

Representaatiot ja virhekäsitykset lukion mekaniikassa

Timo Leppänen

Pro gradu –tutkielma
Jyväskylän yliopisto, Fysiikan laitos
12.11.2012
Ohjaaja: Pasi Nieminen

Tiivistelmä

Fysiikan opiskelussa olennaisena osana ovat erilaiset tiedon esitysmuodot eli representaatiot. Aiemmissä tutkimuksissa on todettu, että representaatioiden osaaminen on edellytys fysiikan käsitteiden oikealla ymmärrykselle. Fysiikan opiskelussa saattaa myös törmätä tilanteeseen, jossa oma tieto asiasta on ristiriidassa yleisesti hyväksytyyn teorian kanssa. Näiden virheellisten ennakkokäsitysten on todettu olevan merkittävässä osassa fysiikan opiskelussa. Tässä tutkimuksessa analysoitiin kahdelle lukioryhmälle tehdyn interventiotutkimuksen vastausaineistoa, joista pyrittiin selvittämään opiskelijoiden virheellisten ennakkokäsitysten yleisyyttä sekä representaatioiden osaamista Newtonin mekaniikassa. Tarkoituksena oli myös selvittää voisiko jonkin representaatiolajin hallinnasta tehdä johtopäätöksiä opiskelijan yleisestä mekaniikan osaamisesta.

Opiskelijoiden yleisarvosana tutkimusaineiston vastauksissa oli kohtalainen. Osasyynä osaamisen heikokseen tasoon saattoi olla se, että tutkimus toteutettiin mekaniikan kurssin kuluessa, eikä esimerkiksi kurssin loppukokeena. Kurssin päättyessä mekaniikan asiat olisivat ehkä olleet paremmin sisäistettyinä. Virheellisistä ennakkokäsityksistä tässä tutkimuksessa esille nousivat ainoastaan liikevoimavirhekäsitys ja dominanssi. Yli puolella tutkimukseen vastanneista opiskelijoista esiintyi virhekäsitys vähintään yhden kerran.

Alle puolet opiskelijoiden virheellisistä vastauksista aiheutui tämän tutkimuksen mukaan representaatioiden puutteellisesta osaamisesta. Suurempana syynä olivat käsitteelliset virheet. Representaatiolajeista parhaiten osattiin matemaattinen ja sanalliset tehtävät. Heikoimmin puolestaan vektoriaaliset tehtävät. Tutkimuksen mukaan vektoriaalisten tehtävien osaaminen on selvässä yhteydessä opiskelijan kokonaisosaamiseen.

Sisältö

1 Johdanto	1
2 Teoreettiset lähtökohdat ja aiemmat tutkimukset	2
2.1 Voima.....	2
2.2 Newtonin lait.....	2
2.3 Representaatio	3
2.4 Ennakkokäsitykset.....	5
3 Tutkimuksen tavoitteet.....	7
4 Menetelmät.....	8
5 Tulokset.....	10
5.1 Tehtävien jaottelu.....	10
5.2 Pisteytys ja virheiden luokittelu	11
5.3 Tehtäväkohtainen analyysi.....	12
5.3.1 Tehtävä 1	12
5.3.2 Tehtävä 2.....	13
5.3.3 Tehtävä 3	15
5.3.4 Tehtävä 4.....	16
5.3.5 Tehtävä 5.....	17
5.3.6 Tehtävä 6.....	19
5.3.7 Tehtävä 7.....	21
5.4 Kokonaistulokset.....	23
5.5 Vastaajien vaikeusastearviot	25
5.6 Representaatio- vai käsitevirhe	26
5.7 Virheelliset ennakkokäsitykset.....	27
5.8 Johdonmukaisuus representaatioiden käytössä	29
5.9 Osaaminen aiheen ja representaation mukaan	31

5.10 Koulukohtaiset tulokset.....	32
6 Pohdintaa.....	35
6.1 Kokonaisosaaminen	35
6.2 Virheelliset ennakkokäsitykset.....	37
6.3 Representaatiot ja representationaalinen johdonmukaisuus.....	38
6.4 Muita huomioita.....	40
Kirjallisuus	42
Liite 1: Tehtäväsarja malliratkaisuineen	45

1 Johdanto

Fysiikkaa opiskellessa kohtaa varmasti erilaisia tiedon esitysmuotoja, representaatioita. Niitä on kuvattu myös fysiikan kieleksi (Mercer, Dawes, Wegerif & Sams 2004). Sen lisäksi, että opiskelija opettelee fysiikan käsitteitä, on samalla opeteltava käyttämään myös representaatioita. Tutkimuksissa on todettu, että representaatioiden monipuolinen käyttäminen auttaa myös oppimaan käsitteitä paremmin (mm. Van Heuvelen & Zou 2001). Erilaisten esitysmuotojen oppiminen ei ole kuitenkaan aivan yksinkertaista. Ne tuovat lisää haastetta opiskeluun.

Newtonin mekaniikka on koko klassisen mekaniikan perusta. Newtonin lait ovat helppoja oppia ulkoa, mutta niiden ymmärtäminen on selvästi vaikeampaa (Viiliäinen 2011). Yllättävän moni käsitteellinen asia näyttää tutkimukseni mukaan olevan pinta-puolisesti ymmärretty. Tutkimuksen tehtäviin vastanneiden opiskelijoiden pistekeskisarvo oli vain 54 % maksimipisteistä. Opiskelijoiden pistemäärät vaihtelivat 0 % ja 80 % välillä. Myös virheelliset ennakkokäsitykset istuvat tiukassa opiskelijoiden mielissä. Tutkimukseen vastanneista opiskelijoista yli puolella esiintyi joko liikevoima- tai domianssivirhekäsitys. Muita virhekäsityksiä ei tutkimuksessani tullut esille.

Representaatioiden hallinta on olennainen osa fysiikan osaamista. Siinä missä fysiikan ammattilaiset siirtyvät representaatiosta toiseen sujuvasti, se saattaa aiheuttaa vaikeuksia opiskelijoille (Melzer 2005). Tutkimukseni mukaan sanallisen ja graafisen representaation välillä siirtyminen sujuu melko hyvin. Mikäli vaihto tapahtuu muiden representaatioiden kesken, representaatioiden välinen johdonmukaisuus näyttäisi olevan selvästi heikompaa. Representaationaalinen johdonmukaisuus näyttäisi korreloivan selvästi kokonaisosaamisen kanssa. Lisäksi vektoriaalisten representaatioiden hallinta näyttäisi olevan selvässä yhteydessä opiskelijan kokonaisosaamisen kanssa. Spearmanin korrelaatiokerroin näiden välillä oli 0,83.

Tutkimukseni mukaan yli 40 % vääristä vastauksista aiheutui representaatiovirheistä. Melzerin (2005) tutkimus tukee tätä ajatusta, että fysiikan osaamisessa suurempi merkitys on käsitteillä ja kontekstilla.

2 Teoreettiset lähtökohdat ja aiemmat tutkimukset

2.1 Voima

Fysiikassa esiintyy monia sellaisia käsitteitä, joita käytetään arkikielessä eri merkityksessä. Yksi näistä käsitteistä on voima. Arkikielessä voima-sanaa käytetään usein silloin kun tarkoitetaan energiaa. Ydinvoima tai lihasvoima ovat esimerkkejä termeistä, joissa arkikielen ilmaiset johtavat fysiikan mielessä harhaan.

Isaac Newton (1642–1727) oli englantilainen fyysikko, joka loi perustan klassiselle mekaniikalle. Hänen ideoimat painovoima- ja liikelait olivat tuolloin meneillään olleen tieteen vallankumouksen kohokohta. Newtonin mekaniikan peruskäsite on voima. Voimat esiintyvät aina vuorovaikutustilanteissa. Niinpä Savinainen ja Viiri (2005) toteavatkin, ettei voimakäsitettä voi ymmärtää ilman vuorovaikutuskäsitettä. Tämä tuo haasteen voiman oppimiseen. Usein ajatellaan, että voima on kappaleen ominaisuus, eikä vuorovaikutuksen, kuten Newtonin mekaniikka osoittaa sen olevan (Savinainen & Viiri 2005). Ellei voiman vuorovaikutusluonnetta ymmärrä, saattaa syntyä selviä virhekäsityksiä. On esimerkiksi vaarana sekoittaa Newtonin kolmannen lain mukaiset voimat ja vastavoimat samaan kappaleeseen vaikuttaviksi voimiksi, kuten vaikkapa painovoima ja tukivoima (Savinainen & Viiri 2005).

2.2 Newtonin lait

Jo yläkoulussa esille tulevat Newtonin lait ovat ydinasiaa mekaniikan opiskelussa ja ymmärtämisessä. Newtonin lait voidaan muotoilla sanallisesti usealla eri tavalla, sisältö on luonnollisesti sama. Aspholm ym. (2001). esittävät ne seuraavasti:

- Newtonin 1. laki: Kappale pysyy paikallaan tai jatkaa tasaista liikkettään suoraviivaisesti, jos siihen vaikuttavien voimien summa on nolla
- Newtonin 2. laki: Kappaleen nopeuden tai liikesuunnan muutos riippuu kappaleeseen vaikuttavasta voimasta ja kappaleen massasta

- Newtonin 3. laki: Jos kappale aiheuttaa voiman toiseen kappaleeseen, jälkimmäinen kappale aiheuttaa yhtä suuren, mutta vastakkaissuuntaisen voiman ensimmäiseen kappaleeseen.

Lait ovat helpohkoja opetella ulkoa, mutta niiden ymmärtäminen ja soveltaminen on haastavampaa. Virhekäsityksiä, jotka ovat ristiriidassa Newtonin lakien kanssa, esiintyy runsaasti lukiolaisillakin. (Jauhiainen, Koponen & Lavonen 2001).

Vuorovaikutustilanteisiin kuuluu olennaisena osana myös käsite kokonaisvoima. Koska kaikki kappaleet ovat koko ajan vuorovaikutuksessa useiden kappaleiden kanssa, myös kappaleeseen vaikuttavia voimia on samanaikaisesti useita. Voimavektoreita voidaan laskea yhteen, jolloin saadaan selvitettyä tiettyyn kappaleeseen vaikuttava kokonaisvoimavektori. Kokonaisvoimavektorista nähdään mihin suuntaan ja kuinka suurella voimalla kappaleeseen vaikuttaa voimaa. Yksinkertaisuudessaan kokonaisvoimavektori on kappaleeseen vaikuttavien voimavektoreiden summa. Jos kokonaisvoimavektori ei ole nolla, kappale on kiihtyvässä liikkeessä tuon vektorin suuntaan.

2.3 Representaatio

Representaatioilla tarkoitetaan erilaisia esitysmuotoja, kuten esimerkiksi kuvaajat ja diagrammit. Ne ovat hyvin yleisiä fysiikan opetuksessa. Representaatioita voisi pitää luonnontieteiden kielenä. Siitä tuleekin lisää haastetta fysiikan opetukseen ja oppimiseen. Aivan kuten vieraat kielet ovat haasteellisia myös representaatiot fysiikan kielenä tuottavat haasteita opiskelijoille (Melzer 2005). On tarpeellista oppia käyttämään fysiikan kieltä. Se ei ole kuitenkaan ainoa peruste representaatioiden osaamisen tarpeellisuudelle. Viiri ja Savinainen (2004) ovat todenneet tutkimuksessaan, että opiskelijoiden käsitteellinen ymmärtäminen riippuu myös representaatioista. Eli osataksaan jonkin fysiikan käsitteen, täytyy osata myös representaatioita.

Representaatioiden osaaminen on yksi osa fysiikan laadullista ymmärtämistä (Savinainen & Viiri 2008). He jakavat käsitteellisen johdonmukaisuuden kolmeen osaan: kontekstuaaliseen johdonmukaisuuteen, representationaaliseen johdonmukaisuuteen ja käsitteelliseen johdonmukaisuuteen. Representationaalinen johdonmukaisuus tarkoittaa

opiskelijan kykyä käyttää useita eri representaatioita samasta tilanteesta ja siirtyä eri representaatioiden välillä. Representationaalista johdonmukaisuutta arvioitaessa muut osat (kontekstuaalinen ja käsiterakenne) on pidettävä niin muuttumattomina kuin mahdollista. (Savinainen & Viiri 2008.)

Melzer (2005) jakaa representaatiot neljään eri luokkaan:

- sanallinen
- diagrammin muodossa oleva
- matemaattinen/symbolinen
- graafinen.

Asiantuntijoille nämä näyttävät Melzerin (2005) mukaan lähes samalta, mutta aloittelevalle opiskelijalle ne saattavat näyttää hyvinkin erilaisilta. Representaatioiden runsas käyttö tuo eteen helposti tilanteita, joissa opiskelijat eivät ymmärrä opettajan tavoin jotakin tiettyä representaatiota, esimerkiksi kuvaajaa. Opettajien oletus siitä, että itselle selkeä representaatio on ymmärrettävä myös keskiverto-opiskelijalle, ei useinkaan pidä paikkaansa (Meltzer 2005). Opiskelijoille on todennäköisesti helppo omaksua yksi tai kaksikin eri representaatiomuotoa, mutta kaikkien hallitseminen on epäilemättä haastavaa. Opiskelijalle voi olla esimerkiksi helpompaa käyttää matemaattista esitysmuotoa, mutta jos sama asia pitäisi ilmaista graafisesti, voi syntyä ongelmia. Jokin representaatio on siis luontevampi ja usein sitä haluaa myös käyttää. Tutkimuksen mukaan opiskelijat eivät kuitenkaan tee virhettä aina samassa representaatiolajissa, vaan representaatiota suurempi merkitys on tehtävän fysikaalisella aiheella ja kontekstilla (Meltzer 2005).

Meltzerin (2005) tutkimuksen mukaan representaatio näyttäisi vaikuttavan tehtävän osaamiseen varsinkin aloittelevilla opiskelijoilla. Jokin representaatio saattaa aiheuttaa oppimisen vaikeuksia. Tutkimuksen tulosten mukaan graafinen tehtävä on selvästi vaikeampi kuin sanallinen tehtävä. Samoin sanalliset representaatiot ovat keskimäärin helpompia kuin vektoriaaliset. Tutkimuksessa oli viitteitä myös sukupuolieroista representaatioiden osaamisessa. (Melzer 2005.)

Force Concept Inventory (FCI: Hestenes, Wells & Swackhamer 1992) on yleisesti käytetty testi voimakäsitteen ymmärtämisessä. Se ei kuitenkaan mittaa representationaalista

johdonmukaisuutta, joten Nieminen, Savinainen ja Viiri (2010) ovat kehittäneet monivalintatestin (R-FCI), joka arvioi vastaajan representationaalista johdonmukaisuutta ja osaamista. Tällöin tehtävän konteksti ja sisältö pysyvät mahdollisimman samoina, ainoastaan representaatio muuttuu. Testissä samasta teemasta on tehty kolme tehtävää jokainen erilaisella representaatiolla. R-FCI- testissä on yhdeksän eri teemaa eli yhteensä 27 tehtävää. Niemisen ym. (2010) tutkimuksen mukaan representationaalinen osaaminen ei takaa oikeata tieteellistä ymmärrystä fysiikan käsitteistä, mutta edellytys oikealle ymmärrykselle se kuitenkin on. Tutkimus osoittaa, että representationaalinen osaaminen on välttämättömyys, joskaan ei riittävä ehto, oikealle tieteelliselle ymmärtämiselle. (Nieminen ym. 2010.)

2.4 Ennakkokäsitykset

Fysiikan opiskelussa saattaa kohdata usein tilanteita, joissa ”oma tieto” on selvässä ristiriidassa yleisesti hyväksytyyn teorian kanssa. Joskus ”omasta tiedosta” saattaa olla jopa havainto: raskas kivi putosi nopeammin kuin sanomalehti. Sinänsä oikeasta havainnosta tehdään helposti väärä tulkinta: mitä raskaampi kappale sitä nopeammin se putoaa. Näitä opiskelijan mielikuvia ja uskomuksia kutsutaan ennakkokäsityksiksi. Ne ovat merkittävässä osassa fysiikan opiskelussa (Hestenes ym. 1992). Fysiikan opetuksen tutkimus on osoittanut, että mikäli tällaisia virheellisiä ennakkokäsityksiä ei oteta opetuksessa huomioon, opetus on tehotonta useimpien opiskelijoiden kohdalla (Halloun & Hestenes 1985). Oman ongelmansa tilanteeseen tuo se, että myös opettajilla esiintyy samanlaisia virhekäsityksiä kuin opiskelijoilla (Lavonen & Meisalo 1994).

Jo Van Hise (1988) totesi, että tällaiset virheelliset ennakkokäsitykset ovat yleismaailmallisia eli esiintyvät samankaltaisina kaikkialla maailmassa. Vaikka opiskelijalle kerrotaankin, että hänen käsityksensä on väärä, se saattaa silti säilyä opiskelijan mielessä. Van Hisen (1988) mukaan, vaikka opiskelija ”tietääkin” oikean vastauksen kysymykseen, joka käsittelee esimerkiksi eri massaisten pallojen putoamista, ja hän myös vastaa oikein, hän ei kuitenkaan usko siihen. Tällainen ”uskottomuus” saattaisi tulla esille sopivan tehtävän yhteydessä, jossa ajatus putoamisnopeudesta olisi kätkeytyneenä muun asian sisälle.

Hestenes ja muut (1992) ovat luokitelleet yleiset ennakkokäsitykset kuuteen luokkaan:

- kinematiikka
- impetus
- aktiivinen voima
- reaktioparit
- voimien ketjuuntuminen
- muut vaikutukset liikkeeseen.

