Jukka Törnroos

Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset

– SEITSEMÄNNEN LUOKAN MATEMATIIKAN OSAAMINEN ARVIOITAVANA

KOULUTUKSEN TUTKIMUSLAITOS
JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

Koulutuksen tutkimuslaitos
Tutkimuksia 13

Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset

– seitsemännen luokan matematiikan osaaminen arvioitavana

Jukka Törnroos

Esitetään Jyväskylän yliopiston matemaattis-luonnontieteellisen tiedekunnan suostumuksella julkisesti tarkastettavaksi yliopiston vanhassa juhlasalissa (S212) tammikuun 15. päivänä 2005 klo 12.

To be presented, with the permission of the Faculty of Mathematics and Science of the University of Jyväskylä, for public criticism in Auditorium S212 on January 15th, 2005, at 12 o'clock noon.

KOULUTUKSEN TUTKIMUSLAITOS
JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

JULKAISUN MYYNTI:
Koulutuksen tutkimuslaitos
Asiakaspalvelu
PL 35
40014 Jyväskylän yliopisto
Puh. (014) 260 3220
Faksi (014) 260 3241
Sähköposti: ktl-asiakaspalvelu@ktl.jyu.fi
www.jyu.fi/ktl/julkaisumyynti/

Sarjassa ilmestyneet julkaisut ovat läpikäyneet referée-arvioinnin

Kansi: Martti Minkkinen
Taitto: Layout Studio Oy/Marke Eteläaho

ISSN 1455-447X
ISBN 951-39-2053-4 (nid.), ISBN 978-951-39-3226-8 (pdf)

Jyväskylän yliopistopaino
2004

Sisältö

TIIVISTELMÄ 5

ABSTRACT 7

ESIPUHE 9

1 JOHDANTO 11

2 TAUSTAOLETUKSET JA TUTKIMUKSEN PERUSMALLI 14
- 2.1 Alkuoletuksia 14
- 2.2 Nelitasoinen opetussuunnitelmamalli 15

3 KIRJOITETTU OPETUSSUUNNITELMA SUOMESSA 19
- 3.1 Opetussuunnitelma käsitteenä 19
- 3.2 Vuoden 1994 opetussuunnitelmauudistus 20
  - 3.2.1 Opetussuunnitelman muutokset 20
  - 3.2.2 Muutosten perustelut 22
  - 3.2.3 Arvioinnin kehittyminen 24
- 3.3 Matematiikan opetussuunnitelman kehityslinjoja 25
  - 3.3.1 ”Uudesta matematiikasta” standardien aikaan 25
  - 3.3.2 Matematiikan opetussuunnitelma Suomessa 27
  - 3.3.3 Miten tästä eteenpäin? 29

4 OPPIKIRJA: OPETUKSEN MAHDOLLINEN OPETUSSUUNNITELMA..... 31
- 4.1 Oppikirjan merkitys matematiikan opetuksessa 31
- 4.2 Oppikirja-analyysi Suomessa 34

4.3 TIMSS 1995 -tutkimuksen oppikirja-analyysien tuloksia 35
4.3.1 Laadullista oppikirjojen pohdintaa 36
4.3.2 Oppikirjat ja niiden yhteys oppimistuloksiin TIMSS 1995 -tutkimuksessa 37

5 OPPIMISMAHDOLLISUUDET JA TOIMEENPANTU OPETUSSUUNNITELMA 41
5.1 Oppimismahdollisuudet oppimistulosten selittäjänä 42

6 MATEMATIIKAN OSAAMINEN JA SEN KUVAAMINEN 45
6.1 Matematiikan osaamisen määrittely kansainvälisessä arvioinnissa 45
6.2 Matematiikan osaamisen kuvaaminen TIMSS 1999 -tutkimuksessa 47

7 OPPIMISTULOSTEN ARVIOINTIA 52
7.1 Koulutuksen arviointi käsitteenä 52
7.2 Tavoiteperustaisen arvioinnin perusmalli 53
7.3 Näkökulmia arvioinnin suorittamiseen ja välineisiin 55
7.3.1 Arvioinnin eettiset ”pelisäännöt” 55
7.3.2 Tavoitteiden ja arvioinnin yhtenevyys 56
7.3.3 Arviointitehtävien muoto 58
7.4 Tulosten tulkinnallisuus 61
7.4.1 Suhteellinen ja kriteeriperustainen arviointi 61
7.4.2 Kansallinen ja kansainvälinen arviointi 63
7.5 Matematiikan osaamisen arviointitutkimuksia 66
7.5.1 Kansainvälisiä matematiikan osaamisen arviointeja 66
7.5.2 Suomen tulokset kansainvälisessä kontekstissa 70
7.5.3 Kansallisia matematiikan osaamisen arviointeja 71
7.5.4 Keskeisiä kansallisia tuloksia 73
7.5.5 Kansallisten ja kansainvälisten arviointien vertailua 75

8 VIITEKEHYKSEN YHTEENVETO 79

9 TUTKIMUSONGELMAT 81

10 TUTKIMUSASETELMA JA -MENETELMÄT 83
10.1 Opetussuunnitelma- ja oppikirja-analyysi 83
10.2 Oppilaiden oppimistulokset ja opettajilta saadut tiedot 89

11 TULOKSET 95
11.1 Suomalaisten 7. luokan oppilaiden oppimismahdollisuudet matematiikassa 95
11.1.1 Oppimismahdollisuudet Opetussuunnitelman perusteiden mukaan 95
11.1.2 Oppimismahdollisuudet oppikirjojen sisällön mukaan 97
11.1.2.1 Oppikirjojen yleiskuvaus 97
11.1.2.2 Sisältöalueet 5.–7. luokan matematiikan oppikirjoissa 99
11.1.2.3 Sisältökokonaisuuksien käsittely oppikirjoissa 101
11.1.2.4 Suoritusodotukset oppikirjoissa 119
11.1.2.5 Yhteenveto oppikirjojen tarjoamista oppimismahdollisuuksista 128
11.1.3 Toimeenpantu opetussuunnitelma 7. luokan opettajien arvioimana 133
11.1.4 Yhteenveto 7. luokan oppilaiden oppimismahdollisuuksista matematiikassa 137
11.2 Matematiikan osaaminen 7. luokalla oppimismahdollisuudet huomioiden 138
11.2.1 Oppimistulokset kansainvälisessä vertailussa 138
11.2.1.1 Sisältökokonaisuuksien osaaminen 139
11.2.1.2 Osaaminen eri sisältöalueilla 141
11.2.1.3 Osaaminen eri suoritusodotusten suhteen 151
11.2.1.4 Yhteenvetoa osaamisesta kansainvälisessä vertailussa 153
11.2.2 Eri oppikirjoja käyttäneiden oppilaiden oppimistulokset 154
11.2.2.1 Yleisosaaminen ja sisältökokonaisuudet 154
11.2.2.2 Sisältöalueiden osaaminen 156
11.2.2.3 Yhteenvetoa eri oppikirjaa käyttäneiden oppimistuloksista 198

12 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUDEN TARKASTELUA 200
12.1 Tutkimuksen validiteetti 201
12.1.1 Matematiikan osaamisen määrittely ja kuvailu 202
12.1.1.1 Matematiikan osaamisen tulkinnallisuus 202
12.1.1.2 Matematiikan luokittelurunko, tiedollinen koe ja Suomen opetussuunnitelma 204
12.1.1.3 Luokittelujen ongelmia 206

12.1.2 Muita tutkimuksen luotettavuuteen liittyviä tekijöitä 207
12.1.2.1 Triangulointi ja kriteerivaliditeetti 207
12.1.2.2 Monivalintatehtävät 208
12.2 Oppikirja-analyysin reliabiliteetti 208
12.2.1 Sisältöaluetulkintojen luotettavuus 208
12.2.1.1 Ensi- ja toissijaisten sisältöalueiden erottelu 209
12.2.1.2 Sisältöaluekohtaiset erot 211
12.2.2 Suoritusodotusten tulkintojen erot 214
12.3 Oppimistulosten arvioinnin reliabiliteetti 215

13 TULOSTEN YHTEENVETO JA POHDINTAA 217
13.1 Tutkimuksen keskeiset tulokset 218
13.1.1 Seitsemännen luokan oppilaiden matematiikan oppimismahdollisuudet 218
13.1.2 Oppimistulokset TIMSS 1999 -arvioinnissa 219
13.2 Matematiikan opetuksen tulevaisuudennäkymiä 220
13.2.1 Opetussuunnitelman yleiskehitys 220
13.2.2 Matematiikan opetuksen kehitys 222
13.3 Oppimateriaalitutkimus ja oppimateriaalin kehitys 225
13.4 Kansallinen arviointi kansainvälisissä puitteissa 227
13.5 Jatkotutkimuksen aiheita ja loppusanat 228

LÄHTEET 230
LIITE 1 240
TIMSS viitekehyksen matematiikan luokittelurunko (Robitaille ym. 1993) 240

Törnroos, J. 2004

Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset
– seitsemännen luokan matematiikan osaaminen arvioitavana

Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 13
ISSN 1455-447X, ISBN 951-39-2053-4

Tiivistelmä

Tutkimuksessa selvitettiin matematiikan opetuksen oppisisältöjä 5.–7. luokilla Suomessa, ja tämän selvityksen pohjalta tarkasteltiin 7. luokan oppilaiden matematiikan oppimistuloksia. Tutkimuksen teoreettisena perustana toimi nelitasoinen opetussuunnitelmamalli, jossa toisiinsa yhteyksissä olevia koulutusjärjestelmän tasoja kuvaavat valtakunnalliset ja kuntakohtaiset opetussuunnitelmat, oppikirjat, luokkahuoneissa pidetty opetus sekä oppimistulokset. Kolmea ensin mainittua tasoa voidaan käyttää kuvaamaan sitä, millaisia oppimismahdollisuuksia oppilailla on ollut koulunkäyntinsä aikana.

Tutkimuksessa analysoitiin kouluissa vuonna 1999 yleisimmin käytettyjen 5.–7. luokkien matematiikan oppikirjojen sisältö. Jokaista vuosiluokkaa kohden analysoitiin kolme eri kustantajan oppikirjaa. Lisäksi opetuksen sisältöä tarkasteltiin vuoden 1994 Opetussuunnitelman perusteiden sekä 7. luokan opettajien kansainvälisen TIMSS 1999 -tutkimuksen yhteydessä antamien tietojen perusteella. Myös oppimistuloksia tarkasteltiin TIMSS 1999 -tutkimuksen yhteydessä kerätyn aineiston pohjalta. Tutkimukseen osallistui Suomessa 2 920 oppilasta 7. luokalta 159 koulusta. Lisäksi tietoa kerättiin näiden oppilaiden 167:lta matematiikan opettajalta.

Tulosten mukaan suomalaisten 7. luokan oppilaiden saaman matematiikan opetuksen sisältö voi vaihdella sen mukaan, mitä oppikirjoja he ovat käyttä-

neet. Kaikilla luokka-asteilla oppikirjojen välillä oli eroja käsiteltyjen matematiikan sisältöjen suhteen. Lisäksi 5. ja 6. luokan oppikirjasarjojen välillä oli huomattavia eroja käytetyn lähestymistavan suhteen. Seitsemännen luokan oppikirjojen kohdalla esiintyi puolestaan selkeää vaihtelua yhteisten sisältöjen käsittelyjärjestyksessä. Tutkimukseen osallistuneiden oppilaiden opettajilta saatujen tietojen perusteella oppikirjat olivat toimineet pitkälti annetun opetuksen pohjana.

Oppimistuloksissa näkyivät selvästi Opetussuunnitelman perusteissa esitetyt painotukset. Kansainvälisessä vertailussa suomalaisten vahvuutena olivat erityisesti tilastoihin liittyvät tehtävät. Sen sijaan algebraan liittyvät tehtävät osattiin heikosti. Suomalaiset 7. luokan oppilaat menestyivät paremmin sanallisesti esitetyissä ongelmatehtävissä kuin pääasiassa mekaanista laskemista vaativissa tehtävissä. Eri oppikirjaa 7. luokalla käyttäneiden oppilaiden matematiikan kokonaistuloksissa ei ollut eroja. Joillakin matematiikan osa-alueilla, kuten murtolukujen laskutoimituksissa ja yhtälönratkaisussa, selkeitä osaamiseroja oli sen sijaan nähtävissä.

Tulosten perusteella matematiikan opetuksen haasteiksi voidaan nostaa algebrallisten sisältöjen sekä peruslaskutoimitusten opetus. Erityisesti peruslaskutoimitusten hallitsemista myös ilman laskinta tulee pitää perusopetuksen tavoitteena jokaisen oppilaan kohdalla. Tulosten valossa myös käytetyissä oppikirjoissa on kehittämisen varaa. Oppikirjasarjojen väliset erot ovat niin suuret, että oppilaiden tasa-arvoiset oppimismahdollisuudet ovat joiltakin osin vaarassa. Parhaan esimerkin oppikirjojen eroista tarjoavat murtolukujen laskutoimitusten sekä algebrallisten sisältöjen käsittely. Myös siirtymä kuudennelta luokalta seitsemännelle on oppikirjojen näkökulmasta ongelmallinen. Oppikirjasarjojen erilaisista painotuksista johtuen oppikirjojen välille ei tuossa koulunkäynnin vaiheessa muotoudu luonnollista jatkumoa käsiteltyjen sisältöjen suhteen.

Asiasanat: matematiikan opetus, oppikirjat, oppimistulokset, arviointi

Törnroos, J. 2004

Curriculum, textbooks, and achievement
– Grade 7 mathematics achievement under assessment

University of Jyväskylä. Institute for Educational Research. Research Reports 13
ISSN 1455-447X, ISBN 951-39-2053-4

Abstract

This study examined contents of mathematics instruction in Finland during Grades 5–7 and furthermore, on the basis of this examination, explored achievement in mathematics in Grade 7. The theoretical model of the study consisted of a four-level curriculum model. In this model, the various interrelated levels of the educational system are described by means of national and municipal curricula, textbooks, classroom instruction, and student achievement. Of these, the first three can be used to describe students' opportunities to learn during their schooling.

The study consisted, first, in analysing the contents of the mathematics textbooks used most widely in Grades 5–7 in the year 1999. For every grade level, analyses were made of three textbooks, each from different publisher. Analyses were likewise conducted of the Finnish national Framework curriculum from the year 1994 and the teacher data gathered in the international TIMSS 1999 study to gain insight into the contents of mathematics instruction. Furthermore, to explore student achievement, other data from the TIMSS 1999 study were looked into. In the study, 2 920 Finnish Grade 7 students from 159 schools took part; in addition, information was also gathered from the 167 mathematics teachers of the participating students.

According to the results the contents of Finnish mathematics instruction given to Finnish Grade 7 students may vary depending on the textbooks used. The mathematical contents covered, to start with, varied greatly between the textbooks at every grade level. In Grades 5 and 6, furthermore, the approaches applied differed markedly between the textbook series. And finally, the Grade 7 textbooks showed considerable variation in the order in which they presented the contents shared by all the textbooks. According to the information given by the teachers of the students, mathematics instruction had largely been based on the textbooks.

In the achievement results, the goals emphasised in the national Framework curriculum were clearly visible. In international terms, Finnish students were found to be especially strong in items related to data representation. Their performance on items related to algebra, by contrast, was weak. Finnish grade 7 students performed better in mathematics word problems than in items requiring mainly mechanical computations. On the whole, students' mathematics total scores did not differ according to the textbook used in Grade 7. Some sub-content areas of mathematics, such as computations of common fractions and solving equations, however, did show certain marked differences in student performance.

In the light of the results, one of the major challenges facing Finnish mathematics instruction seems to be the teaching of algebraic contents and basic computations. The ability to make basic computation without a calculator, in particular, should be considered a goal that every student should reach. In addition, also the contents of the textbooks used need to be developed. At the moment, the differences between the textbooks are so pronounced that in some cases equality of learning opportunities is endangered. This is especially true for the way algebraic contents and computation of common fractions are discussed in the textbooks. Also problematic from the perspective of the textbooks is the transfer from Grade 6 to Grade 7. Because of the different emphases given to various topics in different textbook series a natural continuation in the contents studied during this period seems to be lacking.

Descriptors: mathematics teaching, textbooks, achievement, assessment

Esipuhe

Tullessani töihin Koulutuksen tutkimuslaitokselle Jyväskylän yliopistoon keväällä 1999 aloitin saman tien tutustumisen kansainvälisen arvioinnin maailmaan TIMSS 1999 -tutkimuksen parissa. TIMSS 1999 -tutkimus kohdistui 7. luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaamiseen, ja tutkimusryhmämme johtaja erikoistutkija Pekka Kupari esitti minulle visaisen tehtävän: Koska olin juuri käynyt läpi matematiikanopettajan koulutuksen, hän kysyi minulta, millaiset valmiudet suomalaisilla 7.-luokkalaisilla oli vastata TIMSS 1999 -tutkimuksen tehtäviin. Tietysti minulla oli hyvinkin varmat mielipiteet asiasta, mutta tuolloiset keskusteluni Pekan kanssa herättivät pieniä epäilyjä omaa vankkaa tietämystäni kohtaan. Omat käsitykseni asiasta perustuivat muistikuviini oppilaiden käyttämistä oppikirjoista, ja sitten muistin erään kurssin käsittelyn siirtämisen 8. luokalle ja päinvastoin. Mieleeni nousi kysymyksiä: Mitä oppilaat sitten olisivat osanneet, jos he olisivatkin noudattaneet oppikirjan järjestystä? Mitä siten, jos he olisivatkin käyttäneet nyt käytetyn oppikirjan sijasta jotain muuta oppikirjaa? Olinhan itsekin käyttänyt muita oppikirjoja apuna valmistellessani harjoittelu- ja sijaisuustunteja.

Nämä pohdinnat johtivat nopeasti myös toimintaan: Esitimme tutkimukseen osallistuneille kouluille kysymyksen heidän käyttämistään oppikirjoista 7. luokalla ja pyysimme kustantajilta yleisimmin käytettyjä oppikirjoja analysoitavaksi. Aluksi tämän analyysin piti toimia pohjana kasvatustieteiden pro gradu -työlle, mutta ensimmäisten tulosten paljastuessa heräsi monia uusia kysymyksiä. Tämän seurauksena suunnitelmat kasvoivat hiljalleen suuremmiksi. Edessämme on nyt yksi näiden muuttuneiden suunnitelmien tulos ja jatkoakin toivottavasti on luvassa. TIMSS 1999 -tutkimuksen jälkeen Suomi on jo osallistunut PISA -arviointiin ja tähän väitöskirjaan johtaneet kysymykset ovat edelleen yhtä ajankohtaisia.

Haluan kiittää kaikkia niitä henkilöitä, jotka ovat auttaneet tämän työn valmistumista. Erityisesti haluan kiittää työni ohjaajia erikoistutkija Pekka Kuparia ja professori Pekka Koskelaa arvokkaista kommenteista ja ehdotuksista työni eri vaiheissa. Haluan kiittää myös työni esitarkastajia koulutusjohtaja Harry Silfverbergiä ja dosentti Timo Tossavaista työtäni koskevista parannusehdotuksista.

Koulutuksen tutkimuslaitoksella olen saanut tukea monilta ja kiitokset kaikille siitä. Erityisesti haluan nostaa esille muutaman henkilön: Tutkijaopiskelija Tiina Nevanpää ja tutkija Pasi Reinikainen auttoivat omilla näkemyksillään selvittämään tutkimuksen ensiaskelien ongelmia, ja vastaavasti professori Pirjo Linnakylän kommentit työn loppupuolella olivat erittäin arvokkaita. Erikoistutkija Kari Törmäkangas auttoi ratkaisemaan työn tilastollisiin menetelmiin liittyneitä pulmia ja informaatikko Riitta Pitkäsen avulla pitkissäkin piiloissa olleet lähteet päätyivät lopulta luettavikseni. Erityisen suuren kiitoksen ansaitsevat myös laitoksellamme harjoittelijoina toimineet nykyiset filosofian maisterit Heli Hakamaa, Eija Hyvönen ja Marjo Karvonen, joiden työn pohjalta pystyin tarkastelemaan oppikirja-analyysin luotettavuutta.

Haluan osoittaa kiitokseni myös niille kolmelle tuhannelle oppilaalle ja opettajalle, joiden vastauksiin käytetty aineisto pitkälle pohjautuu. Esitän kiitokset myös oppikirjojen kustantajille materiaalien luovuttamisesta analysoitavaksi.

Omistan tämän väitöskirjani vanhemmilleni. Samalla kiitän heitä kaikesta heidän antamastaan tuesta yli 20 vuotta kestäneiden opintojeni aikana.

Jyväskylässä talvisena marraskuun päivänä 2004
Jukka Törnroos

1 Johdanto

”Kurkistetaan tyypillisen suomalaisen ala-asteen luokan oppitunnille: Opettaja pyytää oppilaita ottamaan kirjat esille, tai omatoimisimmat oppilaat ovat osanneet ottaa ne esille jo luokkaan tultuaan. Opettaja lukee opettajanoppaan tehtävät, joiden vastaukset merkitään kirjan valmiisiin ruudukoihin. Seuraavaksi voidaan joko tarkistaa kotitehtävät tai opettaja opettaa taululla uuden asian. Hän voi käyttää hyväkseen joko oppilaan kirjan aukeaman vasemmassa ylälaidassa olevaa esimerkkitehtävää ja sääntöruutua tai opettajanoppaan opetusvinkkejä. Sen jälkeen hän sanoo: ”Ottakaa kirjanne esiin ja tehkää aukeama alkaen sivulta se ja se!” Ensin tehdään mekaaniset tehtävät ja sen jälkeen aukeaman oikeanpuoleisella sivulla olevat sanalliset tehtävät. Nopeimmat tekevät lisätehtäviä. Lopuksi annetaan uudet kotitehtävät, jotka nopeimmat oppilaat ehtivät tehdä jo tunnin aikana. Oppitunnilla on suhteellisen hyvä työrauha, koska oppilailla on riittävästi yksilöllistä työtä.” (Vaahtokari & Vähäpassi 1998, 213.)

Edellä esitetty kuvitteellinen matematiikan oppitunti tuo varmasti monelle tuttuja muistoja omalta kouluajalta, ja vastaava tilanne toistuu yhä joka päivä lukuisissa koululuokissa ympäri maailman. Tunnilla esiintyvät tutut henkilöhahmot opettaja ja oppilaat, mutta heidän rinnalleen voidaan nostaa vähintään yhtä merkittävänä vaikuttajana usein toiminnan kohteena oleva oppikirja.

Oppikirjoilla on jo pitkään ollut hyvin keskeinen sija koulun toiminnassa ja siten myös matematiikan opetuksessa. ”Ei ole taidettu lukea Ojalan laskuoppia”, sain joskus nuorena poikana kuulla minun tai jonkun luokkakaverini tehdessä laskuvirheen muualla kuin matematiikantunnilla. Minulle tuo sanonta merkitsi tuolloin vain jotain ”vanhaa hyvää” matematiikkaa meille nuorille opetetun ”helpomman” matematiikan sijasta. Myöhemmin sain tietää, että Ojalan laskuopilla tarkoitettiin matematiikan oppikirjaa, jota Suomen kouluissa käytettiin pitkät ajat aina 1900-luvun alkupuolelta asti. Tuo kuuluisa oppikirja vaikutti niin voimakkaasti suomalaiseen matematiikanopetukseen, että se yhä edelleen saatetaan mainita kaihoisin äänenpainoin matematiikan opetusta käsittelevän keskustelun yhteydessä.

Kaikista Ojalan laskuopin seuraajista ei ole tullut yhtä kuuluisia kuin edeltäjästään, mutta niiden vaikuttavuus matematiikan opetukseen on säilynyt yhtä suurena. Oman peruskoulu- ja lukiohistoriani aikana ehdin varmaankin kanniskella koululaukussani pitkälti toistasataa erilaista oppikirjaa koulun ja kodin väliä ja niiden oppikirjojen joukossa ovat ehtineet pyöriä myös ne käyttämäni toistakymmentä matematiikan oppikirjaa. Matematiikan oppikirjoja käytettiin oppitunneilla, niistä laskettiin kotitehtäviä ja niiden avulla kerrattiin tärkeitä asioita kokeisiin. Opettaja kävi asiat läpi oppikirjojen esittämässä järjestyksessä ja omalta koulu-uraltani muistan ainoastaan yhden kerran, jolloin käytimme muita kuin oppikirjassa olleita harjoitustehtäviä: Ennen ylioppilaskirjoituksia saimme kirjasen, joka sisälsi vanhojen ylioppilaskokeiden tehtäviä. Harjoittelimme jonkin verran niiden avulla, jotta tietäisimme, mitä tulossa oikein oli.

Tilanne on toki muuttunut joidenkin asioiden suhteen huomattavasti oman vuonna 1993 loppuneen peruskoulu- ja lukiourakan jälkeen. Itse asiassa kuitenkin jo omien kouluvuosieni aikana oli lähdetty suuntaan, jota vieläkin noudatetaan. Vuonna 1985 tehdyn opetussuunnitelmauudistuksen yhteydessä kuntien oma päätäntävalta koulutusasioissa lisääntyi. Tämä suuntaus vahvistui edelleen vuonna 1994 ja myös viimeisin vuonna 2003 kokeilukäyttöön otettu opetussuunnitelma jatkaa edeltäjiensä viitoittamaa polkua. Vuonna 1992 opetushallitus lopetti oppikirjojen sisällön tarkistamisen, joten oppikirjojen sisällöstä päättäminen jäi niiden kirjoittajien ja kustantajien vastuulle. Tietenkin yhä suurempi vastuu siirtyi myös oppikirjojen käytöstä kouluilla päättäville henkilöille.

Kehitys ei kuitenkaan tutkimustulosten valossa ole vähentänyt oppikirjojen merkitystä kouluopetuksessa. Jossain mielessä voi jopa väittää, että niiden merkitys on kasvanut. Opetussuunnitelmatyö on tullut yhä suuremmassa määrin koulujen ja niiden opettajien tehtäväksi. Samanaikaisesti *Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa* (Opetushallitus 1994) määritettyjen tavoitteiden täyttymistä on ryhdytty arvioimaan säännöllisesti toimeenpannuilla kansallisilla arvioinneilla ja myös muunlainen arviointitoiminta on yleistynyt.

Tässä tilanteessa oppikirjat luovat turvallisuuden tunnetta niin opettajille kuin oppilaillekin. ”Kun minä nämä asiat käsittelen/osaan, niin kaikki on hyvin.”

Kun kouluille on tullut lisää päätäntävaltaa antamansa opetuksen suhteen, keskushallinnon on täytynyt muuttaa ohjausmenetelmiään. Normiohjauksesta onkin siirrytty niin kutsuttuun informaatio-ohjaukseen, jossa opetushallinto antaa keräämänsä tuloksellisuustiedon pohjalta palautetta ja uusia ohjeita koulutasolle, jonka tulisi sitten mukauttaa toimintojaan saamansa palautteen mukaisesti. Oleellisena osana tuloksellisuustiedon keräämisessä ovat erilaiset oppimistuloksiin kohdistuvat arvioinnit. Näiden kohdalla ovat pitkään olleet keskeisellä sijalla kansalliset arvioinnit, mutta Suomi on viime vuosikymmenen aikana osallistunut aktiivisesti myös oppimistulosten kansainvälisiin arviointeihin.

Yksi edellä mainituista kansainvälisistä arvioinneista oli vuosina 1998–2000 toimeenpantu TIMSS 1999 -tutkimus. Se kohdistui 13-vuotiaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaamiseen ja siihen osallistui maailmanlaajuisesti 38 koulutusjärjestelmää. Suomessa tutkimukseen osallistui vajaat 3000 seitsemännen luokan oppilasta ja heidän osaamistaan koskevia keskeisiä kansallisia tuloksia esiteltiin vuonna 2001 ilmestyneessä raportissa (Kupari ym. 2000).

Suomalaisten osaaminen oli tutkimuksessa selkeästi yli kansainvälisen keskitason. Tilastojen ja todennäköisyys oli suomalaisten parhaiten hallitsema alue, mittaamisen sekä lukujen ja laskutoimitusten osaaminen oli hyvää keskitasoa ja geometrian sekä algebraan osaaminen oli suomalaisten heikointa, mutta niidenkin kohdalla yllettiin kansainväliseen keskitasoon. Kuitenkin ilmaan jäi myös kysymyksiä: Mitä nämä tulokset oikein tarkoittavat? Mitä tarkoittaa, että olimme heikkoja algebrassa tai hyviä tilastoissa ja todennäköisyydessä? Mitä 7.-luokkalaisten oikeastaan olisi tullut osata tutkimuksessa ja mitä he oikeastaan osasivat? Tässä nyt käsillä olevassa tutkimuksessa paneudutaan näihin kysymyksiin opetussuunnitelmaa ja oppilaiden käyttämiä oppikirjoja apuna käyttäen. Oppimistulosten tarkastelun ohella keskeisellä sijalla tutkimuksessa onkin oppikirjojen sisällön analyysi, jonka keskeisenä tavoitteena on selvittää, mitä matematiikan oppisisältöjä nykyisissä 5.–7. luokan oppikirjoissa käsitellään.

Pitäisikö vielä palata Ojalan laskuopin käyttöön? Siihen tulosten valossa tuskin on tarvetta. Suomalaisten 7. luokan oppilaiden oppimistulokset ovat yleistasoltaan varsin hyviä, mutta toki lähempi tarkastelu paljasti useita kehittämisen kohteita.

2 Taustaoletukset ja tutkimuksen perusmalli

Tutkimuksen neljä peruspilaria muodostavat opetussuunnitelma, oppikirjat, arviointi ja oppilaiden osaaminen matematiikassa. Seuraavissa luvuissa näitä laajoja käsitteitä tarkastellaan tämän tutkimuksen kannalta merkittäviltä osin. Käytännössä tämä tarkoittaa, että esimerkiksi arvioinnin kohdalla keskitytään erityisesti matematiikan arviointitutkimuksiin ja yleinen arviointiteoria jätetään vähälle käsittelylle. Vastaavasti myös opetussuunnitelmatarkastelussa keskitytään erityisesti matematiikan opetussuunnitelman kehittymiseen ja opetussuunnitelmien yleisestä kehityksestä tuodaan esille vain tutkimuksen kannalta olennaisimmat piirteet. Tässä luvussa esitellään aluksi tutkimuksen taustalla olevat oppimis- ja tiedonkäsityksiä koskevat oletukset. Tämän jälkeen esitellään tutkimuksen peruspilarit toisiinsa yhdistävä malli, joka samalla toimii tutkimuksen yleisenä viitekehyksenä.

2.1 Alkuoletuksia

Aluksi tarkastellaan lyhyesti tutkimuksen pohjalla olevia oppimis- ja tiedonkäsityksiä. Koska tässä tutkimuksessa ei käsitellä tarkemmin itse oppimisprosessia, vaan lähinnä oppimiselle asetettuja tavoitteita ja niiden toteutumista, itse matematiikan oppimisprosessiin liittyviä oppimiskäsityksiä sivutaan esityksessä vain lyhyesti. Oppimiskäsityksiä matematiikan oppimisen kannalta ovat tarkemmin käsitelleet esimerkiksi Kupari (1999) ja Perkkilä (2002) väitöskirjoissaan.

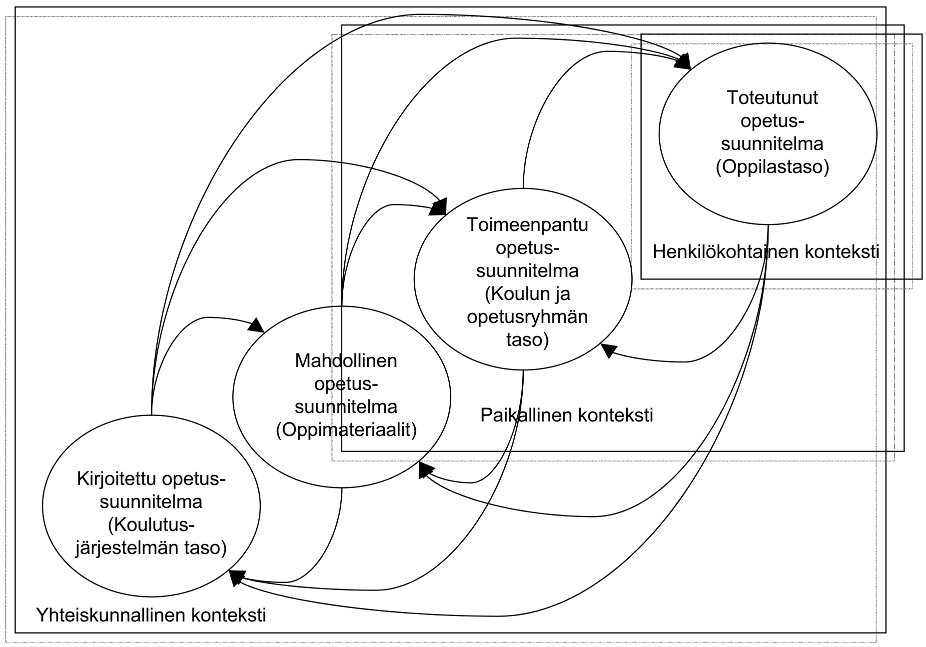
Tässä tutkimuksessa oppiminen ymmärretään konstruktivistisen oppimisnäkemyksen mukaisesti. Oppimisessa oppija konstruoi aktiivisesti tietoa eikä toimi sen passiivisena vastaanottajana. Uuden tiedon oppija suhteuttaa aina jo aikaisemmin oppimaansa tietoon. Sosiokonstruktivistisen näkemyksen mukaisesti myös tässä tutkimuksessa ajatellaan, että tieto syntyy sosiaalisen ympäristön kanssa käydyn vuorovaikutuksen kautta. (Kupari 1999; Perkkilä 2002.)

Tutkimuksen tiedonkäsitystä voidaan myös lähestyä konstruktivismin kautta. Radikaalissa konstruktivismissa oppilaan aktiivisen toiminnan ohella oletetaan, että oppiminen ei paljasta objektiivista varmaa totuutta oppijan ulkopuolisesta maailmasta. Sitä vastoin oppijan omat aikaisemmat tiedot vaikuttavat aina hänen tekemiinsä havaintoihin ja tulkintoihin, joten oppija muodostaa kokemuksiensa pohjalta oman subjektiivisen tietorakenteensa. Nämä ajatukset vastaavat tämän tutkimuksen tiedonkäsitystä: Tieto on dynaamista ja tulkinnallista. Tieto muuttuu ajan kuluessa ja sosiaaliset yhteisöt sopivat kulloisenkin tiedon totuusarvon. Toisaalta jokaisella yhteisön jäsenellä on omiin kokemuksiin perustuva henkilökohtainen tulkinta jokaisesta tiedosta. (Kupari 1999.)

Hyvä esimerkki tiedon olemuksesta ja konstruktivistisen oppimisnäkemyksen mukaisen oppimisen ongelmista on historiasta tuttu maailmankuvan muuttuminen maakeskeisestä aurinkokeskeiseksi: Tieteen keinoin havaittiin, että maailma on aurinko- eikä maakeskeinen. Kuitenkin perustuen omiin kokemuksiinsa ja uskomuksiinsa, tämä havainto kiellettiin kirkon toimesta ja pitäydyttiin vanhassa ”todeksi tiedetyssä” tiedossa. Nykyinen maailmankatsomus kuitenkin on aurinkokeskeinen, eli maailmankuvaan liittyneet totuusarvot ovat muuttuneet ajan kuluessa. Tämä esimerkki havainnollistaa hyvin tiedon olemuksen. Tieto muuttuu ja sen hyväksyminen on yhteisökohtaista. Toisaalta uuden tiedon oppiminen vaatii sen suhteuttamista vanhoihin tietorakenteisiin ja päivittäin oppijat ympäri maailman törmäävät omassa mittakaavassaan yhtä suuriin ongelmiin kuin maa- ja aurinkokeskisen maailmankuvan yhdistäminen.

2.2 Nelitasoinen opetussuunnitelmamalli

Tämän työn perusasetelma voidaan esitellä mallilla, jossa koulutusjärjestelmää aina tavoitteenasettelusta tuloksiin asti kuvataan neljän opetussuunnitelman tason avulla. Opetussuunnitelma ymmärretään siis tässä mallissa useita tasoja sisältävänä rakennelmana, jossa jokainen taso esittää tiettyyn kontekstiin sijoittuvia oppimistuloksiin vaikuttavia tekijöitä. Näistä tasoista voidaan käyttää nimityksiä *kirjoitettu* (tarkoitettu, intended), *mahdollinen* (potentially implemented), *toimeenpantu* (toteutettu, implemented) ja *toteutunut*



Kuvio 2.1.
Nelitasoisen opetussuunnitelman malli
(Robitaille ym. 1993; Schmidt ym. 1997b; Kupari ym. 2001).

(attained) opetussuunnitelma. Nämä opetussuunnitelmatasot liittyvät kiinteästi toisiinsa, mutta muodostavat siis myös selkeästi eroteltavissa olevat omat kokonaisuutensa. (Kangasniemi 1989; Robitaille ym. 1993; Schmidt ym. 1997b; Raivola 2000; Kupari ym. 2001.)

Esitetyssä nelitasoisen opetussuunnitelman mallissa *kirjoitetulla* opetussuunnitelmalla tarkoitetaan koulutusjärjestelmän tasolla ilmaistuja koulutuksen päämääriä ja tavoitteita. Kirjoitettu opetussuunnitelma heijastelee yhteiskunnan arvoja ja koulutukselle asettamia odotuksia. Siihen liittyvät koulutusjärjestelmän tasolla tehtävät koulutuksen järjestelyihin liittyvät erilaiset ratkaisut. Suomessa näistä toimivat esimerkkeinä esiopetuksen järjestämistä ja perusopetuksen matematiikan tuntijakoa koskevat päätökset, jotka osaltaan kuvaavat tämän tason laajuutta. Tässä työssä keskitytään erityisesti Suomen perusopetukseen ja tätä koskeva kirjoitettu opetussuunnitelma on luettavissa Opetussuunnitelman perusteissa (Opetushallitus 1994). Siinä esitettyjen valtakunnallisten tavoitteiden pohjalta kuntien tai koulujen on nykyisin määrä tehdä omat opetussuunnitelmansa. Tästä kunta- ja koulukohtaisten opetussuunnitelmien tasosta voidaan Kangasniemen (1989) mukaisesti käyttää nimitystä tarkoitettu opetussuunnitelma. Tässä työssä kirjoitettua ja tarkoitettua opetussuunnitelmaa ei erotella edellä esitetyllä tavalla, vaan puhutaan yleisesti kirjoitetusta opetussuunnitelmasta, jota edustavat valtakunnallinen ja koulukohtaiset opetussuunnitelmat. (Robitaille ym. 1993; Kupari ym. 2001.)

Mahdollisella opetussuunnitelmalla tarkoitetaan opetuksessa käytettyjä oppimateriaaleja. Ne ovat kirjoittajiensa tulkintoja kirjoitetusta opetussuunnitelmasta ja toisaalta opettajien toimintaa ohjaavina heijastavat myös seuraavaa *toimeenpannun* opetussuunnitelman tasoa. Oppimateriaalin vastaavuus kirjoitetun opetussuunnitelman kanssa vaihtelee eri koulutusjärjestelmissä. Kuitenkin jopa kaupalliset oppimateriaalit pyrkivät noudattamaan kirjoitettua opetussuunnitelmaa, sillä muuten niitä uhkaisi taloudellinen kannattamattomuus (Pepin & Haggarty 2001). (Schmidt ym. 1997b.)

Toimeenpantu (toteutettu: Raivola 2000) opetussuunnitelma viittaa kouluyhteisössä tapahtuvaan toimintaan: Siihen, kuinka opettajat toteuttavat luokassa kirjoitetussa opetussuunnitelmassa esitettyjä tavoitteita. Tähän toteutukseen vaikuttavat esimerkiksi koulussa käytössä olevat resurssit, opettajan asenteet sekä myös oppilaiden edellytykset ja asenteet. Toisaalta myös paikallinen yhteisö arvostuksineen vaikuttaa osaltaan toteutukseen. Toimeenpantu opetussuunnitelma heijastaa siis kirjoitettua ja mahdollista opetussuunnitelmaa ja opettajan rooli tässä on toimia eräänlaisena viestin välittäjänä ja mukauttajana (Pepin & Haggarty 2001). Opettajalla on siis suuri merkitys toimeenpannun opetussuunnitelman muotoutumisessa, mutta esimerkiksi matematiikan opetuksen kohdalla Suomessa myös oppikirjojen merkitys on havaittu erittäin suureksi (esim. Kupari 1993; Korhonen 2001). (Robitaille ym. 1993; Kupari ym. 2001.)

Toteutuneella opetussuunnitelmalla tarkoitetaan koulutuksen tuloksia. Nämä tulokset eivät rajoitu vain oppilaiden tiedollisiin ja taidollisiin oppimistuloksiin, vaan myös esimerkiksi koulutuksen aikana omaksutut arvot ja asenteet luetaan niihin. Oppilaiden kotitausta ja heidän omat ominaisuutensa (esim. koulutyöhön panostaminen ja harrastukset) vaikuttavat osaltaan toteutuneeseen opetussuunnitelmaan. (Robitaille ym. 1993; Kupari ym. 2001.)

Edellä esitetyn mallin lähtökohtana on hyvinkin perinteinen kolmitasoinen kirjoitetun, toimeenpannun ja toteutuneen opetussuunnitelman malli, jonka pääajatuksena on, että yleisempi taso vaikuttaa aina yksityisempään tasoon (Robitaille ym. 1993; Kupari ym. 2001). Tässä työssä kuitenkin oppimateriaalien merkitystä pidetään huomattavana, ja siksi mallista käytetään tässä Schmidtin ym. (1997b) mukaisesti oppimateriaaleja tarkoittavalla mahdollisella opetussuunnitelmalla täydennettyä versiota. Lisäksi alkuperäistä kolmitasoista mallia täydennetään vaikutussuunnalla yksityisestä yleiselle tasolle, sillä toki esimerkiksi yksittäinen oppilas vaikuttaa opettajan luokkahuoneessa tekemiin ratkaisuihin ja arvioidut oppimistulokset vaikuttavat osaltaan kirjoitetun opetussuunnitelman tavoitteenasetteluun. Nämä alkuperäisen mallin jossain mielessä puutteelliset piirteet selittyvät kuitenkin kontekstista, jossa sitä on käytetty. Mallia on käytetty IEA -järjestön organisoimien kansainvälisten arviointien pohjalla jo 1980-luvun alun SIMS -arvioinnissa (Toinen kansainvälinen matematiikkatutkimus) ja edelleen kehitettynä TIMSS -arvioinneissa vuosina 1995 ja 1999. Näissä arvioinneissa keskeistä on ollut kuvata matematiikan ja luonnontieteiden oppimistuloksia ja näihin tuloksiin vaikuttavia tekijöitä, joten nimenomaan vaikutussuunta yleisestä yksityiseen päin on ollut merkittävämpi kuin päinvastainen suunta. (Robitaille & Garden 1989; Robitaille ym. 1993.)

Tutkimuksen neljä ”peruspilaria” on helppo liittää nelitasoiseen opetussuunnitelmaan. Ensimmäisenä peruspilarina mainittu opetussuunnitelma viittaa erityisesti mallin *kirjoitettuun* opetussuunnitelmaan. Työssä ollaan kiinnostuneita erityisesti siitä, mitä tavoitteita Suomessa matematiikanopetukselle on annettu erityisesti perusopetuksen 7. luokalla. Oppikirjat edustavat *mahdollisen* opetussuunnitelman tarkoittamia oppimateriaaleja. Niitä tutkimalla tässä työssä pyritään selvittämään, missä muodossa *kirjoitetun* opetussuunnitelman tavoitteet (mahdollisesti) välittyvät oppilaille. Oppilaiden osaamisella ymmärretään tässä tutkimuksessa *toteutuneen* opetussuunnitelman tiedollisia oppimistuloksia. Näitä oppimistuloksia tarkastellaan arvioinnin, eli neljännen peruspilarin, keinoin. Arviointi toimii siis tässä tutkimuksessa välineenä, jonka avulla toisaalta määritellään oppimistulokset ja toisaalta tarkastellaan mallin eri tasojen välisiä suhteita keskittyen erityisesti *toteutuneeseen* opetussuunnitelmaan.

3
Kirjoitettu opetussuunnitelma Suomessa

Kuten jo edellä esitetty opetussuunnitelmamalli antaa ymmärtää, termiä opetussuunnitelma (engl. *curriculum*) käytetään hyvin monenlaisissa merkityksissä. Seuraavassa opetussuunnitelmalla tarkoitetaan erityisesti mallin *kirjoitettua* opetussuunnitelmaa. Keskeisellä sijalla tarkastelussa siis on, millaisia tavoitteita opetukselle (*toimeenpantu* opetussuunnitelma) ja oppimiselle (*toteutunut* opetussuunnitelma) on asetettu ja miten nämä tavoitteet on esitetty.

3.1 Opetussuunnitelma käsitteenä

Käsitteellä opetussuunnitelma voidaan yhteydestä riippuen tarkoittaa esimerkiksi opetuksen suunnitelmaa, kurssilistaa tai oppilaiden koulussa oppimia asioita joko yhdessä tai erikseen (Leino 1995; Pinar ym. 1995). Siten opetussuunnitelmalla ei olekaan yhtä oikeaa määritelmää, vaan se voidaan määritellä tilannekohtaisesti muun muassa kansallisen kontekstin mukaan useilla eri tavoilla. Esimerkiksi juuri kansallinen konteksti näkyy opetussuunnitelmissa Schmidtin ym. (1997b) mukaan siten, että eri maiden opetussuunnitelmat poikkeavat hyvin paljon toisistaan niin ulkoisesti kuin sisällöllisestikin: Joissakin maissa koulutuksen tavoitteet esitetään lyhyesti ja hyvin yleisellä tasolla, kun toisissa maissa tavoitteet esitetään laajasti ja yksityiskohtaisesti.

Opetussuunnitelman monimuotoisuudesta seuraa luonnollisesti se, että niiden erilaisia luokittelutapoja on erittäin runsaasti (Pinar ym. 1995). Tässä nostetaan esille vain yksi tunnetuimmista ja käytetyimmistä, eli erottelu opettaja- ja ainekeskeisten sekä oppilaskeskeisten opetussuunnitelmien välillä. Opettaja- ja ainekeskeisessä opetussuunnitelmassa korostetaan sisältötietojen ja -taitojen oppimista ja opettamista. Opetusmenetelmät ovat opettajakeskeisiä, opetuksessa ainesisällöt ovat keskeisellä sijalla ja arvioinnissa käytetään pääasiallisesti erilaisia kokeita. Oppilaskeskeisessä opetussuunnitelmassa korostetaan oppilaan roolia oppimisessa: opiskelussa prosessit ovat yksittäisiä sisältöjä tärkeämpiä ja käsiteltävien sisältöjen tulee lähteä oppilaalle todellisesta elämästä. Opiskelussa korostetaan oppijan edellytyksiä, kokemuksellisuutta, osallistumista sekä luovuutta, ja keskeisenä arviointimenetelmänä toimii opiskelijan kehitystä tukeva itsearviointi. Opettaja- ja ainekeskeisestä opetussuunnitelmasta voidaan myös käyttää nimitystä klassinen opetussuunnitelma ja oppilaskeskeisestä puolestaan nimitystä romanttinen opetussuunnitelma (Nevalainen ym. 2001). Nämä voidaan myös liittää opetussuunnitelmien yhteydessä käytettyihin termeihin Lehrplan (saksasta) ja curriculum (englannista), joista edellisellä tarkoitetaan usein opetettavia ainesisältöjä ja koulutuksen hallinnollisia ratkaisuja korostavaa opetussuunnitelmamuotoa ja jälkimmäisellä puolestaan oppimiskokemusten ja -ympäristöjen suunnittelua (Hirsjärvi 1978; Haapasalo 1994). Siten siis Lehrplanin voi katsoa olevan lähempänä klassista ja curriculumin romanttista opetussuunnitelmaa. (Nevalainen ym. 2001.)

3.2 Vuoden 1994 opetussuunnitelmauudistus

3.2.1 Opetussuunnitelman muutokset

Suomen peruskoulun opetussuunnitelman viimeisin uudistamisajankohta ennen tämän tutkimuksen aineistonkeruuta oli vuonna 1994. Tuolloin niin opetussuunnitelma- kuin opetusmenetelmäkäytänteiden tuli muuttua vastaamaan muuttuneita opetus- ja oppimiskäsityksiä. Käytännössä muutokset tarkoittivat sitä, että ensinnäkin opetuksen järjestelyihin liittyvä päätäntävalta siirrettiin suurelta osin keskushallinnolta kunnille: Keskushallinnon edustajana opetushallitus julkaisi *Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994*, jonka pohjalta koulujen tuli valmistella omat opetussuunnitelmansa. Toisaalta *Opetussuunnitelmien perusteissa* esitettiin näkemykset opettajan ja oppilaan roolin muuttumisesta: Opettajan tuli toimia oppimisympäristöjen luojana sekä opiskelun ohjaajana ennemmin kuin tiedon siirtäjänä, ja samanaikaisesti oppilaan roolin tuli muuttua aikaisemmasta passiivisesta tiedon vastaanottajasta aktiiviseksi tiedon käsittelijäksi. Edellä esitetyn mukaisesti muutosta voidaan kuvailla pyrkimykseksi siirtyä klassisesta opettaja- ja ainekeskeisestä opetussuunnitelmasta enemmän romanttiseen oppilaskeskeisiä piirteitä sisältävään opetussuunnitelmaan. (Opetushallitus 1994; Nevalainen ym. 2001.)

Muutokset, jotka opetuksen ohella koskivat myös esimerkiksi valtion koulutukseen suuntaamien resurssien jakoa, eivät edustaneet täysin vieraita ajatuksia Suomen koululaitokselle. Jo 1970-luvulla opetussuunnitelmassa esitettiin ajatuksia oppilaasta aktiivisena toimijana, mutta käytännön opetuksessa tämä ajatus ei vielä toteutunut. Vuoden 1985 opetussuunnitelmauudistuksessa kouluilla oli mahdollisuus omien vahvuuksiensa korostamiseen koulukohtaisissa opetussuunnitelmissa, vaikkakin kouluissa voitiin myös melko suoraan ottaa käyttöön kouluhallituksen antamat opetussuunnitelman perusteet (Kouluhallitus 1985). Muutosten suunta oli siis ollut nähtävissä jo pitkään, mutta vuonna 1994 ne haluttiin saada toimimaan myös käytännön tasolla. (Laukkanen 1995; Opetushallitus 1994; Nevalainen ym. 2001.)

Uudistus toikin toivottuja tuloksia. Opettajien kokemukset uudistuksesta olivat keskimäärin myönteisiä. Myönteisenä koettiin esimerkiksi opettajan mahdollisuuksien lisääntyminen ja konkreettisesti tämä on näkynyt muun muassa erilaisten opetusmenetelmien runsaampana käyttönä ja opetuksen oppikirjasidonnaisuuden vähenemisenä. Uudistustoiveiden mukaisesti erityisesti oppilaskeskeisten menetelmien käyttö lisääntyi ja opettajajohtoisuus vähentyi. Koulukohtaisen opetussuunnitelman laatiminen oli tavallisesti lisännyt opettajien välistä yhteistyötä ja keskustelua kouluissa. (Nevalainen ym. 2001; Pietilä & Toivanen 2000.)

Kuitenkin uudistus toi mukanaan myös ongelmia. Jo uudistuksen kokeilun yhteydessä (ns. Akvaariokokeilu) oli havaittu, että opettajat kokivat ongelmalliseksi ajan ja muiden resurssien puutteen. Vastaava ongelma toistui varsinaisen uudistuksen toteutuksen yhteydessä johtaen pahimmillaan opettajien työuupumukseen. Kaikki opettajat eivät myöskään olleet yhtä halukkaita osallistumaan uudistuksen vaatimaan opettajien yhteistyöhön, mikä johti opettajayhteisön sisäisiin ryhmiin ja jopa joidenkin opettajien syrjäytymiseen muusta opettajakunnasta. Koulukohtaiset opetussuunnitelmat jäivät monelta osin puolitiehen uudistuksen tavoitteiden kannalta: koulukohtaisten opetussuunnitelmien yleisiin osiin, joissa käsiteltiin esimerkiksi opetuksen työtapoja, oli jaksettu paneutua hyvin, mutta ainekohtaisissa suunnitelmissa oli näkyvissä selviä merkkejä esimerkiksi vuoden 1985 opetussuunnitelman sekä oppikirjojen hyödyntämisestä. Ainekohtaisissa osissa ei myöskään ollut nähtävissä esimerkiksi uusien oppimiskäsitysten vaikutusta. (Norris ym. 1996; Apajalahti 1999; Nevalainen ym. 2001; Pietilä & Toivanen 2000.)

3.2.2 Muutosten perustelut

Opetussuunnitelman perusteissa opetussuunnitelma-ajattelun muutosta perusteltiin yhteiskunnallisilla, opetus- ja oppimiskäsitysten, sekä opetussuunnitelmateoreettisilla muutoksilla (Opetushallitus 1994). Seuraavassa tarkastellaan lähemmin näitä perusteluja.

Yhteiskunnallisella muutoksella viitataan epävarmuuden ja suurien muutoksien lisääntymiseen jokapäiväisessä elämässä. Tämä kehitys on koskenut niin yksittäisiä kansalaisia kuin suurempia yhteisöjä. Erityisesti liike-elämässä suuntaus on ollut erittäin huomattava ja pörssikurssien suuret muutokset, sekä yrityksien nousut ja laskut ovat arkipäivää talouselämän piirissä. Liike-elämän mallit muutoksista selviytymiseen on otettu käyttöön myös valtionhallinnossa ja vastaavasti myös koululaitoksessa. Erityisesti tämä näkyy hallinnon hajauttamisena ja jopa yksityistämisenä. Yritysmaailmassa suuria valtionyrityksiä on yksityistetty kovaa vauhtia, mutta tähän asti Suomen koulumaailmassa tästä suuntauksesta on toteutettu vain hallinnon hajauttaminen paikallistasolle (Ropo & Huopainen 2001). Koulutuksen kohdalla hallinnon hajauttamista voidaan perustella seuraavilla tavoilla: Ensinnäkin päätösvaltaa halutaan antaa sinne, missä myös itse toiminta tapahtuu. Toisaalta paikallisella tasolla osataan jakaa koulutukseen varatut resurssit tehokkaammin, eli koulutuksen kustannusvastaavuus paranee. Kolmanneksi paikallisella tasolla voidaan ottaa huomioon paikallisen kontekstin koulutukselle asettamat vaatimukset. (Pinar ym. 1995.)

Opetus- ja oppimiskäsitys on viime vuosikymmenien aikana muuttunut opettajakeskeisestä behaviorismista oppilaskeskeiseksi konstruktivismiksi. Konstruktivismissa korostetaan oppilaan vastuuta oppimisesta ja siten opetussuunnitelmatyö tulisi nähdä prosessina, joka kehittyy opiskelun edetessä opettajan ja oppilaan yhteistyönä. Opetus- ja oppimistapahtuma nähdään siis kontekstisidonnaisena tapahtumana, jossa tulee ottaa huomioon monia paikallisia tekijöitä, joita ennalta asetetussa opetussuunnitelmassa ei voida huomioida. (Haapasalo 1994; Leino 1995; Rauste- von Wright 2001; Ropo & Huopainen 2001.)

Opetussuunnitelmateoreettinen muutos näkyy selkeästi käytetyn opetussuunnitelmamallin muutoksessa. Jo 1900-luvun alkupuolella Bobbitt kehitti opetussuunnitelmamallin, joka koostui koulutuksen tavoitteiden asettamisesta ja näihin tavoitteiden saavuttamiseksi tarvittavien oppimiskokemusten suunnittelusta. Tätä mallia kehitti edelleen Tyler, jonka vuonna 1949 esittämää opetussuunnitelmamallia voidaan pitää klassisen (opettaja- ja ainekeskeisen) opetussuunnitelmakäsitteen perusmallina. Siinä opetussuunnitelman keskeisiksi osiksi katsotaan koulutuksen tavoitteiden asettaminen, niiden saavuttamiseksi tarvittavien oppimiskokemusten suunnittelu, oppimiskokemusten organisointi sekä oppimistulosten arviointi. Leimu (1996) toteaa Tylerin mallista, että sitä ei pidä ajatella ehdottomasti lineaarisena, vaan pikemminkin verkkomaisena rakenteena. Kuitenkin malli on hyvin pelkistetty ja sen rinnalla pitää ottaa huomioon täydentäviä näkökulmia esimerkiksi koulutuksen arvioinnin yhteydessä. Käytännön kokemusten perusteella mallia kritisoitiin jäykkyydestä: malli ylikorosti tavoitteiden toteutumisen mitattavuutta ja tavoitteet oli määritelty tarkoin etukäteen, mikä jätti huomiotta esimerkiksi suunnittelemattoman oppimisen. Huomattavaa oli myös kritiikki, jonka mukaan opetussuunnitelmassa tulisi tavoitteiden sijasta keskittyä enemmän käytännön ongelmien ratkaisemiseen. Toisin sanoen opetussuunnitelmassa haluttiin siirtyä teoriasta käytäntöön lähemmäksi oppilasta. (Nevalainen ym. 2001; Leino 1995; Pinar ym. 1995.)

Vuoden 1994 opetussuunnitelman kehitystyössä oli selkeästi nähtävissä merkkejä lähestymistavan muutoksesta. Suunnittelu noudatteli Walkerin 1970-luvulla esittämää opetussuunnitelmatyömallia, joka keskittyi käytännön työn ongelmiin vastaten siten Tylerin mallia kohtaan kohdistettuun kritiikkiin. Walkerin mallissa opetussuunnitelmaprosessissa on kolme vaihetta, joita voidaan kuvailla nimityksillä: periaatteiden sopiminen, periaatteiden siirtäminen käytäntöön ja opetussuunnitelman kirjoittaminen. Lopputuloksena saadun opetussuunnitelman tuli sisältää tiedot opetettavista asioista, oppimateriaaleja ja suosituksia opetuksen toimintatavoista. Opetushallituksen tekemän selvityksen mukaan (Pietilä & Toivanen 2000) käytännössä opetussuunnitelmien valmistelutavat ja myös valmiiden opetussuunnitelmien taso vaihtelivat hyvin paljon kuntakohtaisesti uudistuksen yhteydessä. (Nevalainen ym. 2001.)

Vaikka edellä esitetyt perustelut opetussuunnitelma-ajattelun muutoksille vaikuttavat varsin päteviltä, niihin tulee kuitenkin suhtautua kriittisesti. Useimmille edellä esitetyistä perusteluista voidaan esittää täysin vastakkaisiakin näkemyksiä. Esimerkiksi vallan hajauttaminen paikalliselle tasolle koulumaailmassa on jossain määrin ollut vain näennäistä, sillä päätösvallan hajauttamisen yhteydessä koulujen arviointi on lisääntynyt huomattavasti. Siten periaatteessa keskushallinnon ohjaava vaikutus ei ole vähentynyt, vaan ainoastaan ohjausmuoto on muuttunut. Ohjausmuodon muuttaminen onkin ollut tietoisesti tavoitteena siirryttäessä normiohjauksesta informaatio-ohjaukseen. Koulutuksen taloudellisen tehokkuuden lisääntyminen hajauttamisen myötä voidaan myös kyseenalaistaa, sillä todellisen vallan säilyminen keskushallinnolla vaikeuttaa paikallistason päätöksentekoa. Paikallisen kontekstin (ihmiset, kulttuuri, talouselämä, jne.) huomioimista pidetään pätevänä perusteluna hallinnon hajauttamiselle. Tämäkään perustelu ei Suomessa ole ongelmaton, sillä se on hyvinkin ristiriitainen koulutuksenkin kohdalla korostetun tasa-arvoperiaatteen kanssa. Tasa-arvoperiaate on ongelmallinen myös uuden opetus- ja oppimiskäsityksen suhteen. Konstruktivismissa korostetaan oppilaiden roolia sekä yksilöinä että yhteisönä. Lisäksi opetuksen ja oppimisen tulisi olla oppilaalle mielekästä ja merkityksellistä, jolloin oppiminen on tehokkainta. Kuitenkin oppilaiden koulutukselle asettamat toiveet voivat olla hyvinkin ristiriitaisia koulutuksen yleisperiaatteiden kanssa ja toisaalta eri oppilailla on hyvinkin erilaisia toiveita. Siten siis koulut joutuvat päivittäin tasapainoilemaan eriyttämisen ja tasa-arvon välisten ristiriitojen kanssa. (Haapasalo 1994; Laukkanen 1995; Pinar ym. 1995; Pietilä & Toivanen 2000; Raivola 2000; Ropo & Huopainen 2001; Syrjäläinen 2001.)

Opetussuunnitelmanäkökulmien kohdalla kehitys ei ole kaikkialla kulkenut hajautettuun malliin. Esimerkiksi Englannissa on siirrytty keskitetympään opetussuunnitelmamalliin, jossa keskushallinnon kontrolli on voimakasta (Webb & Vulliamy 2001). Toisaalta kuitenkin Laukkasen (1996) mukaan yleinen kehityssuunta on ollut hajautetumpaan malliin siirtyminen. Opetussuunnitelmateoreettisten muutosten perusteella opetussuunnitelmatyössä olisi tullut keskittyä aikaisempaa enemmän käytännön toiminnan ongelmien ratkomiseen. Nyt kuitenkin Suomessa kritiikkiä on herättänyt nimenomaan se, että opetussuunnitelman perusteet eivät anna tarpeeksi tukea opettajien käytännön työhön esimerkiksi opetettavien sisältöalueiden valintaa varten (Haapasalo 1994; Ropo & Huopainen 2001). Jo opetussuunnitelmauudistuksen jälkeisessä arvioinnissa (Norris ym. 1996) kiinnitettiin huomiota opettajien tarvitsemaan lisäkoulutukseen uusien haasteiden edessä ja myöhäisempi koulukohtaisten opetussuunnitelmien tarkastelu (Pietilä & Toivanen 2000) vain vahvistaa käsitystä, että nimenomaan käytännön työn kannalta merkittävien ainekohtaisten osuuksien kohdalla opettajat olisivat tarvinneet lisätukea. Edellä mainittu kritiikki oli yksi pääsyistä, miksi Suomessa alettiin jälleen kansallisen opetussuunnitelman perusteiden uudistustyöhön 2000-luvun alussa koskien opetusta aina esiopetuksesta lukioon.

3.2.3 Arvioinnin kehittyminen

Koulutusta koskevan päätäntävallan siirryttyä vuoden 1994 opetussuunnitelmauudistuksen yhteydessä pitkälti paikallistasolle Suomen koulujärjestelmän ohjaus muuttui samalla normiohjauksesta informaatio-ohjaukseksi. Tämän muutokseen osana arviointitiedon tarve lisääntyi, sillä päätöksentekijöillä täytyi olla ajantasaista tietoa koulutuksesta pystyäkseen tekemään sitä koskevia järkeviä päätöksiä. (Laukkanen 1995; 1996; Norris ym. 1996; Opetushallitus 1998.) Arviointitiedon tarvetta lisäsi myös opetussuunnitelmauudistuksen toteutukseen yleisesti liitetty huoli koulutuksen tasa-arvoisuuden mahdollisesta vähenemisestä (Pietilä & Toivanen 2000; Syrjäläinen 2001). Lisäksi vuonna 1996 toteutetun opetussuunnitelmauudistusta koskevan riippumattoman arvioinnin raportissa yhtenä opetussuunnitelmauudistuksen onnistumisen kannalta tärkeänä tekijänä pidettiin arviointijärjestelmän kehittämistä niin oppimistuloksia kuin yleensä koulutusjärjestelmän toimintaa koskien (Norris ym. 1996; Pietilä & Toivanen 2000).

