen ja monipuolisuuteen sekä oppikirjojen valmiiden mallien toimivuuteen oppimisen edistäjinä onkin kielteinen, hän nimeää oppimateriaalin tärkeysjärjestystä koskevan kysymyksen 7 vastauksessa tärkeimmäksi opetuksessa käytettäväksi oppimateriaaliksi matematiikan oppikirjan, jonka jälkeen tulevat seuraavassa järjestyksessä eri kustantajien vastaavat oppikirjat, matematiikan oppikirjan opettajan opas sekä tunneilla vaihtuva oheismateriaali. Se, että Enni on nimennyt eri kustantajien vastaavat matematiikan oppikirjat toiseksi tärkeimmäksi oppimateriaaliksi, voisi viitata siihen, että Ennin opetus ei ole riippuvainen yhden tietyn oppikirjan ratkaisusta, vaan hän voi etsiä itselleen sopivia ideoita eri lähteistä ja rakentaa niistä itselleen ja luokalleen sopivan oppitunnin rakenteen. Mielenkiintoista on sen sijaan se, että matematiikan oppikirjan opettajan opas on vasta kolmantena tärkeysjärjestyksessä, vaikka Enni myöntääkin suunnittelevansa matematiikan oppitunnin opettajan oppaan avulla (liite 8: väittäjä 50). Tässä näyttäisi olevan hienoista ristiriitaa tärkeysjärjestyksen ja matematiikan oppikirjoihin liittyvien vastausten välillä. Enni uskoo, että matematiikan oppitunneilla tulee tehdä muutakin kuin vain ratkaista tehtäviä, sillä hän haluaa keskustella tehtävien ratkaisumenetelmistä ja käyttää erilaisia työtapoja kuten esimerkiksi ryhmätyötä (liite 8:

väittämät 27, 66 ja 68). Ennin mukaan matematiikan oppitunnin ei tarvitse ainakaan kokonaan noudattaa perinteistä matematiikan oppitunnin mallia, jossa tunnin alussa opetetaan uusi asia, jota sitten harjoitellaan tekemällä tehtäviä oppikirjoista (liite 8: väittämät 15 ja 67). Väittämän 67 vastaus viittaa myös eriyttämisen käyttämiseen matematiikan opetuksen työtapana. Opettajan tehtävää matematiikan oppitunnilla käsiteltiin jo matematiikan opetukseen liittyvien uskomusten tarkastelun yhteydessä, ja siellä kävi ilmi, että Enni uskoo, että opettajan tulee olla sekä oppimistilanteiden ohjaaja että järjestyksen pitäjä, mutta ei valmiiden mallien näyttäjä. Tämä osaltaan viittaa myös toiminnallisuuteen sekä lasten oivallusten käyttämiseen opetuksen ja oppimisen apuna. Aikaisemmin jo oppimisen yhteydessä saatiin selville, että Enni ei arvosta matematiikan oppikirjojen valmiskokeita osaamisen mittarina (liite 8: väittäjä 33). Enni ei myöskään usko, että matematiikan kokeen laatiminen olisi niin työlästä, että täytyisi käyttää oppikirjan valmiskokeita (liite 8: väittäjä 39). Suhtautuminen valmiskokeisiin tukee Ennin kriittistä suhtautumista matematiikan oppikirjoihin.

Vaikka Enni näkee matematiikan laajempaan kuin vain vasta opittujen asioiden muistamisena, hän kokee matematiikan integroimisen muihin oppiaineisiin osittain vaikeana, mutta näkee matematiikan soveltuvan kokonaisuopetukseen hyvin (liite 8: väittämät 4 ja 14):

Kokonaisuutena Ennin uskomukset matematiikan opetuskäytäntöjä kohtaan painottavat toiminallisuutta ja erilaisia työtapoja, vaikka ymmärrystä yksintyöskentelyllekin löytyy. Vaikka Enni suunnittelee matematiikan oppitunnit opettajan oppaan avulla, hän ei usko, että opettajan oppaan antamia vinkkejä ja malleja olisi opetuksessa ehdottomasti noudatettava. Hänen suhtautumisensa matematiikan oppikirjoihin on kriittinen, vaikka hän uskookin niitä käytettävän lähes jokaisella oppitunnilla sekä luottaa niihin ainakin osittain uusien asioiden opetuksessa. Matematiikan tehtävien tulee Ennin mielestä käsitellä muitakin asioita kuin vasta opittuja ja niiden tulee olla haasteellisia, jolloin niissä painottuvat erilaiset ratkaisumenetelmät - tosin ratkaisutapojen ja tuloksen merkityksestä hänellä on ristiriitaisia uskomuksia. Opettajan tehtävän hän näkee sekä ohjaajana että järjestyksen pitäjänä. Opettajan toimiminen ohjaajana tukee taas toiminnallisia työtapoja sekä lasten oivalluksia.

## **B) Oppituntien tarkkailun perusteella nouseva kuvaus**

Enni toimi luokanopettajana maaseudulla pienellä sivukylän koululla. Koulussa oli oppilaita 46 esiopetuksen oppilaat mukaan luettuna (kuusi esioppilasta). Keväällä 1999 koulussa oli kolme opettajaa, mutta pienen oppilasmäärän vuoksi koulu oli siirtynyt lukuvuonna 1999-2000 kaksiopeettajaiseen malliin. Ennillä oli opettajakokemusta yli 25 vuotta. Ennillä oli mielenkiintoinen luokkayhdistelmä opetettavanaan - yhdysluokka, jossa oli ensimmäinen, toinen ja kuudesluokka. Ensimmäisellä luokalla oli kolme oppilasta ja toisella luokalla viisi oppilasta. Kuudesluokkalaisia oli yhdeksän. Enni luonnehti kokemuksiaan tästä luokkayhdistelmästä näin:

”No tuota sillä lailla alakuun mua ihan hirvitti se, mutta nyt kun minä oon päässy sisälle ja nää oppilaat nauttii ihan ja sen että miten täsä niinku pitää tehdä, niin mä

oon niinku kauheasti tehny semmosta käännytystyötä sanotaanko näin. Mä oon niinku niitä hirviäsi tsempannu, että nyt me pärjäthän näin koska muuta vaihtoehtoa ei ole. Niin ainoa vaikeus, mikä tässä on jääny, on se persoonan kahtia jakautuminen. Se että kun minä puhun 1-2 -luokalle, niin minähän puhun aivan eri lailla. Ja sitte jos minä käännynki toiselle puolelle, niin siellä onki kuutokset, jotka on murrosiässä osa jo, niin minä en voi puhua sillai, että tämä lepertely on väärä sana, mutta kuitenkin sä tiiät, että taso on ero. Se on ainoa, mikä mua rassaa.”

Ennen lukuvuotta 1999-2000 hän oli opettanut yhdysluokkaa, jossa oli ensimmäinen ja toinen luokka.

Koulumuistoja matematiikan oppimisesta:

”Mulla oli vähän vaikeuksia matematiikassa. .... No esimerkiksi varmaan kertotauluissa. Mä muistan, miten hirviästi. Ja meillä oli hirviän kylmä tupa ja mulla oli jalat uunissa ja mulla oli hirviä kylmä ja luin, että neljä kertaa neljä on kuusitoista. Mä en tuumannu millään oppia, mutta geometria mulla on ollu, että mulla on ollu ehkä avaruudellinen hahmottaminen vahva. Mutta sitte niinko lukiossa ja yläasteella mä tykkäsin matematiikasta. Että esimerkiks noita  $a + b$ , mitä näitä nyt on, niin ne oli mulle oikein himojuttuja. Mutta ei se oo siitä kiinni, että mä olisin ollu mitenkään lahjakas, mutta mä olin hirviän sinnikäs. Mä niinku oon ollu hirviän yritteliäs aina ja eteenpäin pyrkivä, että ni siis ihan opettelemalla mä ne otin - ei lahjakkuudella. Töitä tekemällä aivan hirviästi.”

Enni oli kokenut peruskoulun 1-6 luokkien aikana matematiikan opiskelun vaikeana, mutta yläasteella ja lukiossa matematiikan opiskelu oli ollut helpompaa. Enni kuvasi suhdettaan matematiikan opetukseen seuraavalla tavalla:

”Pidän matematiikasta. Toisaalta mä koen mä oon semmonen aika lailla luova ja mä oon semmonen impulsiivinen ja, miten sanosin....en oo mikään semmonen, että tykkään niinku olla luova ja kuvaamataidosta ja kaikesta askartelusta hirviästi, mutta toisaalta matematiikka tasapainottaa tätä mun persoonaani siinä, että kun siinä on tietyt säännöt, niin minä tykkään siitäki, että se on niinku sellanen selevä aine opettaa.”

Kuvausjakson aikana kuudesluokkalaiset tekivät hiljaista työtä, ja opettaja työskenteli ensimmäisen ja toisen luokan kanssa. Oppilaat istuivat luokittain omissa ryhmissään. Opettajan pöytä oli luokan edessä ja taulun oikeassa reunassa oli merkitty sekä numeroin että pistein luvut 1-20. Ensimmäisen luokan oppituntien aiheet käsittelivät yhteen- ja vähennyslaskuja lukualueella 1-20 sekä suurempi/ pienempi kuin -käsitteltä. Toisen luokan oppituntien aiheet liittyivät 2-5 kertotauluihin ja kertolaskun jäsenten nimityksiin kertoja, kerrottava ja tulo.

Kuvaamillani oppitunneilla kuudes luokka teki matematiikan oppikirjan tehtäviä tai siirtyi kouluavustajan johdolla toisiin tiloihin joko tekemään tehtäviä tai pelaamaan jotakin oppimispeliä. Enni aloitti matematiikan oppitunnin esimerkiksi ensimmäisen luokan tai vastaavasti toisen luokan ohjauksella ja vastaavasti lopetti jommankumman luokan yhteiseen opetustuokioon. Viimeisellä videoimallani oppitunnilla alkuopetusluokilla oli työpistetyöskentelyä, jonka tehtävät käsittelivät kertausluonteisesti matematiikassa opittuja asioita. Jokaisessa pisteessä oli kummallekin luokalle omat tehtävät. Katsoimme yhdes-

sä videolta ensimmäiselle luokalle pidetyn kertauskokeen ohjaustilannetta käsittelevää kohtaa sekä tulon tekijöiden vaihdannaisuutta ja nimityksiä käsittelevää opetustuokiota. Opettaja ohjasi ensimmäisellä luokalla pidettyä kertauskoea tarkasti varmistamalla yhteisesti, että lapset pääsevät hyvin alkuun sanallisten tehtävien suorittamisessa. Enni arvioi tilannetta seuraavasti:

”Oikeestaan tuossa on niinku semmonen asia hyvin pähkinän kuoressa tai tuota lyhyesti 1-2 luokalla tai ykkösluokan matematiikasta, että niinkun että ne oppis tajua-han sen niinko, että tuota mä aina joka tilanteessa niinko tuossaki toistan sitä, että kun tulee lisää, niin se on plussia. Että niin siis tämä peruskäsitteiden oppiminen tuosa on semmonen, mitä minä sitte painotan hirviästi. Jos viedään pois, niin sitte se on miinusta.”

Haastattelija: ”Onko sinulla tapana aina toimia koetilanteessa näin?”

”On ekaluokalla, jos on sillaa, että lukutaito on vielä heikko - näillääki oli kaikilla sillon helmikuussa vielä. Joka vuosi sillaa keskiarvosesti ajateltuna, niin sillaa helmikuussa lukutaito on mekaanisesti kypsä, mutta ... ne lukee vielä tavuttain, mutta se luetun ymmärtäminen ei vielä välttämättä oo minun mielestä valamis. Mutta sitte tuota minun mielestä matematiikka pitää olla sellasta, että tuota matematiikan koe-kin esimerkiksi, että siinä ei testata sitä ymmärtämistä, lukutaidon ymmärtämistä, vaan sitä matemaattista osaamista.”

Toisen luokan opetusta koskevassa opetustuokiossa opettaja kävi läpi taululla tulon tekijöiden nimityksiä sekä kertolaskun vaihdannaisuutta. Opettaja kyseli taululla erilaisia kertolaskuja ja pyysi aina jokaista lasta kiinnittämään lapuille kirjoitetut tulon tekijöiden nimet oikeille paikoille. Enni painotti opetustilan-teen aikana, että vaikka tulon tekijöiden järjestys muuttuu, niin kertojan ja kerrottavan järjestys ei muutu. Opetustuokion katselun jälkeen Enni arvioi tilan- netta seuraavalla tavalla:

”No en osaa sanoa sillä lailla. Liian jos minä niinku ajattelen tuota opetusta, niin tota liian nopiasti niinku tota liian vähällä opetuksella. Mutta sitte mä ajattelin sen puo- lustukseksi sen, että miksi noin nopiasti menthin siihen harjoitteluun, että niinku sitä teoriaa ei tavallaan kauemman aikaa jankattu eikä tota sitä alustavaa hommaa oo ollu, niin tota se oli se varmasti, kun oli niin pieni porukka (viisi oppilasta) ja sitte se, että kun sillä tunnilla piti ehtiä sitte muutakin. Mutta että jos ois vain yhtä sorttia (tarkoittaa yhtä luokkaa), niin noin lyhyellä opetustuokiolla ei mentäs harjoitteluun. Sitä minä arvioin, että tuli vähän kiirhen maku.”

Haastattelija: ”Olisiko jotain, mitä haluaisit muuttaa nähdystä?”

”No tuota, että tuossa oli kiire. ... Niin tuota siinä oli semmonen kiirhen maku. Ja tuota sitte, jos nyt tuota oikein rupiais sillai juurta jaksan, niin siinä ois pitäny olla enemmän jonkunlaista konkretisointia tuosa vaihdannaisuuden opettamisessa, ettei pelkät nimilaput, että ihan siis lukumääräisesti jotakin ois voinu olla..... Se minusta oli tässä se plus-puoli: kun se oli otettu sieltä olikse nyt kaks kertaa neljä, niin tuota jos nyt uudestaan tämän ni ottasin heti niin sitte sen esimerkin, minkä mä taululle laitoin niillä legoilla, että se tehtäs. Kaikki tekis vaikka saman ensinnä - sen kaks kertaa neljä. Liian niinku siinä jäi yks vaihe tavallhan pois.”

Ennin opetukselle oli tyypillistä lähestyä uusia asioita yhdessä. Yhteisen ope- tustuokion jälkeen siirryttiin matematiikan oppikirjan tehtäviin. Kysyessäni Enniltä tyypillistä tapaa opettaa uusia asioita, niin hän vastasi näin:

”Joo, kyllä taululle ensin. Ja sitte tuota sillä lailla vielä, että sitte sieltä käyhän kaikki sellaset tehtävät niinko esimerkiksi kuutosten kanssa mä teen matematiikkaa hir-



viästi oikein taululle - monta kertaa pyyhin. Siis kaikki aina vaan tarkkaan ja tarkkaan sitä samaa asiaa ja sillä niinko yritän ehdollistaa ja selitän ja selitän uudelleen ja uudelleen. Ja sitte kotitehtäväksi kaikista helpoimmat, mitä siellä on, että ei jäis kotonan vanhemmille sitte hirviästi.”

Ennillä oli opetettavanaan kolme luokkaa samassa ryhmässä, ja opettaminen vaati tämän takia todella paljon suunnittelua. Toisaalta tällainen luokkayhdistelmä saattaa jossakin mielessä olla opetusta rajoittavakin tekijä, koska yhden oppitunnin aikana oli ehdittävä kolmen luokan asiat, mutta toisaalta se voi olla opetusta rikastuttava tekijä, sillä lapset voivat oppia paljon toisiltaan. Tässä tilanteessa Enni kertoi matematiikan oppikirjan aseman olevan ylivoimainen verrattuna muihin oppimisvälineisiin. Enni käytti videointijakson aikana varsin monipuolisesti erilaisia työtapoja (oppimisleikkejä, parityötä, työpistetyöskentelyä, erilaisia leikkejä), mutta normaalisti hän kertoi, että käyttää matematiikan opetuksessa pari- ja ryhmätyötä sekä työpistetyöskentelyä. Enni kiteyttää opetusfilosofiansa seuraavalla tavalla:

”... Minun filosofiani on se, että kaikki riippuu siis kaikki oppiminen ja opettaminen - vois sanoa opettaminen ja oppiminen, panhan tällä termillä - niin se riippuu motivaatiosta ja se on niinku kaikki. Sitä mää niinku perään kuulutan ja toinen asia on sitte se, että kun lapselle opettaa jotain asiaa, niin sun pitää kahtoa se tausta, mistä se laps tulee - oppia tuntehan. Hyvä jos tunnet kodin, vanhemmat, sisarukset ja tiedät sen lapsen maailman, jotta voit nivouttaa - kun siellä aivoissa on jo joitakin semmoisia asioita, jotka siellä on olemassa - niin kaiken opittavan. Niin siellä pitää olla pinta, mihin se tarttuu. Että tämä on minun filosofiani. Että mä koitan tuoda sen opettavan asian niin lähelle sen lapsen omaa minuutta ja omaa ympäristöä ja sitä kautta oppihan se. Siinä on filosofia.”

### 8.3.6 ”Nyt meillä on matematiikkaa, upeeta mahtavaa ”

#### A) Uskomuskyselyn ja haastattelun perusteella nouseva kuvaus

*Uskomukset matematiikasta.* Fannin uskomukset matematiikasta ovat lähes ei perinteisiä polaroituen ei perinteiseen suuntaan (taulukko 8.1). Likertasteikollisen osan vastauksista kaksitoista on ei perinteistä, viisi lähes ei perinteistä, kaksi sekoittunutta vastausta sekä yksi lähes perinteinen vastaus. Raunin vastauksissa nousee esille ongelmanratkaisun ja erilaisten ratkaisumenetelmien painottaminen, matematiikan luovuus sekä hyödyllisyys. Fanni määritteli matematiikan olemusta kyselylomakkeessa näin:

”Matematiikka on ongelmaratkaisutaidon oppimista, arkisten asioiden loksahdusta paikoilleen selkeämmäksi kokonaisuudeksi.”

Vastauksessa näkyy ongelmanratkaisun painottaminen ja pyrkimys hahmottaa asioita kokonaisuudeksi. Tämä määritelmä painottaa ei perinteistä näkemystä matematiikan olemuksesta ja tukee näin kyselylomakkeen Likertasteikollisen osan vastauksia. Pientä epävarmuutta tähän näkemykseen tuovat väittämien 43 ja 49 vastaukset (liite 8), joiden mukaan Fanni ei ole oikein varma, onko matematiikka yksiselitteistä ja täsmällistä. Fannin haastattelussa antama määritelmä tuo esille täsmällisyyttä suosivia platonistisen matematiikkakuvan piirteitä,

kuten loogista ajattelua ja järjestykseen pyrkimistä:

”No matematiikka. Se on niinku semmosta loogista ajattelua ja sä järjestelet niinku niitä asioita niinku päässä numeroitten avulla. Ja se ei oo pelkästään numeroita. Ja sehän on niinku mittaamista ja muotoja ja sitä on joka paikassa matikkaa jos tarkkaan aatellaan.”

Kokonaisuudessaan Fannin uskomukset matematiikan olemuksesta ovat lähes ei perinteisiä, sillä hänen vastauksistaan tulee esille ongelmanratkaisun (liite 8: väittämä 37) ja erilaisten ratkaisumenetelmien painottaminen, matematiikan luovuus sekä hyödyllisyys (liite 8: väittämät 38, 47 ja 54). Pientä epävarmuutta sen sijaan ilmenee matematiikan yksiselitteisyyttä ja täsmällisyyttä (liite 8: väittämät 43 ja 59) koskevien vastausten kohdalla - Fanni ei ole oikein varma, onko matematiikka yksiselitteistä ja täsmällistä.

*Uskomukset matematiikan oppimisesta.* Kyselylomakkeen Likert-asteikollisen osan alkuopetuksen matematiikan oppimista koskevien väittämien vastausten perusteella Fannin uskomukset matematiikan oppimisesta ovat lähinnä lähes ei perinteisiä painottuen ei perinteiseen suuntaan. Hänen vastauksistaan on ei perinteisiä kolmesta ja lähes ei perinteisiä seitsemän vastausta, neljä sekoitunutta vastausta sekä kolme lähes perinteistä vastausta.

Fanni näkee matematiikan oppimisen rakentuvan enemmän yksilön henkilökohtaisista kokemuksista kuin tiettyjen sääntöjen ja kaavojen ulkoa osaamisena. Tämä ajattelu nousee esille myös Fannin haastattelussa antamista määrittelmistä matematiikan oppimiselle:

Haastattelija: ”Miten matematiikkaa mielestäsi yleensä opitaan?”

”No, niinko tänä päivänäki oli niinko mukava miettiä, että miten sä niinko ajattelet niitä asioita. Et et oikeestaan jos sais niille lapsille niitä ajatuksen ituja.... Kotitehtävätki vois olla sitä, että ne niinko miettis, että mitä tunnilla oli puhetta näistä matikan asioista. Että se ei ois vaan tämmöstä suhasemista, että pitäs niinku mahdollisimman paljon saada ja nopeesti niitä kirjan laskuja.”

Haastattelija: ”Miten lapset oppii matematiikkaa?”

”No mun mielestä niin luonnostaan kun olla ja taitaa. Ja kun ne on niin innokkaita.”

Fannin uskomuksissa on nähtävissä epävarmuutta siinä, kuinka hyvin matematiikan tehtävien tulisi olla sidoksissa vasta opittujen asioiden kanssa (liite 8: väittämät 7, 10 ja 17). Fanni suhtautuu alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen monipuolisuuteen sekä selkeyteen epäilevästi. Fannin uskomukset näyttävät olevan epäileviä myös sen suhteen, miten matematiikan oppikirjojen mallien noudattaminen ohjaisi lapsia tehtävien ymmärtämiseen. (Liite 8: väittämät 46, 52, 60, 61, 62.) Fannin uskomuksissa matematiikan oppimisesta alkuopetuksessa tulee esille oppimisvälineiden käyttö oppimisen apuna, käytännönläheiset oppimisympäristöt, matematiikan hyödyllisyys, ongelmaratkaisu sekä erilaisten ratkaisumenetelmien painottaminen ja tätä kautta lasten oivallusten huomioiminen. Kyselylomakkeen vastauksissa näkyy myös pyrkimys hahmottaa kokonaisuuksia (liite 8: väittämät 2 ja 12).

Kokonaisuudessaan Fanni näkee matematiikan rakentuvan enemmän yksilön henkilökohtaisista kokemuksista kuin tiettyjen sääntöjen ja kaavojen ulkoa osaamisesta.

*Uskomukset matematiikan opettamisesta.* Fannin uskomukset matematiikan opettamisesta ovat lähes ei perinteisiä. Fannin vastauksissa oli ei perinteisiä vastauksia kaksitoista ja lähes ei perinteisiä yhdeksän, sekoittuneita vastauksia oli kahdeksan sekä lähes perinteisiä vastauksia oli kolme.

Aikaisemmin on jo tullut esille, että Fannin uskomukset matematiikan oppikirjojen selkeydestä ja monipuolisuudesta ovat epäileviä. Fanni ei usko, että valmiit malliratkaisut auttaisivat lasta ymmärtämään tehtäviä. Fannin suhtautuminen matematiikan oppikirjan mukaiseen etenemiseen on osittain kielteinen (liite 8: väittämät 5, 6 ja 15).

Opetuksen sisällön tulisi Fannin mielestä painottaa lasten oivalluksia sekä antaa haasteita. Fanni haluaa opettaa käytännönläheisesti ja ottaa huomioon lapsen tason. Seuraavassa on Fannin kuvaus asioista, joita hän haluaa ottaa huomioon suunnitellessaan alkuopetuksen matematiikan opetusta:

”No, se on just sitä toimintaa ja sitä, että otetaan se niinku lapsen tasosesti, että liitetään niinku sen lapsen maailmaan ja niihin sanoihin, mitkä se laps ymmärtää.”

Kuten aikaisemminkin on tullut esille, Fanni ei näytä täysin hyväksyvän opettajaa oppimistilanteiden ohjaajaksi eikä järjestyksen pitäjäksi, mutta valmiiden mallien näyttäjäksi hän on osittain valmis opettajan hyväksymään (liite 8: väittämät 20, 23, 36 ja 51). Haastattelun aikana hän taas painottaa opettajan tehtävää oppimisen ohjaajana:

”Opettaja on tavallaan niinku se ää semmonen niinku ohjaaja ja sellanen, joka niinku tota mahdollistaa sen tilanteen.”

Matematiikan opetuksessa Fanni haluaa ottaa huomioon myös lasten aikaisemmat matemaattiset kokemukset (liite 8: väittämät 9 ja 19). Näitä vastauksia tukee hänen suhtautumisensa matematiikan oppikirjoihin sekä uskomusten käytännönläheisyyttä, konkreettisuutta, erilaisten oppimisvälineiden käyttöä ja opetuksen etenemistä oman suunnitelman mukaisesti painottavat ominaisuudet (liite 8: väittämät 5, 15, 21, 34, 63 ja 67). Pääsääntöisesti Fannin uskomukset matematiikan opettamisesta poikkeavat perinteisestä oppikirjasidonnaisesta opetustyylistä.

*Uskomukset matematiikan opetuskäytännöistä.* Fannin uskomukset matematiikan opetuskäytännöistä alkuopetuksessa ovat lähinnä sekoittuneita painottuen lähes ei perinteiseen suuntaan. Fannin vastauksista on viisi ei perinteistä vastausta, neljätoista lähes ei perinteistä vastausta, neljä sekoittunutta vastausta sekä yhdeksän lähes perinteistä vastausta.

Vaikka Fannin suhtautuminen matematiikan oppikirjan ja opettajan oppaan mukaiseen etenemiseen opetuksessa on osittain epäilevä, kuten edellä matematiikan opetusta koskevien uskomusten yhteydessä todettiin, niin hän kuitenkin myöntää suunnittelevansa matematiikan oppitunnit opettajan oppaan avulla sekä käyttävänsä matematiikan oppikirjaa lähes jokaisella tunnilla (liite 8: väittämät 6, 44, 50 ja 55). Opettajan oppaan käyttöä matematiikan opetuksen suunnittelun apuna tukee myös kyselylomakkeen oppimateriaalin tärkeysjärjestystä koskevan kysymyksen (7) vastaus. Fanni on nimennyt tärkeimmäksi matematiikan oppikirjan opettajan oppaan, jonka jälkeen tulevat mate-

matiikan oppikirja, tunneilla vaihtuva oheismateriaali sekä viimeisenä eri kustantajien vastaavat oppikirjat. Vaikka Fanni on nimennyt matematiikan opettajan oppaan ja matematiikan oppikirjan tärkeimmiksi oppimateriaaleiksi, niin seuraavat hänen oppituntinsa näyttäisivät poikkeavan perinteisestä matematiikan oppitunnin rakenteesta (liite 8: väittämä 29).

Vaikka samanlainen epäilevä suhtautuminen liittyy matematiikan oppikirjojen valmiskokeisiin kuin matematiikan oppikirjojen selkeyteen ja monipuolisuuteen, Fanni kuitenkin myöntää jollain tavalla käyttävänsä valmiskokeita (liite 8: väittämät 33 ja 39). Hän myöntää haastattelussa, että käyttää valmiskokeita:

”Minä käytän valmiskokeita. ...Miksi? Niin ne on helppoja.”

Haastattelija: ”Millaisia kokeita itse laatisit?”

”No, tää tuli niin yhtäkkiä. Tää on ihan uus kysymys, millasia ne olis. Mutta kyllä ne ois eri näköisiä. En osaa sanoa minkälaisia.”

Matematiikan alkuopetuksessa Fanni ilmoitti käyttävänsä (kysymys 6) matematiikan oppikirjaa, matematiikan opettajan opasta, tietokoneohjelmia, Multilink- tai Dick-kuutioita, viivainta, mittanauhaa, oppimispeljä sekä opetusrahoja. Oppimisvälineiden käyttöä tukevat uskomuskyselyn vastaukset, vaikka oman aineiston vähäinen käyttö viittaa valmismateriaalien (esimerkiksi oppikirjojen ja niiden oheismateriaalien) käyttöön (liite 8: väittämät 65 ja 69).

Fanni arvostaa uskomuksissaan toiminnallisia työtapoja, yhdessä työskentelyä sekä eriyttämistä seuraavien väittämien vastausten perusteella (liite 8: väittämät 31, 26, 63, 66, 67 ja 69). Ryhmätöiden tekeminen ei kuitenkaan näytä kuuluvan hänen työtapoihinsa (liite 8: väittämät 66 ja 69). Fanni uskoo matematiikan olevan integroitavissa muihin oppiaineisiin sekä myös soveltuvan kokonaisopetussuunnitelman osaksi (liite 8: väittämät 4 ja 14).

Kokonaisuutena Fanni näyttää arvostavan matematiikan opetuskäytäntöjä koskevissa uskomuksissaan toiminnallisuutta, oppikirjaa työvälineenä, erilaisen oppimisvälineiden käyttöä, ongelmanratkaisua ja lasten oivalluksia sekä erilaisten ratkaisutapojen merkitystä. Ongelmaratkaisu näkyy Fannin mukaan hänen opetuksessaan seuraavalla tavalla:

”No mää niinku koitan niinku pökkiä niitä vähän niinku miettimään ja en anna niille niinku valmiita vastauksia. Musta on niinku herkullinen tilanne, että oikein näkee kun siis niillä - et se on minusta niinku se hauskin hetki et ne ne miettii.”

Opettajan tehtävä matematiikan opetuksessa jää hänen uskomuksissaan vähän hämäräksi, kuten matematiikan opetusta koskevien uskomusten kohdalla todettiin. Lähinnä Fannin uskomuksissa tämän kyselyn pohjalta opettajan tehtävänä on valmiiden mallien näyttäminen. Tämä uskomus on toisaalta ristiriidassa toiminnallisuuden, ongelmanratkaisun sekä lasten oivallusten kanssa.

