

TERO ORAVASAARI

---

Kvasidegeneroituneiden steriilien  
neutriinon havaitseminen

---



JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO  
FYSIKAN LAITOS

Pro gradu -tutkielma  
6. maaliskuuta 2013

Ohjannut  
Prof. Jukka Maalampi



---

# ESIPUHE

---

Opiskeluni neutriinon parissa aloitin kesällä 2011 saatuani prof. Jukka Maalamelta steriilejä neutriinoja koskevan aiheen erikoistyölleni. Tehtävään liittyi useita haasteita. Ensinnäkin neutriinot – puhumattakaan steriileistä neutriinoista – oli melko tuntematonta aluetta. Neutriinofysiikan kurssuja järjestetään harvakseltaan ja edellinen oli ikäväkseni järjestetty kuluneella lukuvuodella. Erikoistyön alku kului siten yrittäessäni ymmärtää neutriinon oskillaatioita ja steriilejä neutriinoja – samalla Maalammen oikoessa väriä käsityksiäni.

Erikoistyössä tehtäväni oli simuloida steriilejä neutriinoja ja kuvata niiden vaikutukset neutriinonovoihin ns. kolmiokuvaajilla. Helpottaakseni eri parametrien ymmärtämistä tein simulaatio-ohjelmalle graafisen käyttöliittymän *javalla*. Ohjelmaa en tosin saanut viimeisteltyä, mutta se osoittautui varsin hyödylliseksi keskeneräisenäkin: minkä tahansa parametrin muutos näkyi välittömästi ohjelman piirtämässä kuvassa. Seuraavaksi kuvat vain piti siirtää tekstin sekaan...

Huomasin kolmiokuvaajia piirtävien ohjelmien sisältävän merkittäviä rajoituksia joko pisteiden määrälle, kuvan suurennoksille, tai joillekin muille asioille. Kolmiokuvaajien kovien vaatimusten takia päädyin *Latexin Tikz*-pakettiin, jossa kuvat käytännössä tehdään kokonaan itse. Kuvaongelmaan tulin käyttäneeksi ohjelmien etsimisen ja oppetelemisen kautta lopulta suurimman osan erikoistyöhön käytetystä ajasta. Vastapainona opettelemiseen käytetylle ajalle Tikz-paketti mahdollisti kolmiokuvaajien lisäksi kaikenlaisten muidenkin kuvien piirtelyn ja olen sillä tehnyt yliopiston logon pois-lukien kaikki tässä työssä esiintyvät kuvat.

Ehkä suurimman haasteen on saanut aikaan huhtikuussa 2011 syntynyt esikoistyttömmme Mila. Vuoden 2012 alussa lopetettuani osa-aikatyöni ja vaimoni palatessa omaan työhönsä siirryin hoitamaan Milaa kokopäiväisesti. Tyttömmme oppiessa konttaamaan ja lopulta kävelemään oli selvää, että erikoistyölle jäi yhä vähemmän aikaa, sillä arkiset askareet siivoamisineen, pyykkeineen ja ruoanlaittoineen veivät kaiken ajan aamuyhdeksästä iltakymmeneen. Käytännössä opiskeluun jäi vain iltakymmenen jälkeinen aika ja vaimoni vapaapäivät. Monesti huomasinkin vielä kahden aikaan yöllä viimeisteleväni jotain tekstinpätkää ja seuraavana aamuna hoitavani päivän askareet puoliuudessa.

Erikoistyö valmistui viimein elokuun lopussa, minkä jälkeen aloitin välittömästi gradun tekemisen. Koska aihe oli sama kuin erikoistyössä – tuloksia laajennettaisiin  $3\sigma$ -luottamusvälille ja mukaan otettaisiin eri havaintosuureita kolmiokuvaajien lisäksi – tehtävän alkuunpääseminen oli paljon helpompaa kuin aikaisemmin. Erityisesti se, että olin viimeinkin ymmärtänyt, mikä oli erikoistyön aihe, auttoi syventymään alan tutkimuksiin. Erikoistyön aikanahan en siis tiennyt, mitä teen, vaan ymmärsin työn idean vasta sen valmistumisen jälkeen. Ihan totta.

Gradussa pystyin hyödyntämään myös paljon aikaisemmista haasteista korjattua satoa, kuten java-ohjelmaa ja Tikz-pakettia. Nämä osaltaan nopeuttivat työn tekemistä. ”Ylimääräisen” ajan vastapainoksi päätin perehtyä erikoistyössä epäselväksi jääneisiin asioihin, kuten aktiivisiin galaksiytimiin, neutriino-observatorioihin ja kvasidegeneroituneiden neutriinon malliin ja sen sellaisiin. Gradun olen kirjoittanut – vaikkakin itsekkäästi sanoen – ennen kaikkea itselleni. Olen tähän tiivistänyt kaikki neutriinoista oppimani asiat sellaiseen muotoon, josta pystyn helposti ne tarvittaessa uudestaan opiskelemaan. Itseäni ilahduttaa suuresti, jos joku muukin tätä työtä lukemalla oppii uusia asioita steriileistä neutriinoista ja niiden havaitsemisesta.

Haluan lopuksi vielä kiittää kaikkia tämän tutkielman valmistumiseen suorasti tai epäsuorasti vaikuttaneita henkilöitä:

Prof. Jukka Maalampea harvoista mutta antoisista keskusteluista ja siitä, että olet antanut minulle vapaat kädet gradun tekemiseen.

Kaikkia opiskelu- ja työkavereitani ja heidän perheitään. Vaikka ette ole suoraan auttaneet gradun kirjoittamisessa, olette auttaneet jaksamaan useista eri opiskeluajan haasteista.

Vanhempiani ja sisariani ja heidän perheitään, sekä kaikkia sukulaisia ja vaimoni sukulaisia. Yrityksenne – joskin epäonniset – ymmärtää tutkielmani aiheita ovat auttaneet myös minua ymmärtämään omaa tutkielmaani.

Tytärtämme Milaa, tulevia ja tulematta jääneitä lapsiamme. Olette opettaneet, mikä elämässä on tärkeää.

Ja erityisesti vaimoani, Heidiä. Olet ollut vankkumaton tuki sekä hyvinä että huonoina aikoina. Tämä tutkielma ei olisi valmistunut ilman sinun apuasi.

Tero Oravasaari  
Jyväskylässä 6. maaliskuuta 2013

## PRO GRADU -TUTKIELMA

<b>Kirjoittanut</b>	Tero Oravasaari tero.k.oravasaari( at )student.jyu.fi
<b>Otsikko</b>	Kvasidegeneroituneiden steriilien neutriinon havaitseminen
<b>Päiväys</b>	6. maaliskuuta 2013
<b>Laitos</b>	Jyväskylän yliopisto Fysiikan laitos
<b>Ohjannut</b>	Prof. Jukka Maalampi
<b>Tarkastanut</b>	Prof. Jouni Suhonen

### Tiivistelmä

---

Tutkimme steriilien neutriinon mallia, jossa kolme aktiivista neutriinon  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  ja  $\nu_\tau$  ovat kukin aktiivisen ja steriilin neutriinon kvasidegeneroituneita tiloja. Oskillaatio näiden tilojen välillä saa aikaan sekoittumisen aktiivisten ja steriilien neutriinon välillä. Kvasidegeneroituneiden tilojen ominaisuudet ovat hyvin lähellä toisiaan neliömassaeron ollessa  $\delta m^2 \lesssim 10^{-12} \text{ eV}^2$ . Näin pientä neliömassaeroa voitaisiin tutkia kuumakilometriluokan observatorioilla AGN- ja GRB-neutriinon avulla.

Tarkastelemme tässä työssä mallin eri parametrien ja alkuvoimien vaikutusta neutriinovoihin yhden, kahden ja kolmen steriilin neutriinon tapauksissa. Neutriino-observatorioissa helpoiten havaittavalla myöskin neutriinon suhteellisella voimalla ( $F_\mu$ ) steriilien neutriinon havaitseminen ei ole todennäköistä, sillä vaikutukset jäävät pieniksi tai lähes olemattomiksi. Muilla havaintosuureilla, kuten  $F_e/F_\tau$ , steriilit neutriinot voitaisiin havaita, mutta tilojen välisten sekoituskulmien ja neliömassaerojen selvittäminen ei ole helppoa.

---

## MASTER OF SCIENCE THESIS

**Author** Tero Oravasaari  
tero.k.oravasaari( at )student.jyu.fi

**Title** Observing quasi-degenerate sterile neutrinos

**Date** 6<sup>th</sup> March 2013

**Institution** University of Jyväskylä  
Department of Physics

**Supervisor** Prof. Jukka Maalampi

**Examiner** Prof. Jouni Suhonen

### Abstract

---

We study a model of sterile neutrinos where the three ordinary active neutrinos actually consist of a superposition of an active and a sterile neutrinos forming quasidegenerate pairs. Oscillation between these pairs causes mixing between active and sterile neutrinos. Eigenmasses of the quasidegenerate pairs are very close to each other and their mass squared difference is of the order  $\delta m^2 \sim 10^{-12} \text{ eV}^2$  or less. Such a small mass squared difference could be probed with AGN and GRB neutrinos detected in cubic kilometer size neutrino observatories.

In this work, effects of different parameters and different flavours at the source to the neutrino fluxes in cases of one, two and three sterile neutrinos is studied using the model. Muon relative neutrino flux,  $F_\mu$ , is one of the easiest observed quantity in neutrino observatories. However, it is unlikely that any information of the sterile neutrinos could be extracted from this quantity because effects are too small to be observed. With other quantities, such as  $F_e/F_\tau$ , the existence of sterile neutrinos could be verified but any other information, i.e. mixing angles and mass squared differences, are likely to be left out of the scope.

---

---

# SISÄLTÖ

---

*Esipuhe* **i**

*Tiivistelmä* **iii**

*Abstract* **iv**

*Sisältö* **v**

*Taulukot* **vii**

*Kuvat* **viii**

## **JOHDANTO 1**

Tutkielman rakenne **2**

## **LUKU 1 NEUTRIINOJEN OSKILLAATIO 3**

1.1 Pontecorvon–Makin–Nakagawan–Sakatan matriisi **4**

1.2 Neutriinojen siirtymätodennäköisyys **5**

1.3 Sekoitusmatriisi, sekoituskulmat ja massaerot **7**

## **LUKU 2 STERIILIT NEUTRIINOT 12**

2.1 Eri malleja yksinkertaistetussa tilanteessa **13**

2.2  $3 + n_r$  neutriinoa **14**

## **LUKU 3 KVASIDEGENEROITUNEET STERIILIT NEUTRIINOT 16**

3.1 Sekoitusmatriisi **17**

3.2 Siirtymätodennäköisyys **19**

3.3 Erikoistilanteita **21**

## **LUKU 4 KAUKAISET NEUTRIINOLÄHTEET JA NIIDEN HAVAITSEMINEN 22**

4.1 Kaukaiset neutriinolähteet **22**

4.2 Neutriinojen alkuvuot **24**

4.3 Havainnointi **26**

<b>LUKU 5</b>	<b>NEUTRIINOJEN SUHTEELLISET- JA KOKONAISVUOT</b>	<b>30</b>
5.1	Neutriinojen suhteelliset vuot	31
5.2	Alkuvuon vaikutus neutriinojen makuvoihin	34
5.3	Sekoituskulman vaikutus neutriinojen kokonaisvuohon	34
5.4	Neutriinojen kokonaisvuo lentomatkan funktiona	37
<b>LUKU 6</b>	<b>VUOT NEUTRIINO-OBSERVATORIOISSA</b>	<b>40</b>
6.1	Alkuvuon merkitys suhteellisissa neutriinovoissa	40
6.2	Sekoituskulmien määrittäminen	43
6.3	Tilaparien oskillaatio	46
<b>LUKU 7</b>	<b>YHTEENVETO</b>	<b>51</b>
7.1	Tulevaisuuden haasteita	52
	<b>KIRJALLISUUTTA</b>	<b>54</b>



---

# TAULUKOT

---

1.1 Neutriinujen neliöllisten massaerojen ja sekoituskulmien kokeelliset arvot **8**

---

# KUVAT

---

- 1.1 Tavallinen ja käänteinen massajärjestys. **10**
- 1.2 Massatilojen  $\hat{\nu}_i$  jakautumiset makutilojen  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  ja  $\nu_\tau$  osiin. **11**
  
- 3.1 Kvasidegeneroituneiden neutriinoiden jakautuminen eri massatiloille. **17**
  
- 4.1 Havainnekuva aktiivisesta galaksiytimestä. **23**
- 4.2 Gammapurkauksen syntymekanismi. **24**
- 4.3 Pionin,  $\pi^-$  ( $\pi^+$ ), hajoaminen myoniksi ja myonin antineutriinoksi ja myonin hajoaminen kahdeksi neutriinoksi ja elektroniksi. **25**
- 4.4 Eri neutriinokokeiden käsittämiä lentomatkoja ja energioita. **26**
  
- 5.1 Neutriinoiden suhteelliset vuot silloin, kun vain yksi sekoituskulmista  $\phi_i$  poikkeaa nol-  
lasta. **31**
- 5.2 Neutriinoiden suhteelliset vuot silloin, kun yksi sekoituskulmista  $\phi_i$  on nolla. **32**
- 5.3 Neutriinoiden suhteellisia voita eri alkuvoilla. **33**
- 5.4 Eri neutriinomakujen vuot suhteessa alkuperäiseen vuohon alkuvuon funktiona. **35**
- 5.5 Neutriinoiden havaittava kokonaisvuo  $\Phi_{\text{kok}}$  suhteessa alkuperäiseen kokonaisvuohon  $\Phi_{\text{kok}}^0$  sekoituskulmien  $\phi_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) funktiona. **36**
- 5.6 Eri neutriinomakujen vuo ja kokonaisvuo suhteessa alkuperäiseen vuohon lentomat-  
kan funktiona. **38**
- 5.7 Eri neutriinomakujen vuo ja kokonaisvuo suhteessa alkuperäiseen vuohon lentomat-  
kan funktiona neliömassaerojen ollessa likimain samat. **39**
  
- 6.1 Yleiskuva havaittavista vuosuhteista eri alkuvoilla. **41**
- 6.2 Myonin neutriinoiden suhteellinen vuo alkuvuon funktiona. **42**
- 6.3 Eri vuosuhteet alkuvuon funktiona. **44**
- 6.4 Neutriinoiden havaittava kokonaisvuo eri vuosuhteilla ja eri sekoituskulmien  $\phi_i$  ( $i =$   
 $1, 2, 3$ ) arvoilla. **45**
- 6.5 Havainnekuva eri neutriinoparametrien selvittämisestä tilaparien oskillaation kaut-  
ta. **46**
- 6.6 Myonin neutriinoiden suhteellinen vuo lentomatkan funktiona;  $\delta m_i^2$ :t erilaiset. **47**
- 6.7 Neutriinoiden vuosuhteita lentomatkan funktiona;  $\delta m_i^2$ :t erilaiset. **48**
- 6.8 Neutriinoiden vuosuhteita lentomatkan funktiona;  $\delta m_i^2$ :t lähes samat. **50**



---

# JOHDANTO

---

Neutriino löydettiin vuonna 1914 beetasäteilyn spektristä. Vuonna 1932 Pauli antoi hiukkaselle nimen *neutriino* erottaakseen sen samana vuonna löydetyistä neutronista. Tällöin neutriinon otaksuttiin olevan massaton hiukkanen [1]. Sitten moni neutriinoja koskeva teoria on muuttunut ja tarkentunut. Neutriinoja pidetään nykyisin varauksettomina ja massallisina – joskin massa on häviävän pieni – hiukkasina, joita on kolmea eri lajia tai *makua*: elektronin, myonin ja taun neutriinot. Makutilalliset neutriinot koostuvat massatilallisista neutriinoista ja niiden *oskillaatio* saa aikaan neutriinon makutilan vaihtumaan toiseksi säännönmukaisesti. Oskillaatioon liittyvät sekoituskulmat ja neliömassaerot ovat jatkuvasti tarkentuneet eri mittausten seurakseen. Viimeaikaisista tuloksista on saatu alustavia arvoja jopa varaus- ja pariteettisymmetrian (CP) vaiheelle [2].

Vaikka moni neutriinoiniin liittyvistä ilmiöistä on pystytty selittämään massalliset neutriinot sisältävällä standardimallilla, kaikkia neutriinon ominaisuuksia ei ole vielä pystytty selvittämään, kuten mitkä ovat neutriinon massat, millainen on niiden massahierarkkia, ovatko neutriinot Dirac- vai Majorana-hiukkasia, mikä mekanismi saa aikaan neutriinon pienen massan, ja onko olemassa muitakin neutriinoja, ns. steriilejä neutriinoja, joita ei nykyisillä kokeilla ole havaittu.

Ns. pseudo-Dirac- (kts. esim. [3]) ja kvasidegeneroituneiden [4–7] neutriinon malleissa massatilalliset neutriinot koostuvat kukin neutriinoparista, joiden neliömassaero on hyvin pieni. Nykyisillä kokeilla on pystytty poissulkemaan steriilien neutriinon neliömassaerot, jotka ovat suurempia kuin  $1,8 \times 10^{-12} \text{ eV}^2$  [8]. Pseudo-Dirac- ja kvasidegeneroituneilla neutriinoilla tilaparin neliömassaeron tulee olla siis tätä pienempi. Jotta näin pieni neliömassaero voitaisiin havaita, täytyy neutriinon lentomatkan olla astrofysikaalinen, mahdollisesti jopa satoja megaparsekkeja. Aktiiviset galaksitytimet ja gammapurkaukset [9] ovat äärimmäisen kirkkaita ilmiöitä ja niitä on havaittu jopa tuhansien megaparsekkien päästä. Niiden tuottamat neutriinot voitaneen havaita nykyisellä kuutiokilometriluokan neutriino-observatoriolla IceCubella [10, 11] ja vieläkin suuremmalla, suunnitteilla olevalla KM3NeT-ilmaisimella [12, 13]. Neutriino-oskillaatiot matkalla neutriinolähteestä ilmaisimiin vaikuttavat neutriinon mitattuihin vuosuiteisiin, joten vuosuiteiden avulla voidaan saada tietoa neutriinon sekoittumisista ja esim. steriilien neutriinon olemassaolosta [14–16].

Tässä työssä tutkitaan kvasidegeneroituneiden neutriinon erästä mallia, jossa neutriinon yleisen aktiivi–steriili-sekoittumisen seurauksena aktiivisten neutriinon (näennäiset) massatilat koostuvat kukin kahdesta massatilasta, jotka ovat lähes degeneroituneet. Neutriinon oskillaatio näiden tilojen välillä saa aikaan aktiiviset neutriinot muuttumaan steriileiksi ja takaisin säännönmukaisesti. Tämä malli on tietysti mielessä pseudo-Dirac-mallin laajennos. Siinä, missä pseudo-

Dirac-mallin aktiiviset ja steriilit neutriinot sekoittuvat lähes täydellisesti eli niiden sekoituskulma on  $\pi/4$ , kvasidegeneroituneiden neutriinon mallissa sekoittuminen voi olla välillä  $[0, \frac{\pi}{4}]$ .

Kvasidegeneroituneiden neutriinon vaikutusta neutriinovoihin ja suhteellisiin voihin, erityisesti myonin neutriinon suhteelliseen vuohon  $F_\mu$ , on tarkasteltu tässä tutkielmassa useissa eri erikoistilanteissa ja alkuvoilla. Koska myonin neutriino sisältää tasapuolisesti kaikkia massatiloja, on steriilien neutriinon havaitseminen suhteellisen vuon  $F_\mu$  avulla haastava tehtävä. Tämän vuoksi tarkastelemme myös muita neutriinon suhteellisia voita, joissa steriilien neutriinon vaikutukset näkyvät helpommin. Näistä vaikutuksista kvasidegeneroituneiden neutriinon sekoituskulmien ja neliömassaerojen selvittäminen voi olla haastavaa tai lähes mahdotonta. Esimerkiksi, jos kaikilla tilapareilla neliömassaerot ovat lähes samat, suhteellisista voista ei voida edes päätellä, onko steriilejä neutriinoja kaksi vai kolme. Siten sekoituskulmienkin selvittäminen on mahdotonta. Sekoituskulmat voidaan kuitenkin selvittää yksitellen, jos neliömassaerot ovat sopivasti erisuuruisia.

## Tutkielman rakenne

Neutriinon oskillaatiota on käsitelty useissa eri teoksissa. Selvyyden vuoksi esittelemme neutriinon oskillaatiosta oleelliset asiat luvussa 1. Tämän jälkeen luvussa 2 laajennamme pintapuolisesti aktiivisten neutriinon mallia steriileillä neutriinoilla ja esittelemme yleisimpiä steriilien neutriinon malleja. Luvussa 3 käymme yksityiskohtaisemmin läpi kvasidegeneroituneiden steriilien neutriinon teoriaa ja johdamme neutriinon siirtymätodennäköisyyden.

Koska neutriinolähteillä ja -observatorioilla on merkittävä rooli steriilien neutriinon havaitsemisessa, esittelemme näistä oleelliset asiat luvussa 4. Tämän työn tärkeimmät tulokset esitellään luvuissa 5 ja 6: luvussa 5 käymme läpi kvasidegeneroituneiden neutriinon yleisiä ominaisuuksia ja eri parametrien vaikutuksia neutriinovoihin. Luvussa 6 keskitymme kvasidegeneroituneiden neutriinon havaitsemiseen eri havaintosuureiden avulla. Pyrimme myös vastaamaan kysymykseen, mitä ominaisuuksia voimme steriileistä neutriinoista havaita – tai voimmeko havaita niitä ylipäänsä. Lopuksi luku 7 tiivistää tutkielman tärkeimmät asiat ja esittelee tulevaisuuden haasteita.

Tässä työssä käytetyt merkinnät perustuvat pääosin Maalammen luentomateriaaliin [17], PDG:n neutriinoja koskeviin osuuksiin [18] ja Kimin ja Pevsnerin kirjaan [1]. Steriilien neutriinon osuutta on täydennetty teoksen [19] avulla. Neutriinolähteitä ja niiden havaitsemista koskeva osuus on koottu useasta eri viitteestä, joista tärkeimpinä voisi mainita Halzenin luentomateriaalit neutriinoastronomiasta [9] ja Esmailin julkaisun pseudo-Dirac-neutriinon havaitsemisesta [20]. Tämä tutkielma on jatkoa erikoistytölle [21], jossa kvasidegeneroituneiden steriilien neutriinon vuot esiteltiin ns. kolmiokuvaajien avulla useilla eri sekoituskulmien arvoilla.

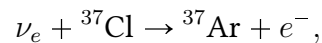
# LUKU 1

---

## NEUTRIINOJEN OSKILLAATIO

---

Homestaken kaivoksessa toteutettu aurinkoperäisten neutriinon mittauskokeessa<sup>1</sup> tutkittiin, vastaako maassa mitattu neutriinon vuo aurinkomallien antamia ennustuksia. Kokeessa neutriinon havainnointiin käänteisen beetareaktion,



avulla. Menetelmällä pystyttiin havaitsemaan ainoastaan elektronin neutriinon ja niistä vain sellaisia, joiden energia oli suurempi kuin 0,814 MeV. Vastoin odotuksia kokeessa havaittiin vaje neutriinovuossa [22, 23]: vuo oli vain noin kolmannes ennustetusta. Aurinkoperäisten neutriinon mittaus toistettiin useassa eri kokeessa, kuten GALLEX-kokeessa Italian Gran Sasso maanalaisessa laboratoriossa [24] sekä venäläis-amerikkalaisessa SAGE-kokeessa Venäjän Kaukasusvuorilla Baksanin neutriinon-observatoriossa [25]. Tulos oli aina sama: havaittuja neutriinon on liian vähän teoreettisesti ennustettuun määrään verrattuna. Tätä vajetta alettiin kutsua nimellä *aurinkoneutriinon ongelma*<sup>2</sup>.

Ennen Homestake-koetta, vuonna 1957, Pontecorvo esitti teorian neutriinon ja antineutriinon oskillaatiolle eli neutriinon säännönmukaiselle vaihtumiselle antineutriinoksi ja päinvastoin [26]. Teoria oli idealtaan perustavanlaatuisen. Maki, Nakagawa ja Sakata julkaisivat vuonna 1962 samaan ajatukseen perustuvan teorian elektronin ja myonin neutriinon oskillaatiosta<sup>3</sup> [27], jota Pontecorvo tarkensi vielä vuonna 1967 [30]. Neutriinon oskillaatio oli mahdollinen selitys aurinkoperäisten neutriinon ongelmalle: osa elektronin neutriinoista voi matkallaan Auringosta Maahan muuttua muiksi neutriinolajeiksi, joita ei havaita käytetyillä mittausmenetelmillä. Kesti yli kolme vuosikymmentä ennen kuin asia voitiin vahvistaa kokeellisesti.

Vuonna 1987 Japanissa aloitettiin reaaliaikainen neutriinon mittauskoe Kamiokande, jossa neutriinon havaittiin  $\nu_e$ -sironnan (ES)



---

<sup>1</sup>Homestake solar neutrino experiment

<sup>2</sup>Solar neutrino problem

<sup>3</sup>Taun neutriinon ei tunnettu vielä 1962, se teorisoiitiin vuonna 1975 [28] ja todennettiin vuonna 2001 [29].

( $x = e, \mu, \tau$ ) vedessä aiheuttaman Tsherenkovin säteilyn avulla. Reaaliaikaisuus auttoi merkittävästi neutriinon alkuperän tunnistamisessa. Tällöin saatiin ensimmäiset todisteet siitä, että neutriinot tulevat Auringosta [31]. Myöhemmin Kamiokande korvattiin tarkemmalla Super-Kamiokandella, jossa käytettiin 50:n kilotonnin vesi–Tsherenkov-ilmaisinta [32, 33].

Vuonna 1999 Kanadan Sudburyn neutriino-observatoriossa (SNO) aloitettiin aurinkoneutriinon koe, jossa voitiin havaita elektronin neutriinon lisäksi muutkin neutriinolajit. Kokeessa käytettiin erityispuhdasta raskasvettä,  $D_2O$ :ta, jonka avulla elektronin neutriinoja voitiin havaita varatun virran (VV) reaktion,

$$\nu_e + d \rightarrow e^- + p + p, \quad (VV)$$

avulla ja kaikkia neutriinoja neutraalin virran (NV) reaktion,

$$\nu_x + d \rightarrow \nu_x + p + n \quad (NV)$$

( $x = e, \mu, \tau$ ), ja  $\nu e$ -sironnan (ES) avulla. Kun SNO-kokeen alustavat varatun virran tulokset yhdistettiin Super-Kamiokanden  $\nu e$ -sironnan tuloksiin [34] vuonna 2001, saatiin ensimmäinen suora vahvistus neutriinomakujen sekoittumiselle [35]. Mitattu neutriinon kokonaisvuo oli sopuissa aurinkomallin ennustaman neutriinovuon kanssa.

## 1.1 Pontecorvon–Makin–Nakagawan–Sakatan matriisi

Merkitään neutriinon  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  ja  $\nu_\tau$  kvanttimesta *makutiloja* merkinnällä  $|\nu_e\rangle$ ,  $|\nu_\mu\rangle$  ja  $|\nu_\tau\rangle$ . Ne muodostavat erään neutriinotilojen avaruuden ortonormaalien kannan, ns. *makukannan*. Neutriinon makutilat voivat kytkeytyä vastaaviin leptonimakutiloihin ( $e, \mu, \tau$ ) heikon vuorovaikutuksen välittäjähiukkasten  $W^\pm$  avulla. Neutriinon makutiloilla ei kuitenkaan ole tarkasti määriteltyä massaa, vaan propagoivat tilat koostuvat samanvaiheisista *massatiloista*  $|\hat{\nu}_1\rangle$ ,  $|\hat{\nu}_2\rangle$  ja  $|\hat{\nu}_3\rangle$ ,

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1,2,3} U_{\alpha i}^* |\hat{\nu}_i\rangle, \quad (1.1)$$

jossa indeksi  $\alpha$  ilmaisee leptonimaun ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) ja  $U$  on *neutriinon sekoitusmatriisi*. Sekoitusmatriisia kutsutaan usein nimellä Pontecorvon–Makin–Nakagawan–Sakatan (PMNS) matriisi. Se on unitaarinen, ts.

$$U^\dagger U = \mathbb{1}, \quad (1.2)$$

joten massatilat ovat ortonormitettuja. Unitarisuuden perusteella massatila  $|\hat{\nu}_i\rangle$  ( $i = 1, 2, 3$ ) voidaan esittää makutilojen superpositiona:

$$|\hat{\nu}_i\rangle = \sum_{\alpha} U_{\alpha i} |\nu_\alpha\rangle. \quad (1.3)$$

Ennen kuin alamme tarkastella sekoitusmatriisia  $U$  yksityiskohtaisemmin, perehdymme neutriinotilojen vaihtumiseen.

## 1.2 Neutriinojen siirtymätodennäköisyys

Osoitamme seuraavaksi, että neutriinojen sekoittumisesta seuraa neutriino-oskillaatioilmiö eli neutriinon maun jaksollinen vaihtuminen neutriinon edetessä. Johdamme myös lentomatkasta riippuvan todennäköisyyden sille, että neutriinon makutila  $|\nu_\alpha\rangle$  muuttuu makutilaksi  $|\nu_\beta\rangle$ . Toisin sanoen, mikä on todennäköisyys sille, että esimerkiksi alkujaan myonin neutriino havaitaan elektronin neutriinona tietyn matkan päästä.