Edellä esitettyä taustaa vasten on ollut luonnollista, että uudistuksen jälkeen koulutuksen arviointi Suomessa on ollut varsin vilkasta ja yhtenä keskeisenä osana tätä arviointitoimintaa on ollut oppimistulosten arviointi. Pääasiassa Opetushallituksen toimeenpanemien säännöllisten kansallisten oppimistulosten arviointien ohella Suomi on osallistunut myös useisiin kansainvälisiin arviointeihin. Toiminnan kehittäminen on jatkunut edelleen myös uuden vuosituhannen alussa ja arviointitoiminnan tulevaisuudenkuva on monelta osin auki. Vuonna 2003 toimintansa aloitti Koulutuksen arviointineuvosto, jonka tehtävänä on kehittää edelleen Suomessa tehtävää koulutuksen arviointia. Arviointineuvoston ensimmäisiä yleisen tason linjauksia suomalaisen arviointitoiminnan perusteista on nähtävillä Lyytisen ja Hämäläisen (2004) kirjoittamassa artikkelissa, mutta vasta tulevaisuus tulee näyttämään, miten arviointitoiminta tulee käytännössä kehittymään.

3.3 Matematiikan opetussuunnitelman kehityslinjoja

3.3.1 ”Uudesta matematiikasta” standardien aikaan

Yleisen opetussuunnitelman ohella myös matematiikan opetus on läpikäynyt huomattavia muutoksia viimeisen 50 vuoden aikana. Matematiikan opetussuunnitelman muutoksia tarkastellaan hieman pitemmältä aikaväliltä kuin yleisen opetussuunnitelman muutoksia, sillä eri vaiheet ovat jättäneet jälkensä vielä nykyisinkin käytössä olevaan opetussuunnitelmaan. Opetussuunnitelman kehitystä tarkastellaan osittain käyttäen jakoa itä ja länsi. Näistä idällä tarkoitetaan pääasiassa Itä-Eurooppaa sekä nykyistä Venäjää, ja lännellä tarkoitetaan lähinnä Länsi-Eurooppaa ja Pohjois-Amerikkaa. Tarkastelussa Suomi voidaan liittää lännen yhteyteen. Tähän jaotteluun on syynä se, että yleismaailmallinen kehitys 2. maailmansodan jälkeen näkyi myös koulutusmaailmassa ja sitä myötä myös matematiikan opetussuunnitelmien eriytymisessä idän ja lännen välillä. (Malaty 1998.)

Malatyn (1998) mukaan aina 1950-luvulle asti matematiikan opetussuunnitelma oli melko yhtenäinen idässä ja lännessä. Matematiikan opetus oli varsin pitkään perustunut huippumatemaatikkojen työhön, ja esimerkiksi käytetyt matematiikan oppikirjat olivat varsin pitkään huippumatemaatikkojen kirjoittamia. Tämä tilanne muuttui hiljalleen 1900-luvun alkupuoliskolla matematiikan opetuksen suuntautuessa yhä laajemmille massoille. Tämä kehitys ei kuitenkaan ehtinyt vaikuttaa kovinkaan paljoa opetuksen yhtenäisyyteen vielä 1950-lukuun mennessä.

Toisen maailmansodan jälkeen idän (Neuvostoliitto) ja lännen (Yhdysvallat) välillä käytiin kovaa kilpailua taloudesta aina asevarusteluun asti. Tämän kilpailun yhteydessä Yhdysvalloissa alettiin huolestua maan luonnontieteiden ja matematiikan osaamisen tasosta, sillä näiden tietojen ja taitojen koettiin olevan tärkeitä tekijöitä maan kilpailukyvyn turvaajana. Keskustelun keskipisteeksi matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen nousi Neuvostoliiton laukaistua Sputnikin avaruuteen vuonna 1957. Yhdysvalloissa tämä tapahtuma koettiin suurena häviönä ja matematiikan opetusta uudistettiin rajusti. Tämä matematiikan opetuksen uudistusliike tunnetaan nimellä “uusi matematiikka”. Liike muutti perusteellisesti matematiikan opetuksen lähtöajatukset korostaen matematiikan rakenteellisuutta. Keskeisiä sisältöalueita olivat esimerkiksi joukko-oppi ja logiikka. Samalla perinteisesti vahvan aseman koulumatematiikassa omannut euklidinen geometria sai väistyä syrjään. Uudistuksen tulokset olivat kuitenkin heikot: oppilaiden peruslaskutaidot jäivät varsin heikoiksi, ja usein oppilaiden vanhemmat ja opettajatkaan eivät ymmärtäneet oppikirjoissa käsiteltyjä sisältöjä. (Haapasalo 1994; Kupari 1999; Malaty 1998.)

Loppujen lopuksi “uusi matematiikka” saikin väistyä “takaisin perusteisiin” -ajattelun edestä 1970-luvulla. “Takaisin perusteisiin” -liikkeen keskeisin ajatus matematiikan opetuksessa oli nimensä mukainen, eli oppilaiden peruslaskutaidot haluttiin turvata. Keinona hyvien peruslaskutaitojen saavuttamiseksi nähtiin runsas harjoitustehtävien laskeminen. Suuntaus ei kuitenkaan tuonut toivottuja tuloksia, sillä oppilaiden peruslaskutaidot eivät parantuneet odotetulla tavalla ja korkeamman tason taidot, kuten ongelmanratkaisutaidot eivät kehittyneet oppilailla juuri lainkaan. Tämä johti tietenkin jälleen 1980-luvulla uuteen uudistukseen, jota voidaan kutsua “ongelmanratkaisun ajaksi”. Tässä uudistuksessa haluttiin kehittää matematiikan opetusta enemmän ongelmanratkaisua ja taitojen soveltamista painottavaan suuntaan. Opiskelun tulisi siis olla ongelmakeskeistä, eli oppilaat oppisivat tarvittavat matematiikan taidot aitojen matemaattisten ongelmatilanteiden yhteydessä. Tämän vaiheen voidaan katsoa olevan vieläkin menossa, vaikkakin siihen on yhdistynyt “koulukohtaisuuden ja standardien” (Kupari 1999, 52) suuntaus. Tämä tarkoittaa käytännössä sitä, että kouluilla on melko vapaat kädet suunnitella ja toteuttaa opetustaan, mutta kansallisella tasolla tätä vapautta rajoitetaan melko tarkastikin esitettyjen loppu- ja välitavoitteiden (standardien) muodossa. Asetetut standardit siis toimivat osana nykyistä koulutuksen informaatio-ohjausta. (Webb & Romberg 1992; Haapasalo 1994; Malaty 1998; Kupari 1999.)

3.3.2 Matematiikan opetussuunnitelma Suomessa

Suomen matematiikan opetus seurasi Yhdysvaltojen esimerkkiä. ”Uusi matematiikka” tuli Suomeen noin kymmenen vuoden viiveellä, mutta viimeisimpien vaiheiden kohdalla viive on enää ollut vain muutamia vuosia. Eri vaiheiden jäljet ovat edelleenkin nähtävissä matematiikan opetuksessa ja siinä käytetyissä oppikirjoissa. Perinteistä euklidista geometriaa käsitellään kouluopetuksessa edelleen vähän, eli sen asema ei ole palanut lähellekään “uutta matematiikkaa” edeltänyttä tasoa. ”Uuden matematiikan” aikaan matematiikanopetuksessa otettiin käyttöön ”spiraaliperiaate”, jossa oppisisällöt jaettiin pieniin osiin, jotka käsiteltiin useiden vuosien aikana. Nykyisissä oppikirjoissa on selvästi nähtävillä myös “takaisin perusteisiin” -ajan vaikutus, sillä niissä on edelleen varsin paljon mekaanisia laskutehtäviä. (Haapasalo 1994; Junnila 1995; Malaty 1998; Kupari 1999.)

Matemaattisten aineiden opettajien liiton (MAOL) historiikissa Junnila (1995) tuo esille, että uusien tyylisuuntausten ohella matematiikan opetuksessa tapahtui myös muita suuria muutoksia 1970- ja 1980-luvuilla. ”Uuden matematiikan” vaiheeseen ajoittui Suomessa myös siirtyminen yhtenäiskoulujärjestelmään, mikä osaltaan lisäsi ”uuteen matematiikan” yhteydessä koettuja ongelmia. Myöhemmin 1980-luvun alussa matematiikan opetuksessa luovuttiin tasokursseista ja siirryttiin kaikille oppilaille yhtenäiseen matematiikan opetukseen. Näiden muutoksien yhtäaikaisuuksista johtuen jälkikäteen on ollut hyvin vaikea arvioida, miten mikäkin muutos oikeastaan vaikutti oppilaiden oppimistuloksiin.

Kun matematiikan oppimääriä 1970–1980 -luvuilla tarkastellaan lähemmin, kannattaa nostaa esille joitakin piirteitä. Peruskoulun ala-asteella matematiikan opetuksessa tuli keskeiseksi ”peruslaskutoimitusten opettaminen ja opittujen laskutoimitusten käyttö soveltamistehtävissä” ja yläasteella keskeisiksi sisällöiksi muodostuivat lukukäsitteet ja laskutoimitukset, algebralliset lausekkeet, funktiot ja yhtälöt, geometria sekä soveltava matematiikka (Matemaattis-luonnontieteellisen perussivistyksen… 1988, 48–49). Tämä tarkoitti sitä, että ”uuden matematiikan” myötä opetussuunnitelmaan lisättyjä oppisisältöjä karsittiin runsaasti. Esimerkiksi joukko-oppi, todennäköisyyslaskenta ja epäyhtälöt poistuivat ja funktioiden käsittely siirrettiin ala-asteelta yläasteella käsiteltäväksi. (Kouluhallitus 1976; 1982; 1985; Junnila 1985.)

Huomionarvoista on myös, että jo ”uuden matematiikan” aikana ajateltiin mekaanisten laskutoimitusten siirtyvän koneilla tehtäviksi (Junnila 1985). Vastaava ajatus on nähtävillä myös kouluhallituksen vuoden 1982 Peruskoulun matematiikan oppimääräsuunnitelmassa ja vuoden 1985 Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa, joissa mainitaan laskutoimitusten mekaanisen harjoittelun menettävän merkityksensä laskinten yleistyessä. Siten suomalaisessa matematiikan opetuksessa näyttäisi jo pitkään olleen tavoitteena päästä eroon laskutoimitusten runsaasta harjoittelemisesta. Mekaanisten laskutoimitusten sijaan on pyritty painottamaan matematiikan soveltamistaitojen merkitystä. Kuparin (1999) mukaan käytännössä kuitenkin tilanne ainakin vielä 1980-luvun ”ongelmanratkaisun aikana” oli se, että vain luokkien parhailla oppilailla oli mahdollisuuksia paneutua oppikirjoissa tarjolla olleisiin ongelma- ja sovellustehtäviin. Yhtenä puutteena ongelmatehtävien kohdalla nähtiin niiden yksipuolisuus ja vaativuus ja esimerkiksi myös Haapasalo (1994) on arvostellut voimakkaasti oppikirjojen ongelmatehtäviä, jotka usein vaativat vain jonkin tietyn laskutavan käyttämistä.

Kuten jo edellä on todettu, Suomessa siirryttiin vuonna 1994 keskitetystä valtakunnallisesta opetussuunnitelmasta koulukohtaisiin opetussuunnitelmiin. Tämän vaiheen matematiikan opetuksen tavoitteiden ominaispiirteitä pyritään selvittämään tämän tutkimuksen yhteydessä. Joka tapauksessa “koulukohtaisuuden ja standardien” suuntauksen mukaisesti myös Suomessa kouluille annettua vapautta suunnata opetustaan on jo rajoitettu jossain määrin asettamalla suosituksenomaisia valtakunnallisia standardeja opetukselle. Vuonna 1999 Opetushallitus julkaisi Perusopetuksen päättöarvioinnin kriteerit (Opetushallitus 1999), joiden tarkoituksena on ollut yhtenäistää oppilasarviointia kansallisella tasolla perusopetuksen päättövaiheessa. Kriteerit eivät ole kouluja sitovia, mutta niiden käyttöä kuitenkin suositellaan arvioinnin yhdenmukaisuuden turvaamiseksi.

3.3.3 Miten tästä eteenpäin?

Miten sitten matematiikan opetus tulee kehittymään edelleen? 1950-luvun jälkeen matematiikan opetus on länsimaissa ollut eräänlainen vastavoimien temmellyskenttä: uudistusta on aina seurannut uusi uudistus, joka on vienyt opetusta täysin päinvastaiseen suuntaan kuin edeltäjänsä. Viime aikoina lännen ja idän välille syntynyt ero on ollut pienentymässä, sillä myös Itä-Euroopan kouluissa on ollut selkeitä merkkejä lännen mallien seuraamisesta matematiikan opetuksessa. Matematiikan opetuksen nykytilaa kohtaan esiintyy kuitenkin myös huomattavaa kritiikkiä: Esimerkiksi euklidisen geometrian puolesta ollaan hyvin huolissaan ja sen opetuksen sekavaan tilaan on kiinnitetty huomiota myös kansainvälisissä arviointitutkimuksissa. (Robitaille & Garden 1989; Haapasalo 1994; Malaty 1998.) Yhdysvalloissa on esiintynyt huolta peruslaskutaitojen puutteellisuudesta kuten “uuden matematiikan” yhteydessä. Toisaalta ongelmakeskeistä opetusta mukailevissa oppimateriaaleissa oppilaille ei aina esitetä opittaviksi tarkoitettuja tietoja ja taitoja perinteisten oppimateriaalien tapaan, vaan oppilaiden tulee itse keksiä opittava asia ja esittää tämä sitten omin sanoin. Tämä oppimateriaaleissa käytetty ratkaisu on saanut myös osansa kritiikistä. (Herrera & Owens 2001.)

Eräs perusopetuksen matematiikan opetuksen ongelma liittyy jatko-opintokelpoisuuden huomioimiseen: Aikaisemmin matematiikan opetuksen tarkoituksena oli pääasiassa valmistaa oppilaita jatko-opintoihin matematiikan ja luonnontieteiden aloilla, kun nykyisin tämän rinnalla on myös tavoitteena saada mahdollisimman monelle oppilaalle hyvät matematiikan perustaidot ja näiden soveltamistaidot (OECD 2000). Näiden kahden tavoitteen samanaikainen täyttäminen on osoittautunut erittäin haasteelliseksi tehtäväksi, sillä julkisuudessa on esiintynyt melko voimakastakin arvostelua opiskelujensa eri vaiheissa olevien opiskelijoiden matematiikan taitoja kohtaan (esim. Merenluoto & Pehkonen 2001; Huhtala 2002). Tämä kertoo siitä, että opintouran eri vaiheissa opiskelijoiden matematiikan taidoille asetetaan hyvinkin erilaisia odotuksia ja tavoitteita.

Myös teknologian ja erityisesti laskinten ja tietokoneiden käyttö on herättänyt keskustelua matematiikan opetuksen piirissä. Teknologia nähdään kouluissa oleellisena osana nyky-yhteiskuntaa ja sen käyttötaidot ovat kaikille erittäin tärkeitä. Kuitenkin teknologian käyttöön opetuksessa liittyy myös useita ongelmia. Yhdysvalloissa nykyisen matematiikan opetustavan vastustajat ovat oppimateriaalien puutteellisuuden ohella kritisoineet myös laskinten liikakäyttöä (Herrera & Owens 2001). Kuparin (1999) mukaan laskinten käytön ei ole havaittu heikentävän oppilaiden matematiikan taitoja, mutta ne eivät myöskään vähennä matematiikan ymmärryksen tarvetta. Usein kouluissa voidaan käyttää laitteisiin paljon rahaa ajattelematta laitteiden käyttökelpoisuutta esimerkiksi tarvittavien ohjelmistojen muodossa. Malatyn (1998) mukaan uusien laitteiden tarpeellisuus ja käyttömahdollisuudet tulisikin miettiä ennen hankintaa. Teknologian käyttöön liittyy myös huolia tasa-arvoisuudesta erityisesti rahan ja käyttötaitojen suhteen. Käyttötaitojen kohdalla huoli kohdistuu oppilaiden lisäksi myös opettajiin. Nykyisin esimerkiksi tietokoneen käyttö opetetaan useimmiten eri oppiaineiden yhteydessä eri opettajien toimesta. Siten suurilla eroilla opettajien tietokoneiden käyttötaidoissa voi olla huomattavia seurauksia oppilaiden saamaan teknologiaopetukseen. (Pinar ym. 1995.)

4
Oppikirja: opetuksen mahdollinen opetussuunnitelma

Vanhan määritelmän mukaan ”oppimateriaaleja ovat kaikki ne materiaalit, jotka välittävät oppilaille niitä tietoja, taitoja ja asenteita, jotka normatiivisessa suunnittelussa on asetettu koulutuksen tavoitteiksi” (Hirsjärvi 1978). Tässä tutkimuksessa oppimateriaalien osalta keskitytään oppikirjoihin, joiden käyttö suomalaisessa matematiikan opetuksessa on erittäin yleistä ja säännöllistä (esimerkiksi Kupari 1993). Seuraavassa käsitellään oppikirjoihin liittyvää tutkimusta kahdesta eri näkökulmasta: Aluksi tarkastellaan oppikirjojen merkitystä ja niiden käytön yleisyyttä matematiikan opetuksessa. Tämän jälkeen siirrytään lähemmäksi itse oppikirjoja ja tarkastellaan Suomessa ja ulkomailla tehtyä oppikirja-analyysiä. Ulkomailla tehtyjen analyysien kohdalla keskitytään pitkälti TIMSS 1995 -tutkimukseen liittyviin analyyseihin. Tiivistäen sanottuna luvun keskeisenä tavoitteena on selvittää, miksi oppikirjoja kannattaa tutkia, miten oppikirjoja on tutkittu Suomessa ja mitä tässä tutkimuksessa käytetyllä menetelmällä tutkittaessa on saatu aikaan TIMSS 1995 -tutkimuksen yhteydessä.

4.1 Oppikirjan merkitys matematiikan opetuksessa

Kansainvälisesti matematiikan oppikirjojen rooli kouluopetuksessa vaihtelee erittäin paljon. Joissakin maissa oppikirjoilla on hyvinkin virallinen asema ja niiden yhtenevyyttä opetussuunnitelman kanssa valvotaan tarkasti. Joissakin maissa tilanne on sama kuin Suomessa, jossa oppikirjojen tarkastustoiminta kouluhallinnon puolelta lopetettiin vuonna 1992 (Rinne 1993). Tällaisessa tilanteessa oppikirjat ovat puhtaasti kaupallisia kustantajien tuotteita ja koulut voivat valita mieleisensä eri kustantajien tarjonnasta. Myös kirjojen käyttötavoissa on hyvin paljon eroja. Joissakin maissa oppikirjat saattavat olla lähinnä opettajien käytössä, kun esimerkiksi Suomessa melkein kaikilla oppilailla on matematiikan oppikirja käytössään. Yleensä kuitenkin oppikirjojen käyttö matematiikan opetuksen apuna on erittäin yleistä ympäri maailman. (Schmidt ym. 1997b; Pepin & Haggarty 2001.)

Suomessa matematiikan opettamisessa oppikirjan käyttö on enemmän sääntö kuin poikkeus. Kuparin (1993) mukaan 94–98 prosenttia 4., 6. ja 9. luokkien opettajista Suomessa käytti 1990-luvun alussa säännöllisesti matematiikan oppikirjaa ja siihen liittyvää opettajan opasta opetuksensa suunnittelussa ja toteutuksessa. Vuoden 2000 perusopetuksen päättövaiheen kansallisen matematiikan oppimistulosten arvioinnin tulosten mukaan 95 prosenttia kouluista käytti matematiikan opetuksessa yhtä oppikirjaa, ja osassa lopuistakin kouluista käytettiin useampia kirjoja rinnakkain (Korhonen 2001). Vastaavassa 6. luokan arvioinnissa opettajista reilut puolet (n=278) oli samaa mieltä väitteen "Oppikirjat ja työkirjat antavat paremman perustan opetukseni suunnittelulle kuin koulun opetussuunnitelma" kanssa (Niemi 2001). Samassa tutkimuksessa 66 prosenttia opettajista piti oppikirjojen tietoja ja niihin liittyviä tehtäviä oppilaiden työn perustana. TIMSS 1999 -tutkimuksen mukaan 7. luokan oppilaista 99 prosenttia käytti oppituntien aikana oppikirjaa ja 85 prosenttia oppilaista käytti oppikirjaa yli puolet opetusajasta (Törnroos 2001).

Miksi sitten oppikirjalla on niin vahva asema opetuksessa? Englund (1999) on artikkelissaan koonnut Ruotsissa tehtyjen oppimateriaalitutkimusten tuloksia. Hän nostaa esille viisi oppikirjan käytön perustelua, jotka osittain liittyvät toisiinsa: Ensinnäkin oppikirja takaa opetuksen tietotavoitteiden täyttymisen, eli opettajat näkevät oppikirjojen vastaavan opetussuunnitelmissa asetettuja tavoitteita. Toiseksi oppikirjat ovat opetusta koossapitäviä ja luovat turvallisuuden tunnetta sekä opettajille että oppilaille; voidaan ajatella, että oppikirja tavallaan tuo opettajalle ja oppilaille yhteisen toiminnan tarkoituksen. Kolmantena oppikirjat helpottavat oppilasarviointia: Ne sisältävät pitkälle sen, mitä oppilaiden tulee osata (eli vastaavat opetussuunnitelmaa), joten myös arviointia voi suorittaa oppikirjojen pohjalta. Neljäntenä kohtana Englund mainitsee oppikirjojen muulla tavoin erityisesti opettajien työtä helpottavan vaikutuksen. Esimerkkinä voi mainita oppilaiden poissaolojen käsittelyn helpottumisen, sillä oppikirjan avulla on helppo kertoa, mitä poissaolon aikana on käsitelty. Lopuksi oppikirjat helpottavat osaltaan järjestyksen ylläpitämistä luokassa, sillä oppikirjan avulla oppilaille on helppo antaa tekemistä esimerkiksi matematiikassa tehtävien muodossa.

Toki oppikirjan käyttämiseen liittyy myös haittoja. Englund (1999) keskittyy artikkelissa erityisesti oppilaan vaikutusmahdollisuuksien pienentymiseen: oppikirjan määrätessä käsiteltävät asiat, oppilailla on hyvin olemattomat mahdollisuudet vaikuttaa tunnilla käsiteltyihin asioihin. Toisaalta oppikirjan käyttö voidaan liittää myös yleisemmin opetuksen eriyttämisen problematiikkaan.

Samansuuntaisia tuloksia on saatu myös Suomessa nimenomaan matematiikanopetukseen liittyvissä tutkimuksissa. Perkkilän (2002) tutkimuksessa matematiikan alkuopetus osoittautui hyvin pitkälti oppikirjajohtoiseksi. Hänen seuraamansa kuusi luokanopettajaa kävivät opetettavat asiat hyvin pitkälti oppikirjan mukaisessa järjestyksessä ja he käyttivät opetuksessaan oppikirjojen opettajan oppaan antamia opetusvinkkejä. Näistä opettajista nuoremmat totesivat, että heidän koulutuksensa ei ollut antanut heille tarvittavia tietoja matematiikanopetukseen. Tässä tilanteessa oppikirjaan tukeutuminen on hyvin luonnollista. Opettajat toivat myös esille, että oppikirjan käyttö varmistaa valtakunnallisten tavoitteiden täyttymisen. Opettajien mielessä siis oppikirjat edustivat hyvin pitkälti opetussuunnitelmaa. Samanlaisia tuloksia saivat myös Lilja (2002) ja Huhtala (2002) omissa 9. luokan ja ammattioppilaitoksien matematiikan oppimistuloksiin vaikuttavia tekijöitä kartoittaneissa väitöskirjatutkimuksissaan. Liljan mukaan oppikirjat olivat pitkälti se opetussuunnitelma, jota noudatettiin hänen tutkimukseensa osallistuneissa kouluissa 9. luokan matematiikan opetuksessa, vaikkakin opettajat jättivät käsittelemättä osan kirjan asiasisällöistä. Huhtalan mukaan oppikirjoilla oli myös ammattioppilaitoksissa vahvasti opetusta ohjaava rooli.

Oppikirjojen merkitys matematiikanopetuksessa korostuu Englundin mukaisesti juuri harjoitustehtävien kohdalla. Peppin ja Haggarty (2001) tutkivat kulttuurisia eroja matematiikan oppikirjojen käytössä Englannissa, Saksassa ja Ranskassa. Heidän tulostensa valossa kaikissa näistä kolmessa maassa opettajat käyttivät oppikirjojen tehtäviä oppilaiden laskuharjoittelussa, vaikka oppikirjoissa, niiden käytössä ja käyttömahdollisuuksissa muuten esiintyikin eroja maiden välillä. Kaikissa maissa opettajat halusivat, että oppikirjoissa on oltava eritasoisia tehtäviä eritasoisille oppilaille. Saksassa ja Englannissa tämä käytännössä toteutui siten, että eritasoiset oppilaat käyttivät eri oppikirjoja. Ranskassa tilanne oli sama kuin Suomessa, eli eritasoiset oppilaat käyttivät samoja oppikirjoja. Tällöin ranskalaisopettajien mukaan oppikirjan tehtävien tulisi kattaa koko osaamisen kirjo tarjoten sopivia tehtäviä kaikille oppilaille. Vastaavia asioita on nostettu esiin myös suomalaisessa matematiikanopetusta koskevassa keskustelussa (Haapasalo 1994; Kupari 1999).

Kaiken kaikkiaan suhtautuminen oppikirjojen käyttämiseen on hyvin kaksitahoista. Oppikirjojen katsotaan usein rajoittavan opetusta sekä sisältöjen että käytettyjen opetusmenetelmien suhteen, mutta samanaikaisesti ne tukevat opettajan työtä ja tuovat tasa-arvoa opetukseen. (Apple 1992; Englund 1999; Peppin & Haggarty 2001; Perkkilä 2002.) Joka tapauksessa jo edellä esitetyt tulokset osoittavat, että oppikirjoilla on hyvin suuri merkitys kouluopetuksessa ja oppilaiden oppimisessa. Tämän tutkimuksen kannalta on olennaista myös se, että yleisesti käytetyt oppikirjat käytännössä yhtenäistävät koulutason kirjoitettuja ja toimeenpantuja opetussuunnitelmia (Baller 1992). Tähän viittaa myös Suomessa tehty havainto, jonka mukaan käytettyjen oppikirjojen vaikutus on ollut selkeästi nähtävissä koulukohtaisten opetussuunnitelmien ainekohtaisissa osissa (Pietilä & Toivanen 2000).

4.2 Oppikirja-analyysi Suomessa

Suomessa tehtiin 1990-luvun aikana kohtalaisen runsaasti oppikirja-analyysiä. Niiden kiinnostuksen kohteena ovat useimmiten olleet oppikirjojen esitystapa tai luonne ja erityisesti tutkimuskohteena on ollut konstruktivistisen oppimiskäsityksen suhde oppikirjojen esitystapaan. Viirin (2000) käyttämää lajittelua lainaten suuri osa oppikirjatutkimuksesta on ollut oppikirjojen luettavuustutkimuksia tai pedagogisia tutkimuksia. Näissä tutkimuksissa on keskitytty esimerkiksi oppikirjatekstien sidosteisuuteen, tekstityyppeihin ja käsitteenmuodostukseen, sekä keskeisten termien esiintymiseen ja niiden liittymiseen muuhun oppikirjan sisältöön. (Julkunen, Selander & Åhlberg 1991; Karvonen 1995; Mikkilä-Erdmann ym. 1999; Ahtineva 2000; Hohti & Lehto 2001.) Tutkimukset ovat kohdistuneet pääasiassa luonnontieteisiin koskien muun muassa ympäristöopin, maantiedon, fysiikan ja kemian oppikirjoja. Toisaalta vuorovesi-ilmiöön ja planetaarisiin ilmiöihin liittyen Viiri (2000) ja Ojala (1997) ovat tehneet myös oppikirjojen asiasisältöön kohdistuvaa tutkimusta, jossa kiinnostuksen kohteena on ollut tekstin tieteellinen oikeellisuus.

Edellä mainittujen töiden yhteisenä piirteenä on se, että ne kohdistuvat pääasiassa oppikirjojen tekstisisältöön ja joiltakin osin myös oppikirjojen kuvitukseen. Matematiikan kohdalla tällainen lähestymistapa ei ole luonteva johtuen siitä yksinkertaisesta syystä, että matematiikan oppikirjoissa selittävän tekstin osuus on varsin pieni. Niinpä matematiikan oppikirjoja onkin tarkasteltu lähinnä niiden sisältämien harjoitustehtävien kautta. Strang (1989) sekä Pakarinen ja Rinkinen (1992) ovat tarkastelleet murtolukujen käsittelyä analysoimalla oppikirjojen tehtäviä. Perkkilä (2000) puolestaan tarkasteli alkuopetuksen matematiikan oppikirjojen tiedonkäsitystä konstruktivismin kannalta ja hänenkin työssään harjoitustehtävillä oli keskeinen sija. Muuhun kuin tekstianalyysiin perustuvia oppikirjatutkimuksia edustaa myös Hannuksen (1996) väitöskirjatyö. Hän tarkasteli oppikirjojen kuvitusta ja erityisesti sitä, miten oppilaat hyödynsivät oppikirjojen kuvitusta opiskellessaan.

Saaduista tuloksista lyhyenä yhteenvetona voi todeta, että oppikirjojen tekstit ovat paljastuneet hyvin faktapitoisiksi. Tekstit koostuvat pitkälti päälauseista ja tekstit muistuttavat pitkälti toisistaan irrallisiksi jäävien yksittäisten tietojen listoja. Matematiikan oppikirjojen kohdalla on todettu harjoitustehtävien koostuvan pitkälti mekaanisista peruslaskutoimitusten suorittamista vaativista tehtävistä. Tiedonkäsitykseltään oppikirjat ovat edustaneet "jälkibehavioristista" oppimiskäsitystä (Mikkilä-Erdmann ym. 1999). Hannus (1996) puolestaan suositteli oppikirjojen kuvituksen selvää vähentämistä, sillä oppilaat kiinnittivät hyvin vähän huomiota kuviin verrattuna kirjojen tekstiosuuteen.

Kaiken kaikkiaan voidaan todeta, että Suomessa viimeaikoina tehty oppikirja-analyysi on hyvin pitkälle keskittynyt vastaamaan kysymyksiin *miten* oppikirjoissa käsitellyt asiat esitetään. Toisaalta matematiikan oppikirjoja on analysoitu hyvin vähän. Tässä työssä keskeisenä kysymyksenä on *mitä* matematiikan sisältöjä oppikirjoissa käsitellään ja esittämistapaan liittyvät kysymykset tulevat vasta tämän jälkeen. Tällöin oppikirjojen sisältöä ei vertailla tieteelliseen tietoon Viirin (2000) käyttämän asiasisällön tutkimisen mukaisesti. Käsillä oleva tutkimus poikkeaa edellä mainituista myös käytetyn tutkimusmenetelmän suhteen: Tässä tutkimuksessa analysoidaan kokonaisuudessaan useita oppikirjoja, kun edellä mainituissa on analysoitu otoksia tai tutkimukseen soveltuvia osia oppikirjoista.

4.3 TIMSS 1995 -tutkimuksen oppikirja-analyysien tuloksia

Kansainvälisen TIMSS 1995 -tutkimuksen yhteydessä tutkittiin laajasti osallistujamaiden opetussuunnitelmia ja oppikirjoja. Tuolloin kerättyjä tietoja on käytetty useissa julkaisuissa. Tässä käsitellään niistä muutamia (Schmidt ym. 1997a; 1997b; 2001; Foxman 1999; Valverde & Schmidt 2000 ja Adolfsson & Henriksson 1999). Aluksi kuitenkin esitellään TIMSS -tutkimuksen esitutkimuksena toimineen SMSO -tutkimuksen (Survey of Mathematics and Science Opportunities) yhteydessä tehty laadullinen kahdeksan maan 8. luokan oppikirjojen tutkimus (Howson 1995).

4.3.1 Laadullista oppikirjojen pohdintaa

Kaikissa TIMSS 1995 -tutkimukseen osallistuneissa maissa tehdyn oppikirja-analyysin lisäksi Howson toteutti kahdeksassa osallistujamaassa kvalitatiivisen oppikirjojen tarkastelun (Howson 1995). Raportissaan Howson tuo esille useita huomionarvoisia ajatuksia oppikirjoista. Hänen mukaansa eräs oppikirjoihin läheisesti liittyvä piirre on niiden suhde kirjoitettuun opetussuunnitelmaan. Oppikirjojen voidaan nähdä pyrkivän täyttämään yhden seuraavista tavoitteista suhteessa opetussuunnitelmaan (Howson 1995, 29):
1. Säädetyn opetussuunnitelman esittäminen.
2. Opetusmenetelmien ajanmukaistaminen säädetyn opetussuunnitelman puitteissa.
3. Ei-lakisääteisiin opetusmenetelmiä koskeviin ehdotuksiin reagoiminen.
4. Uuden opetussuunnitelman määrittämisen auttaminen.

Edellä esitetyt tavoitteet eivät tietenkään ole mahdollisia kaikissa maissa. Voi helposti sanoa, että keskitetysti johdetun koulutusjärjestelmän maissa mahdollisia ovat lähinnä tavoitteet 1 ja 2. Kuitenkin esimerkiksi Suomessa kustantajat voisivat halutessaan kirjoittaa oppikirjansa myös tavoitteiden 3 ja 4 mukaisesti. Käytännössä siis oppikirjat voisivat jopa käsitellä sellaisia kirjoittajien tärkeiksi katsomia asioita, joita kirjoitetussa opetussuunnitelmassa ei mainita.

Toinen tärkeä seikka, jonka Howson nostaa esille on sisältöalueiden käsittelytavat oppikirjoissa. Tähän liittyvät esimerkiksi sisältöalueiden käsittelyjärjestys, sisältöalueen käsittelytapa ja eritasoisten oppilaiden huomioon ottaminen esimerkiksi eri vaikeustason omaavien tehtävien muodossa. Sisältöalueiden käsittelyn kohdalla Howson havaitsi analysoimissaan kirjoissa hyvin perinteisen kaavan (Howson 1995, 38):
1. Johdannonomaista toimintaa tai esimerkkejä.
2. Yleisen esimerkin tutkiminen kohtalaisen yksityiskohtaisesti.
3. Tärkeiden asioiden esittely: määritelmät, menetelmät, jne.
4. Opitun vahvistaminen abstraktien ja kontekstiin sijoitettujen harjoitusten ja ongelmien avulla.

Tämän esitystavan yleisyyden seurauksena oppilaiden tarvitsemat oppimisstrategiat ovat hyvin rajoitettuja. Oppikirjan esitystapaa seurattaessa suurin osa oppimisesta tapahtuu käytännössä laskemalla määrätyillä tekniikoilla hyvin rajattuja harjoitustehtäviä. (Howson 1995.)

Muita Howsonin esille nostamia asioita ovat muun muassa kirjojen ulkoasu (teksti ja kuvat), kappaleiden (tai kirjan lukujen) lukumäärä, sekä matematiikan ja yhteiskunnan suhde. Viimeisellä tarkoitetaan ennen kaikkea sitä, että matematiikka on ihmisten tekemää ja tämän seikan ilmitulo oppikirjoissa vaihtelee hyvinkin paljon. Miksi esimerkiksi prosentista käytetään nykyistä merkintätapaa % eikä jotain muuta?

Tässä tutkimuksessa oppikirjojen tarkastelussa pyritään mahdollisuuksien mukaan huomioimaan Howsonin esittämiä näkökantoja (suhde opetussuunnitelmaan, sisältöalueiden käsittelytapa, sisältöalueiden käsittelyjärjestys). Tuomalla esiin näihin piirteisiin liittyviä havaintoja pyritään tarkentamaan lukijalle analysoiduista oppikirjoista syntyviä mielikuvia.

4.3.2 Oppikirjat ja niiden yhteys oppimistuloksiin TIMSS 1995 -tutkimuksessa

Edellä esiteltyä suppeaa laadullista oppikirja-analyysiä laajempaan TIMSS 1995 -tutkimukseen sisältyneeseen oppikirja- ja opetussuunnitelma-analyysiin osallistui yhteensä 48 maata. Analysoituja matematiikan opetussuunnitelmia ja oppikirjoja oli yhteensä 559 kolmelta eri luokkatasolta (suluissa Suomen vastaavat luokkatasot): 4. luokka (3.luokka), 8. luokka (7. luokka) ja toisen asteen koulutuksen viimeinen luokka (lukion tai ammattikoulun viimeinen luokka)[1]. Tutkimuksen tarkoituksena oli kartoittaa eri maiden matematiikan opetukseen liittyviä opetussuunnitelmallisia ratkaisuja. Saatuja tuloksia kuvaa hyvin tutkimuksen pääraportin kirjoittajien käyttämä otsikko "yhtäläisyyksiä erojen kontekstissa", eli maiden välillä oli tietenkin suuria eroja, mutta kuitenkin löydettävissä oli myös yhtäläisyyksiä. Suomen matematiikan opetuksen kannalta mielenkiintoinen tulos oli yhtälöihin liittyvän algebran opetuksen painottaminen yleisesti 8. luokalla (Suomessa sama ikäryhmä on 7. luokalla). (Schmidt ym. 1997b)

Laajan ja raskaan oppikirja- ja opetussuunnitelma-analyysin tuloksiksi edellä mainitut ovat vielä melko vähäisiä. Onkin erittäin tärkeä tarkastella, miten saatuja tietoja on hyödynnetty ja miten niitä voisi hyödyntää jatkoanalyyseissä. Foxman (1999) käytti kerättyjä tietoja tutkiakseen niiden mahdollista yhteyttä mitattuihin oppimistuloksiin. Oppikirja- ja opetussuunnitelma-analyysien tuloksien ohella hän käytti myös TIMSS 1995 -tutkimuksen opettajakyselyistä saatuja tietoja opettajien tavoista käyttää oppikirjoja. Vertaillessaan näitä tieto-

[1] TIMSS -tutkimuksen kaksi nuorempaa perusjoukkoa määriteltiin iän perusteella (9- ja 13-vuotiaat), jolloin koulun aloittamisiästä johtuen luokkataso voi vaihdella eri maissa. Suurimmassa osassa tutkimukseen osallistuneista maista koulun aloittamisikä oli 6 vuotta.

ja 16 maasta, Foxman päätyi tulokseen, että samana vuonna käytettyjen oppikirjojen sisältöpainotusten ja saatujen oppimistulosten välillä ei esiintynyt yhteyttä. Sen sijaan oppikirjan käytön yleisyyden ja oppimistuloksien välillä oli yhteys: Oppilaat, joiden oppitunneista suurempi osuus oli pidetty oppikirjojen pohjalta, saivat hieman muita parempia pistemääriä Englannissa. Vastaava oli nähtävissä myös joissakin muissa maissa, mutta on kuitenkin muistettava, että kyseessä oli vain yhteys ja tämän suhteen kausaalisuutta pitäisi selvittää erikseen. Parempien oppimistulosten taustalla voi hyvinkin olla joku muu selittävä tekijä kuin oppikirjan käyttö. (Foxman 1999.)

Adolfsson ja Henriksson käsittelivät artikkelissaan (1999) Ruotsin tuloksia TIMSS 1995 -tutkimuksessa. He vertailivat Ruotsin tuloksia Ranskan, Islannin, Venäjän, Singaporen ja USA:n tuloksiin. Yhtenä mahdollisena tuloksien selittäjänä he tarkastelivat oppikirjoissa käsiteltyjen sisältöalueiden painotuksia kyseisissä maissa. Oppikirjojen sisältöaluepainotus näyttikin olevan jollain tavalla yhteydessä tuloksiin: Esimerkiksi Venäjän tulokset geometriassa ja algebrassa olivat huomattavasti korkeammat kuin tilastoissa ja mittaamisessa. Tämä vastasi täysin Venäjältä analysoitujen oppikirjojen sisältöaluepainotuksia, sillä niissä edellä mainituista sisältökokonaisuuksista käsiteltiin vain geometriaa ja algebraa. (Adolfsson & Henriksson 1999.)

Valverden ja Schmidtin artikkeli (2000) sekä Schmidtin ym. (1997a) julkaisu esittelevät TIMSS 1995 -tutkimuksen opetussuunnitelma- ja oppikirja-analyysien tuloksia Yhdysvaltojen kannalta. Vanhempi julkaisu esittelee tuloksia laajemmin, kun taas uudemmassa artikkelissa keskitytään Yhdysvaltojen ja sitä tilastollisesti merkitsevästi paremmin TIMSS 1995 -tutkimuksessa menestyneiden maiden matematiikan ja luonnontieteiden opetussuunnitelmien vertailuun. Tuloksien mukaan Yhdysvaltojen opetussuunnitelmassa käsiteltiin enemmän aiheita kuin muissa maissa, mutta näihin aiheisiin ei menty kovinkaan syvälle. Toisaalta aiheita käsiteltiin pitempään kuin paremmissa maissa keskimäärin, mikä käytännössä tarkoitti sisältöalueiden kertaamista eri luokilla. Osittain edellisen seurauksena paremmin menestyneissä maissa sisältöalueiden käsittely painottui enemmän yhdelle luokka-asteelle ja oli siten yhtenäisempää. Esimerkiksi matematiikassa viiden eniten käsitellyn sisältöalueen osuus huippumaiden oppikirjojen sisällöstä oli noin 20 prosenttiyksikköä suurempi kuin USA:ssa, minkä lisäksi sisältöalueet olivat osittain erilaiset. Artikkelissaan Valverde ja Schmidt esittivät, että saadut tulokset voivat auttaa huomattavasti heikommin menestyneitä maita opetussuunnitelmiensa kehittämisessä. He kuitenkin huomauttivat, että parempien maiden opetussuunnitelmien matkiminen ei välttämättä tuo toivottuja tuloksia, sillä tällöin jätetään huomiotta monia muita oppimiseen liittyviä tekijöitä. (Schmidt ym. 1997a; Valverde & Schmidt 2000.)

Kirjassa Why schools matter Schmidt ym. (2001) käsittelevät laajasti tekemiään analyysejä, joissa TIMSS 1995 -tutkimuksessa tehdyn 8. luokan oppikirja- ja opetussuunnitelma-analyysin tuloksia pyritään yhdistämään oppilaiden oppimistuloksiin. Kirjassa tarkastellaan tämänkin tutkimuksen pohjalla olevan nelitasoisen opetussuunnitelman kaikkia tasoja ja niiden välisiä yhteyksiä: Kirjoitettua opetussuunnitelmaa edustavat analysoidut kansalliset opetussuunnitelmat, mahdollista opetussuunnitelmaa oppikirjat, toimeenpantua opetussuunnitelmaa opettajilta kysytyt kysymykset heidän opetuksestaan, sekä toteutunutta opetussuunnitelmaa oppilaiden oppimistulokset. Kirjan analyyseissä keskitytään yhden kouluvuoden aikana annettuun opetukseen ja sen aikana tapahtuneeseen osaamisen kasvuun. TIMSS 1995 -tutkimukseen osallistuneissa maissa osaamista mitattiin sekä 7. että 8. luokan lopussa, mikä mahdollisti osaamisen kasvua kuvaavan arvion tekemisen, vaikka kyseessä eivät olleetkaan samat oppilaat.

Schmidtin ym. (2001) saamien tulosten mukaan eri opetussuunnitelmamuuttujat olivat selkeästi yhteydessä toisiinsa sekä osaamisessa havaittuun kasvuun. Matematiikassa nämä yhteydet olivat selvempiä, kun luonnontieteissä yhteydet eivät kaikissa analyyseissä olleet yhtä selkeitä (johtuen mahdollisesti esimerkiksi luonnontieteiden jaosta erillisiin oppiaineisiin useissa maissa, mikä vaikeutti analyysien tekoa). Useimmissa maissa vähintään yksi opetussuunnitelmamuuttujista oli tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä oppimistuloksiin ja Japanissa jopa kaikki muuttujat olivat tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä oppimistuloksiin. Yleensä ottaen oppikirjojen sisältö ja eri aiheiden opetukseen käytetty aika opettajien kertoman mukaan olivat voimakkaammin yhteydessä osaamisen kasvuun kuin kirjoitettu opetussuunnitelma. Tulosten valossa myös matematiikan opetukseen käytetty kokonaisaika on positiivisesti yhteydessä osaamisen kasvuun. Kuitenkaan pelkkä oppituntien määrän lisääminen ei riitä, vaan myös opetukseen laatu on merkittävässä asemassa: Tuloksien mukaan oppisisältöjen käsittelyn tulee olla tarpeeksi haasteellista oppilaille, sillä oppikirjoissa esiintyneiden vaativampien suoritusodotuksien (ks. Luku 6.2 ja Liite 1) määrä oli positiivisesti yhteydessä suurempaan osaamisen kasvuun.

Edellisiä tuloksia arvioitaessa on ehdottomasti tuotava esiin joitakin lähteissä esitettyjä huomautuksia. Ensinnäkin TIMSS 1995 -tutkimuksen yhteydessä analysoidut oppikirjat ja opetussuunnitelmat olivat vuosilta 1990–91. Aikaero oppikirjatietojen ja muun aineiston keräämisen välillä oli siis melkoinen, joten muun aineiston keräämisajankohtana käytössä oli jo voinut olla uudempia oppikirjoja ja myös uudistuneita opetussuunnitelmia (Schmidt ym

1997b). Toisaalta oppikirjojen käyttötavat vaihtelevat hyvin paljon eri maissa, joten pelkkien sisältöalueiden painotusten perusteella ei voi tehdä pitkälle meneviä päätelmiä (Schmidt ym 1997b, Adolfsson & Henriksson 1999). On myös huomattava, että oppikirja-analyysissä analysoitiin kirjat, joita käytti yli puolet maan oppilaista (Schmidt ym 1997b). Siten tulokset eivät välttämättä kuvaa ollenkaan tilannetta kaikkien oppilaiden kohdalla. Erityisesti tilanne on tällainen maissa, joissa kaupalliset kustantajat tekevät oppikirjoja ja koulut voivat vapaasti valita käyttämänsä oppikirjat (Foxman 1999).

5

Oppimismahdollisuudet ja toimeenpantu opetussuunnitelma

Tämän työn perusasetelmaa kuvattiin nelitasoisen opetussuunnitelmamallin (kuvio 2.1) avulla, jossa koulutusjärjestelmää mallinnettiin neljän toisiinsa yhteydessä olevan tason avulla, joista käytettiin nimityksiä kirjoitettu, mahdollinen, toimeenpantu ja toteutunut opetussuunnitelma. Edellä näistä on käsitelty kirjoitettua ja mahdollista opetussuunnitelmaa, ja seuraavassa tarkastellaan toimeenpantua opetussuunnitelmaa tämän työn kannalta sopivasta näkökulmasta. Tämän tutkimuksen kohdalla mallin toimeenpantu opetussuunnitelma voidaan hyvin rinnastaa käsitteeseen *oppimismahdollisuudet*. Oppimismahdollisuuksilla tarkoitetaan sitä, onko oppilaalla ollut mahdollisuutta opiskella jotain tiettyä sisältöaluetta tai oppia ratkaisemaan jotain tietynlaista tehtävätyyppiä (Floden 2002). Olennaisena erona oppimismahdollisuuksien ja toimeenpannun opetussuunnitelman välillä on, että oppilailla on oppimismahdollisuuksia myös koulun ulkopuolella. Kuitenkin koulusidonnaisempien oppiaineiden kohdalla oppimismahdollisuudet vastaavat pitkälti toimeenpantua opetussuunnitelmaa. Matematiikkaa voidaan pitää koulusidonnaisena aineena perustaitojen oppimisen jälkeen, joten sen kohdalla vastaavuuden pitäisi olla hyvä.

Vaikka periaatteessa oppimismahdollisuudet liittyvät nelitasoisen opetussuunnitelmamallin tasoista lähinnä toimeenpantuun opetussuunnitelmaan, niin myös jokaisen muun tason tietoja voidaan hyödyntää oppimismahdollisuuksia tutkittaessa. Mallin tasot ovat yhteydessä toisiinsa ja erityisesti yleisemmillä tasoilla (kirjoitettu ja mahdollisesti toimeenpantu) on voimakas vaikutus luokkahuoneissa toimeenpantuun opetussuunnitelmaan ja siten myös oppilaille koulussa tarjolla oleviin oppimismahdollisuuksiin. Tämän työn kannalta mielenkiintoinen kysymys onkin, millaisia tietoja voidaan käyttää kuvaamaan oppilailla olleita oppimismahdollisuuksia.

5.1 Oppimismahdollisuudet oppimistulosten selittäjänä

Oppimismahdollisuuksia pidetään yhtenä merkittävänä tulosten selittäjänä oppimistulosten arviointien kohdalla (esim. Floden 2002; Muijs ja Reynolds 2003). Tästä huolimatta niitä on käytetty melko vähän julkaisuissa (Porter & Gamoran 2002). Tähän syynä on se, että oppimismahdollisuuksia koskevan tiedon keräämiseen liittyy vielä ongelmia, ja toisaalta tietojen yhdistäminen tuloksiin ei myöskään ole ongelmatonta (Leimu 1992; Linn 2002). Oppimismahdollisuuksien käyttämiseen oppimistuloksia selittävänä tekijänä liittyy esimerkiksi se ongelma, että oppimismahdollisuudet ovat kansallisella tasolla usein hyvin yhtenäiset. Tällöin niitä ei voi sisällyttää oppimistuloksia selittäviin malleihin, sillä malleissa käytetyissä selittävissä muuttujissa täytyy olla vaihtelua (Jos esimerkiksi kaikki tutkimukseen osallistuvat ovat poikia, sukupuolta ei voi käyttää tuloksia selittävänä tekijänä.). Esimerkiksi Muijs ja Reynolds (2003) olisivat halunneet sisällyttää oppimismahdollisuudet matematiikan oppimistuloksia koskevaan selitysmalliinsa. Tämä ei kuitenkaan onnistunut, sillä kaikilla heidän tutkimukseensa osallistuneilla oppilailla oli ollut koulussa suunnilleen samat oppimismahdollisuudet, jotka kansallinen opetussuunnitelma määritteli melko tarkasti.

Oppimismahdollisuuksia voidaan mitata hyvin monenlaisilla tavoilla. Floden (2002) mainitsee katsauksessaan esimerkiksi opetukseen käytetyn ajan mittaamisen sekä tämän tutkimuksen kannalta oleellisemmat opetussuunnitelmien ja oppikirjojen sisällön tutkimisen. Yleensä oppimismahdollisuuksien tarkasteluista voidaan erottaa kaksi yleistä piirrettä: Ensinnäkin kiinnostuksen kohteena on se, onko tehtävän sisältöä opetettu oppilaille vai ei, ja toisaalta kiinnostuksen kohteena on tämän sisällön opetuksessa saama painotus. Oppimismahdollisuudet on liitetty oppimistuloksiin lähinnä korrelaatioiden avulla. Tällä on saatu vahvistettua se, että oppimismahdollisuudet ovat tärkeä tekijä oppimistulosten takana, mutta tästä pitäisi vielä päästä pidemmälle.

Leimun artikkeli (1992) tuo hyvin esille oppimismahdollisuustietojen ja oppimistulosten yhdistämiseen liittyviä ongelmia. Hän tarkastelee SISS-tutkimuksen (toinen kansainvälinen luonnontiedetutkimus) yhteydessä kerätyn oppimismah dollisuustiedon yhteyksiä saatuihin oppimistuloksiin. SISS-tutkimuksessa opettajilta kysyttiin tehtäväkohtaisesti tietoja oppilaiden oppimismahdollisuuksista. Kysymykset vastasivat varsin pitkälle edellä esitettyjä pääkiinnostuksenkohteita oppimismahdollisuuksia tutkittaessa: Ensinnäkin opettajat kertoivat oliko tehtävään liittyvä sisältö opetettu oppilaille, toiseksi heiltä kysyttiin tehtävän sisällölle annettu painoarvo opetuksessa ja kolmanneksi opettajat arvioivat, kuinka suuri osa oppilaista osaa vastata tehtävään. Opettajien lisäksi myös oppilailta kysyttiin, oliko hän jossakin oppinut kysymykseen vastaamiseen tarvittavat tiedot. Artikkelissa Leimu esittelee näiden oppimismahdollisuustietojen ja oppimistulosten välisiä korrelaatioita tehtävä- ja sisältöaluekohtaisesti laskettuna. Tuloksien valossa tehtäväkohtaisesti lasketut korrelaatiot olivat sisältöaluekohtaisia korkeampia, mutta niidenkin kohdalla tulokset olivat varsin ristiriitaisia korrelaatioiden ollessa jopa negatiivisia. Tässä tapauksessa negatiivinen korrelaation tarkoittaa sitä, että mitä yleisemmin tehtävän sisältö oli käsitelty opetuksessa, sitä heikompaa sen osaaminen oli ja tällainen tulos kuulostaa erittäin yllättävältä. Parhaiten oppimismahdollisuusmuuttujista toimi opettajien arviot oppilaiden osaamisesta, mutta senkin kohdalla lukioikäisten kohdalla korrelaatio oppimistuloksiin oli negatiivinen.

Mikä oppimismahdollisuustietojen suhteessa oppimistuloksiin sitten aiheuttaa ongelmia? Eräs ongelma liittyy oletukseen lineaarisesta yhteydestä oppimistulosten ja oppimismahdollisuuksien välillä. Esimerkiksi Leimu (1992) laski korrelaatioita tehtävien ratkaisuprosenttien ja oppimismahdollisuuksien välillä olettaen suhteen lineaariseksi. Tämä tarkoittaisi sitä, että jos esimerkiksi oppilaille on opetettu tunti luonnollisten lukujen yhteenlaskua ja tunti murtolukujen jakolaskua, niin oppimistulokset olisivat samat. Tällainen oletus jättää täysin huomiotta eri oppisisältöjen väliset vaikeuserot, jotka olennaisesti vaikuttavat oppimistuloksiin. Edellä esitetyistä oppimismahdollisuustiedoista ainoastaan opettajien arviot oppilaiden osaamisesta ottavat tämän huomioon ja sen kohdalla saatiinkin korkeimmat korrelaatiot. Tämä viimeinen kysymys ei kuitenkaan oikeastaan mittaa oppilaiden oppimismahdollisuuksia, sillä oppimismahdollisuudet eivät ole sama asia kuin osaaminen. Kysymykseen vastatessaan opettajat olivat siis ottaneet huomioon muitakin tekijöitä kuin oppilailla olleet oppimismahdollisuudet.

Eräs ongelmalliseksi havaittu puoli oppimismahdollisuuksien tarkastelussa on Flodenin (2002) mukaan opettajilta saadun tiedon luotettavuus. Opettajat tietävät yleensä varsin hyvin, mitä oppilaille on opetettu kuluvan kouluvuoden aikana, mutta aikaisemmista vuosista opettajilla voi olla heikompi käsitys esimerkiksi opetusryhmien vaihtumisen takia. Opettajilta kyselyiden avulla kerätyn oppimismahdollisuustiedon luotettavuus on muutenkin joiltain osin kyseenalaista: Flodenin (2002) katsauksessaan käsittelemissä tutkimuksissa opetuspäiväkirjat ja kyselyt olivat tuottaneet hyvin erilaisen kuvan opettajien opetuksesta.

Oppimismahdollisuuksia koskevien tietojen keräämiseen ja käyttöön liittyvistä ongelmista huolimatta niiden arvoa ei pidä vähätellä. Flodenin (2002) mukaan oppimismahdollisuuksien avulla pystytään joka tapauksessa selittämään oppimistulosten eroja ja toisaalta tiedot ovat itsessään kiinnostava tutkimuskohde. Esimerkin mielenkiintoisista tutkimuksista tarjoavat TIMSS 1995 -tutkimuksen yhteydessä tehdyt oppikirjojen ja opetussuunnitelmien analyysit (Luku 4.3.2), joissa yhtenä tavoitteena oli selvittää eri maissa oppilaille tarjolla olevia oppimismahdollisuuksia. Viimeisimmissä raporteissa näitä tietoja on hyödynnetty oppimistulosten selittämisessä (Schmidt ym. 2001) ja tulokset ovat selkeästi osoittaneet voimakkaan yhteyden oppimismahdollisuuksien ja oppimisen välillä.

Tutkimusten valossa näyttää siltä, että arviointituloksia selitettäessä tehtäväkohtaisesti kerätyt tiedot oppimismahdollisuuksista toimivat parhaiten. Toisaalta oppimismahdollisuustietoja kannattaa kerätä myös tutkittua luokka-astetta edeltäviltä luokilta ja myös koulun ulkopuolisia oppimismahdollisuuksia tulisi ottaa huomioon. Näiden tulosten valossa on harmillista, että TIMSS 1999 -tutkimuksessa oppimismahdollisuustietoja kysyttiin opettajilta vain sisältöaluekohtaisesti, koska huomio haluttiin kiinnittää nimenomaan sisältöalueiden osaamiseen eikä mahdollisiin tehtäväkohtaisiin erityispiirteisiin. (Floden 2002.)

6
Matematiikan osaaminen ja sen kuvaaminen

Tässä tutkimuksessa kiinnostuksen kohteena on erityisesti matematiikan osaaminen (eli toteutunut opetussuunnitelma) 7. luokalla. Seuraavassa tarkastellaan joitakin tämän tutkimuksen kannalta oleellisia matematiikan osaamisen määrittelyn ongelmia. Tämän jälkeen esitellään, miten matematiikan osaamista tässä tutkimuksessa jäsennetään.

6.1 Matematiikan osaamisen määrittely kansainvälisessä arvioinnissa

Ihmisten käsitykset matematiikasta ja sen osaamisesta vaihtelevat hyvin paljon (Kupari 1999). Hyvin monelle matematiikan osaaminen merkitsee omien koulumuistojen kuvaamaa matematiikkaa: laskutoimitusten suorittamista, geometrisia kuvioita, x:ää ja y:tä, ja niin edelleen. Kuitenkin jokaisen käsitykset vaihtelevat omien kokemusten mukaan. Matematiikka on osa kulttuuria ja käsitykset siitä muokkautuvat esimerkiksi ihmisten asenteiden ja tarpeiden mukaan. Tarpeiden ja muiden tekijöiden ollessa yhteisiä ryhmille muotoutuu yhteisiä matematiikkakäsityksiä ja esimerkiksi eri ammattiryhmillä on usein oma tyypillinen matematiikkakulttuurinsa. Kulttuurisen vaikutuksen vuoksi ei ole yllättävää, että eri maiden välillä käsitykset matematiikasta ja siten myös matematiikan oppimiselle asetetut tavoitteet vaihtelevat erittäin paljon (Schmidt ym. 1997b). Kansainvälisten matematiikan osaamisen arviointien yhteydessä nämä erot aiheuttavat luonnollisesti ongelmia: Minkä käsityksen mukaista matematiikan osaamista niissä tulisi arvioida?

Linnin (2002) mukaan kansainvälisissä arvioinneissa tavoitteena voisi olla, että matematiikan osaamisen mittaaminen kohdistuisi kaikkien opetussuunnitelmien yhdisteeseen. Kuitenkin käytännössä esimerkiksi rajatun ajankäytön ja taloudellisten tekijöiden johdosta arvioinnit useinkin kohdistuvat opetussuunnitelmien yhteisiin osiin tai johonkin näiden kahden ääripään väliin sijoittuvaan yhdistelmään. IEA-organisaation arviointitutkimuksissa (SIMS, TIMSS 1995 ja TIMSS 1999) asiantuntijaryhmien tekemän pohjatyön jälkeen tämän yhdistelmän määrittämisessä ovat olleet mukana kaikkien osallistujamaiden edustajat, minkä tarkoituksena on ollut varmistaa arviointien kansallinen sopivuus (Robitaille & Garden 1989; Robitaille ym. 1993; Mullis ym. 2000). Myös PISA-arviointien yhteydessä tutkimuksessa käytetty matemaattisen osaamisen määrittely ja sen osaamisessa käytetyt mittarit ovat läpikäyneet vastaavanlaisen kansallisen sopivuuden takaavan prosessin (OECD 2001). PISA-arviointien yhteydessä tämä tarkastelu ei vain pohjaudu suoranaisesti osallistujamaiden kirjoitettuihin opetussuunnitelmiin.

IEA-organisaation arvioinneissa on tullut käytännöksi soveltaa ”tasaisen epäoikeudenmukaisuuden” periaatetta kokeiden kansallisen yhteensopivuuden suhteen (Leimu 2001). Tämä periaate tarkoittaa sitä, että kokeiden sisällölliset painotukset eivät vastaa täysin yhdenkään osallistujamaan kansallista opetussuunnitelmaa ja tässä pyritään myös eri maiden tasapuoliseen kohteluun. Tämä ratkaisu näyttää toimineen tutkimusten luotettavuuden kannalta erittäin hyvin: Esimerkiksi TIMSS 1999 -tutkimuksen tulokset eivät olisi muuttuneet, vaikka tuloksia olisi tarkasteltu vain esimerkiksi Suomen opetussuunnitelman kanssa yhteensopiviksi katsottujen tehtävien pohjalta (Mullis ym. 2000).

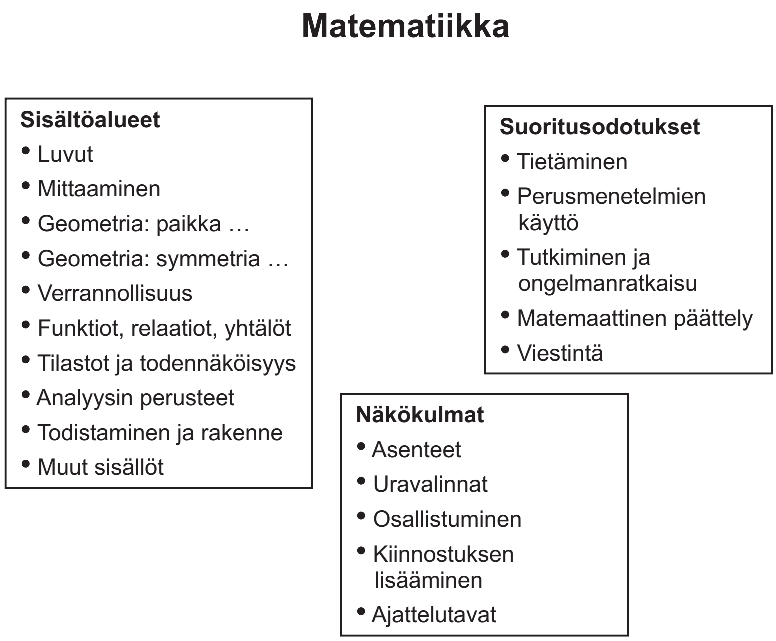
”Tasaisen epäoikeudenmukaisuuden” periaate merkitsee myös sitä, että kansainvälisesti määritelty kehys voi jättää täysin huomioimatta joitakin kansallisesti merkittävinä pidettyjä matematiikan osa-alueita ja jälkikäteen kehyksestä löytyy aina piirteitä, joita voisi korjata. Esimerkiksi 13-vuotiaiden matematiikan osaamista mitanneissa TIMSS 1995 ja 1999 -tutkimuksissa käytetty kuvauskehikko mukailee varsin pitkälle Yhdysvaltojen aritmetiikkaa painottavaa opetussuunnitelmaa (Schmidt ym. 2001). Monissa muissa maissa algebran opetus oli keskeisellä sijalla tämän ikäluokan opetussuunnitelmissa, ja näiden maiden matematiikan osaamisen kuvailuun käytetty kuvauskehikko soveltui huomattavasti Yhdysvaltoja heikommin. Kansallisten erikoispiirteiden jääminen huomiotta kansainvälisessä arvioinnissa ei kuitenkaan ole yksistään kielteinen asia. Tällaisen tilanteen esiintyminen voi johtaa kansallisella tasolla hyödylliseen keskusteluun asetettujen tavoitteiden mielekkyydestä ja jopa muutoksiin opetussuunnitelmissa (Smith 2002).