Kinematiikassa ei heidän mukaansa ole tarkoituksenmukaista puhua virhekäsityksistä, vaan liikkeen epämääräisestä ymmärtämisestä. Vaikeutena on erottaa sijainti, nopeus ja kiihtyvyys toisistaan sekä huomata nopeuden ja kiihtyvyyden vektoriluonne. Impetus, jota sanotaan myös liikevoimaksi (käytän tutkimuksessani liikevoima -nimitystä) on eloton voima, joka pitää kappaleet liikkeessä. Tämän käsityksen mukaan ilmaan heitetty pallo sisältää voimaa, joka pitää sen liikkeessä. Voima kuluu hiljalleen ja siksi pallo putoaa viimein alas. Ajatus on ristiriidassa Newtonin ensimmäisen lain kanssa. Aktiivinen voima puolestaan olettaa, että vain aktiivinen osapuoli aiheuttaa voimaa vuorovaikutustilanteissa. Kahdella vastakkain olevalla pyörillä varustetuilla tuoleilla istuvista ihmisistä toinen potkaisee toisen tuolia. Aktiivinen voima-ajattelun mukaan vain se, joka potkaisee, aiheuttaa voimaa. Tämä käsitys on vastoin Newtonin kolmatta lakia. Reaktioparit, jota virhekäsitystä kutsun tässä tutkimuksessani dominanssiksi, olettaa, että suurempi massa aiheuttaa vuorovaikutustilanteessa suuremman voiman. Tämäkin on vastoin Newtonin kolmatta lakia. Ketjuuntumisvirhekäsityksessä ajatellaan, että suurin tai viimeisin kappaleeseen vaikuttava voima tai sitten voimien kompromissi määrää liikkeen. Muihin liikkeen vaikutuksiin lukeutuvat mm. keskipakovoimaan sekä gravitaatioon liittyvät virhekäsitykset. Gravitaatioon liittyvän virhekäsityksen mukaan raskaampi kappale putoaa nopeammin kuin kevyt. (Hestenes ym. 1992.)

Osa näistä virhekäsityksistä on hyvin luonnollisia. Ne perustuvat joskus omaan havaintoon, toisissa tilanteissa on taas vaikeata löytää havaintoa, joka tukisi Newtonin lakien teoriaa. Esimerkiksi Newtonin ensimmäistä lakia on hankala havaita arkielämässä. Liikettä vastustavia voimia esiintyy arkiolosuhteissa aina. Ajatus siitä, että liike tarvitsee voimaa, on siis tiettyssä mielessä luonnollinen (Steinberg & Sabella 1997).

3 Tutkimuksen tavoitteet

Tarkoitukseni tässä tutkimuksessa oli analysoida kerätty aineisto ja etsiä siitä voiman käsitteeseen, representaatioihin ja virhekäsityksiin liittyviä asioita. Koska, en itse tehnyt tehtäväsarjaa ja sen kysymyksiä, jonka vastauksia analysoin, minulla ei ollut selviä odotuksia tuloksista, joita analyysi mahdollisesti antaa. Yleisenä tarkoitukseni tässä tutkimuksessa oli selvittää opiskelijoiden käsityksiä voiman käsitteestä ja kinematiikasta Newtonin mekaniikkaan liittyen. Osaavatko opiskelijat nähdä voimien ja liiketilän yhteyden? Periaatteessa Newtonin lakien ymmärtäminen on pohjana tässä kaikessa. Oleellisena osana tutkimuksessa olivat representaatiot ja niiden mahdollinen vaikutus ymmärtämiseen. Vaikuttaisiko representaatio opiskelijan osaamiseen? Löytyisikö eri representaatiomuodoista tai aiheista sellaisia, jotka osoittautuisivat helpommiksi tai vaikeammiksi kuin toiset? Vaikka representaatioita ja käsitteellistä ymmärtämistä ei voidakaan kokonaan erottaa toisistaan, yritin silti analysoida mahdollista representaatioiden vaikutusta osaamiseen. Tarkastelin myös virhekäsitysten esiintymistä ja yleisyyttä tutkittavassa aineistossa. Tarkoituksena ei ollut perehtyä mahdollisten virhekäsitysten taustoihin, vaan niiden yleisyyteen. Muotoilin tavoitteistani neljä tutkimuskysymystä:

- Kuinka hyvin opiskelijat osaavat kinematiikkaa ja voiman käsitettä?
- Esiintyykö opiskelijoilla yleisesti Newtonin mekaniikan vastaisia virhekäsityksiä?
- Kuinka hyvin opiskelijat osaavat siirtyä representaatiosta toiseen?
- Voiko jonkin aiheen tai representaatiolajin hallinasta tehdä johtopäätöksiä opiskelijan kokonaisosaamisesta?

4 Menetelmät

Analysoin tutkimuksessani aineistoa, joka koostuu lukiolaisten ($n = 27$) vastauksista seitsemään avoimeen tehtävään (liite 1). Tehtävien tekeminen vaati monenlaisten representaatioiden tulkintaa ja tuottamista erilaisissa voiman käsitteeseen ja kinematiikkaan liittyvissä konteksteissa. Vastaukset kerättiin kahdelta eri opiskelijaryhmältä osana laajempaa interventiotutkimusta syksyllä 2009 (Nieminen, Savinainen & Viiri 2012). Opiskelijaryhmät olivat eri kouluista. Opiskelijoilla oli meneillään lukion neljäs fyysisen kurssi (mekaniikka). Opettajat eivät muuttaneet opetusmenetelmiään kurssille mitenkään. He antoivat tehtävät opiskelijoille kotiläksyksi pääsääntöisesti yhden kerrallaan. Seuraavan tunnin aikana tehtävän vastaukset käytiin läpi lyhyesti. Sitä ennen vastauspaperit oli kerätty pois. Koska tutkimuksen tehtäviä annettiin kotiin pitkin kurssia, kaikki opiskelijat eivät vastanneet jokaiseen tehtävään esimerkiksi poissaolojen vuoksi. Tehtäväsarjan tehtävät olivat avoimia eli niihin ei ollut annettu vastausvaihtoehtoja. Tehtäviä oli yhteensä seitsemän, joissa jokaisessa oli 3 - 6 alakohtaa. Vaikka tehtävässä kolme on neljä alakohtaa, jätin analyysistani kokonaan pois d-kohdan. Osa toisen koulun opiskelijoista oli tehnyt tehtävän kolme d-kohdan tehtävän kaksi osana, joten sen analysoiminen olisi tuottanut virheellisiä tuloksia. Toisen koulun opiskelijat eivät vastanneet lainkaan tehtävään seitsemän. Otin tehtävän seitsemän kuitenkin mukaan analyysiini. Enemmän koko interventiotutkimuksesta voi lukea Niemisen ja muiden artikkelista (2012).

Analysoin vastaukset tehtävä kerrallaan taulukkolaskentaohjelmaa hyväksi käyttäen. Vastauksen laadun (oikein/väärin) lisäksi jaoin jokaisen väärän vastauksen kahteen eri kategoriaan: representaatiovirheeksi tai käsitevirheeksi. Jaon perusteet olen selittänyt kappaleessa 5.2. Laskin saaduista tuloksista niiden välisiä korrelaatioita. Korrelaatioiden laskemisessa käytin Spearmanin korrelaatiokerrointa ja SPSS-ohjelmaa. Yleisesti käytetty korrelaatiokertoimen laskentamenetelmä on Pearsonin korrelaatiokerroin. Tutkittava aineisto ei kuitenkaan ollut kaikilta osin normaalisti jakautunutta, joka on Pearsonin korrelaatiokertoimen käytön ehtona. Lisäksi Pearson on hyvin herkkä poikkeaville havainnoille, joita aineistossani esiintyy. Näistä syistä johtuen päädyin käyttämään Spearmanin korrelaatiokerrointa.

Spearmanin järjestyskorrelaatiokerroin on itse asiassa Pearsonin korrelaatiokerroin laskettuna suuruusjärjestykseen astetuille mitta-aineistoille. Spearmanin menetelmä ei vaadi aineistolta normaalisuutta. Tätä menetelmää voidaan käyttää, kun molemmat muuttujat ovat järjestysasteikollisia tai kun toinen on järjestysasteikollinen ja toinen jatkuva muuttuja.

Koska kaikki opiskelijat eivät vastanneet tehtäväsarjan jokaiseen tehtävään, laskin vastaajakohtaisesti kuinka monta prosenttia vastatuista tehtävistä oli oikein. Kutsun tätä prosenttiosuutta kokonaisosaamiseksi. Joissakin analyyseissä oli tarkoituksenmukaista jättää pois sellaiset vastaajat, jotka olivat vastanneet vain muutamaa tehtävään. Ellei näin olisi toimittu, tulokset olisivat vääristyneet yksittäisten vastaajien takia. Näissä tilanteissa otin mukaan sellaiset opiskelijat, jotka olivat vastanneet vähintään neljään tehtävään. Tuloksissa on aina maininta, mikäli mukana on vain osa vastausaineistosta.

5 Tulokset

Tuloksissa on aluksi esitelty tehtävien jaottelu representaatioiden ja aihealueen mukaan. Pisteytysperusteet ja virheiden jaotteluperusteet tulevat myös esille ennen varsinaista tulososiota. Tehtäväkohtaisen tulososuuden jälkeen esitellään kokonaistulokset ja niihin liittyviä havaintoja mm. virheistä ja representaatioista.

5.1 Tehtävien jaottelu

Tutkimuksen tehtävät käsittelivät kinematiikka ja Newtonin lakeja (Taulukko 1). Sekä tehtävänannoissa että tehtävissä oli käytetty eri representaatioita. Hallitsevina representaatioina olivat graafinen ja vektoriaalinen muoto, joista kummastakin oli kahdeksan alakohtaa. Perinteisestä fysiikan kuvasta poiketen matemaattisia alakohtia oli vain yksi. Lisäksi kahdessa muussa alakohdassa tarvittiin vähäistä matemaattista taitoa. Taulukossa 2 näkyy alatehtävien jako representaatioiden mukaan.

TAULUKKO 1. Tutkimuksen tehtävät jaoteltuina aiheen mukaan.

Aihe	Tehtävät
Kinematiikka	1a, 1b, 2a, 2b, 4a, 5a, 6a-d
Newtonin lait I-III	3a-c
Newtonin II laki	1c, 2c, 5b, 6e, 6f, 7a-c
Newtonin III laki	4b, 4c, 5c, 5d

TAULUKKO 2. Tutkimuksen tehtävät jaoteltuina representaation mukaan.

Representaatio	Tehtävät
Sanallinen	1a, 3a-b, 4a, 5d, 6a
Graafinen	1b, 2a, 5a, 6b-c, 6f, 7a-b
Vektoriaalinen	1c, 2c, 3c, 4b-c, 5c, 6e, 7c
Diagrammaattinen	2b, 5b
Matemaattinen	6d

5.2 Pisteytys ja virheiden luokittelu

Kävin kaikki vastaukset lävitse merkitsemällä oliko tehtävän alakohta (esim. 1a) oikein vai väärin. Tulos oli oikea, mikäli alakohtaan liittyvät kohdat olivat kaikki oikein. Jokaisesta oikeasta alakohdan vastauksesta sai yhden pisteen. Tyhjäksi jätetyn alakohdan merkitsin vääräksi vastaukseksi. Tehtäviä viisi (neljä alakohtaa) ja kuusi (kuusi alakohtaa) lukuun ottamatta kaikissa tehtävissä oli kolme alakohtaa, jotka analysoin. Maksimiyhteispistemääräksi tulee siis 25. Yritin löytää väärästä vastauksesta mahdollisen virhekäsityksen tai sitten representaatioon liittyvän ongelman. Jaoin jokaisen väärän vastauksen joko representaatioon liittyväksi virheeksi tai sitten käsitteeseen liittyväksi virheeksi. Virheiden jaottelu ei ole aivan yksiselitteistä. Jokaisessa tehtävässä, ja siten myös virheessä, on aina mukana representaatio, joten aivan selvä jaottelu joko representaatiovirheeseen tai muuhun ei ole mahdollista. Halusin kuitenkin tehdä tällaisen jaon nähdäkseni voisiko virheen ”lajin” perusteella päätellä jotain opiskelijan osaamisesta.

Representaatiosta aiheutuviksi virheiksi luokittelin ne, joissa ei osattu piirtää kokonaisvoimavektoria, vaan piirroksessa esiintyi useita voimia. Samoin mikäli voiman suunta oli väärä (esim. tehtävässä 4) se aiheutui mielestäni representaatiovirheestä. Selkeästi tähän luokkaan kuuluivat myös graafiseen esitykseen liittyvät virheet. Eli jos kuvaaja ei kulkenut tehtävässä annettujen pisteiden kautta (esim. tehtävä 6) tai jos esimerkiksi tasisesta nopeudesta puhuttaessa kuvaaja oli aika-nopeus-koordinaatistossa nouseva suora, virheet aiheutuivat representaatiosta. Kaikki muut virheet luokittelin käsitteestä aiheutuviin virheisiin. Olipa virheenä sitten esimerkiksi liikevoimavirhekäsitys tai yleensä Newtonin lakien ymmärtämättömyys. Luokitteluni mukaan 42 % kokonaisvirhemäärästä aiheutui representaatioiden puutteellisesta osaamisesta. Tehtävittäin virheet jakaantuivat vaihtelevasti (Taulukko 3). Tehtävässä kolme esiintyi luokitteluni mukaan ainoastaan käsitteellisiä virheitä.

TAULUKKO 3. Virheiden luokittelu representaatio- ja käsitevirheisiin tehtävittäin.

	1	2	3	4	5	6	7
Representaatiovirhe (%)	74	59	0	56	33	42	46
Käsitevirhe (%)	26	41	100	44	67	58	54

5.3 Tehtäväkohtainen analyysi

5.3.1 Tehtävä 1

Tehtävänantona oli kuva ja lyhyt sanallinen tehtävänanto. A-kohdassa oli tehtävänä kuvailla autojen liikettä sanallisesti käyttäen nopeuden ja kiihtyvyyden käsitteitä. B-kohdassa siirryttiin graafiseen representaatioon. Tehtävänä oli piirtää autojen nopeuksien kuvaajat koordinaatistoihin. Koordinaatistot olivat aika-nopeus-koordinaatistoja, joissa ei ollut merkitty skaalausta akseleille. A- ja b-kohdat testasivat opiskelijan kinematiikan ymmärtämistä. C-kohdassa siirryttiin Newtonin toiseen lakiin. Tehtävänä oli piirtää autoon vaikuttava kokonaisvoimavektori jokaisen auton tilanteesta.

Tehtävänantona ollut kuva ei ole aivan yksiselitteinen. Autot B ja C ovat selvästi kiihtyvässä liikkeessä, mutta kuvan perusteella ei aukottomasti voida sanoa, onko kiihtyvyys tasaista vai ei. Hyväksyin vastauksen, jossa oli havaittu, että liike on kiihtyvää, vaikka tasaisuudesta ei olisikaan mainintaa. Osa vastauksista (Taulukko 4) sisälsi ajatuksen, jossa auton B tai C kiihtyvyyden suunta muuttuu. Esimerkiksi auto B kiihdyttää ensin ja hidastaa sitten. Tulkitsin tällaiset vastaukset vääriksi. Osasyynä tällaiseen vastaukseen on ehkä se, että yllä oleva auto A on aivan kuin ”pohjatietona” siirryttäessä seuraaviin autoihin. Mielestäni kaikkien väärin vastanneiden virheet aiheutuivat representaation puutteellisesta osaamisesta. Tehtävässä pyydettiin käyttämään kuvailussa kiihtyvyyden ja nopeuden käsitteitä. Harvoilla vastaajista esiintyi molemmat termit. Vaikka molempia ei esiintynytäkään, hyväksyin vastauksen oikeaksi. Mielenkiintoisena havaintona voisi myös pitää fysiikan puhumista (tässä tapauksessa kirjoittamista). Osa opiskelijoista käytti nopeuden sijaan termiä vauhti, joka on arkikielen tyypillinen ilmaisu, mutta ei fysiikan termi.

B-kohdassa kaikki virheet olivat representationaalisia. Kaikki vastaajat eivät olleet huomanneet tai ymmärtäneet, että kuvaaja piirrettiin aika-nopeus-koordinaatistoon. Kuvaaja olisi ollut oikein, jos kyseessä olisi ollut aika-matka-koordinaatisto. Toisaalta osa vastaajista oli vastannut kuten a-kohdassakin, että autojen B ja C kiihtyvyyden suunta vaihtuu ajan kuluessa. Hyväksyttiin vastauksiin kuuluivat ne, joissa B- ja C-autojen nopeus ei muuttunut tasaisesti, mutta muutos oli koko ajan samaan suuntaan.

C-kohdassa yli puolella väärin vastanneista oli liikevoima-virhekäsitys. Newtonin toinen laki on jäänyt tällöin ymmärtämättä. Muista virheistä ei löytynyt selkeitä yhteisiä virheajatuksia. Yllättävän vaikeata tuntui olevan kokonaisvoimavektorin ymmärtäminen. Vastauksissa oli mukana useita voimavektoreita, eikä niistä laskettu summavektoriin olisi ollut aina oikeaan suuntaan.

Kokonaisuutena tehtävä oli opiskelijoiden saavuttamien pisteiden valossa tutkimuksen keskitasoa. Kaikki tutkimukseen osallistuneet ($n=27$) vastasivat tähän tehtävään. Joiltakin toki puuttui vastaus jostakin alakohdasta, mutta se lienee ollut osaamattomuutta. Alakohtien välillä oli kuitenkin suuria eroja. A- ja B-kohtia oli osattu hyvin, kaksi kolmesta vastaajasta sai siitä pisteen. C-kohdan osasi vain noin 30 %. C-kohdan vaikeudesta kertoo myös se, että 30 % opiskelijoista ei vastannut siihen ollenkaan. Opiskelijat itse arvioivat tehtävän vaikeudeksi keskimäärin 2,5. Se on lähellä kaikkien tehtävien arvioitua vaikeusasteen keskiarvoa, joka oli 2,7.