## **B) Oppituntien tarkkailun perusteella nouseva kuvaus**

Fanni toimi opettajana pienessä maaseutukaupungissa kaksiolettajaisella koululla, jossa hän opetti yhdistettyä 1-2 luokkaa. Tässä yhdysluokassa oli kaikki-

aan 11oppilasta - 8 ensimmäisellä luokalla ja 3 toisella luokalla. Koulun koko oppilasmäärä oli 23. Luokanopettajana Fanni oli toiminut yli neljä vuotta ja lisäksi hänellä oli yhden vuoden kokemus esikoulunopettajan tehtävistä.

Fanni kuvasi omaa opetusfilosofiaansa sekä kouluaikaisia kokemuksiaan matematiikan oppitunneilla sekä seuraavasti:

"Mulle on itelle ollu tota matematiikka niinku aikanaan semmonen raskas asia. Niin tota tietyllä tavalla haluaisin semmosta niinku iloa ja voimaa siihen. Mä haluaisin niinku tuoda siinä opetuksessa esille, että se ei ois niinku pelottavaa eikä tuntuis niinku vaikeelta."

Haastattelija: "Mikä siellä matematiikkassa oli kouluaikana vaikeeta?"

"No, tuota noin niin. Mulla oli niinku esimerkiksi kertotaulujen opettelu. Muistan se oli niin kamalaa sillon tota noin. Ja sitte kun siellä opettaja kysy, niin ne piti tulla niinku apteekin hyllyltä. Ja ne tilanteet. Mä niinku muistan oikein, että niinku vitoskutosella, että mä niinku pelkäsin mun omaa opettajaa - yläluokan opettajaa. Ja matikan kokeitten ennen mä näin niinku ihan painajaisunia. Ja tai olla niinku liitutaullalla niinku tekemässä jotakin, jos jokin meni väärin niin. Mulla on ollu kyllä itellä niinku traumoja niinku tota matikan tunneilla."

Haastattelija: "Mikä ne traumat aiheutti?"

"Se oli ehkä just se oikein-väärin ajattelu tai sitte se tota niin. Ehkä sitä opettajaa ehkä niinku jotenkin pelkäs ja pelkäs, ettei osaa...."

Haastattelija: "Miten se oikein-väärin ajattelu tuli esille?"

"No, mä muistan sen, että kun jakokulma oli taululla ja mä laskin ja mä muistan vielä, että siellä oli seiska. Mä muistan sen numero seiskan, jota mä jäin tuijottamaan ja kuinka mä itkua väänsin siellä sen jakokulman kans. Tiäkkö se meni väärin ja olla niinku naurun alanen sitte. Tota semmoset on niinku semmosia kokemuksia, jota mä en haluais omassa opetuksessa."

Videointijakson aikana Fannin oppitunnit käsittelivät ensimmäisellä luokalla lukujen 0 - 10 muodostamista, kymmenylitystä sekä pylväsdiagrammin muodostamista ja lukemista. Toisen luokan aiheina olivat kertotaulujen kertaus sekä luvut 0 - 1000 ja yhteen- ja vähennyslaskua näillä luvuilla. Fanni opetti kolme tuntia matematiikkaa viikossa. Oppilaat istuivat luokassa kolmen oppilaan ryhmissä. Luokan edessä oli perinteisesti opettajan pöytä sekä liitutaulu. Luokassa oli myös pirttikalusto, johon kuului iso pöytä ja penkit. Liitutaulun vieressä olevan kaapin oveen oli kiinnitetty luvut 0-20 pahvitauluilla, joissa jokainen luku oli havainnollistettu kymmenlaatikon avulla. Luokan perällä oli vielä iso helmitaulu. Seuraamani oppitunnit (5 h) muodostivat kokonaisuuden, jossa opittiin yhdessä kymmenjärjestelmän rakennetta pelien sekä pari- ja ryhmätyön avulla.

Oppikirjojen tehtäviä tehtiin lähinnä urakkatyönä, jota Fanni kuvasi näin:

"Opetus tapahtuu urakoina (tarkoittaa oppikirjatyöskentelyä), koska silloin tapahtuu luontevasti eriyttäminen. Oppilaat saavat suhteellisen vapaasti edetä, mutta jos on epäselvyyttä eikä osata, niin otetaan kaikki opetustuokioon - myös nekin, jotka osavat. Oppilaat saavat opettaa toinen toisiaan. .... Se on sitä, että ne voi ite määrätä siis näitä kotitehtäviä tai sitten vaikka sanotaan, että nyt kakkosluokkalaisilla, että tuohon pompsiin sanotaan nyt, että ollaan hiihtolomaan mennessä. Meillä on tonne asti aikaa ja tässä on nyt tämä aikaväli, että tuota niin ni meidän pitäs urakoida nuo sivut ja siihen mennessä. Ja sit saatan sanoa, että et nää toiset sivut on tärkeämpiä. Jos sinusta tuntuu, että tota sä et jakska kaikkia sivuja tehdä, niin sä voit tietenki jättää täältä pois, mutta voit kasvattaa niitä matikkalihaksia urakoimalla niinku oman mielen mukaan ja tekemällä sitte lisätehtäviä sieltä."

Seuraamieni oppituntien aikana matematiikan oppikirjoja käytettiin vähän. Tavallisesti lopputunnista oppilaat määräsivät itselleen kotiin lasku-urakat. Yhdellä oppitunnilla oppilaat tekivät enemmän hiljaista työtä ja laskivat matematiikan oppikirjan tehtäviä. Vaikka oppikirjan käyttö oli vähäistä, niin Fanni tunsikin olevansa jollakin tapaa sidoksissa siihen. Haastattelun aikana Fanni kertoi oppikirjan merkityksestä seuraavasti:

”Mä haluaisin olla irtaallaan enempi siitä oppikirjasta. Mä tiedän, että siellä on näitä puuduttavia laskujuttuja aika paljon, että tuota erityisopettajan kanssaki on mietitty sitä asiaa, että onko se niinku tota tarkoituksen mukasta niitten niinku junnata niitä samoja valtavasti. Vai onko niinku hedelmällisempää just se, että pohditaan yhdessä niitä asioita. Häneltä minä olen saanut vahvistustaki siihen, että se onki. Se oiski ihan hyvä niinku pohtia enempi.”

Likert-asteikollisen kyselylomakkeen vastausten perusteella Fannin suhtautuminen matematiikan oppikirjoihin ja niiden selkeyteen sekä valmismalleihin on epäilevä. Fanni sanoo käyttävänsä matematiikan oppikirjan opettajan opasta opetuksen suunnittelussa, mutta ei välttämättä noudata opettajan oppaan antamia ohjeita orjallisesti. Tämä näkyi hänen opetuksessaan, sillä Fanni ei pyrkinyt opetuksessa oppaan valmiiden ohjeiden toteuttamiseen, vaan pyrki käyttämään niitä luovasti ja toteutti myös omia ideoita. Seuraamieni oppituntien aikana ensimmäinen ja toinen luokka opiskeli yhdessä lukuunottamatta yhtä tuntia, jolloin toisen luokan oppilaat menivät kerhohuoneeseen kertaamaan kertotauluja. Fanni ei antanut oppilaille valmiita malleja, vaan pyrki saamaan oppilaiden ajattelua esille. Oppilaat olivat tottuneet tähän, sillä tunnelma oli avoin ja lapset uskalsivat tuoda esille omaa ajatteluaan. Seuraava oppituntikuvauksena käsittelee pylväsdiagrammin opetusta:

Pylväsdiagrammin opetuksessa Fanni lähti liikkeelle koko yhdysluokan kanssa. Oppituntin alussa kerrattiin kymmenjärjestelmän periaatteita yhteisesti aina tuhanteen asti. Lisäksi oppilaat kertasivat luvut 0-100 täydentämällä monisteeseen kyseiseltä lukualueelta puuttuvia lukuja. Tämän jälkeen opettaja jakoi oppilaille pieniä keltaisia lappuja oppilaitten ilmoittaman kotieläinten lukumäärän mukaan ja sanoi:

Opettaja: Nyt te kaikki saatte täältä näin keltaisia lappuja niin monta kuin teillä on kotieläintä kotona. Saatte piirtää sen oman kotieläimen kuvan ja sitte, jos osaatte kirjoittaa, voi kirjoittaa sinne kissa tai koira. Me tehdään tästä semmonen hieno tilasto tuonne taululle. Katsotaan minkämoisia kotieläimiä meillä on. Montako kotieläintä teillä on kotona?

Oppilaat alkoivat innokkaasti piirtää kotieläinten kuvia. Oppilaat toivat opettajalle kotieläinten kuvia ja opettaja auttoi lapsia kiinnittämään eläinten kuvat taululle niin, että kissat, koirat, lehmät jne. sijoituivat oikeisiin kohtiin. Vähitellen taululle muodostui vieri viereen kotieläinpylväitä. Aina kun joku oppilaista oli kiinnittänyt omat kotieläinlappunsa taululle, niin hän sai tehtäväksi rakentaa vastaavaa diagrammia unifix-palikoista omalla pulpetilla. Sen jälkeen kun kaikki olivat tuoneet eläinlappunsa taululle opettaja sanoi:

Opettaja: Tulkaa tähän taulun eteen hevosenkenkään istumaan. Katsokaapa nyt teidän hienoa tilastoa (opettaja tarkoittaa oppilaiden tuomien eläinlappujen muodostamia pylväitä). Tämä on meidän koulun ykkös-kakkosluokkalaisten tuota kotieläinlappu-tilasto. Ja tästä aika helposti yhdellä silmäyksellä näkee, että mitäs kotieläimiä tässä meidän luokassa on kaikkein eniten? Jani.

Jani: Kissoja.

Opettaja: Sen näkee tosta noin, vaan helposti. Mistä sää sen näit, Jani?

Jani: No, ko tuota, ko se on paljon pitempi.

Opettaja: Se on paljon pitempi ja tämmösiä sanotaan hienosti pylväsdiagrammiksi (tarkoittaa koko diagrammia).

Välillä opettaja näytti lapsille tutkimusraporttia, jossa oli käytetty tulosten havainnollistamisessa pylväsdiagrammeja. Lopuksi vielä opettaja ja lapset lukivat taululle muodostamastaan pylväsdiagrammista kotieläinten lukumääriä. Eläinten lukumäärien laskemisen helpottamiseksi opettaja oli piirtänyt kotieläinpylväiden viereen asteikon 1-20. Seuraavalla oppitunnilla ensimmäisen luokan oppilaat harjoittelivat itsenäisesti pylväsdiagrammin tekemistä. Oppilaat tarkistivat yhdessä opettajan johdolla tekemänsä pylväsdiagrammin. Tässä yhteydessä opettaja pyrki varmistamaan, että oppilaat osasivat katsoa eläinten lukumäärät pylväsdiagrammista.

Fannin oppitunnit poikkesivat perinteisestä matematiikan oppitunnin rakenteesta, jossa oppitunnin alussa esitetään uusi asia, jota sitten harjoitellaan laskemalla tehtäviä oppikirjasta. Fanni kuvasi seuraavalla tavalla oppituntiansa rakennetta:

”Nyt meillä on matematiikkaa, upeeta mahtavaa - se laulu aluksi. .... Ne saa ensin tuota makustella itse ehkä niitä asioita ja tosiaan niinku kymmenen minuuttia sieltä lopusta ni keräännytään yhteen ja mietitään vähän asioita. En minä jaksa puurtautaa (tarkoittaa laskettaa) niitä koko tuntia. Eikä se niinku tällä porukalla onnistukaan.”

Yleensä Fannin matematiikan oppitunti alkoi joko laululla tai sitten kymppi-voimistelulla, jolloin voimisteluliikkeiden tahdissa lueteltiin kymmeniä esimerkiksi sataan asti ja sitten sadasta alaspäin. Tämän jälkeen siirryttiin käsiteltävään asiaan. Seuraavassa kuvaus matematiikan oppitunnin aloituksesta, joka on toinen pylväsdiagrammin opiskeluun liittyvä oppitunti:

Opettaja: Aloitetaan taas yhteisesti. Kirjat pois, kynät pois kädestä. Nouskaa ylös. Tehdään kymppiristeily. Luetellaan kympti sataan ja sitten alaspäin.

Kaikki yhdessä: Kymmenen, kaksikymmentä ..... (opettaja ja oppilaat luettelevat kymmeniä voimisteluliikkeiden tahdissa)

Opettaja: Ykköset, ennen kuin mennään siihen uuteen matematiikan kirjaan (otettu juuri käyttöön kevään matematiikan kirja), te saatte täydentää tämmöstä (näyttää oppilaille monistetta). Mikähän tämä on? Mikä tästä voisi tulla? No, Helmiina, mikä se voisi olla? (Helmiina ei halua vastata)

Iiro: Onko se kertolaskua? (kysyy vähän jännittyneenä, sillä toisella luokalla on käsitelty jakson aikana kertotauluja)

Opettaja: Onkohan tää kertolaskua? Täällä on kuvia eläimistä ja sitte täällä on tämmösiä pylväitä ja siellä on numeroita. (Opettaja jakaa ensimmäiselle luokalle monisteet, jossa on pylväsdiagrammipohja. Pylväsdiagrammi oli edellisen oppitunnin aiheena)

Opettaja: Mikäköhän tarkoitus tällä voisi olla?

Helmiina: Nyt mää tiejän, mutta en mää sitä kerro.

Iiro: Ope mää tiijän!

Opettaja: No, Iiro, kerropa meille. Ykköset kuuntelee.

Iiro: Semmosta. Tuossa on vaikka. Jos noita olis kaks, niin sitte pittää piirtää tuohon kaks (osoittaa sormella yhtä eläintä ja sitten sitä vastaavaa pylvästä monisteesta) rastia.

Opettaja: Hyvä. Ymmärsittekö? Saa alottaa. Mutta ykköset tehkää se moniste ekaks. Onko kaikki ymmärtäny, mitä siinä monisteesta pitää tehdä?

Lapset: On!

- Toinen luokka sai tehtäväkseen paikkajärjestelmään liittyviä tehtäviä.

Videointijakson aikana lapset ja opettaja käyttivät oppimisen ja opetuksen tukena unifix-palikoita, kymmenjärjestelmävälineitä, sydänparikortteja, kertotaulukortteja sekä Ten Base -peliä. Lopuksi Fannin arvio videoidusta opetus-tuokiosta, joka koski paikkajärjestelmän opetusta:

”Siis ei tää oo, vaikka niinku tuon nuo konkreettiset välineet tuohon noin. Se on ihan ok, mutta siis se ontuu, jos ei osaa niinku verbalisoida sitä lasten tasosesti ja tuoda sitte, että ne ymmärtää. Mä voin tosiaankin ruveta puhumaan ja ohittaa lasten vastaukset, vaikka tuota ne vastaakin oikein. .... Jännästi oppilaat sanoo vähän sinne päin. Että siellä on semmosta, minkä mukavasti voi laittaa oikeeseen paikkaan. Kii-reessä sitä saattaa tehdä. Pitäs malttaa antaa niitten vastata.”

## 8.4 Yhteenveto tutkimukseen osallistuneista kuudesta opettajasta

Edellä pyrin muodostamaan jokaisen kuuden opettajan matematiikkakuvan uskomuskyselyn ja haastattelun avulla. Tämän jälkeen laadin jokaisen opettajan oppitunneista kuvauksen oppituntien tarkkailun pohjalta. Tässä luvussa tarkastelen edellä esitettyjä opettajien uskomus- ja oppituntikuvauksia ja pyrin saamaan esille näiden kuvausten perusteella luoda kuvan alkuopettajien matematiikkauskomuksista, suhteesta matematiikan oppikirjaan sekä opetuskäytännöistä.

### 8.4.1 Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan opetuksen toteuttaminen alkuopetuksessa

Aikaisempien uskomustutkimusten perusteella on nähtävissä, että opettajan matematiikkakuvalla on yhteyksiä hänen matematiikan opetuskäytäntöihinsä. Raymondin tutkimus (1997) tukee sitä, että opettajan käsitykset matematiikan olemuksesta ovat voimakkaimmin yhteydessä matematiikan opetuskäytäntöihin. Sosiaalisten tekijöiden vaikutusta opetustilanteessa ei sovi vähätellä, sillä niiden vaikutus saattaa toimia uskomuksia ja opetuskäytäntöjä joko lähentävänä tai erottavana tekijänä.

Tutkittavien opettajien uskomukset matematiikan olemusta kohtaan vaihtelivat sekoittuneesta lähes ei perinteisiin. Jokaisen tutkittavan opettajan uskomukset olivat ongelmakeskeisyyttä painottavia mutta uskomuksissa oli myös perinteisiä piirteitä. Lähinnä uudemman koulutuksen saaneet olivat matematiikkauskomuksiltaan lähempänä dynaamista oppimiskäsitystä, mutta esimerkiksi virkavuosiltaan nuorimman Ceciliaan oppitunnit noudattivat rakenteeltaan perinteisen matematiikan oppituntin vaiheita, jossa oppituntin alussa esitetään uusi asia, jota sitten harjoitellaan laskemalla tehtäviä matematiikan oppikirjasta. Hänen jakotuntinsa olivat toiminnallisempia ja oppilaat käyttivät konkreettisia oppimisvälineitä. Toisen virkavuosiltaan nuoren opettajan, Fannin, oppituntin rakenne oli hyvin dynaaminen, sillä oppilaat saivat käyttää konkreettisia oppimisvälineitä uusien käsitteiden tutkimisessa. Fannin uskomukset olivat lähimpänä hänen opetustaan. Enni oli ensin valmistunut luokanopettajaksi ja sitten myöhemmin opiskellut kasvatustieteiden maisterik-



si. Hänen matematiikan oppituntinsa olivat toiminnallisia työtapoja suosivia. Vaikka Ennin oppitunnit eivät olleet täysin perinteisiä, niin niihin sisältyi matematiikan perinteistä opetusmallia painottavia piirteitä, kuten sitoutumista matematiikan oppikirjan tehtävien orjalliseen suorittamiseen ja halu varmistaa lasten osaaminen valmiin mallin avulla. Bertta käytti toiminnallisia leikkejä yleensä oppituntien aloituksessa siirryttäessä käsittelemään uusia asioita. Myös hänen oppituntinsa rakenteet antoivat viitteitä perinteiseen matematiikan opetukseen. Anna ja Doris noudattivat tiukimmin perinteistä matematiikan oppituntin mallia.

Jokainen opettaja käytti oppimisvälineitä oppitunneilla. Käyttötavat erosivat toisistaan siinä, miten opetus mukaili perinteisen oppikirjasidonnaisen oppituntin rakennetta. Suhteessa muiden oppimisvälineiden käyttöön matematiikan oppikirja oli todella hallitseva. Tämä on ristiriidassa sen kanssa, miten lapsi oppii. Alkuopetusikäisen lapsen kehitykseen kuuluu hyvin olennaisesti asioiden näkeminen ja ymmärtäminen konkretian kautta ei oppikirjan tehtävien laskemisella. Tarkoitin tällä sitä, että käsitteisiin ja uusiin asioihin tulisi siirtyä siten, että lapset saavat tutustua ensin niihin erilaisten konkreettisten oppimateriaalien kautta, joilla he voivat tutkia asioita (vrt. Brunerin malli). Tämän jälkeen lapset voivat siirtyä piirtämään tilanteesta kuvia. Viimeisenä vaiheena tulevat vasta symboliset esitykset, joita oppikirjat ovat täynnä. Jokaiseen tilanteeseen tulee liittää puheen merkitys. Jos käsitteen opetuksen yhteydessä siirrytään suoraan oppikirjaan liitettyjen kuvien tarkasteluun, sivuutetaan lapsen ajattelu. Kuvista on aina muistettava, että ne ovat lapsille abstrakteja asioita, jos ne tuodaan suoraan opetustilanteeseen.

Matematiikan oppikirjojen kuvat ovat staattisia ja yleensä helposti luettavissa vasemmalta oikealle. Kuvissa ei ole häiriötekijöitä ja ne jo itsessään sisältävät mekaanisuuden vaatimuksen. Paitsi abstraktin luonteensa puolesta kuvat saattavat tuoda käsitteen hyvin yksipuolisesti esille. Esimerkiksi yhteen- ja vähennyslaskun käsite tulee usein esille vain tulee lisää ja otetaan pois -tilanteina juuri kuvien staattisen luonteen vuoksi. Lisäämisen ja pois ottamisen lisäksi yhteen- ja vähennyslaskun käsitteisiin tulisi kuitenkin liittää staattisen muutoksen ohella (joukkojen yhdistäminen ja osajoukon pois ottaminen) myös ajallinen muutos alku- ja lopputilojen välillä sekä vertailu ja eron laskeminen. Nämä kaikki asiat ovat kyllä jollakin tavalla kirjoissa, mutta käsitteen luonne ei tule selkeästi esille kuvien kautta ja nuo asiat ovat kirjoissa lisäksi irrallaan. Jos opettaja pitää oppituntin kirjan kautta, samat staattiset käsitykset ja mallit siirtyvät myös lapsille. Opettajan tehtävänä on saada lapset ymmärtämään käsitteiden moniulotteisuus - oppikirjalla ei ehkä ole tähän mahdollisuuksia. Aebelin (1991, 201) mukaan maailma ja sen ilmiöt alkavat kiinnostaa meitä vasta sitten, kun ne liittyvät käytäntöön.

Opettajat käyttivät oppimisvälineitä yleensä oppituntin alussa uutta asiaa opetettaessa. Kaikki opettajat suhtautuivat myönteisesti uskomuksissaan oppimisvälineiden käyttöön ja tiedostivat konkretian merkitykseen opetuksessa ja oppimisessa. Näkemieni oppituntien perusteella opettajien opetus vaihteli lähinnä sisältökeskeisen, ymmärtämistä painottavan matematiikanäkemyksen ja sisältökeskeisen, tehtävien suorittamista painottavien näkemysten välillä (vrt. Kuhnin ja Ballin malli oppituntin rakenteesta). Joskus opetusmetodeissa näkyi

myös piirteitä tehokkaista luokkahuoneista. Tehtävien suoriutumista painottivat lähinnä kokeneemmat opettajat.

Matematiikan oppikirja määräsi opetettavien asioiden sisällöt, ja opetuksessa käytettävät aktiviteetit lähtivät lähinnä matematiikan oppikirjan sisällöistä. Kokeneemmat opettajat pyrkivät järjestämään opetustilanteet häiriöttömiksi ja käyttivät esittäviä ja kyseleviä opetusmenetelmiä. Pääsääntöisesti matematiikka nähtiin matematiikan oppikirjan tarjoamina sisältöinä eikä integroituna muihin oppiaineisiin tai koulun ulkopuolelle tullut esille. Vaikka opettajat painottivat toiminnallisuutta ja konkretiaa uskomuksissaan, näiden esiintyminen opetuksessa ei näkynyt kovin paljoa.

Kokeneemmat opettajat siirtyivät yleensä opettajajohtoisien oppitunnin aloituksen jälkeen matematiikan oppikirjan laskutehtäviin. Oppilaat tarkistivat joko itse tehtävien oikeellisuuden tai opettaja tarkisti. Tehtävien vastauksista tai ratkaisumenetelmistä ei juurikaan keskusteltu, vaikka opettajat olivat uskomuksissaan tuoneet esille erilaisten ratkaisumenetelmien merkityksen. Niissä tilanteissa, joissa oppilas oli ratkaissut tehtävän väärin, opettaja pyysi korjaamaan tehtävän. Jos oppilas vastasi väärin opettajan kysymykseen, oli hyvin tavallista, että opettaja sivuutti oppilaan vastauksen ja kysyi joltakin toiselta.

Yleensä matematiikan oppikirjoista laskettiin perusaukeamat. Matematiikan oppitunneilla käytettiin tehtävien laskemiseen matematiikan oppikirjoista keskimäärin noin 15 minuuttia. Ne tilanteet, joissa siirryttiin laskemaan matematiikan oppikirjan tehtäviä olivat mielenkiintoisia. Tavallisesti aukeamien tehtävien jälkeen on ruuduilla merkitty tila laskulausekkeille ja tehtävien tulokset siirretään niille varatuille vastausviivoille. Laskutehtäviin siirryttäessä opettaja saattoi varmistaa, että lapset saavat oppikirjan aukeaman tehtävät laskettua, käymällä kaikki erilaiset tehtävätyypit yhdessä lävitse ja sopimalla oppilaiden kanssa niiden ratkaisutavasta yleensä matematiikan oppikirjan ehdottamalla tavalla. Näin rakennettiin turvaverkkoja, jotta lapset eivät epäonnistuisi. Opettajat antoivat haastattelussa tähän toimintatapaan seuraavia perusteluita:

- että heikot lapset pysyisivät mukana
- onnistumisen elämykset
- kun joukossa on heikkoja lukijoita, niin he pääsevät näin alkuun tehtävissä
- kaikki eivät ole yhtä aikaa kysymässä ratkaisuojetta
- että tehtävät saataisiin laskettua

Oppitunneilla tuli esille sääntöjen ja valmiiden toimintamallien muistaminen. Opettajat pyrkivät varmistamaan lasten osaamista antamalla heille joissakin tilanteissa tiettyjä ulkoa muistettavia kaavoja. Esimerkiksi kymmenylityksen kohdalla saatettiin antaa valmiina ajattelumalli, jossa luku oli ensin täydennettävä kymmeneksi ja sitten lisättävä kymmenen yli menevä osa (esim.  $6+7$  tuli ajatella  $6+4 = 10$  ja sitten  $10 + 3 = 13$ ). Malli on ihan oikein ja siinä otetaan perustaksi lukujen hajottaminen, mutta on paikallaan kysyä, ymmärtävätkö lapset, jos tämä ajattelumalli annetaan valmiina. Jääkö silloin omakohtaiselle ymmärtämiselle tilaa? Tässä näyttää siltä, että opetuksessa halutaan edetä heikkojen lasten ehdoilla. Toisaalta tällaisessa lähestymistavassa tehtävien käsittelyssä

jään miettimään sitä, kuinka tämä rajoittaa lasten ratkaisumalleja. Perustelen tätä sillä, että usein näissä tilanteissa opettajat katsoivat tehtäväratkaisuja ikään kuin oppikirjan tekijöiden kautta. He odottivat juuri tietäntyyppistä alkuopetuksen matematiikan oppikirjan mukaista ratkaisua. Näissä tilanteissa tapahtui usein, että opettajan ja lapsen ajatusmaailma eivät kohdanneet. Opettaja saattoi sivuuttaa lapsen oikean ajattelun ja vaati vain sen laskulausekkeen tuottamista, joka täytyi saada sille varattuun tilaan tai vastasi oppikirjan antamaa mallia. Opettajien toiminnalla oli hyvä tarkoitus saada lapset osaamaan tehtävät, mutta samalla he tietämättään siirsivät lapsille valmiita ratkaisumalleja, joiden avulla lapset saattoivat ratkaista seuraavat tehtävät. Opettajat unohtivat lapsen lukemisen. He halusivat rakentaa turvaverkkoja niin, että kukaan ei epäonnistuisi. Joissakin tilanteissa oli nähtävissä, että lapset halusivat vastata juuri opettajan toivomalla tavalla. Hakkaraisen ja Puupponen (1997) mukaan painotettaessa juuri oikean tiedon ja säännön noudattamista lapset uskaltavat vastustamaan ja tekemään vasta sitten, kun ovat suhteellisen varmoja oikeasta suorituksesta. Näin lasten ajattelu on useimmiten kahlittua ja siinä saattaa olla pyrkimyksiä valmiiden, aikuisilta saatujen - tässä viime kädessä oppikirjan tekijöiltä - ajattelukaavojen käyttöön. Kun lapset kohtaavat vaikeuksia, he odottavat aikuisilta selkeitä ohjeita ja valmiita suorituskaavoja. Tästä on seurauksena se, että kun lapsi ei tee virheitä, hän ei myöskään pysty oppimaan asioita omakohtaisesti. Oppimistilanteiden luomisessa aikuisen tärkeimpänä tehtävänä on purkaa oikeiden vastausten paineet ja kannustaa itsenäiseen kokeilemiseen virheiden tekemisestä huolimatta. (Hakkarainen & Puupponen 1997, 13-14.)

Jos tarkastellaan opettajien opetuskäytäntöjen yhteyttä opettajien uskomuksiin matematiikan olemuksesta, Annan ja Bertan uskomukset matematiikan olemuksesta olivat lähinnä sekoittuneita ja Doriksen, Fannin, Cecilian ja Ennin uskomukset edustivat lähinnä lähes ei perinteistä näkökulmaa. Erityisesti Fannin ja Ennin uskomukset matematiikan olemuksesta olivat painottuneet ei perinteiseen suuntaan. Heidän uskomuksissaan tuli esille ongelmanratkaisun painottaminen.

Fannin uskomuksissa nousi vielä esille luovuus ja yhteys arkipäivään. Fannin työtavat olivat luovia ja oppilaskeskeisiä. Myös Enni pyrki käyttämään opetuksessaan monipuolisia työtapoja. Annan uskomuksissa matematiikkaa kohtaan nousi esille sekä perinteisiä piirteitä kuten matematiikan näkemisen laskemisena ja ei perinteisiä piirteitä, kuten ongelmanratkaisu ja luovuus.

Bertan uskomuksissa oli piirteitä sääntöjen ja kaavojen noudattamisesta, mutta myös luovuudesta sekä ongelmanratkaisun painottamisesta. Hän pyrki erilaisilla aktiviteeteilla ja leikeillä saamaan luovuutta opetuksensa, mutta hän antoi myös valmiita malleja ja sääntöjä opetuksessaan. Doriksella oli uskomuksissaan piirteitä ongelmanratkaisusta ja matematiikan yhteydestä arkielämään, mutta myös matematiikan täsmällisyyttä, selkeyttä ja irrallisuutta painottavia piirteitä. Jälkimmäiset piirteet painottuivat selkeämmin hänen opetuksessaan. Cecilian uskomuksissa matematiikkaa kohtaan painottuivat matematiikan dynaamisuus, mutta toisaalta niissä oli piirteitä täsmällisyydestä, ristiriidattomuudesta sekä ulkoa opettelusta. Jälkimmäiset piirteet olivat esillä enemmän hänen opetuksessaan. Kokonaisuutena voisi todeta, että opettajien uskomuksilla on yhteyttä heidän opetuskäytäntöihinsä, mutta opetuskäytännöt ja usko-

mukset eivät ole täysin samansuuntaisia. (vrt.Thompson 1984, Ernest 1989, Fennema & Franke 1992, Raymond 1997).

