

# **Neutriinojen sekoitusmatriisin Majorana-vaiheet**

**Hannu Hakalahti**

Pro Gradu-tutkielma

Jyväskylän yliopisto, Fysiikan laitos

10.4.2013

Ohjaaja: Jukka Maalampi

# Kiitokset

Haluan kiittää vanhempiani henkisestä ja taloudellisesta tuesta tämän tutkielman tekemisen aikana. Kiitokset myös professori Jukka Maalammelle vaikeimpien ongelmakohtien selvittämisestä.

# Tiivistelmä

Lukuisat hiukkasfysiikan kokeet ovat vahvistaneet neutriinon olevan massallisia hiukkasia ja kykenevän muuttumaan neutriinotyypistä toiseen. Tätä niin kutsuttua neutriino-oskillaatiota parametrisoi neutriinon sekoitusmatriisi, jota puolestaan parametrisoi kolmen sekoituskulman lisäksi yksi tai kolme CP-symmetriää rikkovaa vaihetta riippuen siitä ovatko neutriinot Dirac- tai Majorana-hiukkasia. Tässä työssä tarkasteltiin edellä mainittujen Dirac- ja Majorana-vaiheiden merkitystä neutriino-oskillaatioissa, neutriinonottomassa kaksoisbeetahajoamisessa, Higgsin triplettimallissa ja baryoniepäsymmetrian synnyttäneessä leptonigeneesissä.

Neutriino-oskillaation tarkastelua varten johdettiin neutriinon sekoitusmatriisin ja siirtymätodennäköisyyden lausekkeet, joista jälkimmäisen todettiin olevan täysin riippumaton Majorana-vaiheista. Täten neutriino-oskillaatiokokeissa voidaan mitata ainoastaan Dirac-vaihetta tutkimalla neutriinon ja niitä vastaavien antineutriinon siirtymätodennäköisyyksien välistä epäsymmetriää.

Neutriinon kaksoisbeetahajoaminen, joka on mahdollista vain Majorana-hiukkasille, tarjoaa ehkä parhaimman keinon saada informaatiota Majorana-vaiheista efektiivisen Majorana-massan välityksellä. Majorana-vaiheiden mittaus neutriinonottomassa kaksoisbeetahajoamisessa todettiin kuitenkin olevan erittäin haasteellista johtuen eri parametrien epätarkkuuksista.

Higgsin triplettimallin riippuvuutta Majorana-vaiheista tutkittiin esittämällä kaksoisvaratun Higgsin bosonin haarautumissuhteet sekä Majorana-vaiheen että suhteellisen Majorana-vaiheen funktiona. Näiden kuvien perusteella tultiin siihen johtopäätökseen, että Majorana-vaiheista on mahdollista saada tietoa haarautumissuhteiden mittauksista.

Baryoniepäsymmetrian riippuvuutta Dirac- ja Majorana-vaiheiden funktiona kuvattiin sekä neutriinon normaali- että käänteishierarkkisen massaspektrin tapauksessa. Tarkastelemalla saatuja kuvia havaittiin, että maailmankaikkeudessa nykyään havaittu baryoniepäsymmetria on lähes nolla Dirac-vaiheen teoreettisen ennusteen arvolla, mikä viittaisi siihen, että neutriinot ovat Majorana-hiukkasia.

# Sisällysluettelo

Kiitokset.....	I
Tiivistelmä .....	II
Sisällysluettelo .....	III
<b>1. Johdanto.....</b>	<b>1</b>
<b>2. Neutriinot.....</b>	<b>3</b>
2.1 Neutriinojen historiaa .....	3
2.2 Neutriinojen ominaisuuksia.....	7
2.3 Neutriinojen sekoittuminen .....	11
2.4 Neutriinojen sekoitusmatriisin parametrisointi .....	13
2.5 Neutriino-oskillaatio.....	16
<b>3. CP-symmetriaa rikkovan vaiheen määrittäminen.....</b>	<b>20</b>
3.1 CP-symmetrian rikkoutuminen .....	20
3.2 Neutriino-oskillaatio ja Dirac-vaihe.....	21
3.2.1 Neutriino-oskillaation parametrit.....	21
3.2.2 Neutriino-oskillaatiokokeet.....	23
3.3 Neutriinoton kaksoisbeetahajoaminen .....	27
3.4 Majorana-neutriinojen sekoituskulmien rajoitukset.....	33
3.5 Higgsin triplettimalli ja Majorana-vaiheet .....	39
3.5.1 Johdanto .....	39
3.5.2 Higgsin triplettimalli .....	39
3.5.3 Higgsin triplettimallin tutkiminen kokeellisesti.....	40
3.5.4 Haarautumissuhteen riippuvuus neutriinojen massahierarkiasta .....	42
3.5.5 Haarautumissuhteen riippuvuus Majorana-vaiheista .....	43
3.5.6 CP-symmetriaa rikkovien Majorana-vaiheiden vaikutus Higgsin triplettimallissa .....	45

3.5.7	Majorana-vaiheiden ja $m_0$ :n määrittämisen tarkkuus Higgsin triplettimallissa .....	45
<b>4.</b>	<b>Baryonigeneesi</b> .....	<b>47</b>
4.1	Johdanto.....	47
4.2	Saharovin ehdot baryonigeneesille.....	49
4.3	Baryoniepäsyyntymekanismin syntyminen .....	49
4.4	Baryoniepäsyyntymä ja leptonien makueffektit.....	53
4.5	Baryoniepäsyyntymän riippuvuus eri parametreista.....	54
4.6	Baryoniepäsyyntymä sekä Dirac- ja Majorana-vaiheet normaalihierarkkisen massaspektrin tapauksessa .....	56
4.6.1	Baryoniepäsyyntymän parametrit normaalihierarkkisessa massaspektrissä .....	56
4.6.2	Suhteellinen Majorana-vaihe ja baryoniepäsyyntymä.....	58
4.6.3	Dirac-vaihe ja baryoniepäsyyntymä .....	61
4.7	Baryoniepäsyyntymä sekä Dirac- ja Majorana-vaiheet käänteishierarkkisen massaspektrin tapauksessa.....	63
4.7.1	Baryoniepäsyyntymän parametrit käänteishierarkkisessa massaspektrissä.....	63
4.7.2	Majorana-vaihe ja baryoniepäsyyntymä käänteishierarkkisessa tapauksessa .....	64
4.7.3	Dirac-vaihe ja baryoniepäsyyntymä käänteishierarkkisessa tapauksessa.....	66
4.8	Yhteenveto.....	67
<b>5.</b>	<b>Päätelmät</b> .....	<b>68</b>
	Kirjallisuus .....	70
	Liitteet .....	78

# 1. Johdanto

Neutriinon ensimmäisestä kokeellisesta havaitsemisesta vuonna 1956 lähtien neutriinon merkitys fysiikalle on kasvanut yhä suuremmaksi. Tutkimalla neutriinoja saadaan informaatiota maaperän ja ilmakehän radioaktiivisista prosesseista ja erityisesti erilaisista astronomisista kohteista. Neutriinon käyttö astronomiassa perustuu niiden äärimmäisen heikkoon vuorovaikutukseen muun materian kanssa. Toisin kuin muut hiukkaset, neutriinot pystyvät kulkemaan lähes häiriöttä niin avaruuden tyhjyyden kuin tiheiden tähtien ja kaasusumujenkin läpi tuoden samalla mukanaan tärkeää tietoa muun muassa Auringon sisuksen toiminnasta ja valovuosien päässä olevista supernovista ja niiden jäänteistä. Neutriinon massaa puolestaan hyödynnetään eri kosmologisten teorioiden ja hiukkasfysiikan standardimallin laajennusten testauksessa.

Neutriinoja tutkivissa kokeissa on havaittu olevan täsmälleen kolme heikon vuorovaikutuksen tuntevaa neutriinolajia eli neutriinomakua ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ). Neutriino-oskillaationa kutsutussa ilmiössä tietynä makuna syntyneet neutriinot pystyvät muuttumaan mausta toiseen edetessään avaruudessa. Tätä neutriino-oskillaatiota parametrisoi matemaattisesti niin kutsuttu neutriinon sekoitusmatriisi  $U$ , joka riippuu useasta eri muuttujasta: kolmesta sekoituskulmasta ja yhdestä tai kolmesta vaiheesta riippuen siitä, ovatko neutriinot Dirac- vai Majorana-hiukkasia. Jos neutriinot ovat omia antihhiukkasiaan, käytetään neutriinoista nimitystä Majorana-hiukkanen ja vastaavasti kahdesta sekoitusmatriisin lisävaiheesta käytetään nimitystä Majorana-vaihe. Jos taas neutriinot ja antineutriinot ovat eri hiukkasia, neutriinoja kutsutaan Dirac-hiukkasiksi, jolloin yhtä sekoitusmatriisin vaihetta kutsutaan Dirac-vaiheeksi. Tämän tutkielman tavoitteena on tutkia sekoitusmatriisin kolmen vaiheen merkitystä neutriino-oskillaatioissa, neutriinottomassa kaksoisbeetahajoamisessa ja maailmankaikkeudessa nykyään havaitussa baryoniepäsymmetriassa.

Kappaleessa 2 käydään ensin läpi neutriinon teoreettiseen ennustamiseen johtaneet ongelmat sekä luodaan yleiskatsaus neutriinon historiaan. Tämän jälkeen tarkastellaan lähemmin neutriinon ominaisuuksia. Neutriinon ominaisuuksia käsittelevän kappaleen tavoitteena on antaa lukijalle käsitys siitä mitä neutriinot ovat, miten ja missä niitä syntyy ja miten niitä havaitaan. Jatkoa varten tarkastellaan neutriinon sekoittumista sekä erityisesti neutriinon sekoitusmatriisin parametrisointia ja neutriino-oskillaatiota.

Kappaleessa 3 käsitellään aluksi CP-symmetriaa ja sen rikkoutumista. Tämän jälkeen tarkastellaan, miten Dirac- ja Majorana-vaiheista on mahdollista saada informaatiota erilaisissa hiukkasfysiikan kokeissa. Aluksi käsitellään neutriino-oskillaation ja Dirac-vaiheen välistä suhdetta. Neutriino-oskillaatiota käsittelevässä kappaleessa esitetään yleiskuvaus neutriino-oskillaatiokokeista ja niiden luokittelusta. Lopuksi tarkastellaan lähemmin muutamia jo käynnissä olevia tai lähivuosina alkavia oskillaatiokokeita. Näitä ovat LAGUNA, PINGU, T2K ja NovA.

Majorana-vaiheiden osalta tarkastelun kohteena on neutriinoton kaksoisbeetahajoaminen, jota pidetään parhaimpana menetelmänä todistaa neutriinon Majorana-luonne ja mitata Majorana-vaiheet. Neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista käsittelevässä kappaleessa tarkastellaan kyseisen hajoamisen keskeisintä parametria, ns. efektiivistä Majorana-massaa, ja sen riippuvuutta sekä neutriinon massahierarkiasta että Majorana-vaiheista. Kappaleen lopuksi tarkastellaan Higgsin triplettimallia, jolla on myös mahdollista saada jotain tietoa Majorana-vaiheista.

Neljännessä kappaleessa tutkitaan maailmankaikkeudessa nykyään havaittua baryoniepäsymmetriaa eli materian ja antimaterian välistä epäsymmetriaa. Saharovien ehtojen ja baryoniepäsymmetrian syntymekanismien kuvauksen jälkeen käsitellään baryoniepäsymmetrian riippuvuus eri parametreista, kuten CP-epäsymmetriasta ja efektiivisestä neutriinomassasta. Kappaleen loppuosassa tarkastelun erityiskohteena on Dirac- ja Majorana-vaiheiden vaikutus baryoniepäsymmetriaan neutriinon normaali- ja käänteishierarkkisen massaspektrin tapauksessa.

Viides kappale on omistettu johtopäätöksille.

## 2. Neutriinot

### 2.1 Neutriinujen historiaa

Neutriinujen historia alkaa heikosta vuorovaikutuksesta, joka on neutriinujen pääasiallinen vuorovaikutusmekanismi muun materian kanssa. Heikko vuorovaikutus kykenee muuttamaan hiukkasen toiseksi hiukkaseksi, mikä ilmenee luonnossa alkuaineiden ja niistä koostuvien yhdistelmähiukkasten radioaktiivisena hajoamisena. Eräs esimerkki tällaisesta radioaktiivisuudesta on beetahajoaminen, jossa emittoituu niin sanottu beetahiukkanen, joka voi olla joko elektroni ( $\beta^-$ -hajoaminen) tai sen antihhiukkanen positroni ( $\beta^+$ -hajoaminen).

$\beta^-$ -hajoamisessa heikko vuorovaikutus muuttaa neutronin protoniksi, elektroniksi ja elektronin antineutriinoksi



ja  $\beta^+$ -hajoamisessa heikko vuorovaikutus muuttaa protonin neutroniksi, positroniksi ja elektronin neutriinoksi [Mar99]



Koska neutronin massa on suurempi kuin protonin massa, jälkimmäinen reaktio on mahdollinen vain silloin, kun nukleonit ovat sitoutuneet ytimeen. Ensimmäinen kokeellinen havainto heikoista vuorovaikutuksista saatiin vuonna 1896, kun ranskalainen fyysikko Henri Becquerel löysi uraanin radioaktiivisuuden [Mal11].

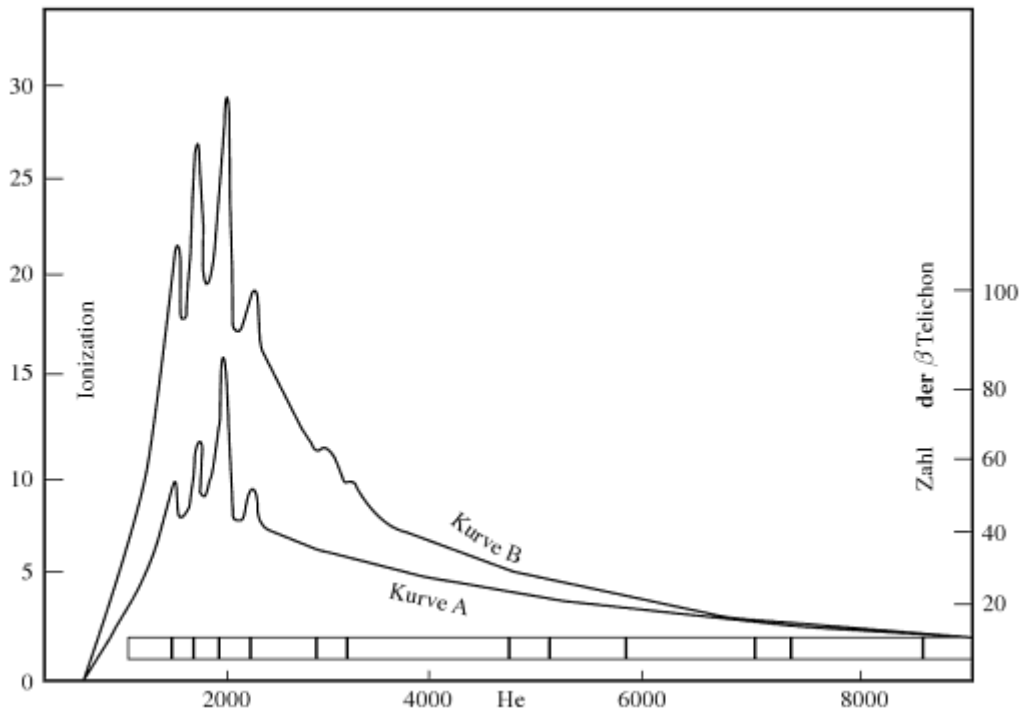
Ennen kuin neutriinujen olemassaolosta tiedettiin yhtään mitään, beetahajoamiseen osallistuvista hiukkasista tunnettiin neutroni, protoni ja elektroni. Beetahajoamisen reaktio tunnettiin näin ollen muodossa



Koska atomiydin on energian suhteen kvantittunut järjestelmä, niin fyysikot luonnollisesti oletivat, että beetahajoamisessa syntyvien elektronien liike-energiat olisivat niin ikään kvantittuneet eli ne kykenisivät saamaan ainoastaan tiettyjä energian arvoja. Syntyneiden elektronien energiaspektrin oletettiin siis olevan diskreetti, kuten esimerkiksi alfasäteilyn spektri. Kaikkien suureksi



yllätykseksi beetahajoamisessa syntyneiden elektronien muodostaman beetasäteilyn energiaspektri ei kuitenkaan ollut diskreetti vaan jatkuva, kuten James Chadwick osoitti vuonna 1914 [Hon09].

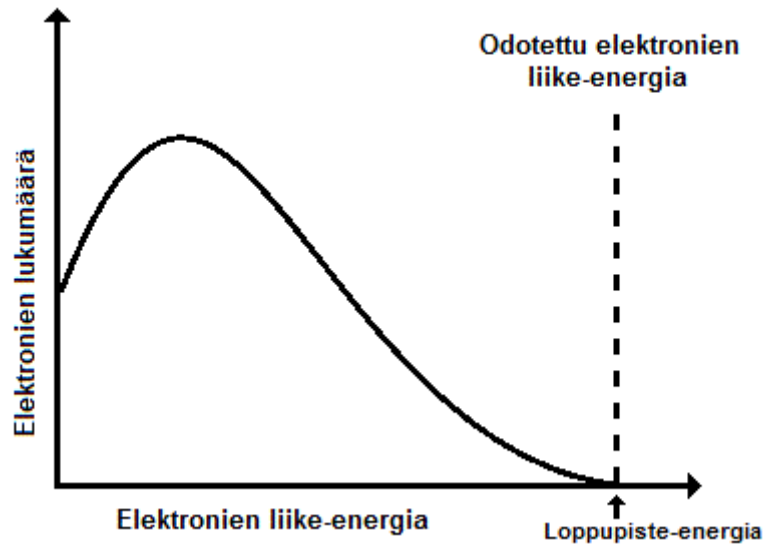


**Kuva 1.** Chadwickin tulokset elektronien lukumäärälle energian funktiona. Käyrä A (Kurve A) saatiin geigerlaskimen avulla ja käyrä B (Kurve B) ionisaatiokammion avulla [Hon09]. Kuvassa on nähtävissä muutamia diskreettejä huippuja tai ”viivoja” jatkuvan energiaspektrin yläpuolella. Nämä ovat seurausta beetasäteilyn ulkopuolisista elektroneista, jotka joko beetasäteilyn elektronit tai radioaktiivisen lähteen gammasäteet ovat irrottaneet elektronikuoreltaan [Sut92].

Reaktion (2.3) lopputilassa on kaksi hiukkasta, protoni ja elektroni, joiden kesken reaktiossa vapautunut energia jakaantuu. Koska elektroni on protonia huomattavasti kevyempi, niin se saa suurimman osan liike-energiasta. Kahden lopputilahiukkasen tapauksessa elektronien liike-energia olisi siis muotoa [Har99]

$$E_k = [m_n - (m_p + m_e)]c^2. \quad (2.4)$$

Kuten kuvasta 2 nähdään, elektronien liike-energian keskiarvo on kuitenkin vain noin kolmasosa odotetusta loppupiste-energian arvosta. Beetahajoaminen näytti siten rikkovan energian säilymlakia, sillä osa energiasta vaikutti olevan kadoksissa.



**Kuva 2.** Skemaattinen kuva beetasäteilyn energiaspektristä [Har99]. Spektrin loppupiste-energia vastaa yhtälön (2.4) antamaa liike-energian arvoa.

Myös beetahajoamisen alku- ja lopputilan hiukkasten spinit eli sisäiset pyörimismäärät aiheuttivat ongelmia, kun reaktion lopputilassa oli vain kaksi hiukkasta. Reaktion alkutilassa olevan neutronin spin on  $\frac{1}{2}$ , kun taas reaktion lopputilassa olevien protonin (spin  $\frac{1}{2}$ ) ja elektronin (spin  $\frac{1}{2}$ ) kokonaisspin voi olla joko 1 tai 0, ei siis yhtä kuin  $\frac{1}{2}$ . [Har99] Beetahajoaminen vaikutti siis rikkovan myös pyörimismäärän säilymistä.

Ratkaisuehdotus näihin ongelmiin saatiin vuonna 1930, kun itävaltalainen fyysikko Wolfgang Pauli esitti, että beetahajoamisessa syntyisi protonin ja elektronin lisäksi myös kolmas hiukkanen, jota ei vielä toistaiseksi pystyttäisi havaitsemaan kokeellisesti [Pau00]. Kun reaktion lopputilassa olisi kolme hiukkasta, niin reaktion liike-energia pystyisi jakautumaan niiden kesken lukemattoman monella eri tapaa mahdollistaen täten beetasäteilyn jatkuvan energiaspektrin [Lil02].

Paulin mukaan tämä toistaiseksi tuntemattoman hiukkasen täytyisi olla sähköisesti neutraali, jotta varauksen säilymislaki ei rikkoutuisi, ja sillä tulisi olla hyvin pieni massa, koska beetahajoamisessa syntyneiden protonin ja elektronin kokonaisenergia vastasi lähes kaikkea hajonneen neutronin massaa [Ber99]. Pyörimismääräkin säilyisi, jos tämän hiukkasen spin olisi  $\frac{1}{2}$ .

Pauli nimesi postuloimansa hiukkasen alun perin neutroniksi, mutta kun James Chadwick löysi vuonna 1932 raskaan ja neutraalin ydinhiukkasen, jolle hän antoi myös nimen neutroni [Cha32], niin kahdella eri hiukkasella oli tällöin sama nimi. Tästä syystä italialainen fyysikko Enrico Fermi

ehdotti, että Paulin postuloimaa hiukkasta alettaisiin kutsua neutriinoksi [Giu07]. *Neutrino* nimittäin tarkoittaa italiaksi pieni ja neutraali kun taas *neutrone* suuri ja neutraali [LAn07].

Käydään lopuksi läpi muutamia neutriinoihin liittyviä historiallisia merkkipaaluja.

- Enrico Fermi pyrki ensimmäisenä kuvailemaan heikkoja vuorovaikutuksia muodostamalla vuonna 1934 beetahajoamisen teorian, joka nykyään tunnetaan nimellä Fermi-teoria. Kyseessä on heikkojen vuorovaikutusten kenttäteoria, joka perustuu neljän fermionin vuorovaikutukseen [Fer34a, Fer34b].
- Carl Anderson ja Seth Neddermayer löysivät myonin vuonna 1937 [Ned37]. Tämä löytö saattoi osaltaan auttaa leptonien sukupolven tai perheen käsitteen muodostumiseen.
- Konopinski ja Mahmoud esittelivät leptoniluvun  $L$  käsitteen vuonna 1953. Leptoniluku on  $+1$  leptoneille ja  $-1$  antileptoneille. Muille hiukkasille kuin leptoneille  $L = 0$  [Gri08].
- Lee ja Yang havaitsivat vuonna 1956, että pariteetti ei säily heikoissa vuorovaikutuksissa. Pariteettirikko havaittiin myöhemmin  $^{60}\text{Co}$ :n  $\beta$ -hajoamisessa [Lee56].
- Neutriinon kannalta ehkä kaikkein merkittävin koe tehtiin vuonna 1956, kun Clyde Cowan ja Frederik Reines havaitsivat ydinreaktorissa syntyneitä elektronin antineutriinoja tutkimalla reaktiota  $p + \bar{\nu}_e \rightarrow n + e^+$  [Ber99]. Tässä reaktiossa syntynyt positroni kohtasi nopeasti oman antihhiukkasensa elektronin, jolloin elektroni-positroni-annihilaation seurauksena syntyi kaksi vastakkaisiin suuntiin etenevää korkeaenergiaista fotonia. Neutriino puolestaan yhdistyi cadmium-atomiin neutronisieppauksen seurauksena. Cadmium-atomin purkaessa viritystilansa vapautui fotoneja, joiden havaitseminen muutamia mikrosekunteja elektroni-positroni-annihilaatiosta syntyneiden fotonien jälkeen todisti antineutriinon olemassaolon [Pat91]. Tästä löydöstä Reinesille myönnettiin fysiikan Nobel-palkinto vuonna 1995, (Cowan oli kuollut vuonna 1974) [Nob95].
- Vuonna 1957 italialainen fyysikko Bruno Pontecorvo esitti idean neutriinon massoista, sekoittumisesta ja oskilloinnista. Pontecorvo keksi myös käsitteen steriili neutriino eli neutriinon, joka ei tunne heikkoa vuorovaikutusta [Ber05].
- Samana vuonna Landau, Lee, Yang ja Salam muotoilivat niin kutsutun kaksikomponentti-teorian, jonka mukaan neutriinot ovat massattomia ja neutriinoilla on negatiivinen helisiteetti (spin ja liikemäärä ovat vastakkaiset), kun taas antineutriinoilla on positiivinen helisiteetti (spin ja liikemäärä ovat yhdensuuntaiset) [Giu07].
- Vuonna 1962 Leon Lederman, Melvin Schwartz ja Jack Steinberg suorittivat BNL:ssä (Brookhaven National Laboratory) kokeen, jossa he halusivat selvittää olisiko pionin

hajoamisessa  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  syntyvä neutriino  $\nu_\mu$  sama kuin elektronin neutriino  $\nu_e$ . Kokeessa havaittiin, että kyseessä oli erityyppinen neutriino, jolle annettiin myöhemmin nimi myonin neutriino [Bil10].

- Tärkeä merkkipaalu heikkojen vuorovaikutusten teorialle saavutettiin vuonna 1967, kun Steven Weinberg ja Abdus Salam kehittivät hiukkasfysiikan standardimallin liittämällä Higgsin mekanismin Sheldon Glashow'n kehittämään sähköheikkoon teoriaan [Giu07].
- Niin sanottu Auringon neutriinomysteeri sai alkunsa 1960-luvun lopussa tehdyssä Homestake-kokeessa, jossa tutkittiin Auringossa syntyneitä elektronin neutriinoja. Mittauksissa huomattiin, että ainoastaan kolmasosa Auringon toimintaa kuvaavien mallien ennustamasta elektronin neutriinojen lukumäärästä kyettiin havaitsemaan [BNL].
- 1900-luvun loppupuolella löydettiin useita heikkoihin vuorovaikutuksiin osallistuvia hiukkasia, lomo-kvarkki  $c$  (1974) [Aub74], tau-leptoni  $\tau$  (1975) [Per75], pohja-kvarkki  $b$  (1977) [Blo69, Bre69],  $W$ - ja  $Z$ -bosonit (1983) [Aub83; Arn83], huippu-kvarkki  $t$  (1995) [Abe95, Ara95] ja taun neutriino (2000) [Fermilab].
- Vuonna 1987 useat neutriinoilmaisimet havaitsivat neutriinoja supernovasta SN1987A. Tästä sai alkunsa neutriinojen hyödyntäminen astronomiassa [Ber99].
- Eri neutriinotyyppien lukumääräksi vahvistui täsmälleen kolme vuonna 1989 CERNin LEP-törmäyttimellä tehdyssä kokeessa [ALEPH].
- Ensimmäinen vahva näyttö neutriinojen oskillaatiosta saatiin vuonna 1998 [Fuk98], kun japanilaisella neutriinoilmaisimella Super-Kamiokande saatiin havaintoja ilmakehässä kosmisen säteilyn seurauksena syntyvien myonin neutriinojen muuttumisesta taun neutriinoiksi.
- Ensimmäinen suora todiste neutriino-oskillaatiosta saatiin puolestaan vuonna 2001 SNO:ssa (Sudbryn Neutrino Observatory) Kanadassa [Ahm01]. Kyseisessä kokeessa havaittiin Auringosta tulevan kaikkia neutriinojen kolmea eri tyyppiä, vaikka Auringon toimintaa kuvaavien mallien perusteella Auringon ydinreaktioissa syntyy ainoastaan elektronin neutriinoja [Hax12]. Auringon neutriinomysteeri ratkesi siis sillä, että osa elektronin neutriinoista muuttuu joko myonin tai taun neutriinoiksi matkallaan Maahan.

## 2.2 Neutriinojen ominaisuuksia

Neutriinot ovat maailmankaikkeuden toiseksi yleisimpiä hiukkasia fotonien jälkeen [Ice1], ja niitä syntyy erilaisissa ydinreaktioissa. Maan ulkopuolisia lähteitä ovat muun muassa tähdet, supernovat ja supernovajäänteet. Auringon fuusioreaktioissa neutriinoja syntyy pääasiassa protoni-protoni-

ketjun eri vaiheissa. Pelkästään Auringossa syntyneiden neutriinon vuo on Maassa  $6,5 \times 10^{14} \text{ 1/m}^2\text{s}$ , toisin sanoen joka sekunti 650 biljoonaa neutriinoa kulkee neliömetrin kokoisen alueen läpi Maassa [Ber99]. Maassa neutriinoja syntyy luonnollisesti sekä ilmakehässä että maaperässä radioaktiivisten aineiden beetahajoamisissa. Ilmakehän radioaktiiviset hiukkaset syntyvät ulkoavaruudesta tulevan kosmisen säteilyn ja ilmakehän atomien vuorovaikutuksen seurauksena. Ihmisen toiminnan seurauksena neutriinoja syntyy hiukkaskiihdyttimissä ja erityisesti ydinreaktoreissa.

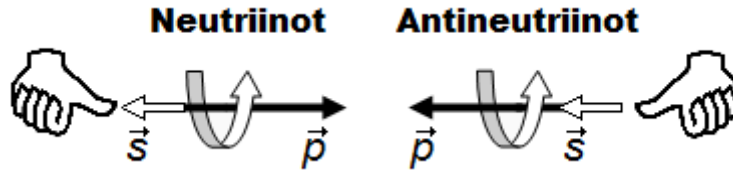
Neutriinot ovat sähköisesti neutraaleja spin- $\frac{1}{2}$  hiukkasia eli fermioneja [Har99]. Z-bosonin eliniän mittauksissa heikon vuorovaikutuksen tuntevia eri neutriinotyyppiä on vahvistettu olevan täsmälleen kolme. [ALEPH]. Nämä kolme tyyppiä eli makua ovat elektronin neutriino  $\nu_e$ , myonin neutriino  $\nu_\mu$  ja taun neutriino  $\nu_\tau$ . Jos neutriinot ovat omia antihiukkasiaan, neutriinot ovat niin sanottuja Majorana-hiukkasia [Giu07]. Jos taas neutriinot ja antineutriinot ovat eri hiukkasia, niin neutriinot ovat Dirac-hiukkasia. Toistaiseksi ei kuitenkaan olla varmoja siitä, kumpi vaihtoehto on oikea. Mahdollisen neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen havaitseminen toisi ratkaisun ongelmaan, sillä se on mahdollinen vain Majorana-hiukkasille [Giu07]. Neutriinon antihiukkasista käytetään nimitystä antineutriinot ja niitä ovat elektronin antineutriino  $\bar{\nu}_e$ , myonin antineutriino  $\bar{\nu}_\mu$  ja taun antineutriino  $\bar{\nu}_\tau$ . Hiukkasfysiikan standardimallissa neutriinot ja antineutriinot jaetaan muiden leptonien tavoin kolmeen sukupolveen [Mar99]:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

$$\begin{pmatrix} e^+ \\ \bar{\nu}_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu^+ \\ \bar{\nu}_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau^+ \\ \bar{\nu}_\tau \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Neutriinot on esitetty yllä Dirac-hiukkasina. Tapauksessa, jossa neutriinot ovat Majorana-hiukkasia, neutriinoille käytetään merkintää  $\nu_{eL}^M$ ,  $\nu_{\mu L}^M$  ja  $\nu_{\tau L}^M$  ja antineutriinoille puolestaan  $\nu_{eR}^M$ ,  $\nu_{\mu R}^M$  ja  $\nu_{\tau R}^M$ . Alaindeksit  $L$  ja  $R$  viittaavat neutriinon kätisyyteen, sillä neutriinot ovat vasenkätisiä ja antineutriinot oikeakätisiä.

Niin kutsutussa neutriino-oskillaatioissa neutriinot voivat muuttua tyypistä toiseen [Giu07]. Tämä on mahdollista, koska avaruudessa etenevät neutriinot ovat superpositioita eri makuista. Neutriino-oskillaatiota käsitellään tarkemmin luvuissa 2.5 ja 3.2. Neutriinon oskillaatioon materiaassa liittyy niin sanottu MSW-efekti, joka on tärkeä aurinko-neutriinon käyttäytymiselle [Giu07].



**Kuva 3.** Neutriinon ja antineutriinon helisiteetit. Helisiteetti kuvaa hiukkasen spinin  $\vec{s}$  komponenttia hiukkasen liikemäärän  $\vec{p}$  suunnassa [Har99]. Kun spinin ja liikemäärän suunnat ovat vastakkaiset (yhdensuuntaiset), helisiteetti on negatiivinen  $-1$  (positiivinen  $+1$ ) ja hiukkasen sanotaan olevan vasenkätinen (oikeakätinen).