TAULUKKO 4. Tehtävän 1 virhetyypit

Tehtävä	Oikein	Väärin	Virhetyypit					
			Kiiht. suunta	Koord. akselit	Kiiht. suunta ja akselit	Liikevoima	Muu	Tyhjä
1a	19	6	6	-	-	-	-	2
1b	19	6	2	1	3	-	-	2
1c	8	11	-	-	-	6	5	8

5.3.2 Tehtävä 2

Tehtävänanto oli sanallinen. Siinä kerrottiin pyöräilijän liikkeestä tietyllä aikavälillä. A-kohdassa piti piirtää kuvaaja tehtävänannon mukaisesta liikkeestä valmiiksi annettuun aika-nopeus-koordinaatistoon, jossa oli akseleiden skaalaukset valmiina. B- kohdassa tehtävänä oli piirtää pyöräilijän kiihtyvyyttä kuvaava pylväsdiagrammi annetuilla aikaväleillä skaalaamattomiin akseleihin ja c-kohdassa siirryttiin jälleen vektoriaaliseen representaatioon. Kohdassa piti piirtää pyöräilijään vaikuttavat kokonaisvoimavektorit annettuina aikaväleinä. Tehtävään oli vastannut 21 opiskelijaa.

A-kohta oli yksi parhaiten sujuneista tehtävistä koko tutkimuksessa. 95 % vastaajista osasi piirtää oikeanlaisen kuvaajan (Taulukko 5). Kaikilla ei ollut ilmeisesti viivainta käytössä tai sitten puuttui viitseliäisyyttä. Ehkä näistä johtuen kaikissa vastauksissa ei ollut kovin hyvää tarkkuutta, mutta asia oli mielestäni kuitenkin ymmärretty. Yhdellä vastaajista kuvaajassa oli niin suuria virheitä aika-akselin kohtien kanssa, että merkitsin vastauksen vääräksi. Kyseessä oli siis representaatioon liittyvä virhe. Sinänsä asia oli ymmärretty, mutta koska tarkkuus heitti suuresti, kuvaajasta voi lukea, että lopun kiihtyvyyden on selvästi pienempää kuin alun kiihdytys. Tällainen tulkinta on ristiriidassa tehtävänannon kanssa ja siksi väärin.

B-kohtaa oli osattu selvästi heikommin. Kaikki virheet olivat representaatiosta aiheutuvia. Opiskelijoille tuntui olevan vaikea hahmottaa negatiivisen kiihtyvyyden piirtämistä diagrammin vaakakselin alapuolelle, eli negatiiviseksi. Toinen yhtä iso ongelma oli kiihtyvyyksien suhteen havaitseminen tai sen ilmaiseminen pylväsdigrammilla. Joillakin vastaajista oli molemmat edellä kuvatut virheet. Yhdelle opiskelijoista tuotti ongelmia koko pylväsdigrammi. Hän piirsi aaltomaisen käyrän kuvaamaan kiihtyvyyksiä.

Myös tässä tehtävässä vektoriaalinen alakohta, joka liittyi Newtonin toiseen lakiin, muodostui vaikeimmaksi. Alle neljäsosa vastaajista osasi piirtää kokonaisvoimavektorit oikein, oikeisiin suuntiin ja oikean suuruisina toisiinsa nähden. Neljäsosalla vääristä vastauksista oli virheenä liikevoima. Suurempana ongelmana olivat kokonaisvoimavektoreiden suuruudet. Vain neljä vastaajista osasi piirtää oikeanpituiset vektorit, vaikka tehtävänannossa vielä erikseen muistutettiin piirtämään vektoreiden keskinäiset suuruudet oikein.

TAULUKKO 5. Tehtävän 2 virhetyypit

Tehtävä	Oikein	Väärin	Virhetyypit					
			Kiihtyvyydet	Kok. voimavektori	Voimien suuruus	Liikevoima	Muu	Tyhjä
2a	20	1	-	-	-	-	1	-
2b	9	12	11	-	-	-	1	-
2c	5	16	-	4	8	4	-	-

5.3.3 Tehtävä 3

Tehtävä kolme oli koko tutkimuksen heikoimmin osattu tehtävä. Tehtävä käsitteli perinteistä hissitilannetta. Tehtävänantona oli graafinen esitys henkilövaajan lukemista ajan funktiona. A-kohdassa piti kuvailla hissien liikettä sanallisesti annettuina aikaväleinä. B-kohdassa kysyttiin yksinkertaisesti vaajan alla seisovan henkilön massaa ja c-kohdassa oli tehtävänä piirtää vapaakappalekuvat henkilöön vaikuttavista voimista vastaavina aikaväleinä kuin a-kohdassa. Tehtävään kolme oli vastannut 21 opiskelijaa.

A-kohta oli yksi huonoimmin osatuista tehtävistä (Taulukko 6). Kaikissa väärissä vastauksissa, joita oli yhteensä 15, oli kyseessä kysymyksessä Newtonin lakien ymmärtämättömyys. Myös representaatiolla saattoi olla osuutta väärinymmärrykseen, mutta tulkitsin merkitsevimmäksi syyksi Newtonin lakien heikon ymmärtämisen. Useissa vastauksissa tehtävänannossa esiintyvä vaajan lukemien kuvaaja siirtyi osittain tai kokonaan myös sanalliseen selitykseen kuvaamaan liikkeen suuntaa. Kun hissien kiihtyvyys sai aikaan muutoksia vaajan lukemissa, monet vastaajat tulkitsivat sen liikkeen suunnaksi. Esimerkiksi ylöspäin kiihdyttävä hissi tulkittiin hissiksi, joka liikkuu ylöspäin. Kun hissi puolestaan jarrutti (negatiivinen kiihtyvyys, vaajan lukemat pienempiä), useat vastaajat tulkitsivat hissien liikkuvan alaspäin. Näissä vastauksissa tasainen nopeus (ei kiihtyvyyttä, vaajan lukema alkuperäinen) tulkittiin levossa olevaksi hissiksi.

B-kohdan olivat kaikki vastaajat saaneet oikein. Tehtävänannon maininta hissien levossa olemisesta alkutilanteesta oli siis huomattu ja osattu siten vastata helpohkoon kysymykseen.

C-kohdassa oli aiheena jälleen voimat. Tehtävänä oli piirtää vapaakappalekuva, josta hississä seisovaan henkilöön vaikuttavat voimat tulevat esille. Tehtävä oli osattu toisiksi heikoimmin kaikista tehtävistä. Osalla väärin vastanneista ongelma tuntui olevan vapaakappalekuvassa. He eivät osanneet piirtää hississä seisovaan henkilöön vaikuttavia voimia ja lopputulokseksi saattoi jäädä kuva, jossa levossa olevassa hississä seisovaan henkilöön vaikuttaa ainoastaan painovoima. Tällöinhän ko. henkilöllä olisi kiihtyvyyttä tuon voiman suuntaan. Toisaalta osa opiskelijoista oli piirtänyt voimaksi myös hissien vaijerin jännitysvoiman. Voima on sinänsä oikein, mutta se ei vaikuta hississä olevaan henkilöön. Vielä suurempi haaste aiheutui siitä, mikä voima vaikuttaa siihen, että vaaka

näyttää suurempaa tai pienempää lukemaa kuin levossa ollessaan. Suuri osa väärin vastanneista ajatteli painovoiman muuttuvan ja aiheuttavan vaa'an lukemien muuttumisen.

TAULUKKO 6. Tehtävän 3 virhetyypit

Tehtävä	Oikein	Väärin	Graafin lukeminen	Virhetyypit			
				g muuttuu	Ylim. voima	Muu	Tyhjä
3a	6	15	12	-	-	3	-
3b	21	-	-	-	-	-	-
3c	4	17	-	7	3	7	-

5.3.4 Tehtävä 4

Tehtävä käsitteli kahden kuulan törmäystä. Tehtävänantona oli kuva lyhyen sanallisen selityksen kanssa. A-kohdassa pyydettiin sanallista selitystä kuulien liikkeestä nopeuden ja kiihtyvyyden käsitteitä käyttäen. B- ja C-kohdat olivat vektoriaalisia tehtäviä, joissa piti piirtää kuuliin vaikuttavat kokonaisvoimavektorit. Tähän tehtävään vastasi 20 opiskelijaa.

A-kohdan kaikki saivat oikein (Taulukko 7). Jokaisessa vastauksessa ei käytetty molempia pyydettyjä termejä, mutta hyväksyin silti vastaukset. Ilmeisesti kuvasta oli helppo päätellä, että kuulien nopeus on vakio. Harvempi muisti mainita, että tällöin kiihtyvyys on nolla. Moni myös mainitsi, että valkoisen kuulan nopeus on suurempi kuin mustan kuulan.

B-kohta oli selvästi hankalampi. Puolet vastaajista osasi vastata tähän oikein. Yhdellä vastaajista esiintyi dominanssivirhekäsitys. Hän piirsi mustaan palloon vaikuttavan voimavektorin suuremmaksi kuin valkoiseen palloon vaikuttavan voimavektorin. Loput vääristä vastauksista johtuivat representaatio-ongelmista. Kokonaisvoimavektorin piirtäminen tuotti edelleen hankaluuksia monelle, jopa useammalle kuin tehtävässä kaksi. Viidellä vastaajista vektorit osoittivat väärään suuntaan. Tehtävänannossa kuulat oli

piirretty erilleen, joka myös mainittiin tehtävänannossa. Tämä erilleen piirtäminen saattoi sekoittaa osaa vastaajista niin, että nuolten suunnat kääntyivät.

C-kohdassa tilanne oli muuten sama kuin B-kohdassa, mutta valkoisen kuulan massa olikin kaksi kertaa suurempi kuin mustan kuulan massa. Valkoinen kuula myös liikkui koko tehtävän ajan nopeammin kuin musta. Tässä tilanteessahan vuorovaikutuksessa syntyvä voima on suurempi kuin b-kohdassa, mutta edelleen voimat ovat yhtä suuret valkoisen ja mustan kuulan välillä. Nyt dominanssi-virhekäsitys olikin selvästi yleisempi kuin b-kohdassa. Osa vastaajista ajatteli valkoisen kuulan vaikuttavan mustaan kuulaan suuremmalla voimalla kuin musta valkoiseen. Usealla vastaajista oli ongelmana kokonaisvoimavektorin piirtäminen tai sitten voimien suunta. Nämä ongelmat liittyvät siis representaatioihin. Yksi iso virheiden syy oli se, että osalta vastaajista oli jäänyt huomaamatta, että voimat ovat suuremmat kuin b-kohdassa valkoisen kuulan suuremmasta massasta johtuen.

TAULUKKO 7. Tehtävän 4 virhetyypit

Tehtävä	Oikein	Väärin	Virhetyypit					
			Kok. voimavektori	Voimien suunta	Dominanssi	Voimien suuruus	Muu	Tyhjä
4a	20	-	-	-	-	-	-	-
4b	10	10	3	6	1	-	-	-
4c	2	18	3	2	5	7	1	-

5.3.5 Tehtävä 5

Tehtävänannossa oli kuva kuulan vierimisestä kaltevalta tasolta vaakasuoralle tasolle ja törmäminen laatikkoon, jonka massa oli kymmenen kertaa suurempi kuin kuulan. A-kohdassa pyydettiin piirtämään graafinen esitys kuulan nopeudesta aika-nopeuskoordinaatistoon. Aika-akselille oli asetettu valmiiksi ajanhetket. Tarkoituksena oli tunnistaa tasaisesti kiihtyvä liike ja tasainen liike. B-kohdassa siirryttiin vektoriaaliseen muotoon. Siinä oli piirrettävä kuulaan vaikuttavat kokonaisvoimavektorit annettuina ajanhetkinä. C-kohdassa piti piirtää laatikkoon vaikuttava kokonaisvoimavektori tör-

mäyshetkellä ja D-kohdassa selittää sanallisesti miten kuulan ja laatikon kokonaisvoimavektorien suuruudet suhtautuvat toisiinsa. Tähän tehtävään vastasi yhteensä 18 opiskelijaa.

A-kohta oli yllättävän hankala. Vain muutama virhe johtui representaation huonosta hallinnasta. Heillä nopeus muuttui tasaiseksi ajankohdalla t_2 tai nopeus alkoi hidastua ajanhetkellä t_4 . Useimmilla vastaajilla vaikeuksia tuotti erityisesti tasaisesti kiihtyvän liikkeen tunnistaminen (Taulukko 8). Ilmeisesti painovoiman aiheuttaman kiihtyvyyden vakioisuus ei ollut tuttua tai sitä ei osattu yhdistää tähän kontekstiin. Tasaisesti kiihtyvän liikkeen olisi voinut päätellä myös tehtävänannon kuvasta. Ehkä tämän kohdan virheisiin liittyi vahvasti myös representaatio. Lisäksi kiihtyvyys on suure, joka on erittäin vaikea havaita aisteilla. Paikan ja nopeuden pystymme puolestaan havaitsemaan melko hyvin. Ehkä tämän vuoksi nopeuden muutos piirtyi monilla vastaajilla kuvaajaan kaarena.

B-kohdassa liikevoimavirhekäsitys oli hallitseva väärän vastauksen aiheuttanut tekijä. Viisi vastaajista ajatteli, että ajanhetkellä t_4 (kuula vaakasuoralla pinnalla) liikkeen suuntaan vaikuttaa jokin voima. Tähän sortuneissa oli myös sellaisia, jotka eivät olleet tehneet samaa virhettä tehtävän 2 c-kohdassa. Myös kokonaisvoimavektorin piirtäminen tuotti edelleen hankaluuksia.

C-kohdassa kysyttiin ainoastaan laatikkoon vaikuttavaa kokonaisvoimavektoria törmäyshetkellä. Puolet vastaajista osasi piirtää oikeanlaisen voimavektorin. Puolessa vääristä vastauksista ongelmaksi nousivat representaatioon liittyvät asiat. Muutamalla nuoli osoitti väärään suuntaan, mutta selvästi suurin virhe liittyi voimavektorin pituuteen. Sen olisi pitänyt olla yhtä pitkä kuin b-kohdan voimavektori kohdassa t_5 eli törmäyshetkellä. Näin oli puolella kaikilla vastaajista. Jos vektori oli eripituinen kuin b-kohdassa, merkitin vastauksen vääräksi. Mikäli opiskelija ei ollut vastannut ollenkaan b-kohdan t_5 -tilanteeseen, hyväksyin c-kohdassa kaikki voimavektorin pituudet.

D-kohdassa kysyttiin sanallista selitystä kuulan ja laatikon kokonaisvoimavektorien keskinäiselle suhteelle. Tehtävässä siis kysyttiin samaa asiaa sanallisesti, jota oli testattu vektoriaalisesti b- ja c-kohdissa. Kaksi vastaajista oli sitä mieltä, että kokonaisvoima-

vektorit ovat erisuuret laatikon kymmenenkertaisesta massasta johtuen. Molemmilla vastaajista dominanssi-virhekäsitys esiintyi myös tehtävässä 4c.

TAULUKKO 8. Tehtävän 5 virhetyypit

Tehtävä	Oikein	Väärin	Virhetyypit					
			Tas. kiih- tyvyys	Voiman suuruus	Liike- voima	Kok. voima- vektori	Muu	Tyhjä
5a	8	9	6	-	-	-	3	1
5b	8	10	-	-	5	2	3	-
5c	9	6	-	3	-	2	1	3
5d	12	2	-	-	-	-	2 ^a	4

^a Molemmat virheet ovat dominanssivirheitä

5.3.6 Tehtävä 6

Tehtävästä kuusi oli pistelaskujärjestelmälläni saatavissa kuusi pistettä. Tehtävään oli vastannut 17 opiskelijaa. Tehtävänantona oli kuva, jossa oli esitetty pulkan liikettä liukkaassa mäessä. Kuvassa oli annettu ajan lisäksi nopeus ja paikka kunakin ajanhetkenä. A-kohdassa oli tehtävänä kuvailla pulkan liikettä sanallisesti käyttäen nopeuden ja kiihtyvyyden käsitteitä. B- ja c-kohdissa piirrettiin kuvaajia koordinaatistoihin, b-kohdassa aika-paikka-koordinaatistoon ja c-kohdassa aika-nopeus-koordinaatistoon. Tehtäväsarjan ainoa puhtaasti matemaattinen tehtävä oli d-kohtana. Tehtävänä oli laskea pulkan kiihtyvyys. E- ja f-kohdat käsitelivät voimakäsitetä. E-kohdassa piirrettiin annettuina ajanhetkinä pulkkaan vaikuttavat kokonaisvoimavektorit ja f-kohdassa täydennettiin pylväsdiagrammi eri ajanhetkinä pulkkaan vaikuttavista kokonaisvoimista. Myös f-kohdassa tarvittiin pientä matemaattista osaamista.

A-kohta oli osattu hyvin (Taulukko 9). Vain neljä vastanneista ei osannut nähdä kuvasta, että pulkka on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä. Hekin havaitsivat liikkeen olevan kiihtyvää, mutta eivät maininneet kiihtyvyyden tasaisuudesta mitään. Yhdellä näistä vastaajista oli käsitys, että ”kiihtyvyys kasvaa tasaisesti”. Kaikki tehtävässä esiintyneet virheet johtuivat mielestäni representaation ymmärtämättömyydestä. Kuvasta ja siinä

annetuista nopeuden arvoista ei osattu nähdä, että kiihtyvyys on tasaista. Toki tasaisen kiihtyvyyden olisi voinut päätellä myös tehtävän kontekstista, vaikka se päättely olisikin ollut tarpeeton tehtävänannosta johtuen.

B-kohdassa tehtävänä oli piirtää kuvaaja annettuun aika-paikka-koordinaatistoon. Koordinaatiston akselit olivat valmiiksi skaalatut. Myös tämä kohta oli osattu hyvin. Kolmella opiskelijasta oli väärä vastaus. Tässäkin kohdassa kaikki virheet aiheutuivat representaatiosta. Yksi vääristä vastauksista oli kuvaaja, joka kuvasi tasaista nopeutta. Ilmeisesti mielikuva tasaisesta kiihtyvyydestä tuotti suoran kuvaajan, eikä vastaaja tarkastellut tuotostaan tarkemmin, jotta olisi huomannut sen epäjohdonmukaisuuden edelliseen vastaukseen. Toinen virheellisen vastauksen antanut opiskelija yritti ratkaista pulkan paikan kunakin ajanhetkenä laskemalla. Hän ei huomannut, että paikat oli annettu (pienellä yhteenlaskutoimituksella) tehtävänannossa. Hänelle tuli virheitä omissa laskutoimituksissaan ja kuvaaja oli virheellinen. Sinänsä hän käytti oikeata fysiikan kaavaa laskiessaan paikkaa, työ oli vain turhaa. Kolmas väärä vastaus oli kuvaaja, jonka taustasyistä en päässyt selville, mutta mielestäni ongelma tässäkin oli representaatiossa.