Lausekkeessa (1.1) esiintyvät massatilat ovat Hamiltonin operaattorin  $H$  ominaistiloja, eli

$$H|\hat{\nu}_i\rangle = E_i|\hat{\nu}_i\rangle, \quad (1.4)$$

jossa  $E_i$  on tilan  $|\hat{\nu}_i\rangle$  energia. Neutriinon ajasta riippuva Schrödingerin yhtälö on siten

$$i\frac{d}{dt}|\hat{\nu}_i(t)\rangle = E_i|\hat{\nu}_i(t)\rangle, \quad (1.5)$$

eli

$$|\hat{\nu}_i(t)\rangle = e^{-iE_it}|\hat{\nu}_i\rangle, \quad (1.6)$$

jossa  $|\hat{\nu}_i\rangle$  on massatilan  $i$  tila alkuhetkellä  $t = 0$ . Voimme huomata, että neutriinojen massatilat etenevät samalla tavalla kuin tasoaalot.

Oletetaan, että heikon vuorovaikutuksen prosessissa tuotetaan hetkellä  $t = 0$  makutilan  $|\nu_\alpha\rangle$  neutriino. Merkitään

$$|\nu_\alpha(t=0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle. \quad (1.7)$$

Käyttämällä hyväksi lauseketta (1.1) saamme makutilalle hetkellä  $t$  lausekkeen

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-iE_it} |\hat{\nu}_i\rangle. \quad (1.8)$$

Käyttämällä lauseketta (1.3), saamme lopulta

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \left( \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-iE_it} U_{\beta i} \right) |\nu_\beta\rangle, \quad (1.9)$$

eli puhdas makutila  $|\nu_\alpha\rangle$  ( $t = 0$ ) muuttuu edetessään eri makutilojen superpositioksi ( $t > 0$ ). Tämä voidaan kirjoittaa muodossa

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha(t)\rangle &= \sum_\beta a_{\alpha\beta}(t) |\nu_\beta\rangle \\ &= \sum_\beta \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle |\nu_\beta\rangle, \end{aligned} \quad (1.10)$$

jossa  $a_{\alpha\beta}(t)$  on siirtymän  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$  *amplitudi* eli todennäköisyysamplitudi löytää makutila  $|\nu_\beta\rangle$  ajan  $t$  kuluttua neutriinojen synnystä. Koska todennäköisyysamplitudi on

$$\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-iE_it}, \quad (1.11)$$



niin todennäköisyys siirtymälle  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ , eli *siirtymätodennäköisyys*, on

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, t) &= |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \left| \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-iE_i t} \right|^2 = \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_i - E_j)t} \\ &= \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 + 2 \Re \left( \sum_{i>j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp(-i(E_i - E_j)t) \right). \end{aligned} \quad (1.12)$$

Tarkastellaan tilannetta suuren energian rajalla, jossa neutriinon nopeus oletetaan olevan likimain valonnopeuden suuruinen eli  $v \simeq c = 1$ . Tällöin neutriinon massa on mitätön verrattuna sen liike-energiaan. Kun oletamme, että massatilan  $|\hat{\nu}_i\rangle$  neutriino pääsee vapaasti leviämään avaruudessa ilman vuorovaikutuksia, niin sen energialle pätee

$$E_i = \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^2} \simeq E + \frac{m_i^2}{2E}, \quad (1.13)$$

jossa

$$E = |\vec{p}| \quad (1.14)$$

on neutriinon energia ultrarelativistisella rajalla. Siten

$$E_i - E_j \simeq \frac{m_i^2 - m_j^2}{2E} = \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E}, \quad (1.15)$$

jossa olemme määritelleet *neliöllisen massaeron*,

$$\Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2. \quad (1.16)$$

Ultrarelativistisille neutriinoille kuljettu matka vastaa matkaan kulunutta aikaa, eli luonnollisessa yksikköjärjestelmässä  $L = ct = t$ . Voimme esittää siirtymätodennäköisyyden siten muodossa

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, L, E) = \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 + 2 \Re \left( \sum_{i>j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E} L\right) \right). \quad (1.17)$$

Suuretta  $L$  – neutriinolähteen ja -ilmaisimen välistä matkaa – kutsutaan neutriinon *lento-matkaksi*. Voimme huomata kompleksisesta eksponenttifunktiosta, että siirtymätodennäköisyys muuttuu jaksollisesti lentomatkan funktiona. Sanotaan, että *neutriinot oskilloivat*. Kahden peräkkäisen maksimin välistä matkaa sanotaan oskillaatiopituudeksi,

$$L_{ij}^{\text{osc}} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{ij}^2}. \quad (1.18)$$

Oskillaatiopituutta käyttämällä siirtymätodennäköisyys voidaan esittää muodossa

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, L, E) = \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 + 2 \Re \left( \sum_{i>j} W_{\alpha\beta}^{ij} e^{-2\pi i L/L_{ij}^{\text{osc}}} \right), \quad (1.19)$$

jossa

$$W_{\alpha\beta}^{ij} = U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*. \quad (1.20)$$

Jotta saisimme käsityksen oskillaatiopituuden suuruudesta, tarkastelemme esimerkin vuoksi eri massatilojen oskillaatiopituutta energialla, joka vastaa Homestaken kaivoksessa toteutetun kokeen neutriinon energian havaitsemisen alarajaa 0,814 MeV. Muunnetaan  $L_{ij}^{\text{osc}}$  aluksi sopivimpiin yksikköihin:

$$\begin{aligned} L_{ij}^{\text{osc}} &= 4\pi \cdot \frac{E}{\Delta m_{ij}^2} \cdot \frac{10^6 \text{ eV}}{1 \text{ MeV}} \cdot 0,19735 \cdot 10^{-6} \text{ eV} \cdot \text{m} \\ &\approx 2,48 \cdot \frac{E/\text{MeV}}{\Delta m_{ij}^2/\text{eV}^2} \text{ m}, \end{aligned} \quad (1.21)$$

jossa neliöllisen massaeron  $\Delta m_{ij}^2$  arvot löytyvät taulukosta 1.1. Saamme siten massatilojen 1 ja 2 oskillaatiopituudeksi

$$L_{21}^{\text{osc}}(E = 0,814 \text{ MeV}; \Delta m_{21}^2 = 7,58 \times 10^{-5} \text{ eV}^2) \approx 26,6 \text{ km}$$

ja massatiloille 1 ja 3 (tai 2 ja 3)

$$L_{31}^{\text{osc}}(E = 0,814 \text{ MeV}; \Delta m_{31}^2 = 2,35 \times 10^{-3} \text{ eV}^2) \approx 0,86 \text{ km}.$$

Huomaamme, että oskillaatiolla on merkitystä maapallon mittakaavassa. Siirryttäessä kaukaisempiin neutriinolähteisiin, kuten aktiivisiin galaksiytimiin, matkaa mitataan jo miljoonissa tai miljardeissa valovuosissa. Pienikin epävarmuus tällaisella etäisyydellä saa oskillaatiopituuden menettämään merkityksensä. Toisin sanoen, oskillaatiopituuden  $L_{ij}^{\text{osc}}$  suuruinen epävarmuus matkan  $L$  suuruudessa voi merkitä sitä, että esimerkiksi yhtälön (1.19) eksponenttifunktion reaalisosa,  $\cos(2\pi L/L_{ij}^{\text{osc}})$ , voi saada minkä tahansa arvon väliltä  $[-1, 1]$ . Sama koskee eksponenttifunktion imaginaariosaa.

On siis perusteltua keskiarvoistaa siirtymätodennäköisyyden (1.17) eksponenttifunktio energian ja matkan suhteen:

$$\bar{P}_{\alpha\beta} \equiv \langle P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, L, E) \rangle_{L,E} = \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2. \quad (1.22)$$

Lausekkeesta (1.22) voimme nähdä, että siirtymä  $\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha$  on yhtä todennäköinen kuin  $\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha$ , toisin sanoen

$$\bar{P}_{\alpha\beta} = \bar{P}_{\beta\alpha}. \quad (1.23)$$

### 1.3 Sekoitusmatriisi, sekoituskulmat ja massaerot

Todennäköisyyden lausekkeen (1.12) olennainen osa on sekoitusmatriisi  $U$ . Se on unitaarinen ja sen yleinen muoto riippuu neutriinomakujen lukumäärästä,  $CP$ -rikosta, ja ovatko neutriinot *Dirac*- vai *Majorana*-tyyppisiä.

**TAULUKKO 1.1**

Neutriinojen neliöllisten massaerojen ja sekoituskulmien kokeelliset arvot kolmen aktiivisen neutriinon tapauksessa [2]. Tässä k.a. = keskiarvo,  $\delta m^2 = \Delta m_{21}^2$  ja  $\Delta m^2 = m_3^2 - (m_1^2 + m_2^2)/2$ . Kaikki arvot on tavalliselle massajärjestykselle, jossa  $m_1 < m_2 < m_3$ .

Parametri	k.a.	luottamusväli		
		$1\sigma$	$2\sigma$	$3\sigma$
$\delta m^2$ [ $10^{-5}$ eV <sup>2</sup> ]	7,54	7,32 – 7,80	7,15 – 8,00	6,99 – 8,18
$\Delta m^2$ [ $10^{-3}$ eV <sup>2</sup> ]	2,43	2,33 – 2,49	2,27 – 2,55	2,19 – 2,62
$\sin^2 \theta_{12}$ [ $10^{-1}$ ]	3,07	2,91 – 3,25	2,75 – 3,42	2,59 – 3,59
$\sin^2 \theta_{13}$ [ $10^{-2}$ ]	2,41	2,16 – 2,66	1,93 – 2,90	1,69 – 3,13
$\sin^2 \theta_{23}$ [ $10^{-1}$ ]	3,86	3,65 – 4,10	3,48 – 4,48	3,31 – 6,37
$\delta/\pi^1$	1,08	0,77 – 1,36	–	–
$\theta_{12}$ [rad]	0,587	0,570 – 0,607	0,552 – 0,625	0,534 – 0,642
$\theta_{13}$ [rad]	0,156	0,148 – 0,164	0,139 – 0,171	0,130 – 0,178
$\theta_{23}$ [rad]	0,670	0,649 – 0,695	0,631 – 0,733	0,613 – 0,924

<sup>1</sup> CP-arvo on pidetty nollana ( $\delta = 0$ ) tässä työssä.

Tähän mennessä ei ole havaittu muita kuin kolmea eri neutriinomakua [36]. Jos neutriinomakua on enemmän, niiden tulee olla steriilejä neutriinoja (kts. luku 2) tai sitten huomattavasti suurempimassaisia kuin tunnetut neutriinot. Varaus- ja pariteettisymmetriarikko, (CPV), kuvaa eroavaisuuksia neutriinojen ja antineutriinojen välillä. Tämä näkyy esimerkiksi siten, että todennäköisyydet  $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$  ja  $P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$  eroavat toisistaan.

Neutriinojen fysikaaliset ominaisuudet vaikuttavat myös sekoitusmatriisin muotoon. Jos neutriinon ja antineutriinon massatiloja kuvaavat eri aaltofunktiot, sanotaan neutriinojen olevan Dirac-tyyppisiä. Vastaavasti, jos neutriinon ja antineutriinon aaltofunktiot ovat (vaihe-eroa vaille) samat, sanotaan neutriinojen olevan Majorana-tyyppisiä. Kaikki havaitut varaukselliset alkeishiukkaset ovat Dirac-tyyppisiä, eli hiukkasella ja sen antihiukkasella on eri aaltofunktiot. Esimerkiksi elektroni ja sen antihiukkanen, positroni, ovat eri hiukkasia, sillä vastakkaisten sähkövarausten takia niillä on erilaiset vuorovaikutukset. Siten ne eivät voi olla Majorana-hiukkasia. Neutriinoilla ja antineutriinoilla ei sitä vastoin ole sähkövarausta, jolloin ne voivat olla yksi ja sama hiukkanen, ns. Majorana-hiukkanen.

Toistaiseksi ei tiedetä, ovatko neutriinot Dirac- vai Majorana-hiukkasia. Koska neutriinojen luonne määräytyy siitä, miten niiden massa syntyy, ovat kaikki Dirac- ja Majorana-vaihtoehdot erottavat ilmiöt verrannollisia neutriinon massaan ja siten vaikeasti havaittavissa. Tämän vuoksi sekoitusmatriisia kirjoittaessa otetaan usein myös Majorana-tyypin neutriinot huomioon.

Yksinkertaisimmassa ja yleisimmin oletetussa tilanteessa makutilallisia neutriinoja on kolme ja massatilallisia neutriinoja yhtä monta. Siten sekoitusmatriisissa  $U$  on kolme sekoituskulmaa ( $\theta_{12}$ ,  $\theta_{23}$  ja  $\theta_{13}$ ) sekä Dirac-tyyppisillä neutriinoilla yksi vaihekulma ( $\delta$ ) ja Majorana-tyyppisillä neutriinoilla yksi vaihekulma ( $\delta$ ) ja Majorana-tyyppisillä neutriinoilla yksi vaihekulma ( $\delta$ ).

riinoilla kolme vaihekulmaa ( $\delta$ ,  $\lambda_2$  ja  $\lambda_3$ ). Parametrisointi on siten seuraavanlainen:

$$\begin{aligned}
 U &= \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & e^{-i\delta}s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{i\delta}s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} D^M \\
 &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} D^M, \tag{1.24}
 \end{aligned}$$

jossa

$$\begin{aligned}
 c_{kl} &= \cos \theta_{kl} \\
 s_{kl} &= \sin \theta_{kl}
 \end{aligned} \tag{1.25}$$

ja diagonaalimatriisi  $D^M$  sisältää ”ylimääräiset” Majorana-vaiheet

$$D^M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\lambda_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\lambda_3} \end{pmatrix}. \tag{1.26}$$

Yleisesti ottaen, kun neutriinoja on  $n$  kappaletta, sekoituskulmia on  $\frac{1}{2}n(n-1)$  kappaletta sekä vaihekulmia on  $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$  kappaletta Dirac-tyyppisillä neutriinoilla ja  $\frac{1}{2}n(n-1)$  kappaletta Majorana-tyyppisillä neutriinoilla. Majorana-neutriinon tapauksessa fysikaalisesti merkittäviä vaihetekijöitä on  $n-1$  kappaletta enemmän kuin Dirac-neutriinoilla, koska Majorana-kenttien vaihetta ei voi valita vapaasti.

Tarkastellaan seuraavaksi yksinkertaista kahden neutriinon,  $\nu_e$  ja  $\nu_\mu$ , oskillaatiota. Oletamme tässä, että neutriinot ovat Dirac-hiukkasia. Tällöin sekoituskulmia on  $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (2-1) = 1$  kappaletta, vaihekulmia ei yhtään. Sekoitusmatriisi saa siten muodon

$$U = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} \end{pmatrix}. \tag{1.27}$$

Sijoittamalla tämän sekoitusmatriisin lausekkeeseen (1.17) saamme

$$\begin{aligned}
 P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha; L, E) &= 1 - \sin^2 2\theta_{12} \cdot \sin^2 \left( \frac{L\Delta m_{21}^2}{4E} \right) \\
 P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L, E) &= \sin^2 2\theta_{12} \cdot \sin^2 \left( \frac{L\Delta m_{21}^2}{4E} \right).
 \end{aligned} \tag{1.28}$$

Tässä yksinkertaisessa tapauksessa siirtymätodennäköisyyksiä mittaamalla voidaan selvittää sekä sekoituskulma  $\theta_{12}$  että massaero  $\Delta m_{21}^2$ , kunhan vertailumatka  $L$  ja energia  $E$  tunnetaan tarpeeksi tarkasti ja mittalaitteet pystyvät erottamaan neutriinomaut toisistaan. Kerroin  $\sin^2 2\theta_{12}$  voidaan tulkita oskillaatioamplitudiksi ja  $\Delta m_{21}^2$  oskillaatiotaajuudeksi.

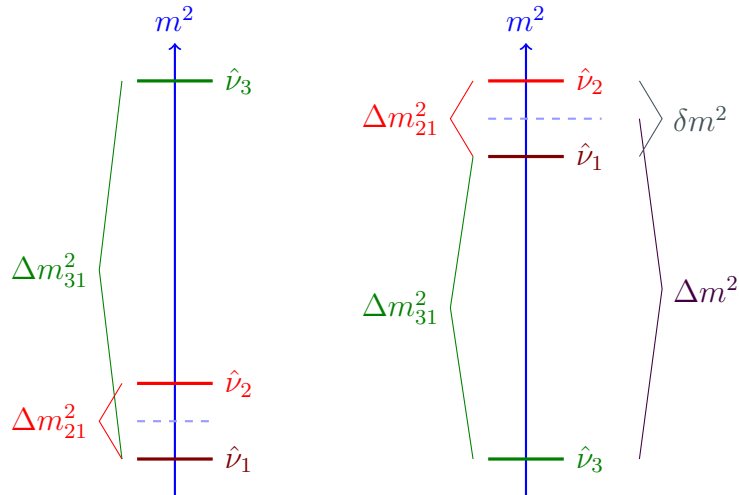
Yleisessä tapauksessa sekoituskulmat  $\theta_{13}$  ja  $\theta_{23}$  pitää ottaa myös huomioon, jolloin siirtymätodennäköisyyden lausekkeet monimutkaistuvat, mutta peruseriaatteet pysyvät samanlaisina. Sekoituskulmaa  $\theta_{12}$  ja massaeroa  $\Delta m_{21}^2$  on selvitetty aurinkoperäisten ja reaktoriperäisten neutriinon avulla. Vastaavasti suureita  $\theta_{23}$  ja  $\Delta m_{32}^2$  ( $\Delta m_{31}^2$ ) on mitattu hiukkaskiihdyttimien sekä ilmakehässä syntyvien neutriinon avulla. Sekoituskulman  $\theta_{13}$  määrittäminen on ollut huomattavasti

hankalampaa, sille kyettiin pitkään antamaan vain yläraja. Vasta viimeaikaiset tulokset Tokai-to-Kamioka (T2K) [37] ja Main Injector Neutrino Oscillation Search (MINOS) [38, 39] -kokeista ovat antaneet sekoituskulmalle  $\theta_{13}$  alarajan [40]. Tulosta on tarkennettu Double Chooz [41], Daya Bay [42] ja RENO [43] -kokeilla, joiden perusteella CP-vaiheelle on saatu alustava arvo  $\delta \sim \pi$  [2].

Tässä työssä käytetyt arvot (taulukko 1.1) on otettu lähteestä [2]. Kulmat  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{23}$  ja  $\theta_{13}$  on laskettu vastaavista arvoista  $\sin^2 \theta_{12}$ ,  $\sin^2 \theta_{23}$  ja  $\sin^2 \theta_{13}$ . Massaeroja on merkitty hiukan eri tavalla kuin tässä käytetty merkintä,

$$\begin{aligned} \delta m^2 &\equiv \Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2 > 0 \\ \Delta m^2 &\equiv m_3^2 - \frac{m_2^2 + m_1^2}{2}. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Neutriinon  $\hat{\nu}_1$ ,  $\hat{\nu}_2$  ja  $\hat{\nu}_3$  absoluuttista massaa ei vielä tiedetä, ainoastaan massojen neliöiden erot. Standarditapa on merkitä  $m_1^2$  pienemmäksi kuin  $m_2^2$ , jolloin  $\Delta m_{21}^2 > 0$ . Neliömassa  $m_3^2$  on ongelmallinen, sillä siitä tiedetään ainoastaan etäisyys neliömassaan  $m_1^2$  (tai  $m_2^2$ ), mutta ei sitä, onko se suurempi tai pienempi kuin kaksi muuta massaa. Näitä kahta vaihtoehtoa kutsutaan nimillä *tavallinen* ja *käänteinen massajärjestys*, kuva 1.1. Tavallisessa massajärjestyksessä  $m_3 > m_2 > m_1$  ja käänteisessä  $m_2 > m_1 > m_3$ .



**KUVA 1.1**

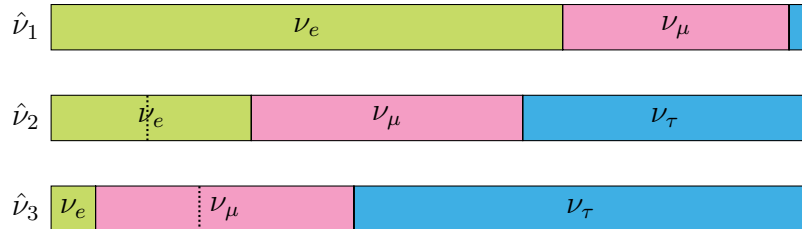
Vasemmalla tavallinen massajärjestys ja oikealla käänteinen massajärjestys. Oikealle on merkitty vaihtoehtoiset massaeron merkintätavat  $\Delta m^2$  ja  $\delta m^2$  [kts. (1.29)].

Sekoituskulmien merkitys voidaan esittää siirtymätodennäköisyydellä massatilalta  $|\hat{\nu}_i\rangle$  makutilalle  $|\nu_\alpha\rangle$ . Koska

$$|\hat{\nu}_i\rangle = \sum_{\alpha} U_{\alpha i} |\nu_\alpha\rangle$$

[lauseke (1.3)], niin siirtymätodennäköisyys tilalta  $|\hat{\nu}_i\rangle$  tilalle  $|\nu_\alpha\rangle$  on  $|U_{\alpha i}|^2$ . Kun käytämme taulukon 1.1 keskiarvotuloksia ja asetamme CP-vaiheen nolnaan ( $\delta = 0$ ), saamme massatilojen ”maksimisalloksi” kuvan 1.2 mukaisen tilanteen: massatila  $|\hat{\nu}_1\rangle$  romahtaa mittauksessa todennäköisimmin elektronin neutriinoksi, massatilalla  $|\hat{\nu}_2\rangle$  kaikki leptonimaut ovat lähes yhtä todennäköisiä

ja massatilan  $|\hat{\nu}_3\rangle$  romahtamisen todennäköisyys elektronin neutriinoksi on lähes olematon verrattuna taun ja myonin neutriinoihin. Tällä hetkellä CP-vaiheen arvellaan olevan lähellä arvoa  $\delta = 1,08\pi$  ( $1\sigma$ -luottamusväli). CP-vaiheen  $\delta = 1,08\pi$  eroavaisuus tilanteeseen  $\delta = 0$  (ero merkitty katkoviivoilla kuvaan 1.2) näkyy siten, että tilan  $\nu_\mu$  osuus kasvaa tilalla  $\hat{\nu}_2$  ja pienenee tilalla  $\hat{\nu}_3$ , kun vastaavasti  $\nu_e$  osuus pienenee edellisellä ja kasvaa jälkimmäisellä tilalla.



**KUVA 1.2**

Massatilojen  $\hat{\nu}_i$  jakautumiset makutilojen  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  ja  $\nu_\tau$  osiin. Jakautumiset on laskettu taulukon 1.1 keskiarvojen mukaan, paitsi CP-vaiheelle on otettu arvo  $\delta = 0$ . CP-vaiheen vaikutus ( $\delta = 1,08\pi$ ) näkyy pisteviivoituksella massatiloilla  $\hat{\nu}_2$  ja  $\hat{\nu}_3$ , joissa tiloilla  $\nu_e$  ja  $\nu_\mu$  on eri suhteet.

# LUKU 2

---

## STERIILIT NEUTRIINOT

---

Nykyinen standardimalli perustuu olettamukseen, jossa neutriinoja on kolme makua ja ne ovat massallisia. Tällä mallilla pystytään selittämään kattavasti eri neutriinoilmiöt, mutta on joitain tapauksia, jotka voitaisiin selittää paremmin ”laajentamalla” standardimallia. Ehkä ensimmäinen ja tärkein uutta fysiikkaa vaativa koe on ollut  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ -oskillaatiokoe, Liquid Scintillator Neutrino Detector (LSND) [44], jossa vastoin odotuksia havaittiin elektronien antineutriinon ylijäämä. Ilmiön yksinkertaisin selitys on antineutriinon oskillaatio olettaen neliömassaeron olevan  $\Delta m_{\text{LSND}}^2 \simeq 1 \text{ eV}^2$ . Tämä kuitenkin poikkeaa merkittävästi aurinkoneutriinon oskillaation ( $\Delta m_{\text{sol}}^2 \simeq 7 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ ) ja ilmakehäneutriinon oskillaation ( $\Delta m_{\text{atm}}^2 \simeq 2,3 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ ) tuloksista, mikä tarkoittaa sitä, että tarvitaan neljäs neutriino. Aktiivisia eli heikosti vuorovaikuttavia neutriinoja, joiden massa on enintään puolet Z-bosonin massasta, on kuitenkin vain kolme. Tämä tiedetään Large Electron Positron collider -kokeiden (LEP) perusteella [36], joissa tutkittiin Z-bosonin hajoamista eri kanaviin. Jos neljäs neutriino on olemassa, se ei kytkeydy W- ja Z-bosoneihin ja on siten *steriili* tai sen massa on suurempi kuin puolet Z-bosonin massasta.

Steriili neutriino, jolle  $\Delta m_{\text{steriili}}^2 > 1 \text{ eV}^2$ , selittäisi monta muutakin ilmiötä, kuten antineutriinoylijäämän reaktoriantineutriinokokeissa ja aurinkoneutriinokokeissa käytettyjen galliumilmaisimien kalibrintikokeissa havaitun neutriinovajeen. Lisäksi kosmologiassa lämmin pimeä aine voitaisiin selittää keV-massaisella steriilillä neutriinolla (kts. esim. [45]). Toisaalta on myös useita kokeita, jotka rajoittavat neutriinon massoja ja määriä. Idealtaan steriilit neutriinot on kuitenkin perustavaa laatua. Käytännössä aktiivisten ja steriilien neutriinon välistä neliömassaeroa rajoittaa nykyisillä kokeilla katetut alueet,  $1,8 \times 10^{-18} \text{ eV}^2 < \Delta m^2 \lesssim 1 \text{ eV}^2$  [8]. Viitteessä [19] käsitellään kattavasti ilmiötä, jotka voitaisiin sopivasti selittää steriileillä neutriinoilla, ja kokeita, jotka asettavat rajoituksia steriileille neutriinoille.

Teorian kannalta massalliset (aktiiviset) neutriinot ovat ongelmallisia, sillä niiden massaa ei voida kiinnittää. Toisaalta standardimalli ei sisällä oikeakätisiä neutriinoja (ne ovat steriilejä), vaikka useat standardimallia laajemmät teoriat, kuten suuret yhtenäisteoriat [46, 47] vaativat sellaisten olemassaoloa. Käymme seuraavaksi lyhyesti läpi, kuinka standardimallin neutriinon massatermi ”laajennetaan” käsittämään steriilejä neutriinoja, ja esitämme yleisimmät erikoistilanteet.

## 2.1 Eri malleja yksinkertaistetussa tilanteessa

Oletetaan, että on yksi aktiivi neutriino,  $\nu_L^0$ , ja yksi steriili neutriino,  $\nu_R^0$ . Varaus–pariteetti-muunnoksissa nämä muuttuvat vastaavasti tiloihin  $\nu_R^{0c}$  ja  $\nu_L^{0c}$ . Kun mukana on sekä Dirac- ( $m_D$ ) että Majorana-massatermit ( $m_L, M_R$ ), neutriinon massatermi on muotoa

$$-\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\bar{\nu}_L^0 \quad \bar{\nu}_L^{0c}) \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R^{0c} \\ \nu_R^0 \end{pmatrix} + \text{h.k.}, \quad (2.1)$$

jossa h.k. tarkoittaa hermiittiiä konjugaattia ja neutriinon yläindeksi ”0” kuvaa heikkoa ominaistilaa. Koska massamatriisi on symmetrinen, se voidaan diagonalisoida unitaarilla  $\mathcal{U}$ -matriisilla:

$$\mathcal{U}^\dagger \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & M_R \end{pmatrix} \mathcal{U}^* = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

jossa  $\mathcal{U}$  voidaan esittää seuraavasti:

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}; \quad (2.3)$$

kulma  $\theta$  kuvaa tilojen sekoittumista. Tämän matriisin seurauksena massoja kuvaavat termit  $m_1$  ja  $m_2$  ovat reaalisia, mutta toinen niistä on negatiivinen eli  $m_1 m_2 < 0$ . Termit  $m_1$  ja  $m_2$  kuvaavat fyysikaalisia massoja – eli ne ovat positiivisia – jos niille lisätään etumerkkitekijä  $\eta_i$  siten, että  $m_i \rightarrow \eta_i m_i$ ,  $\eta_i = \pm 1$ ,  $\eta_1 \eta_2 = -1$  ja  $m_i > 0$ . Vaihtoehtoisesti sekoitusmatriisi voidaan kirjoittaa myös muotoon

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} i \cos \theta & -i \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Oletamme seuraavaksi, että termit  $m_1$  ja  $m_2$  ovat positiivisia. Lauseketta (2.2) vastaavat ominaisvektorit kuvaavat kahta Majorana-massan ominaistilaa,  $\hat{\nu}_{iM} = \hat{\nu}_{iL} + \hat{\nu}_{iR}^c = \hat{\nu}_{iM}^c$  ( $i = 1, 2$ ), jossa

$$\begin{pmatrix} \hat{\nu}_{1L} \\ \hat{\nu}_{2L} \end{pmatrix} = \mathcal{U}^\dagger \begin{pmatrix} \nu_L^0 \\ \nu_L^{0c} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \hat{\nu}_{1R} \\ \hat{\nu}_{2R} \end{pmatrix} = \mathcal{U}^T \begin{pmatrix} \nu_R^{0c} \\ \nu_R^0 \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Massat  $m_L, m_D$  ja  $M_R$  määräävät nyt sekoituskulman  $\theta$  suuruuden,

$$\tan 2\theta = \frac{2m_D}{M_R - m_L}, \quad (2.6)$$

ja ominaismassojen suuruudet,

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{1}{2} \sqrt{4m_D^2 + (M_R - m_L)^2} - \frac{M_R + m_L}{2} \\ m_2 &= \frac{1}{2} \sqrt{4m_D^2 + (M_R - m_L)^2} + \frac{M_R + m_L}{2}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Riippuen  $m_L, m_D$  ja  $M_R$  keskinäisistä suuruuksista meillä voi olla useita erikoistilanteita, joita käymme seuraavaksi lyhyesti läpi.