6.2 Matematiikan osaamisen kuvaaminen TIMSS 1999 -tutkimuksessa

Matematiikan osaaminen on tutkimuksen mallissa osa toteutunutta opetussuunnitelmaa, ja sen tulisi vastata kirjoitetussa opetussuunnitelmassa asetettuja tavoitteita. Siten matematiikan osaamisen kuvaamista onkin luonnollista lähestyä lähtien liikkeelle siitä, miten opetukselle asetetut tavoitteet on esitetty kirjoitetussa opetussuunnitelmassa.

Matematiikan opetukselle asetettujen tavoitteiden esitysmuodot kirjoitetuissa opetussuunnitelmissa vaihtelevat, mutta muutamia piirteitä on hyvinkin helppo erotella toisistaan. Ensinnäkin tavoitteita esitetään sisältöalueiden muodossa: Esimerkiksi Opetussuunnitelman perusteissa (1994) mainitaan ala-asteella opiskeltaviksi sisältöalueiksi muun muassa murto- ja desimaaliluvut, pituus, massa, pinta-ala, mittakaava sekä geometriset kappaleet ja kuviot. Toisaalta tavoitteita esitetään oppilailta toivottujen toimintojen muodossa, josta esimerkki on “oppii tunnistamaan ja piirtämään tavallisimpia geometrisia kappaleita ja kuvioita, kuvaamaan näiden perusominaisuuksia ja laskemaan näiden pinta-aloja ja tilavuuksia …” (Opetushallitus 1994, 75). Lisäksi tavoitteita esitetään myös koskien oppilaiden tunnepuolta liittyen esimerkiksi opiskelumotivaation lisäämiseen. (Kangasniemi 1989.)

Näiden eri tavoitteiden systemaattista esittämistä ja käsittelyä varten on kehitetty useita “tavoitetaksonomioita”, joista tunnetuin lienee Bloomin taksonomia vuodelta 1956. Siinä eri tavoitteet jaetaan sisällön, kognitiivisen käyttäytymisen sekä affektiivisen käyttäytymisen mukaan. (Bloom ym. 1971) Bloomin taksonomian perinteet ovat nähtävillä vielä viimeisissäkin laajoissa kansainvälisissä matematiikan arviointihankkeissa TIMSS 1995, TIMSS 1999, PISA 2000 ja PISA 2003. TIMSS-tutkimuksissa (sekä vuonna 1995 että 1999) käytettiin matematiikan opetussuunnitelmien kuvauskehikkoa, jossa matematiikkaa jäsennetään kolmen tekijän suhteen: *sisältöalueet, suoritusodotukset* ja *näkökulmat* (Robitaille ym. 1993; Kupari ym. 2001). PISA-arvioinnit poikkeavat TIMSS-arvioinneista siten, että niissä arvioinnin kohteena on matemaattinen osaaminen (mathematics literacy) tavallisen koulumatematiikan sijaan, mikä käytännössä tarkoittaa matemaattisten taitojen soveltamisen korostamista. Näissäkin arvioinneissa jäsentävinä tekijöinä ovat matemaattinen sisältö ja tehtävien ratkaisussa tarvittavat prosessit (vrt. suoritusodotukset), mutta kolmantena tekijänä on TIMSS-tutkimuksista poiketen tehtävän konteksti. (Kupari & Törnroos 2002; OECD 2003.)



Kuvio 6.1.
TIMSS 1995 ja 1999 -tutkimusten matematiikan opetussuunnitelmien kuvauskehikko (Robitaille ym. 1993; Kupari ym. 2001).

Kuviossa 6.1. esitetyssä TIMSS-tutkimusten matematiikan kuvauskehikossa *sisältöalueilla* tarkoitetaan koulumatematiikassa käsiteltäviä oppisisältöjä. Tässäkin tutkimuksessa käytetyssä liitteessä 1 yksityiskohtaisemmin esitetyssä matematiikan sisältöalueiden luokittelussa matematiikka on jaettu kymmeneen pääluokkaan (*sisältökokonaisuuteen*), joista kukin on edelleen jaettu kahdesta kahteenkymmeneen alaluokkaan (*sisältöalueeseen*). (Robitaille ym. 1993; Kupari ym. 2001.)

Luokittelun sisältöalueiden valinnassa on otettu huomioon useita erilaisia seikkoja. Ensinnäkin luokittelun avulla tuli olla mahdollista kuvailla mahdollisimman hyvin kaikkien TIMSS 1995 -tutkimukseen osallistuneiden maiden koulutusjärjestelmiä. Edelliseen liittyy läheisesti kysymys käytettyjen luokkien lukumäärästä ja hienojakoisuudesta. Joissakin tapauksissa on perusteltua käyttää hyvinkin tarkkoja alaluokkia, mutta vaarana on, että tällainen tarkka luokittelu voi piilottaa yleisempää tasoa koskevan tiedon. Tässä voi käyttää esimerkkinä rationaalilukujen käsittelyä: Desimaali- ja murtoluvut ovat rationaalilukuja, mutta oppikirjoissa voi hyvinkin esiintyä tilanteita, joissa käsitellään vain desimaali- ja/tai murtolukuja ottamatta huomioon niiden yleisempää luokitusta. Toisaalta tilanne voi olla myös päinvastainen, eli oppikirjassa käsitellään rationaalilukuja desimaali- ja/tai murtolukuja apuna käyttäen. Näiden tilanteiden erottaminen toisistaan vaatii käytännössä kaikkien kolmen luokan sisällyttämistä käytettyyn luokitteluun. (Robitaille ym. 1993; Schmidt ym. 2001.)

Luokkien valintaan vaikutti myös se, että TIMSS 1995 -tutkimus kohdistui kolmeen perusjoukkoon: 9-vuotiaisiin, 13-vuotiaisiin ja matematiikkaan erikoistuneisiin toisen asteen koulutuksensa päättäviin oppilaisiin. Käytännössä luokittelussa päädyttiin keskittymään erityisesti kahteen nuorempaan ikäluokkaan, mistä johtuen erityisesti lukuihin liittyvät sisältöalueet on luokiteltu melko yksityiskohtaisesti. Luokittelussa on mukana myös lähemmin vanhinta perusjoukkoa koskevia sisältökokonaisuuksia (analyysin perusteet ja todistaminen ja rakenne). On kuitenkin perusteltua sisällyttää nämä sisältökokonaisuudet luokitteluun myös tarkasteltaessa nuorempien perusjoukkojen matematiikan osaamista. Niihin sisältyy myös sellaisia sisältöalueita, joiden käsittely on mahdollista jo hyvinkin varhain (esimerkiksi ”uuden matematiikan” painottamaa joukko-oppia). (Robitaille ym. 1993; Schmidt ym. 2001.)

Yhtenä lähtökohtana sisältöalueiden valinnassa oli, että ne soveltuisivat matematiikan opetuksen trendien kuvailuun. Pelkkää lähtötilanteen kuvaamista (vuonna 1995) ei pidetty riittävänä, vaan luokittelun tulisi soveltua myös todennäköisten muutosten kuvaamiseen. Tällaisiksi tulevaisuuden matematiikanopetuksessa enemmän painoa saaviksi sisältöalueiksi katsottiin erityisesti tilastomatematiikka sekä todennäköisyys. (Robitaille ym. 1993.)

Kuvauskehikon *suoritusodotukset* tarkoittavat niitä toimintoja, joita oppilaan odotetaan tekevän hänen työskennellessään esimerkiksi oppikirjan tehtävän tai matematiikkaprojektin parissa. Tässäkin tutkimuksessa käytetty kuviossa 6.1. esitetty suoritusodotusluokitus vastaa hyvin pitkälle Bloomin taksonomian kognitiivisen käyttäytymisen jäsennyksen matematiikkaan sovellettua versiota, jossa luokkina olivat laskutaito, ymmärtäminen, soveltaminen ja analysoiminen (Wilson 1971). Selkein muutos aiemmin käytettyyn luokitteluun on viestinnän esiintyminen omana luokkanaan, mikä muutoksena on hyvin ymmärrettävä hyvien viestintätaitojen korostuessa nyky-yhteiskunnassa viestintäyhteyksien parantuessa jatkuvasti (Robitaille ym. 1993). Muuten käytetyt suoritusodotusluokat (kuvio 6.1. ja liite 1) näyttävät huomattavan samoilta kuin jo 1960–70-luvuilla käytetyt kognitiivisen käyttäytymisen luokat. Kangasniemen (1989) antamien esimerkkien perusteella erityisesti tutkiminen ja ongelmanratkaisu -luokka vastaa aiemmin käytettyä soveltaminen -luokkaa ja matemaattinen päättely analysoiminen -luokkaa. Tietäminen sekä perusmenetelmien käyttö -luokat vastaavat laskutaito ja ymmärtäminen -luokkia, mutta näiden sisällöt poikkeavat toisistaan. Esimerkiksi suoritusodotuksia käyttäen kuvaajien tulkinta ja peruslaskutoimitusten harjoittelu luokiteltaisiin perusmenetelmien käytöksi kun vastaavasti Bloomin taksonomiassa kuvaajien tulkinta olisi katsottu kuuluvan ylempään ymmärtämisen luokkaan eikä peruslaskutoimitusten harjoitteluun.

Suurempi kehitys suoritusodotusten kohdalla onkin tapahtunut tausta-ajattelussa: Tässä tutkimuksessa käytetty suoritusodotusluokittelu ei ole hierarkkinen Bloomin kognitiivisen käyttäytymisen luokittelun tavoin, vaan eri pääluokat ovat keskenään "tasa-arvoisia". Näin luokittelun tausta-ajattelun muutos osaltaan heijastaa oppimiskäsityksissä tapahtunutta kehitystä. Enää opetettavia kokonaisuuksia ei pyritä jakamaan pieniin sirpaleisiin, joista kuhunkin voidaan liittää tietty kognitiivinen toiminta. Tämän sijaan painotetaan ongelmakeskeisiä tilanteita, joissa opetettavat asiat tulevat esille luonnollisissa konteksteissa ja niiden käsittelyyn voi liittyä monenlaisia suoritusodotuksia rinnakkain. (Romberg 1992; Robitaille ym. 1993; Kupari ym. 2001.)

Kuvauskehikon täydentävät *näkökulmat*, joiden avulla kuvaillaan opetussuunnitelman piirteitä, joilla pyritään edistämään oppilaiden asenteita, kiinnostusta ja harrastuneisuutta matematiikan opiskelua kohtaan (Robitaille ym. 1993; Kupari ym. 2001). Näkökulmien luokittelu poikkeaa melko paljon Bloomin taksonomian affektiivisen käyttäytymisen hierarkkisesta luokittelusta (vastaanottaminen, vastaaminen, arvostaminen,…) (Bloom ym. 1971, 271–277). Nyt käytetyssä näkökulmien luokittelussa on luovuttu täysin hierarkkisuudesta vastaavasti kuin Wilsonin (1971) esittämässä matematiikkaa koskevassa Bloomin taksonomian sovelluksessa. Hän esittää asenteet, kiinnostuksen, motivaation, ahdistuneisuuden, itseluottamuksen sekä matematiikan arvostamisen erillisinä affektiivisen käyttäytymisen muotoina asettamatta niitä arvojärjestykseen. Tässä käytetyssä näkökulmien luokituksessa luokkien sisältöä on kuitenkin muokattu vastaamaan paremmin nykyaikana tärkeäksi nähtyjä tavoitteita, kuten ammatinvalinnan ohjaaminen matematiikkaan liittyvien alojen suuntaan ja tasa-arvon toteutuminen matematiikan opetuksessa (liite 1).

Matematiikan opetussuunnitelmien sisältöä (sisältäen kaikki neljä tasoa: kirjoitetun, mahdollisen, toimeenpannun ja toteutetun) voidaan siis jäsentää edellä esitellyn sisältöalueet, suoritusodotukset ja näkökulmat käsittävän "kolmikannan" avulla. Tämän pohjalta on myös suunniteltu TIMSS 1995 ja TIMSS 1999 -tutkimuksissa käytetyt tehtävät ja myös talousjärjestö OECD:n PISA-arvioinneissa (PISA 2000 ja PISA 2003) on tehtäviä suunniteltaessa käytetty vastaavanlaista jäsennystä sisältöalueen, prosessien ja tehtävän kontekstin suhteen. Vaikka tehtäviä suunniteltaessa on siis huomioitu kaikki kolme tekijää, niin kuitenkin viimeisten matematiikan arviointien tuloksia on kuvattu lähinnä vain sisältöalueita koskien (Mullis ym. 2000; Kupari ym. 2001; OECD 2001; Kupari & Törnroos 2002). Syynä tähän käytäntöön lienee yksinkertaisesti se, että yleensäkin tehtävän ratkaisemiseen tarvittava sisältötieto on huomattavasti helpompi määrittää kuin siihen liittyvä suoritusodotus (Linn 2002). Suoritusodotusten määrittämistä vaikeuttaa esimerkiksi se, että ne ovat yksilö- ja sisältökohtaisia: Jonkun tehtävän kohdalla toinen oppilas voi joutua ratkaisemaan vaikean ongelman, kun toiselle kyseessä on pelkkä tunnilla opitun asian muistaminen. Toisaalta TIMSS 1995 -tutkimusta suunniteltaessa pyrittiin tietoisesti eroon perinteisestä ajattelusta, jossa tehtävä tai opetussuunnitelman osa liittyy pääasiassa yhteen sisältöalue-suoritusodotus-pariin (Robitaille ym. 1993). Sen sijaan tehtävään voi liittyä useita sisältöalueita ja suoritusodotuksia, mikä luonnollisesti vaikeuttaa myös tulosten esittämistä tiettyyn suoritusodotukseen liittyen. PISA-arvioinneissa tämä näkökulma korostuu entisestään, sillä niiden tehtävissä korostetaan matematiikan taitojen soveltamista tosielämään sijoittuvassa kontekstissa. Tällöin tehtävien ratkaisu sisältää usein luonnostaan monia vaiheita ja siten tehtävään liittyy myös monia suoritusodotuksia (OECD 2003). Tässä tutkimuksessa yhtenä tavoitteena on tarkastella oppimistuloksia myös tehtävien luokittelussa käytettyjen suoritusodotusten suhteen ja syventää siten perinteistä sisältöalueisiin keskittyvää näkökulmaa.

7
Oppimistulosten arviointia

Tämän työn osana pyritään selvittämään, millaista suomalaisten 7. luokan oppilaiden matematiikan osaaminen oli TIMSS 1999 -tutkimuksessa. Tällöin joudutaan pohtimaan arviointiin liittyviä kysymyksiä: Mitä osaamista on arvioitu? Millaisilla välineillä tätä osaamista on mitattu? Millaisia tulkintoja osaamisesta voidaan tehdä? Mitä kriteerejä tulkintoja tehtäessä käytetään?

Seuraavassa hahmotetaan tähän tutkimukseen liittyviä arvioinnin piirteitä. Käsittely myötäilee Scrivenin (1994) ajatuksia siitä, että arviointi voidaan ymmärtää esimerkiksi matematiikan kaltaisena tieteenalana, jonka kohdalla voidaan erotella ”puhdas” ja ”soveltava” osa. Tässä yhteydessä keskitytään edellä esitettyjen kysymysten mukaisesti ”soveltavan” arvioinnin ongelmiin matematiikan oppimistulosten arvioinnin kannalta. ”Puhtaan” arvioinnin yleisemmällä tasolla liikkuvasta keskustelusta kiinnostuneet voivat tutustua esimerkiksi Vuorenmaan (2001) laajaan väitöskirjatyöhön tai etsiä käsiinsä alan kansainvälisesti tunnettujen tutkijoiden tekstejä (esim. Scriven 1994; House 1995).

7.1 Koulutuksen arviointi käsitteenä

Sanakirjamainen määritelmä koulutuksen arvioinnille on sen käsittäminen koulutuksen eri osien arvon määrittämiseksi. Usein huomio kiinnittyy koulutuksen tuloksien arviointiin, mutta määritelmä pitää sisällään myös esimerkiksi koulutusprosessien ja tavoitteidenasettelun arvioinnin. (Hirsjärvi 1974; Konttinen 1995; Laukkanen 1996; Opetushallitus 1998.)

Arviointi käsitteenä ei kuitenkaan ole yksiselitteinen, kuin edellä esitetty perusmääritelmä antaa ymmärtää. Englanninkielessä arviointiin liittyy useita termejä, joista tunnetuimmat lienevät “assessment” ja “evaluation”. Näistä edellisellä tarkoitetaan yleensä oppilaiden koulusaavutusten tutkimista ja mittaamista, ja jälkimmäisellä puolestaan viitataan koulutusohjelmien tai -politiikkojen arviointiin (Laukkanen 1996). Suomenkielisessä kirjallisuudessa käytetään myös vastaavia termejä evaluaatio ja arviointi, mutta useinkaan niitä ei käytetä englanninkielisen erottelun mukaisissa merkityksissä. (Laukkanen 1996; Opetushallitus 1998; Vuorenmaa 2001.)

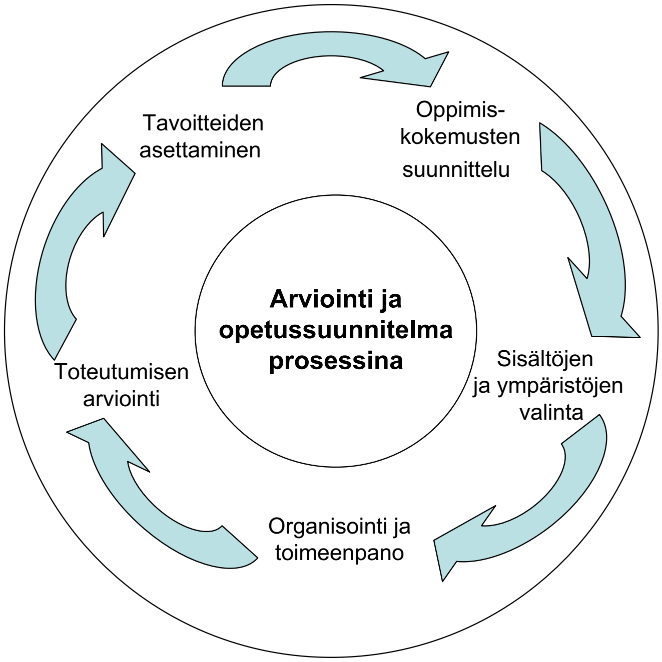
Arvioinnin yhteydessä esiintyy myös suuntauksia, joissa arvioitavasta kohteesta ei tehdä ollenkaan arvolausumaa. Näiden yhteydessä voidaan kuitenkin jo pohtia, onko kysymys enää ollenkaan arvioinnista, vaan jostakin muusta tutkimuksesta. (Scriven 1994.)

Tässä työssä arviointi ymmärretään perusmääritelmänsä mukaisena toimintana, jossa olennaisena osana on arvioinnin kohteen arvon määrittäminen. Työssä käytetään pelkästään arviointi-termiä, eikä esimerkiksi ”assessment” ja ”evaluation” -termien mukaisia merkityksiä lähdetä erottelemaan toisistaan erillisillä termeillä. Työssä oppilaiden koulusaavutusten perusteella pyritään tekemään koulujärjestelmää koskevia kehitysehdotuksia. Edellä käsiteltyjen termien mukaiset arvioinnin näkökulmat siis yhdistyvät työssä ja siten yhden yhteisen termin käyttäminen on perusteltua.

7.2 Tavoiteperustaisen arvioinnin perusmalli

Tämän tutkimuksen voi katsoa olevan tavoitepohjaista ja päätöksentekoa tukevaa arviointia: Tutkimuksessa tarkastellaan matematiikanopetukselle Suomessa asetettuja tavoitteita sekä niiden toteutumista 7. luokalla ja tämän tarkastelun pohjalta tehdään ehdotuksia matematiikanopetuksen kehittämiseksi tulevaisuudessa. Esimerkiksi Raivolan (2000) ja Vuorenmaan (2001) mukaan tällaista arviointia voidaan vielä nykyaikanakin lähestyä jo aiemmin mainitun Ralph Tylerin 1950-luvulla esittelemän opetussuunnitelma- ja arviointimallin pohjalta (luku 3.2.2).

Tylerin mallissa opetussuunnitelmaprosessi jaetaan viiteen vaiheeseen: 1) Koulutus-, kasvatus- ja oppimistavoitteiden asettaminen; 2) Oppimiskokemusten suunnittelu; 3) Oppisisältöjen ja oppimisympäristöjen valinta; 4) Oppimiskokemusten organisointi ja strateginen toimeenpano; 5) Toteutumisen ja tulosten arviointi (Leimu 1996). Esimerkiksi Nevalainen ym. (2001) esittävät mallista nelivaiheisen version, jossa oppimiskokemusten suunnittelu (vaihe 2) ja oppisisältöjen valinta (vaihe 3) on yhdistetty yhdeksi vaiheeksi. Vaiheiden lukumäärästä riippumatta mallin voi vielä nykyisinkin katsoa so-



Kuvio 7.1.
Tylerin arvioinnin perusmalli (Leimu 1996) syklin muodossa esitettynä.

veltuvan hyvin koulutuksen käytännön toiminnan perustason kuvaamiseen. (Kangasniemi 1989; Scriven 1994; Leimu 1996; Vuorenmaa 2001.)

Edellistä mallia käytettäessä on kuitenkin syytä saattaa ajan tasalle malliin liitetyt käsitykset ja oletukset. Nykyisin ei ole mielekästä sitoutua esimerkiksi alkuperäisessä mallissa painotettuihin mitattavissa oleviin tavoitteisiin ja niiden esittämiseen oppilailta toivottujen käyttäytymisten avulla (Kangasniemi 1989; Popham 1992).

Tässä ei ole tarkoituksenmukaista mennä mallin yksityiskohtiin. Oleellisinta mallin tulkinnassa on, että arviointi- ja opetussuunnitelmaprosesseja ei nähdä lineaarisina tapahtumaketjuina, joilla on selkeä alku ja loppu (Leimu 1996). Perinteisestihän opetussuunnitelma on nähty vaiheittaisena prosessina, jossa määritetään tavoitteet, toteutetaan suunniteltu opetus ja arvioidaan saadut tulokset (Rauste-von Wright 2001). Tässä tutkimuksessa arviointitoiminta ajatellaan syklisenä prosessina, joka ei pääty arvioinnista saatuihin tuloksiin, vaan tämän jälkeen saatujen tuloksien pohjalta opetussuunnitelman sisältöä tarkistetaan ja prosessi lähtee uudelle ”kierrokselle”. Jokaisella ”kierroksella” ei tietenkään tarvitse käydä läpi kaikkia mallin vaiheita. Koulutuksen kannalta varmaankin ideaalitapaus olisi, jos arvioinnin tulos kertoisi kaiken menevän niin hyvin, että mihinkään kehittämistoimenpiteisiin ei olisi tarvetta. Tällöinhän mallissa voitaisiin hypätä koko ”kierros” yli aina seuraavaan arviointiin saakka.

Arvioinnin ymmärtäminen syklisenä jatkuvana prosessina korostaa arvioinnista saatavan palautteen merkitystä. Tämä asettaa erityisen tärkeään asemaan arvioinnin yleisen luotettavuuden ja validiteetin. Koska arviointien pohjalta voidaan tehdä suuriakin muutoksia koulutuksen tavoitteisiin tai toimeenpanoon, niin tällöin on huolehdittava siitä, että arvioinnista tehdyille tulkinnoille on riittävästi näyttöä.

7.3 Näkökulmia arvioinnin suorittamiseen ja välineisiin

Edellä luvussa 6 tarkasteltiin, miten tämän tutkimuksen kohteena oleva 7. luokan oppilaiden matematiikan osaaminen on määritelty ja miten sitä kuvataan. Seuraavaksi siirrytään pohtimaan arvioinnin suorittamiseen ja etenkin siinä käytettyyn mittariin liittyviä kysymyksiä. Määritelmänsä mukaisesti arviointi on arvottavaa toimintaa, jossa arvioinnin kohteelle määritetään arvo suhteutettuna määriteltyyn vertailuarvoon. Tällaisessa toiminnassa joudutaan helposti tilanteisiin, joissa joudutaan pohtimaan muun muassa arvioinnin oikeudenmukaisuutta. Samalla joudutaan myös miettimään ratkaisuja, joilla voidaan turvata tämä oikeudenmukaisuus ja vastata arvioinnille asetettuihin kysymyksiin. Toisin sanoen arvioinnin yhteydessä joudutaan pohtimaan sen eettisiä ”pelisääntöjä” ja niiden seurauksia arvioinnissa käytettäviin välineisiin.

7.3.1 Arvioinnin eettiset ”pelisäännöt”

Arviointitutkimusta tehtäessä kohdataan helposti eettisesti ongelmallisia tilanteita. Miten tulisi toimia, jos esimerkiksi arvioinnin toimeksiantaja ei halua julkaista jotain tulosta, jota arvioija pitää tärkeänä? Arvioinnin ja yleisemmin tutkimuksen eettisiä perusteita voidaan esittää eri muodoissa (House 1992; Vuorenmaa 2001), mutta Housen (1992) mukaan näiden pohjalta voidaan löytää kolme pääperiaatetta. Ensinnäkin arvioinnin tulee olla hyödyllistä. Tällöin arvioinnin mahdolliset haittavaikutukset tulee minimoida ja edut maksimoida. Tämän periaatteen mukaista on esimerkiksi tulosten julkaiseminen mahdollisimman laajalle yleisölle. Toiseksi yksilöiden oikeuksia tulee kunnioittaa. Tämä tarkoittaa esimerkiksi arvioinnin tekijöiden ja osallistujien välisen valtaeron pienentämistä, osallistumisen vapaaehtoisuutta sekä osallistujien päätäntävaltaa itseään koskevissa asioissa. Kolmantena pääperiaatteena voidaan pitää tutkimuksen tasa-arvoisuutta kaikkia sosiaalisia ryhmiä kohtaan, jonka tulee koskea niin tutkimuksessa käytettäviä mittareita kuin mahdollisuuksia päästä analysoimaan tutkimuksessa käytettyjä tietoja.

Joskus tasa-arvoisuus sotketaan tutkimuksen objektiivisuuteen tai luotettavuuteen. Nämä eivät kuitenkaan ole sama asia, sillä tutkimus voi olla hyvinkin luotettava, mutta ei kuitenkaan ole tasa-arvoinen. Esimerkiksi tutkimuksessa käytetyn mittarin reliabiliteetti voi olla hyvä, jolloin se tuottaa mittausta toistettaessa samanlaiset tulokset. Kuitenkin mittari voi samalla suosia esimerkiksi tyttöjä, jolloin se ei ole tasa-arvoinen eri sukupuolia kohtaan. (House 1992.)

Selkeä arvoperusta helpottaa edellä esitettyjen eettisten pääperiaatteitten noudattamista. Housen (1992) mukaan arvon määrityksessä käytetään useimmiten perustana utilitaristista näkökulmaa, jonka mukaan eniten hyötyä koko yhteisölle tuottava ratkaisu on arvokkain. Kuitenkin myös muita arvoperustoja voidaan käyttää arvioinnissa. Scrivenin (1994) mukaan konstruktivistisessa arvioinnissa arvioija ottaa huomioon arvioitavien omat arvot (pluralismi) ja neuvottelee arvioitavien kanssa lopullisista arviointikriteereistä. Tällaisessa arvioinnissa on kuitenkin aina vaarana, että lopulliseen yhteisymmärrykseen arvoista ei päästä, jolloin arviointikaan ei ole mahdollista. Edellä esitetyistä arvioinnin eettisistä pääperiaatteista löytyy sekä utilitarismin että pluralismin piirteitä: Arvioinnin hyödyllisyyden voi katsoa edustavan selkeästi utilitaristista arvopohjaa, kun taas yksilöiden oikeuksien kunnioittaminen ja arvioinnin tasa-arvoisuus sopivat myös pluralistiseen näkökulmaan.

7.3.2 Tavoitteiden ja arvioinnin yhtenevyys

Miten edellä esitetyt arvioinnin eettiset pääperiaatteet sitten näkyvät arviointikäytänteissä? Arvioinnin kohdalla pidetään tärkeänä, että se kohdistuu toiminnan tavoitteiksi asetettuihin asioihin. Tämän voi katsoa sopivan hyvin yhteen arvioinnin hyödyllisyysperiaatteen kanssa. Onhan ohjelman toiminnan kehittämisen kannalta hyödyllisempää arvioida, saavuttaako se tavoitteensa kuin että arvioitaisiin jotain tavoitteisiin kuulumatonta. Myös koulutuksen kohdalla arvioinnin kohdistuminen tavoitteisiin on tärkeää, sillä arvioinnit vaikuttavat aina opetuksen sisältöön. Useinkin koululuokissa toteutuu mallin "sitä opetetaan, mitä arvioidaan" mukainen opetus. Suomessakin jokaiselle opettajalle perusopetuksesta aina korkeakouluihin asti ovat tuttuja oppilaiden esittämät kysymykset “Tuleeko tämä kokeeseen/tenttiin?”. Toisaalta opettajat pyrkivät kaikin keinoin parantamaan opetusryhmiensä tuloksia kokeissa ja laajemmissa arvioinneissa. Raivolan (2000) mukaan hyvä suomalainen esimerkki ilmiöstä on lukio-opetus, jota loppuvaiheissa on usein syytetty pelkäksi ylioppilaskirjoituksiin harjoitteluksi. (Calfee 1995; Clarkson 1992.)

Koulutuksen tavoitteet esitetään tavallisesti opetussuunnitelmissa, joiden ulkoinen muoto voi vaihdella hyvinkin paljon eri koulutusjärjestelmissä (Schmidt ym. 1997b). Arvioinnin ja koulutuksen tavoitteiden yhtenevyys tarkoittaa käytännössä siis varsin pitkälle opetussuunnitelmassa esitettyjen tavoitteiden ja arvioinnin yhtenevyyttä. Webb ja Romberg (Webb & Romberg 1992; Webb 1999) korostavatkin juuri arvioinnin sekä opetussuunnitelman ja opetuksen yhtenevyyden tärkeyttä matematiikan osaamisen arviointia käsittelevissä artikkeleissaan. Aikaisemmassa artikkelissa Webb ja Romberg tuovat esiin opetuksellisen, ohjelmallisen ja matemaattisen sisällön kohtina, joiden tulee olla yhtenäisiä opetussuunnitelman ja arviointimenetelmien välillä. Myöhemmin Webb jaottelee näkökulmia hieman eri tavalla, ja nostaa edellisten rinnalle vielä samanarvoisiksi näkökulmiksi oppilaiden kehitystason huomioon ottamisen sekä tasa-arvoisuuden.

Opetuksellinen yhtenevyys tarkoittaa yksinkertaisimmillaan sitä, että oppilaat saavat käyttää samoja välineitä kokeissa, kuin mitä opetuksen aikana on käytetty. Matematiikassa tämä kysymys on hyvin olennainen laskimen käyttämisen suhteen: Jos oppilaat ovat tottuneet käyttämään laskimia oppituntien aikana, heidän tulisi saada käyttää niitä myös arvioinneissa. Lisäksi opetuksellisella yhtenevyydellä tarkoitetaan myös muita opetuksellisia ratkaisuja. Esimerkiksi, jos opetuksessa käytetään ongelmakeskeisiä opetusmenetelmiä, tulisi myös arvioinnissa käyttää ongelmaluonteisia tehtäviä. (Webb & Romberg 1992; Webb 1999.)

Ohjelmallisella yhtenevyydellä tarkoitetaan opetussuunnitelman tavoitteita ja edistymistä pidemmällä aikavälillä. Arvioinnissa käytettävien tehtävien tulisi tukea asetettuja tavoitteita. Esimerkiksi Suomessa pelkkien mekaanisten laskutehtävien käyttö arvioinnissa olisi vastoin matematiikan opetussuunnitelmaa, jossa korostetaan ongelmakeskeisyyttä, asioiden pohtimista ja perustelua (Opetushallitus 1994). Myöhemmässä artikkelissaan Webb (1999) tarkastelee arvioinnin ohella koko järjestelmän yhtenevyyttä, ja siinä hän käyttää ohjelman yhtenevyyden sijaan kriteerinä ohjelman toteutettavuutta. Eli vaikka järjestelmän eri osat olisivat yhtenevät keskenään, kokonaisuuden tulee olla realistisesti toteutettavissa. Olisi esimerkiksi turha laittaa ehdottomaksi tavoitteeksi, että suomalaisten tulisi oppia 3 vuoden aikana nykyisin 9 vuoden aikana käsiteltävät asiat, sillä tämän tavoitteen toteuttaminen olisi todennäköisesti mahdotonta. (Webb & Romberg 1992; Webb 1999.)

Yhtenevyys matemaattisen sisällön suhteen on tietenkin myös ehdoton vaatimus arvioinnin ja tavoitteiden välillä. Eri aiheiden, esitysmuotojen, tehtävätyyppien jne. tulee saada sama paino niin opetuksessa kuin arvioinnissakin. Yhtenevyyden vaatimus ei toteutuisi, jos esimerkiksi tunneilla olisi käsitelty luonnollisten lukujen yhteenlaskua ja kokeessa jouduttaisiinkin laskemaan yhteen desimaalilukuja. (Webb & Romberg 1992; Webb 1999.)

Oppilaiden kehitystason huomioiminen sekä arvioinnin tasa-arvoisuus ovat suoraan edellä esitettyjen arvioinnin eettisten pääperiaatteiden mukaisia vaatimuksia. Oikeudenmukaisuuden ja tasa-arvoisuudenhan tulisi aina olla yhtenä lähtökohtana arviointia tehtäessä. Oppilaiden kehitystason huomioiminen voidaan myös liittää tasa-arvonäkökulmaan. Esimerkiksi, jos 7. luokan ja lukion 2. luokan oppilaat vastaisivat ongelmatehtävään, jonka ratkaisussa tarvitaan yhtälöitä, niin vastauksien ja perustelujen hyvyyttä arvioitaessa ei olisi tasa-arvoista käyttää samoja kriteereitä. (House 1992; Webb 1999.)

Edellä esitettyjen yhteneväisyyskriteerien on havaittu soveltuvan hyvin koulujärjestelmän eri osien yhteneväisyyden määrittelyyn (Webb 1999). Suomalaisesta näkökulmasta katsoen eri kriteerit ovat osittain päällekkäisiä, eikä niiden välille ole välttämättä kovinkaan helppo vetää tarkkoja rajoja. Useinhan suomalaisen koulun matematiikan tunneilla tilanne on se, että käytetty oppikirja, joka on sovitettu tietyn ikäisten käyttöön, määrää matemaattisen sisällön syvyyden ohjaten samalla ainakin osittain opettajan käyttämiä opetusmenetelmiä (Vaahtokari & Vähäpassi 1998; Perkkilä 2002). Käytännössä siis opetukselliset ja sisällölliset ratkaisut, sekä oppilaiden tason huomioiminen kulkevat yhdessä, ja usein oppimateriaalin määrittäminä.

7.3.3 Arviointitehtävien muoto

Puhuttaessa osaamisen arvioinnista täytyy kiinnittää myös huomiota siihen, millaisilla tehtävillä osaamista arvioidaan. Kansainvälisten arviointitutkimusten yhteydessä yhdeksi kritiikinaiheeksi on noussut, että niissä käytetään huomattavissa määrin monivalintatehtäviä ja vain vähän tuottamistehtäviä, joissa oppilaat kirjoittavat omat ratkaisunsa. Tämä kritiikki liittyy yleensä näkemykseen, että monivalintatehtävillä voidaan arvioida lähinnä alempiin kognitiivisiin taitoihin liittyviä taitoja. Tämän näkemyksen voidaan katsoa olevan ainakin osittain oikeutettu: Asiaa tutkittaessa on havaittu, että monivalintatehtävät usein vaativat vain alempia kognitiivisia taitoja kuten asioiden tunnistamista. Toisaalta kuitenkin voidaan tehdä monivalintatehtäviä, joiden ratkaisu vaatii myös korkeampia kognitiivisia taitoja. Siten käsityksen monivalintatehtävien helppoudesta ja yksinkertaisuudesta voi suurelta osin katsoa heijastelevan monivalintatehtävien tavallisia käyttötapoja eikä niinkään tehtävätyypille väkisin kuuluvaa piirrettä. (Martinez 1999; Linn 2002.)

Tarkasteltaessa nimenomaan matematiikan arviointia, on syytä huomata matematiikan tehtäville ominainen erityispiirre: Vaikka tehtävä olisi monimutkainen ja vaativa, siihen liittyy useimmiten yksikäsitteinen oikea vastaus. Tämä matematiikan ongelmien ominaisuus tekee monivalintatehtävämuodosta käytännössä huomattavasti paremmin soveltuvan arviointimenetelmän matematiikan kuin monen muun oppiaineen kohdalla. Eri tehtävämuotoja vertailtaessa tämä onkin huomattu tutkimuksissa. Esimerkiksi luetun ymmärtämisen ja matematiikan arvioinnin yhteydessä monivalinta- ja tuottamistehtävien on todettu mittaavan samoja taitoja, kun taas kirjoitustaitoja arvioitaessa erimuotoiset tehtävät mittaavat hyvinkin erilaista osaamista. (Braswell & Kupin 1993; Martinez 1999.)

Monivalinta- ja tuottamistehtävätyypeillä on toki joitakin selkeitä eroja kognitiivisten taitojen vaatimuksissa. Monivalintatehtävissä ajatteluprosessin pitää johtaa yhteen oikeaan vastaukseen, kun taas tuottamistehtävissä ratkaisu voi olla avoin, eli "oikeita" ratkaisuja voi olla useita. Selkeä ero havaitaan myös yksinkertaisissa tehtävissä: Esimerkiksi kysymys "Mitä tarkoittaa merkki + ?" vaatii tuottamismuodossa oppilaalta asian muistamista, kun taas monivalintamuodossa muistaminen on ennemmin oikean vaihtoehdon tunnistamista. Eräs tuottamistehtävien hyvä puoli monivalintatehtäviin verrattuna on, että niistä saadaan enemmän diagnostista tietoa oppilaiden osaamisesta kuin monivalintatehtävistä. Tällä tarkoitetaan sitä, että tuottamistehtävien kohdalla saadaan aina tietoa oppilaan ratkaisuprosessista, kun monivalintatehtävien kohdalla tämä tieto jää käytettyjen vastausvaihtoehtojen toimivuuden varaan. Monivalintatehtävien kohdalla korostuukin erittäin paljon niiden huolellinen suunnittelu. Tehtävätyypin huono maine voikin perustua osittain siihen, että vaikka hyviä monivalintatehtäviä on runsaasti, niin käytössä on myös paljon huonosti suunniteltuja monivalintatehtäviä, joissa virheellisiä vaihtoehtoja ei ole pohdittu tarpeeksi huolellisesti. (Braswell & Kupin 1993; Martinez 1999.)

Tehtävätyyppeihin liittyy myös sellaisia tekijöitä, jotka vaikuttavat ei-toivotulla tavalla tuloksiin. Monivalintatehtävien kohdalla esiintyy useita erilaisia vastausstrategioita, jotka eivät välttämättä vastaa tehtävän alkuperäistä tarkoitusta, mutta joiden avulla vastaaja voi päätyä oikeaan vastaukseen. Esimerkki tällaisista strategioista on virheellisten vastausvaihtoehtojen eliminoiminen.

Siinä oppilas lähtee siis liikkeelle vastausvaihtoehdoista ja pyrkii niiden avulla selvittämään oikean vastauksen. Puolestaan tuottamistehtävien kohdalla taitavat vastaajat osaavat peitellä tietojensa puutteita ja toisaalta korostaa osaamiaan asioita. Tuottamistehtävien kohdalla on myös huomattu, että koeahdistuneisuus on tällaisten tehtävien kohdalla huomattavasti yleisempää kuin monivalintatehtävien kohdalla. Valmiit vastausvaihtoehdot näyttävät antavan joillekin vastaajille heidän tarvitsemaansa itseluottamusta. Edellä mainitut seikat eivät välttämättä ole arvioinnin kannalta haitallisia, sillä esimerkiksi vaihtoehtoiset ratkaisustrategiat eivät suinkaan aina ole yksinkertaisia kognitiivisessa mielessä, ja toisaalta koeahdistukseen voidaan vaikuttaa esimerkiksi järjestämällä tarpeeksi pitkä vastausaika oppilaille. Kuitenkin nämä ilmiöt pitäisi tiedostaa tehtäviä suunniteltaessa, sillä ne voivat aiheuttaa esimerkiksi virheellisiä tulosten tulkintoja. (Martinez 1999.)

Nykyaikana taloudelliset näkökulmat ovat usein ratkaisevia päätöksiä tehtäessä. Tämä vaikuttaa myös käytettyihin arviointimenetelmiin ja myös arviointimittarin tehtävätyyppeihin. Tuottamistehtävät vaativat arvioijan, joka arvioi vastausten oikeellisuuden. Tällaisten arvioijien kouluttamiseen ja itse vastausten arviointiin kuluu huomattavasti aikaa ja vaatii runsaasti taloudellisia resursseja. Tuottamistehtävien käyttäminen arvioinneissa on siis monivalintatehtäviin verrattuna huomattavasti kalliimpaa. (Braswell & Kupin 1993.)

Arviointien yhteydessä ei saa unohtaa niiden vaikutusta opetukseen. Erityisesti, jos arvioinneilla on merkitystä yksittäisille oppilaille, opettajille tai kouluille, niin opettajat pyrkivät maksimoimaan oppilaiden menestyksen arvioinnissa. Onkin huomattu, että käytettäessä monivalintatehtäviä tällaisissa koulujen kannalta merkittävissä arvioinneissa, niin opetuksessa on keskitytty yksityiskohtien muistamiseen. Sen sijaan käytettäessä tuottamistehtäviä opetuksessa on keskitytty enemmän laajempien kokonaisuuksien hallitsemiseen. (Linn 1995; Martinez 1999.) Vaikka edellä kuvattu toiminta on yleisesti otettava huomioon arviointeja tehtäessä, niin tämän tutkimuksen ja yleensä TIMSS 1999 -arvioinnin kohdalla Suomessa edellisen kaltaista kokeeseen valmistautumista ei varmaankaan esiintynyt. Tähän syynä oli erityisesti se, että opettajilla ja oppilailla ei ennakkoon ollut tietoa kokeen sisällöstä. Lisäksi yksittäiset koulut ja oppilaat eivät olleet arvioinnin kohteena, vaan arviointi kohdistui koko 13-vuotiaiden ikäluokan matematiikan osaamiseen.

Ottamalla huomioon edellä esiteltyjä Martinezin (1999) käsittelemiä näkökulmia näyttäisi siltä, että pelkästään monivalintatehtäviä tai tuottamistehtäviä käyttävät arviointimittarit eivät näyttäisi tuottavan parasta arviointitietoa. Eri tehtävämuotojen ominaisuudet täydentävät toisiaan, joten molempia tulisi käyttää. Tähän ratkaisuun on myös päädytty viimeisimmissä kansainvälisissä arvioinneissa ja myös TIMSS 1999 -tutkimuksessa (esim. Kupari ym. 2001; Välijärvi & Linnakylä 2002).

7.4 Tulosten tulkinnallisuus

Arvioinnin lähtökohtana on, että arvioitavan kohteen arvo määritellään verrattuna johonkin kriteeriin. Tähän toimintaan sisältyy useita vaiheita, joissa tehdyt valinnat voivat johtaa erilaisiin tuloksiin tai tuloksien tulkintaan. Luvussa 6 käsiteltiin jo matematiikan osaamisen määrittämisen ongelmia kansainvälisissä arvioinneissa ja tällä on omat seurauksensa myös tulosten tulkinnan kannalta. Seuraavassa tarkastellaan arvon määrittämisessä käytettävien kriteerien piirteitä. Nämä kriteerit voidaan määritellä useilla eri tavoilla ja erilainen määrittely voi johtaa hyvinkin erilaisiin tulosten tulkintoihin. Tavallinen tapa luokitella kriteerien asettamistapoja on Kangasniemen (1989) raportissaan esittämä jaottelu suhteellisiin ja absoluuttisiin kriteereihin ja näiden mukaan voidaan puhua *suhteellisesta* (norm-referenced, Vincent 1992) ja *kriteeriperustaisesta* (criterion-referenced, Hambleton 1992) arvioinnista. Seuraavassa kriteerien asettamisen ongelmakenttää käsitellään tämän jaon perusteella. Kriteerien tarkastelun jälkeen pohditaan niiden sekä (matematiikan) osaamisen määrittelyn merkitystä kansallisten ja kansainvälisten arviointien kannalta.

7.4.1 Suhteellinen ja kriteeriperustainen arviointi

Suhteellisessa arvioinnissa arvioitavat pyritään laittamaan suorituksensa mukaiseen paremmuusjärjestykseen. Arvioinnin arvolausuma on siis muotoa “x on parempi kuin y”, eli koulutuksen ollessa kyseessä vertaillaan esimerkiksi kahden oppilaan tai koulun suorituksia toisiinsa. Hyviä esimerkkejä suhteellisen arvioinnin käytöstä ovat eri oppilaitosten pääsykokeet, jolloin esimerkiksi 30 pääsykokeessa parhaiten menestynyttä hakijaa valitaan opiskelemaan. (Vincent 1992; House 1995; Leimu 1996.)

Kriteeriperustaisessa arvioinnissa arvioitavan hyvyys määritellään jonkun ennalta hyvin määritellyn kriteerin suhteen. Tällöin arvioinnin arvolausuma on muotoa “x on/ei ole hyvä”. Kriteerinä voi yksinkertaisesti olla jokin tietty rajapistemäärä, mutta kriteerinä voi olla myös esimerkiksi jonkin tietyn kompetenssin hallinta: Halutaan esimerkiksi selvittää, osaako oppilas desimaalilukujen yhteenlaskun. (Hambleton 1992; House 1995; Leimu 1996.)

Käytännön tasolla suhteellinen tai kriteeriperustainen arviointilähtökohta ei välttämättä vaikuta paljoakaan käytettyihin arviointimittareihin, eli periaatteessa samat tehtävät voivat soveltua niin suhteelliseen kuin kriteeriperustaiseenkin arviointiin. Kuitenkin molemmat lähestymistavat asettavat joitakin toisistaan poikkeavia vaatimuksia, jotka käytettyjen arviointimittareiden on täytettävä. Suhteellisessa arvioinnissa tavoitteena on saada arvioitavat järjestykseen. Tällöin tehtävien erottelukyvyllä (eli miten hyvin tehtävä erottelee toisistaan ”hyvät” ja ”heikot” oppilaat) ja vaihtelevalla vaikeustasolla on erittäin suuri merkitys. Jos käytettyjen tehtävien erottelukyky on heikko, ”hyvien” ja ”heikkojen” oppilaiden tuloksissa ei ole juurikaan eroa. Toisaalta, jos tehtävien vaikeustaso ei vaihtele riittävästi, käytetty mittari ei erottele toisistaan esimerkiksi ”melko hyviä” ja ”hyviä” oppilaita. Kriteeriperustaisessa arvioinnissa puolestaan määritellyn kompetenssin kattava arviointi tehtävillä on huomattavasti tärkeämpi ehto kuin suhteellisessa arvioinnissa. Tämä näkyy myös siten, että kriteeriperustaisessa arvioinnissa arvioitava kompetenssi on määriteltävä hyvin tarkasti ja tavoitteena on tavallisesti tulosten yleistäminen ainakin koko arvioitavaa aluetta koskevaksi. Suhteellisen arvioinnin kohdalla yleistäminen ei välttämättä kiinnosta tutkijaa. (Hambleton 1992; McGehee & Griffith 2001.)

Molempiin näkökulmiin liittyvät omat ongelmansa. Esimerkiksi Yhdysvalloissa on käytetty laajasti suhteellista arviointia oppilaiden osaamisen arvioinnissa kansallisella ja osavaltiotasolla. Arvioinnissa käytettiin monivalintamuotoisia tehtäviä, joiden käyttö on edullista (ks. Luku 7.3.3) ja joilla on mahdollista saada koko mittarille tarvittava erottelukyky. Tehtävien laatuun ei kuitenkaan kiinnitetty tarpeeksi huomiota, jolloin lähestymistapa johti perusasioiden ja yksinkertaisten faktatietojen osaamisen ylikorostumiseen arvioinnissa (Linn 1995). Koska opettajat työssään pyrkivät maksimoimaan oppilaidensa suoritukset näissä kokeissa, niissä kysytyt perusasiat ylikorostuivat myös opetuksessa (Clarkson 1992; McGehee & Griffith 2001).

Kriteeriperustaisessa arvioinnissa puolestaan nimenomaan kriteerien asettaminen on ongelmallista. Kangasniemen esittämän koonnin mukaan (1989) suositeltuja tapoja asettaa kriteereitä on esimerkiksi käyttää vertailutietoja vastaavanlaisten oppilaiden suorituksista tai asiantuntijalausuntoja sopivan suoritustason määrittämiseksi. Näistä edellisen voi katsoa lähestyvän suhteellisen arvioinnin peruslähtökohtia ja vaatii siis vertailutiedon olemassaoloa. Jälkimmäinen puolestaan liittyy läheisesti käytettyjen tehtävien vaikeustason arvioimiseen ja matematiikan kohdalla on helppo esittää esimerkkejä vaikeustason arvioimisen ongelmallisuudesta: Yhteen- ja vähennyslasku koetaan huomattavasti helpommaksi kuin kerto- ja jakolasku. Mikä onkaan hyväksyttävä suoritustaso, kun näitä laskutoimituksia yhdistellään kokeissa? Toisaalta 9,3 : 3,0 on huomattavasti helpompi laskea kuin 9,3456 : 3,31. Hyvin pienetkin muutokset tehtävänasettelussa vaikuttavat siis yksittäisiin tehtäviin ja sitä kautta myös koko mittarin vaikeustasoon. Hyväksymiskriteerin asettaminen ennen koetta voi siis olla erittäin pulmallista.

7.4.2 Kansallinen ja kansainvälinen arviointi

Suomessa oppimistulosten arviointitoiminta perusopetusta koskien on ollut varsin vilkasta 1990-luvun puolivälin jälkeen. Matematiikan osaamisen kohdalla viimeisten vuosien aikana on kerätty aineistoa opetushallituksen kansallisiin arviointeihin vuosina 1998, 2000 ja 2002, sekä Koulutuksen tutkimuslaitoksen Suomessa organisoimiin kansainvälisiin TIMSS 1999- ja PISA-tutkimuksiin vuosina 1999, 2000 ja 2003. Kansainvälisiin hankkeisiin on lisäksi kerätty suppeampi esikoeaineisto vuosina 1998, 1999 ja 2002. Matematiikan ohella myös muiden aineiden oppimistuloksiin on kohdistunut kansallisia arviointeja, ja esimerkiksi TIMSS 1999 -tutkimus kohdistui matematiikan ohella myös luonnontieteisiin ja PISA 2000 -arviointi lisäksi myös lukutaitoon. (Korhonen 1999 ja 2001; Kupari ym. 2001; Mattila 2002; Välijärvi & Linnakylä 2002.)

Arviointitoiminnan yleistyessä niin Suomessa kuin kansainvälisestikin erääksi uhkakuvaksi on noussut niiden vaikuttavuuden väheneminen. Tähän liittyen koulut voivat katsoa arviointeihin osallistumisen hyödyttömäksi ja jättäytyä niistä pois. Kansainvälisissä arvioinneissa koulujen jättäytyminen pois arvioinneista on yleistä joissakin maissa (esim. Mullis ym. 2000), mutta Suomen kohdalla tätä ongelmaa ei ole vielä esiintynyt. Kansallisten arviointien kohdalla tilanne on ilmeisesti toinen, sillä Sarjalan (2002) mukaan Suomessakin koulujen osallistumisessa arviointeihin olisi toivomisen varaa. Laajamittainen arviointi ei ole ongelmatonta myöskään oppilastasolla: Opettajan kielteinen vastaus oppilaiden esittämään kysymykseen “Vaikuttaako tämä arvosanaan?” voi helposti aiheuttaa motivaatio-ongelmia arviointien tiedollisiin kokeisiin vastattaessa. (Laukkanen 1996; McGehee & Griffith 2001.)

Liiallisen arviointimäärän uhatessa on luonnollista pohtia kansallisten ja kansainvälisten oppimistulosten arviointien suhdetta: Tarvitaanko molempia, vai riittäisikö toinen kyseisistä arviointimuodoista? Tätä asiaa voidaan tarkastella sen pohjalta, millaista tietoa arvioinneilla saadaan ja millaisia tulkintoja nämä tiedot mahdollistavat.

Suomessa keskustelu näyttää keskittyneen lähinnä kansainvälisten arviointien tarpeellisuuteen kansallisten rinnalla. Yleinen kanta tämän suhteen näyttäisi olevan, että kansainväliset arvioinnit tuovat tulosten tarkasteluun sellaisia näkökulmia, joita pelkästään kansallisella arvioinnilla ei ole mahdollista saavuttaa. Erityisesti kansainvälisyyden katsotaan tarjoavan kansallista opetussuunnitelmaa laajemman viitekehyksen arvioinnille ja mahdollistavan siten vertailuja, jotka kertovat enemmän oman kansallisen järjestelmän vahvuuksista ja heikkouksista. Siten suomalaiset mielipiteet vastaavat varsin pitkälti kansainvälisestikin esitettyjä ajatuksia kansainvälisten arviointien hyödyistä (Porter & Gamoran 2002). (Leimu 2001; Linnakylä 2001; 2002; Laukkanen 2002.)

Tulosten tulkinnan kannalta kansainvälisten arviointien laajempi viitekehys mahdollistaa erilaisten kriteereiden käyttämisen kuin kansallisissa arvioinneissa. Suomessa kansallisissa matematiikan arvioinneissa tuloksia on tarkasteltu kriteeriperustaisen arvioinnin mukaisesti, kun taas kansainvälisissä arvioinneissa on ollut luonnollista vertailla eri koulutusjärjestelmien tuloksia suhteellisen arvioinnin pohjalta. Käytännössä tämä tarkoittaa sitä, että kansallisissa arvioinneissa tuloksia on tulkittu ennalta asetettujen rajojen mukaan, ja tehtäviä on tarkasteltu käyttäen esimerkiksi osaamisprosenttirajoja alle 40 %, 40–60 %, 60–80 % ja yli 80 % (esim. Pehkonen 1997; Niemi 2001). Useinkaan näissä tarkasteluissa ei ole otettu huomioon, että matematiikan eri sisältöalueet ovat luonteeltaan eritasoisia ja toisaalta hyvinkin pienet muutokset tehtävissä voivat tehdä niistä helpompia tai vaikeampia. Kansainvälisissä arvioinneissa kansallisia tuloksia on useimmiten verrattu kansainväliseen keskiarvoon, mikä siten muodostaa arvon mittana kriteerin. Tällainen vertailu ottaa huomioon tehtävien vaikeustason luonnolliset muutokset ja siten tulkinnat osaamisesta voivat poiketa huomattavasti kriteeriperustaisen tarkastelun pohjalta tehdyistä. (esim. Pehkonen 1997; Korhonen 2001; Kupari ym. 2001; Kupari & Törnroos 2001.)

Selkeä esimerkki erilaisista arviointikriteereistä johtuvasta tulkintaerosta on nähtävissä SIMS-tutkimuksen tulosten käsittelyssä kansainvälisessä ja kansallisessa raportissa. Kansainvälisen raportin (Robitaille & Garden 1989) perusteella suomalaisten osaaminen matematiikan eri osa-alueilla oli vahvimmasta heikoimpaan järjestyksessä tilastotiede, geometria, algebra, mittaaminen ja aritmetiikka. Tässä vertailussa käytettiin mittana z-arvoja, jotka kertovat kuinka monta keskihajontaa kansallinen tulos poikkeaa kansainvälisestä keskiarvosta. Kansallisessa tarkastelussa (Kangasniemi 1989) puolestaan käytti mittana keskimääräistä ratkaisuprosenttia, jolloin järjestykseksi muodostui tilastotiede, mittaaminen, aritmetiikka, algebra ja geometria. Järjestys siis muuttui melkoisesti, sillä ainoastaan tilastotiede säilytti lähestymistavasta riippumatta paikkansa parhaiten osattuna sisältökokonaisuutena. Erityisen selvä ero oli aritmetiikan kohdalla, sillä kansainvälisessä tarkastelussa aritmetiikka oli ainoa osa-alue, jolla suomalaiset jäivät jopa selkeästi alle kansainvälisen keskiarvon. Suhteellisen arvioinnin pohjalta asetetut kriteerit ja puhtaasti ratkaisuprosenttien nojalla asetetut kriteerit johtivat siis hyvin erilaisiin tulkintoihin.

Kansainvälisten arviointien kohdalla on myös pohdittu matematiikan osaamisen määrittelyyn liittyvien erojen aiheuttamia ongelmia. Erityisesti huolta ovat herättäneet erilaiset kansalliset tavoitteet ja niiden mukanaan tuomat vertailuongelmat maiden välillä. Eri sisältöalueet painottuvat opetuksessa hyvinkin eri tavoilla eri maissa ja toisaalta jo eri sisältöalueiden määrittely voi vaihdella eri maiden välillä (Wolfe 1999). Ilman näiden erojen huomioimista kansainvälisten arviointien tuloksien käsittelyä voidaan vertailla ”appelsiinien ja omenoiden” vertailuun (Keitel & Kilpatrick 1999). Tällainen kritiikki onkin otettu huomioon jossain määrin esimerkiksi TIMSS 1999 -tutkimuksen yhteydessä. Kuten luvussa 6.1. todettiin, TIMSS 1999 -tutkimuksessa käytetyt mittarit suunniteltiin noudattaen “tasaisen epäoikeudenmukaisuuden” periaatetta, jossa mittareiden sisällölliset painotukset eivät välttämättä (tai todennäköisesti) vastaa täysin minkään maan kansallista opetussuunnitelmaa. Tutkimuksessa myös kartoitettiin käytettyjen tehtävien yhteensopivuus kansallisten opetussuunnitelmien kanssa, ja maille laskettiin tulokset myös käyttäen aina yhden maan opetussuunnitelman kanssa yhteensopivia tehtäviä. Näin lasketuissa tuloksissa maiden väliset suhteet vaihtelivat erittäin vähän riippumatta siitä, minkä maan opetussuunnitelma oli kyseessä. Tarkastelun valossa siis tehtävät kohtelivat hyvin tasapuolisesti kaikkia osallistujamaita ja ”tasaisen epäoikeudenmukaisuuden” periaate toimi käytännössä hyvin (Mullis ym. 2000).

“Tasaisen epäoikeudenmukaisuuden” periaatteen käytön seurauksena jotkin kansallisesti tärkeinä pidetyt sisällöt voivat jäädä kattamatta kansainvälisissä arvioinneissa käytetyissä mittareissa. Tässä tilanteessa tuntuisi järkevältä noudattaa Linnakylän (2002) esitystä. Hänen mukaansa kansallisissa arvioinneissa ei kannata toistaa kansainvälisissä arvioinneissa tutkittuja kysymyksiä, vaan kansallisissa arvioinneissa tulisi keskittyä ongelmallisiksi havaittuihin alueisiin ja sellaisiin kansallisesti tärkeiksi koettuihin asioihin, joita kansainväliset arvioinnit eivät ole kattaneet. Tällainen arvioinnin suuntaaminen toisi mukanaan molempien arviointien hyödyt: Kansainvälisten arviointien avulla saisimme kansallisia arviointeja luotettavamman käsityksen osaamisen tasosta ja kansallisilla arvioinneilla voitaisiin tarkentaa tätä kuvaa tarvittavilta osin. Tämä ratkaisu voisi myös parantaa arvioinnin Perusopetuslaissa (§21) korostettua roolia koulun kehittäjänä ja oppimisen edistäjänä.

Lähempi yhteistyö kansallisten ja kansainvälisten arviointihankkeiden välillä voisi olla järkevää myös arviointien ajoituksen kohdalla. Kuten tämän luvun alussa todettiin, 1990-luvun puolivälin jälkeen matematiikan osaamisen arviointeja on tehty jossain muodossa melkein joka vuosi. Näin tiheästi toistuvien arviointien mielekkyys on helppo kyseenalaistaa, vaikka osa arvioinneista onkin kohdistunut eri vuosiluokkiin. Esimerkiksi TIMSS 1999 -tutkimuksessa saatiin tulos, jonka mukaan hyvin harvassa sekä vuonna 1995 että 1999 tutkimukseen osallistuneessa maassa tulokset eri osallistumisvuosina poikkesivat toisistaan tilastollisesti merkitsevästi (Mullis ym. 2000). Tätä havaintoa tukevat kokemukset opetussuunnitelmauudistusten läpimenoajoista, jotka Haapasalon (1994) mukaan voivat hyvinkin olla 5–10 vuotta.

7.5 Matematiikan osaamisen arviointitutkimuksia

Seuraavassa tarkastellaan matematiikan osaamista koskevia kansallisia ja kansainvälisiä arviointitutkimuksia viimeisten reilun kymmenen vuoden aikana. Katsauksessa tarkastellaan lähinnä kahta kokonaisuutta: Ensinnäkin tarkastelussa kiinnitetään huomiota arviointien toteutustapoihin ja arviointiongelmiin sekä näissä tapahtuneeseen kehitykseen. Toisena tarkastelukokonaisuutena ovat matematiikan oppimistulokset, niiden kehitys sekä mahdollisesti havaitut oppimateriaalin yhteydet oppimistuloksiin. Kansainvälisiä ja kansallisia arviointeja käsitellään aluksi omissa luvuissaan, joiden jälkeen tehdään yhteenveto arviointien keskeisistä piirteistä ja tuloksista.

7.5.1 Kansainvälisiä matematiikan osaamisen arviointeja

Kansainvälisistä arvioinneista tarkastellaan seuraavassa neljää hanketta, joihin Suomi on osallistunut: IEA-järjestön[2] organisoimia SIMS- ja TIMSS 1999 -arviointeja, Kasselin ja Exeterin yliopistojen yhteistyöstä alkunsa saanutta KASSEL-projektia, sekä OECD:n[3] organisoimaa PISA 2000 -arviointia. Käsiteltävät arvioinnit poikkeavat toisistaan melko paljon niin lähtökohdiltaan, toteutuksiltaan kuin tuloksiltaankin. Tästä syystä keskeisten tulosten ohella käsitellään myös tutkimusten muita piirteitä.