Seuraavaksi tehtävänä oli piirtää nopeus ajan funktiona -kuvaaja pulkan liikkeestä. Tässä kohdassa väärää vastauksia oli vain yksi. Hänelläkin oli kuvaajana suora, mutta suoran pisteet eivät olleet kohdallaan. Kuvaajan mukainen liike ei saavuttanut neljän sekunnin kohdalla 20 m/s nopeutta, joka annettiin tehtävänannossa. Ehkä vastaaja ei ollut huomannut valmiiksi skaalattuja asteikkoja ja piirsi vain suoran viivan kuvaamaan tasaisesti kiihtyvää liikettä. Muutamalla muulla vastaajalla oli unohtunut viivaimen käyttö, mutta kuvaajasta näki, että siinä oli tavoiteltu oikeaa kuvaajaa, joten hyväksyin vastaukset.

D-kohdassa 16 oli laskenut tehtävän oikein. Yksi oli jättänyt vastaamatta, jonka merkitin vääräksi vastaukseksi. Kaikilla ei ollut perusteluja omalle vastaukselleen, mutta jostakin oli saatu oikea tulos aikaiseksi. Ilmeisesti perusteluitta vastauksen antaneet olivat päättelleet kiihtyvyyden suoraan tehtävänannosta. Osa vastaajista oli hahmotellut kiihtyvyyttä c-kohdan kuvaajasta.

E-kohdassa siirryttiin jälleen voimavektoreiden pariin ja se näkyi myös väärrien vastausten määrästä. Oikeita vastauksia oli vain viisi. Kokonaisvoimavektorin piirtämisen li-

säksi ongelmia tuotti myös kokonaisvoimavektorin suunta. Osalla vastaajista oli ongelmia alkutilanteen kanssa. He ajattelivat, että ajanhetkellä $t = 0$ s pulkkaan ei vaikuta voimaa tai että voimien summa on nolla. Tuolle ajanhetkelle he eivät siis piirtäneet kokonaisvoimavektoria lainkaan. Kuitenkin myös ajanhetkellä $t = 0$ s pulkkaan vaikuttaa yhtä suuri voima kuin muinakin ajanhetkinä, koska pulkka on maan vetovoiman aiheuttamassa tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä.

Pylväsdiagrammin piirtämisen lisäksi f-kohdassa piti osata laskea pulkkaan vaikuttavan kokonaisvoiman suuruus. Hieman yli kolmannes vastaajista sai tästä kohdasta pisteen. Virheistä yhdessä näkyi selvä liikevoimavirhekäsitys. Yhdellä opiskelijoista oli puolestaan ongelmia pylväsdiagrammin piirtämisessä. Vastaavasti kuten edellisessä alakohdassa, useat opiskelijat ajattelivat, että alkutilanteessa ($t = 0$ s) pulkkaan ei vaikuta voimia tai voimien summa on nolla.

TAULUKKO 9. Tehtävän 6 virhetyypit

Tehtävä	Oikein	Väärin	Virhetyypit						
			Tas. kiiht.	Kok. voimavektori	Alkutilanne	Liikevoima	Piirtäminen	Muu	Tyhjä
6a	13	4	4	-	-	-	-	-	-
6b	14	3	-	-	-	-	3	-	-
6c	16	1	-	-	-	-	1	-	-
6d	16	0	-	-	-	-	-	-	1
6e	5	10	-	5	2	3	-	-	2
6f	6	8	-	-	6	1	-	1	3

5.3.7 Tehtävä 7

Tutkimuksen viimeisessä tehtävässä oli kuva ja sanallinen selitys pallosta, joka vierii tasoa pitkin rampille ja jatkaa vierimistä korkeammalla sijaitsevaa tasoa pitkin. Tehtävänä oli piirtää a-kohdassa matka ajan funktiona -kuvaaja sekä nopeus ajan funktiona -kuvaaja b-kohdassa. C-kohdassa pyydettiin piirtämään palloon vaikuttavat kokonais-

voimat annettuina ajanhetkinä. Tehtävään oli vastannut ainoastaan 12 opiskelijaa. Toisen koulun opiskelijat eivät olleet vastanneet tähän tehtävään.

A-kohdan vastauksia oli hankala arvioida. Kaikki opiskelijat eivät olleet käyttäneet viivainta tehtävässä, joten arvioiminen onko viiva suora vai ei, oli ehkä tulkinnanvaraista. Tulkitsin vastauksia niin, että lopputuloksena lähes kolme viidestä vastaajasta oli saanut a-kohdan oikein (Taulukko 10). Kaikki virheet aiheutuivat käsitteellisistä virheistä. Virheellisistä vastauksista kaksi olivat samanlaisia. Niissä pallon vieriminen hidastui myös rampin jälkeen, vaikka tehtävänannossa mainittiin liikettä vastustavien voimien olevan merkityksettömiä. Muut virheet olivat jokainen omanlaisensa.

B-kohta osoittautui hieman helpommaksi. Vääriä vastauksia oli kolme, jotka olivat kaikki erilaisia. Yksi ajatteli nopeuden laskevan tasaisesti myös rampin jälkeen. Toinen arvioi kiihtyvyyden (negatiivinen) olevan epätasaista rampin aikana. Hänellä oli a-kohta oikein, joten tulkitsin vastauksen aiheutuneen koordinaatiston heikosta lukemisesta. Ehkä ajatuksiin oli jäänyt vielä edellisen tehtävän aika-matka-koordinaatisto. Kolmannella puolestaan nopeus kiihtyi rampin jälkeen. Ensimmäistä lukuun ottamatta virheet ovat representaatiosta aiheutuvia.

Viimeinen kohta käsitteli palloon vaikuttavaa kokonaisvoimaa. Yhdellä vastaajista esiintyi liikevoima-virhekäsitys. Muut väärät vastaukset olivat luokitteluni mukaan representaatioon liittyviä. Kaikissa näissä rampin aikana palloon kohdistuvan voiman suunta oli piirretty väärin. Näissä vastauksissa sen ajateltiin vaikuttavan vaakasuorassa tai loivasti alaviistoon, ei kuitenkaan rampin suuntaisesti.

TAULUKKO 10. Tehtävän 7 virhetyypit

Tehtävä	Oikein	Väärin	Virhetyypit				
			Newtonin II	Voiman suunta	Liikevoima	Muu	Tyhjä
7a	7	5	5	-	-	-	-
7b	9	3	1			2	-
7c	7	5	-	4	1	-	-

5.4 Kokonaistulokset

Tehtävittäin jaoteltuna helpoimmaksi tehtäväksi vastausten perusteella osoittautui tehtävä kuusi. Vaikeimmaksi puolestaan tehtävä kolme. Oikeiden vastausten prosenttiosuuk-
silla mitattuna eroa näiden kahden tehtävän välillä oli 20 prosenttiyksikköä. Tehtävien
sisällä osaaminen heitteli rajustikin. Heikoimmin sujuneen alakohdan oli osannut vain
kymmenes vastaajista. Kahteen alakohtaan kaikki opiskelijat osasivat vastata oikein
(Taulukko 11).

TAULUKKO 11. Oikeiden vastausten keskiarvot (%) tehtävittäin ja alakohdittain.

Tehtävä	Kaikki	a	b	c	d	e	f
1	57	70	70	30	-	-	-
2	54	95	43	24	-	-	-
3	49	29	100	19	-	-	-
4	53	100	50	10	-	-	-
5	51	44	44	50	67	-	-
6	69	77	82	94	94	29	35
7	64	58	75	58	-	-	-

Koska kaikki opiskelijat eivät vastanneet jokaiseen tehtävään, käytin analysoinnissa prosenttiosuuksia. Eli suhteutin jokaisen opiskelijan oikeiden vastausten lukumäärän
kaikkiin hänen vastaamiensa alakohdienten lukumäärään. Tällöin erilaiset vastauslukumää-
rät eivät näy analyysissä. Kutsun jatkossa tätä prosenttiosuutta kokonaisosaamiseksi.

Oikeiden vastausten prosenttiosuudet vaihtelevat siis 0 % ja 80 % välillä. Keskiarvona
opiskelijat osasivat hieman yli 50 % vastauksista oikein. Vaikka prosenttiosuus antaa
jonkinlaisen kuvan opiskelijan osaamisesta, se saattaa myös vääristää osaamista. Mikäli
opiskelija on vastannut vain yhteen tehtävään ja saanut siitä esimerkiksi kaksi kolmesta
alakohdasta oikein, hänen prosenttikseen tulisi 67. Tällöin kyseessä ei ole kovin luotet-
tava arvio kokonaisosaamisesta. Taulukkoon 12 on koottu kokonaisosaamisen lisäksi
opiskelijoiden pistemäärä ja vastatuista tehtävistä saatava maksimipistemäärä, jolloin
kokonaiskuva opiskelijan osaamisesta täydentyy paremmaksi. Lisäksi taulukossa on

opiskelijan virheet luokiteltuina representaatio- ja käsitevirheisiin sekä tyhjien vastausten lukumäärä. Kokonaan tyhjäksi jätettyjä tehtäviä ei ole laskettu tyhjiksi vastauksiksi.

TAULUKKO 12. Vastaajien pisteet, kokonaisosaaminen sekä virheet.

Oppilas	Kokonais- pisteet	Max. pisteet	Kokonais- osaaminen (%)	Representaatio virheet	Käsitevirheet	Tyhjä
1	10	22	45	7	5	-
2	11	22	50	5	6	-
3	12	22	55	4	5	1
4	10	22	45	2	7	3
5	16	22	73	2	4	-
6	17	22	77	1	4	-
7	12	22	55	5	4	1
8	14	22	64	2	6	-
9	8	25	32	4	9	2
10	18	25	72	3	4	-
11	15	25	60	4	6	-
12	9	18	50	3	5	1
13	12	19	63	3	4	-
14	7	12	58	1	4	-
15	17	22	77	1	3	-
16	8	15	53	1	4	2
17	7	15	47	5	3	-
18	20	25	80	1	4	-
19	6	15	40	3	4	2
20	9	12	75	1	2	-
21	4	12	33	6	2	-
22	6	13	46	2	5	-
23	10	16	63	2	2	2
24	6	9	67	2	0	1
25	6	13	46	2	0	5
26	0	3	0	2	0	1
27	3	7	43	1	1	2

5.5 Vastaajien vaikeusastearviot

Tehtävissä opiskelijoita pyydettiin arvioimaan kyseisen tehtävän vaikeusastetta asteikolla yhdestä viiteen. Yksi tarkoitti helppoa tehtävää ja viisi vaikeaa. Tehtävien välillä ei esiintynyt kovin suurta vaihtelua. Yleisesti opiskelijat eivät ehkä olleet keskittyneet kovin paljon vaikeusasteen arviointiin. Vaihtelu saman tehtävän arvioinnissa eri opiskelijoiden välillä oli suurta. Tehtäviä kolme ja kuusi lukuun ottamatta kaikissa tehtävissä oli arvioina molemmat ääripäät (1 ja 5). Tehtävä kolme arvioitiin vaikeimmaksi ja se myös osoittautui sellaiseksi. Se oli ainoa tehtävä, josta opiskelijat saivat keskimäärin alle puolet pisteistä.

Myöskään opiskelijoiden saavuttamissa pistekeskisarvoissa ei ollut kovin suuria vaihteluita tehtävittäin. Tehtävän kolme ja helpoimmaksi osoittautuneen tehtävän kuusi välillä oli noin 20 prosenttiyksikköä. Taulukossa 13 on esitetty opiskelijoiden arviot tehtävän vaikeusasteesta ja oikeiden vastausten prosenttiosuus tehtävittäin. Laskin Spearmanin järjestyskorrelaatiokertoimen vaikeusasteen keskiarvolle ja pisteosuuksille. Tulokseksi tuli $-0,69$ ($p = 0,09$). Korrelaatio on vahva sille, että mitä vaikeammaksi tehtävä koettiin, sitä vähemmän siitä saatiin pisteitä. Tulos ei kuitenkaan ole tilastollisesti merkitsevä suuren p -arvon takia.

TAULUKKO 13. Oikeiden vastausten prosenttiosuudet ja opiskelijoiden arvioima vaikeusaste tehtävittäin.

	1	2	3	4	5	6	7
Oikein (%)	56,8	54,0	49,2	53,3	51,4	68,6	63,9
Vaikeusaste	2,63	2,32	3,45	2,79	3,07	2,79	2,00

Tutkin myös vaikuttiko tehtävän aihe tai representaatio opiskelijoiden arvioon tehtävän vaikeudesta. Koska arvio annettiin koko tehtävää kohti eikä alakohdtaa kohti, tulokset eivät välttämättä kerro tarkasti todellisuutta. Jos lasku antoi esimerkiksi tehtävälle yksi keskiarvovaikeudeksi 2,63, merkitsin jokaiselle alakohdalle tuon vaikeuden. Näistä annetuista arvioista laskin sitten keskiarvon. Opiskelijan tehdessä tehtävää hänen mieleensä jää varmasti eri tavalla eri alakohdat. Taulukossa 14 on näytetty keskiarvovaikeus

aiheen mukaan ja taulukossa 15 representaation mukaan. Representaatioittain vaikeudessa ei ollut selviä eroja. Yllättävää oli ehkä se, että sanalliset tehtävät koettiin vaikeimmaksi. Aiheittain ainoana erottui Newtonin lait tehtävän kolme vuoksi. Newtonin lait -osioon ei kuulunut muita tehtäviä, joten se saattaa vääristää kuvaa. Tehtävä kolme oli selvästi haastavin koko tehtäväsarjasta myös kontekstiltään, joten suora johtopäätös Newtonin lakien vaikeudesta olisi tämän tutkimuksen valossa liian väljästi perusteltu.

TAULUKKO 14. Keskiarvovaikeus aiheen mukaan

Opiskelijoiden arvioima vaikeusaste	
Kinematiikka	2,69
Newtonin lait	3,45
Newtonin II	2,20
Newtonin III	2,93

TAULUKKO 15. Keskiarvovaikeus representaation mukaan.

Opiskelijoiden arvioima vaikeusaste	
Sanallinen	3,03
Graafinen	2,55
Vektoriaalinen	2,73
Diagrammaattinen	2,69
Matemaattinen	2,79

5.6 Representaatio- vai käsitevirhe

Luokittelin väärät vastaukset joko representaatiosta aiheutuneeksi tai opiskelijan voimakäsitteestä aiheutuneeksi. Kaikkien opiskelijoiden yhteenlaskettujen virheellisten vastausten lukumäärä oli 179. Tähän ei ole siis laskettu tyhjäksi jätettyä kohtia, jotka on kuitenkin merkitty vääriksi vastauksiksi. Niiden luokittelu on kuitenkin mahdotonta. Virheellisistä vastauksista 42 % oli representaatiosta aiheutuneita eli ero käsitteellisiin vir-

heisiin ei ollut kovin merkittävä. Ainoastaan tehtävässä 1 representaatioista aiheutuneet virheet kattoivat yli 60 % virheistä. Vastaavasti tehtävät 3 ja 5 olivat sellaisia, joissa voimakäsitteen ymmärtäminen näytti olevan hallitsevassa osassa, tehtävässä 3 kaikki ja tehtävässä 5 kaksi kolmasosaa virheistä aiheutui käsitteen huonosta hallinnasta. Huomiointavaa on myös se, että jokaisella opiskelijalla oli representaatiosta aiheutuvia virheitä. Kolmella opiskelijoista virheet johtuivat ainoastaan representaatioista. Toki he tekivät keskimääräistä selvästi vähemmän tehtäviä. Tutkin korreloiko representaatiovirheet opiskelijan kokonaisuosaamisen kanssa. Mukaan otokseen otin vähintään neljä tehtävää tehneet opiskelijat, jotta arvio kokonaisuosaamisesta olisi kattavampi. Tuloksen mukaan mitä suurempi osuus opiskelijoiden tekemistä virheistä oli representaatiovirheitä, sitä huonommin hän menestyi tutkimuksessa. Korrelaatio näiden välillä on kohtalainen. Korrelaatiokertoimeksi tuli $-0,41$ ($p = 0,049$).

5.7 Virheelliset ennakkokäsitykset

Virhekäsityksistä tutkimuksessa esiintyivät dominanssi ja liikevoima. Kokonaisuutena noin joka toisella vastaajista esiintyi toinen tai molemmat virhekäsityksistä (Taulukko 16). Tehtäväsarjassa oli kuusi alakohtaa, joissa saattoi esiintyä liikevoimavirhekäsitys ja kolme alakohtaa, joissa saattoi esiintyä dominanssivirhekäsitys. Myös tehtävän 5 c-kohta oli sellainen, jossa dominanssivirhekäsitys oli mahdollinen ja jopa odotettava. Otin mukaan tähän luokitteluun tehtävästä 5 kuitenkin ainoastaan d-kohdassa esiintyneet dominanssivirhekäsitykset, koska c-kohdassa esiintyi myös muita virheitä, eikä virheellistä vastausta pystynyt aina osoittamaan selvästi dominanssivirheeksi. C-kohdassa löytyikin vain yksi dominanssivirhekäsitys ja se ”peittyi” muiden virheiden alle. Muutamalla muulla vastaajista saattoi myös olla dominanssiajatus, mutta voimanolet olivat väärään suuntaan, joten en luokitellut niitä dominanssivirheiksi.

TAULUKKO 16. Virhekäsitysten esiintyminen vastauksissa.

