PIOTR BAZIAN SALAMAOPETUSMENETELMÄN SOVELTUVUUS MATEMATIIKAN VARHAISOPETUKSEEN

Johanna Engblom

Matematiikan pro gradu -tutkielma

Jyväskylän yliopisto

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Tammikuu 2013

TIIVISTELMÄ

JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO
Matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta

ENGBLOM, JOHANNA: Piotr Bazian salamaopetusmenetelmän soveltuvuus matematiikan varhaisopetukseen
Pro gradu -tutkielma: 85 sivua, 3 liitettä (26 sivua)
Tammikuu 2013
Pääaine: Matematiikka
Avainsanat: matematiikka, leikinomaisuus, salamaopetus, varhaisopetus, videoanalysointi

Tutkimuksen tavoitteena on selvittää, parantaako Piotr Bazian kehittämä salamaopetusmenetelmä lapsen matemaattisia taitoja. Työssä tutkitaan matemaattisten taitojen kehittymisen lisäksi videoanalysointimenetelmän tuomaa hyötyä opetustuokioiden analysoinnissa sekä selvitetään vanhempien näkemyksiä salamaopetusmenetelmää kohtaan. Työn alussa esitellään salamaopetusmenetelmä ja sen taustaksi kasvatustieteellisiä näkökulmia.

Matemaattinen oppiminen alkaa heti lapsen syntymästä ja varhaiset liittymät matemaattiseen ajatteluun syntyvät arkipäiväisten toimintojen myötä. Varhaisopetuksessa positiiviset oppimiskokemukset ja ilon kautta oppiminen parantavat oppimistuloksia ja lisäävät lapsen sisäistä motivaatiota. Leikinomaisuus ja toiminnallisuus ovat keskeisiä opetusmuotoja varhaisopetuksessa. Näiden piirteiden lisäksi salamaopetusmenetelmälle tunnusomaista ovat muun muassa lyhyet opetustuokiot sekä yksilöllinen opetus.

Tutkimuksen päälinjana on pienen oppilasmäärän pitkäaikainen opetus ja oppilaiden tarkka havainnointi muistiinpanojen ja videoiden avulla. Tutkimussarjan muista töistä tämä työ eroaa ennen kaikkea siten, että videomateriaalia on analysoitu järjestelmällisesti. Videoitujen tuokioiden analysointi työssä esitetyn videoanalysointimenetelmän avulla parantaa lasten osaamisen tason arvioinnin luotettavuutta ja helpottaa suuren materiaalimäärän läpikäyntiä. Työssä on analysoitu opetuskokeilussa olevien 1. luokan oppilaiden koetuloksia ja verrattu saatuja tuloksia muiden luokan oppilaiden tuloksiin. Kahden kokeen perusteella tulokset opetuskokeilussa olevien lasten matemaattisesta osaamisesta ovat hyviä. Lapset ovat pärjänneet lähes kaikissa osa-alueissa oman luokkansa keskiarvoa paremmin. Vanhempien kokemukset opetuskokeilun hyödyllisyydestä ovat positiivisia.

Tässä työssä annetaan ehdotelma oppimistasoille, joiden avulla voidaan seurata lapsen matemaattisen ymmärryksen kehitystä. Tutkimuksessa mukana olleiden lasten vanhemmat kokivat tärkeäksi sen, että he saavat tarpeeksi informaatiota lastensa opetuksesta sekä tutkimuksen kulusta. Työssä esitellään myös ehdotelma opetusjakson resursoinnista.

ESIPUHE

Haluan kiittää opetusmenetelmän kehittäjää Piotr Baziaa ohjauksesta sekä neuvoista tutkimusjakson aikana. Kiitokset FT Markus Hähkiöniemelle, joka esitti idean videomateriaalin analysointiin tutkielmassa käytetyllä menetelmällä. Erityiskiitokset osoitan opetuskokeilussa mukana olleiden päiväkodin ja alakoulun henkilökunnalle sekä tutkimuksessa mukana olleille lapsille ja heidän vanhemmilleen.

Jyväskylä, tammikuussa 2013

Johanna Engblom

SISÄLTÖ

1. JOHDANTO

Tämän tutkielman tavoitteena on osana pitkäaikaisempaa tutkimussarjaa tutkia, kuinka lapsen matemaattiset taidot kehittyvät salamaopetusmenetelmän avulla. Salamaopetusmenetelmä on puolalaisen lääkärin Piotr Bazian kehittämä matematiikan opetusmenetelmä, jossa jokaista lasta opetetaan henkilökohtaisesti lyhyissä opetustuokioissa. Opetustuokioiden kesto ja määrä riippuvat lapsen osaamisesta ja innostuneisuudesta. Tämä työ tutkii opetusmenetelmän soveltuvuutta esikoulu- ja alakouluikäisille lapsille, mutta menetelmää voi soveltaa myös vanhempien oppilaiden opetukseen.

Opetuskokeilu on aloitettu kahdessa keskisuomalaisessa päiväkodissa syksyllä 2009. Tähän työhön liittyvä opetus ja materiaalien kerääminen aloitettiin syksyllä 2010 ja toteutettiin keskisuomalaisessa päiväkodissa ja peruskoulussa. Työ on viides pro gradu -tutkielma tässä pitkittäistutkimuksessa.

1.1. Tutkimuskysymykset

Tämän tutkielman neljä tutkimuskysymystä ovat hieman erillisiä, mutta liittyvät kaikki Piotr Bazian salamaopetusmenetelmään. Kysymykset ovat:

1. Kehittyvätkö lapsen matemaattiset taidot salamaopetusmenetelmällä?
2. Miten Powell et al. videoanalysointimenetelmä toimii opetustuokioiden videomateriaalin analysoinnissa?
3. Kuinka lapsen vanhemmat kokevat opetusmenetelmän ja onko se heidän mielestään hyödyllinen lapsen kehitykselle?
4. Miten potenssin ja eksponentin käsitteet voidaan opettaa salamaopetusmenetelmällä?

Tutkimuskysymykset voidaan jakaa kahteen osaan: yhteisiin ja erityisiin. Ensimmäinen tutkimuskysymys, joka tutkii salamaopetuksen toimivuutta matemaattisten taitojen opetuksessa, on tämän pitkittäistutkimuksen yhteinen tutkimusongelma ja on osana kaikissa sarjan pro gradu -töissä. Kolme seuraavaa tutkimuskysymystä ovat tämän tutkielman erityisiä tutkimusongelmia. Ne käsittelevät tutkimuksessa esitetyn videoanalysointimenetelmän tuomaa hyötyä opetustuokioiden analysoinnissa, opetuskokeiluun osallistuneiden lasten vanhempien kokemuksia salamaopetusmenetelmästä ja menetelmän kehittelyä isompien lasten opettamiseen.

1.2. Tutkimuksen erityispiirteet

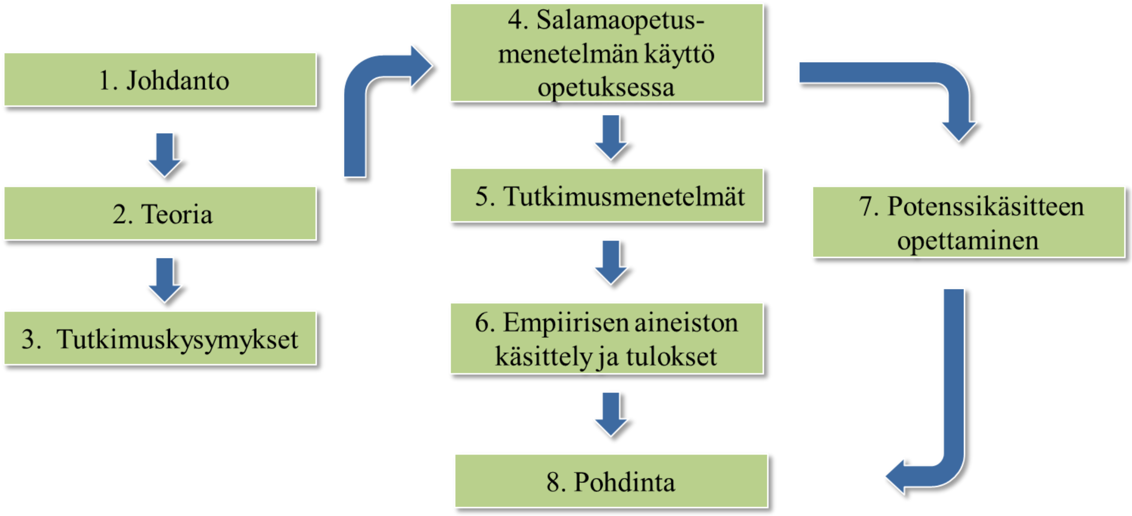
Juuri tämän tutkimuksen erityispiirteenä voidaan nähdä, että tässä työssä jokainen opetustuokio on videoitu ja videot analysoitu. Lisäksi tutkimuksessa tehtiin kysely siitä, kuinka tutkimuksessa mukana olleiden lasten vanhemmat kokevat opetusmenetelmän hyödyllisyyden heidän lastensa matemaattisten taitojen kehityksessä. Tätä varten on tehty kyselytutkimus lasten vanhemmille ja se on analysoitu.

Osa tutkimuksessa mukana olevista lapsista aloitti syksyllä 2010 alakoulun ensimmäisellä luokalla, mikä mahdollisti matematiikan perusopetuksen koetulosten seurannan. Tämä antaa uutta tietoa tutkimuksessa mukana olevien lasten osaamisen tasosta.

Työ sisältää myös materiaalia potenssin ja eksponentin opettamiseen sekä käsitteiden tarkempaa matemaattista teoriaa.

1.3. Tutkielman rakenne

Tutkielma koostuu teoreettisesta ja empiirisestä osasta. Työn rakenne on esitetty kuvassa 1.



Kuva 1: Tutkielman rakenne

Tutkielman teoria esitellään kappaleessa 2. Teoreettisessa osassa on käytetty aiheeseen liittyvää ammattikirjallisuutta ja artikkeleita. Kasvatustieteiden teoriaan liittyen työssä käydään läpi materiaalia, joka tukee tutkittavan opetusmenetelmän pääperiaatteita.

Kappaleen empiirisessä osassa esitellään salamaopetusmenetelmän käyttöä opetuksessa, jonka jälkeen tutkimukseen tutustutaan tarkemmin. Tämän jälkeen esitellään lapsikohtaiset tutkimustulokset, koetulokset sekä vanhemmille tehdyn kyselyn tulokset.

Kappaleessa 6 esitellään malli oppimistasoille ja niiden pohjalta kuvataan tutkimuksessa mukana olevien 1. luokan oppilaiden osaamista oppimispolkujen avulla. Tutkielman matemaattinen osa, potenssikäsite sekä sen opettaminen salamamenetelmällä, on sijoitettu kokeellisesta osiosta erilleen työn loppupäähän. Viimeiseksi kerrotaan johtopäätökset tuloksista tutkimuskysymysten valossa ja käydään läpi yleisiä havaintoja sekä mahdollisia jatkotutkimusaiheita.

2. TEORIA

Kappaleessa 2.1. esitellään kasvatustieteellistä kirjallisuutta oppimisen eri vaiheista varhaisiässä, oppimisen tehostamisen keinoja sekä positiivisten oppimiskokemusten merkitystä oppimisessa. Kappale 2.2. käsittelee teoriaa videoanalysoinnista, jonka jälkeen esitellään salamaopetusmenetelmän pääperiaatteet, joita kappaleessa 2.1. esitetty teoria tukee.

2.1. Oppimisen teoriaa

2.1.1. Oppimisen vaiheita varhaisiässä

Behavioristisen oppimiskäsityksen mukaan oppiminen tarkoittaa tiedon ja taidon siirtämistä opettajalta oppilaalle. Oppiminen etenee loogisesti yksinkertaisemmasta vaikeampaan, pienestä palasta suurempaan kokonaisuuteen. Opettaja kontrolloi oppimistilanteita ja on vastuussa tiedon oikeellisuudesta. (Kurki ja Mäki-Komsi, 1996)

Kognitiivinen oppimiskäsitys syntyi behaviorismin haastajaksi 1950-luvulla. Kognitiivisen oppimiskäsityksen mukaan oppijan aikaisemmat kokemukset sekä oppimistilanteet vaikuttavat uuden asian oppimiseen. (Kurki ja Mäki-Komsi, 1996)

Konstruktivistinen oppimiskäsitys pohjautuu kognitiiviseen oppimismalliin. Konstruktivistisen näkemyksen mukaan oppija itse käsittelee tietoa, kontrolloi omaa oppimistaan, luo tavoitteet ja on itse vastuussa oppimisesta. Opettajan rooli ei ole syöttää tietoa, vaan herättää oppilaan mielenkiinto opittavaan asiaan sekä muokata tieto sellaiseen muotoon, että oppija pystyy käsittelemään sitä. Oppiminen on itseohjautuvaa toimintaa, jossa opettaja on ohjaaja ja tukija. Tämä oppimiskäsitys korostaa oppimisen yksilöllisyyttä. (Kurki ja Mäki-Komsi, 1996)

Pound (2006) on kuvannut lapsen matemaattisen oppimisen vaiheita. Matemaattinen oppiminen alkaa heti lapsen syntymästä. Ensimmäisen kolmen vuoden aikana lapsi oppii hahmottamaan lukuja arkiaskareiden parissa. Esimerkiksi pukeutumisen avulla opitaan, että ensin puetaan yksi sukka ja sitten toinen sukka, opeteltaessa kävelemään lukujen määrä kasvaa: ”yksi askel, kaksi askelta, kolme askelta…”. Aikuinen tukee pienen lapsen oppimista kielen avulla kiinnittämällä lapsen huomion matemaattisiin asioihin. (Pound, 2006) Aunion et al. mukaan jo puolivuotias erottaa toisistaan pieniä lukumääriä (Aunio et al. 2004).

Oppimisen kokemukset ovat edelleen 3-5 -vuotiaille tärkeitä. Oppiminen tapahtuu pitkälti jokapäiväisten (matemaattisten) kokemusten perusteella, kuten päivämäärien, ajan sekä erilaisten painojen ja pituuksien vertaamisilla. Munnin & Schafferin (1993) tutkimusten mukaan 3-5 -vuotiaat lapset eivät luonnostaan kiinnitä huomiota numeroihin, mutta tekevät niin, jos aikuiset tukevat heitä tässä. Lapsen kyky ajatella matemaattisesti, kuten myös muu heidän kehityksensä, perustuu pitkälti kokemuksiin, sosiaaliseen kanssakäymiseen ja kielellisiin aspekteihin. (Pound, 2006) Aunion et al. mukaan tärkeää lapsen matemaattisten taitojen kehittymiselle on, että lapsi osallistuu aktiivisesti aikuisten luomiin virikkeisiin ja ajattelee itsenäisesti leikkiessään. Aikuisten luomien virikkeiden lisäksi lapsen matemaattiselle kehitykselle on tärkeää, että lapsi kiinnittää myös spontaanisti, ilman aikuisen ohjausta, huomiota arkielämässä esiintyviin matemaattisiin asioihin. (Aunio et al. 2004)

Poundin (2006) mukaan lapsi alkaa noin neljän vuoden ikäisenä itse haluta laskea asioita, esimerkiksi lapsi laskee ihmisten lukumäärää piirustuksissa ja kirjainten lukumäärää sanoissa. Lapselle on hyväksi, jos hänelle tarjotaan ajateltavaksi asioita, joista hän pystyy muodostamaan kuvia mielessään. Tässä vaiheessa kehitystä lapsi ei enää välttämättä tarvitse konkreettisia kuvia tai esineitä laskemisen tueksi, vaan pystyy mielikuvien avulla hahmottamaan lukumääriä. 3-5 -vuotias lapsi pyrkii myös käyttämään sormiaan avuksi laskennassa. Erityisesti mielikuvia laskiessaan lapsi laskee sormin ”yksi elefantti, kaksi elefanttia,…”. 3-5 -vuotiaan lapsen kehitykselle on tärkeää, että oppimisessa mukana on tarinoita, kirjoja, musiikkia ja rytmiä, joihin oppiminen tukeutuu. On kuitenkin hyvä muistaa, että kehitys on yksilöllistä, jolloin myös oppimisessa on yksilökohtaisia eroja. (Pound, 2006)

5-vuotiaaksi saakka lapset ovat oppineet matemaattisia taitoja fyysisen toiminnan, leikin, materiaalien ja todellisten jokapäiväisten asioiden, kysymysten, keskustelujen ja tarinoiden avulla. Nämä asiat ovat edelleen tärkeitä lapsen oppimisprosesseissa, mutta näiden ohella lapsi alkaa nyt oppia matemaattisiin asioihin liittyviä symboleja. Poundin

(2006) mukaan tässä vaiheessa lapsi menettää helposti kiinnostuksen matemaattisten taitojen oppimiseen. Tähän vaikuttaa se, että nyt oppiminen suuntautuu konkreettisista asioista abstraktimpaan muotoon, ja opettajat tai vanhemmat voivat epäonnistua siirtämään lapsen aikaisemman mielenkiinnon oppimisprosessiin. (Pound, 2006)

Matemaattinen osaaminen syntyy vaiheittain. Muun muassa Ikäheimo ja Risku (2004) vertaavat matematiikan oppimista talon rakentamiseen. Ensin rakennetaan kestävä pohja, jonka päälle rakentuu myöhempi oppiminen. Jos perustuksessa ilmaantuu puutteita, korjataan ne ennen seinien korottamista. (Ikäheimo ja Risku, 2004) Aikaisemmalla tiedolla on olennainen merkitys uuden oppimisessa. Poundin (2006) mukaan, jos lapselle esitetään asioita, jotka eivät ole sidoksissa aiempaan matematiikan oppimiseen, he voivat torjua oppimisen ja saada negatiivisia oppimiskokemuksia. Opettajan tehtävänä on herättää muistiin aikaisempi tieto ja mukauttaa uuden opettaminen tähän. Leinon mukaan tämä ajattelutapa on syventänyt konstuktivismin todellista merkitystä. (Leino, 2004) Ikäheimo (2002) tiivistää tiilitalon mallin seuraavasti:

”Matematiikka on kuin tiilistä rakennettu talo, jossa emotionaaliset tekijät ovat muurilaastina: perustan on oltava tukeva, yhtään tiiltä tai muurilaastia ei saa jättää välistä pois, muuten talosta tulee vino tai seinät romahtavat kokonaan. Oppilasta, jonka matemaattinen tiilitalo on vino, täytyy auttaa ja kannustaa. Ensin täytyy selvittää, mitkä tiilet puuttuvat ja miksi. ”(Ikäheimo, 2002)

Yrjönsuuren (2007) mukaan uusi asia ja käsite ymmärretään vasta silloin, kun ne tulkitaan aikaisemmin opittujen tietojen ja käsitysten kautta.

2.1.2. Keinoja oppimisen tehostamiseen

Suomessa kouluopetusta säätelee muun muassa opetushallitus, joka julkaisee Opetussuunnitelman perusteet. Tässä asiakirjassa huomioidaan välineiden käyttö opetuksen tukemisessa. Opetussuunnitelman tavoitteet peruskoulun vuosiluokille 1 - 2 on asetettu niin, että lapsi oppii perustelemaan toimintaansa ja esittämään ratkaisujaan konkreettisten mallien ja välineiden avulla kuvin, suullisesti sekä kirjallisesti. (Opetushallitus, 2004)

Ikäheimon ja Riskun (2004) mukaan alkuopetuksessa on tarpeen käyttää sellaisia opetusmenetelmiä, jotka mahdollistavat lapsen yksilöllisen etenemisen. Huomiota tulee kiinnittää kaikenlaisiin oppijoihin siten, että heikosti pärjäävien lasten itsetunto säilyy ja nopeasti oppivien lasten mielenkiinto pysyy yllä. Leikin avulla oppiminen mahdollistaa eritasoisen kehittymisen. Samat välineet sopivat monille antaen samalla toisille lapsille mahdollisuuden kehittää ajatteluaan pidemmälle. (Ikäheimo ja Risku, 2004)

Ikäheimon ja Riskun (2004) mukaan liian aikainen symboliselle tasolle siirtyminen voi lisätä puutteita tärkeiden käsitteiden ymmärtämisessä, mikä puolestaan lisää riskiä oppimisvaikeuksille. Varhaisopetuksessa konkreettisten välineiden käyttö opetuksessa tukee oppimista ja lisää mielenkiintoa uuden oppimiselle. Toiminnallisen vaiheen tulisi kestää niin kauan, kunnes lapsi itse luopuu apuvälineiden käytöstä. (Ikäheimo ja Risku, 2004)

2.1.3. Positiivisten oppimiskokemusten merkitys oppimiseen

Positiiviset oppimiskokemukset edesauttavat oppimista. Rantalan (2006) mukaan tunteet vaikuttavat tavoitteiden määrittämiseen, tarkkaavaisuuteen sekä oppimiskokemuksen laatuun. Positiiviset ja negatiiviset tunnetilat vaikuttavat erityisesti siihen, ajatellaanko tiedon vai tunteen pohjalta. Positiiviset tunteet ohjaavat luovaan oppimistilanteeseen. (Rantala, 2006)

Rantala (2006) luettelee kahdeksan positiivista asiaa, joita ilo tuo mukaan oppimiseen: se antaa voimaa, sitoo prosessiin, motivoi ja kohdistaa huomion, antaa mahdollisuuden tehokkuuteen, suuntaa voimavaroja, lisää hyvinvointia, voi parantaa oppimisen laatua sekä kohentaa minäkuvaa. Myös negatiivisilla tunteilla on vaikutuksia oppimiseen ja ne ovat yleensä oppimista lamaannuttavia asioita. (Rantala, 2006)

Tunnetiloilla on vaikutusta muistiin. Positiiviset kokemukset yleisesti edesauttavat oppimista uusissa oppimistilanteissa, kun puolestaan negatiiviset kokemukset voivat olla esteitä uuden oppimiselle. Jos oppilas pettyy toistuvasti samassa oppimisympäristössä, voi tämä aiheuttaa negatiivisen yleiskuvan aihetta kohtaan. (Rantala, 2006) Tällaisia negatiivisia mieltymyksiä on vaikea muuttaa myöhemmin.

Leikinomaisuus opetuksessa on yksi tapa tuoda iloa varhaisopetukseen. Leikki luo positiivisia elämyksiä ja kehittää lapsen luovuutta. (Kauhanen, 2004) Sekä Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (Opetushallitus, 2004) että Rantalan (2006) tekstissä painotetaan, että oppimisen tulee perustua aktiiviseen työntekoon. Leikinomaisuus ja toiminnallisuus ovatkin keskeisiä opetusmuotoja varhaisopetuksessa. Käsitteiden oppiminen ja ymmärtäminen helpottuu, kun ne yhdistetään leikkeihin, peleihin tai tarinoihin, joissa lapsi pystyy kertomaan sanallisesti ajattelutapansa. Konstruktivistisessa oppimiskäsityksessä korostetaan juuri sitä, että lapsi rakentaa itse tiedon käsitteille. (Ikäheimo ja Risku, 2004)

Myös Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet huomioi positiivisten oppimiskokemusten tärkeyden. Perusopetuksen vuosiluokkien tavoitteissa on määritetty se, että oppilas kokee onnistumisen kokemuksia matematiikan parissa ja oppii luottamaan omiin kykyihinsä. (Opetushallitus, 2004)

2.2. Videoanalysointiteoriaa

2.2.1. Yleistä teoriaa videoiden käytöstä

Derry et al. (2010) mukaan videotutkimus on muuttanut kasvatustieteiden tutkimusta. Nopean kehityksen ansiosta videotutkimusmenetelmiä on saatavilla korkealaatuisina, kustannustehokkaina ja helposti käytettävinä. Videomenetelmät mahdollistavat tarkan dokumentoinnin ja tarkkailun, sekä antavat uusia mahdollisuuksia yhteistyöhön ja arkistointiin. Vaikka videomenetelmä on tärkeä osa tutkimusta, niin osia itse videoista ei vielä yleensä liitetä julkaistaviin tutkimustuloksiin vaan ne ovat taustamateriaalia. Koodaus ja kvantifiointi ovat tapoja tuoda videomenetelmä tulosten kirjalliseen raportointiin. (Derry et al. 2010)

2.2.2. Powell et al. videoanalysointimenetelmä

Tässä Bazian opetusmenetelmää tutkivassa pitkittäistutkimuksessa, johon tämäkin työ kuuluu, osa koeopetuksen tuokioista on videoitu ja kuvailtu sanallisesti. Filosofian tohtori Markus Hähkiöniemi esitti keväällä 2010 idean Powellin, Franciscon ja Maherin (2003) esittämän videoanalysointimenetelmän hyödyntämisestä tuokioiden analysoinnissa.

Powell et al. esittämä videoanalysointimenetelmä sisältää seitsemän vaihetta:

1. Aineistoon tutustuminen
2. Videon tietojen kirjaaminen (pääpiirteittäin)
3. Kriittisten tapahtumien tunnistaminen
4. Litterointi
5. Koodaus
6. Tarinan rakentaminen
7. Kuvauksen laatiminen

Videoanalysointimenetelmän ensimmäinen vaihe käsittää videon sisältöön tutustumisen. Video katsellaan tarvittaessa useita kertoja, jotta sisällöstä saadaan kokonaiskuva. Sisällön silmäily voi lisäksi herättää uusia ideoita siitä, mitä tietoja videosta voidaan kerätä. Tarkempaa analyysiä ei tässä vaiheessa tehdä. (Powell et al. 2003)

Vaiheessa 2 videosta kirjataan pääpiirteittäin tärkeimmät tapahtumat. Koska videot keräävät paljon tietoa, helpottaa tärkeiden tapahtumien kirjaaminen videolta saatavan tiedon käsittelemistä. Tässä vaiheessa tärkeää on, että video pystytään kuvailemaan niin, että selostuksen lukija, joka ei ole katsonut videota, saa kuvan sisällöstä. Kun kuvauksiin laitetaan aikajaksot, on videoihin nopea palata myöhemmin. (Powell et al. 2003)

Kriittisiksi vaiheiksi kutsutaan tapahtumia, jotka tuovat huomattavan muutoksen aiempaan ymmärrykseen. Powell et al. korostavat, että kriittisiä tapahtumia voidaan löytää videoiden ohella myös muusta tutkimuksen materiaalista. Yleisesti tutkimuksen laatua voidaan parantaa sillä, että useampi tutkija käsittelee samaa materiaalia. (Powell et al. 2003)

Litteroinnissa videon tapahtumat kirjataan sana sanalta muistiin. Lisäksi kirjataan tutkittavien henkilöiden eleet ja toiminta videoinnin aikana. (Powell et al. 2003)

Koodaus on tärkeä vaihe videoaineiston analysoinnissa. Sen tarkoituksena on auttaa etsimään teemoja, jotka auttavat tutkijaa tulkitsemaan aineistoa. Powell et al. (2003) mallissa koodaus on samantyyppinen vaihe kuin kriittisten tapahtumisen tunnistaminen, koska kummatkin vaiheet vaativat videoiden katsomista tarkkaan ja intensiivisesti. Erona kuitenkin on se, että koodauksessa tutkija tarkkailee kriittisten tapahtumien sisältöä. (Powell et al. 2003)

Tarinan rakentaminen on analyyttinen vaihe, missä tietojen tulkinnalla ja johtopäätöksillä on tärkeä rooli. Vaiheen tulisi tuoda esille oppilaan kehityskaari niin edistymisessä kuin taantumisessa, eli jäljittää muutokset oppimisessa vaiheen 5 koodien avulla. Kuten kriittisten tapahtumien tunnistaminen, myös tämä on aikaa vievä vaihe videoiden analysoinnissa. Usein tutkijan täytyy palata tarkastelemaan kriittisiä tapahtumia. On mahdollista, että joitain kriittisiä tapahtumia poistetaan ja uusia lisätään. (Powell et al. 2003)

Powell et. al. (2003) menetelmässä viimeinen vaihe on kerronnan vaihe. Tässä vaiheessa koko materiaali on käyty tarkasti läpi ja sitä pystytään tulkitsemaan tutkimuskysymysten valossa. Vaikka kerronnan vaihe valmistuu viimeisenä, alkaa sen valmistelu jo tutkimuksen alussa. Videomateriaalien etuna on, että nykyisessä kehittyneessä teknologiassa tutkimusraportteihin voi lisätä osia videoleikkeistä tukemaan kirjallista raporttia. (Powell et al. 2003) Derry et al. (2010) mukaan tämä on kuitenkin vielä harvinaisempaa ja videomateriaali pysyy yleensä taustamateriaalina.

2.3. Salamaopetusmenetelmä

2.3.1. Yleistä salamaopetusmenetelmästä

Salamaopetus on puolalaisen lääkärin Piotr Bazian kehittämä menetelmä matematiikan opetukseen. Menetelmän tavoitteena on matemaattisten taitojen kehittymisen lisäksi saada lapset innostumaan matematiikan oppimisesta. Suurimmat eroavaisuudet perinteiseen luokkamuotoiseen varhaisopetukseen ovat yksilöllinen opetus ja yksittäisen opetustuokion kesto. Lapselle pidetään useana kertana viikossa lyhyitä opetustuokioita, jotka ovat kestoltaan noin 5 – 15 minuuttia. Opetustuokioiden kesto riippuu lapsen jaksamisesta. Lasta opetetaan henkilökohtaisesti ja opetuksen tulisi alkaa varhaisessa iässä. (Bazia, 2010)

Menetelmä on suunniteltu kuitenkin niin, että opetusta pystytään jatkamaan lapsen kanssa vaikka lukioikään saakka (Bazia, 2010). Tässä tutkielmassa on kokeellisesti tutkittu salamaopetusmenetelmän soveltuvuutta varhaisopetukseen, johon kappaleessa 4.2. esitetty opetusmateriaali rajoittuu. Lisäksi kappaleessa 7 on esitetty ehdotelma potenssikäsitteen opettamisesta salamamenetelmällä isommille lapsille. Opetusmateriaali sekä salamaopetukseen liittyvät pääperiaatteet ovat kerätty menetelmän kehittäjän Piotr Bazian kanssa käydyistä keskusteluista, koska Bazia ei ole kirjoittanut aiheesta tieteellisiä julkaisuja. Aiheeseen pystyy perehtymään myös tutustumalla tutkimussarjan aikaisempiin pro gradu -tutkielmiin, muun muassa Kinnunen (2009).

Tässä tutkielmassa salamaopetusmenetelmästä käytetään synonyymejä salamamenetelmä, salamaopetus, Bazian menetelmä ja menetelmä. Bazia aloitti menetelmän tutkimisen opettamalla omia lapsiaan. (Bazia, 2010)

2.3.2. Opetusmenetelmän pääperiaatteet

Salamaopetusmenetelmässä on kahdeksan tärkeää pedagogista pääperiaatetta (Kinnunen, 2009). Nämä periaatteet ovat:

1. Työnteko
2. Yksilöllinen opetus
3. Ei arvostelua
4. Tehokas ajankäyttö
5. Ei aikatavoitteita
6. Varhaisopetus
7. Kertaus
8. Leikinomaisuus

1. **Työskentely** ja eteneminen tapahtuvat intensiivisesti, mutta vain sen lyhyen aikaa minkä lapsi jaksaa keskittyä, ja lapsen taitojen mukaisesti. Näin lapsen mielenkiinto säilyy ja hän työskentelee interaktiivisesti omasta tahdostaan. Menettely sopii hyvin kaikenlaisille oppijoille, erityisesti se antaa joustavuutta erityislahjakkaille oppijoille sekä lapsille, joilla on oppimisvaikeuksia.

2. Jokaista lasta opetetaan **henkilökohtaisesti**. Opettaja työskentelee kerrallaan vain yhden lapsen kanssa, pystyen täten suunnittelemaan tuokiot yksilöllisesti jokaisen oppijan tarpeiden mukaisesti. Opetuspaikka tulisi kuitenkin yleensä valita niin, että se ei ole kokonaan eristetty muusta päiväkodin tai koulun toiminnasta. Näin lapsi pystyy tarvittaessa kommunikoimaan ikätovereidensa kanssa, eikä häntä eristetä täysin muusta päiväkodin tai koulun toiminnasta.

3. Salamaopetuksessa lapsia **ei luokitella arvosanoilla**, eikä heitä verrata ikätovereihinsa. Näin pyritään pitämään yllä lapsen sisäistä motivaatiota. Myöskään vääriä vastauksia ei korosteta, vaan lasta pyritään kannustamaan onnistumisten kautta.

4. Tuokiossa pyritään **tehokkaaseen ajankäyttöön**, joten opetus toteutetaan ensisijaisesti lapsen omalla äidinkielellä. Alkuopetuksessa, kirjoitustaidon ollessa vielä heikko, lapsi ratkaisee tehtävät mielessään tai välineiden avulla ja vastaa niihin suullisesti. Näin opetus tapahtuu mahdollisimman nopeasti. Kirjoitustaidon kehittyessä oheen tulevat kirjalliset tehtävät.

5. Opetuksessa **ei ole aikatavoitteita.** Jokainen lapsi etenee omassa tahdissaan, eikä hidasta tai nopeaa etenemistä tule korostaa. Onnistumisesta ja uuden oppimisesta kannustetaan lasta.

6. Opetus pyritään aloittamaan **varhaisessa vaiheessa**, mieluiten 3 – 6 vuoden iässä. Tämä tukee oppimista myöhemmissä vaiheissa. (Kappaleessa 2.1.1. on kuvattu lapsen matemaattisen kehityksen vaiheita.)

7. Jokaisen opetustuokion tulee sisältää **kertausta** edellisistä tuokioista. Näin jo opittu asia tukee uuden oppimista parhaiten. Kappaleessa 2.1.1. on esitetty tiedon rakentumisen tiilitalomalli, joka tukee kertauksen merkitystä. Opettajalle lyhyt kertaus oppituokion alussa varmistaa, mistä asiasta on hyvä jatkaa opetusta siten, että lapsi varmasti osaa, mutta ei pitkästy.

8. Varhaisessa iässä oppimisen kuuluu olla hauskaa, joten **leikinomaisuus** on tärkeää. Lapsen ollessa väsynyt tai haluton, ei tuokiota pidetä. Näin lapsi pidetään innostuneena tuokioihin sekä uuden oppimiseen. (Teoriaa positiivisten oppimiskokemuksien merkityksestä on esitetty kappaleessa 2.1.3.)