Tähän päivään mennessä tehdyissä kokeissa on kyetty havaitsemaan ainoastaan vasenkätisiä neutriinoja  $\nu_L$  ja oikeakätisiä antineutriinoja  $\bar{\nu}_R$ . Tämä rikkoo sekä C- että P-invarianssia, jotka vaativat, että neutriinoilla ja antineutriinoilla on oltava identtiset heikot vuorovaikutukset. C-muunnoksessa vasenkätisestä neutriinosta tulee vasenkätinen antineutriino  $\bar{\nu}_L$  ja P-muunnoksessa oikeakätinen neutriino  $\nu_R$ , joita kumpaakaan ei kuitenkaan ole havaittu luonnossa. Sen sijaan CP-invarianssin suhteen ei ole samoja ongelmia, sillä CP-muunnoksessa vasenkätisestä neutriinosta tulee oikeakätinen antineutriino  $\bar{\nu}_R$  [Mar99]. Eri muunnoksien vaikutukset vasenkätiseen neutriinon on koottu kuvaan 4.

$$\nu_L \xrightarrow{C} \bar{\nu}_L \quad \nu_L \xrightarrow{P} \nu_R \quad \nu_L \xrightarrow{CP} \bar{\nu}_R$$

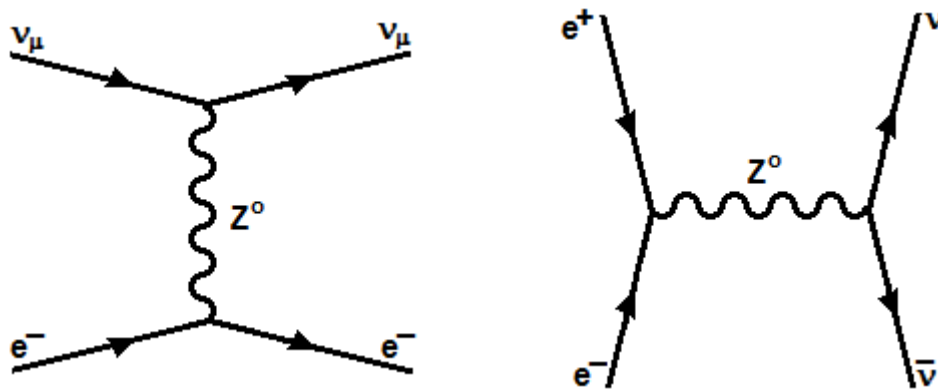
**Kuva 4.** C-, P- ja CP-muunnoksien vaikutukset vasenkätiseen neutriinon  $\nu_L$  [Mar99]. Kuvan hiukkasista ainoastaan  $\nu_L$  ja  $\bar{\nu}_R$  on havaittu luonnossa.

Hiukkasfysiikan standardimallin mukaan neutriinot ovat massattomia, mutta nykyään kun monet kokeet ovat vahvistaneet neutriino-oskillaation olemassaolon, neutriinoilla tiedetään olevan pieni, alle yhden elektronivoltin luokkaa oleva massa, sillä muuttuminen mausta toiseen on mahdollista vain massallisille hiukkasille [Giu07]. Tämä on antanut syyn olettaa, että hiukkasfysiikan standardimalli nykyisellään on erikoistapaus jostakin toistaiseksi tuntemattomasta, laajemmasta hiukkasfysiikan teoriasta. Neutriinon ja muiden hiukkasten uskotaan saavan massansa niin sanotun Higgsin mekanismin välityksellä [Giu07]. Neutriinon massaa on pyritty selittämään myös lisäämällä oikeakätiset neutriinot hiukkasfysiikan standardimalliin [Gar08][Aok08]. See-saw mekanismi puolestaan selittää neutriinon pienen massan [Giu07].

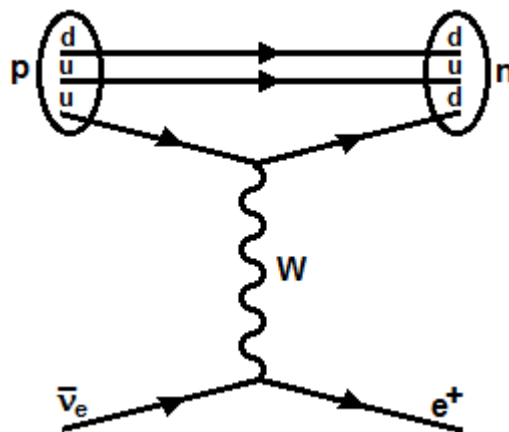
Neutriinon massaspektrillä on kolme eri vaihtoehtoa [Giu07], normaalihierarkkinen (NH)  $m_1 < m_2 < m_3$ , käänteishierarkkinen (IH)  $m_3 < m_1 \cong m_2$  ja kvasidegeneroitunut (QD)

massaspektri, jossa kaikilla neutriinoilla on likipitään sama massa,  $m_1 \cong m_2 \cong m_3$ . Toistaiseksi ei olla varmoja siitä, mikä on neutriinon massaspektrin luonne.

Sähköisesti neutraaleina hiukkasina neutriinot eivät tunne sähkömagneettista vuorovaikutusta, vaan ne vuorovaikuttavat muun materian kanssa heikon vuorovaikutuksen välityksellä (ja vähäisessä määrin myös gravitaation välityksellä). Heikon vuorovaikutuksen välittäjähiukkasina toimivat sähköisesti neutraali  $Z^0$ -bosoni ja varatut  $W^\pm$ -bosonit.  $Z^0$ -bosonin välittämiä reaktioita kutsutaan neutraalin virran välittämiksi reaktioiksi kun taas  $W^\pm$ -bosonien välittämiä reaktioita kutsutaan varatun virran välittämiksi reaktioiksi [Ber99]. Neutriinon vuorovaikutuksia muun materian kanssa voidaan kuvata Feynmanin diagrammeilla, jotka on esitetty kuvissa 5 ja 6.



**Kuva 5.** Neutraalin virran Feynmanin diagrammit. Vasemmassa diagrammissa on kuvattu reaktio  $\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-$  ja oikealla puolestaan reaktio  $e^+ + e^- \rightarrow \nu + \bar{\nu}$  [Ber99].



**Kuva 6.** Varattujen virtojen Feynmanin diagrammi reaktiolle  $p + \bar{\nu}_e \rightarrow n + e^+$  [Ber99]. Diagrammissa on esitetty myös protonin  $p$  ( $duu$ ) ja neutronin  $n$  ( $dud$ ) kvarkkikoostumus.

Hiukkasen kantama on keskimääräinen etäisyys, jonka hiukkanen etenee ennen kuin se kohtaa toisen hiukkasen [Mar99]. Vuorovaikutuksen kantama vastaa kyseisen vuorovaikutuksen

välittäjähiukkasen eli bosonin kantamaa. Koska heikon vuorovaikutuksen välittäjähiukkaset ovat erittäin raskaita ( $M_W = 80,3 \text{ GeV}$  ja  $M_Z = 91,2 \text{ GeV}$ ), on heikon vuorovaikutuksen kantama  $R$  erittäin lyhyt [Mar99]:

$$R_W = \frac{\hbar}{M_W c} \approx 2 \times 10^{-3} \text{ fm} . \quad (2.7)$$

Tästä on seurauksena se, että neutriinot vuorovaikuttavat muun materian kanssa äärimmäisen heikosti. Jopa niin heikosti, että ne voivat kulkea vaivatta maapallon läpi vuorovaikuttamatta juurikaan Maan atomien ja hiukkasten kanssa. Tästä on sekä hyötyä että haittaa. Toisaalta neutriinot voivat tuoda informaatiota hyvinkin kaukaisista astronomisista kohteista kuten supernovista, mutta toisaalta se tekee neutriinon havaitsemisesta äärimmäisen haasteellisen.

Neutriinon havaitseminen vaatii joko suurta neutriinovuota tai massiivisia neutriinoilmaisimia. Tällä hetkellä neutriinon havaitseminen perustuu radiokemiaan [GNO], Tsherenkovin säteilyyn [Ice2], tuikeilmaisimiin (skintillaatioon) [Bor], nestemäiseen argoniin [Ica] ja ydinemulsioon [Ope]. Suunnitteilla on myös ilmaisimia, jotka tulevat perustumaan puolijohteisiin [Phi11] ja supranesteeseen (erittäin alhaisessa lämpötilassa olevaan heliumiin) [HERON].

## 2.3 Neutriinon sekoittuminen

Neutriinon sekoittumisella tarkoitetaan sitä, että neutriinon maun ja massan ominaistilat eivät vastaa toisiaan. Neutriinon maun ominaistilat  $|\nu_e\rangle$ ,  $|\nu_\mu\rangle$ , ja  $|\nu_\tau\rangle$  esiintyvät heikon vuorovaikutuksen mittasymmetrisessä Lagrangen funktiossa, kun taas massan ominaistilat  $|\nu_1\rangle$ ,  $|\nu_2\rangle$ , ja  $|\nu_3\rangle$  vastaavat avaruuden tyhjiössä eteneviä fysikaalisia neutriinoja, joilla on tietty mitattavissa oleva massa [Giu07].

Maun ominaistilat  $|\nu_k\rangle$  ( $k = e, \mu, \tau$ ) ovat kytköksissä massan ominaistiloihin  $|\nu_i\rangle$  ( $i = 1, 2, 3$ ) seuraavasti [Giu07]:

$$|\nu_k\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{ki}^* |\nu_i\rangle , \quad (2.8)$$

jossa  $U$  on niin sanottu neutriinon sekoitusmatriisi, joka parametrizoi neutriinon sekoittumista.  $U$ :sta käytetään myös nimityksiä Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata-matriisi (PMNS-matriisi), Maki-Nakagawa-Sakata-matriisi (MNS-matriisi) tai leptonien sekoitusmatriisi. Tämän matriisin kehittivät vuonna 1962 Ziro Maki, Masami Nakagawa ja Schoichi Sakata selittääkseen italialaisen



fyysikon Bruno Pontecorvon vuonna 1957 ennustamia neutriino-oskillaatioita. Neutriinujen sekoitusmatriisin  $U$  rakenne johdetaan seuraavassa kappaleessa.

Neutriinujen sekoitusmatriisi  $U$  on unitaarinen ja kompleksinen  $n \times n$  matriisi. Yleisesti ottaen kompleksisilla  $n \times n$  matriiseilla on  $2n^2$  vapausastetta eli riippumatonta muuttujaa, mutta  $U$ :n unitaarisuusehdot

$$\sum_k U_{ik}^\dagger U_{ki} = 1 \quad (n \text{ ehtoa}), \quad (2.9)$$

$$\sum_k U_{ik}^\dagger U_{kj} = 0 \quad (i \neq j) \quad (n(n-1) \text{ ehtoa}) \quad (2.10)$$

vähentävät sen vapausasteita niin, että  $U$ :ssa on kaiken kaikkiaan  $2n^2 - [n + n(n-1)] = n^2$  riippumatonta parametria. Kolmen neutriinon ( $n = 3$ ) tapauksessa näitä riippumattomia parametreja on siis yhdeksän, joista kaikki eivät kuitenkaan ole fysikaalisia eli mitattavia suureita. Kun varattujen leptonien kentät määritellään uudestaan, niin sekoitusmatriisin ensimmäisen sarakkeen elementeistä saadaan reaalisia, mikä poistaa  $n$  vaihetta sekoitusmatriisista  $U$ . Jokaista koordinaattitasoa vastaa rotaatiokulma, kaiken kaikkiaan  $\frac{1}{2}n(n-1)$  rotaatiokulmaa. Loput parametreista ovat vaiheita. Fysikaalisten vaiheiden lukumäärä riippuu nyt siitä, ovatko neutriinot Dirac- vai Majorana-hiukkasia.

Jos neutriinot ovat Dirac-hiukkasia, niin niiden vaiheille voidaan tehdä vaihemuunnos. Fysikaalisten vaiheiden lukumäärä on siten  $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ :

$$\underbrace{n^2 - \frac{1}{2}n(n-1)}_{\text{rotaatiokulmat}} \quad \overbrace{-n - (n-1)}^{\text{epäfysikaaliset vaiheet}} = \frac{1}{2}(n-1)(n-2). \quad (2.11)$$

Jos neutriinot ovat Majorana-hiukkasia, niin neutriinoiden vaiheille ei voida tehdä vaihemuunnosta, joten fysikaalisia vaiheita on  $(n-1)$  kappaletta enemmän kuin Dirac-neutriinon tapauksessa, eli yhteensä  $\frac{1}{2}n(n-1)$ :

$$\frac{1}{2}(n-1)(n-2) + (n-1) = \frac{1}{2}n(n-1). \quad (2.12)$$

Kolmen neutriinosukupolven ( $n = 3$ ) tapauksessa saadaan siten:

Dirac-neutriinot:  $\frac{1}{2}n(n-1) = 3$  rotaatiokulmaa ja

$\frac{1}{2}(n-1)(n-2) = 1$  vaihe.

Majorana-neutriinot:  $\frac{1}{2}n(n-1) = 3$  rotaatiokulmaa ja

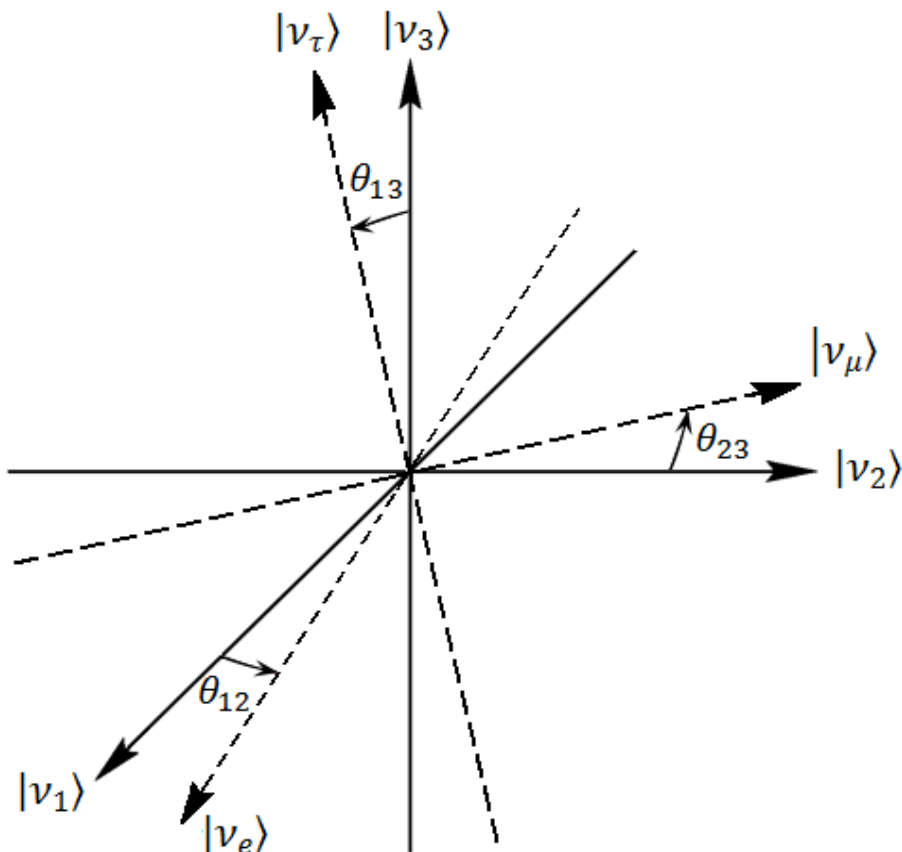
$$\frac{1}{2}n(n-1) = 3 \quad \text{vaihetta.}$$

## 2.4 Neutriinojen sekoitusmatriisin parametrisointi

Neutriinojen sekoittumisen takia neutriinojen massan ja maun ominaistilat eivät vastaa toisiaan, jolloin massan ja maun ominaistilojen virittämät vektoriavaruudetkaan eivät vastaa toisiaan. Kuten edellisessä kappaleessa todettiin, neutriinojen massan  $|v_i\rangle$  ja maun  $|v_k\rangle$  ominaistilojen välillä vallitsee yhteys

$$|v_k\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{ik}^* |v_i\rangle. \quad (2.13)$$

Neutriinojen sekoitusmatriisi on siis rotaatiomatriisi, joka kuvaa sitä, miten neutriinojen tilavektorit muuttuvat, kun siirrytään massan ominaistilojen virittämästä vektoriavaruudesta maun ominaistilojen virittämään vektoriavaruuteen.



**Kuva 7.** Tilavektorien  $|v_1\rangle$ ,  $|v_2\rangle$  ja  $|v_3\rangle$  rotaatio kolmiulotteisessa avaruudessa.

Siirtyminen kolmiulotteisesta vektoriavaruudesta toiseen tapahtuu tekemällä kolme Eulerin rotaatiota vastapäivään kunkin akselin suhteen. Jokaiseen rotaatioon liittyy rotaatiokulma, joita on kolmiulotteisessa tapauksessa tietenkin kolme (kuva 7). Nämä rotaatiokulmat parametrisoivat

vaiheiden ohella neutriinujen sekoitusmatriiseja. Matemaattisesti jokaista rotaatiota voidaan kuvata rotaatiomatriiseilla, jotka kolmiulotteisessa tapauksessa ovat [RotMat]:

$$R_1(\theta_{23}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

$$R_2(\theta_{13}) = \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & -\sin \theta_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_{13} & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

$$R_3(\theta_{12}) = \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

Suoritetaan ensin rotaatio vektorin  $|v_3\rangle$  ympäri kulman  $\theta_{12}$  verran. Vektorit muuntuvat täten seuraavasti:

$$\begin{aligned} |v'_1\rangle &= \cos \theta_{12} |v_1\rangle + \sin \theta_{12} |v_2\rangle \\ |v'_2\rangle &= -\sin \theta_{12} |v_1\rangle + \cos \theta_{12} |v_2\rangle, \\ |v'_3\rangle &= |v_3\rangle \end{aligned} \quad (2.17)$$

eli matriisimuodossa

$$\begin{pmatrix} |v'_1\rangle \\ |v'_2\rangle \\ |v'_3\rangle \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{U_{12}} \begin{pmatrix} |v_1\rangle \\ |v_2\rangle \\ |v_3\rangle \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

Suoritetaan sitten rotaatio vektorin  $|v'_2\rangle$  ympäri kulman  $\theta_{12}$  verran. Tällä kertaa vektorien muunnokseen tulee mukaan vaihe  $\delta$ , joka liittyy kolmannen perheen vektorin rotaatioon. Rotaation seurauksena saadaan nyt:

$$\begin{aligned} |v''_1\rangle &= \cos \theta_{13} |v'_1\rangle + e^{-i\delta} \sin \theta_{13} |v'_3\rangle \\ |v''_2\rangle &= |v'_2\rangle \\ |v''_3\rangle &= -e^{-i\delta} \sin \theta_{13} |v'_1\rangle + \cos \theta_{13} |v'_3\rangle \end{aligned} \quad (2.19)$$

ja sama matriisimuodossa:

$$\begin{pmatrix} |v_1''\rangle \\ |v_2''\rangle \\ |v_3''\rangle \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & e^{-i\delta} \sin \theta_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{-i\delta} \sin \theta_{13} & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix}}_{U_{13}} \begin{pmatrix} |v_1'\rangle \\ |v_2'\rangle \\ |v_3'\rangle \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Suoritetaan lopuksi vielä rotaatio vektorin  $|v_1''\rangle$  ympäri kulman  $\theta_{23}$  verran, jolloin saadaan

$$\begin{aligned} |v_1''' \rangle &= |v_1'' \rangle \\ |v_2''' \rangle &= \cos \theta_{23} |v_2'' \rangle + \sin \theta_{23} |v_3'' \rangle \\ |v_3''' \rangle &= -\sin \theta_{23} |v_2'' \rangle + \cos \theta_{23} |v_3'' \rangle \end{aligned} \quad (2.21)$$

eli matriisimuodossa:

$$\begin{pmatrix} |v_1''' \rangle \\ |v_2''' \rangle \\ |v_3''' \rangle \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix}}_{U_{23}} \begin{pmatrix} |v_1'' \rangle \\ |v_2'' \rangle \\ |v_3'' \rangle \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Kaiken kaikkiaan on siis

$$|v_i''' \rangle = U_{12} U_{13} U_{23} |v_i \rangle = U |v_i \rangle, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2.23)$$

Suorittamalla yllä oleva matriisien kertolasku saadaan standardi parametrisointi neutriinujen sekoitusmatriisille [Ber12]:

$$\begin{aligned} U &= U_{23} U_{13} U_{12} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & e^{-i\delta} \sin \theta_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{-i\delta} \sin \theta_{13} & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.24)$$

jossa  $s_{ik} \equiv \sin \theta_{ik}$  ja  $c_{ik} \equiv \cos \theta_{ik}$ , kun  $i, k = 1, 2, 3$ . Rotaatiokulmista käytetään myös nimitystä sekoituskulmat, ja ne voivat saada seuraavia arvoja:

$$0 \leq \theta_{12} \leq \pi, \quad 0 \leq \theta_{13} \leq \pi, \quad 0 \leq \theta_{23} \leq \pi, \quad (2.25)$$

kun taas  $\delta$  voi saada arvoja

$$0 \leq \delta \leq 2\pi . \quad (2.26)$$

Edellä oleva neutriinoiden sekoitusmatriisin parametrisaatio vastaa tapausta, jossa neutriinot ovat Dirac-hiukkasia. Majorana-neutriinoiden tapauksessa neutriinoiden sekoitusmatriisiin liittyy lisäksi matriisi  $D^M$ , joka sisältää Majorana-vaiheet  $\lambda_2$  ja  $\lambda_3$ :

$$D^M = \begin{pmatrix} e^{i\lambda_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\lambda_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\lambda_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\lambda_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\lambda_3} \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

Vaihe  $\lambda_1$  voidaan valita nolllaksi, sillä vain suhteelliset vaiheet ovat fysikaalisia. Jos neutriinot ovat Dirac-hiukkasia, pätee  $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$ , jolloin  $D^M$  on yksikkömatriisi. Majorana-neutriinoiden tapauksessa sekoitusmatriisi kirjoitetaan muodossa

$$U = U^D \cdot D^M \\ = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\lambda_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\lambda_3} \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

jossa  $\delta = 0$  ja matriisi  $U^D$  vastaa sekoitusmatriisia  $U$  parametrisaatiossa (2.24).

Sekoituskulmien kokeelliset arvot [Fog12, An12, Šim12] ovat seuraavat:

$$\sin^2 \theta_{12} = 0,307^{+0,018}_{-0,016}, \quad (2.29)$$

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0,092 \pm 0,016 \text{ (stat)} \pm 0,005 \text{ (syst)}, \quad (2.30)$$

$$\sin^2 \theta_{23} = 0,50^{+0,07}_{-0,06}. \quad (2.31)$$

## 2.5 Neutriino-oskillaatio

Neutriino-oskillaatio on italialaisen fyysikon Bruno Pontecorvon vuonna 1957 [FNAL] ennustama kvanttimekaaninen ilmiö, jossa eri neutriinomaut voivat muuttua toisikseen. Neutriino-oskillaatio on seurausta neutriinoiden sekoittumisesta eli siitä, että neutriinoiden makujen ja massan ominaistilat eivät vastaa toisiaan.

Johdetaan nyt siirtymätodennäköisyyden lauseke, joka kuvaa sitä, millä todennäköisyydellä maun  $l$  neutriino muuttuu maun  $k \neq l$  neutriinoksi. Lähdetään liikkeelle siitä, että neutriinojen massatilat ovat Hamiltonin funktion ominaistiloja [Giu07]:

$$H|v_i\rangle = E|v_i\rangle. \quad (2.32)$$

Kun neutriinot etenevät vapaasti tyhjiössä, niiden energia on muotoa

$$E_i = \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^2}. \quad (2.33)$$

Schrödingerin yhtälöstä

$$i \frac{d}{dt} |v_i(t)\rangle = H|v_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |v_i(t)\rangle \quad (2.34)$$

seuraa, että neutriinojen tilat kehittyvät tasoaaltolina ajan kuluessa.

Neutriinot syntyvät heikon vuorovaikutuksen prosesseissa makutilana

$$|v_l(t=0)\rangle = |v_l\rangle, \quad (2.35)$$

joka on koherentti summa massan ominaistiloista. Tämä tila kehittyy ajan funktiona seuraavasti:

$$|v_l(t)\rangle = \sum_i U_{li}^* e^{-iE_i t} |v_i\rangle. \quad (2.36)$$

Yhtälöstä

$$|v_l\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{li}^* |v_i\rangle \quad (2.37)$$

seuraa, että

$$|v_i\rangle = \sum_l (U^T)_{il} |v_l\rangle = \sum_l U_{li} |v_l\rangle. \quad (2.38)$$

Sijoittamalla tämä yhtälöön (2.36) saadaan

$$|v_l(t)\rangle = \sum_{k=e,\mu,\tau} \left( \sum_i U_{li}^* e^{-iE_i t} U_{ki} \right) |v_k\rangle. \quad (2.39)$$

Täten tila, joka on puhdas makutila  $|v_l\rangle$  syntyessään ( $t = 0$ ), kehittyy superpositioksi eri makutiloista ajan kuluessa:

$$|v_l(t)\rangle = \sum_k a_{lk}(t) |v_k\rangle = \sum_k \langle v_k | v_l(t) \rangle |v_k\rangle. \quad (2.40)$$

Vakio  $a_{lk}(t)$  on todennäköisyysamplitudi sille, että hetkellä  $t$  löydetään makutila  $|v_k\rangle$ . Nyt amplitudi siirtymälle  $v_l \rightarrow v_k$  hetkellä  $t$  on:

$$\mathcal{A}_{v_l \rightarrow v_k}(t) \equiv \langle v_k | v_l(t) \rangle = \sum_i U_{li}^* U_{ki} e^{-iE_i t}. \quad (2.41)$$

Siirtymätodennäköisyys on siten

$$P_{v_l \rightarrow v_k}(t) = |\mathcal{A}_{v_l \rightarrow v_k}(t)|^2 = \sum_{i,j} U_{li}^* U_{ki} U_{lj} U_{kj}^* e^{-i(E_i - E_j)t}. \quad (2.42)$$

Ultrarelativistisille, eli lähes valonnopeudella liikkuville, neutriinoille pätee:

$$E_i = \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^2} \approx E + \frac{m_i^2}{2E}, \quad (2.43)$$

jossa  $E = |\vec{p}|$ . Siten energioiden erotukselle on

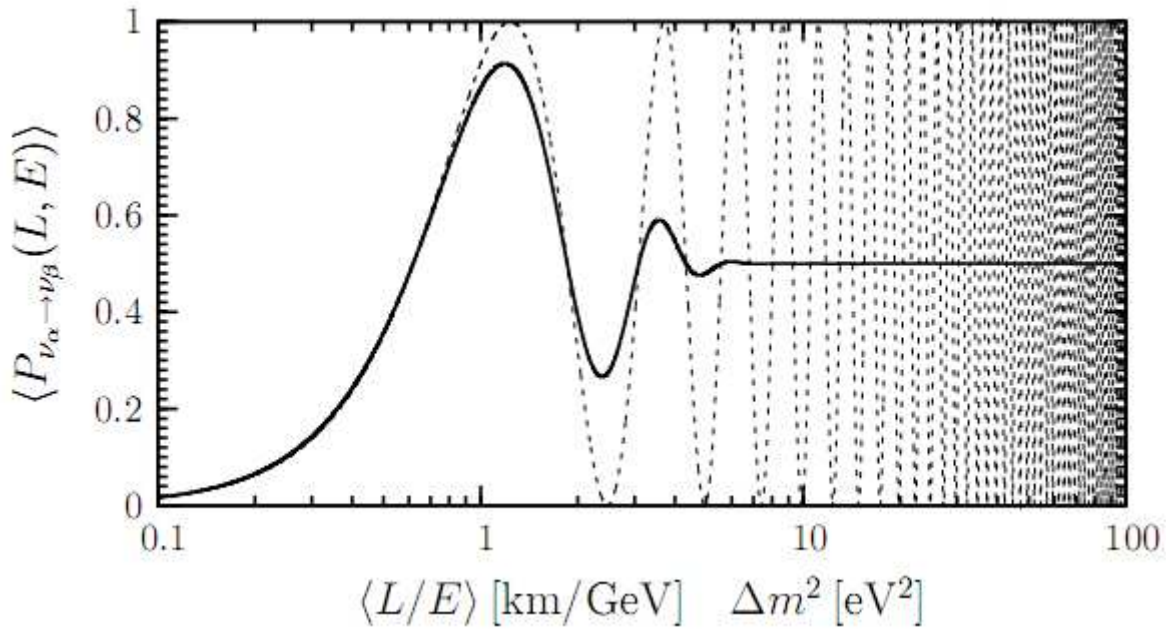
$$E_i - E_j \cong \frac{m_i^2 - m_j^2}{2E} = \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E}. \quad (2.44)$$

Ultrarelativistisille neutriinoille matka, jonka ne kulkevat ajassa  $t$ , on  $L \cong t$ , joten siirtymätodennäköisyys voidaan esittää muodossa

$$P_{v_l \rightarrow v_k}(L, E) = \sum_{i,j} U_{li}^* U_{ki} U_{lj} U_{kj}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right). \quad (2.45)$$

Yllä olevasta lausekkeesta nähdään, että siirtymätodennäköisyys on funktio lähteen ja ilmaisimen välisestä etäisyydestä  $L$  ja neutriinojen energiasta  $E$ . Käytännössä siirtymätodennäköisyyttä on kuitenkin mahdotonta mitata oskillaatiokokeissa tarkoilla  $L$ :n ja  $E$ :n arvoilla, koska esimerkiksi lähteessä syntyneillä neutriinoilla ei ole mitään tiettyä energiaa, vaan jokin energiajakauma [Giu07]. Näin ollen oskillaatiokokeissa on käytännöllisempää mitata keskimääräistä siirtymätodennäköisyyttä  $\langle P_{v_l \rightarrow v_k}(L, E) \rangle$ , joka lasketaan käyttämällä hyväksi etäisyyden  $\langle L \rangle$  ja

energian  $\langle E \rangle$  jakaumia. Kuvassa 8 on esitetty keskimääräinen siirtymätodennäköisyys kahden neutriinosukupolven approksimaatiossa.



**Kuva 8.** Siirtymätodennäköisyys  $\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) \rangle$  tulon  $\langle L/E \rangle \Delta m^2$  funktiona kahden neutriinosukupolven approksimaatiossa [Giu07]. Yhtenäinen viiva vastaa keskimääräistä siirtymätodennäköisyyttä, kun taas katkoviiva siirtymätodennäköisyyttä, josta ei ole laskettu keskiarvoa.

Siirtymätodennäköisyyden kahden peräkkäisen maksimin välinen etäisyys on niin sanottu oskillointipituus

$$L_{kj}^{osc} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{kj}^2}. \quad (2.46)$$

Kun neliölliselle massaerolle  $\Delta m^2$  ja energijakaumalle  $\langle E \rangle$  asetetaan tietyt arvot, keskimääräinen siirtymätodennäköisyys kuvassa 8 on arviolta etäisyysjakauman  $\langle L \rangle$  funktio. Kuvasta 8 nähdään, että keskimääräinen siirtymätodennäköisyys käyttäytyy kuten siirtymätodennäköisyys, josta ei ole laskettu keskiarvoa, kun  $\langle L \rangle < L^{osc}$ . Suuremmilla etäisyyksillä keskimääräisen siirtymätodennäköisyyden oskillointi vaimenee, jolloin  $\langle P(L, E) \rangle$  asettuu arvoon 0,5.



## 3. CP-symmetriaa rikkovan vaiheen määrittäminen

### 3.1 CP-symmetrian rikkoutuminen

Varauskonjugointimuunnos (C) muuttaa hiukkasen omaksi antihiukkasekseen muuttamalla hiukkasen varauksen päinvastaiseksi, kun taas pariteettimuunnos (P) peilaa hiukkasen paikkakoordinaatit origon suhteen. Pariteettimuunnos kääntää hiukkasen liikemäärän vastakkaiseksi jättäen kuitenkin spinin muuttumattomaksi, jolloin vasenkätisestä hiukkasesta tulee oikeakätinen hiukkanen [Mar99]. Vasenkätisten neutriinoiden varauskonjugointi- ja pariteettimuunnokset ovat:

$$\nu_L \xrightarrow{C} \bar{\nu}_L, \quad (3.1)$$

$$\nu_L \xrightarrow{P} \nu_R. \quad (3.2)$$

Erityisesti hiukkasfysiikassa muunnossymmetriat ja säilymislait liittyvät toisiinsa. Tilanteesta, jossa fysiikan lait ovat samat sekä hiukkasille että antihiukkasille, käytetään nimitystä C-symmetria. Vastaavasti tilanteesta, jossa fysiikan lait säilyvät muuttumattomina pariteettimuunnoksessa, käytetään nimitystä P-symmetria. Heikkojen vuorovaikutusten on todettu rikkovan sekä C- että P-symmetriaa, sillä tähän päivään mennessä tehdyissä kokeissa on kyetty havaitsemaan ainoastaan vasenkätisiä neutriinoja  $\nu_L$  ja oikeakätisiä antineutriinoja  $\bar{\nu}_R$  [Mar99], kuten aikaisemmin jo todettiin.