Opettajien kouluaikaisilla kokemuksilla matematiikan opetuksesta oli havaittavissa yhteyksiä opettajien opetuskäytäntöihin (vrt. Kaasila 2000). Ne opettajat, joilla oli ollut vaikeuksia kouluaikana matematiikassa, halusivat antaa oppilaille onnistumisen elämyksiä. He pyrkivät elävöittämään opetustaan ja käyttivät opetuksessa erilaisia aktiviteetteja ja leikkejä. Omien vaikeuksiensa pohjalta he uskoivat myös ymmärtävänsä heikkoja oppilaita paremmin. Toisaalta kouluaikaiset epämiellyttävät kokemukset saattoivat vaikuttaa myös siihen, että opettajat pyrkivät antamaan matematiikan lapsille valmiina malleina ikäänkuin suojellakseen epäonnistumisilta. Esimerkiksi matematiikan oppikirjojen aukeamien erilaisten tehtävien ratkaisutavat saatettiin käydä yhdessä läpi, koska haluttiin, että kaikki osaisivat. Tämä tapa rajaa lasten omia ratkaisumalleja.

Yleisesti näkemieni oppituntien perusteella matematiikan opettaminen vaihteli tasojen nolla ja yksi välillä Thompsonin mallin mukaan tarkasteltaessa opetusta. Selkeimmin tasoa yksi vastasi Annan opetus. Fannin opetuksessa oli joiltakin osin tason kaksi piirteitä. Kokeneimmilla opettajilla nousi selkeämmin esille alkuopetuksen matematiikan oppitunneilla rutiiniharjoittelun, laskemisen perustekniikoiden hallinnan, oikeiden vastausten ja oppituntirauhan säilyttäminen. Niillä, joilla oli vähemmän opetuskokemusta, taas oli enemmän pyrkimystä oppilaskeskeisyyteen ja yhteistoiminnallisiin työtapoihin. Yhdysluokkaopetuksen erot verrattuna tavalliseen yhden luokan opetukseen matematiikan opetuksen osalta eivät mielestäni olleet suuria. Kahden alkuopetusluokan oppimistilanteet Enni organisoivat oppitunneilla siten, että toinen luokka teki hiltaijaista työtä, esimerkiksi tehtäviä matematiikan oppikirjasta, kun toista luokkaa opetettiin ja päinvastoin. Fannin opetus tapahtui kokonaisvaltaisemmin koko ryhmälle yhdessä.

Kaikkien kuuden opettajan uskomuksissa matematiikan oppimista kohtaan tuli esille konkretian ja matematiikan ymmärtämisen painottaminen. Jokaisella näistä opettajista oli kuvaamieni oppituntien aikana käytössä jonkin verran oppimisvälineitä. Anna ja Doris käyttivät oppimisvälineitä lähinnä opetuksensa havainnollistamisessa - oppilailla ei ollut mahdollisuutta itse käyttää näitä välineitä. Doriksenn ja Bertan oppilailla oli henkilökohtaiset laskuhelmet. Oppitunneilla työskenneltiin paljon yksin eli laskettiin matematiikan oppikirjan tehtäviä. Annan uskomuksissa näkyi matematiikan oppimisen kohdalla yksin työskentelyn merkitys ja tämä näkyi myös hänen oppitunneillaan. Oivallusten painottaminen ja lasten ajattelun esille saaminen nousi selkeimmin esille Fannin oppitunneilla, sillä hän muisti kysyä uudestaan ja uudestaan, kuinka ajattelit ja varoi antamasta lapsille valmiita malleja. Vaikka Cecilia painottikin uskomuksissaan yhteistoiminnallisia työtapoja matematiikan oppimisessa, myös hänen oppitunneillaan nousi esille varsin perinteinen matematiikan opettamisen malli. Toisaalta Cecilia pyrki matematiikan ymmärtämiseen jonkinasteisella välineiden käytöllä. Bertan oppitunneilla lapset usein leikkivät opettajan johdolla ja saivat käyttää laskuhelmiä oppimisen tukena, mutta myös hänellä oli varsin selkeitä otteita matematiikan opettamisen ja oppimisen suhteen eli oppilaat saivat valmiita toimintamalleja. Enni käytti kuvaamisjakson

aikana lasten oppimisen apuna monipuolisesti erilaisia työmenetelmiä, vaikka lapset saivat ajoittain valmiin ajattelumallin tai kaavan, joiden avulla tehtävät voitiin ratkaista. Vaikka Enni käytti oppimisen apuna toiminnallisia työmuotoja, niin tyypillisin tapa hänen mielestään on käydä taululla ensin asiat tarkasti läpi. Matematiikan oppiminen vastasi näkemilläni oppitunneilla Thompsonin mallin (1994) nolla - ykköstasoa. Toisin sanoen tunneilla pyrittiin jonkinasteiseen ymmärtämiseen, mutta faktojen, sääntöjen, kaavojen ja menettelytapojen muistiinpainaminen tuli myös esille. Matematiikan oppikirjojen sisältöihin luotettiin, ja niitä pidettiin yhtä tärkeinä.

Matematiikan oppituntien aikana opettajilla ja oppilailla saattoi olla hyvinkin erilaisia rooleja. Ketään ei voida nimetä vain yhden roolin alle, vaan roolit olivat lähinnä sekoittuneita. Tarkasteltaessa uskomuskyselyn näkökulmasta esille tulleita rooleja, kaikilla opettajilla nousi esille ohjaajan rooli. Annan uskomuksissa oli selkeimmin esillä valmiiden mallien ja uusien asioiden näyttäjä. Tämä rooli näkyivät myös Annan oppitunneilla. Niillä opettajilla, joilla oli enemmän opetuskokemusta, nousi esille uskomuksissa myös järjestyksen pitäjän rooli, joka näkyi oppitunneilla. Vaikka opettajat toivat esille opettajan roolin ohjaajana uskomuksissaan, se ei näkynyt niin selkeänä vaan opettajat olivat lähinnä kyselijöitä ja opittavien asioiden selittäjiä. Yleensä oppilaat vastasivat täsmällisesti annettuihin kysymyksiin. Oppilaat eivät perustelleet vastauksiaan. Pääsääntöisesti oppilaiden tehtävänä oli tiedon vastaanottaminen. Ymmärtämiseen pyrittiin erilaisilla aktiviteeteilla ja leikeillä. Raunin oppitunneilla oppilaat esittivät myös omia ajattelumallejaan. Matematiikan oppikirja toimi joidenkin opettajien oppitunneilla kahleena, sillä opettajat eivät aina tiedostaneet oppilaiden vastausten oikeellisuutta, vaan odottivat juuri tiettytyyppistä, oppikirjan mukaista vastausta. Ristiriitaisuutta näihin rooleihin tuo se, että kaikilla opettajilla tuli uskomuksissa esille jollakin tavalla toiminnallisuuden, konkretian ja ongelmanratkaisun painottaminen, jolloin oppilaiden tulisi olla aktiivisia ajattelijoita, mutta näin ei ollut. Oppilaat vastasivat kysymyksiin lyhyesti ja esittivät harvemmin omia ajatuksiaan - oppilaat ottivat vastaan tietoa, jota he sitten käyttivät, kun tekivät tehtäviä matematiikan oppikirjoista.

#### **8.4.2 Matematiikan oppikirjan mukaisesta etenemisestä: "No, se on ihan se, josta se lähtee"**

*"Kyllä mä etenen matematiikan oppikirjan mukaan. Menen niinku sen kirjan järjestyksessä, että en oo juurikaan sitä järjestystä muuttanut. No joskus on sillä lailla, että on esimerkiksi jotakin geometrian jaksoa tai osia saattanut vähän jättää pois tai riip-puen, mikä asia on."*

Kuten yllä olevasta haastatteluvastauksesta tulee esille, matematiikan oppikirjan ja myös opettajan oppaan asema oli tutkimukseen osallistuneiden kuuden opettajan oppitunneilla keskeinen. Tutkittavat alkuopettajat kokivat matematiikan oppikirjan kahleena, jonka vallasta oli vaikea irrottautua. Matematiikan oppikirja näytti toimivan alkuopetuksessa toteutuvana opetussuunnitelmana. Tähän viittaavat myös uskomuskyselyn sekä kyselyyn liitettyjen oppimateriaalien käyttöä ja tärkeyttä koskevien kysymysten vastaukset. Matematiikan oppikirjaa piti kyselyyn vastanneista 53,6 % tärkeimpänä oppimateriaalina. Mate-

matiikan oppikirjan opettajan oppaan taas nimesi 40,7 % kyselyyn vastanneista alkuopettajista tärkeimmäksi oppimateriaaliksi.

Alkuopetuksen matematiikan oppikirjoihin on liitetty viitteellinen ajoitus-suunnitelma. Opettajan oppaan alkuun on voitu liittää jopa kuukauden tarkkuudella asiat, missä minäkin ajankohtana tulisi olla. Opettajat kokivat joskus tämän suunnitelman jopa sitovana ja matematiikan oppikirja aiheutti kiireettä opetukseen, koska opetettavia sisältöjä pidettiin samanarvoisina (vrt. Thompsonin malli 1994). Tämä tulee ilmi seuraavasta haastatteluvastauksesta, joka koskee kiirettä, matematiikan oppikirjan sisältöjä sekä ajoitussuunnitelmaa:

”Kyllä mä katon suurin piirtein matematiikan oppikirjasta, että hetkinen, että pitäis olla tossa. ...No, ehkä mä tällä haluan ajatella sen niin, että mä varmasti tota, että ne sais samat eväät kuin muutkin. Että se niinku kun ne menee yläluokkaan, niin tota siellä mä tiedän kuitenkin, että samanlainen systeemi jatkuu ja jos siitä tiilitalosta jää tiiliä pois, niin sortuuhan se kokonaan.”

Opettajat eivät kyseenalaistaneet matematiikan oppikirjojen ja opettajan oppaan asiasisältöjä ja etenemisjärjestystä. Asiasisältöihin ei suhtauduttu mitenkään kriittisesti. Joskus jakotunneilla matematiikan oppikirjoja ei käytetty, jos oppilaat opettelivat esimerkiksi jonkin pelin käyttöä. Pääsääntöisesti matematiikan oppikirjoja käytettiin joka tunti. Verrattuna muiden oppimateriaalien käyttöön matematiikan oppikirjan asema oli merkittävä oppitunneilla. Opettajat eivät kyseenalaista oppikirjoissa esitettyä asiajärjestystä mutta voivat suhtautua kriittisesti matematiikan oppikirjojen tehtävien laatuun.

Virkavuosiltaan nuoremmilla opettajilla oli selkeämmin havaittavissa pyrkimys eroon oppikirjasidonnaisesta opetuksesta. Syynä tähän eroon voi olla opettajien saama koulutus ja sen välittämä oppimiskäsitys sekä toisaalta myös kulttuuriset arvot, sillä nämä seikat voivat vaikuttaa syvällä opettajien uskuksissa (vrt. von Wright & Rauste-von Wright 1994, 133)

Oppikirjoista pyrittiin yleensä laskemaan perusaukeamat. Perusaukeamien laskemiseen siirryttiin yleensä yhteisen aloituksen jälkeen. Kuten aiemmin jo kerroin, oppituntien aloitustavat vaihtelivat jonkin verran, mutta yhteistä oli, että perusaukeamien tehtävien suorittamisesta pidettiin kiinni. Myös haastattelussa opettajat kertoivat, että perusaukeamat yleensä lasketaan:

”Joo, siis nää perussivut, siis kaikki tärkeimmät sivut ilman muuta lasketaan...”

Anna ja Doris luottivat selkeimmin matematiikan oppikirjan mukaiseen opetukseen. Heidän opetuksensa oli sitoutunut matematiikan oppikirjan, opettajan oppaan asiasisältöjen ja järjestyksen noudattamiseen ja läpikäymiseen. Sen sijaan heidän suhtautumisensa matematiikan oppikirjan opettajan oppaaseen oli erilainen. Anna uskoi, että voisi rakentaa matematiikan opetuksen ilman opettajan opastakin, mutta oli tyytyväinen, että sai matematiikan oppikirjan opettajan oppaasta esimerkiksi valmiit päässä-laskut. Kuitenkin hänen opetuksensa alkoi opettajan oppaan kehyskertomuksella, jonka kautta hän eteni käsiteltävään asiaan. Sitoutumalla matematiikan oppikirjaan ja opettajan oppaan noudattamiseen Anna halusi saada aikaa heikompien oppilaiden opettamiseen. Doris taas myönsi tukeutuvansa matematiikan oppikirjan opettajan oppaaseen

hyvin paljon, sillä hän tunsu saavansa opettajan oppaasta mukavia opetusvinkkejä. (vrt. Ernest 1989) Näin myös oli matematiikan oppitunneilla, sillä hänen opetuksensa perustui opettajan oppaan antamiin opetusvinkkeihin. Kokonaisuutena Annan opetus oli perinteistä ja opettajajohtoista. Doris käytti opetuksensa tukena opettajajohtoisia aktiviteetteja, joiden tarkoituksena oli selventää oppilaille opetettavaa asiaa. Anna pyrki selventämään opetettavaa asiaa taulutyöskentelyn avulla. Myös Bertta käytti matematiikan oppikirjan opettajan oppaan antamia opetusvihjeitä, vaikka ei sitoutunut niihin. Hän uskoi matematiikan opettajan oppaan olevan hänelle lähinnä apuväline, jota tulee lukea kriittisesti, että se ei pääse hallitsemaan opetusta. Hän myös noudatti opetuksessaan valikoiden opettajan oppaan antamia ohjeita. Vaikka Bertta suhtautui uskomuksissaan jollakin lailla kriittisesti matematiikan oppikirjoihin, hän noudatti opetuksessaan matematiikan oppikirjojen esittämää asiajärjestystä ja opetus eteni aukeama kerrallaan. Bertta käytti opetuksensa tukena toiminnallisia aktiviteetteja. Cecilia tukeutui opetuksessaan matematiikan oppikirjan opettajan oppaan antamiin opetusvihjeisiin, vaikka uskoi opettajan oppaan olevan hänelle suunnittelun apuväline. Hän halusi päästä irti matematiikan oppikirjan ja opettajan oppaan vallasta. Cecilia ei ollut mielestään saanut riittävästi varmuutta matematiikan opetukseen opettajankoulutuksessa, sillä esimerkiksi matematiikan vuosikurssien asiasisällöt olivat jääneet hänelle epäselviksi, joten hän katsoi tässäkin mielessä tarvitsevansa matematiikan oppikirjaa ja opettajan opasta. Hän eteni opetuksessaan aukeama kerrallaan. Cecilia käytti opetuksen tukena opettajajohtoisia aktiviteetteja. Uskomuksissaan Cecilia suhtautui kriittisesti matematiikan oppikirjojen laatuun ja näki ne lähinnä työvälineenä.

Fanni ja Enni olivat yhdysluokkaopettajia, joiden täytyi opettaa vähintään kahta luokkaa saman tunnin aikana. Tämä opetustilanne toimii tietenkin joissakin kohdin myös opetusta rajoittavana tekijänä, sillä opettajalla on vähemmän aikaa yhtä luokkaa kohti yhdellä oppitunnilla. Enni suhtautui kriittisesti matematiikan oppikirjojen laatuun mutta uskoi matematiikan oppikirjoja käytettävän jokaisella matematiikan oppitunnilla. Ennin matematiikan oppitunneilla käytettiin matematiikan oppikirjoja toiminnallisten työtapojen ohella. Vaikka Enni seurasikin matematiikan oppikirjan ja opettajan oppaan esittämää asiajärjestystä, hän käytti opettajan oppaan vihjeitä valikoiden ja soveltaen eli uskomustensa mukaisesti hän käytti opettajan opasta suunnittelun apuna. Fannin oppitunnit poikkesivat selkeimmin oppikirjasidonnaisesta opetuksesta. Hänen matematiikan oppitunneilla käytettiin matematiikan oppikirjoja suhteellisen vähän. Hän kyllä seurasi matematiikan oppikirjan ja opettajan oppaan asiajärjestystä, mutta ei sitoutunut noudattamaan oppaan esittämiä opetusvihjeitä, sillä opas oli lähinnä suunnittelun apuväline. Fanni käytti opetuksessaan urakatyötä ja oppilaat saattoivat tehdä valitsemiaan urakoita kotona. Oppilaat saivat tietyn sivumäärän matematiikan kirjasta urakan aiheeksi. Kyseiset sivut tuli olla laskettuna tiettyyn ajankohtaan mennessä. Näin hänen oppitunneilla ei keskusteltu matematiikan oppikirjan tehtävien ratkaisusta, vaan oppilaat tarkistivat ne itsenäisesti. Tällä tavalla matematiikan oppikirjojen perusaukeamat tulivat myös laskettua. Fannin oppitunnit koostuivat lähinnä lapsikeskeisistä aktiviteeteistä, joiden avulla pyrittiin asioiden ymmärtämiseen. Fanni integroi

ensimmäisen ja toisen luokan opetuksen niin, että eriytti eri ryhmät aktiviteettien sisällä.

Matematiikan oppikirjan opettajan oppaan asema nousi esille matematiikan oppituntien rakenteissa. Opettajat käyttivät matematiikan oppaisiin liitetyjä opetusvinkkejä ja erilaisia aktiviteettejä oppitunneillaan. Esimerkiksi pääsälaskut otettiin opettajan oppaista. Yleisesti opettajat katsoivat käyttävänsä matematiikan oppikirjan opettajan opasta suunnittelun apuna. Perusopetuksen pohjana näyttivät olevan opettajan oppaan antamat ohjeet, joiden mukaisesti oppitunnit rakentuivat. Joitakin viitteitä tuli haastattelun aikana siitä, että kokeneemmat opettajat eivät ole niin riippuvaisia opettajan oppaista kuin virkavuosiltaan nuoremmat opettajat.

Lisensiaatintutkimuksessani (1999) tutkin kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjan tehtävä- ja käsiterakennetta ennen ja jälkeen vuoden 1994 opetussuunnitelmauudistuksen ilmestyneissä matematiikan oppikirjoissa ja opettajan oppaissa. Tutkimukseni antoi vahvistusta sille, että perinteistä matematiikan opetusta vahvistavat mallit ovat edelleenkin hallitsevia matematiikan oppikirjoissa. Tutkitut kirjat antoivat vahvistusta aukeama/oppitunti -mukaiselle etenemiselle. Vuoden 1994 opetussuunnitelman perusteiden dynaaminen oppimisenäkemys ei tullut esille tutkituissa kirjasarjoissa. Lisensiaatintutkimuksessani (1999) mukana olleissa matematiikan oppikirjojen opettajan oppaissa saattoi olla hyvinkin yksityiskohtaisia ohjeita oppituntien läpiviemiseksi. Liian pikkutarkasti rakennetut opettajan oppaat voivat ohjata opettajia oppikirjasidonnaisuuteen. Tämä tarkoittaa sitä, että kirjasarjojen käyttäjien olisi nähtävä ikään kuin kirjan yli ja käytettävä kirjaa opetussuunnitelman hengen mukaisesti. Kupari on viitannut tähän vuoden (1993) Peruskoulun arviointiraportissa, missä on saatu tutkimustulos, että matematiikan oppituntien valmisteluun käytetty aika on laskenut vuosien 1979-1990 välillä.

Tutkittavat opettajat tiedostivat oppikirjasidonnaisuutensa - etenkin nuoremmat alkuopettajat - ja halusivat päästä irti sen vallasta. Käytön helppous tai epävarmuus opettavan aineen hallinnassa ohjasivat riippuvuuteen matematiikan oppikirjan käytössä. Tässä on muistettava, että alkuopettajalla on opettavanaan monta oppiainetta, mikä lisää omalta osaltaan riippuvuutta oppikirjoista.. Virkavuosiltaan nuoremmat opettajat painottivat sitä, että opettajankoulutus ei ollut antanut heille riittävästi varmuutta itsenäisempään matematiikan opettamiseen. Yksistään jo alkuopetuksen matematiikan oppisisällöt olivat jääneet epäselviksi. Tällaisesta on luonnollisena seurauksena se, että turvaudutaan kirjaan ja kirjan antamiin ohjeisiin, jotta selviydytään oppiaineen opetuksesta.

#### **8.4.3 "Jotta valtakunnallinen taso tulisi täytettyä"**

Alkuopetuksen matematiikan oppikirjapaketit ovat yleensä hyvin valmiita pakketteja, joihin kuuluvat oppikirjat, opettajan oppaat, tuloskirjat (tilattava erikseen), perusaukeamien testit (liitetty yleensä opettajan oppaisiin), valmiskokeet (tilattava erikseen) sekä oheismateriaali kuten harjoitusvihot (tilattava erikseen). Peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden mukaan (1994) arvioinnin tulee olla kokonaisvaltaista ja jatkuva. Toisin sanoen kokeet ovat vain yksi osa arviointia, sillä opettajan on kyettävä lukemaan lasta ja näkemään hänen edis-



tymisensä. Liian nopea siirtyminen symboliselle tasolle aiheuttaa tilannesidonnaista oppimista ja mahdollisesti oppimisvaikeuksia.

Kuten jo uskomuskyselyn vastauksista oli huomattavissa, opettajat eivät täysin luota valmiskokeisiin osaamisen mittarina, mutta he kuitenkin käyttävät niitä. Tutkimukseen osallistuneet kuusi opettajaa kertoivat, että he pyrkivät kokonaisvaltaiseen arviointiin. He käyttivät arvioinnin tukena perusaikeamien testejä sekä valmiskokeita. He esittivät haastattelussa seuraavia syitä ja perusteluja valmiskokeiden käytölle:

*"Käytän niitä, koska niiden käyttö on helppoa."*

*"No, ei ne välttämättä kyllä mittaa annettua opetusta, mutta jotenkin kyllä. Kyllä mä esimerkiksi jonkin verran teen kertotauluista kokeita ite, mutta kuitenkin se on sen verran me eletään tuon oppikirjan mukaan, että jotenkin musta tuntuu, että vaikka mä oon näin kauan ollu opettajana, niin jollakin lailla sitä haluaa varmistaa, että se valtakunnallinen taso, jota kuvittelee, että kirjat myös sisällään pitää, niin myös täällä meidän koulussa saavutetaan, niin mä niinku sen varmistan sillä, että se on menny varmasti."*

*"Pidän niin, miten kirjasarjassa tulee."*

*"Oon pitänyt ihan kirjan kokeita....jos ite tekis, niin ne menis kyllä aika hyvin kaikilta. Mutta jotenkin pysyy tässä valtakunnallisessa tasossa, kun tekee näin."*

Yllä olevista haastattelussa annetuista vastauksista ilmenee, että opettajat pitävät oppikirjan valmiskokeita valtakunnallisen osaamisen tason mittareina. Tästäkin tulee esille se, että matematiikan oppikirjoja pidetään alkuopetuksessa eräänlaisina auktoriteetteina. Niiden oikeellisuuteen luotetaan jopa valtakunnallisen tason mittarina. Kuitenkin opetushallitus luopui 1980-luvun lopulla oppikirjojen tarkastamisesta ja näin kirjan kustantajat, oppikirjan kirjoittajat ja muut asiantuntijat ovat ratkaisseet kirjojen sisällön, esitystavan ja ulkoasun. He ovat myös ratkaisseet pidettävien kokeiden tason. Eri kustantajilla on tarjolla erilaisia alkuopetuksen matematiikan oppikirjapaketteja, joten ei voida yleistää, että käyttämällä jonkin kirjasarjan kokeita valtakunnallinen taso tulee täytettyä. Valitessaan kirjasarjaa opettajan tulee ratkaista se, millainen kirjasarja parhaiten täyttää valtakunnallisen opetussuunnitelman tavoitteet.

Yleensä kokeneemmat opettajat luottivat valmiskokeisiin enemmän. Alkuopettajat kyllä tiedostivat, että koe ei välttämättä mittaa annettua opetusta, mutta oman kokeen laatiminen tuntui työläältä, liian paljon aikaa vievältä tai sitten ei luotettu omiin taitoihin.

#### **8.4.4 Matematiikan oppikirjasarjojen valintaperusteita ja määritelmiä ihanneoppikirjalle - perinteet elävät syvällä**

Kuten aiemmin jo totesin, alkuopetuksen matematiikan oppikirjoja, kuten muitakaan oppikirjoja ei opetushallitus enää tarkasta. Tämä asettaa opettajan aivan erilaiseen asemaan kirjasarjan valintatilanteessa. Alkuopettajan tulee tietää ja osata, mitä opetetaan, milloin opetetaan ja millä tavalla opetetaan, kun hän valitsee käyttöönsä matematiikan oppikirjasarjaa.

Tämän tutkimuksen perusteella näyttää siltä, että alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjan vaihtamiseen vaikuttavat paremminkin ulkoiset syyt

kuin itse kirjan sisältö. Opettajat esittivät seuraavia syitä alkuopetuksen kirjasarjan vaihtamiselle tai uusimiselle:

- on käytetty kauan samaa kirjasarjaa
- rinnakkaisluokat käyttävät tätä kirjasarjaa
- edellinen kirjasarja liian teoreettinen
- tietyn kirjasarjan tekijöihin tunnetaan luottamusta eli ennenkin on ollut näiden tekijöiden kirjoja käytössä

Opettajat eivät esittäneet kirjasarjan uusimisen syynä matematiikan oppikirjojen rakenteeseen liittyviä syitä. Pakotteet kirjasarjan uusimiseen näyttivät tulevan sosiaalisista ympäristötekijöistä.

Kysyessäni opettajilta, millainen olisi ihanneoppikirja, vastauksissa nousivat esille perinteiseen matematiikan opetukseen liittyvät näkökulmat. Seuraavassa muutamia määritelmiä ihanneoppikirjoille matematiikan alkuopetuksessa:

"No siinä ois ensinnä puoli sivua punaisella pohjalla se opetettava asia ja sen jälkeen siinä ois sitten tehtäviä. Ihan helppoja, jotka varmasti liittys ihan siihen mekaaniseen oppimiseen ja vielä toinenkin sivu olis sitä - tosin vaikeutuen koko ajan. Sitte tulis - ei niinku tässä kirjan takana, josta pitää etsiä - mutta ois sitte punaset ja vihriät sivut heti vaikeusasteen mukaan, että vois sanoa, että tee vaan eteenpäin."

"Tottakai ulkoasultaan selkeä kirja, jossa kuitenkin on näitä perustaitojen harjoitteluun liittyviä tehtäviä, mutta myöskin sitte sellaisia, jotka eriyttää, että niinku pystyy antamaan työtä eritasoisille. .... vois olla tilaa myös omille piirroksille, jotka tuota havainnollistaa laskua, niin siinä olis sitten tilaa..."

"No just niitä semmosia ykstoikkosia laskuja vois olla siltä varalta että niitä vaan lasketaan yhteen ja vähennetään ihan niitä varten jotka jo osaa, kun joidenkin kans pitää värvätä näitä lukumääriä yks ja kaks ja kolme, ja näitä varten ois semmosia helppoja laskuja, jotta ne ei tulis kysymään miten tää tehdään..... Peustehtäviä sais olla enemmän, että jäis sitte aikaa niitten kans, jotka tosiaan tartee apua"

"... Olis projekteja eikä aina olis ympätty niin täyteen. Minusta vois jättää löysää varaa, jos vaikka haluais liittää käsiteltäviin teemoihin muissa aineissa... Monipuolisempia tehtäviä ja haastavampia tehtäviä..."

Näyttää siltä, että opettajat haluavat painottaa perusrutiinien harjoittelua ja selkeyttä alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen rakenteessa. Joistakin määritelmistä nousee esille laskemisen merkitys voimakkaana. Virkavuosiltaan nuoremmat opettajat toivoivat, että alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa olisi enemmän projektityöehdotuksia ja tilaa integroida matematiikkaa muihin aiheisiin.

## 9 LUOTETTAVUUSTARKASTELUA

Tässä tutkimuksessa on käytetty sekä kvantitatiivisia että kvalitatiivisia tutkimusmenetelmiä. Tarkastelen seuraavassa luvussa tutkimuksen uskomuskyselyn luotettavuutta. Tässä tutkimuksessa uskomuskysely edustaa tutkimuksen kvantitatiivista osaa. Kvalitatiivista osaa edustaa opettajien uskomuskuvaukset, opetustilanteiden ja haastattelujen perusteella luotu kuva opettajista.

Koska kvalitatiiviset ja kvantitatiiviset tutkimusmenetelmät eroavat toisistaan taustaoletusten ja tavoitteiden suhteen, niiden luotettavuuden tarkastelun tulisi olla luonteeltaan erilaista (Soininen 1995, 123). Lincolnin ja Guban (1985, 290) mukaan kvalitatiivisessa tutkimuksessa luotettavuus-käsitteen sijasta tulisi käyttää uskottavuus (trustworthiness) -käsitettä, jota tässä tutkimuksessa käytetään. Myös sisäinen validius (internal validity), ulkoinen validius (external validity), reliabelius (reliability) ja objektiivisuus (objectivity) tulisi korvata käsitteillä vastaavuus (credibility), siirrettävyys (transferability), luotettavuus (dependability) ja vahvistettavuus (conformability) (Lincoln & Guba 1985, 294 - 301).

Kvalitatiivisen tutkimuksen luotettavuuden tarkastelu on aina ongelmallista, koska tähän tutkimustapaan ei ole olemassa tarkalleen määriteltyjä tutkijan analyttisiä ajatusprosesseja. Kvalitatiivisen tutkimuksen huippukohtia ovat analyysit, niiden tulkinta ja esittäminen. Tutkijan haasteena on saada aineistosta järkevä esitys, tunnistaa erityisen tiedon esitysmallit sekä rakentaa kehykset olennaiselle teorialle. (Patton 1990, 371-372.) Esimerkiksi tässä tutkimuksessa uskomuskyselyn tarkoituksena on luoda perusta tutkittavien valinnalle, joiden oppituntien tarkkailun ja haastattelujen analysointi tapahtui tutkijan ajattelun avulla.