Salamaopetusmenetelmän pedagogiset pääpiirteet ovat yleispäteviä, joten ne soveltuvat minkä tahansa oppiaineen alkuopetukseen. Menetelmä on kehitetty erityisesti matemaattisten aiheiden opetukseen, joten matemaattinen sisältö on tutkimuksessakin tärkeässä roolissa. Myöhemmin yllä esitettyjen pedagogisten pääperiaatteiden rinnalle on tulossa matemaattiseen sisältöön liittyviä periaatteita.

2.3.3. Oppimisen teoria pääperiaatteiden tukena

Kaikki Bazian menetelmän pääperiaatteet tukevat oppimista. Aunion et al. (2004) mukaan oppilaan oma aktiivisuus on tärkeää lapsen matemaattisten taitojen kehittymiselle, mitä salamaopetuksen ensimmäinen pääperiaate, työnteko, pitää sisällään. Ikäheimo ja Risku (2004) korostavat yksilöllistä etenemistä, minkä salamaopetuksen pääperiaatteet 2 (yksilöllinen opetus) ja 5 (ei aikatavoitteita) käsittävät.

Salamaopetuksen 6. pääperiaate on opetuksen aloittaminen varhaisessa iässä, jota tukee kappaleessa 2.1.1. esitetyt oppimisen vaiheet. Poundin (2006) mukaan jo 5-vuotias lapsi alkaa oppia matematiikkaa koskevia symboleja. Salamaopetusmenetelmä aloittaa symbolisen laskennan leikin avulla oppimisen ohessa jo varhaisopetuksessa. Kappaleessa 2.1.1. esitetty tiilimalli selittää kertauksen ja aikaisemman tiedon merkityksestä oppimiseen. Jo opittu asia tukee uuden oppimista, kun se yhdistetään opetukseen oikein.

Viimeinen pääperiaate koskee leikinomaisuutta opetuksessa. Leikinomaisuus luo positiivisen oppimisympäristön sekä Kauhasen (2004) mukaan kehittää lapsen luovuutta.

Salamaopetukseen sisältyy myös Ikäheimon ja Riskun (2004) ajatus siitä, että jokainen vaihe opetellaan tarkasti ennen seuraavaan vaiheeseen siirtymistä. Salamaopetuksessa osaaminen varmistetaan kappaleessa 4.1. esitettyjen neljän vaiheen avulla.

Bazian menetelmä sisältää paljon jo tunnettuja pedagogisia käytänteitä, mutta näiden lisäksi myös uusia metodeja ja sisältöä. Uutta opetuksessa ovat muun muassa lyhyet tuokiot, yksilöopetus sekä jo tunnettujen käytänteiden erilaiset yhdistelmät. Erityisesti näiden kaikkien yhdistelmä tekee Bazian menetelmästä omaleimaisen. Opetussisällön yksityiskohdat on esitetty kappaleessa 4.

3. TUTKIMUSKYSYMYKSET

Salamaopetusmenetelmää tutkivissa pro gradu -töissä ovat arvioitavana menetelmän soveltuvuus varhaisopetukseen sekä sen pitkäaikaisen seurannan antamat lapsikohtaiset ja yleiset tulokset. Jokaisessa työssä on lisäksi oma teema, jota tutkitaan yhteisen tutkimuskysymyksen lisäksi. Tämän pro gradu -työn teemana on videoiden tarkka analysointi kappaleessa 2.2.2. esitetyn menetelmän avulla.

Tässä tutkielmassa tutkimusongelma voidaan jakaa neljään aihealueeseen. Ensimmäinen tutkimuskysymys on yhteinen muiden pro gradu -töiden kanssa.

1. Kehittyvätkö lapsen matemaattiset taidot salamaopetusmenetelmällä?
2. Miten Powell et al. videoanalysointimenetelmä toimii opetustuokioiden videomateriaalin analysoinnissa?
3. Kuinka lapsen vanhemmat kokevat opetusmenetelmän ja onko se heidän mielestään hyödyllinen lapsen kehitykselle?
4. Miten potenssin ja eksponentin käsitteet voidaan opettaa salamaopetusmenetelmällä?

Tutkimuksen kohderyhmänä on ollut keskisuomalaisen päiväkodin ja alakoulun oppilaita, jotka ovat osallistuneet kahdenkeskisiin opetustuokioihin tutkijan kanssa. Tutkimussarja seuraa samoja lapsia vuodesta toiseen. Jokaiselle oppilaalle on laadittu henkilökohtainen opetussuunnitelma, jonka tutkija on kehittänyt yhdessä salamaopetusmenetelmän kehittäjän Piotr Bazian ja tutkimuksen ohjaajan Lauri Kahanpään kanssa. Tutkimuskysymykset analysoidaan aihealueeseen liittyvän teorian ja tutkimustulosten perusteella.

4. SALAMAOPETUSMENETELMÄN KÄYTTÖ OPETUKSESSA

Luku 4.1. kuvaa salamaopetusmenetelmän vaiheita tässä tutkielmassa ja luku 4.2. käsittelee yksityiskohtaisesti alkuopetuksen oppimisjärjestystä.

4.1. Alkuopetuksen vaiheet

Salamaopetusmenetelmän mukaan jokainen uusi asia opetetaan lapselle neljän vaiheen kautta. Nämä neljä vaihetta ovat:

1. Salamapeli tai muu leikki
2. Merkintätavat
3. Symbolinen laskenta
4. Nopean ratkaisun vaihe

Seuraavaan vaiheeseen siirrytään vasta, kun lapsi hallitsee edellisen vaiheen tehtävät. Tämä eroaa perusopetuksen oppikirjojen lähestymistavasta, jossa esimerkiksi luvuista harjoitellaan ensimmäisenä niiden kirjoittaminen ja visuaalinen kuvilla oppiminen tukee symbolista laskentaa samanaikaisesti. Kuitenkin myös perusopetuksessa kuvien avulla laskeminen vähenee ja symbolinen laskenta kasvaa opetuksessa oppimisen myötä.

Kun vaihe 4 on saavutettu, siirrytään opettamaan seuraavaa asiaa. Käytännössä asiat opitaan limittäin, eli uusia asioita aloitetaan jo ennen edellisen rutinoitumista. Näin tehdään, jotta lapsen mielenkiinto pysyy yllä tuokioissa.

Salamapeli

Salamapelillä tai muulla leikillä pyritään muodostamaan lapselle kuva opetettavasta uudesta asiasta. Vaiheen 1 leikit ja niihin sisältyvät välineet vaihtelevat opetettavasta asiasta riippuen, mutta yhteistä ensimmäisen vaiheen tehtävillä on visuaalinen lähestyminen opetettavaan asiaan sekä alkuopetuksessa leikinomaisuus. Tässä työssä käytetään opetuksen 1. vaiheesta yleistettyä nimeä salamapeli.

Alkuopetukseen kuuluu pienten lukujen ja niiden nimien oppiminen. Siihen käytettävä leikki on varsinainen ”salamapeli”, josta menetelmä on saanut nimensä. Tässä lapselle muodostetaan lego-palikoista kuvio luvusta tai yhteenlaskusta, joka hänen tulee tunnistaa. Seuraava esimerkki on leikistä, jonka tarkoituksena on totuttaa lapsi mieltämään luku viisi yhteenlaskuna 3+2.

Kuva 2: Yhteenlasku 3 + 2 salamapelillä

Opettaja rakentaa lego-palikoilla kuvan 2 mukaisen kuvion, jossa on kolme sinistä ja kaksi vihreää palikkaa. Kuviota näytetään lapselle vain sekunnin ajan siten, että lapsi ei ehdi laskea palikoita yksitellen. Lapsen tehtävänä on tunnistaa palikoiden määrä värien mukaan, eli muodostaa yhteenlasku, sekä hahmottaa kuva luvusta 5.

Salamapelin alkuvaiheisiin kuuluu, että lapsi muodostaa vastaavan kuvion eteensä. Tämän vuoksi malli opetettavasta asiasta kannattaa muodostaa konkreettisilla välineillä, kuten lego-palikoilla. Myöhemmässä vaiheessa lapsi oppii tunnistamaan kuviot mielessään ilman palikoiden järjestelyä, jolloin kuvion voi näyttää esimerkiksi tietokoneelta tai paperilta. Näin eteneminen tapahtuu nopeammin.

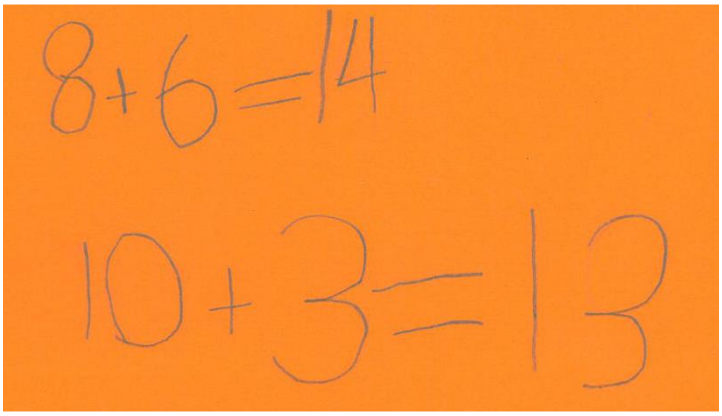
Salamapelin tavoitteena on, että lapsi oppii ymmärtämään opetettavaa asiaa syvällisemmin. Lukuja opeteltaessa salamapeli yhdistää luvun nimeen luvun suuruuden eli lukumäärän. Esimerkiksi näytettäessä lapselle kuvia luvuista 4 ja 6, lapsi hahmottaa, että neljä on vähemmän kuin kuusi. Uusi asia opetellaan aina ensin salamapelin avulla, jonka jälkeen siirrytään seuraaviin vaiheisiin.

Myös perusopetuksen oppikirjoissa kuvilla ja visuaalisella havainnollistamisella on tärkeä rooli. Sekä perusopetuksen oppikirjoissa että salamaopetuksessa kuvioissa korostetaan tärkeitä ominaisuuksia värien avulla. Kuvien määrä vähenee ja symbolien käyttö kasvaa tehtävien edetessä. Suurin eroavaisuus salamaopetuksessa onkin se, että seuraava opetusvaihe näytetään lapselle vasta edellisen vaiheen jälkeen, kun taas perusopetuksen oppikirjoissa seuraavan vaiheen tehtävät ovat samalla aukeamalla ja siten näkyvissä lapselle samanaikaisesti.

Merkintätavat

Perusopetuksen oppikirjat aloittavat usein uuden asian läpikäymisen kirjoittamalla lukujen symboleita tai yhteenlaskuja (Okkonen-Sotka et al. 2006). Salamaopetusmenetelmässä merkintöjen kirjoittamista harjoitellaan vasta salamapelin jälkeen.

Merkintätavoissa tavoitteena on, että lapsi oppii tunnistamaan ja nimeämään opetettaviin asioihin liittyvät symbolit ja kirjoittamaan ne. Kirjoittaminen aloitetaan piirtämällä opettajan näyttämän tai piirtämän mallin avulla lukuihin liittyviä symboleja. Tämän jälkeen kirjoittamista harjoitellaan erilaisten laskutoimitusten avulla. Kuvassa 3 on esimerkki kirjoittamisen alkeista.



Kuva 3: Kirjoittamisen alkeet

Kuvassa 3 on ensimmäisen luokan oppilaan kirjoittamia yhtälöitä. Kuten kuvasta nähdään, lukujen sekä summan ja yhtäsuuruusmerkin kirjoittaminen onnistuvat hyvin.

Symbolinen laskenta

Kun oppilas on tottunut merkintätapoihin, niin symbolinen laskenta konkretisoituu salamaopetuksessa niin sanottuina ”vihkotehtävinä”. Lapsen tulee lukea valmiiksi kirjoitettu tehtävä ja antaa vastaus suullisesti opettajalle. Vihkotehtävät voivat olla ikävystyttäviä, joten niitä ei koskaan tehdä kauan, enintään muutama minuutti kerrallaan. Kuvassa 4 on luvun 3 kertotaulu esimerkkinä vihkotehtävistä.

$3 \cdot 1 =$	$3 \cdot 2 =$
$3 \cdot 2 =$	$3 \cdot 5 =$
$3 \cdot 3 =$	$3 \cdot 3 =$
$3 \cdot 4 =$	$3 \cdot 1 =$
$3 \cdot 5 =$	$3 \cdot 6 =$
$3 \cdot 6 =$	$3 \cdot 4 =$

Kuva 4: Luvun 3 kertotaulun vihkotehtävät

Alkuopetuksen vihkotehtävät ovat kaksivaiheisia. Ensin tehtävät käydään läpi suuruusjärjestyksessä, kuten kuvan 4 sarakkeessa 1. Tässä lapsi oppii yhteyden tehtävien välille. Suuruusjärjestyksen avulla, esimerkiksi kuvan 4 kertotaulussa, lapsi hahmottaa, että seuraavan tehtävän tulos on aina kolme suurempi kuin edellisen tehtävän tulos. Kun lapsi osaa ratkaista tehtävät suuruusjärjestyksessä, harjoitellaan niitä epäjärjestyksessä kuvan 4 toisen sarakkeen mukaisesti. Tämä malli on näkyvissä myös alakoulun oppikirjoissa, joissa esimerkiksi lukujen yhteenlaskut opetellaan kuvien avulla suuruusjärjestyksessä ja sen jälkeen epäjärjestyksessä (Okkonen-Sotka et al. 2006b)

Myöhemmissä vaiheissa kirjallisen vastauksen määrä vihkotehtävissä kasvaa. Lapsi saattaa kirjoittaa tehtävän vastauksen tai muodostaa kokonaisen yhtälön kirjallisesti ohjeiden avulla. Suullinen menettely on kuitenkin nopeutensa vuoksi myöhemminkin suositeltava vaihtoehto. Esimerkkejä tehtävistä löytyy kappaleesta 4.2.

Nopean ratkaisun vaihe

Opittuaan vaiheet 1 - 3 lapsen tulisi osata ratkaista tehtävät nopeasti. Esimerkiksi salamapelissä tämä tarkoittaa sitä, että vastaus ei vaadi palikoiden laskemista tai uudelleenjärjestämistä. Puolestaan vihkotehtävissä lapsi antaa pelkän vastauksen välittömästi ilman tehtävän ääneen lukemista.

Nopean ratkaisun vaihe merkitsee siis rutiinin saavuttamista. Rutinoitumiseen asti harjoittelu ei mielestäni ole ristiriidassa ongelmanratkaisullisten opetustavoitteiden kanssa, sillä ongelmanratkaisu on sama asia kuin ongelmallisen tehtävän palauttaminen rutiinitehtäväksi. On kuitenkin tärkeää, että samoja tehtäviä ei harjoitella liian pitkään, jotta lapsi ei tylsisty opetukseen ja näin menetä kiinnostusta.

Salamaopetuksessa jokainen uusi asia opetellaan siis neljän vaiheen kautta ja seuraavaan vaiheeseen siirrytään vasta, kun oppilas hallitsee edellisen vaiheen tehtävät. Vastaavasti 1. luokan oppikirjoissa symbolit ja laskutoimitukset kuvien ja symbolien avulla opetellaan samanaikaisesti. Näin opetetaan esimerkiksi luvut 1 - 10 1. luokan oppikirjassa Numero 1 syksy ja Kymppi 1 syksy (Ahlvik el al. 2012; Rinne et al. 2012).

4.2. Alkuopetuksen opetusmateriaali

Salamaopetusmenetelmässä jokainen uusi asia opetellaan ennalta määrätyssä järjestyksessä. Tässä kappaleessa esitellään yksityiskohtaisesti pienten kokonaislukujen ja murtolukujen alkuopetuksen järjestys ja opetusmateriaali, jota on käytetty Jyväskylän koeopetussarjassa. Koska koelapset olivat opetuksessa eri vaiheessa, esitetään tässä kappaleessa lyhyesti koko sisältö. Se, mitä kullekin lapselle opetettiin syksyllä 2010, on esitetty kappaleen 6 aineistossa, tutkimustuloksissa, tuokioista tehdyssä päiväkirjassa (liite 2) sekä videoanalyysissä (liite 3).

4.2.1. Luvut 1 – 10

Jo nelivuotias lapsi osaa luetella luvut 1 - 10, mutta ei yleensä tunnista vastaavia lukumääriä, kuten nopan silmälukuja. Aikuinen, ja harjoiteltuaan myös lapsi, pystyy tunnistamaan lukumäärän yhdellä vilkaisulla, jos kuviot on järjestetty selkeästi. Esimerkiksi kuvassa 9 (katso s. 24) aikuinen näkee heti lukumäärän 14 muodossa $2 \cdot 5 + 4$. Salamaopetuksen alussa opetetaan lasta hahmottamaan lukumäärät 1 – 10 pienempien lukujen summina. Yhteenlaskut ovat siis mukana jo heti lukuja opeteltaessa. Myös perusopetuksen oppikirjoissa luvut ja lukuihin liittyvät yhteenlaskut käydään samanaikaisesti (Okkonen-Sotka et al. 2006).

Ensimmäisessä vaiheessa tunnistetaan luvut 1 - 10 salamapelillä. Opetus pyritään aloittamaan 3 - 6 vuoden iässä, joten lapsella ei tarvitse olla esitietoja ennen opetuksen aloittamista. Opettaja muodostaa legopalikoista kuvion opetettavasta luvusta ja peittää sen kannella. Opettaja näyttää lapselle kuviota sekunnin ajan ja pyytää häntä toistamaan kuvion eteensä. Lapsen suorittaessa tehtävän oikein, häneltä kysytään palikoiden määrää ja väriä.

Kuviot muodostetaan yleensä käyttäen joko yhtä tai kahta väriä. Joskus myös kolmannen värin mukaan ottaminen on mahdollista. Luvuissa 2 - 10 on useita variaatioita miten kuviot voidaan muodostaa. Opetettaessa pieniä lukuja (luvut 1 - 3) lapsen kanssa kannattaa käydä läpi kaikki eri vaihtoehdot lukujen muodostamisessa. Näillä luvuilla lapsi kykenee vielä hahmottamaan luvun erilaisista kuvioista. Isommilla luvuilla (luvut 4 - 10) variaatioita on paljon ja luvun hahmottaminen eri kuvioista on hankalampaa. Ryhmittelyn merkitys korostuu ja opettajan tulee arvioida lapsen osaamisesta, millaisia kuvioita opetuksessa käytetään. Seuraavaksi esitellään esimerkkejä kuvioiden muodostamisesta.

Luku 1

Aloitetaan luvusta 1. Kannen alle laitetaan yksi legopalikka. Lapsen tulee liittää kuvaan luku 1 ja tunnistaa lego-palikan väri.

Luku 2

Luku 2 mielletään kahdella eri tavalla, suoraan lukuna 2 ja summana 1+1.

Kuva 5: Luku 2 salamapelillä

Kuten kuvasta 5 näkyy, sarakkeessa 1 luku 2 on muodostettu kahdesta samanvärisestä lego-palikasta ja sarakkeessa 2 kahdesta erivärisestä palikasta. Lapselle tuodaan tutuksi kuva luvusta ja samalla yhdistetään lukuun yhteenlasku 1+1. Yhteenlaskua ei tässä vaiheessa korosteta, vaan riittää, että lapsi osaa kertoa palikoita olevan yhteensä kaksi, joista toinen on sininen ja toinen vihreä.

Luku 3

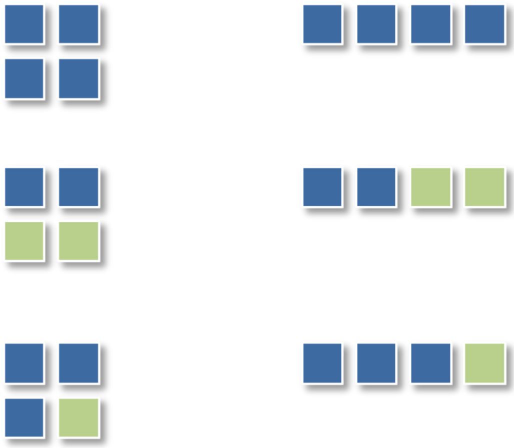
Luku 3 muodostetaan salamapelillä kolmella eri tavalla käyttäen joko yhtä tai kahta eri väriä lego-palikoissa.

Kuva 6: Luku 3 salamapelillä

Kuvan 6 sarakkeen 1 kuviossa luku 3 on rakennettu yhdenvärisistä palikoista. Palikat ovat asetettu vierekkäin riviin. Sarakkeessa 2 kuvion muoto on sama kuin sarakkeen 1 kuviossa, mutta luku 3 on esitetty yhteenlaskuna 2+1. Sarakkeessa 3 yhteenlasku 2+1 on järjestetty niin, että kaksi samanväristä palikkaa ovat ylärivissä ja erivärinen palikka on alarivissä. Luvusta 3 opitaan kaksi eri muotoa sekä yhdistetään lukuun yhteenlasku 2+1.

Luku 4

Vaihtoehtoisia tapoja muodostaa luku 4 on useita.

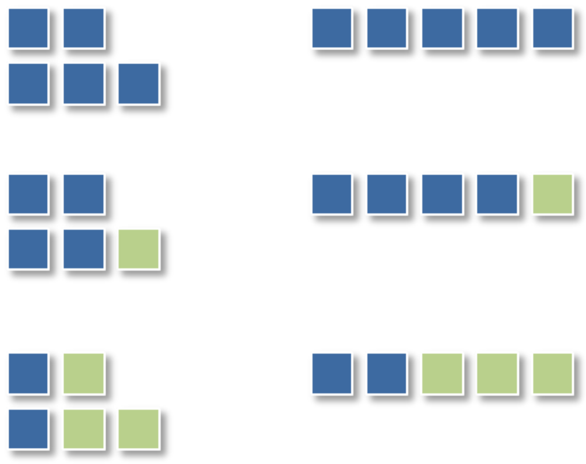


Kuva 7: Luku 4 salamapelillä

Kuvassa 7 on esitetty luku 4 kahdessa erilaisessa muodossa: ensimmäisessä sarakkeessa on kahdessa rivissä kaksi palikkaa ja toisessa sarakkeessa neljä palikkaa ovat yhdessä rivissä. Kumpikin muoto voidaan esittää lukuna 4, missä jokainen palikka on samanvärinen, summana 2+2 sekä summana 3+1.

Luku 5

Lukumäärä 5 on vielä mahdollista hahmottaa välittömästi, ainakin kun palikat ovat järjestyksessä. Luku 5 voidaan rakentaa usealla eri tavalla ja opettajan tehtävänä on valita oppilaan osaamisen mukaan, mitä vaihtoehtoja opetuksessa käytetään. Seuraavassa kuvassa on tärkeimpiä vaihtoehtoja siitä, kuinka suurempia lukuja voidaan järjestää.



Kuva 8: Luku 5 salamapelillä

Kuvassa 8 näkyy kaksi eri muotoa luvulle 5. Vasemman sarakkeen kuviossa kaksi palikkaa ovat ylärivissä ja kolme palikkaa alarivissä. Puolestaan oikean sarakkeen kuviossa kaikki viisi palikkaa on asetettu riviin. Kumpikin muoto voidaan esittää erilaisina väriyhdistelminä. Kuvan 8 ensimmäisen rivin kuvioissa luku viisi on rakennettu samanvärisistä palikoista, toisen rivin kuvioissa luku viisi on esitetty yhteenlaskuna 4+1 ja kolmannen rivin kuvioissa yhteenlaskuna 2+3.

Palikoiden määrän kasvaessa ryhmittelyn merkitys korostuu. Luvusta 6 lähtien variaatioiden määrä lisääntyy ja opettajan tehtävänä on arvioida, mitä muotoja opetuksessa on käytettävä. Variaatioiden määrä arvioidaan oppilaan osaamistason mukaan. Nopeasti oppivalle lapselle voidaan opettaa luvuista useita eri muotoja, joissa yhdistyvät yhteenlaskut erivärisillä palikoilla. Lisähaastetta saadaan lisäämällä useampia värejä. Hitaammin oppivalle lapselle on suositeltavaa käyttää ainoastaan muutamaa eri muotoa kustakin luvusta ja muutamaa havainnollistavaa yhteenlaskua.

Perusmetodi on käyttää kahta väriä, koska se vastaa luvun muodostamista kahden luvun summana. Huomioitavaa kuitenkin on, että tässä vaiheessa ei korosteta yhteenlaskua, vaan pääpaino on luvun hahmottamisessa.

Kun lapsi on oppinut salamapelillä luvut 1 – 10, siirrytään harjoittelemaan näiden lukujen symbolien kirjoittamista. Lapsen ei tarvitse vielä osata aakkosia, sillä lapsi oppii piirtämään symbolit mallin avulla. Vihkotehtävissä lapsen tulee tunnistaa opettajan valmiiksi kirjoittamat luvut. Tässä vaiheessa esitietoina oletetaan, että lapsi osaa lukemisen alkeet.

Salamaopetus aloitetaan lukujen opettelemisesta, joten lapsi opettelee luvut jo 3 - 6 -vuotiaana. Perusopetuksessa luvut 0 - 10 opetellaan ensimmäisen luokan syksyllä. Kuten salamaopetuksessa, myös perusopetuksen oppikirjoissa luvut opetellaan suuruusjärjestyksessä. Oppikirjassa Matikka 1 syksy (Okkonen-Sotka et al. 2006) opetellaan ensin kirjoittamaan lukujen 0 – 4 symbolit ja hahmottamaan lukumäärä kuvien avulla. Tämän jälkeen opetellaan lukuihin liittyviä yhteen- ja vähennyslaskuja. Samoin edetään lukujen 5 - 8 ja 9 - 12 kanssa. Oppikirja Tuhattaituri 1a (Haapaniemi et al. 2006) etenee kuten Matikka 1 syksy, mutta kerrallaan opetellaan vain kaksi tai kolme lukua. Perusopetuksen ja salamaopetusmenetelmän eroavaisuus lukuja opeteltaessa on siinä, että salamaopetuksessa symbolit ja niiden kirjoittaminen opetellaan selvästi erillään ja vasta kuvien avulla havainnollistamisen jälkeen.

4.2.2. Luvut 11 – 20

Salamapelissä luvut 11 - 20 opetetaan niin sanottuina ”kymmenen ylityksinä”. Lukua 10 voidaan siis pitää perusyksikkönä, johon lisätään luvut 1 - 10. Kuviot luvuista 1 - 10 ovat lapselle ennestään tuttuja, joten uuden oppiminen rakentuu näiden tietojen pohjalle. Esimerkiksi opetettaessa lukua 14 yhdistetään luvuista 10 ja 4 rakennetut kuviot.

Kuva 9: Luku 14 salamapelillä

Kuvan 9 esimerkissä luku 10 on rakennettu sinisistä palikoista niin, että kahdessa rivissä on kummassakin viisi palikkaa. Tätä perusyksikköä kannattaa käyttää opetettaessa lukuja 11 - 20. Luku 4 on muodostettu kappaleessa 4.2.1. esitettyjen ohjeiden mukaisesti, kuitenkin niin, että luku on rakennettu yhdenvärisistä palikoista.

Lukuihin 1 - 20 liittyvissä kirjoitustehtävissä lapsi harjoittelee piirtämään lukujen symboleita paperille. Vihkotehtävissä lapsi sitten tunnistaa valmiiksi kirjoitettuja symboleita sekä harjoittelee lausumaan niitä.

Kun lapsi kykenee ratkaisemaan lukuihin 1 - 20 liittyvät tehtävät kappaleessa 4.1. esitetyn vaiheen 4 (nopean ratkaisun vaihe) mukaisesti, siirrytään kertolaskun alkeisiin. Tässä vaiheessa ei vielä edetä suurempien lukujen yhteenlaskuihin.

Salamaopetus etenee lukujen 11 – 20 osalta hyvin samantapaisesti kuin perusopetuksen oppikirjat, joissa luvut 13 - 20 käydään 1. luokan keväällä. Esimerkiksi oppikirja Matikka 1 kevät (Okkonen- Sotka et al. 2006b) aloittaa suuremmat yhteenlaskut lukujen 13 – 20 kymmenen ylityksinä. Ensin asia havainnollistetaan kuvien avulla, minkä jälkeen harjoitellaan eri yhteen- ja vähennyslaskuja, joiden vastaukseksi tulee haluttu luku. Kuvien avulla havainnollistettavien tehtävien määrä kasvaa, kun luvut suurenevat. (Okkonen- Sotka et al. 2006b) Salamaopetuksessa erilaisten tehtävien määrä ei vaihtele mitä suurempiin lukuihin siirrytään, mutta vaihe 1, eli salamapeli, kestää useimmiten pidempään kuin pienillä luvuilla.

4.2.3. Yhteenlasku

Salamaopetuksessa varsinaisiin yhteenlaskuihin siirrytään, kun luvut 1 – 20 on opeteltu. Perusopetuksessa yhteenlaskut luvuilla 1 – 12 opetellaan lukujen yhteydessä 1. luokan syksyllä. Yhteenlaskut, joiden summa on yli 10, opetellaan salamaopetusmenetelmässä ja perusopetuksessa lähes samalla tavalla. Seuraavaksi esitellään salamaopetusmenetelmän opetusmateriaali yhteenlaskuille.

Yhteenlaskujen salamapelitehtävät

Lapsi on tutustunut yhteenlaskuihin jo opeteltaessa lukujen 1 – 20 rakennetta. Alkuvaiheen tehtävissä sanallinen pääpaino on kuvioiden hahmottamisessa eikä yhteenlaskuissa. Esimerkiksi kun pöydällä on ollut kaksi vihreää ja kaksi sinistä palikkaa, lapsi on antanut vastaukseksi ”Kaksi vihreää palikkaa ja kaksi sinistä palikkaa. Yhteensä palikoita on neljä”.

Varsinaisissa yhteenlaskuissa on samoja tehtäviä, mutta nyt lapsen tulee kertoa, mikä yhteenlasku on kyseessä sekä antaa tehtävän vastaus. Esimerkiksi jos pöydällä on yhdeksän vihreää ja kaksi sinistä palikkaa, lapsen tulee antaa vastaus sanallisesti muodossa ”yhdeksän plus kaksi on yksitoista”.

Salamapeli aloitetaan tehtävillä, joissa summa ei ylitä lukua 10. Nämä tehtävät käydään suuruusjärjestyksessä 1 + n, 2 + n, 3 + n ja niin edelleen, kuitenkin niin, että summa ei ylitä lukua 10. Tässä n on kokonaisluku siten, että n = 1,2,3,… Aloitetaan siis yhteenlaskuista 1 + n, eli tehtävistä 1 + 1, 1 + 2, …, 1 + 9. Tehtävät kannattaa käydä lapsen kanssa niin, että aluksi käydään järjestyksessä tehtävät 1 + 1, 1 + 2,…, 1 + 9, minkä jälkeen käydään samoja tehtäviä eri järjestyksessä, kuten 1 + 6, 1 + 2, 1 + 8 ja niin edelleen. Kun lapsi osaa ratkaista nämä tehtävät kappaleessa 4.1 esitettyjen neljän vaiheen mukaisesti, siirrytään yhteenlaskuihin 2 + n ja niin edelleen.

Kun tehtävät, joiden summa on alle 10 sujuvat, siirrytään yhteenlaskuihin, joiden summa ylittää luvun 10. Kokonaislukujen yhteenlaskutehtävät, joiden summa on suurempi kuin 10, opetellaan samalla tavalla kuin perusopetuksessa, eli järjestyksessä 10 + n, 9 + n, 8 + n, 7 + n, 6 + n, 5 + n. Tässä vaiheessa tehtävien summa ei ylitä lukua 20. Kymmenen ylitysten ratkaiseminen helpottuu tässä oppimisjärjestyksessä, koska lapsi yhdistää uuden asian jo opittuun asiaan. Pienet, helpot askeleet ovatkin ominaisia Bazian menetelmälle. Käytetään esimerkkinä omaa opetuskokemusta: ensin lapsi oppii lisäämään vaikkapa luvun 7 kokonaislukuun 10, tämän jälkeen lisättäessä lukuun 9 sama luku 7, lapsi siirtää luvusta 7 yhden yksikön lukuun 9 ja muuttaa näin yhteenlaskun muotoon 10 + 6. Seuraava videomerkintä on esikoululaisen pojan selitys, kuinka hän laskee tehtävän 9 + 5.

Videomerkintä 10.11.2010

Opettaja kysyy, miten lapsi laskee tehtävän 9 + 5. Lapsi vastaa: ”silleen ku siinä pitäis olla yks nii sit siinä ois kymmene. Siinä on nyt neljä”.

Salamapelissä opettaja muodostaa yhteenlaskun käyttäen erivärisiä lego-palikoita. Lapsen tulee muodostaa samanlainen kuvio itse ja kertoa sanallisesti yhteenlasku ja vastaus. Usein vastauksen antaminen vaatii lapselta palikoiden uudelleenjärjestämistä. Opittuaan tehtävät hyvin lapsi ei enää muodosta konkreettista kuviota, vaan pystyy sanomaan yhteenlaskun ja vastauksen suoraan. Kuvassa 10 on esimerkki kokonaislukujen yhteenlaskusta salamapelillä.

Kuva 10: Yhteenlasku 6 + 5 salamapelillä

Kuvan 10 mukaisesta kuviosta lapsi oppii yhteenlaskun 6 + 5. Samalla lapsi yhdistää yhteenlaskun tuloksen jo opittuun lukuun 11.

Yhteenlaskujen vihkotehtävät

Kun lapsen kanssa on käsitelty pienten lukujen rakenne ja yhteenlaskut salamapelillä, siirrytään vastaaviin vihkotehtäviin. Esimerkiksi kun salamapelillä on käsitelty yhteenlaskut 1 + n, voidaan siirtyä näiden tehtävien vihkotehtäviin samalla, kun jatketaan yhteenlaskuihin 2 + n salamapelillä. Tämä mahdollistaa salamapelitehtävien ja vihkotehtävien rinnakkaisen käytön opetuksessa, mikä lisää opetuksen monipuolisuutta. Yhteenlaskujen vihkotehtävien oppimisjärjestys on siten sama kuin salamapeliosiossa.

Kuten salamapelissä, myös vihkotehtävissä laskut opetellaan kahdessa vaiheessa. Kuvassa 11 on esimerkki yhteenlaskujen vihkotehtävästä.