CP-symmetria on tulo C-symmetriasta eli varauskonjugointisymmetriasta ja P-symmetriasta eli pariteettisymmetriasta, ja se voi pitää paikkansa vaikka C- ja P-symmetria rikkoutuisivat [Mar99]. CP-muunnoksessa vasenkätisestä neutriinosta tulee oikeakätinen antineutriino [Giu07]

$$\nu_L \xrightarrow{CP} \bar{\nu}_R. \quad (3.3)$$

Myös CP-symmetria rikkoutuu heikoissa vuorovaikutuksissa ja sen uskotaan olevan seurausta sekoitusmatriisissa olevasta fysikaalisesta vaiheesta [Eid04]. CP-symmetria säilyy vain, kun  $\delta = 0$  tai  $\pi$ , jolloin  $e^{-i\delta} \equiv \cos \delta - i \sin \delta = \pm 1$ . Täten CP-symmetria säilyy, jos ja vain jos neutriinoiden sekoitusmatriisi on reaalinen [Bil10]

$$U = U^* \quad \Leftrightarrow \quad \text{CP - symmetria säilyy.} \quad (3.4)$$

CP-symmetrian rikkoutuminen eli CP-rikko havaittiin ensimmäistä kertaa kokeellisesti vuonna 1964 neutraalien kaonien eli K-mesonien hajoamisissa [Mar99, Chr64]. Neutraalien kaonien pääasiallisia hajoamismodeja ovat [Mar99]

$$K_L^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0 \quad (0,21), \quad (3.5)$$

$$K_L^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \quad (0,13), \quad (3.6)$$

$$K_L^0 \rightarrow \pi^\pm + l^\pm + \bar{\nu}_l(\nu_l) \quad (0,66). \quad (3.7)$$

Suluissa olevat luvut ilmaisevat hajoamissuhteen suuruutta. Christenson, Cronin, Fitch ja Turlay havaitsivat kuitenkin kokeessaan myös neutraalin kaonin hajoamisen kahdeksi erimerkkiseksi pioniksi

$$K_L^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- \quad (10^{-3}), \quad (3.8)$$

joka on selkeä todiste CP-symmetrian rikkoutumisesta, sillä reaktiossa (3.8)  $CP = +1$ , kun taas reaktiossa (3.5)  $CP = -1$  [Mar99]. James Cronin ja Val Fitch saivat tästä löydöstä fysiikan Nobelpalkinnon vuonna 1980 [Nob80]. CP-symmetrian rikkoutuminen on havaittu myös B-mesonin hajoamisissa [Aub01].

CP-symmetrian rikkoutuminen on merkittävässä roolissa materian ja antimaterian välisen epäsymmetrian muodostumisessa varhaisessa maailmankaikkeudessa, kuten kappaleessa 4 käy ilmi. Tämän kappaleen tavoitteena on sen sijaan tutkia, miten CP-symmetriaa rikkovista vaiheista saadaan tietoa eri mittauksissa. Aluksi käsitellään hieman sitä, miten Dirac-vaiheesta saadaan tietoa oskillaatiokokeissa ja sitä, millainen rooli Majorana-vaiheilla on neutriinottomassa kaksoisbeetahajoamisessa. Kappaleen loppuosassa käsitellään hieman Majorana-neutriinon sekoituskulmien rajoituksia ja luodaan yleiskatsaus Higgsin triplettimalliin ja siihen, mitä informaatiota se tarjoaa Majorana-vaiheista.

## 3.2 Neutriino-oskillaatio ja Dirac-vaihe

### 3.2.1 Neutriino-oskillaation parametrit

Neutriino-oskillaatiokokeissa neutriinon muuttumista tyypistä toiseen kuvataan matemaattisesti siirtymätodennäköisyydellä  $P(\nu_l \rightarrow \nu_k)$ . Kappaleessa 2.5 johdettiin neutriinon siirtymätodennäköisyyden lauseke mausta  $\nu_l$  makuun  $\nu_k$ :

$$P(\nu_l \rightarrow \nu_k) = \sum_{i,j} U_{li}^* U_{ki} U_{lj} U_{kj}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right), \quad (3.9)$$

joka on täysin riippumaton Majorana-vaiheista. Täten neutriino-oskillaatiokokeissa pystytään mittaamaan Dirac-vaihetta  $\delta$ , mutta ei Majorana-vaiheita. Siirtymätodennäköisyyden lauseke voidaan myös kirjoittaa muodossa [Ito01]

$$P(\nu_l \rightarrow \nu_k) = \delta_{lk} - 4 \sum_{i>j} \text{Re}(U_{li}^* U_{ki} U_{lj} U_{kj}^*) \sin^2 \Delta_{ij} \\ \pm 2 \sum_{i>j} \text{Im}(U_{li}^* U_{ki} U_{lj} U_{kj}^*) \sin 2\Delta_{ij}, \quad (3.10)$$

jossa

$$\Delta_{ij} \equiv \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E_\nu}. \quad (3.11)$$

Yhtälössä (3.10) oleva  $\pm$  merkki johtuu CP-symmetrian rikkoutumisesta ja se on  $-$  neutriinoille ja  $+$  antineutriinoille [Ito01].

Neutriino-oskillaatioita voidaan kuvata kuuden parametrin avulla: kolmella sekoituskulmalla  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$  ja  $\theta_{23}$ , Dirac-vaiheella  $\delta$  ja kahdella neliöllisellä massaerolla  $\Delta m_{\odot}^2 = \Delta m_{21}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2$  ja  $|\Delta m_{\text{ATM}}^2| = |\Delta m_{32}^2| \equiv |m_3^2 - m_2^2|$ . Neliöllinen massaero  $\Delta m_{\odot}^2$  parametrисoi Auringossa tapahtuvia neutriino-oskillaatioita, kun taas  $\Delta m_{\text{ATM}}^2$  ilmakehässä tapahtuvia. Vaikka kolmen neutriinosukupolven tapauksessa on kolme neliöllistä massaeroa  $\Delta m_{21}^2$ ,  $\Delta m_{32}^2$  ja  $\Delta m_{31}^2$ , vain kaksi niistä on riippumattomia, sillä neliöllisille massaeroille pätee [Giu07]

$$\Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2 - \Delta m_{31}^2 = 0. \quad (3.12)$$

Neutriinojen oskillaatioita kuvaaville parametreille on seuraavat kokeelliset arvot [Fog12, For12]:

$$\theta_{12} \approx 34^\circ, \quad \theta_{13} \approx 9^\circ, \quad \theta_{23} \approx 45^\circ, \quad (3.13)$$

$$\Delta m_{21}^2 = (7,62 \pm 0,19) \times 10^{-5} \text{eV}^2, \quad (3.14)$$

$$|\Delta m_{31}^2| = \begin{cases} 2,55^{+0,06}_{-0,09} \\ 2,43^{+0,07}_{-0,06} \end{cases} \times 10^{-3} \text{eV}^2, \quad (3.15)$$

$$\delta = (1,08_{-0,31}^{+0,28})\pi, \quad (3.16)$$

jossa ylempi arvo parametrissa  $|\Delta m_{31}^2|$  vastaa normaalihierarkkista massaspektriä ja alempi käänteishierarkkista.

CP-symmetrian säilyminen vaatii, että neutriinoilla ja antineutriinoilla on identtiset heikot vuorovaikutukset. Tällöin neutriinojen ja antineutriinojen siirtymätodennäköisyyksille tulisi olla  $P(\nu_l \rightarrow \nu_k) = P(\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_k)$ , kun  $l \neq k = e, \mu, \tau$ . Koska CP-symmetria kuitenkin rikkoutuu heikoissa vuorovaikutuksissa, siirtymätodennäköisyydet eivät ole yhtä suuret:  $P(\nu_l \rightarrow \nu_k) \neq P(\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_k)$ . Tämä mahdollistaa sen, että neutriino-oskillaatiokokeissa Dirac-vaiheen aiheuttamasta CP-rikosta saadaan tietoa tutkimalla siirtymätodennäköisyyksien  $P(\nu_l \rightarrow \nu_k)$  ja  $P(\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_k)$  välistä epäsymmetriaa, joka on esimerkiksi elektronin ja myonin neutriinoille muotoa [Raj01]

$$\frac{P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) - P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)}{P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) + P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)} = -\frac{\sin 2\theta_{12} \cot \theta_{23} \sin \delta \sin \Delta_{21}}{\sin \theta_{13}}, \quad (3.17)$$

jossa  $\Delta_{21}$  on annettu yhtälössä (3.11).

Parametrisaatioissa (2.24) Dirac-vaiheesta  $\delta$  johtuvaa CP-symmetrian rikkoutumisen suuruutta voidaan kuvata niin sanotun Jarlskogin invariantin  $J$  avulla [Giu07]

$$J = \text{Im}(U_{\mu 3} U_{e 2} U_{\mu 2}^* U_{e 3}^*) = \frac{1}{8} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{13} \sin \delta, \quad (3.18)$$

joka on riippumaton käytetystä sekoitusmatriisin parametrisaatiosta.

### 3.2.2 Neutriino-oskillaatiokokeet

Kokeet, joissa tutkitaan neutriinojen oskillaatiota, voidaan jakaa esiintymis- ja katoamiskokeisiin. Esiintymiskokeet mittaavat siirtymiä eri neutriinomakujen välillä, jolloin mitattava suure on siirtymätodennäköisyys  $P(\nu_l \rightarrow \nu_k)$ , ( $l \neq k = e, \mu, \tau$ ). Käytännössä ilmaisimella etsitään siis neutriinomakua, joka ei esiinny alkuperäisessä neutriinosuihkussa tai muussa lähteessä. Katoamiskokeissa sen sijaan mitataan selviytymistodennäköisyyttä  $P(\nu_l \rightarrow \nu_l)$  eli sitä, millä todennäköisyydellä lähteessä syntynyt tietty neutriinomaku esiintyy ilmaisimessa. [Giu07]. Yhtälöstä (3.10) seuraa, että CP-symmetrian rikkoutuminen voidaan havaita ainoastaan esiintymiskokeissa, sillä  $\text{Im}(U_{li}^* U_{ki} U_{lj} U_{kj}^*) = 0$ , kun  $l = k$  [Ito01].

Toinen tapa luokitella neutriino-oskillaatiokokeita on suhde  $L/E$ , joka mittaa kokeen herkkyyttä neliölliseen massapoiikkeamaan  $\Delta m^2$ . Tämä herkkyys on se termin  $\Delta m^2$  arvo, jolle on [Giu07]

$$\frac{\Delta m^2 L}{4E} \sim 1. \quad (3.19)$$

Riippuen neutriinon lähteen ja ilmaisimen välisestä etäisyydestä  $L$ , oskillaatiokokeet voidaan myös jaotella lyhyen, pitkän ja hyvin pitkän matkan kokeisiin [Giu07]. Lyhyen matkan oskillaatiokokeissa lähteen ja ilmaisimen välinen etäisyys on yleensä muutamista kymmenistä metreistä muutamiin kilometreihin. Esimerkiksi Los Alamosin LSND-koe oli lyhyen matkan oskillaatiokoe. Pitkän matkan oskillaatiokokeissa välimatka on kahdesta kolmeen kertaluokkaa suurempi kuin lyhyen matkan oskillaatiokokeissa, tyypillinen etäisyys on 1 km tutkittaessa ydinreaktoreissa syntyneitä neutriinoja ja  $10^2 - 10^3$  km, kun tutkitaan hiukkaskiihdyttimillä tuotettuja neutriinoja. Eräs pitkän matkan oskillaatiokoe on suunnitteilla oleva yleiseurooppalainen neutriinoilmaisiprojekti LAGUNA, jota käsitellään jatkossa hieman tarkemmin. Hyvin pitkän matkan oskillaatiokokeissa välimatka on puolestaan noin kaksi kertaa suurempi kuin pitkän matkan oskillaatiokokeissa. Esimerkiksi suunnitteilla olevissa Neutrino Factory ja Beta Beam laitoksissa [Alb04] on ehdotettu tuotettavan erittäin intensiivisiä neutriinosuihkuja, joita voidaan käyttää hyvin pitkän matkan oskillaatiokokeissa.

Kokeissa, jotka tutkivat ilmakehässä syntyneiden neutriinon oskillointia, lähteen ja ilmaisimen välinen etäisyys on noin kaksikymmentä kilometriä, jos neutriinot syntyvät ilmaisimen yläpuolella ja  $1,3 \times 10^4$  km jos ilmaisimessa havaitut neutriinot ovat syntyneet ilmakehässä maapallon toisella puolella. Auringossa syntyneiden neutriinon etäisyys Maassa olevaan ilmaisimeen on noin  $1,5 \times 10^{11}$  km [Giu07].

Käsitellään seuraavaksi muutamia neutriino-oskillaatioita tutkivia kokeita. Kuten aikaisemmin todettiin, eräs tutkimushanke, jossa tutkitaan neutriinon pitkän matkan oskillointia, on LAGUNA-LBNO-koe (Large Apparatus for Grand Unification and Neutrino Astrophysics & Long Baseline Neutrino Oscillations) [Lag]. Yksi LAGUNA-projektin seitsemästä mahdollisesta sijoituspaikasta on Pyhäsalmen kaivos Pyhäjärvellä, jonka etäisyys neutriinon lähteestä CERNistä on noin 2300 km. Pyhäsalmen etuna on pitkä etäisyys CERNistä ja mittauksia häiritsevistä ydinvoimaloista, kova ja vakaa kallioperä sekä toimiva infrastruktuuri. Projektin tutkimuskohteina [Cam07, Lag] ovat protonin hajoaminen, eri lähteissä (supernovat, Aurinko, ilmakehä ja maaperä) syntyneet neutriinot, neutriino-oskillaatio ja neutriinon eri ominaisuudet kuten, sekoituskulman  $\theta_{23}$  oktanti,

materiaiefektit, massahierarkian luonne ja leptonien CP-symmetrian rikkoutuminen. LAGUNA-projektin kolme mahdollista ilmaisintyyppiä ovat vedessä tapahtuvan Tsherenkovin säteilyn havaitsemiseen perustuva MEMPHYS (440 kt), nestemäiseen argoniin perustuva GLACIER (100 kt) ja nestemäiseen skintillaattoriin perustuva LENA (n. 50 kt).

Toinen neutriino-oskillaatioita tutkiva koe on Etelänapamantereelle suunnitteilla oleva IceCube-DeepCore-neutriinoilmaisimen kehitysversio PINGU (Phased IceCube Next Generation Upgrade) [Kos12]. IceCube ja sen uudemmat versiot ovat esimerkkejä aikaisemmin mainitusta katoamiskokeesta, sillä niissä mitataan maapallon vastakkaisella puolella syntyneiden ja Maan läpi kulkeneiden myonin neutriinon selviytymistodennäköisyyttä  $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ . Koska osa myonin neutriinoista muuttuu taun neutriinoiksi neutriino-oskillaation seurauksena, IceCubessa mitataan myös taun neutriinon esiintymistodennäköisyyttä  $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau)$ . PINGUa on ehdotettu myös käytettäväksi tulevaisuudessa erittäin intensiivisten neutriinosuihkujen mittaamisessa [Tan11]. IceCube-neutriinoilmaisimen koostuu syvälle jähän 125 metrin välein upotetuista 86 vaijerista, joihin on kytketty yhteensä 5160 Tsherenkovin säteilyä havaitsevaa valomonistinputkea 17 metrin välein. IceCube-ilmaisimen sisuksessa olevassa DeepCoressa (kahdeksan uutta vaijeria ja kaksitoista lähintä IceCube-ilmaisimen vaijeria), uudet vaijerit ovat noin 80 metrin päässä toisistaan ja valomonistinputkien välinen etäisyys on supistunut seitsemään metriin. PINGU, joka koostuu kahdestakymmenestä jähän 26 metrin välein upotetusta vaijerista, valomonistinputket ovat alle viiden metrin päässä toisiaan. Tiheämmässä olevat valomonistinputket auttavat sekä DeepCorea että PINGUa havaitsemaan entistä matalaenergisiä neutriinoja [Kos12].

Japanissa toimiva T2K-koe (Tokai to Kamioka) [Ito01, T2K] on pitkän matkan oskillaatiokoe. T2K-kokeessa neutriinoja tuotetaan J-PARC-kiihdyttimellä törmäyttämällä protoneja (30 GeV) grafiittiin. Törmäyksien seurauksena syntyy positiivisesti varautuneita pioneja, joiden hajotessa syntyy puolestaan myonin neutriinoja [Har12]. T2K-kokeessa tutkitaan syntyneiden myonin neutriinon oskillointia elektronin neutriinoiksi, tämä edesauttaa sekoituskulman  $\theta_{13}$  mittaamista. Myonin ja elektronin neutriinoja pyritään havaitsemaan kahdella lähellä (280 m) olevalla ilmaisimella INGRID:llä ja ND280:llä, jotka tutkivat neutriinosuihkua ennen oskillaatiota. Neutriino-oskillaatioiden mittausta tapahtuu Super-Kamiokande-ilmaisimella, joka on 295 km päässä neutriinon lähteestä Tokaissa. Kokeen tavoitteina on mitata  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  oskillaatioita, protonin hajoamista ja Dirac-vaiheesta  $\delta$  johtuvaa CP-symmetrian rikkoutumista [Ito01].

Dirac-vaihetta ei vielä toistaiseksi ole onnistuttu mittaamaan, mutta tilanne saattaa muuttua, kun vuonna 2014 valmistuva Fermilabin NOvA (Neutrino Off-Axis  $\nu_e$  Appearance Experiment)

neutriino-oskillaatiokoe käynnistyy. NOvA tulee mittaamaan CP-symmetriaa rikkovaa Dirac-vaihetta  $\delta$  ja neutriinon massahierarkian luonnetta tutkimalla oskillaatiota  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ , kun  $L/E \sim 10^2 - 10^3 \frac{\text{km}}{\text{GeV}}$  [Ayr05].

MSW-efekti (toisinaan materiaefekti) kuvaa neutriinon oskillaatiota materiassa ja sillä on vastakkainen etumerkki toisaalta neutriinoille ja antineutriinoille ja toisaalta normaali- ja käänteishierarkiselle massaspektrille. Koska NOvA-kokeessa neutriinot kulkevat lähteen ja ilmaisimen välillä maaperässä, materiaefektiä voidaan hyödyntää neutriinon massahierarkian luonteen määrittämiseen [Ayr05].

Kun tutkitaan CP-symmetrian rikkoutumista, voidaan siirtymätodennäköisyydelle  $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$  johtaa tulos [Ayr05]

$$\begin{aligned}
 P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = & \sin^2 \theta_{23} \sin 2\theta_{13} \sin^2 \Delta_{31} \\
 & + \cos^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Delta_{21} \\
 & + J_r \sin \Delta_{21} \sin \Delta_{31} (\cos \Delta_{32} \cos \delta - \sin \Delta_{32} \sin \delta),
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

jossa

$$J_r = \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin 2\theta_{13} \cos \theta_{13} \approx 0,9 \sin 2\theta_{13}. \tag{3.21}$$

Siirtymätodennäköisyyden lausekkeen (3.20) viimeinen termi, joka on verrannollinen termiin  $\sin \delta$ , on vastuussa CP-symmetrian rikkoutumisesta, sillä se vaihtaa etumerkkiään, kun siirrytään neutriinoista antineutriinoihin [Ayr05].

NOvA-ilmaisimien koostuu kahdesta erillisestä ilmaisimesta, jotka sijaitsevat eri etäisyyksillä neutriinon lähteestä. Fermilabissa olevan ilmaisimen etäisyys lähteestä on noin 1 km, kun taas Ash Riverissa, Minnesotassa sijaitsevan ilmaisimen etäisyys lähteestä on 810 km. Kahden ilmaisimen käyttö tarjoaa paremmat mahdollisuudet tutkia oskillaatioita. Lähellä olevan ilmaisimen tarkoituksena on mitata neutriinosuihkun intensiteetti ja energiaspektri ennen oskillaatioiden vaikutusta. Mittaustulosten eroavuus eri ilmaisimissa antaa siten tietoa ilmaisimien välillä tapahtuneita oskillaatioista [Ayr05].

### 3.3 Neutriinoton kaksoisbeetahajoaminen

Tarkastellaan johdantona kahden neutriinon kaksoisbeetahajoamista (lyhyesti  $2\beta_{2\nu}$ - tai  $2\nu\beta\beta$ -hajoamista), jonka esitti ensimmäisenä saksalais-yhdysvaltalainen fyysikko Maria Goeppert-Mayer vuonna 1935 [Goe35]. Kahden neutriinon kaksoisbeetahajoamisessa

$$N(A, Z) \rightarrow N(A, Z + 2) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e \quad (2\nu\beta\beta) \quad (3.22)$$

samassa ytimessä tapahtuu samanaikaisesti kaksi  $\beta^-$ -hajoamista reaktion (3.22) mukaisesti.  $2\nu\beta\beta$ -hajoamisen prosessi kuvataan hiukkasfysiikan standardimallissa heikon vuorovaikutuksen toisen asteen häiriökehityksellä [Giu07]. Ensimmäisen kerran  $2\nu\beta\beta$ -hajoaminen havaittiin kokeellisesti vuonna 1986 [Ell86].

Vuonna 1937 italialainen fyysikko Ettore Majorana julkaisi teorian [Maj37], jonka mukaan neutriino olisi oma antihhiukkasensa eli niin sanottu Majorana-hiukkanen. Kaksi vuotta myöhemmin Wendell Furry esitti [Fur39], että Majoranan teoriasta voisi olla seurauksena neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen prosessit, jossa reaktion lopputilassa ei esiinny lainkaan neutriinoja. Prosessin aikana syntyvät ja tuhoutuvat neutriinot toimivat vain virtuaalisina välittäjähiukkasina.

Neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista (lyhyesti  $2\beta_{0\nu}$ -,  $(\beta\beta)_{0\nu}$ - tai  $0\nu\beta\beta$ -hajoamista), jossa tutkitaan reaktiota

$$N(A, Z) \rightarrow N(A, Z + 2) + 2e^- \quad (0\nu\beta\beta) \quad (3.23)$$

pidetään nykyään kaikkein lupaavimpana keinona selvittää ovatko neutriinot Majorana-hiukkasia. Ydin, joka voi hajota  $2\nu\beta\beta$ -hajoamisessa voi myös hajota  $0\nu\beta\beta$ -hajoamisella, mutta ei välttämättä päinvastoin [Giu07].

Luonnossa esiintyy 35 isotooppia, jotka voivat hajota kaksoisbeetahajoamisella. Näistä on kuitenkin havaittu vain yhdentoista hajoavan kahden neutriinon kaksoisbeetahajoamisessa [Ber12]

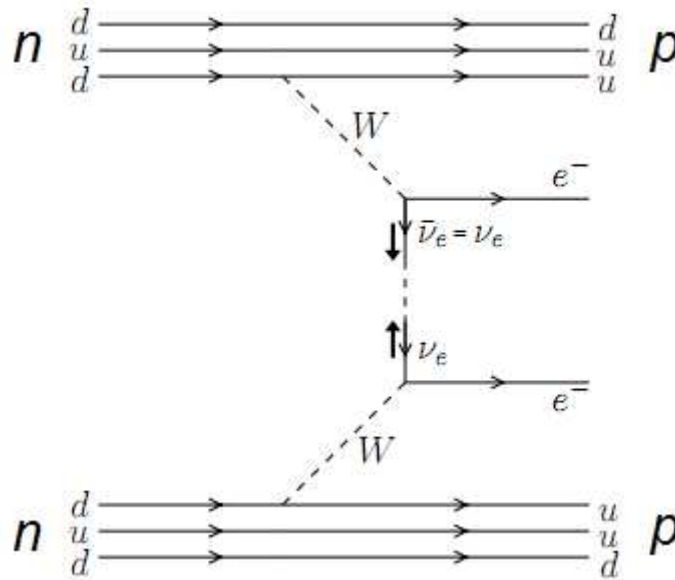
$${}^{48}\text{Ca}, {}^{76}\text{Ge}, {}^{82}\text{Se}, {}^{96}\text{Zr}, {}^{100}\text{Mo}, {}^{116}\text{Cd}, {}^{128}\text{Te}, {}^{130}\text{Te}, {}^{136}\text{Xe}, {}^{150}\text{Nd}, {}^{238}\text{U}. \quad (3.24)$$

Dirac-neutriinoihin liittyy säilyvä additiivinen leptoniluku (kuten esimerkiksi kokonaisleptoniluku  $L = L_e + L_\mu + L_\tau$ ), mutta neutriinottomassa kaksoisbeetahajoamisessa kokonaisleptoniluvun säilyminen rikkoutuu kahdella yksiköllä [Giu07],

$$\Delta L = +2. \quad (3.25)$$



Koska hiukkasfysiikan standardimallissa kokonaisleptoniluku  $L$  on säilyvä suure,  $0\nu\beta\beta$ -hajoaminen on siinä kielletty. Kuvasta 9 näkyy lisäksi kaksi muuta syytä, miksi  $0\nu\beta\beta$ -hajoamiset ovat kiellettyjä standardimallissa. Alempi leptoninen verteksi, joka pystyy absorboimaan ainoastaan neutriinon, ei voi absorboida ylemmässä vuorovaikutuspisteestä emittoituvaa antineutriinoa. Lisäksi neutriinon ja antineutriinon helisiteetit ovat yhteensopimattomat.



**Kuva 9.** Neutriinoton kaksoisbeetahajoaminen  $N(A, Z) \rightarrow N(A, Z + 2) + 2e^-$ . Heikko vuorovaikutus muuttaa yhden neutronin  $n$  (kvarkkikoostumus  $dud$ )  $d$ -kvarkista  $u$ -kvarkiksi, jolloin neutronista tulee protoni  $p$  ( $uud$ ). Paksunnetut nuolet kuvan keskellä edustavat helisiteettiä.

Kuten kuvasta 9 käy ilmi, virtuaalinen neutriino muuttuu antineutriinosta neutriinoksi vaihtaen samalla helisiteettiä. Täten neutriinottomalle kaksoisbeetahajoamiselle saadaan kaksi välttämätöntä vaatimusta:

- Neutriinon täytyy olla Majorana-hiukkasia, jolloin  $\nu_e = \bar{\nu}_e$ . Tällöin kokonaisleptoniluku ei säily, kuten aikaisemmin todettiin.
- Neutriinoväliatilassa pitää tapahtua helisiteettien vaihtuminen (vasenkätisyys  $\leftrightarrow$  oikeakätisyys), joten neutriinon täytyy olla massallisia.

Lyhyesti nämä ehdot tarkoittavat sitä, että neutriinoton kaksoisbeetahajoaminen on mahdollista vain massallisille Majorana-hiukkasille.

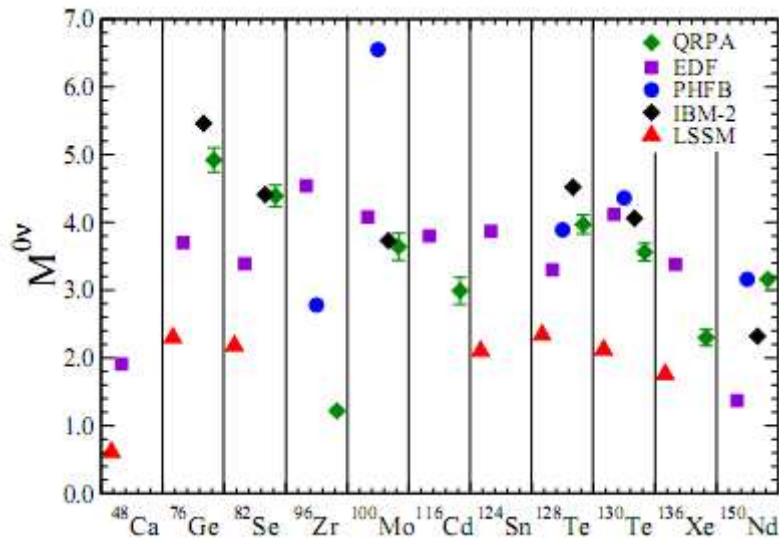
Muiden radioaktiivisten hajoamisten tavoin, neutriinottomaan kaksoisbeetahajoamiseen liittyy olennaisesti tarkasteltavan isotoopin  $A$  puoliintumisaika  $T_{1/2}^{0\nu}(A)$ , joka on neutriinottomalle kaksoisbeetahajoamiselle muotoa [Giu07]

$$[T_{1/2}^{0\nu}(A)]^{-1} = G^{0\nu}(A)|\mathcal{M}^{0\nu}(A)|^2 \frac{|\langle m \rangle|^2}{m_e^2}, \quad (3.26)$$

jossa  $\mathcal{M}^{0\nu}$  on ydinmatriisielementti,  $G^{0\nu}$  on vaiheavaruustekijä,  $m_e^2$  on elektronin neutriinon massan neliö ja  $\langle m \rangle$  on niin sanottu efektiivinen Majorana-massa. Neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista tutkivissa kokeissa mitattava suure on käytännössä kokeissa käytettävän isotoopin hajoamisen puoliintumisaika. Esimerkiksi Heidelberg-Moscow-kokeessa saatu tulos  $^{76}\text{Ge}$ -isotoopille on  $T_{1/2}^{0\nu}(^{76}\text{Ge}) = (1,19_{-0,23}^{+0,37}) \times 10^{25}$  a [Sch12].

Neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen havaitseminen on suurien puoliintumisaikojen takia erittäin vaikeasti havaittava prosessi. Tähän päivään mennessä on vain yksi väitetty havainto edellä mainitussa Heidelberg-Moscow-kokeessa [Gan12].

Yhtälössä (3.26) olevista parametreista vaiheavaruustekijä voidaan laskea melko tarkasti [Giu07], mutta ydinmatriisielementin laskeminen on erittäin vaikeaa ja sen laskemisessa käytetäänkin yleensä erilaisia approksimaatioita [Sch12]. Erilaisia menetelmiä ydinmatriisielementin laskemiseen ovat muun muassa, EDF, GCM, IBM, IBM-2, ISM, LSSM, PHFB ja QRPA [Sch12, Bil12]. Muutamien edellä mainittujen menetelmien antamat arvot ydinmatriisielementille  $\mathcal{M}^{0\nu}$  on esitetty kuvassa 10.



**Kuva 10.** Ydinmatriisielementin arvot eri isotoopeille joidenkin menetelmien tapauksessa [Bil12].

Neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen havaitseminen ja sitä vastaavan puoliintumisajan mittaus eivät ainoastaan todistaisi leptoniluvun rikkoutumista ja neutriinon olevan Majorana-hiukkasia,

vaan se antaisi myös tietoa neutriinoiden massahierarkiasta, neutriinoiden massan suuruudesta ja CP-symmetriaa rikkovista Majorana-vaiheista [Kin10].

Kuten kuvasta 10 käy ilmi, ydinmatriisielementin arvo riippuu merkittävästi menetelmästä, jota on käytetty sen laskemiseen. Johtuen ydinmatriisielementin epätarkkuudesta ja muiden parametrien kokeellisista virheistä, on kuitenkin erittäin haastavaa osoittaa, että neutriinottomassa kaksoisbeetahajoamisessa CP-symmetrian rikkoutuminen johtuu Majorana-vaiheista. Vasta kun kokeeseen liittyvien parametrien virheet saadaan tarpeeksi pieniksi, voidaan Majorana-vaiheista saada tarkkaa informaatiota.