Vaikka tässä tutkimuksessa olen tavallaan oman työni tutkija, uskon sen olevan myös tutkimuksen vahvuus, koska tunnen tutkimusalueen käytännön. Itse kuitenkin olen tutkimuksessa tutkijan roolissa enkä osallistu tutkimukseen, joten katson, että en voi ohjata tutkimuksen kulkua sisältäpäin - ainoastaan voin muuttaa tutkimusaineiston keräystapoja tai muita ulkoapäin näkyviä piirteitä.

## 9.1 Kyselylomakkeen pätevyyden ja luotettavuuden arviointia

Tutkimuksessa pyritään kuvaamaan alkuopetuksessa toimivien opettajien matematiikkauskomusten rakennetta ja yhteyttä matematiikan opetuskäytäntöihin alkuopetuksessa sekä erityisesti matematiikan oppikirjan ja opettajan oppaan merkitystä opetuksen suunnittelulle ja opetuskäytännöille. Uskomuskysely rakentui jo valmiina olevaan kyselylomakkeen ( Grigutch, Raaz & Törner 1994) varaan. Kyselyn väittämien muotoilussa pyrittiin huomioimaan alkuopetuksen moniulotteisuutta sekä sitä, että sen avulla olisi mahdollista arvioida matematiikkaa kohtaan liittyviä uskomuksia. Koska tutkimuksessa haluttiin saada selville, millainen asema matematiikan oppikirjalla ja opettajan oppaalla on alkuopetuksessa, kyselyssä on esitetty myös väittämiä, jotka liittyvät matematiikan oppikirjaan ja opettajan oppaaseen.

Kyselyn lähettämisaikakohtaa olisi ollut hyvä harkita tarkemmin, sillä kyselyn lähettäminen sattui loppukeväälle 1999, jolloin kouluissa on kiireitä ja tästä syystä kysely ei tavoittanut kaikkia opettajia. Toisaalta uskomuskyselyn rakenteen parantamiseksi olisi ollut syytä toteuttaa pieni esitutkimus, joka tässä ei tehty. Kuitenkin perustelen toimintatapaani sillä, että halusin saada tutkimukseni liikkeelle jo keväällä ja kysely perustui kyselyyn, jota oli käytetty opettajille tarkoitettuna uskomuskyselynä (Grigutsch, Raatz & Törner 1994). Syksyllä 1999 pyrin vielä tavoittamaan ne opettajat, jotka eivät vastanneet kyselyyni. Kuten jo aiemmin tuli esille, jotkut opettajat olivat jättäneet vastaamatta, koska kouluille tulee niin paljon kyselyitä. Joitakin taas ei kiinnostanut tämän tyyppinen kysely. Tämä saattaa viitata kyselylomakkeen pituuteen (70 kysymystä) tai rakenteeseen.

Kyselylomakkeen validiudella tarkoitetaan sitä, että mittaako tutkimuksessa käytetty kyselylomake juuri sitä, mitä sen toivotaan mittaavan eli ovatko kyselylomakkeen kysymykset mahdollisimman yksikäsitteisiä ja selkeitä vastattaviksi. Tässä tullaan siihen kysymykseen, millaisia merkityksiä opettajat antavat uskomuskyselyn väittämille. Toisaalta väittämien luonne esimerkiksi kysyttäessä alkuopetuksen matematiikan opetusmenetelmistä tai matematiikan oppikirjan käytöstä alkuopetuksessa tai työtavoista saattaa ohjata opettajia vastaamaan yleisesti hyväksyttävällä tavalla esimerkiksi opetussuunnitelman hengen mukaisesti (Lundberg & Linnakylä 1993). Kyselylomakkeen validiutta ja luotettavuutta olenkin pyrkinyt varmistamaan jatkotutkimuksella, jossa videoin kuuden alkuopettajan matematiikan oppitunteja sekä haastattelin heitä ja opettajat myös itse arvioivat omaa opetustaan.

Conroy (1987) on liittänyt matematiikkauskomuksia ja käsityksiä karsoittavien kyselyjen käyttöön ja niiden arviointiin seuraavia ongelmia: ensinnäkin kyselyn osioiden valinnan ja validoinnin on noudatettava yleisesti hyväksytyjä käsityksiä matematiikan luonteesta, toiseksi asteikoissa on otettava huomioon matematiikan moniulotteinen luonne ja kolmanneksi arvioinnissa on annettava tilaa myös vaihtoehtoisille matematiikkauskomuksille.

Kysely- ja haastattelututkimusten validiutta voidaan arvioida ainakin seuraavista näkökulmista: ensinnäkin mitä piirrettä tai ominaisuutta toteutettu kysely, haastattelu tai koe mittaa (käsitemetoditeetti); toiseksi voidaan tarkastella

sitä, kuinka hyvin koetehtävät vastaavat ssältöaluetta eli onko otos edustava siitä alueesta, jota halutaan kokeella mitata (sisällön validiteetti); kolmantena voidaan tarkastella sitä, kuinka hyvin koetuloksen perusteella voidaan ennustaa tiettyä tulevaa suoritusta, tapahtumaa, käyttäytymistä tai menestystä (seurausvaliditeetti). Erityisesti seurausvaliditeettia pidetään arvioinnin perusvaatimuksena. (Kupari 1999, 109.)

Huolimatta tämän tutkimuksen kyselyn puutteellisesta esitestauksesta, pidän kyselyn käsitteellistä ja sisällöllistä validiteettia kohtuullisena, sillä ensinnäkin kyselyn laadinnan pohjana oli jo valmis uskomuskysely (Grigutch, Raaz & Törner 1994), jonka pohjalta sitä muokattiin alkuopetuksen tarpeita vastaavaksi. Toiseksi kyselyn perusteella laaditut faktoriratkaisut saavat joiltakin osin tukea sisällöltään Kuparin (1999) luokanopettajille esittämän kyselyn pohjalta laadituista faktoriratkaisuista. Myös Lindgrenin tutkimuksessa (1995) on löydettävissä samankaltaisia piirteitä tämän tutkimuksen faktoroinnin kanssa. Tosin tässä on huomautettava, että edellä mainituissa tutkimuksissa ovat olleet kohteena laajemmat tutkimusjoukot. Kuparin tutkimuksessa kohdejoukkona oli 1-6 vuosiluokilla toimivat luokanopettajat sekä aineenopettajat ja Lindgrenin tutkimuksen kohdejoukkona oli luokanopettajaopiskelijat. Tämä tutkimus kohdistuu pieneen luokanopettajajoukon osajoukkoon. Tarkasteltaessa faktorointia alkuopetuksen näkökulmasta, niin esille nousi varsin mielenkiintoisia piirteitä, kuten matematiikan täsmällisyys, toiminnallisuus, matematiikan oppikirjan riittävyys, oppikirjaan sitoutunut opetus, integroituvuus, yhdenmukainen oppiminen, matematiikan arvostaminen sekä harjoittelukeskeisyys. Faktorien sisällöt ovat ristiriitaisia keskenään, kuten esimerkiksi toiminnallisuus ja oppikirjan sitoutunut opetus tai harjoittelukeskeisyys, mikä kuvastaa myös tämän tutkimuksen opettajien uskomusten ristiriitaisuutta. Toisaalta luovia mutta toisaalta perinteitä noudattavia. Taustakyselyn ja matematiikan olemusta koskevien kysymysten vastauksista on löydettävissä yhtäläisyyksiä uskomuskyselyn kanssa. Kyselylomakkeen avoimen kysymyksen tarkastelussa käytettiin luokittelua, joka perustui Ernestin (1989) esittämiin matematiikkänäkemysiksi. Kyselylomakkeen avoimen kysymyksen ja Likert-asteikollisen kyselylomakkeen matematiikan olemukseen liittyvien väittämien vastauksista oli tarkoitus löytää yhtäläisyyksiä. Näin myös kävi, sillä faktorianalyyssissä nousi yhdeksi osioksi matematiikan olemukseen liittyviä väittämiä, jotka painottivat matematiikan platonistisia ja instrumentaalisia piirteitä. Vastaavasti avoimeen kysymykseen vastanneista suurin osa kuului näihin ryhmiin, joten faktorianaalyysi tuki avoimen kysymyksen vastauksia.

Kyselyn validiutta ja luotettavuutta on haluttu parantaa pienempään osajoukkoon liittyvällä jatkotutkimuksella, johon liittyy sekä alkuopetuksen matematiikan oppituntitarkkailuja, opettajien haastatteluja tarkkailujakson jälkeen sekä opettajien omaa arviointia videolta nähdystä opetustuokiosta sekä tähän liittyvä haastattelu.

Uskomuskyselyn faktoreiden reliabiliteetikertoimet on koottu alla olevaan taulukkoon 6.1. Faktoreiden realiabiliteetikertoimet näyttävät varsin kohtuullisilta faktoreiden 1-3, 5 ja 8 osalta. Muiden faktoreiden osalta reliabiliteetikertoimet ovat heikohkoja. Erityisesti faktorin neljä vaikea tulkittavuus näkyy tässä. Seitsemännelle faktorille latautui pelkästään yhdistettyjä muuttujia, mikä

myös aiheuttaa mahdollisia tulkinnallisia epäselvyyksiä. Juuri neljännen ja seitsemännen faktorin reliabiliteettikertoimet olivat kaikkein alhaisimmat.

TAULUKKO 6.1 Uskomuskyselyn reliabiliteettikertoimet (Cronbachin alfa) faktoreittain

Uskomusfaktori	Reliabiliteettikertoimet
Faktori 1	.82
Faktori 2	.61
Faktori 3	.86
Faktori 4	.24
Faktori 5	.79
Faktori 6	.37
Faktori 7	.26
Faktori 8	.69

Uskomuskyselyn luotettavuutta tarkasteltiin myös faktorianalyysin kommunaliteettien pohjalta. Muuttujan kommunaliteetti ilmoittaa, kuinka monta prosenttia faktorianalyysi selittää kyseisen muuttujan vaihtelusta. Faktorianalyysin eri osioiden kommunaliteetit olivat välillä 0.35 ja 0.76. Faktorin rakenne selitti 53 % kaikkien uskomusmuuttujien vaihtelusta. Näiden tarkastelujen valossa pidän uskomuskyselyn rakennetta kohtuullisena.

## 9.2 Tutkimuksen kvalitatiivisen aineiston uskottavuus

Pyrin saamaan tutkimukseeni hyvän ja syvällisen aineiston. Tähän pyrin siten, että jaoin laaditut kyselylomakkeen kysymykset akselilla ei perinteinen - perinteinen neljään osioon: 'Mitä on matematiikka?'; 'Matematiikan oppiminen'; 'Matematiikan opettaminen' sekä 'Matematiikan opetuskäytännöt'. Tämän jälkeen jaoin uskomuskyselyn kuhunkin ryhmään kuuluvien väittämien vastaukset näihin luokkiin. Väittämien jaottelussa eri luokkiin tukeuduin faktorianalyysin antamiin luokittelumahdollisuuksiin. En kuitenkaan halunnut tähän jaotteluun niin monta osiota kuin faktorianalyysissä on.

Faktorianalyysin ja kyselylomakkeen luokittelun vastaavuutta voidaan pitää varsin kohtuullisena, sillä niillä on yhteisiä osioita. 'Matematiikan täsmällisyys' -osio sisältyi luokitteluosioon A ja 'Integroituvuus' sekä 'Matematiikan oppikirjaan sitoutunut opetus' -osiot sijoittuivat luonteensa puolesta lähes kokonaan luokitteluosioon D. Muissa faktorianalyysin osioissa oli väittämien luokittelun suhteen jonkin verran hajontaa eri luokitteluosioiden kesken. Kuitenkin 'Toiminnallisuus' -osiosta yli puolet väittämistä voitiin sijoittaa osioon B ja vastaavasti myös 'Yhdenmukaista oppimista' koskevista väittämistä yli puolet voitiin sijoittaa osioon C. Näin voidaan katsoa, että faktorianalyysi tukee uskomuskyselyn väittämien luokittelua.

Väittämien vastausten pohjalta pyrin etsimään opettajista mahdollisimman erilaisia tapauksia, joilla olisi toisistaan poikkeavia uskomuksia matematiikan olemuksesta, oppimisesta, opettamisesta ja opetuskäytännöistä. Tämän jaottelun perusteella valitsin tutkimukseen opetustarkkailua ja haastatteluja varten kuusi opettajaa. Oppituntitarkkailujen ja tarkkailujakson jälkeen tehdyn

haastattelun tarkoituksena oli selventää uskomuskyselyssä saatua tietoa sekä uskomuskyselyn ja opetuskäytäntöjen välistä yhteyttä.

Tutkimuksessa käytetty haastattelun runko on esitetty liitteessä 9. Kunkin opettajan haastattelut tehtiin koululla matematiikan oppituntien tarkkailujakson jälkeen. Uusintahaastattelu tehtiin sen jälkeen, kun opettajat olivat reflektoineet videolta näkemiään opetustuokioita omasta opetuksestaan. Uusintahaastattelussa kysymykset olivat lähinnä ensimmäisen haastattelukerran varmennusta. Koska tutkija oli kiinnostunut alkuopetuksen matematiikan opetuksen luonteesta ja sitä määräävistä tekijöistä tutkija käytti keskustelua syventäviä ja selventäviä kysymyksiä, joiden avulla pyrittiin paljastamaan tai tarkentamaan asioiden välisiä yhteyksiä. Tässä tutkijaa auttoi alkuopetuksen tuntemus. Perttulan (1995, 45) mukaan kvalitatiivisen tutkimusprosessin keskeisiä rakennetekijöitä ovat toisen ihmisen kokemus, hänen tapansa ilmaista kokemus, tutkijan kokemus toisen ihmisen kokemuksesta ja sen ilmaisusta ja tutkijan tapa ilmaista kokemuksensa toisen ihmisen kokemuksesta. Mietin näitä asioita kirjoittaessani yhteenvetoja opettajien uskomuksista, haastatteluista ja oppitunneista. Usein tuli mieleeni, olenko ymmärtänyt tilanteet oikein, ja miten minun kokemukseni vaikuttavat tilanteiden tulkintaan. Tästä syystä luotettavuuden lisäämiseksi annoin tutkittaville uskomus-, oppitunti- ja haastattelukuvaukset luettavaksi ja arvioitavaksi ennen lopullista kirjoittamista. Kaikki opettajat hyväksyivät heistä tehdyt analyysit.

Lisäksi tutkijaa tuki 1999 tehty kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjan tehtävä- ja käsiterakennetta käsittelevä didaktinen analyysi, joka auttoi alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen rakenteen tuntemuksessa. Opettajien oman reflektointi opetuksestaan toi myös lisää uskottavuutta tutkimukseen.

Pattonin (1990, 186-187) mukaan tutkijan on hyvä varmistua siitä, että tuntee hyvin tutkittavansa, sillä mitä paremmin tutkija oppii tuntemaan tutkittavansa, sitä syvemmin hän pystyy ymmärtämään tutkittaviensa viestiä. Tämä liittyy haastattelujen luotettavuuteen ja ennen haastatteluja olin ollut opettajien luokissa ja oppinut tuntemaan heitä tätä kautta. Haastattelutilanteet pyrin luomaan miellyttäväksi ja tutkittaville mukaviksi tilanteiksi, sillä aina haastattelujen alussa keskustelimme yleisistä asioista. Pattonin (1990, 317-354) mukaan näin tulee tehdä, sillä haastattelutilanteiden tulee olla mahdollisimman neutraaleja, vailla häiriötekijöitä.

Laadullisessa tutkimuksessa (A. Puurula henkilökohtainen tiedonanto 19.04.1997) ulkoiseen reliabiliteettiin vaikuttavat tutkijan rooli, informaattoreiden valikointi, sosiaalinen kontakti, aineiston keräyksen ja analysoinnin kuvaukset sekä analyttiset premissit. Mielestäni nämä asiat toteutuvat tutkimuksessani. Sisäiseen reliabiliteettiin sisältyy seuraavia ominaisuuksia tai ainakin muutamia seuraavista: tarkkuus kuvailussa, useita tutkijoita samanaikaisesti, avaininformaattorin käyttö, tutkijayhteisön käyttäminen arvioijana ja mekaaninen tiedon tallentaminen. Näiltä osin tutkimukseni täyttää reliabiliteetin vaatimukset.

Tutkimustulosten analysoinnissa olen pyrkinyt vertailemaan tutkimustuloksia muiden tutkijoiden saamiin tuloksiin ja löytänyt niistä samansuuntaisia piirteitä. Myös raportoinnin nopeutta pidetään tutkijoiden piirissä etuna (Laitinen 1998, 224). Tämän tutkimuksen aineisto on suhteellisen uutta, sillä tutkimusraportti valmistui noin kahden vuoden kuluttua aineiston keräämisen jälkeen.

### 9.3 Tutkimustulosten siirrettävyys

Tutkimustulosten siirrettävyydellä tarkoitetaan lähinnä niiden sovellettavuutta. Tässä tutkimuksen tulosten sovellettavuus riippuu vertailtavien tutkimusten samankaltaisuudesta. Tämän tutkimuksen kohderyhmänä ovat alkuopettajat, jotka ovat luokanopettajia. Näkisin, että tässä tutkimuksessa saadut tulokset ovat yleistettävissä luokanopettajien joukossa mahdollisesti laajemminkin, koska muissa tutkimuksissa on saatu samankaltaisia tuloksia.

Pyrkimyksenäni on ollut saada selville, miten alkuopetuksessa opetetaan matematiikkaa ja millainen suhde alkuopettajalla on erityisesti matematiikan oppikirjaan. Olen mielestäni onnistunut valottamaan näitä asioita tässä tutkimuksessa



## 10 YHTEENVETO JA POHDINTAA

### 10.1 Yhteenveto keskeisistä tuloksista

Olen koonnut tähän yhteenvetoon keskeisimpiä tuloksia pääongelmien mukaisessa järjestyksessä. Kaksi ensimmäistä ongelmaa käsittävät tutkimuksen kvantitatiiviseen osaan liittyviä tutkimusongelmien vastauksia. Kolme jälkimmäistä ongelmaa käsittävät tutkimuksen kvalitatiiviseen osaan liittyviä tutkimusongelmien vastauksia.

#### **Ongelma 1 : Millaisia uskomuksia alkuopettajilla on matematiikasta, matematiikan oppimisesta ja opettamisesta sekä opetuskäytännöistä?**

*Matematiikan olemukseen liittyvää tarkastelua.* Alkuopettajien matematiikkauskomuksia pyrittiin kartoittamaan kahdella tavalla. Ensinnäkin avoimen kysymyksen 'Mitä on matematiikka?' avulla ja sitten Likert-asteikollisen uskomuskyselyn avulla. Avoimen kysymyksen vastausten jaottelussa käytin Ernestin (1989) esittämää jaottelua matematiikkanäkemyksistä. Lisäksi tässä jaottelussa käytin apuna Thompsonin (1991) esittämää mallia opettajien matematiikkakäsitysten kehittymisestä. Matematiikan ongelmakeskeisyyttä painotti 17,1 % avoimeen kysymykseen vastanneista (N=129). Toiseen ryhmään kuuluivat ne alkuopettajat, joiden näkemyksissä matematiikka nähtiin järjestelmällisenä ja loogisena sekä tiettyjen lakien ja sääntöjen mukaan toimivana systeeminä. Tähän ryhmään kuului vastanneista 48,0 %. Kolmanteen ryhmään, jossa matematiikka nähtiin lähinnä 'työkalupakkina' kuului 34,9 %. Jos koulutustaustan mukaan tarkastellaan jakaumaa, kansakoulunopettajat sijoittuivat lähinnä toiseen tai kolmanteen ryhmään - vain kolme heistä oli ensimmäisessä ryhmässä (N=25). Peruskoulun luokanopettajista maisteriksi opiskelleet kuuluivat lähinnä toiseen ryhmään. Merkillepantavaa on, että uuden koulutuksen saaneita on jokaisessa ryhmässä varsin tasaisesti. Koulutuksen suhteen ei voida saada mitään selkeitä viitteitä tämän kysymyksen osalta.

Likert-asteikollisessa osiossa opettajat olivat yksimielisimpiä seuraavista asioista: matematiikassa voi itse keksiä ja kokeilla asioita sekä matematiikan opiskelu on hyödyllistä arjen näkökulmasta. Uskomuskyselyn faktorianalyysissä 'Matematiikan täsmällisyys' -osiossa korkeimpia latauksia saivat väittämät, joiden rakenteessa korostui matematiikan selkeys, ristiriidattomuus, täsmällisyys, tarkkuus sekä menetelmät ja säännöt. Näillä väittämillä on yhteisiä piirteitä kyselylomakkeen 'Mitä on matematiikka?' -kysymyksen toisen ja kolmannen ryhmän vastausten kanssa. Avoimeen kysymykseen vastanneista suurin osa kuului juuri toiseen ja kolmanteen vastausryhmään, joten tässä faktorianalyysin 'Matematiikan täsmällisyys?' -osio myötäilee avoimen kysymyksen vastausten linjaa. Näyttää siltä, että alkuopettajien käsitykset matematiikan olemuksesta ovat lähinnä instrumentaalisisella tai platonistisella tasolla.

*Uskomukset matematiikan oppimisesta.* Alkuopettajat olivat yksimielisimpiä sellaisen uskomuskyselyn väittämien suhteen, joissa nousivat esille seuraavat asiat: alkuopetuksen matematiikan opetuksessa olisi tärkeää, että lapsia rohkaistaan löytämään erilaisia ongelmanratkaisustrategioita ja että lapset oppisivat keskustelemaan niistä; lasten tulisi saada konkreettisia oppimisvälineitä matematiikan opiskelussa (82 %); lapsilla tulisi olla monipuolisia tehtäviä, joissa he joutuisivat soveltamaan muitakin asioita kuin vasta opittuja; olisi tärkeää muistaa aikaisemmin opitut asiat (91 %) sekä lapsille on hyötyä matematiikassa oppimistaan taidoista myöhemmässä elämässä (95 %). Uskomuksissa nousi esille myös peruslaskutoimitusten painottaminen. Matematiikka ei opiskella vain kokeissa suoriutumista varten, vaan muutkin asiat ovat tärkeitä. Esille nousi myös väittämä 67:n sisältö, jonka mukaan kaikki saavat ratkaistavakseen samat tehtävät, sillä 20,7 % oli täysin samaa mieltä ja 47,9 % oli osittain samaa mieltä väittämän kanssa. (ks. liite 7) Vastaavasti Kuparin tutkimuksessa (1999) on noussut esille konkreettisen materiaalin painottaminen. Faktorianalyysin toisessa osiossa nousi esille toiminnallisuutta painottavia piirteitä. Erityisesti ongelmanratkaisu, oppimispelit ja toiminnallisuus olivat voimakkaimmin esillä.

*Uskomukset matematiikan opettamisesta.* Matematiikan opetusta koskevien väittämien vastauksissa painottuivat aiemmin opittujen asioiden merkitys, koulutulokkaan matemaattiset kokemukset ennen kouluikää, lasten oivallukset, oppimisympäristöjen käytännönläheisyys, tehtävien monipuolisuus sekä ratkaisuideoiden painottaminen, luottamus matematiikan oppikirjojen selkeyteen sekä peruslaskutaitojen painottaminen. Samojen laskutehtävien antaminen kaikille oppitunnilla tuli myös esille. Opetuksen tavoitteena tulee opettajien mielestä olla muutkin asiat kuin kokeissa selviytymisen kannalta välttämättömät asiat. Opettajat näkivät opettajan roolin lähinnä oppimistilanteiden ohjaana ja järjestyksen pitäjänä, mutta opettajan rooli myös valmiiden mallien näyttäjänä tuli jonkin verran esille. (ks. liite 7) Tässä näyttäisi olevan hyvin paljon dynaamista oppimiskäsitystä painottavia piirteitä eli opettajat haluavat noudattaa opetussuunnitelman henkeä. Nämä uskomukset ovat ristiriitaisia matematiikan olemukseen liittyvien uskomusten kanssa. Faktorianalyysissä 'Yhdenmukaisen oppimisen' -osiossa nousivat voimakkaimmin esille ratkaisutavat ja samanlaisopetus.

*Uskomukset matematiikan opetuskäytännöistä.* Matematiikan opetuskäytäntöjä koskevilla uskomuksilla nousivat esille toiminnallisuus, lasten oivallusten painottaminen, konkretia, erilaisten ratkaisutapojen merkitys, tehtävien ratkaisun merkitys oppitunneilla eli harjoittelemisen sekä yhdessä työskentely. Myös yksin työskentely työtapana matematiikan tunnilla nousi esille. Opettajan opasta uskotaan käytettävän opetuksen suunnittelun apuna ja matematiikan oppikirjaa pidetään työvälineenä. Tehtävien rakenteissa tulisi opettajien mielestä painottua hiljattain opitut asiat. Myös viitteitä perinteisen matematiikan oppitunnin mallista nousi esille, sillä 48,6 % kyselyyn vastanneista (N=140) oli osittain samaa mieltä ja 9,3 % kyselyyn vastanneista oli täysin samaa mieltä siitä, että matematiikan oppitunnin alussa opetetaan uusi asia, jota sitten harjoitellaan tekemällä tehtäviä matematiikan oppikirjasta. Opettajan asema nähtiin tässäkin ohjaajana ja järjestyksen pitäjänä, mutta osittain myös valmiiden mallien näyttäjänä.

Yhteenvetona uskomuksissa on nähtävissä matematiikan olemuksen suhteen enemmän instrumentaalisia ja platonistisia piirteitä. Sen sijaan matematiikan oppimiseen, opetukseen ja opetuskäytäntöihin liittyi ongelmanratkaisua, ratkaisumenetelmiä, konkretiaa, lasten oivalluksia ja toiminnallisuutta sekä käytännönläheisyyttä painottavia piirteitä. Toisaalta esille nousi myös piirteitä harjoittelukeskeisyydestä ja samojen tehtävien vaatimisesta kaikilta. Opettajan rooli nähtiin ohjaajana, järjestyksen pitäjänä sekä myös valmiiden mallien näyttäjänä. Matematiikan oppikirjaa pidetään lähinnä työvälineen asemassa ja opettajan opasta suunnittelun apuna. Matematiikan oppikirjaa pidettiin opettajan oppaan ohella tärkeimpänä työvälineenä kysyttäessä oppimateriaalien tärkeysjärjestystä. Viitteitä saatiin myös perinteisestä oppituntimallista. Uskomuksissa oli siis esillä sekä perinteisiä että myös oppijakeskeisyyttä korostavia piirteitä. Greenin mukaan (1971, 48) uskomusten ryvästyminen ehkäisee uskomusten sekoittumista ja vastakkainasettelua, joten tässä mielessä ristiriitaistenkin uskomusten ylläpitäminen on mahdollista.

## **Ongelma 2: Millaisia eroja on alkuopettajien uskomuksissa?**

### **2.1 Miten taustatekijät - esim. opettajakokemus, koulutus - vaikuttavat alkuopettajien matematiikkauskomuksiin?**

Alkuopettajien uskomuksissa ei varsinaisesti löytynyt erilaisia uskomusryhmiä. Koulutuksen suhteen saatiin vain jonkinlaisia viitteitä siitä, että vanhemman koulutuksen saaneet edustaisivat uskomuksiltaan lähinnä instrumentaalisia ja platonistisia piirteitä. Toisaalta uudemman koulutuksen saaneet eivät välttämättä olleet uskomuksiltaan ongelmakeskeistä näkökulmaa painottavassa ryhmässä, vaan he jakautuivat tasaisesti näiden kolmen ryhmän kesken. Luokanopettajasta kasvatustieteiden maisteriksi opiskelleet edustivat uskomuksiltaan lähinnä platonistisia piirteitä. Mitään selkeää jakoa ei tässä suhteessa voida tehdä. Ainoastaan vanhemman koulutuksen ja virkavuosiltaan kokeneempien opettajien kohdalla voi varovasti arvioida, että heidän joukossaan on enemmän perinteisiä uskomusnäkökulmia kuin muissa ryhmissä. Kuparin (1999, 172) mukaan se, että näin on, ei ole mikään yllättävä havainto, sillä heidän uskomustensa muotoutumisen ja kehittymisen kannalta ratkaisevat koulutus- ja

opetuskulttuurin tekijät ovat peräisin 1960-70 luvuilta, jolloin matematiikan opetuksen tavoitteet ja käytännöt olivat erilaiset nykyisiin verrattuina

### **Ongelma 3: Millä tavalla uskomukset ovat yhteydessä alkuopettajien tapaan opettaa matematiikkaa alkuopetuksessa?**

Jos tarkastellaan kuuden tutkimukseen osallistuneen opettajan uskomusrakenteita matematiikan olemuksesta, oppimisesta, opettamisesta ja opetuskäytännöistä, niissä ei ole havaittavissa kovin suuria eroja. Heidän uskomuksensa matematiikan olemuksesta vaihtelivat sekoittuneen ja lähes ei perinteisen näkemyksen välillä eli opettajat olivat lähinnä instrumentaalista ja platonistista tasoa matematiikan olemusta koskevilta uskomuksiltaan. Yleisesti heidän uskomuksensa matematiikkaa kohtaan noudattivat koko uskomuskyselyn matematiikkaosion linjaa. Matematiikkauskomuksissa esiintyi sekä ongelmanratkaisua ja toiminnallisuutta painottavia piirteitä että myös laskemista, täsmällisyyttä sekä sääntöjä ja menettelytapoja painottavia piirteitä. Virkavuosiltaan kokeneimmilla opettajilla oli nähtävissä voimakkaammin perinteisiä painotuksia, mikä myös noudattaa uskomuskyselyn yleistä linjaa. Matematiikan oppimista, opetusta ja opetuskäytäntöjä koskevissa uskomuksissa nousivat esille myös ongelmanratkaisu, toiminnallisuus, konkretia, lasten oivallukset, erilaiset ratkaisumenetelmät, peruslaskutoimitusten hallitseminen ja yksin työskentely eli aivan samoja asioita kuin edellä uskomuskyselyn yhteydessä. Uudemman koulutuksen saaneilla oli ristiriitainen suhtautuminen matematiikan oppikirjaan alkuopetuksessa. Vanhemman koulutuksen saaneet suhtautuivat luottavaisemmin matematiikan oppikirjan rakenteeseen ja käyttöön. Thompsonin mallin (1991) mukaan opetusta tarkasteltaessa voisi todeta yleisesti, että näkemieni oppituntien perusteella matematiikan opettaminen vaihteli tasojen nolla ja yksi välillä. Kokeneimmilla opettajilla nousi selkeämmin esille alkuopetuksen matematiikan oppitunneilla rutiiniharjoittelun, laskemisen perustekniikoiden hallinnan, oikeiden vastausten ja oppituntirauhan säilyttäminen. Opettajilla, joilla oli vähemmän opetuskokemusta, taas oli enemmän pyrkimystä oppilaskeskeisyyteen ja yhteistoiminnallisiin työtapoihin. On kuitenkin huomattava, että vaikka alkuopettajilla oli hyvinkin samansuuntaisia uskomuksia, he kukin opettivat eri tavalla (vrt. Ernest 1989). Yhdysluokkaopetuksen erot verrattuna tavalliseen yhden luokan opetukseen matematiikan opetuksen osalta eivät mielestäni olleet suuria. Kahden alkuopetusluokan oppimistilanteiden organisoiminen onnistui Ennin oppitunneilla siten, että toinen luokka teki hiljaista työtä esimerkiksi tehtäviä matematiikan oppikirjasta, kun toista luokkaa opetettiin ja päivävastoin. Fannin opetus tapahtui kokonaisvaltaisemmin koko ryhmälle yhdessä.