---

[2] IEA: International Association for the Evaluation of Educational Achievement

[3] OECD: Organisation for Economic Co-operation and Development

Ensinnä voidaan kiinnittää huomiota ulkoisiin piirteisiin. Arvioinneista vain SIMS (Toinen kansainvälinen matematiikkatutkimus vuonna 1981) ja KASSEL-projekti (vuosina 1994–96) kohdistuivat pelkästään matematiikan osaamisen arviointiin. TIMSS 1999 -tutkimuksessa (Kolmannen kansainvälisen matematiikka ja luonnontiedetutkimuksen uusintavaihe) arvioitiin myös luonnontieteiden osaamista ja PISA 2000 -arvioinnissa arvioitiin matematiikan ohella myös luonnontieteitä ja lukutaitoa. PISA:n kohdalla on myös huomioitava, että vuonna 2000 matematiikan osaamista arvioitiin vain suppeasti ja vuonna 2003 matematiikka on ohjelmassa arvioinnin pääkohteena. Arvioinnin kohteiden ohella arviointihankkeiden pääorganisoijat ovat myös erilaisia: IEA-järjestö on kansallisten tutkimuslaitosten yhteistyönä käynnistynyt järjestö, jolla on jo pitkät perinteet kansainvälisten arviointien järjestämisessä. KASSEL-projekti sai alkunsa kahden yliopiston yhteishankkeesta, jossa tutkittiin sovellustehtäviä Englannin ja Saksan matematiikanopetuksessa. PISA-arvioinnin organisoijana on talousjärjestö OECD, mikä tuo omat erityispainotuksensa arviointiin. (Mullis ym. 2000; Soro & Pehkonen 1998; OECD 2001.)

Vertailtaessa tuloksia kansainvälisessä viitekehyksessä, vaikuttavat tietenkin muut tutkimuksiin osallistuneet maat saatuihin kansallisiin tuloksiin. SIMS-tutkimuksessa oli mukana 20 koulutusjärjestelmää 18 maasta, kun esimerkiksi Belgiasta osallistuivat sekä maan flaamin- että ranskankieliset osat (Robitaille & Garden 1989). KASSEL-projektin eri vaiheisiin osallistui 17 maata, mutta projektista Suomessa kirjoitetuissa raporteissa Suomen tuloksia vertailtiin vain viiden muun maan tuloksiin (Soro & Pehkonen 1998). Nämä maat olivat Englanti, Kreikka, Norja, Saksa ja Unkari. TIMSS 1999 -tutkimukseen osallistui yhteensä 38 maata, joiden joukossa oli 14 OECD-maata (Kupari ym. 2001). Suomalaisittain harmittavasti muut Pohjoismaat eivät osallistuneet TIMSS 1999 -tutkimukseen. PISA 2000 -arviointiin osallistui yhteensä 32 maata, joiden joukossa olivat kaikki Pohjoismaat ja myös neljä OECD:n ulkopuolista maata (OECD 2001). PISA:n osalta tuloksia esiteltiin kuitenkin vain 31 maan osalta, sillä Alankomaat ei pystynyt täyttämään tutkimuksessa otannalle asetettuja vaatimuksia. Kaiken kaikkiaan voidaan todeta, että käsillä olevat kansainväliset arvioinnit tarjoavat erittäin laajan vertailupohjan, johon suomalaisia tuloksia voidaan suhteuttaa. Jokainen uusi vertailumaa uudessa tutkimuksessa tuo aina jotain uutta lisätietoa oman kansallisen järjestelmän heikkouksista ja vahvuuksista.

Taulukko 7.1.
SIMS-, KASSEL-, TIMSS 1999 - ja PISA 2000 -arviointien otos- ja tehtävätietoja.

Tutkimus	Kouluja	Oppilaita	Luokka-aste	Tehtäviä
SIMS	98	4500	7	176
KASSEL	18	440	8	150
TIMSS 1999	159	2900	7	162
PISA 2000	156	4900	9	32

Ennen tulosten käsittelyä on syytä tarkastella myös tutkimuksissa käytettyjä oppilasotoksia ja arviointitehtäviä. Näihin liittyviä lukumääriä esitetään taulukossa 7.1. Otoksen kohdalla KASSEL-projekti eroaa muista huomattavasti. Suomessa tutkimukseen osallistui noin 440 oppilasta 25:ltä eri koululuokalta 18 koulusta. Muissa arvioinneissa otokset olivat selkeästi suuremmat koulujen lukumäärän vaihdellessa välillä 98–159 ja oppilaiden lukumäärän välillä 2900–4900. Tätä eroa selittää ainakin osittain KASSEL-projektin muista poikkeava luonne. KASSEL oli pitkittäistutkimus, jossa osaamista mitattiin samojen oppilaiden kohdalla myös 7. ja 9. luokalla. Muut arvioinnit olivat kertaluonteisia poikittaistutkimuksia, joissa kansallisella tasolla kiinnostuksen kohteena olivat esimerkiksi oppimistuloksien alueelliset erot. Alueellisten erojen tarkastelu suurentaa luonnollisesti tarvittavaa otosta ja esimerkiksi TIMSS 1999 -tutkimuksen yhteydessä tehokkaan otoksen tuli olla yli 400 oppilasta jokaista viittä tarkasteltua suuraluetta kohti (Foy & Joncas 2000). (Kangasniemi 1989; Soro & Pehkonen 1998; Kupari ym. 2001; Malin & Puhakka 2002.)

Käytettyjen arviointitehtävien määrän ja käytön kohdalla PISA 2000 -tutkimus poikkesi selkeästi muista arvioinneista. Siinä matematiikan tehtäviä oli vain 32, kun muissa arvioinneissa tehtävämäärä vaihteli välillä 150–176. KASSEL-projekti oli kuitenkin ainoa arviointi, jossa jokainen oppilas vastasi kaikkiin mukana olleisiin 150 tehtävään. Muissa tutkimuksissa käytettiin niin kutsuttua vihkojen ”rotatointia”: SIMS-tutkimuksessa tehtävät oli jaettu viiteen erilaiseen vihkoon, joista oppilaat vastasivat yhteen kaikille yhteiseen vihkoon ja lisäksi lopuista neljästä yhteen. TIMSS 1999 -tutkimuksen 162 matematiikan tehtävää oli jaettu kahdeksaan erilaiseen vihkoon. Näissä vihkoissa oli yksi kaikille yhteinen osa, ja kukin oppilas vastasi yhteen tehtävävihkoon. Myös PISA 2000 -arvioinnin tehtävät oli jaettu erilaisiin vihkoihin. Koska lisäksi vuonna 2000 matematiikka oli vain sivuaineena PISA-arvioinnissa, osassa käytetyistä vihkoista ei ollut ollenkaan matematiikan tehtäviä. Siten osa oppilaista ei vastannut ollenkaan matematiikan liittyviin tehtäviin. PISA 2000 -arvioinnin kohdalla onkin korostettu tulosten suuntaa-antavuutta: Tutkimuksen viitekehyksessä matematiikka on jaettu viiteen laajaan sisältökokonaisuuteen ja käytetyt matematiikan tehtävät kattoivat näistä vain kaksi johtuen matematiikan pienemmästä roolista vuonna 2000. (Kangasniemi 1989; Soro & Pehkonen 1998; Kupari ym. 2001; Kupari & Törnroos 2002.)

Tutkimuksissa matematiikan osaamisen arviointi painottui eri tavoilla johtuen erilaisista arvioinnin lähtökohdista. SIMS- ja TIMSS 1999 -tutkimuksissa arviointi pohjautui eräänlaiseen kansainväliseen 13-vuotiaiden matematiikan opetussuunnitelmaan, jota TIMSS 1999 -tutkimuksen osalta on kuvattu luvussa 6. Eri maiden edustajat arvioivat tämän ”kansainvälisen opetussuunnitelman” pohjalta suunniteltuja arviointitehtäviä, ja lopullisessa tehtävienvalinnassa on pyritty noudattamaan ns. “tasaisen epäoikeudenmukaisuuden” periaatetta, jonka mukaan tehtävien tulisi kohdella tasapuolisesti kaikkien osallistujamaiden oppilaita. KASSEL-projektissa lähtökohtana olivat ensimmäisten osallistujamaiden, Englannin, Saksan ja Skotlannin, matematiikan opetussuunnitelmien yhteiset piirteet. Tutkimuksen pitkittäisluonteesta johtuen tehtävien joukossa oli myös hyvin vaikeita tehtäviä, joihin liittyviä asioita ei testaushetkellä välttämättä vielä ollut opetettu kaikille. Tällä ratkaisulla pyrittiin välttämään ns. “kattoefekti”, eli kokeissa täytyi olla myös tehtäviä, joiden kohdalla oppilaiden taidot voivat parantua opetuksen edetessä. Esimerkiksi, jos jonkun tehtävän ratkaisuprosentti on jo 7. luokalla 95 %, sen kohdalla ei juurikaan voi tapahtua kehitystä ylemmille luokille siirryttäessä. Tältä pohjalta suunniteltujen tehtävien katsottiin soveltuvan myös suomalaisten matematiikan osaamisen mittaamiseen. PISA 2000 -arvioinnissa lähestymistapa poikkeaa edellisistä siten, että arviointia ei sidota eri maiden opetussuunnitelmiin. Lähestymistavassa tärkeämpää on sijoittaa tehtävät mahdollisimman todenmukaisiin tilanteisiin, eli tarkoituksena on mitata, miten oppilaat osaavat käyttää oppimiaan taitoja erilaisissa matemaattisissa ongelmatilanteissa yksittäisen matematiikan taidon mittaamisen sijaan. Englanninkielessä PISA:ssa käytetäänkin arviointikohteesta termiä ”mathematical literacy”, ja tästä syystä suomenkielisessä raportissa pyritään mieluummin käyttämään termiä *matemaattinen* osaaminen kuin matematiikan osaaminen (Kupari & Törnroos 2002). (Robitaille & Garden 1989; Soro & Pehkonen 1998; Kupari ym. 2001; OECD 2001.)

Edellisen perusteella voidaan helposti todeta, että edellä esiteltyjen arviointien pohjalta saadaan varsin monipuolinen kuva suomalaisesta matematiikan osaamisesta kansainvälisessä vertailussa. Tämä näkyy muun muassa siten, että arvioinneissa ovat olleet mukana kaikki yläasteen luokat (7.–9.). On kuitenkin tärkeää huomata, että tutkimukset antavat parhaan kuvan osaamisesta, kun niitä käytetään yhdessä. Jos katsotaan vain yksittäisen arvioinnin tuloksia ottamatta huomioon muita tuloksia ja niiden taustalla olevia tekijöitä, niin tehdyt tulkinnat osaamisesta voivat olla pahasti harhaisia.

7.5.2 Suomen tulokset kansainvälisessä kontekstissa

Suomalaisten tulokset edellisissä arvioinneissa ovat vaihdelleet varsin runsaasti ja ensi silmäyksellä ne voivat vaikuttaa jopa osin ristiriitaisilta. SIMS-tutkimuksessa vuonna 1981 suomalaiset olivat joukon keskitasoa: 20 koulutusjärjestelmän joukossa Suomi sai sijoitukset 14.–15. aritmetiikassa, 8.–9. algebrassa, 7.–9. geometriassa, 7.–9. tilastotieteessä ja 9. mittaamisessa. Kansainvälisiin tuloksiin suhteutettuna suomalaisten tulokset olivat siis aritmetiikassa selkeästi muita osa-alueita heikompia. (Robitaille & Garden 1989.)

KASSEL-projektin tuloksista saatu kuva suomalaisten matematiikan osaamisesta vuonna 1995 on huomattavasti heikompi. Ainoastaan lukuja koskevissa tuloksissa suomalaiset olivat vertailumaihin nähden keskitasoa, mutta algebran sekä geometrian ja funktioiden kohdalla suomalaisten tulokset olivat selvästi joukon häntäpäässä yhdessä Norjan kanssa. Yksinkertaista päättelyä ja soveltamista vaativissa tehtävissä suomalaisten osaaminen oli keskitasoa, mutta esimerkiksi geometrian käsitteiden ja yhtälönratkaisumenetelmien tuntemus oli heikkoa. (Soro & Pehkonen 1998.)

TIMSS 1999 -tutkimuksen tuloksissa suomalaiset olivat hyvää keskitasoa. Yleistuloksissa suomalaisten sijoitus 38 maan joukossa oli 14. Lukujen ja laskutoimitusten kohdalla suomalaisten sijoitus oli 10., mittaamisessa 15., geometriassa 18., algebrassa 20. sekä tilastoissa ja todennäköisyydessä 9. Suhteessa vahvimmat osa-alueet olivat siis luvut ja laskutoimitukset sekä tilastot ja todennäköisyys, ja vastaavasti heikoiten osattiin geometriaa ja algebraa. (Kupari ym. 2001.)

PISA 2000 -arvioinnissa suomalaiset olivat 31 maan vertailussa 4. sijalla matemaattisessa osaamisessa. Myös TIMSS 1999 -tutkimuksessa hyvin menestynyt Japani oli ainoa Suomea tilastollisesti merkitsevästi paremmin menestynyt maa. Tehtävien vähäisestä määrästä johtuen PISAssa ei kansainvälisesti tarkasteltu erikseen eri osa-alueiden osaamista. Kansallisen tehtävätason tarkastelu antoi kuitenkin viitteitä siitä, että suomalaisten vahvuusalueena oli kuvaajien ja diagrammien tulkinta, kun taas algebraan liittyvissä tehtävissä osaaminen oli selvästi heikompaa. (Kupari & Törnroos 2002.)

Kansainvälisissä arviointien valossa matematiikanopetus on varsin tasa-arvoista Suomessa. Tutkimusten valossa näyttää siltä, että tyttöjen ja poikien väliset erot oppimistuloksissa ovat Suomessa hyvin pieniä, vaikka niitä kansainvälisesti esiintyykin. Erityisesti kannattaa huomata, että kahdessa viimeisimmässä arvioinnissa (TIMSS ja PISA) Suomessa ei esiintynyt tilastollisesti merkitseviä eroja matematiikan osaamisessa sukupuolten välillä. Kuitenkin asenteiden kohdalla poikien asennoituminen matematiikkaa kohtaan on huomattavasti positiivisempaa kuin tyttöjen. Toinen tasa-arvoon liittyvä selkeästi esille nouseva löydös on suomalaisten viimeaikaisten oppimistulosten pieni hajonta. Tällä tarkoitetaan sitä, että suomalaisten huippuosaajien ja heikoimpien oppilaiden välinen ero on pieni verrattuna muiden maiden vastaaviin. KASSEL-projektissa, sekä erityisesti TIMSS- ja PISA-arvioinneissa tämä tulos nousi selkeästi esille. Käytännössä tämä tulos merkitsee sitä, että Suomessa on kansainvälisen mittapuun mukaan vähän heikosti suoriutuvia oppilaita, mutta toisaalta myös huippusuoriutujien osuus on melko pieni. (Kangasniemi 1989; Soro 2000; Kupari ym. 2001; Kupari & Törnroos 2002; Linnakylä ym. 2002.)

7.5.3 Kansallisia matematiikan osaamisen arviointeja

Kansallisten arviointien keskeisiä päämääriä ovat olleet koulutuksellisen tasa-arvon sekä opetussuunnitelman perusteissa esitettyjen tavoitteiden toteutumisen seuraaminen. Arviointien pääasiallisina toimeenpanijoina ovat toimineet yhteistyössä opetushallitus ja Koulutuksen tutkimuslaitos sekä opetushallitus, Matemaattisten aineiden opettajien liitto (MAOL) ja Helsingin yliopisto, sekä viimeisimpien vuosien aikana opetushallitus yksinään. Päämäärien mukaisesti arvioissa on tarkasteltu matematiikan sisällöllistä osaamista sekä oppilaiden asenteita ja erityishuomiota ovat saaneet oppimistulosten sukupuolten, alueiden sekä kieliryhmien väliset tarkastelut. (Kupari 1993; 1996; Korhonen 1994; 1999; 2001; Björkqvist 1997; Pehkonen 1997; Niemi 2001; Mattila 2002.)

Vaikka kaikkien arviointien päämäärät ovatkin olleet pitkälti samoja, niissä on ollut joitakin erityispainotuksia. Koulutuksen tutkimuslaitoksen ja opetushallituksen tekemät Peruskoulun arviointi 90 ja Peruskoulun arviointi 95 -tutkimukset ovat poikenneet sikäli muista arvioinneista, että ne ovat ajoittuneet opetussuunnitelmauudistusten jälkeen (1985 ja 1994), jolloin erityisen mielenkiinnon kohteena on ollut mahdollisten muutosten havaitseminen aiempiin oppimistuloksiin verrattuna. Toisaalta nämä arvioinnit ovat olleet hyvin massiivisia hankkeita, jotka ovat koskeneet myös monia muita aineita kuin matematiikka. Vuoden 1995 Peruskoulun arviointiin antoi oman leimansa myös kansantaloutta 1990-luvun alkupuolella koetellut lama-aika, jonka jälkiä vieläkin on näkyvillä koulujärjestelyissämme. (Linnakylä & Saari 1993; Jakku-Sihvonen ym. 1996.) Opetushallituksen, MAOLin ja Helsingin yliopiston yhteisarvioinneissa sekä opetushallituksen omissa arvioinneissa yhtenä tavoitteena on ollut kehittää käytettyjä arviointimenetelmiä, mikä on näkynyt erityisesti kokeiluina käytetyissä arviointimittareissa. (Korhonen 1994; 1999; 2001; Pehkonen 1997.) Tasa-arvokysymyksen kohdalla on erillisissä arvioinneissa tarkasteltu ruotsin- ja suomenkielisten välisiä eroja. Björkqvist (1997) tarkastelee raportissaan suomen- ja ruotsinkielisten 7.-luokkalaisten välisiä eroja matematiikan osaamisessa vuonna 1996. Kieliryhmien välillä on aikaisemmissa arvioinneissa esiintynyt eroja 9. luokalla, ja Björkqvist pyrki arviointihankkeessaan selvittämään, esiintyikö niitä jo 7. luokalla yläasteen alussa.

Arviointimenetelmien kohdalla pyrkimyksenä ollut kehitystyö näkyy käytännössä siten, että erityisesti 1990-luvulla toimeenpantujen arviointien toteutustavat ovat poikenneet hyvinkin paljon toisistaan. Niin käytetyissä otoksissa kuin tiedollisissa mittareissakin on tapahtunut varsin suuria muutoksia viimeisten reilun kymmenen vuoden aikana. Opetushallituksen yhteistyössä Koulutuksen tutkimuslaitoksen (Kupari 1993; 1996) sekä MAOLin ja Helsingin yliopiston (Korhonen 1994; Pehkonen 1997) kanssa tekemissä arvioinneissa otoskoot ovat olleet noin 50–70 koulua ja noin 1000 oppilasta. Myöhemmissä opetushallituksen yksin toimeenpanemissa arvioinneissa (Korhonen 1999; 2001; Niemi 2001; Mattila 2002) otoksessa on ollut noin 4000 oppilasta ja yläasteita reilut 100 ja ala-asteita vajaat 300 (vain yksi 6. luokan arviointi). Opetushallitus on siis ottanut käyttöön selkeästi suuremmat otoskoot kuin mitä aikaisemmissa kansallisissa arvioinneissa on käytetty.

Arvioinneissa käytettyjen tiedollisten mittarien kohdalla on myös ollut suuria eroja. Selvimmin joukosta erottuvat arvioinnit, joissa koulutuksen tutkimuslaitos on ollut mukana. Niissä arviointiin on käytetty melkein sataa tehtävää, jotka on jaoteltu erilaisiin tehtävävihkoihin siten, että kukin oppilas on vastannut noin 25 tehtävään (Kupari 1993 ja 1996). MAOLin ja Helsingin yliopiston osittain toimeenpanemissa arvioinneissa on käytetty mittareita, joissa kaikille pakollisen osan ohella on ollut muutama valinnainen sovellustehtävä (Korhonen 1994; Pehkonen 1997). Opetushallituksen yksin toimeenpanemissa arvioinneissa 9. luokalla on käytetty noin 40 tehtävää käsittäviä mittareita, jotka ovat olleet kaikille samanlaisia (Korhonen 1999; 2001;

Mattila 2002). Ala-asteen 6. luokkaa koskevassa arvioinnissa mittari koostui 17 tehtävästä (Niemi 2001).

Arvioinneissa käytetyn tehtävistön rakenteen ohella myös yksittäisten tehtävien pisteytys on tehty eri tavoilla. Koulutuksen tutkimuslaitoksen järjestämissä arvioinneissa tehtävät ovat olleet samanarvoisia, ja niiden tuloksia on käsitelty ainakin osittain keskimääräisten ratkaisuprosenttien avulla. Muissa tutkimuksissa ainakin osa tehtävistä on ollut useamman kuin yhden pisteen arvoisia ja tulokset on esitetty pistemäärien avulla. Pisteytyksessä soveltavia tuottamistehtäviä on arvostettu huomattavasti enemmän kuin vaihtoehtotehtäviä, sillä vaihtoehtotehtävät olleet yhden pisteen arvoisia, kun tuottamistehtävistä on voinut saada jopa kuusi pistettä. Huomattavaa on myös, että MAOLin, Helsingin yliopiston ja opetushallituksen sekä opetushallituksen yksinään suorittamissa arvioinneissa osallistuneiden oppilaiden opettajat pisteyttivät tuottamistehtävät annettujen ohjeiden mukaan. (Kupari 1993; 1996; Korhonen 1994; 1999; 2001; Pehkonen 1997; Niemi 2001.)

7.5.4 Keskeisiä kansallisia tuloksia

Vuoden 1990 Peruskoulun arvioinnissa keskeisenä tarkastelukohteena oli oppimistulosten kehitys vuodesta 1979, eli osaamisen vertailu ennen ja jälkeen vuoden 1985 opetussuunnitelmauudistuksen. Tulosten mukaan sovellustehtäviä osattiin vuonna 1990 paremmin kuin vuonna 1979, eli tältä osin tulokset olivat varsin odotettuja. Kuitenkin algebran ja yhtälöiden osalta tulokset olivat heikentyneet, ja yksittäisistä laskutoimituksista jakolaskun osaaminen oli heikentynyt. (Kupari 1993.)

Peruskoulun arviointi 1995 -tutkimuksessa tuloksia vertailtiin vuoden 1990 tuloksiin. Tutkimuksen taustalla olivat jälleen koulumaailmaa koskeneet muutokset opetussuunnitelman perusteita koskeneen uudistustyön ja taloudellisen laman muodossa. Siten erityisen huolestuneita oltiin tulosten yleistason ohella tasa-arvoisuuden säilymisestä. Tuloksissa oppimistulokset olivat säilyneet varsin samoina vuodesta 1990 erojen ollessa hyvin pieniä. Sovellustehtävien kohdalla oli tapahtunut pientä myönteistä kehitystä ja myös ongelmatehtäviä osattiin ratkaista paremmin kuin vuonna 1990. (Kupari 1996.)

Opetushallituksen, MAOLin ja Helsingin yliopiston suorittamissa arvioinneissa yhtenä keskeisenä piirteenä oli sanallisten tehtävien runsas osuus kokeista. Kokeet osoittautuivatkin melko vaikeiksi oppilaille: Vuonna 1993 järjestetyssä kokeessa oppilaat saivat keskimäärin noin 40 % maksimipisteistä ja vuoden 1995 kokeessa suuri osa tehtävistä osattiin vain välttävästi tai heikosti (osuus pisteistä 40–60 % tai alle 40 %). Käytetyt tehtävät eivät vuonna 1993 vastanneet kovin hyvin opetuksen sisältöä, mutta jo vuonna 1995 kokemukset myös sanallisista tehtävistä olivat muutamien haastateltujen opettajien mukaan myönteisiä. (Korhonen 1994; Pehkonen 1997.)

Viimeisimmissä kansallisissa 9. luokan arvioinneissa (1998, 2000 ja 2002) keskeiseksi huolenaiheeksi on noussut heikosti matematiikkaa osaavien melko suuri osuus, sillä kussakin näistä arvioinneista noin viidennes oppilaista suoriutui kokeessa heikosti. Kuudennen luokan arvioinnissa 2000 noin 30 % oppilaista osoitti koearvosanoihin suhteutettuna hyvää tai kiitettävää osaamista, kun taas toisessa päässä 2 % oli hylättyjä ja 11 %:lla oppilaista osaamisen taso oli välttävää. (Korhonen 1999; 2001; Niemi 2001; Mattila 2002.)

Vaikka yleisen osaamisen tason onkin katsottu täyttävän varsin hyvin opetussuunnitelman perusteissa asetetut tavoitteet, niin eri sisältökokonaisuuksien osaamisessa on tullut esiin eroja myös viimeisimmissä 9. luokan arvioinneissa. Huolissaan on oltu lähinnä algebran osaamisesta, sillä siinä on havaittu suuriakin puutteita, mutta Mattila (2002) nostaa esille myös geometrian muita heikommin osattuna sisältökokonaisuutena. Lukuihin liittyvät perustehtävät on osattu puolestaan varsin hyvin. Ongelmanratkaisutehtävät ovat osoittautuneet melko vaikeaksi ja esimerkiksi vuonna 1998 mekaaniset laskutehtävät osattiin paremmin kuin sovellus- ja ongelmanratkaisutehtävät. (Korhonen 1999; 2001; Mattila 2002.)

Tasa-arvokysymykseen liittyen tulokset ovat olleet tiedollisella puolella varsin rohkaisevia. Esimerkiksi sukupuolten välillä erot ovat olleet hyvin pieniä, ja useinkin mahdollisesta tilastollisesta merkitsevyydestä huolimatta niiden voi käytännössä katsoa olevan olemattomia. Eniten huolestumista tasa-arvon kohdalla ovat herättäneet suomen- ja ruotsinkielisten oppilaiden väliset erot, ja näitä onkin tutkittu myös erillisissä arvioinneissa (esim. Björkqvist 1997). Asenteita koskevat tulokset ovat kuitenkin olleet huolestuttavia erityisesti tasa-arvon kannalta. Tyttöjen asenteet matematiikkaa kohtaan ovat jatkuvasti olleet poikien asenteita kielteisempiä ja tämä heijastuu myös heidän jatko-opintovalintoihinsa. Toisaalta yläasteen opetukselle asettaa haasteita, että oppilaiden asenteet näyttävät muuttuvan negatiivisemmaksi yläasteen aikana 6. ja 9. luokan tulosten vertailujen perusteella. (Kupari 1993; 1996; Korhonen 1994; 1999; 2001; Pehkonen 1997; Niemi 2001; Mattila 2002.)

Käytetyllä oppikirjalla on osassa arviointeja havaittu olevan merkitystä tulosten kannalta, tosin kaikissa tutkimuksissa tätä kysymystä ei ole käsitelty. 9. luokan osalta eroja havaittiin vuosien 1993, 1995 ja 2000 arvioinneissa ja myös 6. luokan arvioinnissa vuonna 2000 tuloksissa oli eroja eri oppikirjaa käyttäneiden välillä. Oppikirjan yhteys kokonaistuloksiin oli 9. luokan kohdalla varsin pieni tai olematon, mutta erityisesti algebran kohdalla erot tuloksissa olivat melko huomattavat. Esimerkiksi vuoden 2000 kohdalla kolmesta yleisimmin käytetystä oppikirjasta yhden tulokset erottuivat jonkin verran muita heikompina (kirjoja ei ole nimetty). 6. luokan vuoden 2000 arvioinnissa puolestaan Mieti ja laske -oppikirjan käyttäjät saivat hieman Laskutaito- ja Plussa-kirjoja käyttäneitä heikommat tulokset. Jatkoanalyyseissä 6. luokan arvioinnin tulokset olivat muuttuneet siten, että Laskutaito –kirjaa käyttäneiden oppilaiden tulokset olivat tilastollisesti merkitsevästi muita kirjoja käyttäneitä parempia, mutta joka tapauksessa käytetyn oppikirjan ja oppimistulosten oli nähtävissä yhteys (Niemi 2004). Viimeisimmässä 9. luokan arvioinnissa vuonna 2002 käytetyllä oppikirjalla ei näyttänyt juurikaan olevan merkitystä oppimistulosten kannalta. (Korhonen 1994; 2001; Pehkonen 1997; Niemi 2001; Mattila 2002.)

7.5.5 Kansallisten ja kansainvälisten arviointien vertailua

Kansallisten ja kansainvälisten arviointien tavoitteet poikkeavat jossain määrin toisistaan. Kansallisissa arvioinneissa keskeisenä tavoitteena on tarkastella opetussuunnitelmassa asetettujen tavoitteiden toteutumista. Kansainvälisissä arvioinneissa matematiikan osaamisen kuvaaminen eri koulutusjärjestelmissä on keskeisellä sijalla, mutta vähintään yhtä tärkeä tavoite on osaamiseen yhteydessä olevien tekijöiden etsiminen (esim. Mullis ym. 2000). Hieman erilaisista näkökulmista johtuen on hyödyllistä pyrkiä kokoamaan keskeisiä arvioinneissa tehtyjä havaintoja.

Aluksi on syytä katsoa arvioinneissa käytettyjä otoksia ja tiedollisia mittareita. Näyttää selkeästi siltä, että kansallisten arviointien kehitys on näiden suhteen ollut kaksijakoista kansainvälisiin arviointeihin verrattuna. Arvioinneissa käytettyjen otoksien suhteen kansalliset arvioinnit ovat lähentyneet kansainvälisiä arviointeja, vaikkakin edelleen kansallisissa arvioinneissa otoksiin otettujen koulujen määrät ovat olleet pienemmät kuin kansainvälisissä arvioinneissa. (Esim. Korhonen 1994; 1999; 2001; Kupari ym. 2001; Linnakylä ym. 2002.)

Käytettyjen tiedollisten mittareiden kohdalla kansalliset arvioinnit ovat otoksista poiketen etääntyneet kansainvälisistä arvioinneista. 1990-luvun alkupuolen Koulutuksen tutkimuslaitoksen toimeenpanemissa kansallisissa arvioineissa käytettiin kansainvälisiä arviointeja vastaavia mittareita. Niissä käytössä oli eri vihkoihin jaettu tehtäväjoukko (n. 100 tehtävää), ja arvionteihin osallistuvat oppilaat vastasivat vain pieneen osaan arvioinnissa kokonaisuudessaan käytetyistä tehtävistä (Kupari 1993 ja 1996). Myöhemmissä kansallisissa arvioinneissa on siirrytty käytäntöön, jossa kaikki arviointiin osallistuvat oppilaat vastaavat samoihin noin 40 tehtävään (esim. Korhonen 2001; Mattila 2002). Kansainvälisiin arviointeihin verrattuna pieni tehtävämäärä herättää tietysti kysymyksiä liittyen siihen, miten monipuolinen kuva matematiikan osaamisesta näin pienellä tehtävämäärällä voidaan saada. Vertailun vuoksi voidaan todeta, että TIMSS 1999 -tutkimuksessa matematiikan osaamista kuvailtiin viiden sisältökokonaisuuden avulla ja jokaiseen näistä sisältökokonaisuuksista liittyi vähintään 20 tehtävää (Mullis ym. 2000).

Tuloksien osalta kansalliset ja kansainväliset matematiikan osaamisen arvioinnit vaikuttavat hyvinkin yhdensuuntaisilta, mutta erityisesti tuloksien tulkinnoissa on paikoin hyvinkin suuria eroja. Selkeästi yhteisenä tuloksena nousee esille sukupuolten välisen tasa-arvon toteutuminen tiedollisen osaamisen puolella. Vastaavasti asenteiden puolella poikien asennoituminen matematiikkaa kohti on selkeästi tyttöjä positiivisempaa. (Esim. Korhonen 1999; 2001; Kupari ym. 2001; Linnakylä ym. 2002.)

Tiedollisen osaamisen kohdalla yhtä mieltä ollaan algebran taitojen heikkoudesta muuhun nähden. Myös geometrian osaamisesta ollaan huolissaan. (Pehkonen 1997; Soro & Pehkonen 1998; Korhonen 2001; Kupari ym. 2001.)

Ristiriitaisia tuloksia tai tulosten tulkintoja esitetään koskien ainakin heikosti suoriutuvien määrää sekä sovellus- ja ongelmanratkaisutehtävien osaamista. Viimeisimmissä kansainvälisissä arvioinneissa Suomen tuloksien olennainen piirre on ollut se, että heikkojen oppilaiden määrä on ollut hyvin pieni. Esimerkiksi TIMSS1999 -tutkimuksessa suomalaisten oppilaiden joukossa heikosti menestyvien osuus oli noin 4 % kansainvälisen mittapuun mukaan (Kupari ym. 2001). Viimeisten kansallisten arviointien yhteydessä on puolestaan esitetty, että noin viidesosalla peruskoulunsa päättävistä 9.-luokkalaisista on puutteelliset matematiikan perustaidot (Korhonen 1999; 2001; Mattila 2002). Ero osuuksissa on melkoinen, mutta kyse voi olla lähinnä tulosten erilaisista tulkinnoista. TIMSS 1999 -tutkimuksen yhteydessä havaittu 4 % esiintyy kansallisissa tuloksissa hylättyjen osuutena kaikista suorituksista (Korhonen 2001). Yksi vaihtoehtoinen tulkinta tuloksille siis on, että TIMSS 1999 -tutkimuksen heikot suoritukset vastaisivat kansallisissa arvioinneissa hylättyjä suorituksia.

Myös yksinkertaisten ongelmanratkaisu- ja sovellustehtävien osaamisen tulkinnat ovat jokseenkin ristiriitaisia. Kansallisissa arvioinneissa sovellustehtävien osaamisen on todettu nousseen 80- ja 90-lukujen aikana (Kupari 1993 ja 1996). Viimeaikoina osaamista on kuitenkin vielä pidetty melko heikkona esimerkiksi siksi, että sovellustehtäviä on osattu heikommin kuin mekaanisia laskutehtäviä (Korhonen 1999 ja 2001). Samalla on kuitenkin huomioitu, että sovellustehtävienkin osaaminen on yhteydessä kulloinkin tarvittavaan matematiikan sisältötietoon (Korhonen 2001). Kansainvälisissä arvioinneissa yksinkertaisten sovellustehtävien osaaminen on vastoin kansallisia tuloksia ollut suomalaisten osaamisen vahvimpia osa-alueita. (Soro & Pehkonen 1998; Kupari & Törnroos 2002.)

Erä syy kansallisten ja kansainvälisten arviointien tulosten tulkintojen ristiriitaisuuksiin on erilaisissa lähestymistavoissa. Kansallisissa arvioinneissa lähestymistapa on ollut pääasiassa kriteeripohjainen, kun kansainvälisissä arvioinneissa lähestymistapa on suhteellinen. Luvussa 7.4.2 esitettiin esimerkki SIMS-tutkimukseen liittyen, jossa eri lähestymistapoja käyttäen päädyttiin hyvin erilaisiin tulkintoihin suomalaisten matematiikan osaamisen heikkouksista ja vahvuuksista. Sama selitys pätee edellä havaittuun ristiriitaan sovellustehtävien osaamisen kohdalla: Tavallisesti sovellustehtävät ovat oppilaille vaikeampia kuin pelkät mekaaniset laskutoimitukset, joten pelkän tehtävän ratkaisuprosentin perusteella niiden osaamisen voi katsoa olevan heikkoa tai kohtalaista (verrattuna mekaanisten laskutehtävien osaamiseen). Kun tämä tehtävien vaihteleva vaikeustaso otetaan huomioon ja osaamista vertaillaan muiden maiden osaamiseen, kansainvälisissä arvioinneissa yksinkertaisten sovellustehtävien osaaminen onkin ollut suomalaisten oppilaiden vahvuusalueita.

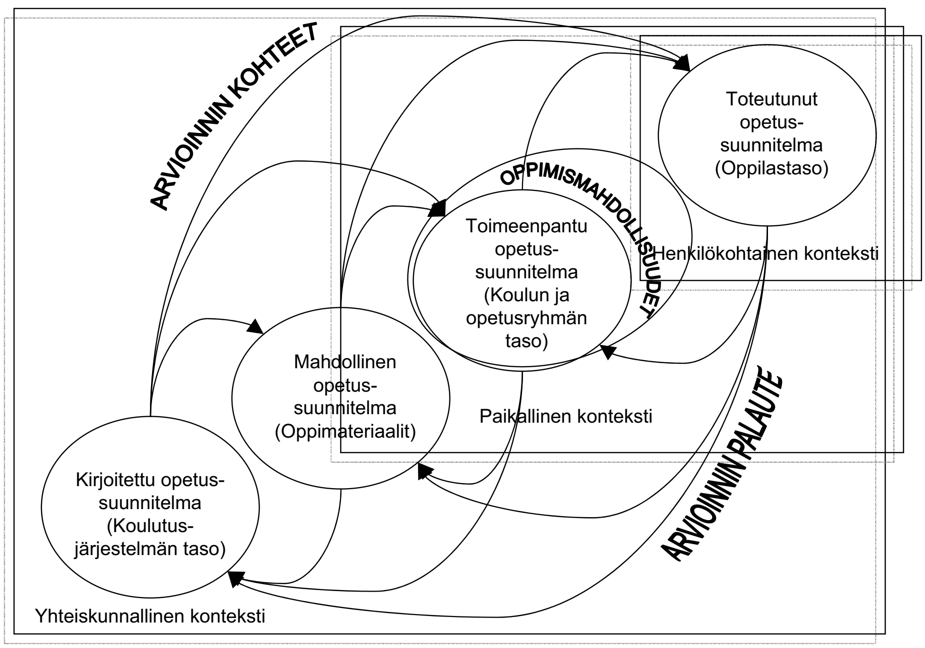
Heikkojen oppilaiden osuuteen liittyen löytyy myös vähintään yksi selitys: Kansallisissa arvioinneissa käytettyjen mittareiden keskiarvoiset ratkaisuprosentit on pyritty kiinnittämään tietylle tasolle esikokeiden perusteella. Lisäksi kokeeseen sisältyy eritasoisia tehtäviä ja huomiota on kiinnitetty myös tehtävien erottelukykyyn. Monivalintaosuudessa keskiarvoinen ratkaisuprosentti on ollut 67 % ja ongelmanratkaisukokeessa 50 %. (Korhonen 2001; Mattila 2002.) Periaatteessa siis mittari on laadittu erittäin hyvin suhteelliseen arviointiin soveltuvaksi. Tällöin mitattu osaaminen noudattaa melko hyvin normaalijakaumaa ja tietty osuus oppilaista jää aina tietyn ”heikon” suorituksen rajaksi asetetun pistemäärän alle. Jos mittarin teossa käytettyjä menetelmiä ei siis jatkossa muuteta, tulemme aina näkemään saman ”heikkoja oppilaita on noin viidesosa” -tuloksen, vaikka matematiikan osaamisessa olisi todellisuudessa tapahtunut huomattavaa muutosta.

Näennäisesti ristiriitaiset tulokset eivät rajoitu pelkästään kansallisten ja kansainvälisten arviointien välille, vaan myös viimeaikaisten kansainvälisten tutkimusten välillä näyttäisi olevan ristiriitoja. KASSEL-projektin esitellyissä tuloksissa Suomi oli yhdessä Norjan kanssa selkeästi heikoiten menestynyt maa ja tämän perusteella Soro ja Pehkonen (1998) olettivat Suomen sijoittuvan selkeästi OECD-maiden keskitason alapuolelle TIMSS-tutkimuksen kaltaisessa arvioinnissa. Kuitenkin TIMSS 1999 -tutkimuksessa suomalaisten osaaminen oli selkeästi kaikkien tutkimukseen osallistuneiden maiden keskiarvon yläpuolella, ja tutkimuksessa mukana olleiden 14 OECD-maan joukossa hyvää keskitasoa (Kupari ym. 2001). PISA:n suppeammassa matematiikan arvioinnissa Suomen menestys oli vielä tätäkin parempaa (Kupari & Törnroos 2002).

KASSEL-, TIMSS 1999 - ja PISA-arviointien tulosten melko suurien erojen selvittäminen on vaikeaa ilman esimerkiksi mittareiden tarkempaa vertailua. Ottaen huomioon myös kansallisten arviointien tulokset, niin yksi mahdollinen selittäjä on tutkimusten mittareiden erilainen sisällöllinen painottuminen. KASSEL-projektissa lukuja käsitellyt osakoe oli ainoa, jolla suomalaiset ylsivät vertailumaiden keskitasolle, kun taas muissa osakokeissa, joiden aiheina olivat funktiot ja geometria, sekä algebra, suomalaiset jäivät maiden heikompaan päähän. TIMSS 1999 -tutkimuksessa nimenomaan geometria sekä algebra olivat sisältöalueet, joiden kohdalla suomalaiset jäivät maiden keskitason läheisyyteen, kun muiden sisältökokonaisuuksien kohdalla osaaminen oli parempaa. Myös PISAn yhteydessä ja kansallisissa arvioinneissa algebra ja geometria ovat nousseet esille suomalaisittain heikkoina sisältökokonaisuuksina. Siten KASSEL-projektissa kokeet näyttävät kohdistuneen melko tarkasti suomalaisten heikoimmin osaamille alueille. PISA 2000 -arvioinnin tehtäviä voisi yleisellä tasolla kuvailla kohtalaisen yksinkertaisiksi sanallisiksi ongelmanratkaisutehtäviksi. Siten arviointi painottuu nimenomaan alueille, joita myös *Opetussuunnitelman perusteet* (1994) ovat korostaneet ja siten hyvää menestystä ei voi pitää kovinkaan yllättävänä. (Soro & Pehkonen 1998; Kupari ym. 2001; Kupari & Törnroos 2002.)

8
Viitekehyksen yhteenveto

Kuten työn teoriaosuuden alussa todettiin, tämän tutkimuksen peruspilareina toimivat opetussuunnitelma, oppikirjat, arviointi ja oppilaiden osaaminen matematiikassa. Näiden ”pilareiden” välisiä suhteita työssä kuvataan nelitasoisen opetussuunnitelmamallin avulla ja edellä on pohdittu käsitteiden tämän työn kannalta keskeisiä piirteitä.



Kuvio 8.1.
Tutkimuksen teoreettinen viitekehys.

Kuviossa 8.1 esitetään uudestaan tutkimuksen pohjalla oleva malli parilla yksityiskohdalla täydennettynä. Näiden lisäysten tarkoitus on yhdistää arvioinnin näkökulmia enemmänkin opetussuunnitelman kuvaamiseen keskittyvään alkuperäiseen malliin. Perusajatuksena on, että koulutus on tavoitteellista toimintaa, jota pyritään kehittämään arvioimalla tavoitteiden toteutumista. Tavoitteiden toteutumista kuvaa mallissa oppilaiden oppimistuloksia kuvaava *toteutunut* opetussuunnitelma. Toteutuneeseen opetussuunnitelmaan lähimmässä yhteydessä ovat oppilailla olleet *oppimismahdollisuudet*. Oppimismahdollisuuksilla tarkoitetaan sitä, onko oppilaalla ollut tilaisuutta oppia jonkin tehtävän ratkaisuun tarvittava sisältö. Oppimismahdollisuudet eivät rajoitu pelkästään kouluympäristöön, mutta esimerkiksi matematiikassa voidaan olettaa, että *toimeenpantu* opetussuunnitelma vastaa varsin pitkälle oppilailla olleita oppimismahdollisuuksia. Jotta oppilaat oppisivat tavoitteeksi asetettuja tietoja ja taitoja, myös oppimismahdollisuuksien tulee olla sellaisia, että tavoitteet voidaan saavuttaa. Siten *kirjoitettu* opetussuunnitelma, jossa esitetään koulutukselle asetetut tavoitteet vaikuttaa voimakkaasti oppimismahdollisuuksiin. Toisaalta oppikirjat ja muut oppimateriaalit toimivat *mahdollisena* opetussuunnitelmana, joka esittää opettajille yhden vaihtoehdon haluttujen oppimismahdollisuuksien tarjoamiseksi oppilaille.

Mallin eri tasot ovat siis tiiviisti yhteydessä toisiinsa, mutta tässä työssä oltiin erityisesti kiinnostuneita vaikutuksista yleisemmästä yksityiskohtaisempaan tasoon, eli esimerkiksi kirjoitetun opetussuunnitelman yhteydestä toimeenpantuun opetussuunnitelmaan. Työssä arvioinnin kohteena oli suomalaisten matematiikan osaaminen 7. luokalla ja havaitulle osaamiselle etsittiin syitä kirjoitetun, mahdollisen ja toimeenpannun opetussuunnitelman kuvaamista oppimismahdollisuuksista. Arvioinnin perusteella pyrittiin tekemään kehittämisehdotuksia, joiden vaikutuksia saadaan toivottavasti arvioida jonkin tulevan ”arviointikierroksen” (ks. kuvio 8.1) yhteydessä.

9
Tutkimusongelmat

Kuten aikaisemmin on jo todettu, tutkimuksen kiinnostuksen kohteena on selvittää suomalaisten 7. luokan oppilaiden matematiikan osaamista ja sen yhteyksiä oppilailla olleisiin oppimismahdollisuuksiin. Näistä lähtökohdista tutkimukseen muodostuu kaksi selkeää pääongelmaa, joista ensimmäinen jakautuu kolmeen ja toinen kahteen alaongelmaan.

1. Millaisia oppimismahdollisuuksia suomalaisilla vuoden 1999 keväällä 7. luokalla olleilla oppilailla oli ollut koulussa matematiikassa?
   1.1. Mitä Opetussuunnitelman perusteiden (1994) mukaan opetettiin ala-asteen ja 7. luokan aikana?
   1.2. Mitä yleisimmät 5.–7. luokan matematiikan oppikirjat sisälsivät?
   1.3. Mitä 7. luokan oppilaille oli opettajien mukaan opetettu 7. luokan aikana?
2. Millaista suomalaisten 7. luokan oppilaiden matematiikan osaaminen oli heillä olleet oppimismahdollisuudet huomioiden?
   2.1. Miten suomalaiset 7. luokan oppilaat osasivat matematiikkaa kansainvälisessä vertailussa?
   2.2. Miten eri oppikirjoja 7. luokalla käyttäneiden oppilaiden osaaminen poikkesi toisistaan?

Tutkimusongelmat muodostavat kaksi toisiinsa yhteydessä olevaa kokonaisuutta. Ensimmäisen ongelman kohdalla kartoitetaan suomalaisille 7. luokan oppilaille koulussa tarjottuja oppimismahdollisuuksia *kirjoitetun*, *mahdollisen* ja *toimeenpannun* opetussuunnitelman tarkastelun avulla. *Kirjoitetun* opetussuunnitelman tarkastelussa (alaongelma 1.1) keskitytään valtakunnallisten Opetussuunnitelman perusteiden (1994) analysointiin. Kuntatason opetussuunnitelmia ei tässä yhteydessä tutkita, sillä aiheeseen liittyvän tutkimuksen valossa (Luvut 3.2.1 ja 4.1) käytettyjen oppikirjojen vaikutus kuntatason opetussuunnitelmiin on usein selkeästi nähtävillä ja toisaalta oppikirjat toimivat usein käytännön opetussuunnitelmana matematiikan opetuksessa. Oppimismahdollisuuksien kartoituksessa onkin keskeisellä sijalla 5.–7. luokan oppikirjojen analyysi (alaongelma 1.2). Alaongelman 1.3 *toimeenpannun* opetussuunnitelman tarkastelu suoritetaan alaongelman 1.2 kohdalla analysoitujen 7. luokan oppikirjojen pohjalta. Näiden kahden alaongelman tuloksia vertailemalla pyritään osaltaan selvittämään oppikirjojen sisällönanalyysin luotettavuutta oppilaiden oppimismahdollisuuksien kuvaajana.

Tutkimusongelman 2 kohdalla tarkastellaan 7. luokan oppilaiden matematiikan osaamista pyrkien selittämään havaittuja tuloksia oppimismahdollisuuksista saatujen tietojen avulla. Toinen tutkimusongelma jakautuu edelleen kahteen alaongelmaan, joista ensimmäisessä suomalaisten oppimistuloksia tarkastellaan kansainvälisessä vertailussa ja toisessa oppimistuloksia tarkastellaan kansallisella tasolla pyrkien etsimään yhteyksiä oppikirjojen (*mahdollisen* opetussuunnitelman) ja oppimistulosten (*toteutuneen* opetussuunnitelman) välillä.

Tutkimusongelmiin 1.3 ja 2 vastaamisessa käytetään TIMSS 1999 -tutkimuksen yhteydessä kerättyä aineistoa. Luvussa 7.5.2 esiteltiin tutkimuksessa saadut päätulokset, joiden mukaan suomalaisten osaaminen oli tilastollisesti merkitsevästi kansainvälistä keskiarvoa korkeampaa vahvimpina sisältökokonaisuuksina luvut ja laskutoimitukset, tilastot ja todennäköisyys sekä mittaaminen. Tässä työssä pyritään selvittämään näiden tuloksien merkitystä Suomen opetussuunnitelman kannalta, sillä edellä mainitut tulokset on esitetty liian yleisellä tasolla ajatellen esimerkiksi juuri opetussuunnitelman kehitystyötä (Linn 2002). Opetussuunnitelman kehitysnäkökulma huomioiden tässä työssä on olennaista selvittää myös, mitä 7. luokan opetussuunnitelma käytännössä pitää sisällään. Tämä tehdään erityisesti tarkastelemalla kouluissa käytettyjä oppikirjoja (*mahdollista* opetussuunnitelmaa).

10
Tutkimusasetelma ja -menetelmät

Tutkimus jakautuu käytettyjen tutkimusmenetelmien osalta selkeästi kahteen erilliseen osaan. Alaongelmia 1.1 ja 1.2, joissa tarkastellaan opetussuunnitelmaa ja oppikirjoja, selvitettiin sisällönanalyysin keinoin ja näiden tutkimusongelmien käsittely on siten luonteeltaan suurelta osin kvalitatiivista. Muita ongelmia tarkastellaan käyttäen TIMSS 1999 -tutkimuksen aineistoa, ja siten niiden tarkastelu on pitkälti kvantitatiivista. Seuraavassa kuvaillaan yksityiskohtaisemmin näitä tutkimuksessa käytettyjä aineistonkeruu- ja analysointimenetelmiä.

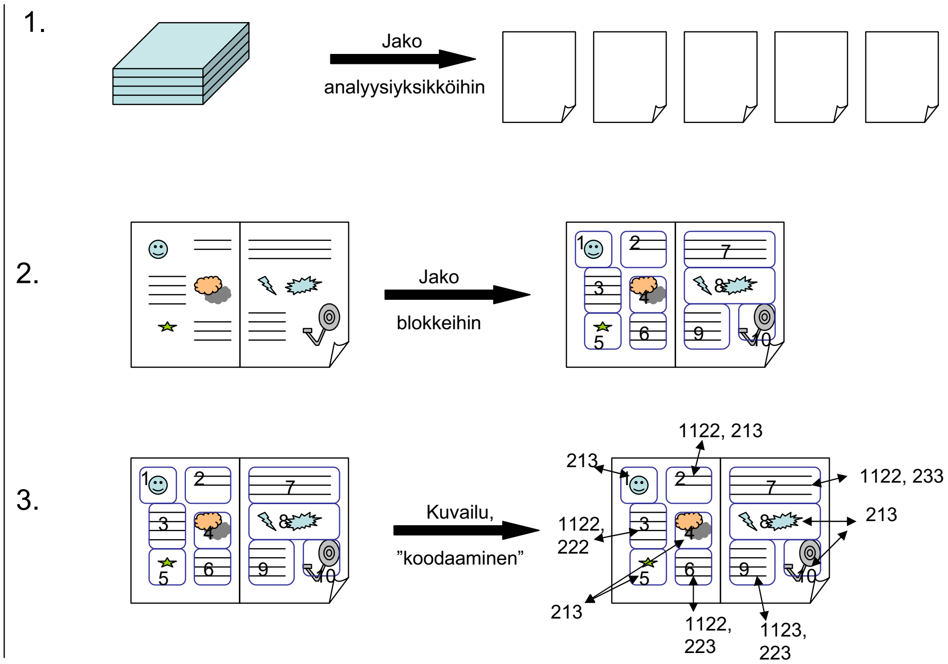
10.1 Opetussuunnitelma- ja oppikirja-analyysi

Tutkimuksen ongelmia 1.1 ja 1.2 selvitetään kvalitatiivisen sisällönanalyysin avulla. Molemmissa ongelmissa kartoitetaan kirjallisen materiaalin sisältämiä matemaattisia sisältöjä, tai viittauksia matemaattisiin sisältöihin. Ongelma 1.1 keskittyy Opetussuunnitelman perusteiden (Opetushallitus 1994) tarkasteluun ja ongelma 1.2 perusopetuksen 5.–7. luokan matematiikan oppikirjojen tarkasteluun. Johtuen materiaalien hyvin erilaisesta luonteesta, niiden analysointi suoritettiin täysin toisistaan poikkeavilla menetelmillä. Opetussuunnitelman perusteiden matematiikkaa koskeva osuus on hyvin lyhyt, joten tämän kohdalla yksinkertaisesti kirjattiin ylös, mitä tavoitteita matematiikan opetukselle oli asetettu esimerkiksi eri luokka-asteilla opetetuksi tarkoitettujen matematiikan sisältöalueiden muodossa. Oppikirjojen kohdalla jo materiaalin runsaus vaati selkeästi erilaista lähestymistapaa. Koska oppikirja-analyysin tuloksia haluttiin hyödyntää TIMSS 1999 -tutkimuksen oppimistulosten tarkastelussa, työssä päädyttiin soveltamaan oppikirja-analyysimenetelmää, jota kansainvälisesti oli käytetty TIMSS 1995 -tutkimuksen yhteydessä.

Tutkimusongelman 1.2 kohdalla oppilaiden oppimismahdollisuuksia selvitetään heidän käyttämiensä oppikirjojen avulla. TIMSS 1999 -tutkimuksen yhteydessä osallistuneiden koulujen opettajalta kysyttiin, mitä matematiikan oppikirjoja he olivat käyttäneet opetuksessa. Yleisimmin käytetyt oppikirjat olivat Kolmio, Plussa ja Matematiikan maailma, joten ne valittiin analysoitavaksi tutkimukseen. Koska oppimismahdollisuuksia haluttiin kartoittaa yhtä kouluvuotta pidemmältä ajalta, analysoitavaksi otettiin myös suurimpien kustantajien yleisimmin käytettyjen ala-asteen oppikirjasarjojen 5. ja 6. luokan kirjat. Näin analysoitavaksi valittiin myös Mieti ja laske -, Plussa- ja Laskutaito-sarjojen oppikirjat.

Oppikirja-analyysin keskeisenä tavoitteena oli selvittää, mitä matematiikan sisältöalueita analysoidut oppikirjat sisältävät. Vasta toisella sijalla analyysissä oli asioiden käsittelytapojen tarkasteleminen. Tätä ongelmanasettelua ajatellen Suomessa viimeisten reilun kymmenen vuoden aikana tehdyt oppikirja-analyysit auttoivat hyvin vähän tutkimusmenetelmiä pohdittaessa. Luvussa 4.2 todettiin, että Suomessa tehdyt oppikirja-analyysit olivat enimmäkseen keskittyneet tutkimaan juuri asioiden käsittelytapaan liittyviä ongelmia. Näitä ongelmia selvitettiin pitkälti oppikirjojen teksteihin keskittyvien menetelmien avulla. Tämän tekstisidonnaisuuden vuoksi nämä menetelmät soveltuvat huonosti melko vähän tekstiä sisältävien matematiikan oppikirjojen analysointiin. Toisaalta muutamassa matematiikan oppikirjoja koskevassa analyysissä oli tarkasteltu lähinnä, millaisia harjoitustehtäviä (rutiinitehtäviä, ongelmatehtäviä) oppikirjoissa oli. Tällainenkaan lähestymistapa ei soveltunut tämän työn ongelmanasetteluun, jossa oppikirjoissa käsitellyt oppisisällöt olivat keskeisellä sijalla. (Esim. Mikkilä-Erdmann ym. 1999; Ahtineva 2000; Perkkilä 2000; Hohti & Lehto 2001.)

Lyhyesti kuvattuna tässä tutkimuksessa käytetyssä menetelmässä oppikirjat jaettiin pieniin osiin, joiden sisältöä kuvailtiin matemaattisen sisällön ja tähän liittyvän suoritusodotuksen suhteen (siis mitä oppilaan odotetaan tekevän materiaalilla, ks. luku 6.2). Matemaattinen sisältö ja suoritusodotukset eivät kuitenkaan sinällään kerro kaikkea kirjoista, ja analysoitavia kirjan osia kuvailtiin myös esimerkiksi ilmaisemalla, oliko kyseessä kuva, harjoitustehtävä tai esimerkki. Käytetty menetelmä sopi hyvin tämän tutkimuksen oppikirja-analyysiin liittyvän ongelman selvittämiseen ja on helposti sovellettavissa myös muiden aineiden oppikirjojen analysointiin. Koska analysointimenetelmä siis poikkeaa huomattavasti aiemmin Suomessa tehtyjen analyysien menetelmistä, se kuvaillaan seuraavassa melko yksityiskohtaisesti vaihe vaiheelta.



Kuvio 10.1.
Oppikirja-analyysin päävaiheet.

Käytetty analyysimenetelmä voidaan jakaa kolmeen vaiheeseen. Kahdessa ensimmäisessä vaiheessa analysoitava oppikirja jaettiin pieniin osiin ja kolmannessa näitä kuvailtiin haluttujen muuttujien suhteen. Näitä vaiheita havainnollistetaan kuviossa 10.1.

Analyysin ensimmäisessä vaiheessa oppikirjat jaettiin analyysiyksiköihin, joilla tässä tarkoitetaan kirjan jollain tavalla yhtenäistä osaa, joka käsitellään noin 1–3 oppitunnin aikana. Analyysiyksiköt luokiteltiin viiteen eri luokkaan: johdantokappale, opetuskokonaisuus, useamman aiheen opetuskokonaisuus, opetusliite, sekä muut. Johdantokappaleella tarkoitetaan usein ainakin kirjojen aluissa löytyviä johdantolukuja. Opetuskokonaisuus tarkoittaa käytännössä usein samaa kuin kirjan kappale tai luku. Matematiikan oppikirjoissa yleisesti yksi aukeama muodostaa yhden opetuskokonaisuuden ja se käydään läpi yhden oppitunnin aikana. Useamman aiheen opetuskokonaisuudella tarkoitetaan opetuskokonaisuuksia, jotka käsittelevät useampaa pääaihetta. Tavallisimpia esimerkkejä näistä ovat lukujen lopusta löytyvät kertausjaksot. Opetusliitteillä tarkoitetaan kirjojen yhteydestä löytyviä liitteitä, joiden sisältö on selkeästi opetuksellinen. Luokkaan muut kuuluvat esimerkiksi sisällysluettelot ja harjoitustehtävien oikeiden vastausten luettelot: tosin jos vastauksia on selitetty, ne voitaisiin luokitella myös opetusliitteiksi. (McKnight ym. 1992.)

Analyysiyksiköiden luokittelu poikkeaa hieman TIMSS 1995 -tutkimuksessa käytetystä. Selkein ero on, että TIMSS 1995 -tutkimuksessa luokkaa muut ei käytetty ollenkaan. Useamman aiheen opetuskokonaisuus luokan sijaan TIMSS 1995 -tutkimuksessa käytettiin hieman eri tavalla määriteltyä "useamman oppitunnin sivut" -luokka. Tällä tarkoitettiin sivuja, jotka viittaavat useisiin eri opetuskokonaisuuksissa käsiteltyihin asioihin. Näihin kuuluvat esimerkiksi kirjan lukujen alussa olevat johdannot ja kirjojen kertausosat. Johdantokappaleiksi TIMSS 1995 -tutkimuksessa luokiteltiin vain kirjan alussa olevat koko kirjaa koskevat johdannot. Tässä tutkimuksessa luokittelua muutettiin hieman: Lukujen alussa olevat johdannot sisällytettiin myös johdantokappaleet luokkaan. Siten useamman aiheen opetuskokonaisuuksiin jäivät sisältymään lähinnä erilaiset kertausosiot, joissa aikaisemmissa opetuskokonaisuuksissa käsitellyt asiat kootaan tiiviimmäksi kokonaisuudeksi. Nämä muutokset tehtiin, koska alkuperäinen luokitus koettiin hieman puutteelliseksi. Koska luokkaa ”muut” ei alkuperäisessä luokituksessa ollut lainkaan, osa oppikirjojen sivuista olisi jäänyt luokittelematta. Toisaalta alkuperäisen luokittelun mukaan ”johdantokappale”-luokkaan olisi tullut vain noin yksi sivu oppikirjasta. Joissakin kirjoissa lukujen alussa käytetyt johdannot vastasivat sisällöltään paremmin kirjan alussa olevia johdantoja kuin kirjojen kertausosioita. Siten oli johdonmukaista laajentaa ”johdantokappale” -luokka koskemaan myös näitä lukujen alussa olevia johdantoja. (McKnight ym. 1992.)

Analyysin toisessa vaiheessa alussa saadut analyysiyksiköt jaettiin pienempiin osiin, joita tässä kutsutaan blokeiksi. Blokeilla tarkoitetaan analyysiyksikön eroteltavissa ole osia, kuten esimerkiksi tekstin osia, kuvia ja harjoituksia, joiden avulla voidaan tarkemmin kuvailla analyysiyksiköiden rakennetta. Erilaisia blokkityyppejä analyysissä eroteltiin yksitoista: kerronnallinen, liittyvä kerronnallinen, liittymätön opetuksellinen kerronnallinen, liittyvä grafiikka, liittymätön grafiikka, liittyvä harjoittelukokonaisuus, liittymätön harjoittelukokonaisuus, toiminta, esimerkki, koristekuva ja muuta. Seuraavassa nämä blokkityypit esitellään tarkemmin. (McKnight ym. 1992.)

1. **Kerronnallinen** blokki tarkoittaa sisältöä käsitteleviä ja kuvailevia tekstejä. Kerronnalliset blokit voivat myös sisältää grafiikkaa tai harjoituksia, mutta ne ovat tavallaan osa kerronnallista, eikä niitä silloin eritellä grafiikka- tai harjoittelublokeiksi.