Yhtälössä (3.26) esiintyvä suure  $\langle m \rangle$  (usein käytetään myös merkintää  $m_{\beta\beta}$ ) on nimeltään efektiivinen Majorana-massa, ja se kuvaa massallisen Majorana-neutriinon efektiivisen kytkennän vahvuutta [Sch12]. Kun neutriinoiden sekoitusmatriisille käytetään parametrisaatiota  $U = U^D D^M$ , jossa  $U^D$  on Dirac-vaiheen sisältävä sekoitusmatriisi (ks. yhtälö (2.24)) ja  $D^M = \text{diag}(1, e^{i\lambda_2}, e^{i\lambda_3})$  on kaksi Majorana-vaihetta  $\lambda_2$  ja  $\lambda_3$  sisältävä diagonaalimatriisi, efektiivisen Majorana-massan yhtälö on muotoa [Giu07]

$$\langle m \rangle = \left| \sum_{k=1}^3 U_{ek}^2 m_k \right| = |c_{12}^2 c_{13}^2 m_1 + s_{12}^2 c_{13}^2 e^{2i\lambda_2} m_2 + s_{13}^2 e^{2i(\lambda_3 - \delta)} m_3|, \quad (3.27)$$

jossa  $c_{ik}^2 \equiv \cos^2 \theta_{ik}$  ja  $s_{ik}^2 \equiv \sin^2 \theta_{ik}$ . Kuten yhtälöstä (3.27) käy ilmi, efektiivinen Majorana-massa on neutriinofysiikan kannalta erittäin tärkeä suure, sillä se riippuu peräti kahdeksasta neutriinoparametrista: kahdesta sekoituskulmasta, kolmesta massasta ja kolmesta vaiheesta. Efektiiviselle Majorana-massalle on Heidelberg-Moscow-kokeessa [Bil01] saatu mitattua yläraja

$$|\langle m \rangle| < (0,35 - 1,05) \text{ eV} \quad (90\% \text{ C. L.}), \quad (3.28)$$

jota pidetään tällä hetkellä tarkimpana tuloksena efektiiviselle Majorana-massalle. Muissa kokeissa on saatu seuraavia tuloksia (suluissa on kokeessa käytetty isotooppi): IGEX ( $^{76}\text{Ge}$ ):  $|\langle m \rangle| < (0,35 - 1,05) \text{ eV}$  [Aal00], NEMO3 ( $^{82}\text{Se}$  ja  $^{100}\text{Mo}$ ):  $|\langle m \rangle| < (0,7 - 1,2) \text{ eV}$  [Bar] ja CUORICINO ( $^{130}\text{Te}$ ):  $|\langle m \rangle| < (0,2 - 0,9) \text{ eV}$  [Cap05], EXO-200 ( $^{136}\text{Xe}$ ):  $|\langle m \rangle| < (0,14 - 0,38) \text{ eV}$  [Aug12].

Käynnissä tai suunnitteilla olevia kokeita, joissa tutkitaan neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista, ovat muun muassa [Sch12] KamLAND-Zen ( $^{136}\text{Xe}$ ), GERDA ( $^{76}\text{Ge}$ ), CANDLES ( $^{48}\text{Ca}$ ), NEXT

( $^{136}\text{Xe}$ ), CUORE ( $^{130}\text{Te}$ ), MAJORANA ( $^{76}\text{Ge}$ ), SuperNEMO ( $^{82}\text{Se}$ ), SNO+ ( $^{150}\text{Nd}$ ), Cobra ( $^{116}\text{Cd}$ ), Lucifer ( $^{82}\text{Se}$ ), MOON ( $^{82}\text{Se}$  ja  $^{100}\text{Mo}$ ), AMoRE ( $^{100}\text{Mo}$ ) ja Cd Experiment ( $^{116}\text{Cd}$ ).

Efektiiivisen Majorana-massan lauseke (3.27) voidaan kirjoittaa myös muodossa [Giu07]

$$|\langle m \rangle| = |m_1|U_{e1}|^2 + m_2|U_{e2}|^2 e^{2i\alpha_{21}} + m_3|U_{e3}|^2 e^{2i\alpha_{31}}| \quad (3.29)$$

käyttämällä määritelmiä

$$\alpha_{21} \equiv \lambda_2, \quad \alpha_{31} \equiv (\lambda_3 - \delta). \quad (3.30)$$

Edellä oleva vaihekulma  $\alpha_{21}$  kuvaa matriisielementtien  $U_{e2}$  ja  $U_{e1}$  välistä vaihe-eroa. Vastaavasti vaihekulma  $\alpha_{31}$  kuvaa matriisielementtien  $U_{e3}$  ja  $U_{e1}$  välistä vaihe-eroa [Bil12].

CP-symmetria säilyy jos  $\alpha_{21} = k\pi$  ja  $\alpha_{31} = k'\pi$ , jossa  $k, k' = 0, 1, 2, \dots$ . Vaihetekijöillä  $\eta_{ik} = e^{i\alpha_{ik}}$ , jotka kuvaavat Majorana-neutriinojen  $\nu_i$  ja  $\nu_k$  suhteellista CP-pariteettia, on CP-symmetrian säilyessä arvot

$$\eta_{21} \equiv e^{i\alpha_{21}} = \pm 1, \quad \eta_{31} \equiv e^{i\alpha_{31}} = \pm 1, \quad \eta_{32} \equiv e^{i\alpha_{32}} = \pm 1, \quad (3.31)$$

jossa  $\alpha_{32} \equiv \alpha_{31} - \alpha_{21} = \lambda_3 - \delta - \lambda_2$  on matriisielementtien  $U_{e3}$  ja  $U_{e2}$  välinen vaihe-ero [Pas07a]. Toisin sanoen, jos CP-symmetria säilyy, efektiiivinen Majorana-massa  $|\langle m \rangle|$  on reaalinen. Tämä toteutuu neljälle eri vaihekulmien vaihtoehdolle [Giu07]:

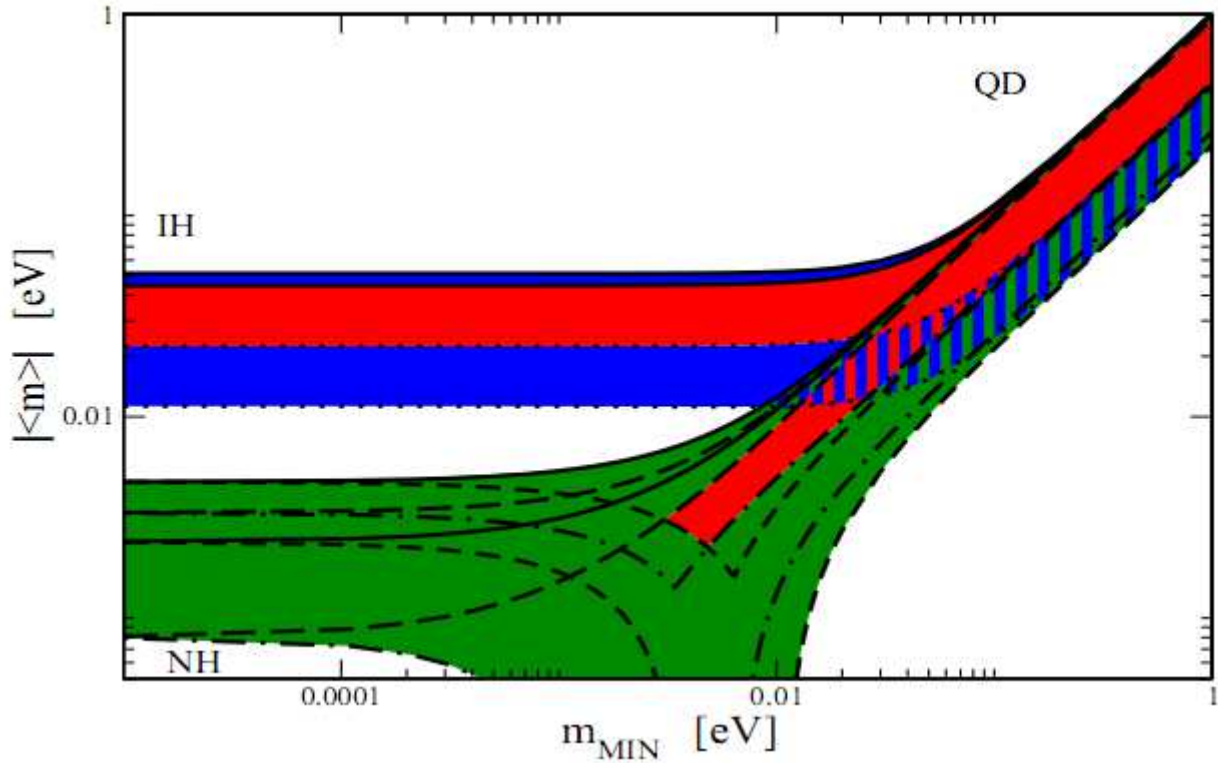
$$(+) \quad \alpha_{21} = \alpha_{31} = 0 \Rightarrow |\langle m \rangle| = ||U_{e1}|^2 m_1 + |U_{e2}|^2 m_2 + |U_{e3}|^2 m_3|, \quad (3.32)$$

$$(-) \quad \alpha_{21} = \alpha_{31} = \pi \Rightarrow |\langle m \rangle| = ||U_{e1}|^2 m_1 - |U_{e2}|^2 m_2 - |U_{e3}|^2 m_3|, \quad (3.33)$$

$$(+) \quad \alpha_{21} = 0, \alpha_{31} = \pi \Rightarrow |\langle m \rangle| = ||U_{e1}|^2 m_1 + |U_{e2}|^2 m_2 - |U_{e3}|^2 m_3|, \quad (3.34)$$

$$(-) \quad \alpha_{21} = \pi, \alpha_{31} = 0 \Rightarrow |\langle m \rangle| = ||U_{e1}|^2 m_1 - |U_{e2}|^2 m_2 + |U_{e3}|^2 m_3|. \quad (3.35)$$

Tapaus (+ +) vastaa suurinta mahdollista arvoa efektiiiviselle Majorana-massalle  $|\langle m \rangle|$ .



**Kuva 11.** Efektiivinen Majorana-massa  $|\langle m \rangle|$  kevyimmän neutriinin massan  $m_{\text{MIN}}$  funktiona [Pas07a]. Vihreä väri edustaa normaalihierarkkista (NH) ja kvasidegeneroitunutta (QD) massaspektriä, sininen käänteishierarkkista (IH) massaspektriä ja punainen CP-symmetrian rikkoutumista. Erilaiset viivat vastaavat vaihetekijöiden  $(\eta_{21}, \eta_{31})$  eri vaihtoehtoja: NH & QD:  $(+1, +1)$  yhtenäinen,  $(-1, -1)$  lyhyt katkoviiva,  $(+1, -1)$  pitkä katkoviiva ja  $(-1, +1)$  viiva-piste-viiva. IH:  $\eta_{21} = +1$  yhtenäinen ja  $\eta_{21} = -1$  pisteviiva.

Kuten aikaisemmin todettiin, neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista tutkimalla on mahdollista saada tietoa neutriinon massaspektristä. Kuvasta 11 nähdään, että esimerkiksi normaalihierarkkinen massaspektri on epätodennäköinen, ellei jopa poissuljettu vaihtoehto, jos  $|\langle m \rangle| > 0,01$  eV. Käänteishierarkkinen massaspektri on puolestaan epätodennäköinen, jos  $|\langle m \rangle| < 0,01$  eV. Tällä hetkellä efektiiviselle Majorana-massalle on seuraavat teoreettiset ennusteet eri massaspektrien tapauksessa [Pas07a]:

$$\begin{aligned}
 |\langle m \rangle| &\leq 5 \times 10^{-3} \text{ eV} \quad (\text{NH}), \\
 |\langle m \rangle| &\geq 0,01 \text{ eV} \quad (\text{IH}), \\
 |\langle m \rangle| &\geq 0,03 \text{ eV} \quad (\text{QD}).
 \end{aligned}
 \tag{3.36}$$

### 3.4 Majorana-neutriinojen sekoituskulmien rajoitukset

Ottamalla huomioon Majorana-neutriinon  $\nu_k$  CP-pariteetin  $\eta_k^{CP} = \pm i$ , efektiivinen Majorana-massa voidaan kirjoittaa muodossa [Adh00]

$$|\langle m \rangle| = \left| \sum_{k=1}^3 \eta_k U_{ek}^2 m_k \right| < 0,35 \text{ eV}, \quad (3.37)$$

jossa  $\eta_k = \frac{1}{i} \eta_k^{CP} = \pm 1$ . Käytetään nyt neutriinojen sekoitusmatriisille parametrisaatiosta (2.24) poikkeavaa parametrisaatiota [Adh00, Zub98]

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13}e^{-i\delta_1} & s_{13}e^{-i\delta_2} \\ -s_{12}c_{23}e^{i\delta_1} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i(\delta_2+\delta_3)} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i(\delta_3+\delta_2-\delta_1)} & s_{23}c_{13}e^{i\delta_3} \\ s_{12}s_{23}e^{i(\delta_1-\delta_3)} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_2} & -c_{12}s_{23}e^{-i\delta_3} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i(\delta_2-\delta_1)} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (3.38)$$

jossa  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  ja  $\delta_3$  ovat CP-symmetriaa rikkovia vaiheita. Kosmologiset mittaukset antavat neutriinojen massan summalle ylärajan [Elg05]

$$\sum_{k=1}^3 m_k < 0,42 \text{ eV} \quad (95\% \text{ C. L.}). \quad (3.39)$$

Toisaalta mittaustulokset, joita saadaan Auringossa, Maan ilmakehässä ja hiukkaskiihdyttimissä syntyneistä neutriinoista osoittavat, että neliölliset massaerot neutriinojen välillä ovat hyvin pieniä, yhtälöt (3.14) ja (3.15). Täten voidaan olettaa, että eri neutriinotyyppien massat ovat hyvin lähellä toisiaan, toisin sanoen jokaisella neutriinomaulla on likimain sama massa

$$m_k \approx m_\nu = \frac{0,42 \text{ eV}}{3} = 0,14 \text{ eV}, \quad (3.40)$$

jos massojen summa on suurin kosmologian sallima.

Jos oletetaan, että kaikki neutriinot ovat saman massaisia, saadaan yhtälöistä (3.37) ja (3.38) ehto

$$\left| (\eta_1 \cos^2 \theta_{12} + \eta_2 \sin^2 \theta_{12} e^{-i2\delta_1}) \cos^2 \theta_{13} + \eta_3 \sin^2 \theta_{13} e^{-i2\delta_2} \right| < \frac{|\langle m \rangle|}{m_\nu}. \quad (3.41)$$

Sijoittamalla Majorana-neutriinoiden CP-pariteeteille ja vaiheille eri arvoja yllä olevaan yhtälöön, voidaan tutkia niiden vaikutusta neutriinoiden sekoituskulmiin  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$ . Jatkossa nähdään, että CP-symmetrian rikkoutumisella on suuri vaikutus tuloksiin.

Tarkastellaan aluksi tilannetta, jossa CP-symmetria säilyy, toisin sanoen tilannetta  $\delta_1 = \delta_2 = 0$ . Koska mitattava suure on itseisarvo  $|\langle m \rangle|$ , kahdeksan mahdollista  $\eta_k$ :n yhdistelmää muodostaa neljä fysikaalisesti toisistaan poikkeavaa tapausta:

$$\begin{aligned}
 \text{I} \quad & \eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \pm 1, \\
 \text{II} \quad & \eta_1 = -\eta_2 = \eta_3 = \pm 1, \\
 \text{III} \quad & -\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \pm 1, \\
 \text{IV} \quad & \eta_1 = \eta_2 = -\eta_3 = \pm 1.
 \end{aligned}
 \tag{3.42}$$

Kun oletetaan, että  $m_\nu = 0,14$  eV ja otetaan huomioon kokeellinen raja (3.37), on yhtälön (3.41) oikea puoli  $|\langle m \rangle|/m_\nu < 2,5$ , kun taas vasemman puolen trigonometrisia funktioita sisältävä itseisarvo on rajoitettu välille  $[0,1]$ . Näin ollen epäyhtälö toteutuu kaikilla sekoituskulmien  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$  arvoilla, eikä sekoituskulmien rajoituksista saada mitään mielekästä informaatiota. Tilanne kuitenkin muuttuu, jos efektiiviselle Majorana-massalle käytetään tarpeeksi pientä ylärajaa, jolla yhtälön (3.41) oikea puoli on lukua 1 pienempi. Lähdetään nyt liikkeelle tuloksesta [Giu99]

$$|\langle m \rangle| \simeq \max_k |\langle m \rangle|_k, \tag{3.43}$$

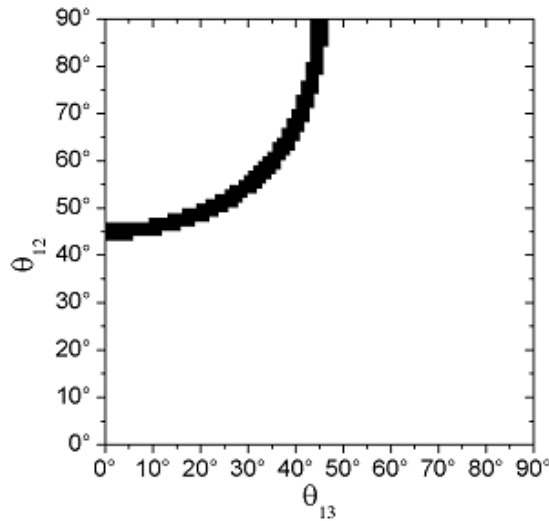
jossa  $|\langle m \rangle|_k \equiv |U_{ek}|^2 m_k$ , tämän pienemmän ylärajan löytämiseksi. Normaalihierarkkisen massaspektrin tapauksessa suurimman kontribuution antaa termi  $|\langle m \rangle|_2$ , jolle voidaan oskillaatioparametrien sekä suureiden  $\Delta m_{\odot}^2$  ja  $\sin^2 2\theta_{\odot}$  välisen korrelaation avulla johtaa tulos [Giu99]

$$7,4 \times 10^{-4} \text{eV} \leq |\langle m \rangle|_2 \leq 6,0 \times 10^{-3} \text{eV}. \tag{3.44}$$

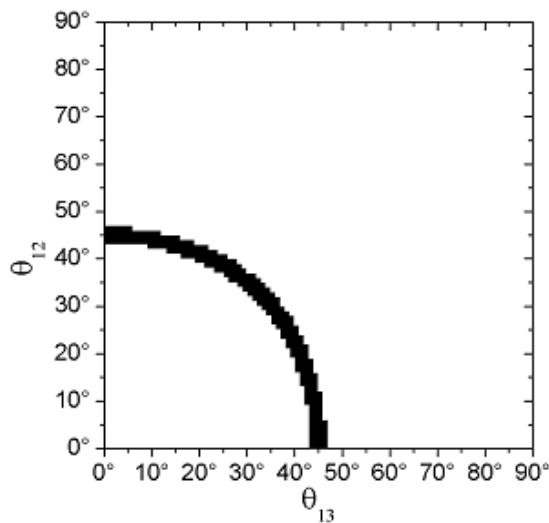
Täten efektiivistä Majorana-massaa voidaan arvioida ylärajalla  $|\langle m \rangle| \leq 6 \times 10^{-3}$  eV [Giu99]. Efektiivisen Majorana-massan ja neutriinoiden massan välinen suhde on nyt huomattavasti lukua 1 pienempi,  $|\langle m \rangle|/m_\nu = 6 \times 10^{-3} \text{eV}/0,14 \text{eV} \approx 0,04$ , jolloin sekoituskulmien  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$  rajoitusten tutkiminen on mahdollista.

Tapaus I olisi nyt luonnollinen valinta  $\eta_k$ :lle, jos eri neutriinosukupolvien välillä vallitsee symmetria. Tällöin kuitenkin epäyhtälön (3.41) vasen puoli on identtisesti 1, eikä epäyhtälö toteudu.

Tästä voidaan vetää se johtopäätös, ettei kaikilla kolmella Majorana-neutriinoilla ole sama CP-pariteetti. Kolmessa muussa tapauksessa epäyhtälö (3.41) voi toteutua, kun sekoituskulmilla  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$  on sopivat arvot. Kuvissa 12, 13 ja 14 on esitetty sallitut arvot sekoituskulmille  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$ , joilla epäyhtälö (3.41) pätee CP-symmetrian säilyessä.

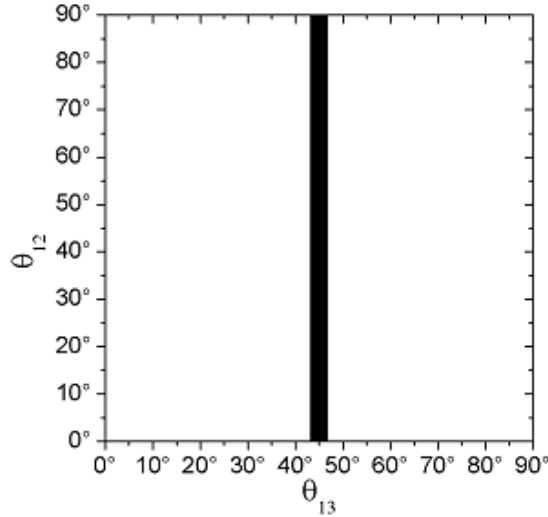


**Kuva 12.** Sekoituskulmien  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$  sallitut arvot CP-symmetrian säilyessä, kun oletetaan, että  $m_\nu = 0,14$  eV,  $|\langle m \rangle| \leq 6 \times 10^{-3}$  eV ja yhtälössä (3.42) on tapaus II.



**Kuva 13.** Sekoituskulmien  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$  sallitut arvot CP-symmetrian säilyessä, kun oletetaan, että  $m_\nu = 0,14$  eV,  $|\langle m \rangle| \leq 6 \times 10^{-3}$  eV ja yhtälössä (3.42) on tapaus III.



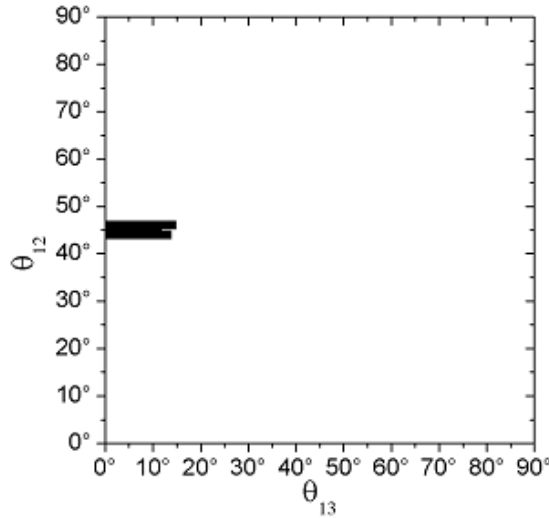


**Kuva 14.** Sekoituskulmien  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$  sallitut arvot CP-symmetrian säilyessä, kun oletetaan, että  $m_\nu = 0,14$  eV,  $|\langle m \rangle| \leq 6 \times 10^{-3}$  eV ja yhtälössä (3.42) on tapaus IV.

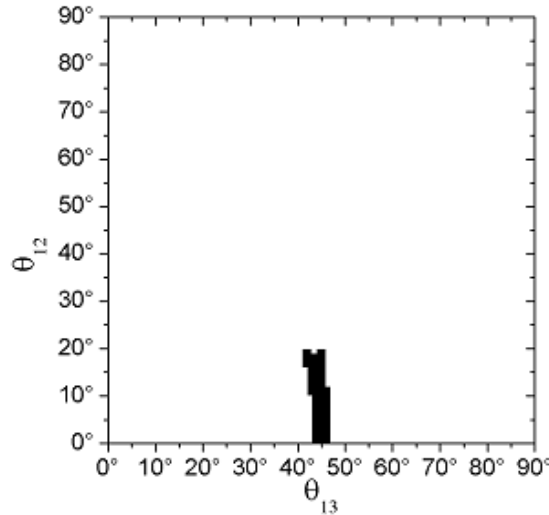
Tapauksessa II (Kuva 12) sekoituskulma  $\theta_{12}$  ei voi saada pieniä arvoja  $\theta_{12} > 40^\circ$  ja sekoituskulman  $\theta_{13}$  ollessa pieni,  $\theta_{12}$  on noin  $45^\circ$ . Tapauksessa III (Kuva 13) puolestaan  $\theta_{12}$  ei voi saada suuria arvoja  $\theta_{12} < 50^\circ$ . Myös tässä tapauksessa  $\theta_{12}$  on noin  $45^\circ$ , kun  $\theta_{13}$  on pieni. Tapaus IV (Kuva 14) eroaa olennaisesti kahdesta aikaisemmasta, sillä siinä sekoituskulman  $\theta_{13}$  arvot ovat täysin riippumattomia  $\theta_{12}$ :n arvosta.  $\theta_{13}$ :n arvot ovat alueella  $44^\circ \leq \theta_{13} \leq 46^\circ$ .

Tutkimalla edellä olevia kolmea kuvaa huomataan, että sekoituskulmien sallitut arvot sijaitsevat käyrillä  $\tan^2 \theta_{13} = 1$  ja  $\tan^2 \theta_{13} = \pm \cos 2\theta_{12}$ , joiden paksuuden määrä suhde  $\langle m \rangle / m_\nu$  [Adh00].

Tarkastellaan seuraavaksi tilannetta, jossa CP symmetria ei säily. Nyt tapausta I ei voi jättää huomiotta, sillä Majorana-vaiheet  $\delta_1$  ja  $\delta_2$  ovat nolasta eroavia, jolloin epäyhtälön (3.20) vasemman puolen on mahdollista olla oikeaa puolta pienempi.



**Kuva 15.** Sekoituskulmien  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$  sallitut arvot, kun CP-symmetria rikkoutuu (tapaukset I-IV). Vaiheille  $\delta_1$  ja  $\delta_2$  pätee  $\delta_1 = 0$  ja  $\pi/8 \leq \delta_2 \leq 3\pi/8$ .  $m_\nu = 0,14$  eV ja  $|\langle m \rangle| \leq 6 \times 10^{-3}$  eV.



**Kuva 16.** Sekoituskulmien  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$  sallitut arvot, kun CP-symmetria rikkoutuu (tapaukset I-IV). Vaiheille  $\delta_1$  ja  $\delta_2$  pätee  $\pi/8 \leq \delta_1 \leq 3\pi/8$  ja  $\delta_2 = 0$ .  $m_\nu = 0,14$  eV ja  $|\langle m \rangle| \leq 6 \times 10^{-3}$  eV.

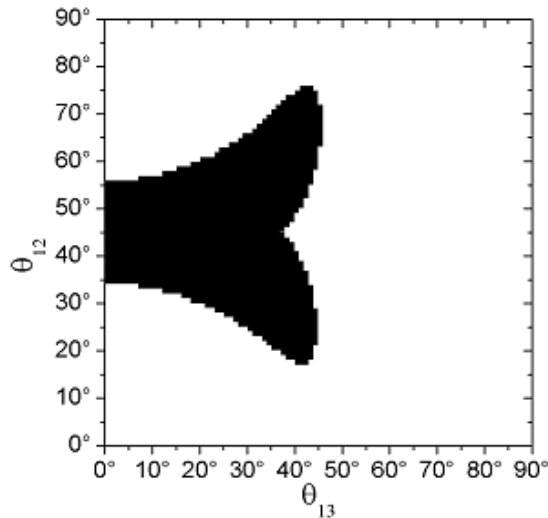
Kuvassa 15 sekoituskulma  $\theta_{13}$  saa arvoja väliltä  $0^\circ - 14^\circ$  ja  $\theta_{12}$  väliltä  $44^\circ - 46^\circ$ . Kuvassa 16 sekoituskulma  $\theta_{13}$  saa puolestaan arvoja väliltä  $42^\circ - 46^\circ$  ja  $\theta_{12}$  väliltä  $0^\circ - 19^\circ$ . Vertaamalla kuvia 15 ja 16 kuviin 12, 13 ja 14 huomataan, että CP-symmetrian rikkoutumisella on todellakin suuri merkitys tuloksiin.

Tarkastellaan seuraavaksi kuvien 12 – 14 antamia rajoituksia sekoituskulmille  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$  ja verrataan niitä kokeellisiin mittaustuloksiin  $\theta_{12} \approx 34,4^\circ$  ja  $\theta_{13} \approx 8,8^\circ$ . On selvää, ettei sekoituskulmilla ole tarkasteltavissa kuvissa vastaavuutta kokeellisten arvojen kanssa käytetyillä efektiivisen Majorana-massan ja neutriinon massan arvoilla. Mutta kuten aikaisemmin todettiin,

kuvissa 12 – 14 käyrien paksuuden määrä efektiivisen Majorana-massan ja neutriinojen massan välinen suhde. Jos tämä suhde on tarpeeksi suuri, kuvien käyrät ovat puolestaan tarpeeksi paksuja saavuttaakseen kokeelliset mittaustulokset.

Seuraavaksi onkin loogista kysyä, mitä rajoituksia epäyhtälö (3.41) asettaa efektiivisellä Majorana-massalle, jos epäyhtälön muut parametrit kiinnitetään. Esimerkiksi tapauksessa II epäyhtälö on totta, jos efektiiviselle Majorana-massalle on  $\langle m \rangle > 0,053$  eV. Vastaavasti tapaukselle III on  $\langle m \rangle > 0,046$  eV ja tapaukselle IV  $\langle m \rangle > 0,133$  eV. Täytyy kuitenkin muistaa, ettei CP-symmetria rikkoudu kuvissa 12 – 14, efektiivinen Majorana-massa voi siis olla pienempi kuin edellä mainitut arvot. Edellä saatuja efektiivisen Majorana-massan rajoituksia suuremmilla arvoilla epäyhtälö (3.41) toteutuu kaikilla sekoituskulmien arvoilla, eikä sekoituskulmien rajoituksista saada täten mitään informaatiota.

Vastaava analyysi pätee myös tilanteessa, jossa CP-symmetria rikkoutuu (kuvat 15 ja 16). Epäyhtälö (3.41) toteutuu sitä useammalla sekoituskulmien arvoilla mitä suurempi efektiivisen Majorana-massan ja neutriinojen massan välinen suhde on. Esimerkiksi kuvassa 17 saavutetaan kokeelliset arvot sekoituskulmille  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$  efektiivisen Majorana-massan ollessa  $\langle m \rangle = 0,05$  eV.



**Kuva 17.** Sekoituskulmien  $\theta_{12}$  ja  $\theta_{13}$  sallitut arvot, kun CP-symmetria rikkoutuu (tapaus II) ja  $\langle m \rangle = 0,05$  eV. Vaiheille  $\delta_1$  ja  $\delta_2$  pätee  $\delta_1 = 0$  ja  $\pi/8 \leq \delta_2 \leq 3\pi/8$ .

Majorana-vaiheiden arvot ovat kuitenkin vielä toistaiseksi tuntemattomia muuttujia, eikä efektiiviselle Majorana-massalle voida nyt asettaa rajoituksia kiinnittämällä muut parametrit epäyhtälössä (3.41).

## 3.5 Higgsin triplettimalli ja Majorana-vaiheet

### 3.5.1 Johdanto

Kuten kappaleessa 2.2 todettiin, neutriino-oskillaatioiden havaitseminen on todistanut neutriinon olevan massallisia hiukkasia vastoin hiukkasfysiikan standardimallin ennustetta. Standardimallia pidetäänkin tämän vuoksi erikoistapauksena jostain laajemmasta hiukkasfysiikan teoriasta, jossa neutriinon massa on mahdollinen. Ennen kuin tästä vielä toistaiseksi tuntemattomasta hiukkasfysiikan teoriasta saadaan tarkempaa tietoa, fyysikot ovat kehitelleet erilaisia teorioita, jotka pyrkivät selittämään neutriinon massan. Yksi suosituimmista malleista on lisätä standardimalliin oikeakätiset neutriinot. Vaihtoehtoinen menetelmä on Higgsin triplettimalli (HTM) [Sch80, Che80], jota käsitellään tässä luvussa hieman tarkemmin. Higgsin triplettimalli on neutriinon kannalta erittäin puoleensavetävä, sillä se ei ainoastaan tarjoa selityksen neutriinon massalle, vaan sen avulla on myös mahdollista saada jotain tietoa neutriinon massahierarkiasta ja Majorana-vaiheista [Ake08].