Matematiikan opetus alkuopetuksessa oli näkemieni oppituntien perusteella matematiikan oppikirjan sisältöihin nojaavaa eli matematiikan oppikirjan oikeellisuutta ei kyseenalaistettu, vaikka uskomuksissa esiintyi kriittistä suhtautumista. Opetus eteni kaikkien alkuopettajien kohdalla matematiikan oppikirjan sisältöjen mukaisesti. Matematiikan oppikirja toimi sisältöjensä puolesta toteutuvana opetussuunnitelmana. Erityisesti kokeneemmat alkuopettajat käyttivät matematiikan oppikirjaa perinteisemmin. Nuoremmat opettajat tunsivat

olevansa epävarmoja asiasisältöjen hallinnassa ja katsoivat, että opettajankoulutus ei ollut antanut heille tarpeeksi eväitä, jotta he voisivat käyttää alkuopetuksessa matematiikan oppikirjaa yhtenä opetusvälineistä. Näillä kuudella opettajalla oli nähtävissä kriittisyyttä opettajan oppaan valmismalleihin sekä opetuksen etenemiseen matematiikan oppikirjan mukaisesti rintamaopetuksena. Kuitenkin opettajan opas ja matematiikan oppikirja toimivat opetuksen ohjaajina.

#### **Ongelma 4: Millä tavalla opettajan uskomukset ovat yhteydessä alkuopettajan tapaan käyttää oppikirjoja ja toimintamateriaaleja?**

Kaikkien kuuden opettajan uskomuksissa matematiikan oppimista kohtaan tuli esille konkretian ja matematiikan ymmärtämisen painottaminen. Jokaisella näistä opettajista oli kuvaamieni oppituntien aikana käytössä jonkin verran oppimisvälineitä. Kokeneemmat alkuopettajat käyttivät oppimisvälineitä lähinnä opetuksensa havainnollistamisessa - oppilaille ei ollut mahdollisuutta itse käyttää näitä välineitä. Oppitunneilla työskenneltiin paljon yksin eli laskettiin matematiikan oppikirjan tehtäviä. Kokeneempien opettajien matematiikan oppitunneilla näkyi yksin työskentelyn merkitys, vaikka uskomuksissa olivat esillä toiminnalliset työtavat. Oivallusten painottaminen ja lasten ajattelun esille saaminen nousivat selkeimmin esille virkavuosiltaan nuorempien opettajien oppitunneilla. Välineiden käytöllä tai havainnollistamisen avulla pyrittiin matematiikan ymmärtämiseen. Joidenkin kokeneimpien opettajien oppitunneilla lapset usein leikkivät opettajan johdolla ja saivat käyttää laskuhelmiä oppimisen tukena, mutta myös opettajilla oli varsin selkeitä otteita matematiikan opettamisen ja oppimisen suhteen eli oppilaat saivat valmiita toimintamalleja. Yleisesti matematiikan oppiminen näkemilläni oppitunneilla vastasi Thompsonin mallin (1994) nolla - ykköstasoa. Toisin sanoen tunneilla pyrittiin jonkinasteiseen ymmärtämiseen, mutta faktojen, sääntöjen, kaavojen ja menettelytapojen muistiinpainaminen tulivat myös esille. Matematiikan oppikirjojen sisältöihin luotettiin, ja niitä pidettiin yhtä tärkeinä. Kaiken kaikkiaan oppimisvälineiden käyttö sillä tavalla, että lapset olisivat voineet tutkia asioita ja tehdä matematiikkaa niiden avulla, oli suhteellisen pienimuotoista. Tässäkin on todettava, että oppikirjan asema oli hallitseva verrattuna muiden oppimisvälineiden käyttöön. Vaikka opettajat uskoivat konkretian merkitykseen opetuksessa ja oppimisessa, oppimisvälineiden käyttö oli lähinnä yksisuuntaista. Syynä siihen, miksi lapset eivät käyttäneet opiskelunsa apuna kovin paljon oppimisvälineitä, saattoi olla koulun huono matematiikan välineiden varustetaso, se, että välineet olivat muilla käytössä, luokan suuri oppilasmäärä (tulee liikaa häiriötä). Syynä saattoi olla myös se, että välineitä ei riitä kaikille, välineiden käyttöön kuluisi liikaa aikaa oppitunnista tai haluttiin saada heikommille oppilaille enemmän ohjausaikaa, kun opettaja näyttää oppimisvälineillä.

Opettajien kouluaikaisilla kokemuksilla matematiikan opetuksesta oli havaittavissa yhteyksiä opettajien opetuskäytäntöihin (vrt. Kaasila 2000), sillä usein ne opettajat, joilla oli ollut vaikeuksia kouluaikana matematiikassa, halusivat antaa oppilaille onnistumisen elämyksiä. He pyrkivät elävöittämään opetustaan ja käyttivät opetuksessa erilaisia aktiviteetteja ja leikkejä. Omien

vaikeuksiensa pohjalta he uskoivat myös ymmärtävänsä heikkoja oppilaita paremmin. Toisaalta kouluaikaiset epämiellyttävät kokemukset saattoivat vaikuttaa myös siihen, että opettajat pyrkivät antamaan matematiikan lapsille valmiina malleina ikään kuin suojellakseen epäonnistumisilta, eli he rakensivat turvaverkkoja.

Yleensä matematiikan oppitunnit aloitettiin yhteisellä alustuksella käsiteltävästä asiasta. Tähän aloitukseen kuului aktiviteetteja ja leikkejä. Yhteisen aloituksen jälkeen siirryttiin laskemaan matematiikan oppikirjan tehtäviä. Tehtävien laskemisen aikana opettaja saattoi kiertää luokassa tai istua opettajan pöydän takana. Vaikka uskomuksissa painottui ongelmanratkaisun merkitys, opettajat eivät käyttäneet sitä opetuksessaan.

## **Ongelma 5: Miten matematiikan oppikirjoja käytetään alkuopetuksessa?**

### **5.1 Onko matematiikan oppikirja/opettajan opas opetuksen ohjaaja vai yksi työväline muiden joukossa?**

Tämän tutkimuksen perusteella näyttäisi siltä, että matematiikan oppikirjoja käytetään varsin perinteisillä tavoilla alkuopetuksessa. Matematiikan oppikirjalla ja opettajan oppaalla on varsin keskeinen asema opetuksessa. Ne toimivat toteutuvan opetussuunnitelman asemassa.

Matematiikan oppikirjojen käyttötavoissa nousi esille valmiin mallin antaminen oppilaille. Esimerkiksi matematiikan oppikirjojen aukeamien erilaisten tehtävien ratkaisutavat saatettiin käydä yhdessä läpi, koska haluttiin, että kaikki osaisivat. Toisaalta tämä tapa saattoi rajata lasten omia ratkaisumalleja. Yleensä näissä tilanteissa opettajat pyrkivät saamaan oppilailta vastauksena alkuopetuksen matematiikan oppikirjan mukaisen laskulausekkeen, joka kirjoitettiin tehtävän alle sille varattuun tilaan. Opettajat rakensivat lapsille turvaverkkoja, jotta ei tulisi epäonnistumisia. Näissä tilanteissa tapahtui usein niin, että kun alkuopettaja odotti matematiikan oppikirjan mukaista vastausta, hän ei kuullut lapsen oikeaa selitystä tehtävän ratkaisutavasta. Opettaja sivuutti lapsen vastauksen ja pyysi toista oppilasta vastaamaan, jolloin kyseinen oppilas antoi selkeän laskulausekkeen vastaukseksi - lausekkeen, jota opettaja odotti. Tämä on hyvä esimerkki siitä, kuinka matematiikan oppikirja voi rajoittaa myös opettajan ajattelua, kun hän opettaa matematiikan oppikirjan välityksellä. Viime kädessä näissä tilanteissa luokassa ovat oppikirjan tekijät äänettömänä yleisönä ja opettaja puhuu heidän kauttaan. Tähän äänettömän yleisön läsnäoloon on viitannut Lerman (1993) kuvaillessaan perinteistä oppikirjasidonnaista matematiikan oppituntia, jolloin opettaja on riippuvainen matematiikan oppikirjasta ja puhuu ikään kuin matematiikan oppikirjan tekijöiden suulla. Tilanne luokassa saattaisi muuttua, jos oppilaita rohkaistaisiin suhtautumaan kriittisesti matematiikan oppikirjoihin, ja vertailemaan esimerkiksi kahden eri matematiikan oppikirjan välisiä ratkaisumenetelmiä. (Lerman 1993, 71-73.)

Yleisesti näyttää siltä, että opettajat luottavat matematiikan oppikirjoihin ja uskovat toteuttavansa valtakunnallista linjaa, kun niitä käyttävät. Matematiikan oppikirja ajaa lapsen edelle, sillä matematiikan oppikirja näyttää tuovan ajoitussuunnitelmiseen kiireen opetukseen. Opetus lähtee matematiikan oppikirjoista eikä matemaattisista sisällöistä. Keskeiset käsitteet ja niiden osaamisen

merkitys tulevien opintojen näkökulmasta saattavat hämärtyä, koska kuvitelmaan, että matematiikan oppikirja on käytävä läpi. Kuitenkin matematiikan opetuksen sisällä olisi nähtävä, kuinka käsitteet laajenevat opintojen edetessä eli kokonaisuuksien merkitys ei saisi unohtua.

## 10.2 Tutkimustulosten tarkastelua alkuopetuksen ja luokanopettajakoulutuksen näkökulmasta

Edellä on käyty lyhyesti läpi tutkimuksessa esiintulleet tulokset. Uskomusten ja matematiikan opetuskäytäntöjen välillä on havaittavissa yhtäläisyyksiä ja ristiriitaisuuksia aikaisempien tutkimusten mukaisesti (vrt. Kaasila 2000, Raymond 1997, Lindgren 1995, Thompson 1994). Yksi keskeisimmistä tuloksista on matematiikan oppikirjan ja opettajan oppaan keskeiset roolit alkuopetuksessa. Myös perinteiset matematiikan opetustavat ovat edelleen elinvoimaisia. Vaikka opettajilla oli hyvinkin dynaamisia uskomuksia matematiikasta, ne jäivät takalalle. Matematiikkaa kyllä pyrittiin opettamaan ymmärtämisen näkökulmasta, mutta opetuksen tavoitteeksi oli asetettu matematiikan oppikirjan sisältöjen läpikäyminen. Opettajakokemuksella oli havaittavissa jonkinlaisia yhteyksiä esimerkiksi opetuskäytäntöihin, sillä kokeneemmat opettajat näyttivät käyttävän perinteisempiä opetusmenetelmiä.

Vuonna 2003 voimaantulevan alkuopetuksen opetussuunnitelmaperusteiden henki jatkaa edelleen vuoden 1994 perusteiden dynaamista näkökulmaa. Tämä tarkoittaa sitä, että meidän tulisi entistä enemmän pyrkiä huomioimaan lasta yksilönä ja painottaa lapsikeskeisiä työmenetelmiä. Alkuopetuksen matematiikan opetuksen näkökulmasta tämä tarkoittaa sitä, että alkuopettajien tulisi entistä selvemmin tiedostaa matematiikan käsiterakenne ja nähdä jatkumo matematiikan sisällöissä.

Uskomusten tasolla piirteitä dynaamisesta oppimiskäsityksestä on havaittavissa. Miksi sitten opettajat eivät toimi omien uskomustensa mukaisesti? Aivan kuten Ernestin (1991) kuvaamassa mallissa sosiaalisen ympäristön mukanaan tuomat rajoitukset ja valintamahdollisuudet tulivat tässäkin tutkimuksessa esille alkuopetuksen matematiikan opetukseen vaikuttavina tekijöinä. Haastatteluissa nousi esille monia tekijöitä, joista alkuopettajat kokivat ahdistuneisuutta. Tällaisia olivat lasten vanhempien suhtautuminen uusiin opetusmenetelmiin, rinnakkaisluokkien tai jonkin lähikoulun eteneminen eri tahdissa matematiikan sisällöissä, oman asiantuntemuksen riittämättömyys aineenhallinnassa, jotta voisi käyttää matematiikan oppikirjaa yhtenä opetusvälineenä, opettajakollegoiden suhtautuminen erilaisiin opetusmenetelmiin (koulun henki) ja isot luokkakoot opetusmenetelmiä rajoittavina tekijöinä. Myös oppimismateriaalien saatavuus koettiin rajoittavana tekijänä. Lisäksi alkuopettajat kokivat, että uusien opetusmenetelmien käyttöönotto vie paljon suunnittelu-aikaa muun koulutyön ohella. Yleisesti voisi todeta, että sosiaalisten tekijöiden paine kohdistuu alkuopettajiin niin suurena, että he saattavat toimia hyvinkin eri tavalla opetustilanteissa, kuin mitä uskovat.

Kupari (1999, 176) on tutkimuksessaan todennut, että esimerkiksi luokanopettajan varsin vahvat oppijakeskeisyys-uskomukset eivät useinkaan jaksa kantaa opetuskäytäntöihin asti. Näin kävi myös tässä tutkimuksessa. Käytettiin kyllä aktiviteetteja ja leikkejä, mutta hyvin usein opetuksessa oli varsin perinteisiä malleja. Oli mielenkiintoista huomata, kuinka opettajat innostuivat siitä, kun saivat katsoa videolta omaa opetustaan. Samalla he tekivät hyvinkin teräviä huomioita omasta toiminnastaan luokassa. Tämä oli myös tutkijalle elämys, sillä huomasi, kuinka opettajat alkoivat reflektoida omaa toimintaansa. Uskon, että oman toiminnan tarkkailu luokkatilanteessa voisi olla avain oman opetuksen kehittämiseen. Kuparin (1999, 176) mukaan refleктоimalla omien toimenpiteidensä vaikutuksia oppilaisiin, opetustilanteisiin ja omiin uskomuksiinsa, opettajat kehittävät ns. kontekstiherkkyttä, jonka avulla he pystyvät valitsemaan ja toteuttamaan tilannekohtaisesti sopivaa opetusta noudattaen paremmin omia uskomuksiaan ja menettelyjään.

Toinen elämys tutkijalle oli se, että pääsi kurkistamaan toisten alkuopettajien luokkiin ja näkemään, kuinka matematiikkaa opetetaan. Tutkittavat opettajat olivat rohkeita suostuessaan tutkimukseen. Tutustuminen toisten opetukseen avartaa myös omaa näkemystä matematiikan opetuksesta.

Huolestuttavaa oli se, että virkavuosiltaan nuoret alkuopettajat ilmoittivat, että luokanopettajan koulutuksessa saadut eväät eivät ole riittäviä edes opettavien sisältöjen näkökulmasta, mikä pakotti heidät turvautumaan matematiikan oppikirjaan ikään kuin opetussuunnitelmana. Tähän ovat viitanneet myös Niemi ja Tirri (1997). Tämän vuoksi koulutuksessa olisi varmistettava, että tulevat opettajat hallitsevat opettavat sisällöt. Ei yksin riitä, että tiedetään, mitä opettavan oppiaineen sisältöihin kuuluu, sillä asiat on myös ymmärrettävä. Tämän vuoksi luokanopettajankoulutuksessa olisi matematiikan opintojen lisäksi oltava runsaasti tilanteita, joissa opiskelijat saavat itse tehdä matematiikkaa. Tällöin he näkevät ja ymmärtävät opiskeltavia asioita lapsen näkökulmasta.

Tiedon kriittisyyteen olisi myös kiinnitettävä jo koulutuksessa aivan erityistä huomiota. Se, että matematiikan oppikirjat ovat jo alkuopetuksessa merkittävässä asemassa, on huolestuttavaa. Tämän vuoksi luokanopettajaopiskelijoiden tulisi koulutuksensa aikana saada arvioida ja keskustella matematiikan oppikirjojen käsiterakenteista ja tehtävärakenteista. Samalla he oppisivat kiinnittämään huomiota tehtävien ratkaisumalleihin, mallin merkitykseen kirjoissa, tehtävien vaatimustasoon sekä myös oppikirjojen rakenteen yhtenäisyyteen ja siihen, millä tavalla ne vastaavat tämän päivän opetussuunnitelman henkeä. Näin myös muutokset opetustavoissa voisivat lähteä liikkeelle.

Matematiikan oppikirjan hallitsevuus alkuopetuksessa on huolestuttavaa siinäkin mielessä, että oppimisteorioiden merkitys ei ulotu luokkiin asti. Opettajat opettavat matematiikan oppikirjan kautta ja vaatimuksilla eivätkä pysähdy aina tarkkailemaan lapsen käsitteiden kehitystä. Oppimiselle ei malteta antaa aikaa. Tämän vuoksi oppimisteoriat olisi vietävä ainedidaktiikan sisälle, jolloin opiskelijat joutuisivat todella kohtaamaan ne matematiikan rakenteen näkökulmasta.

Myös alkuopetuksessa toimiville opettajille olisi hyvä tarjota koulutusta, jossa he joutuisivat refleктоimaan omaa matematiikan opetustaan. Ei riitä, että



opetussuunnitelman perusteisiin asetaan hienot tavoitteet, joita ei voida toteuttaa jo siitäkään syystä, että opettajilla ei ole rohkeutta ja itsevarmuutta toimia niiden mukaisesti. Tämän vuoksi alkuopettajien matematiikan täydennyskoulutuksessa kuin myös muidenkin matematiikkaa opettavien opettajien koulutuksessa olisi kiinnitettävä huomiota opetussuunnitelman teoriataustaan. Opetussuunnitelman henki olisi kytkettävä tarjottavien kurssien sisälle, niin että koulutettavat joutuisivat tarkkailemaan itseään omien uskomustensa näkökulmasta.

### 10.3 Ehdotuksia jatkotutkimukselle

Tämä tutkimus keskittyi tarkastelemaan alkuopetuksen matematiikan opettamista uskomusten ja toteutuneen opetuksen näkökulmasta. Tutkimuksessa ei tarkasteltu opetuksen muutosta, vaan lähinnä opetuksen tilaa tässä ja nyt. Tässä mielessä nyt, kun olen kartoittanut työssä olevien alkuopettajien matematiikkauskomuksia ja niiden toteutumista alkuopetuksen matematiikan opetuksessa, olisi mielenkiintoista lähteä tutkimaan, millä tavalla voisi vaikuttaa jo työssä toimivien alkuopettajien matematiikkauskomusten muuttumiseen ja toteutumiseen luokkatilanteessa.

Toinen mielenkiintoinen aihe olisi lähteä tutkimaan, millä tavalla lapset todella kokevat alkuopetuksen matematiikan opetuksen, sillä tutkimuksissa (Kaasila 2000) on saatu viitteitä siitä, että lapsuusaikaisilla kokemuksilla on merkitystä yksilön esimerkiksi opettajan matematiikan opetukselle. Tässä mielessä myös vanhempien asennoitumisessa saattaa olla vaikutteita heidän omalta kouluajaltaan. Vanhempien asenteiden merkityksen vaikutus lasten käsityksiin ja toiveisiin matematiikan opetuksesta ja opiskelusta olisi mielenkiintoinen aihealue. Millaista matematiikkaa lapset odottavat? Mitä he todella osaavat? Mikä on harjoittelun merkitys ja riittävä määrä?

Tämä tutkimus on herättänyt minussa monia ajatuksia. Tutkimuksen aikana oma suhtautumiseni matematiikan oppikirjoihin, oppimiseen ja opettamiseen on muuttunut. Olen huomannut, että opetuksen täytyy lähteä lapsesta ja hänen kiinnostuksen aiheistaan. Opetuksen sisältötavoitteet tulevat opetettavasta oppiaineesta. Matematiikan oppikirja on vain yksi väline opetuksessa ja oppimisessa - ei opetuksen ja oppimisen mahdollistaja. Oppimisteorioiden merkitys tulee jokaisen opettajan tiedostaa opetettavan oppiaineen ja oppijan näkökulmasta. Alkuopetuksen matematiikan oppitunneilla opettajan tehtävä ei ole kaataa tietoa, vaan asettua lapsen asemaan ja olla yhdessä lasten kanssa tutkimassa ja rakentamassa matemaattista ymmärrystä.

## SUMMARY

### *Object of research, theoretical frame and research method*

The study examines the beliefs that Finnish primary school teachers hold about mathematics and about learning and teaching it. The study attempts to describe and understand the instructional practices, especially the use of textbooks, of 7- to 8-year-old children's teachers and the preconditions under which these practices develop and change.

First I examine mathematics as a school subject and mathematics textbooks in primary school. The study also consists of a conceptual analysis of beliefs and belief systems and a theory of teachers' thinking and decision making that describes the way in which a teacher's beliefs are transmitted. According to Pehkonen (1998), a teacher's system of beliefs guides her practices and also filters and interprets the teacher's perception. Beliefs are connected with a teacher's teaching practices and, through the studying process, also with the children's activities and learning. Children's learning experiences affect their beliefs. The school community is an important factor in the construction of beliefs. Teachers are constantly interacting with other people: children, parents, administrators, other teachers and so on. This not only creates opportunities for but also acts as a restraint on both the preservation of prevailing beliefs and the emergence of new ones.

I make use of quantitative and qualitative data in my study. A Likert-scale belief questionnaire was sent to first and the second grade teachers (N=230) in primary schools. The belief questionnaire included 70 statements concerning teachers' beliefs and conceptions about mathematics, learning and teaching mathematics, and mathematics teaching practices, especially use of mathematics textbooks. The questionnaire data were analysed using factor analysis and classification. To make comparisons, the teachers' answers were classified on the following scale: traditional, primarily traditional, mixed, primarily non-traditional, and non-traditional. For the basis of this classification there were three Ernest's view of mathematics: instrumentalist view, the Platonist view, and the problem solving view. When the teacher has an instrumentalist view of mathematics, a typical feature of her teaching is the strict following of teaching models and, for example, the strict following of a textbook's text and scheme. The teacher is a distributor of knowledge and completed rules. Typical of this model is children's compliant behaviour and mastery of skill model. The children are counting and, utilising rules and procedures. In the Platonic view of mathematics the role of the teacher can be seen as an explainer. This model is likely to associated with conceptual understanding with unified knowledge. Children's learning is still the reception of knowledge model. Thus mathematics is discovered, not created. On the problem-solving view of mathematics the teacher is a facilitator and a child is an active constructor of knowledge. This model is based on the child's active construction of understanding model and exploration and autonomous pursuit of own interest's model. (Ernest 1989, 251.) The traditional answers were near the instrumentalist view of mathematics, and the non-traditional answers were near the problem solving view of mathematics.

On the basis of the questionnaire I selected 6 representative the first and the second grades' teachers from different primary schools. Teaching

experience of these 6 teachers was between two to almost thirty years. Data collection for each teacher included:

- (a) videotaped classroom observations (5 h)
- (b) teachers' lesson plans
- (c) after the classroom period an interview (the questions during the interview focused on the nature of mathematics, mathematics teaching and learning practices, mathematics textbooks, assessment, school recollections about mathematics and teachers' mathematics studies)
- (d) analysis of the videotaped mathematics lessons together with the teacher.

### *Results and discussion*

Most of the teachers (N = 140) answering the questionnaire had beliefs that were between primarily traditional and primarily non-traditional. The beliefs of those who had only a few years teaching experience were nearly non-traditional (33,9 %). Notes from the classroom observations and interviews from those 6 teachers are used to describe primary school teachers mathematics teaching culture. I found that teachers' recollections of their experiences in mathematics influenced their teaching practices. Teachers' school-time recollections, e.g. difficulties in mathematics learning, their school-time teacher's dependence on mathematics textbooks and inclination to the rules and routine methods, have significance for their teaching practice.

The use of manipulative in the teaching/learning situations was often regarded as useful for promoting the view that "math is fun". For example teacher's beliefs about mathematics were primarily non-traditional but her instructional practice was still focused on textbooks, rules, and procedures. There appeared inconsistencies between their beliefs and practices. The influence of many social norms with possibilities and limits are connected with classroom situations. The values, the expectations and the beliefs of children, parents, administrators, the influence of the curriculum, the practices of assessment, and the dominating views and values of learning are connected. Those factors mentioned above have an effect on teacher's instruction.

Interviews and observations revealed that primary school teachers should have more deepened mathematics studies during the teacher education. Because of the uncertainty of mathematics, teachers mainly followed the order and the instructions of the mathematics textbooks. The right answers were more important than solution procedures.

In teacher education we should pay more attention to student's own thinking and reflection. Students should be offered the opportunity to speak about their time at school and share their experiences with other students. Also primary school teachers should have opportunities to speak about their teaching practices and pursue new ideas together with other teachers. By considering both negative and positive consequences of various teaching practices teachers would become of better understanding their own beliefs and would consider whether they are consistent with their goals for their pupils. In teacher preparation it is important to pay more attention to deepened mathematics studies, to learning theories and their connection to the mathematics teaching and learning situations.

## LÄHTEET

### Painettu kirjallisuus

- Abelson, R. 1979. Differences between belief systems and knowledge systems. *Cognitive Science* 3, 355-366.
- Aebli, H. 1991. Opetuksen perusmuodot. Juva: WSOY.
- Ahtee, M. & Pehkonen, E. 2000. Johdatus didaktisten aineiden matematiikkaan. Helsinki: Oy Edita Ab.
- Ahtineva, A. 2000. Oppikirja - tiedon välittäjä ja opintojen innoittaja? Lukion kemian oppikirjan - Kemian maailma 1 - tiedonkäsitys ja käyttökokemukset. Turun yliopisto. *Annales Universitatis Turkuensis C* 164. Kasvatustieteiden tiedekunta, Turun opettajankoulutuslaitos.
- Antikainen, A. 1996. Merkittävät oppimiskokemukset ja valtautuminen. Teoksessa Antikainen, A. & Huotelin, H. (toim.) *Oppiminen ja elämänhistoria. Aikuiskasvatuksen 37. vuosikirja*. Helsinki: Gummerus, 252-296.
- Bauersfeld, H. 1992. The Structuring of the Structures: Development and Function of Mathematizing as a Social Practice. In Steffe, L. & Gale, J. (Eds.) *Constructivism in Education*. University of Georgia. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 137-158.
- Bergström, M. 1985. Luovuus ja aivotoiminta. Teoksessa Haavikko, R. & Ruth, J.-E. (toim.) *Luovuuden ulottuvuudet*, 159-172.
- Berry, J. & Sahlberg, P. 1995. *Matematiikka elämään*. Opetus 2000. Juva: WSOY.
- Boyer, C. 1985. *A History of Mathematics*. Princeton: University Press.
- Brown, C. A. 1986. A Study of the socialization to teaching of a beginning mathematics teacher. Doctoral dissertation, University of Georgia. *Dissertation Abstracts International*, 46, 2605-A.
- Bruner, J. S. 1960. *The process of education*. New York: Vintage Books.
- Bruner, J. S. 1966. *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Clandinin D. J. 1985. Personal Practical Knowledge: A Study of Teachers' Classroom Images. *Curriculum Inquiry* 15 (4), 361-385.
- Conroy, J. & Perry, B. 1997. Australian and Indonesian Student Teacher Beliefs about Mathematics and Performance on a Class Ratio Task. In Pehkonen, E. (Eds.) *Proceedings of the 21<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. University of Helsinki. Lahti Research and Training Centre. Vol. 2, 177-184.
- Cooney, T. J. 1985. A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education* 16 (5), 324-336.
- Dionne, J. 1984. The perception of mathematics among elementary school teachers. In J. Moser (Eds.) *Proceedings of the sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the PME*. Madison: University of Wisconsin, 223-228.
- Ernest, P. 1989. The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics. In Ernest, P. (Eds.) *Mathematics Teaching. The State of the Art*. New York: The Falmer Press, 249-254.