	Liikevoima	Dominanssi	Yhteensä
Virheitä (kpl)	20	8	28
Eri opiskelijoita, joilla virhekäsitys	12	5	14
Virheitä kaikista vastaajista (%)	44	19	52

Huomionarvoista on, että liikevoimavirhekäsitys ei tullut esille samalla opiskelijalla jokaisessa tehtävässä, jossa sitä esiintyi, vaikka tehtävät olivat hyvin samankaltaisia. Esimerkiksi tehtävien yksi ja kaksi c-kohdissa molemmissa esiintyi liikevoimaa, tehtävässä 1 kuudella eri opiskelijalla ja tehtävässä 2 neljällä opiskelijalla. Tehtävän 2 liikevoima käsityksen omaavista kaksi oli sellaista, joilla sitä ei esiintynyt ensimmäisessä tehtävässä. Eri tehtävissä kontekstit vaihtuivat, joka saattoi aiheuttaa epäjohdonmukaisuuden virhekäsityksissä. Pahimmillaan virhekäsityksiä esiintyi yhdellä opiskelijalla neljä kappaletta. Tällaisia opiskelijoita oli kolme. He vastasivat siis viiteen alakohtaan aivan oikein, vaikka mahdollisuus oli virhekäsitykseenkin. Joukossa oli toki myös opiskelijoita, joilla sama virhekäsitys esiintyi useammassa kohdassa. Kuudella niistä, joilla virhekäsitys esiintyi (yhteensä 14 opiskelijaa), sitä esiintyi useammassa kuin yhdessä kohdassa. Taulukossa 17 on esitetty alakohdissa esiintyneiden virhekäsitysten osuudet kaikista vastaajista.

TAULUKKO 17. Virhekäsitykset alakohdittain kaikkien vastaajien keskuudessa.

Tehtävä	Liikevoima	Dominanssi	Virhekäsitys %-lla vastaajista
1c	6	-	22,2
2c	4	-	19,0
4b	-	1	5,0
4c	-	5	25,0
5b	5	-	27,8
5d		2	11,1
6e	3	-	17,6
6f	1	-	5,9
7c	1	-	8,3

Dominanssikäsitykseen tuo oman lisänsä tehtävästä neljä saatava havainto massan ja nopeuden vaikutuksesta dominanssin esiintymiseen. Tuon tehtävän b-kohdassa, jossa kuulien massat ovat samat, oli yksi vastaaja, jolla tuli esille dominanssivirhekäsitys. C-kohdassa, jossa valkoisen kuulan massa oli kaksinkertainen mustaan verrattuna, dominanssia esiintyi viidellä vastaajista. Molemmissa alakohdissa valkoisen kuulan nopeus

oli suurempi kuin mustan. Lieneekö massa vastaajien mielestä ”dominoivampi” ominaisuus?

Kuudennessa tehtävässä esiintyi virheitä, jotka voisi ehkä luokitella liikevoimavirhekäsityksiksi. Pohjalla näissä e- ja f-kohtien alkutilannevirheissä lienee joko liikevoimavirhekäsitys tai sitten kiihtyvyys. Liikevoima-ajattelu voi tuoda ajatuksen, jonka mukaan vain liikkeessä olevaan kappaleeseen kohdistuu voimaa. Yhdessä vastauksessa oli perusteltu voiman puuttumista alkutilanteessa Newtonin toisen lain perusteella. Opiskelija ajatteli, että koska kiihtyvyys on nolla, Newtonin toisen lain mukaan myös voimien summa (kokonaisvoimavektori) on nollavektori. Koska kaikissa vastauksissa ei ole annettu selviä perusteluita väärälle vastaukselle, en luokitellut näitä vastauksia liikevoimavirhekäsityksiksi.

Tutkin opiskelijoiden kokonaisosaamista rinnakkain esiintyneiden virhekäsitysten kanssa. Viidestä parhaan kokonaisosaamisen omaavasta opiskelijasta kellokään ei esiintynyt yhtään virhekäsitystä. Toisaalta viidestä huonoiten menestyneestä kaikilla oli vähintään yksi virhekäsitys. Aineisto kertoo myös sen, että virhekäsityksen omaavista opiskelijoista parhaan kokonaisosaamisen omaava opiskelija sai 72 % vastaamistaan tehtävistä oikein. Hän oli aineiston yksittäistapaus. Muiden opiskelijoiden, joilla esiintyi virhekäsitys, kokonaisosaaminen ylsi parhaimmillaan vain 60 %:iin, joka on vain hieman yli kakkien vastaajien kokonaisosaamisen keskiarvon (54 %).

5.8 Johdonmukaisuus representaatioiden käytössä

Selvitin kuinka johdonmukaisia opiskelijat ovat vastauksissaan eri representaatioiden välillä. Valitsin tehtävistä kuusi alakohdtaa, joista arvioin johdonmukaisuutta suhteessa aikaisempaan kohtaan. Valitut alakohdat tuloksineen näkyvät taulukossa 18. Eli esimerkiksi tehtävässä yksi arvioin, onko b-kohdan graafinen vastaus johdonmukainen a-kohdan sanallisen esityksen kanssa. Tehtävässä viisi puolestaan tutkin onko d-kohdan sanallinen selitys johdonmukainen b- ja c-kohdissa piirrettyjen vektoreiden kanssa. Tässä analyysissä ei ollut merkitystä, onko vastaus oikein vai väärin. Tutkin ainoastaan eri kohtien johdonmukaisuutta. Laskin johdonmukaisuuden ja kokonaisosaamisen välisen korrelaation. Tämän vuoksi otin johdonmukaisuuden arviointiin mukaan ainoastaan ne

opiskelijat, jotka olivat vastanneet vähintään neljään tehtävään seitsemästä. Tällöin kokonaisosaamisen arvio ei ole yhden tai kahden tehtävän varassa. Kun laskin Spearmanin korrelaatiokertoimen johdonmukaisuudelle ja kokonaisosaamiselle, sain tulokseksi 0,75 ($p < 0,001$). Tämän tuloksen mukaan vaikuttaa siltä, että riippumatta vastauksen oikeellisuudesta, jos olet johdonmukainen, se korreloi vahvasti kokonaisosaamisen kanssa. Täytyy kuitenkin huomata se, että analyysissani oli yhteensä 106 johdonmukaisuusarviointiin mukaan otettua vastausta, joista vain kaksi oli sellaista, jotka olivat johdonmukaisia aikaisemman alakohdan kanssa, mutta väärin. Toisaalta vastauksia, jotka olivat epäjohdonmukaisia, mutta oikein oli yhteensä 16 kappaletta. Suurin osa vastauksista oli siis samaa ”laatua” kuin aiempi kohta, johon vastausta verrattiin.

TAULUKKO 18. Johdonmukaisuuden arvioinnin tulokset.

		Johdonmukaisuus (%)	Representaatio
1 a	1 b	68	Sanallinen - graafinen
2 a	2 b	38	Graafinen - diagrammaattinen
5 b, c	5 d	36	Vektoriaalinen - sanallinen
6 a	6 b	76	Sanallinen – graafinen
6 a	6 c	94	Sanallinen – graafinen
7 a	7 b	50	Graafinen - graafinen

Eriyksen mielenkiintoinen kohta johdonmukaisuuden ja vastauksen oikeellisuuden kannalta on tehtävä viisi. Tehtävän d-kohdan oli osannut 67 % vastanneista. Kuitenkin vain 36 % d-kohdan vastauksista oli johdonmukaisia b- ja c-kohdan kanssa. Eli yleistäen voisi sanoa, että opiskelijat osasivat kertoa, että Newtonin kolmas laki on olemassa ja voimassa, mutta vektoriaalisiin tehtäviin (b- ja c-kohdat) kyseinen tieto ei ollut yltänyt. D-kohdan oikeista vastauksista 42 % oli epäjohdonmukaisia aiempien kohtien kanssa. Opiskelijat eivät siis osanneet yhdistää sanallista tietoaan Newtonin kolmannesta laista piirtäessään vektoreita. Eikä vastauksien ristiriitaisuus näyttänyt haittaavan. Ehkä sitä ei huomattu tai sitten havainnosta huolimatta ei osattu korjata vektoreita oikeiksi. Selvästi huomaa, että Newtonin kolmatta lakia ei ole ymmärretty syvällisesti vaan se on jäänyt ainoastaan hokemana mieleen: ”voima ja vastavoima ovat yhtä suuret”.

5.9 Osaaminen aiheen ja representaation mukaan

Tutkin myös vaihteliko opiskelijoiden osaaminen aiheesta tai representaatiosta riippuen. Vaikka tehtävä kolme, joka oli ainoa kaikkia Newtonin lakeja käsitellyt tehtävä, oli osattu heikosti, Newtonin toisen lain osaaminen oli kaikkein heikointa (Taulukko 19). Newtonin lakien osaamista nostaa toki tehtävän kolme b-kohta, jonka kaikki vastanneet olivat saaneet oikein. Matemaattisen representaatioiden hyvästä osaamisesta ei voi tehdä pitkälle meneviä johtopäätöksiä, koska puhtaasti matemaattisia alakohtia oli koko tehtäväsarjassa vain yksi. Sen sijaan vektoriaalisten tehtävien osaaminen näyttäisi olevan selvästi heikointa (Taulukko 20). Vektoriaalisia alakohtia oli yhteensä kahdeksan, joten se antama kuva tämän aineiston pohjalta on kattava.

Newtonin toisen lain ja vektoriaalisten tehtävien heikkoon osaamiseen vaikuttaa kuitenkin se, että tutkimuksen kahdeksasta vektoriaalisesta tehtävästä neljä käsitteli Newtonin lakeja. Näin suuri joukkojen leikkaaminen vaikuttaa molempien arvoihin, eikä siten kerro aukottomasti aiheutuuko huono osaaminen representaatiosta, aiheesta vai molemmista.

TAULUKKO 19. Oikeiden vastausten keskiarvo (%) aiheittain.

	Oikeita vastauksia (%)	Alakohtien lkm
Kinematiikka	69,5	10
Newtonin lait	49,2	3
Newtonin II	39,5	8
Newtonin III	43,8	4

TAULUKKO 20. Oikeiden vastausten keskiarvo (%) representaatioittain.

	Oikeita vastauksia (%)	Alakohtien lkm
Sanallinen	69	6
Graafinen	66	8
Vektoriaalinen	31	8
Diagrammaattinen	42	2
Matemaattinen	94	1

Selvitin korreloiko jonkun aihealueen tai representaatiolajin osaaminen kokonaispisteisiin. Otin laskuihin mukaan myös matemaattisen tehtävän, vaikka siitä ei yksittäisenä tehtävänä voi tehdä kovin yleisiä johtopäätöksiä. Tähän analyysiin otin mukaan ainoastaan ne opiskelijat, jotka olivat vastanneet 4 - 7 tehtävään tutkimuksessa. Yksittäisiin tehtäviin vastanneet opiskelijat olisivat saattaneet heilauttaa korrelaatiota suuntaan tai toiseen reilustikin. Taulukossa 21 on esitetty Spearmanin korrelaatiokertoimet kokonaispisteisiin aihealueen ja representaation mukaan jaoteltuna.

TAULUKKO 21. Korrelaatiokerroin kokonaispisteisiin aiheen ja representaation mukaan jaoteltuina.

Teema	Korrelaatiokerroin	p-arvo (2-suuntainen)
Kinematiikka	0,735	< 0,001
Newtonin lait	0,217	0,321
NII	0,714	< 0,001
NIII	0,817	< 0,001
Sanallinen	0,404	0,056
Graafinen	0,666	0,001
Vektoriaalinen	0,834	< 0,001
Diagrammaattinen	0,635	0,001
Matemaattinen	0,356	0,095

Taulukosta näkee, ettei korrelaatio Newtonin lakien ja kokonaisosaamisen kanssa ole tilastollisesti merkitsevä ($p > 0,05$). Samoin on sanallisten ja matemaattisen representaatioiden kanssa ($p > 0,05$).

5.10 Koulukohtaiset tulokset

Tutkimuksessa ei paljastunut merkittäviä koulukohtaisia eroja opiskelijoiden kokonaisosaamisessa (Taulukko 22). Koulusta yksi tutkimuksessa oli mukana kahdeksan oppilasta ja koulusta kaksi 19 oppilasta. Koulun yksi opiskelijoiden saavuttamat pistemäärät olivat keskimäärin suurempia kuin koulun kaksi oppilaiden. Toisaalta koulun yksi opiskelijat vastasivat myös useampiin tehtäviin, jolloin kokonaisosaamisessa koulujen väli-

nen ero oli melko pieni. Koulun kaksi opiskelijoiden pistemäärissä oli selvästi enemmän hajontaa kuin koulussa yksi. Tämä toki selittyy ainakin osittain tutkimukseen osallistuneiden opiskelijoiden lukumäärällä. Representationaalisessa johdonmukaisuudessa koulun yksi opiskelijat olivat jonkin verran parempia. Tehtäväkohtaisesti pisteitä saatiin tasaisesti molemmissa kouluissa (Taulukko 23).

TAULUKKO 22. Koulukohtaiset arvot osaamisessa

	Oppilaita	Kokonaispisteiden keskiarvo	Kok. pisteiden keskihajonta	Keskiarvo osaaminen (%)	Representationaalinen johdonmukaisuus (%)
Koulu1	8	13	2,7	58	63
Koulu 2	19	9	5,3	53	55

TAULUKKO 23. Tehtäväkohtaiset pistekeskiarvot (%) kouluittain.

	1	2	3	4	5	6	7
Koulu 1	67	46	50	54	47	73	-
Koulu 2	53	59	49	53	55	65	64

Mielenkiintoinen havainto oli se, että koulujen välinen ero oli suuri virhekäsitysten esiintymisessä. Taulukkoon 24 on koottu virhekäsitysten esiintyminen kouluittain. Ero on huomattava molempien virhekäsitysten kohdalla. Vaikka liikevoimavirhekäsitystä esiintyi molempien koulujen oppilailla lukumääräisesti yhtä paljon, suhteutettuna opiskelijamäärään ero on huomattava. Lisäksi on huomioitavaa, että koulun kaksi opiskelijoista yhdellä esiintyi neljässä kohdassa liikevoimavirhekäsitys. Muuten virhekäsitysten esiintymiset koulussa kaksi olivat yksittäisiä. Koulussa yksi puolestaan kaikilla, joilla virhekäsityksiä esiintyi, niitä oli useammassa kohdassa.

Vielä merkittävämpi ero on dominanssivirhekäsityksen esiintymisessä. Näin suuri ero virhekäsitysten esiintymisessä koulujen välillä ei liene sattumaa. Syitä eroon varmasti löytyisi, jos asiaa tutkittaisiin tarkemmin.

TAULUKKO 24. Virhekäsitysten esiintyminen kouluittain

	Liikevoima (kpl)	Dominanssi (kpl)	Opiskelijoita, joilla virhekäsitys	Yht. opis- kelijoita	Virhekäsitys %:lla vastaajista
Koulu 1	10	7	6	8	75
Koulu 2	10	1	8	19	42

Representaatioiden ja aiheiden välillä löytyy koulukohtaisia eroja, joskin melko pieniä. Suurimmillaankin erot olivat 12 prosenttiyksikköä. Tällainen ero oli matemaattisen tehtävän hallinnassa. Myös Newtonin toisen lain ja graafisten tehtävien hallinnassa oli yli kymmenen prosenttiyksikön ero koulujen välillä (Taulukko 25).

TAULUKKO 25. Koulukohtaiset pistekeskisarvot (%) teemoittain.

	Koulu 1	Koulu 2
Kinematiikka	81	76
Newtonin lait	50	44
Newtonin II	33	44
Newtonin III	38	45
Sanallinen	77	75
Graafinen	79	68
Vektoriaalinen	25	36
Diagrammaattinen	38	37
Matemaattinen	88	100

6 Pohdintaa

6.1 Kokonaisosaaminen

Tutkimuksen mukaan opiskelijoiden kinematiikan ja Newtonin lakien osaaminen on kohtalaista. Keskimäärin opiskelijat osasivat vastata oikein 54 %:iin kysymyksistä. Tutkimuksen parhaiten menestynyt opiskelija osasi vastata oikein 80 %:iin tehtävistä. Noin puolet hänen tekemistä virheistä vaikuttaisi olevan jonkin asteisia huolimattomuusvirheitä, mutta mukaan mahtuu myös selviä virheellisiä ajatusmalleja. Yksi tutkimukseen osallistuneista opiskelijoista ei saanut yhtään pistettä, mutta hän ei vastannutkaan kuin yhteen tehtävistä. Vaikka yksittäisiä tehtäviä tehneet opiskelijat saattaisivat heilauttaa kokonaisosaamisen keskiarvoa paljonkin, tässä tutkimuksessa niin ei tapahtunut. Vähintään neljään tehtävään vastanneiden opiskelijoiden kokonaisosaamisen keskiarvo oli 57 % eli hieman kaikkien vastanneiden arvoa korkeampi. Kokonaistulos on mielestäni heikohko. Kouluarvosanaksi muutettuna tulos näyttää vielä huonommalta, riippuen tietysti arvosteluasteikosta. 54 %:n osaamisella voisi saada lukion fysiikan kokeesta arvosanan 6. Ryhmien opettajat eivät olleet muuttaneet opetustaan mitenkään aikaisemmasta. Tässä voisi pohtia, onko kyse kenties samasta havainnosta, johonka Hake (1998) päätyi tutkimuksessaan: luento-opetus on tehotonta käsitteiden opettamisessa. En tunne tarkasti tutkimuksessa mukana olleiden ryhmien opettajien opetusmenetelmiä, mutta Niemi-*sen ym.* (2012) mukaan opetus oli pääsääntöisesti opettajajohtoista. En silti lähde arvioimaan opetusmenetelmiä tai opetuksen tehokkuutta.