### 3.5.2 Higgsin triplettimalli

Higgsin triplettimallissa standardimallin Lagrangen funktioon lisätään Higgsin skalaarikenttien kompleksinen  $SU(2)_L$ -tripletti, jonka isospinille  $I$  ja hypervaraukselle  $Y$  on  $I = 1$  ja  $Y = 2$  [Pet09]. Higgsin triplettimallissa neutriinot ovat massallisia Majorana-hiukkasia [Nis09, Pet09], joille mittainvariantti Yukawan vuorovaikutus

$$\mathcal{L} = h_{ij} \psi_{iL}^T C i \tau_2 \Delta \psi_{jL} + h. c. \quad (3.45)$$

antaa Majorana-massatermin ilman oikeakätisiä neutriinoja [Ake08]. Edellä  $h_{ij}$  ( $i, j = e, \mu, \tau$ ) on kompleksinen ja symmetrinen Yukawan kytkentä,  $\psi_{iL}^T = (\nu_{iL}, l_L)^T$  on vasenkätinen leptonidubletti,  $C$  on varauskonjugointimatriisi,  $\tau_2$  on Paulin spinmatriisi ja  $\Delta$  on Higgsin triplettikenttä, joka on matriisimuodossaan [Ake09a, Pet09]

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta^+/\sqrt{2} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\Delta^+/\sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (3.46)$$

Yllä  $\Delta^0$ ,  $\Delta^+$  ja  $\Delta^{++}$  ovat neutraali, varattu ja kaksoisvarattu skalaarikenttä. Higgsin tripletin neutraalin komponentin  $\Delta^0$  vakuumin nollasta eroava odotusarvo  $\langle \Delta^0 \rangle \equiv v_\Delta/\sqrt{2}$  antaa Majorana-neutriinoille massamatriisin [Ake09a, Gar08]

$$m_{ij} = 2h_{ij}\langle\Delta^0\rangle = \sqrt{2}h_{ij}v_\Delta. \quad (3.47)$$

Higgsin triplettimallissa neutriinojen pienet massat ovat seurausta joko pienestä Yukawan kytkennästä  $h_{ij}$  tai pienestä vakuumin odotusarvosta  $\langle\Delta^0\rangle$  [Gar08]. Yhtälö (3.47) on käytännössä tärkein syy tutkia Higgsin triplettimallia, sillä se tarjoaa suoran yhteyden Yukawan kytkennän ja neutriinojen massamatriisin välille [Ake09b] ja se antaa siten fenomenologisia ennusteita prosesseille, jotka riippuvat Yukawan kytkennästä [Ma01].

Massamatriisi  $m_{ij}$  voidaan diagonalisoida neutriinojen sekoitusmatriisiin [Ake08]

$$U = U_{PMNS} \times \text{diag}(1, e^{i\phi_1/2}, e^{i\phi_2/2}) \quad (3.48)$$

avulla seuraavasti [Pet09]:

$$m_{ij} = [U \cdot \text{diag}(m_1, m_2 e^{i\phi_1}, m_3 e^{i\phi_2}) U^T]_{ij}. \quad (3.49)$$

Yukawan kytkentä voidaan siten kirjoittaa neutriinoparametrien ja yhtälön (3.49) avulla muodossa [Ake09b]

$$h_{ij} = \frac{m_{ij}}{\sqrt{2}v_\Delta} = \frac{1}{\sqrt{2}v_\Delta} [U \cdot \text{diag}(m_1, m_2 e^{i\phi_1}, m_3 e^{i\phi_2}) U^T]_{ij}, \quad (3.50)$$

jossa  $\phi_1$  ja  $\phi_2$  ovat Majorana-vaiheita.

Higgsin triplettimallissa on seitsemän Higgsin bosonia ( $H^{++}$ ,  $H^{--}$ ,  $H^+$ ,  $H^-$ ,  $H^0$ ,  $A^0$ ,  $h^0$ ), joista  $h^0$  toimii standardimallin Higgsin bosonina [Ake08]. Mallin erikoispiirre on kaksoisvaratut Higgsin hiukkaset  $H^{++}$  ja  $H^{--}$ , joiden havaitseminen olisi selkeä signaali Higgsin triplettimallista [Ake11].

### 3.5.3 Higgsin triplettimallin tutkiminen kokeellisesti

Higgsin triplettimallia voidaan testata kokeellisesti törmäytinkokeissa, joissa tarkastellaan  $H^{++}$ :n hajoamista kahdeksi samanvarauksiseksi leptoneiksi:  $H^{++} \rightarrow l_a^+ l_b^+$  ( $l_{a,b} = e, \mu, \tau$ ). Kaksoisvarattuja Higgsin bosoneja voi syntyä esimerkiksi reaktioiden  $q\bar{q} \rightarrow \gamma^*, Z^* \rightarrow H^{++}H^{--}$  ja  $q\bar{q} \rightarrow W^\pm \rightarrow H^{\pm\pm}H^\mp$  välityksellä. Higgsin triplettimallin kokeellista havaitsemista edesauttaa se tosiasia, että standardimallin muodostama tausta on hyvin pieni [Ake08].

Kaksoisvarattujen Higgsin bosonien  $H^{\pm\pm}$  suoria etsintöjä on tehty LEP- [Abb02], Tevatron- [Aco04, Aba04, Aba08, Aal08] ja HERA-hiukkaskiihdyttimillä [Akt06]. LEPillä tutkittiin reaktiota

$e^+e^- \rightarrow H^{++}H^{--}$ , kun taas Tevatronilla tutkittiin reaktioita  $q\bar{q} \rightarrow H^{++}H^{--}$  ja  $H^{\pm\pm} \rightarrow e^\pm e^\pm, e^\pm \mu^\pm, \mu^\pm \mu^\pm$ . Tevatronilla tulokseksi saatiin  $m_{H^{\pm\pm}} > 100 - 150$  GeV [Aco04].

Viime vuoden heinäkuussa CERNin LHC-hiukkaskiihdyttimellä löydettiin toistaiseksi tuntematon bosoni, jonka uskotaan olevan kauan etsitty Higgsin bosoni [Cho12]. ATLAS- ja CMS-kokeet antavat tämän bosonin massaksi  $126,0 \pm 0,4$  (stat)  $\pm 0,4$  (sys) GeV [ATL12a] ja  $125,3 \pm 0,4$  (stat)  $\pm 0,5$  (sys) GeV [CMS12]. Toistaiseksi ei ole täyttä varmuutta, että löydetty hiukkanen on nimenomaan Higgsin bosoni, sillä mittaustietojen analysointi jatkuu edelleen. LHC:n koetuloksista ei ole havaittu merkkejä muista Higgsin bosoneista, vaikka kaksoisvarattuja Higgsin bosoneja on etsitty sekä ATLAS- että CMS-kokeilla [ATL12b, CMS13].

Tarkastellaan jatkossa kaksoisvarattujen Higgsin bosonien hajoamista kahdeksi samanvarauksiseksi leptoniksi, sillä se on kokeellisesti kaikkein selkeimmin erotettavissa oleva hajoamistapa. Reaktio  $H^{\pm\pm} \rightarrow l_i^\pm l_j^\pm$  ( $i, j = e, \mu, \tau$ ) hajoamisnopeus  $\Gamma$  on muotoa [Ake08]

$$\Gamma(H^{\pm\pm} \rightarrow l_i^\pm l_j^\pm) = S \frac{m_{H^{\pm\pm}}}{8\pi} |h_{ij}|^2, \quad S = \begin{cases} 1, & i = j \\ 2, & i \neq j \end{cases}. \quad (3.51)$$

Reaktion  $H^{\pm\pm} \rightarrow l_i^\pm l_j^\pm$  lopputilassa voi olla jokin leptonien yhdistelmä:  $ee, e\mu, \mu\mu, e\tau, \mu\tau$  tai  $\tau\tau$ . Reaktiohaarautumissuhde  $BR_{ij}$  kertoo sen, millä todennäköisyydellä tarkasteltavan reaktion lopputilassa on jokin edellä mainitusta leptonien yhdistelmästä. Eri yhdistelmien summa on yksi  $\sum_x BR_x \equiv 1$ . Reaktio  $H^{\pm\pm} \rightarrow l_i^\pm l_j^\pm$  haarautumissuhteen lauseke on [Ake08]

$$BR_{ij} \equiv BR(H^{\pm\pm} \rightarrow l_i^\pm l_j^\pm) \equiv \frac{\Gamma(H^{\pm\pm} \rightarrow l_i^\pm l_j^\pm)}{\sum_{ab} \Gamma(H^{\pm\pm} \rightarrow l_a^\pm l_b^\pm)} = \frac{S|h_{ij}|^2}{\sum_{ij}|h_{ij}|^2}, \quad (3.52)$$

jossa  $h_{ij}$  on annettu yhtälössä (3.50). Haarautumissuhteen lauseke voidaan myös vaihtoehtoisesti kirjoittaa muodossa [Gar08]

$$BR_{ij} = \frac{2}{1 + \delta_{ij}} \frac{|m_{ij}|^2}{\sum_{ab} |m_{ab}|^2}, \quad (3.53)$$

jossa  $\delta_{ij} = 1$  (0), kun  $i = j$  ( $i \neq j$ ). Massamatriisi  $m_{ij}$  on annettu yhtälössä (3.49) ja summatermille on [Gar08]

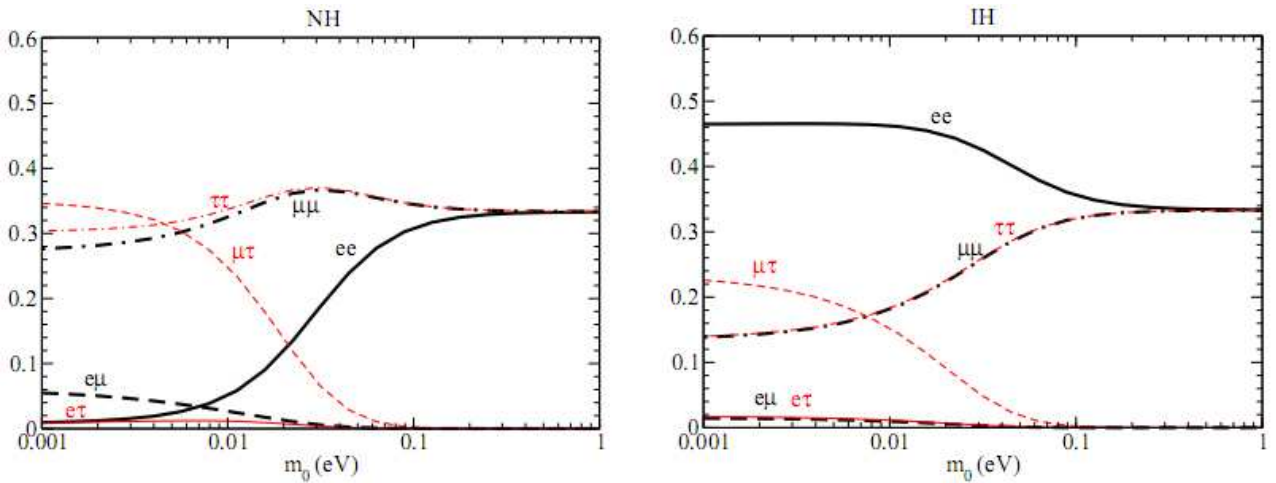
$$\sum_{ab} |m_{ab}|^2 = \sum_{k=1}^3 m_k^2 = \begin{cases} 3m_0^2 + \Delta m_{21}^2 + \Delta m_{31}^2 & \text{(NH)} \\ 3m_0^2 + \Delta m_{21}^2 + 2|\Delta m_{31}^2| & \text{(IH)} \end{cases} \quad (3.54)$$

jossa normaalihierarkkisessa massaspektrissä (NH)  $m_0 = m_1$ , kun taas käänteishierarkkisessa (IH)  $m_0 = m_3$ . Yhtälöstä (3.54) nähdään, että neutriinoiden massat voidaan ilmaista kahdella neliöllisellä massaerolla  $\Delta m_{21}^2$  ja  $\Delta m_{31}^2$ , sekä kevyimmän neutriinin massalla  $m_0$ .

Haarautumissuhteen arvot riippuvat pääasiassa kolmesta parametrasta, kevyimmän neutriinin massasta  $m_0$  sekä Majorana-vaiheista  $\phi_1$  ja  $\phi_2$ . Tutkimalla näiden kolmen muuttujan vaikutusta haarautumissuhteisiin, saadaan tietoa neutriinoiden massahierarkiasta ja Majorana-vaiheista. Myös eri oskillaatioparametrit, kuten sekoituskulmat vaikuttavat haarautumissuhteisiin, mutta niiden vaikutus on pienempi kuin  $m_0$ :n tai Majorana-vaiheiden. Haarautumissuhteissa CP-symmetria säilyy neljässä eri tapauksessa: I ( $\phi_1 = 0, \phi_2 = 0$ ), II ( $\phi_1 = 0, \phi_2 = \pi$ ), III ( $\phi_1 = \pi, \phi_2 = 0$ ), IV ( $\phi_1 = \pi, \phi_2 = \pi$ ) [Ake08].

### 3.5.4 Haarautumissuhteen riippuvuus neutriinoiden massahierarkiasta

Kuvassa 18 on kuvattuna haarautumissuhteen riippuvuus kevyimmän neutriinin massasta  $m_0$ , kun molemmat Majorana-vaiheet ovat nollia (tapaus I).



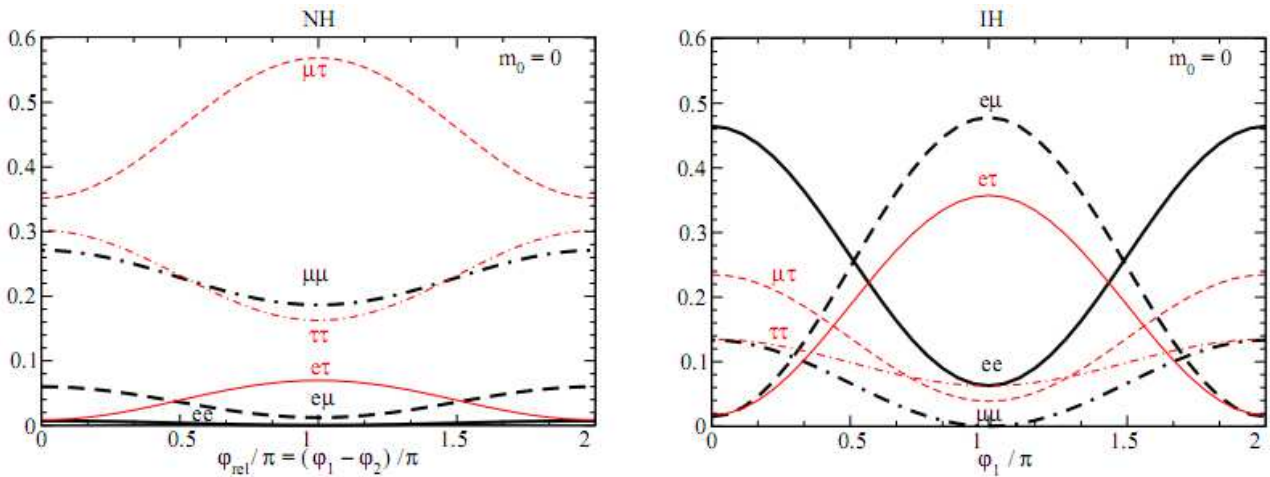
**Kuva 18.** Haarautumissuhteen  $BR_{ij}$  arvoja kevyimmän neutriinin massan  $m_0$  funktiona normaalin (NH) ja käänteisen (IH) massahierarkian tapauksessa [Ake08].

Normaalihierarkkisessa tapauksessa elektroneihin liittyvät haarautumissuhteet ovat pieniä kevyimmän neutriinin massan  $m_0$  ollessa 0,01 eV tai vähemmän. Tämä on seurausta siitä, että massat  $m_1$  ja  $m_2$  ovat pieniä. Raskaimman neutriinin massa  $m_3$  ei myös kasvata kyseisten

haarautumissuhteiden arvoa, sillä se esiintyy termeissä, joissa on pieni  $\theta_{13}$ . Käänteishierarkkisessa tapauksessa haarautumissuhde  $BR_{ee}$  on sen sijaan suurempi kuin muut pienillä  $m_0$ :n arvoilla. Massan  $m_0$  kasvaessa haarautumissuhteet, joissa on kaksi samaa leptonia, dominoivat sekä normaali- että käänteishierarkkisessa tapauksessa, koska  $h_{ii}$ :n lausekkeissa olevat termit eivät kumoa toisiaan suuressa määrin. Suurilla  $m_0$ :n arvoilla NH ja IH johtavat samoihin tuloksiin, sillä neutriinoiden massat ovat degeneroituneet.

### 3.5.5 Haarautumissuhteen riippuvuus Majorana-vaiheista

Tarkastellaan seuraavaksi Majorana-vaiheiden vaikutuksia haarautumissuhteeseen  $BR(H^{\pm\pm} \rightarrow l_i^{\pm} l_j^{\pm})$ . Kun  $m_0 = 0$ , niin suhteellinen vaihe  $\phi_{rel}(= \phi_1 - \phi_2)$  määrittää  $h_{ij}$  normaalihierarkkisessa tapauksessa [Ake08]. Tämä tilanne on kuvattuna kuvan 19 vasemman puoleisessa osassa.



**Kuva 19.** Haarautumissuhde  $BR_{ij}$  suhteellisen vaiheen funktiona normaali- ja käänteishierarkkisissa tapauksissa [Ake08].

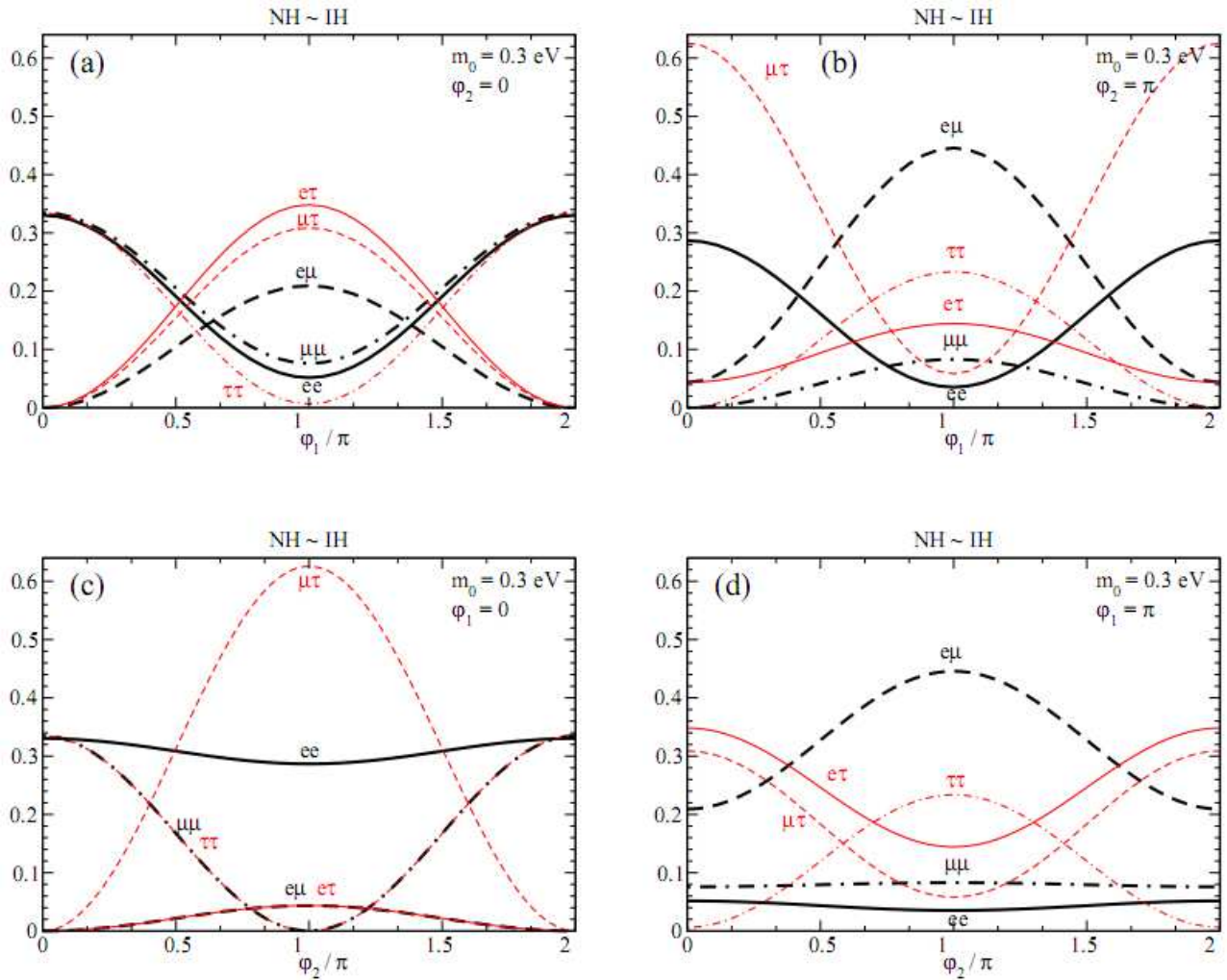
Normaalihierarkkisessa tapauksessa sekoituskulman  $\theta_{13}$  pieni arvo vähentää  $BR_{ij}$ :n riippuvuutta suhteellisesta vaiheesta  $\phi_{rel}$ . Kuvasta 19 nähdään, että normaalihierarkkisessa tapauksessa elektroneihin liittyvät haarautumissuhteet ovat alle 0,1 kaikilla suhteellisen vaiheen arvoilla. Tapaukset  $\mu\mu$  ja  $\tau\tau$  ovat jälleen lähellä toisiaan. Vain haarautumissuhteen  $BR_{\mu\tau}$  arvoissa on havaittavissa merkittävää muutosta.

Käänteishierarkkisessa tapauksessa haarautumissuhteet eivät riipu Majorana-vaiheesta  $\phi_2$ , kun tarkastellaan teoreettista tapausta, jossa  $m_0 = 0$ . Tämä johtuu siitä, että vaihe  $\phi_2$  esiintyy haarautumissuhteen termeissä aina yhdessä  $m_0$ :n kanssa [Ake08]. Kuvan 19 oikeanpuoleisesta osasta nähdään, että haarautumissuhteiden arvoissa on suurta variaatiota eri Majorana-vaiheen  $\phi_1$



arvoilla. Tämä seuraa siitä, että  $m_2$  on suurempi käänteishierarkiassa tapauksessa kuin normaalihierarkiassa tapauksessa. Erityisesti haarautumissuhteet  $BR_{ee}$  ja  $BR_{e\mu}$  tarjoavat hyvän mahdollisuuden saada informaatiota Majorana-vaiheesta  $\phi_1$ , koska niillä molemmilla on suuri ja vastakkainen riippuvuus vaiheesta  $\phi_1$ .

Kuvassa 20 on esitetty haarautumissuhteiden  $BR(H^{\pm\pm} \rightarrow l_i^\pm l_j^\pm)$  arvoja Majorana-vaiheiden  $\phi_1$  ja  $\phi_2$  funktiona, kun  $m_0 = 0,3$  eV. Neutriinojen massat ovat tällöin lähes degeneroituneet.



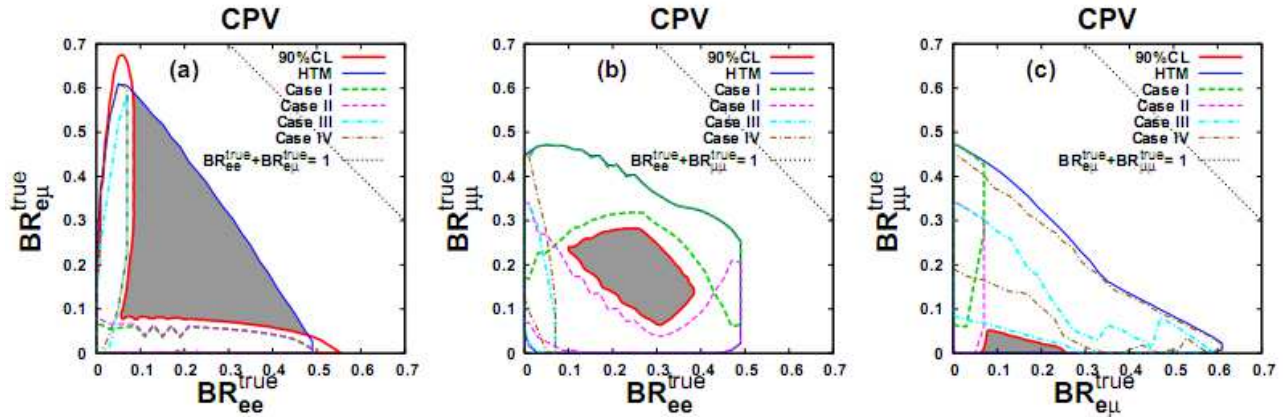
**Kuva 20.** Haarautumissuhteet  $BR_{ij}$  ( $i, j = e, \mu, \tau$ ) Majorana-vaiheen  $\phi_1$  funktiona, kun  $\phi_2 = 0$  (a) ja  $\phi_2 = \pi$  (b). Ja vastaavasti vaiheen  $\phi_2$  funktiona, kun  $\phi_1 = 0$  (c) ja  $\phi_1 = \pi$  (d) [Ake08].

Kuvista 20(a) ja 20(b) nähdään, että elektroneja sisältävät haarautumissuhteet ovat samanmuotoisia molemmissa kuvissa, kun taas muilla haarautumissuhteilla riippuvuus Majorana-vaiheesta  $\phi_1$  on päinvastainen tapauksissa  $\phi_2 = 0$  ja  $\phi_2 = \pi$ . Kuvasta 20(c) puolestaan nähdään, ettei elektroneja sisältävissä haarautumissuhteissa ole suurta muutosta Majorana-vaiheen  $\phi_2$  eri arvoilla.

Haarautumissuhteet  $BR_{\mu\mu}$  ja  $BR_{\tau\tau}$  sekä  $BR_{e\mu}$  ja  $BR_{e\tau}$  ovat käytännössä identtisiä. Kuvassa 20(d) ei ole vastaavaa identtisyyttä edellä mainittujen haarautumissuhteiden kanssa.

### 3.5.6 CP-symmetriaa rikkovien Majorana-vaiheiden vaikutus Higgsin triplettimallissa

Tarkastellaan nyt tilannetta, jossa Majorana-vaiheet rikkovat CP-symmetriaa.

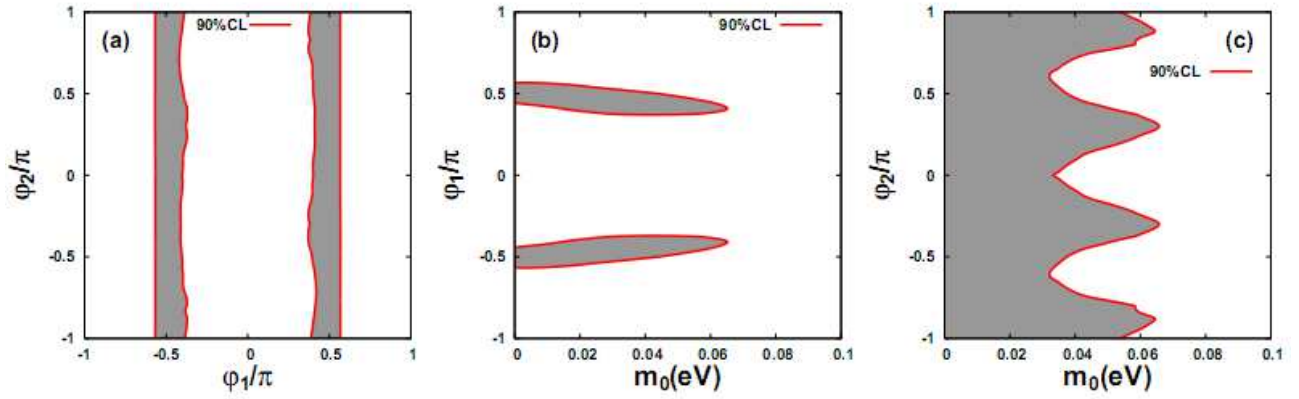


**Kuva 21.** CP-symmetrian säilyminen HTM-mallissa [Ake08]. Alue harmaan katkoviivan yläpuolella on epäfysikaalinen, koska haarautumissuhteiden summa ylittää luvun 1.

Kuvassa 21 on esitetty rajat tapauksille I-IV, joilla CP-symmetria säilyy. Vaaleanvihreä katkoviiva vastaa tapausta I ( $\phi_1 = 0, \phi_2 = 0$ ), vaaleanpunainen tapausta II ( $\phi_1 = 0, \phi_2 = \pi$ ), vaaleansininen tapausta III ( $\phi_1 = \pi, \phi_2 = 0$ ) ja ruskea tapausta IV ( $\phi_1 = \pi, \phi_2 = \pi$ ). Jos kokeellisesti mitattu haarautumissuhde on näiden rajojen ulkopuolella, CP-symmetria rikkoutuu. Tummennetulla alueella mitattu haarautumissuhde tarkoittaisi, että todennäköisyys CP-symmetrian rikkoutumiseen on  $\geq 90\%$ . Kuvasta 21 nähdään, että Higgsin triplettimalli ennustaa hyvin tarkat rajat CP-symmetriaa säilyttäville tapauksille.

### 3.5.7 Majorana-vaiheiden ja $m_0$ :n määrittelyn tarkkuus Higgsin triplettimallissa

Tarkastellaan lopuksi minkälaisia rajoituksia HTM antaa Majorana-vaiheiden ja kevyimmän neutriinin massan  $m_0$  arvoille. Asetetaan tässä teoreettisessa tarkastelussa haarautumissuhteiden arvoiksi seuraavaa:  $BR_{ee} = 0,268$ ,  $BR_{\mu\mu} = 0,243$ ,  $BR_{\tau\tau} = 0,066$ . Nämä arvot saadaan, kun neutriinoiden massaspektrin käänteishierarkkisessa tapauksessa asetetaan  $m_0 = 0$ ,  $\phi_1 = \pi/2$ ,  $\sin^2 2\theta_{13} = 0,1$ ,  $\delta = 0$  ja  $\theta_{23} = \pi/4$ . Tulokset on esitetty kuvassa 22, jossa sallitut alueet on esitetty tummennettuina alueina.



**Kuva 22.** Majorana-vaiheiden ja kevyimmän neutriinin massan rajoitukset [Ake08].

Vaikka Majorana-vaihe  $\phi_1$  voidaan rajata suhteellisen hyvällä tarkkuudella, kaikki vaiheen  $\phi_2$  arvot ovat sallittuja. Tämä johtuu siitä, että käänteisierarkkisessa tapauksessa haarautumissuhde ei riipu  $\phi_2$ :sta, kun  $m_0 = 0$ .

## 4. Baryonigeneesi

### 4.1 Johdanto

Eräs fysiikan vielä toistaiseksi ratkaisemattomista ongelmista on se, miksi havaitussa maailmankaikkeudessa on nykyään enemmän materiaa kuin antimateriaa [Gra01]. Koska suurin osa maailmankaikkeuden näkyvästä materiasta on baryoneja, tälle materian ja antimaterian väliselle epäsymmetrialle käytetään nimitystä baryoniepäsymmetria, jonka synnylle eräs mahdollinen selitysmalli on leptonigeneesin kautta tapahtunut baryonigeneesi. Sana geneesi (γένεσις) tulee kreikankielestä ja se tarkoittaa alkuperää, lähdettä, syntyä, tuotantoa ja luomista. Baryonigeneesi tarkoittaa siis fysikaalista prosessia, joka synnytti baryonien ylimäärän varhaisessa maailmankaikkeudessa. Baryonit ovat yhdistelmähiukkasia, jotka koostuvat kolmesta kvarkista. Kaikkein tunnetuimmat baryonit ovat atomiytimissä olevat protoni ja neutroni. Baryonigeneesiä vastaava prosessi leptoneille on nimeltään leptonigeneesi, ja se on esitetty olevan baryonigeneesin alkusyy. Leptoniepäsymmetria voi nimittäin niin sanotun Sphaleron-ilmion seurauksena muuttua baryoniepäsymmetriaksi [Fuk86]. Leptonien ja antileptonien välinen epäsymmetria on baryoniepäsymmetriaan verrattuna kuitenkin toissijainen asia, sillä se ei vaikuta samalla tavalla maailmankaikkeuden laajenemiseen kuin baryoniepäsymmetria.

Maaailmankaikkeudessa vallitseva epäsymmetria materian ja antimaterian välillä on niin suuri, ettei ainakaan aurinkokuntamme ympäristössä esiinny merkittävää määrää antimateriaa. Maapallolla antimateriaa esiintyy jonkin verran hiukkaskiihdyttimissä tuotettuna ja suuremmissa mittakaavassa erilaisten radioaktiivisten prosessien hajoamistuotteissa ja sekin vähä, mitä antimateriaa syntyy, häviää nopeasti materian ja antimaterian välisissä annihilaatioprosesseissa tuottaen gammasäteilyä. Eräs esimerkki antimateriaa tuottavasta prosessista on beetahajoaminen, jossa voi syntyä positroneja ja antineutriinoja (ks. yhtälöt (2.1) ja (2.2)).

Vaikka aurinkokuntamme ympäristö koostuu lähes kokonaan materiasta, on kuitenkin esitetty teorioita, joiden mukaan jossain universumin osissa voisi olla suuria antimaterian keskittymiä. Käytännössä tämä tarkoittaisi sitä, että materian tai antimaterian dominointi olisi vain lokaali ominaisuus [Dol97]. Tällä ajatusmallilla on kuitenkin seuraavia ongelmia.