- Ernest, P. 1991. *The Philosophy of Mathematics Education*. Hampshire (U.K.): The Falmer Press.
- Fennema, E. & Franke, M. L. 1992. Teachers' knowledge and its impact. In D.A. Grows (Eds.) *Handbook of research on mathematics learning and teaching*. New York: Macmillan, 147-164.
- Foss, D. & Kleinsasser, R. 1996. Pereservice Elementary Teacher's View of Pedagogical and Mathematical Content Knowledge. *Teaching & Teacher Education* 12 (4), 429-442.
- Furinghetti, F. 1998. Beliefs, conceptions and knowledge in mathematics teaching. In Pehkonen, E. & Törner, G. (Ed.) *The State-of-Art in Mathematics-Related Belief Research. Results of the MAVI activities*. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 195, 11-36.
- Geddis, A. 1993. Transforming subject matter knowledge: the role of pedagogical content knowledge in learning to reflect on teaching. *International Journal of Science Education* 15, 673-683.
- von Glasersfeld, E. 1995. A constructivist approach to teaching. In Steffe, L. P. & Gale, J. (Eds.) *Constructivism in education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 3-15.
- Green, T. F. 1971. *The Activities of Teaching*. New York: McGraw-Hill.
- Grigutsch, S. 1996. *Mathematische Weltbilder von Schülern Struktur, Entwicklung, Einflußfaktoren*. (Pupils' mathematical world views, Structure, development, factors of influence). Doctoral dissertation. University of Duisburg.
- Grigutsch, S. 1998. On pupils' views of mathematics and self-concepts: developments, structures and factors of influence. In Pehkonen, E. & Törner, G. (Eds.) *The State - of - Art in Mathematics-Related Belief Research. Results of the MAVI activities*. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 195, 169-197.
- Grigutsch, S. & Törner, G. 1998. *Mathematische Weltbilder von Hochschul-Lehrenden im Fach Mathematik*. (Mathematical views held by university teachers of mathematical sciences.) University of Duisburg. Department of Mathematics. Preprint Series. SM-DU-415.
- Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner, G. 1998. Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematik-lehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik* 19 (1), 3-45.
- Haapasalo, L. 1993. *Matematiikan opetussuunnitelmien lähtökohtia ja kehittämisenäkymiä*. Jyväskylän yliopisto. Opetuksen perusteita ja käytänteitä 2.
- Haapasalo, L. 1994. *Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu*. Jyväskylä: ME-DUSA-Software.
- Hakkarainen, P. & Puupponen, P. 1997. *Kehittävä alkukasvatus ja viides dimensio*. Hiidenkiukaan ja Kaupunkisillan päiväkotien tutkimus- ja kehittämisprojekti. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos.
- Hannula, M. 1998a. The Case of Rita: "Maybe I started to Like Math More". In Olivier, A. & Newstead, K (Eds.) *Proceedings of the 22<sup>nd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. University of Stellenbosch. South Africa. Vol. 3, 33-40.

- Hannula, M. 1998b. Changes of beliefs and attitudes. In Pehkonen, E. & Törner, G. (Eds.) *The State-of-Art in Mathematics-Related Belief Research. Results of the MAVI activities.* University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 195, 198-222.
- Hannula, M. & Malmivuori, M.-L. 1996. *Femine Structures in Mathematical Beliefs and Performances.* In Pehkonen, E. (Eds.) *Current State of Research on Mathematical Beliefs III. Proceedings of the MAVI-3 Workshop.* University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 170, 31-38.
- Hautamäki, J., Arinen, P., Bergholm, B., Hautamäki, A., Kupiainen, S., Kuusela, J., Niemivirta, M. & Scheinin, P. 1999. *Oppimaan oppiminen ala-asteilla. Oppimistulosten arviointi 3/1999.* Helsinki: Opetushallitus.
- Hautamäki, J., Scheinin, P. & Arinen, P. 1999. *Pääsälasku ja matikkapää - matemaattinen osaaminen oppimistaitona.* Teoksessa Hautamäki, J., Arinen, P., Bergholm, B., Hautamäki, A., Kupiainen, S., Kuusela, J., Niemivirta, M. & Scheinin, P. (toim.) 1999. *Oppimaan oppiminen ala-asteilla. Oppimistulosten arviointi 3/1999.* Helsinki: Opetushallitus, 102-117.
- Hersh, R. 1986. *Some Proposals for Reviving the Philosophy of Mathematics.* In Tymoczko, T. (Eds.) *New Directions in the Philosophy of Mathematics.* Boston: Birkhäuser, 9-28.
- Hersh, R. 1997. *What is Mathematics, really?* New York: Oxford University Press.
- Hoskonen, K. 1996. *Mathematical Beliefs of Eight-graders: What is Mathematics?* In Pehkonen (Eds.) *Current State of Research on Mathematical Beliefs III. Proceedings of the MAVI-3 Workshop.* University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 170, 48-52.
- Ikäheimo, H. 1997. *Matematiikan esi- ja alkueptuksen kysymyksiä.* Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen.* Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino, 239-250.
- Julkunen, M-L. 1989. *Oppikirja käsitteiden opettajana.* Joensuun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan tutkimuksia 23.
- Julkunen, M-L. & Elomaa, M. 1998. *Tekstistä oppimaan oppiminen.* Teoksessa Julkunen M-L. (toim.) *Opetus, oppiminen, vuorovaikutus.* Juva: WSOY.
- Kaasila, R. 1997. *Konstruktivismin eri muodot matematiikan opetuksessa peruskoulun ala-asteella.* Lapin yliopiston kasvatustieteellisä julkaisuja B. Tutkimusraportteja ja selvityksiä 26. Rovaniemi.
- Kaasila, R. 2000. *"ELÄYDYIN OPPILAIKEN ASEMAAN".* Luokanopettajaksi opiskelevien kouluaikeisten muistikuvien merkitys matematiikkaa koskevien käsitysten ja opetuskäytäntöjen muotoutumisessa. Lapin yliopisto. Acta Universitatis Lapponiensis 32.
- Kallonen-Rönkkö, M. 1996. *Mistä aika tulee? Avaruus- ja aikakäsitteiden oppimisympäristö ala-asteella. Osa I. Oppimisympäristön lähtökohdat ja toteutus.* Oulun yliopiston Kajaanin opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja. Sarja A. Tutkimuksia 13.
- Kallonen-Rönkkö, M. 1997. *Matematiikan oppiminen ala-asteen uusiutuviissa oppimisympäristöissä.* Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. &

- Malinen, P. (toim.) *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino, 251-268.
- Kangas, O. & Kahanpää, L. 2001. Taustakuvia. *Matematiikkaa alkuopettajille*. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Moniste.
- Kari, J. 1987. Oppimateriaalitutkimuksen teoreettisia lähtökohtia. Jyväskylän yliopisto. Kasvatus-tieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja B. Teoriaa ja käytäntöä 4.
- Kari, J. 1988. Luokanopettajan oppikirjasidonnaisuus. Tutkimus ympäristöopin ja maatieteen opetuksesta peruskoulun ala-asteella. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A 14.
- Kari, J. & Nöjd, O. 2001. "Näin rakentui syksyn mukavin koulupäivä" "The making of the nicest schoolday of autumn". Teoksessa Isomäki, H., Kari, J., Marttunen, M., Pirhonen, A. & Suomala, J. (Eds.) *Human-Centered Technology and Learning*. University of Jyväskylä. Department of Teacher Education, 55-100.
- Kari, J. & Sovelius-Sovio, E. 1981. Integroidun ja laajennetun kuvaamataidon opetuskokeilu Jyväskylän normaalikoulun ala-asteella II. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 8.
- Karvonen, J. 1967. The structure, arousal and change of the attitudes of teacher education students. Jyväskylän yliopisto. *Studies in education, psychology and social research* 16.
- Karvonen, J. 1970. Opettajien asenteet, odotukset ja oppimistulokset jatkokoulutuksessa I. Teoreettinen viitekehys. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisuja 63.
- Keranto, T. 1978. Esikouluikäisen lapsen lukukäsitteen kehitysasteesta ja laskuvalmiuksista. Hämeenlinnan opettajankoulutuslaitos 1. Tampereen yliopisto.
- Keranto, T. 1982. Lapsen matemaattisten ajatteluprosessien ja tiedollisen rakenteen kehitys. Teoksessa Kupari, P. (toim.) *Kognitiiviset prosessit ja matematiikan opetus*. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen tutkimuksia 199. *Matematiikan opettajien tutkijaseminaarin 8.2.-9.2.1982 raportti*.
- Kinnunen, R., Lehtinen, E. & Vauras, M. 1994. Matemaattisen taidon arviointi. Teoksessa Vauras, M., Poskiparta, E. & Niemi, P. (toim.) *Kognitiivisten taitojen arviointi koulutulokkailla ja 1. luokan oppilailla*. Turun yliopisto. Oppimistutkimuksen keskuksen julkaisuja 3.
- Kinnunen, R. & Vauras, M. 1997. Matemaattisten ongelmien ratkaisutaito ala-asteella. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino, 269-282.
- Kinos, J. 1994. Kohti lapsilähtöistä varhaiskasvatusta. Pedagogiikan jatkumomalli. Teoksessa Kankaanranta, M. & Tiihonen, E. (toim.) *Joustavasti oppimaan. 5-8 - vuotiaiden kasvatuksen ja kehittämishankkeita*. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitos, 1-22.
- Kohonen, V. & Kujansivu, A. 1997. Induktio-projekti: nuorten opettajien ammatillista sosiaalistumista tukeva täydennyskoulutus (1993-1994). Teok-

- sessä Pynnönen, M.-L. & Tuominen, S. (toim.) Kasvatustyö puntarissa. Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen opetusmonisteita B 5.
- Kroll, D. 1989. Connections between psychological learning theories and the elementary mathematics curriculum. In P. R. Trafton & A. P. Shulte (Eds.) *New directions for elementary school mathematics. 1989 Yearbook.* Reston, Va.: NCTM, 199-211.
- Kupari, P. 1993a. Mistä rohkeus ja keinot koulumatematiikan uudistumiseen? Teoksessa Kangasniemi, E. & Konttinen, R. (toim.) *Lue, etsi , tutki - tutkittua tietoa koulun kehittämiseksi.* Juva: WSOY, 114-131.
- Kupari, P. 1993. Millä tavoin matematiikan opiskelu ja opetus on muuttunut? Teoksessa Brunell, V. & Kupari, P. (toim.) *Peruskoulu oppimisympäristönä. Peruskoulun arviointi 90 -tutkimuksen tuloksia.* Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitos, 81-104.
- Kupari, P. 1999. Laskutaitoharjoittelusta ongelmanratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 7.
- Kuusisto, J. 1989. Oppimateriaalit peruskoulun ala- ja yläasteella 1988. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A 26.
- Lahdes, E. 1997. *Peruskoulun uusi didaktiikka.* Helsinki: Otava.
- Laine, K. 1990. Käsitteenopettamismenetelmien vertailua päiväkodissa ja alkuopetuksessa. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisusarja A 142.
- Laine, T. 1998. Avoimet oppimisympäristöt - aktiivinen oppiminen. Teoksessa Jyrkiäinen, P., Laine, T., Liukko, S. Piipari, M. & Toivonen, V. (toim.) *Avoimet oppimisympäristöt - kehittyvät prosessit.* Tampereen yliopisto. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 6, 53-66.
- Laitinen, M. 1998. Interventio ja muutos kokoonpanotyössä. Siirtyminen itseohjautuviin ryhmiin teollisuusyrityksessä. Helsingin yliopiston kasvatustieteen laitoksen tutkimuksia. 160.
- Leder, G. C. & Gunstone, R. F. 1990. Perspectives on mathematics learning. *International Journal of Educational Research* 14 (2), 105-120.
- Lehtinen, E. 1989. Vallitsevan tiedonkäsityksen ilmeneminen koulun käytännöissä. Kouluhallituksen julkaisuja nro 18. Helsinki: Valtion painatuskeskus.
- Lehtinen, E. & Kinnunen, R. 1993. Matemaattisista oppimisvaikeuksista. Teoksessa Vauras, M. (toim.) *Oppimisvaikeudet ja opetuksen kehittäminen. Katsaus Turun yliopiston Oppimistutkimuksen Keskuksen toimintaan ja tutkimukseen.* Rauma: Oy West Point, 37-70.
- Lehtonen, K. 1983. Valtiovalta ja oppikirjat: Senaatti ja kouluhallitus oppi- ja kansakoulun oppikirjojen valvojina Suomessa 1870-1884. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 9.
- Leino, J. 1978. Oppimateriaalien kriteerit ja niiden käyttäminen. Helsinki: Kouluhallitus, Helsingin yliopiston monistuspalvelu.
- Leino, J. 1997. Konstruktivismi matematiikan opetuksessa. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen.* Niilo Mäki instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino, 39-51.



- Lerman, S. 1993. The Role of the Teacher in Children's Learning of Mathematics. In Bishop, A. J., Hart, K., Lerman, S. & Nunes, T. (Eds.) Significant Influences on Children's Learning of Mathematics. Science and Technology Education. Document Series No. 47. Paris: Unesco, 61-85.
- Lincoln, Y. S. & Guba, E. G. 1985. Naturalistic Inquiry. Beverly Hills, CA: Sage.
- Lindgren, S. 1990. Toimintamateriaalin käyttö matematiikan opiskelussa. Matikkatupakokeilu peruskoulun toisella luokalla. Tampereen yliopisto. Acta Universitatis Tampereensis ser A vol 307.
- Lindgren, S. 1994. Problem solving - diligent work. The beliefs of elementary school teachers on teaching mathematics. An experimental study in Tokyo 1991. Teoksessa O. Björkqvist & L. Finne (toim.) Matematikdidaktik i Norden. Rapporter från Pedagogiska fakulheten vid Åbo Akademi 8, 162-170.
- Lindgren, S. 1995. Pre-service Teachers' Beliefs and Conceptions about Mathematics and Teaching Mathematics. Reports from the Department of Teacher Education in Tampere University. A4.
- Lindgren, S. 1996a. Prospective Teacher's Math Views and Educational Memories. In Pehkonen, E. (Eds.) Current State of Research on Mathematical Beliefs III. Proceedings of the MAVI-3 Workshop. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 170, 53-58.
- Lindgren, S. 1996b. Thompson's levels and Views about Mathematics. An analysis of Finnish preservice teachers' beliefs. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 28 (4), 113 - 117.
- Lindgren, S. 1997a. Prospective Teachers' Math View and Instructional Practices. An Analysis of Four Cases. In Törner, G. (Eds.) Current State of Research on Mathematical Beliefs IV. Proceedings of the MAVI-4 Workshop. Schriftenreihe Des Fachbereichs Mathematik. SM-DU-383. Gerhard-Mercator-University Duisburg, 79-86.
- Lindgren, S. 1997b. Voidaanko matematiikan opiskeluasenteita muuttaa? Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen Tutkimuslaitos. Jyväskylä: Yliopistopaino, 301-315.
- Lindgren, S. 1998. The Development of Prospective Teachers' Math View. In Hannula, M. (Eds.) Current State of Research on Mathematical Beliefs V. Proceedings of the MAVI-5 Workshop. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 184, 43-50.
- Lundberg, I. & Linnakylä, P. 1993. Teaching reading around the world. IEA study of reading literacy. Hamburg: IEA.
- Malaty, G. 1997. Lapsi matkalla matematiikan maailmaan. Teoksessa Siniharju, M. (toim.) Esi- ja alkuopetuksen uusia tuulia. Opetushallitus. Jyväskylä: Gummerus, 51-90.
- Malinen, P. 1980. Matemaattisen ajattelun kehittyminen peruskoulun ala-asteen oppilailla. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 4.
- Malmivuori, M.-L. 2001. The dynamics of affect, cognition, and social environment in the regulation of personal learning processes: The Case of Mathematics. University of Helsinki. Department of Education. Research Report 172.

- Mikkilä, M. 1992. Oppimateriaalin laatu ja osuus opetussuunnitelmien toteutamisessa sekä opetuksen ja oppimisen suuntautumisessa. Teoksessa Olkinuora, E., Lappalainen, M. & Mikkilä, M. (toim.) Nuorisoiän yleissivistävän opetuksen nykytilan ja tuloksellisuuden arviointia. Turun yliopisto. Oppimistutkimuksen keskuksen julkaisuja 1, 99-135.
- Mikkilä-Erdmann, M., Olkinuora, E. & Mattila, E. 1999. Muuttuneet käsitykset oppimisesta ja opettamisesta - haaste oppikirjoille. *Kasvatus* 30 (5), 436-449.
- Nespor, J. 1985. *The Role of Beliefs in the Practice of Teaching: Final Report of Teacher Beliefs Study*. Austin. University of Texas. Research and Development Center for Teacher Education. Report 8024.
- Nespor, J. 1987. *The Role of Beliefs in the Practice of Teaching*. *Curriculum Studies* vol. 19 (4), 317-328.
- Niemi, H. & Tirri, K. 1997. Valmiudet opettajan ammattiin opettajien ja opettajien kouluttajien arvioimina. Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja. A 10.
- Niikko, A. 1992. Imaget ja metaforat opettajien ja opettajaopiskelijoiden käytännön tiedon kuvaajina. *Kasvatus* 23 (4), 359-365.
- Norris, N., Aspland, R., MacDonald, B., Schoslak, J. & Zamorski, B. 1996. Arviointiraportti peruskoulun opetussuunnitelmauudistuksesta. Arviointi 11/96. Opetushallitus. Helsinki:Yliopistopaino.
- Nunes, T. & Bryant, T. 1996. *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell Publishers.
- Nöjd, O. 1991. Oppimateriaalit ja oppimisvälineet. Teoksessa J. Kari (toim.) *Didaktiikka ja opetussuunnittelu*. WSOY: Juva, 153-179.
- Ojala, J. 1997. Planetaariset ilmiöt teksteinä ja kuvina peruskoulun ja lukion oppikirjoissa. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos tutkimuksia 63.
- Pajares, F. M. 1992. Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research* 62 (3), 307-332.
- Papert, S. 1985. *Lapset, tietokoneet ja ajattelemisen taito*. Helsinki: Kirjayhtymä.
- Patton M. Q. 1990. *Qualitative Evaluation and Research Methods*. Newbury Park, California: Sage.
- Pehkonen, E. 1991. Probleemakentät matematiikan opetuksessa. Osa 2: Opettajankouluttajien käsityksiä probleemanratkaisun opettamisesta matematiikassa ja niiden yhteys opetukseen ja oppilaiden motivaation kehittämiseen. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 98.
- Pehkonen, E. 1993a. Oppilaiden matemaattiset uskomukset oppimisen piilovaikuttajina. Teoksessa Paasonen, J., Pehkonen, E. & Leino, J. (toim.) *Matematiikan opetus ja konstruktivismi - teoriaa ja käytäntöä*. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 116, 36-44.
- Pehkonen, E. 1993b. Oppilaiden matematiikkakäsitysten eroista neljässä Euroopan maassa. Teoksessa Tella, S. (toim.) *Mikä ihmeen humaani ihminen? Ainedidaktiikan symposiumi Helsingissä 5.2.1993*. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 117, 150-169.
- Pehkonen, E. 1994a. Opettajien matemaattisten uskomusten muuttumisesta. Teoksessa Silfverberg, H. & Seinälä, K. (toim.) *Ainedidaktiikan teorian ja*

- käytännön kohtaaminen. Tampereen yliopisto. Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A 18, 59-66.
- Pehkonen, E. 1994b. On Teachers' Beliefs and Changing Mathematics Teaching. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 15 (3-4), 177-209.
- Pehkonen, E. 1995. What are the Key Factors for Mathematics Teachers to Change? In *Proceedings of the Nineteenth International Conference of Mathematics Education*. Vol. 2. Recife: Brazil Universidade de Pernambuco, 178-185.
- Pehkonen, E. 1996. Peruskoulun oppimistuloksia tasa-arvonäkökulmasta: tytöt, pojat ja matematiikka. Teoksessa Jakku-Sihvonen, R., Lindström, A. & Lipsanen, S. (toim.) *Toteuttaako peruskoulu tasa-arvoa? Opetushallitus*. Helsinki: Yliopistopaino, 336-351.
- Pehkonen, E. 1998a. On the Concept "Mathematical Belief". In Pehkonen, E. & Törner, G. (Eds.) *The State-of-Art in Mathematics-Related Belief Research. Results of the MAVI activities*. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 195, 37-72.
- Pehkonen, E. 1998b. Uskomukset matematiikan tunneilla. Niiden hyödyt ja haitat matematiikan oppimiselle. *Matemaattis-luonnontieteellinen aika-kauslehti*. *Dimensio* 5/98, 29-32.
- Pehkonen, E. 1999. Professorien matematiikkakäsityksistä. *Kasvatus* 30 (2), 120-126.
- Pehkonen, E. & Zimmermann, B. 1990. Probleemakentät matematiikan opetuksessa ja niiden yhteys opetuksen ja oppilaiden motivaation kehittämiseen. Osa 1: Teoreettinen tausta ja tutkimusasetelma. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 86.
- Pehkonen, E. & Törner, G. 1994. Development of Teachers' Conceptions about Mathematics Teaching: What are the Key Experiences for the Change. *Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik*. SM - DU - 270, 1-19.
- Perkkilä, P. 1991. Peruskoulun 4. ja 8. luokkalaisten asenteet matematiikkaa kohtaan eräissä Keskipohjanmaan kunnissa. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Pro gradu -tutkielma.
- Perkkilä, P. 1999. Kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjan didaktinen analyysi. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Lisensiaattintyö.
- Perttula, J. 1995. Kokemuksen tutkimuksen luotettavuudesta. *Kasvatus* 26 (1), 39-47.
- Pesonen, S. 2001. Mathematics for Primary School Teachers. In Ahtee, M., Björkqvist, O. Pehkonen, E., Vatanen, V. (Eds.) *Research on Mathematics and Science Education. From Beliefs to Cognition, from Problem Solving to Understanding*. University of Jyväskylä. Institute for Educational Research, 45-54.
- Peterman, F. P. 1991. An experienced teacher's emerging constructivist beliefs about teaching and learning. Paper presented at the Annual Meeting of American Educational Research Association. Chicago, IL, 3.-7.4. 1991. ERIC, Ed 336 344.
- Peruskoulun opetuksen opas 1988. Alkuopetus. Kouluhallitus. Helsinki: Valtion painatuskeskus.

- Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994. Opetushallitus. Helsinki: Valtion painatuskeskus.
- PerusopetusL. Perusopetuslaki 21.08.1998.
- Philippou, G. & Christou, C. 1998. Research on Mathematical Beliefs in Cyprus and Crece. In Pehkonen, E. & Törner, G. (Eds.) *The State-of -Art in Mathematics-Related Belief Research. Results of the MAVI activities*. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 195, 277-310.
- Piipari, M. 1998. Avoimet oppimisympäristöt. Teoksessa Jyrkiäinen, P., Laine, T., Liukko, S. Piipari, & Toivonen, V. (toim.) *Avoimet oppimisympäristöt - kehittyvät prosessit*. Tampereen yliopisto. Hämeenlinnan normaali-koulun julkaisuja nro 6, 3-11.
- da Ponte, J. P. 1994. Mathematics Teachers' Professional Knowledge. Teoksessa da Ponte, J. P. & Matos, J. F. (Eds.) *Proceedings of the 18<sup>th</sup> International Conference for the Psychology of Mathematics education*. Vol. 1. Lisbon, Portugal: University of Lisbon, 195-210.
- Rainio, R. & Helkama, K. 1974. *Sosiaalipsykologian oppikirja*. Porvoo: WSOY.
- Rauste-von Wright, M. & von Wright, J. 1994. *Oppiminen ja koulutus*. Juva: WSOY.
- Raymond, A. M. 1997. Inconsistency Between a Beginning Elementary School Teacher's Mathematics Beliefs and Teaching Practice. *Journal for Research in Mathematics Education* 28 (5), 550-576.
- Resnick, L. B. & Ford, W. W. 1981. *The Psychology of mathematics for instruction*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Riihelä, M. 1997. LUMA, lapset ja oppiminen. *Stakes: Pienten lasten LUMA-info* 2/1997, 4-5.
- Rikkinen, H. 1977. *Maantieteen didaktiikka*. Helsinki: Otava.
- Ropo, E. 1997. Oppiminen ja opiskelu uusissa oppimisympäristöissä. *Nettlehti*: <http://www.interne-tix.ofw.fi/nettilehti/edUNETIX/ropohtm.htm>
- Saari, H. 1983. Koulusaavutusten affektiiviset oheissaavutukset. Jyväskylän yliopisto. *Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisuja* No. 348.
- Sarjala, J. 1999. Johdanto. Teoksessa Korhonen, H. (toim.) *Peruskoulun matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 1998. Oppimistulosten arviointi 1/1999*. Opetushallitus.
- Schoenfeld, A. H. 1992. Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. In Grouws D. A. (Eds.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, 334-370.
- Seife, C. 2000. *Nollan elämäkerta*. Helsinki: WSOY.
- Simon, M. 1995. Reconstructing Mathematical Pedagogy from a Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education* 26 (2), 114-145.
- Simon, M. 1997. Developing New Models of Mathematics Teaching: An Imperative for Research on Mathematics Teacher Development. In Fennema, E. & Nelson, B. (Eds.) *Mathematics Teachers in Transition*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Ass., 55-86.

- Sovelius-Sovio, E. & Kari, J. 1987. Kuvaamataidon integrointi -kokeilu ja esteettisen kasvatuksen kokeilu Jyväskylän normaalikoulussa. *Kasvatus* 18 (1), 63-70.
- Soininen, M. 1995. Tieteellisen tutkimuksen perusteet. Turun yliopiston täydennyskoulutuskeskuksen julkaisuja. A 43.
- Statt, D. A. 1990. *The Concise Dictionary of Psychology*. London: Routledge.
- Tiresh, D. 2000. Enhancing Prospective Teachers' Knowledge of Children's Conceptions: The Case of Division of Fractions. *Journal for Research in Mathematics Education* 31 (1), 5-25.
- Thompson A. G. 1982. Teachers conceptions of mathematics. Three case studies. Athens: University of Georgia. Unpublished doctoral dissertation.
- Thompson, A. G. 1984. The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 105-127.
- Thompson, A. G. 1992. Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. In Grouws D. A. (Eds.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, 127-146.
- Thompson, A. G. 1991. The development of teachers' conceptions of mathematics teaching. In Underhill R. G. (Eds.) *Proceedings of the thirteenth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Blacksburg, VA: Virginia Tech, 8-14.
- Thorndike, E. L. 1922. *The Psychology of arithmetic*. New York: The Macmillan Co.
- Tymoczko, T. (Eds.) 1986. *New directions in the philosophy of mathematics*. Boston: Birkhäuser.
- Tynjälä, P. 1999. *Oppiminen tiedon rakentamisena. Konstruktivistisen oppimiskäsityksen perusteita*. Tampere: Kirjayhtymä Oy.
- Törner, G. & Grihutsch, S. 1994. Mathematische Weltbilder bei Studienanfängern eine Erhebung. *Journal für Mathematik-Didaktik* 15 (3/4), 211-251.
- Vaulamo, J. 1998. Pupils' Conception of Open-Ended Problems in Mathematics at Comprehensive School. In Hannula, M. (Eds.) *Current State of Research on Mathematical Beliefs VII. Proceedings of the MAVI-7 Workshop*. October 2-5, 1998. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 198, 78-82.
- Vauras, M. 1997. *Tietäjän kirja. Opas matematiikan tehtävien ohjaamiseen opetuskeskustelulla*. Turun yliopisto. Oppimistutkimuksen keskus.
- Voutilainen, T., Mehtäläinen, J. & Niiniluoto, I. 1989. *Tiedonkäsitys*. Kouluhallitus. Helsinki: Valtion painatuskeskus.
- Wider, R. 1986. *The Evolution of Mathematical Practice. The Cultural Basis of Mathematics*. In Tymoczko, T. (Eds.) *New Directions in the Philosophy of Mathematics*. Boston: Birkhäuser, 185-199.
- Yrjönsuuri, R. 1992. *Luokaopettajiksi opiskelevien matematiikan opiskeluorientaatiot*. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 109.

Zheng, Y. 1994. Philosophy of mathematics, mathematics education and philosophy of mathematics education. *Humanistic mathematics journal* 9, 32-41.

## LIITTEET

### LIITE 1 POSTIKYSELY ALKUOPETTAJILLE

Päivi Perkkilä  
Rekiläntie 696  
69100 Kannus  
Puh. xx-xxxxx  
e-mail: paivi@nettilinja.fi

Arvoisa alkuopettaja

Teen väitöskirja -tutkimusta alkuopetuksen matematiikan oppimisympäristöistä ja oppimateriaalien käytöstä alkuopetuksessa. Seuraava kyselomake liittyy matematiikan merkitykseen ja oppimateriaalien käyttöön. Kyselyä voi seurata jatkotutkimus, johon liittyy haastattelu ja oppimistilanteiden videointia sekä päiväkirjan pitoa alkuopetuksen matematiikan opetuksen suunnittelusta ja toteutuksesta. Jatkotutkimuksen vuoksi kysely on tarkoitettu **erityisesti niille opettajille, jotka toimivat lukuvuoden 1999-2000 alkuopetuksessa.**

Seuraavassa kyselylomakkeessa on aluksi kahdeksan kysymystä, jonka jälkeen seuraa joukko matematiikkaa koskevia väittämiä. Rastita kunkin väittämän kohdalla se vaihtoehto ("täysin samaa mieltä", ..., "täysin eri mieltä"), joka parhaiten vastaa mielipidettäsi.

Valitse kussakin kohdassa **vain yksi** vaihtoehto.

Minulle ovat tärkeitä juuri Sinun ajatuksesi, kokemuksesi ja käsityksesi. Vastaa siis sen mukaan mitä itse ajattelet, älä niin kuin uskot, että Sinun haluttaisiin ajattelevan.

On myös tärkeitä, että vastaat jokaiseen kohtaan. Palauta kysely viimeistään 06.06. 1999 mennessä oheisessa palautuskuoressa.

Haluan korostaa, että tutkimukseen osallistuvien anonyymiteetti tullaan tutkimuksessa turvaamaan ja jää vain tutkijan tietoon (koskee myös jatkotutkimusta). Toivon, että suhtautuisitte myönteisesti tutkimukseen ja antaisitte sen kautta panoksenne matematiikan opetustyön edistämiseksi.

Aurinkoista kevättä ja kesän odotusta!