2. **Liittyvä kerronnallinen** blokki tarkoittaa muihin blokkeihin liittyviä kerronnallisia blokkeja. Ne voivat liittyä esimerkiksi kerronnallisiin tai harjoittelublokkeihin. Usein liittyvät kerronnalliset blokit on eroteltu muusta sisällöstä esimerkiksi kehyksillä tai varjostuksella.
3. **Liittymätön opetuksellinen kerronnallinen** blokki tarkoittaa tekstiä, joka ei liity muihin analyysiyksikön blokkeihin, mutta sillä on kuitenkin opetuksellista kerrottavaa. Esimerkiksi suuria lukuja käsittelevässä analyysiyksikössä voi olla sivuhuomautus: "Tiesitkö? Sinivalas on maapallon suurin nisäkäs. Se painaa ---grammaa." Tämä huomautus olisi liittymätön opetuksellinen kerronnallinen blokki, vaikka siinä esiintyykin suuri luku. Pääaiheen käsittely ei mitenkään häiriintyisi, vaikka huomatutusta ei olisikaan esitetty.
4. **Liittyvä grafiikka** -blokki on muihin analyysiyksikön blokkeihin liittyvää grafiikkaa.
5. **Liittymätön grafiikka** -blokki tarkoittaa grafiikkaa, joka on opetuksellista, mutta ei liity muihin analyysiyksikön blokkeihin.
6. **Harjoittelu**-blokki tarkoittaa harjoittelu- tai kysymyskokonaisuutta. Saman ohjeen omaavia harjoituksia pidetään yhtenä blokkina, vastaavasti myös ryhmää sanallisia tehtäviä pidetään yhtenä blokkina.
7. **Liittymätön harjoittelu** -blokki tarkoittaa muihin analyysiyksikön blokkeihin liittymätöntä harjoittelu- tai kysymyskokonaisuutta. Nämä voivat olla esimerkiksi kertaustehtäviä aikaisemmin opetetusta.
8. **Toiminta-**blokki sisältää ohjeita ja ehdotuksia mahdollisille oppilastöille.
9. **Esimerkki-**blokki sisältää aihetta käsittelevän esimerkin. Nämä ovat yleisiä erityisesti matematiikan kirjoissa.
10. **Koristekuva-**blokki sisältää ei opetuksellista grafiikkaa.
11. **Muut blokit.**

Tämä blokkityyppien luokittelu vastasi muuten TIMSS 1995 -tutkimuksessa käytettyä, mutta alkuperäiseen lisättiin luokka koristekuva. TIMSS 1995 -tutkimuksessa koristekuvia ei otettu ollenkaan huomioon analyysissä, jos niillä ei ollut opetuksellista merkitystä. Suomessa kuitenkin aikaisempien oppikirjatutkimusten yhteydessä Hannus (1996) esitti voimakasta kritiikkiä koskien oppikirjoissa olevien koristekuvien suurta määrää. Tämäkin kritiikki huomioiden tässä tutkimuksessa koristekuvien katsottiin olevan olennainen osa oppikirjoja ja tästä syystä niille muodostettiin oma luokkansa. (McKnight ym. 1992.)

TIMSS 1995 -tutkimuksessa oppikirja-analyysin tulokset esitettiin blokkityyppien frekvenssien perusteella (Schmidt ym. 1997b). Tässä työssä tulokset haluttiin kuitenkin esittää havainnollisemmin oppikirjan sivumäärien avulla, mistä löytyi myös hyvä esimerkki norjalaisen Isagerin (1996) luonnontieteiden oppikirjoihin liittyvästä väitöskirjatyöstä. Väitöskirjassaan Isager oli muuntanut TIMSS -analyysin blokkimäärät niitä vastaaviksi sivumääriksi. Tämä muunnos haluttiin kuitenkin tehdä tässä työssä toisin kuin Isagerin, sillä hänen käyttämässään lähestymistavassa kuten TIMSS-analyysissä yleensäkään ei huomioida erikokoisten blokkien vaikutusta analyysituloksiin. Esimerkiksi nyt analysoiduissa kirjoissa oli seuraavanlaisia tapauksia: Opetuskokonaisuus koostui kahdesta aukeamasta. Ensimmäisellä sivulla oli kaksi tehtäväesimerkkiä ja loput kokonaisuudesta koostui sanallisista tehtävistä. Tiukasti kansainvälistä ohjetta noudattaen tämä opetuskokonaisuus olisi pitänyt luokitella koostuvaksi kolmesta blokista: kahdesta esimerkistä ja yhdestä harjoittelublokista. Isagerin yksinkertaista muunnosta käyttäen tuloksien mukaan analyysiyksikköön olisi kuulunut noin 2,7 (=2/3 · 4) sivua esimerkkejä ja 1,3 (=1/3 · 4) sivua harjoituksia, mikä ei olisi ollenkaan vastannut todellisuutta. Tässä tutkimuksessa tällainen pyrittiin estämään ja esimerkin kohdalla sanallisten tehtävien kokonaisuus olisi jaettu noin kuuteen blokkiin jollain mielekkäällä tavalla, jolloin blokkien lukumäärien suhde 2 : 6 olisi antanut kuvan todellisesta tilanteesta sivumääriin suhteutettuna. Koska lisäksi analyysiyksiköiden pituus sivumäärinä mitattuna ja blokkien koko eri analyysiyksiköiden välillä vaihteli huomattavasti, myös nämä seikat otettiin huomioon analyysissä. Käytännössä tämä toteutettiin laskemalla kullekin blokille painokerroin kaavalla paino = (analyysiyksikön sivujen määrä)/(analyysiyksikön blokkien lukumäärä). Näin laskettuna saatu painokerroin antoi arvion siitä, kuinka suuren osuuden oppikirjan sivusta kukin blokki vei.

Blokkeihin jakamisen jälkeen blokkien sisältöä luokiteltiin niiden matemaattisen sisällön ja siihen liittyvän suoritusodotuksen mukaan. Tässä käytetyt luokittelurungot esitellään liitteessä 1. Luokittelun tärkeimpänä tarkoituksena oli blokin sisällön mahdollisimman kattava kuvailu. Tämän onnistumiseksi yhden blokin kohdalla voitiin käyttää useampia luokkia sekä matemaattisen sisällön että suoritusodotuksen kuvailussa. Blokkiin liittyviä eri sisältöalueita ei arvotettu, eli jos esimerkiksi tehtävän ratkaisussa tarvittiin tasapuolisesti tietoja sekä geometriasta että murtoluvuista, tehtävä yksinkertaisesti luokiteltiin liittyväksi näihin molempiin sisältöalueisiin. Menetelmässä tosin eroteltiin ensi- ja toissijaiset sisältöalueet, eli jos edellä mainitun tehtävän sisältöalueista geometrian osaaminen olisi ollut selkeästi tehtävän keskeinen osa-alue, se olisi nimetty ensisijaiseksi sisältöalueeksi ja murtoluvut toissijaiseksi. (Mathematics curriculum framework 1992; McKnight ym. 1992.)

Sisältöalue- ja suoritusodotustiedon ohella myös muita tietoja kerättiin sekä analyysiyksikkö- että blokkikohtaisesti. Jokaisesta analyysiyksiköstä tallennettiin sen yksilöllinen tunnus, tyyppi, alku- ja loppusivu, sekä muiden kuin koristekuvablokkien lukumäärä. Lisäksi kahdessa muuttujassa selvitettiin, oliko analyysiyksikkö enimmäkseen kerronnallinen vai toiminnallinen ja oliko se esitetty konkreettisesti vai tekstinä ja symboleina. Blokkikohtaisesti kerättiin tunnus, blokin tyyppi, blokkiin liittyvien muiden blokkien tunnukset, ensi- ja toissijaiset sisältöluokat sekä ensi- ja toissijaiset suoritusodotusluokat. Tiedot tallennettiin tiedostoihin, joiden muoto oli hyvin pitkälle sama kuin TIMSS 1995 -tutkimuksen opetussuunnitelma- ja oppikirja-analyysin tietokannassa (Bianchi ym. 1998). Tärkeimpänä erona TIMSS 1995 -tutkimuksessa kartoitettuihin muuttujiin nähden oli blokkien lukumäärän mukaanotto. Tällä pyrittiin minimoimaan erikokoisten blokkien vaikutus tuloksiin, kuten edellä jo todettiin. (McKnight ym. 1992.)

Tutkimuksen viitekehyksessä matematiikan osaamista kuvattiin käyttäen myös *näkökulmia*, joiden tarkoituksena oli kuvailla esimerkiksi oppilaiden asenteita ja heidän matematiikan harrastuneisuuttaan. Myös oppikirja- ja opetussuunnitelma-analyysien yhteydessä oli tarkoitus kartoittaa, miten oppikirjoissa tuodaan esille näitä tekijöitä. Näkökulmien luokittelun käyttö osoittautui kuitenkin erittäin vaikeaksi ja siksi siitä luovuttiin analyysin yhteydessä. Samaan tulokseen oli tullut myös Isager (1996) analysoidessaan Norjassa luonnontieteen oppikirjoja. Nyt tehtyjen havaintojen mukaan ongelmana on erityisesti *näkökulmiin* liittyvä subjektiivisuus: kun yksi pitää jotakin oppikirjan tekstiä innostavana ja oppilasta matemaattiselle uralle kannustavana, niin jonkun toisen mielestä sama teksti voi toimia jopa täysin vastakkaisella tavalla.

10.2 Oppilaiden oppimistulokset ja opettajilta saadut tiedot

Tutkimuksen toisen pääongelman sekä alaongelman 1.3 kohdalla käytettiin TIMSS 1999 -tutkimuksessa kerättyjä tietoja. Tutkimusongelmien selvittämisessä käytettiin oppilaiden oppimistuloksia koskevia tietoja, sekä koulujen opettajilta saatuja tietoja heidän opetuksessa käyttämistään oppikirjoista ja opetuksen aikana käsittelemistään matematiikan sisältöalueista. Tämän aineiston käyttö asetti rajat mahdollisille analyyseille ja tämän vuoksi on tärkeää kuvailla tutkimuksen käytännön toteutusta ja tiedon hankinnassa käytettyjä välineitä.

TIMSS 1999 -tutkimuksessa arvioitiin Suomessa 7. luokan oppilaiden oppimistuloksia matematiikassa ja luonnontieteissä ja samalla pyrittiin selvittämään näihin tuloksiin vaikuttavia tekijöitä. Oppilailta tietoa kerättiin tiedollista osaamista mittaavien koevihkojen sekä muun muassa heidän asenteitaan ja kotitaustaansa kartoittavien taustakyselyjen avulla. Lisäksi myös oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden opettajille sekä koulujen rehtoreille tai johtajille oli omat taustakyselynsä. Tutkimuksen suunniteltu otos oli Suomessa 160 koulua ja 3200 oppilasta. Vastauksia saatiin lopulta 159 koulusta ja yhteensä 2920 oppilaalta, mikä ylitti selkeästi kansainvälisesti asetetut rajat otoksen toteutumiselle. Myös yhteensä oppilaiden 167 matematiikan opettajaa vastasi heille osoitettuun taustakyselyyn. Tutkimuksen otannassa käytettiin kaksivaiheista ryväsotantaa, jossa ensin poimittiin systemaattista PPS-menetelmää (probability-proportional-to-size) käyttäen koulut ja tämän jälkeen satunnaisesti yksi koulun 7. luokan opetusryhmistä. Käytetty otantamenetelmä aiheuttaa omat vaatimuksensa tuloksia käsiteltäessä. Esimerkkinä voidaan todeta, että koska opettajia ei erikseen otettu huomioon otosta tehtäessä, niin heitä koskevat tulokset esitetään muodossa ”Suomessa 75 % oppilaista saa opetusta opettajilta, joilla on ollut matematiikka pääaineenaan” (Mullis ym. 2000, s.189). (Mullis ym. 2000; Kupari ym. 2001.)

Alaongelman 1.3 kohdalla selvitettiin, mitä sisältöalueita 7. luokan opettajat olivat ehtineet käsitellä oppilasryhmiensä kanssa TIMSS 1999 -tutkimuksen tietojenkeruun ajankohtaan mennessä (huhtikuu 1999). Opettajilta kysyttiin tätä asiaa heille osoitetussa kyselyssä[4] siten, että heille esitettiin sisältöalueita, joiden kohdalla opettajien tuli merkitä sopivat vaihtoehdoista ”Opetettu aiemmin”, ”Opetettu 1–5 tuntia tänä vuonna”, ”Opetettu yli 5 tuntia tänä vuonna”, ”Ei vielä opetettu” ja ”En tiedä”. Kysymykset olivat siis sisältöaluekohtaisia, vaikka tutkimusten valossa nimenomaan tehtäväkohtaisesti kerätyt oppimismahdollisuustiedot toimivat yleisemmällä tasolla kerättyjä tietoja paremmin tulosten selittäjinä (Floden 2002). TIMSS -tutkimuksissa kuitenkin opettajien huomio haluttiin kiinnittää nimenomaan sisältöalueiden hallintaan eikä niinkään tehtäväkohtaiseen erikoisosaamiseen. Tämä ratkaisu vaikeutti osaltaan tulosten tulkintaa ja ongelmaan palataan vielä tulosten käsittelyn yhteydessä.

[4] TIMSS 1999 -tutkimuksessa käytetyt kyselyt ovat saatavilla internetissä tutkimuksen kansainvälisen keskuksen Boston collegen ylläpitämiltä www-sivuilta: http://timss.bc.edu/timss1999i/questionnaires.html (6.11.2003)

Tutkimuksen pääongelman 2 kohdalla tarkasteltiin suomalaisten 7.-luokkalaisten matematiikan osaamista TIMSS 1999 -tutkimuksessa kerättyjen tietojen pohjalta. TIMSS 1999 -tutkimuksessa matematiikan osaamista arvioitiin yhteensä 162 matematiikan tehtävän avulla. Nämä oli jaettu kahdeksaan koevihkoon, joista kukin oppilas vastasi yhteen. Tehtävien esiintyminen eri vihkoissa vaihteli siten, että enimmillään tehtävät esiintyivät kaikissa vihkoissa, kun taas vähimmillään tehtävät esiintyivät vain yhdessä vihkossa. Siten kuhunkin tehtävään vastanneiden oppilaiden määrä vaihteli noin 350:stä 2920:een. Taulukossa 10.1 on esitetty tietoja tutkimuksen matematiikan tehtävistä. Tehtävät oli ryhmitelty viiteen laajaan sisältökokonaisuuteen: luvut ja laskutoimitukset, mittaaminen, geometria, algebra sekä tilastot ja todennäköisyys. Tehtävistä 38 % kuului luvut ja laskutoimitukset -sisältöalueeseen ja muiden osuudet olivat 13–22 % tehtävistä. Tehtävistä 77 % oli monivalintatehtäviä ja loput avoimia tehtäviä, joihin oppilaan tuli kirjoittaa vastauksensa. (Kupari ym. 2001; Mullis ym. 2000.)

Taulukko 10.1.
Käytettyjen matematiikan tehtävien jakaantuminen eri sisältökokonaisuuksiin ja eri tehtävätyyppeihin.

Sisältökokonaisuus	Monivalintatehtäviä	Avoimia tehtäviä	Tehtäviä yhteensä	Tehtävien osuus (%)
Luvut ja laskutoimitukset	47	14	61	38
Mittaaminen	15	9	24	15
Geometria	20	1	21	13
Algebra	24	11	35	22
Tilastot ja todennäköisyys	19	2	21	13
Yhteensä	125	37	162	

Ennen tehtävien lopullista hyväksymistä tutkimuksen tuloksiin, niiden toimivuus kussakin osallistujamaassa tarkistettiin. Esimerkiksi jokaisessa osallistujamaassa monivalintatehtävien oikeiden vastausten määrän tuli olla välillä 25–95 % (neljä vaihtoehtoa) tai 20–95 % (viisi vaihtoehtoa) ja tehtävän erottelukyky tuli olla yli 0,20. (Mullis & Martin 2000).

Alaongelman 2.1 kohdalla suomalaisten osaamista verrattiin muiden maiden 13-vuotiaiden osaamiseen. Tämän ongelman selvittämisessä käytettiin

TIMSS 1999 -tutkimuksen tehtävien kansallisia ja kansainvälisiä ratkaisuprosentteja, sekä tutkimuksen kansainvälisen keskuksen laskemia oppilaiden osaamista kuvaavia suorituspistemääriä (PV-arvot, Yamamoto & Kulick 2000; Malin & Puhakka 2002). Näitä suorituspistemääriä oli laskettu matematiikan kokonaisosaamiselle sekä edellä mainituille matematiikassa määritellyille viidelle sisältökokonaisuudelle, ja jokaisen kohdalla käytettiin skaalaa, jonka keskiarvo oli 500 ja keskihajonta 100 (Kupari ym. 2001).

Tässä tutkimuksessa kuitenkin haluttiin saada selville näitä laajoja sisältökokonaisuuksia kuvaavia suorituspistemääriä yksityiskohtaisempia tuloksia ja siksi sisältökokonaisuuksien sisällä oleville yksittäisille sisältöalueille laskettiin myös osaamista kuvaavia tunnuslukuja. Tämä tehtiin kahdella tavalla laskien sisältöaluekohtaisesti sekä keskiarvoiset ratkaisuprosentit että Suomen keskiarvoiset sijoitukset TIMSS 1999 -tutkimuksen 38 osallistujamaan joukossa. Tällä ratkaisulla pyrittiin yhdistämään suhteellisen ja kriteeriperustaisen arvioinnin näkökulmia tutkimuksessa, sillä korkea ratkaisuprosentti ei tarkoita välttämättä hyvää kansainvälistä sijoittumista ja toisaalta hyvä sijoitus ei välttämättä tarkoita korkeaa ratkaisuprosenttia. Tulosten tarkastelu näiden kahden luvun avulla antaa siis huomattavasti havainnollisemman kuvan osaamisen heikkouksista ja vahvuuksista kuin yksittäin käytetyt arvot.

Kansainvälisten sijoitusten vertailussa hyvän suorituksen rajana pidettiin tässä tutkimuksessa sijoitusta kymmenen parhaan maan joukkoon. Tämä on jokseenkin sopusoinnussa suomalaiselle matematiikan ja luonnontieteiden osaamiselle asetetun tavoitteen kanssa, jonka mukaan suomalaisten tulisi sijoittua OECD-maiden parhaaseen neljännekseen kansainvälisissä arvioinneissa (Suomalaisten matematiikan… 2002). TIMSS 1999 -tutkimukseen osallistui 38 maata, joista OECD-maita oli 14 (Kupari ym. 2001). Koska vain osa OECD-maista osallistui tutkimukseen, niin kaikkien osallistujamaiden pitäminen vertailujoukkona antanee paremman kuvan suomalaisten tasosta kuin keskittyminen pelkästään OECD-maihin.

Teoriaosuuden yhteydessä (Luku 7.3.2) todettiin, että arvioinnissa käytettävien tehtävien tulisi sopia opetussuunnitelman tavoitteisiin. Suomen kohdalla reilut 80 % käytetyistä tehtävistä katsottiin yhteensopivaksi opetussuunnitelman kanssa. Kuitenkin koetehtävien yhteensopivuus opetussuunnitelman kanssa vaikutti melko vähän tutkimuksen tuloksiin: Esimerkiksi Suomen kohdalla kaikkien tehtävien ratkaisuprosenttien keskiarvo oli 56 %, ja luku oli aivan sama, kun se laskettiin ainoastaan opetussuunnitelman kanssa yhteensopiviksi katsottuja tehtäviä koskien. Myös maiden välinen järjestys säilyi melkein vakiona riippumatta siitä, minkä maan opetussuunnitelman pohjalta tuloksia tarkasteltiin. (Mullis ym. 2000.)

Taulukko 10.2.
Tutkimukseen osallistujat 7. luokalla käytetyn oppikirjan mukaan.

	Kolmio	Plussa1	MatMa1	Kaikki
Oppilaita	955	608	405	2920
Opettajia	52	38	20	167
Kouluja	48	37	20	159

Tutkimusongelman 2.2 kohdalla oppilaiden oppimistuloksia tarkasteltiin heidän 7. luokalla käyttämiensä oppikirjojen pohjalta. Tieto käytetystä oppikirjasta kysyttiin kouluilta varsinaisen TIMSS 1999 -tutkimuksen aineistonkeruun jälkeen tutkimusintressien tarkennuttua ja kysymykseen vastasi 130 koulua 159:stä. Tutkimusongelman 3 käsittelyssä keskitytään niihin 104 kouluun, jotka ilmoittivat käyttävänsä yhtä kolmesta yleisimmin käytetyistä 7. luokan oppikirjoista (Kolmio 48, Plussa 37 ja Matematiikan maailma 20 koulua). Taulukosta 10.2 nähdään, että pienimmän ”oppikirjaryhmän” tulokset perustuvat siten noin 400 oppilaan vastauksiin. Lukumäärää voidaan pitää tulosten luotettavuuden kannalta hyvänä. TIMSS 1999 -tutkimuksessa käytettiin otoksia laadittaessa periaatetta, että kutakin ositetta (esim. suuralueet) kohti tehokkaaseen otokseen tuli kuulua vähintään 400 oppilasta (Foy & Joncas 2000). Aineiston sisäkorrelaation (eli samalla luokalla olevat oppilaat vastaavat samalla tavalla) johdosta tähän rajaan ei aivan ylletä, mutta tuloksia voidaan silti pitää varsin luotettavina.

Oppimistuloksia tarkasteltiin tutkimusongelman 2.2 kohdalla kaikkiaan neljällä tasolla: matematiikan kokonaisosaamisen, sisältökokonaisuuksien, sisältöalueiden ja yksittäisten tehtävien tasolla. Näistä painopiste oli sisältöalueiden sekä yksittäisten tehtävien tasolla. Sisältöalueiden tarkastelua varten oppikirjaryhmäkohtaisesti laskettiin niiden osaamista kuvaavat tunnusluvut yksinkertaisesti laskemalla yhteen tehtäväkohtaiset ratkaisuprosentit.

Lopuksi on syytä esittää pari menetelmiin liittyvää ongelmakohtaa. Ensinnäkin tuloksia tarkasteltaessa on helppo huomata, että joihinkin yksittäisiin sisältöalueisiin liittyi TIMSS 1999 -tutkimuksessa hyvin vähän tehtäviä. Esimerkiksi prosentteja käsiteltiin vain kahdessa tehtävässä. Tällaisten sisältöalueiden kohdalla tuloksia voi pitää korkeintaan suuntaa-antavina.

Toinen ongelma liittyy tulosten virheiden laskemiseen ja niiden avulla tilastollisesti merkitsevien erojen kartoittamiseen. TIMSS 1999 -tutkimuksen tietokannan mukana tulevat työkalut, joiden avulla saadaan laskettua virheet tarkasteltaessa osaamista pv-arvojen tai yksittäisten tehtävien tasolla.

Sen sijaan sisältöaluekohtaisten tulosten virhearviomenetelmä jouduttiin miettimään tämän työn yhteydessä. Tarkan virhearvion tekeminen osoittautui vaikeaksi johtuen tutkimuksessa käytetystä matriisiotannasta. Esimerkiksi, jos sisältöalueeseen liittyi kahdeksan tehtävää, niin tilanne voi olla se, että tietty ryhmä oppilaista oli vastannut vain kolmeen tehtävään, toinen ryhmä viiteen ja kolmas neljään. Tähän tilanteeseen sopivaa virheen arviointitapaa ei löydetty, ja lopulta tyydyttiin laskemaan yhteen tehtäväkohtaiset virhearviot. Käytännössä käytetty menetelmä johti liian suuriin virhearvioihin, koska siinä ei otettu huomioon esimerkiksi tehtävien osaamisen välisiä korrelaatioita.

Virheiden laskemiseen liittyvät ongelmat aiheuttivat luonnollisesti pulmia myös määritettäessä eri ryhmien välisten erojen tilastollisia merkitsevyyksiä. TIMSS-tietokannan yhteydessä ei ole vertailutyökaluja eikä esimerkiksi spss-ohjelmisto ota vertailuja tehdessään huomioon TIMSS-tutkimuksen otanta-asetelmaa, mikä johtaa hieman virheellisiin vertailutuloksiin. Tässä tutkimuksessa vertailuissa käytettiin spss-ohjelmistolla saatuja vertailutuloksia suuntaa-antavina pohjatuloksina, mutta tilastollisen merkitsevyyden sijasta puhutaan usein vain erojen merkittävyydestä. Tehtäväkohtaisten tulosten yhteydessä esitetään arvojen keskivirheet ja sisältöaluekohtaisesti esitetään edellä kerrotun mukaisesti lasketut virhearviot, mikä antaa lukijalle mahdollisuuden arvioida tutkijan tulkintojen mielekkyyttä.

11
Tulokset

Seuraavassa esitellään tutkimuksessa saadut tulokset ongelmien mukaisessa järjestyksessä. Liikkeelle lähdetään tutkimusongelmasta 1, jossa kartoitetaan TIMSS 1999 -tutkimukseen osallistuneiden 7. luokkalaisten oppilaiden oppimismahdollisuuksia kirjoitetun, mahdollisen ja toimeenpannun opetussuunnitelman kuvailun avulla. Tämän jälkeen ongelman 2 kohdalla tarkastellaan suomalaisten oppimistuloksia käyttäen apuna ongelman 1 tuloksia.

11.1 Suomalaisten 7. luokan oppilaiden oppimismahdollisuudet matematiikassa

11.1.1 Oppimismahdollisuudet Opetussuunnitelman perusteiden mukaan

Kuten jo teoriaosuudessa kävi ilmi (luku 3.2.1) Suomessa vuonna 1999 käytetty kansallinen opetussuunnitelma *Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994* (Opetushallitus 1994) tarjosi melko yleisellä tasolla esitellyt kehykset koulukohtaisten opetussuunnitelmien tekemisen pohjaksi. Tämä näkyy myös eri oppiaineita koskevassa kuvailussa siten, että sekä opetuksessa käsiteltävien sisältöalueiden määrittelyt, että niille sopivat käsittelyajankohdat jäävät osin epämääräisiksi. Tämän tutkimuksen kannalta ongelmallisinta on, että yläasteen matematiikan opiskelun tavoitteita ei ole jaoteltu luokkatasokohtaisesti, vaan koko yläastetta koskien, jolloin tämän osuuden hyödynnettävyys tässä tutkimuksessa on varsin heikko.

Matematiikan opetuksen kuvaus on *Opetussuunnitelman perusteissa* neljän sivun mittainen (s. 74–77). Tässä tilassa esitellään matematiikan opetuksen ja oppimisen keskeiset periaatteet, menetelmät, tavoitteet ja käsiteltävät sisältöalueet. Seuraavassa nämä esitellään tässä tutkimuksessa matematiikan kuvailussa käytettyjen sisältöalueiden ja suoritusodotusten (mitä oppilaiden tulee tehdä esimerkiksi oppikirjan tehtävässä) avulla:

Opetussuunnitelmien perusteiden esitystavassa korostuvat erityisesti oppilaille asetetut suoritusodotukset. Ongelmanratkaisutaidot, johdonmukainen ja täsmällinen ajattelu ja asioiden matemaattinen esittäminen ovat keskeisellä sijalla tavoitteissa. Näiden voi katsoa vastaavan erityisesti tässä tutkimuksessa käytettyjä suoritusodotuksia *”ongelmien ja tilanteiden muotoilu ja selventäminen”, ”ongelmien ratkaisu”* sekä *”sanaston ja merkintätapojen käyttäminen”* ja *”matemaattisten ilmiöiden kuvaileminen ja niistä keskustelu”*.

Sisältöalueiden osalta oppilaiden tulee ala-asteen (luokat 1–6) aikana erityisesti oppia perusteet luonnollisista luvuista, sekä desimaali- ja murtoluvuista, mittaamisesta ja mittayksiköistä, mittakaavasta, geometrisistä kuvioista ja kappaleista pinta-aloineen ja tilavuuksineen, sekä taulukoista ja diagrammeista. Yläasteella oppilaiden tulisi oppia käyttämään reaalilukuja ja tilastoja, löytämään säännönmukaisuuksia ja esittämään näitä funktioiden avulla, sekä esittämään näitä koordinaatistossa. Lisäksi oppilaiden tulisi kyetä käsittelemään ongelmatilanteita yhtälöiden avulla. Geometrian ja mittaamisen kohdalla oppilaiden tulisi ymmärtää geometrian peruskäsitteet ja heidän tulisi osata piirtää tavallisimmat kuviot ja kappaleet. Lisäksi oppilaiden pitäisi oppia käyttämään verrannollisuutta, trigonometriaa ja Pythagoraan lausetta laskiessaan pinta-aloja ja tilavuuksia, sekä ymmärtää yhtenevyys, yhdenmuotoisuus ja symmetria. Oppilaiden tulisi myös tutustua matemaattisiin lauseisiin ja päättelyyn ja näistä muotoutuvaan matematiikan rakenteeseen. Nämä *Opetussuunnitelman perusteissa* mainitut sisältöalueet kattavat käytännössä kokonaan tässä tutkimuksessa käytetyn matematiikan sisältöalueiden luokittelun (liite 1), joten *Opetussuunnitelman perusteiden* perusteella käytetty luokittelu soveltuu hyvin suomalaisen matematiikan perusopetuksen kuvailuun.

Ennen opetuksessa käsiteltävien sisältöalueiden esittämistä *Opetussuunnitelman perusteissa* todetaan, että ”…perinteisiä oppisisältöjä tulee tarkastella kriittisesti. On voitava jättää pois sellaista tietoa, joka ei ole matematiikan rakenteen ja ymmärtämisen ja tietojen soveltamisen kannalta välttämätöntä” ja edelleen ”mekaanisen laskennan osuutta voidaan vähentää kaikilla tasoilla” (s. 74). Nämä kohdat yhdistettynä melko avoimiin sisältöaluemäärityksiin mahdollistavat varsin erilaisia tulkintoja siitä, mitä oppilaiden tulisi loppujen lopuksi oppia. Kun lisäksi eri sisältöalueille ei ole annettu minkäänlaisia suosituksia käsittelyajankohdasta, niin erityisesti yläasteella opetettaviksi määrätyistä sisältöalueista ei ole juurikaan hyötyä tämän tutkimuksen kannalta.

Opetussuunnitelman perusteiden pohjalta ei siis voida määritellä tarkasti, millaisia oppimismahdollisuuksia suomalaisilla 7. luokan oppilailla vuonna 1999 oli ollut matematiikan opetuksessa.

11.1.2 Oppimismahdollisuudet oppikirjojen sisällön mukaan

Seuraavassa luvussa esitellään tehdyn oppikirja-analyysin tuloksia. Liikkeelle lähdetään oppikirjojen yleiskuvailusta, jossa erilaisten blokkityyppien osuuksien ja kirjojen sivumäärien avulla annetaan tietoa kirjojen ulkoisesta olemuksesta ja sisällön rakenteesta. Tämän jälkeen siirrytään luvun pääosaan, eli oppikirjojen matemaattisten sisältöalueiden ja suoritusodotusten (mitä oppilaan oletetaan tekevän, kun hän käsittelee esimerkiksi kirjassa olevaa tehtävää tai esimerkkiä) käsittelyyn. Tämä osuus on tärkeä siksi, että jatkossa esitettävä oppimistulosten tarkastelu pohjautuu pitkälti tässä esitettyihin oppikirjoja koskeviin tuloksiin.

Tulokset esitetään pääosin muodossa sisältöalueen/suoritusodotuksen prosenttiosuus kirjan sivumäärästä. Esimerkiksi kuviosta 11.1 näkee, että keskimäärin 5,5 % analysoitujen oppikirjojen sivuista käsitteli kokonaislukuja. Tuloksia katsottaessa on syytä muistaa, että prosenttiluvut eivät ole additiivisia, eli kahta prosenttilukua ei voi laskea yhteen. Tämä johtuu siitä, että sama oppikirjan osa (analysoitava blokki) voi liittyä useampaan sisältöalueeseen ja suoritusodotukseen. Kuvaajissa sisältöalueiden ja suoritusodotusten tunnuksina käytetään alkuperäisen kansainvälisen luokituksen mukaisia luokkakoodeja (Robitaille ym. 1993, liite 1) ja ne selitetään kuvaajien yhteydessä olevissa taulukoissa. Taulukkojen ja kuvaajien luettavuuden parantamiseksi joidenkin oppikirjojen nimistä käytetään lyhenteitä. Nämä kirjat ovat Laskutaito 5 ja 6 (Lasku 5, Lasku 6), Mieti ja laske 5 ja 6 (M&L 5, M&L 6) sekä Matematiikan maailma I (MatMa 1).

11.1.2.1 Oppikirjojen yleiskuvaus

Analysoiduista oppikirjoista Kolmio oli ainoa, jossa oli erilliset harjoitus- ja tietokirja. Muut kirjat pitivät sisällään sekä käsiteltävän teorian että niihin liittyvät harjoitukset. Kirjojen koko vaihteli Plussa 1 -kirjan reilusta 200 sivusta Matematiikan maailman noin 400 sivuun. Useimmiten kirjan koko oli noin 250–300 sivua. Ulkoiselta olemukseltaan Kirjayhtymän kustantamat Mieti ja laske -kirjat ja Kolmio-kirja erosivat muista selkeästi siten, että ne olivat kovakantisia lukuun ottamatta Kolmio -harjoituskirjaa. Kirjojen kansien ulkoasu erosi selvästi ala- ja yläasteen kirjojen välillä: 5. ja 6. luokan kirjoissa kansien kuvat olivat piirrettyjä, kun seitsemännellä luokalla Plussa ja Matematiikan maailma -kirjojen kansissa oli valokuvia ja Kolmio-kirjojen kannessa tyylitelty kolmiomalli. Kansikuvien aiheet olivat useimmiten liitettävissä matematiikkaan, ja tästä poikkesivat ainoastaan Laskutaito -sarjan kirjat lapsiaiheisilla piirroksillaan.

Taulukko 11.1.
Eri blokkityyppien prosentuaaliset osuudet oppikirjoissa.

	Weilin+Göös, WSOY			Kirjayhtymä			Otava		
	Lasku 5	Lasku 6	MatMa 1	M&L 5	M&L 6	Kolmio	Plussa 5	Plussa 6	Plussa 1
Kerronta	8,4	5,8	12,9	13,3	16,1	18,7	5,5	5,2	10,5
Harjoitus	63,9	64,4	51,2	55,4	57,3	56,3	68,6	67,3	67,1
Grafiikka	7,1	11,2	9,6	14,7	9,4	11,3	4,4	4,6	6,9
Esimerkit	6,6	5,0	9,7	3,5	4,7	9,2	5,9	5,9	10,7
Koristekuvat	14,0	13,6	16,6	13,0	12,5	4,4	15,7	17,0	4,8

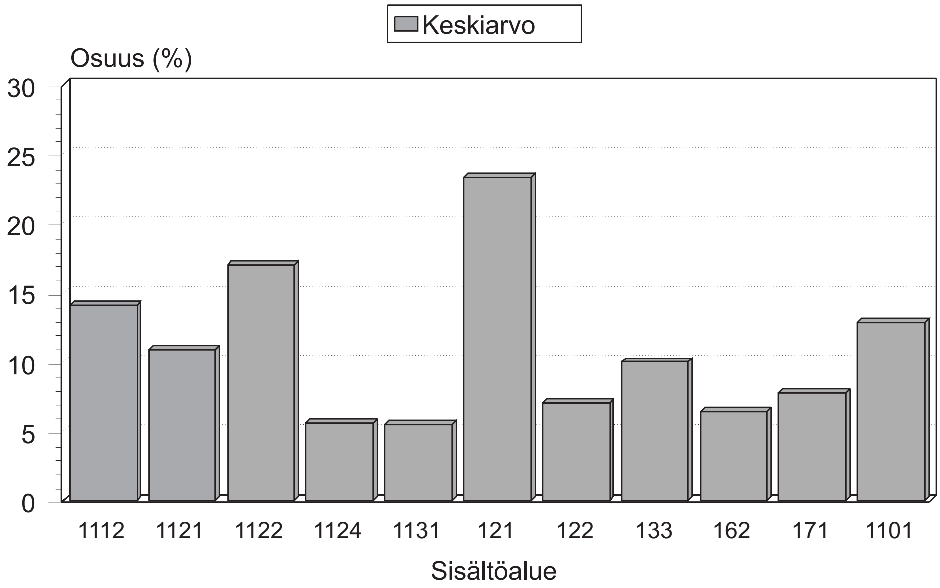
Taulukossa 11.1 esitellään erilaisten blokkityyppien osuudet analysoiduissa oppikirjoissa. Analyysivaiheessa käytetyistä luokista kolme kerronnallista tyyppiä on taulukossa yhdistetty yhdeksi luokaksi samoin kuin myös eri harjoitus- ja grafiikkatyypit. Taulukon luvuista nähdään selkeästi, että tehtävät veivät selkeästi eniten tilaa oppikirjoissa osuuden vaihdellessa Matematiikan maailman 51,2 prosentista Plussa 5 -kirjan 68,6 prosenttiin. Katsottaessa tuloksia tarkemmin niissä havaitsee selkeitä toisaalta kirjasarja- ja kirjakohtaisia sekä toisaalta luokkatasokohtaisia vaihteluita. 5. ja 6. luokan oppikirjoissa Mieti ja laske -sarjan kirjoissa kerronnallisilla osilla oli selkeästi suurempi osuus kuin muissa sarjoissa. Toisaalta saman sarjan kirjoissa sekä harjoittelutehtävien että esimerkkien osuus oli pienempi kuin muissa saman luokkatason kirjoissa. Tämän eron selittää ainakin osittain Mieti ja laske -kirjojen lukujen alussa olleet aukeaman mittaiset kerronnalliset johdantokappaleet, joita ei ollut muissa oppikirjoissa. Plussa -sarjan oppikirjat erosivat joka luokkatasolla muista selkeästi siten, että niissä kerronnallisella tekstillä ja opetettavalla aiheeseen liittyvällä grafiikalla oli selvästi pienemmät osuudet kuin muissa oppikirjoissa. Toisaalta harjoitustehtävillä oli niissä joka ikätasolla suhteellisesti eniten tilaa.

Luokkatasoon liittyvistä eroista selkeästi näkyi ainakin kerronnallisten osien lisääntyminen 7. luokan kirjoissa. Mieti ja laske 5 ja 6 poikkesivat hieman tästä, mutta niiden suuret kerronnallisten tekstien osuudet selittyvät pitkälti edellä mainituilla lukujen alkujohdannoilla. Kolmio-kirjan suuri kerronnallinen osuus selittyy erillisellä teoriakirjalla, joka ei siis sisältänyt ollenkaan muissa kirjoissa yleisiä harjoituksia. Toinen luokkatasoon liittyvä selkeästi erottuva tulos oli esimerkkien osuuden selkeästi suurempi osuus 7. luokan kirjoissa verrattuna 5. ja 6. luokan kirjoihin. Tuloksissa näkyi myös se osa-alue, josta lisätila esimerkeille ja tekstille oli otettu 7. luokan kirjoihin, sillä koristekuvien osuus kirjojen sivuista oli selkeästi pienin 7. luokan kirjoissa. Tosin Matematiikan maailma oli tässä suhteessa poikkeava muista seitsemännen luokan kirjoista. Tätä ero selittää kuitenkin Matematiikan maailma kirjan koko, sillä noin 400 sivua oli melkein kaksinkertainen määrä Plussa kirjaan verrattuna ja noin 100 sivua enemmän kuin Kolmio kirjassa (Kolmion kohdalla sivumäärään on laskettu 7. luokan työkirja ja tätä vastaavat teoriakirjan kolme ensimmäistä kurssia). Selvästi suurempaan kirjaan on kenties ollut mahdollista laittaa myös koristelua kuvien muodossa asian määrää vähentämättä.

Kirjakohtaisista eroista puhuttaessa erityisen kiinnostavia ovat kirjasarjan sisällä olevat erot. Näiden kohdalla huomio kiinnittyy erityisesti aiheeseen liittyvän grafiikan osuuteen, joka Laskutaito kirjojen kohdalla nousi mentäessä 6. luokalle ja Mieti ja laske -kirjojen kohdalla puolestaan vastaavasti laski selvästi. Tähän löytyy kuitenkin selkeä selitys käsiteltävien sisältöjen puolelta: grafiikka liittyy usein tilastojen käsittelyyn ja tämän sisältöalueen käsittely muuttuu kirjoissa aivan samassa suhteessa kuin grafiikan osuus (ks. luku 11.1.2.3).

11.1.2.2 Sisältöalueet 5.–7. luokan matematiikan oppikirjoissa

Sisältöalueita koskevien tulosten käsittelyn aluksi esitetään yleisimmin analysoiduissa oppikirjoissa esiintyneet sisältöalueet. Kuviosta 11.1 nähdään, että eniten esiintyneet yksittäiset aihepiirit olivat mittaaminen ja siitä erityisesti yksiköt (121), sekä luonnolliset luvut (1112) ja desimaaliluvut (1122). Myös murtolukuja (1121) ja tasogeometriaa (133) käsiteltiin oppikirjoissa varsin runsaasti. Mittaamisen suuri osuus selittyy suurelta osin sillä, että analysointimenetelmän idean mukaisesti esimerkiksi desimaalilukuihin liittyneet laskutehtävät, joissa esiintyi mittayksiköitä, liitettiin myös mittaamiseen. Koska mittayksiköitä esiintyi vastaavalla tavalla myös muissa yhteyksissä, niin seurauksena tämän luokan osuus kasvoi niinkin korkeaksi kuin kuvio 11.1 näyttää.



Kuvio 11.1.
Yleisimmät sisältöalueet analysoiduissa 5.–7. luokan oppikirjoissa.

Taulukko 11.2.
Kuvion 11.1 sisältöaluekoodien selitykset.

Luokkakoodi		**Luokan kuvaus**
Luvut	1112	Luonnollisten lukujen laskutoimitukset
	1121	Murtolukujen merkitys ja laskutoimitukset
	1122	Desimaaliluvut ja niiden laskutoimitukset
	1124	Prosenttilasku
	1131	Negatiiviset luvut ja kokonaisluvut: ominaisuudet ja laskutoimitukset
Mittaaminen	121	Mittaaminen: mitan käsite, yksiköt, välineiden käyttö,…
	122	Pituuden, pinta-alan ja tilavuuden ominaisuudet ja laskeminen
Geometria	133	Monikulmiot ja ympyrä
Algebra	162	Yhtälöt ja kaavat
Tilastot ja tn	171	Tilastot: tiedon esittäminen ja analysointi
Muut	1101	Muut sisältöalueet: matematiikan historia, sovellukset, ongelmanratkaisu,…

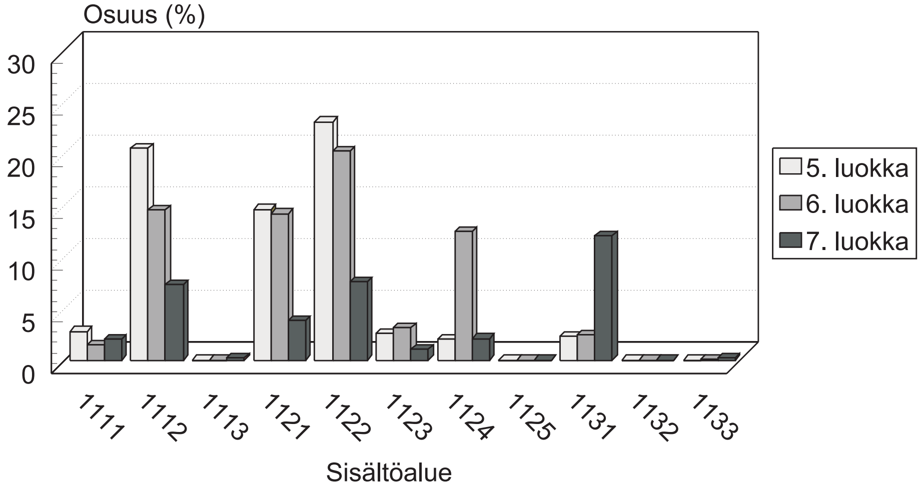
Kirjojen keskiarvon mukaan yhtälöiden ja kaavojen perusasioiden (162) osuus analysoiduista oppikirjoista oli reilut 6 %. Tässä yhteydessä on kuitenkin syytä muistaa, että keskiarvoluvut eivät näytä oppikirjojen välisiä eroja. Esimerkiksi yhtälöiden sekä prosenttilaskun (1124) kohdalla oppikirjakohtainen vaihtelu oli erittäin suurta. Luokittelurunkoon kuulumattomia aiheita (1101, ks. liite 1) käsitteli keskimäärin noin kymmenen prosenttia oppikirjojen sivuista. Nämä sivut pitivät sisällään esimerkiksi matematiikan soveltamista, historiaa ja ongelmanratkaisua ja niitä esiintyi melko runsaasti oppikirjoissa.

11.1.2.3 Sisältökokonaisuuksien käsittely oppikirjoissa

Seuraavaksi siirrytään yksityiskohtaisempaan oppikirjojen sisältöalueiden tarkasteluun. Kohteena seuraavassa ovat toisaalta luokkatasojen ja toisaalta yksittäisten oppikirjojen väliset erot. Tarkastelu tehdään pääosin TIMSS 1999 -tutkimuksen suurempien sisältökokonaisuuksien mukaisessa järjestyksessä: luvut ja laskutoimitukset, mittaaminen, geometria, algebra, sekä tilastot ja todennäköisyys (Kupari ym. 2001).

Luvut ja laskutoimitukset eri luokkatasojen oppikirjoissa

Kuviossa 11.2 havainnollistetaan lukuja koskevien sisältöalueiden esiintymistä 5., 6. ja 7. luokan matematiikan oppikirjoissa. Kuviosta näkee selkeästi painopisteen muutoksen siirryttäessä ala-asteelta yläasteelle. Ala-asteella käsiteltiin runsaasti luonnollisia lukuja (1112), sekä murto- ja desimaalilukuja (1121 ja 1122). Yläasteen seitsemännellä luokalla näiden aiheiden osuus väheni erittäin selvästi ja niiden tilalla uutena asiana esiteltiin kokonaisluvut laskutoimituksineen (1131).



Kuvio 11.2.
Lukukäsitteiden osuudet 5., 6. ja 7. luokan matematiikan oppikirjoissa.

Taulukko 11.3.
Kuvion 11.2 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

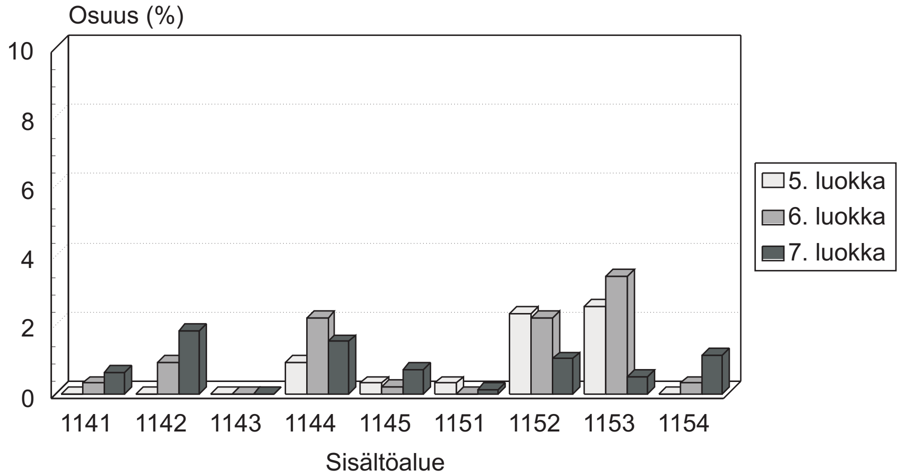
Luokkakoodi	Luokan kuvaus
1111	Luonnollisten lukujen merkitys: numeroiden käyttö, paikkajärjestelmä,…
1112	Luonnollisten lukujen laskutoimitukset
1113	Luonnollisten lukujen laskutoimitusten ominaisuudet: vaihdannaisuus, osittelulait,…
1121	Murtolukujen merkitys ja laskutoimitukset
1122	Desimaalilukujen merkitys ja laskutoimitukset
1123	Murto- ja desimaalilukujen yhteys, murto- ja desimaalilukujen suuruusjärjestys
1124	Prosenttilasku
1125	Murto- ja desimaalilukujen ominaisuudet: osittelulait, yksikkö, vaihdannaisuus
1131	Negatiiviset luvut ja kokonaisluvut: ominaisuudet ja laskutoimitukset
1132	Rationaalilukujen ominaisuudet ja laskutoimitukset
1133	Reaaliluvut ja niiden osajoukot

Prosenttilaskun kohdalla saatu tulos oli erittäin mielenkiintoinen: Prosenttilaskua käsiteltiin analysoiduissa oppikirjoissa runsaammin ainoastaan 6. luokalla. Yläasteen 7. luokan oppikirjoissa sisältöaluetta ei käsitelty, vaan ilmeisesti prosenttilaskua käsiteltiin tutkimusajankohtana käytössä olleissa yläasteen oppikirjoissa vasta 8. tai 9. luokalla. Tämä on tilanne ainakin Kolmio-kirjan kohdalla, jonka teoriakirjassa prosenttilasku muodostaa kurssin 7. Tällöin Kolmio-kirjan käyttäjät siis käsittelevät prosenttilaskua uudestaan vasta 9. luokalla, jos opettaja käy kurssit kirjan esittämässä järjestyksessä. Väliin jäisi siis kaksi lukuvuotta, jolloin asiaa sivutaan vain sattumanvaraisesti muiden sisältöalueiden yhteydessä.

Huomattavaa tuloksissa on myös, että lukujen ominaisuuksia ja lakeja (vaihdanta- ja osittelulait ym. 1113 ja 1125) käsitellään tuskin lainkaan erillisinä aiheina analysoiduissa oppikirjoissa. Näiden erittäin tärkeiden ominaisuuksien esilletuonti jää siis näitä oppikirjoja käytettäessä opettajien oman harkinnan varaan.

Kuviossa 11.3 esitetään muiden käytetyssä luokittelurungossa mukana olevien lukusisältöalueiden esiintyminen 5., 6. ja 7. luokan oppikirjoissa. Näitä sisältöalueita esiintyi huomattavasti vähemmän kuin kuviossa 11.2 esitettyjä hyvin yleisiä sisältöalueita. Kuitenkin myös näistä vähemmän käsitellyistä lukuihin ja laskutoimituksiin liittyvistä sisältöalueista voi huomata opetettavien sisältöjen kehittymisen siirryttäessä ylemmille luokka-asteille. Ala-asteen 5. ja 6. luokan oppikirjoissa käsitellään hieman enemmän pyöristämistä (1152) ja laskutoimitusten arviointia (1153) kuin 7. luokalla. Näistä laskutoimitusten arviointi (1153) esiintyi kirjoissa erityisesti päässälaskun muodossa. Sen sijaan 7. luokan oppikirjoissa esiintyy enemmän eksponentteja (1142) ja lukujen suuruusluokan vertailua (1154) erityisesti kymmenen potenssin muodossa.

Huomiota herättää myös lukuteorian (1144) tasaisen pieni osuus oppikirjoissa. Tämäkin pieni osuus koostui lähinnä jaollisuuden käsittelystä. Kuvioiden 11.2 ja 11.3 perusteella onkin varsin selkeää, että oppikirjoissa lukujen ja laskutoimitusten ominaisuuksia käsiteltiin varsin vähän painopisteen ollessa selkeästi laskutoimitusten suorittamisessa.



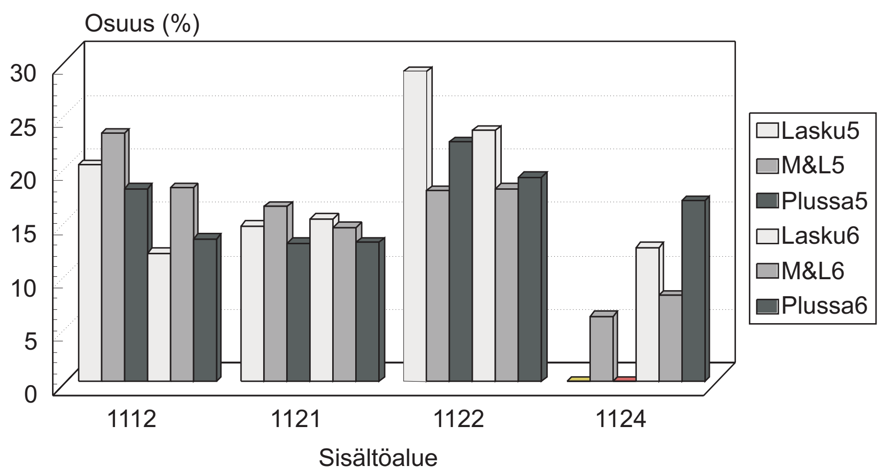
Kuvio 11.3.
Muiden lukusisältöalueiden esiintyminen.

Taulukko 11.4.
Kuvion 11.3 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodi	Luokan kuvaus
1141	Binaariluvut ja muut lukujärjestelmät
1142	Eksponentit ja juuret
1143	Kompleksiluvut
1144	Lukuteoria: alkuluvut, tekijöihinjako,…
1145	Systemaattinen laskeminen: kombinaatiot, puudiagrammit,…
1151	Lukumäärän ja koon arviointi
1152	Pyöristäminen ja merkitsevät numerot
1153	Laskutoimitusten arviointi: päässälasku, tulosten järkevyys,…
1154	Eksponentit ja kertaluokka

Luvut ja laskutoimitukset eri oppikirjoissa

Seuraavaksi siirrytään tarkastelemaan oppikirjakohtaisesti edellä luokkatasoittain käsiteltyjen lukukäsitteiden esiintymistä oppikirjoissa. Kaikkien lukuihin ja laskutoimituksiin kuuluvien sisältöalueiden osuuksia oppikirjoista ei esitetä, vaan tarkastelussa keskitytään sisältöalueisiin, joiden osuus oppikirjoissa on vähintään kaksi prosenttia, mikä käytännössä vastaa noin neljää oppikirjan sivua.

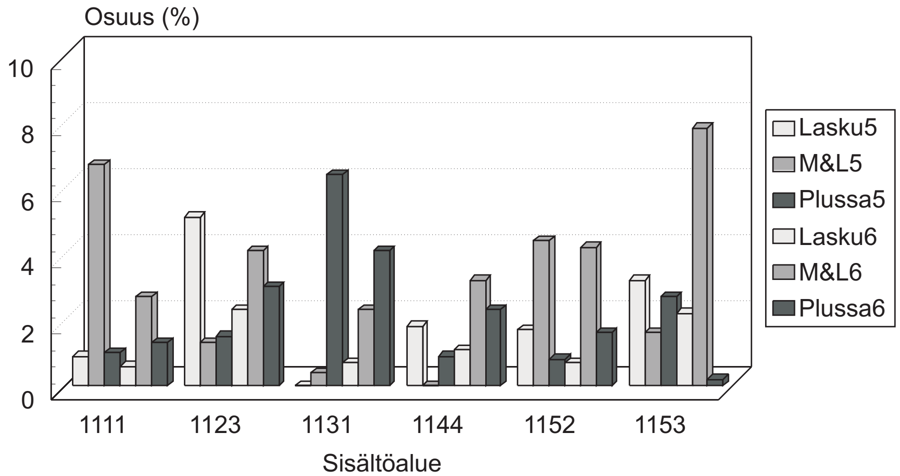


Kuvio 11.4.
Yleisimmät luvut ja laskutoimitukset sisältöalueet 5. ja 6. luokan matematiikan oppikirjoissa.

Taulukko 11.5.
Kuvion 11.4 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodi	Luokan kuvaus
1112	Luonnollisten lukujen laskutoimitukset
1121	Murtolukujen merkitys ja laskutoimitukset
1122	Desimaalilukujen merkitys ja laskutoimitukset
1124	Prosenttilasku

Luonnollisia lukuja (1112), sekä murto- (1121) ja desimaalilukuja (1122) laskutoimituksineen käsiteltiin varsin runsaasti analysoiduissa 5. ja 6. luokan matematiikan oppikirjoissa. Laskutaito 5 ja 6 kirjoissa desimaalilukuja käsiteltiin hieman enemmän kuin muissa oppikirjoissa ja puolestaan Mieti ja laske -sarjan kirjoissa luonnollisten lukujen laskutoimitukset saivat hieman enemmän tilaa kuin muissa kirjoissa. Luonnollisten lukujen kohdalla on selkeästi havaittavissa, että niiden osuus oli 6. luokan oppikirjoissa pienempi kuin 5.



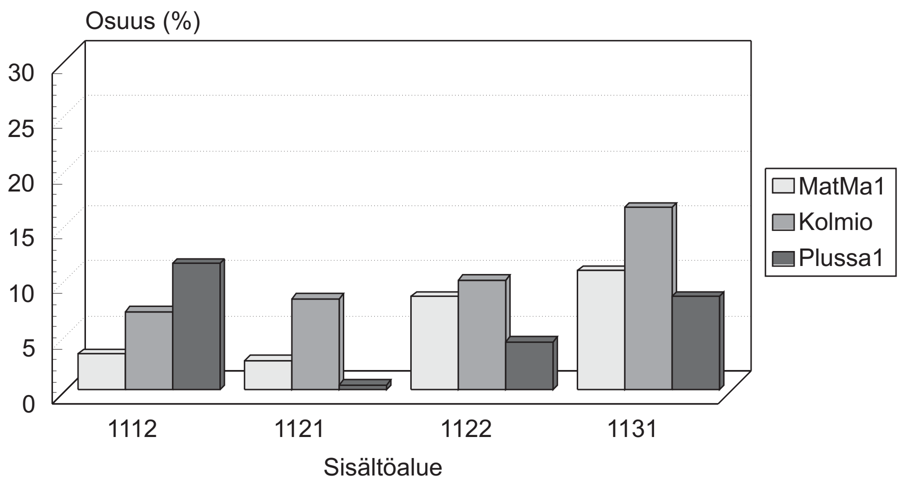
Kuvio 11.5.
Muut 5. ja 6. luokkien oppikirjoissa esiintyvät luvut ja laskutoimitukset -sisältöalueet.

Taulukko 11.6.
Kuvion 11.5 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodi	Luokan kuvaus
1111	Luonnollisten lukujen merkitys: numeroiden käyttö, paikkajärjestelmä,…
1123	Murto- ja desimaalilukujen yhteys, murto- ja desimaalilukujen suuruusjärjestys
1131	Negatiiviset luvut ja kokonaisluvut: ominaisuudet ja laskutoimitukset
1144	Lukuteoria: alkuluvut, tekijöihinjako,…
1152	Pyöristäminen ja merkitsevät numerot
1153	Laskutoimitusten arviointi: päässälasku, tulosten järkevyys,…

luokan oppikirjoissa. Murtoluvut saivat kaikissa kirjoissa suunnilleen yhtä paljon tilaa osuuden ollessa noin 13–16 prosenttia oppikirjoista. Prosenttilaskun (1124) kohdalla kirjoissa oli selkeitä eroja: Mieti ja Laske 5 oli ainoa 5. luokan kirja, jossa prosenttilaskua käsiteltiin. Kuitenkin 6. luokalla Laskutaito 6 ja Plussa 6 kirjoissa prosenttilasku sai enemmän tilaa kuin Mieti ja Laske 6 kirjassa. Kirjasarjoista kahdessa oli siis ala-asteen aikana päädytty käsittelemään prosenttikäsite keskitetysti 6. luokalla.

Myös 5. ja 6. luokan oppikirjoissa vähemmän käsiteltyjen luvut ja laskutoimitukset -sisältöalueiden kohdalla esiintyi mielenkiintoisia oppikirjakohtaisia eroja. Mieti ja laske sarjassa näytettiin kiinnittävän luonnollisten lukujen ominaisuuksiin (1111), kuten paikkajärjestelmään, enemmän huomiota kuin



Kuvio 11.6.
Yleisimmät luvut ja laskutoimitukset -sisältöalueet 7. luokan matematiikan oppikirjoissa.

Taulukko 11.7.
Kuvion 11.6 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

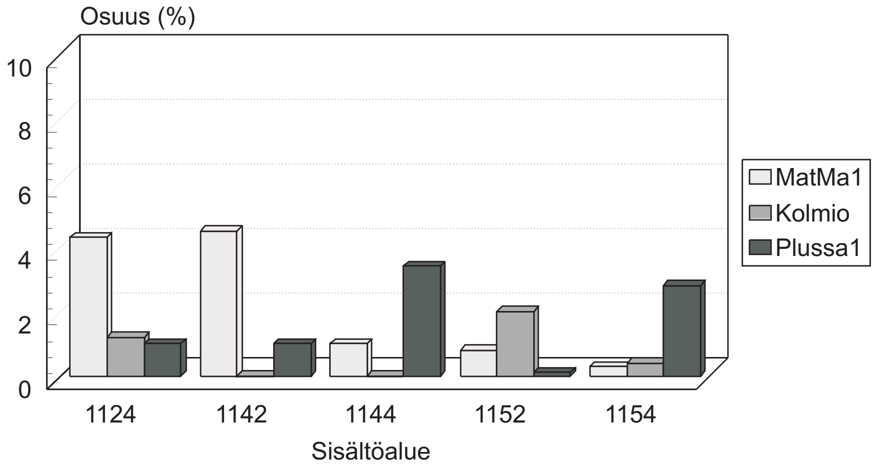
Luokkakoodi	Luokan kuvaus
1112	Luonnollisten lukujen laskutoimitukset
1121	Murtolukujen merkitys ja laskutoimitukset
1122	Desimaalilukujen merkitys ja laskutoimitukset
1131	Kokonaisluvut

muissa oppikirjasarjoissa. Toisaalta myös lukujen pyöristämistä (1152) ja laskutoimitusten arviointia (1153) esiintyi Mieti ja laske kirjasarjassa enemmän kuin muissa. Laskutoimitusten arvioinnin kohdalla kirjoissa esiintyi erityisesti päässälaskua. Plussa oppikirjat erottuivat puolestaan muista selkeästi suurimmalla osuudella kokonaislukujen (1131) käsittelyn kohdalla. Erityisesti 5. luokalla kokonaislukujen 6 prosentin osuus (vastaa noin 6 aukeamaa) Plussa 5 kirjassa oli huomattavan suuri, kun muissa kirjoissa kokonaislukuja ei vielä käsitelty juuri ollenkaan.

Seitsemännen luokan oppikirjoissa oli jo huomattavasti selkeämpiä eroja luvut ja laskutoimitukset -sisältöalueiden osuuksissa verrattuna ala-asteen kirjojen tilanteeseen (kuvio 11.4). Kolmio-kirja oli analysoiduista 7. luokan oppikirjoista ainoa, jossa niin luonnolliset luvut (1112) kuin murto- (1121) ja desimaaluvutkin (1122) laskutoimituksineen kerrattiin kirjan alussa perusteellisesti. Matematiikan Maailma -kirjan alussa laskutoimitukset kerrattiin lyhyesti luonnollisten lukujen avulla, mutta muuten laskuissa pääpaino oli desimaalilukujen käytöllä murtolukujen esiintymisen ollessa hyvin vähäistä. Plussa-kirjassa puolestaan käytettiin vielä runsaasti luonnollisia lukuja muihin kirjoihin verrattuna. Toisaalta murtolukuja ei käytännössä käsitelty Plussa-kirjassa ollenkaan ja myös desimaalilukujen käyttö oli huomattavasti vähäisempää kuin muissa analysoiduissa 7. luokan oppikirjoissa.

Kokonaislukuja (1131) käsiteltiin kaikissa kirjoissa melko runsaasti, mutta erityisen paljon tilaa niiden käsittely sai Kolmio-kirjassa. Mielenkiintoinen havainto oli myös, että Kolmio- ja Matematiikan Maailma -kirjoissa kokonaisluvut käsiteltiin oppilaille uutena asiana, kun Plussa-kirjassa asia käsiteltiin enemmänkin kertausmaisesti. Tämä ratkaisu on kuitenkin täysin sopusoinnussa ala-asteen kirjoista saatujen tuloksien kanssa (kuvio 11.5). Kokonaislukujahan käsiteltiin jo reilusti Plussa-sarjan 5. ja 6. luokan kirjoissa, mutta muiden kustantajien sarjoissa niitä ei vielä ala-asteen oppikirjoissa käsitelty.