Ensinnäkin materian ja antimaterian dominoimien avaruuden osien rajamailla syntyisi suuria määriä gammasäteilyä materian ja antimaterian annihilaatioprosesseissa  $p\bar{p} \rightarrow \dots \pi^0 \rightarrow \dots 2\gamma$  [Fon13]. Näin kävisi esimerkiksi materiasta ja antimateriasta koostuvien kaasusumujen törmätessä toisiinsa.

Maassa ei kuitenkaan ole havaittu tällaisia määriä gammasäteilyä, joten voidaan olettaa, ettei ainakaan aurinkokunnan läheisyydessä ole suuria antimaterian keskittyymiä. Arvioiden mukaan materian dominoiman avaruuden osan suuruus  $l_B$  Maan ympäristössä on luokkaa  $> 10$  Mpc [DoI97] tai jopa  $> 20$  Mpc [Rúj97] (vrt. havaittavan maailmankaikkeuden halkaisija on nykyään noin 28000 Mpc [Bar09]).

Toiseksi merkittävästä antimaterian dominoinnista seuraisi myös vääristymiä kosmisen taustasäteilyn spektriin ja isotropiaan [DoI97], joita ei kuitenkaan ole havaittu [Fon13].

Kolmanneksi, kuten Andrei Saharov esitti, vuorovaikutusten ollessa poissa termisestä tasapainosta baryonilukua, C- ja CP-symmetriää rikkova prosessi synnyttäisi universaalin baryoniepäsymmetrian. Tämä tarkoittaa sitä, että baryonien ja antibaryonien lukumäärätiheyksien välillä vallitsee tulos  $n_B - n_{\bar{B}} > 0$  *kaikkialla*. Näin ollen missään päin maailmankaikkeutta ei voisi olla kosmologisesti merkittäviä antimaterian alueita [Rúj97].

On siis erittäin todennäköistä, että me elämme baryonien suhteen epäsymmetrisessä maailmankaikkeudessa. Tämä käy ilmi entistä selvemmin, kun tarkastellaan baryonien ja antibaryonien lukumäärätiheyksien  $n_B$  ja  $n_{\bar{B}}$  suhdetta toisiinsa.

Baryonien suhteen epäsymmetrisessä maailmankaikkeudessa ( $n_B \neq n_{\bar{B}}$ ) pätee tulos [DoI97]

$$n_B - n_{\bar{B}} = 3 \times 10^{-10} n_\gamma, \quad (4.1)$$

jossa  $n_\gamma$  on fotonien lukumäärätiheys. Vastaavasti baryonien suhteen symmetrisessä maailmankaikkeudessa ( $n_B = n_{\bar{B}}$ ) olisi arvioiden mukaan

$$n_B - n_{\bar{B}} = \frac{n_\gamma}{\sigma_{ann} m_B M_{Pl}} = 10^{-19} n_\gamma, \quad (4.2)$$

jossa  $\sigma_{ann}$  on nuklidien annihilaation vaikutusala,  $m_B = 1$  GeV on nuklidien massa ja  $M_{Pl} = 1,2 \times 10^{19}$  GeV on Planckin massa [DoI97].

Baryonien suhteen symmetrisessä maailmankaikkeudessa baryonien lukumäärätiheys olisi siis yhdeksän kertaluokkaa pienempi kuin epäsymmetrisessä maailmankaikkeudessa. Materiaa ei olisi tällöin tarpeeksi tähtien ja muiden taivaankappaleiden muodostamiseen. Epäsymmetrinen maailmankaikkeus on siis käytännössä välttämätön ehto elämänkin olemassaololle [DoI97].

## 4.2 Saharovin ehdot baryonigeneesille

Vuonna 1967 edellä mainittu venäläinen ydinfyysikko Andrei Saharov esitti kolme ehtoa, joiden täyttyessä baryoniepäsymmetrian muodostava baryonigeneesi olisi mahdollista. Nämä niin kutsutut Saharovin ehdot ovat seuraavat [Gio06]:

- baryoniluvun  $B$  säilymättömyys
- $C$ - ja  $CP$ -symmetrian rikkoutuminen
- vuorovaikutukset ovat poissa termisestä tasapainosta

Baryoniluvun säilymättömyys eli baryonilukua rikkovien prosessien olemassaolo on ilmeinen vaatimus maailmankaikkeudessa nykyään havaitulle baryoniepäsymmetrialle.  $CP$ -symmetrian täytyy myös rikkoutua, sillä muuten hiukkaset ja antihiukkaset vuorovaikuttaisivat aina samalla tavalla eikä epäsymmetriaa pääsisi syntymään hiukkasten ja antihiukkasten välille.  $CP$ -symmetrian rikkoutuminen esiintyy hiukkasfysiikan standardimallissa kolmen kvarkki- ja leptonisukupolven interferenssin seurauksena [Ber99].  $CP$ -symmetrian rikkoutumiseen vaaditaan vähintään kaksi Majorana-neutriinoa [End02]. Lopuksi vuorovaikutusten täytyy olla poissa termisestä tasapainosta.  $CPT$ -symmetria, jonka rikkoutumista ei ole havaittu luonnossa, vaatii, että hiukkasten ja antihiukkasten massat ovat yhtä suuret. Koska eri hiukkaslajien runsaus termisessä tasapainossa riippuu ainoastaan niiden massasta, täytyisi hiukkasia ja antihiukkasia olla olemassa yhtä paljon, jos vuorovaikutukset ovat termisessä tasapainossa. Maailmankaikkeudessa havaittu materian ylimäärä siis edellyttää, että vuorovaikutukset ovat poissa termisestä tasapainosta [Ber99].

## 4.3 Baryoniepäsymmetrian syntymekanismi

Kuten aikaisemmin todettiin, eräs mahdollinen selitysmalli maailmankaikkeudessa nykyään havaitulle baryoniepäsymmetrialle on leptonigeneesin kautta tapahtunut baryonigeneesi. Baryoniepäsymmetria muodostuu leptonigeneesin kautta kahdessa vaiheessa. Ensimmäisessä vaiheessa leptoniluvun  $L$  säilymistä rikkovat raskaiden Majorana-neutriinujen hajoamiset synnyttävät leptoniepäsymmetrian. Toisessa vaiheessa, sähköheikon vaiheen aikana, sphaleron-vuorovaikutukset muuntavat osan syntyneestä leptoniepäsymmetriasta baryoniepäsymmetriaksi. Sphaleron-vuorovaikutukset eivät säilytä baryonilukua  $B$  ja leptonilukua  $L$  erikseen, mutta ne säilyttävät  $(B - L)$ :n. Tällöin alkuperäinen leptoniluku jaetaan lähes yhtä suurilla osuuksilla baryoni- ja leptonilukujen kesken [Gio06]. Yksinkertainen malli, jossa tämä mekanismi voidaan

ottaa käytäntöön, on (tyypin I) seesaw-mekanismi, johon sisältyy hiukkasfysiikan standardimallin lisäksi kaksi tai kolme raskasta oikeakätistä Majorana-neutriinoa [Aba07a].

Käydään vielä baryoniepäsymmetrian syntymekanismi läpi hieman yksityiskohtaisemmin. Aluksi kevyin oikeakätinen Majorana-neutriino  $N_1$  syntyy inflaation jälkeisessä termisessä sironnassa [Aba07a]. Suurten yhtenäisteorioiden (GUT) mukaan syntyneiden Majorana-neutriinon massan  $M_1$  suuruus on tyypillisesti muutamasta kertaluvusta useampaan kertalukuun pienempi kuin se energia  $M_{GUT} \cong 2 \times 10^{16}$  GeV, jossa sähköheikot ja vahvat vuorovaikutukset yhdistyvät [Pas07b]. Syntyneet Majorana-neutriinot olivat erittäin raskaita, sillä suhteellisen suurimassaisia hiukkasia saattoi syntyä varhaisessa maailmankaikkeudessa vallinneen korkean lämpötilan johdosta.

Nämä syntyneet Majorana-neutriinot olivat suuren massansa takia erittäin epävakaita. Ne hajosivat Yukawan kytkentöjensä kautta Higgsin dupleteiksi  $H$  ja Majorana-luonteestaan johtuen sekä leptoneiksi  $\ell$  että antileptoneiksi  $\bar{\ell}$  rikkoen näin leptoniluvun säilymistä [Buc04]. Raskaiden Majorana-neutriinon hajoamisia voidaan siten kuvata reaktioilla  $N_1 \rightarrow H\ell$  ja  $N_1 \rightarrow H\bar{\ell}$ .

Majorana-neutriinon hajoatessa syntyi enemmän leptoneita kuin antileptoneita. Vaikka leptonien ylimäärä säilyi yksittäisissä hajoamisissa, se ei kuitenkaan säilynyt maailmankaikkeuden laajuisessa mittakaavassa, sillä käänteiset reaktiot pyyhkivät pois syntyneen epäsymmetrian. Leptoniepäsymmetria säilyi suuressa mittakaavassa vasta, kun nämä käänteiset reaktiot lämpötilan laskiessa lakkasivat tapahtumasta [Pas02].

Majorana-neutriinon hajoamiset tuottivat yhdessä massamatriisissa olevien tilojen sekoittumisen kanssa CP-epäsymmetrian  $\varepsilon_1$  [Pas02], joka on määritelmän mukaan [Aba07a]

$$\varepsilon_1 \equiv \frac{\sum_{\alpha} [\Gamma(N_1 \rightarrow H\ell_{\alpha}) - \Gamma(N_1 \rightarrow H\bar{\ell}_{\alpha})]}{\sum_{\alpha} [\Gamma(N_1 \rightarrow H\ell_{\alpha}) + \Gamma(N_1 \rightarrow H\bar{\ell}_{\alpha})]}, \quad (4.3)$$

jossa  $\Gamma$  on Majorana-neutriinon  $N_1$  hajoamisleveys. CP-epäsymmetria kontrolloi  $N_1$ :n hajoamisessa syntynyttä  $(B - L)$ -epäsymmetriaa [Buc04]. Vaihtoehtoisesti CP-epäsymmetrian voidaan sanoa saavan alkunsa yksinkertaisen silmukkadiagrammin ja puutason kytkennän interferenssin seurauksena [Cov96].

Lopulta  $(B + L)$ -lukua rikkovat sphaleron-vuorovaikutukset muuttivat osan leptoniepäsymmetriasta maailmankaikkeudessa nykyään havaituksi baryoniepäsymmetriaksi [Aba07a, Aba07b]. Leptoniepäsymmetriasta  $Y_L$  syntynyttä baryoniepäsymmetriaa  $Y_B$  voidaan kuvata seuraavasti [Aba07a]

$$Y_B = -\left(\frac{8N_G + 4N_H}{14N_G + 9N_H}\right)Y_L, \quad (4.4)$$

jossa  $N_G$  on termisessä tasapainossa olevien leptonisukupolvien lukumäärä ja  $N_H$  on Higgsin dublettien lukumäärä. Useimmissa teorioissa on  $N_G = 3$  ja  $N_H = 1$  [Pas02].

Edellä olleen perusteella on selvää, että raskaiden oikeakätisten Majorana-neutriinoiden hajoamiset toimivat baryoniepäsymmetrian muodostumisen lähteenä. Majorana-neutriinoiden suuren massan ansiosta vuorovaikutusten oli helpompaa olla poissa termisestä tasapainosta, mikä on vaatimuksena tehokkaaseen epäsymmetrian muodostumiseen [Cov96]. Vuorovaikutusten ollessa poissa termisestä tasapainosta toteutuu samalla yksi edellisessä kappaleessa mainituista Saharovin ehdoista.

Vuorovaikutusten poikkeaminen termisestä tasapainosta johtuu maailmankaikkeuden laajenemisesta [Buc04]. Maailmankaikkeuden laajetessa sen lämpötila ja hiukkasten energia (massa) laskevat. Lämpötilan laskiessa termisessä tasapainossa olevien hiukkasten lukumäärätiheys pienenee eksponentiaalisesti. Jos neutriinot ovat tarpeeksi heikosti kytkettyjä, ne eivät pysty seuraamaan nopeaa hiukkastiheyden muutosta lämpötilan laskiessa niiden massaa pienemmäksi. Täten poikkeaminen termisestä tasapainosta johtaa raskaiden Majorana-neutriinoiden suureen lukumäärätiheyteen verrattuna tasapainossa olevien hiukkasten lukumäärätiheyteen. Käytännössä tämä johtuu siitä, että Majorana-neutriinon  $N_1$  hajoamisleveys  $\Gamma(N_1 \rightarrow H\ell)$  on pienempi kuin maailmankaikkeuden laajenemisnopeus eli Hubblen vakio  $H(M_1)$  hajoamisen hetkellä  $T \sim M_1$  [Buc04]. Näin on, kun efektiivinen neutriinomassa [Pas07b]

$$\tilde{m}_1 \equiv \frac{(\lambda^\dagger \lambda)_{11} v^2}{M_1} \quad (4.5)$$

on pienempi kuin neutriinoiden massa termisessä tasapainossa

$$m_* \equiv \frac{16\pi^{5/2}}{3\sqrt{5}} g_*^{1/2} \frac{v^2}{M_{Pl}} \simeq 10^{-3} \text{eV}, \quad (4.6)$$

jossa  $g_* = 106,75$  on plasman vapausasteiden efektiivinen lukumäärä,  $v$  on Higgsin hiukkasen vakuumin odotusarvo ja  $M_{Pl}$  on Planckin massa. Efektiivinen neutriinomassa  $\tilde{m}_1$  on Majorana-neutriinon  $N_1$  termiseen kylpyyn kytkeytymisen vahvuuden mitta [Buc04].

Hajoamisparametri  $K$  [Buc04, Aba07a]



$$K \equiv \frac{\sum_{\alpha} \Gamma(N_1 \rightarrow H \ell_{\alpha})}{H(M_1)} \equiv \frac{\tilde{m}_1}{m_*} \quad (4.7)$$

kuvaa sitä ovatko Majorana-neutriinon  $N_1$  hajoamiset termisessä tasapainossa vai eivät. Kun  $K \ll 1$  ( $\tilde{m}_1 \ll m_*$ ), neutriinot ovat poissa termisestä tasapainosta. Tästä tapauksesta käytetään nimitystä heikko poispyyhkiytyminen. Neutriinot ovat lähes termisessä tasapainossa, kun  $K \gg 1$  ( $\tilde{m}_1 \gg m_*$ ), jolloin käytetään nimitystä vahva poispyyhkiytyminen [Aba07a]. Näin ollen  $m_*$  määrää rajan näiden eri tapauksien välille.

Erilaiset prosessit voivat pyyhkiä pois syntyneen epäsymmetrian. Neutriinojen hierarkkisen massaspektrin tapauksessa merkittävimmät prosessit ovat  $N_1$ :n käänteiset hajoamiset sekä  $\Delta L = 1$  ja  $\Delta L = 2$  siroonnat [Buc03].

Baryoniepäsymmetria  $Y_B$  on määritelmän mukaan baryonien ja antibaryonien lukumäärätiheyksien erotuksen suhde entropian lukumäärätiheyteen [Xin11]

$$Y_B \equiv \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s}, \quad (4.8)$$

jossa [Aba07a]

$$s = \frac{2\pi^2 g_* T^3}{45}. \quad (4.9)$$

Maailmankaikkeudessa nykyään havaitun baryoniepäsymmetrian arvioidaan olevan [Pas07b]

$$8,0 \times 10^{-11} < Y_B < 9,2 \times 10^{-11}. \quad (4.10)$$

Toisinaan kirjallisuudessa esiintyy myös usein suure  $\eta$ , joka kuvaa baryonien ja antibaryonien lukumäärätiheyksien erotuksen suhdetta fotonin lukumäärätiheyteen [Xin11]

$$\eta \equiv \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_{\gamma}}, \quad (4.11)$$

jolloin pätee

$$\eta = \frac{s}{n_{\gamma}} Y_B. \quad (4.12)$$

Koska maailmankaikkeudessa ei ole nykyään merkittäviä määriä antibaryoneja, suhteen  $\eta$  voidaan arvioida olevan pelkästään baryonien ja fotonien lukumäärätiheyksien suhde [Can12]

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma}, \quad (4.13)$$

jolle on voimassa tulos [Ben12]

$$\eta = (6,19 \pm 0,14) \times 10^{-10}. \quad (4.14)$$

Leptoni- ja baryoniepäsyyntian aikakehitystä voidaan kuvata Boltzmannin yhtälöillä, joiden ratkaisut antavat epäsymmetrioiden tarkan arvon [Xin11].

## 4.4 Baryoniepäsyyntia ja leptonien makuefektit

Lukujen 4.6 ja 4.7 pääasiana on tutkia, millainen vaikutus neutriinujen sekoitusmatriisissa olevilla Dirac- ja Majorana-vaiheilla on baryoniepäsyyntiaan. Ennen näitä kappaleita on kuitenkin syytä tarkastella hieman leptonien makuefektejä ja niiden vaikutusta baryoniepäsyyntiaan.

Baryoniepäsyyntian alkusyyntä oletetusti oleva leptonigeneesi tapahtuu raskaan Majorana-neutriinon  $N_1$  massaa  $M_1$  vastaavassa lämpötilassa  $T \sim M_1$ . Lämpötiloissa  $T \sim M_1 > 10^{12}$  GeV kaikkien leptonimakujen Yukawa-vuorovaikutukset ovat poissa termisestä tasapainosta eikä eri leptonimakuja voida erottaa toisistaan. Baryoniepäsyyntiaa voidaan tällöin kuvata niin sanotun yhden maun approksimaation avulla. Yhden maun approksimaatiossa ei ole kuitenkaan havaittu suoraa yhteyttä leptonigeneesin parametrien ja Dirac- tai Majorana-vaiheiden välillä [Pas07b]. Täten yhden maun approksimaatiossa Dirac- tai Majorana-vaiheiden havaitsemisella ei välttämättä ole yhteyttä maailmankaikkeudessa nykyään havaittavan baryoniepäsyyntian kanssa.

Tilanne kuitenkin muuttuu, kun leptonimakujen Yukawan vuorovaikutukset tulevat termiseen tasapainoon varhaisen maailmankaikkeuden lämpötilan laskiessa tarpeeksi. Lämpötilassa  $T \sim M_1 \sim 10^{12}$  GeV taun Yukawan kytkennän välittämät vuorovaikutukset tulevat termiseen tasapainoon ja myöskin kohdalla vastaava tapahtuu lämpötilassa  $T \sim 10^9$  GeV [Pas07b]. Kun Yukawan vuorovaikutukset tulevat termiseen tasapainoon, leptonimaun käsitteestä tulee fyysikaalinen eikä yhden maun approksimaatiota voida enää käyttää. Tällöin lopullisen baryoniepäsyyntian määrittämisessä täytyy ottaa huomioon eri leptonimakujen vaikutus baryoniepäsyyntian arvoon, mistä johtuu nimitys leptonien makuefektit. Kuten jatkosta käy ilmi, baryoniepäsyyntian sekä Dirac- ja Majorana-vaiheiden välillä on selkeä yhteys. Matalassa energiassa mitattujen Dirac- tai Majorana-vaiheiden havaitseminen on siten todiste korkeassa energiassa tapahtuneesta leptonigeneesistä.

Syy siihen, miksi nimenomaan taun Yukawan vuorovaikutukset tulevat ensimmäisen termiseen tasapainoon, on taun suuri massa. Eri leptonimakujen Yukawan kytkentöjen  $h_\alpha$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) välittämien vuorovaikutusten nopeuden riippuvuus lämpötilasta  $T$  voidaan arvioida olevan [Aba07a]

$$\Gamma_\alpha(T) \simeq 5 \times 10^{-3} (h_\alpha)^2 T. \quad (4.15)$$

Täten raskaimman neutriinon eli taun Yukawan vuorovaikutukset toteuttavat ensimmäisenä ehdon  $\Gamma_\alpha(T) > H(T)$ , joka on edellytyksenä vuorovaikutusten olemiseen termisessä tasapainossa ( $H$  on Hubblen vakio). Maailmankaikkeuden jäähtyttyä tarpeeksi kunkin leptonisukupolven Yukawan vuorovaikutukset saavuttavat termisen tasapainon.

## 4.5 Baryoniepäsymmetrian riippuvuus eri parametreista

Edellä olleen perusteella lämpötilassa ( $10^9 < T = M_1 < 10^{12}$ ) GeV ainoastaan taun Yukawa-kytkentöjen välittämät vuorovaikutukset ovat termisessä tasapainossa. Tällöin elektroni- ja myonimaut voidaan matemaattisissa tarkasteluissa yhdistää toisiinsa. Baryoniepäsymmetrian lauseke on täten muotoa [Aba07a]

$$Y_B \simeq -\frac{12}{37g_*} \left( \varepsilon_2 \eta_{ef} \left( \frac{417}{589} \tilde{m}_2 \right) + \varepsilon_\tau \eta_{ef} \left( \frac{390}{589} \tilde{m}_\tau \right) \right), \quad (4.16)$$

jossa  $g_* = 217/2$  [Pas07b] on efektiivisten vapausasteiden lukumäärä,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_e + \varepsilon_\mu$  ja  $\tilde{m}_2 = \tilde{m}_e + \tilde{m}_\mu$  ovat elektronin ja myonin yhdistetty CP-epäsymmetria ja efektiivinen neutriinomassa,  $\varepsilon_\tau$  ja  $\tilde{m}_\tau$  ovat taun CP-epäsymmetria ja efektiivinen neutriinomassa ja  $\eta_{ef}(\tilde{m}_l)$  on leptonimakua  $l$  vastaava tehokkuustekijä, joka on muotoa [Pas07b]

$$\eta_{ef}(\tilde{m}_l) \simeq \left( \left( \frac{\tilde{m}_l}{8.25 \times 10^{-3} \text{eV}} \right)^{-1} + \left( \frac{0.2 \times 10^{-3} \text{eV}}{\tilde{m}_l} \right)^{-1.16} \right)^{-1}. \quad (4.17)$$

Tehokkuustekijä (tai vaihtoehtoisesti poispyyhkiytymistekijä)  $\eta_{ef}$  voi saada arvoja nolasta yhteen ja se kuvaa sitä leptoniepäsymmetrian osuutta, joka on jäänyt jäljelle epäsymmetriaa tuhoavien prosessien jäljiltä. Jos nämä prosessit ovat hyvin heikkoja, niin  $\eta_{ef} \approx 1$ . Jos taas epäsymmetriaa tuhoavat prosessit ovat hyvin voimakkaita, niin  $\eta_{ef} \sim 10^{-2} - 10^{-3}$  [Nar06].

Kun leptonien makuefektit otetaan huomioon, niin kunkin maun antama CP-epäsymmetria  $\varepsilon_l$  ( $l = e, \mu, \tau$ ) on muotoa [Pas07b]

$$\begin{aligned}\varepsilon_l &= -\frac{3M_1}{16\pi v^2} \frac{\text{Im}\left(\sum_\alpha m_\alpha^{1/2} R_{1\alpha} U_{l\alpha}^* \sum_\beta m_\beta^{3/2} R_{1\beta} U_{l\beta}\right)}{\sum_\gamma m_\gamma |R_{1\gamma}|^2} \\ &= -\frac{3M_1}{16\pi v^2} \frac{\sum_\alpha \sum_{\beta>\alpha} \sqrt{m_\alpha m_\beta} (m_\beta - m_\alpha) R_{1\alpha} R_{1\beta} \text{Im}(U_{l\alpha}^* U_{l\beta})}{\sum_\gamma m_\gamma |R_{1\gamma}|^2},\end{aligned}\quad (4.18)$$

jossa  $M_1$  on raskaan Majorana-neutriinon  $N_1$  massa,  $v = 174$  GeV on Higgsin dubletin vakuumin odotusarvo,  $m_k$  on neutriinon massa,  $U_{lk}$  on neutriinon sekoitusmatriisin elementti ja  $R_{1k}$  on Yukawa-kytkennän  $\lambda$  ”ortogonaalisessa parametrisaatiassa” [Cas01]

$$\lambda = \frac{1}{v} \sqrt{M} R \sqrt{m} U^\dagger \quad (4.19)$$

esiintyvän kompleksisen ja ortogonaalisen matriisin  $R$  elementti. Matriisille  $R$  on  $RR^T = R^T R = 1$ . Yllä olevassa parametrisaatiassa  $m = \text{diag}(m_1, m_2, m_3)$  ja  $M = \text{diag}(M_1, M_2, M_3)$  ovat kevyiden vasenkätisten neutriinon ja raskaiden oikeakätisten Majorana-neutriinon diagonaaliset massamatriisit.

CP-symmetria  $\varepsilon_l$  kuvaa raskaiden Majorana-neutriinon hajoamisissa syntyneitä epäsymmetriaa ja sen lausekkeen sisältämien neutriinon sekoitusmatriisin elementtien kautta baryoniepäsymmetria on joko Dirac- tai Majorana-vaiheiden funktio riippuen siitä, ovatko neutriinot Dirac- vai Majorana-hiukkasia.

CP-epäsymmetrian ohella baryoniepäsymmetria riippuu myös kutakin makua  $l$  vastaavasta efektiivisestä neutriinomassasta  $\tilde{m}_l$ . Kun leptonien makuefektit otetaan huomioon, se voidaan kirjoittaa muodossa [Pas07b]

$$\tilde{m}_l \equiv \frac{|\lambda_{1l}|^2 v^2}{M_1} = \left| \sum_k R_{1k} m_k^{1/2} U_{lk}^* \right|^2, \quad l = e, \mu, \tau. \quad (4.20)$$

Efektiivinen neutriinomassa  $\tilde{m}_l$  kuvaa raskaiden Majorana-neutriinon vuorovaikutusten poikkeamista termisestä tasapainosta ja se tarjoaa yleisen mittakaavan epäsymmetriaa tuhoavien prosessien suuruuksille [Nar06]. Efektiivisestä neutriinomassasta käytetään joissakin lähteissä myös nimitystä poispeyyhkiytymis-massaparametri [Pas07b].  $\tilde{m}_l$  on kolmen eri parametrin funktio, se

riippuu CP-epäsymmetrian tavoin diagonaalisen massamatriisin  $m$ , neutriinujen sekoitusmatriisin  $U$  ja ortogonaalisen matriisin  $R$  elementeistä.

Lopullinen baryoniepäsymmetrian  $Y_B$  arvo on summa kunkin yksittäisen maun antamasta CP-epäsymmetriasta painotettuna kutakin makua vastaavalla tehokkuustekijällä, joka on puolestaan tarkasteltavan leptonimaun efektiivisen neutriinomassan funktio.

Seuraavat kappaleet 4.6 ja 4.7 tukeutuvat Pascolin, Petcovin ja Riotton tutkimukseen [Pas07b] Dirac- ja Majorana-vaiheiden vaikutuksesta leptoni- ja baryonigeneesiin.

## 4.6 Baryoniepäsymmetria sekä Dirac- ja Majorana-vaiheet normaalihierarkkisen massaspektrin tapauksessa

### 4.6.1 Baryoniepäsymmetrian parametrit normaalihierarkkisessa massaspektrissä

Käsitellään aluksi Dirac- ja Majorana-vaiheiden vaikutusta baryoniepäsymmetriaan, kun sekä kevyillä vasenkätisillä neutriinoilla että raskailla oikeakätisillä Majorana-neutriinoilla on normaalihierarkkinen massaspektri. Kevyiden vasenkätisten neutriinujen massoille pätee tällöin  $m_1 \ll m_2 \ll m_3$ , josta seuraa, että tarkasteltaessa normaalihierarkkista massaspektriä voidaan käyttää approksimaatiota  $m_1 \approx 0$ .

Koska eri leptonimakujen massan tarkat arvot ovat vielä toistaiseksi tuntemattomia, neutriinujen massat kannattaa ilmaista oskillaatiokokeissa mitattujen neliöllisten massaerojen avulla

$$\Delta m_{\odot}^2 = \Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2 \cong m_2^2 \quad \text{eli} \quad m_2 \cong \sqrt{\Delta m_{\odot}^2}, \quad (4.21)$$

$$\Delta m_A^2 = \Delta m_{31}^2 = m_3^2 - m_1^2 \cong m_3^2 \quad \text{eli} \quad m_3 \cong \sqrt{\Delta m_A^2}. \quad (4.22)$$

Yllä olevien yhtälöiden ja approksimaation  $m_1 \approx 0$  avulla efektiivisen neutriinomassan lauseke (4.20) voidaan nyt kirjoittaa muodossa

$$\begin{aligned} \tilde{m}_l &\cong \left| \sqrt{m_2} R_{12} U_{l2}^* + \sqrt{m_3} R_{13} U_{l3}^* \right|^2 = m_3 \left| \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_3}} R_{12} U_{l2}^* + R_{13} U_{l3}^* \right|^2 \\ &\cong \sqrt{\Delta m_A^2} \left| \left( \frac{\Delta m_{\odot}^2}{\Delta m_A^2} \right)^{\frac{1}{4}} R_{12} U_{l2}^* + R_{13} U_{l3}^* \right|^2, \end{aligned} \quad (4.23)$$

jossa alemmalla rivillä on käytetty tulosta

$$\frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_3}} = \left(\frac{m_2}{m_3}\right)^{1/2} \cong \left(\frac{\sqrt{\Delta m_\odot^2}}{\sqrt{\Delta m_A^2}}\right)^{1/2} = \left(\left(\frac{\Delta m_\odot^2}{\Delta m_A^2}\right)^{1/2}\right)^{1/2} = \left(\frac{\Delta m_\odot^2}{\Delta m_A^2}\right)^{1/4}. \quad (4.24)$$

Vastaavasti kunkin leptonimaun  $l$  CP-epäsymmetria  $\varepsilon_l$  voidaan kirjoittaa muodossa [Pas07b]

$$\varepsilon_l \simeq -\frac{3M_1\sqrt{\Delta m_A^2}}{16\pi v^2} \left(1 - \frac{\sqrt{\Delta m_\odot^2}}{\sqrt{\Delta m_A^2}}\right) \left(\frac{\Delta m_\odot^2}{\Delta m_A^2}\right)^{1/4} \frac{|R_{12}R_{13}|}{\left(\frac{\Delta m_\odot^2}{\Delta m_A^2}\right)^{1/2} |R_{12}|^2 + |R_{13}|^2} \times \left[ \text{Im}(e^{i\beta_{23}} U_{l2}^* U_{l3}) + \frac{2\sqrt{\Delta m_\odot^2}}{\sqrt{\Delta m_A^2} - \sqrt{\Delta m_\odot^2}} \text{Im}(e^{i\beta_{23}} \text{Re}(U_{l2}^* U_{l3})) \right], \quad (4.25)$$

jossa  $\beta_{23} = \tilde{\beta}_{12} + \tilde{\beta}_{13} \equiv \arg(R_{12}R_{13})$  ja  $\tilde{\beta}_{1k} \equiv \arg(R_{1k})$ . Suure  $\beta_{23}$  parametrizoi matriisista  $R$  johtuvaa CP-symmetrian rikkoutumista CP-epäsymmetriassa  $\varepsilon_l$  [Pas07b]. Koska CP-epäsymmetria on yksi baryoniepäsymmetrian parametreista (ks. yhtälö (4.16)), yhtälöstä (4.25) nähdään, että normaalihierarkkisen massaspektrin tapauksessa baryoniepäsymmetria riippuu matriisin  $R$  elementeistä  $R_{12}$  ja  $R_{13}$  sekä niiden tulon  $R_{12}R_{13}$  etumerkistä. Näiden matriisielementtien vaikutusta baryoniepäsymmetrian arvoon ei kuitenkaan tässä tutkielmassa tarkastella sen yksityiskohtaisemmin, sillä päätavoitteena on tutkia nimenomaan Dirac- ja Majorana-vaiheiden vaikutusta baryoniepäsymmetriaan.

Baryoniepäsymmetrian eksplisiittinen riippuvuus Dirac- ja Majorana-vaiheista käy esille, kun CP-epäsymmetrian lausekkeessa (4.25) oleva termi  $\text{Im}(e^{i\beta_{23}} U_{l2}^* U_{l3})$  kirjoitetaan auki esimerkiksi taun tapauksessa. Tarkasteltavassa termissä olevat neutriinujen sekoitusmatriisin elementit ovat tällöin muotoa  $U_{\tau 2}^* = (-c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta})e^{-i\frac{\alpha_{21}}{2}}$  ja  $U_{\tau 3} = c_{23}c_{13}e^{i\frac{\alpha_{31}}{2}}$ , jolloin saadaan

$$\text{Im}(e^{i\beta_{23}} U_{\tau 2}^* U_{\tau 3}) = -c_{13} \left[ c_{23}s_{23}c_{12} \sin\left(\frac{\alpha_{32}}{2} + \beta_{23}\right) - c_{23}^2 s_{12}s_{13} \sin\left(\delta - \left(\frac{\alpha_{32}}{2} + \beta_{23}\right)\right) \right]. \quad (4.26)$$

Yllä olevan termin laskemiseen on käytetty sekä sinin että kosinin summakaavoja  $\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$  ja  $\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$ . Majorana-vaiheille  $\alpha_{21}$  ja  $\alpha_{31}$

on käytetty niiden suhteellista vaihetta  $\alpha_{32} \equiv \alpha_{31} - \alpha_{21}$ . Sinille ja kosinille on puolestaan käytetty merkintöjä  $s_{ik} \equiv \sin \theta_{ik}$  ja  $c_{ik} \equiv \cos \theta_{ik}$ .