Päivi Perkkilä,  
KL, Opettajankoulutuslaitos,  
Jyväskylän yliopisto

## LIITE 1 (jatkuu)

## Kysely

1. Opettajan nimi \_\_\_\_\_
2. a) Koulun nimi \_\_\_\_\_ b) Koulun opettajamäärä \_\_\_\_\_  
c) Koulun sijainti      1) maaseudulla      2) kaupungissa
3. Koulutus pohja      a) peruskoulun luokanopettaja (3 -vuotinen koulutus)  
b) peruskoulun luokanopettaja (kasvatustieteiden kandidaatti)  
c) muu: \_\_\_\_\_
4. Erikoistumisaineet:  
\_\_\_\_\_
5. Tällä hetkellä opetan      a) 1.lk      b) 2. lk      c) yhdysluokkaa 1. - 2. lk  
d) jotakin ylempää luokkaa, mitä \_\_\_\_\_, mutta siirryn ensi lukuvuoden  
1999-2000 alusta opettamaan 1) 1. lk      2) 2. lk  
3) yhdysluokkaa 1 - 2
6. Käytän matematiikan opetuksessani alkuopetuksessa seuraavia oppimateriaaleja:  
a) matematiikan oppikirja      b) matematiikan opettajan opas  
b) aikakauslehti- ja sanomalehdet d) tietokoneohjelmat  
e) Professori, laskin      f) Multilink- tai Dick -kuutiot  
g) satatalo      h) viivain, mittanauha  
i) loogiset palikat      j) geolauta  
k) oppimispelit l) opetusrahat  
m) muu käytetty materiaali:  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
7. Opetuksessa käyttämäni matematiikan oppimateriaalin tärkeysjärjestys. Numeroi 1- 4.  
a) oppikirja \_\_\_\_ b) opettajan opas \_\_\_\_ c) eri kustantajien vastaavat oppikirjat \_\_\_\_  
b) tunneilla vaihtuva oheismateriaali \_\_\_\_\_
8. Kirjoita lyhyesti, mitä Sinun mielestäsi matematiikka yleisesti on?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



## LIITE 1 (jatkuu)

		täysin samaa mieltä	osittain samaa mieltä	en osaa sanoa	osittain eri mieltä	täysin eri mieltä
1.	Opetan matematiikkaa mielelläni.					
2.	Vain kokeissa testattavat asiat ovat tärkeitä ja tietämisen arvoisia matematiikassa.					
3.	Tehtävien ratkaiseminen on olennaista alkuopetuksen matematiikan tunnilla.					
4.	Alkuopetuksen matematiikka oppiaineena on helppo integroida muihin oppiaineisiin.					
5.	Matematiikan opetuksessa uudet asiat on opetettava lapsille samanaikaisesti oppikirjan ehdottamalla tavalla.					
6.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjan opettajan oppaassa on keskeisimmät opetusvihjeet ja -mallit, joiden mukaisesti matematiikan opetuksessa on edettävä.					
7.	Matematiikan tehtävien tulisi liittyä asiaan, joka on hiljattain opeteltu.					
8.	On tärkeämpää saada oikea tulos tehtävään kuin keksiä ratkaisuideoita.					
9.	Koulutulokkaalla on paljon matemaattisia kokemuksia, jotka on aktivoitava matematiikan opetuksessa.					
10.	Matematiikassa aikaisemmin opittujen asioiden opittujen asioiden muistaminen ei ole tärkeää - ne voi yleensä unohtaa.					
11.	Matematiikan opetus ei kiinnosta minua.					
12.	Matematiikan opetuksessa riittää, että lapset oppivat sen, mitä kokeissa vaaditaan.					
13.	Matematiikassa on yleensä parempi opettaa lapsille valmiita laskusääntöjä ja kaavoja kuin antaa heidän pohtia ongelmia tai yrittää itse keksiä tehtävien ratkaisutapoja.					
14.	Matematiikka soveltuu alkuopetuksessa hyvin osaksi kokonaisopetussuunnitelmaa.					
15.	Matematiikan opetuksessa edetään oppikirjojen mukaisesti aukeama kerrallaan - nopeille oppilaille on tarjolla lisätehtäväsivuja.					

(jatkuu)

## LIITE 1 (jatkuu)

		täysin samaa mieltä	osittain samaa mieltä	en osaa sanoa	osittain eri mieltä	täysin eri mieltä
16.	Matematiikan opetuksessa on keskeistä, että lapset saavat keksiä ja oivaltaa uusia asioita valmiin matematiikan opettamisen tai oppimisen rinnalla.					
17.	On tärkeää, että lapsilla on monipuolisia tehtäviä, jotka antavat haasteita ja joissa lapset joutuvat soveltamaan muitakin asioita kuin vasta opittuja.					
18.	Matematiikan tehtävien ratkaisemisessa ratkaisutavat ovat keskeisiä.					
19.	Oikea matematiikan opiskelu alkaa koulussa.					
20.	Opettajan tehtävä on ohjata oppimislanteita.					
21.	Oppimispelit ovat tärkeä osa matematiikan opetusta.					
22.	Lasten tulee saada käyttää konkreettisia oppimisvälineitä matematiikan opiskelussa.					
23.	Opettajan tehtävä on pitää hyvä järjestys matematiikan tunnilla.					
24.	Lasten tulisi hallita ennenkaikkea peruslaskutoimitukset.					
25.	Matematiikka on opettelemista, muistamista ja soveltamista.					
26.	Matematiikan opetuksessa lapsilla tulisi olla mahdollisuus työskennellä yhdessä.					
27.	Matematiikan oppimisessa on tärkeää, että lapsia rohkaistaan löytämään erilaisia ongelmanratkaisustrategioita ja että lapset oppivat keskustelemaan näistä ratkaisumenetelmistä.					
28.	Matematiikan osaaminen vaatii opettavien asioiden sisällön ymmärtämistä ja niiden välisten yhteyksien käsittämistä sekä kekseliäisyyttä.					
29.	Matematiikan oppitunnin alussa opetetaan uusi asia, jota sitten harjoitellaan tekemällä tehtäviä oppikirjasta.					
30.	Matematiikkaa opitaan harjoittelemalla paljon laskusääntöjä ja -menetelmiä.					
31.	Yksin työskenteleminen on tärkeä työskentelytapa matematiikan tunnilla.					

(jatkuu)

## LIITE 1 (jatkuu)

		täysin samaa mieltä	osittain samaa mieltä	en osaa sanoa	osittain eri mieltä	täysin eri mieltä
32.	Matematiikan tehtävään on olemassa yksi ainoa oikea ratkaisutapa, joka täytyy löytää.					
33.	Oppikirjojen valmiskokeet mittaavat hyvin lasten matematiikan osaamista.					
34.	Matematiikan opetuksessa on olennaista, että oppimisympäristöt ovat käytännönläheisiä ja että lapset voivat tutkien ja leikkien oppia uusia matemaattisia käsitteitä ja asioita.					
35.	Matematiikka on tietojen, sääntöjen ja kaavojen muistamista ja oikein käyttämistä.					
36.	Opettajan tehtävä on näyttää lapsille, kuinka uusia käsitteitä ja menetelmiä käytetään matematiikassa.					
37.	Matematiikka on taito pohtia ongelmia ja omaksua tietoa niistä.					
38.	Lapset saavat matematiikkaa oppiessaan monenlaisia taitoja, jotka auttavat myös tavallisessa elämässä (esim. selkeä ajattelu monimutkaisissa tilanteissa, käytännön laskutaidot).					
39.	Matematiikan kokeen laatiminen on liian työlästä, joten käytän oppikirjojen valmiskokeita.					
40.	Matematiikan opetuksessa on tärkeää opittavien asioiden sisältöjen ja ideoiden ymmärtäminen; laskusääntöjen osaaminen ei ole ensisijaista.					
41.	Lapset voivat oppia matematiikkaa myös sattumalta ja uusia ideoita ja ajatuksia keksimällä.					
42.	Matematiikka on kokoelma menetelmiä ja sääntöjä, jotka antavat täsmälliset ohjeet matemaattisen tehtävän ratkaisuun.					
43.	Matematiikassa on selkeät, tarkasti määritellyt sanat ja käsitteet, eikä siinä esitetyillä väitteillä voi olla ristiriitaisia perusteluja.					
44.	Matematiikan oppikirjaa käytetään matematiikan alkuopetuksessa lähes jokaisella matematiikan tunnilla.					

(jatkuu)

## LIITE 1 (jatkuu)

		täysin samaa mieltä	osittain samaa mieltä	en osaa sanoa	osittain eri mieltä	täysin eri mieltä
45.	Matematiikan opetuksessa on tärkeää, että lapset ilmaisevat kaikki tarkasti.					
46.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen etenemistapa on selkeä ja yksiselitteinen ja noudattamalla oppikirjojen antamia malleja lapset oppivat käyttämään ja ymmärtämään laskusääntöjä ja -menetelmiä.					
47.	Lapsille on hyötyä matematiikassa oppimistaan taidoista myöhemmässä elämässä.					
48.	Matematiikassa täytyy käyttää täsmällistä kieltä.					
49.	Tavallisesti tehtäviin ja ongelmiin on olemassa useampia kuin yksi ratkaisutapa.					
50.	Suunnittelen matematiikan oppitunnit matematiikan oppikirjan opettajan oppaan avulla.					
51.	Näytän lapsille, kuinka uusi matematiikan käsite määritellään ja kuinka sitä käytetään.					
52.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjan tehtävät ovat riittävän monipuolisia.					
53.	Matematiikassa voi itse keksiä ja keilla asioita.					
54.	Matematiikassa ei voi oppia oikeastaan mitään, mistä olisi hyötyä käytännön elämässä.					
55.	Matematiikan oppikirja on tärkeä työväline matematiikan opetuksessa.					
56.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjat sisältävät riittävästi eriyttäviä tehtäviä.					
57.	Ei ole tärkeää, että ymmärretään, miksi laskusääntöä tai kaavaa saa käyttää. Paljon tärkeämpää on, että osataan käyttää sitä oikein.					
58.	Matematiikan opetuksessa on keskeistä, että lapset osaavat käyttää matemaattisia merkintöjä ja termejä oikein.					
59.	Matematiikka on selkeää yksiselitteistä ja täsmällistä.					
60.	Matematiikan oppikirjassa on selkeät mallit uusien käsitteiden käytöstä.					

(jatkuu)

## LIITE 1 (jatkuu)

		täysin samaa mieltä	osittain samaa mieltä	en osaa sanoa	osittain eri mieltä	täysin eri mieltä
61.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa on riittävästi perus-, pulma-,ongelma- ja sovellustehtäviä.					
62.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen esittämät malliratkaisut ohjaavat auttavat lasta itsenäiseen mallin mukaiseen työskentelyyn sekä ymmärtämään tehtäviä.					
63.	Alkuopetuksen matematiikan opetuksessa on keskeistä toiminnalliset työtavat ja lasten oivallukset.					
64.	Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen lisätehtäviä on riittävästi ja ne sopivat hyvin eriyttämiseen.					
65.	Käytän matematiikan oppitunneilla tietokoneita, laskimia ja muita oppimisvälineitä (esim. Multilink -palikat, helmitaulu, satatalo, mittapyörä jne) niin paljon kuin mahdollista.					
66.	Käytän matematiikan opetuksessa usein ryhmätyötä, jossa pienryhmillä on ainakin osittain eri tehtävät.					
67.	Matematiikan oppitunnilla kaikki saavat ratkaistavakseen samat tehtävät.					
68.	Käytän matematiikan opetuksessa usein ryhmätyötä, jossa kullakin pienryhmillä on sama tehtävä.					
69.	Käytän matematiikan opetuksessani hyvin paljon itse kokoamaani tai valmistamaani aineistoa.					
70.	Matematiikassa on tärkeää välttää virheitä ja ajatella loogisesti oikein.					

**- Vastasithan kaikkiin kohtiin.**

LIITE 2 Kyselyyn vastanneiden alkuopettajien erikoistumisaineiden erikoistumisaineet ja niiden prosenttiosuudet vastanneiden lukumäärästä (N=140)

Erikoistumisaine	Erikoistuneiden prosenttiosuus kyselyyn
	vastanneista N=140
Alkuopetus	51,4 %
Musiikki	20,7 %
Liikunta	18,6 %
Äidinkieli	18,6 %
Erityispedagogiikka	17,6 %
Tekstiili työ	17,1 %
Englanti	15,7 %
Matematiikka	14,3 %
Kuvaamataito	10,7 %
Historia	6,4 %
Uskonto	5,7 %
Psykologia	5,0 %
Biologia	3,6 %
Tekninen työ	2,1 %
Ympäristöoppi	2,1 %
Sosiologia	1,4 %
Maantieto	1,4 %
Aikuiskasvatus	0,7 %
Ruotsi	0,7 %
Yhteiskuntaoppi	0,7 %

LIITE 3 Opetusvälineiden käyttö alkuopetuksen matematiikan opetuksessa

Opetusväline	Opetusvälineiden käyttäjien prosent-
	tiosuudet kyselyyn vastanneista N=140
Matematiikan oppikirja	97,9 %
Viiivain, mittanauha	94,3 %
Matematiikan oppikirjan opettajan opas	93,6 %
Opetusrahat	83,6 %
Oppimispelit	73,6 %
Satatalo	67,1 %
Multilink- tai Dick -kuutiot	61,4 %
Tietokoneohjelmat	57,9 %
Muu käytetty materiaali	51,4 %
Pikku professori, laskin	36,4 %
Geolauta	23,6 %
Loogiset palikat	19,3%
Aikakaus- ja sanomalehdet	15,0 %

LIITE 4 Alkuopetuksessa toimiville luokanopettajille esitetyt uskomusväittämät sekä niiden keskiarvot ( $\bar{x}$ ) ja keskihajonnat (s)

Väittämä	$\bar{x}$	s
1. Opetan matematiikkaa mielelläni.	1,24	0,61
2. Vain kokeissa testattavat asiat ovat tärkeitä ja tietämisen arvoisia matematiikassa.	4,50	0,73
3. Tehtävien ratkaiseminen on olennaista alkuopetuksen matematiikan tunnilla.	2,57	1,10
4. Alkuopetuksen matematiikka oppiaineena on helppo integroida muihin oppiaineisiin.	2,16	1,06
5. Matematiikan opetuksessa uudet asiat on opetettava lapsille samanaikaisesti oppikirjan ehdottamalla tavalla.	3,80	1,13
6. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjan opettajan oppaassa on keskeisimmät opetusvihjeet ja -mallit, joiden mukaisesti matematiikan opetuksessa on edettävä.	3,13	1,21
7. Matematiikan tehtävien tulisi liittyä asiaan, joka on hiljattain opeteltu.	2,20	1,05
8. On tärkeämpää saada oikea tulos tehtävään kuin keksiä ratkaisuideoita.	4,30	0,85
9. Koulutulokkaalla on paljon matemaattisia kokemuksia, jotka on aktivoitava matematiikan opetuksessa.	1,51	0,74
10. Matematiikassa aikaisemmin opittujen asioiden opittujen asioiden muistaminen ei ole tärkeää - ne voi yleensä unohtaa.	4,90	0,35
11. Matematiikan opetus ei kiinnosta minua.	4,86	0,47
12. Matematiikan opetuksessa riittää, että lapset oppivat sen, mitä kokeissa vaaditaan.	4,64	0,72
13. Matematiikassa on yleensä parempi opettaa lapsille valmiita laskusääntöjä ja kaavoja kuin antaa heidän pohtia ongelmia tai yrittää itse keksiä tehtävien ratkaisutapoja.	4,63	0,58
14. Matematiikka soveltuu alkuopetuksessa hyvin osaksi kokonaisopetussuunnitelmaa.	2,02	1,06
15. Matematiikan opetuksessa edetään oppikirjojen mukaisesti aukeama kerrallaan - nopeille oppilaille on tarjolla lisätehtäväsivuja.	2,87	1,22
16. Matematiikan opetuksessa on keskeistä, että lapset saavat keksiä ja oivaltaa uusia asioita valmiin matematiikan opettamisen tai oppimisen rinnalla.	1,39	0,66
17. On tärkeää, että lapsilla on monipuolisia tehtäviä, jotka antavat haasteita ja joissa lapset joutuvat soveltamaan muitakin asioita kuin vasta opittuja.	1,19	0,50
18. Matematiikan tehtävien ratkaisemisessa ratkaisutavat ovat keskeisiä.	2,61	1,28
19. Oikea matematiikan opiskelu alkaa koulussa.	4,11	1,15
20. Opettajan tehtävä on ohjata oppimistilanteita.	1,56	0,71
21. Oppimispelit ovat tärkeä osa matematiikan opetusta.	1,71	0,73
22. Lasten tulee saada käyttää konkreettisia oppimisvälineitä matematiikan opiskelussa.	1,21	0,49
23. Opettajan tehtävä on pitää hyvä järjestys matematiikan tunnilla.	1,96	0,96

(jatkuu)

## LIITE 4 (jatkuu)

Väittämä	$\bar{x}$	s
24. Lasten tulisi hallita ennenkaikkea peruslaskutoimitukset.	1,41	0,64
25. Matematiikka on opettelemista, muistamista ja soveltamista.	1,79	0,99
26. Matematiikan opetuksessa lapsilla tulisi olla mahdollisuus työskennellä yhdessä.	1,66	0,73
27. Matematiikan oppimisessa on tärkeää, että lapsia rohkaistaan löytämään erilaisia ongelmanratkaisustrategioita ja että lapset oppivat keskustelemaan näistä ratkaisumenetelmistä.	1,24	0,48
28. Matematiikan osaaminen vaatii opettavien asioiden sisällön ymmärtämistä ja niiden välisten yhteyksien käsittämistä sekä kekseliäisyyttä.	1,30	0,53
29. Matematiikan oppitunnin alussa opetetaan uusi asia, jota sitten harjoitellaan tekemällä tehtäviä oppikirjasta.	2,74	1,13
30. Matematiikkaa opitaan harjoittelemalla paljon laskusääntöjä ja -menetelmiä.	3,64	1,07
31. Yksin työskenteleminen on tärkeä työskentelytapa matematiikan tunnilla.	2,71	1,21
32. Matematiikan tehtävään on olemassa yksi ainoa oikea ratkaisutapa, joka täytyy löytää.	4,58	0,71
33. Oppikirjojen valmiskokeet mittaavat hyvin lasten matematiikan osaamista.	3,36	1,10
34. Matematiikan opetuksessa on olennaista, että oppimisympäristöt ovat käytännönläheisiä ja että lapset voivat tutkien ja leikkien oppia uusia matemaattisia käsitteitä ja asioita.	1,38	0,57
35. Matematiikka on tietojen, sääntöjen ja kaavojen muistamista ja oikein käyttämistä.	3,39	1,15
36. Opettajan tehtävä on näyttää lapsille, kuinka uusia käsitteitä ja menetelmiä käytetään matematiikassa.	2,56	1,17
37. Matematiikka on taito pohtia ongelmia ja omaksua tietoa niistä.	1,31	0,49
38. Lapset saavat matematiikkaa oppiessaan monenlaisia taitoja, jotka auttavat myös tavallisessa elämässä (esim. selkeä ajattelu monimutkaisissa tilanteissa, käytännön laskutaidot).	1,17	0,43
39. Matematiikan kokeen laatiminen on liian työlästä, joten käytän oppikirjojen valmiskokeita.	2,74	1,28
40. Matematiikan opetuksessa on tärkeää opittavien asioiden sisältöjen ja ideoiden ymmärtäminen; laskusääntöjen osaaminen ei ole ensisijaista.	2,01	1,04
41. Lapset voivat oppia matematiikkaa myös sattumalta ja uusia ideoita ja ajatuksia keksimällä.	1,39	0,62
42. Matematiikka on kokoelma menetelmiä ja sääntöjä, jotka antavat täsmälliset ohjeet matemaattisen tehtävän ratkaisuun.	3,49	1,08
43. Matematiikassa on selkeät, tarkasti määritellyt sanat ja käsitteet, eikä siinä esitetyillä väitteillä voi olla ristiriitaisia perusteita.	3,18	1,16
44. Matematiikan oppikirjaa käytetään matematiikan alkuopetuksessa lähes jokaisella matematiikan tunnilla.	2,39	1,21
45. Matematiikan opetuksessa on tärkeää, että lapset ilmaisevat kaikki tarkasti.	3,12	1,12

(jatkuu)



## LIITE 4 (jatkuu)

Väittämä	$\bar{x}$	s
47. Lapsille on hyötyä matematiikassa oppimistaan taidoista myöhemmässä elämässä.	1,05	0,22
48. Matematiikassa täytyy käyttää täsmällistä kieltä.	1,98	0,98
49. Tavallisesti tehtäviin ja ongelmiin on olemassa useampia kuin yksi ratkaisutapa.	1,56	0,80
50. Suunnittelen matematiikan oppitunnit matematiikan oppikirjan opettajan oppaan avulla.	2,38	1,18
51. Näytän lapsille, kuinka uusi matematiikan käsite määritellään ja kuinka sitä käytetään.	2,05	0,87
52. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjan tehtävät ovat riittävän monipuolisia.	2,55	1,20
53. Matematiikassa voi itse keksiä ja kokeilla asioita.	1,23	0,53
54. Matematiikassa ei voi oppia oikeastaan mitään, mistä olisi hyötyä käytännön elämässä.	4,87	0,62
55. Matematiikan oppikirja on tärkeä työväline matematiikan opetuksessa.	1,73	0,86
56. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjat sisältävät riittävästi eriyttäviä tehtäviä.	2,82	1,29
57. Ei ole tärkeää, että ymmärretään, miksi laskusääntöä tai kaavaa saa käyttää. Paljon tärkeämpää on, että osataan käyttää sitä oikein.	3,94	1,17
58. Matematiikan opetuksessa on keskeistä, että lapset osaavat käyttää matemaattisia merkintöjä ja termejä oikein.	2,33	1,13
59. Matematiikka on selkeää yksiselitteistä ja täsmällistä.	2,51	1,12
60. Matematiikan oppikirjassa on selkeät mallit uusien käsitteiden käytöstä.	2,26	0,96
61. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa on riittävästi perus-, pulma-, ongelma- ja sovellustehtäviä.	2,74	1,28
62. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen esittämät malliratkaisut ohjaavat auttavat lasta itsenäiseen mallin mukaiseen työskentelyyn sekä ymmärtämään tehtäviä.	2,79	1,11
63. Alkuopetuksen matematiikan opetuksessa on keskeistä toiminnalliset työtavat ja lasten oivallukset.	1,53	0,66
64. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen lisätehtäviä on riittävästi ja ne sopivat hyvin eriyttämiseen.	2,64	1,28
65. Käytän matematiikan oppitunneilla tietokoneita, laskimia ja muita oppimisvälineitä (esim. Multilink -palikat, helmitaulu, satatalo, mittapyörä jne) niin paljon kuin mahdollista.	1,71	0,90
66. Käytän matematiikan opetuksessa usein ryhmätyötä, jossa pienryhmillä on ainakin osittain eri tehtävät.	3,11	1,18
67. Matematiikan oppitunnilla kaikki saavat ratkaistavakseen samat tehtävät.	3,59	1,14
68. Käytän matematiikan opetuksessa usein ryhmätyötä, jossa kullakin pienryhmillä on sama tehtävä.	3,26	1,16
69. Käytän matematiikan opetuksessani hyvin paljon itse kokoaamani tai valmistamaani aineistoa.	3,44	1,13
70. Matematiikassa on tärkeää välttää virheitä ja ajatella loogisesti oikein.	3,51	1,15

LIITE 5 Alkuopetuksessa toimivien luokanopettajien uskomuskyselyn vinokulmainen (Direct oblimin) faktorimatriisi. (N=140; alle .30 lataukset jätetty merkitsemättä).

Pattern Matrix

Muuttuja	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	h <sup>2</sup>
M43	.78					.33			.67
M59	.68							-.30	.60
M48	.65							-.49	.54
M45	.61							-.36	.47
M42	.61								.46
M58	.58							-.44	.48
M46	.58					.36		-.30	.46
M70	.57			.38				.32	.53
M35	.46				-.30	.30		-.35	.45
M37		.71							.62
M21		.61							.44
M63		.57				-.48			.57
M41		.55							.46
M54A		.55				.45			.57
M22		.50				-.33			.43
M64			.86						.75
M61			.86						.76
M56			.85						.73
M52			.81					-.32	.71
M60	.32		.54				-.37		.45
M15			.52	.46		.35		-.36	.55
M66				-.72					.59
M65				-.64			.34		.61
M68				-.61					.42
M67				.57					.40
M53		.35		-.51					.41
M44	.36			.47				-.33	.44
M69				-.43	.38				.36
M14					.83				.71
M 4					.79				.65
M32						.71			.57
M 5						.66			.55
M49						-.53			.35
M13						.52			.45
M16A	.41					.49	-.41		.51
M11A							.66		.47
M17A							.54		.52
M55								-.72	.56
M25								-.67	.53
M31								-.65	.54
M62	.33		.51					-.57	.54
M24								-.56	.39
Om.	Ar-7.28	3.12	2.83	2.49	1.88	1.75	1.49	1.41	22.25
vot									

Extraction Method: Principal Component Analysis. Rotation Method: Oblimin with Kaiser Normalization.

LIITE 6 Kyselylomakkeen Likert-asteikollisen osan väittämien luokittelu eri osioiden kesken sekä vastausvaihtoehdot luokiteltuna ei perinteisen (EP), lähes ei perinteisen (LEP), neutraalin (N), lähes perinteisen (LP) sekä perinteisen (P) vaihtoehdon kesken.

### A. Mitä on matematiikka?

19. Oikea matematiikan opiskelu alkaa koulussa. (P, LP,N, LEP, EP)
25. Matematiikka on opettelemista, muistamista ja soveltamista. (P, LP,N, LEP, EP)
32. Matematiikan tehtävään on olemassa yksi ainoa oikea ratkaisutapa, joka täytyy löytää. (P, LP,N, LEP, EP)
35. Matematiikka on tietojen, sääntöjen ja kaavojen muistamista ja oikein käyttämistä. (P, LP,N, LEP, EP)
37. Matematiikka on taito pohtia ongelmia ja omaksua tietoa niistä. (EP, LEP, N, LP, P)
38. Lapset saavat matematiikkaa oppiessaan monenlaisia taitoja, jotka auttavat myös tavallisessa elämässä (esim. selkeä ajattelu monimutkaisissa tilanteissa, käytännön laskutaidot). (EP, LEP, N, LP, P)
41. Lapset voivat oppia matematiikkaa myös sattumalta ja uusia ideoita ja ajatuksia keksimällä. (EP, LEP, N, LP, P)
42. Matematiikka on kokoelma menetelmiä ja sääntöjä, jotka antavat täsmälliset ohjeet matemaattisen tehtävän ratkaisuun. (P, LP, N, LEP, EP)
43. Matematiikassa on selkeät, tarkasti määritellyt sanat ja käsitteet, eikä siinä esitetyillä väitteillä voi olla ristiriitaisia perusteluja. (P, LP,N, LEP, EP)
45. Matematiikan opetuksessa on tärkeää, että lapset ilmaisevat kaiken tarkasti. (P, LP, N, LEP, EP)
46. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen etenemistapa on selkeä ja yksiselitteinen ja noudattamalla oppikirjojen antamia malleja lapset oppivat käyttämään ja ymmärtämään laskusääntöjä ja -menetelmiä. (P, LP,N, LEP, EP)
47. Lapsille on hyötyä matematiikassa oppimistaan taidoista myöhemmässä elämässä. (EP, LEP, N, LP, P)
48. Matematiikassa täytyy käyttää täsmällistä kieltä. (P, LP, N, LEP, P)
49. Tavallisesti tehtäviin ja ongelmiin on olemassa useampia kuin yksi ratkaisutapa. (EP, LEP, N, LP, P)
53. Matematiikassa voi itse keksiä ja kokeilla asioita. (EP, LEP, N, LP, P)
54. Matematiikassa ei voi oppia oikeastaan mitään, mistä olisi hyötyä käytännön elämässä. (P, LP,N, LEP, EP)
57. Ei ole tärkeää, että ymmärretään, miksi laskusääntöä tai kaavaa saa käyttää. Paljon tärkeämpää on, että osataan käyttää sitä oikein. (P, LP,N, LEP, EP)
58. Matematiikan opetuksessa on keskeistä, että lapset osaavat käyttää matemaattisia merkintöjä ja termejä oikein. (P, LP,N, LEP, EP)
59. Matematiikka on selkeää yksiselitteistä ja täsmällistä. (P, LP,N, LEP, EP)
70. Matematiikassa on tärkeää välttää virheitä ja ajatella loogisesti oikein. (P, LP,N, LEP, EP)

### B. Matematiikan oppiminen

2. Vain kokeissa testattavat asiat ovat tärkeitä ja tietämisen arvoisia matematiikassa. (P, LP,N, LEP, EP)
7. Matematiikan tehtävien tulisi liittyä asiaan, joka on hiljattain opeteltu. (P, LP,N, LEP, EP)
10. Matematiikassa aikaisemmin opittujen asioiden muistaminen ei ole tärkeää - ne voi yleensä unohtaa. (P, LP,N, LEP, EP) (jatkuu)