**Puhtaassa Majorana** -tapauksessa Dirac-massa on nolla ( $m_D = 0$ ), jolloin  $m_1 = m_L, m_2 = M_R$  ja  $\theta = 0$ . Aktiivisen ja steriilin tilan välillä ei siis tapahdu sekoittumista eli ne eivät kytkeydy toisiinsa – ellei ole olemassa uusia vuorovaikutuksia.

**Seesaw** (”keinulauta”) -mallissa [48–52] oletetaan raja  $M_R \gg m_D \gg m_L$ , jolloin massa pääasiallisesti steriilille tilalle on  $m_2 \simeq M_R$  ja pääasiallisesti aktiiviselle tilalle on  $m_1 \simeq |m_L - m_D^2/M_R|$ . Sekoituskulma lähestyy nollaa *seesaw*-rajalla, jolloin aktiivisen ja steriilin neutriinon tilat ovat lähes kytkeytymättömiä eikä tilojen välillä tapahdu oskillaatiota. Jos lisäksi valitaan  $m_L = 0$ , saadaan sopivasti selitettyä, miksi  $m_1 = m_D^2/M_R \ll m_D$  eli miksi aktiivisten neutriinon massa on pieni. Muun muassa tämä on tehnyt *seesaw*-mekanismista yhden suosituimmista teorioista selittämään neutriinon massamekanismin.

**Puhtaassa Dirac** -tapauksessa ei ole Majorana-massoja ( $m_L, M_R = 0$ ). Ominaismassat ovat siten  $m_1, m_2 = m_D$  ja aktiivisen ja steriilin tilojen välinen sekoitus on maksimaalinen ( $\theta = \pi/4$ ). Tosin maksimaalinen sekoitus ei kuitenkaan aiheuta minkäänlaista oskillaatioilmiötä, sillä massat ovat degeneroituneita.

**Pseudo–Dirac** -tyyppisessä tilanteessa Majorana-massat ovat, toisin kuin puhtaassa Dirac-tapauksessa, nollassa poikkeavia, mutta hyvin pieniä ts.  $m_L, M_R \ll m_D$ . Sekoitus on siten lähes maksimaalinen,  $\theta \simeq \pi/4$ . Ominaismassat ovat tämän lisäksi lähes degeneroituneita,  $m_1, m_2 \simeq m_D \pm (m_L + M_R)/2$ , mikä johtaa tilojen oskillaatioon – jopa tässä yhden sukupolven tapauksessa. Oskillaatiomatka on kuitenkin suuri massatilojen pienen eron takia.

**Yleisemmässä aktiivi–steriili** -sekoittumisessa Dirac-massa  $m_D$  on suuruusluokaltaan verrannollinen Majorana-massoihin  $m_L$ :n,  $M_R$ :n tai molempiin. Tämän yhtenä erikoistapauksena on *kvasi–Dirac*-tyyppinen tai *kvasidegeneroitunut*<sup>1</sup> tilanne, jossa massat ovat lähes degeneroituneita – kuten pseudo–Dirac-tapauksessa – mutta sekoituskulma ei välttämättä ole lähellä maksimaalista sekoittumista. Kvasidegeneroitunut tilanne ei välttämättä ole mahdollinen tässä tapauksessa, vaan se voi syntyä vasta yleisemmässä tapauksessa.

## 2.2 $3 + n_r$ neutriinoa

Neutriinon lukumäärä voidaan yleistää kolmeen aktiiviseen<sup>2</sup> ja  $n_r$  steriiliin neutriinon, jotka ovat singlettejä (spin-0 hiukkasia). Lausekkeessa (2.1) esiintyvä massamatriisi on siten

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

jossa  $m_L$  on  $3 \times 3$ -kokoinen,  $m_D$  on  $3 \times n_r$ -kokoinen ja  $M_R$  on  $n_r \times n_r$ -kokoinen matriisi.

<sup>1</sup>Joskus *kvasi–Dirac*-termillä tarkoitetaan myös pseudo–Dirac-neutriinoja, minkä vuoksi käytämme vastedes *kvasidegeneroituneet neutriinot* -termiä virheellisten tulkintojen välttämiseksi.

<sup>2</sup>Aktiivisia neutriinoja voi tosin olla enemmänkin kuin kolme, jos niiden massalle pätee  $2m_\nu > m_{Z^0} \approx 91$  GeV.

Vasenkiraaliset komponentit,  $\nu_{iL}$ , liittyvät heikon ominaistilan kenttiin  $\nu_{eL}$ ,  $\nu_{\mu L}$  ja  $\nu_{\tau L}$  kaavan  $\nu_{\alpha L} = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} \hat{\nu}_{iL}$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) [vrt. (1.1)] mukaisesti, jossa  $U$  on aikaisemmin mainittu PNMS-matriisi. Sama pätee niiden CP-konjugaateille,  $\nu_{iR}^c$ :lle.

Yhtälö (2.8) on esitetty makukannassa:  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, \nu_{s_1}, \dots, \nu_{s_{n_r}}$ . Samaan tapaa kuin heikon ominaistilan kentät voidaan yhdistää vasenkiraalisiin komponentteihin PNMS-matriisilla, liittyy makukanta massakantaan,  $\hat{\nu}_1, \hat{\nu}_2, \dots, \hat{\nu}_{3+n_r}$ , unitaarisella  $(3 + n_r) \times (3 + n_r)$  sekoitusmatriisilla  $\mathcal{U}$ :

$$\nu_\alpha = \mathcal{U}_{\alpha i} \hat{\nu}_i, \quad (2.9)$$

jossa  $\alpha = e, \mu, \tau, s_1, \dots, s_{n_r}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n_r + 3$  ja  $\nu_\alpha$  ja  $\hat{\nu}_i$  ovat vektoreita:

$$\nu_\alpha = (\nu_e \ \nu_\mu \ \cdots \ \nu_{s_{n_r}})^T \quad \hat{\nu}_i = (\hat{\nu}_1 \ \hat{\nu}_2 \ \cdots \ \hat{\nu}_{3+n_r})^T. \quad (2.10)$$

Massamatriisi (2.8) voidaan siten diagonalisoida seuraavasti:

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix} = \mathcal{U}^* \begin{pmatrix} m_1 & & & \\ & m_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & m_{3+n_r} \end{pmatrix} \mathcal{U}^\dagger, \quad (2.11)$$

jossa  $m_1, m_2, \dots, m_{3+n_r}$  ovat neutriinujen massat. Sekoitusmatriisin  $\mathcal{U}$  parametrisoinnin esittäminen yleisessä tapauksessa on periaatteessa suoraviivaista, mutta sisältää usein monimutkaisia lausekkeita. Joissakin erikoistapauksissa parametrisointi yksinkertaistuu, kuten pseudo-Dirac neutriinoille [3] ja seesaw-rajalla (kts. esim. [53]). Seuraavassa luvussa näytämme yhden mahdollisen parametrisoinnin kvasidegeneroituneille neutriinoille.

# LUKU 3

---

## KVASIDEGENEROITUNEET STERIILIT NEUTRIINOT

---

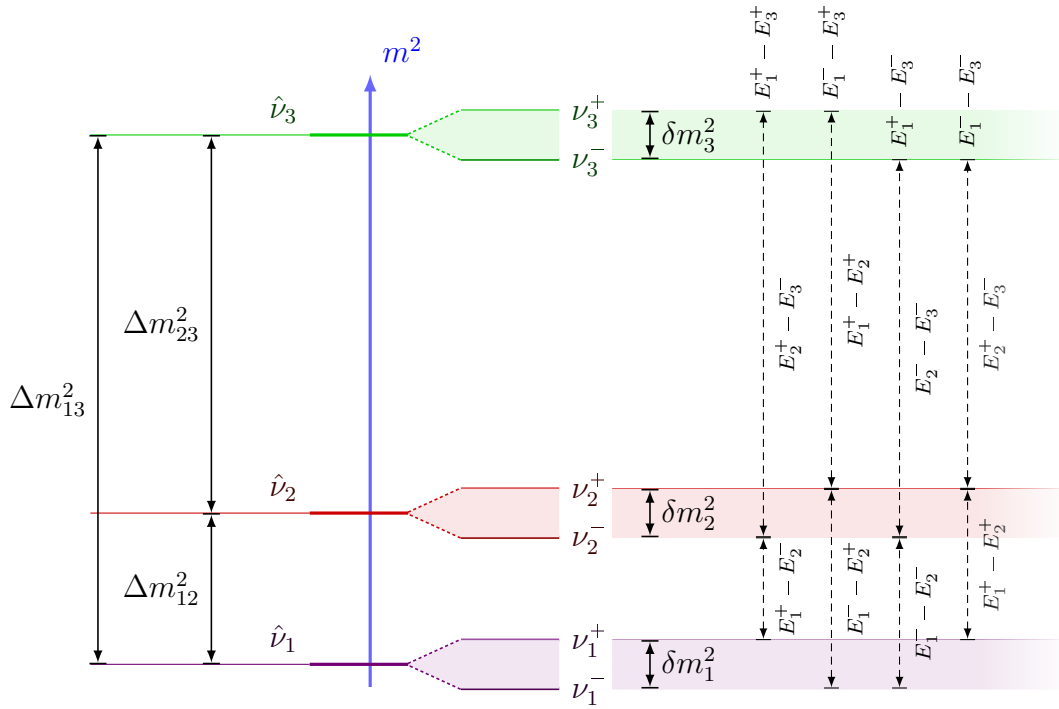
Näytimme edellisessä kappaleessa yksinkertaisessa tapauksessa, kuinka sopivilla Dirac- ja Majorana-massojen suhteilla saadaan lähes degeneroituneita massatiloja eli massatilojen massat ovat lähes samat. Tätä tilannetta kutsutaan pseudo-Dirac-malliksi, ja siinä pienten massaerojen lisäksi massatilaparien sekoitus on lähes maksimaalinen ts.  $\sin^2 2\theta \sim 1$  tai  $\theta \sim \pi/4$ .

Kvasidegeneroituneiden neutriinon malli on idealtaan samantapainen [5]. Siinä makutilalliset, aktiiviset neutriinot ( $\nu_\alpha$ ) koostuvat ”massatilallisista” neutriinoista ( $\hat{\nu}_i$ ), jossa ”massatila” tarkoittaa *näennäistä massatilaa*. Näennäinen massatila koostuu kahdesta, lähes degeneroituneesta massatilasta ( $\nu_i^+$  ja  $\nu_i^-$ ). Kuvaan 3.1 on merkitty näennäisten massatilojen jakautuminen massatiloihin. Oskillaatio näiden kahden tilan välillä ”muuttaa” aktiivisen neutriinon steriiliksi ja takaisin säännönmukaisesti.

Toisin kuin pseudo-Dirac-mallissa kvasidegeneroituneessa mallissa sekoituskulmat eivät välttämättä ole  $\pi/4$  eli tilat eivät sekoitu maksimaalisesti. Tietyssä mielessä kvasi- on siis pseudo-Dirac-mallin laajennus. Laajennus on kuitenkin pintapuolista, sillä pseudo-Dirac-mallissa lähes degeneroituneet massatilat ja maksimaalinen sekoittuminen on seurausta ehdosta  $m_D \gg m_L, M_R$ . Kvasidegeneroituneiden neutriinon maksimaalisesta eroava sekoittuminen täytyy periytyä siten yleisemmästä aktiivi-steriili-sekoittumisesta ja ”kuin sattumalta” massatilat ovat lähes degeneroituneet.

Nykyisillä havaintomenetelmillä pienen massaeron havaitseminen ei ole mahdollista, vaan lähes degeneroitunut massatilapari näyttäytyy yhtenä (näennäisenä) massatilana lyhyillä lentomatkoilla.

Tulee myös muistaa, että tässä esitetty malli on erikoistapaus eikä millään tavalla yleisin mahdollinen. Koska jokainen näennäinen massatila koostuu tilapareista, on steriilejä neutriinoja 3 kappaletta. Lukumäärä voi olla myös pienempi, mutta mahdollisesti myös suurempi. Tilannetta, jossa steriilien neutriinon lukumäärä on suurempi kuin kolme, ei tässä tutkita, vaan keskitymme lähes degeneroituneen tilaparin havaitsemiseen. Tässä myös oletetaan, että muiden tilojen


**KUVA 3.1**

*Kvasi-Dirac-neutriinojen jakautuminen eri massatiloille. Vasemmalla: neliömassaerot nykyisin tunnetuille massatiloille. Keskellä oikealla: oletettujen, lähes degeneroituneiden massatilojen neliömassaerot. Oikealla katkoviivoitetulla: energiaerotusten massatilavastaavuudet.*

kuin tilaparien ja näennäisten massatilojen välinen sekoittuminen on merkityksetöntä.

Toisin kuin viitteissä [5, 7] käytämme osin vastaavia merkintöjä kuin viitteissä [3, 16] korostaaksemme tilaparin merkitystä. Vaihekertoimet ja muut mahdolliset kompleksiset tekijät on valittu reaaliseksi laskujen yksinkertaistamiseksi – saatuihin tuloksiin niillä ei ole merkitystä.

### 3.1 Sekoitusmatriisi

Oletetaan seuraavaksi, että nykyisillä kokeilla havaitut, näennäiset massaominaistilat  $|\hat{\nu}_i\rangle$  ( $i = 1, 2, 3$ ) koostuvat kukin kahdesta erillisestä massatilasta  $|\nu_i^+\rangle$  ja  $|\nu_i^-\rangle$ :

$$|\hat{\nu}_i\rangle = \cos \phi_i |\nu_i^+\rangle + \sin \phi_i |\nu_i^-\rangle \quad (i = 1, 2, 3), \quad (3.1)$$

jossa sekoituskulma  $\phi_i$  kuvaa tilan  $|\hat{\nu}_i\rangle$  jakautumista näihin ”uusiin” tiloihin. Tilat  $|\nu_i^+\rangle$  ja  $|\nu_i^-\rangle$  koostuvat ominaistiloista  $|\hat{\nu}_i\rangle$  ja vastaavista steriilien neutriinojen ominaistiloista  $|\hat{\nu}_{si}\rangle$ :

$$\begin{cases} |\nu_i^+\rangle = \cos \phi_i |\hat{\nu}_i\rangle - \sin \phi_i |\hat{\nu}_{si}\rangle \\ |\nu_i^-\rangle = \sin \phi_i |\hat{\nu}_i\rangle + \cos \phi_i |\hat{\nu}_{si}\rangle \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (3.2)$$

jossa alaindeksit  $s_1, s_2$  ja  $s_3$  kuvaavat steriilejä neutriinoja. Steriilien neutriinojen ominaistilat ovat siten

$$|\hat{\nu}_{si}\rangle = -\sin \phi_i |\nu_i^+\rangle + \cos \phi_i |\nu_i^-\rangle \quad (i = 1, 2, 3). \quad (3.3)$$

Tässä esitystapa on valittu laskujen kannalta yksinkertaisimmaksi, sillä ominaismassojen etumerkillä ei ole merkitystä tulosten kannalta [vrt. (2.4)]. Kvasidegeneroituneiden tilojen välillä voi olla myös CP-vaihe [7], mutta vaihe supistuu pois siirtymätodennäköisyyttä laskettaessa.

Merkitään

$$|\nu_i^\pm\rangle = \begin{cases} |\nu_i^+\rangle & i = 1, 2, 3 \\ |\nu_{i-3}^-\rangle & i = 4, 5, 6. \end{cases} \quad (3.4)$$

Käyttäen hyväksi lauseketta (1.1) saamme aktiivisille neutriinoille ( $\alpha = e, \mu, \tau$ )

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha\rangle &= \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\hat{\nu}_i\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* \left( \cos \phi_i |\nu_i^+\rangle + \sin \phi_i |\nu_i^-\rangle \right) \\ &= \sum_{i=1}^6 \mathcal{U}_{\alpha i}^* |\nu_i^\pm\rangle \end{aligned} \quad (3.5)$$

ja steriileille neutriinoille ( $\alpha = \tilde{s}1, \tilde{s}2, \tilde{s}3$ )<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha\rangle &= \sum_{i=1}^3 (U_R)_{\alpha i}^* |\hat{\nu}_{si}\rangle = \sum_{i=1}^3 (U_R)_{\alpha i}^* \left( -\sin \phi_i |\nu_i^+\rangle + \cos \phi_i |\nu_i^-\rangle \right) \\ &= \sum_{i=1}^6 \mathcal{U}_{\alpha i}^* |\nu_i^\pm\rangle, \end{aligned} \quad (3.6)$$

jossa olemme määritelleet  $6 \times 6$  sekoitusmatriisin  $\mathcal{U}$  seuraavasti

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} U & 0 \\ 0 & U_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C & S \\ -S & C \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

$$S \equiv \text{diag}(\sin \phi_1, \sin \phi_2, \sin \phi_3) = \begin{pmatrix} \sin \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \phi_3 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

ja

$$C \equiv \text{diag}(\cos \phi_1, \cos \phi_2, \cos \phi_3) = \begin{pmatrix} \cos \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi_3 \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

$U = U_L$  on tavallinen PMNS-matriisi (1.1) ja  $U_R$  on vastaavanlainen unitaarimatriisi oikeakätisille neutriinoille. Voimme valita  $U_R = \text{diag}(1, 1, 1)$  menettämättä lausekkeen yleisyyttä, sillä  $U_R$  ei esiinny siirtymätodennäköisyyden lausekkeessa (1.12) – eikä meillä siten ole mahdollisuutta saada siitä mitään tietoa. Tällöin  $\tilde{s}i = si$  ( $i = 1, 2, 3$ ) ja sekoitusmatriisi  $\mathcal{U}$  saa muodon

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} \cos \phi_1 U_{e1} & \cos \phi_2 U_{e2} & \cos \phi_3 U_{e3} & \sin \phi_1 U_{e1} & \sin \phi_2 U_{e2} & \sin \phi_3 U_{e3} \\ \cos \phi_1 U_{\mu 1} & \cos \phi_2 U_{\mu 2} & \cos \phi_3 U_{\mu 3} & \sin \phi_1 U_{\mu 1} & \sin \phi_2 U_{\mu 2} & \sin \phi_3 U_{\mu 3} \\ \cos \phi_1 U_{\tau 1} & \cos \phi_2 U_{\tau 2} & \cos \phi_3 U_{\tau 3} & \sin \phi_1 U_{\tau 1} & \sin \phi_2 U_{\tau 2} & \sin \phi_3 U_{\tau 3} \\ -\sin \phi_1 & 0 & 0 & \cos \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \phi_2 & 0 & 0 & \cos \phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \phi_3 & 0 & 0 & \cos \phi_3 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

<sup>1</sup> Indeksit  $\tilde{s}i$  ja  $si$  eivät välttämättä tarkoita samaa tilaa.

## 3.2 Siirtymätodennäköisyys

Merkitään massatilojen  $|\nu_i^+\rangle$  ja  $|\nu_i^-\rangle$  vastaavia ominaismassoja  $m_i^+$ :lla ja  $m_i^-$ :lla, ja massojen neliöllisistä eroa

$$\delta m_i^2 \equiv (m_i^+)^2 - (m_i^-)^2. \quad (3.11)$$

(kts. kuva 3.1). Tässä voidaan valita  $\delta m_i^2 > 0$  menettämättä tulosten yleisyyttä. Riippuen nyt oskillaatiomatkan

$$L_i^{\text{osc}} \equiv \frac{4\pi E}{\delta m_i^2} \quad (3.12)$$

ja lentomatkan  $L$  suuruuksista degeneroituneille tiloille voidaan soveltaa

1. yleisempää siirtymätodennäköisyyttä (1.12), jos  $L \gtrsim L_i^{\text{osc}}$
2. keskiarvoistettua siirtymätodennäköisyyttä (1.22), jos  $L \gg L_i^{\text{osc}}$
3. ei mitään, jos  $L \ll L_i^{\text{osc}}$ ; oskillaatioilmiö ei ole havaittavissa.

Lausekkeet (1.12) ja (1.22) käyvät siis kaikenlaisille sekoitusmatriiseille, mutta niistä on hankala hahmottaa degeneroituneiden massatilojen vaikutuksia. Käy ilmi, että siirtymätodennäköisyys voidaan muotoilla paljon käytännöllisempään muotoon.

Lähtien lausekkeesta (1.12) saamme

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} &= \sum_{i,j=1}^6 U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_i - E_j)t} \\ &= \sum_{i,j=1}^3 U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \left[ \cos^2 \phi_i \cos^2 \phi_j e^{-i(E_i^+ - E_j^+)t} + \cos^2 \phi_i \sin^2 \phi_j e^{-i(E_i^+ - E_j^-)t} \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_j e^{-i(E_i^- - E_j^+)t} + \sin^2 \phi_i \sin^2 \phi_j e^{-i(E_i^- - E_j^-)t} \right] \\ &= \underbrace{\sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 [\dots]}_{\equiv P_1} + \underbrace{2 \Re \sum_{\substack{i,j=1 \\ i>j}}^3 W_{\alpha\beta}^{ij} [\dots]}_{\equiv P_2}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

jossa termi  $W_{\alpha\beta}^{ij} = U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*$  esiteltiin jo lausekkeessa (1.20). Energiat  $E_i^+$  ja  $E_i^-$  ovat massatilojen  $|\nu_i^+\rangle$  ja  $|\nu_i^-\rangle$  neutriinoiden energiat. Lausekkeessa (3.13) esiintyville energioiden erotuksille

(kuva 3.1) pätee ( $i > j$ )

$$\begin{aligned}
 E_i^+ - E_i^+ &= 0 & E_i^+ - E_i^- &= \frac{\delta m_i^2}{2E} \\
 E_i^- - E_i^+ &= -\frac{\delta m_i^2}{2E} & E_i^- - E_i^- &= 0 \\
 E_i^+ - E_j^+ &= \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E} & E_i^+ - E_j^- &= \frac{\Delta m_{ij}^2 + \mathcal{O}(-\delta m_j^2)}{2E} \\
 E_i^- - E_j^+ &= \frac{\Delta m_{ij}^2 + \mathcal{O}(\delta m_i^2)}{2E} & E_i^- - E_j^- &= \frac{\Delta m_{ij}^2 + \mathcal{O}(\delta m_i^2 - \delta m_j^2)}{2E},
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

jossa  $\mathcal{O}(\cdot)$ -termit voidaan käytännössä poistaa, sillä  $\delta m_i^2 \ll \Delta m_{ij}^2$ . Siten

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \left[ \cos^4 \phi_i + \sin^4 \phi_i + \cos^2 \phi_i \sin^2 \phi_i \left( e^{-i\delta m_i^2 L/2E} + e^{i\delta m_i^2 L/2E} \right) \right] \\
 &= \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \left[ 1 - \sin^2(2\phi_i) \sin^2\left(\frac{\delta m_i^2}{4E} L\right) \right]
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

ja

$$\begin{aligned}
 P_2 &= 2 \Re \sum_{\substack{i,j=1 \\ i>j}}^3 W_{\alpha\beta}^{ij} \left[ \cos^2 \phi_i \cos^2 \phi_j + \cos^2 \phi_i \sin^2 \phi_j \right. \\
 &\quad \left. + \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_j + \sin^2 \phi_i \sin^2 \phi_j \right] \exp\left(-i\frac{\Delta m_{ij}^2}{2E} L\right) \\
 &= 2 \Re \sum_{\substack{i,j=1 \\ i>j}}^3 W_{\alpha\beta}^{ij} \exp\left(-i\frac{\Delta m_{ij}^2}{2E} L\right).
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Kun oskillaatio degeneroituneen tilaparin välillä voidaan havaita, pätee

$$\delta m_i^2 L/2E \gtrsim 1,$$

jolloin

$$\Delta m_{ij}^2 L/2E \gg 1$$

ja termi  $P_2$  voidaan keskiarvoistaa nolnaan. Saamme lopulta

$$P_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \left[ 1 - \sin^2(2\phi_i) \sin^2\left(\frac{\delta m_i^2}{4E} L\right) \right]. \tag{3.17}$$

On syytä myös huomata, että

$$P_{\alpha\beta} = P_{\beta\alpha}. \tag{3.18}$$

### 3.3 Erikoistilanteita

Lauseke (3.17) antaa meille mahdollisuuden tutkia helposti eri erikoistapauksia. Jos esimerkiksi degeneroituneet tilat eivät sekoitu toistensa kanssa eli  $\phi_i = 0$  ( $i = 1, 2, 3$ ), niin saamme aikaisemmin saadun keskiarvoistetun siirtymätodennäköisyyden (1.22).

Toisena ääripäänä on pseudo-Dirac-mallin tilanne, jossa sekoittuminen on maksimaalista. Tässä erikoistilanteessa sijoitus  $\phi_i = \pi/4$  antaa siirtymätodennäköisyyden

$$P_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \left[ 1 - \sin^2 \left( \frac{\delta m_i^2}{4E} L \right) \right], \quad (3.19)$$

joka on täysin sama kuin viitteessä [16] esitetty tulos.

Jos neutriinon lentomatka on merkittävästi suurempi kuin tilaparin oskillaatiomatka, voidaan siirtymätodennäköisyys keskiarvoistaa matkan<sup>2</sup> suhteen. Tällöin

$$P_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\phi_i \right]. \quad (3.20)$$

Sekoituskulmien  $\phi_i$  arvojen selvittäminen tästä lausekkeesta on jo kohtuullisen suoraviivaista, sillä termit  $|U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2$  tunnetaan hyvällä tarkkuudella eri neutriinokokeiden perusteella. Jos edellisen ehdon lisäksi sekoittuminen on maksimaalista, saamme

$$P_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \quad (3.21)$$

eli siirtymätodennäköisyydet ovat puolet standarditapauksesta, tai neutriinovoita tutkittaessa neutriinoita tulisi havaita vain puolet ennustetusta.

On myös lukuisia muita erikoistilanteita, kuten

- a) sekoituskulmat ovat samat ts.  $\phi \equiv \phi_1 = \phi_2 = \phi_3$
- b) massaerot ovat samat ts.  $\delta m^2 \equiv \delta m_1^2 = \delta m_2^2 = \delta m_3^2$
- c) jokin/jotkin tilat eivät ole lähes degeneroituneet, jolloin vastaavan tilaparin sekoituskulma voidaan asettaa nolnaan.

Tarkastelemme useita erikoistilanteita ja niiden havaittavia vaikutuksia tarkemmin luvussa 5. Siirtymätodennäköisyyksiä ei (välttämättä) ole suoraan mahdollista havaita, vaan yleensä havaitaan neutriinovoita tai niiden erilaisia suhteita. Tällöin alkuperäisen neutriinolähteen vuosuhteella on suuri merkitys. Käymme läpi seuraavassa luvussa kvasidegeneroituneiden neutriinon havaitsemiseen soveltuvia neutriinolähteitä.

<sup>2</sup>Oletamme, että neutriinon energia on kiinnitetty.



# LUKU 4

---

## KAUKAISET NEUTRIINOLÄHTEET JA NIIDEN HAVAITSEMINEN

---

Neutriinoilla oskillaatiomatka on kääntäen verrannollinen neliömassaeroon,  $\Delta m^2$ : mitä suurempi neliömassaero, sitä lyhyempi oskillaatiomatka. Vastaavasti pienempien neliömassaerojen havaitsemiseen tarvitaan pidempiä lentomatkoja. Nykyisen hiukkasfysiikkadatan mukaan kvasidegeneroituneiden neutriinoiden – jos niitä on olemassa – täytyy olla alueella  $\delta m^2 = \Delta m^2 < 1,8 \times 10^{-12} \text{ eV}^2$  [8].

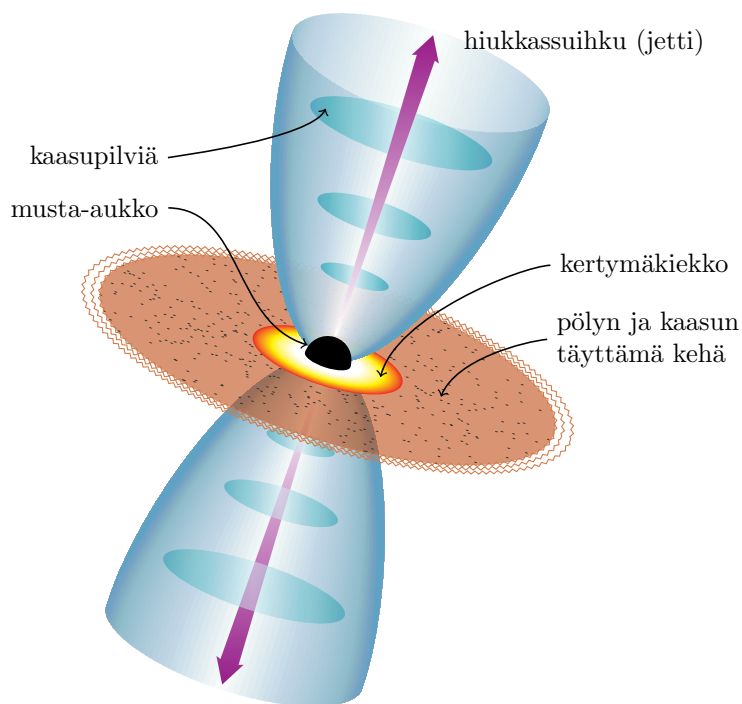
Näin pienen neliömassaeron havaitsemiseen tarvitaan useiden valovuosien lentomatkoja. Käytännössä kvasidegeneroituneet neutriinot voitaisiin havaita galaksin sisäisillä neutriinolähteillä, kuten supernovilla, supernovajäänteillä ja röntgenkaksoistähdillä [54], ja galaksin ulkopuolisilla neutriinolähteillä, kuten aktiivisilla galaksiytimillä (AGN) ja gammapurkauksilla (GRB). Koska galaksissamme olevat neutriinolähteet eivät välttämättä ole tarpeeksi kaukana oskillaatioilmiön aikaansaamiseksi, keskitymme analyysissamme AGN:iin ja GRB:iin.