Opiskelijoiden heikohkoon kokonaisosaamiseen voi olla monia syitä. Tulokseen vaikuttaa tietysti se, että mekaniikan kurssi, jossa tutkimukseni käsittelemiä aiheita opiskellaan, oli juuri meneillään. Kurssin lopputenttinä tutkimuksen tulokset olisivat voineet olla erilaiset. Olisi mielenkiintoista tutkia kuinka hyvin kinematiikkaa ja mekaniikkaa osattaisiin, jos tämä kyselytutkimus tehtäisiin koulussa tenttinä kurssin lopussa. Kotitehtävänä tällaiset tehtävät saattavat aiheuttaa välinpitämättömyyttä. Olin havaitsevinani tällaista. Epäselvä vastaus ja viivaimen käyttämättömyys kielivät mielestäni siitä, että tehtäviä ei ole otettu tosissaan. Tämä havainto ei toki koskenut kaikkia oppilaita. Jäin myös miettimään joidenkin opiskelijoiden kohdalla tyhjien vastausten merkitystä. Vai-

kutti siltä, että joku alakohta oli jätetty tyhjäksi edes yrittämättä. Tähän päädyin verratessani saman opiskelijan osaamista muissa tehtävissä. Uskoisin, että jos tutkimus olisi tehty tenttinä, yrittämistä olisi riittänyt. Myös vastaamatta jääneet kokonaiset tehtävät heikentävät kokonaistuloksen arviointia. Tutkimuksesta ei selviä oliko opiskelija pois silloin, kun hänen kohdaltaan tyhjäksi jäänyt tehtävä tuli läksyksi vai oliko kyse kenties laiskuudesta tai osaamattomuudesta.

Lopputulokseen vaikuttaa myös se, että arvioinnissani jokaisesta alakohdasta sai joko nolla tai yhden pisteen. Kun useisiin tutkimustehtävien alakohtiin sisältyi neljä eri kohtaa (esimerkiksi tehtävässä yksi autot A - D), niiden kaikkien täytyi olla oikein, saadakseen yhden pisteen. Uskoisin, että yleisesti lukiossa tällaiset kohdat olisi arvosteltu 0,25 pisteen välein, esimerkiksi jokaisesta autosta 0,25 pistettä. Tällöin kokonaispistemäärä olisi noussut monella oppilaalla.

Oppilaiden arvioimat tehtävien vaikeusasteet olisivat kiinnostava tutkimuskohde. Osaavatko oppilaat arvioida tehtävän vaikeutta? Mielestäni tämä kysymys on hyvin lähellä kysymystä oppilaan omien taitojen tuntemisesta ja tunnustamisesta. Mikäli opiskelija kokee hallitsevansa tehtävän, hän todennäköisesti arvioi sen helpoksi ja päinvastoin. Jos opiskelijalla ei ole selvää käsitystä omista kyvyistään, myös tehtävän vaikeuden arviointi on hankalaa. Voisiko oman osaamisen tunteminen korreloida osaamisen kanssa? Tämän tutkimuksen aineiston perusteella vaikeusasteen ja kokonaisosaamisen välinen korrelaatio on vahva, mutta ei ole tilastollisesti merkitsevää ($\rho = -0,69$, $p = 0,090$). Melko suureen p-arvoon voi vaikuttaa otoksen pieni koko. Tässä tutkimuksessa vaikeusasteen arvioinnin tutkimus on kuitenkin vaikeaa. Moni vastaaja jätti vastaamatta vaikeusastearviointiin. Toisaalta mikäli tutkimusta tästä aiheesta tehtäisiin, tarkoituksenmukaista olisi pyytää vastaajaa arvioimaan vaikeus alakohdittain. Tällöin saisi mahdollisesti tietoa myös representaatioista. Tuntuuko jokin representaatio oppilaista vaikeammalta kuin toinen? Tutkimuksessani representaatio- ja aihekohtainen vaikeusasteen arviointi oli melko suurpiirteistä. Tämä johtui pääosin vaikeusasteen tehtäväkohtaisesta arvioinnista. Alakohdittainen arviointi myös lisäisi arviointien lukumäärää ja näin myös otoskokoa, mikä toisi lisäarvoa tutkimukseen.

6.2 Virheelliset ennakkokäsitykset

Virheellisten ennakkokäsitysten esiintyminen oli yllättävän yleistä. Kun hieman yli puolella vastaajista esiintyi jokin virhekäsitys vähintään kerran, se on paljon. Tämäkin tutkimus tukee niitä monia tutkimuksia, joissa virhekäsitykset on todettu hyvin yleisiksi (mm. Van Hise 1988). Koulurojen tutkiminen olisi mielenkiintoista. Tämän aineiston esille tuoma koulukohtainen ero virhekäsityksissä ei luultavasti ole sattumaa. Tämän ero tutkimiseksi voisi analysoida opiskelijoiden aiempien koulujen oppikirjat ja yläkoulun opettajien opetuksen. Vaikka opiskelijoiden virheelliset ennakkokäsitykset ovat jo olemassa heidän aloittaessaan koulun, tuntuu epätodennäköiseltä, että näin merkittävä ero koulujen välillä selittyisi ainoastaan opiskelijoiden taustoilla. Niillä opiskelijoilla, joilla virhekäsityksiä esiintyi, yläkoulun oppikirjat ja opettajat eivät ole onnistuneet muuttamaan käsityksiä Newtonin mekaniikan mukaisiksi. Oppikirjoja merkittävämpi syy on uskoakseni opettaja ja hänen opetuksensa. Tällaisen asian tutkiminen on luultavasti hyvin haasteellista. Oman opetuksen avaaminen arvioitavaksi ei ehkä ole helppoa varsinkaan, kun sen seurauksena saattaisi mahdollisesti paljastua opiskelijoiden virhekäsitysten säilymisen syyksi omat opetusmenetelmät. Joka tapauksessa tutkimustulos (Halloun & Hestenes 1985) siitä, että opiskelijoiden ennakkokäsitysten huomioiminen opetuksessa vaikuttaa niistä pois oppimiseen, tuntuu varteenotettavalta vaihtoehdolta selittämään tässä tutkimuksessa havaitut koulukohtaiset erot.

Mielenkiintoista oli huomata, että liikevoima virhekäsitys ei tullut esille samalla opiskelijalla jokaisessa tehtävässä, jossa se oli mahdollisuus tuoda esille. Vaikka tehtävät olivat keskenään hyvin samanlaisia, silti opiskelijat vastasivat eri tavalla eri tehtäviin. Tämä on kuitenkin normaalia. Tutkimukset osoittavat, että pienikin kontekstin muuttuminen vaikuttaa vastaajan osaamiseen (Bao, Hogg & Zollman 2002; McCullough 2004).

Tutkimuksen kysymyksistä kahta alakohtaa lukuun ottamatta (5d ja 6f) kaikki tehtävät, joissa virhekäsityksiä esiintyi, olivat vektoriaalisia. Voisi helposti ajatella, että vektoriaaliset tehtävät ”ruokkisivat” virhekäsityksiä. Tätä johtopäätöstä ei mielestäni voida tehdä tämän tutkimuksen pohjalta. Koska vain kaksi virhekäsitystehtävistä oli muita kuin vektoriaalisia, tulos ei välttämättä anna oikeata kuvaa virhekäsitysten representaatiosidonnaisuudesta. Toki tehtävissä 5d (sanallinen) ja 6f (diagrammaattinen) oli vähemmän virhekäsityksiä kuin vektoriaalisissa tehtävissä, vaikka mahdollisuuksia olisi

ollut. Jotta representaation vaikutuksesta virhekäsitysten esiintymiseen voitaisiin tehdä yleisempiä johtopäätöksiä, täytyisi rakentaa kysymyssarja, jossa eri representaatioilla ”tarjotaan” mahdollisuutta virhekäsityksen esille tuomiseen samassa kontekstissa. Tällainen on Niemisen ym. (2010) luoma R-FCI -testi.

6.3 Representaatiot ja representationaalinen johdonmukaisuus

Virheiden jakaminen representationaaliin ja käsitteellisiin ei ollut helppoa. Jokaisessa tehtävässä on aina molemmat mukana, eikä niitä voi kokonaan erottaa toisistaan. Joissakin tehtävissä olen saattanut luokitella virheen väärään luokkaan. Etenkin tehtävä kolme oli erittäin haasteellinen. Päädyin kuitenkin siihen, että kaikki virheet ovat käsitteestä johtuvia. Vaikka tehtävänannon kuvaaja olisi ollut sanallisessa muodossa, en usko, että tehtävää olisi osattu paremmin. Pysin virheiden luokittelussa johdonmukaisuuden läpi kaikkien tehtävien, jotta virheluokkien keskinäinen suhde tulisi esille. Käsitevirheiden lievästi suurempi osuus (58 % vs. 42 %) oli itselleni pieni yllätys. Ennakkoon uskoin eron olevan selvästi suuremman. Melzerin (2005) tutkimus tukee tästä tutkimuksesta saatua havaintoa, jossa representaatiot eivät ole tärkein osa-alue fysiikassa vaan konteksti ja käsitteet ovat merkittävämmässä asemassa. Representaatioiden osaamisen tärkeys fysiikan opiskelussa on kuitenkin tämänkin tutkimuksen perusteella ilmeistä.

Opiskelijoiden representaatioiden välisen siirtymisen osaaminen, eli representationaalinen johdonmukaisuus, vaihteli tehtävittäin selvästi. Parhaiten osattiin siirtyä sanallisten ja graafisten representaatioiden välillä. Heikoimmin puolestaan vektoriaalisen ja sanallisen välillä. Lähes yhtä heikosti sujui myös graafisen ja diagrammaattisen representaation välinen siirtyminen. Heikosti sujuneet siirtymiset olivat kuitenkin yksittäisiä tehtäviä, joten näiden tulosten yleistämiseen ei ole kovin vahvoja perusteita. Täytyisi tehdä tutkimus, jossa selvitetäisiin siirtymistä samojen representaatioiden välillä useammassa eri kontekstissa. Lisäksi vektoriaalisten tehtävien heikko osaaminen näkyy myös tässä representationaalisisessa johdonmukaisuudessa. Täysin varmasti ei voi sanoa johtuvatko heikot tulokset representaatiosta vai kontekstista.

Representationaalisen johdonmukaisuuden tutkimiseksi tämä tutkimus ei ole riittävä. Kuten Savinainen ja Viiri (2008) toteavat, tutkittaessa representationaalista johdonmu-

kaisuutta konteksti ja käsite on pidettävä muuttumattomina. Tätä vaatimusta tutkimukseni ei täytä. Aavistuksia representationaalisen johdonmukaisuuden vaikutuksista osaamiseen tästäkin tutkimuksesta voi saada.

Tutkimukseni mukaan representationaalinen johdonmukaisuus korreloi vahvasti kokonaisosaamisen kanssa. Tietysti ensimmäiseen kohtaan oikein vastaaminen vaatii oikean vastauksen myös jälkimmäiseen, jotta johdonmukaisuus täytyisi. Tämä luonnollisesti vaikuttaa korrelaatiokertoimeen, joka oli aineistossani 0,75 ($p < 0,001$). Puutteista huolimatta tulos on varmasti oikean suuntainen. Onhan samansuuntaiseen tulokseen päädytty myös Niemisen ym. (2012) tutkimuksessa.

Korrelaatiokertoimista puhuttaessa on tarpeen muistaa, ettei vahvakaan korrelaatio todista syy- ja seuraussuhdetta. Eli sitä kumpi on syy ja kumpi seuraus. Kerroin kertoo vain, että arvot ovat toisistaan lineaarisesti riippuvaisia. Toki vahva korrelaatiokerroin yleensä vihjaa syy-seuraussuhteesta, mutta kausaalisuus on todettava muuten. En selvittänyt asioiden kausaalisuutta tutkimuksessani.

Yksittäisten representaatioiden hallinnassa ei löytynyt merkittäviä eroja. Matemaattisen tehtävän korkea osaamistaso ei yllätä, mutta yksi, ja vieläpä melko helppo tehtävä, ei kerro kovin paljon matemaattisten representaatioiden hallinnasta. Luultavaa kuitenkin on, että perinteinen fysiikan opetus, jossa fysiikka rinnastetaan paljolti matematiikkaan, näkyy vielä osaltaan opiskelijoiden osaamisessa. Voisi ajatella, että vaikka matemaattisia tehtäviä olisi ollut useampia, osaaminen olisi säilynyt hyvänä. Diagrammaattisten representaatioiden osaaminen pohjautuu tässä tutkimuksessa kahden tehtävän varaan, joten siinäkin tuloksen vääristymä on hyvin mahdollista. Sen sijaan tulokset puoltavat Melzerin (2005) tutkimuksen tulosta, jonka mukaan sanalliset representaatiot ovat keskimäärin helpompia kuin vektoriaaliset. Tämän tutkimuksen tuloksissa ero noiden kahden representaatiotyypin osaamisen välillä on 38 prosenttiyksikköä. Eron suuruus saattaa osittain selittyä vektoriaalisten tehtävien konteksteista.

Representaatioiden hallinnasta voi tämän tutkimuksen perusteella päätellä, että vektoriaalisten tehtävien osaaminen on vahvasti sidoksissa opiskelijan kokonaisosaamiseen (Spearman $\rho = 0,83$, $p < 0,001$). Vaikka korrelaatiokerroin ei kerrokaan kausaalisuutta, voisi olettaa sen menevän tässä tapauksessa niin, että vektoriaalisten tehtävien osaami-

nen on syy ja kokonaisosaaminen seuraus. Jos opiskelija osaa piirtää kokonaisvoimavektorit eri tilanteissa oikein, hän on varmasti ymmärtänyt jotakin syvällistä fysiikasta. Tällöin hän ymmärtää kokonaisvoiman ja liiketilan yhteyden. Tämä ymmärtäminen auttaisi varmasti myös muiden tehtävien tekemisessä.

Koulukohtaiset erot eivät ole yleisesti kovin merkittäviä. Newtonin toisen lain ja matematiikan tehtävän suurehko ero herättää kuitenkin huomiota. Ensimmäisenä ajatuksena tulee mieleen matemaattisen tehtävän kohdalla koulun yksi ”perinteisyys”. Onko fysiikka opetettu ja opiskeltu kaavoilla? Jos näin on, yksinkertaiset matemaattiset tehtävät, kuten tehtäväsarjan tehtävä 6d oli, sujuvat helposti. Vaikeammassa tehtävässä kaavoihin sijoittelu ei enää riitä ja silloin todellinen fysiikan ymmärtäminen tulisi esiin. Tämä sama ”kaavatauti” saattaisi heijastua myös Newtonin toisen lain osaamiseen. Mikäli tuo laki nähdään vain kaavana, $\sum F = ma$, sen osaaminen jää heikoksi. Kaavataudista ei välttämättä ole tässä yhteydessä kyse. Asian selvittäminen vaatisi lisätutkimuksia.

6.4 Muita huomioita

Tutkimusaineistoa analysoidessani nousi mieleeni muitakin kysymyksiä, joihin olisin halunnut saada vastauksia. Kysymykset koskivat lähinnä annettujen vastausten taustoja. Näihin esille nousseisiin kysymyksiin vastausten saaminen olisi voinut onnistua haastattelemalla opiskelijat tehtävien tekemisen jälkeen. Tällöin olisi todennäköisesti päässyt kiinni syvemmin virhekäsityksiin ja myös representaatioihin liittyviin haasteisiin, joiden kanssa opiskelijat kamppailevat. Virheiden tausta olisi myös todennäköisesti selvinnyt paremmin. Toki haastattelu olisi pitänyt tätä testaustapaa käyttäen tehdä jokaisen koti-tehtävän palautuksen jälkeen. Tehtäväsarjan teettäminen tenttinä olisi tuonut helpotuksen myös haastattelun suorittamiseen. Yksi haastattelukerta oppilasta kohti olisi riittänyt.

Pohdintaa aiheutti myös kokonaisvoimavektorin piirtämisen vaikeus. Heikko osaaminen piirtämisessä ei ollut painottunut erityisesti kummankaan koulun opiskelijoihin, joten syyn tutkiminen voi olla haastavampaa. Olisiko nimitys ”kokonaisvoimavektori” osalle tuntematon vai onko se jäänyt käsitteenä sisäistämättä? Osasyynä tähän voi olla vapaa-kappalekuvat. Mekaniikassa piirretään usein vapaakappalekuvia, joissa näkyvät kaikki

kappaleeseen vaikuttavat voimat. Ehkäpä opiskelijat osaavat vapaakappalekuvan piirtämisen paremmin ja kokonaisvoimavektorien piirtäminen on jäänyt heikommalle osaamiselle ja siksi kaikki kappaleeseen vaikuttavat voimat tulevat helposti piirretyksi myös niihin tilanteisiin, joissa kysytään nimenomaan kokonaisvoimavektoria.

Kirjallisuus

Aspholm, S., Hirvonen, H., Lavonen, J., Penttilä, A., Saari, H., Viiri, J. & Hongisto, J. 2001. Aine ja energia. 9.-10. painos. Porvoo: WSOY.

Bao, L., Hogg, K. & Zollman, D. 2002. Model analysis of fine structures of student models: An example with Newton's third law. *American Journal of Physics*. 70 (7), 766-778.

Hake, R. 1998. Interactive-engagement vs traditional methods: A six thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. *Am. J. Phys.* 66, 64-74.

Halloun, I. A. & Hestenes, D. 1985. The initial knowledge state of college physics students. *American Journal of Physics*. 53 (11), 1043-1048.

Hestenes, D., Wells ja M., Swackhamer, G. 1992. Force Concept Inventory. *The Physics Teacher*, 30, 141-158.

Jauhiainen, J., Koponen, I. & Lavonen, J. 2001. Lukiolaisten käsitteellinen ymmärrys Newtonin mekaniikasta voimakäsitteillä arvioituna. Teoksessa A. Ahtineva (toim.) *Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä – Matematiikan ja luonnontieteiden tutkimuksia*. Turku: Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta, 61-72.

Lavonen, J. & Meisalo, V. 1994. Oppilaiden ennakkokäsitykset. <http://www.edu.helsinki.fi/malu/kirjasto/ennakko/main.htm> (Vierailtu 25.9.2012).

McCullough, L. 2004. Gender, Context and Physics Assessment. *Journal of International Women's studies*, 5 (4), 20-30.