Myös vähemmän tilaa kirjoissa saaneissa luvut ja laskutoimitukset -sisältöalueissa esiintyi selkeitä eroja analysoidun kolmen 7. luokan oppikirjan välillä (kuvio 11.7). Matematiikan Maailma -kirjassa esiintyi hieman prosenttilaskua (1124) ja lisäksi siinä käytiin läpi myös potensseja (1142) perusteellisemmin kuin muissa kirjoissa. Tosin myös Plussa-kirjassa käsiteltiin lukujen suuruusluokkaa (1154) kymmenen potenssin avulla. Eksponentin käsittelyssä kirjoissa oli kuitenkin se ero, että Plussassa keskityttiin enemmän nimenomaan lukujen suuruuteen ja kymmenen potenssiin merkintätapana, kun Matematiikan Maailmassa kiinnitettiin huomiota enemmän myös muihin potensseihin. Plussa-kirjan erikoisuutena muihin verrattuna oli oma kappale luonnollisten lukujen jaollisuudesta, jossa muun muassa esiteltiin lukujen jakaminen alkutekijöihinsä (1144). Kolmio-kirjassa kuviossa 11.7 esitettyjä sisältöalueita esiintyi hyvin vähän. Poikkeuksena muihin kirjoihin oli pyöristämisen ja merkitsevien lukujen käsittely (1152), jota muissa kirjoissa ei juuri esiintynyt.



Kuvio 11.7.
Muut 7. luokan oppikirjoissa esiintyvät luvut ja laskutoimitukset sisältöalueet.

Taulukko 11.8.
Kuvion 11.7 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

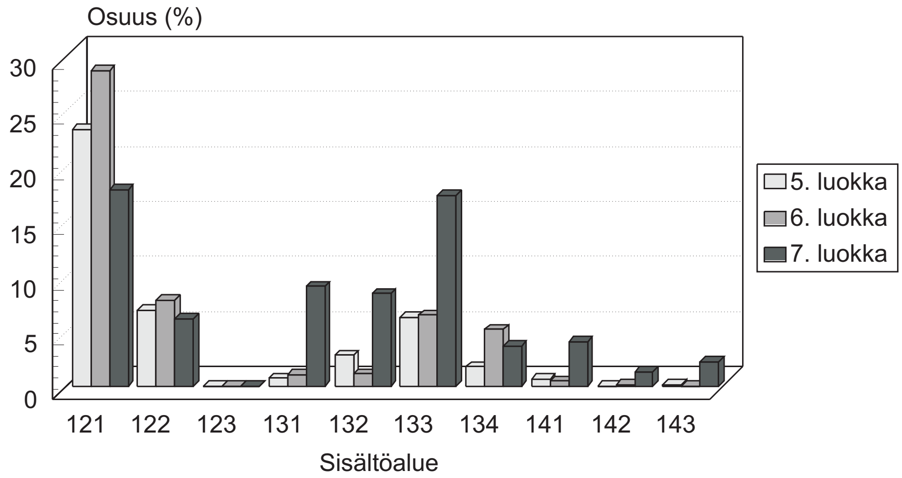
Luokkakoodi	Luokan kuvaus
1124	Prosenttilasku
1142	Eksponentit ja juuret
1144	Lukuteoria: alkuluvut, tekijöihinjako,…
1152	Pyöristäminen ja merkitsevät numerot
1154	Eksponentit ja suuruusluokat

Mittaaminen ja geometria eri luokkatasojen oppikirjoissa

Seuraavaksi käsitellään sisältökokonaisuudet mittaaminen ja geometria. Näiden sisältökokonaisuuksien käsittely yhdessä on suomalaisten oppikirjojen kannalta mielekästä, koska käytetyssä luokittelussa mittaamiseen kuuluu esimerkiksi pinta-alojen ja tilavuuksien laskeminen (122), joka Suomen koulumatematiikassa usein liitetään osaksi geometriaa. Hyvänä esimerkkinä tästä toimii esimerkiksi Kolmio tietokirja, jossa kurssin Geometria II kohdalta löytyy luku Monikulmioiden pinta-aloja. Toisaalta tämä suomalaisen koulumatematiikan piirre tuo omat ongelmansa oppikirjojen blokkien luokittelussa. Mihin sisältöalueluokkiin kuuluu esimerkiksi tehtävä, jossa tulee ratkaista kolmion pinta-ala? Tässä ongelma on ratkaistu siten, että joka tapauksessa sille on annettu luokitus pinta-alan laskeminen (122). Lisäksi tapauksissa, joissa oppilaan täytyy käyttää myös muita kolmion ominaisuuksia kuin pinta-alan kaavaa, blokki on luokiteltu liittyväksi myös sisältöalueeseen tasogeometrian monikulmiot ja ympyrät (133).

Kuviossa 11.8 esitellään mittaamisen ja geometrian sisältöalueiden esiintymistä 5.–7. luokkien oppikirjoissa. Tuloksista näkee selvästi käsiteltävien aiheiden muuttumisen siirryttäessä 6. luokalta 7. luokalle. Mittaamisen kohdalla perussuureet ja yksiköt (121) saivat selvästi enemmän huomiota 5. ja 6. luokan oppikirjoissa kuin 7. luokan kirjoissa. Tämä on toisaalta yhteydessä siihen, että desimaaliluvut saivat myös huomattavasti enemmän tilaa ala-asteen oppikirjoissa kuin 7. luokalla (vrt. kuvio 11.2) ja usein perussuureiden yksiköt käsiteltiin kirjoissa desimaalilukujen yhteydessä, koska on varsin luonnollista liittää yksikönmuunnokset ja desimaaliluvut yhteen. Edelleen kuviosta 11.8 nähdään, että kuvioiden piirejä, pinta-aloja ja tilavuuksia (122) käsiteltiin varsin tasaisesti kaikkien luokkatasojen oppikirjoissa.

Geometriaan liittyviä sisältöalueita käsiteltiin 7. luokan kirjoissa selvästi enemmän kuin ala-asteen kirjoissa. Ainoana poikkeuksena tästä oli kolmiulotteinen geometria (134), jota kaikkien tutkittujen luokkatasojen oppikirjoissa käsiteltiin suunnilleen yhtä vähän. Muiden geometriaan liittyvien aihealueiden kohdalla hyppäys 7. luokan kohdalla on kuitenkin erittäin selvä. Koordinaatisto (131), tasogeometrian perusteet (132) sekä monikulmiot ja ympyrät (133) saivat 7. luokan oppikirjoissa selvästi enemmän tilaa kuin 5. ja 6. luokalla. Uusina asioina 7. luokan oppikirjoissa tulivat esille symmetria (141) sekä erityisesti yhtenevyys ja yhdenmuotoisuus (142). Lisäksi 7. luokan oppikirjoissa esiintyi hieman myös harppi-viivain-konstruointia (143).



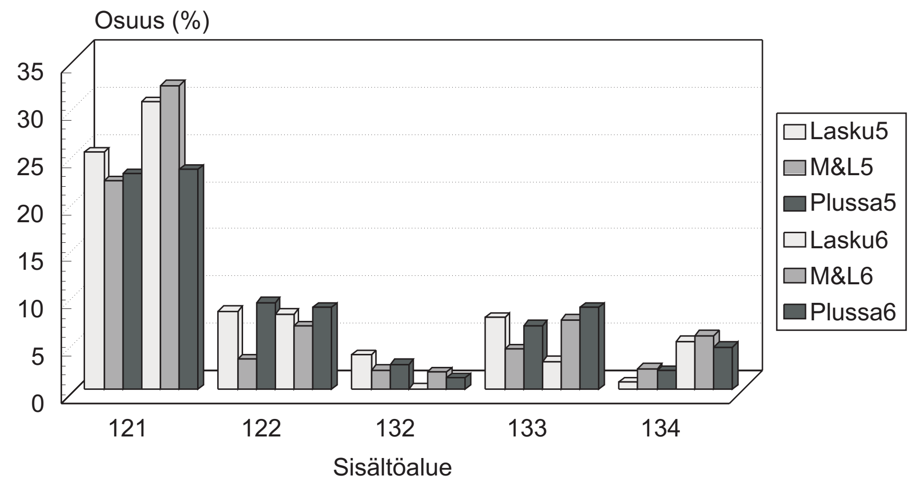
Kuvio 11.8.
Mittaaminen ja geometria eri luokkatasojen oppikirjoissa.

Taulukko 11.9.
Kuvion 11.8 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodi		Luokan kuvaus
Mittaaminen	121	Mittaaminen: mitan käsite, yksiköt, välineiden käyttö,…
	122	Pituuden, pinta-alan ja tilavuuden ominaisuudet ja laskeminen
	123	Mittausten arviointi ja virheet
Geometria	131	Koordinaattigeometria
	132	Tasogeometrian perusteet: piste, suora, kulma, kohtisuoruus,…
	133	Monikulmiot ja ympyrä
	134	Kolmiulotteinen geometria
	141	Geometriset kuvaukset: kuviot, symmetria, peilaukset,…
	142	Yhtenevyys ja yhdenmuotoisuus
	143	Harppi-viivain -konstruktiot

Mittaaminen ja geometria eri oppikirjoissa

Oppikirjatasolla mittaamista ja geometriaa käsiteltiin 5. ja 6. luokan oppikirjoissa varsin tasaisesti. Kuviosta 11.9 nähdään, että suuria eroja eri kirjasarjojen välillä ei juuri esiintynyt. Joitakin mielenkiintoisia havaintoja voidaan kuitenkin tehdä. Mittaamisen perussuureiden ja niiden yksiköiden kohdalla (121) Plussa-kirjat erosivat hieman kahdesta muusta sarjasta siten, että muissa sarjoissa mittaamisen osuus lisääntyi selkeästi siirryttäessä 6. luokalle, mutta Plussa sarjassa osuus säilyi samana. Siten Plussa 6 -kirjassa mittaamisen osuus oli huomattavasti vähäisempi kuin muissa 6. luokan kirjoissa. Piirin, pinta-alan ja tilavuuden (122) kohdalla osuudet olivat melko tasaisia: ainoastaan Mieti ja laske -sarjan 5. luokan kirja erosi joukosta pienemmällä osuudellaan.



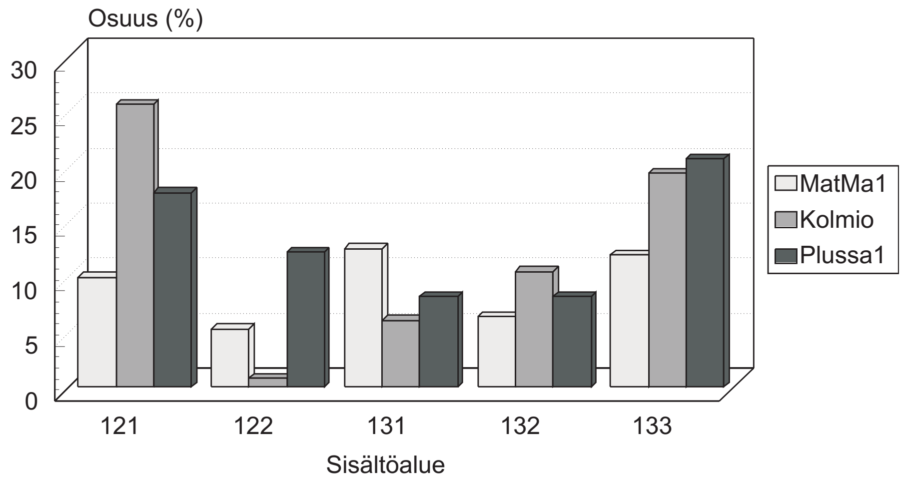
Kuvio 11.9.
Mittaamisen ja geometrian sisältöalueet 5. ja 6. luokan oppikirjoissa.

Taulukko 11.10.
Kuvion 11.9 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodi		Luokan kuvaus
Mittaaminen	121	Mittaaminen: mitan käsite, yksiköt, välineiden käyttö,…
	122	Pituuden, pinta-alan ja tilavuuden ominaisuudet ja laskeminen
Geometria	132	Tasogeometrian perusteet: piste, suora, kulma, kohtisuoruus,…
	133	Monikulmiot ja ympyrä
	134	Kolmiulotteinen geometria

Monikulmioiden ja ympyröiden (133) osuus oli Laskutaito sarjan 6. luokan kirjassa muita pienempi, mutta ero oli kuitenkin melko vähäinen.

Analysoiduissa 7. luokan kirjoissa (kuvio 11.10) mittaamisen ja geometrian sisältöalueiden osuuksissa esiintyi selvempiä eroja kuin 5. ja 6. luokalla. Erityisesti mittaamisen sisältöalueilla niin suureiden ja niiden yksiköiden (121) kuin myös piirin, pinta-alan ja tilavuuden (122) kohdalla oli erittäin suuria eroja. Suureet ja yksiköt saivat selvästi eniten huomiota Kolmio-kirjassa, jossa niiden osuus oli yli kaksinkertainen Matematiikan Maailma -kirjaan verrattuna. Piiriä, pinta-alaa ja tilavuutta Kolmiossa ei käsitelty vielä 7. luokan aikana vaan ne tulivat myöhemmillä luokilla (teoriakirjassa kurssi 6). Plussa-kirjassa sen sijaan piiri, pinta-ala ja tilavuus -sisältöaluetta käsiteltiin jopa yli 10 prosentin osuudella, joten ero oli melkoinen. Geometrian sisältöalueilla erot



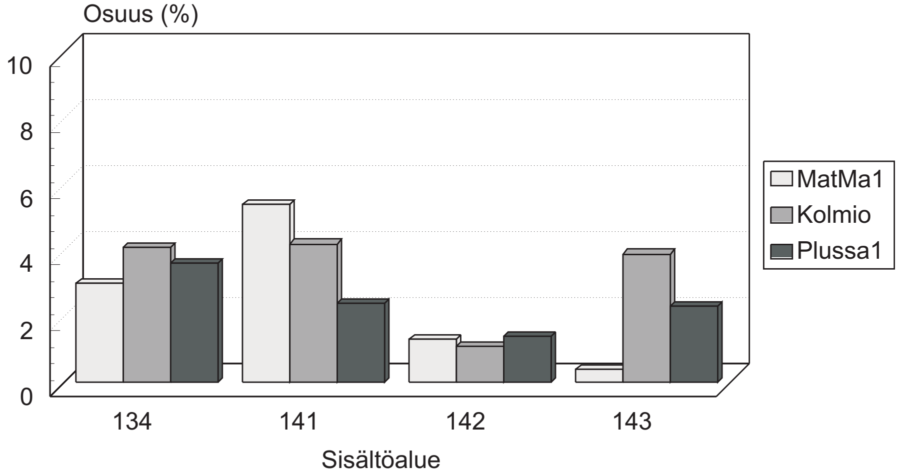
Kuvio 11.10.
Yleisimmät mittaamisen ja geometrian sisältöalueet 7. luokan oppikirjoissa.

Taulukko 11.11.
Kuvion 11.10 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodi		**Luokan kuvaus**
Mittaaminen	121	Mittaaminen: mitan käsite, yksiköt, välineiden käyttö,…
	122	Pituuden, pinta-alan ja tilavuuden ominaisuudet ja laskeminen
Geometria	131	Koordinaattigeometria
	132	Tasogeometrian perusteet: piste, suora, kulma, kohtisuoruus,…
	133	Monikulmiot ja ympyrä

kirjojen välillä olivat pienemmät. Suurin ero esiintyi monikulmiot ja ympyrät -sisältöalueen (133) kohdalla, jota käsiteltiin Matematiikan Maailma -kirjassa vähemmän kuin muissa kirjoissa.

Kirjoissa vähemmän käsiteltyjen geometrian sisältöalueiden kohdalla (kuvio 11.11) erot olivat melko pieniä. Matematiikan Maailma -kirjassa ei käsitelty juurikaan harppi–viivain-konstruktioita (143) ja Plussa kirjassa symmetria (141) sai vähemmän huomiota kuin muissa kirjoissa. Kolmiulotteinen geometria (134) sekä yhtenevyys ja yhdenmuotoisuus (142) saivat kaikissa kirjoissa yhtä paljon huomiota, tosin jälkimmäisen kohdalla kirjat käsittelivät vain yhtenevyyttä ja yhdenmukaisuus käsiteltiin esimerkiksi Kolmio-kirjassa vasta myöhempien vuosien materiaaleissa.



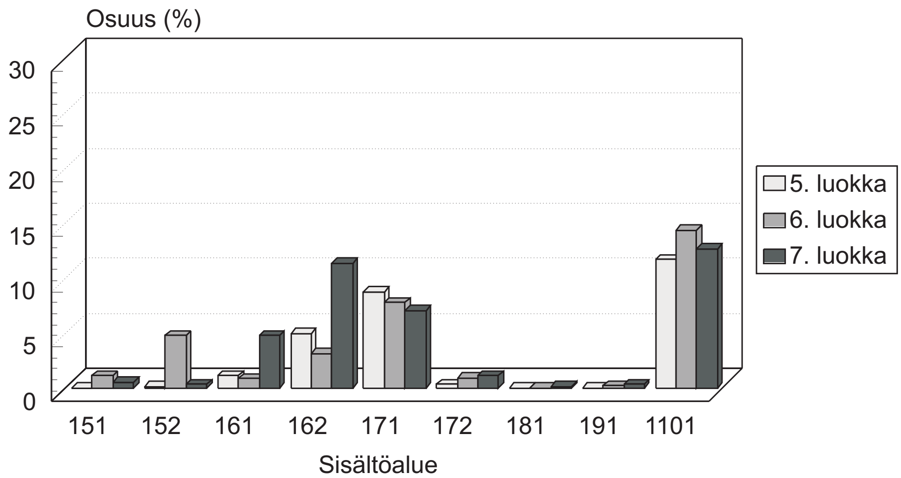
Kuvio 11.11.
Vähemmän esitetyt geometrian sisältöalueet 7. luokan oppikirjoissa.

Taulukko 11.12.
Kuvion 11.11 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodi	**Luokan kuvaus**
134	Kolmiulotteinen geometria
141	Geometriset kuvaukset, symmetria
142	Yhtenevyys ja yhdenmuotoisuus
143	Harppi–viivain -konstruktiot

Muut sisältöalueet eri luokkatasojen oppikirjoissa

Lopuksi esitellään tulokset koskien muun muassa verrantoa, yhtälöitä ja tilastoja. Kuviossa 11.12 esitetyissä tuloksissa näkyy joitakin selviä eroja näiden sisältöalueiden kohdalla eri luokkatasojen välillä. Suhdetta (151) ja verrantoa (152) käsiteltiin laajemmin vain 6. luokan oppikirjoissa, kun 5. ja 7. luokalla niitä ei esiintynyt juuri lainkaan. Funktioita (161) ja yhtälöitä (162) ei sen



Kuvio 11.12.
Suhde, yhtälöt, tilastot ja todennäköisyys, sekä muut sisältöalueet tutkituissa oppikirjoissa.

Taulukko 11.13.
Kuvion 11.12 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

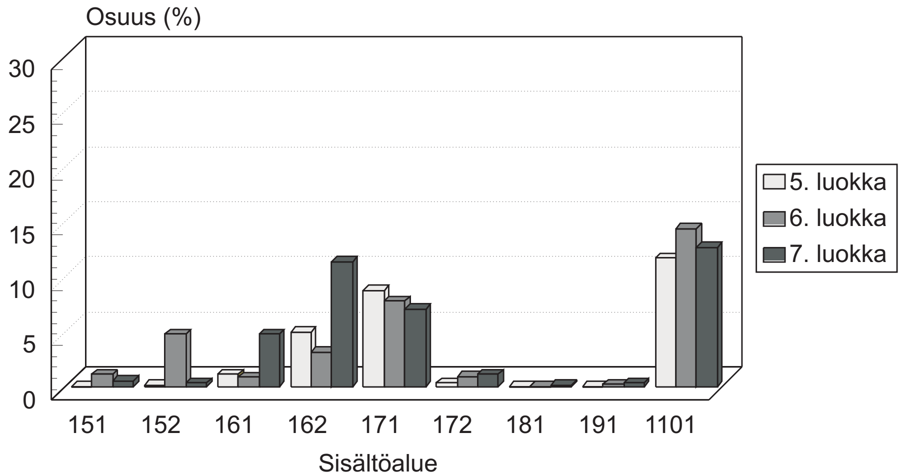
Luokkakoodi		Luokan kuvaus
Suhde	151	Suhteen ja verrannon käsitteet, suoraan ja kääntäen verrannollisuus
	152	Verrannollisuusongelmat
Algebra	161	Lukujonot, relaatiot ja funktiot
	162	Yhtälöt ja kaavat
Tilastot ja tn	171	Tilastot: tiedon esittäminen ja analysointi
	172	Todennäköisyys ja epävarmuus
Analyysi	181	Analyysin alkeita: päättymättömät sarjat ja jonot, raja-arvot,…
Todistaminen	191	Vahvistaminen ja todistaminen
Muut	1101	Muut sisältöalueet: matematiikan historia, sovellukset, ongelmanratkaisu,…

sijaan esiintynyt kovinkaan paljoa ala-asteella, mutta niitä käsiteltiin jo laajemmin 7. luokan oppikirjoissa. Erityisesti yhtälöiden ja kaavojen kohdalla on kuitenkin huomattava, että tässä esitetyt arvot ovat keskiarvoja, jotka piilottavat hyvinkin suuria kirjakohtaisia vaihteluja. Ala-asteella yhtälöihin liittyvät oppikirjan tehtävät eivät usein vielä käyttäneet kirjaimia muuttujien merkitsemisessä, vaan niiden tilalla käytettiin esimerkiksi tyhjää tilaa. Funktiot tarkoittivat ala-asteen oppikirjoissa tavallisesti lukujonon jatkamista, eli oppilaan tuli löytää sääntö jonon jatkamiseksi tehtävässä annettujen lukujen avulla.

Tilastoja ja erilaisia kuvaajia (171) esiintyi varsin tasaisesti kaikkien luokkatasojen oppikirjoissa. Niitä pääaiheena käsittelevien kirjanosuuksien koot olivat varsin pienet, mutta erilaisia taulukkoja ja kuvaajia esiintyi varsin paljon useiden eri aiheiden käsittelyn yhteydessä ja tämä selittää analyysissä saadun kohtalaisen korkean osuuden. Tuloksista näkee myös, että todennäköisyyttä (172), analyysin alkeita (181) ja todistamista (191) ei vielä käsitelty tutkittujen luokkatasojen kirjoissa. Todennäköisyyden kohdalla kuitenkin esiintyi huomattavaa kirjakohtaista vaihtelua. Muita sisältöalueita (1101) käsitteli kaikilla luokkatasoilla keskimäärin noin 10 prosenttia kirjojen sivuista. Tämän osuuden käsittelemissä aiheissa esiintyi varsin suurta vaihtelua: 7. luokalla kirjoissa oli huomattava määrä ongelmanratkaisua, jossa käsitellään erilaisia tapoja ratkaista matemaattisia ongelmia, kun taas 5. ja 6. luokan kirjoissa oli mukana selkeästi enemmän matematiikan historiaa esimerkiksi vanhojen lukujärjestelmien muodossa (tavallisimpana roomalaiset numerot).

Muut sisältöalueet eri oppikirjoissa

Verrannollisuusongelmien (152), yhtälöiden (162), tilastojen (171) ja muiden sisältöalueiden (1101) esiintymisessä 5. ja 6. luokan oppikirjoissa oli erittäin suuria eroja (kuvio 11.13). Verrannollisuusongelmien kohdalla Laskutaito 6 erottui selvästi muista reilun seitsemän prosentin osuudella. Huomattavaa oli myös se, että 5. luokan oppikirjoissa verrantoa ei vielä käsitelty. Yhtälöiden kohdalla Plussa-sarjan kirjat olivat ainoat analysoiduista kirjoista, joissa jo käsiteltiin ensimmäisen asteen yhtälön ratkaisemista. Muissa kirjoissa ei vielä juurikaan käytetty muuttujia, vaan muuttujan paikalla käytettiin useimmiten tyhjää tilaa yhtälössä. Lisäksi näiden tehtävien osuus Mieti ja laske sekä Laskutaito -kirjoissa oli hyvin pieni. Tilastoja (171) esiintyi Plussa-sarjassa selvästi vähemmän kuin muissa. Mieti ja laske sekä Laskutaito-sarjojen kohdalla mielenkiintoista oli tilastojen osuuksien päinvastaiset muutokset: Laskutaito-sarjassa määrä kasvoi 6. luokalla ja Mieti ja laske -sarjassa puolestaan laski. Mieti



Kuvio 11.13.
Verranto, funktiot, yhtälöt, tilastot, todennäköisyys ja muut oppisisällöt 5. ja 6. luokan oppikirjoissa.

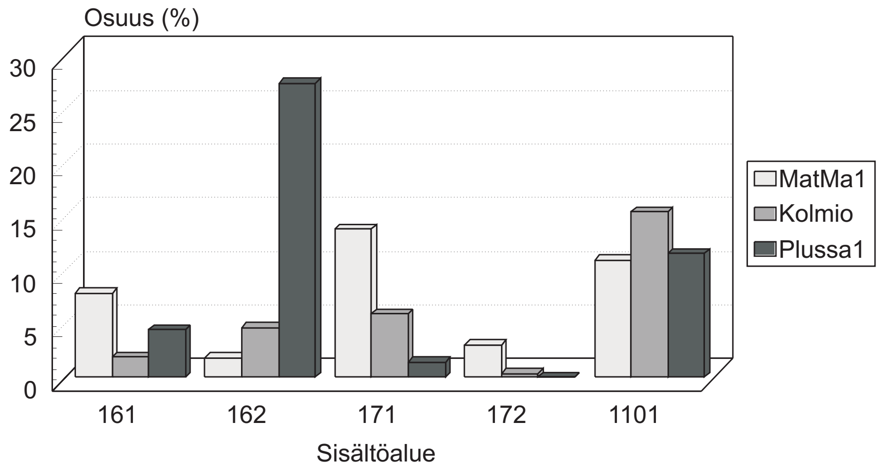
Taulukko 11.14.
Kuvion 11.13 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodi	Luokan kuvaus
152	Verrannollisuusongelmat
161	Lukujonot, relaatiot ja funktiot
162	Yhtälöt ja kaavat
171	Tilastot: tiedon esittäminen ja analysointi
172	Todennäköisyys ja epävarmuus
1101	Muut sisältöalueet: matematiikan historia, sovellukset, ongelmanratkaisu,…

ja laske -kirjojen kohdalla tämä selitti myös osaltaan blokkityyppijakauman muutosta 5. ja 6. luokan kirjojen välillä: Tilastot esitetään usein graafisessa muodossa ja siten Mieti ja laske -sarjan 5. luokan kirjassa oli enemmän grafiikkablokkeja kuin 6. luokan kirjassa.

Lukujonojen ja funktioiden (161) kohdalla 5. ja 6. luokan kirjoissa esiintyi lähinnä lukujonojen jatkamiseen liittyviä tehtäviä. Laskutaito sarjassa näitä oli hieman enemmän kuin muissa sarjoissa, mutta osuus oli senkin kirjoissa hyvin pieni. Todennäköisyyden (172) kohdalla Plussa- ja Mieti ja laske -sarjojen käyttäjät saivat vähän perustietoja 5. ja 6. luokan aikana, kun Laskutaito-sarjassa sisältöalueen käsittely oli olematonta. Muita sisältöalueita (1101) Mieti ja laske -sarjassa esiintyi enemmän kuin kahdessa muussa. Tätä selittää ainakin osaltaan se, että Mieti ja laske -kirjojen lukujen alussa oli aina aukeaman pituinen johdantokappale. Tämän johdantokappaleen aihe sivusi jollain tavalla tulevassa luvussa käsiteltyä matemaattista sisältöaluetta, mutta se kuitenkin luokiteltiin analyysin yhteydessä pääsisältönsä mukaan liittymään muihin sisältöalueisiin.

Kiinnostavin tulos 7. luokan kirjojen kohdalla oli yhtälöiden (162) osuus eri kirjoissa. Plussa-kirjassa reilu neljäsosa kirjan sivuista käsitteli yhtälöitä ja kaavoja (yksi kirjan kolmesta kurssista), kun sekä Matematiikan maailman



Kuvio 11.14.
Funktiot, yhtälöt, tilastot, todennäköisyys ja muut oppisisällöt 7. luokan oppikirjoissa.

Taulukko 11.15.
Kuvion 11.14 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodi	Luokan kuvaus
161	Lukujonot, relaatiot ja funktiot
162	Yhtälöt ja kaavat
171	Tilastot: tiedon esittäminen ja analysointi
172	Todennäköisyys ja epävarmuus
1101	Muut sisältöalueet: matematiikan historia, sovellukset, ongelmanratkaisu,…

että Kolmion kohdalla osuus jäi alle viiteen prosenttiin. Matematiikan maailmassa yhden kurssin otsikkona oli Tilastoja ja funktioita ja siksi sen kohdalla funktioiden (161) ja tilastojen (171) osuus oli suurempi kuin muilla. Kolmio-kirjassa tilastoja sivuttiin hieman sovelletun koordinaatiston muodossa, mutta Plussa-kirjassa tilastoja ei juuri esiintynyt. Todennäköisyyttä (172) käsiteltiin 7. luokan kirjoissa erittäin vähän. Ainoastaan Matematiikan maailma -kirjassa todennäköisyyttä käsiteltiin muutaman aukeaman verran tilastojen yhteydessä. Muita sisältöalueita (1101) kirjoissa oli varsin tasaisesti osuuden vaihdellessa kymmenen prosentin molemmin puolin. Plussa- ja Kolmio-kirjoissa olennaisena osana muita sisältöalueita olivat ongelmanratkaisua käsittelevät luvut.

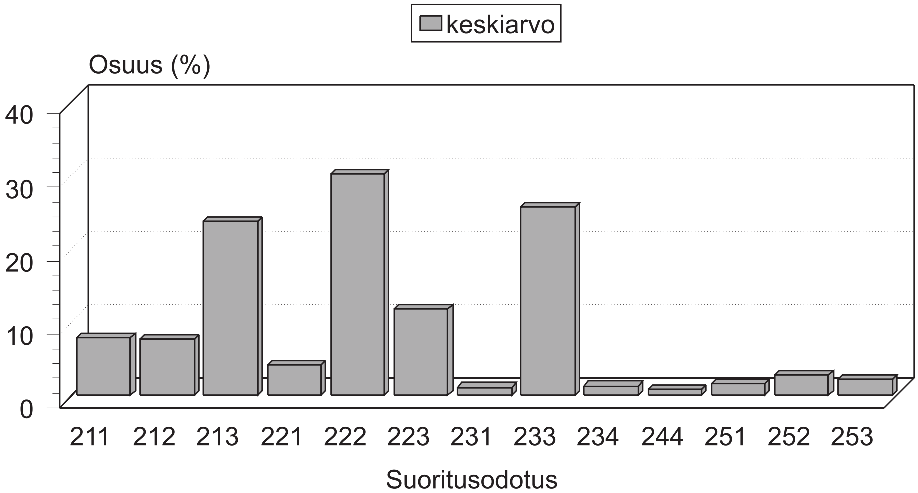
11.1.2.4 Suoritusodotukset oppikirjoissa

Seuraavaksi käsitellään oppikirjojen sisältöalueiden yhteydessä esiintyneitä suoritusodotuksia. Analyysissä muutama suoritusodotus erottui selvästi yleisimpänä kaikkien kirjasarjojen kohdalla. Siinä mielessä suoritusodotusten vaihtelu kirjoissa oli vähäisempää kuin sisältöalueiden kohdalla. Kuitenkin pieniä eroja erityisesti ala-asteen 5. ja 6. luokan kirjasarjojen välillä esiintyi ja ne kertovat hieman erilaisista sisältöalueiden lähestymis- ja käsittelytavoista.

Suoritusodotukset 5.–7. luokkien oppikirjoissa

Kuviosta 11.15 näkee selvästi yleisimmät oppikirjoissa esiintyneet suoritusodotukset. Matemaattisten ominaisuuksien muistaminen (213), rutiinilaskutoimitukset ja rutiinimenetelmien käyttö (222) sekä sanallisten ongelmien ratkaiseminen (233) olivat selkeästi yleisimmät suoritusodotukset. Myös monimutkaisempia perusmenetelmiä (223) esiintyi melko paljon kirjoissa: Tähän suoritusodotusluokkaan kuului muun muassa tilastotietojen käyttö, joten suoritusodotus monimutkaisempien perusmenetelmien käyttö liittyi usein tilastot-sisältöalueeseen. Välineiden käytön (221) osuus oli varsin pieni, vaikka tähän luokkaa kuuluu muun muassa laskimen käyttö. Analyysin yhteydessä kuitenkin tämä suoritusodotus voitiin liittää vain niihin oppikirjojen blokkeihin, joista selvästi kävi ilmi laskimen käyttäminen ja tällaisia blokkeja oppikirjoissa oli melko vähän. Näyttääkin siltä, että oppikirjojen tekijät ovat jättäneet laskimen käytön varsin pitkälle opettajan päätettäväksi, mihin antoi viitteitä myös esimerkiksi Laskutaito 6 opettajan kirjaan tutustuminen.

Muita suoritusodotuksia oppikirjojen teksteihin liittyi varsin vähän. Matemaattista päättelyä esiintyi hyvin vähän samoin kuin viestintää. Erityisesti viestinnän kohdalla esiintyi kuitenkin eroja eri kirjojen välillä.



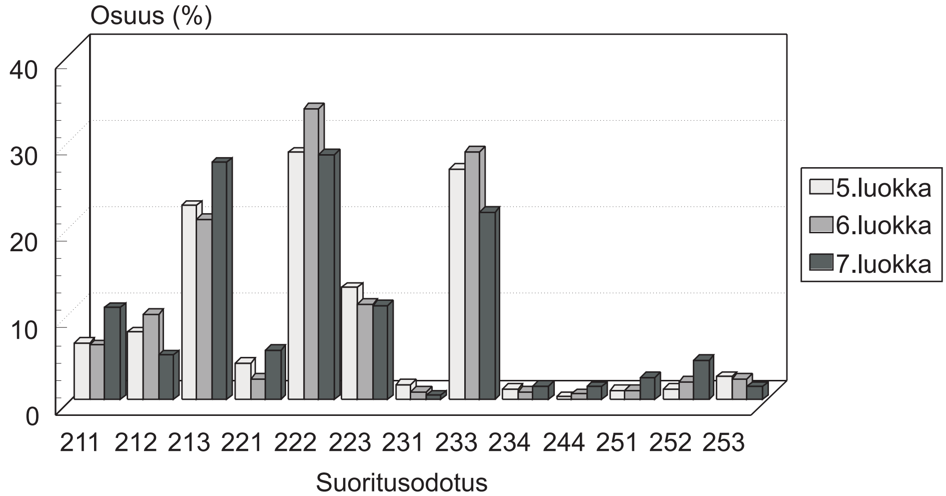
Kuvio 11.15.
Suoritusodotukset analysoiduissa 5.–7. luokan oppikirjoissa.

Taulukko 11.16.
Kuvion 11.15 suoritusodotuskoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodit	Luokan kuvaus
211–213	**Tietäminen:** Esittäminen (211), vastaavuuksien tunnistaminen (212), ominaisuuksien muistaminen (213)
221–223	**Perusmenetelmien käyttö:** välineiden käyttö (221), rutiinimenetelmät (222), vertailu ja luokittelu (223)
231–234	**Tutkiminen ja ongelmanratkaisu:** mallintaminen (231), ratkaiseminen (233), ennustaminen (234)
244	**Matemaattinen päättely:** Väitteiden teko (244)
251–253	**Viestintä:** Sanaston käyttö (251), esitystapojen yhteydet (252), keskustelu (253)

Suoritusodotukset eri luokkatasojen oppikirjoissa

Yleisimmät suoritusodotukset erottuivat selkeästi myös luokkatasokohtaisessa tarkastelussa. Joitakin suurempia eroja kuviossa 11.16 esitetyissä tuloksissa näkyy ja niitä on syytä tarkastella hieman lähemmin. Esittämisen (211), vastaavuuksien tunnistamisen (212), ominaisuuksien muistamisen (213) ja ongelmanratkaisun (233) kohdalla 7. luokan osuus poikkesi selvästi 5. ja 6. luokan osuuksista. Nämä erot olivat pitkälti seurausta geometrian lisääntymisestä



Kuvio 11.16.
Suoritusodotukset eri luokkatasojen oppikirjoissa.

Taulukko 11.17.
Kuvion 11.16 suoritusodotuskoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodit	Luokan kuvaus
211–213	**Tietäminen:** Esittäminen (211), vastaavuuksien tunnistaminen (212), ominaisuuksien muistaminen (213)
221–223	**Perusmenetelmien käyttö:** välineiden käyttö (221), rutiinimenetelmät (222), vertailu ja luokittelu (223)
231–234	**Tutkiminen ja ongelmanratkaisu:** mallintaminen (231), ratkaiseminen (233), ennustaminen (234)
244	**Matemaattinen päättely:** Väitteiden teko (244)
251–253	**Viestintä:** Sanaston käyttö (251), esitystapojen yhteydet (252), keskustelu (253)

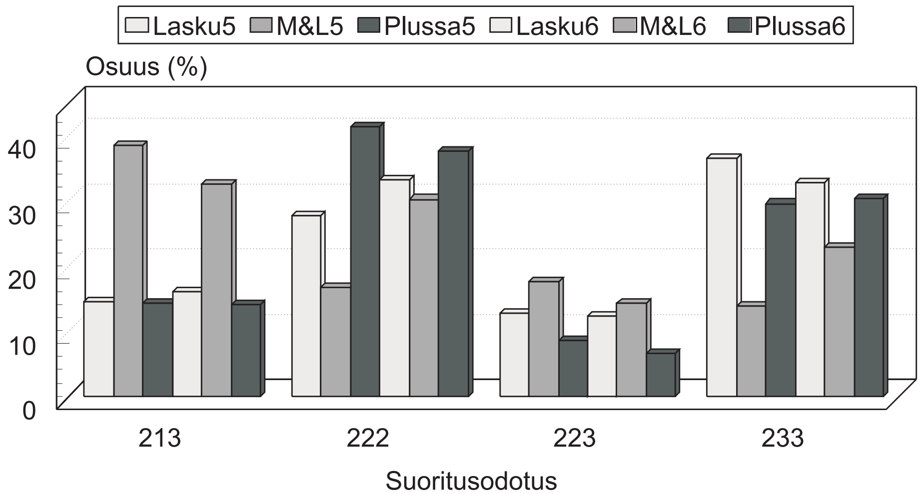
oppikirjoissa 7. luokalla (kuvio 11.8). Geometristen kuvioiden piirtäminen kuuluu suoritusodotusluokkaan esittäminen, joten tämän luokan korkeampi osuus 7. luokan oppikirjojen kohdalla oli oikeastaan odotettua. Toisaalta lukuihin liittyviä sisältöjä käsiteltiin niin 7. luokan kuin 5. ja 6. luokan kirjoissa enemmän esimerkkien avulla, kun taas geometrian kohdalla kuvioita esiteltiin grafiikan ja kerronnallisen tekstin avulla. Tästä johtuen ominaisuuksien muistamisen osuus oli 7. luokan geometriaa käsittelevissä kirjoissa suurempi kuin 5. ja 6. luokan kirjoissa. Harjoitustehtävien kohdalla geometriassa oli useimmiten piirtämistä sekä ominaisuuksien muistamista ja huomattavasti vähemmän ongelmanratkaisutehtäviä kuin lukuihin liittyvien tehtävien kohdalla. Siten ongelmanratkaisun osuus oli 7. luokan kirjojen kohdalla pienempi kuin 5. ja 6. luokan kirjoissa. Vastaavuuksien tunnistaminen liittyi kirjoissa useimmiten vastaavien desimaali- ja murtolukujen tunnistamiseen ja siten vähemmän lukuihin liittyviä sisältöalueita käsitelleissä 7. luokan kirjoissa tämän suoritusodotuksen osuus oli pienempi kuin 5. ja 6. luokan kirjoissa.

Rutiinilaskutoimitusten ja -menetelmien käytön (222) kohdalla 6. luokan osuus oli hieman muita suurempi. Tämänkin selittää kirjoissa käsitellyt sisältöalueet, sillä 5. ja 6. luokan kirjoissa käsiteltiin varsin paljon luvut ja laskutoimitukset -sisältöalueita ja näihin liittyvät tehtävät vaativat varsin usein rutiinilaskutoimituksia. Toinen rutiinimenetelmien käytön osuuteen vaikuttava sisältöalue oli mittaaminen, sillä myös perusmittausten suorittaminen (esim. mitataan viivaimella erilaisia pituuksia) kuuluu tähän samaan suoritusodotusluokkaan. Kuudennen luokan kirjoissa näiden sisältöalueiden osuus oli hieman suurempi kuin 5. luokan kirjoissa (kuviot 11.2 ja 11.8) ja siten rutiinilaskumenetelmien käyttöäkin esiintyi 6. luokan kirjoissa hieman muita enemmän.

Suoritusodotukset eri oppikirjoissa

Suoritusodotukset ala-asteen 5. ja 6. luokan oppikirjoissa poikkesivat toisistaan erittäin vähän oppikirjasarjojen sisällä, mutta oppikirjasarjojen välillä oli selkeitä eroja (kuvio 11.17). Tulosten valossa Mieti ja laske -kirjasarja erosi selkeästi kahdesta muusta analysoidusta ala-asteen kirjasarjasta suoritusodotusten suhteen. Erityisesti matemaattisten ominaisuuksien muistamisen (213) kohdalla ero oli selvä, sillä Mieti ja laske -sarjan kirjoissa tämän suoritusodotuksen osuus oli melkein 20 prosenttiyksikköä korkeampi kuin kahdessa muussa sarjassa. Näitä eroja selittää osaltaan Mieti ja laske -kirjojen muihin verrattuna erilainen rakenne. Kirjojen yleiskuvauksen yhteydessä (luku

11.1.2.1) todettiin, että Mieti ja laske -kirjoissa oli 5–10 prosenttiyksikköä enemmän kerronnallisia osuuksia kuin Laskutaito- ja Plussa-sarjan kirjoissa. Tämä lisää heti ominaisuuksien muistamisen osuutta, sillä tätä suoritusodotusluokkaa käytettiin oletusarvoisesti kaikille oppikirjojen blokeille, jos muita sopivia suoritusodotusluokkia ei ollut. Menetelmän oletuksena siis oli, että kaikki kirjoihin laitetut asiat koristekuvia lukuun ottamatta on tarkoitettu luettavaksi läpi ja muistettavaksi. Kuitenkin kuviosta 11.17 näkee myös, että Mieti ja laske -sarja poikkesi muista sarjoista myös harjoitustehtäviin liittyvien suoritusodotusten kohdalla. Ottaen huomioon sen, että Mieti ja laske -kirjoissa oli suhteellisesti vähemmän harjoituksia kuin muissa kirjasarjoissa, sen



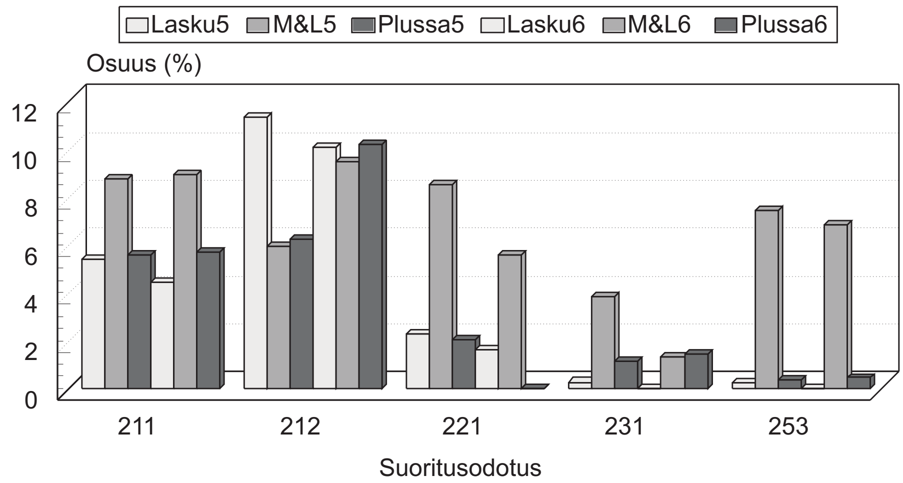
Kuvio 11.17.
Yleisimmät suoritusodotukset 5. ja 6. luokan matematiikan oppikirjoissa.

Taulukko 11.18.
Kuvion 11.17 suoritusodotuskoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodit	Luokan kuvaus
213	Matemaattisten ominaisuuksien muistaminen
222	Rutiinimenetelmien käyttö, mittaaminen
223	Monimutkaisemmat rutiinimenetelmät, kuten vertailu ja luokittelu, tilastojen käyttäminen
233	Ongelmanratkaisu

tehtävissä tarvittiin huomattavasti enemmän monimutkaisempia rutiinimenetelmiä (223) kuin muissa kirjoissa. Toisaalta ongelmanratkaisutehtävien (233) ja rutiinilaskutoimituksia (222) vaativien tehtävien määrä oli melko pieni erityisesti sarjan 5. luokan kirjassa.

Katsottaessa vähemmän yleisiä suoritusodotuksia 5. ja 6. luokan oppikirjoissa ero Mieti ja laske -sarjan ja kahden muun sarjan välillä kävi yhä selvemmäksi (kuvio 11.18). Erityisen selkeä ero oli viestintään kuuluvan matematiikasta keskustelun (253) kohdalla. Mieti ja laske sarjassa oli esimerkiksi jokaisen luvun kertausjaksoissa tehtäviä, joissa oppilaan täytyi pohtia luvun aikana oppimaansa: mikä oli oppilaan mielestä vaikeaa tai helppoa, mikä oli tärkeää jne. Muissa kirjasarjoissa vastaavanlaisia tehtäviä ei juuri esiintynyt.

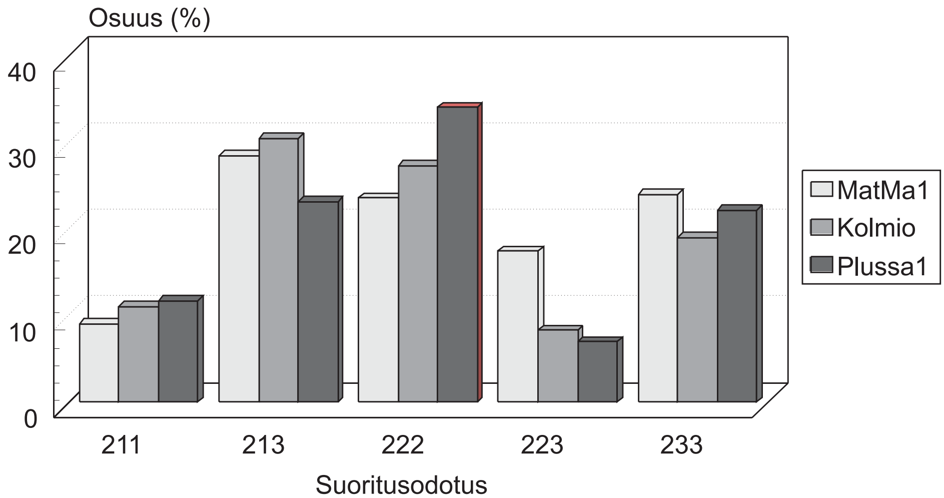


Kuvio 11.18.
Muita suoritusodotuksia 5. ja 6. luokan matematiikan oppikirjoissa.

Taulukko 11.19.
Kuvion 11.18 suoritusodotuskoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodit	Luokan kuvaus
211	Matemaattisten objektien esittäminen
212	Vastaavuuksien tunnistaminen
221	Välineiden (esimerkiksi laskimen) käyttö
231	Tilanteiden mallintaminen
253	Matematiikasta keskustelu

Mieti ja laske -sarja erottui muista myös esittämisen (211), välineiden käytön (221) ja ongelmatilanteiden mallintamisen (231) kohdalla. Näistä kaksi ensimmäistä liittyi läheisesti toisiinsa. Mieti ja laske -sarjassa useita aiheita lähestyttiin toiminnan kautta: esimerkiksi murtolukuihin tutustuttiin murtolukuliuskojen avulla, ja tällaisen toiminnan kuvaamiseen sopivat suoritusodotukset matemaattisten objektien esittäminen (murtoluvut liuskojen avulla) ja välineiden käyttö (murtolukuliuskat). Ongelmatilanteiden mallintaminen liittyy puolestaan tehtävätyyppiin, joissa oppilaita pyydetään pohtimaan erilaisia ongelmatilanteessa huomioonotettavia seikkoja. Tällaisia tehtäviä esiintyi Mieti



Kuvio 11.19.
Yleisimmät suoritusodotukset analysoiduissa 7. luokan matematiikan oppikirjoissa.

Taulukko 11.20.
Kuvion 11.19 suoritusodotuskoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

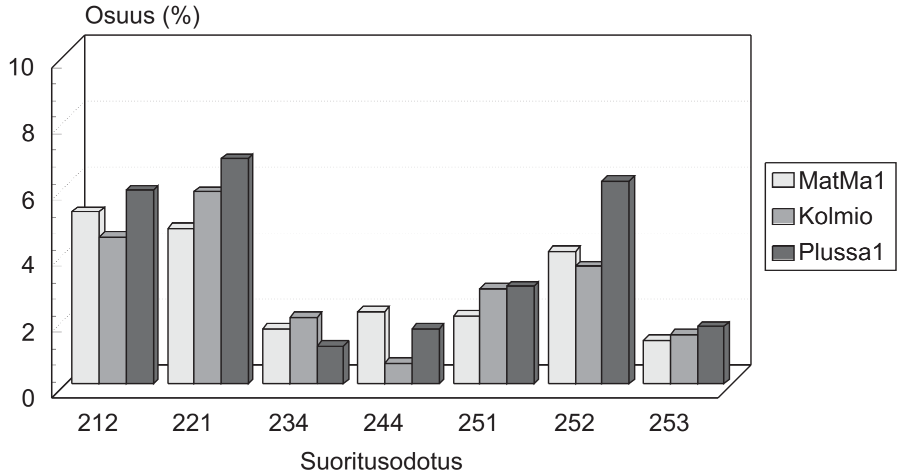
Luokkakoodit	Luokan kuvaus
211	Matemaattisten objektien esittäminen
213	Matemaattisten ominaisuuksien muistaminen
222	Rutiinimenetelmien käyttö, mittaaminen
223	Monimutkaisemmat rutiinimenetelmät, kuten vertailu ja luokittelu, tilastojen käyttäminen
233	Ongelmanratkaisu

ja laske 5 -kirjassa enemmän kuin muissa ja vähäisessä määrin niitä esiintyi myös Plussa-sarjan kirjoissa. Vastaavuuksien tunnistaminen (212) oli erittäin sisältöaluesidonnainen suoritusodotus. Niinpä sen osuuksien vaihtelut liittyivät hyvin läheisesti sisältöalueiden mittaaminen sekä murto- ja desimaalilukujen yhteys esiintymiseen oppikirjoissa (kuviot 11.9 ja 11.5). Vastaavuuksien tunnistamisen suuri osuus Laskutaito 5 -kirjassa verrattuna muihin 5. luokan kirjoihin liittyykin murto- ja desimaalilukujen muita laajempaan käsittelyyn jo tällä luokkatasolla.

Seitsemännen luokan kirjojen suoritusodotuksissa olleet erot johtuivat myös paljolti sisältöalue-eroista, eikä 5. ja 6. luokan kirjojen tapaisia lähestymistapaeroja ollut nähtävissä ainakaan tämän analyysin avulla. Tämä oli erittäin mielenkiintoinen tulos, sillä Kolmio-kirjan ulkoinen ratkaisu oli kuitenkin täysin muista poikkeava erillisine teoria- ja harjoituskirjoineen ja kerronnallisten blokkien osuus Kolmio-kirjassa olikin hieman suurempi kuin muissa analysoiduissa kirjoissa (taulukko 11.1). Kuitenkin kerronnallisiin teksteihin erityisesti liittyvän suoritusodotuksen matemaattisten ominaisuuksien muistamisen (213, kuvio 11.19) kohdalla erot muihin 7. luokan kirjoihin olivat varsin pienet. Suoritusodotuksien samanlaisuus näkyi erityisen hyvin esittämisen (211) ja ongelmanratkaisun (233) kohdalla, sillä näiden suoritusodotusten kohdalla erot kirjojen välillä olivat erittäin pienet. Esittämisen kohdalla varsinkin tämä oli erittäin ymmärrettävä tulos, sillä kaikissa kirjoissa geometrialla oli melko suuri osuus (kuvio 11.10).

Rutiinimenetelmiin liittyvien suoritusodotusten (222 ja 223) kohdalla sidokset sisältöalueisiin olivat hyvin selvät. Plussa-kirjan kohdalla rutiinimenetelmien (222) osuus oli suurempi kuin muissa kirjoissa. Tähän syynä oli erityisesti yhtälöiden suuri osuus Plussa kirjasta, sillä yhtälöiden mekaaninen ratkaiseminen kuuluu tähän suoritusodotusluokkaan. Matematiikan Maailma -kirjassa puolestaan oli muita enemmän monimutkaisempia rutiinimenetelmiä (223). Tämäkin oli odotettu tulos, sillä tilastoja käsiteltiin Matematiikan maailmassa enemmän kuin muissa kirjoissa ja luokittelussa tilastotietojen käyttö kuuluu monimutkaisempien rutiinimenetelmien suoritusodotusluokkaan.

Alle 10 prosentin osuuksiin kirjoissa jääneiden suoritusodotuksien kohdalla yhtäläisyys kirjojen välillä oli erittäin suurta. Ainoana selkeämpänä erona esitystapojen yhteyksiä (252, kuvio 11.20) esiintyi Plussa-kirjassa hieman enemmän kuin muissa. Tähän yhtenä syynä olivat Plussa-kirjassa yhtälöiden ja kaavojen käsittelyn yhteydessä käytetyt tehtävät, joissa sanallisia esitettyjä tilanteita tuli esittää yhtälömuodossa.



Kuvio 11.20.
Muita suoritusodotuksia 7. luokan matematiikan oppikirjoissa.

Taulukko 11.21.
Kuvion 11.20 suoritusodotuskoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodit	Luokan kuvaus
212	Vastaavuuksien tunnistaminen
221	Välineiden käyttö
234	Tulosten ennustaminen
244	Väitteiden esittäminen
251	Matemaattisen sanaston käyttö
252	Matemaattisten esitystapojen yhteydet
253	Matematiikan pohdinta

11.1.2.5 Yhteenveto oppikirjojen tarjoamista oppimismahdollisuuksista

Seuraavassa kootaan yhteen edellä esitettyjen tulosten pääkohtia. Samalla havaintoja täydennetään tuomalla esiin joitakin havaintoja oppikirjoissa havaittuihin *näkökulmiin* liittyen, sekä esittämällä joitakin yksityiskohtaisempia oppikirjojen sisältöihin liittyviä tuloksia, joita käytetty analyysimenetelmä ei tuo esille.

Keskeiset tulokset

Oppikirja-analyysin päätuloksena voidaan pitää sitä, että oppikirjojen perusteella oppilailla olleet oppimismahdollisuudet matematiikassa vaihtelevat joiltakin osin runsaasti heidän käytössään olevan oppikirjan mukaan. Ala-asteen 5. ja 6. luokan oppikirjat olivat melko yhtenäisiä käsittelemiensä sisältöalueiden suhteen, mutta joitakin huomattaviakin eroja oli havaittavissa. Yksi selkeimmistä eroista oli Plussa-sarjan kirjojen jo 5. luokalla aloittama yhtälönratkaisun muodollinen käsittely. Muissa ala-asteen kirjoissa tätä sisältöaluetta vain sivuttiin tehtävissä, joissa oppilaiden tuli ratkaista tyhjään tilaan kuuluva luku. Plussa-sarjassa myös negatiivisten kokonaislukujen käsittely aloitettiin laajemmin jo 5. luokalla, kun muissa sarjoissa niitä käsiteltiin lyhyesti lämpötilan avulla 6. luokan kirjoissa.

Sisältöalue-eroja selkeämmin erottui kuitenkin Mieti ja laske -sarjassa käytetty erilainen lähestymistapa, mikä analyysissa näkyi muista sarjoista poikkeavina suoritusodotustuloksina. Mieti ja laske -sarjan kirjoissa painotettiin oppilaiden omaa asioiden pohdiskelua ja oppikirjassa suositeltiin laskimen käyttöä muita selvemmin. Toisaalta rutiinilaskutoimituksien suorittamista vaativia mekaanisia tehtäviä ja yksinkertaisia sanallisia tehtäviä sarjan kirjoissa oli muita vähemmän.

Myös 7. luokan kirjojen välillä oli huomattavia eroja, mutta niiden kohdalla erot kohdistuivat erityisesti niissä käsiteltyihin sisältöalueisiin suoritusodotusten ollessa varsin yhtenevät. Merkittävin eroavaisuus oli jälleen Plussa-kirjassa käsitelty yhtälönratkaisu ja ns. kirjainlaskenta. Näiden sisältöalueiden osuus Plussa-kirjasta oli melkein kolmasosa, kun muissa kirjoissa osuus oli lähempänä nollaa. Huomattava oli myös ero kuvioiden pinta-alojen ja piirien laskemisen kohdalla, sillä Kolmio oli ainoa 7. luokan kirja, joka ei käsitellyt tätä sisältöaluetta.

Mielenkiintoinen yksityiskohta oppikirjoissa oli havaittavissa murtolukujen käsittelyn kohdalla. Ala-asteen oppikirjoista ainoastaan Plussa 6 -kirjassa käsiteltiin murtoluvun jakaminen ja kertominen toisella murtoluvulla, kun muissa kirjoissa tyydyttiin murtolukujen jakamiseen ja kertomiseen vain luonnollisella luvulla. Jatkossa 7. luokan kirjoista samoja asioita käsiteltiin vain Kolmio-kirjassa, joten oppikirjojen valossa vain pienellä osalla suomalaisista 7. luokan oppilaista on ollut mahdollisuus oppia murtoluvun jakaminen ja kertominen toisella murtoluvulla. Laskutaito 6 -kirjan opettajan kirjassa opettajia neuvotaan asiaan liittyen siten, että opettaja voi halutessaan opettaa murtoluvulla jakamisen ja kertomisen toisella murtoluvulla ryhmän lahjakkaimmille oppilaille opettajankirjassa tarjotun lisämateriaalin avulla. Ilmeisesti siis murtoluvun jakaminen ja kertominen toisella murtoluvulla on koettu sellaiseksi asiaksi, jota kaikkien oppilaiden ei tarvitse osata.

Edellä esitellyistä eroista huolimatta analysoiduissa oppikirjoissa oli myös paljon yhteisiä piirteitä. Ala-asteen 5. ja 6. luokan oppikirjojen kohdalla jokaisessa oppikirjasarjassa eniten huomiota saivat lukuihin liittyvät sisältöalueet, mittaaminen sekä tilastot. Kukin kolmesta kirjasarjasta myös noudatti niin kutsuttua ”spiraaliperiaatetta”, jossa sisältöalueiden käsittely on jaettu useille vuosille käsittelyn syvyyttä vähitellen lisäten (luku 3.3.2). Nyt analysoiduissa kirjasarjoissa periaate oli viety jopa niin pitkälle, että eri vuosien kirjoissa sisältöalueiden käsittelyjärjestykset ja -laajuudet (ja sivunumerot!) olivat pitkälti samat. Joka tapauksessa voidaan kuitenkin todeta, että jokaisen nyt analysoidun oppikirjasarjan pohjalta voi oppia *Opetussuunnitelman perusteiden* ala-asteelle tavoitteiksi asettamat perustiedot ja -taidot.

Kaikissa 7. luokan oppikirjoissa puolestaan oli yhteisenä piirteenä, että niissä käsiteltiin runsaasti negatiivisia kokonaislukuja ja tasogeometriaa. Lisäksi suoritusodotuksien puolesta 7. luokan oppikirjat olivat varsin samankaltaisia, vaikka niiden käsittelemissä sisältöalueissa oli muilta osin huomattaviakin eroja.

Oppikirjojen profiilit ja siirtymä 7. luokalle

Esitettyjen tuloksien avulla varsinkin 5. ja 6. luokan oppikirjasarjat voidaan erotella toisistaan joidenkin tunnusomaisten piirteiden avulla. Yläasteen kirjasarjoista vastaavaa on vaikea tehdä, sillä suurempien linjanvetojen huomaaminen vaatisi vähintään vielä 8. luokan oppikirjojen analysoimisen. Yläasteen oppikirjoissa opetettavat asiat käsitellään kurssimuotoisesti ja nyt havaitut erot kirjojen välillä johtuivat varmasti ainakin osittain siitä, että kirjasarjojen tekijät ovat tehneet erilaisia ratkaisuja kurssien käsittelyjärjestyksen suhteen. Tilanne voi olla hyvinkin se, että 9. luokan lopussa yläasteen kirjasarjojen tarjoamat oppimismahdollisuudet ovat huomattavasti yhtenäisemmät kuin mitä niiden 7. luokan kirjojen perusteella näyttää.

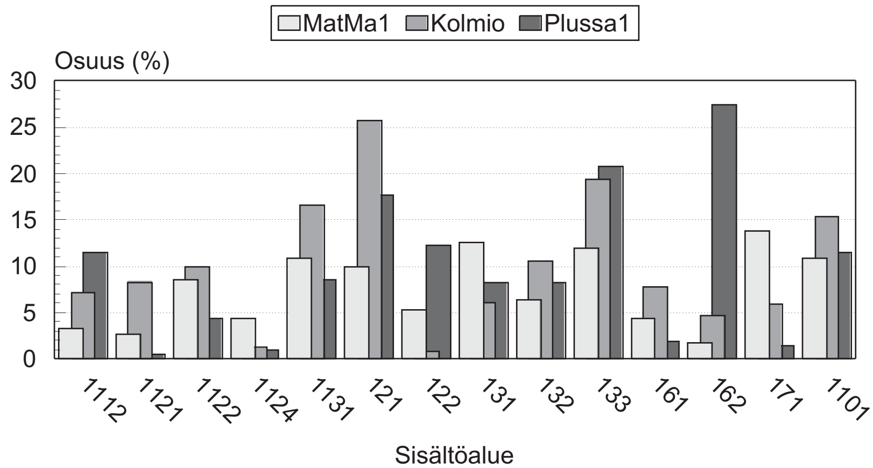
Kuitenkin siis 5. ja 6. luokan oppikirjasarjoissa on tunnistettavissa selkeästi toisistaan poikkeavia linjauksia. Laskutaito-sarjan kirjat vastaavat pitkälti Howsonin (1995, ks. luku 4.3.1) kuvailemaa ”perinteistä” matematiikan oppikirjaa. Niiden asioiden käsittelyssä käyttämä rakenne on erittäin selkeä: (johdannon omainen esimerkki tai tehtävä+) opittava asia + asiaan liittyvä esimerkki + tehtäviä. Kirjat eivät varmasti aiheuta yllätyksiä opettajille eivätkä oppilaille.

Plussa-sarjan kirjat eroavat muista haastavamman sisältönsä puolesta. Niissä käsitellään useita vaikeina pidettyjä oppisisältöjä (yhtälöt, negatiiviset kokonaisluvut, murtolukujen jakolasku), joita muissa kirjasarjoissa käsitellään myöhemmin tai ei käsitellä ollenkaan. Asioiden käsittelytapa Plussa-kirjoissa vastaa pitkälle edellä esitettyä perinteistä oppikirjarakennetta.