### 4.1 Kaukaiset neutriinolähteet

#### AGN

Aktiivisen galaksin keskustassa ajatellaan toimivan erittäin massiivinen musta-aukko, jonka massa on  $\sim 10^7 M_\odot$  tai enemmän. Mustan aukon ympärille kertynyt aine tiivistyy kertymäkiekkoon ja putoaa sitten mustaan aukkoon. Magneettikenttien vaikutuksesta tai muista syistä osa aineesta kiihtyy mustan aukon navoilta hiukkassuihkuina valtaviin nopeuksiin (kuva 4.1). Kun aktiivista galaksia tarkastellaan hiukkassuihkun suunnasta, sanotaan sitä *blasaariksi* ja gammapurkausten jälkeen ne ovat universumin kirkkaimpia taivaankappaleita [9, 54, 55].

Kaikkia blasaareita yhdistää niiden samankaltainen toimintamekanismi. Relativistisilla hiukkassuihkuilla on alirakenne, joka muodostuu ”hiukkasmöykyistä”. Shokit näissä hiukkassuihkujen ”möykyissä” kiihdyttävät varattuja hiukkasia ensimmäisen kertaluvun Fermi-mekanismilla (kts. esim. [56]) ja  $pp$ - ja  $p\gamma$ -vuorovaikutukset saavat aikaan TeV-luokan gammasäteilyä ja suuri ener-



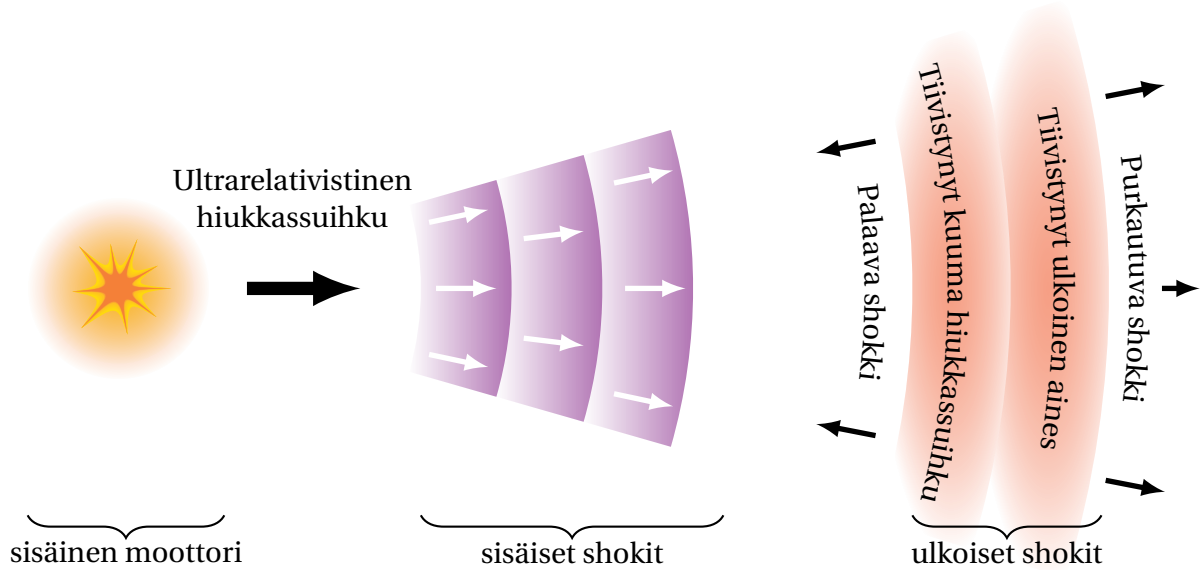
**Kuva 4.1**  
Havainnekuva aktiivisesta galaksiytimestä.

gisiä neutriinoja. AGN-neutriinoista suurenergisimmät tuotetaan blasaareissa, mikä tekee niistä erinomaisia havainnointikohteita. Aktiivisen galaksin ”roihun” eli hiukkassuihkun kesto on riippuvainen mustan aukon ympärille kertyneen aineen määrästä. Tyypillisesti roihu kestää jopa joi-takin vuorokausia. Kun kaikki aine on käytetty loppuun aktiivisesta galaksista tulee *tavallinen galaksi*.

Aktiivisia galakseja havaitaan etäisyydestä  $\sim 10$  Mpc jopa etäisyyksiin, joissa punasiirtymä on  $z > 7$ . Koska standardikynttilöinä käytetyillä Ia-tyypin supernovilla (SNe) voidaan havaita punasiirtymiä vain  $z \sim 1,7$  asti, on AGN:llä yritetty laajentaa kosmologisten etäisyyksien mittaamista. Tässä on onnistuttu vasta viimeaikaisessa tutkimuksessa [57], jossa tutkittiin 38:aa AGN:ää. Näistä kauimmat ovat uuden tiedon perusteella jopa  $\sim 2000$  Mpc etäisyydellä.

## GRB

Gammapurkaus tai tulipallo–gammasädepurkaus on hetken aikaa alkuräjähdyksen jälkeen maailmankaikkeuden kirkkain ilmiö – kirkkaampi kuin koko universumi. Purkauksen aikana se vapauttaa gammasäteilyn muodossa energiamäärän, joka vastaa Auringon massaa [55]. Gammapurkauksen varsinaista syntymekanismia ei tarkasti tunneta, vaan sille on kehitetty erilaisia malleja [58]. Esimerkiksi relativistinen tulipallo -mallissa tai sisäisten–ulkoisten-shokkien mallissa (kuva 4.2) purkauksen havaittava säteily tuotetaan sisäisissä shokeissa, jotka kiihdyttävät hiuk-kasia ja saavat aikaan magneettikenttiä.


**KUVA 4.2**

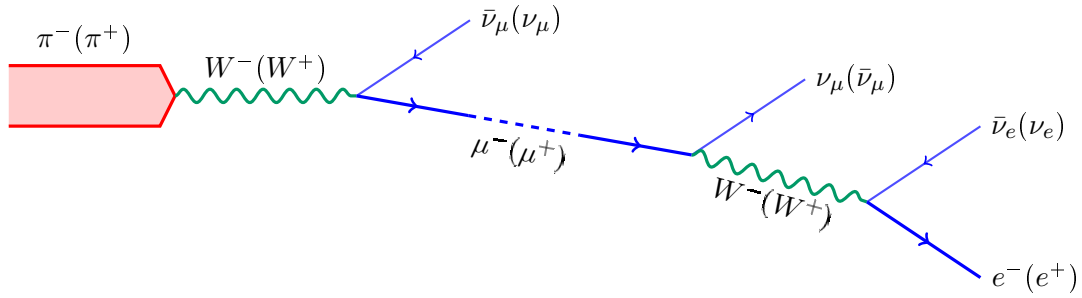
Havainnekuva gammapurkauksen syntymisestä [59, 60]. Gammapurkauksen moottorina (inner engine) ajatellaan toimivan luontoa mullistava ilmiö, kuten massiivisen tähden luhistuminen tahi kahden neutronitähden tai neutronitähden ja mustan aukon yhteentörmäys. Purkauksesta irronnut ultrarelativistisen hiukkassuihku tuottaa valtavat määrät energiaa gammasäteiden purkauksissa, jotka syntyvät sisäisissä shokeissa. Hiukkassuihkun osuessa ympäröivään aineeseen se hidastuu. Tällöin syntyy kaksi erilaista ulkoista shokkia: eteenpäin purkautuva shokki, joka etenee väliaineeseen, ja palautuva shokki, joka tunkeutuu ulosvirtaavaan hiukkassuihkuun.

Gammapurkauksen kirkkain jakso kestää vajaasta sekunnista (lyhyet gammapurkaukset) noin puoleen minuuttiin (pitkät gammapurkaukset). Kirkkaimman jakson jälkeen gammapurkauksesta näkyy ulkoisten shokkien aikaansaama jälkihehku [61]. Vuosittain havaitaan noin 670 gammapurkausta [61, 62] eli gammapurkaus on harvinainen ilmiön<sup>1</sup>. Koska gammapurkaukset ovat kirkaampia ilmiöitä kuin blasaarit, ne voidaan havaita paljon kauempaa. Tyypillinen punasiirtymä lyhyille gammapurkauksille on 0,25 ja pitkille 2,5 [61]. Suurin mitattu gammapurkauksen punasiirtymä on 8,1 (GRB 090423), mikä tarkoittaa, että purkaus on tapahtunut universumin ollessa noin 4% nykyisestä iästään [63].

## 4.2 Neutriinojen alkuvuot

Neutriinojen syntymekanismi astrofysikaalisissa lähteissä ajatellaan perustuvan mekanismiin, jossa kiihdytetyt protonit törmäävät ympäröiviin protoneihin ja fotoneihin. Näissä  $pp$ - ja  $p\gamma$ -vuorovaikutuksissa syntyneet toissijaiset (sekundaariset) hiukkaset ( $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ ,  $D$ , ...) hajoavat neutriinoihin ja myoneihin. Esimerkiksi pionien  $\pi^\pm$  hajoaminen tuottaa aluksi myonin neutriinin ja myonin, ja myoni hajoaa edelleen elektroniksi ja myonin ja elektronin neutriinoiksi (kuva 4.3). Siten neutriinoja tuotetaan suhteessa  $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)/(\nu_e + \bar{\nu}_e) \simeq 2$ . Tarkka alkuvuosuhde  $\Phi_e^0 : \Phi_\mu^0 : \Phi_\tau^0$  riippuu luonnollisesti isäntähiukkasten spektristä ja väliaineen muodostumisen ominaisuuksista.

<sup>1</sup>Gammapurkaus ei välttämättä ole harvinainen ilmiö, jos purkaus tapahtuu kapeana hiukkassuihkuina samalla tavalla kuin AGN-jetti. Tällöin maailmankaikkeudessa tapahtuu gammapurkauksia paljon enemmän kuin voimme nähdä.


**KUVA 4.3**

Pionin,  $\pi^- (\pi^+)$ , hajoaminen myoniksi ja myonin antineutriinoksi ja myonin hajoaminen kahdeksi neutriinoksi ja elektroniksi.

Fermi-kiihdytykseen perustuvat mallit ennustavat, että neutriinon spektri on verrannollinen johonkin energian potenssiin,

$$\frac{dF_{\nu\beta}}{dE_{\nu\beta}} = \mathcal{N}_{\nu\beta} E_{\nu\beta}^{-\alpha}, \quad (4.1)$$

jossa  $\mathcal{N}_{\nu\beta}$  on normalisointitekijä ja  $\alpha$  on spektraali-indeksi [20]. Spektraali-indeksi hiukkasille, joiden kiihdytys tapahtuu Fermi-kiihdytyksen mekanismilla, on  $\alpha = 2$ . Epälineaaristen tekijöiden vaikutuksesta spektraali-indeksi voi kuitenkin olla välillä 1 – 3.

Esimerkiksi AGN-hiukkassuihkuille  $\alpha = 1$ . Gammapurkauksilla spektraali-indeksi riippuu neutriinon energiasta: energialle  $E \sim 10^{14}$  eV  $\alpha = 2$  ja  $E > 10^{16}$  eV  $\alpha = 1$  [64]. Viitteessä [65] on laskettu spektraali-indeksin vaikutukset neutriinon alkuvuohon. AGN-hiukkassuihkuille, joissa  $\alpha = 1$ , alkuvuosuhde on 1 : 2 : 0, kun taas gammapurkauksille, joissa  $\alpha = 2$ , alkuvuosuhde on 1 : 1,86 : 0. Myonien ”väärä” polarisaatio pienentää myonin neutriinon suhteellista osuutta silloin, kun  $\alpha > 1$  [65].

Taun neutriinoja tuotetaan varsin olematon määrä verrattuna muihin neutriinoihin, vain noin 0,1%, ja muiden hiukkasten kuin pionien – kuten  $K^\pm$  – vaikutus gammapurkausten alkuvuosuhteeseen on lähes olematon [66]. Tosin, jos gammapurkauksen hiukkassuihku ”tukehtuu” raskaaseen väliaineeseen, neutriinon materiaali-ilmioit purkauksen sisemmällä, tiheällä alueella voivat saada aikaan resonanssioskillaation tilojen  $\nu_e \leftrightarrow \nu_{\mu,\tau}$  välillä ennen neutriinon erkaantumista pinnalta [67]. Alkuvuosuhde olisi tällöin 1 : 2,2 : 0,4.

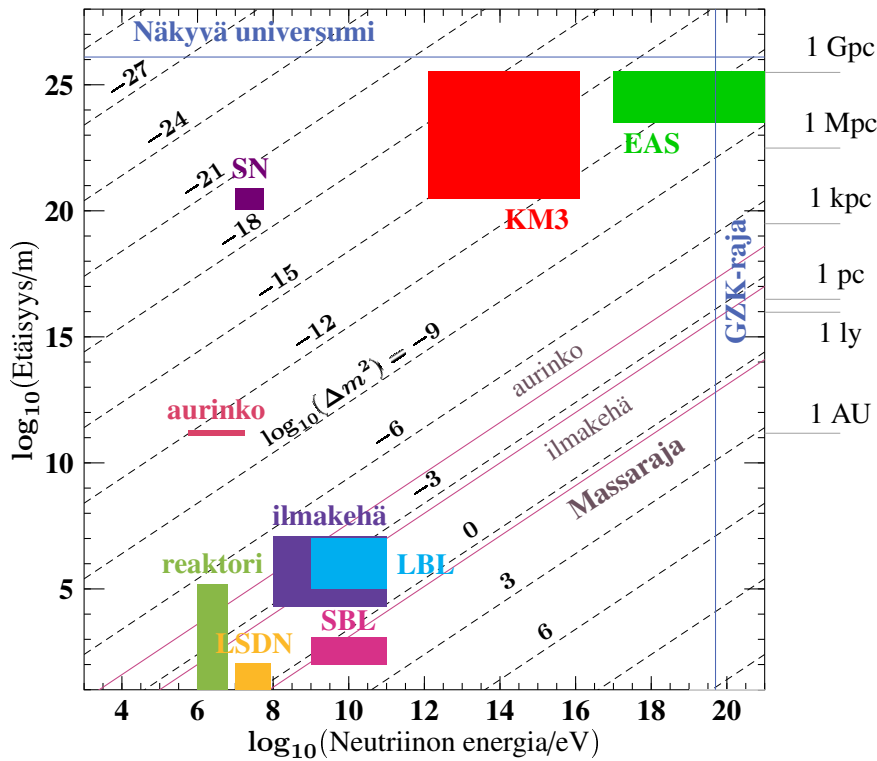
Laskelmien mukaan, jos emme ota huomioon materiaali-ilmioita, taun neutriinon määrä on olematon verrattuna muihin neutriinoihin. Voimme siten tarkastella pionituoton lisäksi kahta muuta ääritapausta: myonivaimentuneet pionilähteet ja neutronituotto. Myonivaimentuneissa pionilähteissä myonit menettävät energiaa magneettikenttien vaikutuksesta tai muista syistä niin paljon, että niiden hajoamisessa syntyvät neutriinot  $\nu_e$  ja  $\bar{\nu}_e$  jäävät alhaisen energiansa vuoksi havaitsematta. Tällöin alkuvuosuhde on 0 : 1 : 0. Toisena ääripäänä on neutronituotto, jossa tuotetaan pääosin vain neutroneja. Fotonit irrottavat niitä raskaista ytimistä ja neutronien hajoamisen seurauksena tuotetaan puhdasta  $\bar{\nu}_e$ -neutriinon ”beetasäteilyä”, jolloin alkuvuo on 1 : 0 : 0.

Nämä ääritapaukset – kuin myös pionituotto – ovat ideaalisia, ja alkuvuon voidaan olettaa olevan merkittävästikin erilainen. Esimerkiksi puhdas elektronin neutriinon -tuotto ei ole mahdollista,

sillä neutronituotto liittyy luonnollisesti pionituottoon ja siten myös myöskin myöskin neutriinon tuottoon [65]. Voidaan kuitenkin ajatella, että alkuvuo  $1 : 2 : 0$  on hyvä approksimaatio oletetulle neutriinolähteelle ja alkuvuot  $0 : 1 : 0$  ja  $1 : 0 : 0$  ovat sen ääripäät.

### 4.3 Havainnointi

Gammapurkaukset ja AGN-hiukkassuihkut ovat lyhytkestoisia tapahtumia, ja niistä lähtevät neutriinot ovat vaikeasti havaittavia suuren energiansa, suuren etäisyytensä ja neutriinon heikosti vuorovaikuttavan luonteen takia. Jotta kvasidegeneroituneiden neutriinon havainnointi onnistuu, tulee neutriinodata kerätä useasta neutriinolähteestä mahdollisesti usean vuosikymmenen ajan tai sitten kasvattaa neutriinon havaitsemiseen tarvittavan väliaineen tilavuutta, ja siten parantaa neutriinon havaitsemisen todennäköisyyttä. Riittävän tilastotieteen saamisen takia jouduttaneen käyttämään molempia menetelmiä.



**KUVA 4.4**

Eri neutriinokokeiden käsittämää lentomatkoja ja energioita. Kuvassa on esitetty aurinko-, ilmakehä-, reaktori-, supernova- (SN), lyhyen lentomatkan (SBL), pitkän lentomatkan (LBL), LSDN- [44] ja laajamittaisen ilmasuihku- (EAS) kokeiden herkkyysalueet eri väreillä. Tässä työssä keskitytään kuutiokilometriluokan kokeisiin (KM3). Kuva on suomennettu viitteestä [16].

### Neutriino-observatoriot

Suurten kokoluokan neutriinoilmaisimia, ns. kuutiokilometrikokoluokan neutriino-observatorioita (KM3, kts. kuva 4.4), on Baikal-koel [68,69] samannimisessä järven Siperiassa, ANTARES- [70],

NEMO- [71] ja NESTOR- [72] kokeet Välimeressä ja IceCube-koe [10,11] syvällä Etelämantereen jäässä. Baikaljärven ja Välimeren kokeet ovat tilavuudeltaan  $0,01 \text{ km}^3$  -luokkaa ja IceCube-koe vastaavasti  $1 \text{ km}^3$  -luokkaa. Viimeaikaiset tulokset [62] IceCube-kokeesta antavat olettaa, että nykyisillä neutriino-observatorioilla ei saada riittävän tarkkoja tuloksia – parempiin tuloksiin tarvitaan IceCubea suurempia observatorioita, kuten Välimereen suunnitteilla oleva KM3NeT-ilmaisim [12,13].

**IceCube.** Etelämantereen jäähän, etelänavan läheisyyteen sijoitettu neutriino-observatorio, IceCube, on tällä hetkellä tilavuudeltaan suurin neutriino-observatorio. Neutriino-atomydin vuorovaikutuksissa syntyneet toissijaiset (sekundaariset) varatut hiukkaset synnyttävät Tsherenkovin säteily, jotka voidaan tunnistaa digitaalis-optisella moduulilla (DOM). Moduulit sijoitetaan vaijeriin ja vaijeri lasketaan lämminvesiporauksella jäähän tehtyyn reikään ennen kuin vesi jäätyy. Valmistuessaan IceCube rakentuu 86 vaijerista, joista kukin sisältää 60 kappaletta DOM:ia sijoitettuna tasaisesti 1450 m – 2450 m syvyydelle.

**KM3NeT.** Usean kuutiokilometrin kokoinen KM3NeT-observatorio on suunniteltu sijoitettavaksi syvälle Välimeren pohjaan, jossa meriveden optiset ominaisuudet ovat paremmat kuin Etelämantereen jäässä ja syväjärvissä. Neutriinon havainnointi tapahtuu samantapaisilla digitaalis-optisilla moduuleilla kuin IceCubella, jotka ankkuroidaan meren pohjaan kilometrien syvyyksiin vaijereilla. Vaijerin toinen pää pidetään koholla kellukseen avulla. Yhteen vaijeriin sijoitetaan kymmenisen moduulia tai moduuliryhmää mahdollisesti 50 metrin etäisyydelle toisistaan. Rakennelman korkeudeksi tulisi siten  $\sim 500 - 1000 \text{ m}$ . Tämän suunnittelun haasteena on merivirrat, jotka muuttavat jatkuvasti moduulien keskinäisiä sijainteja. Monet KM3NeT-observatorion osat ovat vielä suunnittelu- tai kartoitusasteella, kuten moduulien ja vaijerien rakenne ja määrä sekä observatorion sijoituspaikka.

## Neutriinon tunnistaminen

Neutriinon tunnistamista on käsitelty monessa eri artikkelissa. Tässä keskitymme IceCube-ilmaisimen kykyyn tunnistaa eri neutriinolajeja [73]. Neutriinolajien suhteita ei voida suoraan määrittää, mutta toisiaan täydentävät erityyppiset reaktiot auttavat suhteiden päättelyssä.

Kaikki neutriinolajit voivat vuorovaikuttaa tavallisen aineen kanssa neutraalin virran vuorovaikutuksen kautta. Neutriinon törmäys atomytimen kanssa irottaa kvarkin, joka hadronisoituu ja muodostaa siten tunnistettavan hadronisen suihkun. Kaikki neutriinolajit voivat vuorovaikuttaa myös varatun virran (VV) reaktion kautta. Elektronin neutriinon VV-reaktiossa syntyy elektroni, joka välittömästi muodostaa sähkömagneettisen suihkun. Periaatteessa sähkömagneettinen suihku ja hadroninen suihku on eroteltavissa niiden erilaisten muotojensa perusteella, mutta käytännössä eron havaitseminen on erittäin hankalaa.

Kun myonin neutriinon energia on suurempi kuin  $100 \text{ GeV}$ :ää, VV-reaktiossa syntyy hiukkas-suihku ja myonin jälki. Myonin hajoamismatka on pitkä ja se on helposti eroteltavissa hiukkas-suihkusta Tsherenkovin säteilyn avulla. Pitkän hajoamismatkan takia myonin neutriinon suunta on myös helposti määriteltävissä virheen ollessa  $1^\circ$  luokkaa. Toisaalta pitkä hajoamismatka han-

kaloittaa myonin – ja siten myonin neutriinon – energian määrittystä, sillä myonin hajoaminen tapahtuu yleensä neutriinoilmaisimen ulkopuolella.

Taun neutriinon VV-vuorovaikutuksesta syntyy taun jälki ja hadroninen suihku. Pienemmillä energioilla taun hajoaminen voi lyhyen hajoamismatkan takia sekoittua suihkuun. Tällöin taun VV-reaktiota ei voida erottaa neutraalin virran reaktioista. Taun neutriinon energian ollessa  $E_{\nu_\tau} \gtrsim 10^6$  GeV taun hajoaminen tapahtuu erillään taun neutriinosta syntyneestä hadronisesta suihkusta, jolloin syntyy tunnistettavia ”kaksoispamaus” (double-bang) ja ”tikkari” (lollipop) -tyyppisiä ilmiöitä. Kyseessä on kaksoispamaus, kun sekä taun neutriinon VV-reaktio että taun hajoaminen tapahtuvat ilmaisimen sisällä. Tikkari-ilmiössä näkyy jälkimmäinen kaksoispamauksen suihkuista ja käänteisessä tikkari-ilmiössä näkyy vastaavasti ensimmäinen. Erityisesti kaksoispamaus ja tikkari-ilmiöt mahdollistavat taun neutriinon tunnistamisen, mutta käänteinen tikkari -ilmiö voi helposti sekoittua esim. myonin neutriinon VV-reaktioon.

Vaikka elektronin neutriinoja ei todennäköisesti pystytä tunnistamaan muista neutriinoista, elektronin antineutriinot voidaan mahdollisesti havaita ns. Glashow–resonanssin [74],

$$\bar{\nu}_e e^- \rightarrow W^- \rightarrow X, \quad (4.2)$$

avulla, jossa  $W^-$ -bosoni syntyy massakuorelleen. Sen vaikutusala on siten paljon suurempi kuin muiden vuorovaikutusreaktioiden ja se tapahtuu antineutriinon resonanssienergialla  $E_{\bar{\nu}_e} = 6,3$  PeV. Elektronin antineutriinon havaitsemista Glashow–resonanssin avulla IceCubella on käsitelty esim. viitteessä [75], jossa sen oletetaan aiheuttavan selkeän piikin havaintojen määrään.

Neutriinon havaitsemisen kynnsarvot riippuvat siitä, millaisen reaktion neutriinot saavat aikaan. Myonin neutriinon varatun virran reaktiossa syntynyt myoni voidaan havaita, kun myonin energia on vähintään  $E_\mu \sim 50 - 100$  GeV. Varatun ja neutraalin virran reaktioissa syntyneet hiukkassuihkut voidaan vastaavasti havaita, kun suihkun synnyttäneen neutriinon energia ylittää 1 TeV:iä. Toisin kuin myonin neutriinon suunnan määrittäminen myonin liikeradan avulla on neutriinon suunnan määrittäminen hiukkassuihkujen avulla huomattavasti hankalampaa: suunnan määrittämisen virhe on luokkaa 25°.

KM3NeT parantaa IceCuben tarkkuutta monessa suhteessa: isompi koko mahdollistaa mm. suuremman havaintojen määrän ja tarkempien neutriinon tulokulmien määrittämisen. Esim. myonin tulokulman määrittäminen virhe on vain noin kymmenesosa verrattuna IceCubeen. Tulosten laatu myös paranee, sillä Välimeren vesi on läpinäkyvämpää kuin Etelämantereen syväjää.

## Havaintosuureet

Havaittujen neutriinon voien suuruuksista yksinään voi olla hankalaa päätellä neutriinon ominaisuuksia, sillä neutriinon voien suuruuksia ennustavat mallit eivät osaa välttämättä ottaa kaikkia neutriinon lähteen ja havainnointilaitteiston ominaisuuksia huomioon. Tällöin yksittäinen makuvuo tai kokonaisvuo voi poiketa merkittävästi ennustetusta. Mielekkäämpää on siten käyttää suhteutettuja voita, jotka eivät ole riippuvaisia kokonaisvuon suuruudesta.

Oletetaan, että Maassa havaittavat neutriinovuot ovat  $\Phi_e = \Phi_{\nu_e}$  elektronin neutriinon vuolle,  $\Phi_\mu = \Phi_{\nu_\mu}$  myonin neutriinon vuolle ja  $\Phi_\tau = \Phi_{\nu_\tau}$  taun neutriinon vuolle. *Kokonaisvuo Maassa* on

siten

$$\Phi_{\text{kok}} \equiv \Phi_e + \Phi_\mu + \Phi_\tau. \quad (4.3)$$

Näiden perusteella voidaan laskea *suhteelliset vuot*:

$$F_\alpha \equiv \Phi_\alpha / \Phi_{\text{kok}} \quad (\alpha = e, \mu, \tau). \quad (4.4)$$

Koska myonin neutriinon havaitseminen on paljon todennäköisempää kuin elektronin tai taun neutriinon havaitseminen, on myonin neutriinon suhteellinen vuo,

$$F_\mu = \Phi_\mu / \Phi_{\text{kok}}, \quad (4.5)$$

yksi helpoiten havaittavista vuosuhteista. Yhden neutriinon vuon vertaaminen kokonaisvuohon on vain yksi mahdollisuus: myös kahden eri neutriinovuon suhdetta voidaan tutkia. Kirjoitetaan:

$$R_{\alpha\beta} \equiv \Phi_\alpha / \Phi_\beta \quad (\alpha, \beta = e, \mu, \tau). \quad (4.6)$$

Esimerkiksi viitteissä [65, 76] käytetään vuosuhteita  $R_{e\mu}$  ja  $R_{\tau\mu}$ , ja viitteessä [66] käytetään mm. vuosuhdetta  $R_{e\tau}$ . Näistä elektronin neutriinon suhteellisten vuiden,  $R_{e\mu}$  ja  $R_{e\tau}$ , havaitseminen neutriino-observatorioiden avulla voi kuitenkin olla hankalaa, sillä elektronin neutriinoja ei ole helppo erottaa muista neutriinoista.



# LUKU 5

---

## NEUTRIINOJEN SUHTEELLISET- JA KOKONAISVUOT

---

Kvasidegeneroituneiden neutriinoiden vaikutusta neutriinovoihin on simuloitu tässä tutkielmassa Monte-Carlo-menetelmällä. Sekoituskulmien  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{23}$  ja  $\theta_{13}$  vaihteluvälit perustuvat taulukon 1.1 arvoihin. CP-vaiheeksi on otettu arvo  $\delta = 0$ . Neutriinoiden (suhteuttamattomat) vuot lasketaan kaavalla

$$\Phi_\alpha = \sum_{\beta=e,\mu,\tau} P_{\alpha\beta} \Phi_\beta^0, \quad (5.1)$$

jossa  $\Phi_\beta^0$  ( $\beta = e, \mu, \tau$ ) on neutriinoiden alkuvuo ja siirtymätodennäköisyyden kaavana on käytetty – ellei toisin mainita – keskiarvoistettua siirtymätodennäköisyyttä,

$$P_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\phi_i \right]$$

[lauseke (3.20)]. Koska pionituoton arvellaan olevan merkittävin neutriinolähde, käytämme pääasiallisesti alkuvuosuhdetta 1:2:0. Steriilien neutriinoiden sekoituskulmien  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  ja  $\phi_3$  vaihteluvälit on rajattu arvojen 0 (ei sekoittumista) ja  $\pi/4$  (maksimaalinen sekoittuminen) välille. Tulokset eivät tosin muutu vaikka välinä olisi  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .

Käytämme lyhennettyä merkintää,

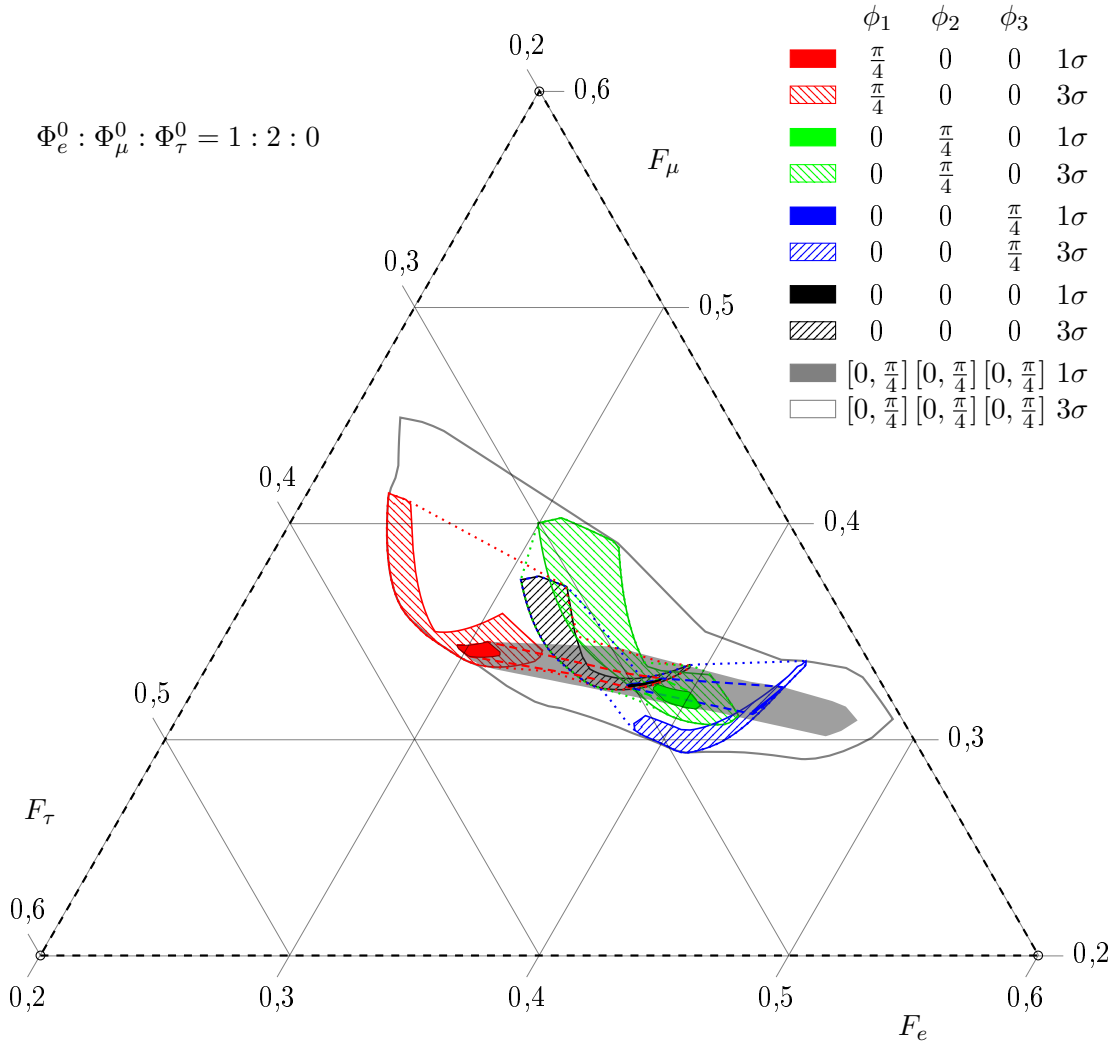
$$\phi_\alpha = \pi/4, \quad (5.2)$$

tarkoittamaan sitä, että  $\phi_\alpha$  sekoittuu maksimaalisesti ja muut sekoituskulmat,  $\phi_\beta$  ja  $\phi_\gamma$  ( $\beta \neq \alpha \neq \gamma$ ), ovat nollassa, ja merkinnällä,

$$\phi_{\alpha,\beta} = \pi/4 \quad (\alpha \neq \beta), \quad (5.3)$$

tarkoitamme, että sekoituskulmat  $\phi_\alpha$  ja  $\phi_\beta$  sekoittuvat maksimaalisesti ja kolmas sekoituskulma,  $\phi_\gamma$  ( $\beta \neq \gamma \neq \alpha$ ), on nolla.

Tarkastelemme tässä luvussa erityisesti steriilien neutriinoiden sekoituskulmien vaikutusta neutriinovoihin.

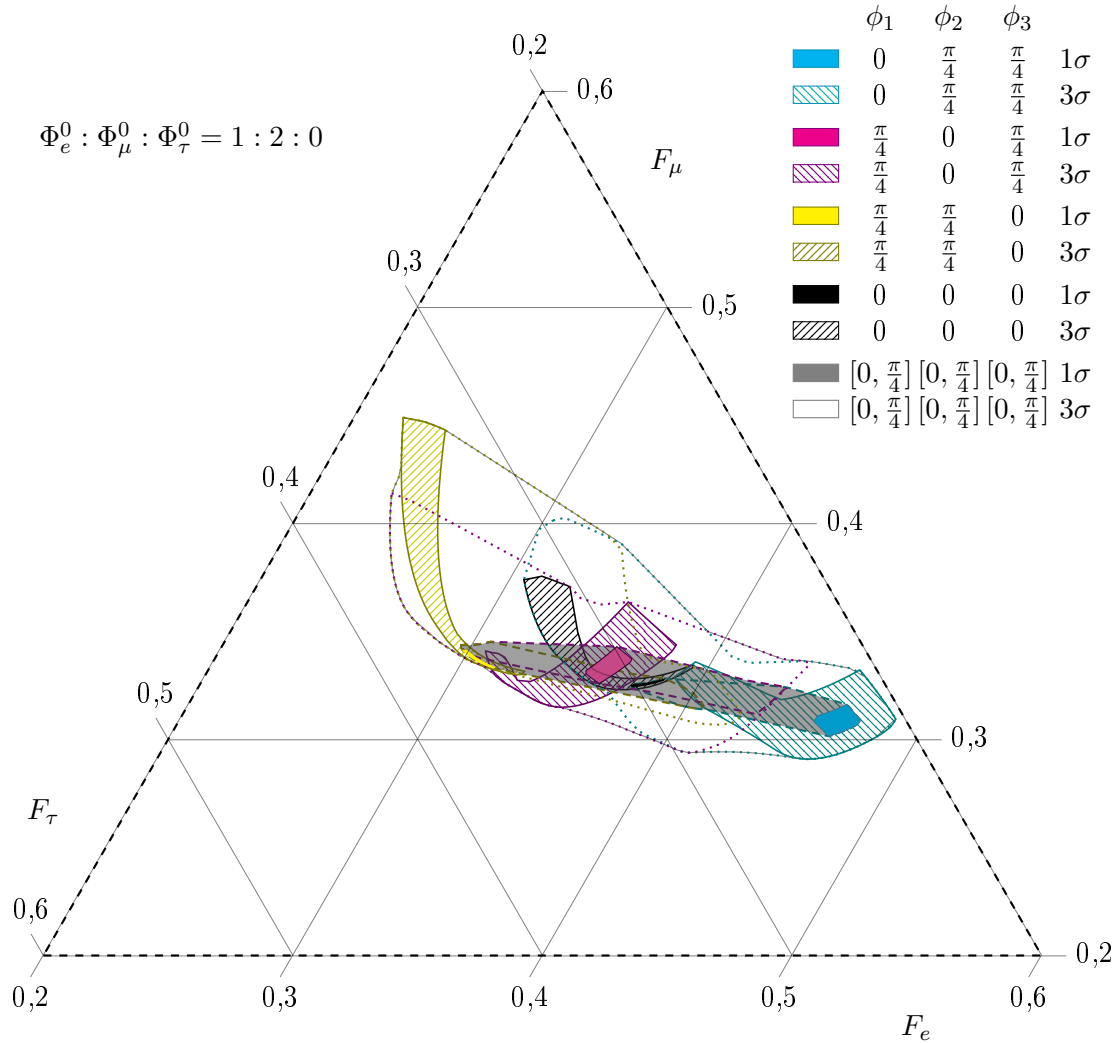

**KUVA 5.1**

Neutriinojen suhteelliset vuot silloin, kun vain yksi sekoituskulmista  $\phi_i$  poikkeaa nolasta. Yhtenäisillä alueilla on merkitty  $1\sigma$ -luottamusväliä ja viivoitetuilla  $3\sigma$ -luottamusväliä. Sekoituskulman siirtymistä nolasta maksimiin on kuvattu katkoviivoilla. Harmaalla on lisäksi merkitty neutriinovoja silloin, kun sekoituskulmien  $\phi_i$  arvoja ei ole kiinnitetty. Laskuissa on käytetty keskiarvoistettua siirtymätodennäköisyyttä (3.20).

## 5.1 Neutriinojen suhteelliset vuot

Neutriinojen suhteellisia voita ja kolmiokuvaajia on käsitelty tarkemmin erikoistyössä [21]. Tässä esittelemme vain päätulokset uusilla arvoilla ja  $1\sigma$ :n luottamusvälin lisäksi  $3\sigma$ :n luottamusvälillä.

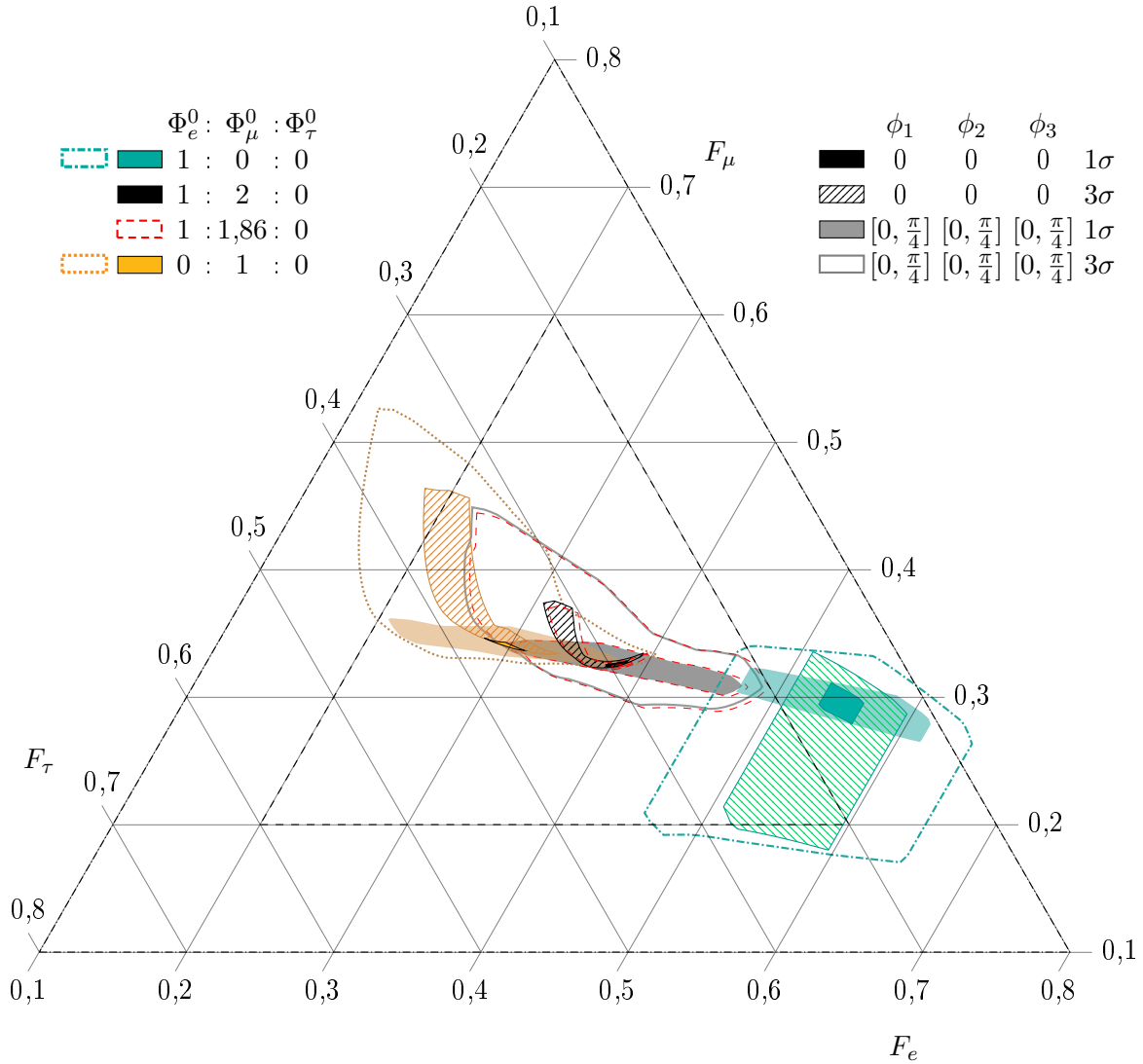
Kun vain yksi steriili neutriino sekoittuu täydellisesti ja muiden sekoituskulmien ollessa nolla, saamme kuvan 5.1 mukaisen tilanteen. Siinä mustalla on merkitty tilannetta ilman steriilejä neutriinoja ja muilla väreillä steriilien neutriinojen vaikutukset. Harmaalla pohjalla kuvataan steriilien neutriinojen suurinta vaikutusaluetta ( $\phi_i \in [0, \frac{\pi}{4}]$ ,  $i = 1, 2, 3$ ). Sekoituskulmalla  $\phi_2$  on pienin vaikutus standarditapaukseen ja sekoituskulmilla  $\phi_1$  ja  $\phi_3$  suurimmat. Tämä on suora seuraus siitä, minkälainen neutriinojen ”makusisältö” on (kuva 1.2). Neutriino  $\hat{\nu}_2$  sisältää tasapuolisesti


**KUVA 5.2**

Neutriinojen suhteelliset vuot silloin, kun yksi sekoituskulmista  $\phi_i$  on nolla. Yhtenäisillä alueilla on merkitty  $1\sigma$ -luottamusväliä ja viivoitetuilla  $3\sigma$ -luottamusväliä. Sekoituskulmien siirtymistä nollostä maksimiin on kuvattu katkoviivoilla. Harmaalla on lisäksi merkitty neutriinovoita silloin, kun sekoituskulmien  $\phi_i$  arvoja ei ole kiinnitetty. Laskuissa on käytetty keskiarvoistettua siirtymätodennäköisyyttä (3.20).

kaikkia makuja, jolloin niiden väheneminen neutriinovuossa ei näy merkittävästi suhteellisissa voissa. Neutriinot  $\hat{\nu}_1$  ja  $\hat{\nu}_3$  sen sijaan sisältävät merkittävästi elektronin ja vastaavasti taun neutriinoja, mikä näkyy standarditapauksesta poikkeavana vuosuhteena. Esimerkiksi, jos  $\phi_3 = \frac{\pi}{4}$ , niin neutriinojen  $\hat{\nu}_3$  määrä vähenee puoleen – vähentäen myös havaittavien  $\nu_\tau$  määrää – ja siten lisää elektronin neutriinojen suhteellista vuota. Ilmiö korostuu, kun  $\phi_3$ :n lisäksi  $\phi_2$  sekoittuu maksimaalisesti (kuvassa 5.2 sinivihreällä). Tällöin myös myonin neutriinojen määrä alkaa merkittävästi vähetä ja elektronin neutriinojen suhteellinen osuus kasvaa entisestään.

Vastaava pätee myös sekoituskulmille  $\phi_1$  ja  $\phi_2$ . Niiden sekoittuessa täydellisesti (kuvassa 5.2 keltaisella) elektronin ja myonin neutriinojen suhteellinen määrä vähenee ja taun neutriinojen suhteellinen osuus kasvaa. Kun  $\phi_1 = \phi_3 = \frac{\pi}{4}$ , niin neutriinojen  $\hat{\nu}_1$  ja  $\hat{\nu}_3$  määrien väheneminen


**KUVA 5.3**

Neutriinojen suhteellisia voita eri alkuvoilla. Tummemmilla ja viivoitetuilla alueilla ei ole steriilejä neutriinoja, vaalennetuilla ja rajatuilla alueilla on kvasidegeneroituneiden neutriinojen vaikutusalueiden ääriarajat. Punaisella katkoviivoitetulla on merkitty alkuvuosuhdetta 1:1,86:0 verrattuna alkuvuosuhteeseen 1:2:0 (mustalla). Laskuissa on käytetty keskiarvoistettua siirtymätodennäköisyyttä (3.20).

”kumoa” toistensa vaikutukset eikä alue (violetilla) juurikaan eroa standarditapauksesta.

Sekoituskulmien  $\phi_i$  ”siirtymistä” nolasta maksimiin on kuvattu katkoviivoilla kuvissa 5.1 ja 5.2. Voidaan havaita, että kaikki kolmen steriilin neutriinon vuosuhteet (rajattu harmaalla) voidaan selittää myös kahdella steriilillä neutriinolla (kuva 5.2).

On merkittävää huomata, että steriilien neutriinojen suurin vaikutus näkyy elektronin neutriinojen suhteellisessa vuossa, vaihteluväli on enimmillään noin 0,22 – 0,49 ( $3\sigma$ ). Myöskin ja taun neutriinojen suhteellisiin voihin vaikutus on pienempi, vaihteluvälit ovat vastaavasti 0,29 – 0,45 ( $3\sigma$ ) ja 0,20 – 0,38 ( $3\sigma$ ).

Jos alkuvuota ei tunneta tarkasti, eli se on alkuvuoiden 1:0:0 ja 0:1:0 välillä, voi steriilien neutriinon havaitseminen olla varsin haastava tehtävä. Kuvaan 5.3 alkuvuota 1:0:0 vastaava tilanne on merkitty vaaleansinisellä ja alkuvuota 0:1:0 vastaava oranssilla. Esimerkiksi neutriinon suhteellinen vuo standarditapauksessa alkuvuolla 0:1:0 on lähes sama kuin alkuvuon 1:2:0 ja sekoituskulmien  $\phi_1 = \phi_2 = \frac{\pi}{4}$  arvoilla (vrt. kuvien 5.2 keltainen alue ja 5.3 oranssi alue).

Gammapurkauksille tyypillistä alkuvuosuhdetta 1:1,86:0 on merkitty punaisella katkoviivalla (kuva 5.3). Vuosuhteiden eroavaisuudet alkuvuosuhteeseen 1:2:0 on hyvin pienet, lähes olemattomat. Molemmissa tapauksissa – ilman steriilejä neutriinoja – lopullinen vuosuhde keskittyy lähelle arvoa  $\frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3}$ , keskiarvon ollessa likimain 0,38 : 0,32 : 0,30.

## 5.2 Alkuvuon vaikutus neutriinon makuvoihin

Kuvassa 5.3 tarkasteltiin eri alkuvuoiden vaikutusta suhteellisiin voihin ilman steriilejä neutriinoja ja kolmen steriilin neutriinon kanssa. Eri sekoituskulmien vaikutusta ei huomioitu, sillä se olisi tehnyt kuvasta sekavan. Jotta saisimme jonkinlaisen käsityksen alkuvuon vaikutuksesta eri neutriinomakuuihin, tarkastelemme alkuvuota

$$F_e^0 : F_\mu^0 : F_\tau^0 = F^0 : 1 - F^0 : 0, \quad (5.4)$$

jossa  $F^0 \in [0, 1]$  kertoo elektronin ja myonin neutriinon alkuvuosuhteen, ja taun neutriinon alkuvuo on valittu nolaksi, sillä niiden tuotto on merkityksetöntä elektronin ja myonin neutriinotuottoihin verrattuna [66].

Kun valitsemme pystyakseliksi neutriinon makuvuon,  $\Phi_\alpha / \Phi_{\text{kok}}^0$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ), jossa vuo on suhteutettu alkuperäiseen kokonaisvuohon,

$$\Phi_{\text{kok}}^0 = \Phi_e^0 + \Phi_\mu^0 + \Phi_\tau^0, \quad (5.5)$$

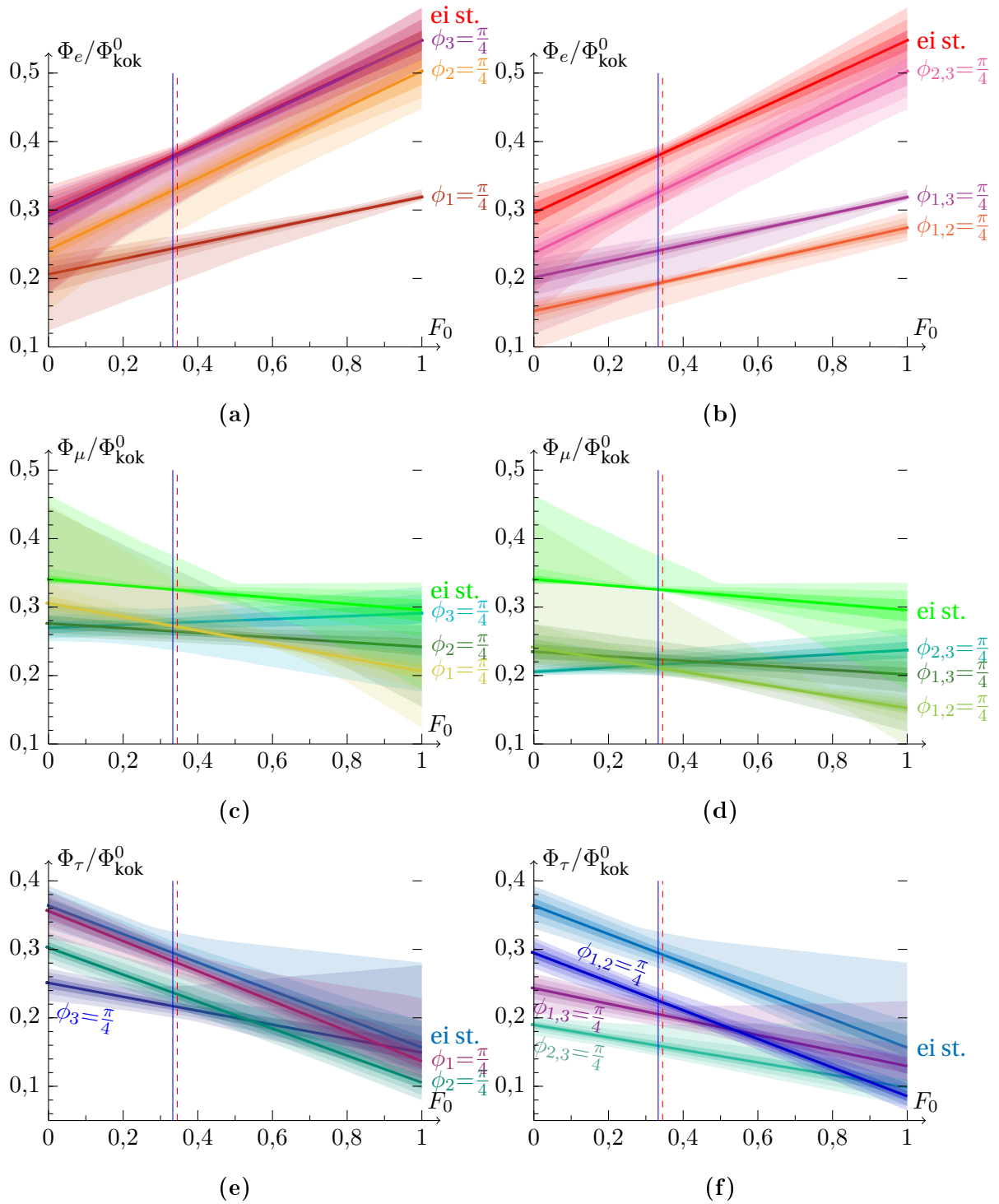
saamme kuvan 5.4 mukaiset tulokset eri steriilien neutriinon lukumäärillä. Voimme havaita, että elektronin ja taun neutriinon voihin alkuvuolla on suurempi vaikutus kuin myonin neutriinon vuohon,

## 5.3 Sekoituskulman vaikutus neutriinon kokonaisvuohon

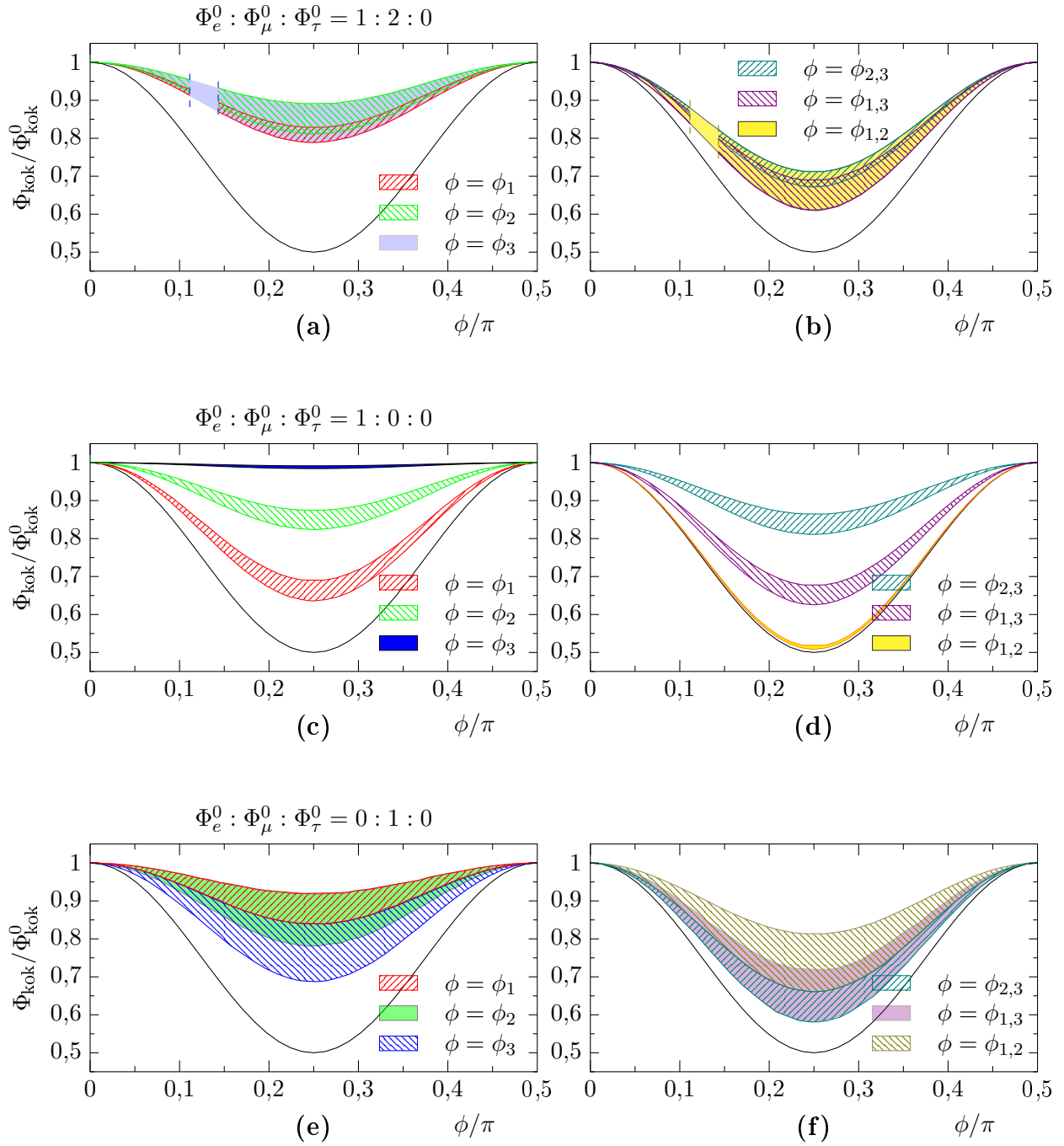
Edellä tarkasteltiin vuosuhdetta silloin kun steriilit neutriinot sekoittuvat maksimaalisesti. Sekoituskulmien vaikutusta neutriinovoihin muilla kuin maksimaalisilla kulmilla voidaan tarkastella esimerkiksi neutriinon havaittavan ja odotettavissa olevan vuo suhteiden avulla.

Kuvaan 5.5 on merkitty neutriinon kokonaisvuo suhteessa alkuperäiseen vuohon useissa eri tapauksissa. Kuvista voidaan nähdä, että havaittava vuo pienenee enintään puoleen, kun kaikki steriilit neutriinot sekoittuvat maksimaalisesti (musta käyrä), kuten näytimme jo lausekkeessa (3.21).

Pionituotolla syntyneiden neutriinon vuo ei merkittävästi pienene, enimmillään noin 0,8 – 0,9-kertaiseksi, kun vain yksi sekoituskulma poikkeaa nolasta, riippumatta siitä, mikä sekoituskulma


**KUVA 5.4**

Eri neutriinomakujen vuot suhteessa alkuperäiseen vuohon alkuvuon funktiona. Kuvissa (a), (c) ja (e) yksi steriili neutriino sekoittuu maksimaalisesti, ja kuvissa (b), (d) ja (f) kaksi steriiliä neutriinoa sekoittuu maksimaalisesti. Kuviin on merkitty keskiarvokäyrät sekä yhden, kahden ja kolmen  $\sigma$ :n luottamusvälit. Merkintä  $\phi = \phi_{i,j}$  on lyhenne merkinnälle  $\phi = \phi_i = \phi_j$ .


**KUVA 5.5**

Neutriinojen havaittava kokonaisvuo  $\Phi_{\text{kok}}$  suhteessa alkuperäiseen kokonaisvuohon  $\Phi_{\text{kok}}^0$  sekoi-  
tuskulmien  $\phi_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) funktiona. Musta käyrä kuvaa tilannetta  $\phi = \phi_1 = \phi_2 = \phi_3$ . Merkintä  
 $\phi = \phi_{i,j}$  on lyhenne merkinnälle  $\phi = \phi_i = \phi_j$ . Alkuvuot ovat 1:2:0 [(a) ja (b)], 1:0:0 [(c) ja (d)] ja  
0:1:0 [(e) ja (f)]. Kuvissa vasemmalla on vain yksi ja oikealla kaksi steriiliä neutriinoa. Kaikki arvot  
ovat  $3\sigma$ -luottamusvälillä.

poikkeaa nolasta (kuva 5.5a). Alkuvuolla 1:0:0 erot ovat suuremmat: sekoituskulmalla  $\phi_1$  on merkittävämpi vaikutus kokonaisvuohon kuin  $\phi_2$ :lla, kun se  $\phi_3$ :lla on mitätön. Alkuvuolla 0:1:0 on suuremmat vaihteluvälit, mutta kokonaisvaikutus on pionituoton luokkaa.