Melzer, D.E. 2005. Relation between student's problem-solving performance and representational format. David E Melzer, *American Journal of Physics* 73, 463.

- Mercer, N., Dawes L., Wegerif R. & Sams C. 2004. Reasoning as a scientist: ways of helping children to use language to learn science. *British Educational Research Journal*, 30 (3), 359-377.
- Nieminen, P., Savinainen, A. & Viiri, J. 2010. Force Concept Inventory-based multiple-choice test for investigating students' representational consistency. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research* 6, 020109.
- Nieminen, P., Savinainen, A. & Viiri, J. 2012. Relations between representational consistency, conceptual understanding of the force concept, and scientific reasoning. *Phys. Rev. ST Physics Ed. Research* 8, 010123.
- Nieminen, P., Savinainen, A., Nurkka, N & Viiri, J. (2012). An intervention for using multiple representations of mechanics in upper secondary school courses. Teoksessa C. Bruguière, A. Tiberghien & P. Clément (Eds.), *E-Book Proceedings of the ESERA 2011 Conference: Science learning and Citizenship. Part 3* (co-ed. Editors of the strand chapter), (pp. 140-147) Lyon, France: European Science Education Research Association. ISBN: 978-9963-700-44-8.
- Savinainen, A. & Viiri, J. 2005. Vuorovaikutuskaavio – tehokas väline voimakäsitteen opettamiseen. *Dimensio* 2005 (3), 63-65.
- Savinainen, A. & Viiri, J. 2008. The Force Concept Inventory as a Measure of Students' Conceptual coherence. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6, Numero 4, 719-740.
- Steinberg, R. N. & Sabella, M. S. 1997. Performance of Multiple-Choice Diagnostics and Complementary Exam Problems. *The Physics Teacher*, 35, 150-155.
- Van Heuvelen, A., Zou, X.L. 2001. Multiple representations of work-energy processes. *American Journal of Physics*, 69 (2), 184-194.
- Van Hise, Y. 1988. Student Misconception in Mechanics: An International Problem? *The Physics Teacher*, 498-502.

Viiliäinen, K. 2011. Liikkeeseen ja sen syihin liittyviä käsityksiä lukiolaisten keskuudessa. Helsingin yliopisto. Fysiikan laitos. Fysiikan opettajan syventävien opintojen tutkielma.

Viiri, J. & Savinainen, A. 2004. The development of students' representational coherence. Teoksessa S. Vosniadou, C. Stathopoulou, X. Vamvakoussi ja N. Mamalougos (toim.): Abstracts, 4th European Symposium Conceptual Change: Philosophical, Historical, Psychological, and Educational Approaches, European Association for Research on Learning and Instruction. May 19-23, Delphi, Greece, 123-126.

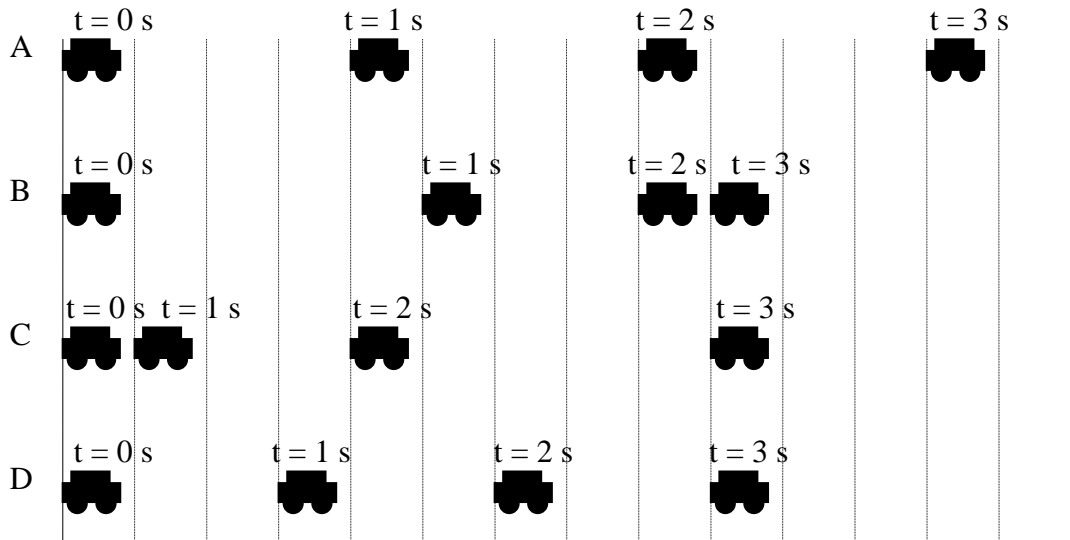
Liite 1: Tehtäväsarja malliratkaisuineen

Tehtäviin täydennetyt mallivastaukset on kursivoitu ja piirretty vaaleammalla sävyllä.

Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

1. Alla oleva kuva esittää neljän auton A, B, C ja D liikettä vasemmalta oikealle kolmen sekunnin aikana. Kaikilla autoilla on sama massa.



- a) Kuvaile autojen liikettä sanallisesti aikavälillä 0...3 s. Käytä nopeuden ja kiihtyvyyden käsitteitä.

A: Vakionopeus. Kiihtyvyys on nolla.

B: Nopeus pienenee eli hidastuva liike; kiihtyvyys on negatiivinen.

C: Kiihtyvä liike eli nopeus kasvaa; positiivinen kiihtyvyys.

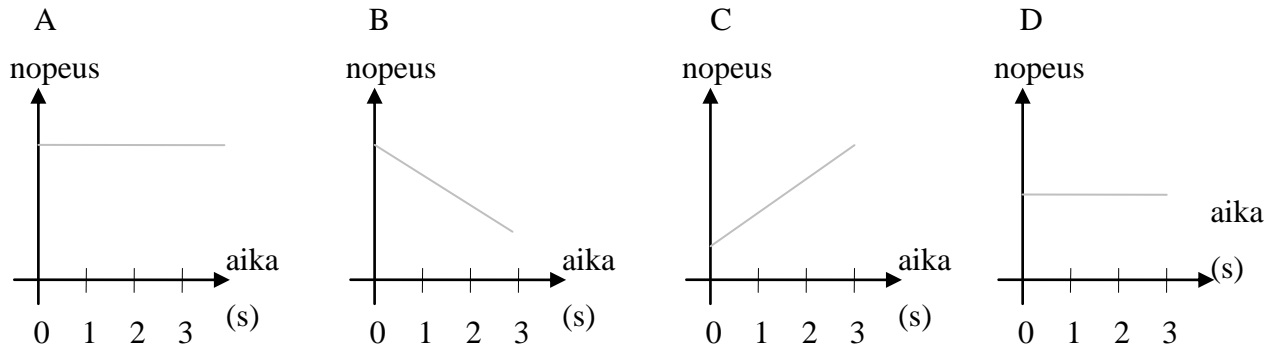
D: Vakionopeus eli kiihtyvyys on nolla. Pienempi nopeus kuin A:lla.

Jatkuu





Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

b) Piirrä autojen nopeuksien kuvaajat alla oleviin koordinaatistoihin.



c) Täydennä alle autoon vaikuttava kokonaisvoimavektori, kun nopeuden suunta on oikealle.

A	B	C	D
	$\sum \vec{F}$ 		
<i>Kokonaisvoima on nolla</i>	<i>Kokonaisvoima ei ole nolla, koska auto kiihtyy</i>	<i>Kokonaisvoima ei ole nolla, koska auto kiihtyy</i>	<i>Kokonaisvoima on nolla</i>

Tehtävä oli mielestäni

1 helppo. 2 melko helppo. 3 ei helppo, eikä vaikea. 4 melko vaikea. 5 vaikea.

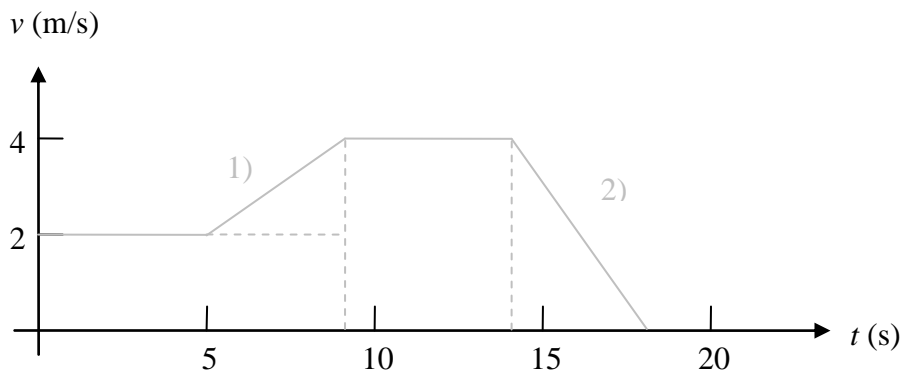
Jatkuu

Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

2. Pyöräilijä ajaa aikavälillä 0 ... 5 s tasaisella nopeudella 2 m/s. Aikavälillä 5 s ... 9 s hän kiihdyttää tasaisesti nopeuteen 4 m/s. Tämän jälkeen hän ajaa viisi sekuntia tasaisella nopeudella 4 m/s, jonka jälkeen hän jarruttaa tasaisesti kunnes pysähtyy ajanhetkellä 18 s.

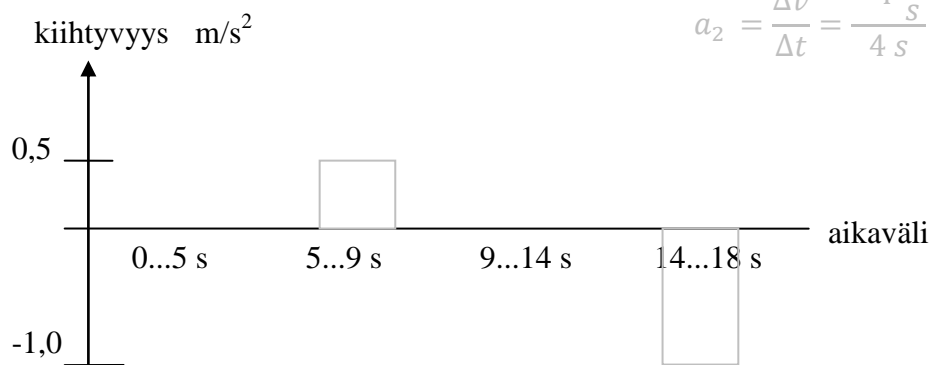
a) Piirrä alla olevaan koordinaatistoon edellisen kuvauksen mukainen graafinen esitys.



b) Täydennä alle pylväsdiagrammi, jossa näkyy pyöräilijän kiihtyvyys aikaväleillä 0...5 s, 5...9 s, 9...14 s ja 14...18 s.

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 \frac{m}{s}}{4 s} = 0,5 \frac{m}{s}$$

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-4 \frac{m}{s}}{4 s} = -1,0 \frac{m}{s}$$



Jatkuu

Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

c) Piirrä alla oleviin kuviin eri aikaväleillä pyöräilijään (liikesuunta oikealle) vaikuttavan kokonaisvoiman voimavektori. Piirrä vektorit suhteellisesti oikean suuruiseksi eri kuvien välillä.

aikavälillä 0 s ... 5 s

Pyöräilijä

$$\sum \vec{F} = 0$$

aikavälillä 5 s ... 9 s

Pyöräilijä

$$\rightarrow \sum \vec{F}$$

aikavälillä 9 s ... 14 s

Pyöräilijä

$$\sum \vec{F} = 0$$

aikavälillä 14 s ... 18 s

$$\leftarrow \sum \vec{F}$$

Pyöräilijä

Tehtävä oli mielestäni

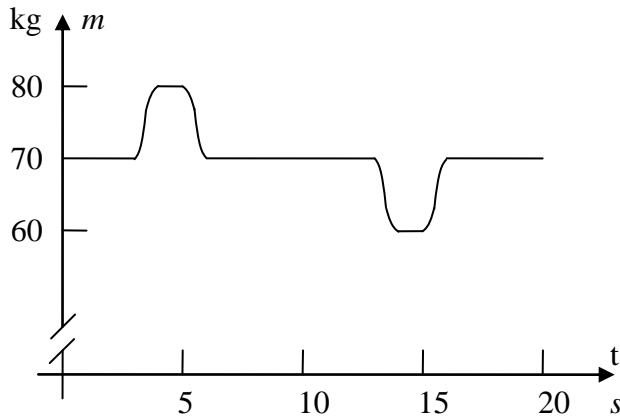
1 helppo. 2 melko helppo. 3 ei helppo, eikä vaikea. 4 melko vaikea. 5 vaikea.

Jatkuu

Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

3. Hissin lattialla on vaaka. Hissin matkustaja seisoo vaa'alla ja seuraa lukemien muuttumista. Vaaka näyttää seuraavat massan arvot ajan funktiona. Hissi on aluksi levossa.



a) Kuvaile hissin liikettä aikaväleillä **1)** 2...3 s, **2)** 4...5 s, **3)** 9...10 s, **4)** 13...14 s ja **5)** 18...19 s.

1) Hissi on paikoillaan. Massa on 70 kg.

2) Hissi kiihtyy ylöspäin: tasainen kiihtyvyys.

3) Hissi liikkuu vakionopeudella ylöspäin.

4) Hissin nopeus pienenee ($a < 0$), mutta hissi liikkuu ylöspäin.

5) Hissi on levossa.

b) Mikä on henkilön massa?

70 kg

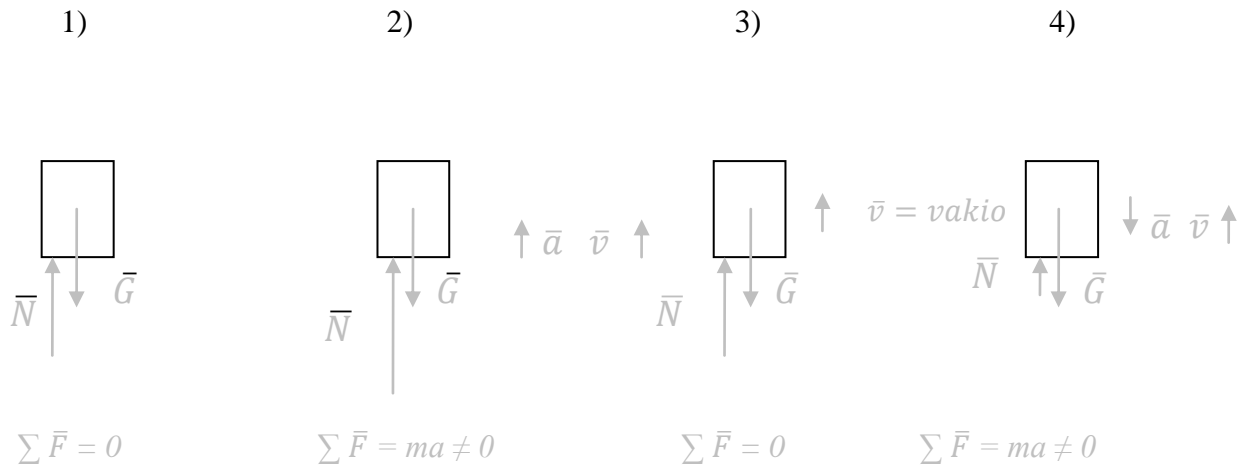
Jatkuu

Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

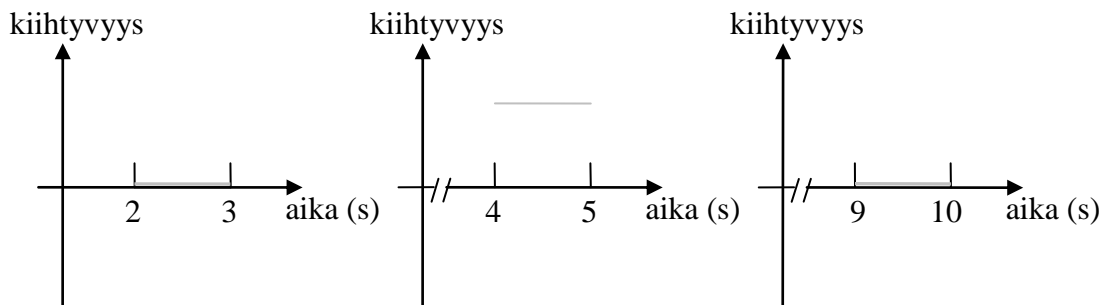
Nimi _____

c) Piirrä vapaakappalekuvat joissa näkyy henkilöön vaikuttavat voimat aikaväleillä

1) 2...3 s, 2) 4...5 s, 3) 9...10 s ja 4) 13...14 s.



d) Täydennä koordinaatistoon henkilön kiihtyvyyttä aikaväleillä 2...3 s, 4...5 s ja 9...10 s.



Tehtävä oli mielestäni

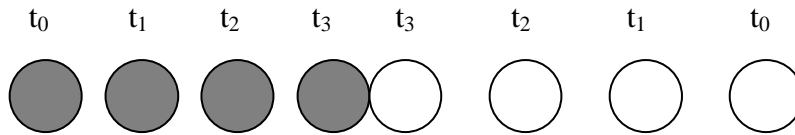
1 helppo. 2 melko helppo 3 ei helppo, eikä vaikea. 4 melko vaikea. 5 vaikea.

Jatkuu

Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

4. Alla oleva kuva esittää kahden saman massaisen kuulan vierimistä aikavälillä $t_0 \dots t_3$. Ajanhetkellä t_3 kuulat törmäävät toisiinsa.



a) Tulkitse sanallisesti kuulien liikettä ennen törmäystä käyttäen nopeuden ja kiihtyvyyden käsitteitä.

Kummankin kuulan nopeus on vakio, mutta valkoisen kuulan nopeus on suurempi. Molemmilla kiihtyvyys on nolla.

b) Täydennä alla oleviin kuuliin niihin vaikuttava kokonaisvoimavektori törmäyshetkellä t_3 (kuulat on piirretty erilleen).



c) Täydennä alla oleviin kuuliin niihin vaikuttava kokonaisvoimavektori törmäyshetkellä t_3 , mikäli valkoisen kuulan massa olisikin kaksi kertaa mustan kuulan massaa suurempi (kuulat on piirretty erilleen).