9 + 1 =	9 + 2 =
9 + 2 =	9 + 4 =
9 + 3 =	9 + 1 =
9 + 4 =	9 + 3 =
9 + 5 =	9 + 5 =

Kuva 11: Luvun 9 yhteenlaskut vihkotehtävissä

Kuvan 11 vasemman sarakkeen yhteenlaskutehtävät luvulle 9, eli tehtävät 9 + n, on lueteltu järjestyksessä. Lapsen opittua lukemaan ja laskemaan tehtävät järjestyksessä käydään samat tehtävät epäjärjestyksessä kuvan 11 oikean sarakkeen mukaisesti.

4.2.4. Kertolasku

Kertolaskut aloitetaan perusopetuksessa 2. luokan syksyllä lukujen 2, 10 ja 5 kertolaskuista. Näissä tehtävissä korostetaan kertolaskun ja yhteenlaskun riippuvuutta. (Asikainen et al. 2007) 3. luokan syksyllä kertolaskuja jatketaan luvuille 1, 3, 5, 10, 2, 4, 6, 7, 8 sekä 9 (Rinne et al. 2008). Salamaopetusmenetelmässä kertolaskut opetellaan suuruusjärjestyksessä luvun 1 kertotaulusta alkaen. Seuraavaksi esitellään tarkemmin salamaopetuksen kertolaskutehtävät.

Kertolaskujen salamapelitehtävät

Kertolaskujen salamapelitehtävät muodostetaan vastaavasti kuin yhteenlaskutehtävissä. Kuvassa 12 on esimerkki kertolaskusta salamapelillä.

Kuva 12: Kertolasku 3 · 3 salamapelillä

Kuvassa 12 on esitetty, kuinka kertolasku 3 · 3 muodostetaan legopalikoista salamapelillä. Kuviossa on kolme lego-palikkaa kolmessa rivissä, joka on vastaava kuvio kuin luvulla 9. Luvun 9 kuvio on lapselle jo tuttu luvun hahmottamisosiosta. Nyt lapsen tarvitsee vain muodostaa tutusta kuviosta kertolasku. Salamapelin alkuvaiheessa kertolaskuja voi korostaa siten, että kuvion jokainen rivi muodostetaan eri värillä. Esimerkiksi kuvan 12 tapauksessa ensimmäinen rivi voidaan rakentaa kolmesta vihreästä palikasta, toinen rivi kolmesta sinisestä palikasta ja kolmas rivi kolmesta punaisesta palikasta. Tämä saattaa helpottaa lasta muodostamaan kuvasta kertolaskun.

Kertolaskujen vihkotehtävät

Kuvassa 13 on esimerkki kertolaskujen vihkotehtävistä.

$5 \cdot 1 =$	$5 \cdot 3 =$
$5 \cdot 2 =$	$5 \cdot 6 =$
$5 \cdot 3 =$	$5 \cdot 1 =$
$5 \cdot 4 =$	$5 \cdot 10 =$
$5 \cdot 5 =$	$5 \cdot 8 =$
$5 \cdot 6 =$	$5 \cdot 2 =$
$5 \cdot 7 =$	$5 \cdot 5 =$
$5 \cdot 8 =$	$5 \cdot 7 =$
$5 \cdot 9 =$	$5 \cdot 4 =$
$5 \cdot 10 =$	$5 \cdot 9 =$

Kuva 13: Luvun 5 kertotaulun vihkotehtävät

Kuvassa 13 on esitetty luvun 5 kertotaulun vihkotehtävät. Ensimmäisessä sarakkeessa on luvun 5 kertotaulu suuruusjärjestyksessä ja toisessa sarakkeessa vastaavat tehtävät epäjärjestyksessä.

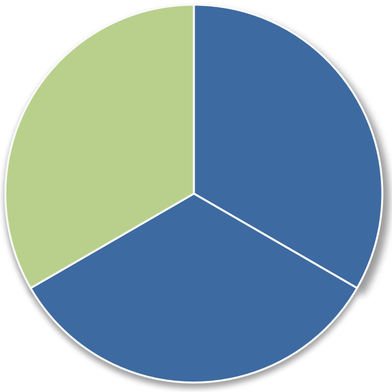
4.2.5. Murtolukujen alkuopetus

Kokonaislukujen yhteenlaskun rinnalla voidaan jo esikouluikäisen lapsen kanssa tutustua murtolukuihin niin sanottujen piirakkatehtävien avulla. Piirakkatehtävissä lapsi rakentaa konkreettisista sektoreista kokonaisia ympyröitä ja oppii näin tunnistamaan ja nimeämään erikokoisia osia. Oppimisen tulee olla hauskaa, joten monipuolisuus ja vaihtelevuus tuokiossa ovat tärkeitä.

Salamaopetusmenetelmään kuuluvat alkuopetuksen murtolukutehtävät sisältävät murtolukujen tunnistamista, symboleiden harjoittelua ja murtolukujen yhteenlaskua. Murtoluvut opetellaan salamaopetuksessa jo huomattavasti perusopetusta varhaisemmassa vaiheessa. Tässä pitkittäistutkimuksessa mukana oleville lapsille murtolukuja käsiteltiin 1. luokan syyslukukaudella, kun perusopetuksessa vastaavat asiat tulevat vasta 3. luokan keväällä (Rinne et al. 2009).

Murtolukujen ensimmäiset salamapelitehtävät

Kuten muut aiheet, myös murtolukujen harjoittelu aloitetaan salamapelillä. Ensimmäisenä tunnistetaan erikokoisia murtolukuja. Lapselle näytetään tietokoneella tai luonnossa erikokoisia murtolukuja vastaavia piirakkakuvioita, jotka hänen tulee tunnistaa. Kuvassa 14 on esimerkki murtolukujen salamapelitehtävästä.



Kuva 14: Murtoluvut $\frac{2}{3}$ ja $\frac{1}{3}$ salamapelillä

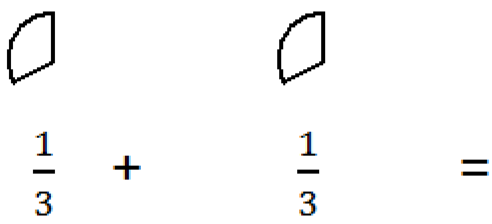
Kuvasta 14 lapsen tulee tunnistaa, että sininen osa kokonaisesta ympyrästä on murtolukuna $\frac{2}{3}$ ja vihreä osa on murtolukuna $\frac{1}{3}$. Tässä yhdistyy lisäksi murtolukujen yhteenlasku, sillä $\frac{2}{3}$ ja $\frac{1}{3}$ muodostavat kokonaisen ympyrän. Opettaja kertoo esimerkein lapselle, kuinka murtolukuja nimetään. Tässä vaiheessa lapsen ei kuitenkaan tarvitse osata muodostaa tai kirjoittaa varsinaisia murtolukumerkintöjä.

Vastaavien tehtävien avulla harjoitellaan murtoluvut kahdesosista kahdeksasosiin. Tätä pienemmät osat on vaikea hahmottaa kuvasta. Tehtävissä voidaan yhdistää murtolukujen yhteenlaskua kuvan 14 esimerkin tavoin.

Salamapelin jälkeen harjoitellaan murtolukujen kirjoittamista. Tämä vaihe on tärkeä suorittaa ennen vihkotehtäviä, sillä vihkotehtävien loppuvaiheessa osa ratkaisuista tulee antaa kirjallisessa muodossa.

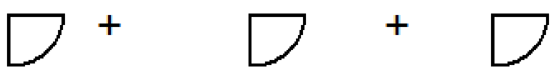
Murtolukujen vihkotehtävät

Ensimmäiseksi opetellaan lukemaan murtolukuja oikein. Opettaja lausuu malliksi muutaman murtoluvun, jonka jälkeen lapsi lukee loput murtoluvut vihkosta. Lapselle tulee näin tutuksi murtolukujen merkintätapa, mutta varsinaisia murtolukuihin liittyviä käsitteitä ei opetella tässä vaiheessa. Murtolukujen vihkotehtävät sisältävät lukuharjoitusten lisäksi myös samannimisten murtolukujen yhteenlaskutehtäviä. Kuvissa 15, 16 ja 17 on esimerkkejä murtolukujen yhteenlaskujen vihkotehtävistä.



Kuva 15: Murtolukujen vihkotehtävä kuvan ja murtolukumerkinnän avulla

Kuvan 15 tehtävässä lapsi laskee kuvan ja murtolukumerkinnän avulla yhteenlaskun $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$. Tehtävän ratkaisua helpottaa jo tutuksi tullut kuva murtoluvusta, joka yhdistyy murtoluvun merkintään. Lapsi antaa vastauksen suullisesti tai kirjallisesti. Vastaavia tehtäviä harjoitellaan erikokoisilla osilla. Seuraavana vaiheena on kuvan 16 mukainen vihkotehtävä.



Kuva 16: Murtolukujen vihkotehtävä kuvan avulla

Kuvan 16 esimerkissä lapselle näytetään ainoastaan kuva murtoluvun yhteenlaskusta $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ilman murtolukumerkintöjä. Lapsen tulee kirjoittaa kuvan alle murtolukumerkinnöin sekä yhteenlasku että vastaus. Tehtävä voidaan toteuttaa myös suullisesti, jolloin kirjoittamisen sijaan lapsi sanoo kuvan mukaisen yhteenlaskun ja antaa vastauksen.

Murtolukutehtävissä on hyvä muistaa kokonaislukujen yhteenlaskuissa ja kertolaskuissa esille tullut järjestys. Ensin tehtävät käydään läpi järjestyksessä, jonka jälkeen järjestystä voidaan sekoittaa tuomaan haastavuutta tehtäviin.

Seuraavassa vaiheessa lapselle ei näytetä lainkaan kuvaa murtoluvusta, vaan yhteenlasku esitetään vain murtolukumerkintöjen avulla. Esimerkki tällaisesta tehtävästä on esitetty kuvassa 17.

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{\square}{5}$$
$$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{\square}{5}$$
$$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{\square}{5}$$
$$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{\square}{5}$$

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{\square}{5}$$
$$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{\square}{5}$$
$$\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{\square}{5}$$
$$\frac{4}{5}+\frac{1}{5}=\frac{\square}{5}$$

Kuva 17: Murtolukujen vihkotehtäviä murtolukumerkinnän avulla

Kuvassa 17 on esitetty viidesosien yhteenlaskutehtävät pelkän murtolukumerkinnän avulla. Kuvien 15 ja 16 mukaiset tehtävät kuvien avulla johdattavat lasta laskemaan murtolukuja symbolisten merkintöjen kanssa. Kuvan 17 ensimmäisessä sarakkeessa on vaiheittain viidesosien yhteenlaskuja, joissa nimittäjä on yksi: ensimmäisellä rivillä on yhteenlasku $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$, toisella rivillä on yhteenlasku $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$ ja niin edelleen. Tämän jälkeen voidaan siirtyä viidesosien yhteenlaskuihin, joissa osoittaja vaihtuu. Kuvan 17 toisessa sarakkeessa on esimerkkinä viidesosien yhteenlaskut $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}$ ja $\frac{4}{5}+\frac{1}{5}$.

Tehtävät aloitetaan kahdesosista, joista edetään järjestyksessä kahdeksasosiin asti. Jokaisesta osasta muodostetaan tehtävät kuvassa 17 esitetyn esimerkin mukaisesti.

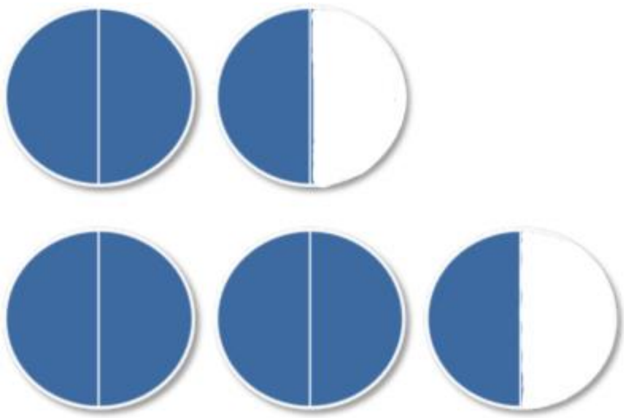
4.2.6. Murtolukujen opetusta toisen luokan oppilaalle

Salamaopetuksen periaatteisiin kuuluu, että jokainen opetustuokio suunnitellaan yksilöllisesti lapsen taidon mukaan. Syksyllä 2010 tutkimukseen otettiin mukaan toisen luokan oppilas, joka on koulumenestyksensä mukaan erityisen lahjakas. Seuraavaksi esitetty materiaali on suunniteltu yhdessä tutkimuksen kehittäjän Bazian, tutkielman ohjaajan sekä tutkijan toimesta etenemään nopeasti hänen tarpeidensa mukaisesti. Tuokioiden suunnittelussa on pyritty siihen, että opetusmateriaali poikkeaisi selvästi koulussa käydyistä asioista. Näin tutkimukseen liittyvä opetus ei mene päällekkäin koulussa käytyjen asioiden kanssa, mikä olisi voinut haitata koulun opetuksen kiinnostavuutta.

Syksyn 2010 aiheeksi valittiin murtoluvut ja sekaluvut. Perusopetuksessa vastaavat murtolukujen ja sekalukujen muunnokset opetellaan 4. luokan keväällä (Rinne et al. 2009b).

Murtoluvut ja sekaluvut

Opetus aloitetaan murtoluvuista varmistamalla, että oppilaalla on kappaleessa 4.2.5. esitetyt perustaidot. Sitten opetellaan varsinaisten murtolukujen muuntaminen sekaluvuiksi ja sekalukujen muuntaminen varsinaisiksi murtoluvuiksi. Ensimmäinen vaihe opetuksessa on sekalukujen tunnistaminen kuvista ja niiden muuntaminen varsinaisiksi murtoluvuiksi salamapelillä. Opettaja voi näyttää kuvat esimerkiksi paperilta tai tietokoneelta. Kuvassa 18 on esimerkki tämän opetusjakson ensimmäisen vaiheen salamapelitehtävästä.



Kuva 18: Murtolukutehtävä salamapelillä

Tehtävässä lapselle näytetään sekunnin ajan kuvan 18 mukaista kuviota. Lapsen tulee tunnistaa ylärivistä sekaluvuksi $1\frac{1}{2}$ ja alarivistä $2\frac{1}{2}$. Tämän jälkeen lapsi nimeää sekaluvun $1\frac{1}{2}$ varsinaiseksi murtoluvuksi $\frac{3}{2}$ ja sekaluvun $2\frac{1}{2}$ varsinaiseksi murtoluvuksi $\frac{5}{2}$. Tehtäviä jatketaan kolmasosilla, neljäsosilla ja tästä eteenpäin ainakin kahdeksasosiin asti. Sitä mukaa, kun tällaiset tehtävät onnistuvat hyvin salamapelillä, siirrytään vastaaviin vihkotehtäviin. Kuvassa 19 on esimerkki varsinaisten murtolukujen ja sekalukujen vihkotehtävistä.

$$
\begin{array}{ll}
1\frac{1}{2} = \frac{\square}{2} & 3\frac{1}{2} = \frac{\square}{2} \\[1em]
2\frac{1}{2} = \frac{\square}{2} & 7\frac{1}{2} = \frac{\square}{2} \\[1em]
3\frac{1}{2} = \frac{\square}{2} & 1\frac{1}{2} = \frac{\square}{2} \\[1em]
4\frac{1}{2} = \frac{\square}{2} & 4\frac{1}{2} = \frac{\square}{2} \\[1em]
5\frac{1}{2} = \frac{\square}{2} & 9\frac{1}{2} = \frac{\square}{2}
\end{array}
$$

Kuva 19: Varsinaisten murtolukujen ja sekalukujen vihkotehtävä

Kuten alkuopetuksen yhteenlaskujen ja kertolaskujen vihkotehtävissä, laskut opetellaan ensin järjestyksessä ja vasta tämän jälkeen epäjärjestyksessä. Kuvan 19 ensimmäisessä sarakkeessa on lueteltu sekalukuja kahdesosista suuruusjärjestyksessä. Lapsen tulee muuttaa sekaluku varsinaiseksi murtoluvuksi ja antaa vastaus suullisesti. Kuvan 19 toisessa sarakkeessa on kahdesosan sekalukuja epäjärjestyksessä. Kuvan 19 tyyppiset tehtävät käydään järjestyksessä kahdesosista aina kahdeksasosiin asti. Seuraava vaihe on muuttaa varsinaiset murtoluvut sekaluvuiksi vastaavanlaisin harjoituksin.

Salamaopetuksessa murtoluvut ja sekaluvut käydään samalla tavalla kuin perusopetuksen oppikirjassa Matikka 4 kevät (Rinne et al. 2009b).

Piirtäminen ja murtoluvun laventaminen

Murtolukujen opettelua jatketaan yhdistämällä murtolukujen eri esitysmuotojen vertailu geometriseen hahmottamiseen ja piirtämiseen. Salamaopetusmenetelmän kehittäjä Bazia pitää erityisen tärkeänä, että lapsi oppii piirtämään geometrisia kuvioita mahdollisimman tarkasti vapaalla kädellä (Bazia, 2010). Perusopetuksen oppikirjoissa kuviot ovat usein valmiiksi piirrettyinä tai kuviot piirretään apuvälineiden, kuten harpin ja viivaimen, avulla.

Ensimmäisessä piirrostehtävässä lapsen tulee piirtää vapaalla kädellä mahdollisimman symmetrisiä ympyröitä. Tämän jälkeen lapsi jakaa ympyrät erikokoisiin osiin niin, että osia pystytään vertailemaan keskenään. Kuvassa 20 on esimerkki tehtävästä, jossa lapsi piirtää ympyröitä ja jakaa näitä tiettyihin osiin.

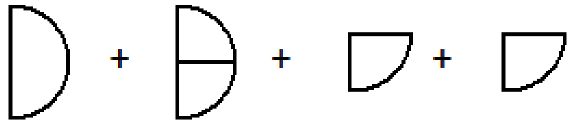
$$\frac{1}{2} \quad = \quad \frac{3}{6} \quad = \quad \frac{6}{12}$$

Kuva 20: Ympyrän jakaminen osiin vaiheittain

Kuvan 20 tehtävässä lapsen tulee piirtää vapaalla kädellä kolme mahdollisimman symmetristä ympyrää. Kaikki kolme ympyrää jaetaan kahdesosiin, joista jokaisesta ympyrästä väritetään $\frac{1}{2}$. Lisäksi toisen ympyrän väritetty osa jaetaan kuudesosiin ja kolmannen ympyrän väritetty osa jaetaan kahdestoistaosiin. Lisäksi jokaisen ympyrän alle merkitään murtolukuna väritetty osa. Toisessa ympyrässä lapsen tulee huomata, että kuudesosia on puoliympyrässä kolme kappaletta ja näin väritetty osa on $\frac{3}{6}$. Samoin kolmannessa ympyrässä kahdestoistaosia on puoliympyrässä kuusi kappaletta, joten väritetty osa on $\frac{6}{12}$. Jokaisessa ympyrässä väritetty osa on samankokoinen, jolloin lapsi oppii yhteyden murtolukujen $\frac{1}{2}, \frac{3}{6}$ ja $\frac{6}{12}$ välillä.

Varsinaista laventaminen-käsitettä ei opetella vielä tässä vaiheessa vaan riittää että lapsi hahmottaa murtolukujen yhteyden. Perusopetuksessa laventaminen ja supistaminen käsitellään vasta 5. luokan keväällä.

Toisessa tehtävätyypissä lapselle näytetään kuvaa murtolukujen yhteenlaskusta. Lapsen tulee muodostaa kuvan alle lasku murtolukumerkinnöillä ja kirjoittaa vastaus. Tehtävä on samantyylinen kuin alkuopetuksen murtoluvuissa, mutta yhtälöt ovat haastavampia ja sisältävät murtolukuja, joiden nimittäjät ovat erisuuret. Kuvassa 21 on esimerkki murtolukujen yhteenlaskutehtävästä.



Kuva 21: Murtolukujen yhteenlasku

Kuvan 21 tehtävässä lapsen tulee kirjoittaa kuvan alle yhteenlasku ja vastaus murtolukumerkinnöin $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = 1\frac{1}{2}$. Vastaus voidaan ilmoittaa myös neljäsosina tai varsinaisena murtolukuna.

5. TUTKIMUSMENETELMÄT

Kappaleessa 5 esitellään tutkimuksessa käytettyjä menetelmiä. Kappale 5.1. esittelee tutkimuksen ja tämän jälkeen käydään läpi aineisto. Kappaleessa 5.3. käsitellään Powell et al. videoanalysointimenetelmän tarpeellisuutta opetustuokioiden analysoinnissa. Tämän jälkeen käydään läpi tutkimuksen luotettavuus.

5.1. Tutkimuksen esittely

Salamaopetusmenetelmän pitkittäistutkimus aloitettiin Jyväskylän yliopistolla keväällä 2009. Tuolloin opetuksessa aloitti kuusi päiväkoti-ikäistä lasta kahdesta keskisuomalaisesta päiväkodista. Tässä pitkittäistutkimuksessa seurataan samojen lasten opetusta ja oppimista usean vuoden ajan. Tutkimus toteutetaan peräkkäisinä pro gradu -töinä, joita ohjaa filosofian tohtori Lauri Kahanpää. Tämä tutkielma on viides pro gradu -työ tutkimussarjasta.

5.2. Aineisto

Tutkimuksessa aloitti keväällä 2009 kuusi päiväkoti-ikäistä lasta. Syksyllä 2010 opetuksessa jatkoi kolme ensimmäisen luokan aloittavaa oppilasta. Lisäksi oli aikaisemmin tutkimukseen mukaan otettu esikoululainen poika sekä nyt syksyllä 2010 uutena opetettavana mukaan tullut kakkosluokkalainen poika. Tämän tutkielman materiaalin keräämisen aikana opetettavat kouluikäiset lapset kävivät samaa koulua.

Tutkimuksen aineisto on kerätty opetustuokioista, opetuskokeilussa olevien lasten opettajilta sekä heidän vanhemmilta. Lisäksi opetusmenetelmän kehittäjää Piotr Baziaa on haastateltu opetusmateriaalien tekemistä varten. Ensimmäisen luokan oppilaat oli sijoitettu koulussa kahdelle opetusluokalle. Näiden kahden luokan syyslukukauden matematiikan kokeet on analysoitu. Lisäksi opetuskokeilussa olevien lasten vanhemmille on tehty kirjallinen kysely.

Syksyllä 2010 opetustuokioita pidettiin 2 - 3 kertaa viikossa. Yhden tuokion kesto oli noin 5 - 15 minuuttia oppilaan jaksamisesta riippuen. Yhteensä opetustuokioita oli 90 kappaletta, joita jokaiselle oppilaalle kertyi vähintään seitsemän ja enintään 24. Kaikki tuokiot on videoitu ja analysoitu kappaleessa 2.2.2. esitetyn videoanalysointimenetelmän mukaisesti.

5.3. Powell et al. videoanalysointimenetelmä salamaopetuksen videomateriaalien analysoinnissa

Kappaleessa 2.2.2. on esitetty Powell et al. (2003) videoanalysointimenetelmän vaiheet. Seuraavaksi esitellään, mitä nämä vaiheet käsittävät salamaopetusmenetelmän videomateriaaleja analysoitaessa tämän tutkielman osalta.

Ensimmäiset neljä vaihetta sisältävät aineistoon tutustumista sekä materiaalin jaksottamista ajan mukaan. Ensimmäisessä vaiheessa tutustutaan videoon ja toisessa vaiheessa kirjataan, mitä opetusmenetelmiä kussakin tuokiossa on käytetty ja miten lapsi on vastannut tehtäviin. Vaihe 3, eli kriittisten vaiheiden tunnistaminen, tarkoittaa tässä havaintoja lapsen edistymisestä ja taantumisesta. Litteroinnissa videolta poimitaan lapsen miettimistauot, palikoiden uudelleenjärjestelyt, sormilla laskeminen sekä mahdolliset muut toiminnat.

Vaiheiden 5 - 7 avulla muodostetaan kuva oppimisesta ja osaamisesta. Tässä tutkielmassa osaamiselle on luokiteltu kolme eri tasoa eli koodia kuvaamaan tutkimuksessa mukana olevien lasten matemaattisen osaamisen tasoa. Nämä oppimistasot on esitetty kappaleessa 6.2.1. Vaihe 6 käsittää tarinan rakentamisen, joka on tässä tutkielmassa esitetty oppimispolkujen avulla. Viimeiseksi oppimispolut avataan sanallisessa muodossa.

Syksyn 2010 aikana opetustuokioita on pidetty yhteensä 90 kappaletta, joista jokainen tuokio on videoitu. Kaikki tuokiot on analysoitu vaiheiden 1 - 3 mukaan. Koska videomateriaalia on paljon, on vaihe 4 (litterointi) yhdistetty vaiheeseen 2, jolloin myös lapsen eleet ja toiminta on kirjattu.

Videoanalysointi on viety loppuun kaikkien Powell et. al (2003) videoanalysointimenetelmän vaiheiden mukaisesti ensimmäisen luokan oppilaiden osalta. Nämä lapset valittiin sen vuoksi, että vertailu samanikäisten muiden tutkimuksessa olevien lasten kanssa on mahdollista. Lisäksi näille lapsille pidettiin enemmän tuokioita kuin kahdelle muulle tutkimuksessa mukana olevalle lapselle. Vaiheiden 1 – 5 tulokset on taulukoituina liitteessä 3. Lisäksi vaiheiden 6 ja 7 mukaiset oppimispolut ja niiden kuvailu on esitetty kappaleessa 6.2.2.

Powell et al. (2003) videoanalysointimenetelmän avulla opetuksen etenemistä ja oppilaan osaamista voidaan seurata täsmällisesti, vaikka menetelmä vie materiaalin paljouden vuoksi aikaa. Tutkimuksen luotettavan analysoinnin varmistamiseksi on suositeltavaa videoida opetustuokiot myös tulevaisuudessa. Vaikka juuri Powell et al. (2003) analysointimenetelmää ei myöhemmin enää tässä tutkimussarjassa käytettäisi, on tuokioiden analysointi joka tapauksessa tarkempaa videoiden avulla kuin pelkästään tuokioissa tehtyjen muistiinpanojen avulla. Lapsen ilmeet ja eleet kertovat oppimisprosessista ja osaamisen tasosta paljon.

Powell et al. (2003) mielestä luotettavuutta voidaan parantaa sillä, että useampi tutkija käsittelee samaa materiaalia. Tässä tutkielmassa vasta tutkija itse on analysoinut videomateriaalia, mutta tutkimustuloksia voidaan silti jo pitää luotettavina, sillä videoita on tarkasteltu monivaiheisesti ja järjestelmällisesti. Pitkittäistutkimuksessa videointi on tärkeää myös siksi, että se säilyttää koko aineiston tulevien tutkijoiden käyttöön.

5.4. Tutkimuksen luotettavuus

Salamaopetuksen tutkimus on pitkittäistutkimus, mikä lisää tutkimuksen luotettavuutta. Materiaalia tutkimuksesta saadaan pitkältä aikaväliltä ja saman lapsiryhmän seuranta usean vuoden ajan mahdollistaa oppimistulosten kokonaisvaltaisen tarkastelun. Tämä yksittäinen pro gradu -tutkielma on tapaustutkimus. Tapaustutkimuksessa (Routio, 2007) tarkoituksena on tutkia tarkasti esimerkiksi yhtä tapahtumaa, prosessia tai henkilöryhmää. Tässä tutkimuksessa tutkimuksen kohteena ovat olleet yksittäiset oppilaat, joihin perehdytään syvällisesti ja heitä tutkitaan eri näkökulmista (opetustuokiot, koetulokset, vanhempien kyselytutkimus).

Kun tarkastellaan yleisesti tämän pro gradu -tutkielman luotettavuutta, haluan tuoda esille seuraavia huomioita. Luotettavuutta lisäävinä tekijöinä voidaan pitää:

- Tuokioiden tarkka videokuvaus–analysointi
- Useiden lähteiden käyttäminen tutkimustuloksia käsiteltäessä
- Tutkimusperiodin huomattava pituus ja säännöllisyys

Tässä pro gradu -työssä kaikki opetustuokiot on videoitu ja myöhemmin analysoitu. Vienolan (2004) mukaan tutkimuksen luotettavuutta lisää, että tutkimustilanteet voidaan arvioida uudelleen. Lisäksi tutkija voi tarkastella kohdetta eri näkökulmista (Routio, 2007). Tässä tutkimuksessa kaikki videomateriaali on analysoitu myöhemmin, joten tutkijan ei ole tarvinnut luottaa pelkästään opetustilanteessa tekemiinsä muistiinpanoihin. Lisäksi heti jokaisen opetustuokion jälkeen, jokaisesta opetustuokiosta on kirjoitettu tärkeimmät havainnot ylös, jotta myös omat huomiot ja tuntemukset opetuksesta on saatu tallennettua. Nämä päiväkirjamerkinnät on esitetty kokonaisuudessaan liitteessä 2.

Tutkimuksen aineisto koostuu eri lähteistä (muun muassa videoidut opetustuokiot, tuokioissa tehdyt havainnot, kirjallinen opetusmateriaali, menetelmän kehittäjän kanssa käydyt keskustelut), mikä lisää tutkimuksen luotettavuutta. Videoiden ja muistiinpanojen lisäksi opetuskokeilussa olleiden kolmen ensimmäisen luokan oppilaan perusopetuksen luokkien syyslukukauden matematiikan kokeet on analysoitu. Jokaisen opetuskokeilussa olevan lapsen vanhemmille on lisäksi lähetetty kyselylomake, jossa tiedustellaan kodin tuntemuksia tutkimuksesta. Jokaiselta perheeltä saatiin vastaukset kaikkiin kyselylomakkeessa esitettyihin kysymyksiin.

Tapaustutkimuksessa ei usein tuoteta yleispätevää tietoa, koska otanta on pieni. Sen sijaan jokainen tutkimusraportin lukija voi itse löytää yhtäläisyyksiä, kuinka yleistää tapaustutkimusta omiin tarpeisiinsa. (Routio, 2007) Koska tutkimuskohteena on alakouluikäisiä lapsia, on olemassa heihin rinnastettavia tapauksia ja tutkimustuloksia. Materiaalia voidaan käyttää vertailupohjana muihin alakouluikäisiin lapsiin.

Tutkimuksessa mukana olevat lapset on valittu yhteistyössä mukana olleista päiväkodeista niiden lasten joukosta, jotka käyvät päiväkodissa säännöllisesti. Päiväkodin henkilökunta on ehdottanut näitä päiväkodin lapsia mukaan tutkimukseen. Tutkimukseen osallistuminen on ollut vapaaehtoista, joten lapset sekä heidän vanhempansa ovat saaneet itse valita osallistuvatko pitkittäistutkimukseen. Tutkimustuloksia heikentävänä asiana voidaan pitää sitä, että lapsia ei ole valittu satunnaisotannalla. Myös lasten ja vanhempien omalla aktiivisuudella on roolinsa.

Toinen luotettavuuteen heikentävästi vaikuttava seikka on otannan koko. Syksyllä 2010 tutkimuksessa oli mukana kolme lasta, jotka ovat olleet tutkimuksessa alusta saakka.

Tarkasteltaessa tutkimuksen luotettavuutta tutkimusongelmien kautta, seuraavat havainnot nousevat esille. Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä on lapsen matemaattisten taitojen kehittyminen salamaopetusmenetelmällä. Tässä tutkimusta heikentävänä elementtinä on se, että on haastavaa arvioida, mistä lapsen matemaattisten taitojen kehittyminen johtuu. Lapsi oppii matematiikkaa salamaopetustuokioiden lisäksi ainakin päiväkodissa ja koulussa sekä myös vapaa-ajallaan. Toisena tutkimuskysymyksenä on, kuinka Powell et al. videoanalysointimenetelmä toimii opetustuokioiden videomateriaalin analysoinnissa. Menetelmän käyttö lisää tutkielman luotettavuutta, sillä tuokioiden tapahtumia tarkastellaan useasta näkökulmasta (muun muassa kriittisten tapahtumien tunnistaminen ja oppimispolkujen muodostaminen) menetelmän monivaiheisuuden vuoksi.

Kolmas tutkimuskysymys käsittelee lasten vanhempien mietteitä opetuskokeilusta. Jokaisen tutkimuksessa mukana olleen lapsen vanhemmat vastasivat kyselyyn, joka voidaan nähdä tutkimuksen luotettavuutta lisäävänä tekijänä. Neljäs tutkimuskysymys käsittelee potenssin ja eksponentin käsitteiden opettamista salamaopetusmenetelmällä. Tässä pro gradu -tutkielmassa tämä asia on käsitelty ainoastaan teorian ja opetusmateriaalien kautta ilman, että materiaalia on opetettu testattu käytännössä. Tätä voidaan pitää luotettavuutta heikentävänä asiana. Toisaalta tämän osion tarkoituksena on ollut havainnollistaa, kuinka salamaopetusmenetelmällä voidaan opettaa myös haastavampia matemaattisia käsitteitä.

6. EMPIIRISEN AINEISTON KÄSITTELY JA TULOKSET

Pitkittäistutkimuksen kannalta oleellinen kysymys on ensimmäinen tutkimusongelma eli lapsen matemaattisten taitojen kehittyminen salamapelillä. Kappaleessa 6.1. esitellään yksilöllisesti kunkin opetuskokeilussa mukana olleen lapsen kehittymistä syksyn 2010 aikana käyttäen aineistona sekä opetustilanteessa muistiin merkittyjä että videoanalyysin yhteydessä tehtyjä havaintoja. Ensimmäisen luokan oppilaiden koetuloksia tarkastellaan kappaleessa 6.2. ja kappale 6.3. sisältää vanhemmille lähetetyn kyselyn tulokset.

6.1. Yksittäisten lasten eteneminen salamapelimenetelmässä

Ensimmäinen tutkimusongelma tässä pro gradu -tutkielmassa on, kehittyvätkö lapsen matemaattiset taidot salamaopetusmenetelmällä. Tässä luvussa esitellään, mitä jokaisen opetuskokeiluun osallistuneen lapsen kanssa tehtiin syksyn 2010 opetustuokioissa ja kuinka lapsen osaaminen kehittyi. Tutkimustulokset sekä luvussa esitetyt päiväkirjamerkinnät on kerätty tuokioiden aikana tehdyistä muistiinpanoista sekä videomateriaalista. Päiväkirjamerkinnät on esitetty kokonaisuudessaan liitteessä 2. Esitiedot lasten aikaisemmista tuokioista on saatu edelliseltä pro gradu -tutkijalta, minkä lisäksi tutkija on itse tarkastanut jokaisen lapsen osaamisen tason opetuksen alussa.