Kulmien yhteisvaikutusta on hankalampi kuvata siten, että kulmat voivat saada eri arvoja. Tämän vuoksi tyydymme tilanteeseen, jossa kaksi sekoituskulmaa ovat arvoiltaan samat ja kolmas on nolla, ts. jos  $\phi_i$  ja  $\phi_j$  ( $i \neq j$ ) eroavat nolasta, niin niiden vaikutusta kuvataan  $\phi$ :n funktiona, jossa

$$\phi \equiv \phi_i = \phi_j. \quad (5.6)$$

Yleisenä havaintona kahden steriilin neutriinon tapauksessa on kokonaisvuon pieneneminen yhden steriilin neutriinon tapaukseen verrattuna.

Eri alkuvuosuhteissa voidaan tehdä vastaavat havainnot kuin kolmiokuvaajilla. Kokonaisvuo on pienimmillään alkuvuolla 1:0:0 silloin, kun sekoituskulmat  $\phi_1$  ja  $\phi_2$  eroavat nolasta, ja alkuvuolla 0:1:0 vastaavasti, kun sekoituskulmat  $\phi_2$  ja  $\phi_3$  eroavat nolasta. Minimi saavutetaan sekoituskulman arvolla  $\phi = \frac{\pi}{4}$  tilojen tällöin sekoittuessa maksimaalisesti.

## 5.4 Neutriinon kokonaisvuo lentomatkan funktiona

Suurimmat vaikuttavat tekijät neutriinovoihin lentomatkan funktiona ovat neliömassaerot ( $\delta m_1^2$ ,  $\delta m_2^2$ ,  $\delta m_3^2$ ) ja sekoituskulmien ( $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\phi_3$ ) suuruudet. Tilanteen yksinkertaistamiseksi oletamme steriilien ja aktiivisten tilojen sekoittuvan maksimaalisesti. Käytämme neutriinovoiden kuvaamiseen siten siirtymätodennäköisyyden lauseketta (3.19)

$$P_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \left[ 1 - \sin^2 \left( \frac{\delta m_i^2}{4E} L \right) \right].$$

Oskilloiva termi keskiarvoistetaan,

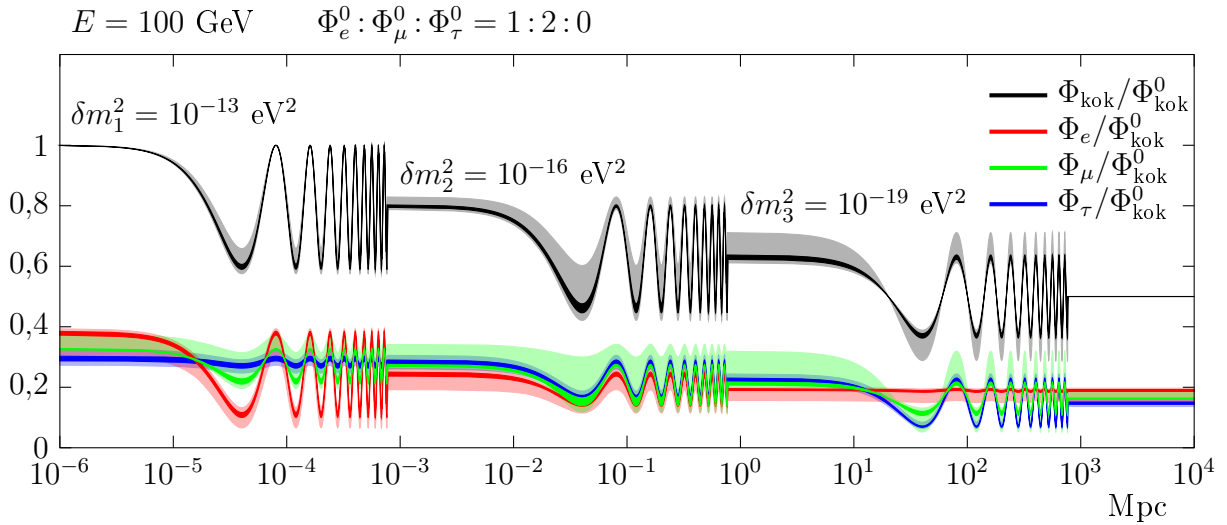
$$\sin^2 \left( \frac{\delta m_i^2}{4E} L \right) \rightarrow \frac{1}{2}, \quad (5.7)$$

noin kymmenen kahdenkymmenen peräkkäisen amplitudin jälkeen, ts. silloin kun

$$\frac{\delta m_i^2}{4E} L \gtrsim 10 \dots 20 \times 2\pi. \quad (5.8)$$

Neliömassaeroissa on edelleen useita eri mahdollisuuksia: Ovatko neliömassaerot suuruusluokaltaan samat? Millä tiloilla on pienimmät ja suurimmat erot? Ja niin edelleen. Jotta saisimme jonkinlaisen käsityksen oskillaation vaikutuksesta, oletamme tilanteen, jossa neliömassaerot ovat suuruusluokaltaan merkittävästi erilaisia. Esimerkin vuoksi olemme ottaneet pienimmäksi neliömassaeroksi  $10^{-19}$  eV<sup>2</sup>, jota on pidetty pienimpänä havaittavana neliömassaerona [20]. Muut neliömassaerot ovat tätä  $10^3$ - ja  $10^6$ -kertaa suurempia. Kuvaan 5.6 mustalla on merkitty kokonaisvuo verrattuna alkuperäiseen vuohon ja eri väreillä eri neutriinomaun suhdetta alkuperäiseen kokonaisvuohon.




**Kuva 5.6**

Eri neutriinomakujen vuo ja kokonaisvuo suhteessa alkuperäiseen kokonaisvuohon lentomatkan funktiona silloin, kun sekoittuminen on maksimaalista ja neliöllisillä massaeroilla on arvot  $\delta m_1^2 = 10^{-13} \text{ eV}^2$ ,  $\delta m_2^2 = 10^{-16} \text{ eV}^2$  ja  $\delta m_3^2 = 10^{-19} \text{ eV}^2$ ,  $1\sigma$ :n ja  $3\sigma$ :n luottamusväleillä. Vuot on laskettu kaavan (3.19) mukaan.

Tässä tapauksessa alkuvuosuhteeksi on valittu  $1 : 2 : 0$  ja energiaksi  $E = 100 \text{ GeV}$ <sup>1</sup>. Kun neutriinot ovat edenneet  $L \sim 1 \text{ kpc}$  matkan, on neutriinon suhteellinen vuo kuvan 5.1 punaisella alueella. Lentomatkalla  $L \sim 1 \text{ Mpc}$  neutriinon suhteellinen vuo on kuvan 5.2 keltaisella alueella, ja lopuksi lentomatkalla  $L \sim 1 \text{ Gpc}$  neutriinot ovat kuvien 5.1 ja 5.2 mustalla alueella – vuosuhde on siis sama kuin lentomatkalla  $L \sim 1 \text{ pc}$ .

Toista ääripäätä edustaa tilanne, jossa neliömassaerot ovat suuruudeltaan lähes samat. Neliömassaerot voisivat olla myös samansuuruisia, mutta mikään mekanismi ei tätä vaadi. Esimerkin vuoksi oletamme tilanteen, jossa ensimmäinen neliömassaero,  $\delta m_1^2 = 10^{-18} \text{ eV}^2$ , on neliömassaeroista pienin ja seuraavat,  $\delta m_2^2$  ja  $\delta m_3^2$ , ovat 10% ja 20% suurempia (kuva 5.7).

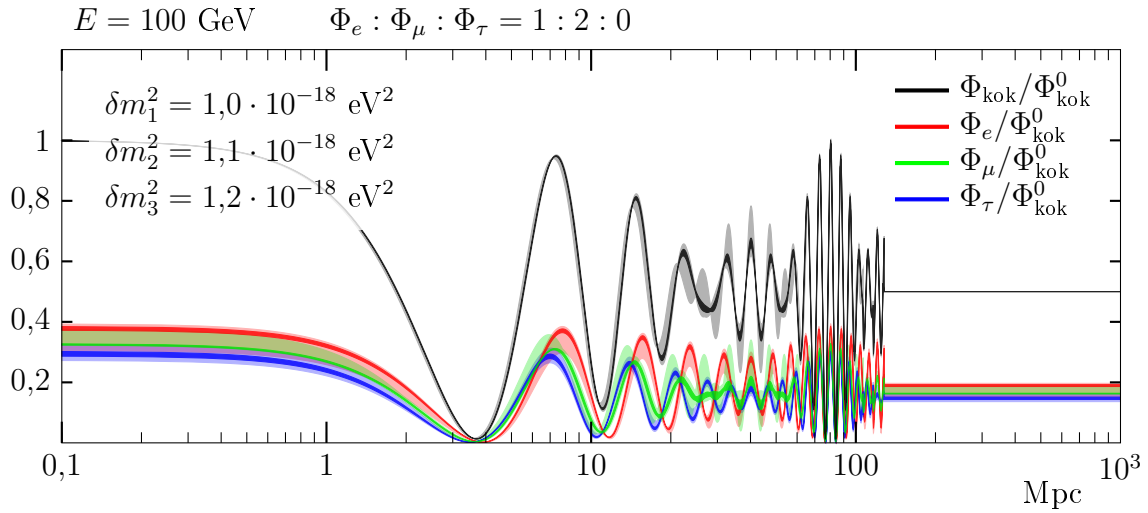
Neutriinon vuo alkaa pienenemään, kun  $L \gtrsim 0,3 \text{ Mpc}$ , ja vuo saavuttaa ensimmäisen minimin, kun  $L \approx 3,7 \text{ Mpc}$ , jossa neutriinon vuo katoaa – neutriinon ei siis havaita. Koska neliömassaerot eivät ole täysin saman arvoisia, eivät tilaparien oskillaatiomatkatkaan ole samanarvoisia, ja siten oskillaation yhteisvaikutus näkyy kokonaisvuon ”huojumisena”. Ensimmäisen minimin jälkeen neutriinot eivät saavuta nollavuota, vaan minimien arvot lähestyvät keskiarvovuota,  $\Phi_{\text{kok}}/\Phi_{\text{kok}}^0 = 0,5$ . Tämän jälkeen seuraava matka, jossa neutriinon vuo katoaa, on noin  $80 \text{ Mpc}$ .

Jos oletetaan, että neutriinon vuo katoamista – ensimmäistä minimiä – on vaikea havaita, ei seuraavia minimiä välttämättä havaita ollenkaan – eikä siten huojumistakaan. Huojumista voidaan tuskin havaita millään muullakaan keinolla, koska minimi ja maksimi ovat yhtä kaukana keskiarvoistetusta käyrästä<sup>2</sup> ja siten keskiarvoistuvat ”taustaan”.

AGN:iä on havaittu jopa  $\sim 2000 \text{ Mpc}$  etäisyydeltä [57], jolloin on mahdollista, että AGN-neut-

<sup>1</sup>Energia voidaan helposti muuttaa esim.  $1 \text{ TeV}$ :ksi, tällöin matka kerrotaan kertoimella 10.

<sup>2</sup>Keskiarvokäyrä näkyy kuvassa 5.7 silloin, kun  $L \gtrsim 200 \text{ Mpc}$ .


**KUVA 5.7**

Eri neutriinomakujen vuo ja kokonaisvuo suhteessa alkuperäiseen kokonaisvuohon lentomatkan funktiona silloin, kun sekoittuminen on maksimaalista ja neliöllisillä massaeroilla on arvot  $\delta m_1^2 = 10^{-18} \text{ eV}^2$ ,  $\delta m_2^2 = 1,1 \times 10^{-18} \text{ eV}^2$  ja  $\delta m_3^2 = 1,2 \times 10^{-18} \text{ eV}^2$ ,  $1\sigma$ :n ja  $3\sigma$ :n luottamusväleillä. Vuot on laskettu kaavan (3.19) mukaan.

riinojakin havaitaan samalta etäisyydeltä – GRB-neutriinoja vieläkin kauempaa. Kuvassa 5.6 neliömassaeron  $\delta m_3^2$  ensimmäinen ”oskillaatiopohja” on välillä 10 – 100 Mpc. Jos oskillaatio voidaan havaita pelkästään oskillaatiominimin avulla, voitaisiin neutriinokokeilla luodaa mahdollisesti neliömassaeroja  $\sim 10^{-21} \text{ eV}^2$ . Toisaalta, jos itse oskillaatiota ts. minimiä ei voida havaita, mutta vuosuhteen muuttuminen voidaan, pienin havaittava neliömassaero ei ole kaukana arvosta  $10^{-19} \text{ eV}^2$ , ehkä jopa  $\delta m^2 = 10^{-20} \text{ eV}^2$  voidaan vielä havaita, kun neutriinon energia on 100 GeV:ä. Suuremmilla energioilla voidaan tarkastella ainoastaan pienempiä neliömassaeroja.

# LUKU 6

---

## VUOT NEUTRIINO-OBSERVATORIOISSA

---

Edellisessä luvussa tarkastelimme sekoituskulmien, alkuvuon ja neliömassaeroista johtuvien oskillaatioiden vaikutusta suhteutettuihin ja suhteuttamattomiin maku- ja kokonaisvoihin. Tavoitteena oli saada yleiskuva kvasidegeneroituneista neutriinoista ja eri parametrien vaikutuksia. Tässä luvussa tarkastelemme kvasidegeneroituneita neutriinoja neutriino-observatorioiden näkökulmasta eli yritämme vastata kysymykseen: Voidaanko steriilejä neutriinoja havaita?

Teemme vastaavat oletukset kvasidegeneroituneille neutriinoille kuin luvussa 5, eli sekoituskulmien  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$  ja  $\theta_{23}$  arvot perustuvat taulukon 1.1 arvoihin, CP-vaihe on  $\delta = 0$  ja kvasidegeneroituneiden tilojen sekoituskulmien  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  ja  $\phi_3$  arvot on rajattu välille 0 (ei sekoittumista) ja  $\pi/4$  (maksimaalinen sekoittuminen). Alkuvuosuhteena käytämme pääasiallisesti arvoa  $1 : 2 : 0$  ja neutriinojen suhteuttamattomat vuot,  $\Phi_\alpha$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ), lasketaan kaavojen (3.20) ja (5.1) avulla.

Myonin neutriinojen suhteellinen vuo,

$$F_\mu = \Phi_\mu / \Phi_{\text{kok}} = \Phi_\mu / (\Phi_e + \Phi_\mu + \Phi_\tau),$$

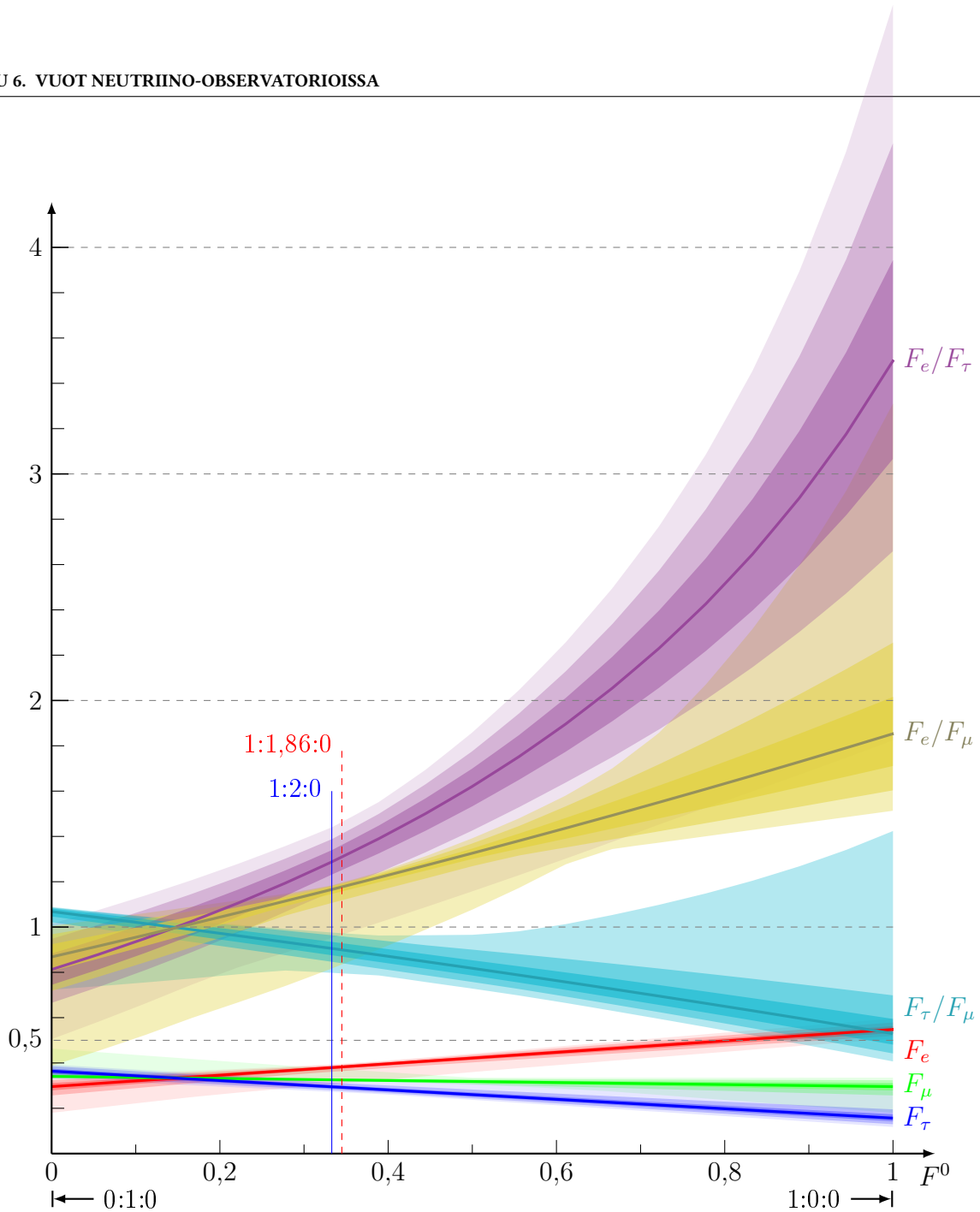
oletetaan olevan neutriino-observatorioiden pääasiallinen havaintosuure. Steriilien neutriinojen vaikutusta tarkastellaan erityisesti tähän vuosuhteeseen, mutta myös vuosuhteisiin

$$R_{e\mu} = \Phi_e / \Phi_\mu \qquad R_{e\tau} = \Phi_e / \Phi_\tau \qquad R_{\tau\mu} = \Phi_\tau / \Phi_\mu.$$

Tavoitteena on löytää sopivat ”mittarit” steriilien neutriinojen havaitsemiseen.

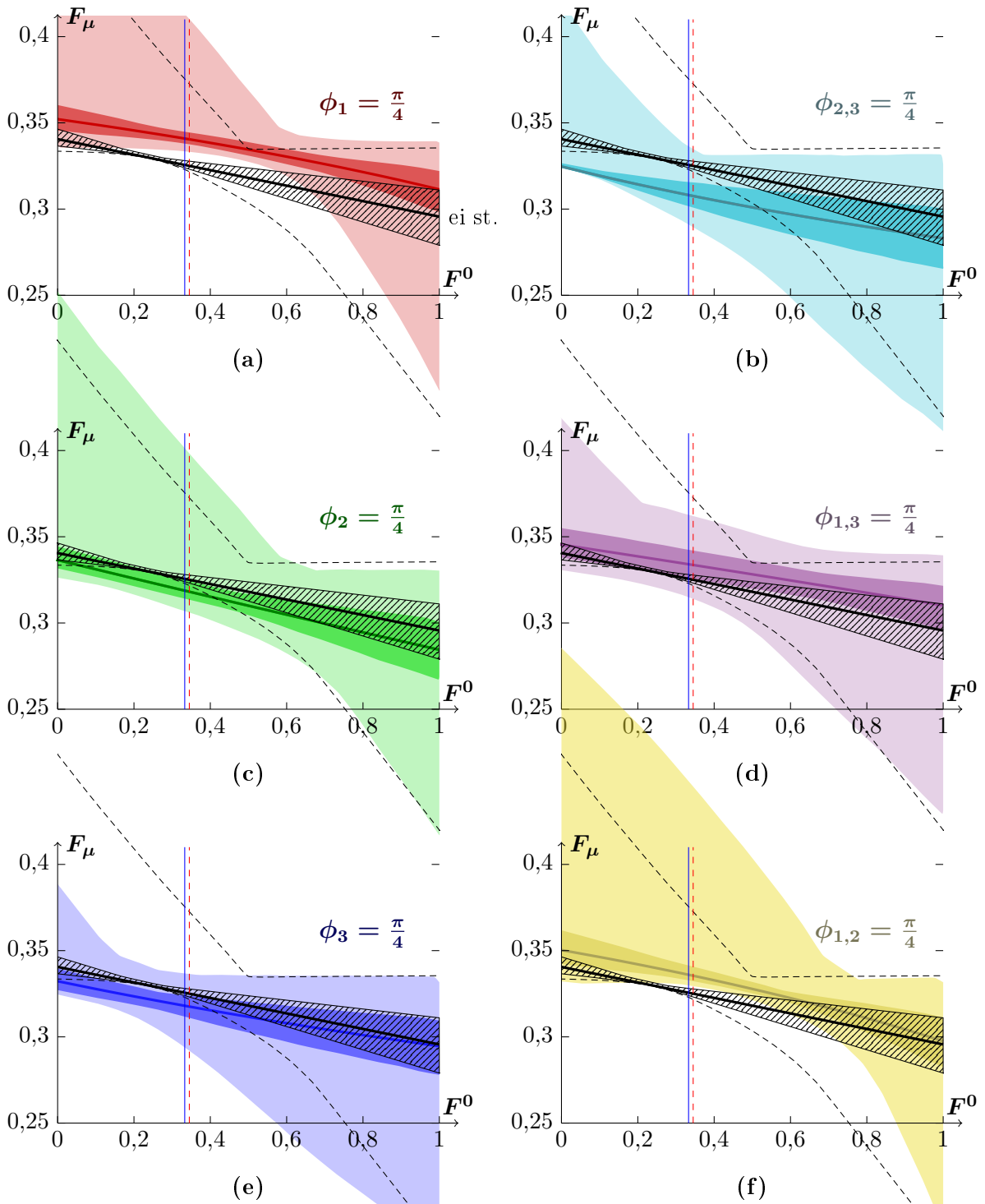
### 6.1 Alkuvuon merkitys suhteellisissa neutriinovoissa

Luvussa 5.2 kävimme läpi neutriinojen makuvoita alkuvuon funktiona. Kuvaan 6.1 on merkitty tässä tarkasteltavat vuosuhteet steriilittömässä tapauksessa: myonin neutriinojen suhteellinen vuo,  $F_\mu$  (vihreällä), ei juuri muutu alkuvuon funktiona, kun sitä verrataan suhteisiin  $R_{e\mu} = F_e / F_\mu$  (keltaisella),  $R_{e\tau} = F_e / F_\tau$  (violetilla) ja  $R_{\tau\mu} = F_\tau / F_\mu$  (sinivirheällä); erityisesti vuosuhteet  $R_{e\tau}$  on merkittävästi alkuvuosta riippuva sen keskiarvon ollessa pienimmillään arvossa  $\sim 0,8$  ja suurimmillaan arvossa  $\sim 3,5$ .


**KUVA 6.1**

Yleiskuva havaittavista vuosuhteista. Ei steriilejä neutriinoja. Alkuvuosuhde on  $F^0 : 1 - F^0 : 0$ ; vasemmassa reunassa alkuvuo on 0:1:0 ja oikeassa reunassa 1:0:0. Tummat viivat on laskettu keskiarvoilla, vaalennetut alueet vastaavat luottamusvälejä  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  ja  $3\sigma$ .

Myonin neutriinon suhteellinen vuo rajoittuu välille  $0,3 - 0,35$  ( $1\sigma$ ) ja  $0,18 - 0,46$  ( $3\sigma$ ) (vihreällä kuvassa 6.1 ja mustalla kuvassa 6.2). Steriilien neutriinon vaikutus on lähes olematon verrattuna standarditapaukseen (värilliset alueet kuvassa 6.2). Suurimmat poikkeamat löytyvät arvoilla  $\phi_1 = \frac{\pi}{4}$ ,  $\phi_3 = \frac{\pi}{4}$  ja  $\phi_{2,3} = \frac{\pi}{4}$  (kuvat 6.2 a, b, e), poikkeamat ovat kuitenkin marginaalisia ja  $3\sigma$ -luottamusvälillä eroja ei juuri synny. Voidaan siis sanoa, että steriilien neutriinon havaitseminen on erittäin haastavaa myonin neutriinon suhteellisen vuo avulla. Tämä johtuu siitä, että myonin neutriinot sisältävät lähes yhtä paljon kaikkia massatiloja. Neutriinon  $\hat{\nu}_1$ ,  $\hat{\nu}_2$  ja/tai


**KUVA 6.2**

Myonin neutriinon suhteellinen vuo alkuvuon funktiona. Kuvissa (a), (c) ja (e) yksi steriili neutriino sekoittuu maksimaalisesti, ja kuvissa (b), (d) ja (f) kaksi steriiliä neutriinoa sekoittuu maksimaalisesti (värilliset alueet). Mustalla on merkitty tilanne ilman steriilejä neutriinoja. Kuviin on merkitty keskiarvo ja  $1\sigma$ :n ja  $3\sigma$ :n luottamusvälit.

$\hat{\nu}_3$  väheneminen on siten suhteellisesti yhtä suurta sekä vuossa  $\Phi_\mu$  että vuossa  $\Phi_{\text{kok}}$ . Steriileillä neutriinoilla ei siten ole suurta vaikutusta myonin neutriinujen suhteelliseen vuohon.

Suhteella  $F_\mu$  voidaan kuitenkin karkeasti erottaa millaista neutriinovuota havaitaan: vaimentuneilla myonilähteillä ( $F^0 = 0$ )  $F_\mu \in [0,33; 0,46]$  ja neutronituotossa ( $F^0 = 1$ )  $F_\mu \in [0,18; 0,33]$  ( $3\sigma$ ). Tavallisessa pionituotossa (kuvassa 6.2 sininen pystyviiva)  $F_\mu \in [0,38; 0,32]$ . Steriilit neutriinot muuttavat jonkin verran vuosuhdetta, mutta ei merkittävästi.

Jos steriilittömän ja steriilillisen tapausten välillä on selkeä ero tarkasteltaessa  $1\sigma$ :n luottamusväliä, tämä ero on suurimmillaan välillä  $F^0 \in [0,2; 0,4]$ . Tavallinen pionituotto on siis ideaalinen tai lähellä ideaalista alkuvuon syntymekanismia, kun asiaa tarkastellaan steriilien neutriinujen havaitsemiseksi suhteen  $F_\mu$  avulla.

Havaintosuureiden  $R_{e\mu}$  ja  $R_{e\tau}$  avulla steriilien neutriinujen havaitseminen on helpompaa kuin suhteen  $F_\mu$  avulla (kuvat 6.3 a – d). Erityisesti tilanteet  $\phi_1 = \frac{\pi}{4}$ ,  $\phi_3 = \frac{\pi}{4}$ ,  $\phi_{1,2} = \frac{\pi}{4}$  ja  $\phi_{2,3} = \frac{\pi}{4}$   $3\sigma$ -luottamusvälillä on selkeästi erotettavissa standarditapauksesta – tosin vain niiden neutriinolähteiden tapauksessa, joiden alkuvuo vastaa pionituottoa. Kun ollaan lähellä arvoja  $F^0 = 0$  tai  $F^0 = 1$  steriilien neutriinujen havaitseminen standarditapauksesta ei enää onnistu. Molemmat havaintokanavat sopivat myös alkuvuosuhteen määrittämiseen, sillä  $F^0$  vaikuttaa merkittävästi niiden suuruuteen.

Vuosuhdetta  $R_{\tau\mu}$  käyttäen steriilien neutriinujen havaitseminen on huomattavasti vaikeampaa kuin suhteilla  $R_{e\mu}$  ja  $R_{e\tau}$ , sillä steriilien neutriinujen vuosuhteet eivät juurikaan eroa steriilittömästä tapauksesta  $3\sigma$ -luottamusvälillä (kuvat 6.3 e, f). Luottamusvälillä  $1\sigma$   $R_{\tau\mu}$  soveltuisi muiden havaintokanavien lisäksi alkuvuon määrittämiseen, mutta ei enää  $3\sigma$ -luottamusvälillä (kuvassa 6.1 sinivihreällä).