Vastaavasti voidaan laskea termi  $\text{Im}\left(e^{i\beta_{23}} \text{Re}(U_{\tau 2}^* U_{\tau 3})\right)$ , joka on nyt

$$\text{Im}\left(e^{i\beta_{23}} \text{Re}(U_{\tau 2}^* U_{\tau 3})\right) = -c_{13} c_{23} \sin(\beta_{23}) \left[ c_{12} s_{23} \cos \frac{\alpha_{32}}{2} + s_{12} c_{23} s_{13} \cos \left( \delta + \frac{\alpha_{32}}{2} \right) \right]. \quad (4.27)$$

Yhtälöstä (4.25) seuraa, että täysin reaalisten tai imaginaaristen matriisielementtien  $R_{12}$  ja  $R_{13}$  tapauksessa eri makujen CP-epäsymmetrioiden pätee tulos  $\varepsilon_e + \varepsilon_\mu + \varepsilon_\tau = 0$  [Pas07b]. Yhdistämällä elektronin ja myonin maut toisiinsa, voidaan niiden yhdistetty CP-epäsymmetria siten kirjoittaa muodossa  $\varepsilon_2 = \varepsilon_e + \varepsilon_\mu = -\varepsilon_\tau$ . Baryoniepäsymmetrian yhtälö (4.16) puolestaan sievenee muotoon

$$Y_B = -\frac{12}{37} \frac{\varepsilon_\tau}{g_*} \left( \eta_{ef} \left( \frac{390}{589} \tilde{m}_\tau \right) - \eta_{ef} \left( \frac{417}{589} \tilde{m}_2 \right) \right), \quad (4.28)$$

jossa  $\tilde{m}_2 = \tilde{m}_e + \tilde{m}_\mu$ . Baryoniepäsymmetrian laskemiseen riittää näin ollen neljä funktiota: taun CP-epäsymmetria  $\varepsilon_\tau$ , efektiiviset neutriinomassat  $\tilde{m}_2$  ja  $\tilde{m}_\tau$  sekä tehokkuustekijä  $\eta_{ef}$  joista viimeksi mainittu on efektiivisen neutriinomassan funktio. Taun CP-epäsymmetria voidaan laskea yhtälöstä (4.25) asettamalla  $l = \tau$ . Termien (4.26) ja (4.27) arvot riippuvat nyt siitä, ovatko neutriinit Dirac- vai Majorana-hiukkasia. Efektiivinen neutriinomassa  $\tilde{m}_2$  voidaan laskea yhtälöstä

$$\tilde{m}_e + \tilde{m}_\mu + \tilde{m}_\tau = \tilde{m}_2 + \tilde{m}_\tau = \sqrt{\Delta m_A^2} \left[ \left( \frac{\Delta m_\odot^2}{\Delta m_A^2} \right)^{\frac{1}{2}} |R_{12}|^2 + |R_{13}|^2 \right], \quad (4.29)$$

kun  $\tilde{m}_\tau$  tunnetaan [Pas07b].

#### 4.6.2 Suhteellinen Majorana-vaihe ja baryoniepäsymmetria

Tutkitaan aluksi tilannetta, jossa CP-symmetrian rikkoutuminen johtuu yksinomaan suhteellisesta Majorana-vaiheesta  $\alpha_{32}$ . Dirac-vaihe on tällöin  $\delta = 0$  ja asetetaan  $\beta_{23} = 0$  [Pas07b]. Lähdetään liikkeelle taun CP-epäsymmetriasta, jonka sisältämät termit (4.26) ja (4.27) ovat Majorana-neutriinoiden tapauksessa

$$\left| \text{Im}(e^{i\beta_{23}} U_{\tau 2}^* U_{\tau 3}) \right| = c_{23} c_{13} (s_{23} c_{12} + c_{23} s_{12} s_{13}) \left| \sin \frac{\alpha_{32}}{2} \right|, \quad (4.30)$$

$$\text{Im} \left( e^{i\beta_{23}} \text{Re}(U_{\tau 2}^* U_{\tau 3}) \right) = 0. \quad (4.31)$$

Yllä olevien termien nojalla  $\varepsilon_\tau$  voidaan kirjoittaa muodossa

$$\begin{aligned} \varepsilon_\tau \simeq & -\frac{3M_1\sqrt{\Delta m_A^2}}{16\pi v^2} \left( 1 - \frac{\sqrt{\Delta m_\odot^2}}{\sqrt{\Delta m_A^2}} \right) \left( \frac{\Delta m_\odot^2}{\Delta m_A^2} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{|R_{12}R_{13}|}{\left( \frac{\Delta m_\odot^2}{\Delta m_A^2} \right)^{\frac{1}{2}} |R_{12}|^2 + |R_{13}|^2} \\ & \times \left[ c_{23}c_{13}(s_{23}c_{12} + c_{23}s_{12}s_{13}) \left| \sin \frac{\alpha_{32}}{2} \right| \right]. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Efektiiviset neutriinomassat  $\tilde{m}_\tau$  ja  $\tilde{m}_2$  ovat puolestaan yhtälöiden (4.23) ja (4.29) perusteella

$$\tilde{m}_\tau \simeq \sqrt{\Delta m_A^2} \left| \left( \frac{\Delta m_\odot^2}{\Delta m_A^2} \right)^{\frac{1}{4}} |R_{12}|(s_{23}c_{12} + c_{23}s_{12}s_{13})e^{i\frac{\alpha_{32}}{2}} - \kappa |R_{13}|c_{23}c_{13} \right|^2, \quad (4.33)$$

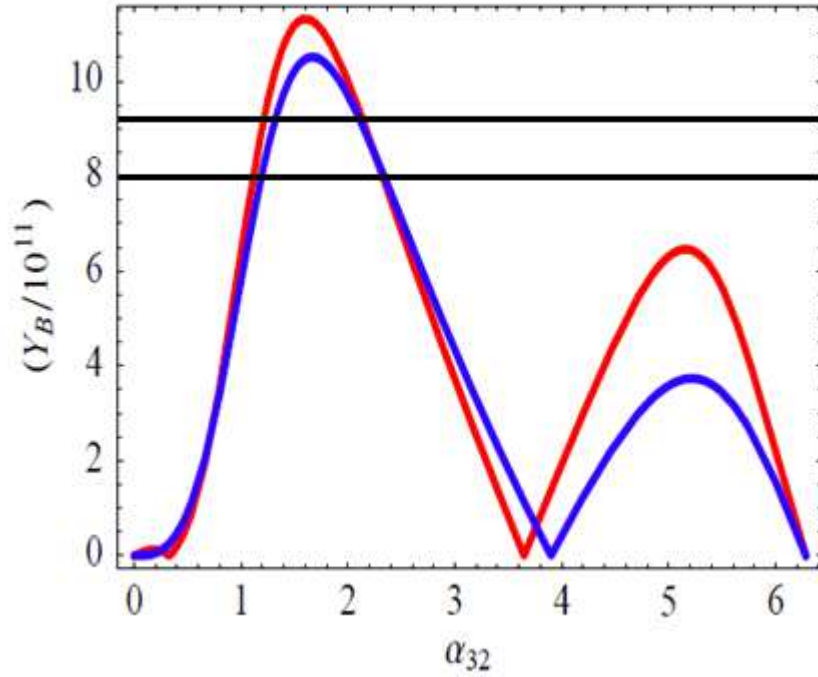
$$\tilde{m}_2 \equiv \tilde{m}_e + \tilde{m}_\mu = \sqrt{\Delta m_A^2} \left[ \left( \frac{\Delta m_\odot^2}{\Delta m_A^2} \right)^{\frac{1}{2}} |R_{12}|^2 + |R_{13}|^2 \right] - \tilde{m}_\tau, \quad (4.34)$$

jossa  $\kappa \equiv e^{i\beta_{23}} = \text{sign}(R_{12}R_{13}) = \pm 1$  [Pas07b].

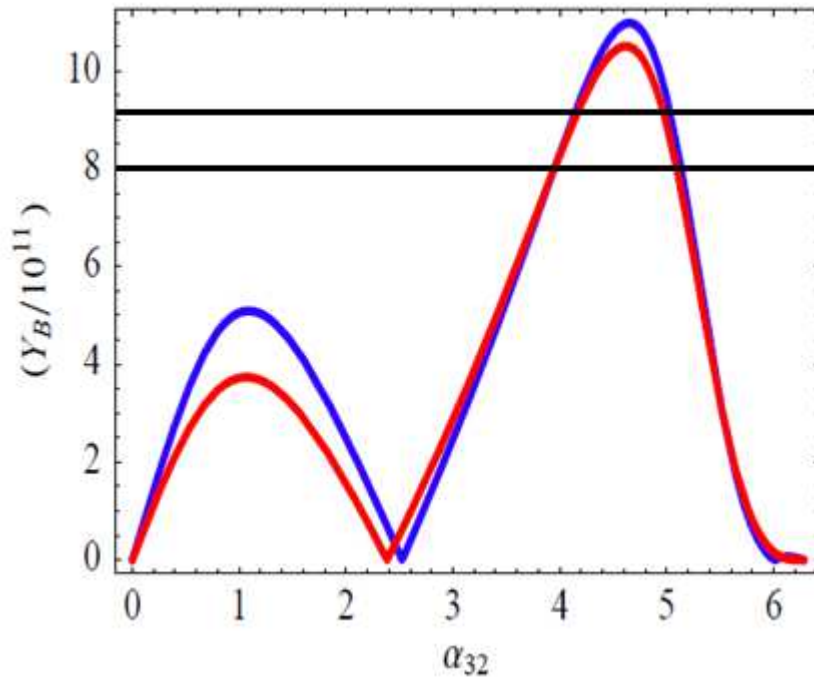
Baryoniepäsyyntian laskemiseen tarvittavissa yhtälöissä on nyt viisi tuntematonta muuttujaa: raskaan oikeakätisen Majorana-neutriinon  $N_1$  massa  $M_1$ , suhteellinen Majorana-vaihe  $\alpha_{32}$  ja matriisin  $R$  elementit  $R_{12}$  ja  $R_{13}$  sekä niiden tulo etumerkki. Valitaan nyt nämä matriisielementit siten, että ne maksimoivat taun CP-epäsyyntiaa ja baryoniepäsyyntiaa  $Y_B$ . Tällöin on  $|R_{12}|^2 = 0,85$  ja  $|R_{13}|^2 \equiv 1 - |R_{12}|^2 = 0,15$  [Pas07b]. Kiinnitetään lisäksi massan  $M_1$  arvoksi  $M_1 = 5,5 \times 10^{10}$  GeV [Pas07b], jolloin ainoiksi vapaiksi parametreiksi jäävät suhteellinen Majorana-vaihe  $\alpha_{32}$  ja tulo  $R_{12}R_{13}$  etumerkki.

Kun edellä saadut yhtälöt taun CP-epäsyyntialle ja efektiivisille neutriinomassoille sijoitetaan baryoniepäsyyntian lausekkeeseen (4.28), voidaan tutkia miten baryoniepäsyyntian arvo riippuu suhteellisesta Majorana-vaiheesta  $\alpha_{32}$ . Kuvissa 23 ja 24 on esitetty kyseinen riippuvuus sekä tapauksissa  $\text{sign}(R_{12}R_{13}) = \pm 1$  että tapauksissa  $\sin \theta_{13} = 0$  ja  $\sin \theta_{13} = 0,2$ .





**Kuva 23.** Baryoniepäsymmetria  $Y_B$  suhteellisen Majorana-vaiheen  $\alpha_{32}$  funktiona, kun  $\text{sign}(R_{12}R_{13}) = +1$ . Punainen viiva edustaa tapausta  $s_{13} = 0,2$ , kun taas sininen tapausta  $s_{13} = 0$  [Pas07b]. Vaakasuorien mustien viivojen välissä on nykyään havaittu baryoniepäsymmetrian arvo  $8,0 \times 10^{-11} < Y_B < 9,2 \times 10^{-11}$ .



**Kuva 24.** Muuten sama tapaus kuin kuvassa 23, mutta  $\text{sign}(R_{12}R_{13}) = -1$  [Pas07b].

Kuvissa 23 ja 24 riittää tarkastella punaista käyrää ( $s_{13} = 0,2$ ), koska se vastaa paremmin nyt tiedossa olevaa sekoituskulman  $\theta_{13}$  kokeellisesta mittausravasta [An12]  $s_{13} \equiv \sin \theta_{13} = \sin 9^\circ \approx 0,156$ . Sininen käyrä (tapaus  $s_{13} = 0$ ) voidaan näin ollen unohtaa kokonaan tulosten tarkasteluissa.

Kuvista nähdään, että baryoniepäsyyntia  $Y_B$  on nolla suhteellisen Majorana-vaiheen  $\alpha_{32}$  ollessa luvun  $2\pi$  monikerta. Tämä johtuu siitä, että kyseisillä vaiheen arvoilla taun CP-epäsyyntia on nolla, jolloin myös baryoniepäsyyntian täytyy olla nolla. Kuvassa 23 baryoniepäsyyntia saavuttaa lokaalit maksiminsa vaiheen  $\alpha_{32}$  arvoilla  $0,5\pi$  ja  $1,6\pi$ , joista ensiksi mainittu antaa baryoniepäsyyntian suurimman arvon  $11,5 \times 10^{-11}$ . Lokaalin miniminsä baryoniepäsyyntia sen sijaan saavuttaa, kun  $\alpha_{32} = 1,1\pi$ . Kuvassa 23 suhteellinen Majorana-vaihe  $\alpha_{32}$  saavuttaa maailmankaikkeudessa nykyään havaitun baryoniepäsyyntian arvon  $8,0 \times 10^{-11} < Y_B < 9,2 \times 10^{-11}$ , kun  $\alpha_{32}$  saa arvoja väliltä  $1,2 - 1,35$  ja  $2,1 - 2,4$ . Jälkimmäisellä lokaalin maksimin arvolla  $1,6\pi$  vaihe  $\alpha_{32}$  ei saavuta tarpeeksi suurta baryoniepäsyyntian arvoa.

Kuvassa 24 tilanne muuttuu siten, että baryoniepäsyyntian saavuttaa lokaalit maksiminsa vaiheen  $\alpha_{32}$  arvoilla  $0,3\pi$  ja  $1,4\pi$ , joista nyt jälkimmäiseksi mainittu antaa baryoniepäsyyntian suurimman arvon. Tällä kertaa baryoniepäsyyntia saavuttaa lokaalin miniminsä  $\alpha_{32}$ :n arvolla  $0,7\pi$ . Kuvassa 24 suhteellinen Majorana-vaihe  $\alpha_{32}$  saavuttaa maailmankaikkeudessa nykyään havaitun baryoniepäsyyntian arvon, kun  $\alpha_{32}$  saa arvoja väliltä  $1,25 - 1,35$  ja  $1,6 - 1,65$ .

#### 4.6.3 Dirac-vaihe ja baryoniepäsyyntia

Tutkitaan seuraavaksi tilannetta, jossa CP-syyntian rikkoutuminen johtuu suhteellisen Majorana-vaiheen sijasta yksinomaan Dirac-vaiheesta  $\delta$ . Tällöin  $\alpha_{32} = 0$  ja valitaan  $\beta_{23} = \pi$  [Pas07b]. Nyt taun CP-epäsyyntian sisältämä termi  $\text{Im}(e^{i\beta_{23}} U_{\tau 2}^* U_{\tau 3})$  on

$$|\text{Im}(e^{i\beta_{23}} U_{\tau 2}^* U_{\tau 3})| = c_{13} c_{23}^2 s_{12} s_{13} |\sin \delta|. \quad (4.35)$$

Termi  $\text{Im}(e^{i\beta_{23}} \text{Re}(U_{\tau 2}^* U_{\tau 3}))$  on jälleen nolla, sillä  $\sin \beta_{23} = 0$ , kun  $\beta_{23} = \pi$ .  $\varepsilon_\tau$  on siten muotoa

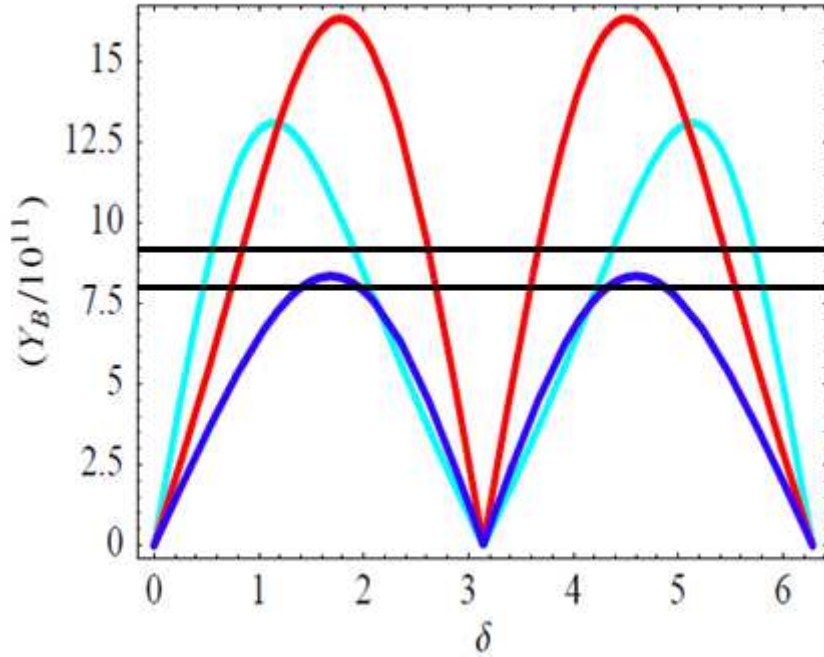
$$\begin{aligned} \varepsilon_\tau \simeq & -\frac{3M_1 \sqrt{\Delta m_A^2}}{16\pi v^2} \left( 1 - \frac{\sqrt{\Delta m_\odot^2}}{\sqrt{\Delta m_A^2}} \right) \left( \frac{\Delta m_\odot^2}{\Delta m_A^2} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{|R_{12} R_{13}|}{\left( \frac{\Delta m_\odot^2}{\Delta m_A^2} \right)^{\frac{1}{2}} |R_{12}|^2 + |R_{13}|^2} \\ & \times c_{13} c_{23}^2 s_{12} s_{13} |\sin \delta|. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Dirac-neutriinon tapauksessa taun efektiiviseksi neutriinomassaksi saadaan [Pas07b]

$$\tilde{m}_\tau \cong \sqrt{\Delta m_A^2} \left| \left( \frac{\Delta m_\odot^2}{\Delta m_A^2} \right)^{\frac{1}{4}} |R_{12}| (s_{23}c_{12} + c_{23}s_{12}s_{13}e^{i\delta}) - \kappa' |R_{13}| c_{23}c_{13} \right|^2, \quad (4.37)$$

jossa  $\kappa' \equiv e^{i(\beta_{23} + \frac{\alpha_{32}}{2})} = \pm 1$ . Vertailemalla yhtälöitä (4.33) ja (4.37) huomataan, että kyseisten yhtälöiden välinen ero on hyvin pieni. Siinä missä suhteellinen Majorana-vaihe  $e^{i\frac{\alpha_{32}}{2}}$  kertoo termiä  $(s_{23}c_{12} + c_{23}s_{12}s_{13})$  yhtälössä (4.33), Dirac-vaihe  $e^{i\delta}$  on termin sulkujen sisällä, kuten yhtälöstä (4.37) käy ilmi. Efektiivisen neutriinomassan  $\tilde{m}_2$  lauseke on sen sijaan sama kuin Majorana-neutriinon tapauksessa, vähennettävä taun efektiivisen massan lauseke on kuitenkin eri.

Valitaan jälleen matriisielementit  $R_{12}$  ja  $R_{13}$  siten, että ne maksimoivat tau-maun CP-epäsymmetriaa  $\varepsilon_\tau$  ja baryoniepäsymmetriaa  $Y_B$ . Tällöin on  $|R_{12}|^2 = 0,85$  ja  $|R_{13}|^2 \equiv 1 - |R_{12}|^2 = 0,15$  aivan kuten Majorana-neutriinon tapauksessakin. Kiinnitetään nyt massan  $M_1$  arvoksi  $M_1 = 5 \times 10^{11}$  GeV [Pas07b], jolloin voidaan tutkia, miten baryoniepäsymmetria riippuu Dirac-vaiheesta  $\delta$ . Kuvassa 25 on esitetty tämä riippuvuus, kun parametrit  $\kappa'$  ja  $\sin \theta_{13}$  saavat eri arvoja.



**Kuva 25.** Baryoniepäsymmetria  $|Y_B|$  Dirac-vaiheen  $\delta$  funktiona kolmessa eri tapauksessa. Punainen käyrä edustaa tapausta  $\alpha_{32} = 0$ ,  $\kappa' = +1$  ja  $s_{13} = 0,2$ , kun taas sininen edustaa tapausta  $\alpha_{32} = 0$ ,  $\kappa' = +1$  ja  $s_{13} = 0,1$ . Vaalean sinisessä tapauksessa on  $\alpha_{32} = \pi$ ,  $\kappa' = -1$  ja  $s_{13} = 0,2$  [Pas07b]. Vaakasuorat mustat viivat määrittävät jälleen havaitun baryoniepäsymmetrian arvot.

Kuvasta 25 nähdään, että baryoniepäsymmetria on nolla, kun Dirac-vaihe on 0 tai  $\pi$ . Tapauksessa  $\alpha_{32} = 0$  ja  $s_{13} = 0,2$  (punainen käyrä) baryoniepäsymmetria saavuttaa maksiminsa Dirac-vaiheen arvoilla  $0,57\pi$  ja  $1,43\pi$ . Baryoniepäsymmetria toteutuu, jos Dirac-vaihe kuuluu väleille  $0,22\pi - 0,24\pi$ ,  $0,83\pi - 0,86\pi$ ,  $1,14\pi - 1,18\pi$  tai  $1,72\pi - 1,78\pi$ .

Tapauksessa  $\alpha_{32} = 0$  ja  $s_{13} = 0,1$  (sininen käyrä) baryoniepäsymmetria saavuttaa maksiminsa Dirac-vaiheen arvoilla  $0,54\pi$  ja  $1,46\pi$ . Baryoniepäsymmetria toteutuu, jos Dirac-vaihe kuuluu väleille  $0,45\pi - 0,64\pi$  tai  $1,37\pi - 1,56\pi$ .

Tapauksessa  $\alpha_{32} = 0$  ja  $s_{13} = 0,2$  (vaalean sininen käyrä) baryoniepäsymmetria saavuttaa maksiminsa Dirac-vaiheen arvoilla  $0,35\pi$  ja  $1,65\pi$ . Baryoniepäsymmetria toteutuu, jos Dirac-vaihe kuuluu väleille  $0,13\pi - 0,19\pi$ ,  $0,60\pi - 0,67\pi$ ,  $1,34\pi - 1,40\pi$  tai  $1,81\pi - 1,85\pi$ .

## 4.7 Baryoniepäsymmetria sekä Dirac- ja Majorana-vaiheet käänteishierarkkisen massaspektrin tapauksessa

### 4.7.1 Baryoniepäsymmetrian parametrit käänteishierarkkisessa massaspektrissä

Tarkastellaan seuraavaksi Dirac- ja Majorana-vaiheiden vaikutusta baryoniepäsymmetriaan, kun kevyillä vasenkätisillä neutriinoilla on käänteishierarkkinen massaspektri  $m_3 \ll m_1 < m_2$ . Käänteishierarkkisesta massaspektristä seuraa, että massa  $m_3$  voidaan arvioida nolllaksi  $m_3 \approx 0$ .

Ero normaalihierarkkiseen massaspektriin ilmenee matriisien  $R$  ja  $U$  elementeissä. Normaalihierarkkisessa tapauksessa baryoniepäsymmetrian parametrien yhtälöissä esiintyvät matriisielementit  $R_{12}$ ,  $R_{13}$ ,  $U_{\tau 2}^*$  ja  $U_{\tau 3}$ , mutta käänteishierarkkisessa tapauksessa parametrien yhtälöissä on sen sijaan matriisielementit  $R_{11}$ ,  $R_{12}$ ,  $U_{\tau 1}^*$  ja  $U_{\tau 2}$ . Yhdessä approksimaation  $m_3 \approx 0$  kanssa matriisielementtien ero saa aikaan sen, että baryoniepäsymmetrian parametrien lausekkeet ovat erilaiset normaali- ja käänteishierarkkisen massaspektrin tapauksessa.

Efektiivisille neutriinomassoille on nyt [Pas07b]

$$\tilde{m}_l \cong \sqrt{\Delta m_A^2 |R_{11} U_{l1}^* + R_{12} U_{l2}^*|^2}, \quad l = e, \mu, \tau, \quad (4.38)$$

$$\tilde{m}_e + \tilde{m}_\mu + \tilde{m}_\tau = \sqrt{\Delta m_A^2 (|R_{11}|^2 + |R_{12}|^2)}. \quad (4.39)$$

Taun CP-epäsymmetria on puolestaan muotoa [Pas07b]

$$|\varepsilon_\tau| \simeq \frac{3M_1\sqrt{\Delta m_A^2}}{16\pi v^2} \frac{2|R_{11}R_{12}|}{|R_{11}|^2 + |R_{12}|^2} |\text{Re}(U_{\tau 1}^* U_{\tau 2})|, \quad (4.40)$$

jossa reaali osalle pätee [Pas07b]

$$|\text{Re}(U_{\tau 1}^* U_{\tau 2})| \cong \left| c_{12}s_{12}s_{23}^2 \cos \frac{\alpha_{21}}{2} - c_{23}s_{23}s_{13} \left[ c_{12}^2 \cos \left( \frac{\alpha_{21}}{2} - \delta \right) - s_{12}^2 \cos \left( \frac{\alpha_{21}}{2} + \delta \right) \right] \right|. \quad (4.41)$$

Aivan kuten normaalihierarkkisessa tapauksessa, käsitellään ensin baryoniepäsymmetrian riippuvuus Majorana-vaiheesta  $\alpha_{21}$ , jonka jälkeen riippuvuus Dirac-vaiheesta  $\delta$ . Matriisin  $R$  elementeille pätee nyt  $|R_{11}|^2 - |R_{12}|^2 = 1$  [Pas07b].

#### 4.7.2 Majorana-vaihe ja baryoniepäsymmetria käännteishierarkkisessa tapauksessa

Asettamalla  $\delta = 0$  yhtälössä (4.41), se voidaan kirjoittaa muodossa

$$|\text{Re}(U_{\tau 1}^* U_{\tau 2})| \cong s_{23}(c_{12}s_{12}s_{23} \pm s_{13}c_{23} \cos 2\theta_{12}) \left| \cos \frac{\alpha_{21}}{2} \right|, \quad (4.42)$$

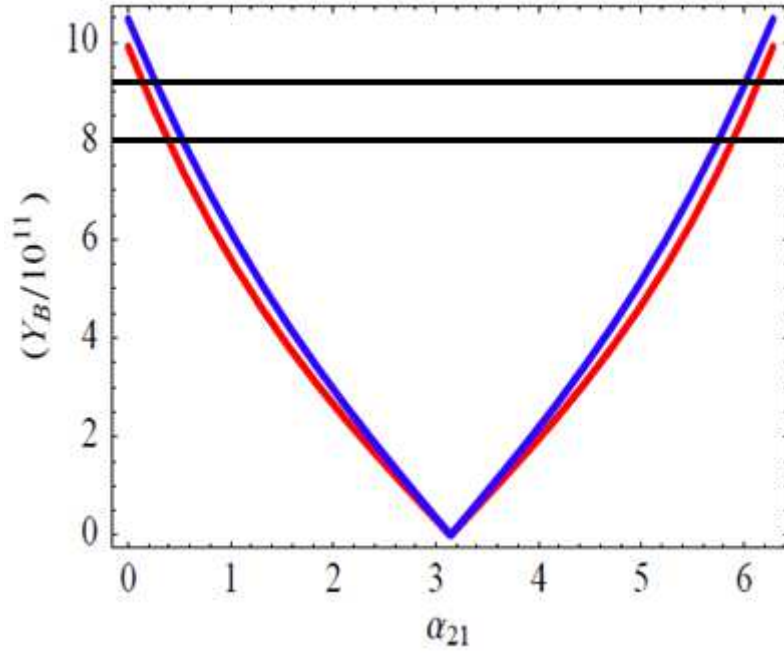
jossa  $\cos 2\theta_{12} = \cos^2 \theta_{12} - \sin^2 \theta_{12} = c_{12}^2 - s_{12}^2$ . Efektiiviset neutriinomassat ovat nyt

$$\tilde{m}_\tau \cong \sqrt{\Delta m_A^2} \left[ R_{11}(s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}) - R_{12}(c_{12}s_{23} + s_{12}c_{23}s_{13}) e^{-i\frac{\alpha_{21}}{2}} \right]^2, \quad (4.43)$$

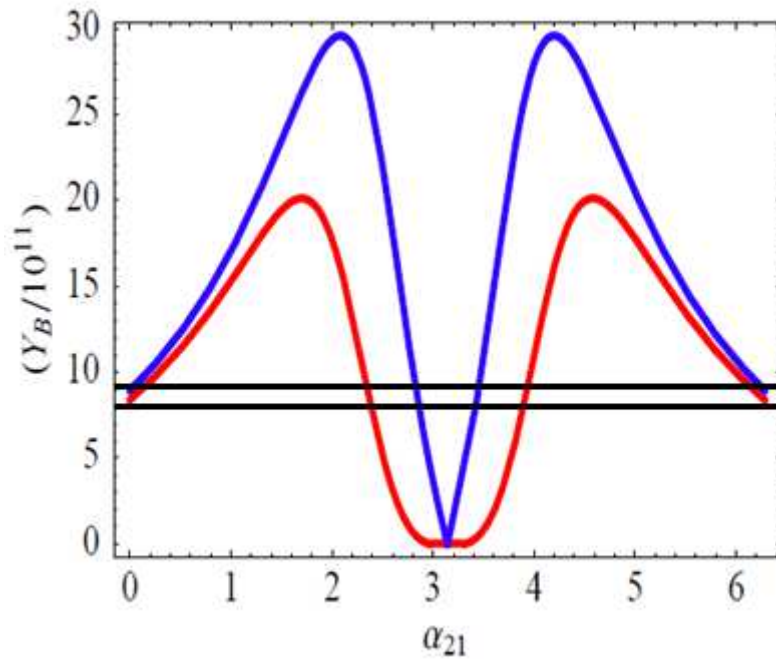
$$\tilde{m}_2 = \sqrt{\Delta m_A^2(|R_{11}|^2 + |R_{12}|^2)} - \tilde{m}_\tau. \quad (4.44)$$

Yhtälössä (4.43) olevalle suurelle  $\kappa$  on  $R_{11}R_{12} = i\kappa|R_{11}R_{12}|$ , jossa  $\kappa = \pm 1$  [Pas07b]. On ilmiselvää, etteivät efektiivinen neutriinomassa tai baryoniepäsymmetria riipu mitenkään Majorana-vaiheesta  $\alpha_{31}$ , sillä se ei esiinny tarkasteltavissa sekoitusmatriisin elementeissä  $U_{\tau 1}$  ja  $U_{\tau 2}$ .

Valitaan nyt  $|R_{11}| = 1,05$  ( $|R_{12}|^2 = |R_{11}|^2 - 1$ ) ja  $M_1 = 2,1 \times 10^{11}$  GeV [Pas07b]. Kuvassa 26 on esitetty baryoniepäsymmetrian  $Y_B$  riippuvuus Majorana-vaiheesta  $\alpha_{21}$  tapauksissa  $\sin \theta_{13} = 0$  ja  $\sin \theta_{13} = 0,2$ , kun  $\kappa = +1$ . Kuvassa 27 on käytetty arvoja  $|R_{11}| = 1,2$  ja  $\kappa = -1$ .



**Kuva 26.** Baryoniepäsymmetria  $Y_B$  Majorana-vaiheen  $\alpha_{21}$  funktiona. Punainen käyrä edustaa tapausta  $s_{13} = 0,2$  ja sininen tapausta  $s_{13} = 0$  [Pas07b]. Vaakasuorien mustien viivojen väliin jäävä alue vastaa maailmankaikkeudessa nykyään havaittavaa baryoniepäsymmetriää.