Edellisen pro gradu -tutkijan opetustuokiot loppuivat jo keväällä 2010 ja tämän aineiston opetustuokiot alkoivat lokakuun alussa 2010. Tämän takia oppilailla oli taukoa opetustuokioista, joten kaikkien oppilaiden kanssa opetus aloitettiin kertaamalla jo opittuja asioita.

Kalle

Kalle on 6-vuotias esikoululainen poika. Hän on energinen lapsi ja keskittyminen tuokioissa oli usein vaikeaa. Monesti Kalle kertoi opetuksen alussa, minkälaisia tehtäviä haluaa tehdä ja kuinka paljon. Kalle oli päiväkodissa ainoa tutkimukseen osallistuva lapsi, joten aikojen sovittaminen päiväkodin rytmiin oli haastavaa. Kalle saattoi olla sovittuna aikana muissa puuhissa, esimerkiksi leipomassa tai ulkoilemassa ja puuhan keskeyttäminen heikensi keskittymistä tuokiossa. Syksyn 2010 aikana Kallelle pyrittiin pitämään opetusta kahtena kertana viikossa ja yhteensä tuokiota kertyi 15 kappaletta. Tuokioiden kesto jäi monesti lyhyeksi.

Kalle oli edennyt edellisten pro gradu -tutkijoiden kanssa kokonaislukujen yhteenlaskuissa salamapelissä 10 + n asti ja vihkotehtävissä 2 + n asti. Vihkotehtäviä Kalle oli harjoitellut vain vähän, sillä numeroiden kirjoittaminen oli hankalaa. Murtolukuja oli alettu harjoitella piirakoiden avulla. Kalle osasi muodostaa kokonaisia ympyröitä samankokoisista murtoluvuista.

Syksyn 2010 tuokiot aloitettiin muistelemalla salamapeli- ja vihkotehtävien ideaa perusharjoituksien avulla. Salamapeli aloitettiin tunnistamalla kokonaislukuja sekä jo opittuja yhteenlaskuja 1 + n, 2 + n ja 10 + n. Salamapeli muistui nopeasti mieleen ja kertaus sujui salamapelitehtävien osalta nopeasti. Kalle ei rakentanut palikoista näytettyä kuviota, vaan mietti vastausta mielessään.

Salamapelissä uutena asiana käytiin syksyllä 2010 yhteenlaskut 9 + n sekä 8 + n. Edelleen Kalle mietti tehtävän vastauksen mielessään rakentamatta kuviota avukseen. Yhteenlaskutehtävät 9 + n Kalle osasi ratkaista hyvin mielessään, mutta yhteenlaskut 8 + n tuottivat vaikeuksia. Kalle ei osannut hyödyntää palikoiden uudelleenjärjestelyä, vaan laski palikat yksitellen.

Videomerkintä 9.11.2010

Tehtävänä on tunnistaa yhteenlasku 8+1. Opettaja kysyy punaisten palikoiden (8) määrää ja lapsi vastaa ”kuus”. Lapsi järjestelee palikoita uudelleen ja vastaa ”kymmenen”. Opettaja kertoo palikoita olevan 8. Opettaja rakentaa kuvion uudelleen ja kysyy kuinka paljon palikoita on yhteensä. Lapsi laskee palikoita yksitellen ja vastaa ”kymmene, eikun yheksän”.

Kalle piti vihkotehtävistä. Hän osasi ratkaista annetut tehtävät nopeasti, mutta tehtävän lukeminen ei sujunut. Kalle ei osannut vielä lukea, joten hän hermostui nopeasti lukemiseen liittyvistä tehtävistä. Mielenkiinto säilyi niin kauan, kun hän sai pelkästään kertoa tehtävän vastauksen. Tehtävänannossa pyrittiin painottamaan tehtävän lausumista tehtävän lukemisen sijaan. Näin vältyttiin lukeminen-sanan käytöstä tuokiossa, mikä hidastutti etenemistä. Jokaisessa tuokiossa harjoiteltiin hetki tehtävän lausumista, jonka jälkeen Kalle sai luetella pelkät vastaukset. Selvää edistystä lausumiseen ei tullut tuokioiden aikana, mutta tehtävän vastaus oli lähes poikkeuksetta oikea.

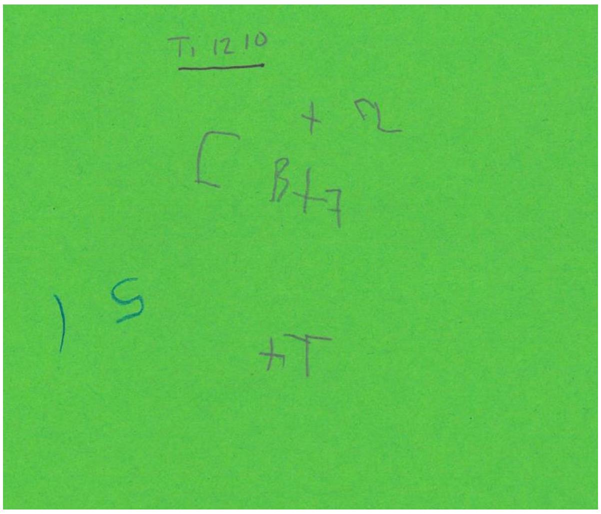
Videomerkintä 7.10.2010

Tehtävänä on lukea ja laskea vihkotehtävä 3+1. Kalle lukee tehtävän seuraavasti: ”Kolme ja yksi ja se on neljä”.

Videomerkintä 9.11.2010

Tehtävänä on lukea ja laskea vihkotehtävä 8+2. Kalle lukee tehtävän seuraavasti:” kaheksan ja kakkonen ja kymmene”.

Lukujen ja lausekkeiden kirjoittamista harjoiteltiin vain vähän, sillä tuokioiden pituus jäi monesti lyhyeksi. Kalle osasi kirjoittaa luvut pääsääntöisesti ilman mallia, mutta lausekkeiden välimerkit, summa ja yhtäsuuruus, vaativat mallia. Kuvassa 22 on esimerkkejä Kallen piirtämistä numeroista ja merkeistä.



Kuva 22: Esimerkkejä Kallen kirjoittamista numeroista ja yhtälöistä

Kalle piirsi numerot monesti peilikuvina, kuten kuvassa 22 luvuista 5 ja 7 nähdään. Myös summan merkki unohtui yhtälöstä (kuvan vasemmassa laidassa yhtälö 1 + 5).

Keskittyessään Kalle oppi nopeasti, mutta muutoin hän arvaili vastauksia. Esimerkiksi salamapelissä Kalle katsoi kuviota useamman kerran ennen vastauksen antamista. Kallen huono keskittyminen vaikeutti etenemistä ja osaamisen seurantaa.

Varsinaisten tehtävien ohella tutkimme erilaisia geometrisia muotoja ja harjoittelimme piirtämään ja nimeämään niitä. Näin tuokioihin saatiin vaihtelua varsinaisten tehtävien ohelle. Mielenkiinnon pitäminen opetuksessa monipuolisten materiaalien avulla oli tärkeää erityisesti Kallen opetuksessa.

Timo

Timo on 7-vuotias poika, joka oli juuri aloittanut ensimmäisen luokan. Hän on hiljainen ja keskittyväinen lapsi, joka osallistui mielellään opetustuokioihin. Tuokioiden aikana Timo kertoi kuulumisiaan vain lyhyesti opettajan kysyessä. Timon opetustuokiot pidettiin yhden välitunnin aikana kolmena päivänä viikossa. Yhteensä opetustuokioita pidettiin 22 kappaletta.

Timon opetustuokiot pidettiin yhdessä toisen tutkimuksessa mukana olevan oppilaan, Pekan kanssa. Pojat ovat perusopetuksessa samalla luokalla, joten tuokiot oli sujuvaa pitää yhdessä. Opetus toteutettiin niin, että molemmat pojat tulivat tuokioon samaan aikaan ja opetusjärjestystä vuoroteltiin. Ensimmäiset opetustuokiot pidettiin poikien omassa luokassa, mikä osoittautui nopeasti huonoksi vaihtoehdoksi. Muun luokan poistuminen luokasta sekä kameran virittäminen veivät liikaa aikaa itse opetuksesta. Ajan lisäksi toiset oppilaat osoittivat niin paljon kiinnostusta ja huomiota matematiikkatuokiota kohtaan, että se selvästi häiritsi poikia. Tämän vuoksi opetus päädyttiin siirtämään koulun ruokalaan, joka oli tyhjä aamupäivän välituntien aikaan.

Timo oli edennyt edellisen pro gradu -tutkijan kanssa salamapelissä luvun 3 kertotauluun ja tuloon 24, eli kertolaskuun 3 x 8. Vihkotehtävissä Timo oli edennyt yhteenlaskutehtäviin 6 + n. Myös lukujen kirjoittamista oli harjoiteltu. Murtolukujen piirakkatehtävissä kokonaisten ympyröiden rakentaminen sujui hyvin, mutta osien nimeäminen tuotti vaikeuksia.

Opetus aloitettiin kertaamalla ja muistelemalla salamaopetusmenetelmiä. Yhteenlaskutehtävät 10 + n, 9 + n, 7 + n ja 6 + n onnistuivat Timolta salamapelillä hyvin. Timo antoi tehtävään suoraan vastauksen ilman palikoiden järjestelyä ja osasi kertoa palikoiden määrän värien mukaan opettajan sitä kysyessä. Bazian (2010) ohjeiden mukaisesti yhteenlaskutehtäviä käytiin kertolasku- ja murtolukutehtävien ohessa syksyn 2010 tuokioissa, jotta tehtäviin saadaan varmuutta.

Päiväkirjamerkintä 12.10.2010

Timo kertoo salamapelitehtävien 9+3 ja 9+5 vastaukset suoraan ilman palikoiden järjestelyä ja osaa kertoa palikoiden määrän värien mukaan. Hän tunnistaa helposti lukujen 9, 12 ja 16 kuviot.

Salamapelitehtävät 8+ vaativat hieman miettimistä. Kertotaulutehtävät aloitettiin luvun 2 kertotaulusta alkaen. Ensimmäisissä tuokioissa salamapelin kertolaskutehtävät muodostettiin niin, että jokainen rivi oli erivärinen. Esimerkiksi kertolaskun $2 \cdot 4$ kuviossa ensimmäisen rivin neljä palikkaa olivat keltaisia ja toisen rivin neljä palikkaa olivat punaisia. Timo tunnisti hyvin, mikä kertolasku on kyseessä, mutta vastauksen antaminen kesti hetken. Myöhemmin salamapelin kertolaskujen kuviot rakennettiin samanvärisistä palikoista.

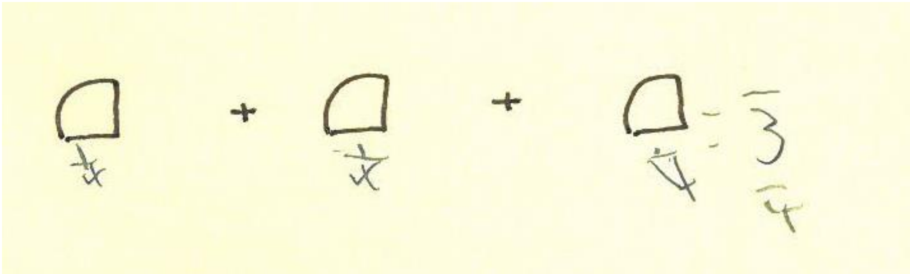
Syksyllä 2010 uutena asiana aloitettiin kertolaskujen vihkotehtävät. Timo oppi nopeasti lukemaan ja ratkaisemaan ne sujuvasti. Onnistumiset yhteenlaskujen ja kertolaskujen vihkotehtävissä selvästi innostivat Timoa. Vihkotehtäviä käytiin luvun neljä kertotauluun asti.

Toisena uutena asiana syksyllä 2010 aloitettiin murtolukujen harjoittelu. Murtolukujen salamapelissä lapselle näytetään tietokoneelta murtoluvun osia, joita hänen tulee tunnistaa.

Videomerkintä 19.1.2011

Opettaja näyttää lapselle kuviota, jossa kokonaisen ympyrän muodostaa punainen ½ ja sininen ½. Opettaja kysyy, miten ympyrä muodostuu. Lapsi vastaa: ”kaksi kahdesosaa”. Opettaja sanoo vastauksen olevan oikein ja pyytää lasta kertomaan osien nimet värien mukaan. Ensiksi lapsi vastaa: ” yks punasta ja yks sinistä”, mutta osaa itse korjata vastausta seuraavasti: ”yks kahdesosa ja yks kahdesosa”.

Timo tunnisti nopeasti murtolukujen osat, mutta aluksi osien nimeäminen oli vaikeaa. Timo oppi nopeasti ja jo muutaman tuokion aikana murtolukujen nimeäminen alkoi sujua hyvin. Nimeämistä harjoiteltiin myös vihkotehtävien avulla, joissa lapsen tuli lukea ääneen murtolukumerkinnöin kirjoitettuja murtolukuja. Murtolukujen vihkotehtäviä jatkettiin yhteenlaskuharjoituksilla. Kuvassa 23 on esimerkkinä Timon ratkaisema yhteenlaskutehtävä.



Kuva 23: Timon ratkaisu murtolukujen yhteenlaskutehtävästä

Kuvan 23 tehtävässä Timo on osannut kuvioiden avulla merkitä murtolukumerkinnöin yhtälön ja laskea sen. Tarkemmat tiedot ensimmäisen luokan oppilaiden opetusmateriaalista löytyy kappaleesta 4.2.

Pekka

Pekka on toinen tutkimuksessa mukana olevista ensimmäisen luokan aloittaneista pojista. Pekka on positiivinen ja iloinen 7-vuotias poika, joka kertoi mielellään kuulumisia tuokion aikana. Hän on reipas ja osallistui aktiivisesti tuokioihin. Pekan innostuneisuudesta voi nähdä, että hän pitää matematiikasta. Pekalle pidettiin tuokioita kolmena päivänä viikossa ja yhteensä opetuskertoja oli 22 kappaletta.

Pekka oli edennyt salamapelissä luvun kolme kertotauluun ja tuloon 21, eli kertolaskuun 3 x 7 asti. Vihkotehtävissä Pekka oli edennyt kokonaislukujen yhteenlaskuissa 6 + n asti. Kokonaisten ympyröiden muodostaminen murtolukujen piirakka-paloilla sekä eri osien nimeäminen onnistuivat hyvin.

Pekan opetustuokiot olivat hyvin samanlaisia kuin Timon, sillä pojat olivat aloittaneet opetuksen samaan aikaan ja olivat edenneet edellisten pro gradu -tutkijoiden opetuksessa lähes samaan tahtiin. Jo opittujen asioiden kertaamisen lisäksi Pekan opetustuokioihin sisältyi luvun 4 kertolasku salamapelillä, lukujen 2, 3 ja 4 kertolaskut vihkotehtävissä sekä murtoluvut kappaleessa 4.2.5 esitetyn materiaalin avulla.

Pekka oli erityisen osaava salamapelitehtävissä. Hän osasi muodostaa nopeasti kertolaskun sekä antaa oikean vastauksen. Vihkotehtävät tuottivat hieman vaikeuksia. Seuraava päiväkirjamerkintä ja videomerkintä ovat esimerkkejä vihkotehtävän haasteista.

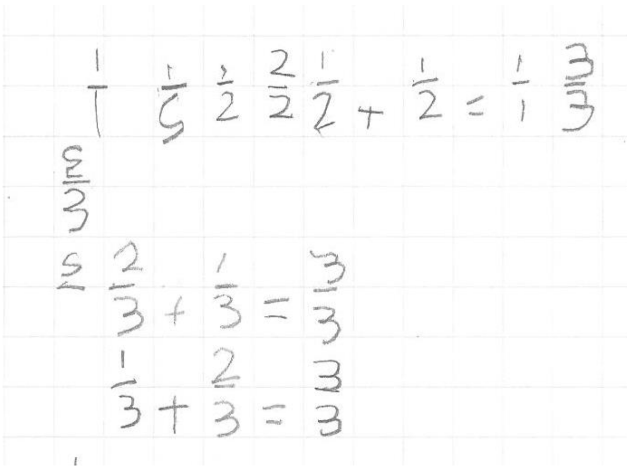
Päiväkirjamerkintä 11.11.2010

Tehtävänä on lukea ja laskea luvun 2 kertolaskujen vihkotehtävät. Tehtävät tuottivat aluksi vaikeuksia, mutta opettajan antaessa vinkiksi tehtävään $2 \cdot 4$ *” kaksi kertaa luku neljä”, Pekka osasi ratkaista tehtävät.*

Videomerkintä 23.11.2010

Tehtävänä on lukea ja laskea luvun kolme kertolaskun vihkotehtävät. Pekka antoi laskuihin seuraavat ratkaisut: $3 \cdot 1 = 6, 3 \cdot 2 = 6, 3 \cdot 3 = 8, 3 \cdot 4 = 11$. *Jotta tuokio antaisi lapselle onnistumisen tunteita, siirryttiin takaisin luvun 2 vihkotehtäviin, jotka onnistuivat hyvin.*

Seuraavassa opetuskerrassa palattiin luvun kolme kertotaulun salamapeliin, joka antoi tukea kyseisen kertotaulun hahmottamiseen. Nämä salamapelitehtävät onnistuivat hyvin. Symbolinen taso on Pekalla vielä visuaalista tasoa heikompi.



Kuva 24: Pekan kirjoittama murtolukutehtävä

Kuvan 24 ensimmäiseltä riviltä voidaan nähdä, kuinka Pekka on kirjoittanut ensimmäisiä murtolukuja. Pekka osasi yhteenlaskujen kirjoitustehtävissä kirjoittaa numerot oikein, mutta siirryttäessä uuteen asiaan, menivät numerot helposti peilikuviksi. Tämä on yksi osoitus siitä, että symbolinen taso on vielä epävarma. Kuitenkin Pekka on innostunut ja halukas oppimaan. Kuvan 24 alarivistä voidaan nähdä keskittymisen ja oppimishalun tulosta, missä murtolukujen yhteenlaskutehtävät on kirjoitettu oikein yhtälömuotoon.

Pekan innostuneisuus matematiikkaa kohtaan edistää hänen oppimistaan. Hän on halukas oppimaan uutta ja onnistumisen elämykset lisäävät aktiivisuutta ja kiinnostusta. Kiinnostus tuokioita kohtaan voidaan havaita myös siitä, että Pekka jää oman opetuksensa jälkeen seuraamaan toisen oppilaan tuokiota, eikä poistu välitunnille.

Kaisa

Kaisa on syksyllä 2010 ainoa tutkimuksessa mukana oleva tyttö. Hän on 7-vuotias ensimmäisen luokan oppilas. Kaisa on sosiaalinen ja iloinen lapsi sekä erittäin innostunut matematiikkatuokioista. Tuokioiden aikana hän kertoi mielellään kuulumisia, välillä niin innokkaasti, että keskittyminen annettuihin tehtäviin unohtui. Pääsääntöisesti Kaisa keskittyi tuokioihin hyvin.

Yhteistyö Kaisan vanhempien kanssa toimi hienosti. Kaisan ollessa kipeä vanhemmat ilmoittivat asiasta tutkijalle henkilökohtaisesti. Kaisan omasta toiveesta opetustuokiot pidettiin ennen varsinaisen koulupäivän alkamista. Opetusta oli kolmena päivänä viikossa ja syksyn 2010 aikana tuokioita kertyi 24 kappaletta.

Kaisa oli edennyt salamapelissä legokuvioissa luvun kolme kertotauluun ja tuloon 24, eli laskuun 3 x 8. Hän osasi kertoa, mikä kertolasku on kyseessä, mutta vastauksen antaminen vaati legojen uudelleenjärjestämistä, yleensä viiden palikan sarjoihin. Vihkotehtävissä Kaisa oli toisten ykkösluokkalaisten tavoin kokonaislukujen yhteenlaskujen tehtävissä 6 + n. Numeroiden piirtämisessä numerot kääntyivät usein peilikuviksi.

Opetusmenetelmän kehittäjän Piotr Bazian ohjeiden mukaan kokonaislukujen yhteenlaskuja käytiin muiden laskujen ohessa syksyn 2010 ajan. Erityisesti Kaisa tarvitsi varmuutta vastauksiin sekä yhteenlaskun muodostamiseen ilman palikoiden uudelleenjärjestelyä tai yksitellen laskemista. Näissä hän kehittyi hyvin syksyn aikana.

Salamapelin yhteenlaskuissa ja kertolaskuissa Kaisa tunnisti kuvion luvusta, mutta laskun antaminen oli vaikeaa ja vastauksen antaminen vaati usein kuvion uudelleen katsomista.

Videomerkintä 13.10.2010

Tehtävänä on tunnistaa ja laskea yhteenlasku 8+2. Kaisa vastaa seuraavasti: ”kahek-san, eiku toi kymmenen”. Katsottuaan kuviota uudelleen hän osaa kertoa palikoiden määrät värien mukaan.

Videomerkintä 14.10.2010

Tehtävänä on tunnistaa ja laskea yhteenlasku 8+7. Lapsi katsoo kuviota ja sanoo ”oli-kohan viisitoista”. Yhteenlaskun antamiseen lapsi laskee palikat.

Toisinaan Kaisa muodosti laskut omaan tapaansa huomioimatta palikoiden värejä.

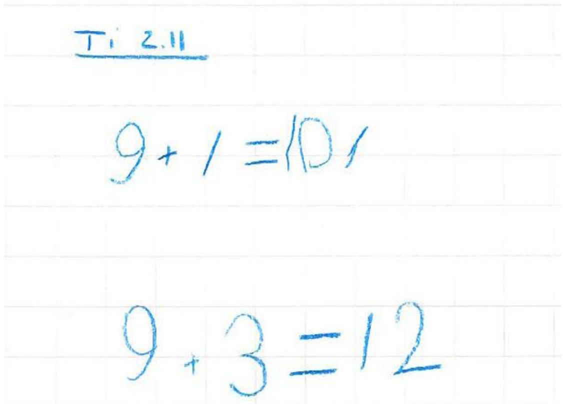
Videomerkintä 2.11.2010

Tehtävänä on tunnistaa ja laskea yhteenlasku 7+1. Katsottuaan kuviota lapsi vastaa ”neljä plus kolme” tarkoittaen sitä, että yhdellä rivillä olisi neljä palikkaa ja toisella kolme. Opettaja neuvoo lasta muodostamaan yhteenlaskun värien mukaan, jolloin lapsi laskee palikat yksitellen ja pyytää, että saa antaa yhteenlaskun muodossa 4+4.

Syksyn 2010 aikana Kaisa kehittyi laskujen muodostamisessa ja loppuvuodesta hän antoi vastauksen yhteen- tai kertolaskumuodossa.

Kaisa osasi erityisen hyvin vihkotehtävät niin yhteenlaskuissa kuin kertolaskuissa. Hän luki tehtävät sujuvasti ja antoi vastauksen välittömästi. Tehtävien ratkaisussa ei ollut eroa siinä, käytiinkö tehtävät järjestyksessä vai epäjärjestyksessä. Kaisa osasi myös se-littää, kuinka ratkaisi tehtävät. Kertolaskujen vihkotehtävät tulivat syksyllä 2010 uutena asiana, jotka Kaisa oppi nopeasti.

Kirjoittaminen sujui Kaisalta hyvin. Hän on taitava piirtäjä, joten numerot ja yhtälöt olivat selkeitä. Kaksinumeroisissa luvuissa numeroiden järjestys oli epäselvä, esimer-kiksi luvun 10 hän saattoi kirjoittaa 01. Tämä tehtävä löytyy kuvasta 25.



Kuva 25: Kaisan kirjoittamia yhtälöitä

Murtolukutehtävät sujuivat Kaisalta hyvin. Hän pohti tehtäviä tarkkaan vertaillen murtolukujen suuruutta.

Päiväkirjamerkintä 7.12.2010

Tänään aloitettiin murtolukujen harjoittelu. Tehtävässä 11/6 Kaisa aluksi ihmetteli, miten tuollainen murtoluku on mahdollinen.

Osaaminen ja aktiivisuus vaihtelivat päivittäin. Oppimista heikentäviä asioita olivat väsymys tai mielenkiinto muihin asioihin. Tällöin Kaisa teki virheitä samoissa tehtävissä ja arvaili vastauksia. Useimmissa tuokioissa Kaisa malttoi keskittyä ja innostua tehtävistä, jolloin tuokion tehtävät tukivat toisiaan ja eteneminen oli nopeaa.

Eetu

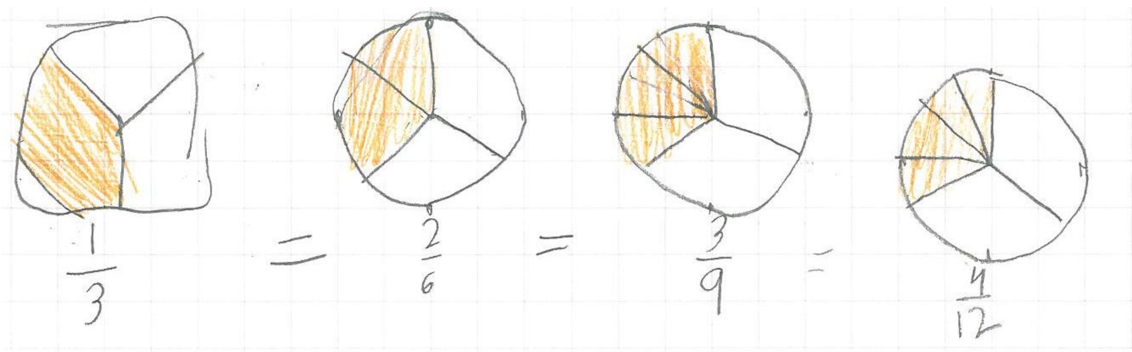
Syksyllä 2010 tutkimukseen tuli mukaan uusi 8-vuotias poika. Toisella luokalla oleva Eetu on erittäin osaava ja nopeasti oppiva lapsi. Syksyn 2010 aikana Eetu siirrettiin perusopetuksessa asteittain toiselta luokalta kolmannelle luokalle. Samaan aikaan Eetulle aloitettiin salamaopetukseen liittyvät opetustuokiot.

Matematiikkatuokiot aloitettiin Eetun kanssa marraskuun lopulla. Luokanvaihdoksen sekä joulun ajan poikkeusaikataulujen vuoksi tuokioita ehdittiin pitää vain seitsemän kertaa. Eetun nopean oppimisen ansiosta näinä seitsemänä opetuskertana ehdittiin käsitellä useita eri asioita.

Opetus aloitettiin suoraan murtoluvuista. Salamapelillä opeteltiin kuvien avulla tunnistamaan erikokoisia murtolukuja ja muuttamaan näihin liittyvät sekaluvut varsinaisiksi murtoluvuiksi. Tehtävät käytiin järjestyksessä kahdesosista alkaen. Tämä onnistui hyvin, joten siirryttiin vihkotehtäviin. Vihkotehtävissä Eetun tuli aluksi muuttaa sekaluvut varsinaisiksi murtoluvuiksi ja tämän jälkeen toisinpäin. Tämän tyyppisiä tehtäviä kävimme kuudesosiin asti. Esimerkkejä tehtävistä on esitelty kappaleessa 4.2.6.

Eetu hahmotti tehtävänannon nopeasti sekä osasi itse päätellä ratkaisutavan annettuihin tehtäviin. Tehtävien ratkaisussa tarvittiin kertolaskutaitoa, minkä Eetu yhdisti tehtäviin saumatta. Hän osasi ratkaista tehtävät hyvin, mutta pyrki antamaan vastaukset salamannopeasti, mikä aiheutti satunnaisesti huolimattomuusvirheitä.

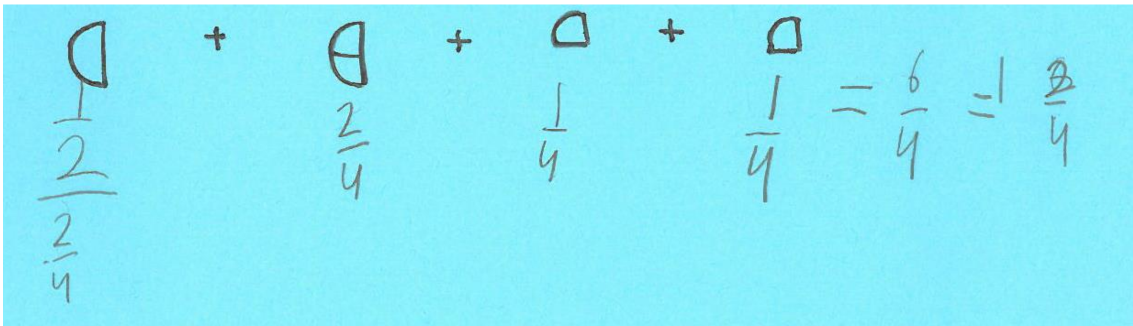
Seuraavaksi opeteltiin murtolukujen eri yhteyksiä. Eetu piirsi vapaalla kädellä neljä ympyrää, jotka hän jakoi kahdesosiin. Toisen ympyrän $\frac{1}{2}$ tuli jakaa edelleen neljäsosiin, kolmannen ympyrän $\frac{1}{2}$ kahdeksasosiin ja viimeisen ympyrän $\frac{1}{2}$. Lisäksi jokaisen ympyrän alle tuli merkitä murtolukumerkintöjä käyttäen, kuinka monta osaa on väritettynä. Kuvassa 26 nähdään Eetun ratkaisu tehtävään, jossa vertaillaan sellaisia murtoluvun osia, jotka ovat jaollisia luvulla kolme.



Kuva 26: Esimerkki Eetun ratkaisusta murtolukujen vertailutehtävään

Eetun tuli piirtää vapaalla kädellä neljä mahdollisimman symmetristä ympyrää, jakaa jokainen ympyrä kolmasosiin sekä värittää jokaisesta ympyrästä $\frac{1}{3}$. Ensimmäisestä ympyrästä Eetun tuli merkitä väritetty $\frac{1}{3}$ murtolukumerkinnöin kuvan alle. Toisesta ympyrästä Eetun piti jakaa väritetty $\frac{1}{3}$ kuudesosiin sekä kirjoittaa kuvan alle väritetty alue kuudesosina. Eetu oivalsi välittömästi, että hänen tulee jakaa väritetty $\frac{1}{3}$ edelleen kahteen osaan. Jäljellä olevien ympyröiden väritetyt osat jaettiin yhdeksäsosiin ja kahdestoistaosiin. Samanlaisia tehtäviä jatkettiin eri murtolukujen muunnoksilla.

Viimeiseksi kävimme murtolukujen yhteenlaskua vihkotehtävillä. Paperilla oli kuvia murtolukujen yhteenlaskuista, joista Eetun tuli kirjoittaa yhtälö ja merkitä vastaus. Kuvassa 27 on esimerkki Eetun ratkaisemasta murtolukuihin liittyvästä yhteenlaskutehtävästä.



Kuva 27: Esimerkki Eetun ratkaisusta murtolukujen yhteenlaskujen vihkotehtävään

Kuvan 27 tehtävässä Eetun tuli kirjoittaa murtolukumerkinnöin yhtälö sekä ratkaista tehtävä. Eetu oivalsi nopeasti, että hänen tulee muuttaa murtoluku $\frac{1}{2}$ neljäsosiksi, jotta pystyy laskemaan murtoluvut yhteen. Vastauksen antaminen varsinaisena murtolukuna sekä sekalukuna tuli automaattisesti.

Kappaleessa 4.1. kuvataan salamaopetuksen neljä vaihetta: salamapeli, kirjoittamisen alkeet, symbolinen laskenta ja nopean ratkaisun vaihe. Eetu oivalsi annetut tehtävät nopeasti jo vaiheiden 1 – 3 aikana, kun tehtäviä käytiin ensimmäistä kertaa. Näin ollen varsinaista neljättä vaihetta, jossa kootaan osaaminen, ei Eetun kanssa tarvinnut erikseen käydä. Tarkemmat tiedot Eetun opetusmateriaalista on esitetty kappaleessa 4.2.6.

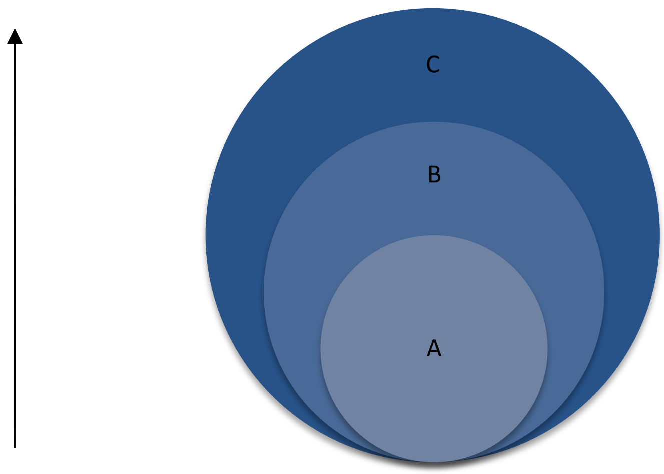
6.2. Videoaineiston käsittely

6.2.1. Malli oppimistasoista

Powell et al. (2003) videoanalysointimenetelmän vaihe 5 käsittää koodien muodostamisen. Tässä tutkielmassa koodit tarkoittavat oppimisen eri tasoja. Kuvassa

28 on esitetty ehdotelma malliksi salamapeli-opetusmenetelmän kolmesta oppimisen eri tasosta varhaisopetuksessa.

Osaamisen taso



Kuva 28: Malli oppimistasoista salamapeliopetusmenetelmän alkuopetuksessa

Osaamisen taso kuvataan kuvassa 28 kolmivaiheisen ympyrän avulla. Osaamisen taso kasvaa ympyrän kehälle päin siirryttäessä. Ympyrän sisällä, oppimisen ensimmäisessä vaiheessa A, lapsi ratkaisee annetun tehtävän havainnollistavan apuvälineen, esimerkiksi kuvien tai konkreettisten palikoiden, avulla tai sormilla laskien. Ympyrän keskimmäinen alue on osaamisen tasoa B, jolloin lapsi ei tarvitse avukseen havainnollistusvälineitä tai ratkaise tehtävää sormilla laskemalla, mutta vastauksen antaminen vie hetken aikaa. Viimeisenä vaiheena on osaamisen taso C, jolloin lapsi osaa ratkaista annetun tehtävän välittömästi. Nämä kolme osaamisen eri tasoa soveltuvat alkuopetuksessa osaamisen arviointiin. Samalla niitä pystyy soveltamaan kaikkiin salamaopetusmenetelmän alkuopetuksen tehtävätyyppeihin: salamapeliin, vihkotehtäviin sekä kirjoitus – tai piirtotehtäviin.