Mieti ja laske -sarja vastaa parhaiten muuttuneita oppimiskäsityksiä asioiden käsittelytapansa puolesta. Siinä painotetaan oppilaiden omaa roolia asioiden pohtimisessa ja tutkimisessa. Keskeiset tiedot opetettavista asioista on esitetty kirjassa, mutta usein oppilaita pyydetään tekemään vihkoon omat ohjeensa ja tulkintansa johonkin asiaan liittyen. Mieti ja laske -kirjat tarjoavat hyvinkin erilaisen lähestymistavan matematiikan oppimiseen, mutta samalla ne tarjoavat opettajalle haasteellisen tehtävän: Opettajalle jää viimekädessä vastuu siitä, että oppilaiden omien pohdintojen sekä erilaisten pari- ja ryhmätöiden avulla opitaan toivotunlaisia asioita.

Yläasteen 7. luokan oppikirjojen perusteella ei kannata tehdä koko kirjasarjoja koskevia yleistyksiä, mutta sarjojen 7. luokan kirjoissa on joitakin selkeitä sisällöllisiä eroja (kuvio 11.21). Matematiikan maailma-kirjan kohdalla ei ole erotettavissa yhtä selkeitä sisällöllisiä painotuksia kuin Plussa- ja Kolmio-kirjoissa, sillä minkään sisältöalueen osuus ei ylitä 15 prosenttia kirjasta. Kuitenkin Matematiikan maailman kohdalla erottuvat tilastot ja koordinaattigeometria sisältöalueina, joiden osuus kirjassa on suurempi kuin muissa. Kolmion kohdalla erottuu erityisesti mittaamisen suuri osuus ja käytännössä tämä tarkoittaa, että Kolmiossa esiintyy runsaasti mittayksiköitä erilaisten laskutehtävien yhteydessä. Plussan kohdalla muista erottuvat yhtälöiden ja pinta-alan laskemisen suuret osuudet.

Nyt tehdyn oppikirja-analyysin yhteydessä eräs kiinnostava seikka on opetussuunnitelman jatkuvuus 6. ja 7. luokan oppikirjojen välillä. Opetussuunnitelman jatkuvuudella tässä yhteydessä tarkoitetaan tässä sitä, miten samanlaisina oppikirjojen sisällöt ja esitystavat säilyvät eri luokkien välillä. Galtonin ym. (1999) mukaan opetussuunnitelman jatkuvuuden on havaittu olevan eräs tehokas keino vähentää esimerkiksi koulujen vaihtojen yhteydessä havaittua



Kuvio 11.21.
Yleisimmät sisältöalueet 7. luokan oppikirjoissa.

Taulukko 11.22.
Kuvion 11.21 sisältöaluekoodien selitykset. Laajemmat kuvaukset ovat liitteessä 1.

Luokkakoodi	Luokan kuvaus
1112	Luonnollisten lukujen laskutoimitukset
1121	Murtolukujen merkitys ja laskutoimitukset
1122	Desimaaliluvut ja niiden laskutoimitukset
1124	Prosenttilasku
1131	Negatiiviset luvut ja kokonaisluvut: ominaisuudet ja laskutoimitukset
121	Mittaaminen: mitan käsite, yksiköt, välineiden käyttö,…
122	Pituuden, pinta-alan ja tilavuuden ominaisuudet ja laskeminen
131	Koordinaattigeometria
132	Tasogeometrian perusteet: piste, suora, kulma, kohtisuoruus,…
133	Monikulmiot ja ympyrä
161	Lukujonot, relaatiot ja funktiot
162	Yhtälöt ja kaavat
171	Tilastot: tiedon esittäminen ja analysointi
1101	Muut sisältöalueet: matematiikan historia, sovellukset, ongelmanratkaisu,…

oppimisen taantumista. Myös koulun vaihtaminen 7. luokalle siirtymisen yhteydessä on tällainen muutos ja hyvän opetussuunnitelman jatkuvuuden tarkoituksena olisi säilyttää jotain tuttua oppilaiden koulunkäynnissä.

Nyt analysoitujen oppikirjojen kohdalla opetussuunnitelman jatkuvuus näyttäisi toteuttavan parhaiten 7. luokan Plussa 1 -kirja suhteessa 5. ja 6. luokan Plussa-kirjoihin. Kirjassa jatketaan jo 5. ja 6. luokan oppikirjoissa esille tuotujen oppisisältöjen (negatiiviset kokonaisluvut, yhtälöt) käsittelyä ja samalla jotkin jo aikaisemmin perusteellisesti käsitellyt oppisisällöt jäävät pois (murto- ja desimaaliluvut). Kuitenkin muiden ala-asteen kirjojen kohdalla Plussan laaja yhtälöiden käsittely heikentää jatkuvuutta. Kolmio- ja Matematiikan maailma -kirjoissa opetussuunnitelman jatkuvuuteen pyritään kirjojen aluissa tehdyillä kertauksilla, joissa käsitellään lukuja ja peruslaskutoimituksia. Matematiikan maailmassa tämä osuus on kuitenkin erittäin lyhyt ja Kolmiossa puolestaan kerrataan muiden mukana murtolukujen kerto- ja jakolasku, jotka todennäköisesti ovat suurelle osalle oppilaista täysin uusia asioita.

Siirryttäessä 7. luokalle selkein muutos oppikirjoissa liittyy kuitenkin *näkökulmiin*, joilla tutkimuksen viitekehyksessä tarkoitettiin esim. oppilaiden asenteisiin ja kiinnostuksiin liittyviä asioita. Analysoitujen oppikirjojen valossa 7. luokalle siirtyessään oppilaat siirtyvät samalla lasten maailmasta aikuisten maailmaan: Oppikirjojen olemus muuttuu asiallisemmaksi, mikä näkyy erityisesti kirjojen sisällön ulkoasussa. Värien käyttö oli 7. luokan oppikirjoissa huomattavasti vähäisempää kuin 5. ja 6. luokan kirjoissa ja koristekuvien määrä väheni huomattavasti (taulukko 11.1). Matematiikan maailma oli koristekuvien määrän suhteen poikkeus, mutta siinäkin kuvat olivat mustavalkoisia ja piirrettyjen kuvien joukossa oli myös paljon valokuvia. Havaintojen perusteella Hannuksen (1996) suositus kuvien selkeästä vähentämisestä oppikirjoissa ei tunnu mielekkäältä. Kuvitus ja värien käyttö elävöittivät 5. ja 6. luokan oppikirjoja ja vaikuttivat ainakin tutkijan motivaatioon analysointiurakan keskellä positiivisella tavalla. Vastaavan voisi olettaa tapahtuvan myös oppikirjoja käyttävien koululaisten keskuudessa.

11.1.3 Toimeenpantu opetussuunnitelma 7. luokan opettajien arvioimana

TIMSS 1999 -tutkimuksen yhteydessä oppilaiden opettajilta kysyttiin tietoja esimerkiksi heidän opetuskokemuksestaan ja -tavoistaan. Samalla heitä pyydettiin arvioimaan, mitä matematiikan sisältöalueita he olivat kouluvuoden aikana opettaneet ja kuinka kauan tähän opetukseen oli käytetty aikaa. Näitä asioita kysyttiin liittyen 34 sisältöalueeseen, jotka poikkesivat liitteessä 1 esitetystä matematiikan luokittelusta siten, että joitakin luokittelun sisältöalueita oli jaettu pienempiin osiin (esim. murtolukujen ymmärtäminen ja murtoluvuilla laskeminen erillisinä luokkina). Vastausvaihtoehdot sisältöalueiden kohdalla olivat "Opetettu aiemmin", "Opetettu 1–5 tuntia tänä vuonna", Opetettu yli 5 tuntia tänä vuonna", "Ei vielä opetettu" ja "En osaa sanoa". Seuraavassa tuloksien esittelyssä esitellään vastausvaihtoehtojen "Opetettu 1–5 tuntia tänä vuonna" ja "Opetettu yli 5 tuntia tänä vuonna" yhteenlasketut osuudet (taulukot 11.23–11.25), koska oppimistulosten kannalta näiden kahden luokan välillä ei havaittu mitään merkittäviä eroja. Tuloksissa opettajien vastaukset on painotettu heidän opettamiensa ryhmien koolla, joten tulokset tarkoittavat käytännössä, että esimerkiksi 62 prosentille oppilaista on lukuvuoden aikana opetettu murtoluvuilla laskemista. Taulukoissa esitellään tulokset koskien kaikkia oppilaita ja toisaalta koskien edellä käsiteltyjä kolmea analysoitua 7. luokan oppikirjaa käyttäneitä oppilaita.

Osaamistulosten selittämisen kannalta olisi ollut hyvä, jos myös ”Opetettu aiemmin” -vaihtoehdon tuloksia olisi voinut käyttää oppilaiden koulunkäynnin aikana toimeenpannun opetussuunnitelman selvittämisessä. Kuitenkin tehtyjen analyysien perusteella nämä tulokset eivät vaikuttaneet kovinkaan luotettavilta. Tälle todennäköinen selitys on hyvin yksinkertainen: Oppilaiden siirtyessä 7. luokalle heidän matematiikanopettajansa yleensä vaihtuu ala-asteen luokanopettajasta yläasteen aineenopettajaksi. Uudella aineenopettajalla ei ole varmaa tietoa siitä, mitä oppilaille on opetettu ala-asteen aikana. Lisäksi edellä esitetyt oppikirja-analyysin tulokset osoittavat selkeästi, että opetuksen sisällössä ja lähestymistavoissa on voinut olla hyvinkin selviä eroja 5. ja 6. luokan aikana jo pelkästään käytetystä oppikirjasta riippuen.

Taulukko 11.23.
Luvut ja laskutoimitukset -sisältöalueita 7. luokalla käsitelleiden oppilaiden osuudet.

Luvut ja laskutoimitukset	**On käsitelty -vastauksien osuudet (%)**			
Sisältöalue	Kolmio	Plussa1	MatMa1	Kaikki
Luonnolliset luvut	86,2	86,8	83,3	86,3
Murtolukujen ymmärtäminen	80,8	34,9	66,0	63,2
Murtoluvuilla laskeminen	86,5	28,7	33,9	61,6
Desimaalilukujen ymmärtäminen	80,3	47,4	77,5	69,9
Desimaaliluvuilla laskeminen	85,1	50,7	81,2	75,8
Murto- ja desimaalilukujen yhteys	85,1	41,2	59,1	68,6
Lukujen pyöristäminen	79,4	45,3	84,6	72,8
Tuloksen arviointi	80,6	57,6	60,3	70,2
Lukusuora	86,7	69,6	88,6	76,4
Prosenttilasku	12,7	7,2	65,8	28,6
Negatiiviset kokonaisluvut	87,5	91,0	86,9	91,1
Juuret, potenssit	3,6	20,4	30,6	15,9
Mittakaava	2,1	15,2	14,7	8,8
Suhde ja verranto	2,1	8,3	14,7	9,8

Lukujen ja laskutoimitusten sisältöalueiden käsittelyssä 7. luokan aikana oli selkeitä eroja eri oppikirjoja käyttäneiden välillä. Taulukosta 11.23 näkee selkeästi, että Kolmio-kirjan käyttäjät olivat käsitelleet eniten peruslukukäsitteitä (luonnolliset luvut, murto- ja desimaaliluvut) ja niiden laskutoimituksia ja toisaalta Plussa-kirjan käyttäjät puolestaan olivat käsitelleet niitä vähiten. Hyvin suuri osa oppilaista oli käsitellyt negatiivisia lukuja (kokonaisluvut, osuus yli 90 %) ja luonnollisia lukuja. Prosenttilaskua puolestaan olivat käsitelleet suurelta osin vain Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät.

Tulosten tulkinnassa on oltava varovainen, vaikka ne ovatkin melko yhtenevät oppikirja-analyysin tulosten kanssa. Esimerkiksi murtolukuja käsiteltiin laajemmin vain Kolmio-kirjassa, ja sitä käyttäneet oppilaat olivatkin käsitelleet murtolukuja varsin yleisesti (yli 80 %). Kuitenkin myös Plussa- ja Matematiikan maailma -kirjoja käyttäneet oppilaat olivat käsitelleet murtolukuja jossain määrin, vaikka näissä oppikirjoissa murtolukuja ei juuri esiinny. Mahdollisesti opettajat ovat tässä kohdin käyttäneet muita materiaaleja opetuksen tukena.

Toisaalta vastaukset ovat opettajien tulkintoja siitä, ovatko he käsitelleet sisältöalueita ja heidän käyttämänsä kriteerit ovat voineet olla hyvinkin vaihtelevia. Erityisesti kohta juuret ja potenssit on tässä mielessä ongelmallinen: moni opettaja oli varmaankin käsitellyt potensseja, mutta ei juuria. Mitä tällaiset opettajat ovat vastanneet kysymykseen?

Kaiken kaikkiaan on kuitenkin selvästi nähtävissä, että 7. luokan aikana oppilaille opetettuja sisältöjä on tärkeää tarkastella oppikirjakohtaisesti. Selkeimpiä esimerkkejä tästä ovat jo edellä mainitut murtoluvut ja prosenttilasku, joiden kohdalla osuuksien erot eri oppikirjoja käyttäneiden välillä lähentelivät jopa 60 prosenttiyksikköä.

Mittaamisen ja geometrian sisältöalueista yleisimmin käsitelty oli ollut tasopisteiden koordinaatit. Muiden sisältöalueiden kohdalla esiintyi varsin suurta vaihtelua. Oppilaiden osaamistulosten tarkastelun kannalta mielenkiintoisia olivat tulokset esimerkiksi pinta-alan ja tilavuuden sekä symmetrian, yhtenevyyden ja yhdenmuotoisuuden kohdalla: esimerkiksi yhtenevyyttä ja yhdenmuotoisuutta oli käsitellyt noin 90 % Matematiikan maailma kirjan käyttäjistä, kun Plussa kirjan käyttäjistä osuus oli vain noin 11 %.

Taulukko 11.24.
Mittaamisen ja geometrian sisältöalueita 7. luokalla käsitelleiden oppilaiden osuudet.

Mittaaminen ja geometria	**On käsitelty -vastauksien osuudet (%)**			
Sisältöalue	Kolmio	Plussa1	MatMa1	Kaikki
Mittayksiköt	62,1	65,2	75,1	67,3
Mittavälineiden lukeminen	56,7	62,8	44,4	48,9
Arviointi ja mittaustarkkuus	55,9	49,0	49,7	48,2
Kuvioiden piiri ja pinta-ala	37,0	53,1	92,3	51,1
Kuvioyhdistelmien piiri ja pinta-ala	20,3	44,2	77,6	42,0
Tilavuus	10,6	65,1	43,3	33,8
Tasopisteiden koordinaatit	86,3	93,1	87,9	82,9
Koordinaatit suoralla	57,8	58,6	56,2	53,2
Tasogeometrian perusteet	87,2	64,4	100	81,8
Yhtenevyys ja yhdenmuotoisuus	29,4	10,8	89,8	32,3
Symmetria ja muunnokset	32,2	11,0	79,2	32,8
Kolmiulotteinen hahmottaminen	32,5	39,0	20,8	27,1

Myös mittaamisen ja geometrian kohdalla tulokset olivat varsin samansuuntaiset tehdyn oppikirja-analyysin kanssa. Joidenkin sisältöalueiden kohdalla näytti siltä, että kirjojen loppupuolella olevia asioita ei vielä tutkimuksen ajankohtana ollut ehditty käsitellä. Tästä esimerkkejä olivat todennäköisesti esimerkiksi Plussa kirjan osuudet tasogeometrian perusteiden, kuten kulmat ja suorien yhdensuuntaisuus, sekä pinta-alan ja tilavuuden kohdalla, sillä kyseiset sisältöalueet kuuluivat kirjan viimeiseen kurssiin. Joissain tapauksissa kirjojen sisältämiä kursseja oli mahdollisesti käyty läpi kirjan omasta järjestyksestä poikkeavasti: esimerkiksi Kolmio kirjan kohdalla pinta-ala kuului vasta 8. luokan asioihin, joten tämän jo 7. luokalla käsitelleet olivat varmaankin vaihtaneet kirjan käyttämää kurssijärjestystä.

Algebran sekä tilastojen ja todennäköisyyden sisältöalueiden kohdalla erot eri oppikirjoja käyttäneiden välillä olivat erittäin suuria. Ainoastaan tilastot, kaaviot ja diagrammit olivat sellainen sisältöalue, jota oli käsitellyt yli puolet oppilaista kaikissa eri oppikirjaryhmissä. Algebran sisältöalueita olivat käsitelleet selkeästi eniten Plussa-kirjan käyttäjät. Tämä on ymmärrettävää, sillä Plussassa kokonainen kurssi käsitteli kirjainlaskentaa ja yhtälöitä. Muissa kirjoissa käsiteltiin lähinnä säännönmukaisuuksia ja niiden esittämistä, mikä näkyi selkeästi myös opettajien antamissa vastauksissa. Todennäköisyyttä käsiteltiin vain yhdessä analysoiduista kirjoista, ja suurin osa Matematiikan maailma kirjaa käyttäneistä olikin käsitellyt sisältöaluetta.

Taulukko 11.25.
Algebran sekä tilastojen ja todennäköisyyden sisältöalueita 7. luokalla käsitelleiden oppilaiden osuudet.

Algebra sekä tilastot ja todennäköisyys	**On käsitelty -vastauksien osuudet (%)**			
Sisältöalue	Kolmio	Plussa1	MatMa1	Kaikki
Lukujonot ja säännöt	34,1	50,1	44,6	36,0
Algebralliset lausekkeet	58,5	90,3	29,9	65,6
Esittäminen, kaavat	26,5	71,7	15,4	42,4
Yhtälönratkaisu	16,5	93,2	16,9	45,6
Epäyhtälöt	1,1	0,0	0,0	3,3
Tilastot, kaaviot ja diagrammit	62,8	54,7	72,8	61,2
Keskiarvo	37,7	33,9	31,8	32,9
Todennäköisyys	2,1	0	66,1	12,1

11.1.4 Yhteenveto 7. luokan oppilaiden oppimismahdollisuuksista matematiikassa

Edellä on kuvattu aika yksityiskohtaisesti suomalaista kirjoitettua, mahdollista ja toimeenpantua opetussuunnitelmaa suomalaisten 7. luokan oppilaiden kohdalla. Tämän tarkoituksena on ollut luoda perusta, jonka pohjalta 7. luokan oppilaiden suorituksia TIMSS 1999 -tutkimuksessa lähdetään analysoimaan tarkemmin. Tarkoituksena on siis ollut saada käsitys siitä, millaisia oppimismahdollisuuksia suomalaisilla vuoden 1999 seitsemännen luokan oppilailla oli ollut matematiikassa. Nämä oppimismahdollisuudet sisältävät myös aiempina vuosina olleet oppimismahdollisuudet, joita pyrittiin kartoittamaan ulottamalla oppikirjojen analyysi myös 5. ja 6. luokan oppikirjoihin.

Edellä kuvattujen tulosten perusteella on varsin selvää, että Suomessa vuonna 1999 käytetyn kansallisen opetussuunnitelman, *Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1994*, perusteella ei voida saada kovinkaan tarkkaa kuvaa 7. luokalla olevien oppilaiden saamasta matematiikan opetuksesta. Tästä syystä tässä tutkimuksessa päätettiin analysoida kouluissa käytettyjä oppikirjoja, sillä näiden tiedetään aikaisempien tutkimusten perusteella olevan hyvinkin keskeisessä roolissa opetusta annettaessa.

Tehdyn oppikirja-analyysin perusteella TIMSS 1999 -tutkimukseen osallistuneilla 7.-luokkalaisten oppimismahdollisuuksissa on voinut olla huomattaviakin eroja. Yleensä ottaen 5. ja 6. luokan oppikirjat kattoivat varsin hyvin *Opetussuunnitelman perusteissa* ala-asteen opetukselle asetetut tavoitteet. Niiden pohjalta opiskeltaessa oppilailla on ollut hyvät mahdollisuudet oppia perustiedot ja -taidot matematiikasta, mitkä sisältävät esimerkiksi peruslaskutaitojen hallinnan, tavallisimpien mittayksikköjen osaamisen sekä geometristen kappaleiden ja kuvioiden tuntemisen. Kuitenkin eri kirjasarjoissa oli selkeästi toisistaan poikkeavia painotuksia ja voidaankin sanoa, että yksi sarjoista oli ”perinteinen”, toinen ”haastava” ja kolmas ”oppimiskäsitysten mukainen” (Luku 11.1.2.5). Näistä painotuseroista johtuen oppilaiden matematiikan oppimismahdollisuuksissa on voinut olla eroja jo ala-asteen aikana.

Tarkasteltaessa 7. luokan oppikirjoja oppimismahdollisuuksien kirjo laajeni entisestään erityisesti oppikirjojen kurssimuotoisuudesta johtuen. Oppikirjojen kirjoittajilla on selvästi ollut erilaiset näkemykset siitä, missä vaiheessa eri sisältökokonaisuuksia käsitellään oppikirjoissa. Muista poikkeavia linjauksia olivat Kolmiossa tehty perusteellinen murto- ja desimaalilukujen kertaus ja toisaalta pinta-alalaskujen käsitteleminen myöhemmillä luokilla, Plussassa laajasti käsitelty yhtälönratkaisu ja muu ”kirjainlaskenta” sekä Matematiikan maailmassa edes hieman käsitelty todennäköisyyslaskenta.

Opettajien esittämien arvioiden valossa näytti siltä, että opettajien toimeenpanemat opetussuunnitelmat olivat varsin yleisesti noudattaneet nyt analysoitujen oppikirjojen sisältöä. Joissakin tapauksissa opettajat olivat mahdollisesti vaihtaneet kurssien läpikäyntijärjestystä tai käyttäneet opetuksen tukena muita oppimateriaaleja, mikä näkyy pieninä poikkeuksina saaduissa tuloksissa. Lisäksi tulokset näyttivät varsin odotetusti siltä, että opettajat eivät vielä kokeen toteutushetkellä huhtikuussa olleet ehtineet käydä läpi oppikirjojen lopussa olevia sisältöalueita. Kaiken kaikkiaan voidaan kuitenkin todeta, että opettajien arviot vahvistivat sitä käsitystä, että oppikirjojen ja niiden heijastamien oppimismahdollisuuksien huomioiminen on tärkeää analysoitaessa lähemmin oppilaiden suorituksia TIMSS 1999 -tutkimuksen tiedollisessa kokeessa.

Tulosten valossa olisi ollut kiinnostavaa tietää, mitä oppikirjoja oppilaat olivat käyttäneet 5. ja 6. luokan aikana. Vaikka 7. luokan oppikirjoissa oli selkeitä eroja joidenkin sisältöalueiden kohdalla, niin kuitenkin oppilailla on jo ennen 7. luokkaa kuusi vuotta koulua ja matematiikan opettelua takanaan. Siten erot oppimismahdollisuuksissa 7. luokalla eivät välttämättä heijastu kovinkaan selkeästi luokan lopussa mitattuihin oppimistuloksiin.

11.2 Matematiikan osaaminen 7. luokalla oppimismahdollisuudet huomioiden

Toisen pääongelman kohdalla tarkastellaan suomalaisten oppilaiden oppimistuloksia TIMSS 1999 -tutkimuksessa ottaen huomioon tutkimusongelman 1 kohdalla tehdyt havainnot oppimismahdollisuuksista. Oppimistuloksia tarkastellaan kahdesta eri näkökulmasta: ensin tarkastellaan osaamista verrattuna kansainväliseen tasoon ja tämän jälkeen tarkastellaan osaamista kansallisella tasolla keskittyen eri oppikirjaa 7. luokalla käyttäneiden tuloksiin.

11.2.1 Oppimistulokset kansainvälisessä vertailussa

Tutkimusongelmassa 2.1 vertaillaan suomalaisten 7. luokan oppilaiden tuloksia muiden TIMSS 1999 -tutkimukseen osallistuneiden maiden tuloksiin oppimismahdollisuudet huomioiden. Käytännössä tällä tarkoitetaan sitä, että ongelman kohdalla pyritään selvittämään millaisia heikkouksia ja vahvuuksia suomalaisten oppimistuloksissa oli TIMSS 1999 -tutkimuksessa, ja näitä havaittuja erityispiirteitä pyritään liittämään edellä havaittuihin matematiikan oppimismahdollisuuksiin. Oppimismahdollisuuksien ja oppimistulosten liittämisessä toisiinsa ei kuitenkaan käytetä tilastollisia menetelmiä. Esitetyt yhteydet ovat siis aineiston pohjalta tehtyjä hypoteeseja, joiden todenmukaisuutta voidaan tarkastella esimerkiksi aikaisempien tutkimustulosten ja jatkotutkimusten avulla.

Tämän tutkimusongelman tuloksia havainnollistetaan taulukoilla, joissa esitetään sisältöalue- tai sisältökokonaisuuskohtaisesti tehtävien sijoituskeskiarvot sekä kansainvälinen ja kansallinen keskiarvoinen ratkaisuprosentti. Näiden lisäksi sijoitusten hajontaa pyritään havainnollistamaan esittämällä väleille 1–10, 11–25 ja 26–38 osuvien sijoitusten lukumäärät. Taulukoissa esitetään myös arvio sisältöalueiden välisten sijoituskeskiarvojen välisten erojen merkitsevyydestä. Tilastollisesti merkitsevä ero viittaa tässä siihen, että keskiarvojen joukossa on ainakin yksi muista poikkeava keskiarvo, eli kaikki sijoituskeskiarvot eivät tilastollisessa mielessä ole keskenään yhtäsuuret.

11.2.1.1 Sisältökokonaisuuksien osaaminen

TIMSS 1999 -tutkimuksessa oppilaiden matematiikan osaamista tarkasteltiin viiden sisältökokonaisuuden alueella: luvut ja laskutoimitukset, mittaaminen, geometria, algebra sekä tilastot ja todennäköisyys. Tutkimuksesta julkaistuissa tuloksissa Suomi sijoittui matematiikan osaamisessa tutkimukseen osallistuneiden 38 maan joukossa hieman keskitasoa ylemmäksi sijalle 14. Jos hyvän tuloksen kriteerinä käytetään kuulumista maiden parhaaseen neljännekseen, kuten virallisessa tavoitteessa kuulua OECD-maiden parhaaseen neljännekseen, niin tulos ei täyttänyt tavoitetta. Eri sisältökokonaisuuksien kohdalla Suomen sijoitus vaihteli selvästi: Luvut ja laskutoimitukset 10., mittaaminen 15., geometria 18., algebra 20. sekä tilastot ja todennäköisyys 9. Julkaistujen tuloksien valossa siis suomalaisten vahvimmat osa-alueet näyttivät olevan luvut ja laskutoimitukset sekä tilastot ja todennäköisyys ja vastaavasti heikoimmin osattuja sisältökokonaisuuksia olivat algebra ja geometria. (Mullis ym. 2000; Kupari ym. 2001.)

Taulukossa 11.26 esitetään tässä tutkimuksessa saadut sisältökokonaisuuksien osaamista koskevat tulokset. Saadut tulokset ovat ensi näkemältä hieman ristiriitaisia aiemmin julkaistujen ns. PV-arvojen avulla esitettyjen tulosten kanssa. Kuitenkin verrattaessa tuloksia TIMSS 1999 -tutkimuksesta aiemmin julkaistuihin tuloksiin on huomattava, että raportoidut Suomen sisältökokonaisuuskohtaiset sijoitukset olivat vain suuntaa-antavia. Sekä Suomen edellä että jäljessä oli useita maita, joiden kanssa suomalaisilla ei ollut tilastollisesti merkitseviä eroja osaamisessa. Oikeastaan siis Suomen aiemmin raportoidut sijoitukset tutkimuksessa olisi pitänyt ilmoittaa väleinä, eikä käytännön syistä käytettyinä yksittäisinä arvoina. Nämä välit aiemmissa tuloksissa olivat luvuissa ja laskutoimituksessa 7.–15., mittaamisessa 7.–20., geometriassa 11.–22., algebrassa 12.–24. ja tilastoissa ja todennäköisyydessä 7.–16. Kun nyt laskettuja tuloksia verrataan näihin väleihin, mitään ristiriitaa ei esiinny. (Mullis ym. 2000; Kupari ym. 2001.)

Käsiteltäessä tuloksia maiden sijoitusten ja raakojen ratkaisuprosenttien avulla näyttää joka tapauksessa siltä, että suomalaisten geometrian osaaminen ei ollut niin heikkoa kuin aikaisemmin raportoitujen tulosten valossa näytti. Toisaalta lukujen ja laskutoimitusten osaaminen ei ollut niin hyvällä tasolla, mitä aikaisemmin julkaistut tulokset näyttivät. Mittaamisen, algebran sekä tilastojen ja todennäköisyyden kohdalla nyt saadut tulokset vastasivat täysin aiemmin saatuja, eli tilastojen ja todennäköisyyden osaaminen oli varsin hyvällä tasolla, kun taas algebran osaaminen oli selkeästi heikointa. Mittaamisen osaaminen asettui tässä analyysissä lukujen ja laskutoimitusten ja geometrian kanssa samalle tasolle. Ainoa tilastollisesti merkitsevä ero sijoituskeskiarvojen välillä oli algebran muita heikompi tulos.

Tehdyn oppikirja-analyysin pohjalta nyt saadut tulokset olivat joiltakin osin odotetummat kuin aiemmin julkaistut. Erityisen selkeä tilanne oli algebran heikon osaamisen kohdalla: Algebran osuus kirjoissa oli erittäin pieni ja käytännössä laajemmin sitä käsiteltiin vain yhdessä yleisimmistä kirjasarjoista, joten heikkoa osaamista ei voinut pitää yllättävänä. Lisäksi algebralla on TIMSS 1995- ja 1999 -tutkimusten valossa varsin keskeinen sija useissa maissa 8. luokalla, millä luokkatasolla osallistuneet oppilaat olivat useimmissa

Taulukko 11.26.
Suomalaisten sijoitukset TIMSS 1999 -tutkimuksessa mitattujen sisältökokonaisuuksien osaamisessa.

Sisältö-kokonaisuus	Tehtäviä	Sijoitus-keskiarvo	Sijoitukset 1–10	Sijoitukset 11–25	Sijoitukset 26–38	Suomen ratkaisu %	Kansain-välinen %
Luvut ja laskutoimitukset	60	14,4	27	24	9	58,4	53,5
Mittaaminen	24	15,1	9	11	4	53,1	46,4
Geometria	22	14,9	7	13	2	56,2	51,5
Algebra	35	22,5	5	15	15	45,3	48,9
Tilastot ja todennäköisyys	21	10,0	13	8	0	72,7	60,4
	Sijoituserojen merkitsevyys p=0,000						

muissa maissa (Schmidt ym. 1997b; Mullis ym. 2000). Lukuja ja laskutoimituksia sekä mittaamista oppikirjoissa käsiteltiin runsaasti, joten kohtalaista tulosta näiden sisältökokonaisuuksien kohdalla oli odotettava. On joka tapauksessa muistettava, että näitä aihealueita oli myös muissa maissa käsitelty varsin runsaasti. Nyt saatu geometrian tulos oli ennen esitettyä paremmin sopusoinnussa oppikirjatulosten kanssa, sillä geometrian osuus erityisesti 7. luokan oppikirjoissa oli melko suuri ja TIMSS 1999 -tutkimuksen geometrian tehtävistä lähinnä kahden yhdenmuotoisuutta käsitelleen tehtävän voi katsoa olleen täysin sopimattomia suomalaisille 7.-luokkalaisille. Joka tapauksessa oppimistulosten suurin yllätys oli tilastojen ja todennäköisyyden hyvä osaaminen: tilastoja toki käsiteltiin analysoiduissa oppikirjoissa runsaasti, mutta todennäköisyyden osuus oli erittäin mitätön.

11.2.1.2 Osaaminen eri sisältöalueilla

Edellä esitetyt sisältökokonaisuuksien osaamista kuvaavat tulokset olivat siis suurelta osin melko odotetunkaltaisia. TIMSS 1999 -tutkimuksen sisältökokonaisuuksiin kuului kuitenkin erittäin monia erillisiä sisältöalueita: Esimerkiksi luvuissa ja laskutoimituksissa voidaan helposti erotella muun muassa sisältöalueet murtoluvut, desimaaliluvut ja luonnolliset luvut. Seuraavaksi tarkastellaankin sisältökokonaisuuksien sisällä olleiden pienempien tehtäväkokonaisuuksien osaamista. Tässä käytetään vastaavasti kuin edellä Suomen sijoituksia tutkimukseen osallistuneiden maiden joukossa, sekä keskimääräisiä tehtävien ratkaisuprosentteja.

Luvut ja laskutoimitukset

Luvut ja laskutoimitukset sisältökokonaisuuden osaamista mitattiin 60 tehtävällä (tässä analyysissä yksi lukusuoraa käsittelevä tehtävä on samankaltaisuuden vuoksi siirretty geometrian koordinaatistoa käsittelevien tehtävien yhteyteen), mikä oli selvästi suurempi tehtävämäärä kuin muiden kokonaisuuksien kohdalla. Yksittäisistä sisältöalueista selvästi eniten tehtäviä oli murtolukuja (21), desimaalilukuja (12), suhdetta ja verrantoa (10), sekä laskutoimitusten arviointia (5) ja lukujen pyöristämistä (5) koskien. Analyyseissä suurimmat sisältöalueet jaettiin vielä sisällöllisesti mielekkäisiin pienempiin luokkiin, kuten murtolukujen kohdalla niiden ominaisuuksiin keskittyvään luokkaan murtoluvut sekä murtolukujen laskutoimituksiin. Pienempiä tehtäväryhmiä pyrittiin yhdistelemään, jos tämä oli tulosten yhdenmukaisuuden ja sisällön perusteella mielekästä. Siten tässä tarkasteltavat tehtäväryhmät ovat murtolukujen ominaisuudet, murtolukujen laskutoimitukset, desimaalilukujen ominaisuudet (suuruusjärjestys), luonnollisten lukujen ja desimaalilukujen laskutoimitukset, murto- ja desimaalilukujen välinen yhteys, prosenttilasku, pyöristäminen ja arviointi sekä suhde ja verranto.

Taulukosta 11.27 nähdään, että jo keskiarvoisissa kansainvälisissä sijoituksissa oli erittäin suuria eroja eri tehtäväryhmien välillä. Tuloksia katsottaessa on kuitenkin syytä huomata, että myös tehtäväryhmien sisällä erot olivat varsin suuret, joten erot eri tehtäväryhmien välillä eivät useinkaan ole tilastollisesti merkitseviä. Tähän vaikuttaa osaltaan myös joihinkin tehtäväryhmiin kuuluvien tehtävien pieni lukumäärä.

Kuitenkin taulukosta 11.27 voidaan nähdä joitakin mielenkiintoisia tuloksia. Suomalaiset oppilaat osasivat kansainvälisiin ikäkumppaneihinsa verrattu-

Taulukko 11.27.
Luvut ja laskutoimitukset -sisältökokonaisuuden osaaminen kansainvälisessä vertailussa.

Sisältöalue	Tehtäviä	Sijoitus-keskiarvo	Sijoitukset 1–10	Sijoitukset 11–25	Sijoitukset 26–38	Suomen ratkaisu %	Kansain-välinen %
Desimaaliluvut	3	7,3	3	0	0	68,4	50,7
Desimaalilukujen laskutoimitukset	11	19,7	1	8	2	54,0	54,6
Murtoluvut	12	8,8	9	3	0	73,6	59,4
Murtolukujen laskutoimitukset	9	17,3	4	2	3	44,7	45,8
Desimaali- ja murtolukujen suhde	3	27,0	0	1	2	45,4	51,9
Prosenttilasku	2	9,5	1	1	0	62,5	50,5
Arviointi ja pyöristäminen	10	9,4	5	5	0	71,9	57,8
Suhde ja verranto	10	16,9	4	4	2	46,7	43,8
Sijoituskeskiarvoerojen merkitsevyys p = 0,000							

na desimaali- ja murtolukujen ominaisuuksia selvästi paremmin kuin niiden laskutoimituksia. Näiden tehtäväryhmien sisällä pystyi vielä havaitsemaan joitakin merkittäviä piirteitä: murtolukujen ominaisuuksista suomalaiset osasivat hyvin esimerkiksi suuruusjärjestykseen ja niiden kuvalliseen esittämiseen liittyviä tehtäviä. Murtolukujen ominaisuuksiin liittyvistä tehtävistä heikoiten osattujen tehtävien joukossa oli kaksi tehtävää, jotka liittyivät ekvivalentteihin murtolukuihin (sijoitukset 13. ja 20.). Muuten hyvin osatun sisältöalueen sisälläkin näyttää siis vielä olevan tarvetta kehittää opetusta. Murtolukujen laskutoimitusten kohdalla tulokset olivat hyvin kaksijakoiset: Sanalliset tehtävät osattiin tavallisesti hyvin kansainvälisen sijoituksen ollessa 10 parhaan maan joukossa (poikkeuksena yksi tehtävä), kun taas mekaaniset laskutehtävät osattiin erittäin heikosti huonoimpien sijoituksien ollessa lähellä 30:nettä.

Desimaalilukujen kohdalla erot laskutoimitusten ja ominaisuuksien osaamisessa olivat vielä murtolukuja selvemmät. Kaikki kolme desimaalilukujen ominaisuuksiin liittyvää tehtävää käsittelivät suuruusjärjestystä ja niiden kohdalla suomalaisten sijoitukset olivat 6., 8. ja 8. Desimaalilukujen laskutoimitusten kohdalla ainoastaan yhden tehtävän kohdalla suomalaiset sijoittuvat kymmenen parhaan maan joukkoon sijoitusten tavallisesti vaihdellessa välillä 15–25. Heikoin tulos saatiin desimaalilukujen kertolaskutehtävässä, jonka kohdalla suomalaisten osaaminen oli neljänneksi heikointa kaikista maista ja vain yksi viidestä 7. luokkalaisesta osasi laskea tehtävän oikein. Taulukossa 11.27 desimaalilukujen laskutoimituksia koskevin tuloksiin on liitetty luonnollisten lukujen laskutoimituksia koskeneiden kahden tehtävän tulokset, ja nämä vastasivat täysin desimaalilukuja koskevia tuloksia sijoitusten ollessa 11. ja 21. Oppilaat eivät saaneet käyttää laskimia TIMSS 1999 -tutkimuksessa, ja tulokset viittaavatkin siihen, että suomalaisten laskutaidot ”kynällä ja paperilla” eivät olleet kovinkaan hyvät kansainvälisen mittapuun mukaan. Myös keskimääräisten ratkaisuprosenttien tarkastelu tukee tätä väitettä, sillä laskutehtävien kohdalla suomalaisten ratkaisuprosentti asettui jopa hieman alle kansainvälisen keskiarvon.

Taulukossa 11.27 esitetyt tulokset desimaali- ja murtolukujen väliseen yhteyteen liittyen ovat erittäin mielenkiintoisia. Vaikka desimaalilukujen ja murtolukujen ominaisuuksia osattiin erikseen kysyttyinä varsin hyvin kansainvälisen mittapuun mukaan, niin näiden ominaisuuksien yhdistämistä vaatineet kolme tehtävää osattiin erittäin heikosti. Erityisen yllättävä tulos oli lukujen suuruusjärjestystä koskevan tehtävän kohdalla, sillä sekä desimaali- että murtolukujen kohdalla suuruusjärjestystehtävien osaaminen oli varsin hyvää. Kuitenkin tarvittaessa tietoja molemmista lukukäsitteistä tuloksena oli heikko 30. sija. Eikö opetuksessa siis kiinnitetä tarpeeksi huomiota näiden lukukäsitteiden yhteyteen? On tietenkin huomioitava, että näitä taitoja mittaavia tehtäviä oli vain kolme, mutta tulokset näyttävät kuitenkin melko johdonmukaisilta.

Lukujen pyöristämisen ja laskutoimitusten tulosten arvioinnin suomalaiset hallitsivat hyvin, vaikkakin myös näiden tehtävien kohdalla esiintyi melko suurta hajontaa. Pituuden pyöristämiseen liittyvän tehtävän suomalaiset osasivat jopa kaikista parhaiten, kun taas yksinkertaisten laskulausekkeiden arvioinnissa sijoitukset olivat 14. ja 16. Huomattava ero oli myös desimaalilukujen ja luonnollisten lukujen pyöristämisen osaamisessa: edellisen kohdalla sijoitus oli 3. ja jälkimmäisen 14.

Prosenttilaskun osaamista TIMSS 1999 -kokeessa tutkittiin vain kahden tehtävän avulla. Näidenkin osaamisessa oli melkoinen ero suomalaisten suorituksissa: toisen tehtävistä suomalaiset 7.-luokkalaiset osasivat parhaiten maailmassa, kun taas toisessa sijoitus oli melko heikko 18. Tehtävät olivat hyvin erilaisia luonteeltaan. Suomalaisten erinomaisesti osaamassa tehtävässä tuli arvioida 15 % vähennyksen vaikutusta massan suuruuteen, kun toisessa tehtävässä täytyi laskea matkan ajassa tapahtunut prosentuaalinen vähennys. Toisin sanoen näyttää siltä, että 7. luokalla suomalaiset tuntevat jo jossain määrin prosenttikäsitteen, mutta eivät vielä hallitse siihen liittyviä laskutoimituksia.

Suhteeseen ja verrantoon liittyvien tehtävien osaaminen näyttäisi olevan erittäin hyvin sopusoinnussa oppikirja-analyysin tuloksien kanssa: suhteeseen liittyviä perusongelmia osattiin hyvin, mutta tarvittaessa verrannon muodostamista ja ratkaisemista osaaminen oli huomattavasti heikompaa. Siten sijoitusten hajonta tehtäväryhmässä oli erittäin suurta: neljän tehtävän kohdalla suomalaiset olivat kymmenen parhaan maan joukossa, kun taas kahden heikoimmin osatun tehtävän kohdalla sijoitus painui yli 30. Hieman yllättäen mittakaavatehtävän kohdalla suomalaisten sijoitus oli melko heikko 19. Mittakaava käsitellään ala-asteen 6. luokan kirjoissa suhteen yhteydessä, mutta 7. luokalla sitä ei käsitellä.

Mittaaminen

Mittaamisen osaamista tutkittiin TIMSS 1999 -tutkimuksessa yhteensä 24 yksittäisellä tehtävällä, joista muutama sijaitsi samassa tehtäväkokonaisuudessa. Analyyseissä perusmittaaminen (yksiköt, mittavälineiden lukeminen, jne.) liitettiin yhteen mittaustarkkuuden ja mittausten arvioinnin kanssa, jolloin analysoitavana olivat sisältökokonaisuudet mittaaminen (11 tehtävää) sekä kuvioiden piiri, pinta-ala ja tilavuus (13 tehtävää).

Taulukko 11.28.
Mittaaminen-sisältökokonaisuuden osaaminen kansainvälisessä vertailussa.

Sisältöalue	Tehtäviä	Sijoitus-keskiarvo	Sijoitukset 1–10	Sijoitukset 11–25	Sijoitukset 26–38	Suomen ratkaisu %	Kansain-välinen %
Mittaaminen	11	9,1	7	4	0	72,7	57,5
Piiri, pinta-ala ja tilavuus	13	20,2	2	7	4	36,6	37,0
	Keskiarvoeron merkitsevyys p = 0,001						

Taulukon 11.28 tuloksista nähdään, että suomalaiset 7.-luokkalaiset osasivat perusmittaamista selvästi paremmin kuin piirin, pinta-alan ja tilavuuden laskemista. Oppikirja-analyysin perusteella tämä on hieman yllättävää, sillä mittaustarkkuutta tai mittausten arviointia ei juuri esiinny suomalaisissa matematiikan oppikirjoissa. Näiden sisältöalueiden kohdalla oppimismahdollisuuksia on toki voinut olla koulun ulkopuolella tai myös koulussa luonnontieteiden yhteydessä. Toisaalta erityisesti pinta-alalaskujen suhteellisen heikkoon osaamiseen vaikuttaa osaltaan se, että analysoiduista 7. luokan oppikirjoista yhdessä tätä sisältöaluetta ei käsitelty ollenkaan ja toisessa käsittely sijoittui kirjan loppuun, ja opettajakyselyn vastausten perusteella tätä aluetta ei ollut vielä ehditty käsitellä kokeen ajankohtaan mennessä. Ala-asteen 5. ja 6. luokan oppikirjoissa pinta-alan laskemista käsiteltiin jossain määrin, mutta tuolloin saadut tiedot ja taidot osoittautuivat tässä arvioinnissa melko heikoiksi.

Mittaamisen tehtävien osaaminen oli tasaisen hyvää. Heikoin sijoitus oli 17. vaikkakin juuri kyseisen tehtävän kohdalla suomalaistenkin ratkaisuprosentti oli yli 87 %. Osa mittaamiseen liittyvistä tehtävistä osattiin siis kansainvälisestikin erittäin hyvin. Esille kannattaa myös nostaa se, että suomalaisten osaaminen oli kaikkien maiden parasta tehtävässä, jossa piti tunnistaa kuviossa näytetyn viivaimen mittaustarkkuus.

Piirin, pinta-alan ja tilavuuden laskemisen kohdalla suomalaisten menestyminen oli huomattavasti heikompaa. Kahdessa tehtävässä suomalaiset sijoittuivat maiden kärkikymmenikköön toisen tehtävistä ollessa melko yksinkertainen kuvion piirtämistehtävä. Toinen tehtävä, jossa kymmenen parhaan maan joukkoon sijoituttiin, käsitteli suorakulmion pinta-alan laskemista (esimerkki 11.8). Erityisen mielenkiintoinen tulos oli sikäli, että täysin vastaavanlaisessa kolmion pinta-alaa kysyvässä tehtävässä sijoitus oli vasta 17. Ero edellä mainittujen tehtävien ratkaisuprosenttien välillä oli 17 prosenttiyksikköä, kun kansainvälisesti ero oli vain 4 prosenttiyksikköä. Muista pinta-ala- ja piiritehtävistä oppilaamme olivat erityisen heikkoja tehtävissä, joissa tuli määrittää pinta-alojen tai kuvion sivujen väliset suhteet (sijoitukset 27. ja 36.) tai joissa piti ilmoittaa neliön sivun pituus, kun sen pinta-ala tunnettiin (sijoitukset 28. ja 32.). Suhteiden määrityksen osalta tulos oli yllättävä, sillä pelkästään suhteita käsittelevissä tehtävissä suomalaisten osaaminen oli melko hyvää (taulukko 11.27).

Geometria

Geometrian osaamista tarkasteltiin tutkimuksessa 21 tehtävän avulla. Tässä analyysissä kuitenkin yksi lukusuoraa käsitellyt tehtävä on liitetty koordinaattitehtävien tarkastelun yhteyteen, sillä sisällöllisesti ne vastasivat hyvin paljon toisiaan. Eri sisältöalueiden osaamista mittasi 2–6 tehtävää, joten sisältöaluekohtaisia tuloksia voi pitää lähinnä suuntaa-antavina. Tulosten painoa lisää kuitenkin se, että opetussuunnitelmatarkastelun perusteella ne ovat melko odotettuja.

Taulukko 11.29.
Suomalaisten kansainväliset sijoitukset geometrian sisältöalueiden tehtävissä.

Sisältöalue	Tehtäviä	Sijoitus-keskiarvo	Sijoitukset 1–10	Sijoitukset 11–25	Sijoitukset 26–38	Suomen ratkaisu %	Kansain-välinen %
Koordinaatit	4	7,0	3	1	0	66,5	51,4
Tasogeometrian perusteet	6	17,3	1	4	1	49,2	48,1
3-ulotteinen geometria	2	5,5	2	0	0	79,8	62,0
Symmetria	4	16,8	0	4	0	54,2	50,5
Yhtenevyys ja yhden-muotoisuus	6	19,5	1	4	1	49,9	52,3
	Keskiarvoeron merkitsevyys $p = 0{,}054$						

Geometriassa suomalaisten vahvuutena olivat koordinaatteihin ja kolmiulotteiseen hahmottamiseen liittyvät tehtävät (taulukko 11.29). Tässä yhteydessä on kuitenkin huomautettava, että TIMSS 1999 -tutkimuksen koordinaatteihin liittyvistä tehtävistä kaksi liittyi perinteiseen koordinaatistoon (x- ja y-koordinaatit) ja kaksi lähinnä lukusuoraan. Joka tapauksessa näiden osaaminen Suomessa oli hyvää tasoa. Kolmiulotteisen hahmottamiseen liittyvissä kahdessa tehtävässä suomalaiset olivat myös varsin hyviä.

Muilla geometrian osa-alueilla suomalaisten osaaminen olikin sitten heikompaa. Sekä tasogeometrian perusteita, symmetriaa että yhtenevyyttä ja yhdenmuotoisuutta osattiin melko huonosti. Kuudestatoista tehtävästä ainoastaan kahden kohdalla suomalaisten osaaminen ylsi kymmenen parhaan maan joukkoon. Yllättäen toinen tehtävistä oli yhdenmuotoisen kolmion sivun pituuden selvittäminen, jossa joudutaan käyttämään verrantoa. Tämä tehtävä kuitenkin osattiin hyvin vain muutamissa maissa, joten jo pienempikin ratkaisuprosentti (39,0 %) riitti kansainvälisessä vertailussa 10. sijaan. Toinen tehtävistä osoitti, että kansainvälisesti verrattuna Suomessa nelikulmion kulmien summa tunnetaan varsin hyvin, vaikka vain noin puolet osasi laskea tuntemattoman kulman suuruuden.

Tehtäväanalyysi antaa viitteitä siihen, että suomalaiset eivät ole tottuneet vahvistamaan väitteiden paikkansapitävyyttä. Kahdessa geometrian tehtävässä suomalaisten sijoitus jäi yli 30:n ja molemmissa tehtävissä pyydettiin valitsemaan väite, joka ei ole totta. Esimerkiksi vain 38 % kysymykseen vastanneista tunnisti, että väite "kaikkien suorakulmioiden lävistäjät ovat kohtisuorassa toisiinsa nähden" ei pidä paikkaansa. Tämän toteamiseen ei mene kovinkaan pitkään, jos piirtää tilanteesta kuvan. Vertailun vuoksi kannattaa mainita, että tehtävän parhaiten osanneissa Japanissa ja Tunisiassa noin 75 % oppilaista löysi oikean vastauksen. Toisessa väitetehtävässä suomalaisten heikko osaaminen voi osaltaan liittyä myös yhtenevyyden ja yhdenmuotoisuuden sekoittamiseen.

Oppimismahdollisuuksien tarkastelun perusteella tulokset ovat osin odotettuja osin hämmentäviä. Koordinaattigeometrian hyvää osaamista voi pitää odotettuna. Tätä sisältöaluetta käsiteltiin 7. luokan kirjoissa ja yli 80 % opettajista ilmoitti käsitelleensä asiaa lukuvuoden aikana. Edellinen kuitenkin tekee erittäin yllättäväksi tasogeometrian perusteiden heikon tuloksen, sillä tasogeometriaa oli opettajien mukaan opetettu yhtä yleisesti kuin koordinaattigeometriaa. Yhtenevyyden ja yhdenmuotoisuuden sekä symmetrian kohdalla vain Matematiikan maailma -kirjaa käyttäneet opettajat olivat ehtineet käsitellä asiaa, ja lisäksi oppikirja-analyysin mukaan yhdenmuotoisuus ei vielä kuulunut 7. luokan aikana käsiteltäviin asioihin. Tulosten valossa näyttää selvältä, että näistä sisältöalueista ala-asteen aikana opittu ei vielä ollut antanut kovinkaan pitkälle riittäviä tietoja. Kolmiulotteisen geometrian kohdalla ala-asteella opittu näytti kuitenkin riittävän hyviin tuloksiin. Kolmiulotteista hahmottamista sivuttiin vain vähän 7. luokan oppikirjoissa ja opettajien mukaan asiaa ei myös ollut käsitelty kovinkaan paljoa, sen sijaan tehtävätyyppi oli hyvin tavallinen ala-asteen kirjoissa.

Algebra

Algebra oli suomalaisten 7.-luokkalaisten heikoimmin osaama sisältökokonaisuus kansainvälisessä vertailussa. Algebran osaamista mittaavia tehtäviä tutkimuksessa oli yhteensä 33 (taulukko 11.30) ja niistä ainoastaan viiden kohdalla suomalaisten osaaminen oli kymmenen parhaan maan joukossa. Sitä vastoin heikoimman 13 maan joukossa suomalaisten osaaminen oli peräti 16 tehtävän kohdalla.

Tehdyn oppikirja-analyysin perusteella suomalaisten heikko osaaminen algebrassa ei ollut yllättävää. Algebran osuus analysoiduista 5.–7. luokan oppikirjoista oli varsin pieni Plussa-kirjasarjaa lukuun ottamatta (ks. kuviot 11.13 ja 11.14). Itse asiassa tulos olisi voinut olla suomalaisten kannalta vieläkin heikompi, jos tutkimuksen algebran tehtävät olisivat rajoittuneet tiukasti

Taulukko 11.30.
Suomalaisten kansainväliset sijoitukset algebran sisältöalueiden tehtävissä.

Sisältöalue	Tehtäviä	Sijoitus-keskiarvo	Sijoitukset 1–10	Sijoitukset 11–25	Sijoitukset 26–38	Suomen ratkaisu %	Kansain-välinen %
Verrantoyhtälö	3	27,0	0	0	3	50,1	56,9
Lausekkeet	6	30,5	0	1	5	41,0	56,0
Tilanteiden esittäminen, kaavat	15	21,2	1	9	5	43,0	44,5
Yhtälönratkaisu	5	18,2	2	1	2	50,1	50,1
Epäyhtälöt	1	33,0	0	0	1	21,4	34,7
Lukujonot ja säännöt	5	12,0	2	3	0	60,6	51,4
	Keskiarvoeron merkitsevyys $p = 0{,}002$						

algebrallisia taitoja vaativiin tehtäviin. Nyt joukossa oli myös tehtäviä, joiden ratkaisemiseksi ei välttämättä tarvittu muodollisia algebran taitoja, vaan niiden ratkaiseminen onnistui myös laskemalla numeroita käyttäen tai päättelemällä. Tämä selittää erityisesti lukujonoja ja säännönmukaisuuksia koskeneiden tehtävien hyvän osaamisen ja tämä näkyi selvästi myös yhtälönratkaisua käsitelleiden tehtävien kohdalla: Kaksi yhtälönratkaisutehtävistä pystyi ratkaisemaan päättelemällä ilman teknistä yhtälönratkaisua (tarkoittaen kirjoitetaan yhtälö ja ratkaistaan se) ja näiden tehtävien osaamisessa suomalaiset olivat parhaan 10 maan joukossa. Yksi sanallinen yhtälönratkaisutehtävä oli mahdollista ratkaista sekä algebrallisesti että numeroilla laskien (esimerkki 11.22). Suomalaiset käyttivät käytännössä vain numeroilla laskemista ja osaaminen (sijoitus 19.) oli huomattavasti heikompi kuin monissa muissa maissa, joista useissa käytettiin jopa pääasiassa algebrallista ratkaisumenetelmää. Viimeiset kaksi yhtälönratkaisutehtävää vaativat teknistä muuttujan *x* ratkaisua annetuista yhtälöistä ja näiden tehtävien osaaminen oli Suomessa hyvin heikkoa muihin maihin verrattuna (sijoitukset 28. ja 29.).

Erityisen hyvin suomalaisten puutteellinen algebrallisten merkintätapojen osaaminen näkyi lausekkeiden ymmärtämistä mittaavissa tehtävissä. Niiden kohdalla paras sijoitus oli 22. summan merkitsemistä tulomuodossa kysyvän tehtävän kohdalla (esimerkki 11.15). Muiden tehtävien kohdalla sijoitus vaihteli välillä 29.–35., mikä hyvin kuvastaa heikkoa osaamista muihin maihin verrattuna.

Yhteenvetona algebran tehtävien osaamisesta voidaan siis todeta, että suomalaisten 7. luokan oppilaiden algebran taidot olivat vielä varsin heikot erityisesti algebrallisten merkintätapojen hallinnan osalta. Tämä ei ollut yllättävää, sillä algebrallisten taitojen käsittely oli oppikirja-analyysin perusteella varsin vähäistä 7. luokan loppuun mennessä. Opettajille suoritettu kysely vahvistaa, että ainoastaan Plussa-kirjaa käyttäneet olivat käsitelleet runsaammin algebraa. Muiden kirjojen kohdalla opettajat olivat käsitelleet jossain määrin lukujonoja ja säännönmukaisia sekä algebrallisia esitystapoja, mutta esimerkiksi yhtälönratkaisua ei ollut käsitelty juuri ollenkaan. Tässä käsitellyt tulokset osoittavat, että samanikäisille oppilaille oli muualla opetettu varsin menestyksekkäästi vastaavia asioita. Jatkotutkimuksen kannalta on kuitenkin mielenkiintoista nähdä, millaiset suomalaisten taidot ovat 8. luokalla, sillä useimpien muiden maiden oppilaat olivat 8.-luokkalaisia ja myös Suomessa otos 8.-luokkalaisista teki kokeen. Jos heidän tuloksensa ovat yhtä heikot kuin vuotta nuoremmilla, on todella syytä pohtia peruskoulun aikana saatavien matematiikan taitojen riittävyyttä. Tässä esitettyjen tulosten valossa oppilaat oppivat ongelmanratkaisutaitoja, mutta riittävätkö ne esimerkiksi jatko-opintoja ajatellen?

Tilastot ja todennäköisyys

Tilastot ja todennäköisyys sisältökokonaisuuden tehtäviä osattiin Suomessa varsin hyvin. Näiden sisältöalueiden osaamista arvioitiin tutkimuksessa 21 tehtävän avulla. Suomessa erityisesti tilastoihin liittyvät tehtävät osattiin erittäin hyvin ja 13 tehtävästä peräti yhdeksän kohdalla suomalaisten 7.-luokkalaisten osaaminen oli kymmenen parhaan maan joukossa. Kaikissa tilastoihin liittyvissä tehtävissä yhtä lukuun ottamatta piti tulkita kuvaajia, diagrammeja tai taulukoita, joten suomalaiset olivat omaksuneet nämä taidot varsin hyvin. Tilastoihin liittyvät tehtävät osattiin myös kansainvälisesti varsin hyvin, sillä ainoastaan kahden tehtävän kohdalla kansainvälinen keskiarvoratkaisuprosentti jäi alle 60:n. Myös keskiarvoon liittyvä tehtävä osattiin kansainvälisesti erittäin hyvin, mitä kuvastaa kansainvälinen keskiarvo 75,4 %. Suomessakin tehtävä osattiin melko hyvin kansallisesti tarkasteltuna (ratkaisuprosentti 74,3), mutta sijoitus kansainvälisesti oli kuitenkin melko heikko (22.).

Todennäköisyyteen liittyvien tehtävien tulokset olivat erittäin mielenkiintoiset. Ensinnäkin todennäköisyys oli sisältöalue, jota 7. luokan loppuun mennessä käsiteltiin hyvin vähän oppikirjoissa (kuvio 11.12) ja 7. luokalla opettajien mukaan ainoastaan Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät olivat käsitelleet sisältöaluetta (taulukko 11.25). Tästä huolimatta suomalaiset osasivat tehtäviä melko hyvin kansainvälisessä vertailussa, ja varsin poikkeuksellisesti sijoituksien vaihteluväli 9.–14. oli erittäin pieni. Hyvän osaamisen syy todennäköisyyden kohdalla on pieni arvoitus, mutta nyt tehtyjen analyysien perusteella oppimismahdollisuudet ovat todennäköisesti olleet koulun ulkopuolella. Monet todennäköisyyteen liittyvät ilmiöt kuuluvat monen suomalaisen arkipäivään (esimerkkeinä lotto, lantin heitto ja erilaiset uhkapelit), mutta tilanne on sama muissakin maissa.

Taulukko 11.31.
Suomalaisten kansainväliset sijoitukset tilastot ja todennäköisyys -sisältöalueiden tehtävissä.

Sisältöalue	Tehtäviä	Sijoitus-keskiarvo	Sijoitukset 1–10	Sijoitukset 11–25	Sijoitukset 26–38	Suomen ratkaisu %	Kansain-välinen %
Tilastot	13	8,4	9	4	0	74,5	60,7
Keskiarvo	1	22,0	0	1	0	74,3	75,4
Todennäköisyys	7	11,1	4	3	0	69,1	57,6
	Keskiarvoeron merkitsevyys $p = 0{,}018$						

11.2.1.3 Osaaminen eri suoritusodotusten suhteen

Sisältöalueiden ohella tehtävien osaamista on syytä tarkastella myös suoritusodotusten suhteen. Edellä käsitellyn perusteella suomalaiset oppilaat osasivat esimerkiksi murtolukujen perusominaisuuksia selkeästi paremmin kuin niiden laskutoimituksia ja vastaava oli nähtävissä myös desimaalilukujen kohdalla. Onkin hyvä tarkastella näitä ilmiöitä kaikkien sisältöalueiden läpi.

Taulukossa 11.32 on esitelty tehtäväsijoitusten jakautumista suoritusodotusten suhteen. Suoritusodotusluokista perusmenetelmien käyttö tarkoittaa esimerkiksi peruslaskutoimituksien käyttöä ja mekaanista yhtälönratkaisua. Monimutkaisempien menetelmien käyttöön kuuluu esimerkiksi matemaattisten objektien vertailu, tulosten arviointi, tietojen käyttö ja luokittelu. Kuten taulukosta näkyy, eniten tehtäviä liittyi suoritusodotukseen ongelmanratkaisu. Nämä tehtävät olivat hyvin eritasoisia niin sisällöltään kuin vaikeudeltaan. Useimmat tehtävistä olivat sanallisia peruslaskutoimituksia vaativia tehtäviä, mutta joukossa oli myös tehtäviä, joissa tuli esimerkiksi kuvion tai taulukon tietojen pohjalta ratkaistava kysytty asia.

Taulukko 11.32.
Suomalaisten sijoitukset eri suoritusodotuksiin liittyvissä tehtävissä.

Suoritusodotus	Tehtäviä	Sijoitus-keskiarvo	Sijoitukset 1.–10.	Sijoitukset 11.–25.	Sijoitukset 26.–38.	Suomen ratkaisu %	Kansain-välinen %
Esittäminen	20	14,2	9	8	3	61,0	53,6
Vastaavuuksien tunnistaminen	6	29,0	0	2	4	38,4	49,6
Tietäminen	8	25,1	1	3	4	46,3	52,8
Perus-menetelmien käyttö	25	22,8	2	11	12	50,6	55,2
Monimutkai-sempien menetelmien käyttö	33	9,3	22	10	1	72,6	58,5
Ongelman-ratkaisu	63	14,2	25	32	6	53,8	47,7
Ennustaminen	7	14,0	2	5	0	54,7	46,5
	Keskiarvoeron merkitsevyys p = 0,000						

Erityisen kiinnostavia ovat perusmenetelmien ja monimutkaisempien menetelmien käyttöön, esittämiseen sekä ongelmanratkaisuun liittyvä tulokset, koska näistä suoritusodotuksista kuhunkin liittyi vähintään 20 tehtävää. Suoritusodotusten välillä oli selkeät keskiarvoiset sijoituserot: monimutkaisempien menetelmien kohdalla keskiarvosijoitus oli 9., ongelmanratkaisun sekä esittämisen kohdalla 14. ja perusmenetelmien kohdalla 23. Sijoituksien jakautumisen tarkastelu tuo vielä selvemmin erot esille: Melkein puolet monimutkaisempien menetelmien käyttöön, ongelmanratkaisuun ja esittämiseen liittyvistä tehtävistä olivat sellaisia, että suomalaiset sijoittuivat kymmenen parhaan maan joukkoon, kun perusmenetelmien käyttöön liittyvistä 25 tehtävästä vain kahden mittaamistehtävän kohdalla yllettiin tähän. Toisaalta melkein puolet perusmenetelmien käyttöön liittyvistä tehtävistä olivat sellaisia, että suomalaisten osaaminen niiden kohdalla sijoittui tutkimuksen heikoimpien maiden joukkoon (sijoitukset 26.–38.), kun ongelmanratkaisuun, esittämiseen ja monimutkaisempien menetelmien käyttöön liittyvien tehtävien kohdalla tällaisia oli vain hyvin vähän.