**Kuva 27.** Baryoniepäsymmetria  $Y_B$  Majorana-vaiheen  $\alpha_{21}$  funktiona. Muuten sama tilanne kuin kuvassa 26, mutta  $R_{11}R_{12} = -i|R_{11}R_{12}|$  ja  $|R_{11}| = 1,2$  [Pas07b].

Kuvassa 26 maksimi baryoniepäsymmetria saavutetaan Majorana-vaiheen  $\alpha_{21}$  arvoilla 0 ja  $2\pi$ . Maailmankaikkeudessa nykyään havaittava baryoniepäsymmetria saavutetaan, kun  $\alpha_{21}$  kuuluu väleille  $0,06\pi - 0,13\pi$  tai  $1,88\pi - 1,94\pi$ . Baryoniepäsymmetria on nolla, kun  $\alpha_{21} = \pi$ .

Kuvassa 27 baryoniepäsymmetrian riippuvuus Majorana-vaiheesta  $\alpha_{21}$  eroaa huomattavasti edellisestä kuvasta. Nyt baryoniepäsymmetrian maksimi saavutetaan, kun  $\alpha_{21} = \frac{2\pi}{3}$  tai  $\frac{4\pi}{3}$ . Baryoniepäsymmetria on nolla arvon  $\alpha_{21} = \pi$  ympäristössä. Maailmankaikkeudessa nykyään havaittava baryoniepäsymmetria saavutetaan, kun  $\alpha_{21}$  saa seuraavia arvoja  $0 - 0,06\pi$ ,  $0,76\pi$ ,  $1,24\pi$  tai  $1,94\pi - 2\pi$ .

### 4.7.3 Dirac-vaihe ja baryoniepäsymmetria käänteishierarkkisessa tapauksessa

Tarkastellaan lopuksi baryoniepäsymmetrian riippuvuutta Dirac-vaiheesta neutriinujen käänteishierarkkisen massaspektrin tapauksessa. Valitaan nyt  $\alpha_{21} = \pi$ , jolloin yhtälö (4.41) voidaan kirjoittaa muodossa

$$|\text{Re}(U_{\tau 1}^* U_{\tau 2})| \cong s_{13} c_{23} s_{23} |\sin \delta|. \quad (4.45)$$

Taun CP-epäsymmetrian lauseke on tällöin yhtälön (4.40) perusteella

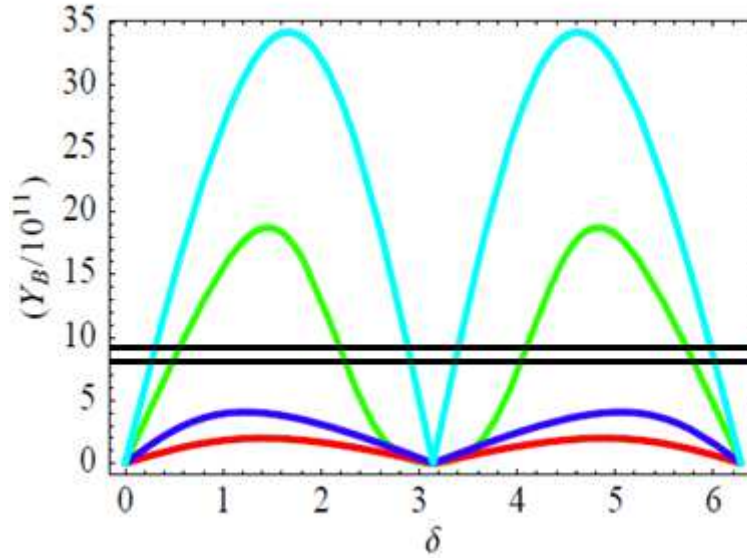
$$|\varepsilon_\tau| \cong \frac{3M_1 \sqrt{\Delta m_A^2}}{16\pi v^2} \frac{2|R_{11}R_{12}|}{|R_{11}|^2 + |R_{12}|^2} s_{13} c_{23} s_{23} |\sin \delta|. \quad (4.46)$$

Taun efektiivinen neutriinomassa on puolestaan

$$\tilde{m}_\tau \cong \sqrt{\Delta m_A^2} s_{23} (s_{12}|R_{11}| - \kappa' c_{12}|R_{12}|) - c_{23} s_{13} e^{-i\delta} (c_{12}|R_{11}| + \kappa' s_{12}|R_{12}|)^2, \quad (4.47)$$

jossa  $\kappa' = \pm 1$ . Efektiivisen neutriinomassan  $\tilde{m}_2$  lauseke on sama kuin Majorana-vaiheen tapauksessa yhtälössä (4.44).

Kuvassa 28 on esitetty baryoniepäsymmetria Dirac-vaiheen funktiona, kun muuttujat  $|R_{11}|$ ,  $|R_{12}|$ ,  $\kappa'$  ja  $\sin \theta_{13}$  saavat eri arvoja. Massa  $M_1 = 2,1 \times 10^{11}$  GeV [Pas07b] on sama kuin edellä.



**Kuva 28.** Baryoniepäsymmetria Dirac-vaiheen  $\delta$  funktiona käänteishierarkkisessa tapauksessa, kun  $\alpha_{21} = \pi$ . Vaalean sininen käyrä edustaa tapausta  $\kappa = +1$ ,  $s_{13} = 0,2$  ja  $|R_{11}| = 1,3$ , vihreä tapausta  $\kappa = +1$ ,  $s_{13} = 0,1$  ja  $|R_{11}| = 1,6$ , tumman sininen tapausta  $\kappa = -1$ ,  $s_{13} = 0,2$  ja  $|R_{11}| = 1,3$  ja punainen tapausta  $\kappa = -1$ ,  $s_{13} = 0,1$  ja  $|R_{11}| = 1,6$  [Pas07b]. Vaakasuorien mustien viivojen väliin jää maailmankaikkeudessa nykyään havaittava baryoniepäsymmetria.

Kuvan 28 perusteella on selvää, että tapauksissa  $\kappa = -1$  ja  $s_{13} = 0,2$  (tumman sininen käyrä) ja  $\kappa = -1$  ja  $s_{13} = 0,1$  (punainen käyrä) baryoniepäsymmetria ei saavuta riittävän korkeaa arvoa. Tapauksissa  $\kappa = +1$  ja  $s_{13} = 0,2$  (vaalean sininen käyrä) ja  $\kappa = +1$  ja  $s_{13} = 0,1$  (vihreä käyrä) baryoniepäsymmetria saavuttaa maksiminsa Dirac-vaiheen ollessa noin  $\delta = \pi/2$  ja miniminsä, kun  $\delta = \pi$ . Maailmankaikkeudessa nykyään havaittava baryoniepäsymmetria saavutetaan, kun Dirac-vaihe saa seuraavia arvoja:  $0,10\pi$ ,  $0,92\pi$ ,  $1,08\pi$  ja  $1,91\pi$ , kun  $\kappa = +1$  ja  $s_{13} = 0,2$  ja vastaavasti  $0,16\pi$ ,  $0,70\pi$ ,  $1,31\pi$  ja  $1,85\pi$ , kun  $\kappa = +1$  ja  $s_{13} = 0,1$ .

## 4.8 Yhteenveto

Kuvien 23-28 perusteella on selvää, että Dirac- ja Majorana-vaiheiden sekä baryoniepäsymmetrian välillä on selkeä yhteys, kun leptonien makuefektit otetaan huomioon. Maailmankaikkeudessa nykyään havaittu baryoniepäsymmetria on mahdollista saavuttaa, kun CP-symmetrian rikkoutumisen ainoana lähteenä on sekoitusmatriisissa oleva Dirac- tai Majorana-vaihe.



## 5. Päätelmät

Tässä tutkielmassa tarkasteltiin CP-symmetriaa rikkovien Dirac- ja Majorana-vaiheiden vaikutusta erilaisiin fysikaalisiin prosesseihin, kuten neutriino-oskillaation, neutriinottomaan kaksoisbeetahajoamiseen ja materian ja antimaterian välisen epäsymmetrian muodostaneeseen baryonigeneesiin.

Neutriino-oskillaatioissa voidaan mitata ainoastaan Dirac-vaihetta, sillä neutriinon oskillointia mausta toiseen kuvaava siirtymätodennäköisyyden lauseke on täysin riippumaton Majorana-vaiheista. Dirac-vaiheen mittausta tapahtuu käytännössä tutkimalla siirtymätodennäköisyyksien  $P(\nu_l \rightarrow \nu_k)$  ja  $P(\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_k)$  välistä epäsymmetriaa. Lukuisista neutriino-oskillaatiota tutkivista kokeista huolimatta, Dirac -vaihetta ei ole vielä toistaiseksi onnistuttu mittaamaan kokeellisesti. Neutriino-oskillaatiokokeissa mitattujen parametrien perusteella Dirac-vaiheelle on kuitenkin olemassa teoreettinen ennuste  $\delta = (1,08_{-0,31}^{+0,28})\pi$  [Fog12]. Dirac-vaihe tullaan varmasti mittaamaan tulevaisuudessa uusien oskillaatiokokeiden aloittaessa toimintansa. Näitä kokeita ovat muun muassa T2K, NOvA, LBNE, LAGUNA-LBNO ja PINGU [Ohl13].

Majorana-vaiheita puolestaan voidaan mitata tutkimalla neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista, sillä se on mahdollista vain Majorana-hiukkasille. Kun neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen hajoamis aika mitataan, voidaan laskea efektiivinen Majorana-massa, joka on sekoituskulmien, neutriinon massojen ja Majorana-vaiheiden funktio. Majorana-vaiheiden mittausta edellyttää siis sekä efektiivisen Majorana-massan että sekoituskulmien ja neutriinon massojen tarkkaa tuntemusta. Koska edellä mainittuihin parametreihin liittyy vielä toistaiseksi paljon epätarkkuutta, Majorana-vaiheiden mittausta on äärimmäisen haasteellista. Käynnissä tai suunnitteilla olevia kokeita, joissa tutkitaan neutriinotonta kaksoisbeetahajoamista, ovat muun muassa KamLAND-Zen, GERDA, CANDLES, NEXT, CUORE, MAJORANA, SuperNEMO, SNO+, Cobra, Lucifer, MOON, AMoRE ja Cd Experiment [Sch12].

Neutriinottoman kaksoisbeetahajoamisen ohella tutkielmassa käsiteltiin myös Higgsin triplettimallia. Kuten kuvista 19 ja 20 ilmenee, Higgsin triplettimallissa Majorana-vaiheista saadaan tietoa mittaamalla kaksoisvaratun Higgsin bosonin  $H^{\pm\pm}$  haarautumissuhteita hajoamisissa  $H^{\pm\pm} \rightarrow l_i^{\pm} l_j^{\pm}$ , jossa  $i, j = e, \mu, \tau$ . Kaksoisvaratun Higgsin bosonin havaitseminen kokeellisesti esimerkiksi CERNin LHC-hiukkaskiihdyttimellä olisi erittäin merkittävä löytö hiukkasfysiikan standardimallin

ulkopuolisesta fysiikasta. Higgsin triplettimallia tämä löytö ei tosin yksistään todistaisi, sillä reaktio  $H^{\pm\pm} \rightarrow l_i^\pm l_j^\pm$  on ennustettu myös monissa muissa teoreettisissa malleissa [Gar08].

Kappaleen 4 perusteella on selvää, että baryonigeneesin kannalta Majorana-vaiheet ovat paljon suuremmassa roolissa kuin Dirac-vaihe. Tämä johtuu siitä, että maailmankaikkeudessa nykyään havaitun baryoniepäsymmetrian arvo on lähes nolla Dirac-vaiheen teoreettisella ennusteella  $\delta = (1,08_{-0,31}^{+0,28})\pi$ , mikä ilmenee tarkastelemalla kuvia 25 ja 28. Baryoniepäsymmetria viittaa siis siihen, että neutriinot ovat omia antihiukkasiaan eli Majorana-hiukkasia.

## Kirjallisuus

- [Aal00] C.E. Aalseth *et al.*, *Recent Results of the IGEX  $^{76}\text{Ge}$  Double-Beta Decay Experiment*, *Physics of Atomic Nuclei* **63** 7 (2000), sivut 1225-1228
- [Aal08] T. Aaltonen *et al.* [CDF Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **101**, 121801 (2008)
- [Aba04] V.M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], *Phys. Per. Lett.* **93**, 141801 (2004)
- [Aba07a] A. Abada, S. Davison, A. Ibarra, F.X. Josse-Michaux, M. Losada ja A. Riotto, *Flavour Matters in Leptogenesis*, 2007, arXiv:hep-ph/0605281
- [Aba07b] A. Abada, S. Davison, F.X. Josse-Michaux, M. Losada ja A. Riotto, *Flavour Issues in Leptogenesis*, 2007, arXiv:hep-ph/0601083
- [Aba08] V.M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], *Phys. Per. Lett.* **101**, 071803 (2008)
- [Abb02] G. Abbiendi *et al.* [OPAL Collaboration], *Phys. Lett. B* **526**, 221 (2002)
- [Abe95] F. Abe *et al.*, [CDF Collaboration], *Observation of Top Quark Production in  $\bar{p}$ - $p$  Collisions with the Collider Detector at Fermilab*, *Phys. Rev. Lett.* **74** (14): 2626-2631 (1995)
- [Aco04] D.E. Acosta *et al.* [CDF Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **93**, 221802 (2004)
- [Adh00] Rathin Adhikari, G. Rajasekaran, *Constraints on mixing angles of Majorana neutrinos*, *Physical Review D*, Volume 61, 031301(R), 2000
- [Ahm01] Q.R. Ahmad *et al.* (The SNO Collaboration), *Measurement of the rate of  $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$  interactions produced by  $^8\text{B}$  solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory*, *Phys.Rev.Lett.***87**:071301 (2001), arXiv:nucl-ex/0106015
- [Ake08] A.G. Akeryod, Mayumi Aoki, Hiroaki Sugiyama, *Probing Majorana Phases and Neutrino Mass Spectrum in the Higgs Triplet Model at the LHC*, 2008, arXiv:0712.4019v2
- [Akt06] A. Aktas *et al.* [H1 Collaboration], *Phys. Lett. B* **638**, 432 (2006)
- [Alb04] C. Albright *et al.*, *The Neutrino Factory and Beta Beam Experiments and Development*, 2004, arXiv:physics/0411123
- [Ake09a] A.G. Akeroyd, M. Aoki, H. Sugiyama, *Lepton Flavour Violating Decays  $\tau \rightarrow \bar{\ell}\ell\ell$  and  $\mu \rightarrow e\mu$  in the Higgs Triplet Model*, arXiv:0904.3640v2 [hep-ph], 2009

- [Ake09b] A.G. Akeroyd, C-W. Chiang, *Doubly charged Higgs bosons and three-lepton signatures in the Higgs Triplet Model*, arXiv:0909.4419v1 [hep-ph], 2009
- [Ake11] A.G. Akeroyd, S. Moretti, *Production of doubly charged scalars from the decay of a heavy SM-like Higgs boson in the Higgs Triplet Model*, arXiv:1106.3427v2 [hep-ph], 2011
- [ALEPH] <http://aleph.web.cern.ch/aleph/aleph/newpub/physics.html>, viitattu 19.9.2011
- [An12] F.P. An *et al.*, *Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay*, 2012, arXiv:hep-ex/1203.1669v2
- [Aok08] A. G. Akeroyd, Mayumi Aoki, Hiroaki Sugiyama, *Probing Majorana Phases and Neutrino Mass Spectrum in the Higgs Triplet Model at the LHC*, 2008, arXiv:hep-ph/0712.4019v2
- [Ara95] S. Arabuchi *et al.*, (D0 Collaboration), *Observation of the Top Quark*, Phys. Rev. Lett. **74** (14): 2632-2637 (1995)
- [Arn83] G. Arnison *et al.*, (UA1 Collaboration), *Experimental observation of lepton pairs of invariant mass around 95 GeV/c<sup>2</sup> at the CERN SPS collider*, Phys. Rev. Lett. B **126** (5): 398 (1983)
- [ATL12a] The ATLAS Collaboration, *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*, arXiv:1207.7214v2 [hep-ex], 2012
- [ATL12b] The ATLAS Collaboration, *Search for doubly-charged Higgs bosons in the like-sign dilepton final states at  $\sqrt{s} = 7$  TeV with the ATLAS detector*, arXiv:1210.5070v1 [hep-ex], 2012
- [Aub01] B. Aubert *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 091801, 2001, hep-ex/0107013
- [Aub74] J.J. Aubert *et al.*, *Experimental Observation of a Heavy Particle J*, Phys. Rev. Lett. **33** (23): 1404-1406 (1974)
- [Aub83] J.J. Aubert *et al.*, (European Muon Collaboration), *The ratio of the nucleon structure functions  $F_2^N$  for iron and deuterium*, Phys. Rev. Lett. B **123** (3-4): 275 (1983)
- [Aug12] M. Auger *et al.* *Search for Neutrinoless Double-Beta Decay in <sup>136</sup>Xe with EXO-200*, 2012, arXiv:hep-ex/1205.5608v2
- [Ayr05] D. Ayres *et al.*, *NOvA Proposal to Build a 30 Kiloton Off-Axis Detector to Study Neutrino Oscillations in the Fermilab NuMI Beamline*, 2005, arXiv:hep-ex/0503053v1
- [Bar] A. Barabash *et al.*, JETP Lett. **80** 377
- [Bar09] Itzhak Bars, John Terning, *Extra Dimensions in Space and Time*, sivu 27, Springer, 2009

- [Ben12] C.L. Bennett *et al.*, *Nine-Years Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results*, arXiv:1212.5225 [astro-ph.CO], 2012
- [Ber05] Lars Bergström, *Neutrino Physics: proceedings of Nobel Symposium 129*, sivu 18, World Scientific, 2005
- [Ber12] J. Beringer *et al.* (Particle Data Group), *2012 Review of Particle Physics*, Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012)
- [Ber99] Lars Bergström, Ariel Goobar, *Cosmology and Particle Astrophysics*, John Wiley & Sons, 1999
- [Bil01] S.M. Bilenky, S. Pascoli, S.T. Petcov, *Majorana Neutrinos, Neutrino Mass Spectrum, CP-violation and Neutrinoless Double  $\beta$ -Decay: I. The Three-Neutrino Mixing Case*, 2001, arXiv:hep-ph/0102265v3
- [Bil10] Samoil Bilenky, *Introduction to the Physics of Massive and Mixed Neutrinos*, Lect. Notes Phys.817, Springer, Berlin Heidelberg 2010
- [Bil12] S.M. Bilenky, Carlo Giunti, *Neutrinoless double-beta decay. A brief review*, 2012, arXiv:hep-ph/1203.5250
- [Blo69] E.D. Bloom *et al.*, *High-Energy Inelastic e-p Scattering at 6° and 10°*, Phys. Rev. Lett. **23** (16): 930 (1969)
- [BNL] <http://www.bnl.gov/bnlweb/raydavis/research.htm>, viitattu 19.9.2011
- [Bor] <http://borex.lngs.infn.it/>, viitattu 5.9.2012
- [Bre69] M. Breidenbach *et al.*, *Observed Behavior of Highly Inelastic Electron-Proton Scattering*, Phys. Rev. Lett. **23** (16): 935 (1969)
- [Buc03] W. Büchmüller, P. Di Bari, M. Plümacher, *The Neutrino Mass Window for Baryogenesis*, 2003, arXiv:hep-ph/0302092
- [Buc04] W. Buchmüller, P. Di Bari, M. Plümacher, *Some Aspects of Thermal Leptogenesis*, 2004, arXiv:hep-ph/0406014v1
- [Cam07] J.E. Campagne, M. Maltoni, M. Mezzetto, T. Schwetz, *Physics potential of the CERN-MEMPHYS neutrino oscillation project*, 2007, arXiv:hep-ph/0603172
- [Can12] L. Canetti, M. Drewes, M. Shaposhnikov, *Matter and Antimatter in the Universe*, 2012, arXiv:hep-ph/1204.4186v1

- [Cap05] S. Capelli *et al.*, [CUORICINO Collaboration], Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 142501
- [Cas01] J. A. Casas, A. Ibarra, Nucl. Phys. B **618** (2001) 171 arXiv:hep-ph/0103065
- [Cha32] J. Chadwick, *Nature*, 129, 312, 1932
- [Che80] T.P. Cheng, L.F. Li, Phys. Rev. D **22**, 2860 (1980)
- [Cho12] A. Cho, *Higgs Boson Makes Its Debut After Decades-Long Search*, Science 337 (6091): 141–143, (2012)
- [Chr64] J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch, R. Turlay, Phys. Rev. Lett., 13, 138-140, 1964
- [CMS12] The CMS Collaboration, *Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC*, arXiv:1207.7235v2 [hep-ex], 2012
- [CMS13] The CMS Collaboration, *A search for doubly-charged Higgs boson in pp collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV*, arXiv:1207.2666v2 [hep-ex], 2013
- [Cov96] Laura Covi, Esteban Roulet, Francesco Vissani, *CP violating decays in Leptogenesis scenarios*, 1996, arXiv:hep-ph/9605319v2
- [Dol97] A.D. Dolgov, *Baryogenesis 30 Years After*, arXiv:hep-ph/9707419v1, 1997
- [Eid04] S. Eidelman *et al.*, Phys. Lett. B592, 1, 2004
- [Elg05] Ø. Elgarøy, O. Lahav, *Neutrino Masses from Cosmological Probes*, arXiv:0412075v2 [hep-ph], 2005
- [Ell86] S.R. Elliot, A.A. Hahn, M.K. Moe, *Experimental Investigation of Double-Beta Decay in  $^{82}\text{Se}$* , Phys. Rev. Lett. **56** (1986), sivut 2582-2585
- [End02] T. Endoh, S. Kaneko, S.K. Kang, T. Morozumi, T. Tanimotom, *CP Violation in neutrino oscillation and leptogenesis*, 2002, arXiv:hep-ph/0209020v1
- [Fer34a] Enrico Fermi, *Z.Phys.*, 88, 161-177, 1934
- [Fer34b] Enrico Fermi, *Nuovo Cim.*, 11, 1-19, 1934
- [Fermilab] [http://www.fnal.gov/pub/presspass/press\\_releases/donut.html](http://www.fnal.gov/pub/presspass/press_releases/donut.html), viitattu 10.9.2012
- [FNAL] <http://www.fnal.gov/pub/inquiring/physics/neutrino/discovery/history.html>
- [Fog12] G.L. Fogli *et al.*, *Global analysis of neutrino masses, mixings and phases: entering the era of leptonic CP violation searches*, 2012, arXiv:hep-ph/1205.5254v3

- [Fon13] C.S. Fong, E. Nardi, A. Riotto, *Leptogenesis in the Universe*, 2013, arXiv:hep-ph/1301.3062v1
- [For12] D.V. Forero, M. Tórtola, J.W.F. Valle, *Global status of neutrino oscillation parameters after Neutrino-2012*, 2012, arXiv:hep-ph/1205.4018
- [Fuk86] M. Fukugida, T. Yanagida, *Baryogenesis without Grand Unification*, Phys. Lett. B **174** (1986) 45.
- [Fuk98] Y. Fukuda *et al.* (The Super-Kamionkande Collaboration), *Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos*, Phys.Rev.Lett.**81**:1562-1567 (1998), arXiv:hep-ex/9807003 [Fur39] W.H. Furry, *Note on the Theory of the Neutral Particle*, Phys. Rev. **54** (1939), sivut 56-67
- [Gan12] A. Gando *et al.* *Limit on Neutrinoless  $\beta\beta$  Decay of  $^{136}\text{Xe}$  from the First Phase of KamLAND-Zen and Comparison with the Positive Claim in  $^{76}\text{Ge}$* , 2012, arXiv:hep-ex/1211.3863v1
- [Gar08] Julia Garayoa, Thomas Schwetz, *Neutrino mass hierarchy and Majorana CP phases within the Higgs triplet model at the LHC*, 2008, arXiv:hep-ph/0712.1453v2
- [Gio06] Marcello Giorgi, *CP Violation: From Quarks to Leptons*, sivu 426, IOS Press, 2006
- [Giu07] Carlo Giunti, Chung W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Oxford University Press, 2007
- [Giu99] Carlo Giunti, *Neutrinoless double- $\beta$  decay with three or four neutrino mixing*, 1999, arXiv:hep-ph/9906275v2
- [GNO]
- [http://www.lngs.infn.it/lngs\\_infn/index.htm?mainRecord=http://www.lngs.infn.it/lngs\\_infn/content/s/lngs\\_en/research/experiments\\_scientific\\_info/experiments/past/gno/](http://www.lngs.infn.it/lngs_infn/index.htm?mainRecord=http://www.lngs.infn.it/lngs_infn/content/s/lngs_en/research/experiments_scientific_info/experiments/past/gno/), viitattu 5.9.2012
- [Goe35] M. Goeppert-Mayer, *Double Beta-Disintegration*, Phys. Rev. **48** (1935), sivut 512-516
- [Gra01] J. Grant, M. Hindmarsh, *Sphalerons in Two Higgs Doublet Theories*, Phys. Rev. D**64** (2001) 016002, arXiv:hep-ph/0101120v1
- [Gri08] David Jeffery Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, sivu 28, Wiley-VCH, 2008
- [Har12] M. Hartz (T2K Collaboration), *First Oscillation Results for the T2K Experiment*, 2012, arXiv:hep-ex/1201.1846v1
- [Har99] Randy Harris, *Nonclassical Physics: beyond Newton's view*, sivu 488, Addison-Wesley, 1999

- [Hax12] W.C. Haxton, R.G. Hamish Robertson, Aldo M. Serenelli, *Solar Neutrinos: Status and Prospects*, 2012, arXiv:astro-ph.SR/1208.5723v1
- [HERON] [http://www.physics.brown.edu/physics/researchpages/cme/heron/LTD\\_home.html](http://www.physics.brown.edu/physics/researchpages/cme/heron/LTD_home.html), viitattu 5.9.2012
- [Hon09] Giora Hon, Jutta Schickore, Friedrich Steinle, *Going amiss in experimental research*, sivut 225-231, Springer, 2009
- [Ica] <http://icarus.lngs.infn.it/>, viitattu 5.9.2012
- [Ice1] <http://www.physics.uu.se/en/hep/icecube/faq/>, viitattu 20.08.2012
- [Ice2] <http://icecube.wisc.edu/>, viitattu 21.08.2012
- [Ito01] Y. Itow *et al.*, *The JHF-Kamioka neutrino project*, 2001, arXiv:hep-ex/0106019
- [Kin10] S.F. King, K. Long, Y. Nagashima, B.L. Roberts, O. Yasuda, *Physics at a Future Neutrino Factory and super-beam facility*, 2010, arXiv:hep-ph/0710.4947v3
- [Kos12] J. Koskinen, *IceCube-DeepCore-PINGU: Atmospheric Neutrino Physics at the South Pole*, High Energy physics seminar, Brookhaven National Laboratory, 2012, [http://www.phy.bnl.gov/~partsem/fy12/Koskinen\\_Brookhaven\\_2012.pdf](http://www.phy.bnl.gov/~partsem/fy12/Koskinen_Brookhaven_2012.pdf), viitattu 15.12.2012
- [Lag] <http://www.laguna-science.eu/>, viitattu 15.12.2012
- [LAn07] Michael F. L'Annunziata, *Radioactivity: introduction and history*, Elsevier, 2007
- [Lee56] T. Lee ja C. Yang, *Phys. Rev.*, 104, 254-258, 1956
- [Lil02] John Lilley, *Nuclear Physics: Principles and applications*, sivu 15, Wiley, 2002
- [Ma01] E.Ma, M.Raidal, U.Sarkar, *Phenomenology of the Neutrino-Mass-Giving Higgs Triplet and the Low-Energy Seesaw Violation of the Lepton Number*, *Nucl.Phys. B* **615** (2001) 313-330
- [Maj37] S.R. Elliot, A.A. Hahn, M.K. Moe, *Experimental Investigation of Double-Beta Decay in  $^{82}\text{Se}$* , *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986), sivut 2582-2585
- [Mal11] Marjorie C. Malley, *Radioactivity: A History of a Mysterious Science*; Oxford University Press, 2011
- [Mar99] B. R. Martin & G. Shaw, *Particle Physics – Second Edition*, sivu 23, Wiley, 1999
- [Nar06] E. Nardi, Y. Nir, E. Roulet ja J. Racker, *JHEP* **0601**, 164 (2006), arXiv:hep-ph/0601084
- [Ned37] S.H. Neddermayer, C.D. Anderson, *Phys. Rev.*, 51, 884-886, 1937



- [Nis09] H. Nishiura, T. Fukuyama, *Determination of the unknown absolute neutrino mass and MNS parameters at the LHC in the Higgs triplet model*, arXiv:0909.0595v2 [hep-ph], 2009
- [Nob80] [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1980/](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1980/), viitattu 26.11.2012
- [Nob95] [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1995/](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1995/), viitattu 10.9.2012
- [Ohl13] T. Ohlsson, H. Zhang, S. Zhou, *Probing the leptonic Dirac CP-violating phase in the neutrino oscillation experiments*, arXiv:1301.4333v1 [hep-ph], 2013
- [Ope] <http://operaweb.lngs.infn.it/>, viitattu 5.9.2012
- [Pas02] E.A. Paschos, *Leptogenesis with Majorana neutrinos*, 2002, arXiv:hep-ph/0204137
- [Pas07a] S. Pascoli, S.T. Petcov, *Majorana Neutrinos, Neutrino Mass Spectrum and the  $\langle m \rangle \sim 10^{-3}$  eV Frontier in Neutrinoless Double Beta Decay*, 2007, arXiv:hep-ph/0711.4993v1
- [Pas07b] S. Pascoli, S.T. Petcov, A. Riotto, *Leptogenesis and Low Energy CP Violation in Neutrino Physics*, 2007, arXiv:hep-ph/0611338v2
- [Pat91] S. B. Patel, *Nuclear Physics*, sivu 164, New Age International, 1991
- [Pau00] W. Pauli, *Cambridge Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol.*, 14, 1–22, 2000  
Wiley & Sons Ltd, 1999
- [Per75] M.L. Perl *et al.*, *Evidence for Anomalous Lepton Production in  $e^+e^-$  Annihilation*, Phys. Rev. Lett. **35** (22): 1489 (1975)
- [Pet09] S.T. Petcov, H. Sugiyama, Y. Takanishi, *Neutrinoless Double Beta Decay and  $H^{\pm\pm} \rightarrow l'^{\pm}l^{\pm}$  Decays in the Higgs Triplet Model*, arXiv:0904.0759v1 [hep-ph], 2009
- [Phi11] D. Phillips *et al.*, *The Majorana Experiment: an ultra-low background search for neutrinoless double-beta decay*, 2011, arXiv:nucl-ex/1111.5578v1
- [Raj01] R. Raja *et al.*, *The Program in Muon and Neutrino Physics: Super Beams, Cold Muon Beams, Neutrino Factory and the Muon Collider*, 2001, arXiv:hep-ex/0108041v1
- [RotMat] <http://mathworld.wolfram.com/RotationMatrix.html>, viitattu 28.8.2012
- [Rúj97] Alvaro De Rújula, *Avatars of a Matter - Antimatter Universe*, arXiv:astro-ph/9705045v1, 1997
- [Sch12] B. Schwingenheuer, *Status and prospects of searches for neutrinoless double beta decay*, 2012, arXiv:hep-ex/1210.7432v1

- [Sch80] J. Schechter, J.W.F. Valle, *Phys. Rev. D* **22**, 2227 (1980)
- [Šim12] F. Šimkovic, S.M. Bilenky, A. Faessler, Th. Gutsche, *On the possibility of a measurement of the CP Majorana phase in the  $0\nu\beta\beta$ -decay*, arXiv:1210.1306v1 [hep-ph], 2012
- [Sut92] Christine Sutton, *Spaceship Neutrino*, sivu 13, Cambridge University Press, 1992
- [T2K] <http://neutrino.kek.jp/>, viitattu 26.11.2012
- [Tan11] J. Tang, W. Winter, *Requirements for a New Detector at the South Pole Receiving an Accelerator Neutrino Beam*, 2011, arXiv:hep-ph/1110.5908v1
- [Zub98] K. Zuber, *On the physics of massive neutrinos*, 1998, arXiv:hep-ph/9811267v1 (Huomautus: Adhikarin ja Rajasekaran artikkelissa (arXiv:hep-ph/9812361) on korjattu Zuberin käyttämän parametrisoinnin virheitä).
- [Xin11] Zhizhong Xing, Shun Zhou, *Neutrinos in Particle Physics, Astronomy and Cosmology*, 2011, Spinger

# Liitteet