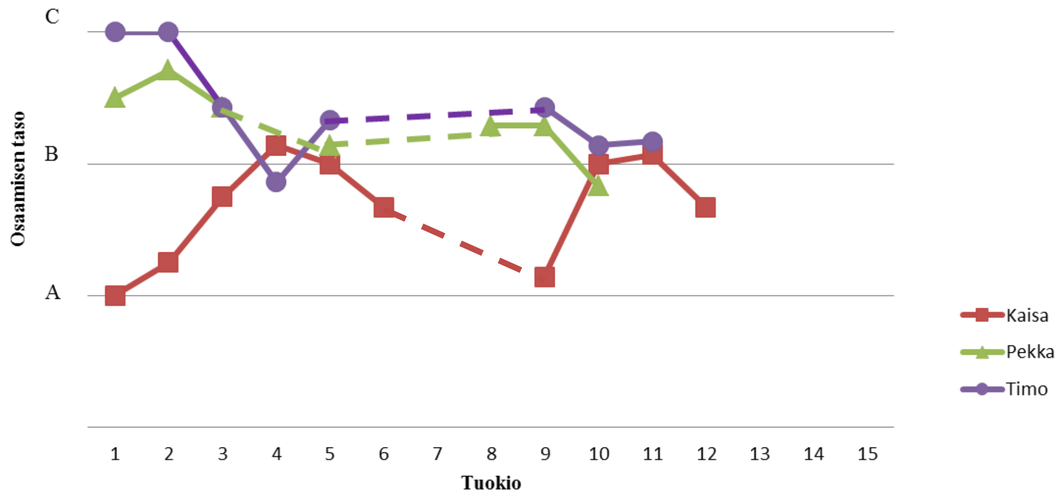
Liitteessä 3 on esitetty 1. luokan oppilaiden videoitujen tuokioiden pohjalta tehdyt taulukot, joka pitävät sisällään kappaleessa 2.2.2. esitetyn videoanalysointimenetelmän vaiheet 1 - 5. Analysointimenetelmä pitää näiden vaiheiden lisäksi sisällään tarinan rakentamisen ja kuvauksen laatimisen kerätystä materiaalista. Nämä kaksi viimeistä vaihetta on analysoitu kaikkien tutkimuksessa mukana olleilta ensimmäinen luokan oppilaiden osalta ja seuraavaksi on esitetty näiden pohjalta muodostetut yhteenlaskutehtäviin liittyvät oppimispolut.

6.2.2. 1. luokan oppilaiden tuokioista tehdyt oppimispolut

Oppimispolut ovat keino kuvata osaamisen kehittymistä, mikä on yksi osa kappaleessa 2.2.2. esitettyä videoanalysointimenetelmää. Tässä kappaleessa esitellään 1. luokan oppilaiden oppimispolkuja ja ne ovat rakennettu kappaleessa 6.2.1. esitettyjen koodien avulla. Jokaisen tuokion tehtävä on siis luokiteltu tasoksi A, B tai C sen mukaan, miten oppilas on ratkaissut tehtävän.

Jotta kehittymistä voidaan verrata erikseen eri tehtävätyypeissä, on salamapelitehtäville ja vihkotehtäville muodostettu omat oppimispolut. Tässä kappaleessa esitetyt oppimispolut on muodostettu Kaisan osalta 15 ensimmäisestä, Pekan osalta 12 ensimmäisestä ja Timon kohdalta 13 ensimmäisestä tuokiosta. Koska nämä tuokiot sisälsivät eniten yhteenlaskuharjoituksia, esitetään oppimispolut yhteenlaskutehtävistä.

Jokaisen tuokion kaikki tehtävät on luokiteltu koodein A, B tai C ja näiden avulla jokaiselle tuokiolle on laskettu keskiarvo siten, että taso A on yhden pisteen, taso B kahden pisteen ja taso C kolmen pisteen arvoinen. Esimerkiksi Kaisan neljännessä tuokiossa 12. lokakuuta salamapelin yhteenlaskutehtävien oppimistasot ovat B, B/A, B, C, C, B/A ja A. Oppimistaso A saa yhden pisteen, B/A puolitoista pistettä, B kaksi pistettä ja C kolme pistettä. Keskiarvo on kaksi pistettä, mikä vastaa oppimistasoa B. Kuvassa 29 on esitetty 1. luokan oppilaiden salamapelitehtävien oppimispolut yhteenlaskutehtävissä ja kertolaskuissa.



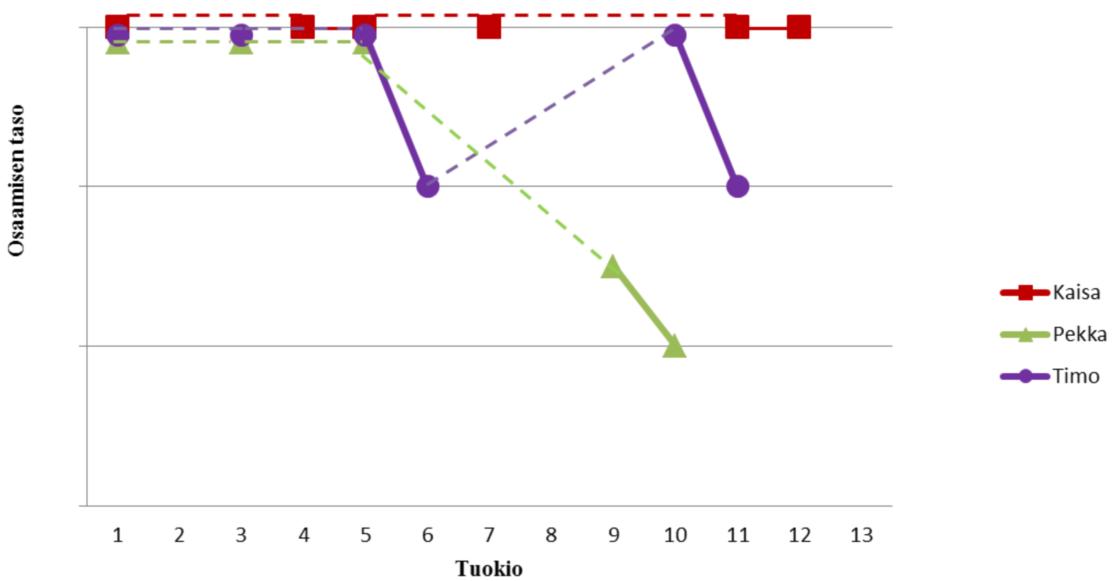
Kuva 29: 1. luokan oppilaiden oppimispolut salamapelin yhteenlaskutehtävissä

Kuvassa 29 punainen viiva kuvaa Kaisan etenemistä, vihreä viiva Pekan ja violetti viiva Timon etenemistä salamapelin yhteenlaskutehtävissä. Tarkastellaan ensin Kaisan tuokioista muodostettua oppimispolkua. Yhteenlaskutehtäviä käytiin 10 tuokiossa. Osaaminen kehittyi tasaisesti neljän ensimmäisen yhteenlaskuja käsittäneiden tuokioiden aikana ja puolestaan tuokioissa 5 ja 6 osaamisen taso hieman laski. Näiden tuokioiden aikana käytiin yhteenlaskuja suuremmilla luvuilla, mikä selittää käyrän suunnan. Mitä enemmän kuviossa on palikoita, sitä vaikeampaa lapsen on tunnistaa kuviosta oikea lukumäärä.

Katkoviiva kuvastaa sitä, että kyseisessä tehtävätyypissä on ollut taukoa. Osaaminen tuokiossa 9 on selvästi keskimääräistä osaamisen tasoa matalampi. Tämän yksittäisen tuokion aikana harjoiteltiin luvun seitsemän yhteenlaskutehtäviä, jotka olivat Kaisalle muita laskuja haastavampia. Lisäksi salamapelin yhteenlaskuissa on ollut kahden tuokion mittainen tauko, mikä voi selittää myös heikompaa osaamista. Salamapelin yhteenlaskuissa osaaminen on Kaisalla keskimäärin tasoa B. Koska keskiarvo ei yltänyt tasoon C, oli yhteenlaskutehtäviä tarpeellista harjoitella myös loppusyksyn aikana.

Timon ja Pekan oppimispolut salamapelin yhteenlaskuissa ovat hyvin samankaltaiset. Heidän keskiarvot salamapelin yhteenlaskuissa pysyivät melko tasaisena osaamistasojen B ja C välissä. Kuitenkin, mitä suurempiin lukuihin ja vaikeampiin yhteenlaskuihin siirryttiin, sitä matalampia keskiarvot olivat.

Yhteenlaskujen vihkotehtävistä on muodostettu ensimmäisen luokan oppilaiden tuokioiden pohjalta vastaavat oppimispolut kuin salamapeliosiosta.



Kuva 30: 1. luokan oppilaiden yhteenlaskujen vihkotehtävien oppimispolut

Salamapelin ja vihkotehtävien oppimispolut havainnollistavat hyvin, kuinka erilailla jokainen lapsi oppii. Kaisa pärjäsi selvästi Timoa ja Pekkaa heikommin salamapelitehtävissä, mutta osaa erityisen hyvin symboliset vihkotehtävät. Puolestaan Pekka pärjäsi paremmin visuaalisissa salamapelitehtävissä ja Timo oli tasainen molemmissa tehtävätyypeissä.

Oppimispolut kokoavat lapsen osaamisen kehittymistä. Opettaja pystyy seuraamaan tuokioiden määrästä jokaiseen opetettavaan asiaan käytettyä aikaa ja arvioimaan käytetyn ajan riippuvuutta osaamisen tasoon. Useiden oppilaiden oppimispolkujen vertailu voi myös havainnollistaa, mitkä opetettavat asiat ovat yleisesti lapsille vaikeita ja mihin tulevaisuudessa kannattaa käyttää enemmän aikaa.

Salamaopetusmenetelmän tavoitteena on, että lapsi hallitsee opeteltavan asian tason C mukaisesti, ennen kuin siirrytään seuraavaan vaiheeseen. Kaisa, Pekka ja Timo ovat harjoitelleet yhteenlaskuja salamapelillä jo ennen syksyä 2010, eivätkä he edelleenkään tavoita ratkaisuissaan tasoa C. Vihkotehtävissä vain Kaisa tavoitti tason C, eli lapsella on rutiini kyseisiin tehtäviin ja hän pystyy ratkaisemaan annetun tehtävän nopeasti.

6.3. Koulun kokeiden tulokset

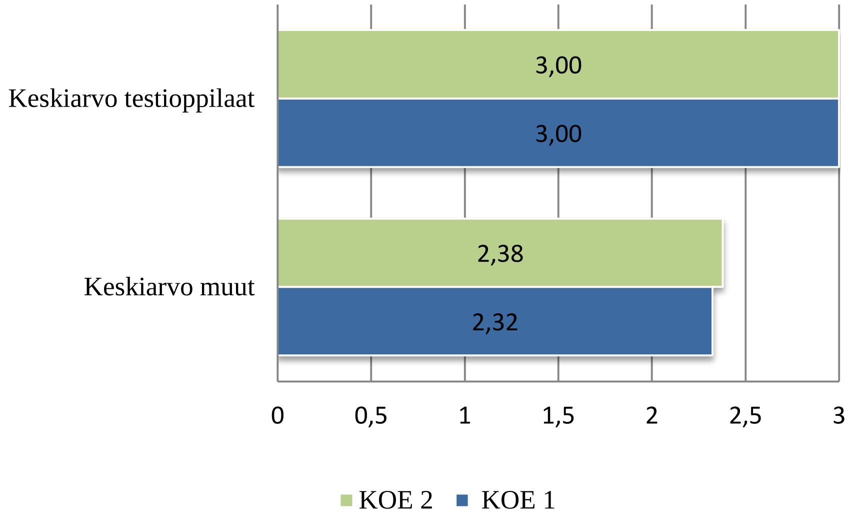
Tutkimuksessa mukana olevista lapsista kolme aloitti perusopetuksen ensimmäisen luokan, joka mahdollisti koetulosten vertailun muiden samanikäisten oppilaiden kanssa. 1. luokan oppilaat on sijoitettu koulussa kahteen luokkaan. Toisella luokalla oppilaita on 17 ja toisella 20. Syksyn 2010 aikana 1. luokan oppilaille pidettiin yleisopetuksessa kaksi matematiikan koetta heidän omissa luokissaan.

6.3.1. Koetulokset

Koulu, jossa tutkimuksessa mukana olevat lapset ovat, käytti kokeissa hyväkseen kustantajan laatimia kokeita. Tämän vuoksi tutkielmassa ei esitetä suoraan oppilaille pidettyjä kokeita, vaan tehtävätyypeistä annetaan esimerkkejä, jotka ovat samankaltaisia kuin koetehtävät. Kokeet koostuivat kolmesta osiosta: päässälaskuista, perustehtävistä ja soveltavista tehtävistä. Molemmilla luokilla pidettiin samat matematiikan kokeet, joten tuloksissa ei ole eritelty luokkia.

Kokeen jokaiselle osiolle on laskettu testioppilaiden sekä muiden oppilaiden keskiarvo molemmissa kokeissa. Lisäksi on vertailun helpottamiseksi laskettu koko ryhmälle, siis kahden luokan kaikille oppilaille, mediaani ja moodi. Mediaani ja moodi kuvastavat hyvin suuren ryhmän menestystä kokeissa, mutta eivät sovellu parin kolmen oppilaan tulosten tunnusluvuiksi.

Päässälaskut ovat yksinkertaisia tehtäviä kustakin aihealueesta ja jokaisessa kokeessa on kolme tällaista tehtävää. Lapsen tuli kirjoittaa pelkkä vastaus opettajan lukemaan tai näyttämään tehtävään. Esimerkiksi lukuihin 1 – 10 liittyvä päässälaskutehtävä on seuraavanlainen: Pihassa on 3 lasta. 1 lapsi menee sisälle. Kuinka monta lasta jää pihalle? Kummassakin kokeessa oli kolme päässälaskutehtävää ja jokainen tehtävä oli yhden pisteen arvoinen. Kuvassa 31 on kokeiden päässälaskuosioiden tulokset.

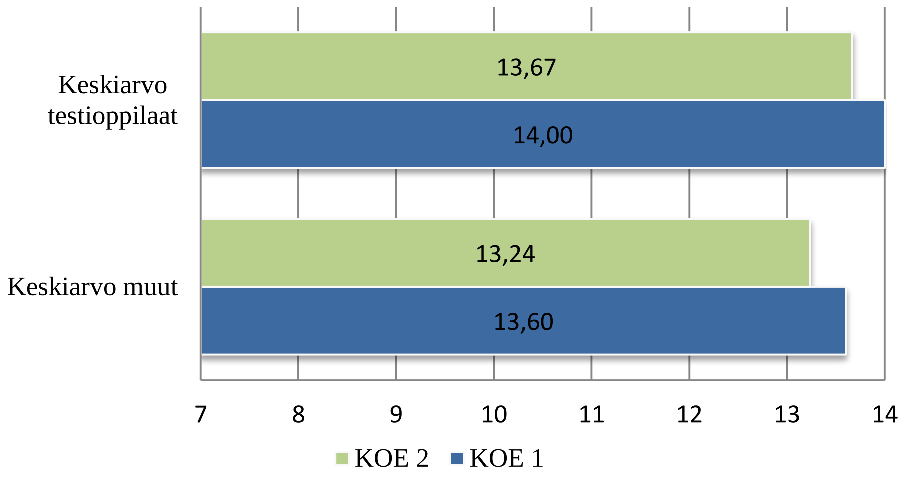


Kuva 31: Päässälaskuosion tulokset

Kuvassa 31 on esitetty kokeiden 1 ja 2 päässälaskuosion tulokset. Maksimipistemäärä tässä osiossa on 3 pistettä. Kokeessa 1 tutkimuksessa mukana olleiden testioppilaiden keskiarvo on täydet 3 pistettä ja muiden oppilaiden keskiarvo on 2,32 pistettä. Mediaani ja moodi, jotka ovat siis laskettu koko luokan kaikille oppilaille, kokeen 1 päässälaskuissa ovat molemmat täydet 3 pistettä.

Kokeessa 2 testioppilaiden keskiarvo päässälaskuissa on 3 pistettä, kun muiden oppilaiden keskiarvo on 2,38 pistettä. Myös kokeen 2 päässälaskuosiossa mediaani ja moodi ovat kolme pistettä.

Peruslaskuosio piti sisällään kuvien avulla ratkaistavia tehtäviä ja perinteisiä yhtälöin muodostettuja yhteen - ja vähennyslaskuja. Jos kuvassa oli esimerkiksi kuusi kynää, lapsen tuli laskea kynien määrä ja yhdistää luku lukusuoralle oikeaan pisteeseen. Perinteisessä yhteenlaskutehtävässä lapsen tuli esimerkiksi kirjoittaa tyhjään ruutuun yhteenlaskun 7+1 tulos. Kuvassa 32 on esitetty kokeiden peruslaskuosion tulokset.

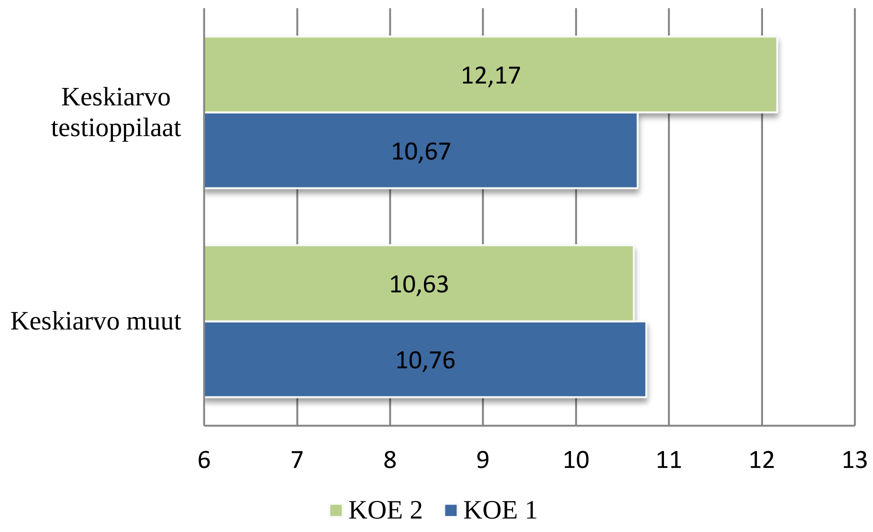


Kuva 32: Peruslaskuosion tulokset

Kuvassa 32 on kokeiden 1 ja 2 peruslaskuosion tulokset. Maksimipistemäärä tässä osiossa on 14 pistettä. 1. kokeessa testioppilaiden keskiarvo on täydet 14 pistettä ja kaikkien oppilaiden keskiarvo 13,60 pistettä. Kokeen 1 peruslaskuosion mediaani sekä moodi kaikille oppilaille laskettuna ovat molemmat täydet 14 pistettä

Toisessa kokeessa testioppilaiden keskiarvo peruslaskuissa on 13,67 pistettä. Muiden oppilaiden keskiarvo tässä osiossa on 13,24 pistettä. Samoin kuin kokeessa 1, kokeen 2 mediaani ja moodi ovat 14 pistettä.

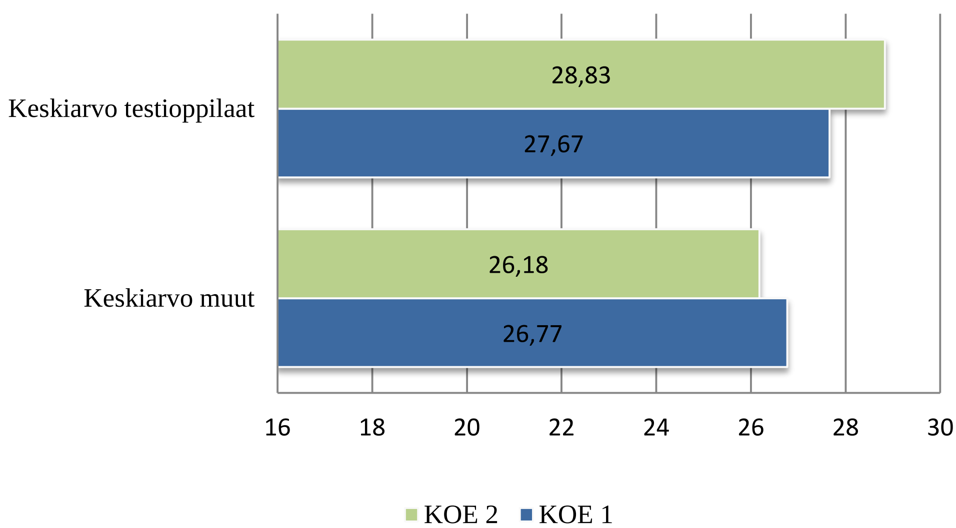
Kokeen soveltavissa tehtävissä lapsen tuli yhdistää useampi opittu asia tai muodostaa itse lasku annettujen tietojen pohjalta. Esimerkiksi useamman luvun vähennyslaskuissa lapsen tuli ratkaista tehtävä 8 – 4 – 2, hajotustehtävässä lapsen tuli muodostaa eri yhteenlaskuja, joiden summaksi tuli 6 ja yhteenlaskun muodostustehtävässä lapselle oli annettu kuva kahdenvärisistä helmistä, joista lapsen tuli kirjoittaa lasku helmien värien mukaisesti. Kuvassa 33 löytyy kokeen viimeisen osion, soveltavien tehtävien tulokset.



Kuva 33: Soveltavien tehtävien tulokset

Tässä soveltavien tehtävien osiossa maksimipistemäärä on 13 pistettä. Testioppilaiden keskiarvo kokeessa 1 on 10,67 pistettä, kun muiden oppilaiden keskiarvo on 10,76 pistettä. Koko ryhmän tuloksilla lasketut mediaani ja moodi kokeen 1 soveltavissa tehtävissä ovat 11 pistettä.

Toisessa kokeessa testioppilaiden keskiarvo on 12,17 pistettä ja muiden oppilaiden keskiarvo 10,63 pistettä. Tämän kokeen soveltavien tehtävien mediaani on 11 pistettä ja moodi 13 pistettä. Kuvassa 34 on vielä koottu kokeiden eri osat yhteispisteiden avulla.



Kuva 34: Kokonaispisteiden tulokset

Kuvassa 34 on esitetty yhteenvetona kokeiden 1 ja 2 kokonaispisteet. Kokeessa 1 testioppilaiden keskiarvo on 27,67 pistettä ja muiden oppilaiden keskiarvo on 26,77 pistettä. Kokeen 1 mediaani on 27 pistettä ja moodi 28 pistettä.

Kokeessa 2 tutkimuksessa mukana olleiden testioppilaiden keskiarvo on 28,83 pistettä ja muiden oppilaiden keskiarvo 26,18 pistettä. Kokeen 2 mediaani on 27,5 pistettä ja moodi 30 pistettä.

6.3.2. Analyysi kokeiden tuloksista

Salamaopetuksen perusidea on, että lapselle ei opeteta rinnakkain samoja asioita kuin koulussa. Ensimmäisen kokeen aiheena oli lukuihin 1 - 10 tutustuminen, lukujen suuruuksien vertailu erisuuruusmerkkinen avulla sekä lukusuora. Salamaopetuksessa luvut 1 – 10 opetettiin tutkimuksessa mukana oleville 1. luokan oppilaille syksyllä 2009 eli lasten ollessa esikoulussa. Toisessa kokeessa testattiin lukujen 0 - 5 hallintaa, sekä näiden lukujen yhteen- ja vähennyslaskuja. Myös nämä asiat käsiteltiin koeopetuksessa olevien 1. luokan oppilaiden kanssa salamaopetuksessa syksyllä 2009.

Lukuun ottamatta ensimmäisen kokeen soveltavia tehtäviä, testioppilaiden keskiarvo oli korkeampi verraten muiden oppilaiden keskiarvoon. Koska kyseessä on tapaustutkimus, ei tulosten pohjalta voi tehdä yleistyksiä, vaan tarkoituksena on esittää havainnot yksittäisten lasten tuloksista.

Testioppilaat pärjäsivät hyvin erityisesti päässälaskutehtävissä, joissa kaikki kolme oppilasta saivat molemmissa kokeissa kaikki kolme tehtävää oikein. Salamaopetusmenetelmän ensimmäisessä vaiheessa, salamapelissä, lapset joutuvat muodostamaan ratkaisun tehtävään katsottuaan kuviota vain sekunnin ajan. Näin lasten nopean ratkaisun taidot kehittyvät, mikä voisi selittää hyvää menestystä päässälaskutehtävissä.

Koeopetuksessa mukana olleiden 1. luokan oppilaiden kanssa oli käsitelty ennen toista koulun koetta luvut 1 - 20 sekä näihin lukuihin liittyvät yhteenlaskut. Näihin liittyvät salamapeli- ja vihkotehtävät ovat hyvin samankaltaisia, eikä lapsi saa harjoitusta erityyppisten soveltavien tehtävien ratkaisemisesta. Tämä voisi puolestaan selittää heikompaa menestystä koulun kokeiden soveltavissa tehtävissä.

Tutkimukseen mukaan tulleita lapsia ei ole valittu satunnaisesti, vaan tutkimuksessa ovat mukana säännöllisesti päiväkodissa käyvät lapset. Lisäksi osallistuminen on ollut vapaaehtoista, joten on mahdollista, että mukaan on tullut keskitasoa parempia oppilaita.

Koetuloksista lasketut mediaani ja moodi selventävät hyvin koko luokan menestystä kokeissa. Tarkastellaan esimerkiksi peruslaskuosiota, jonka maksimipistemäärä on 14. Kokeessa 1 mediaani, eli järjestetyn joukon keskimmäinen luku, ja moodi, eli aineistossa useimmiten esiintyvä luku, ovat molemmat täydet 14 pistettä. Tämä tarkoittaa sitä, että testioppilaidemme lisäksi myös suurin osa kahden luokan oppilaista on saanut peruslaskuosiosta täydet pisteet. Tämä ei kuitenkaan poista testioppilaiden hyvää menestystä kokeissa.

6.4. Vanhemmille lähetetyn kyselyn tulokset

Opetuskokeilussa olevien lasten vanhemmille tehdyn kyselyn tarkoituksena oli selvittää, mitä mieltä vanhemmat ovat opetuskokeilusta ja mitä lapset ovat puhuneet opetustuokioista kotona. Kysely tehtiin sähköpostin välityksellä jokaisen opetuskokeilussa olleen lapsen vanhemmille. Jokainen perhe vastasi kyselyn kaikkiin osa-alueisiin. Kyselylomake on tutkimuksen liitteenä 1.

Opetustuokioita on pyritty pitämään esikoululaiselle kaksi kertaa viikossa ja koululaisille kolme kertaa viikossa. Kaikkien lasten vanhemmat pitivät opetustuokioiden määrää sopivana. Vaikka tuokiot ovat olleet koululaisilla joko ennen koulupäivän alkua tai välitunneilla, ei tämä ole vanhempien mukaan rasittanut lasta, vaan ollut osa heidän koulupäiväänsä. Kyselyn perusteella lapset itse eivät ole kertoneet opetustuokioista vanhemmille.

Yksi kyselyn osa-alueista käsitteli aihetta, ovatko vanhemmat saaneet riittävästi tietoa tutkimuksesta ja opetustuokioista. Vanhempien ja tutkimuksen välinen yhteistyö on tärkeää, jotta tulevaisuudessa on mahdollista saada tuloksia lasten oppimisesta heidän opintojensa myöhemmissä vaiheissa. Vanhemmat ovat myös kiinnostuneita tietämään, mitä opetustuokioissa tapahtuu, sillä lasten kautta tuleva informaatio on hyvin vähäistä. Yhden vanhemman ideaa reissuvihkon käytöstä voisi soveltaa esimerkiksi kuukausittain lähetettyyn viestiin, jossa kerrotaan, mitä tuokioissa on tehty. Tutkielman kappaleessa 8.3 on ehdotelma opetusprosessin aikaisesta kommunikoinnista.

Joillekin vanhemmista oli herännyt kysymyksiä tutkimuksen myöhäisemmistä vaiheista: *”Kuinka pitkälle opetustuokioita heidän lapselleen pidetään? Missä tutkimustuloksia käytetään?”* Vaikka tutkimuksen lopullinen suunta ei ole vielä tiedossa ja vanhempia on tutkimuksen alussa informoitu opetuskokeilusta, voisi olla hyvä koota tietoja ja informoida vanhempia myös tutkimuksen etenemisestä. Koska koko pitkittäistutkimuksen suunta ei ole vielä tarkkaan selvillä, näihin kysymyksiin ei voinut suoraan vastata vanhemmille. Kuitenkin vanhempia informoitiin siitä, että tavoitteena on seurata lasten matemaattisten taitojen kehittymistä pidemmällä tähtäimellä myös salamaopetuksen jälkeen. Lisäksi tutkija vei vanhempien kysymykset eteenpäin tutkielman ohjaajalle sekä salamaopetuksen kehittäjälle Piotr Bazialle.

Opetustuokioiden jatkosta kysyttäessä koululaisten vanhemmat toivoivat opetustuokioiden jatkumista tulevaisuudessakin. Ensimmäisen luokan oppilaille, jotka osallistuvat tutkimukseen, matematiikka on heidän lempiaineensa koulussa ja vanhemmat kokevat opetustuokioiden edesauttaneen tätä. Esikoululaisen vanhemmat olivat suostuvaisia tuokioiden jatkoon, mutta poika itse ei ole innostunut tuokioista. Vanhempien toiveena oli opetustuokioiden lyhentäminen.

Kyselyssä vanhemmilta tiedusteltiin, olisivatko he kiinnostuneita pitämään tulevaisuudessa tuokioita itse lapsilleen, jos materiaalit olisivat valmiina. Kahden lapsen vanhemmat olivat valmiita pitämään tuokioita itse ja arvostaisivat valmiita materiaaleja. Yhden lapsen vanhemmat voisivat pitää tuokioita itse, mutta kokivat opetuksen päiväkodissa tai koulussa parempana vaihtoehtona. Yhden lapsen vanhemmat eivät olleet kiinnostuneita pitämään tuokioita lainkaan itse.

7. POTENSSIKÄSITE JA SEN OPETTAMINEN SALAMAMENETELMÄLLÄ

Salamaopetuksessa potenssin käsite opetellaan jo varhaisessa vaiheessa. Tässä luvussa esitellään, miten Piort Bazian opetusmenetelmässä opetetaan potenssikäsite jo pienille lapsille aloittamalla suppealla lukualueella. Materiaali potenssikäsitteen opettamiseen salamaopetusmenetelmällä on kerätty keskusteluista Bazian sekä pro gradu -tutkielman ohjaajan kanssa. Tämän jälkeen hahmotellaan potenssin käsitteen matemaattista teoriaa pohjaksi, joka luonnollisesti on hallittava, kun potenssin opettamista jatketaan myöhemmässä vaiheessa.

7.1. Pienten potenssien opettaminen

Perusopetuksen opetussuunnitelmassa potenssikäsite opetellaan vuosiluokilla 6 – 9. Tavoitteina ovat, että lapsi oppii korottamaan luvun potenssiin siten, että eksponenttina on luonnollinen luku ja oppii potenssien peruslaskutoimitukset. Geometriassa potenssin käsitettä tarvitaan pinta-alojen ja tilavuuksien ymmärtämiseen. (Opetushallitus, 2004)

7.1.1. Pienten kokonaislukujen toiset potenssit Bazian menetelmässä

Bazian menetelmässä matematiikan opetus aloitetaan esikouluiässä lukujen 1 - 20 lukumääristä. Jo tässä vaiheessa lukumäärän yhteydessä opetetaan niiden rakennetta esittämällä legopalikoiden avulla esimerkiksi, että $6 = 3 + 3 = 2 \cdot 3$. Yhteenlaskut ja kertolaskut opitaan siis yhtä aikaa lukujen ja niiden symbolien kanssa. Lapsi rakentaa jo esikoulussa lukuihin liittyviä neliökuvioita $2 \cdot 2 = 4$, $3 \cdot 3 = 9$ ja $4 \cdot 4 = 16$. Tässä vaiheessa lapselle kerrotaan, että näitä kuvioita sanotaan neliöiksi eli lukujen 1 – 4 toisiksi potensseiksi. Matemaattisten termien esittäminen jo varhaisessa vaiheessa on ominaista Bazian menetelmälle. Erikoistapauksissa lapselle voi opettaa myös luvun 5 toisen potenssin, mutta yleisesti tätä ei suositella, koska salamaopetuksen alkuopetuksessa pyritään pysymään luvun 20 alapuolella.

Neliöiden opetus alkaa konkreettisella vaiheella, jossa palikoista muodostetaan neliöitä. Tämän havainnollistamisvaiheen eli salamapelin jälkeen siirrytään Bazian menetelmän symboliseen vaiheeseen eli vihkotehtäviin, joissa lapsi oppii kieltä ja käsitteitä kirjoittamalla ja lukemalla annettuja tehtäviä. Lasta opetetaan esimerkiksi lukemaan tehtävä $4^2 = 16$ ja sanomaan, että 16 on 4 potenssiin 2. Tavoitteena on, että lapsi oppii vaivatta tunnistamaan symbolit 2^2, $2 \cdot 2$, 4 ja ymmärtää näiden yhteyden.

Erityisesti Bazian menetelmän salamapelivaihe havainnollistaa hyvin pinta-alaa. Lapsi saa konkreettisesti käsityksen siitä, kuinka sivun pituuden suureneminen kasvattaa pinta-alaa. Lapsi oppii myös potenssin yhteyden yhteenlaskuihin ja kertolaskuihin.