## LIITE 6 (jatkuu)

12. Matematiikan opetuksessa riittää, että lapset oppivat sen, mitä kokeissa vaaditaan. (P, LP,N, LEP, EP)
16. Matematiikan opetuksessa on keskeistä, että lapset saavat keksiä ja oivaltaa uusia asioita valmiin matematiikan opettamisen tai oppimisen rinnalla. (EP, LEP, N, LP, P)
17. On tärkeää, että lapsilla on monipuolisia tehtäviä, jotka antavat haasteita ja joissa lapset joutuvat soveltamaan muitakin asioita kuin vasta opittuja. (EP, LEP, N, LP, P)
21. Oppimispelit ovat tärkeä osa matematiikan opetusta. (EP, LEP, N, LP, P)
22. Lasten tulee saada käyttää konkreettisia oppimisvälineitä matematiikan opiskelussa. (EP, LEP, N, LP, P)
24. Lasten tulisi hallita ennenkaikkea peruslaskutoimitukset. (P, LP,N, LEP, EP)
27. Matematiikan oppimisessa on tärkeää, että lapsia rohkaistaan löytämään erilaisia ongelmanratkaisustrategioita ja että lapset oppivat keskustelemaan näistä ratkaisumenetelmistä. (EP, LEP, N, LP, P)
28. Matematiikan osaaminen vaatii opettavien asioiden sisällön ymmärtämistä ja niiden välisten yhteyksien käsittämistä sekä kekseliäisyyttä. (EP, LEP, N, LP, P)
30. Matematiikkaa opitaan harjoittelemalla paljon laskusääntöjä ja -menetelmiä. (P, LP,N, LEP, EP)
31. Yksin työskenteleminen on tärkeä työskentelytapa matematiikan tunnilla. (P, LP,N, LEP, EP)
34. Matematiikan opetuksessa on olennaista, että oppimisympäristöt ovat käytännönläheisiä ja että lapset voivat tutkien ja leikkien oppia uusia matemaattisia käsitteitä ja asioita. (EP, LEP, N, LP, P)
38. Lapset saavat matematiikkaa oppiessaan monenlaisia taitoja, jotka auttavat myös tavallisessa elämässä (esim. selkeä ajattelu monimutkaisissa tilanteissa, käytännön laskutaidot). (EP, LEP, N, LP, P)
41. Lapset voivat oppia matematiikkaa myös sattumalta ja uusia ideoita ja ajatuksia keksimällä. (EP, LEP, N, LP, P)
44. Matematiikan oppikirjaa käytetään matematiikan alkuopetuksessa lähes jokaisella matematiikan tunnilla. (P, LP,N, LEP, EP)
46. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen etenemistapa on selkeä ja yksiselitteinen ja noudattamalla oppikirjojen antamia malleja lapset oppivat käyttämään ja ymmärtämään laskusääntöjä ja -menetelmiä. (P, LP,N, LEP, EP)
47. Lapsille on hyötyä matematiikassa oppimistaan taidoista myöhemmässä elämässä. (EP, LEP, N, LP, P)
51. Näytän lapsille, kuinka uusi matematiikan käsite määritellään ja kuinka sitä käytetään. (P, LP,N, LEP, EP)
52. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjan tehtävät ovat riittävän monipuolisia. (P, LP, N, LEP, EP)
53. Matematiikassa voi itse keksiä ja kokeilla asioita. (EP, LEP, N, LP, P)
54. Matematiikassa ei voi oppia oikeastaan mitään, mistä olisi hyötyä käytännön elämässä. (P, LP,N, LEP, EP)
60. Matematiikan oppikirjassa on selkeät mallit uusien käsitteiden käytöstä.
61. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa on riittävästi perus-, pulma-, ongelma- ja sovellustehtäviä.
62. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen esittämät malliratkaisut ohjaavat, auttavat lasta itsenäiseen mallin mukaiseen työskentelyyn sekä ymmärtämään tehtäviä. (P, LP,N, LEP, EP)
67. Matematiikan oppitunnilla kaikki saavat ratkaistavakseen samat tehtävät. (P, LP,N, LEP, EP)

(jatkuu)

## LIITE 6 (jatkuu)

## C. Matematiikan opettaminen

2. Vain kokeissa testattavat asiat ovat tärkeitä ja tietämisen arvoisia matematiikassa. (P, LP,N, LEP, EP)
5. Matematiikan opetuksessa uudet asiat on opetettava lapsille samanaikaisesti oppikirjan ehdottamalla tavalla. (P, LP,N, LEP, EP)
6. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjan opettajan oppaassa on keskeisimmät opetusvihjeet ja -mallit, joiden mukaisesti matematiikan opetuksessa on edettävä. (P, LP,N, LEP, EP)
7. Matematiikan tehtävien tulisi liittyä asiaan, joka on hiljattain opeteltu. (P, LP,N, LEP, EP)
9. Koulutulokkaalla on paljon matemaattisia kokemuksia, jotka on aktivoitava matematiikan opetuksessa. (EP, LEP, N, LP, P)
10. Matematiikassa aikaisemmin opittujen asioiden muistaminen ei ole tärkeää - ne voi yleensä unohtaa. (P, LP,N, LEP, EP)
12. Matematiikan opetuksessa riittää, että lapset oppivat sen, mitä kokeissa vaaditaan. (P, LP,N, LEP, EP)
13. Matematiikassa on yleensä parempi opettaa lapsille valmiita laskusääntöjä ja kaavoja kuin antaa heidän pohtia ongelmia tai yrittää itse keksiä tehtävien ratkaisutapoja. (P, LP,N, LEP, EP)
15. Matematiikan opetuksessa edetään oppikirjojen mukaisesti aukeama kerrallaan - nopeille oppilaille on tarjolla lisätehtäväsivuja. (P, LP,N, LEP, EP)
16. Matematiikan opetuksessa on keskeistä, että lapset saavat keksiä ja oivaltaa uusia asioita valmiin matematiikan opettamisen tai oppimisen rinnalla. (EP, LEP, N, LP, P)
17. On tärkeää, että lapsilla on monipuolisia tehtäviä, jotka antavat haasteita ja joissa lapset joutuvat soveltamaan muitakin asioita kuin vasta opittuja. (EP, LEP, N, LP, P)
20. Opettajan tehtävä on ohjata oppimistilanteita. (EP, LEP, N, LP, P)
21. Oppimispelit ovat tärkeä osa matematiikan opetusta. (EP, LEP, N, LP, P)
23. Opettajan tehtävä on pitää hyvä järjestys matematiikan tunnilla. (P, LP,N, LEP, EP)
24. Lasten tulisi hallita ennenkaikkea peruslaskutoimitukset. (P, LP,N, LEP, EP)
28. Matematiikan osaaminen vaatii opetettavien asioiden sisällön ymmärtämistä ja niiden välisten yhteyksien käsittämistä sekä kekseliäisyyttä. (EP, LEP, N, LP, P)
31. Yksin työskenteleminen on tärkeä työskentelytapa matematiikan tunnilla. (P, LP,N, LEP, EP)
34. Matematiikan opetuksessa on olennaista, että oppimisympäristöt ovat käytännönläheisiä ja että lapset voivat tutkien ja leikkien oppia uusia matemaattisia käsitteitä ja asioita. (EP, LEP, N, LP, P)
36. Opettajan tehtävä on näyttää lapsille, kuinka uusia käsitteitä ja menetelmiä käytetään matematiikassa. (P, LP,N, LEP, EP)
40. Matematiikan opetuksessa on tärkeätä opittavien asioiden sisältöjen ja ideoiden ymmärtäminen; laskusääntöjen osaaminen ei ole ensisijaista. (EP, LEP, N, LP, P)
45. Matematiikan opetuksessa on tärkeää, että lapset ilmaisevat kaikki tarkasti. (P, LP,N, LEP, EP)
51. Näytän lapsille, kuinka uusi matematiikan käsite määritellään ja kuinka sitä käytetään. (P, LP,N, LEP, EP)
52. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjan tehtävät ovat riittävän monipuolisia. (P, LP, N, LEP, EP)
56. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjat sisältävät riittävästi eriyttäviä tehtäviä. (P, LP, N, LEP, EP)

(jatkuu)

## LIITE 6 (jatkuu)

57. Ei ole tärkeää, että ymmärretään, miksi laskusääntöä tai kaavaa saa käyttää. Paljon tärkeämpää on, että osataan käyttää sitä oikein. (P, LP,N, LEP, EP)
58. Matematiikan opetuksessa on keskeistä, että lapset osaavat käyttää matemaattisia merkintöjä ja termejä oikein. (P, LP,N, LEP, EP)
60. Matematiikan oppikirjassa on selkeät mallit uusien käsitteiden käytöstä.
61. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa on riittävästi perus-, pulma-, ongelma- ja sovellustehtäviä.
62. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen esittämät malliratkaisut ohjaavat, auttavat lasta itsenäiseen mallin mukaiseen työskentelyyn sekä ymmärtämään tehtäviä. (P, LP,N, LEP, EP)
63. Alkuopetuksen matematiikan opetuksessa on keskeistä toiminnalliset työtavat ja lasten oivallukset. (EP, LEP, N, LP, P)
64. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen lisätehtäviä on riittävästi ja ne sopivat hyvin eriyttämiseen. (P, LP,N, LEP, EP)
67. Matematiikan oppitunnilla kaikki saavat ratkaistavakseen samat tehtävät. (P, LP,N, LEP, EP)

**D. Matematiikan opetuskäytännöt**

3. Tehtävien ratkaiseminen on olennaista alkuopetuksen matematiikan tunnilla. (P, LP,N, LEP, EP)
4. Alkuopetuksen matematiikka oppiaineena on helppo integroida muihin oppiaineisiin. (EP, LEP, N, LP, P)
5. Matematiikan opetuksessa uudet asiat on opetettava lapsille samanaikaisesti oppikirjan ehdottamalla tavalla. (P, LP,N, LEP, EP)
6. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjan opettajan oppaassa on keskeisimmät opetusvihjeet ja -mallit, joiden mukaisesti matematiikan opetuksessa on edettävä. (P, LP,N, LEP, EP)
7. Matematiikan tehtävien tulisi liittyä asiaan, joka on hiljattain opeteltu. (P, LP,N, LEP, EP)
8. On tärkeämpää saada oikea tulos tehtävään kuin keksiä ratkaisuideoita. (P, LP,N, LEP, EP)
13. Matematiikassa on yleensä parempi opettaa lapsille valmiita laskusääntöjä ja kaavoja kuin antaa heidän pohtia ongelmia tai yrittää itse keksiä tehtävien ratkaisutapoja. (P, LP,N, LEP, EP)
14. Matematiikka soveltuu alkuopetuksessa hyvin osaksi kokonaisopetussuunnitelmaa. (EP, LEP, N, LP, P)
15. Matematiikan opetuksessa edetään oppikirjojen mukaisesti aukeama kerrallaan - nopeille oppilaille on tarjolla lisätehtäväsivuja. (P, LP,N, LEP, EP)
18. Matematiikan tehtävien ratkaisemisessa ratkaisutavat ovat keskeisiä. (EP, LEP, N, LP, P)
20. Opettajan tehtävä on ohjata oppimistilanteita. (EP, LEP, N, LP, P)
21. Oppimispelit ovat tärkeä osa matematiikan opetusta. (EP, LEP, N, LP, P)
22. Lasten tulee saada käyttää konkreettisia oppimisvälineitä matematiikan opiskelussa. (EP, LEP, N, LP, P)
23. Opettajan tehtävä on pitää hyvä järjestys matematiikan tunnilla. (P, LP,N, LEP, EP)
26. Matematiikan opetuksessa lapsilla tulisi olla mahdollisuus työskennellä yhdessä. (EP, LEP, N, LP, P)
29. Matematiikan oppitunnin alussa opetetaan uusi asia, jota sitten harjoitellaan tekeillä tehtäviä oppikirjasta. (P, LP,N, LEP) (jatkuu)

## LIITE 6 (jatkuu)

30. Matematiikkaa opitaan harjoittelemalla paljon laskusääntöjä ja -menetelmiä. (P, LP,N, LEP, EP)
31. Yksin työskenteleminen on tärkeä työskentelytapa matematiikan tunnilla. (P, LP,N, LEP, EP)
33. Oppikirjojen valmiskokeet mittaavat hyvin lasten matematiikan osaamista. (P, LP,N, LEP, EP)
36. Opettajan tehtävä on näyttää lapsille, kuinka uusia käsitteitä ja menetelmiä käytetään matematiikassa. (P, LP,N, LEP, EP)
39. Matematiikan kokeen laatiminen on liian työlästä, joten käytän oppikirjojen valmiskokeita. (P, LP,N, LEP, EP)
44. Matematiikan oppikirjaa käytetään matematiikan alkuopetuksessa lähes jokaisella matematiikan tunnilla. (P, LP,N, LEP, EP)
50. Suunnittelen matematiikan oppitunnit matematiikan oppikirjan opettajan oppaan avulla. (P, LP,N, LEP, EP)
51. Näytän lapsille, kuinka uusi matematiikan käsite määritellään ja kuinka sitä käytetään. (P, LP,N, LEP, EP)
55. Matematiikan oppikirja on tärkeä työväline matematiikan opetuksessa. (LP, LP, N, LEP, EP)
63. Alkuopetuksen matematiikan opetuksessa on keskeistä toiminnalliset työtavat ja lasten oivallukset. (EP, LEP, N, LP, P)
64. Alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen lisätehtäviä on riittävästi ja ne sopivat hyvin eriyttämiseen. (P, LP,N, LEP, EP)
65. Käytän matematiikan oppitunneilla tietokoneita, laskimia ja muita oppimisvälineitä (esim. Multilink -palikat, helmitaulu, satatalo, mittapyörä jne) niin paljon kuin mahdollista. (EP, LEP, N, LP, P)
66. Käytän matematiikan opetuksessa usein ryhmätyötä, jossa pienryhmillä on ainakin osittain eri tehtävät. (EP, LEP, N, LP, P)
67. Matematiikan oppitunnilla kaikki saavat ratkaistavakseen samat tehtävät. (P, LP,N, LEP, EP)
68. Käytän matematiikan opetuksessa usein ryhmätyötä, jossa kullakin pienryhmällä on sama tehtävä. (EP, LEP, N, LP, P)
69. Käytän matematiikan opetuksessani hyvin paljon itse kokoamaani tai valmistamaani aineistoa. (EP, LEP, N, LP, P)

LIITE 7 Kyselyyn vastanneiden alkuopetuksessa toimivien luokanopettajien (N=140) vastausprosentit kyselylomakkeen eri osioissa. EP = ei perinteinen, LEP =lähes ei perinteinen, S=sekoittunut, LP=lähes perinteinen, P=perinteinen. K -kirjain muuttujan edessä tarkoittaa, että kyseisen muuttujan vastaukset on käännetty akselin ei perinteinen- perinteinen suuntaisesti

#### A. Mitä on matematiikka

Muuttuja	EP	LEP	S	LP	P
K19	47,9%	33,6%	5,7%	7,1%	5,7%
K25	-	11,4%	5,7%	33,6%	49,3%
K32	67,9%	25,0%	4,3%	2,9%	-
35	12,1%	51,4%	5,0%	26,4%	5,0%
37	70,7%	27,9%	1,4%	-	-
38	85,0%	12,9%	2,1%	-	-
41	65,7%	32,1%	0,7%	0,7%	0,7%
K42	12,1%	54,3%	6,4%	24,3%	2,9%
K43	9,3%	40,7%	17,1%	24,3%	8,6%
K45	9,3%	36,4%	16,4%	32,9%	5,0%
K46	7,1%	31,4%	6,4%	49,3%	5,7%
47	95,0%	5,0%	-	-	-
K48	1,4%	10,7%	5,7%	48,6%	33,6%
49	57,1%	35,7%	2,1%	4,3%	0,7%
53	80,0%	18,6%	0,7%	-	0,7%
K54	95,0%	1,4%	0,7%	1,4%	1,4%
K57	37,9%	40,0%	5,0%	12,1%	5,0%
K58	2,9%	21,4%	3,6%	50,0%	22,1%
K59	2,9%	25,7%	6,4%	49,3%	15,7%
K70	20,0%	41,4%	10,7%	25,0%	2,9%

#### B. Matematiikan oppiminen

Muuttuja	EP	LEP	S	LP	P
K2	60,0%	33,6%	3,6%	2,1%	0,7%
K7	0,7%	18,6%	6,4%	48,6%	25,7%
K10	91,4%	7,1%	1,4%	-	-
K12	73,6%	21,4%	1,4%	2,9%	0,7%
16	67,9%	28,6%	1,4%	1,4%	0,7%
17	84,3%	14,3%	0,7%	-	0,7%
22	82,1%	15,7%	1,4%	0,7%	-
K24	-	2,1%	2,1%	30,0%	65,7%
27	77,9%	20,0%	2,1%	-	-
28	72,9%	25,0%	1,4%	0,7%	-
K30	17,9%	54,3%	3,6%	22,9%	1,4%
K31	7,1%	27,9%	7,9%	43,6%	13,6%
34	65,7%	31,4%	2,1%	0,7%	-
38	85,0%	12,9%	2,1%	-	-
41	65,7%	32,1%	0,7%	0,7%	0,7%
K44	3,6%	25,0%	2,9%	43,6%	25,0%
K46	7,1%	31,4%	6,4%	49,3%	5,7%
47	95,0%	5,0%	-	-	-
K52	3,6%	29,3%	4,3%	44,3%	18,6%
K54	95,0%	1,4%	0,7%	1,4%	1,4%

(jatkuu)



## LIITE 7 (jatkuu)

Muuttuja	EP	LEP	S	LP	P
K56	9,3%	31,4%	7,1%	36,4%	15,7%
K 60	1,4%	15,0%	9,3%	57,1%	17,1%
K61	7,9%	31,4%	5,0%	38,6%	17,1%
K62	2,1%	35,7%	11,4%	40,0%	10,7%
K64	7,1%	27,9%	7,1%	37,9%	20,0%
67	20,7%	47,9%	2,1%	27,9%	1,4%

**C. Matematiikan opettaminen**

Muuttuja	EP	LEP	S	LP	P
K2	60,0%	33,6%	3,6%	2,1%	0,7%
K5	27,1%	50,0%	2,1%	17,1%	3,6%
K6	10,7%	40,7%	6,4%	35,0%	7,1%
K7	0,7%	18,6%	6,4%	48,6%	25,7%
9	60,7%	30,0%	6,4%	2,9%	-
K10	91,4%	7,1%	1,4%	-	-
K12	73,6%	21,4%	1,4%	2,9%	0,7%
K 13	66,4%	31,4%	0,7%	1,4%	-
K15	9,3%	31,4%	5,7%	44,3%	9,3%
16	67,9%	28,6%	1,4%	1,4%	0,7%
17	84,3%	14,3%	0,7%	-	0,7%
20	52,9%	41,4%	2,1%	3,6%	-
21	41,4%	50,7%	3,6%	4,3%	-
K23	0,7%	12,1%	3,6%	50,0%	33,6%
K24	-	2,1%	2,1%	30,0%	65,7%
28	72,9%	25,0%	1,4%	0,7%	-
K31	7,1%	27,9%	7,9%	43,6%	13,6%
34	65,7%	31,4%	2,1%	0,7%	-
K36	2,9%	28,6%	8,6%	41,4%	18,6%
40	35,7%	43,6%	5,0%	15,0%	0,7%
K45	9,3%	36,4%	16,4%	32,9%	5,0%
K51	0,7%	9,3%	7,9%	58,6%	23,6%
K52	3,6%	29,3%	4,3%	44,3%	18,6%
K56	9,3%	31,4%	7,1%	36,4%	15,7%
K57	37,9%	40,0%	5,0%	12,1%	5,0%
K58	2,9%	21,4%	3,6%	50,0%	22,1%
K 60	1,4%	15,0%	9,3%	57,1%	17,1%
K61	7,9%	31,4%	5,0%	38,6%	17,1%
K62	2,1%	35,7%	11,4%	40,0%	10,7%
63	55,0%	38,6%	5,0%	1,4%	-
K64	7,1%	27,9%	7,1%	37,9%	20,0%
67	20,7%	47,9%	2,1%	27,9%	1,4%

(jatkuu)

## LIITE 7 (jatkuu)

**D. Matematiikan opetuskäytännöt**

Muuttuja	EP	LEP	S	LP	P
K3	0,7%	32,1%	4,3%	49,3%	13,6%
K4	27,9%	48,6%	3,6%	19,3%	0,7%
K5	27,1%	50,0%	2,1%	17,1%	3,6%
K6	10,7%	40,7%	6,4%	35,0%	7,1%
K7	0,7%	18,6%	6,4%	48,6%	25,7%
K8	46,4%	44,3%	3,6%	4,3%	1,4%
K 13	66,4%	31,4%	0,7%	1,4%	-
14	37,9%	37,9%	9,3%	14,3%	0,7%
K15	9,3%	31,4%	5,7%	44,3%	9,3%
18	22,1%	35,0%	9,3%	26,4%	7,1%
20	52,9%	41,4%	2,1%	3,6%	-
21	41,4%	50,7%	3,6%	4,3%	-
22	82,1%	15,7%	1,4%	0,7%	-
K23	0,7%	12,1%	3,6%	50,0%	33,6%
26	45,0%	48,6%	2,1%	4,3%	-
K29	2,9%	35,7%	3,6%	48,6%	9,3%
K31	7,1%	27,9%	7,9%	43,6%	13,6%
K33	12,9%	44,3%	11,4%	29,3%	2,1%
K36	2,9%	28,6%	8,6%	41,4%	18,6%
K39	9,3%	27,9%	5,7%	41,4%	15,7%
K44	3,6%	25,0%	2,9%	43,6%	25,0%
K50	6,4%	18,6%	0,7%	55,0%	19,3%
K51	0,7%	9,3%	7,9%	58,6%	23,6%
K55	-	8,6%	1,4%	44,3%	45,7%
63	55,0%	38,6%	5,0%	1,4%	-
K64	7,1%	27,9%	7,1%	37,9%	20,0%
65	50,0%	38,6%	2,1%	9,3%	-
66	6,4%	35,7%	7,1%	41,4%	9,3%
67	20,7%	47,9%	2,1%	27,9%	1,4%
68	2,9%	35,7%	6,4%	42,1%	12,9%
69	2,1%	30,0%	4,3%	48,6%	15,0%

LIITE 8 Annan, Bertan, Cecilian, Doriksen, Ennin ja Fannin vastaukset uskomuskyselyn Likert-asteikolliseen osioon. 1=täysin samaa mieltä, 2=osittain samaa mieltä, 3=en osaa sanoa, 4=osittain eri mieltä, 5=täysin eri mieltä

Opettaja/ Väittäjä	Anna	Bertta	Cecilia	Doris	Enni	Fanni
1	1	1	1	2	1	2
2	5	4	4	4	5	5
3	2	2	2	2	4	4
4	1	2	1	4	4	2
5	4	4	5	4	2	4
6	2	2	4	2	4	3
7	2	2	2	1	4	3
8	4	4	4	5	5	4
9	1	2	1	1	1	1
10	5	5	5	5	5	5
11	5	5	5	5	5	4
12	5	5	5	5	5	5
13	5	4	5	5	5	5
14	1	1	1	1	1	1
15	1	4	4	1	4	4
16	1	1	1	5	1	1
17	1	1	1	5	1	1
18	4	2	1	3	5	4
19	1	4	4	5	5	5
20	1	2	1	1	1	4
21	3	2	2	1	1	2
22	1	1	1	1	1	1
23	1	2	4	2	1	4
24	1	1	1	1	1	2
25	1	2	2	1	4	2
26	2	1	1	1	1	2
27	2	1	1	1	1	2
28	1	2	1	1	1	2
29	1	4	2	2	4	4
30	1	4	4	3	4	5
31	1	4	4	4	2	4
32	4	4	4	5	4	5
33	2	4	4	4	5	4
34	1	1	1	1	1	1
35	1	2	4	4	4	4
36	1	4	5	1	4	3
37	1	2	1	1	1	1
38	1	2	1	1	1	1
39	2	4	2	1	4	2
40	1	2	1	1	1	2
41	2	2	1	1	1	1
42	1	2	4	4	4	4
43	1	1	4	4	4	3
44	1	2	4	1	1	2

(jatkuu)

## LIITE 8 (jatkuu)

Opettaja/ Väittäjä	Anna	Bertta	Cecilia	Doris	Enni	Fanni
45	1	2	1	4	5	5
46	1	2	1	4	4	4
47	1	1	1	1	1	1
48	1	2	1	4	1	5
49	3	2	1	1	1	2
50	2	2	2	1	1	2
51	1	2	2	1	4	2
52	1	2	4	1	4	3
53	1	1	1	1	1	1
54	5	5	5	5	5	5
55	1	2	2	1	3	2
56	1	2	4	1	4	3
57	4	2	5	5	1	4
58	1	2	1	2	5	5
59	1	2	2	2	5	3
60	1	2	4	1	5	4
61	1	4	2	2	4	3
62	1	2	4	2	4	3
63	1	1	1	1	1	1
64	1	2	4	1	4	3
65	1	2	1	2	1	2
66	4	2	2	2	1	4
67	2	4	5	4	5	4
68	2	4	1	2	2	4
69	2	4	2	4	4	4
70	2	2	5	4	5	5

## LIITE 9 Teemahaastattelun runko

### Teemahaastattelun runko

#### Haastattelun runko

Haastattelun aluksi on hyvä tuoda esille,

- että, olen koulutukselta sekä matematiikan opettaja että luokanopettaja, mutta tällä hetkellä olen opettajien matematiikan, fysiikan ja kemian tutkijakoulussa päätoimisena tutkijakoulutettavana
- että, olen erikoistunut matematiikkaan ja alkuopetukseen ja olen toiminut seitsemän vuotta alkuopettajana
- olen tehnyt lisensiaatintutkimuksen kahdesta alkuopetuksen matematiikan oppikirjasarjasta. Tutkimuksessa olen analysoinut oppilaan matematiikan kirjojen tehtävärakennetta sekä opettajan oppaiden käsiterakennetta.
- että olen tällä hetkellä kiinnostunut matematiikan opetuksesta ja oppimateriaalien käytöstä nimenomaan alkuopettajan näkökulmasta. (Miten matematiikkaa alkuopetuksessa opetetaan?)
- että tähän yhteyteen liittyen haluan keskustella aiheesta jatkotutkimukseen osallistuvien opettajien kanssa

Alkuopettaja on lapsen matemaattisen maailmankuvaan vaikuttajana niin keskeisessä asemassa, että hänen tilannettaan on ehdottomasti tarkasteltava.

#### Haastatteluteemat

Keskustelun avaus voisi liittyä koulun kannalta johonkin ajankohtaiseen asiaan. Sellainen voisi olla esimerkiksi esiopetuksen alkaminen kaikille esiopetusikäisille ja sen vaikutus koulujen opetussuunnitelmatyöhön. Millaisia asioita on otettava huomioon? Onko ollut ongelmia? Millaisia? Oleko erikoitunut alkuopetukseen? Entä matematiikkaan? Opettajakokemus? Yhdysluokkaopetuksen vaikeus/helppous?

#### 0. Millaista matematiikan opetus alkuopetuksessa tällä hetkellä on? Mikä on matematiikan asema oppiaineena?

- **Mitä on matematiikka?**
- Mihin matematiikkaa tarvitaan? Mikä on alkuopetuksen merkitys matematiikan opiskelun kannalta?
- Miten koulu suhtautuu alkuopetuksen matematiikan opetukseen?
- Miten itse suhtaudut? Oletko tyytyväinen / tyytymätön? Kyllästynyt?
- Mitkä ovat suurimmat ongelmat? Miksi?

#### 1. Miten matematiikkaa mielestäsi opitaan alkuopetuksessa?

- Millainen aine matematiikka on verrattuna muihin opettaviin aineisiin alkuopetuksessa? Soveltuuko matematiikka hyvin osaksi kokonaisopetussuunnitelmaa? Käytätkö itse kokonaisopetusta?
- Miksi matematiikan oppiminen on joillekin lapsille vaikeaa? Miten tätä vaikeutta voitaisiin vähentää?
- Onko matematiikan oppimiselle alkuopetuksessa mielestäsi jotain perusedellytyksiä tai vaatimuksia?
- Mikä on tärkeintä alkuopetuksen matematiikan oppimisessa?

## 2. Millä tavalla sinä itse opetat matematiikkaa?

- Pidätkö matematiikan opettamisesta? Piditkö jo koulussa matematiikasta?
- Onko sinulla joku oma 'opetusfilosofia'? Mitä sinä pidät alkuopetuksen matematiikan opetuksessa keskeisenä? Voiko eri alueita opettaa samalla tavalla? Mikä on oikean vastauksen merkitys/opetusvälineiden/Konkretian?
- Onko käyttämäsi tapa sellainen, johon olet tyytyväinen ja joka on mahdollisimman tehokas? Millainen on alkuopetuksen matematiikan oppikirjan vs. muun materiaalin asema opetuksessasi? Mikä merkitys on opettajan oppaalla opetuksessasi? Käytätkö opettajan opasta suunnittelun apuna? Käytätkö normaalitilanteissa enemmän oppikirjaan perustuvia opettamismenetelmiä? Miksi vaihdoit toiseen kirjasarjaan?
- Millainen olisi alkuopetuksen matematiikan ihanneoppikirja (oppikirja/open opas)? Mitkä ovat tärkeimmät ominaisuudet, joita alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa tulisi olla? Millaisia tehtävyytyyppejä oppikirjoissa olisi hyvä olla? Määrittele. Miten oppikirjoja tulisi kehittää?
- Millainen on hyvä oppimisympäristö alkuopetuksen matematiikan opettamisen/opimmisen näkökulmasta näkökulmasta?
- Miten haluaisit kehittää tai parantaa opetustapaasi?
- Onko oma opetuksesi muuttunut 5-10 vuoden aikana/ valmistumisesi jälkeen? Millä tavoin?
- Mitkä ovat mielestäsi suurimmat/vakavimmat opetusta ja oppimista haittaavat tekijät alkuopetuksen matematiikan opetuksessa? Pystytkö mielestäsi omilla tai koulun toimenpiteillä poistamaan näitä haittatekijöitä?
- Mitä olosuhteita pitäisi muuttaa, jotta voisit/pystyisit kehittämään omaa opetustasi? Miten opettajayhteisö tukee alkuopettajaa?
- Jos alkuopetuksen matematiikan oppitunteja olisi enemmän, mahdollisuus jakaa oppilaita pienempiin opetusryhmiin ja modernit välineet ja materiaalit, niin millä tavoin sinun opetuksesi muuttuisi? Ideaalitilanne?
- Millaista alkuopetuksen matematiikan täydennyskoulutuksen tulisi olla? Mitä aiheita sen tulisi käsitellä?
- Miten mielestäsi opitaan opettamaan matematiikkaa alkuopetuksessa?

## 3. Arviointi

- Miten sinä tiedät, että lapset ovat omaksuneet opettamasi matematiikan asiat?
- Millaisia arviointitapoja käytät opetuksessasi? Kuinka usein? Numeroarvosanan käyttö ja sen merkitys alkuopetuksen matematiikassa? Laaditko matematiikan kokeet itse vai käytätkö oppikirjan valmiskokeita? Miksi?
- Onko arvioinnilla (kokeilla) vaikutusta omaan opetukseesi?
- Millä tavalla suhtaudut keskusteluun arvioinnista ja arviointitapojen laajentamisesta?
- + Miksi laajentaminen olisi tarpeen tai ei tarpeen matematiikan alkuopetuksessa?
- + Millä tavoin tulisi arviointia laajentaa? Portfolio -arviointi (ongelman ratkaisu, tutkimustehtävät, projektit)?
- + Olisitko valmis kokeilemaan uudenlaisia tapoja?

## Lopuksi

Millaisena sinä koit tämän keskustelutilanteen? Oliko se mielestäsi luonteva, piinaava, ahdistava...? Haluatko täydentää jotain? Haluatko kysyä jotain?