## 6.2 Sekoituskulmien määrittäminen

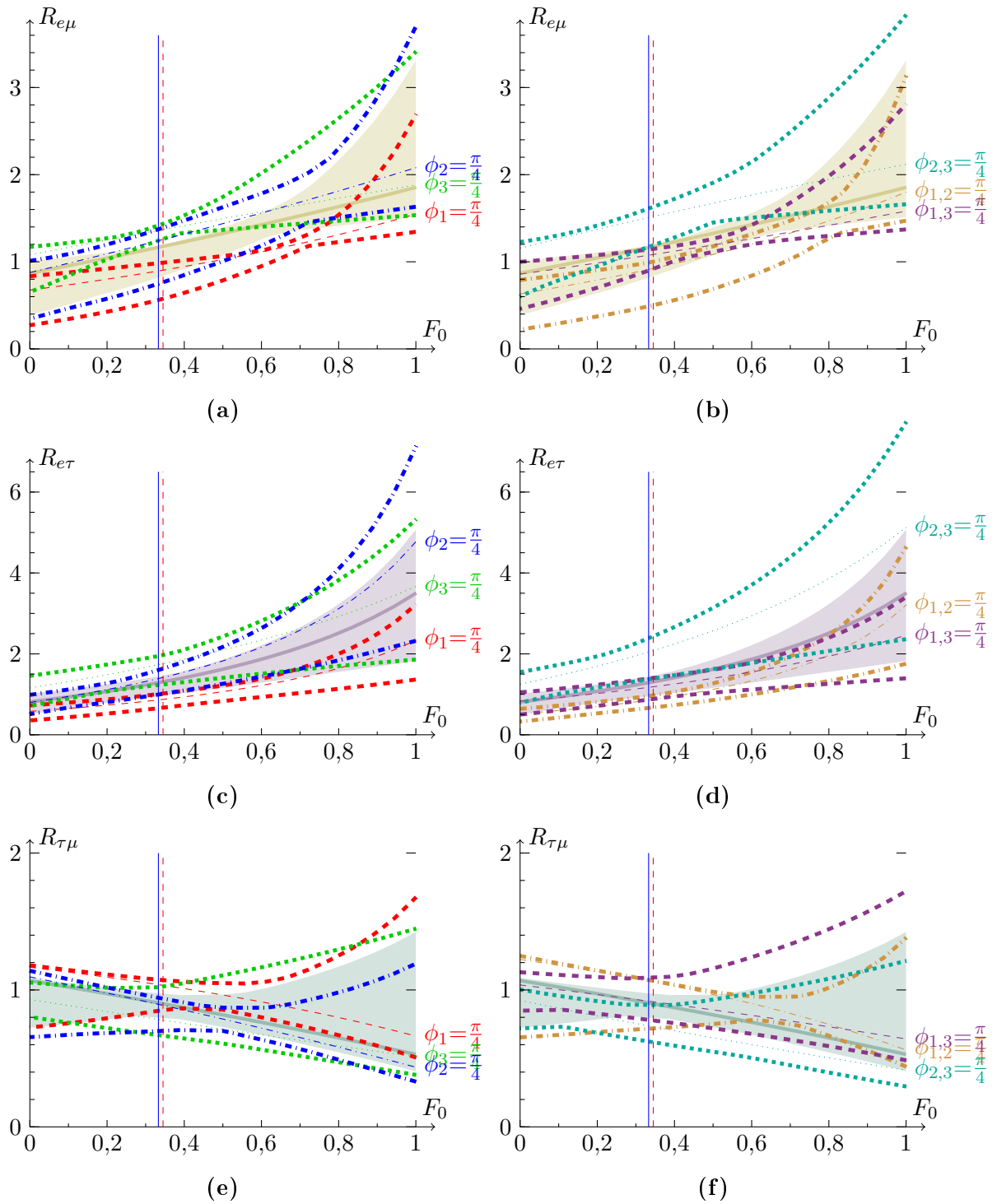
Luvussa 5.3 tarkastelimme sekoituskulmien  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  ja  $\phi_3$  vaikutusta kokonaisvuohon. Kun alkuvuosuhde oli  $1 : 2 : 0$ , kokonaisvuo oli lähes sama eri sekoituskulmilla. Jos tiedetään jollain muulla tavalla, että esim. vain sekoituskulma  $\phi_1$  poikkeaa nolasta, kokonaisvuon suuruudesta pystytäisiin arvioimaan sekoituskulman suuruus. Odotettavissa olevan kokonaisvuon määrittäminen voi kuitenkin olla vaikeaa.

Edellä havaitsimme, että steriilien neutriinujen havaitseminen myonin neutriinujen suhteellisesta vuosta on myös hankalaa. Kuvien 6.4 a,b perusteella ainoastaan kulmien  $\phi_1$  ja  $\phi_2$  suuruus voitaisiin karkeasti arvioida, jos ne ovat yhtä suuret<sup>1</sup>

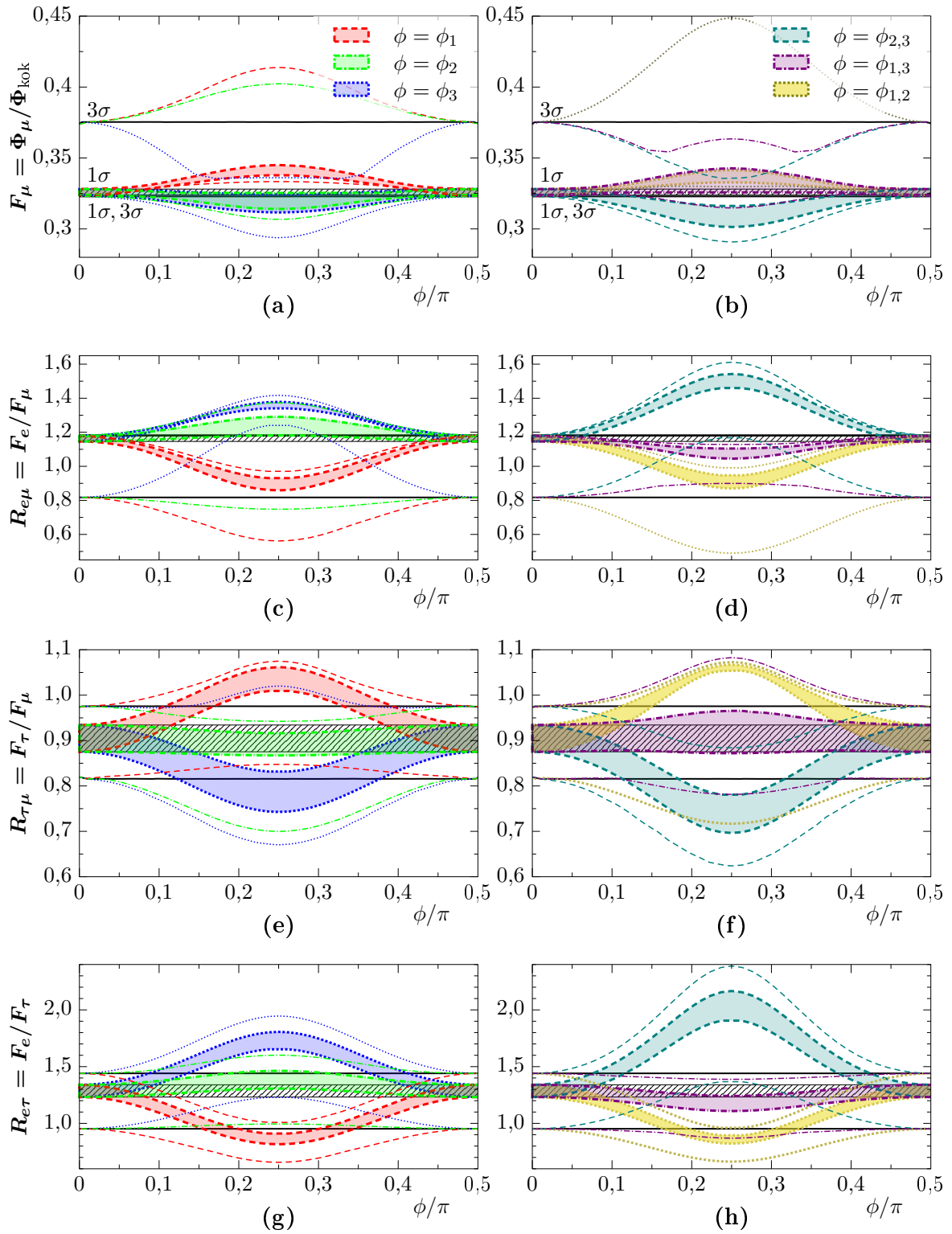
Vuosuhteissa  $R_{e\mu}$  ja  $R_{e\tau}$  steriilit neutriinot oli eroteltavissa, joten on mahdollista, että sekoituskulmatkin voidaan määrittää niiden avulla. Kuvien 6.4 c,d,g,h perusteella kulmien määrittäminen voi osoittautua hankalaksi, paitsi jos kulmat ovat lähellä maksimaalisia arvojaan. Tällöinkin kulman määrittämiseen liittyy suuri epävarmuus.

Vuosuhteen  $R_{\mu\tau}$  avulla steriilit neutriinot ovat paremmin havaittavissa kuin suhdetta  $F_\mu$  käyttämällä, mutta kulmien määrittäminen on silti vaikeaa (kuvat 6.4 e,f). Kulman  $\phi_2$  määrittäminen

<sup>1</sup>Tässä on käsitelty vain tapausta  $\phi = \phi_1 = \phi_2$ .


**KUVA 6.3**

Eri vuosuhteet alkuvuon funktiona. Kuvissa (a), (c) ja (e) yksi steriili neutriino sekoittuu maksimaalisesti, ja kuvissa (b), (d) ja (f) kaksi steriiliä neutriinoa sekoittuu maksimaalisesti. Steriilit neutriinot on merkitty katkonaisilla viivoilla ja yhtenäinen alue on tilanne ilman steriilejä neutriinoja. Kuviin on merkitty keskiarvokäyrät ja  $3\sigma$ :n luottamusväli.

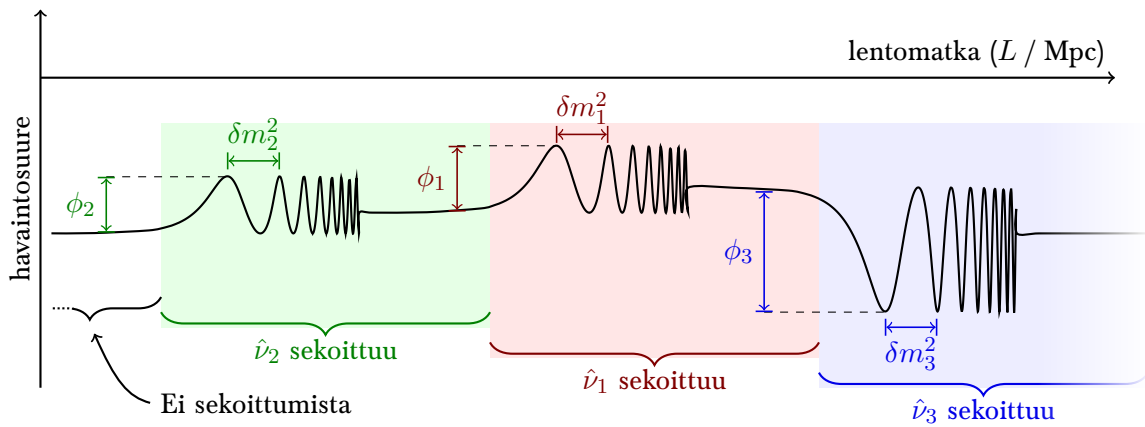

**KUVA 6.4**

Neutriinoiden havaittava kokonaisvuo eri vuosuhteilla ja eri sekoituskulmien  $\phi_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) arvoilla. Mustalla ( $1\sigma$ -luottamusväli on viivoitettu) on merkitty tilannetta ilman steriilejä neutriinoja. Vuosuhteilla tämä on kuitenkin sama kuin  $\phi = \phi_{1,2,3}$ . Alkuvuosuhte on kaikille 1:2:0.



yhden steriilin neutriinon tapauksessa on lähes mahdoton tehtävä riippumatta havaintokanavasta, sillä se ei juurikaan eroa standarditapauksesta (vihreän alueen erottaminen mustalla viivoteuista alueista).

Kolmen steriilin neutriinon tapauksessa kaikkien sekoituskulmien selvittäminen samanaikaisesti ei ole todennäköistä, sillä luvussa 5.1 todettiin, että kahdella steriilillä neutriinolla voidaan selittää kaikki kolmen steriilin neutriinon vaikutukset suhteellisiin voihin. Kaikki kolme kulmaa voidaan tosin selvittää, jos kvasidegeneroituneiden neutriinon tilaparien neliömassaerot ovat kaikki suuruusluokaltaan erilaisia, ja sekoituskulmat voidaan selvittää yksitellen (kuva 6.5). Siten voitaisiin selvittää myös kahden sekoituskulman suuruudet kahden steriilin neutriinon tapauksessa. Jopa  $\phi_2$ :n suuruus olisi mahdollista selvittää, jos tiedetään toisen sekoituskulman suuruus ja kulmien yhteisvaikutus.



**KUVA 6.5**

Havainnekuva eri neutriinoparametrien selvittämisestä tilaparien oskillaation kautta. Tässä kuvassa  $\phi_i = \frac{\pi}{4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), ja pystyakselina on  $F_\tau$ .

### 6.3 Tilaparien oskillaatio

Selkein merkki kvasidegeneroituneista neutriinoista olisi suora havainto niiden oskillaatiosta kuten esim. kuvassa 6.5. Oskillaation havaitseminen voi kuitenkin osoittautua mahdottomaksi tai hyvin vaikeaksi tehtäväksi neutriinon lentomatkan ja makuun määrittämiseen liittyvien vaikeuksien ja neutriino-observatorioiden epätarkan energiarisoluutioin takia.<sup>2</sup>

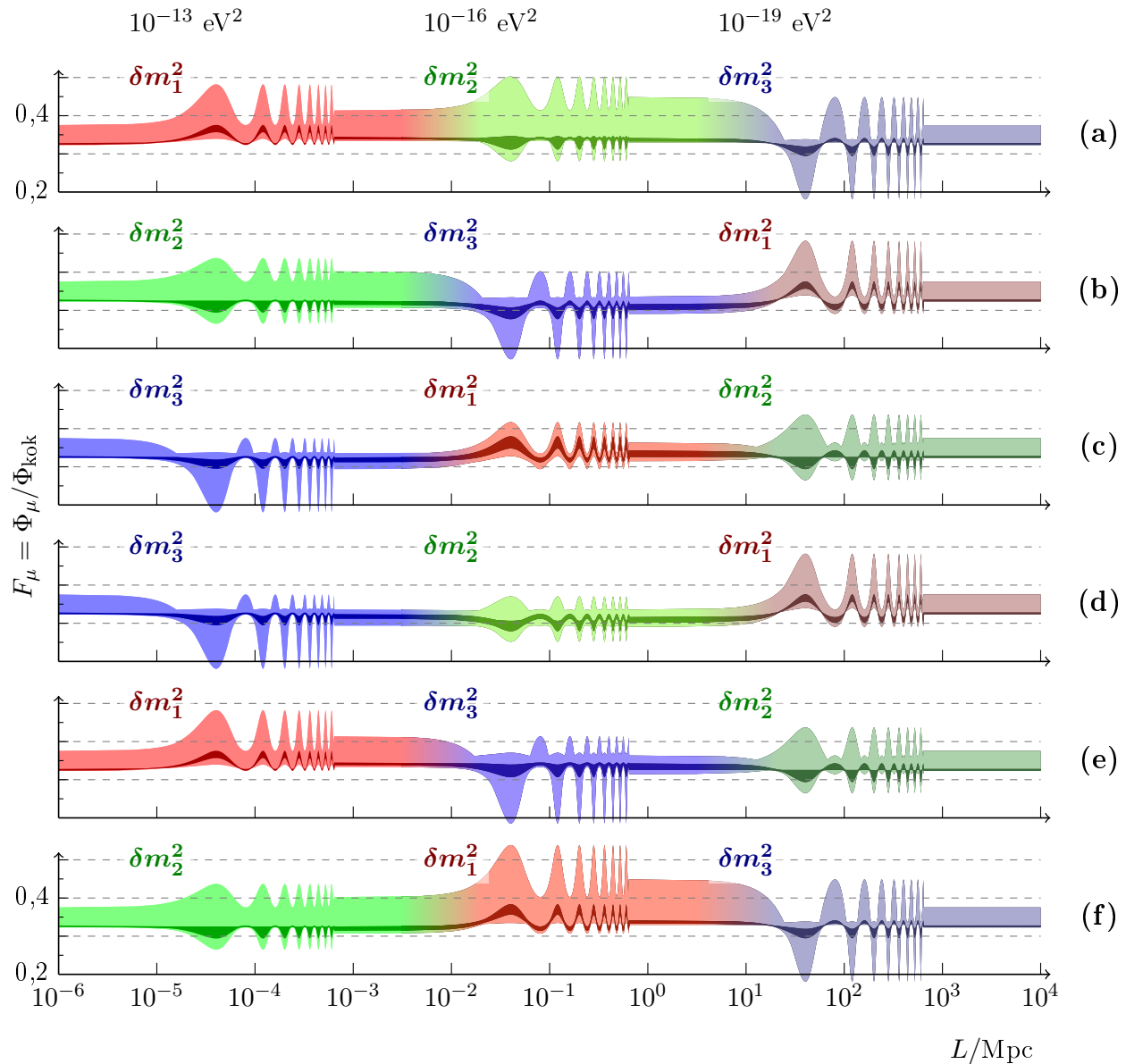
Mahdollisesti suuremmat neutriino-observatoriot voivat parantaa havaittujen neutriinon lukumäärää ja riittävällä havaintojen määrällä voitaneen saada esiin joitakin ”osia” oskillaatioista. Koska myöskin neutriinon vuo on helpoiten eroteltavissa kokonaisuudesta, keskitymme suhteeseen  $F_\mu$ . Oskillaatioiden kuvaamisen teemme kuten luvussa 5.4.

<sup>2</sup> Esimerkiksi neutriinoista syntyneiden hiukkasuuhkujen avulla neutriinon energia voidaan IceCubella määrittää n. 10% tarkkuudella.

## Neliömassaerot erilaiset

Aluksi tarkastelemme tilannetta, jossa tilaparien oskillaatiot tapahtuvat ”toisista erillään” eli neliömassaerot ovat kokoluokaltaan merkittävästi erilaiset (kuva 6.6).

Voimme havaita, että  $3\sigma$ -luottamusvälillä oskillaation havaitseminen on epätodennäköistä, mutta muutamissa tapauksissa mahdollista, kuten kuvien 6.6a,f (siniharmaalla) ja 6.6b,c (punahar-



**KUVA 6.6**

Myöskin neutriinon suhteellinen vuo lentomatkan funktiona silloin, kun neliömassaerot ovat merkittävästi eriarvoiset ja sekoittuminen tilaparien välillä on täydellinen,  $1\sigma$ :n ja  $3\sigma$ :n luottamusväleillä. Ensimmäisessä oskillaatiossa neliömassaero on  $10^{-13} \text{ eV}^2$ , toisessa  $10^{-16} \text{ eV}^2$  ja kolmannessa  $10^{-19} \text{ eV}^2$ ; vastaavaan pystysarakkeeseen on merkitty neliömassaeroa merkitsevä tilapari  $\delta m_i^2$ . Alkuvuo on 1 : 2 : 0, ja neutriinon energia on 100 GeV.

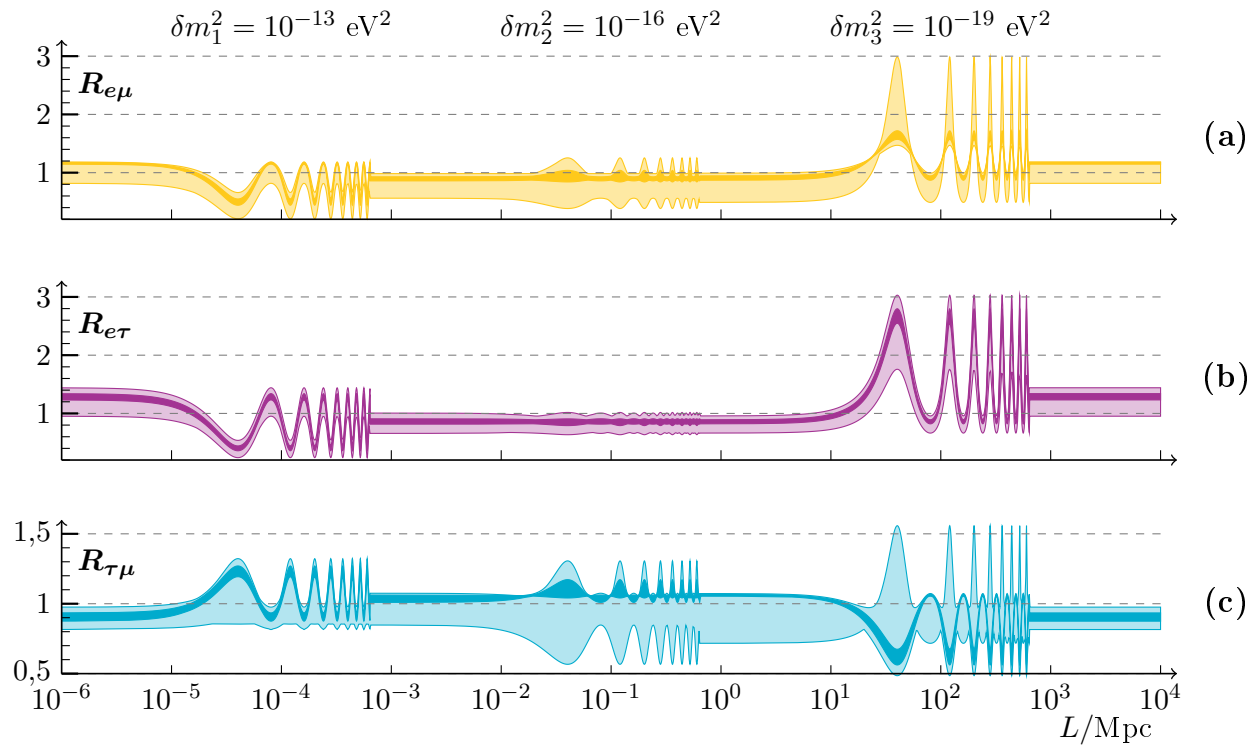
maalla) viimeisessä oskillaatiovaiheessa. Näissä tapauksissa oskillaatiovaiheen maksimin alaraja on likimain sama kuin oskillaatiovaiheen minimin yläraja, jolloin vuossa  $F_\mu$  tulisi havaita tämä poikkeama.  $1\sigma$ -luottamusväliä tarkasteltaessa oskillaation havaitsemisen todennäköisyys ei merkittävästi parane: tilaparin  $\nu_1^\pm$  oskillaatio (punaisella kuvissa 6.6a,c,e,f) voi olla edellisten tapausten lisäksi eroteltavissa. Muutos  $F_\mu$ -vuossa on kuitenkin hyvin pieni: minimin yläraja on 0,33 ja maksimin alaraja on 0,36 (kuva 6.6a,  $L/\text{Mpc} \in [10^{-5}, 10^{-4}]$ ).

Koska itse oskillaation havaitseminen vuosuhteesta  $F_\mu$  on hankalaa, on epätodennäköistä, että sekoituskulmien  $\phi_i$  suuruudet saataisiin selvitettyä oskillaation huipun ja pohjan välisestä erosta. Jos  $F_\mu$ :n oskillaatiohuippu tai -pohja voitaisiin havaita, tilaparin  $\nu_i^\pm$  välinen neliömassaero  $\delta m_i^2$  saataisiin tällöin melko tarkasti määriteltyä, sillä ensimmäisessä maksimissa tai minimissä

$$\frac{\delta m_i^2}{4E} L = \pi/4. \quad (6.1)$$

Muita havaintokanavia –  $R_{e\mu}$ ,  $R_{e\tau}$  ja  $R_{\tau\mu}$  – emme käy kattavasti läpi. Esimerkin vuoksi tarkastelemme kuitenkin kuvan 6.6a tilannetta, jossa neliömassaero  $\delta m_1^2$  on suurin ja havaitaan pienemmillä lentomatkoilla ja vastaavasti  $\delta m_3^2$  on pienin ja havaitaan suuremmilla lentomatkoilla (kuva 6.7).

Vuosuhteilla  $R_{e\mu}$  ja  $R_{e\tau}$  tulisi havaita tilaparien  $\nu_1^\pm$  ja  $\nu_3^\pm$  oskillaatiot  $3\sigma$ :n luottamusvälillä –  $R_{\tau\mu}$ :llä nämä ovat havaittavissa vain  $1\sigma$ :n luottamusvälin varmuudella. Tilaparin  $\nu_2^\pm$  havaitseminen ei ole mahdollista millään vuosuhteella, ei edes  $1\sigma$ :n luottamusvälin varmuudella.



**KUVA 6.7**

Kuten kuva 6.6a, mutta neutriinujen vuosuhteille  $R_{e\mu}$  (a),  $R_{e\tau}$  (b) ja  $R_{\tau\mu}$  (c).

## Neliömassaerot samat

Jos neliömassaerot olisivat täysin samat ja sekoittuminen olisi täydellistä, ei oskillaatiota voitaisi havaita millään vuosuhteella: Oletetaan, että

$$\delta m^2 \equiv \delta m_1^2 = \delta m_2^2 = \delta m_3^2 \quad (6.2)$$

ja

$$\Delta \equiv \delta m^2 L / 4E. \quad (6.3)$$

Tällöin

$$\frac{P_{\alpha\beta}}{P_{\gamma\epsilon}} = \frac{\sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 (1 - \sin^2(\Delta))}{\sum_j |U_{\gamma j}|^2 |U_{\epsilon j}|^2 (1 - \sin^2(\Delta))} = \frac{\sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2}{\sum_j |U_{\gamma j}|^2 |U_{\epsilon j}|^2} \quad (6.4)$$

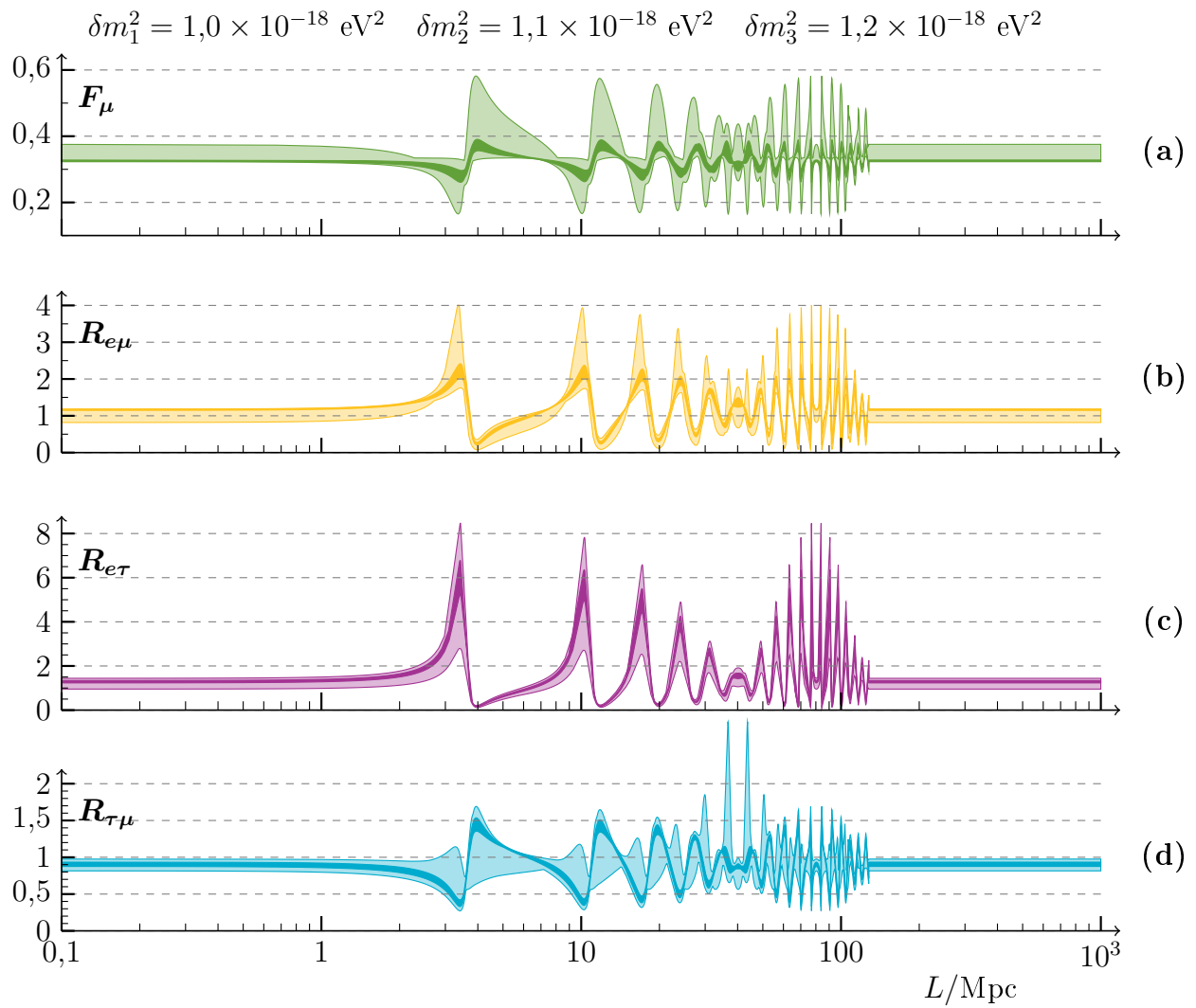
eli neliömassaerolla  $\delta m^2$  ei ole mitään vaikutusta siirtymätodennäköisyyksien suhteeseen eikä siten vuosuhteisiinkaan. Tarkastelemme siis tilannetta, jossa neliömassaerot ovat likimain samat (kuva 6.8). Neliömassaerolle  $\delta m_1^2$  on annettu arvo  $10^{-18} \text{ eV}^2$ , ja neliömassaerot  $\delta m_2^2$  ja  $\delta m_3^2$  ovat 10% ja vastaavasti 20% suurempia kuin  $\delta m_1^2$ .

Oskillaatio olisi tällöin havaittavissa kaikilla vuosuhteilla  $1\sigma$ :n luottamusvälin varmuudella, mutta vain suhteilla  $R_{e\mu}$  ja  $R_{e\tau}$  se olisi havaittavissa myös  $3\sigma$ :n luottamusvälin varmuudella. Oskillaatio vaikuttaa erityisesti suhteeseen  $R_{e\tau}$  (kuva 6.8c), jossa luottamusvälin ollessa  $3\sigma$ :a maksimin alaraja on 2,8 ja minimin yläraja on 0,21 – pienin ero on siis yli kymmenkertainen.