7.1.2. Binaariluvut ja luvun 2 potenssit Bazian menetelmässä

Binaariluvut

Bazian menetelmässä binaariluvut opetetaan niin sanotun postitusleikin avulla, jossa esikouluikäinen lapsi voi oppia ilmaisemaan lukumääriä binaarilukuina ja saa käsityksen luvun 2 korkeammista potensseista. Samalla tavalla voidaan opettaa myös muiden lukujen potensseja, joista suositellaan käsittelemään erityisesti potenssit 3^n, 4^n, ja 10^n. Selvyyden vuoksi määritellään, mitä binaariluvut ovat.

Luonnollinen luku $n \in \mathbb{N}$ on esitetty binaarimuodossa eli lausuttu binaarilukuna, kun se on muodossa

$$n = 2^k + a_{k-1}2^{k-1} + \cdots + a_1 2 + a_0, \quad \text{missä } a_j \in \{0,1\}.$$

Esimerkiksi

$$23 = 16 + 4 + 2 + 1 = 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1,$$

joten luvun 23 binaariesitys on luku 10111.

Lukuteorian alkeista on selvää, että jokainen luonnollinen luku voidaan lausua binaarimuodossa tasan yhdellä tavalla. Vastaavalla tavalla muodostetaan lukujärjestelmä minkä tahansa kantaluvun suhteen, erityisesti kymmenjärjestelmä, johon suomen kielen lukusanat sopeutuvat parhaiten.

Postitusleikki

Postitusleikin idea on tutustuttaa lapsi lukujärjestelmiemme yleisiin periaatteisiin ja kantaluvun potenssien käyttöön mahdollisimman yksinkertaisesti. Tämä onnistuu käyttämällä pienintä mahdollista kantalukua eli lukua 2. Postitusleikillä on useita vaiheita, joissa abstraktitasoa nostetaan.

Ensimmäisessä vaiheessa lapsi pakkaa pienen määrän samanlaisia legopalikoita standardilaatikoihin tarkkojen sääntöjen mukaisiksi lähetyksiksi. Pääsääntö on, ettei vajaita laatikollisia sallita. Lapsi pakkaa seuraavasti:

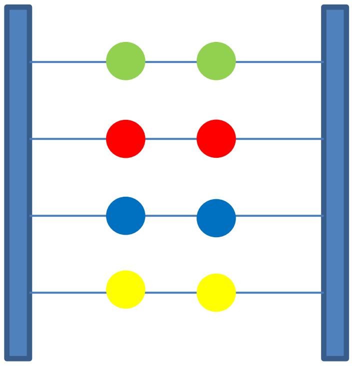
- yksittäiset legopalikat punaisiin laatikoihin, joihin mahtuu 2 palikkaa
- punaisia laatikoita sinisiin laatikoihin, joihin mahtuu 2 punaista laatikkoa
- sinisiä laatikoita keltaisiin laatikoihin, joihin mahtuu 2 sinistä laatikkoa
- ja niin edelleen standardoiduin värein.

Lapsi pitää kirjaa lähetyksien sisällöistä merkitsemällä sitä varten tehtyyn taulukkoon kuinka monta ja minkä väristä laatikkoa lähetykseen kuuluu (0 tai 1 kutakin väriä).

Myöhemmässä vaiheessa konkreettisia laatikoita ei enää ole, vaan pakkaus tehdään ympyröimällä paperille piirrettyjä pisteitä värikynien avulla. Tavoitteena on, että lapsi oppii ilmaisemaan kardinaaliluvut 1 – 32 binaarilukuina. Tällä tavoin voidaan opettaa myös muita lukujärjestelmiä.

Binaarinen helmitaulu

Binaariluvuilla voidaan lukujen merkitsemisen lisäksi laskea paperilla yhteen-, vähennys-, jako- ja kertolaskuja kuten kymmenjärjestelmässä. Näihin liittyvien muistilukujen, kymmenenylitysten ja jakojäännösten opettamiseksi Bazian menetelmässä on apuvälineitä, joiden selostamiseen ei tässä ole aihetta. Sen sijaan pohditaan lyhyesti, millainen on klassisen helmitaulun binaarilukuvastine.



Kuva 35: Helmitaulun binaarilukuvastine

Kussakin helmitaulun tangossa on vain kaksi helmeä, ensimmäisessä tangossa on kaksi vihreää, toisessa kaksi punaista, kolmannessa kaksi sinistä ja neljännessä kaksi keltaista helmeä. Kahta ensimmäisen tangon vihreää helmeä vastaa yksi toisen tangon punainen helmi ja vastaavasti kahta toisen tangon punaista helmeä vastaa yksi kolmannen tangon sininen helmi ja niin edelleen. Jokaisella tangolla on siis oma järjestysnumero, jota vastaavat 2. potenssin suuruiset tangolla olevat helmet ovat. Helmitaulu on hyvä apuväline binaarilukujen yhteenlaskuihin ja sitä voi soveltaa myös muihin laskutoimituksiin.

Luku 1 potensseissa

Kun lapsi hallitsee merkinnät $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $3^1 = 3$, $3^2 = 9$, $4^1 = 4$ ja $4^2 = 16$, niin lapsen kanssa otetaan käyttöön seuraavat merkintätavat:

$2^0 = 1$,
$1^1 = 1$,
$1^2 = 1$ ja
$2^1 = 2$.

7.1.3. Pienten kokonaislukujen kolmas potenssi Bazian menetelmällä

Bazian menetelmässä kolmas potenssi käsitellään jo varhaisessa vaiheessa, koska sitä on helppo havainnollistaa tavallisilla kuution muotoisilla palikoilla samaan tapaan kuin toinen potenssi havainnollistettiin rakentamalla neliöitä. Tässä esitetyt Bazian menetelmän vaiheet sisältävät perusopetuksen opetussuunnitelman sisältämät potenssin peruslaskutoimitukset.

Lukujen 1, 2 ja 3 kuutiot

Lapsi voi tutkia pienten lukujen kolmatta potenssia rakentamalla palikoista peruskuutioita. Rakennettujen kuutioiden avulla lapsi pystyy tutkimaan, että

$1^3 = 1$,
$2^3 = 8$ ja
$3^3 = 27$

Kuutioiden yhteenlasku Bazian menetelmällä

Kuutioita rakentamalla ja niitä tutkimalla lapsi huomaa, että kolmessa kuutiossa on kolminkertainen määrä palikoita, eli

$$3 \cdot 2^3 = 2^3 + 2^3 + 2^3.$$

Vastaavasti kahdessa kuutiossa on kaksinkertainen määrä palikoita, eli

$$2 \cdot 2^3 = 2^3 + 2^3.$$

Tämä jälkimmäinen on näistä kahdesta mielenkiintoisempi, sillä jakamalla kumpikin kuutio kahtia ala- ja yläpuoliskoiksi ja asettamalla yläpuoliskot alapuoliskojen viereen saadaan tasoon kuvio $4 \cdot 4 = 16$. Nyt siis

$$2 \cdot 2^3 = 2 \cdot (2 \cdot 2^2) = (2 \cdot 2) \cdot 2^2 = (2 \cdot 2)(2 \cdot 2) = 4 \cdot 4.$$

Peruskuution rakenne päällekkäisinä levyinä havainnollistaa yleisestikin, että

$a \cdot a^{n-1} = a^n$, ainakin, kun $n = 2$ tai $n = 3$.

Kuutioilla leikkimisen päällimmäinen tavoite on, että lapsi oppii käsittelemään 2. ja 3. potenssia ja tulon sulkeita.

Laskutoimitusten assosiatiivisuusongelma Bazian menetelmällä

Kuutiopelin jälkeen lapsen huomion voi kiinnittää sopivin esimerkein seuraaviin yleisempiin sääntöihin:

- $(a + b) + c = a + (b + c)$
- $na = a + a + \cdots + a$, missä a summataan n kertaa
- $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- $a^n = a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$, missä a kerrotaan n kertaa.
- $3^{(2^2)} \neq (3^2)^2$.

Tilavuus ja pinta-ala

Kuutiopelin ja yleisten sääntöjen jälkeen lapselle opetetaan pinta-alan ja tilavuuden käsitteet yksinkertaisissa esimerkkitilanteissa, siis n^3 on n-sivuisen kuution tilavuus, kun n = 1, 2 tai 3. Huomioitavaa on, että käytettävät esimerkit suunnitellaan aina yksilöllisesti lapsen taitojen mukaisesti. Vasta, kun lapsen taidot ja mielenkiinto riittävät, voi tehtäviin lisätä yleistetyn muodon, eli tässä tehtävässä kertoa lapselle, että n^3 on n-sivuisen kuution tilavuus kaikilla luonnollisilla luvuilla n.

Samalla periaatteella lapselle opetetaan kaksiulotteinen neliö. Huomataan, että n^2 on n-sivuisen neliön pinta-ala, kun n = 1, 2, 3 tai 4. Tämän yleistyksenä saadaan suorakulmion ala ab.

Ensimmäinen binomikaava

Kun lapsi on tottunut pienten lukujen toiseen potenssiin, on hänellä jo käytössä tarvittavat työkalut binomikaavan ymmärtämiseen $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, aluksi havainnollistettuna gnomon-kuvion avulla. Havainnollistamisessa käytetään legopalikoita ja piirroksia. Kuvassa 36 on esimerkkinä tehtävä $(3 + 2)^2$.

Kuva 36: Esimerkki binomikaavasta

Kuvassa 36 on havainnollistettu gnomon-kuvion avulla tehtävä $(3 + 2)^2 = 3^2 + 2 \cdot (3 \cdot 2) + 2^2$. Rakennettuaan kuvion legopalikoiden avulla lapselle muodostuu selkeä käsitys, kuinka binomikaava muodostuu. Koska lapsi osaa jo tässä vaiheessa pinta-alan eli luvun neliön, pystyy hän huomaamaan tehtävien $(3+2)^2$ ja 5^2 yhteyden.

Motivointikeinona voidaan käyttää tehtävää, jossa lapsi pystyy päässälaskuna ratkaisemaan isoja lukuja käsittävän tehtävän käyttäen binomikaavaa. Lapsi saattaa ilahtua oppiessaan laskemaan päässä esimerkiksi, että $(101)^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10201$. Tämä tapahtuu tietenkin vasta, kun isojakin lukuja on käsitelty.

Bazian menetelmällä yllä esitetty materiaali on tarkoitettu pienten lasten opetukseen. Materiaali pitää sisällään perusopetuksen opetussuunnitelmassa esitetyt sisällölliset tavoitteet potenssille, jotka opetussuunnitelma on asettanut vuosiluokille 6 - 9. Koska potenssikäsite ja siihen liittyvät laskutoimitukset ovat melko vaikeita vielä yläkouluikäisille, niin on Bazian tavoite potenssin opettamisesta alakouluikäiselle lapselle mielestäni haastava.

7.2. Eksponenttifunktio ja potenssifunktio

Negatiivisia potensseja, reaalilukuja tai kompleksilukuja ei koeopetuksessa ole vielä opetettu. Bazian menetelmässä kaikki asiat opetetaan matemaattisesti oikein, joten on hyvä käsitellä, mistä potenssilaskussa on kysymys. Oletetaan, että tunnetaan positiivisten kokonaislukujen kokonaiset potenssit, niin positiiviset kuin negatiivisetkin, sekä niiden laskutoimitukset. Oletetaan lisäksi tutuiksi neliöjuuren käsite sekä reaali- ja kompleksiluvut laskusääntöineen siten, että reaaliluvut ovat rationaalilukujonojen raja-arvoja ja kompleksiluvut reaalilukupareja, jotka kirjoitetaan $(a,b) = a + ib$.

7.2.1. Eksponenttifunktio ja potenssifunktio reaali- ja kompleksiluvuille

Kokonaiset potenssit rationaaliluvuille (Saarimäki, 2003)

Luonnollisilla luvuilla pätee $(\frac{1}{a})^b = \frac{1}{a^b}$ kaikilla $a, b \in \mathbb{N}$. Tämä antaa aiheen merkintään

$$(\frac{c}{a})^b = (\frac{c}{a} \cdot \frac{c}{a} \cdot \frac{c}{a} \ldots \cdot \frac{c}{a}) = \frac{c^b}{a^b} \text{ kaikilla } a, b, c \in \mathbb{N}$$

ja asetetaan

$$(\frac{c}{a})^{-b} = (\frac{a}{c})^{b}$$

Rationaalilukujen kokonaislukupotensseille on voimassa seuraavat laskusäännöt:

1) $(xy)^n = x^n y^n$ kaikilla $x, y \in \mathbb{Q}$ ja $n \in \mathbb{Z}$
2) $x^m x^n = x^{m+n}$ kaikilla $x \in \mathbb{Q}$ ja $n, m \in \mathbb{Z}$.
3) $(x^m)^n = x^{mn}$ kaikilla $x \in \mathbb{Q}$ ja $n, m \in \mathbb{Z}$.

Rationaaliset potenssit rationaali- ja reaaliluvuille (Saarimäki, 2003)

Kokonais- tai rationaaliluvun juuri on vain harvoin kokonaisluku tai rationaaliluku. Siksi tarvitaan reaalilukuja.

Potenssifunktion x^n, missä $n > 0$, käänteiskuvaus on juurifunktio $\sqrt[n]{x}$ eli $x^{\frac{1}{n}}$. Toisin sanoen $y = \sqrt[n]{x}$, pätee täsmälleen silloin, kun $x = y^n$. Juuren olemassaolo ei ole itsestäänselvyys. Kun n on luonnollinen luku, niin positiivisten kokonaislukujen joukossa potenssifunktio on aidosti kasvava ja jatkuva, siis bijektio välille $\mathbb{R}_+$. Juurifunktio on siis tässä tapauksessa olemassa.

Potenssin n ollessa pariton kokonaisluku, on juurifunktio määritelty myös kaikille negatiivisille reaaliluvuille -x, jolloin sen arvo on samanmerkkinen kuin luvulla x. Jos n on parillinen, niin juurifunktio on määritelty vain ei-negatiivisille luvuille x ja sen arvo on silloin ei-negatiivinen.

Juurifunktiolle käytetään myös merkintää

$$\sqrt[n]{x} = x^{1/n}, \quad \text{kun } n > 0.$$

Vaikka tässä ei enää esitelläkään Bazian menetelmää, todettakoon, että lapsi voidaan johdattaa edelliseen määritelmään yksinkertaisimman esimerkin avulla käsitellen juurifunktiota $a^{1/2} = \sqrt{a}$.

Yleinen eksponenttifunktio eli potenssifunktio (Saarimäki, 2003)

Potenssifunktion määrittelyä voidaan laajentaa myös irrationaalisille potensseille ja siten yleisesti reaalilukupotensseille hyödyntäen sitä, että täydellisyysaksiooman mukaan reaaliluvut saadaan rationaalilukujen ylärajoina. Olkoon nyt $a > 0$. Reaaliluvulle x asetetaan

$$a^x = \sup\{a^q | q \in \mathbb{Q}\ ja\ q \leq x\}.$$

Luonnollinen eksponenttifunktio e^x ja logaritmifunktio (Kilpeläinen, 2002; Saarimäki, 2003)

Tärkein yleisistä potenssifunktioista on (luonnollinen) eksponenttifunktio, joka on määritelty kaikilla reaaliluvuilla $x \in \mathbb{R}$ ja sen arvo määräytyy lausekkeesta

$$\exp(x) \coloneqq e^x \coloneqq \sup\{e^q : q \in \mathbb{Q}\ ja\ q < x\}.$$

missä e on niin sanottu Neperin luku

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx 2{,}7128 \ldots$$

Eksponenttifunktio saadaan siis yleisestä potenssifunktiosta, kun kantaluvuksi valitaan Neperin luku e.

Eksponenttifunktiolle e^x on voimassa seuraavat ominaisuudet:

1) $e^{x+y} = e^x e^y$,
2) $e^x > 0$ kaikilla $x \in \mathbb{R}$,
3) Eksponenttifunktio on aidosti kasvava,
4) Eksponenttifunktio on jatkuva koko $\mathbb{R}$:ssä
5) $\exp(\mathbb{R}) =]0, \infty[$.

Eksponenttifunktio $f(x) = e^x$ on aidosti kasvava, kaikkialla derivoituva ja sen arvojoukko on väli $]0, \infty[$. Tällöin sillä on aidosti kasvava ja kaikkialla derivoituva käänteisfunktio $f^{-1}:]0, \infty[\to \mathbb{R}$. Tätä kutsutaan luonnolliseksi logaritmifunktioksi ja sitä merkitään seuraavasti:

$$\log x \coloneqq {}^e\log x \ (= \ln x).$$

Nyt kaikille $x > 0$ pätee

$$e^{\log x} = x.$$

Nyt eksponenttifunktio ja logaritmi ovat määritelty. Koska jokaiselle positiiviselle luvulle a pätee $a = e^{\log a}$, voidaan yleinen potenssifunktio a^x muuntaa luonnolliseksi eksponenttifunktioksi

$$a^x = (e^{\log a})^x = e^{x \log a}.$$

Eksponenttifunktio ja potenssifunktio kompleksiluvuille (Hurri-Syrjänen, 2007)

Kompleksiluvuille eksponenttifunktio voidaan määritellä kuten reaaliluvuille sarjan tai differentiaaliyhtälön avulla, sillä potenssisarjojen teoria toimii myös kompleksiluvuille. Seuraavassa määritelmässä käytetään potenssisarjaa.

Reaaliselle eksponenttifunktiolle $e^x: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ pätee

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \qquad \text{kaikilla } x \in \mathbb{R}.$$

Kompleksitermisen potenssisarjan

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!}$$

suppenemissäde on $R = \infty$ ja potenssisarja on itseisesti suppeneva koko kompleksitasossa. Nyt siis kompleksinen eksponenttifunktio exp: $\mathbb{C} \to \mathbb{C}$ määritellään asettamalla

$$\exp(z) \coloneqq \sum_{k=o}^{\infty} \frac{z^k}{k!}.$$

Kompleksitason eksponenttifunktion ominaisuuksia ei ole syytä tarkastella tässä työssä. Sen sijaan sivutuotteena saadaan reaaliluvun imaginaariselle potenssille Eulerin kaava

$$e^{\varphi i} = \cos\varphi + i \sin\varphi, \qquad \varphi \in \mathbb{R}.$$

Kompleksiluvun kompleksisen potenssin määrittely ei ota onnistuakseen. Tämä johtuu siitä, että kompleksinen eksponenttifunktio ei ole injektio, jolloin sen käänteisfunktion muodostamisessa on ongelmia.

Binomikaava- ja sarja (Kilpeläinen, 2002)

Newton kehitti binomiteoreemaa ja julkaisi äärelliselle sekä päättymättömälle sarjalle binomikehitelmän (Boyer, 2000). Nämä binomikaavan yleistykset ovat

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k},$$

missä

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

ja

$$(a+b)^s = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{s}{k} a^k b^{s-k}.$$

Molemmat tulokset ovat tärkeitä erityisesti todennäköisyyslaskennassa.

7.2.2. Potenssijoukko

Myös potenssin joukko-opillisia vastineita on mahdollista opettaa koululaisille:

$\mathrm{A}^2 = \mathrm{A} \times \mathrm{A} = \{(\mathrm{a}, \mathrm{b}) | \ \mathrm{a}, \mathrm{b} \in \mathrm{A}]$, missä (a, b) on järjestetty pari,

$\mathrm{A}^3 = \mathrm{A} \times \mathrm{A} \times \mathrm{A} = \{(\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}) | \ \mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c} \in \mathrm{A}]$, missä $(\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c})$ on järjestetty kolmikko.

Järjestetty pari ja järjestetty kolmikko ovat helposti ymmärrettävissä havainnollistavien esimerkkien ja kuvien avulla. Nyt voidaan tutkia potenssijoukkojen alkioiden määrää, jota on Bazian menetelmässä valmisteltu jo havaintoleikeissä.

1) Jos joukossa A on n alkiota, niin joukossa A^2 on n^2alkiota.

Tutkitaan esimerkkiä, missä on $n = 3$, eli joukko $A = 1, 2, 3$. Tällöin järjestettyjä pistepareja eli potenssijoukon alkioita ovat

$$\mathrm{A}^2 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)\},$$

Nyt siis alkioita on $3^2 = 9$ kappaletta.

2) Jos joukossa A on n alkiota, niin joukossa A^3 on n^3alkiota.

Tämä voidaan havainnollistaa yksinkertaisen esimerkin avulla kuten kohdassa 1. Lopuksi voidaan vielä yleistää kahdessa ensimmäisessä kohdassa havaitut tulokset kohdaksi 3.

3) Jos joukossa A on n alkiota, niin joukossa A^k on n^kalkiota.

Joukkojen potenssifunktio

Myös joukoille voidaan määritellä potenssi asettamalla

$$A^B = \{f: B \to A | f \text{ on kuvaus eli funktio}\}.$$

Tämä liittyy aikaisempaan seuraavasti: Olkoon $B = \{a, b\}$ siten, että $a \neq b$. Tällöin joukon A^B alkiot ovat kuvauksia $\{a, b\} \to A$. Näiden joukko on bijektiivinen joukon A^2 kanssa ja kuvaus $f \to (f(a), f(b))$ on bijektio $A^B \to A^2$.

Funktion käsitteen ymmärtäminen vaatii syvempää matemaattista osaamista, eikä voida olettaa, että pieni lapsi ymmärtää funktion käsitteen merkityksen. Lapsen kanssa edellisestä voidaan käydä konkreettinen esimerkki $B = \{1,2\}$, jolloin joukon A^B alkiot ovat kuvauksia $\{1,2\} \to A$. Joukkojen potenssi liittyy myös potenssijoukon käsitteeseen.

<u>*Määritelmä*</u> Olkoon $\mathcal{P}(A)$ joukon A kaikkien osajoukkojen joukko, eli

$$\mathcal{P}(A) = \{B | B \subset A\}.$$

Joukkoa $\mathcal{P}(A)$ sanotaan joukon A potenssijoukoksi. (Pesonen, 2004)

Joukkojen $\mathcal{P}(A)$ ja $\{1,2\}^A$ yhteys on se, että osajoukkoa $B \subset A$ vastaa se kuvaus $A \to \{1,2\}$, jolle $x \to 1$, jos $x \in B$ ja muuten $x \to 2$. Joukot $\{1,2\}^A$ ja $\mathcal{P}(A)$ voi siis samaistaa.

Potenssijoukon mahtavuus

Joukon mahtavuudella tarkoitetaan sen alkioiden yleistettyä lukumäärää. Kaksi äärellistä joukkoa $A\ ja\ B$ ovat yhtä mahtavia, jos $A = B = \emptyset$ tai on olemassa bijektio $f: A \to B$.

Jos joukko ei ole äärellinen, on se ääretön. Cantorin mukaan toiset äärettömät joukot ovat kuitenkin suurempia kuin toiset, jolloin ääretön joukko voi siis olla numeroituva tai ylinumeroituva. Olkoon esimerkiksi $S \subseteq \mathbb{N}$ numeroituva ja ääretön joukko. Tällöin joukot S ja $\mathbb{N}$ ovat yhtä mahtavat, jos on olemassa bijektio $f: S \to \mathbb{N}$.

Yhtämahtavuus on ekvivalenssirelaatio minkä tahansa perusjoukon potenssijoukossa.

<u>*Lause*</u> (Cantorin ja Bernsteinin lause)

Äärettömän joukon A mahtavuutta merkitään $\#A$ ja puolestaan äärettömän joukon B mahtavuutta $\#B$. Olkoon $\#A \leq \#B$ ja $\#B \leq \#\,A$. Tällöin

$$\#A = \#\,B.$$

Kuuluisan Cantorin lauseen mukaan joukko $\{1,2\}^A$ on aina mahtavampi kuin joukko A, eli

$$\#A < \#\{1,2\}^A.$$

Tähän perustuu, että reaalilukujen joukon mahtavuus on Cantorin lauseen mukaan aidosti suurempi kuin luonnollisten lukujen joukon mahtavuus (Boyer, 2000). Todistus perustuu tunnettuun diagonaalimenetelmään, joka onnistuu helpoiten binaarilukujen avulla ja mikä näin jälkikäteen motivoi binaarilukujen opettamista.

Tässä kappaleessa esitetyt matemaattiset teoriat voidaan opettaa Bazian menetelmällä hieman vanhemmalle lapselle. Koska kappaleen käsitteiden ymmärtäminen vaatii laajempaa matemaattista osaamista, ei näitä suositella käsiteltäväksi pienten lasten kanssa. Bazian menetelmää pystyy siis soveltamaan hyvin erilaisiin ja eritasoisiin matemaattisiin ongelmiin ja niiden opettamiseen.

8. POHDINTA

Tässä kappaleessa esitellään johtopäätökset tuloksista, opetuksen aikana heränneitä havaintoja sekä mahdolliset jatkotutkimusaiheet.

8.1. Tulosten tulkinta

8.1.1. Matemaattisten taitojen kehittyminen salamaopetusmenetelmällä

Lapsikohtaisten havaintojen mukaan salamaopetusmenetelmä oli hyvä keino selvittää lasten oppimistapoja matemaattisten taitojen oppimiseen. Oppimispolkujen tulkinta antoi viitteitä siitä, kuinka tutkimuksessa mukana olevista 1. luokan oppilaista Kaisa kehittyi paremmin symbolisessa laskennassa ja Pekka puolestaan hahmotti tehtävät paremmin visuaalisesti.

Ensimmäisen luokan oppilaiden kahden perusopetuksen kokeen mukaan lapset pärjäävät matematiikassa hyvin. Kokeet osoittavat, että lasten matemaattiset taidot ovat keskivertoa paremmat päässälaskutehtävissä, peruslaskuissa sekä soveltavissa tehtävissä. Koetulosten vertailu tehtiin vain pienelle oppilasmäärälle ja tässäkin varsinaisia koetehtäviä ja vastauksia ei ollut mahdollista vertailla kuin pistemäärien osalta, joten tulokset eivät ole tilastollisesti merkitseviä. Saadut tulokset ovat siis suuntaa antavia, eikä niiden pohjalta voi tehdä yleistyksiä.

Kuten tapaustutkimuksessa yleensä, tämänkin tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää toimiiko menetelmä niin, että laajempi koe olisi perusteltu. Laajempi tutkimus antaisi mahdollisuuden tutkia suurempaa otantaa ja sitä kautta saada tarkempia tuloksia menetelmän toimivuudesta, jotta menetelmän hyviä puolia pystyttäisiin soveltamaan opetukseen laajemmin.

Positiiviset oppimiskokemukset ovat tärkeitä, jotta lapsen innostus matematiikkaan herää ja säilyy. Neljä viidestä tutkimuksessa mukana olevista lapsista tulivat mielellään matematiikkatuokioihin ja osallistuivat niissä aktiivisesti opetukseen. Lisäksi vanhemmille lähetetyn kyselyn mukaan lapset pitävät matematiikasta ja se on yksi heidän lempiaineensa koulussa. Näiden tuloksien mukaan tuokioissa on ollut positiivinen oppimisympäristö matematiikan opiskeluun. Tähän on voinut vaikuttaa esimerkiksi aikuisen jakamaton huomio kyseiseen lapseen ja opetuksen leikinomaisuus. Koska lapsia ei ole valittu tutkimukseen satunnaisesti, on myös mahdollista, että mukana olevat lapset ovat kiinnostuneita uuden oppimiseen ja innostuneita matematiikasta yleensä. Koska lapsi on herkkä vaikutteille, myös vanhempien tuki vaikuttaa positiivisen oppimiskokemuksen onnistumiseen.

8.1.2. Videoanalysointimenetelmän käyttö materiaalin tulkinnassa

Powell et al. (2003) videoanalysointimenetelmä osoittautui hyväksi tavaksi analysoida tämän tutkimuksen videomateriaalia. Vaikka menetelmä on aikaa vievä materiaalin suuren määrän vuoksi, helpottaa se aineiston vertailua sekä tulosten tarkastelua ja esittämistä. Erityisesti oppimispolkujen muodostaminen toi uuden keinon kuvata tutkittua materiaalia, koska niiden avulla pystyttiin havainnollistavasti esittämään lapsen edistymistä. Kuitenkin, koska videomateriaalia on paljon, on tulosten käsittely monivaiheisen menetelmän avulla aikaa vievää.

8.1.3. Vanhempien kokemukset opetusmenetelmää kohtaan

Opetuskokeilussa olevien lasten vanhemmat pitivät matematiikkatuokioita hyödyllisinä heidän lapsilleen ja toivoivat tuokioiden jatkuvan tulevaisuudessakin. Neljän lapsen vanhemmat olivat valmiita opettamaan itse lapsiaan salamaopetusmenetelmällä, jos materiaalit ovat valmiiksi saatavilla. Tämä on hyvä osoitus vanhempien tyytyväisyydestä salamaopetusmenetelmää kohtaan.

Salamaopetusmenetelmän opetusmateriaalissa on paljon yhtäläisyyksiä perusopetuksen kanssa. Molemmat korostavat havainnollistamisen ja loogisen etenemisen tärkeyttä opetuksessa. Kertaus kuuluu olennaisena osana oppimiseen, mitä painotetaan sekä salamaopetuksen tuokioissa että perusopetuksessa. Erityistä salamaopetuksessa on yksilöllinen opetus ja sitä kautta yksilöllinen ajankäyttö opetettaviin asioihin sekä arvioinnin ja vertailun puuttuminen. Sisäisen motivaation löytäminen oppimiseen on tärkeää.

8.2. Yleisiä havaintoja

Lapsen oma innostuneisuus ja motivaatio ovat tärkeitä oppimisen kannalta. Tämän vuoksi on hyvä huomioida lapsi kysymällä kuulumisia ja muodostamalla viihtyisä oppimisympäristö. Varhaisopetuksessa opetuksen leikinomaisuus auttaa edellä mainittujen seikkojen toteutumisessa. Mielestäni salamaopetusmenetelmä voi osaltaan sekä tukea että heikentää lapsen motivaatiota. Leikinomaisuus on erityisesti alkuopetuksessa suuressa roolissa salamaopetusta, mikä lisää lapsen motivaatiota uutta asiaa kohtaan. Myös luonteva opetustilanne ja mukava oppimisympäristö luovat hyvän oppimismahdollisuuden. Innostusta heikentävänä tekijänä salamaopetusmenetelmässä koen sen, että varsinkin alkuopetuksessa tuokiot ovat hyvin samankaltaisia. Vaikka opetushetki on lyhyt, jokainen tuokio koostuu lukuja, yhteenlaskuja ja kertolaskuja opeteltaessa samanlaisista legotehtävistä, vihkotehtävistä ja kirjoitustehtävistä. Opetuksen monivaiheisuus jää näin vähäiseksi. Lisäksi jokaista vaihetta tulisi salamaopetuksen mukaan opettaa kunnes lapsi osaa ratkaista tehtävät rutiininomaisesti. Tämän tutkimuksen koelapsista vain yksi lapsista suoritti tehtävät menetelmän vaatimalla tasolla.

Salamapelillä lapsi oppii käsittämään luvun suuruutta eli lukumäärää. Omien opetuskokemuksieni mukaan osa yläkouluikäisistä oppilaista ei liitä lukumäärää lukuun, jolloin peruslaskutoimitukset kokonaisluvuilla tuottavat vaikeuksia. Salamapeliopetuksen neljä vaihetta opettavat lukuihin liittyvää vertailua ja syvällisempää ymmärrystä, mikä luo perustan peruslaskutoimitusten osaamiselle ja ymmärtämiselle. Tämä edesauttaa lapsen pitkäaikaista matemaattista kehittymistä.

Salamaopetusmenetelmän yksi perusedellytys on yksilöllinen opetus ja yksilöllisen opetussuunnitelman laatiminen jokaisen oppijan tarpeiden mukaan. Tämä on yksi suurimmista haasteista menetelmän soveltuvuudessa perusopetukseen. Mielestäni opetusmenetelmä soveltuu hyvin erityisopetusta vaativien lasten opetukseen, niin erityislahjakkaille kuin hitaammille oppijoille. Perusopetuksessa erityisluokkien ryhmäkoot ovat pieniä, mikä mahdollistaa menetelmän hyödyntämisen opetuksessa.

Opetustuokioiden paikka tulisi järjestää niin, että opetus sulautuu päiväkodin tai koulun muuhun toimintaan. Opetusta ei siis eristetä suljettuun tilaan, vaan toiset lapset saavat halutessaan seurata tuokioita. Päiväkodin puolella tämä pyrittiin toteuttamaan niin, että opetus tapahtui päiväkodin yleisissä tiloissa hieman sivummalla. Tästä aiheutui päiväkodin henkilökunnalle välillistä häiriötä, sillä ohjaajat pelkäsivät häiritsevänsä opetusta.

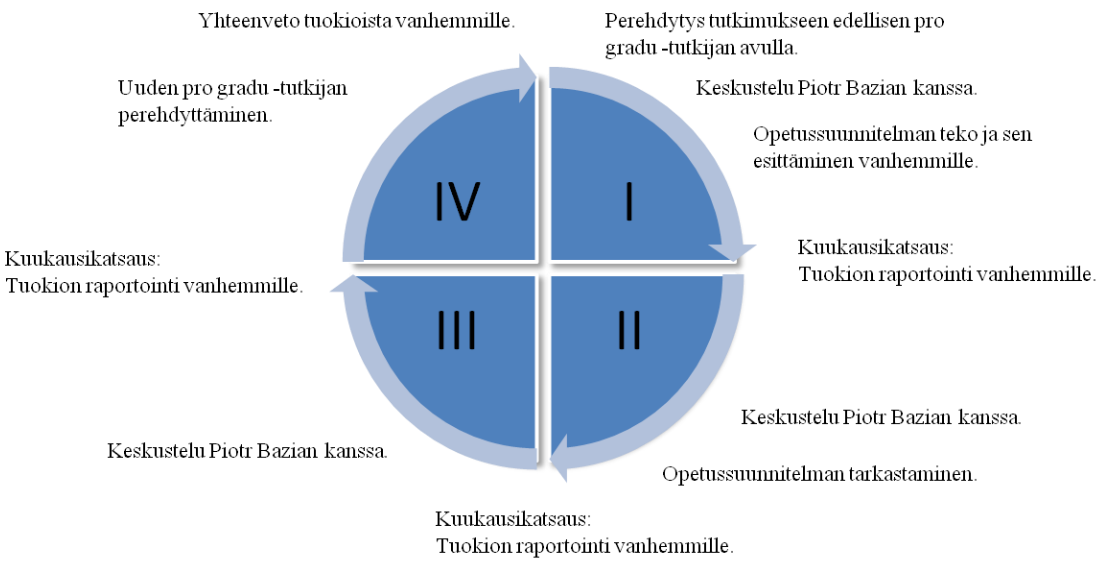
Alakoulun puolella opetuksen yhdistäminen muuhun toimintaan ei ollut mahdollista, vaan opetus tapahtui erillisessä luokkatilassa.