Tehtävä oli mielestäni

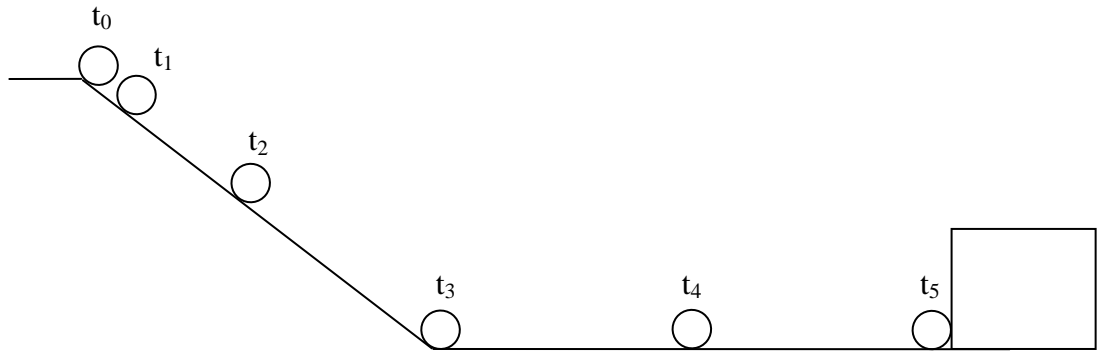
1 helppo. 2 melko helppo 3 ei helppo, eikä vaikea. 4 melko vaikea. 5 vaikea.

Jatkuu

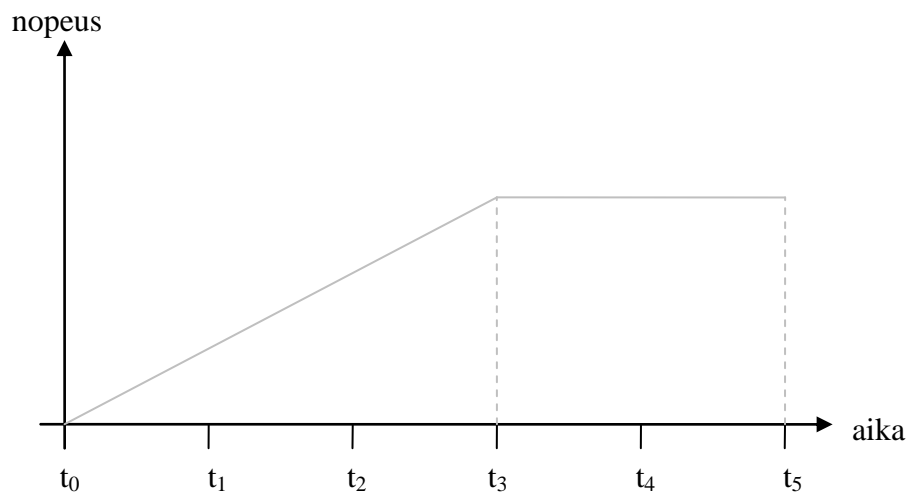
Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

5. Kuula lähtee vierimään kaltevilla tasolla ajanhetkellä t_0 . Ajanhetkellä t_5 se törmää laatikkoon. Laatikon massa on kymmenen kertaa kuulan massaa suurempi.



a) Piirrä kuulan nopeus aikavälillä $t_0 \dots t_5$.

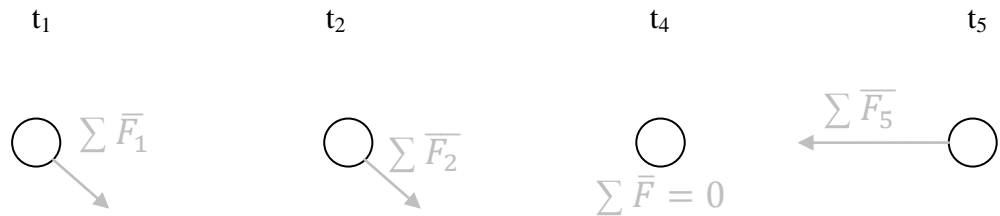


Jatkuu

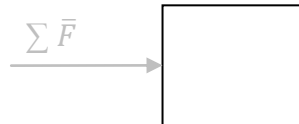
Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

b) Piirrä kuulaan vaikuttava kokonaisvoimavektori ajanhetkillä t_1 , t_2 , t_4 ja t_5 (törmäyshetki).



c) Piirrä laatikkoon vaikuttava kokonaisvoimavektori törmäyshetkellä (t_5).



d) Selitä sanallisesti kuinka kuulan ja laatikon kokonaisvoimavektorien suuruudet suhteutuvat toisiinsa törmäyshetkellä (t_5).

Kuulan ja laatikon vuorovaikutuksessa (törmäys) syntyy kaksi yhtä suurta vastakkaista voimaa. Kuulan ja laatikon kokonaisvoimat ovat siis yhtä suuret (Newtonin III laki).

Tehtävä oli mielestäni

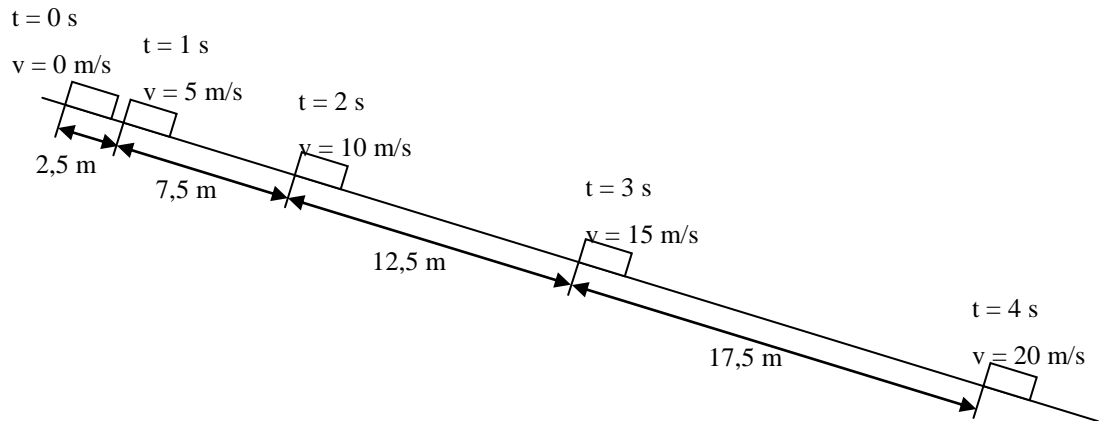
1 helppo. 2 melko helppo. 3 ei helppo, eikä vaikea. 4 melko vaikea. 5 vaikea.

Jatkuu

Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

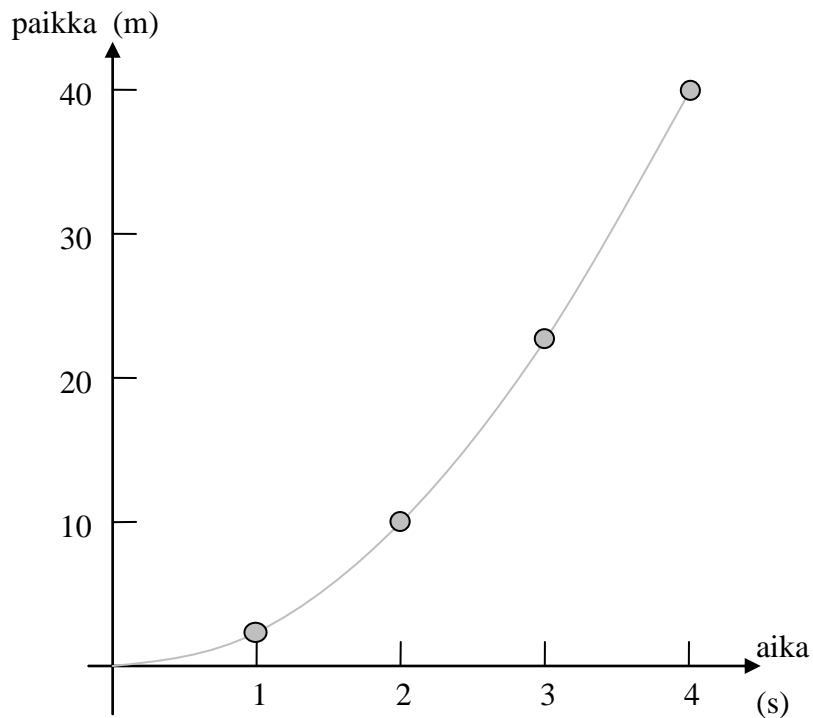
6. Lapsi liikuu pulkalla erittäin liukasta mäkeä alaspäin. Lapsen ja pulkan yhteismassa on 35 kg.



a) Kuvaile pulkan liikettä käyttäen nopeuden ja kiihtyvyyden käsitteitä.

Nopeus kasvaa tasaisesti. => Tasainen kiihtyvyys.

b) Piirrä yllä olevan kuvan perusteella paikka ajan funktiona -kuvaaja.

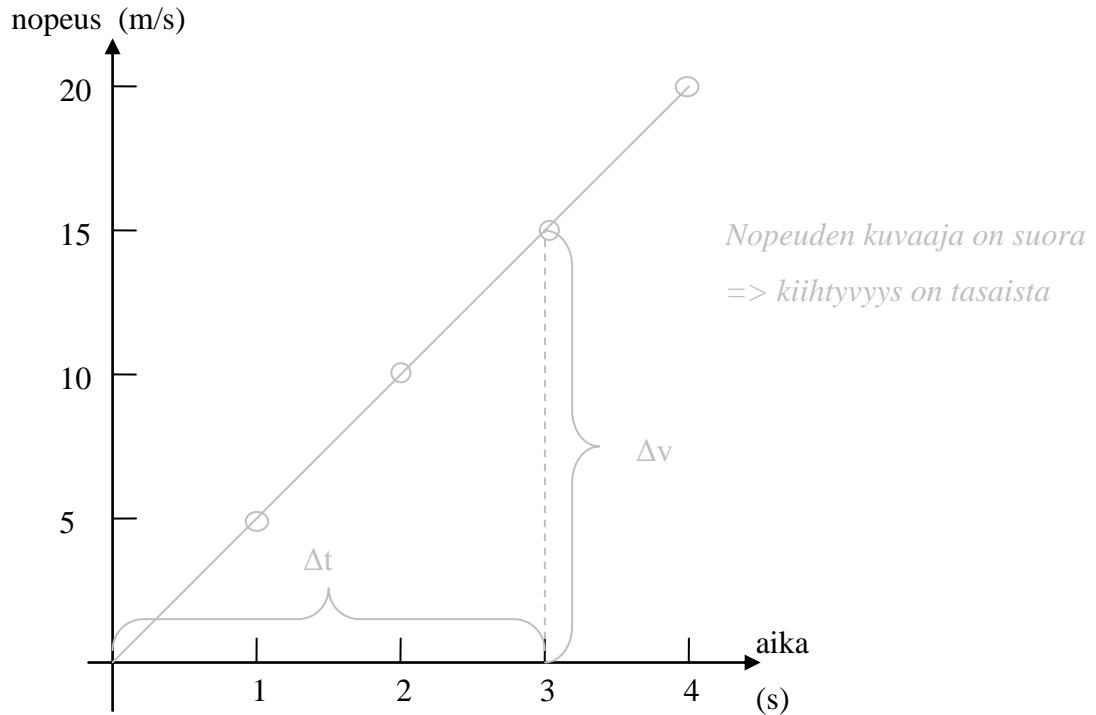


Jatkuu

Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

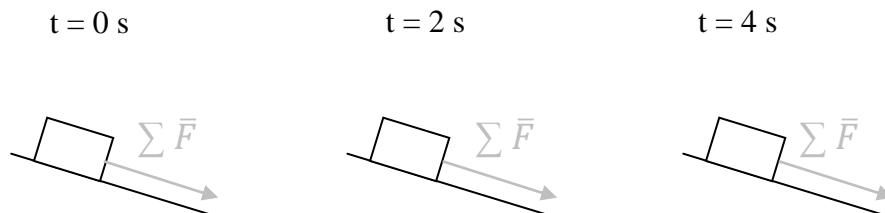
c) Piirrä nopeus ajan funktiona -kuvaaja.



d) Mikä on pulkan kiihtyvyys?

$$\text{Fysikaalinen kulmakerroin } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 \frac{m}{s}}{3 s} = 5,0 \frac{m}{s^2}$$

e) Piirrä alla oleviin kuviin pulkkaan vaikuttava kokonaisvoima hetkillä 0 s, 2 s ja 4 s.



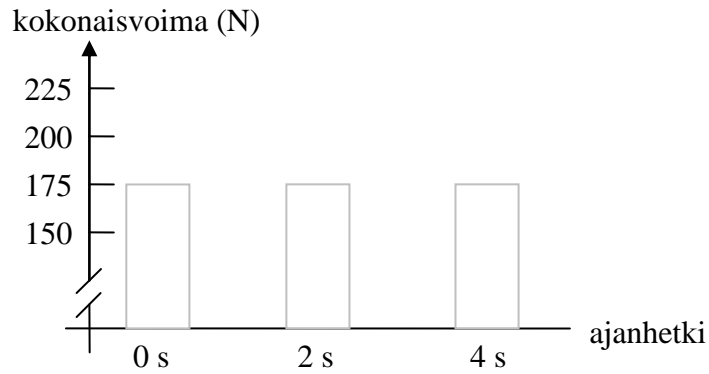
Tasainen kiihtyvyys
=> kokonaisvoima
vakio

Jatkuu

Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

f) Laske ja täydennä alle pylväsdiagrammi, jossa näkyy pulkkaan vaikuttavan kokonaisvoiman suuruus hetkillä 0 s, 2 s ja 4 s.



Newtonin II laki:

$$\sum \vec{F} = ma$$

$$= 35 \text{ kg} \cdot 5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Tehtävä oli mielestäni

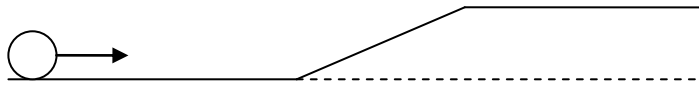
1 helppo. 2 melko helppo. 3 ei helppo, eikä vaikea. 4 melko vaikea. 5 vaikea.

Jatkuu

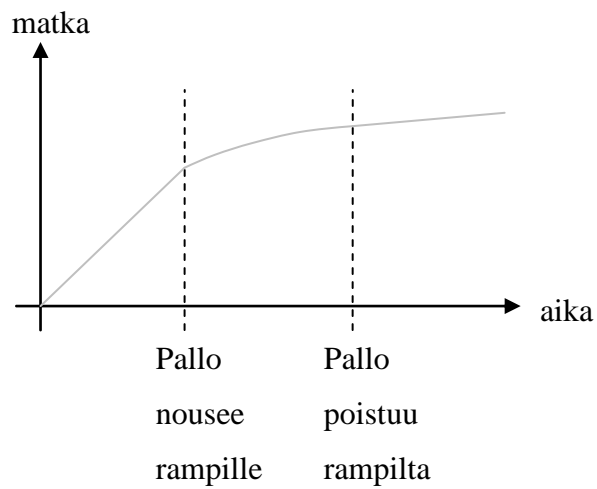
Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

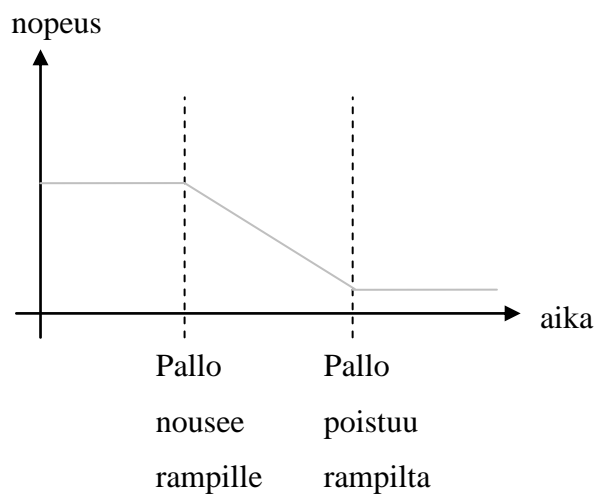
7. Pallo vierii tasoa pitkin ensin tasaisella nopeudella, nousee sitten ramppia ylös ja lopulta pääsee korkeammalle tasolle. Siellä pallon nopeus on alkunopeutta selvästi pienempi. Liikettä vastustavat voimat ovat merkityksettömän pieniä.



a) Piirrä matka ajan funktiona –kuvaaja.



b) Piirrä nopeus ajan funktiona –kuvaaja.

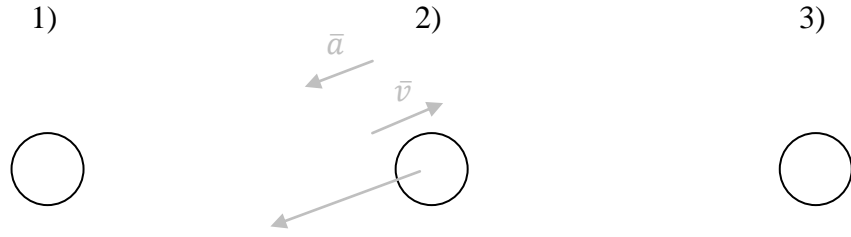


Jatkuu

Vastaa alla oleviin tehtäviin ja tee lopuksi itsearviointi. Älä korjaa vastauksiasi tähän.

Nimi _____

c) Merkitse palloon vaikuttava kokonaisvoima **1)** alussa (matalalla tasolla), **2)** rampilla ja **3)** lopussa (korkeammalla tasolla).



$$\sum \vec{F} = 0$$

$\sum \vec{F}$ rampin suuntainen
kokonaisvoima

$$\sum \vec{F} = 0$$

Tehtävä oli mielestäni

1 helppo. 2 melko helppo. 3 ei helppo, eikä vaikea. 4 melko vaikea. 5 vaikea.