Verrattuna kuvan 5.7 tapaukseen, jossa tarkastellaan suhteuttamattomia neutriinovoita, oskillaation ”ensimerkit” eli voiden vähenemiset ovat paljon aikaisemmin havaittavissa kuin suhteellisissa voissa. Tämä tekee oskillaation havaitsemisesta hankalampaa, sillä havaitsemiseen soveltuva lentomatka on lyhyempi.

Kuvien 6.8b,c,d jyrkkä nousu tai lasku on seurausta neutriinomakuvien peräkkäisistä oskillaatioista (kuva 5.7), jossa esimerkiksi kuvan 6.8c tapaus saadaan jakamalla vuo  $\Phi_e / \Phi_{\text{kok}}^0$  (punaisella) vuolla  $\Phi_\tau / \Phi_{\text{kok}}^0$  (sinisellä). Kuvan 5.7 mukaan kokonaisvuo katoaa noin arvossa  $L \approx 3,7 \text{ Mpc}$ , jossa myös tapahtuu suurin muutos kaikissa vuosuhteissa. Koska neutriinoja ei pitäisi havaita tällä lentomatalla, on mahdollista, että steriilit neutriinot havaitaan neutriinovuosuhteiden sijaan kokonaisvuon katoamisena tai – epätarkkuuksien takia – pienempänä kokonaisvuona.

Oskillaation havaitsemista lentomatkan funktiona on havainnollistettu kahdessa eri tapauksessa, jossa ensimmäisessä neliömassaerot ovat erilaiset ja toisessa lähes samat. Muita vaihtoehtoja voisi olla tilanteet, joissa sekoituskulmien sekoittuminen ei ole täydellistä, tai joissa esimerkiksi kaksi neliömassaeroa on lähes samat ja kolmas poikkeaa merkittävästi kahdesta muusta. Tilanteita on siis lukuisia, ja sen vuoksi olemme tyytyneet kahteen erikoistapaukseen. Nämä toivottavasti ovat antaneet hyvän yleiskuvan vuosuhteista lentomatkan funktiona.



**KUVA 6.8**

*Kuten kuva 5.7: Neutriinojen vuosuhteet lentomatkan funktiona, kun massat ovat likimain samat. Alkuvuo on 1 : 2 : 0, ja neutriinojen energia  $E = 100 \text{ GeV}$ .*

# LUKU 7

---

## YHTEENVETO

---

Olemme tässä työssä tutkineet, millaisia vaikutuksia kvasidegeneroituneet steriilit neutriinot aiheuttavat kaukaisista lähteistä, kuten aktiivisista galaksiytimistä (AGN), peräisin olevien neutriinon voihin ja voidaanko nämä vaikutukset havaita. Johdimme kvasidegeneroituneiden neutriinon mallin avulla siirtymätodennäköisyyden, jota olemme käyttäneet steriilien neutriinon simuloimiseen Monte–Carlo-menetelmällä.

Aluksi tarkastelimme steriilien neutriinon vaikutusta suhteutettuihin neutriinovoihin kolmiokuvaajien avulla. Huomasimme, että kaikki kolmen steriilin neutriinon vaikutukset suhteellisiin voihin voidaan selittää myös kahden steriilin neutriinon avulla. Suhteellisten neutriinovoiden avulla ei voida siis varmaksi sanoa, montako steriiliä neutriinoa saa ilmiön aikaiseksi, joissain tapauksissa tosin yksi steriili neutriino ei riitä ilmiön selittämiseen. Alkuvuona olemme pääosin käyttäneet arvoa  $1 : 2 : 0$ , joka on nykyisten mallien mukaan tyypillinen AGN:ien pionilähteille. Gammapurkauksien alkuvuossa  $1 : 1,86 : 0$  on AGN:iä vähemmän myonin neutriinoja, mutta ero on pieni eikä sillä ole juurikaan vaikutusta maassa havaittaviin neutriinovoihin (kts. esim. kuva 5.3).

Vaimentuneiden myonilähteiden ( $0 : 1 : 0$ ) ja neutronilähteiden ( $1 : 0 : 0$ ) vaikutukset maassa havaittaviin voihin ovat sitä vastoin merkittävämpiä ja osin yhteneviä steriilien neutriinon vaikutuksiin silloin, kun alkuvuo on pionilähteelle tyypillinen  $1 : 2 : 0$ . Esimerkiksi alkuvuolla  $1 : 0 : 0$  on samanlaiset neutriinon suhteelliset vuot maassa steriilittömässä tapauksessa kuin alkuvuolla  $1 : 2 : 0$  silloin, kun  $\phi_1$  ja  $\phi_2$  ovat maksimaaliset (vrt. kuvat 5.2 ja 5.3).

Neutriinon oskillaatiota on tarkasteltu kahdessa eri tapauksessa: neliömassaerot ovat selkeästi eriarvoiset ja neliömassaerot ovat likimain samat. Jälkimmäisessä tapauksessa neutriinon kokonaisvuo katoaa, kun lentomatka on oskillaation ensimmäisessä minimissä (kuva 5.7). Neliömassaerojen ollessa eriarvoisia neutriinon kokonaisvuo ei katoa minimien kohdalla, mutta pienenee havaittavasti. Jos neutriino-observatoriot pystyvät erottamaan vuon väliaikaisen pienemisen lentomatkan funktiosta, kvasidegeneroituneiden steriilien neutriinon neliömassaeroja voitaisiin tutkia jopa arvoon  $10^{-21} \text{ eV}^2$  asti olettaen, että neutriinon energia on 100 GeV ja että neutriinoja voidaan havaita 1000 Mpc etäisyydellä olevista AGN:stä ja GRB:sta. Muussa tapauksessa voidaan tutkia vain suurempia neliömassaeroja.

Toisessa vaiheessa tutkimme steriilien neutriinoiden vaikutuksia kirjallisuudessa esiintyviin havaintosuureisiin  $F_\mu$ ,  $R_{e\mu}$ ,  $R_{e\tau}$  ja  $R_{\tau\mu}$ . Koska myöskin neutriinot havaitaan neutriino-observatorioissa neutriinomauista parhaiten, olemme keskittyneet analyysissämme erityisesti myöskin neutriinoiden suhteelliseen vuohon  $F_\mu$ . Tällä suhteellisella vuolla steriilien neutriinoiden havaitseminen on kuitenkin epätodennäköistä, sillä steriilit neutriinot aiheuttavat tutkituissa tilanteissa ainoastaan muutamassa erikoistapauksessa havaittavan vuopoitkeaman (kts. esim. kuvat 6.6 ja 6.8), ja sekin tapahtuu vain  $1\sigma$ -luottamusvälillä. Tämä johtuu siitä, että vuo  $\Phi_\mu$  sisältää tasapuolisesti kaikkia massatiloja. Siten yhden tai useamman massatilallisten neutriinoiden,  $\hat{\nu}_1$ ,  $\hat{\nu}_2$  ja  $\hat{\nu}_3$ , vähenemisellä on suhteellisesti yhtä suuri vaikutus sekä kokonaisvuohon  $\Phi_{\text{kok}}$  että myöskin neutriinoiden vuohon  $\Phi_\mu$ . Steriilien neutriinoiden sijaan  $F_\mu$  soveltuu paremmin alkuvuon määrittämiseen (kuva 6.2).

Muihin havaintosuureisiin steriileillä neutriinoilla on suuremmat vaikutukset. Jos steriilejä neutriinoja on olemassa, ne tulisi näkyä useimmissa tapauksissa havaintosuureiden  $R_{e\mu}$ ,  $R_{e\tau}$  ja  $R_{\tau\mu}$  avulla. Kuitenkin steriilejä neutriinoja ei voida näillä suureilla havaita esimerkiksi silloin, kun kaikki sekoituskulmat ovat likimain samanarvoisia, sekoituskulmat ovat hyvin pieniä tai kun sekoituskulmista ainoastaan  $\phi_2$  poikkeaa nolasta. Muulloin näillä havaintosuureilla voidaan tarkastella sekoituskulmien suuruuksia ja neliömassaeroja, sillä steriilit neutriinot aiheuttavat havaittavan muutoksen  $1\sigma$ -luottamusvälin varmuudella. Steriilien neutriinoiden neliömassaerot näkyvät etenkin suureissa  $R_{e\mu}$  ja  $R_{e\tau}$ , joilla neliömassaeroon tulee poikkeama  $3\sigma$ -luottamusvälin varmuudella. Koska elektronin ja taun neutriinoja on vaikea havaita, neliömassaerojen ja sekoituskulmien selvittäminen voi osoittautua erittäin haastavaksi.

Edellä mainitsimme, että kahdella steriilillä neutriinolla voidaan selittää kaikki kolmen steriilin neutriinon vaikutukset suhteellisiin voihin. Jos käytämme ainoastaan keskiarvoistettua siirtymätodennäköisyyttä ja neliömassaerot ovat lähes samat, sekoituskulmien selvittäminen olisi lähes mahdotonta. Jos neliömassaerot kuitenkin poikkeavat toistensa arvoista huomattavasti, sekoituskulmat voitaisiin selvittää yksitellen. Esimerkiksi kuvan 6.7 tapauksessa sekoituskulma  $\phi_1$  voitaisiin selvittää noin kiloparsekin etäisyydellä,  $\phi_2$  megaparsekin etäisyydellä ja  $\phi_3$  gigaparsekin etäisyydellä olevien kohteiden avulla. Vaikka sekoituskulmalla  $\phi_2$  on häviävän pieni vaikutus suhteellisiin neutriinovoihin, voitaisiin sekin selvittää muiden kulmien aikaansaamasta yhteisvaikutuksesta.

## 7.1 Tulevaisuuden haasteita

Tutkiessamme kvasidegeneroituneiden neutriinoiden vaikutuksia neutriinovoihin teimme useita yksinkertaistuksia, kuten CP-vaiheena käytimme arvoa  $\delta = 0$ , emme erotelleet neutriinoja anti-neutriinoista, ja sen sijaan, että olisimme käyttäneet yleisempää siirtymätodennäköisyyttä (3.17), käytimme sen erikoistilanteita, joissa lentomatka on keskiarvoistettu pois tai sekoituskulmat sekoittuvat maksimaalisesti. Tulevaisuudessa CP-vaihe olisi hyvä saada mukaan, mutta yleisempää siirtymätodennäköisyyttä on vaikeampi havainnollistaa ilman erikoistilanteita. Tilanne olisi eri, jos saisimme neutriino-observatorioista jotain tuloksia, joihin mallia voisi sovittaa. Tällä hetkellä tulokset ovat olleet liian laveita. Antineutriinoiden erotteleminen neutriinoista auttaisivat tarkentamaan mallia, mutta sopivaa tapaa mitata suhdetta  $\mathcal{N}_{\bar{\nu}_e}/\mathcal{N}_{\nu_e}$ , havaittujen antineutriinoiden suhdetta havaittuihin neutriinoihin, ei kuitenkaan ole esitetty [20].

Esitimme tuloksemme useiden eri graafien avulla. Tuloksia voitaisiin vielä laajentaa kattamaan esim. neutriinon energiaspektriä ja suhteellista vuota spektraali-indeksin funktiona [65].

Myös malliamme voitaisiin parantaa. Nykyinen mallimme ei selitä, miten kvasidegeneroituneet neutriinot syntyvät. Pseudo-Dirac-neutriinon malli on kattavampi, sillä siitä on selitetty lähes degeneroituneen parin syntyminen ja Majorana-massojen pienuus suhteessa Dirac-massoihin. Kvasidegeneroituneiden neutriinon malli on hyvin samantapainen kuin pseudo-Dirac-neutriinon malli, minkä vuoksi näennäiset massatilat on ajateltu koostuvan kahdesta neutriinosta, ts. tilaparista. Koska kvasidegeneroituneet neutriinot eivät synny saman mekanismin kautta kuin pseudo-Dirac-neutriinot, voisivat näennäiset massatilat koostua kahden neutriinon sijaan kolmesta tai useammastakin neutriinosta. Esimerkiksi malli, jossa näennäiset massatilat koostuvat kukin neljästä neutriinosta – yksi on aktiivinen ja loput kolme steriiliä – voisi selittää havaittujen neutriinon vähyyden IceCube-kokeessa [62], jossa odotettiin 3,7 kertaa enemmän neutriinoja kuin havaittiin. Kokeessa havainnoitiin GRB-neutriinoja lähes kahden vuoden ajan.



---

# KIRJALLISUUTTA

---

- [1] C. W. Kim and A. Pevsner,  
*Neutrinos in Physics and Astrophysics*,  
Harwood Academic Publishers (1993)
- [2] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, D. Montanino, A. Palazzo and A. M. Rotunno,  
*Global analysis of neutrino masses, mixings and phases: entering the era of leptonic CP violation searches*,  
Phys. Rev. **D 86**, 01301 (2012) [arXiv:1205.5254 [hep-ph]]
- [3] M. Kobayashi and C. S. Lim,  
*Pseudo Dirac scenario for neutrino oscillations*,  
Phys. Rev. **D 64**, 013003 (2001) [arXiv:hep-ph/0012266]
- [4] P. Keränen, J. Maalampi, M. Myyryläinen and J. Riittinen,  
*Effects of sterile neutrinos on the ultrahigh-energy cosmic neutrino flux*,  
Phys. Lett. **B 574**, 162–168 (2003) [arXiv:hep-ph/0307041]
- [5] P. Keränen, J. Maalampi, M. Myyryläinen and J. Riittinen,  
*Effects of degenerate sterile neutrinos on the supernova neutrino flux*,  
Phys. Lett. **B 597**, 374–381 (2004) [arXiv:hep-ph/0401082]
- [6] P. Keränen, J. Maalampi, M. Myyryläinen and J. Riittinen,  
*Sterile neutrino signals from supernovae*,  
Phys. Rev. **D 76**, 125026 (2007) [arXiv:0708.3337 [hep-ph]]
- [7] J. Maalampi and J. Riittinen,  
*CP-phase effects on the effective neutrino mass  $m_{ee}$  in the case of quasidegenerate neutrinos*,  
Phys. Rev. **D 81**, 037301 (2010) [arXiv:0912.4628 [hep-ph]]
- [8] A. de Gouvêa, W.-C. Huang and J. Jenkins,  
*Pseudo-Dirac neutrinos in the new standard model*,  
Phys. Rev. **D 80**, 073007 (2009) [arXiv:0906.1611 [hep-ph]]
- [9] F. Halzen,  
*Lectures on Neutrino Astronomy: Theory and Experiment*,  
Publ. in Boulder 1998, Neutrinos In Physics And Astrophysics 524–569 [arXiv:astro-ph/9810368]
- [10] A. Karle *et al.* (THE ICECUBE COLLABORATION),  
*IceCube – the next generation neutrino telescope at the South Pole*,  
Nucl. Phys. **B (Proc. Suppl.) 118**, 388–395 (2003) [arXiv:astro-ph/0209556]

- [11] R. Abbasi *et al.* (THE ICECUBE COLLABORATION),  
*The IceCube data acquisition system: Signal capture, digitization, and timestamping*,  
Nucl. Instr. and Meth. **A 601**, 294–316 (2009) [arXiv:0810.4930 [physics.ins-det]]
- [12] U. F. Katz (FOR THE KM3NET CONSORTIUM),  
*The KM3NeT project*,  
Nucl. Instr. and Meth. **A 626–627**, S57–S63 (2011)
- [13] <http://km3net.org> (Viitattu 1.1.2013)
- [14] L. Bento, P. Keränen and J. Maalampi,  
*Neutrino mixing scenarios and AGN*,  
Phys. Lett. **B 476**, 205–212 (2000) [arXiv:hep-ph/9912240]
- [15] H. Athar, M. Jeżabek and O. Yasuda  
*Effects of neutrino mixing on high-energy cosmic neutrino flux*,  
Phys. Rev. **D 62**, 103007 (2000) arXiv:hep-ph/0005104
- [16] J. F. Beacom, N. F. Bell, D. Hooper, J. G. Learned, S. Pakvasa and T. J. Weiler,  
*Pseudo-Dirac Neutrinos, a Challenge for Neutrino Telescopes*,  
Phys. Rev. Lett. **92**, 011101 (2004) [arXiv:hep-ph/0307151]
- [17] J. Maalampi,  
*Neutrino physics*,  
luentosarja FYSH540, Jyväskylän yliopisto, Fysiikan laitos (2011)
- [18] J. Beringer *et al.* (PARTICLE DATA GROUP),  
*Review of Particle Physics*,  
Phys. Rev. **D 86**, 010001 (2012) [<http://pdg.lbl.gov/>]
- [19] K. N. Abazajian *et al.*,  
*Light Sterile Neutrinos: A White Paper*,  
arXiv:1204.5379 [hep-ph] (2012)
- [20] A. Esmaili,  
*Pseudo-Dirac neutrino scenario: Cosmic neutrinos at neutrino telescopes*,  
Phys. Rev. **D 81**, 013006 (2010) [arXiv:0909.5410 [hep-ph]]
- [21] T. Oravasaari,  
*AGN-neutriinujen suhteelliset vuot yhden, kahden ja kolmen steriilin neutriinon tapauksessa*,  
Erikoistyö (2012). Jyväskylän yliopisto, Fysiikan laitos.
- [22] R. Davis, Jr., D. S. Harmer and K. C. Hoffman,  
*Search for Neutrinos from the Sun*,  
Phys. Rev. Lett. **20**, 1205–1209 (1968)
- [23] B. T. Cleveland *et al.*,  
*Measurement of the Solar Electron Neutrino Flux with the Homestake Chlorine Detector*,  
Astrophys. J. **496**, 505-526 (1998)

- [24] W. Hampel *et al.* (GALLEX COLLABORATION),  
*GALLEX solar neutrino observations: results for GALLEX IV*,  
Phys. Lett. **B 447**, 127–133 (1999)
- [25] V. N. Gavrin (SAGE COLLABORATION)  
*Solar neutrino results from SAGE*,  
Nucl. Phys. **B (Proc. Suppl.) 77**, 20–25 (1999)
- [26] B. Pontecorvo,  
*Mesonium and anti-mesonium*,  
Zh. Eksp. Teor. Fiz. **33**, 549–551 [Sov. Phys. JETP **6**, 429 (1957)]
- [27] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata,  
*Remarks on the Unified Model of Elementary Particles*,  
Prog. Theor. Phys. **28**, 870–880 (1962)
- [28] M. L. Perl *et al.*,  
*Evidence for Anomalous Lepton Production in  $e^+e^-$  Annihilation*,  
Phys. Rev. Lett. **35**, 1489–1492 (1975)
- [29] K. Kodama *et al.* (DONUT COLLABORATION),  
*Observation of tau neutrino interactions*,  
Phys. Lett. **B 504**, 218–224 (2001) [arXiv:hep-ex/0012035]
- [30] B. Pontecorvo,  
*Neutrino Experiments and the Problem of Conservation of Leptonic Charge*,  
Zh. Eksp. Teor. Fiz. **53**, 1717–1725 (1967) [Sov. Phys. JETP **26**, 984–988 (1968)]
- [31] K. S. Hirata *et al.*,  
*Observation of  $^8\text{B}$  solar neutrinos in the Kamiokande-II detector*,  
Phys. Rev. Lett. **63**, 16–19 (1989)
- [32] Y. Fukuda *et al.* (SUPER-KAMIOKANDE COLLABORATION),  
*Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos*,  
Phys. Rev. Lett. **81**, 1562–1567 (1998) [arXiv:hep-ex/9807003]
- [33] J. Hosaka *et al.* (SUPER-KAMIOKANDE COLLABORATION),  
*Solar neutrino measurements in Super-Kamiokande-I*,  
Phys. Rev. **D 73**, 112001 (2006) [arXiv:hep-ex/0508053]
- [34] S. Fukuda *et al.* (SUPER-KAMIOKANDE COLLABORATION),  
*Solar  $^8\text{B}$  and hep Neutrino Measurements from 1258 Days of Super-Kamiokande Data*,  
Phys. Rev. Lett. **86**, 5651–5655 (2001) [arXiv:hep-ex/0103032]
- [35] Q. R. Ahmed *et al.* (SNO COLLABORATION),  
*Measurement of the Rate of  $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$  Interactions Produced by  $^8\text{B}$  Solar Neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory*,  
Phys. Rev. Lett. **87**, 071301 (2001) [arXiv:nucl-ex/0106015]

- [36] THE ALEPH COLLABORATION, THE DELPHI COLLABORATION, THE L3 COLLABORATION, THE OPAL COLLABORATION, THE SLD COLLABORATION, THE LEP ELECTROWEAK WORKING GROUP, THE SLD ELECTROWEAK AND HEAVY FLAVOUR GROUPS,  
*Precision electroweak measurements on the Z resonance*,  
Phys. Rep. **427**, 257–454 (2006) [arXiv:hep-ex/0509008]
- [37] K. Abe *et al.* (T2K COLLABORATION),  
*Indication of Electron Neutrino Appearance from an Accelerator-Produced Off-Axis Muon Neutrino Beam*,  
Phys. Rev. Lett. **107**, 041801 (2011) [arXiv:hep-ex/1106.2822]
- [38] A. Habig *et al.* (MINOS COLLABORATION),  
*MINOS neutrino oscillation results*,  
Nucl. Phys. **B** (Proc. Suppl.) **218**, 320–325 (2011)
- [39] P. Adamson *et al.* (MINOS COLLABORATION),  
*Improved search for muon-neutrino to electron-neutrino oscillations in MINOS*,  
Phys. Rev. Lett. **107**, 181802 (2011) [arXiv:1108.0015 [hep-ex]]
- [40] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, A. Palazzo and A. M. Rotunno,  
*Evidence of  $\theta_{13} > 0$  from global neutrino data analysis*,  
Phys. Rev. **D 84**, 053007 (2011) [arXiv:1106.6028 [hep-ph]]
- [41] Y. Abe *et al.* (DOUBLE CHOOZ COLLABORATION),  
*Indication of Reactor  $\bar{\nu}_e$  Disappearance in the Double Chooz Experiment*,  
Phys. Rev. Lett. **108**, 131801 (2012) [arXiv:1112.6353 [hep-ex]]
- [42] F. P. An *et al.* (THE DAYA BAY COLLABORATION),  
*Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay*,  
Phys. Rev. Lett. **108**, 171803 (2012) [arXiv:1203.1669 [hep-ex]]
- [43] J. K. Ahn *et al.* (RENO COLLABORATION),  
*Observation of Reactor Electron Antineutrino Disappearance in the RENO Experiment*,  
Phys. Rev. Lett. **108**, 191802 (2012) [arXiv:1204.0626 [hep-ex]]
- [44] A. Aguilar *et al.*,  
*Evidence for neutrino oscillations from the observation of  $\bar{\nu}_e$  appearance in a  $\bar{\nu}_\mu$  beam*,  
Phys. Rev. **D 64**, 112007 (2001) [arXiv:hep-ex/0104049]
- [45] M. Laine and M. Shaposhnikov  
*Sterile neutrino dark matter as a consequence of  $\nu$ MSM-induced lepton asymmetry*,  
JCAP **06**, 031 (2008) [arXiv:0804.4543 [hep-ph]]
- [46] H. Georgi,  
*The State of the Art – Gauge Theories*,  
in *Particles and Fields* (edited by C. E. Carlson), AIP Conf. Proc. **23**, 575–582 (1975)
- [47] H. Fritzsch and P. Minkowski,  
*Unified interactions of leptons and hadrons*,  
Ann. Phys. **93**, 193–266 (1975)

- [48] P. Minkowski,  
 *$\mu \rightarrow e\gamma$  at a rate of one out of  $10^9$  muon decays?*,  
Phys. Lett. **B 67**, 421–428 (1977)
- [49] M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky,  
*Supergravity*,  
(North Holland, Amsterdam, 1979) P. van Nieuwenhuizen and D. Z. Freedman (eds.)
- [50] T. Yanagida,  
*Horizontal Symmetry And Masses Of Neutrinos*,  
Conf. Proc. C7902131, 95 (1979)
- [51] R. N. Mohapatra and G. Senjanović,  
*Neutrino Mass and Spontaneous Parity Nonconservation*,  
Phys. Rev. Lett. **44**, 912–915 (1980)
- [52] J. Schechter and J. W. F. Valle,  
*Neutrino masses in  $SU(2) \otimes U(1)$  theories*,  
Phys. Rev. **D 22**, 2227–2235 (1980)
- [53] A. de Gouvêa and J. Jenkins,  
*Physical range of majorana neutrino mixing parameters*,  
Phys. Rev. **D 78**, 053003 (2008) [arXiv:0804.3627 [hep-ph]]
- [54] T. K. Gaisser, F. Halzen and T. Stanev,  
*Particle astrophysics with high energy neutrinos*,  
Phys. Rep. **258**, 173–236 (1995)
- [55] F. Halzen and D. Hooper,  
*High-energy neutrino astronomy: the cosmic ray connection*,  
Rep. Prog. Phys. **65**, 1025–1078 (2002) [arXiv:astro-ph/0204527]
- [56] A. R. Bell,  
*The acceleration of cosmic rays in shock fronts. I*,  
Mon. Not. R. astr. Soc. **182**, 147–156 (1978)
- [57] D. Watson, K. D. Denney, M. Vestergaard, and T. M. Davis,  
*A New Cosmological Distance Measure Using Active Galactic Nuclei*,  
ApJ **740**, L49 (2011) [arXiv:1109.4632 [astro-ph.CO]]
- [58] Y.-Z. Fan and T. Piran,  
*High-energy  $\gamma$ -ray emission from gamma-ray bursts – before GLAST*,  
Front. Phys. China **3**, 306–330 (2008) [arXiv:0805.2221 [astro-ph]]
- [59] T. Piran,  
*Gamma-ray bursts – a puzzle being resolved*,  
Phys. Rept. **333**, 529–553 (2000) [arXiv:astro-ph/9907392]
- [60] T. Piran,  
*Astronomy: Glowing embers*,  
Nature **422**, 268–269 (2003)

- [61] E. Nakar,  
*Short-hard gamma-ray bursts*,  
Phys. Rep. **442**, 166–236 (2007) [arXiv:astro-ph/0701748]
- [62] R. Abbasi *et al.* (ICECUBE COLLABORATION)  
*An absence of neutrinos associated with cosmic-ray acceleration in  $\gamma$ -ray bursts*,  
Nature **484**, 351–354 (2012) [arXiv:1204.4219 [astro-ph.HE]]
- [63] R. Salvaterra *et al.*,  
*GRB 090423 at a redshift of  $z \approx 8.1$* ,  
Nature **461**, 1258–1260 (2009) [arXiv:0906.1578 [astro-ph.CO]]
- [64] E. Waxman and J. Bahcall  
*High energy neutrinos from astrophysical sources: An upper bound*,  
Phys. Rev. **D 59**, 023002 (1998) [arXiv:hep-ph/9807282]
- [65] P. Lipari, M. Lusignoli and D. Meloni,  
*Flavor composition and energy spectrum of astrophysical neutrinos*,  
Phys. Rev. **D 75**, 123005 (2007) [arXiv:0704.0718 [astro-ph]]
- [66] S. Pakvasa, W. Rodejohann and T. J. Weiler,  
*Flavor ratios of astrophysical neutrinos: implications for precision measurements*,  
JHEP **02**, 005 (2008) [arXiv:0711.4517 [hep-ph]]
- [67] S. Sahu and B. Zhang,  
*Effect of resonant neutrino oscillation on TeV neutrino flavor ratio from choked GRBs*,  
Res. Astron. Astrophys. **10**, 943 (2010) [arXiv:1007.4582 [hep-ph]]
- [68] V. Aynutdinov *et al.*,  
*The prototype string for the  $\text{km}^3$ -scale Baikal neutrino telescope*,  
Nucl. Instr. and Meth. **A 602**, 227–234 (2009) [arXiv:0811.1110 [astro-ph]]
- [69] A. Avrorin *et al.*,  
*The Baikal neutrino experiment*,  
Nucl. Instr. and Meth. **A 626–627**, S13–S18 (2011)
- [70] M. Ageron *et al.* (ANTARES COLLABORATION),  
*ANTARES: The first undersea neutrino telescope*,  
Nucl. Instr. and Meth. **A 656**, 11–38 (2011) [arXiv:1104.1607 [astro-ph.IM]]
- [71] M. Circella (FOR THE NEMO COLLABORATION),  
*Time calibration of the NEutrino Mediterranean Observatory (NEMO)*,  
Nucl. Instr. and Meth. **A 602**, 187–189 (2011)
- [72] G. Aggouras *et al.* (THE NESTOR COLLABORATION),  
*A measurement of the cosmic-ray muon flux with a module of the NESTOR neutrino telescope*,  
Astropart. Phys. **23**, 377–392 (2005)
- [73] J. F. Beacom, N. F. Bell, D. Hooper, S. Pakvasa and T. J. Weiler,  
*Measuring flavor ratios of high-energy astrophysical neutrinos*,  
Phys. Rev. **D 68**, 093005 (2003) [arXiv:hep-ph/0307025; Erratum-ibid. **D 72**, 019901 (2005)]

- [74] S. L. Glashow,  
*Resonant Scattering of Antineutrinos*,  
Phys. Rev. **118**, 316–317 (1960)
- [75] A. Bhattacharya, R. Gandhi, W. Rodejohann and A. Watanabe,  
*The Glashow resonance at IceCube: signatures, event rates and  $pp$  vs.  $p\gamma$  interactions*,  
JCAP **10**, 017 (2011) [arXiv:1108.3163 [astro-ph.HE]]
- [76] A. Donini and O. Yasuda,  
*Signatures of sterile neutrino mixing in high-energy cosmic neutrino flux*,  
arXiv:0806.3029 [hep-ph] (2008)