Opetuskokeiluun osallistuvien lasten vanhemmille raportoiminen edistää yhteistyötä kodin ja tutkimuksen välillä. Jotta vanhemmat saadaan kiinnostumaan tutkimuksesta, on tärkeää informoida heitä tarpeeksi. Tällöin lasten pitkäaikainen seuranta helpottuu ja lapsien edistymistä voidaan seurata senkin jälkeen, kun he eivät ole enää aktiivisesti mukana tutkimuksessa.

Tutkija koki yleisesti kommunikoinnin tutkimuksessa mukana olevien tahojen kanssa tärkeäksi tutkimuksen edistymisen kannalta. Seuraavaksi on esitetty tutkijan ehdotelma siitä, kuinka opetusjakson aikana tapahtuvan kommunikoinnin voisi toteuttaa.

8.3. Ehdotelma opetusjakson resursoinnista

Kommunikointi opetusmenetelmän kehittäjän Piotr Bazian ja oppilaiden vanhempien kanssa on tärkeää koko opetusjakson ajan. Etenkin vanhempien kyselyn perusteella kommunikoinnilla tulisi olla vahva rooli. Kuvassa 36 on ehdotelma, missä vaiheessa opetusjaksoa on hyvä olla yhteydessä tutkimuksen eri osapuoliin.



Kuva 36: Ehdotelma kommunikoinnista

Kuvassa 36 on jaettu opetusjakso neljään osaan, joista jokainen osa kuvastaa yhtä kuukautta. Ehdotelmassa opetusjakso alkaa perehtymällä tutkimukseen edellisen pro gradu -tutkijan kanssa. Opetusjakson alussa keskustellaan myös opetusmenetelmän kehittäjän Piotr Bazian kanssa tutkimuksesta sekä opetusmateriaalista. Ehdotelmassa jokaisen lapsen henkilökohtainen opetussuunnitelma tehdään vasta, kun lapsiin on tutustuttu ja päästy henkilökohtaisesti määrittämään kunkin lapsen taso. Opetussuunnitelma on hyvä hyväksyttää Bazialla ja pro gradu -tutkielman ohjaajalla Kahanpäällä. Opetussuunnitelma lähetetään myös lasten vanhemmille.

Tutkimuksen tulevaisuuden kannalta on tärkeää, että lapsien vanhemmat saadaan aktiivisesti mukaan tutkimukseen. Kyselyni perusteella vanhemmat ottavat mielellään tietoa tuokioista ja tutkimuksen etenemisestä. Ehdotelmani mukaan vanhemmille lähetetään joka kuukausi selostus tuokioiden tapahtumista. Kuukausikatsauksia lähetetään yhteensä kolme kappaletta, yksi aina jokaisen kuukauden vaihteessa.

Opetussuunnitelma on hyvä päivittää myöhemmässä vaiheessa. Ehdotelman mukaan tämä tapahtuu toisen jakson loppupuolella. Tätä ennen on hyvä keskustella Bazian kanssa.

Ehdotelman mukaan opetusjakson lopussa perehdytetään uusi Pro gradu –tutkija tutkimukseen. Opetuksen sujuvan jatkumisen kannalta on tärkeää, että lapsi saa rauhassa tutustua uuteen opettajaan. Viimeisenä lähetetään lasten vanhemmille yhteenveto opetusjakson tapahtumista.

8.4. Mahdolliset jatkotutkimusaiheet

Tutkimus koostuu useiden Pro gradu -tutkijoiden töistä. Jokainen tutkija on tulkinnut opetusmateriaaleja sekä opetusmenetelmän kehittäjän Bazian ohjeita omalla tavallaan. Tutkimuksessa saatujen tulosten luotettavuutta ja tutkimuksen jatkoa voisi parantaa vertailemalla eri Pro gradu -tutkijoiden työskentelytapoja ja sitä, kuinka he ovat tulkinneet aineistoa ja tuloksia.

Vanhemmille lähetetyssä kyselyssä tiedusteltiin sitä, olisivatko vanhemmat kiinnostuneita pitämään itse lapsilleen opetusta salamamenetelmällä. Useamman lapsen vanhemmat olivat kiinnostuneet opettamaan lapsiaan, jos opetusmateriaali olisi valmiiksi saatavilla. Toinen jatkotutkimusaihe voisi olla selvittää yleisemmällä tasolla vanhempien kiinnostuneisuutta opetusmenetelmää kohtaan.

LÄHTEET

Ahlvik H. Laitinen, M. Lilli, M. Lindberg, J. & Aartolahti-Tikkanen, S. 2012. Numero 1 syksy. Helsinki. Tammi.

Asikainen, K. Mörsky, S. Tikkanen, A. Vehmas P. & Voima, J. 2007. Tuhattaituri 2a. Keuruu. Otava.

Aunio, P. Hannula, M. & Räsänen, P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim). 2004. Matematiikka - näkökulmia opettamineen ja oppimiseen. Jyväskylä. Niilo Mäki Instituutti.

Bazia, P. Useita haastatteluja 2010 aikana. Jyväskylä.

Boyer, C. 2000. Tieteiden kuningatar. Matematiikan historia osa II. Juva. WS Bookwell Oy. 982 s.

Derry, S. Pea, R. Barron, B. Engle, R. Erickson, F. Goldman, R. Hall, R. Koschmann, T. Lemke, J. Sherin, M. & Sherin, B. 2010. Conducting Video Research in the Learning Sciences: Guidance on Selection, Analysis, Technology, and Ethics. Journal of the Learning Sciences.Volume 19, Issue 1.

Haapaniemi, S. Mörsky, S. Tikkanen, A. Vehmas, P. & Voima, J. 2006. Tuhattaituri 1a. Keuruu. Otava.

Hurri-Syrjänen, R. 2007. Kompleksianalyysin kurssi. [www-dokumentti] http://www.helsinki.fi/~hurrisyr/luennot5luku29102007.pdf (luettu 29.5.2012)

Ikäheimo, H. 2002. Iloa ja ymmärrystä matematiikkaan. Helsinki. Oy OPPERI Ab.

Ikäheimo, H. & Risku. 2004. Matematiikan esi- ja alkuopetuksesta. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim). 2004. Matematiikka - näkökulmia opettamineen ja oppimiseen. Jyväskylä. Niilo Mäki Instituutti.

Kauhanen, E. 2004. Ikä kuin ikä on leikki-ikä. Tiede-lehti 5. [www-dokumentti] http://www.tiede.fi/artikkeli/72/ika_kuin_ika_on_leikki_ika (luettu 17.3.2012)

Kilpeläinen, T. 2002. Analyysi 1. [www-dokumentti] http://www.math.jyu.fi/ opiskelu/monisteet/MATA111.pdf (luettu 29.5.2012)

Kinnunen, V. 2009. Lapsen lukukäsitteen kehittäminen salamapelin avulla. Jyväskylän yliopisto. Matematiikan ja tilastotieteen laitos. Pro gradu -tutkielma.

Kurki, M. Mäki-Komsi, S. 1996. Oppiminen tietokoneavusteisessa oppimisympäristössä. Tampereen yliopiston täydennyskoulutuskeskus. [www-dokumentti] http://matwww.ee.tut.fi/kamu/julkaisut/raportit/oppimi.htm (luettu 18.3.2012)

Leino, J. 2004. Konstruktivismi matematiikan opetuksessa. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim). 2004. Matematiikka - näkökulmia opettamineen ja oppimiseen. Jyväskylä. Niilo Mäki Instituutti.

Munn, P., & Schaffer, H. R. (1993). Literacy and numeracy events in social interactive contexts. International Journal of Early Years Education, 1(3).

Okkonen-Sotka, P. Sintonen, A-M. Uus-Leponiemi, T. & Uus-Leponiemi, M. 2006. Matikka 1 syksy. WSOY Oppimateriaalit.

Okkonen-Sotka, P. Sintonen, A-M. Uus-Leponiemi, T. & Uus-Leponiemi, M. 2006b. Matikka 1 kevät. WSOY Oppimateriaalit.

Opetushallitus. 2004. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Vammala. [www-dokumentti] http://www.oph.fi/download/139848_pops_web.pdf (luettu 19.1.2012)

Pesonen, M. 2004. Diskreetti matematiikka. [www-dokumentti] http://www.joensuu.fi/matematiikka/kurssit/Diskreetti/Kurssimateriaali/DMText/DISKREETTIPAApdfscr.pdf (luettu 30.5.2012)

Pound, L. 2006. Supporting Mathematical Development in Early Years. Open University Press.

Powell, A. Francisco, J. & Maher, C. 2003. An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. Journal of Mathematical Behavior 22 (2003), s. 405-435

Rantala, T. 2006. Oppimisen iloa etsimässä. Juva. WS Bookwell Oy. 178 s.

Rinne, S. Sintonen, A-M, Uus-Leponiemi, T. & Uus-Leponiemi M. 2012. Kymppi 1 syksy. Helsinki. Sanoma Pro.

Rinne, S. Sintonen, A-M, Uus-Leponiemi, & Uus-Leponiemi M. 2008. Matikka 3 syksy vastaukset. WSOY Oppimateriaalit.

Rinne, S. Sintonen, A-M, Uus-Leponiemi, T. & Uus-Leponiemi M. 2009. Matikka 3 kevät. WSOYpro.

Rinne, S. Sintonen, A-M, Uus-Leponiemi, T. & Uus-Leponiemi M. 2009b. Matikka 4 kevät. WSOYpro.

Routio, P. 2007. Tapaustutkimus. [www-dokumentti] http://www2.uiah.fi/projects/metodi/071.htm (luettu 3.11.2012)

Saarimäki, M. 2003. Reaalifunktion analyysia. Jyväskylä. Jyväskylän yliopistopaino. 136 s.

Vienola, V. 2004. Videoiden käyttö tutkimuksen apuvälineenä. [www-dokumentti] http://sokl.joensuu.fi/verkkojulkaisut/tutkivaope/pdft/vienola.pdf (luettu 19.1.2012)

Yrjönsuuri, R. 2007. Matematiikka mieluisaksi. Psykologinen lähestymistapa opetukseen ja opiskeluun sekä matemaattisen ajattelun osaamisen arviointiin. Anjalankoski. Solver palvelut Oy. 260 s.

LIITE 1. Vanhemmille lähetetty kysely

Hyvä vastaanottaja,

Tämä kysely on suunnattu opetuskokeilussa olevien lasten vanhemmille. Mielipiteenne on tärkeä tutkimuksen kehittämisen kannalta. Toivon Teidän vastaavan alla oleviin kysymyksiin mahdollisimman avoimesti.

1. Opetustuokiot pidettiin joko ennen koulun alkua tai välitunneilla muun koulunkäynnin lisäksi. Koetteko opetuskertojen määrän (kolme kertaa viikossa a´ 5 - 15min) sopivaksi?

2. Onko lapsi puhunut opetustuokioista/tuokioiden sisällöstä kotona?

3. Oletteko saaneet riittävästi tietoa tutkimuksesta ja opetustuokioista?

4. Toivotteko, että lapsellenne pidettäisiin myös jatkossa vastaavia matematiikan opetustuokioita?

5. Olisitteko kiinnostuneita pitämään lapselle samanlaisia tuokioita itse kotona valmiista materiaaleista?

6. Vapaa sana.

Kiitos vastauksistanne, vastaan mielelläni Teille heränneisiin kysymyksiin.

Ystävällisin terveisin,

Johanna Engblom

LIITE 2. Opetustuokioista tehdyt kirjalliset muistiinpanot

PÄIVÄKIRJA

Päiväkirjamerkinnät on tehty jokaisen opetustuokion jälkeen ja ne käsittelevät pääsääntöisesti lapsen osaamista tuokioissa. Merkinnät ovat lyhyitä, sillä jokainen tuokio on videoitu ja tarkempi analyysi tuokioiden kulusta on tehty videomateriaalin avulla.

Kaisa

Tiistai 15.10.2010

Ensimmäinen opetuskerta. Tuokio aloitettiin tutustumalla ja muistelemalla salamaopetusta tuttujen salamapelitehtävien, vihkotehtävien ja kirjoitustehtävien avulla. Salamapelissä Kaisalla joutui hieman miettimään tehtäviä, mutta vihkotehtävät sujuivat hyvin. Kirjoitustehtävässä 3+2=5 Kaisa tarvitsi mallia avukseen.

Keskiviikko 6.10.2010

Tuokiossa jatkettiin kertausta ja tutustumista. Salamapelissä Kaisa Tekee itse kuviot viereensä. Osassa tehtävissä hän laskee palikat yksitellen mielessään, kuitenkaan käyttämättä sormia apunaan. Kaisa toivoi, että tehdään piirakkatehtäviä, jotka hän osasi hyvin. Seuraavan kerran täytyy miettiä tarkemmin, mitkä murtoluvun osat annan ympyröidenrakentamiseen.

Torstai 7.10.2010

Salamapelissä käytiin tehtävät 10+. Luvun 10 hahmottaminen kuviosta oli vaikeaa. Kaisa laskee palikat ja tarvitsee avukseen muodostamansa kuvion. Kaisa sai valita vihkotehtävien ja kirjoitustehtävän väliltä ja valitsi kirjoitustehtävät. Hän sai itse päättää minkä tehtävän kirjoittaa ja valitsi yhtälön 30+5. Kaisa osasi kirjoittaa yhtälön oikein ja ratkaista tehtävän itse.

Tiistai 12.10.2010

Salamapeli aloitettiin kertaamalla 10+ ja jatkettiin 9+. Salamapelitehtävät sujuivat paremmin, kun Kaisa ei rakentanut kuviota viereensä. Vihkotehtävät 10 sujuivat hyvin ja Kaisa osasi selittää miten ratkaisee tehtävät.

Keskiviikko 13.10.2010

Salamapelissä kerrattiin 9+ ja aloitettiin 8+. Vihkotehtävät 9+ onnistuivat melko hyvin.

Torstai 14.10.2010

Salamapelissä kerrattiin 8+ ja aloitettiin kertolaskut 2x. Kirjoitustehtävinä yhteenlaskuja.

Tiistai 26.10.2010

Ensimmäinen tuokio syysloman jälkeen. Salamapelissä 2x. Kaisa käyttää järjestystä hyväkseen tehtävien ratkaisemisessa, esim. 6x2=12, 7x2=6x2 +2. Vihkosta käytiin tehtävät 8+, joissa Kaisa myös hyödynsi järjestystä. Esimerkiksi 8+2=10, seuraavat +1, +2,… Sarakkeen 2 tehtävissä Kaisa katsoi, missä kohtaa tehtävä on toisessa sarakkeessa ja päätteli ratkaisun sen avulla. Vastauksen antaminen ei ratkaisutavasta huolimatta kestänyt kauaa.

Torstai 28.10

Salamapelillä kerrattiin 2x ja aloitettiin 3x. Tehtävät 2x Kaisa osasi hyvin. Tehtävässä 3x4 Kaisa käytti apuna palikoiden uudelleenjärjestelyä kuvion 10+2 avulla. Piirakkatehtävät ovat Kaisan suosiossa ja ne sujuvat erittäin hyvin. Kaisa huomasi, että rakensi kaksi samanlaista piirakkaa ja osasi nimetä osat. Erityisesti Kaisa nimesi suoraan kaksi kahdeksasosaa. Murtolukujen kirjoittaminen onnistui, kunhan muistutti ideaa. Opastuksen avulla osasi kirjoittaa 1/3 ja 1/8.

Tiistai 2.11.2010

Salamapelissä käytiin tehtävät 7+. Aluksi luvun 7 hahmottaminen oli vaikeaa.

Keskiviikko 3.11.2010

Kaisa oli normaalista poiketen levoton, eikä malttanut keskittyä tehtäviin normaaliin tapaan. Tänään 7+ onnistuivat salamapelillä, joten seuraavalla kerralla voidaan käydä tehtävät 6+. Luvun 6 kirjoittamiseen Kaisa tarvitsi mallia avukseen. Luvun 9 Kaisa osasi kirjoittaa ja kertoi itse, etteivät ole käyneet lukua 9 vielä koulussa.

Torstai 4.11.2010

Kaisa oli hyväntuulinen ja jaksoi keskittyä hyvin koko tuokion ajan. Tehtävät 6+ tuottivat hieman vaikeuksia salamapelillä, joten niitä tarvitsee vielä harjoitella. Vihkotehtävät 7+ Kaisa laski edelleen hyödyntäen järjestystä.

Tiistai 9.11.2010

Tehtävät 6+ tuntuivat vaikealta. Kaisa on väsynyt eikä jaksa keskittyä kunnolla. Ensimmäisen kerran Kaisa ei ollut kovin innokas tulemaan tuokioon. Vihkotehtävät 7+ sujuvat hyvin, mutta ei osaa kertoa, miten ratkaisee tehtävät.

Keskiviikko 10.11.2010

Tuokio oli tänään lyhyt. Salamapelitehtävät 3x2 ja 3x3 sujuvat hyvin, isommissa laskuissa virheitä. Vihkotehtävien 2x alkupään tehtävät Kaisa osaa ratkaista nopeasti, loppupään tehtävät Kaisa laskee seuraavasti: 2x7=13, 2x8=18.

Tiistai 16.11.2010

Tuokiossa käytiin salamapelitehtävät 3x järjestyksessä sekä epäjärjestyksessä. Vihkotehtävistä käytiin 2x.

Torstai 18.11.2010

Salamapelillä käytiin tehtävät 4x suuruusjärjestyksessä ja vihkotehtävistä 2x epäjärjestyksessä ja 3x järjestyksessä.

Tiistai 23.11.2010

Salamapelin kertolaskut käytiin yksivärisillä legoilla. Kertolasku 4x4 tuotti vaikeuksia. Vastauksen antamiseen Kaisa järjesti palikoita uudelleen. Vihkotehtävät 3x onnistuivat järjestyksessä ja epäjärjestyksessä. Salamapelin tavoin 3x4 tuotti vaikeutta.

Keskiviikko 24.11.2010

Salamapelillä kerrattiin 4x ja aloitettiin tehtävät 5x. Kertolasku 3x4 tuotti edelleen vaikeutta ja Kaisa muutti tehtävän yhteenlaskuksi 6+6. Myös salamapelitehtävät 5x sujuivat. Vihkosta aloitettiin tehtävät 4x suuruusjärjestyksessä.

Torstai 25.11.2010

Tuokio aloitettiin kertaamalla vihkotehtävät 4x. Nämä tehtävät tarvitsevat vielä harjoitusta, sillä Kaisan mukaan esimerkiksi 4x3=11. Lisäksi tuokiossa kerrattiin salamapelillä 6+. Tehtävät vaativat vielä palikoiden uudelleenjärjestelyä, eli ratkaisu ei ole vielä nopean ratkaisun vaiheen (vaihe 4) tasolla yhteenlaskuissa.

Tiistai 7.12.2010

Tänään aloitettiin murtolukujen harjoittelu. Kaisa tunnisti salamapelillä murtolukuja kahdesosista, kolmasosista ja neljäsosista. Vihkotehtävät aloitettiin murtolukujen lukuharjoituksilla. Tehtävässä 11/6 Kaisa aluksi ihmetteli, miten tuollainen murtoluku on mahdollinen. Vihkotehtävistä harjoiteltiin vielä murtolukujen yhteenlaskuja, jotka osoittautuvat melko vaikeiksi.

Keskiviikko 8.12.2010

Tänään jatkettiin murtolukujen lukemista vihkosta sekä harjoiteltiin murtolukujen yhteenlaskuja kuvien avulla.

Torstai 9.12.2010

Murtolukujen yhteenlaskut onnistuivat vihkosta hyvin. Koska tänään oli viimeinen tuokio ennen joulua, käytiin vihkosta koottu kertaus kaikista yhteenlaskutehtävistä.

Tiistai 18.1.2011

Tänään oli ensimmäinen tuokio joululoman jälkeen. Seuraava opettaja oli mukana tutustumassa Kaisaan ja tuokioihin. Kävimme salamapelillä murtolukuja. Nyt tehtävät olivat tietokoneelta ja kuvissa yhdistyi erikokoisia paloja. Tehtävät onnistuivat hyvin ja Kaisa selvästi pitää murtoluvuista. Hän osasi esimerkiksi muuntaa murtoluvun 2/4 muotoon 1/2.

Keskiviikko 19.1.2011

Tämän päivän salamapelin ratkaisut vastattiin kirjallisesti, sillä murtolukujen salamapelitehtävät ovat viimeisissä tuokioissa onnistuneet hyvin.

Torstai 20.1.2011

Viimeinen tuokio. Tänään käytiin kertauksena murtolukuja sekä yhteenlaskuja.

Timo

Tiistai 5.10.2010

Timon kanssa tuokiot aloitettiin kertaamalla ja muistelemalla jo opittuja asioita. Salamapeli muistui hyvin mieleen. Myös vihkotehtävät 2+ ja kirjoitustehtävät onnistuivat hyvin.

Keskiviikko 6.10.2010

Salamapelillä käytiin tehtävät 10+. Timo osasi ratkaista tehtävät nopeasti järjestelemättä palikoita tai rakentamatta kuviota eteensä. Piirakkatehtävissä osien nimet olivat aluksi unohduksissa. Timo vaikuttaa osaavalta ja rauhalliselta lapselta, joka osallistuu mielellään tuokioihin.

Torstai 7.10.2010

Salamapelillä kerrataan 10+ ja aloitetaan 9+. Timo valitsi vihko- ja kirjoitustehtävistä vihkotehtävät, joista käytiin 10+.

Tiistai 12.10.2010

Tuokion alussa kerrataan salamapelillä 9+ ja aloitetaan 8+. Kuvion 8 hahmottaminen vei hetken aikaa. Tuokion lopussa kirjoitettiin yhteenlaskuja, joista luvun 9 kirjoittaminen tarvitsi mallin.

Keskiviikko 13.10.2010

Salamapelissä aloitettiin kertolaskut 2x. Kuvien hahmottaminen vie aikaa. Vihkosta käytiin 9+. Timo osaa erityisesti vihkotehtävät.

Torstai 14.10.2010

Tuokio aloitettiin 2x salamapelillä suuruusjärjestyksessä. Vihkotehtävät 8+ sujuivat hienosti.

Tiistai 26.10.2010

Tuokio aloitettiin kertaamalla 2x salamapelillä. Laskut isommilla luvuilla tuottivat vaikeuksia ja Timo tarvitsi avukseen pienempiä laskuja. Piirakkatehtävissä Timo osasi muodostaa kokonaiset ympyrät, tunnisti osat ja osasi kirjoittaa ne paperille.

Torstai 28.10.2010

Salamapelillä kertolaskuja 3x sekä yhteenlaskuja 7+. Tämän päivän tuokio jäi lyhyeksi.

Tiistai 2.11.2010

Kirjoitustehtävässä Timo kirjoitti luvun 9 väärin päin. Mallin avulla luvun kirjoittaminen onnistui.

Keskiviikko 3.11.2010

Yhteenlaskut 6+ salamapelillä onnistuivat hyvin pienillä luvuilla. Vihkosta käytiin tehtävät 7+.

Tiistai 9.11.2010

Jatkettiin 6+ salamapelillä isommilla luvuilla. Tehtävät onnistuivat Timolta melko hyvin. Vihkotehtävissä 7+4 tuotti vaikeuksia.

Keskiviikko 10.11.2010

Salamapelissä harjoiteltiin 3x järjestyksessä ja epäjärjestyksessä. Vihkotehtävät 2x sujuivat myös sekä järjestyksessä että epäjärjestyksessä.

Torstai 11.11.2010

Timo vastasi kaikkiin salamapelin tehtäviin 4x oikein. Tehtävät käytiin järjestyksessä ja epäjärjestyksessä. Vihkotehtävät 3x onnistuivat tehtävään 3x5 asti. Tuokion lopuksi kävimme vihkosta 2x epäjärjestyksessä. Timo osasi ratkaista tehtävät nopeasti.

Torstai 18.11.2010

Tuokiosta ei ole päiväkirjamerkintää.

Tiistai 23.11.2010

Tänään aloitettiin salamapelillä 5x ja vihkotehtävissä 4x. Nämä sujuivat Timolta hyvin.

Keskiviikko 24.11.2010

Timo osasi ratkaista kertolaskutehtävät hienosti salamapelillä ja vihkotehtävissä.

Torstai 25.11.2010

Tuokiosta ei ole päiväkirjamerkintää.

Tiistai 7.12.2010

Tänään aloitettiin varsinaisten murtolukujen harjoittelu. Timo oli innostunut uudesta asiasta. Murtolukujen yhteenlaskut vihkotehtävissä tulivat liian aikaisin, palataan harjoittelemaan yhteenlaskuja kuvien avulla.

Keskiviikko 8.12.2010

Tuokiossa jatkettiin murtolukujen harjoittelua.

Keskiviikko 19.1.2010

Tänään oli ensimmäinen tuokio joululoman jälkeen. Tuokiota oli seuraamassa Timon seuraava opettaja, joten Timo oli hieman hiljainen. Tuokiossa jatkettiin loppuvuonna aloitettuja murtolukuja, jotka sujuivat hyvin.

Torstai 20.1.2010

Tänään oli Timon viimeinen tuokio. Tuokiossa kerrattiin murtolukuja ja yhteenlaskuja.

<u>Pekka</u>

Tiistai 5.10.2010

Pekan kanssa tuokiot käynnistyivät mukavasti. Pekka vaikutti erityisen innostuneelta ja osaavalta salamapelissä. Myös vihkotehtävät 2+ ja kirjoitustehtävät onnistuivat Pekalta.

Keskiviikko 6.10.2010

Salamapelitehtävät 10+ muistuivat hyvin Pekalle mieleen. Piirakkatehtävissä Pekka tunnisti hyvin eri osat ja osasi yhdistellä erikokoisia palasia.

Torstai 7.10.2010

Salamapelissä kerrattiin 10+ ja käytiin 9+. Lisäksi käytiin vihkotehtäviä 10+.

Tiistai 12.10

Salamapeli ei tänään oikein onnistunut, erityisesti luvun 15 hahmottaminen oli vaikeaa.

Keskiviikko 13.10

Pekan kanssa ei edetty vielä kertalaskuihin, vaan jatkettiin yhteenlaskuilla. Tämän päivän tuokiossa käytiin salamapelillä 9+ ja lopuksi 8+. Vihkosta käytiin tehtäviä 9+.

Torstai 14.10.2010

Tänään otettiin mukaan kertolaskut 2x.

Tiistai 26.10.2010

Kertolaskuissa Pekka tarvitsi pienempiä laskuja tuekseen, jotta osasi ratkaista tehtävät isommilla luvuilla. Murtolukujen kirjoittaminen onnistui pienellä muistutuksella.

Torstai 28.10.2010

Tänään tuokio jäi lyhyeksi. Ehdittiin käydä vain salamapelillä 3x.

Tiistai 2.11.2010

Pekka tunnisti salamapelillä kuvion luvusta 7 ja osasi muodostaa kuvioista yhteenlaskut ja antaa vastaukset. Lyös luvun 9 kirjoittaminen sujuu yhteenlaskuissa hyvin.

Keskiviikko 3.11.2010

Tuokiosta ei ole päiväkirjamerkintää.

Tiistai 9.11.2010

Vihkotehtävät 7+ epäjärjestyksessä vaativat aikaa.

Keskiviikko 10.11.2010

Vihkotehtävissä 2x Pekka ei keksinyt, että seuraava lasku on aina 2 edellistä isompi. Tehtävät eivät meinanneet onnistua. Tästä keskusteltiin yhdessä tuokion lopuksi.

Torstai 11.11.2010

Pekka muisti hienosti edellisessä tuokion keskustelut ja osasi ratkaista kaikki tehtävät 2x suuruusjärjestyksessä. Tehtävät epäjärjestyksessä onnistui vinkin ”luku otetaan aina kaksi kertaa” jälkeen. Ainoastaan tehtävä 2x8 oli vaikea.

Torstai 18.11.2010

Tänään jatkettiin vielä vihkosta 2x varmistaakseni, että Pekka osaa tehtävät.

Tiistai 23.11.2010

Salamapelitehtävät 4x ja 5x onnistuivat hyvin. Pekka osasi muodostaa kertolaskun ja antaa vastauksen ilman palikoiden uudelleenjärjestelyä. Vihkotehtävät 3x olivat hankalia. Pekka antoi seuraavat vastaukset: 3x1=6, 3x2=6, 3x3=8, 3x4=11. Salamapelissä siirryttiin takaisin 2x vihkotehtäviin, jotta Pekka sai tuokiosta onnistumisen kokemuksia. Nämä tehtävät Pekka osasi hyvin. Seuraavassa tuokiossa palataan 3x salamapeliin.

Keskiviikko 24.11.2010

Luvun 3 kertolaskut salamapelillä sujuvat hienosti. Pekka hahmottaa tehtävät selvästi paremmin visuaalisesti. Edelleen 3x vihkotehtävät ovat vaikeita.

Torstai 25.11.2010

Bazian neuvojen mukaan pidetään yhteenlaskut vielä vahvasti mukana tuokioissa. Tänään käytiin 6+ salamapelillä ja 7+ vihkosta. Pekka kertoo odottavansa joulua jo kovasti.

Tiistai 7.12.10

Tänään aloitetaan varsinaisia murtolukuja, joista Pekka selvästi pitää. Tuokioon kuului murtolukuja salamapelillä, murtolukujen lukemista vihkosta ja hieman tutustumista murtolukujen yhteenlaskuihin. Yhteenlaskutehtävät osoittautuivat vaikeiksi.

Keskiviikko 8.12.2010

Tänään jatkettiin murtolukujen yhteenlaskua vihkotehtävistä, joissa kuvat murtoluvuista ovat apuna. Nämä onnistuivat hienosti.

Keskiviikko 19.1.2011

Tänään oli Pekan ensimmäinen tuokio loman jälkeen ja hän kertoi, kuinka lomakuulumisia. Seuraava tuokioiden pitäjä oli tutustumassa Pekkaan ja opetukseen. Jatkoimme murtolukujen harjoittelua.

Torstai 20.1.2011

Viimeinen tuokio. Pekka ratkaisi murtolukutehtäviä mielenkiinnolla.

<u>Kalle</u>

Torstai 7.10.2010

Kalle on ainut lapsi päiväkodista, joka osallistuu opetustuokioihin. Ensimmäisessä tuokiossa hän jaksaa keskittyä tehtäviin.

Tiistai 12.10.2010

Kalle haluaisi itse päättää tuokioiden kulusta. Tänään hän ei suostunut ratkaisemaan salamapelitehtäviä, joten harjoittelimme vihkotehtäviä ja kirjoitimme.

Keskiviikko 13.10.2010

Salamapelissä Kalle tunnisti hyvin luvut 7, 8 ja 9. Vihkotehtäviä Kalle jaksoi käydä vain muutaman.

Tiistai 26.10.2010

Tänään saatiin paljon aikaiseksi, vaikka Kalle tuokio alussa totesi, että ”enää yksi tehtävä”. Salamapelissä saatiin käytyä tehtävät 10+. Tehtävät 9+ tuottivat vaikeutta, sillä Kalle ei rakenna kuviota tuekseen eikä osaa hyödyntää palikoiden uudelleenjärjestelyä. Piirakkatehtävissä Kalle ei osaa yhdistellä erikokoisia paloja samaan ympyrään.

Torstai 28.10.2010

Tuokio oli hieman levoton. Kallen äiti odotti viereisessä huoneessa ja Kalle pääsi lähtemään kotiin heti tuokion jälkeen. Tämä aiheutti levottomuutta tuokioon ja tuokio jäi lyhyeksi.

Keskiviikko 3.11.2010

Päiväkodin aikataulut elävät. Kalle oli ehtinyt jo lähteä ulos, joten hän joutui palaamaan sisälle tuokion ajaksi. Tästä huolimatta Kalle jaksoi keskittyä tuokiossa hyvin.

Tiistai 9.11.2010

Kalle innostui vihkotehtävistä. Ehdittiin jo lopettaa tuokio, kun hän huomasi vihkosta tehtävät 10+ (jotka olivat seuraavana vuorossa) ja halusi laskea niitä. Kalle osasi luetella kaikki vastaukset nopeasti, mutta ei osaa lukea tehtävää.

Keskiviikko 10.11.2010

Esikoululaiset olivat menossa juuri leipomaan, joten Kalle ei malttanut laskea. Ehdittiin käydä vain vihkosta 10+ ja 9+, joiden vastaukset Kalle osasi hyvin. Vieläkään Kalle ei lue tehtävää.

Tiistai 23.11.2010

Muita päiväkodin lapsia oli katsomassa tuokiota, joten Kalle jaksoi keskittyä koko tuokion ajan. Käytiin salamapelillä 8+, vihkosta 9+ ja piirakkatehtäviä.

Keskiviikko 24.11.2010

Tänään Kalle ei malttanut laskea, joten tuokio jäi lyhyeksi.

Tiistai 30.11.2010

Esikoululaisilla oli taas muuta puuhaa tuokion ajan, joten Kalle ei malttanut keskittyä. Juttelin Päiväkodin henkilökunnan kanssa uudelleen tuokioiden ajankohdista. Muutama tehtävä saatiin käytyä. Kalle osaisi laskea hyvin, jos malttaisi keskittyä tehtäviin kunnolla. Kallella on vaikeuksia lukujen tunnistamisessa, joten edelleen hän antaa vihkotehtävissä pelkän vastauksen.

Keskiviikko 1.12.2010

Jotta Kallen mielenkiinto pysyisi tuokioissa, tänään käytiin murtolukuja ja geometristen kappaleiden tunnistamista ja piirtämistä.

Tiistai 7.12.2010

Keskittymien on edelleen heikkoa.

Keskiviikko 8.12.2010

Yhteenlaskutehtävien lisäksi jatkettiin geometrisia kuvioita, joista Kalle piti.

Keskiviikko 19.1.2010

Tänään oli Kallen viimeinen tuokio. Seuraava opetustuokioiden opettaja oli seuraamassa ja tutustumassa Kalleen, joten hän jaksoi keskittyä hyvin. Kerrattiin vihkosta yhteenlaskuja ja rakennettiin piirakoita.

Eetu

Tiistai 16.10.2010

Ensimmäisessä tuokiossa jutusteltiin ja tutustuttiin salamaopetukseen. Eetua hieman jännitti uusi tilanne.

Torstai 18.10.2010

Tänään aloitettiin opetus varsinaisilla murtoluvuilla ja sekaluvuilla. Eetu osasi ratkaista kaikki tehtävät erittäin nopeasti, tehtävät olivat hänelle helppoja. Eetu oli tuokiossa erittäin reipas ja kertoi mielellään kuulumiset.

Tiistai 23.11.2010

Eetu pyrkii olemaan vastauksissaan nopea, mikä aiheuttaa muutamia huolimattomuusvirheitä. Hän keksii nopeasti tehtävien idean ja osaa kertoa, miten ratkaisee tehtävät. Kertolaskun yhdistäminen muunnoksiin sujuu luontevasti.

Keskiviikko 24.11.2010

Tuokiossa jatkettiin sekalukujen ja varsinaisten murtolukujen muunnoksia. Eetu hämmästyttää nopeudellaan ja taidoillaan.

Torstai 25.11.2010

Eetu oivalsi nopeasti muunnostehtävät, joten tänään siirryttiin piirrostehtäviin. Erityisesti tuokiossa hämmästytti se, että jos ½ pitää jakaa kuudesosiin, niin tämä puolikas ympyrä täytyy jakaa kolmeen osaan.

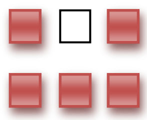
Tiistai 7.12.2010

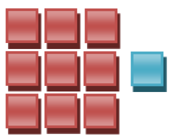
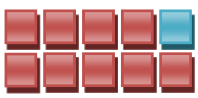
Tänään jatkettiin piirrostehtäviä, joista vuorossa oli 1/3 jakaminen kolmella jaollisiin osiin.

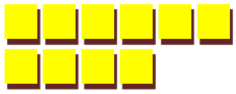
Keskiviikko 8.12.2010

Tänään Eetun piti kirjoittaa murtolukumerkinnöin yhtälö kuvista. Viimeisessä tehtävässä Eetu joutui hieman pohtimaan mitä tekisi.

LIITE 3. Powell et al. videoanalysointimenetelmän vaiheiden 1 – 5 mukaan tehty raportti yhden oppilaan tuokioista

TEHTÄVÄ	KUVAUS	KOMMENTIT	OPPIMIS-TASO
5.10.2010 (1) **Kesto 7:30**			
Salamapeli:			
Kuinka monta? (3)	Muodostaa kuvion palikoista ja vastaa 3.		A
Kuinka monta? (4)	Muodostaa kuvion palikoista ja vastaa 4.		A
Kuinka monta? (3+3)	Muodostaa kuvion palikoista.		A
Kuinka monta? (4+2)	Muodostaa kuvion palikoista ja vastaa 6.		A
Kuinka monta? (5)		Tunnistaa kuviot nopeasti	A
Kuinka monta? (5+1)	Muodostaa kuvion palikoista ja vastaa 6.		A
Kuinka monta? (4+3)	Rakentaa palikoista kuvion (5 punaista + 2 valkoista) Opettaja pyytää tarkistamaan värit. Katsottuaan uudelleen palikoita muuttaa kuvioksi 4+3.		A
Kuinka monta? (5+2)	Rakentaa kuvion 5+1. Uudelleen katsottuaan lisää valkoisen. Pyytäessä vastaa punaisia olevan 5, valkoisia 2 ja yhteensä palikoita olevan 7.	Kuviossa punaiset ja valkoiset ovat sekaisin.  Rakentaa palikoista kuvion, mutta kertoo palikoiden määrän vain pyydettäessä.	A
Vihkotehtävät: 2+		Lukee yhteenlaskun ja antaa vastauksen nopeasti.	C
Kirjoitustehtävä: Piirrä 3 + 2.		Tarvitsee apua numeron 2 piirtämiseen.	
TEHTÄVÄ	**KUVAUS**	**KOMMENTIT**	**OPPI-MISTASO**
6.10.2010 (2) **Kesto 7:30**			
Salamapeli:			
Kuinka monta? (7)			
Kuinka monta? (5+2)		Epävarma siitä, onko vastaus oikein.	

Kuinka monta? (7+1)	Rakentaa vastaavat kuviot eteensä. Antaa vastauksen vasta opettajan kysyessä.		A
Kuinka monta? (4+4)	Lapsi kertoo samalla kun rakentaa kuviota: ” siinä on neljä, ei kun siis kahdeksan. Neljä ja neljä”	Yhdistää tehtävän auton rekisteriin, joka on 448 ja kertoo, että se on helppo muistaa yhteenlaskun 4+4=8 avulla.	B
Kuinka monta? (8+1)	Muodostaa palikoista kuvion. Opettajan kysyessä antaa vastauksen 9. Rakentaa itse luvulle 9 toisen kuvion (3x3).	Laskee palikat yksitellen mielessään ennen vastauksen antoa. Ymmärtää luvulle 9 erilaisia muotoja.	A
Kuinka monta? (6+3)	Rakentaa kuvion.	Ei erittele eri värien lukumäärää ilman opettajan pyyntöä.	A
Piirakkatehtäviä: Rakenna kaksi kokonaista ympyrää.	Osaa rakentaa ympyrät ja nimetä osat ½, 1/6, ¼ tutkimalla kuinka monta samankokoista osaa mahtuu ympyrään. Osaa loogisesti nimetä osat, nimien oikeellisuutta harjoitellaan, esim 1/3 on ”yksi kolmesosa”. Nimesi kaksi vierekkäin olevaa ¼ suoraan 2/4:si.	Pitää piirakkatehtävistä. Ymmärsi nimen muodostuvan, siitä, kuinka monta palikkaa tarvitaan kokonaiseen ympyrään. tarvitsee välineitä nimeämiseen.	
TEHTÄVÄ	**KUVAUS**	**KOMMENTIT**	**OPPIMISTASO**
7.10.2010 (3) **Kesto 8:04**			
Salamapeli:			
Mikä yhteenlasku? (9+1) muodossa 	Sanoo vastauksen 10 samalla kun rakentaa kuviota. Opettajan pyynnöstä osaa kertoa palikoiden määrän värien mukaan.	Ei tarvitse palikoita vastauksen antamiseen, mutta tykkää rakentaa kuvion itse.	B
Mikä yhteenlasku? (9+1) muodossa 	Lapsi osaa kertoa, että palikat on vain järjestetty uudelleen.	Tunnistaa yhteenlaskulle 9+1 molemmat muodot.	C
Mikä yhteenlasku? (10+3)	Rakentaa yhteenlaskun 9+4 kiinnittäen huomiota vain punaisiin (3) palikoihin. Huolimattomuutta luvun 10 rakentamisessa. Palikoita aluksi 8		A

	10 sijaan. Muodostaa luvusta 10 kuvion  ja kertoo palikoita keltaisia palikoita olevan 11. Opettaja opastaa muuttamaan kuviota muotoon 5x2, jolloin lapsi laskee palikat yksitellen ja antaa oikean vastauksen. Lopuksi yhteenlasku 10 +3 sujuu hyvin.	Luvun 10 hahmottaminen vaikea.	
Mikä yhteenlasku? (10+5)	Lapsi kysyy varman oloisesti rakentaessa kuviota, että onko siinä 15.		B
Mikä yhteenlasku? (10+6)	Lapsi on rakentanut palikoistaan eläimen, joten opettaja pyytää antamaan vastauksen ilman kuvion rakentamista. Lapsi joutuu laskemaan palikat eläimestä yksitellen (10 kpl). Toisen värisiä palikoita lapsi ymmärtää olleen 6, joten antaa vastaukseksi 16. Opettajan kysyessä osaa kertoa palikoiden määrän värien mukaan.	Palikoista tuki vastauksen antamiseen. Epävarma ilman palikoita.	A
Mikä yhteenlasku? (10+7)	Luvun 7 hahmottaminen onnistuu hyvin ilman palikoiden järjestelyä. Rakentanut 10 palikasta edellisessä tehtävässä eläimen, joten sanoo vastaukseksi ” tämän verran” osoittaen eläintä. Laskee palikat yksitellen opettajan kuviosta. Yhteenlaskun vastauksen antaminen on helppoa.	Luvun 10 hahmottaminen edelleen vaikea. Ratkaisee tehtävän ilman kuvion rakentamista tai palikoiden uudelleenjärjestämistä. Luvun 10 laskee yksitellen opettajan kuviosta.	B/A
Kirjoitustehtävä: Kirjoita jokin valitsemasi laskutehtävä?	Valitsee kirjoitustehtävät vihkotehtävien sijaan. Valitsee tehtävät 5+30=35. Kirjoittaa numerot ja merkit oikein.		

TEHTÄVÄ	KUVAUS	KOMMENTIT	OPPI-MISTASO
12.10.2010 (4) **Kesto 7:15**			
Salamapeli:			
Mikä yhteenlasku? (10+2)	Lapsi katsoo kuviota kahteen kertaan ja vastaa ”onks se kaks-toista”	Ei rakenna kuviota eteensä.	B
Mikä yhteenlasku? (10+5)	Lapsi ei ole vastauksesta aivan varma ja antaa kaksi vaihtoehtoa 14 tai 15. Osaa kertoa palikoiden määrät värien mukaan.	Ei hahmota suoraan kuviota luvusta 15.	A/B
Mikä yhteenlasku? (10+4)	Oikea vastaus tulee heti.	Edelliset tehtävät tukevat ratkaisussa.	B
Mikä yhteenlasku? (9+1)	Oikea vastaus ja legopalikoiden määrä värien mukaan nopeasti.		C
Mikä yhteenlasku? (9+3)	Lapsi tunnistaa nopeasti kuvion luvusta 12.		C
Mikä yhteenlasku? (9+6)	Vastaus 15 nopeasti, mutta yh-teenlaskussa kesti hieman aikaa.	Muistaa kuvion 15 edellisistä tehtävistä	B/C
Mikä yhteenlasku? (9+5)		Lapsi laskee palikat yksitel-len. Tarvitsee avukseen pali-koiden uudelleenjärjeste-lyä(10+4)	A
Vihkotehtävät: 10+	Lapsi osaa lukea tehtävät ja antaa vastauksen suoraan. Opettaja kysyy osaako hän selit-tää, miten laskee tehtävän. Lapsi vastaa: ”katoku ku kymmene on helppo kato lisätä tollane nume-roku siinä on kolme nii kolme-toista”	Osaa kertoa, miten laskee tehtävät	C
TEHTÄVÄ	**KUVAUS**	**KOMMENTIT**	**OPPI-MISTASO**
13.10.2010 (5) **Kesto 6:03**		**Keskittyminen tuokiossa ei ollut parhain mahdollinen, sillä Kaisa piirsi samalla koulutyötään.**	
Salamapeli:			
Mikä yhteenlasku? (9+5)	Arvailee vastauksia 13, 11.	Yrittää laskea palikoita yksi-tellen. Tarvitsee avukseen palikoiden uudelleenjärjeste-lyä	A
Mikä yhteenlasku? (9+6)	Vastaa suoraan 15, mutta ei kerro itse yhteenlaskua.		B
Mikä yhteenlasku? (8+2)	”kahekasan, eiku toi kymmenen”. Katsottuaan kuviota uudelleen osaa kertoa palikoiden määrät värien mukaan.		B

Mikä yhteenlasku? (8+3)	Nopea vastaus 11. Pyydettäessä antaa yhteenlaskun.		B/C
Mikä yhteenlasku? (8+4)	Nopea vastaus 12. Ensin kertoo punaisia (4) olevan 3.		B
Mikä yhteenlasku? (8+6)	Nopea vastaus 15. katsottuaan uudelleen kuviota, osaa korjata vastauksen 14.	Edelleen luvun 14 hahmottaminen vaikea. Vastaukseen 14 laskee yksitellen ainakin osaa palikoista.	A/B
Mikä yhteenlasku? (8+5)	Nopea vastaus 13. Pyydettäessä kertoo nopeasti määrän värien mukaan.		C
Vihkotehtävät: 9+	Lapsi ratkaise tehtävät yhtä nopeasti suuruusjärjestyksessä ja epäjärjestyksessä.	Ei osaa kertoa, miten ratkaisee tehtävät.	C
TEHTÄVÄ	**KUVAUS**	**KOMMENTIT**	**OPPIMISTASO**
14.10.2010 (6) **Kesto 8:11**			
Salamapeli:			
Mikä yhteenlasku? (8+4)	Lapsi vastaa heti katsottuaan palikoita ”kaksitoista”. Yhteenlaskuun lapsi tarvitsee toisen katsomiskerran.		B
Mikä yhteenlasku? (8+6)	Katsottuaan kuviota lapsi vastaa ”oiskohan sen neljätoista”. Yhteenlaskuun lapsi tarvitsee palikoiden uudelleenjärjestelyä.		B /A
Mikä yhteenlasku? (8+7)	lapsi katsoo kuviota ja sanoo ”olikohan viisitoista” Yhteenlaskun antamiseen lapsi laskee palikat.		B/A
Mikä kertolasku? (2x2)	Lapsi kertoo laskun ja vastauksen.	Kuviot kertolaskuissa muodostettiin eri väreillä.	C
Mikä kertolasku? (2x3)	Lapsi kertoo laskun ja vastauksen.		C
Mikä kertolasku? (2x4)	Lapsi kertoo laskun ja vastauksen.		C
Mikä kertolasku? (2x5)	Lapsi kertoo laskun ja vastauksen.		C
Kirjoittaminen: 8+6 10+3	Lapsi osaa kirjoittaa numerot ja merkit oikein. Vastauksen lapsi kirjoittaa ensin 41. Tehtävän ratkaisu vaikea.	Numerot oikein Laskun ratkaiseminen vaatii palikoita avukseen.	B (kirjoittaminen) A (symbolinen taso) B

TEHTÄVÄ	KUVAUS	KOMMENTIT	OPPI-MISTASO
26.10.2010 (7) **Kesto 5:25**		**Loman jälkeen ensimmäinen tuokio. Lapsi oli pirteä ja jaksoi keskittyä hyvin koko tuokion ajan.**	
salamapeli:			
Mikä kertolasku? (2x2)			C
Mikä kertolasku? (2x4)			C
Mikä kertolasku? (2x6)			C
Mikä kertolasku? (2x7)			C
Mikä kertolasku? (2x8)			C
Mikä kertolasku? (2x10)		Lapsi osasi tehtävät sujuvasti. Hän antoi heti katsottuaan kuviota kertolaskun ja vastauksen.	C
Vihkotehtävät: 8+	Lapsi osasi tehtävät sekä järjestyksessä että epäjärjestyksessä. Opettaja kysyi, miten lapsi ratkaisee tehtävät epäjärjestyksessä, jolloin hän vastaa muistavansa tehtävän sarakkeesta 1. Sarakkeen 1 tehtävissä lapsi kertoo käyttävän hyväkseen säännöllisyyttä.		C
TEHTÄVÄ	**KUVAUS**	**KOMMENTIT**	**OPPI-MISTASO**
28.10.2010 (8) **Kesto 7:34**			
salamapeli:			
Mikä kertolasku? (2x6)	Lapsi katsoo palikoita ja vastaa suoraan 2 · 6 on 12	Lapsi osaa sanoa kertolasku ja vastauksen suoraan	C
Mikä kertolasku? (2x8)	Opettajan näytettyä palikat, lapsi vastaa kertolaskun 2 · 8 suoraan, mutta vastauksen 18 antoa miettii hetken.		B
Mikä kertolasku? (2x10)	Vilkaistuaan palikoita, lapsi vastaa heti 2 · 10 on 20.		C
Mikä kertolasku? (3x3)	Vilkaistuaan palikoita, lapsi vastaa 3 · 3 on 9.		C
Mikä kertolasku? (3x2)	Lapsi vastaa suoraan 3 · 2 on 6.		C
Mikä kertolasku? (3x4)	Lapsi antaa kertolaskun 3· 4. Lapsi laskee mielessään palikoita	Lapsi on vastauksesta epä-	A

	ja antaa vastauksen 14. Katsottuaan palikoita uudelleen lapsi antaa luvun 15. Opettaja pyytää lasta järjestämään palikat uudelleen. Lapsi laskee palikoista ensin 10, lisää loput kaksi ja antaa vastaukseksi 12.	varma. Uusi vastaus, luku 15, on arvaus Lapsi laskee palikat, ei osaa hyödyntää palikoiden uudelleenjärjestämistä.	
Piirakkatehtävä: Muodosta paloista kaksi kokonaista piirakkaa. Minkälaisia osia piirakoissa on?	Ensimmäinen piirakka 1/3 + ¼ + 1/6 + 2/8 Toinen piirakka on samanlainen. Opettaja kysyy, huomaako lapsi piirakoissa mitään erityistä. Lapsi osaa vastata, että piirakat ovat samanlaisia Yhdistelemällä samankokoisia paloja lapsi osaa nimetä kaikki palat. Erityisesti lapsi osaa antaa suoraan osan 2/8.	Nimeäminen vaatii samankokoisten palojen yhdistämistä toisiin.	
Kirjoittaminen: Kirjoita jokin valitsemasi murtoluku.	Opettajan neuvon mukaisesti lapsi osaa kirjoittaa murtoluvun oikein. Lapsi valitsi murtoluvun 1/3. Opettajan pyynnöstä lapsi kirjoitti vielä murtoluvun 1/8	Murtolukujen kirjoittaminen vielä uutta asiaa, joten lapsi on epävarma tekemisestään.	
TEHTÄVÄ	**KUVAUS**	**KOMMENTIT**	**OPPIMISTASO**
2.11.2010 (9) **Kesto 8:38**		**Lapsi tekee tuokion aikana koulutehtävää, mikä vie keskittymistä tehtävistä.** **Aikaisemmissa tuokioissa lapsi on muistanut kuvioita edellisistä tehtävistä, mutta tänään aikaisemman tehtävät eivät tue seuraavia huonon keskittymisen vuoksi.**	**Keskittyminen vaikuttaa osaamisen tasoon paljon**
salamapeli:			
Mikä yhteenlasku? (7+1)	Katsottuaan kuviota lapsi vastaa ”neljä plus kolme” tarkoittaen sitä, että yhdellä rivillä olisi neljä palikkaa ja toisella kolme. Opettaja neuvoo lasta muodosta-	Lapsi sanoo ensimmäisen kerran kuvion yhteenlaskumuodossa ennen vastauksen antamista. Sekoittaa kertolaskun idean yhteenlaskuihin.	A

	maan yhteenlaskun värien mukaan, jolloin lapsi laskee palikat yksitellen ja pyytää, että saa antaa yhteenlaskun muodossa 4+4.	Luvun 7 hahmottaminen vaikeaa.	
Mikä yhteenlasku? (7+2)	Opettaja pyytää katsomaan kuviota värien mukaan ja lapsi vastaa ”nyt siinä on kuus keltasta ja kaks punasta”. Opettaja pyytää katsomaan uudelleen keltaisten palikoiden (7) määrää, jolloin lapsi laskee palikat ja vastaa 7.	Luvun 7 hahmottaminen vaikeaa. Lapsi laskee palikat yksitellen	A
Mikä yhteenlasku? (7+3)	Lapsi tunnistaa summaksi 10, mutta ei tunnista lukua 7, vaan sanoo keltaisia palikoita olevan 6. Opettaja ja oppilas tutkivat ennen seuraavaa tehtävää luvun 7 kuvota.	Luvun 7 hahmottaminen vaikeaa. Laskee palikat yksitellen.	A
Mikä yhteenlasku? (7+4)	Lapsi katsoo kuviota ja vastaa” oisko ykstoista”. Laspi kertoo keltaisia palikoita (7) olevan 8.		A
Mikä yhteenlasku? (7+6)	Lapsi ei malta katsoa tehtävää, vaan juttelee ja tekee omia tehtäviään. Katsottuaan kuviota lapsi vastaa ”kuus ja seitsemän”. Vastauksen 13 antaminen kestää hetken.		B
Mikä yhteenlasku? (7+7)	Lapsi katsoo kuviota kahteen kertaan ennen kuin vastaa ”oisko seitsemäntoista”. Katsottuaan kuviota kolmannen kerran korjaa itse summan olevan 14. Yhteenlaskun antaminen tarvitsee kuvion katsomista.	Laskee palikoita yksitellen mielessään. Laskee palikat yksitellen mielessään.	A
Mikä yhteenlasku? (7+8)	Lapsi katsoo kvuiota ja vastaa ”oisko viistoista”. Nyt laspi muistaa keltaisia olevan 7, mutta katsottuaan uudelleen kuviota kertoo punaisia olevan 10.	Arvailee vastuksia. Ei malta keskittyä.	A

	Opettaja pyytää järjestämään punaiset palikat uudelleen, jolloin lapsi laskee palikat yksitellen. Opettaja ja lapsi järjestävät palikat uudelleen muotoon 2x4.	Ei osaa hyödyntää palikoiden uudelleenjärjestelyä.	
Kirjoittaminen: 9+1 9+3	Lapsi ei ole varma onko kirjoittanut luvun 9 oikeinpäin. Luvun 10 lapsi kirjoittaa 01.	Summa ja yhtäsuuruusmerkki onnistuvat itsenäisesti. Kaksinumeroisissa luvuissa järjestys epävarma.	B
TEHTÄVÄ	**KUVAUS**	**KOMMENTIT**	**OPPI-MISTASO**
3.11.2010 (10) **Kesto 6:27**		**Keskittyminen heti tuokion alusta hyvä.**	
Salamapeli:			
Mikä yhteenlasku? (7+1)	Lapsi katsoo kuviota ja vastaa ”kymmenen”. Opettaja järjestelee palikoita pienempiin osiin.	Lapsi arvaa vastauksen. Luvun 7 hahmottaminen vielä vaikea.	A
Mikä yhteenlasku? (7+3)	Lapsi vastaa ”kymmenen”. Opettajan kysyessä palikoiden määrää värien mukaan, lapsi vastaa punaisia olevan 7 ja keltaisia 4. Katsottuaan kuviota uudelleen lapsi korjaa vastaukseksi 3.		A
Mikä yhteenlasku? (7+5)	Lapsi katsoo kuviota ja vastaa välittömästi 12. Lapsi osaa kertoa palikoiden määrän värien mukaan.		C
Mikä yhteenlasku? (7+6)	Katsottuaan kuviota laski vastaa palikoita olevan 13. Määristä lapsi sanoo punaisia olevan ”viis, eikun seitsemän” ja keltaisista ” oisko kuus tai viis…kuus”.		B
Mikä yhteenlasku? (7+7)	Lapsi katsoo kuviota ja vastaa välittömästi 14. Opettajan kysyessä mikä yhteenlasku on kyseessä, lapsi vastaa 10+4. Opettaja sanoo vastauksen olevan oikein ja pyytää yhteenlaskua värien mukaan, jolloin lapasi vastaa 7+7.	Lapsi antaa vastaukset nopeasti. Vastaus yhteenlaskumuodossa.	C
Mikä yhteenlasku? (7+8)	Lapsi vastaa suoraan 15. Opettaja kysyy yhteenlaskua, johon lapsi vastaa ” seitsemän	 Aikaa yhteenlaskun antamiseen menee hetki	B

	plus….kahdeksan”	Vastaus yhteenlaskumuodossa.	
Kirjoittaminen: 9+4 9+6	Opettaja kysyy miten lapsi osasi laskea tehtävät, johon hän vastaa ”yheksän plus kolme on kakstoista ja siihen lisätään kolme nii se on viistoista”	Osaa kertoa miten ratkaisee tehtävän.	C (kirjoittaminen) B (laskeminen)
TEHTÄVÄ	**KUVAUS**	**KOMMENTIT**	**OPPIMISTASO**
4.11.2010 (11) **Kesto 6:00**		**Lapsi keskittyi tuokion ajan hyvin tehtäviin. Erityisesti tehtävän vastauksen antaminen yhteenlaskumuodossa onnistui hyvin.**	
Salamapeli:			
Mikä yhteenlasku? (6+1)	Lapsi katsoo palikoita ja vastaa ”neljä plus kaks, ei kun viis plus kaks”. Opettaja sanoo vastauksen olevan oikein ja pyytää vielä yhteenlaskua värien mukaan. Katsottuaan palikoita uudelleen lapsi vastaa ”kuus plus yks”.		B
Mikä yhteenlasku? (6+2)	Laski sanoo vahingossa ”kuus plus kaheksan” tarkoittaen kuitenkin 6+2=8.		B/C
Mikä yhteenlasku? (6+3)	Lapsi katsoo kuviota ja vastaa 9. Opettaja kysyy yhteenlaskua, jolloin lapsi haluaa katsoa kuviota uudelleen, ennen kuin antaa vastauksen	Summan antaminen nopea, mutta yhteenlaskun muodostaminen kestää. Ei laske palikoita yksitellen, vaan katsoo kuviota.	B
Mikä yhteenlasku? (6+4)	Lapsi vastaa palikoita olevan yhteensä 20. Opettaja pyytää katsomaan kuviota uudelleen, jolloin lapsi alkaa laskea palikoita yksitellen ja sanoo ”siis kymmenen”. Yhteenlaskun muodostaminen vie aikaa.		B/A
Mikä yhteenlasku? (6+5)	”yksitoista”. Katsottuaan uudelleen kuviota	Lapsi katsoo ensimmäisellä kerralla summan ja tarvitsee toisen katselukerran jotta osaa muodostaa yhteenlaskun.	B
Mikä yhteenlasku? (6+6)	”kaksitoista”. Opettajan kysyessä yhteenlaskua lapsi vastaa ”kuus plus … kuus”		B

Mikä yhteenlasku? (6+7)	”kolmetoista”. Opettajan kysyessä yhteenlaskua lapsi vastaa melkein heti 6+7.		B/C
Vihkotehtävät: 7+	Lapsi antoi tehtävään 7+1 vastauksen 6 ja korjasi itse, että sehän olisi pitänyt olla miinus, jotta tulisi 6. Opettajan kysyessä miten lapsi laskee sarakkeen 2 tehtävät, lapsi kertoo vertaavansa tehtäviä sarakkeeseen 1.		C
TEHTÄVÄ	**KUVAUS**	**KOMMENTIT**	**OPPI-MISTASO**
9.11.2010 (12) **Kesto 6:46**		**Lapsi oli väsynyt, eikä malttanut keskittyä tuokion tehtäviin.**	
Salamapeli:			
Mikä yhteenlasku? (6+2)	Lapsi antaa vastauksen rivien mukaan eikä palikoiden värien. Opettaja huolimattomasti sanoo oikeaksi lapsen vastauksen 7.		
Mikä yhteenlasku? (6+3)	Opettaja ja oppilas yhdessä pohtivat edellistä tehtävää. Yhteenlaskun ja vastauksen muodostaminen vaatii palikoiden uudelleenjärjestelyä.		
Mikä yhteenlasku? (6+4)	Lapsi katsoo kuviota ja vastaa 10. Yhteenlaskun helpottamiseksi opettaja kertoo keltaisia olevan yhtä paljon kuin edellisessä tehtävässä, jolloin lapsi kertoa niitä olevan 6. Punaisten palikoiden määrän lapsi tunnisti.		B
Mikä yhteenlasku? (6+5)	Lapsi katsoo kuviota ja vastaa ”onko 10 tai 11?” Lapsi valitsee niistä vastaukseksi 11. Yhteenlaskun helpottamiseksi opettaja kertoo keltaisia olevan 6. Punaisten määrän selvittämiseksi lapsi järjestelee palikat uudelleen kuvioon 4+1.		A
Mikä yhteenlasku? (6+1)	Opettaja näyttää kuviota, mutta lapsi ei huomaa rakentaessaan legoja. Opettaja odottaa, kunnes lapsi on valmis. Lapsi tunnistaa yhteenlaskun ja vastauksen.		B

vihkotehtävät: 7+	Vihkotehtävät 7+ onnistuvat hyvin. Ainoastaan tehtävään 7+7 lapsi antaa vastauksen 13.	Lapsi ei osaa kertoa, kuinka ratkaisee tehtävät.	C
TEHTÄVÄ	**KUVAUS**	**KOMMENTIT**	**OPPI-MISTASO**
10.11.2010 (13) Kesto 5:13		**Lapsi kertoo tuokiossa pitkään kuulumisia.**	
Salamapeli:			
Mikä kertolasku? (3x2)	Opettaja kertoo malliksi, miten kertolasku muodostetaan kuvios-ta. Lapsi kertoo vastauksen.		
Mikä kertolasku? (3x3)	Lapsi katsoo kuviota ja vastaa ” kaksi kertaa, eikun kolme kertaa kolme on yheksän”.		C
Mikä kertolasku? (3x4)	Lapsi katsoo kuviota ja vastaa ”kolme kertaa neljä on … onko se 13?” Opettaja pyytää katsomaan ku-viota ja lapsi korjaa heti vastauk-seksi 12.		B
Mikä kertolasku? (3x5)	Lapsi pyytää saada katsoa kuvio-ta uudelleen ja vastaa ”kolme kertaa neljä”. Opettaja pyytää lasta katsomaan vielä värejä ja osaa antaa oikean kertolaskun. Vastaukseksi lapsi antaa 25, mutta korjaa sen itse 15.		A/B
Vihkotehtävät: 2x	Opettaja lukee malliksi ensim-mäisen kertolaskun. Lapsi osaa tehtävät hyvin 2x6 asti. Tehtävään 2x7 lapsi antaa vasta-uksen 13. Opettaja neuvoo edel-listen tehtävien avulla, miten vastaus saadaan ja kertoo vastuk-sen. Tehtävään 2x8 lapsi antaa vasta-uksen 18. Opettaja kertoo oikean vastauksen.	Kerolaskujen vihkotehtävät ensimmäistä kertaa.	C (2x6 asti) A
TEHTÄVÄ	**KUVAUS**	**KOMMENTIT**	**OPPI-MISTASO**
16.11.2010 (14) Kesto 7:25			
Salamapeli:			
Mikä kertolasku?	Lapsi katsoo palikoita ja vastaa	Lapsi osaa sanoa kertolasku	C

(3x3)	suoraan 3 · 3 on 9.	ja vastauksen suoraan.	
Mikä kertolasku? (3x4)	Opettajan näytettyä palikat, lapsi vastaa kertolaskun 3 · 4 suoraan, mutta vastausta miettii hetken ja sanoo 14. Katsottuaan palikoita uudelleen, lapsi edelleen miettii vastausta. Opettajan järjestettyä palikat uudelleen (3 · 3 = 9 + 3), lapsi osaa kertoa vastauksen. Tehtävän jälkeen lapsi itse sanoo, että sehän oli sama kuin 6 ja 6.	3 ·4 tuottaa edelleen vaikeuksia. Oikea vastaus vaati palikoiden uudelleenjärjestämistä.	A
Mikä kertolasku? (3x5)	Vilkaistuaan palikoita, lapsi vastaa suoraan 3 · 5 on 15.		C
Mikä kertolasku? (3x2)	Vilkaistuaan palikoita, lapsi vastaa 3 · 2 on 6.		C
Mikä kertolasku? (3x4)	Lapsi vastaa suoraan 3 · 4 ja jää miettimään vastausta. Opettaja näyttää kuviota uudelleen ja kehottaa jakamaan mielessään palikat uudelleen. Lapsi sanoo heti vastaukseksi 12.		B
Mikä kertolasku? (3x3)	Lapsi antaa suoraan vastauksen 9		C
Mikä kertolasku? (3x5)	Lapsi vastaa 12. Opettaja näyttää kuviota uudelleen ja pyytää oppilasta kertomaan, mikä kertolasku on Lapsi antaa suoraan vastauksen 15.	lapsi antaa oikean vastauksen varmasti katsottuaan kuviota uudelleen.	B/A
Vihkotehtävät: 2x	Alkupää vihkotehtävistä onnistuu hyvin. Kohdassa 2 · 8 lapsi vastaa ensiksi 17 ja korjaa heti vastaukseksi 15. Opettaja kertoo oikean vastauksen. Seuraavaksi kohdassa 2 · 9 lapsi antaa vastaukseksi jotain 20. Opettaja kertoo vastauksen Laskuun 2 · 10 lapsi antaa vastauksen 20. Opettajan kysyy onko laskuissa jotain säännöllisyyttä. lapsi osaa		C A A C

	kertoa että se menee aina kahden yli. Sarakkeessa 2 lasku 2 · 8 tuottaa edelleen vaikeuksia, mutta osaa antaa vastauksen katsottuaan laskua sarakkeesta 1. Sarakkeessa 2 lasku 2 · 9 onnistuu suoraan.		
TEHTÄVÄ	**KUVAUS**	**KOMMENTIT**	**OPPI-MISTASO**
18.11.2010 (15) **Kesto 8:07**		**Lapsi on hieman kipeänä.**	
Salamapeli:			
Mikä kertolasku? (4x2)	Nyt palikat ovat samanvärisiä. Opettaja selittää esimerkein kuinka lasku lasketaan.		
Mikä kertolasku? (4x3)	Opettajan näytettyä palikat, lapsi vastaa 3 · 4. Vastausta lapsi miettii hetken ja antaa luvun 14. Opettaja kertoo oikean vastauksen.		A
Mikä kertolasku? (4x3)	Lapsi antaa heti oikean kertolaskun 4 · 4. Vastaukseksi hän antaa 14. Opettaja sanoo, ettei vastaus ole 14 ja Lapsi osaa itse korjata vastaukseksi 16.		A
Mikä kertolasku? (4x5)	Vilkaistuaan palikoita, lapsi vastaa heti 5 · 4. Mietittyään hetken lapsi vastaa 20.	Kertolaskun muodostaminen helppoa, vastaus vaatii miettimistä.	B
Vihkotehtävät: 2x 3x	Tehtävässä 2 · 8 lapsi antaa aluksi vastauksen 17, mutta korjaa itse vastaukseksi 16. Laskussa 2 · 9 lapsi mietti pitkään ja vastasi 25. Opettaja kertoi oikean vastauksen. Tehtävässä 3 · 4 lapsi käyttää sormia apuna laskussa. Opettaja neuvoo laskun olevan 4 + 4 + 4 ja lapsi osaa vastata heti 12. Tehtävään 3 · 6 lapsi vastaa 14. Opettaja kertoo oikean vastauksen.		B A A A