Muihin taulukossa 11.32 esitettyihin suoritusodotusluokkiin liittyi kuhunkin alle kymmenen tehtävää, joten niitä koskevien tulosten perusteella ei voi tehdä kovin pitkälle meneviä johtopäätöksiä. On kuitenkin huomion arvoista, että matemaattisten vastaavuuksien tunnistamisessa ja faktatietojen osaamisessa (*tietäminen*) suomalaiset olivat tässä tutkimuksessa varsin heikkoja (keskiarvosijoitukset 29. ja 25.). Näiden suoritusodotusten tehtävät liittyivät lähinnä algebrallisiin merkintätapoihin, geometriaan ja murto- ja desimaalilukuihin, joten ongelmia esiintyi useammalla sisältöalueella. Ennustamisen tehtävät liittyivät pääasiassa lukujonojen jatkamiseen sekä todennäköisyyden tai kuvaajan perusteella tuloksen "ennustamiseen". Nämä tehtävät suomalaiset osasivat siis vähintään keskitasoisesti ja usein paremminkin (keskiarvosijoitus 14.).

Tulokset vahvistavat sisältöalueiden yhteydessä saatua käsitystä, että suomalaiset hallitsivat melko hyvin esimerkiksi ongelmatehtävien ratkaisemisen, tilastotietojen käytön ja laskutoimitusten arvioinnin, mutta tarvittaessa tarkempia laskuteknisiä taitoja, kuten peruslaskutoimitukset ja mekaaninen yhtälönratkaisu, suomalaisten osaaminen oli huomattavasti heikompaa maailmalla oleviin ikätovereihin verrattuna. Oppimismahdollisuuksien tarkastelun perusteella tuloksissa yllättää lähinnä perusmenetelmien osaamisen heikkous. Perusmenetelmien käyttö oli oppikirjojen yleisin suoritusodotus (kuvio 11.16), joten oppilaiden olettaisi hallitsevan nämä taidot. Tulokset ovat kuitenkin erittäin hyvin sopusoinnussa *Opetussuunnitelman perusteissa* asetettujen tavoitteiden kanssa. Tavoitteissa korostetaan ongelmanratkaisutaitojen merkitystä ja samalla mekaanista laskemista tulisi vähentää. Tulokset näyttäisivät siis heijastavan tätä suuntausta.

11.2.1.4 Yhteenvetoa osaamisesta kansainvälisessä vertailussa

Tulokset antavat selviä viitteitä suomalaisten 7.-luokkalaisten vahvuuksista ja heikkouksista matematiikan osaamisessa kansainvälisessä vertailussa. Vahvuusalueita esiintyi usean sisältökokonaisuuden sisällä: Lukujen ja laskutoimitusten puolella osattiin hyvin murto- ja desimaalilukujen perusominaisuudet (esittäminen, suuruusjärjestys), sekä laskutoimitusten arviointi ja lukujen pyöristäminen. Mittaamisen perusteet (yksiköt, mittaustarkkuus) osattiin myös hyvin ja geometrian puolella oli viitteitä koordinaattien sekä kolmiulotteisen hahmottamisen melko hyvästä osaamisesta. Erityisen vahvaa suomalaisten osaaminen oli tilastojen, kuvaajien ja diagrammien tulkinnan kohdalla.

Valitettavasti tuloksissa näkyy myös selkeitä heikkouksia suomalaisten 7. luokan oppilaiden matematiikan taidoissa. Jos kriteerinä hyvälle osaamiselle pidetään sijoittumista 10 parhaan maan joukkoon, niin kansainvälisessä vertailussa melko heikosti osattujen sisältöalueiden lista oli varsin pitkä: Murto- ja desimaalilukujen laskutoimitukset sekä näiden lukujen välinen yhteys, verranto, kuvioiden piiri ja pinta-ala, tasogeometrian perusteet, yhtenevyys, yhdenmuotoisuus ja symmetria, sekä melkein kaikki algebran osa-alueet. Osalle tapauksista löytyy kuitenkin "helppoja" selityksiä, sillä esimerkiksi algebran osa-alueita oli vielä 7. luokan loppuun mennessä opetettu vasta varsin vähän. Tämä selitys toimii ainakin osittain myös yhtenevyyden ja yhdenmuotoisuuden sekä symmetrian kohdalla.

Loppujen lopuksi TIMSS 1999 -tutkimuksen matematiikan tulokset näyttävät hyvin pitkälti siltä, mitä niiden voi olettaa olevan matematiikan kirjoitetun opetussuunnitelman perusteella. Kirjoitetun opetussuunnitelman suuntauksena on jo kauan ollut mekaanisen laskennan vähentäminen ja opetuksen ongelmakeskeisyyden korostaminen (Kouluhallitus 1985; Opetushallitus 1994). Nyt analysoiduissa oppikirjoissa (mahdollisessa opetussuunnitelmassa) tämän ohjeen vaikutus näkyi lähinnä sanallisten tehtävien suurena määränä. Oppimistulosten mukaan suomalaiset 7.-luokkalaiset menestyivät melko hyvin sanallisissa ongelmanratkaisua sisältävissä tehtävissä, mutta mentäessä mekaanisiin laskutoimituksiin menestys oli heikko. Vuoden 1994 *Opetussuunnitelman perusteet* ohjasi selkeästi käsittelemään asioiden matemaattisia esitystapoja, mikä oppikirjoissa näkyi runsaana kuvaajien ja tilastojen käyttönä. Siten suomalaisten hyvä menestys tilastojen ja kuvaajien tulkinnassa oli myös hyvin ymmärrettävää.

Nyt saatujen tulosten perusteella näyttää siis siltä, että kouluissa on noudatettu *Opetussuunnitelman perusteissa* esitettyjä opetuksen suuntaviivoja, mutta mekaanisten laskutaitojen suhteessa heikko osaaminen on ollut tämän kehityksen valitettava sivutulos. Erityisesti tämä tulos korostuu desimaalilukujen kohdalla, mihin osaltaan voi vaikuttaa laskimen käytön lisääntyminen suomalaisessa matematiikan opetuksessa. Tutkimuksen kokeissa ei saanut käyttää laskinta, joten laskut täytyi suorittaa perinteisillä laskumenetelmillä. Tulokset antavat huomattavasti lisätutkimuksen ja pohdinnan aiheita: laskutoimituksien arviointi ja lukujen pyöristäminen osataan hyvin, mutta tarkat laskutoimitukset tuottavat ongelmia. Tällaisen pohjan päälle matematiikan edistyneempien ja usein abstraktimpien sisältöjen opetus kuulostaa erittäin vaikealta tai jopa mahdottomalta ajatukselta.

Algebran osalta tulokset herättävät myös suuria opetussuunnitelman sisältöön liittyviä kysymyksiä. Suomessa algebran opetus on hyvin pitkälti jätetty luokille 7.–9. Tulosten valossa algebran osaaminen olikin vielä hyvin heikkoa 7. luokalla verrattuna kansainvälisiin ikätovereihin, joista useimmat olivat luokalla 8. Muualla siis algebraa oli jo opetettu vastaavan ikäisille oppilaille ja hyvinkin tuloksin. Pitäisikö siis Suomessakin osa algebran opetuksesta siirtää aikaisemmille luokille? Mielenkiintoiseksi asian tekee myös se, että yleisimmin käytetyissä oppikirjoissa esiintyy yksi täysin muista poikkeava ratkaisu, jossa algebran perusteita (yksinkertaisia yhtälöitä) käsitellään jo 5. luokan oppikirjassa. Muut ovat jättäneet sisältökokonaisuuden 7.–9. luokkien käsiteltäväksi.

11.2.2 Eri oppikirjoja käyttäneiden oppilaiden oppimistulokset

Seuraavaksi tarkastellaan eri oppikirjoja 7. luokalla käyttäneiden oppilaiden oppimistuloksia TIMSS 1999 -tutkimuksessa (alaongelma 2.2). Aluksi tätä asiaa tarkastellaan matematiikan yleispistemäärän, sekä sisältökokonaisuuksien osaamista kuvaavien pistemäärien avulla (PV-arvot). Tämän jälkeen siirrytään tarkastelemaan yksittäisten sisältöalueiden ja niiden alaluokkien osaamista tehtäväryhmien sekä yksittäisten tehtävien tasolla.

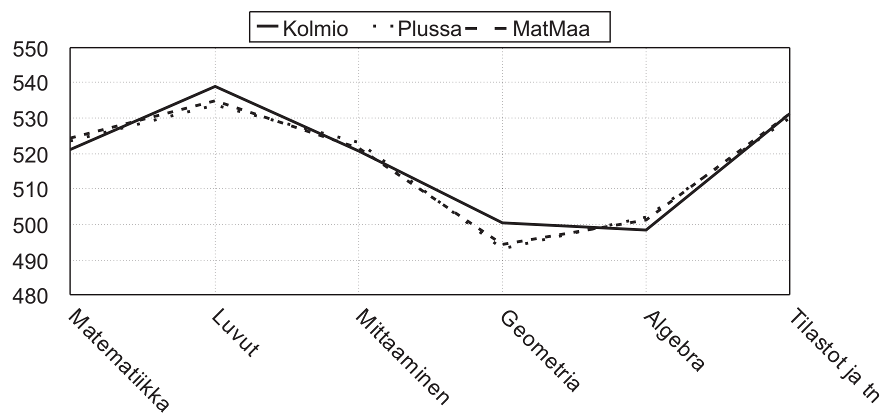
11.2.2.1 Yleisosaaminen ja sisältökokonaisuudet

Matematiikan yleisosaamista katsottaessa eri oppikirjoja 7. luokalla käyttäneet oppilasryhmät olivat TIMSS 1999 -tutkimuksessa erittäin tasaisia. Erot eri oppikirjaa 7. luokalla käyttäneiden välillä eivät olleet tilastollisesti merkitseviä. Sama päti myös sisältökokonaisuuksien osaamiseen (taulukko 11.33 ja kuvio 11.21).

Taulukko 11.33.
Eri kirjojen käyttäjien verrannetut pistemäärät ja keskivirheet TIMSS 1999 -tutkimuksessa.

	Vastanneet	Matematiikka	Luvut	Mittaaminen	Geometria	Algebra	Tilastot ja tn
Kolmio	955	520,9	538,7	520,7	500,4	498,4	531,3
		(2,1)	(2,5)	(2,4)	(3,2)	(2,2)	(3,5)
Plussa 1	608	523,5	533,8	523,2	493,3	502,1	529,9
		(2,7)	(3,1)	(3,0)	(3,9)	(2,8)	(4,2)
MatMa1	405	524,4	534,9	521,5	494,4	501,2	531,0
		(3,0)	(4,2)	(3,4)	(5,1)	(3,5)	(5,3)
Yhteensä	1968	522,4	536,4	521,7	497,0	500,1	530,8
		(1,5)	(1,8)	(1,7)	(2,2)	(1,6)	(2,4)

Suurin ero pistemäärissä esiintyi geometriassa, jossa Kolmiota käyttäneiden keskiarvo oli 500,4 pistettä, kun Plussaa käyttäneiden keskiarvo oli 493,3. Tämäkään ero ei ollut tilastollisesti merkitsevä. Kaikkien muiden sisältökokonaisuuksien sekä matematiikan yleisosaamisen kohdalla pistekeskiarvojen erot olivat muutaman pisteen luokkaa, mikä kuvastaa hyvin tulosten tasaisuutta. Suomen koululaitoksen kannalta tämä on tietenkin hyvä tulos, sillä onhan tasa-arvoisuus yksi suomalaisen perusopetuksen periaatteista.



Kuvio 11.22.
Eri kirjojen käyttäjien verrannetut pistemäärät TIMSS 1999 -tutkimuksessa.

11.2.2.2 Sisältöalueiden osaaminen

Edellä yleispistemäärien tasolla esiteltyjä oppimistuloksia käsitellään seuraavassa yksityiskohtaisemmin tarkastellen eri oppikirjaa 7. luokalla käyttäneiden oppilaiden osaamista sisältöalueittain. Tässä tarkastelussa käytetään niin koko sisältöalueen osaamista kuvaavia tunnuslukuja kuin yksittäisten tehtävien ratkaisuprosentteja. Sisältöalueiden osaamista kuvaavat tunnusluvut on muodostettu yksinkertaisesti laskemalla yhteen tehtäväkohtaiset ratkaisuprosentit. Käytännössä siis sisältöalue- ja tehtäväryhmäkohtaiset tunnusluvut kuvaavat sitä, kuinka monta tehtävää tiettyä oppikirjaa käyttänyt oppilas keskiarvoisesti oli ratkaissut oikein kyseiseen ryhmään kuuluvista tehtävistä.

Luvut ja laskutoimitukset

Luvut ja laskutoimitukset sisältökokonaisuuden kohdalla oppikirja-analyysin ja opettajilta kysyttyjen tietojen pohjalta voi olettaa, että Kolmio-kirjan käyttäjät osaisivat tehtäviä hieman muita paremmin ja erityisesti ero tulisi esille murtolukutehtävien kohdalla. Tämä siitä syystä, että Kolmio-kirja oli ainoa analysoiduista 7. luokan kirjoista, jossa murtoluvut kerrataan melko perusteellisesti. Edellä taulukossa 11.33 esitettyjen tulosten mukaan Kolmio-kirjaa käyttäneiden oppilaiden pistemäärät olivat hieman muita parempia lukuja ja laskutoimituksia käsittelevien tehtävien kohdalla, mutta erot eivät olleet tilastollisesti merkitseviä. Oppimismahdollisuuksien perusteella on kuitenkin

Taulukko 11.34.
Eri oppikirjoja käyttäneiden oppilaiden osaaminen *luvut ja laskutoimitukset* -sisältöalueilla.

		Luvut ja laskut		**Murtoluvut**		**Murtol. laskut.**		**Desimaaliluvut**		**Desim. laskut**	
	koulut	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe
Kolmio	48	36,5	2,3	8,9	0,4	4,6	0,5	2,1	0,1	6,1	0,5
Plussa	37	35,1	2,6	8,8	0,4	3,9	0,5	1,9	0,1	6,0	0,6
MatMa1	20	35,1	3,5	8,5	0,6	3,7	0,7	2,2	0,2	5,9	0,7
Tehtävien määrä		60		12		9		3		11	

mahdollista, että jollakin sisältöalueella tilastollisesti merkitseviä eroja voi esiintyä.

Taulukossa 11.34 nähtävät tulokset vahvistavat jo edellä PV-arvojen avulla esitetyn tuloksen, että luvut ja laskutoimitukset sisältökokonaisuuden osaamisessa ei ollut suuria eroja eri oppikirjaa käyttäneiden oppilaiden välillä. Kuitenkin joidenkin yksittäisten sisältöalueiden osaamisessa esiintyi joitakin viitteitä pienistä eroista. Taulukossa esitettyjen lukujen mukaan Kolmio-kirjaa käyttäneiden oppilaiden tehtäväkohtaisten ratkaisuprosenttien summa vastasi sitä, että keskimäärin tätä kirjaa käyttäneet oppilaat olisivat ratkaisseet oikein 36,5 tehtävää luvut ja laskutoimitukset sisältökokonaisuuden 60 tehtävästä. Tämä luku on siis yksittäisten ratkaisuprosenttien summa ja todellisuudessa kukin oppilas vastasi vain osaan sisältökokonaisuuden tehtävistä. Tällä tavalla laskettaessa Plussa- ja Matematiikan maailma -kirjojen käyttäjät ratkaisivat keskimäärin noin yhden tehtävän vähemmän oikein kuin Kolmio-kirjan käyttäjät, mutta tämä ero mahtuu kuitenkin pistemäärän virherajojen sisälle.

Tulokset kuitenkin näyttävät, minkä sisältöalueen kohdalla tämä yhden tehtävän ero näyttäisi pääasiassa muodostuvan: Ero on syntynyt erityisesti murtolukujen laskutoimituksia koskevien tehtävien kohdalla, sillä Kolmio-kirjaa käyttäneet olivat osanneet laskea näistä tehtävistä keskimäärin juuri noin yhden enemmän kuin muiden kirjojen käyttäjät.

Muiden murtolukutehtävien kohdalla erot eri kirjaryhmien välillä olivat selkeästi pienemmät ja muiden luvut ja laskutoimitukset sisältökokonaisuuden sisältöalueiden kohdalla erot olivat merkityksettömät, mistä taulukossa 11.34 ovat esimerkkinä desimaalilukujen ominaisuuksia ja niiden laskutoimituksia koskevat tulokset. Desimaalilukujen ominaisuuksiin ja erityisesti suuruusjärjestykseen liittyvien tehtävien kohdalla Plussa-kirjan käyttäjien suoritukset tosin olivat hieman muita heikompia, mutta näiden tehtävien vähäinen määrä (3) ei oikeuta kovin pitkälle menevien päätelmien tekemiseen.

Kaiken kaikkiaan oletus Kolmio-kirjan käyttäjien muita hieman paremmista suorituksista erityisesti murtolukujen kohdalla näytti siis pitävän edellä esitettyjen tulosten valossa paikkansa. Tehtävien ratkaisuprosenttien kohdalla havaittu ero käytännössä tarkoittaisi keskimäärin noin 10 prosenttiyksikön eroa Kolmio-kirjan käyttäjien hyväksi, mitä voitaneen jo pitää melko suurena. Käytännössä erot vaihtelivat eri tehtävien kohdalla hyvinkin paljon. Seuraavassa saatuja tuloksia havainnollistetaan esimerkkitehtävien avulla. Koska eroja havaittiin erityisesti murtolukujen kohdalla, useimmat esimerkkitehtävistä koskevat niitä.

Murtolukujen jakolasku

Koko tutkimuksen selkein osaamisero eri oppikirjaryhmien välillä esiintyi yksinkertaisen murtolukujen jakolaskutehtävän kohdalla:

Esimerkki 11.1.

$$\frac{6}{55} \div \frac{3}{25} =$$

Taulukko 11.35.
Eri oppikirjoja käyttäneiden oppilaiden osaaminen murtolukujen jakolaskutehtävässä.

Oppikirja	Vastanneet	Oikein % (keskivirhe)	Väärin % (keskivirhe)
Kolmio	112	38,3 (4,3)	61,6 (4,3)
Plussa	80	5,0 (2,3)	95,0 (2,3)
MatMa1	50	0,0 (0,0)	100,0 (0,0)
Kv. keskiarvo		44,6	55,4

Selvästi parhaiten tehtävän osasivat Kolmio-kirjaa 7. luokalla käyttäneet. Heistä kysymykseen vastasi 112 oppilasta, joista tehtävän ratkaisi oikein 38,4 % (taulukko 11.35). Plussa-kirjaa käyttäneistä ainoastaan 5,0 % osasi tehtävän ja Matematiikan maailma -kirjaa käyttäneistä yksikään ei osannut tehtävää. Tulos ei kuitenkaan tehdyn oppikirja-analyysin valossa ole yllättävä. Analysoiduista 5. ja 6. luokan oppikirjoista ainoastaan Plussa 6 -kirjassa käsiteltiin murtoluvun jakaminen toisella murtoluvulla. Vastaavasti 7. luokan kirjoista ainoastaan Kolmio-kirjassa käsiteltiin laajemmin murtolukuja ja tässä yhteydessä myös niiden jakolasku. Jos näitä oppikirjoja käytettäessä oli siis pysytty oppikirjoissa olevissa sisältöalueissa, murtolukujen jakolasku oli opetettu ainoastaan osalle oppilaista 7. luokan loppuun mennessä. Tulosten mukaan Kolmio-kirjan mukaan opetettaessa tehty asian kertaus tai useissa tapauksissa ensimmäistä kertaa opetus näyttäisi tuottaneen kohtalaisia oppimistuloksia.

Tehtävän keskiarvoinen ratkaisuprosentti Suomessa oli 17,2. Tämä oli samaa tasoa kuin KASSEL-tutkimuksessa vuonna 1995 saatu tulos 15 % vastaavanlaisessa murtolukujen jakolaskua koskevassa tehtävässä 8. luokan syksyllä (Soro & Pehkonen 1998). Tuolloin tutkijoiden mukaan murtolukujen jakolasku oli opetettu ala-asteen aikana ja kerrattu 7. luokan aikana. Koska nyt näyttää siltä, että suurelle osalle oppilaita murtolukujen jakolaskua ei ole 7. luokan loppuun mennessä opetettu lainkaan, tehtävän kohdalla saatua tulosta TIMSS 1999 -tutkimuksessa voidaan pitää jopa yllättävän hyvänä.

Murtolukujen vähennyslasku

Murtolukujen vähennyslaskua koskevan tehtävän tulokset olivat varsin yllätykselliset verrattuna esimerkiksi edellä esitettyihin jakolaskua koskeviin tuloksiin.

Esimerkki 11.2.

Mikä on lausekkeen $\frac{4}{5} - \frac{1}{3} - \frac{1}{15}$ arvo?

A. $1/5$ **B.** $2/5$ **C.** $7/15$ **D.** $3/4$ **E.** $4/5$

Taulukko 11.36.
Murtolukujen vähennyslaskutehtävän tulokset. Oikein B.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%) (keskivirhe)	C (%)	D (%)	E (%)
Kolmio	123	3,4	53,4 (4,8)	37,8	3,7	1,4
Plussa	69	3,7	54,3 (6,4)	24,3	8,4	9,4
MatMa1	45	1,5	53,1 (9,4)	33,7	6,8	1,2
Kv. keskiarvo		5,2	52,0	30,5	4,1	4,3

Taulukon 11.36 tuloksista näkyy selvästi, että murtolukujen vähennyslaskua käsitelleen tehtävän kohdalla oikeiden vastausten osuus oli melkein sama jokaisella kirjaryhmällä. Tätä voidaan pitää yllättävänä tuloksena, koska murtoluvut kerrattiin ainoastaan Kolmio-kirjassa. Vastaavanlaisessa kolmen murtoluvun yhteenlaskutehtävässä Kolmio-kirjan käyttäjät olivat selkeästi muita parempia: Kolmion käyttäjistä yli puolet ratkaisi tehtävän oikein, kun taas muita kirjoja käyttäneistä yli puolet oli valinnut väärän vastauksen käyttäen virheellistä laskutapaa, jossa osoittajat ja nimittäjät lasketaan yhteen, esimerkiksi

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2+5}{3+6} = \frac{7}{9}$$

Vähennyslaskussa tätä yleistä virhettä vastaavaa virheellistä vaihtoehtoa ei ollut mukana, mikä ehkä osaltaan vaikutti tulosten tasaisuuteen. Toisaalta kokeessa mukana olleessa kerto- ja yhteenlaskua sisältävässä tehtävässä Kolmio-kirjan käyttäjät osoittivat jopa muita heikompaa osaamista, vaikkakin ero muihin oli pieni. Siis vaikka keskiarvoisesti Kolmio-kirjan käyttäjät osoittivat hieman muita parempaa osaamista murtolukujen laskutoimitusten kohdalla (taulukko 11.34), tehtävien joukosta löytyi jopa vastakkaisia esimerkkejä.

Koriin jäävien kirsikoiden osuus

Seuraavaksi käsitellään esimerkki kokeen sanallisista murtolukutehtävistä.

Esimerkki 11.3.

Roope ja Timo ottivat korista kirsikoita. Roope otti $\frac{1}{3}$ ja Timo $\frac{1}{6}$ kirsikoista. Kuinka suuri osa kirsikoista jäi koriin?

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{1}{18}$

Taulukko 11.37.

Esimerkkitehtävän 1.3. vastauksien prosenttiosuudet. Oikein A.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%)	D (%)
Kolmio	116	58,2 (5,4)	21,3	8,1	10,9
Plussa	75	43,4 (5,6)	26,7	14,3	12,4
MatMa1	52	44,4 (10,0)	30,8	13,3	11,6
Kv. keskiarvo		45,5	17,9	11,2	20,2

Taulukosta 11.37 nähdään, että Kolmio-kirjan käyttäjät olivat tämän murtolukutehtävän kohdalla hieman muita parempia. Mielenkiintoinen huomio virheellisten vastausten osalta on, että vaihtoehdon D. 1/18 valitsi suunnilleen yhtä suuri osuus kaikissa oppikirjaryhmistä (eli myös Kolmion käyttäjistä). Valitettavasti tulosten perusteella ei voida sanoa, mikä virhekäsitys tähän vastaukseen johtaa, vai onko kysymyksessä ”valistunut” arvaus (3·6=18).

Jäljelle jäävä rahamäärä

Viimeisenä murtolukutehtävänä esitellään sanallinen avoin tehtävä, jossa siis oppilaille ei tarjottu valmiita vastausvaihtoehtoja.

Esimerkki 11.4.
Lauralla oli 240 mk. Hän käytti siitä $\frac{5}{8}$. Kuinka paljon hänelle jäi rahaa jäljelle?

Taulukko 11.38.
Jäljelle jäävä rahamäärä -tehtävän prosentuaalinen vastausjakauma.

Oppikirja	Vastanneet	Oikein (90) (keskivirhe)	Väärin (150)	Muu väärä	Tyhjä
Kolmio	116	50,0 % (6,1)	14,9 %	29,2 %	5,9 %
Plussa	75	51,8 % (4,5)	9,2 %	31,7 %	7,3 %
MatMa1	52	40,2 % (9,1)	21,1 %	34,4 %	4,4 %
Kv. keskiarvo		30,0	21,6	36,7	11,3

Taulukosta 11.38 näkee rahamäärä-tehtävän vastausten jakautumisen eri luokkiin. Tehtävän kohdalla yllättävintä oli, että Plussa-kirjan käyttäjät osasivat sen yhtä hyvin kuin Kolmio-kirjan käyttäjät. Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät osasivat tehtävän hieman muita kahta oppikirjaryhmää heikommin, mutta johtuen oikeiden vastausten keskivirheen suuruudesta (Matematiikan maailma -kirjan kohdalla 9,1) eroa voi pitää lähinnä suuntaa-antavana. Mielenkiintoista on myös tarkastella virheellisesti vastauksen 150 antaneiden oppilaiden osuuksia. Tehtävässä 150 mk on se rahamäärä, jonka Laura tehtävässä käytti, ja se saadaan yksinkertaisesti laskemalla $\frac{5}{8} \cdot 240 = 150$.

Näin vastanneilla oppilailla on siis todennäköisesti jonkinlainen muistikuva oikeasta laskutavasta, mutta joko he ovat huolimattomasti unohtaneet vähentää saadun 150 alkuperäisestä rahamäärästä, tai kenties he muistavat murto-osan laskemisen kaavan ymmärtämättä sen oikeaa merkitystä. Kaikissa oppikirjaryhmissä reilut 60 % oppilaista vastasi käyttäen todennäköisesti murto-osan laskemistapaa joko oikein (vastaus 90) tai väärin (150), joten siinäkin mielessä osaaminen tämän tehtävän kohdalla oli varsin tasaista.

Pienin desimaaliluku

Viimeisenä luvut ja laskutoimitukset -sisältöalueen tehtäväesimerkkinä esitellään desimaalilukujen suuruusjärjestystä koskeva tehtävä.

Esimerkki 11.5.

Mikä seuraavista luvuista on pienin?

A. 0,625 **B.** 0,25 **C.** 0,375 **D.** 0,5 **E.** 0,125

Taulukko 11.39.

Pienin desimaaliluku -tehtävän vastausvaihtoehtojen osuudet. Oikein E.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%)	D (%)	E (%)
Kolmio	478	14,2	3,2	0,2	9,3	73,0 (2,1)
Plussa	306	19,8	4,6	0,0	11,2	64,0 (4,7)
MatMa1	205	18,9	3,0	0,3	6,5	71,3 (5,6)
Kv. keskiarvo		24,0	3,7	1,5	24,2	45,6

Desimaalilukujen suuruusjärjestystä koskevan esimerkkitehtävän 11.5 kohdalla Kolmio- ja Matematiikan maailma -kirjojen käyttäjät saivat hieman Plussa-kirjan käyttäjiä parempia tuloksia. Myös kahdessa muussa desimaalilukujen suuruusjärjestykseen liittyvässä tehtävässä Kolmio- ja Matematiikan maailma -kirjojen käyttäjät erottuivat hieman Plussa-kirjan käyttäjistä, joten desimaalilukujen ominaisuudet näyttivät olevan hieman paremmin Kolmion ja Matematiikan maailman kuin Plussan käyttäjien mielissä. Tämä oli hyvin sopusoinnussa oppikirja-analyysin tulosten kanssa. Vaikka Kolmio- ja Matematiikan maailma -kirjoissa ei käsitelty suuruusjärjestysasioita, niissä kuitenkin käytettiin enemmän desimaalilukuja kuin Plussa-kirjassa, jonka tehtävissä käytettiin puolestaan enemmän luonnollisia lukuja. Mielenkiintoista kuitenkin oli, että desimaalilukujen laskutoimituksiin liittyvien tehtävien kohdalla eroa ei ollut havaittavissa, vaan joidenkin tehtävien kohdalla Plussan käyttäjät osoittivat jopa parasta osaamista.

Mittaaminen

Mittaaminen oli sisältökokonaisuus, jonka sisältöalueita esiintyi varsin runsaasti analysoiduissa oppikirjoissa. Seitsemännen luokan kirjojen välillä oli kuitenkin selkeitä eroja. Yksiköitä ja perusmittaamista esiintyi selkeästi eniten Kolmio-kirjassa ja vähiten Matematiikan maailma -kirjassa. Kuitenkin myös Matematiikan maailma -kirjassa perusmittaamisen osuus oli noin 10 prosenttia, joten osuus oli melko suuri kaikissa kirjoissa. Opettajien antamat arviot käsittelemiään sisältöalueita koskien (taulukko 11.24) viittasivat osaltaan siihen, että perusmittaamisen, mittaustulosten lukemisen ja mittaustarkkuuden kohdalla oppilaiden oppimismahdollisuudet olivat olleet varsin tasaisia.

Erityisen kiinnostava sisältöalue mittaamisessa oli kuvioiden piirien, pinta-alojen ja tilavuuksien laskeminen. Kolmio-kirjassa tätä sisältöaluetta ei käsitelty 7. luokan aikana, kun taas muissa kirjoissa aihetta käsiteltiin varsin runsaasti. Kuitenkin Plussa-kirjassa tämä osuus oli kirjan lopussa, ja opettajien 7. luokalla opetettuja sisältöalueita koskeneiden vastausten perusteella huomattava osa Plussa-kirjan käyttäjistä ei vielä kokeen ajankohtaan mennessä ollut ehtinyt käydä läpi kirjan pinta-aloihin liittyvää osuutta (taulukko 11.24). Niinpä tämän osuuden kohdalla voidaankin olettaa, että Matematiikan maailma -kirjojen käyttäjät oppimistulokset olisivat hieman Kolmio- ja Plussa-kirjojen käyttäjiä parempia piiriin ja pinta-alaan liittyvien tehtävien kohdalla ja puolestaan perusmittaamiseen liittyvissä tehtävissä eroja ei esiintyisi.

Taulukossa 11.40 esitetyt tulokset ovat joiltakin osin varsin yllättäviä verrattuna edellä esitettyihin PV-arvojen avulla laskettuihin tuloksiin (taulukko 11.33). Taulukossa 11.33 esitetyissä tuloksissa mittaamisen sisältökokonaisuuden osaamisessa ei ollut eroja oppikirjaryhmien välillä. Kuitenkin taulukon

Taulukko 11.40.
Eri oppikirjoja käyttäneiden oppilaiden osaaminen *mittaaminen* -sisältöalueilla

		Mittaaminen		**Yksiköt, mitta**		**Piiri, pinta-ala**	
	koulut	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe
Kolmio	48	12,8	0,9	8,2	0,4	4,6	0,5
Plussa	37	12,9	1,1	7,9	0,5	5,1	0,6
MatMa1	20	14,1	1,5	8,4	0,6	5,7	0,9
Tehtävien määrä		24		11		13	

11.40 tuloksissa Matematiikan maailma -kirjan käyttäjien osaaminen oli odotusten mukaisesti hieman muita parempaa, mutta keskivirheiden valossa tuloksia ei voi pitää tilastollisesti merkitsevinä.

Tärkein tulos taulukossa 11.40 on joka tapauksessa nähtävissä piirin, pinta-alan ja tilavuuden laskemisen kohdalla. Tällä sisältöalueella Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät osoittivat muita parempaa osaamista, mikä nimenomaan olikin oletuksena oppimismahdollisuuksien analyysin perusteella. Erityisesti noin 10 prosenttiyksikön eroa tehtävää kohti Kolmio-kirjan käyttäjiin verrattuna voi jo pitää huomattavana (keskimäärin 1,1 tehtävää enemmän oikein 13 tehtävästä).

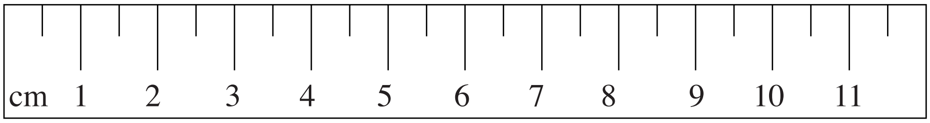
Perusmittaamisen osalta tulokset olivat myös hieman yllättävät oppikirja-analyysin pohjalta. Plussa-kirjan käyttäjien tulokset olivat hieman muita heikommat, vaikka oppikirja-analyysin mukaan Plussa-kirjassa mittaamista käsiteltiin selvästi Matematiikan maailma -kirjaa enemmän. Tämä tulos korostaa entisestään varovaisuutta, jota on käytettävä ennustettaessa osaamista oppikirja-analyysin tulosten pohjalta: Ensinnäkin asiat voidaan käsitellä pienessäkin kirjan osuudessa hyvin ja toisaalta käytetty sisältöalueiden luokitusrunko oli ”harva” siinä mielessä, että esimerkiksi mittaamisen sisältöalueeseen kuului hyvinkin erilaisia yksittäisiä asioita. Itse asiassa tehtävien lähemmän tarkastelun yhteydessä paljastuikin, että tutkimuksen mittaaminen-sisältöalueen tehtävien asiat olivat parhaiten esillä Matematiikan maailma- ja Kolmio-kirjoissa. Plussa-kirjan käyttäjien hieman heikompi tulos ei siten välttämättä ollutkaan yllätys.

Kaiken kaikkiaan voidaan kuitenkin todeta, että erityisesti piirin ja pinta-alan laskemista koskevat oppimistulokset puoltavat osaltaan oppikirjojen merkityksen huomioimista selityksiä etsittäessä. Erityisesti tilanteet, joissa asia toisissa oppikirjoissa käsitellään ja toisissa ei, näyttävät ainakin jossain määrin heijastuvan mitattuihin oppimistuloksiin. Seuraavaksi havainnollistetaan osaamiseroja muutaman esimerkkitehtävien avulla.

Viivaimen mittaustarkkuus

Ensimmäisenä esimerkkitehtävänä esitetään yksinkertainen mittaustarkkuuteen liittyvä monivalintatehtävä.

Esimerkki 11.6.



Millä tarkkuudella voi yllä olevan kaltaisella viivaimella mitata?

A. millimetrin **B.** puolen millimetrin

C. senttimetrin **D.** puolen senttimetrin

Taulukko 11.41.
Viivaimen mittaustarkkuus -tehtävän vastausjakauma. Oikein D.

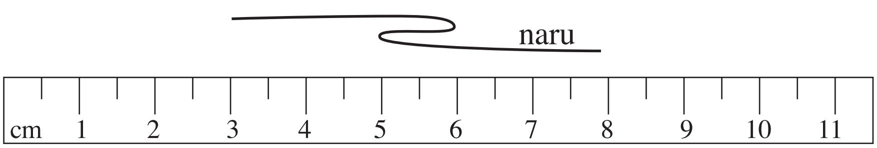
Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%)	D (%) (keskivirhe)	Tyhjät
Kolmio	355	2,2	3,1	12,3	79,1 (1,9)	3,4
Plussa	224	1,5	6,3	9,0	80,3 (2,6)	3,0
MatMa1	146	2,0	2,7	4,1	85,9 (2,2)	5,3
Kv. keskiarvo		9,8	5,3	33,1	48,8	1,1

Oppikirja-analyysin perusteella oli melko odotettua, että Matematiikan maailma -kirjan käyttäjien tulokset viivaimen mittaustarkkuutta koskevan tehtävän kohdalla olivat hieman muita parempia, sillä kirjassa graafisten esitysten osuus oli muita suurempi. Käytännössä kuitenkin havaittu 5 prosenttiyksikön ero on virheisiin suhteutettuna erittäin pieni. Tehtävän kohdalla Suomen tulokset olivat kaksijakoiset: Suomalaisten osaaminen oli kaikkien maiden parasta (80,5 %), mutta samalla tehtävään vastaamatta jättäneiden osuus oli melko suuri (3,3 %). Tavallisesti monivalintatehtävin vastaamatta jättäneitä oli hyvin vähän, mutta tämän tehtävän kohdalla heitä oli 3–5 prosenttia oppilaista jokaisessa oppikirjaryhmässä. Vaikka siis yleensä tämä mittaustarkkuutta koskeva tehtävä osattiin erittäin hyvin, niin osalle oppilaista se oli vaikuttanut hyvinkin vieraalta. Eräs mahdollinen selitys vastaamatta jättäneiden osuudelle voi olla, että mittaustarkkuutta ei nyt analysoitujen oppikirjojen mukaan juurikaan käsitelty matematiikan yhteydessä. Siten oppilaat olivat saaneet tietonsa jossain muussa yhteydessä: Eräs mahdollisuus on, että asiaa oli opittu esimerkiksi fysiikan ja kemian yhteydessä, sillä mittaustarkkuudella on keskeinen sija tehtäessä mittauksia luonnontieteissä. Toisaalta pituuden mittaaminen on monelle oppilaalle tuttu asia myös omien kokemusten kautta (esimerkiksi oman pituuden mittaaminen!), joten koulun ulkopuolinen oppiminen voi hyvinkin selittää hyvää tulosta ja toisaalta myös tehtävään vastaamatta jättäneiden osuutta.

Narun pituuden arviointi

Seuraavaksi käsitellään mittojen arviointiin liittyvä tehtävä. Tehtävän tuloksia on myös mielenkiintoista verrata edelliseen tehtävään, sillä siinä käytettiin vastaavanlaista viivainta arvioinnin apuna.

Esimerkki 11.7.



Jos kuvan naru vedetään suoraksi, mikä seuraavista luvuista osuu lähimmäksi sen pituutta?

A. 5 cm **B.** 6 cm **C.** 7 cm **D.** 8 cm

Taulukko 11.42.
Narun pituuden arviointi -tehtävän vastausjakaumat. Oikein C.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%)	D (%)
Kolmio	115	0,5	18,5	48,5 (5,7)	32,5
Plussa	77	1,0	13,1	57,6 (5,9)	28,2
MatMa1	54	0,0	10,6	63,0 (7,3)	26,4
Kv. keskiarvo		3,9	13,9	41,3	38,2

Narun pituuden arviointia vaatineen tehtävän tulokset olivat oppikirjaryhmien välillä hyvin samansuuntaiset kuin esimerkissä 11.6 käsitellyssä viivaimen mittaustarkkuustehtävässä. Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät osoittivat tämänkin tehtävän kohdalla hieman muita parempaa osaamista. Kolmio-kirjan käyttäjien melko selvästikin muita heikompi osaaminen tehtävän kohdalla oli hieman yllättävä tulos. Oppikirja-analyysin mukaan Kolmiossa kuitenkin sekä mittaamista että tilastoja (graafisten kuvioiden tulkintaa) käsiteltiin enemmän kuin Plussassa, joten kirjan käyttäjiltä olisi voinut odottaa hieman parempaa tulosta tehtävän kohdalla.

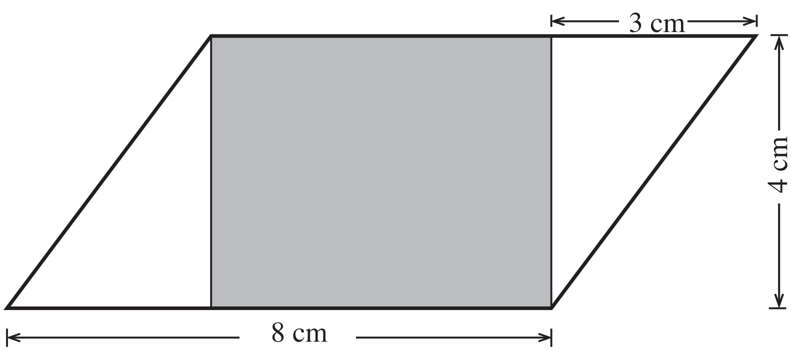
Verrattuna edellä käsitellyn esimerkkitehtävän 11.6 tuloksiin oli erittäin mielenkiintoista, että yksikään oppilas ei jättänyt vastaamatta esimerkin 11.7 pituuden arviointitehtävään. Havainnon mielenkiintoa lisää se, että nimenomaan helpomman tehtävän (11.6 mittaustarkkuus) kohdalla tehtävään vastaamattomien määrä oli suuri. Tilanteen olisi voinut olettaa olevan toisinpäin.

Suunnikkaan sisällä olevan suorakulmion pinta-ala

Mittaamisen sisältökokonaisuuden toisen suuremman kokonaisuuden muodostivat pääasiassa pinta-alaan liittyvät tehtävät. Taulukossa 11.40 esitettyjen tuloksien mukaan Matematiikan maailma -kirjaa käyttäneet oppilaat menestyivät hieman muita paremmin näiden tehtävien kohdalla, mikä olikin odotettua tehdyn oppimismahdollisuuksia kartoittaneen analyysin perusteella. Seuraavassa tätä eroa havainnollistetaan muutaman esimerkkitehtävän avulla.

Esimerkki 11.8.

Kuviossa on varjostettu suorakulmio suunnikkaan sisällä



Mikä on varjostetun suorakulmion pinta-ala?

Taulukko 11.43.
Suorakulmion pinta-ala -tehtävän vastausjakauma.

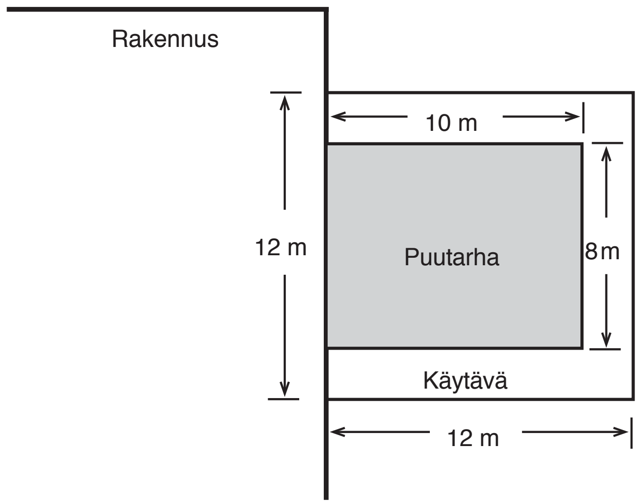
Oppikirja	Vastanneet	Oikein (20) (keskivirhe)	Väärin (32)	Väärin (18)	Muu väärä	Jätetty väliin	Ei ehtinyt
Kolmio	248	50,6% (3,4)	9,1%	4,0%	26,5%	8,6%	1,2%
Plussa	161	61,9% (5,4)	4,8%	3,4%	25,6%	2,1%	2,2%
MatMa1	102	64,2% (5,4)	12,1%	3,7%	12,0%	5,7%	2,2%
Kv. keskiarvo		43,5%	6,7%	2,9%	30,3%	16,6%	9,9%

Taulukossa 11.43 esitettyjen tulosten mukaan suorakulmion pinta-alan laskemisen osaaminen noudatti pitkälti oppikirja-analyysin tulosten antamaa kuvaa. Siis Kolmio-kirjan käyttäjät osasivat asian muita heikommin eron muihin ollessa yli 10 prosenttiyksikköä. Huolimatta siitä, että opettajien mukaan suuri osa Plussa-kirjan käyttäjistä ei vielä koehetkellä ollut ehtinyt käydä läpi pinta-alalaskuja, niin Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät osasivat tehtävän vain hieman Plussa-kirjan käyttäjiä paremmin. Vääriä vastauksia tarkasteltaessa näyttää siltä, että Matematiikan maailmaa käyttäneillä oli kuitenkin hieman muita useammin jonkinlainen muistikuva pinta-alan laskemisesta, sillä vastaus 32 on suunnikaan pinta-ala (kaava kanta kertaa korkeus). Kuvion piiriin (vastaus 18) pinta-alan sekoitti kaikissa kirjaryhmissä noin 3–4 % vastanneista. Tehtävään vastaamatta jättäneitä oli Kolmio-kirjan käyttäjissä hieman muita enemmän, mutta yllättäen myös Matematiikan maailma -kirjan käyttäjistä melko suuri osuus jätti vastaamatta tehtävään.

Puutarhan ympäryskäytävän pinta-ala

Toisena pinta-alaan liittyvänä tehtävänä esitellään monivalintatehtävä, jossa oppilaan piti kuvassa annettujen tietojen avulla ratkaista useammasta suorakulmioista koostuvan kuvion pinta-ala.

Esimerkki 11.9.
Kuvassa on suorakulmion muotoinen puutarha, jonka yhdellä sivulla on rakennus ja jonka kolmea muuta sivua kiertää käytävä.



Mikä on käytävän pinta-ala?
A. 144 m² **B.** 64 m² **C.** 44 m² **D.** 16 m²

Taulukko 11.44.
Ympäryskäytävän pinta-ala -tehtävän vastausjakauma. Oikein B.

Oppikirja	**Vastanneet**	**A (%)**	**B (%) (keskivirhe)**	**C (%)**	**D (%)**
Kolmio	113	15,7	47,4 (4,6)	29,4	6,7
Plussa	80	21,3	45,0 (6,4)	21,0	12,7
MatMa1	51	14,1	46,9 (9,4)	35,6	2,4
Kv. keskiarvo		21,8	41,5	23,7	9,6

Puutarhan ympäryskäytävän pinta-alaa käsittelevä tehtävän kaikki eri oppikirjoja käyttäneet osasivat yhtä hyvin (taulukko 11.44). Se oli kokeen neljästä peruspinta-alatehtävästä ainoa, jonka Kolmio-kirjan käyttäjät osasivat yhtä hyvin kuin muut. Tämän tehtävän kohdalla myös virheellisten vastausten osuuksien tarkastelu on kiinnostavaa. Vastausvaihtoehtoon C. 44 m² päädytään esimerkiksi laskemalla 12·12-10·10=44, missä ei ole huomattu, että puutarha ei olekaan neliön muotoinen. Tätä voidaan pitää lähempänä tehtävän oikeaa ratkaisua olevana vastauksena kuin vaihtoehtoja A. 144 m² ja D. 16 m². Näistä vaihtoehtoon D. 16 m² voidaan päätyä esimerkiksi laskemalla 12·8-10·8=16. Jos katselee tehtävässä annettuja alkuarvoja, pitäisi olla täysin selvää että 16 m² ei voi olla tehtävän ratkaisu. Vastaukseen A. 144 m² päästään laskemalla yksinkertaisesti 12·12=144, eli ratkaisu on varsin kaukana oikeasta.

Matematiikan maailma -kirjan käyttäjistä vaihtoehdon C. 44 m² valinneiden osuus oli selkeästi suurempi kuin muissa kirjaryhmissä. Tämänkin pinta-alatehtävän kohdalla oli siis nähtävillä viitteitä Matematiikan maailma -kirjan käyttäjien muita paremmasta osaamisesta, vaikka oikeiden vastausten osuudesta tätä ei voinut havaita.

Geometria

Oppikirja-analyysin pohjalta geometrian osaamisen voi olettaa hyvin tasaiseksi eri oppikirjakäyttäjäryhmien välillä. Kaikissa 7. luokan oppikirjoissa käsitellään erityisesti monikulmioita sekä melko laajasti myös koordinaatistoa sekä tasogeometrian perusteita. Symmetria ja yhtenevyys saavat kirjoissa vähän huomiota, mutta näiden aiheiden osuudet eri kirjoissa ovat varsin tasaiset. Opettajakyselyn tuloksien valossa (taulukko 11.24) oli kuitenkin mahdollista, että Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät voisivat saada hieman muita parempia tuloksia juuri symmetrian ja yhtenevyyden kohdalla, sillä opettajien mukaan he olivat koehetkellä ehtineet käydä läpi nämä sisältöalueet muita paremmin.

Taulukko 11.45.
Eri oppikirjoja käyttäneiden oppilaiden osaaminen *geometria* -sisältöalueilla.

		Geometria		**Koordinaatit**		**Tasogeometria**		**Symmetria, yhtenevyys**	
	koulut	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe
Kolmio	48	12,6	0,9	2,7	0,2	3,1	0,3	5,3	0,4
Plussa	37	12,6	1,1	2,8	0,2	3,0	0,3	5,2	0,5
MatMa1	20	12,3	1,3	2,8	0,3	2,8	0,4	5,0	0,6
Tehtävien määrä		22		4		6		10	

Oppilaiden osaaminen geometrian sisältökokonaisuuden kohdalla näyttikin erittäin tasaiselta (taulukko 11.45). Eroja esiintyi ainoastaan muutaman yksittäisen tehtävän kohdalla, mutta tarkasteltaessa vähänkin suurempia tehtäväryhmiä eroja ei ollut lainkaan. Myös symmetrian ja yhtenevyyden kohdalla tulokset olivat tasaisia ja vastoin odotuksia Matematiikan maailma -kirjan käyttäjien tulokset olivat jopa hieman muita heikompia.

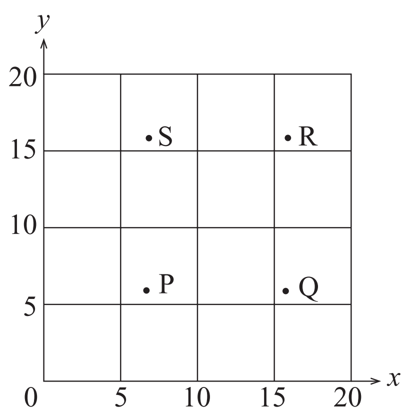
Seuraavassa esitellään muutama tehtävä, jotka selventävät millaisia geometrian tehtäviä TIMSS 1999 -tutkimuksessa oli. Samalla ne havainnollistavat geometrian osaamista, vaikka oppikirjaryhmien välillä eroja ei juuri esiintynytkään.

Pisteen koordinaatit

Aluksi esitellään yksi kokeen koordinaattigeometrian tehtävistä. Sikäli koordinaatisto ei kuvaa kovin hyvin tämän sisältöalueen tehtäviä, että niistä kaksi käsitteli lähinnä lukusuoralle sijoitettuja pisteitä. Suomalaisen matematiikan opetussuunnitelman kannalta koordinaatistotehtäviä olisi voinut olla useampiakin, sillä koordinaatistoa käsiteltiin kaikissa analysoiduissa 7. luokan oppikirjoissa.

Esimerkki 11.10.

Minkä pisteen koordinaatit kuvaajassa voisivat olla (7, 16)?



A. Pisteen P **B.** Pisteen Q **C.** Pisteen R **D.** Pisteen S

Taulukko 11.46.
Pisteen koordinaatit -tehtävän vastausjakauma. Oikein D.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%)	D (%) (keskivirhe)
Kolmio	111	11,6	11,9	3,9	71,5 (4,9)
Plussa	80	5,1	10,5	0,0	82,4 (4,8)
MatMa1	51	8,2	19,3	1,3	70,2 (7,2)
Kv. keskiarvo		14,0	19,8	6,3	57,6

Pisteen koordinaatit osattiin varsin hyvin kaikkien kirjojen käyttäjien keskuudessa ja Plussa-kirjan käyttäjistä jopa 82,4 % vastasi tehtävään oikein. Matematiikan maailma- ja Kolmio-kirjojen käyttäjistä tehtävän ratkaisi oikein noin 70 %, joten ero Plussa-kirjan käyttäjiin oli noin 10 prosenttiyksikköä. Tämän tehtävän kohdalla siis Plussa-kirjan käyttäjät suoriutuivat selkeästi muita paremmin, mutta vastaavaa eroa ei ollut havaittavissa muiden koordinaattigeometrian tehtävien kohdalla.

Yleisimmät virheelliset vastaukset olivat selkeästi vaihtoehdot A ja B. Näistä ensimmäisen valinta saattaa osoittaa vastaajan pientä huolimattomuutta sekoittaen kenties pisteet (7, 16) ja (7, 6). Mielenkiintoisempi virhe kuitenkin on vaihtoehto B, johon päädytään sekoittamalla koordinaattien järjestys (7,16) ja (16, 7). Tämän vaihtoehdon osuus vastauksista oli 10–19 %, joten koordinaattien järjestyksen sekoittaminen oli varsin yleistä vielä 7. luokan keväällä, vaikka asiaa suurimmalle osalle oppilaista olikin opetettu vuoden aikana.

Nelikulmion neljännen kulman suuruus

Seuraavaksi esitellään tehtävä, jossa oppilaan tuli muistaa nelikulmion kulmien summa.

Esimerkki 11.11.

Nelikulmiossa on kaksi kulmaa, joiden kummankin suuruus on 115°. Jos kolmannen kulman suuruus on 70°, mikä on jäljelle jäävän kulman suuruus?

A. 60° **B.** 70° **C.** 130° **D.** 140°
E. Ei mikään yllä olevista.

Taulukko 11.47.
Nelikulmion kulman suuruus -tehtävän vastausjakauma. Oikein A.

Oppikirja	Vastanneet	A (%) (keskivirhe)	B (%)	C (%)	D (%)	E (%)
Kolmio	123	60,3 (5,5)	13,5	4,3	0,5	21,4
Plussa	68	53,9 (7,3)	21,5	2,2	0,0	22,4
MatMa1	44	56,7 (8,6)	13,0	5,8	0,0	24,5
Kv. keskiarvo		39,9	13,8	4,8	4,5	34,6

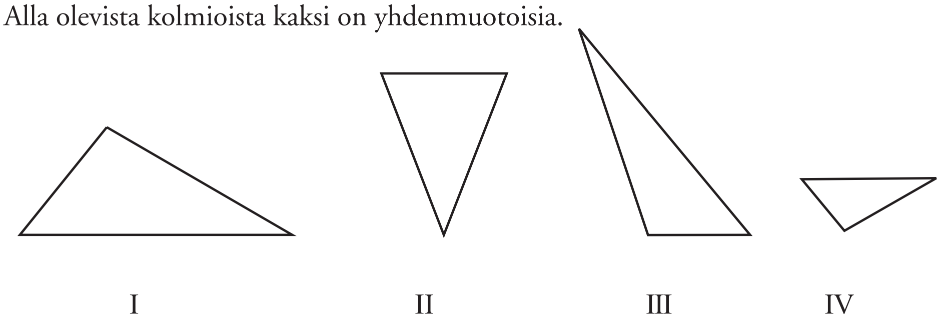
Taulukosta 11.47 nähdään, että tämänkin geometrian tehtävän kohdalla eri oppikirjoja 7. luokalla käyttäneiden tulokset olivat hyvin tasaiset: Kolmio- ja Plussa-ryhmän välinen 6 prosenttiyksikön ero oli pieni verrattuna keskivirheisiin, joten ero ei ollut tilastollisesti merkitsevä. Mielenkiintoisimmat tulokset tehtävän kohdalla olivat vaihtoehtojen B. 70° ja E. "Ei mikään yllä olevista" osuudet vastausten joukossa. Plussa-kirjan joukossa 70° oli vetänyt selvästi enemmän vastaajia puoleensa kuin muiden oppikirjojen käyttäjiä. Toisaalta vaihtoehdon "Ei mikään yllä olevista" osuus oli varsin suuri (reilu viidesosa vastanneista) kaikkien oppikirjaryhmien keskuudessa.

Yhdenmuotoiset kolmiot

Yhdenmuotoisuus on sisältöalue, jota analysoiduissa matematiikan oppikirjoissa ei vielä käsitelty 7. luokan aikana. Kaikissa 7. luokan kirjoissa käsiteltiin yhtenevyyttä, ja sen käsittelyn yhteydessä toki on voitu puhua myös yhdenmuotoisuudesta. Esimerkkitehtävästä tekee vaikeamman se, että siinä yhdenmuotoiset kolmiot ovat toistensa peilikuvia. Analysoiduissa oppikirjoissa yhtenevyys määriteltiin usein vastinosien avulla. Kolmiossa ja Plussassa todettiin vielä jossain muodossa, että päällekkäin asetetut yhtenevät kuviot yhtyvät toisiinsa täydellisesti. Tästä oppilaalle voi hyvinkin jäädä virhekäsitys, että peilikuvat eivät ole keskenään yhteneviä tai yhdenmuotoisia.

Esimerkki 11.12.

Alla olevista kolmioista kaksi on yhdenmuotoisia.



Mitkä kaksi kolmioista ovat yhdenmuotoiset?

A. I ja II **B.** I ja III **C.** I ja IV **D.** II ja IV **E.** III ja IV

Taulukko 11.48.

Yhdenmuotoisuustehtävän vastausjakauma. Oikein C.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%) (keskivirhe)	D (%)	E (%)
Kolmio	112	5,5	13,8	67,7 (5,7)	3,3	9,8
Plussa	80	3,9	12,4	70,9 (5,8)	5,4	6,4
MatMa1	50	6,9	22,1	52,4 (8,4)	3,9	13,7
Kv. keskiarvo		5,0	17,4	62,1	4,2	9,9

Siihen nähden, että yhdenmuotoisuutta ei vielä käsitelty 7. luokan oppikirjoissa, niin tulokset olivat varsin hyvät (taulukko 11.48). Osaaminen oli kansainvälistä keskitasoa suomalaisten ratkaisuprosentin oltua 63,4. Ilmeisesti oppilaat osasivatkin vastata tehtävään yhtenevyydestä annetun opetuksen perusteella, sillä onhan yhdenmuotoisuus nimenä melko helposti yhdistettävissä yhtenevyyteen.

Tuloksissa Kolmio- ja Plussa-kirjat näyttivät erottuvan hieman edukseen Matematiikan maailma -kirjaan verrattuna ja ero Plussa- ja Matematiikan maailma -kirjojen käyttäjien välillä oli jopa melkein 20 prosenttiyksikköä Plussan käyttäjien eduksi. Ajatellen opettajakyselyn tuloksia, joiden mukaan Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät olivat jo ehtineet käsitellä yhtenevyyttä ja symmetriaa muita paremmin, tämä tulos oli yllättävä. Vastausvaihtoehdoista B. I ja III on luonnollinen vastaus, jos ei hyväksy peilikuvaa yhdenmuotoiseksi alkuperäisen kuvion kanssa. Tulosten mukaan näyttikin siltä, että Matematiikan maailma -kirjan käyttäjillä tätä virhekäsitystä esiintyi hieman muita enemmän.

Oliko peilikuvaan liittyvä virhekäsityksen yleisempi esiintyminen Matematiikan maailma -kirjan käyttäjillä juuri opetuksen tulosta? Matematiikan maailma -kirjassa yhtenevyys määritellään vastinosien avulla eikä yhtenevien kappaleiden päällekkäin asettamisesta kerrota kuten Plussassa ja Kolmiossa. Peilikuvien yhtenevyys mainitaan kirjassa selkeästi vasta kertausaukeamalta, joten se jää helposti huomaamatta. Aiheeseen liittyvissä harjoitustehtävissä ja esimerkeissä peilikuvia ei esiintynyt lainkaan. Kolmio- ja Plussa-kirjoissa peilikuvien yhtenevyys mainittiin jo asian varsinaisen käsittelyn yhteydessä ja myös harjoituksissa esiintyi yhteneviä kappaleiden peilikuvia. Tulosten valossa siis näyttää siltä, että on tärkeää käsitellä myös peilikuvia yhtenevyyden ja yhdenmuotoisuuden yhteydessä. Joka tapauksessa nyt analysoiduissa 7. luokan kirjoissa yhtenevyys käsiteltiin jokseenkin epäjohdonmukaisesti juuri peilikuvien huomioimisen suhteen.

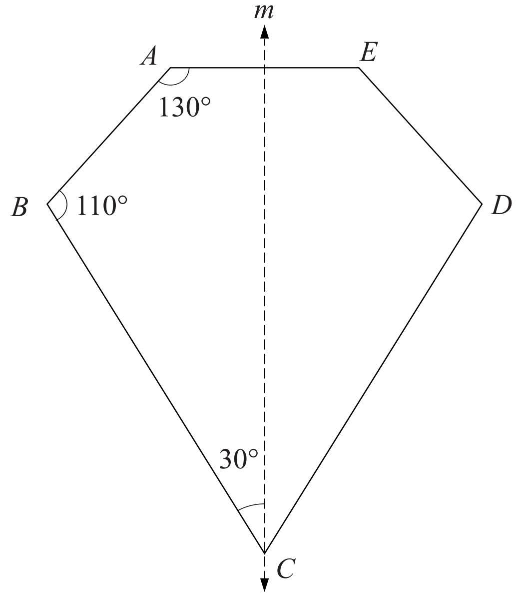
Kulman suuruus symmetrisessä monikulmiossa

Viimeisenä tehtäväesimerkkinä geometrian sisältökokonaisuudelta esitellään symmetriaan liittyvä tehtävä. Symmetriaa käsiteltiin yhtenevyyden ohella kaikissa analysoiduissa 7. luokan oppikirjoissa, mutta opettajien mukaan Matematiikan maailma -kirjaa käyttäneet olivat ehtineet käsitellä sisältöaluetta muita paremmin. Tätä kirjaa käyttäneiden oppilaiden osaamisen voisi olettaa olevan hieman muita parempi.

Esimerkki 11.13.

Suora *m* muodostaa kuvion *ABCDE* symmetria-akselin.
Kulman *BCD* suuruus on

A. 30°
B. 50°
C. 60°
D. 70°
E. 110°



Taulukko 11.49.
Symmetrisen monikulmion kulman suuruus -tehtävän vastausjakauma. Oikein C.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%) (keskivirhe)	D (%)	E (%)
Kolmio	350	5,6	3,2	70,7 (2,8)	8,6	10,6
Plussa	237	6,0	3,7	73,6 (3,2)	5,7	10,2
MatMa1	150	10,1	2,9	65,7 (2,8)	4,0	14,7
Kv. keskiarvo		12,0	3,7	61,6	6,4	14,0

Tämänkin tehtävän kohdalla tulokset olivat hieman ennakko-odotusten vastaisia, eli Kolmio- ja Plussa-kirjojen käyttäjät osasivat tehtävän hieman Matematiikan maailma -kirjan käyttäjiä paremmin (taulukko 11.49). Kuitenkin keskivirheisiin suhteutettuna ero oli melko pieni. Virheellisten vastauksien osuudet olivat erittäin samanlaiset erityisesti Plussa- ja Kolmio-kirjojen kohdalla. Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät olivat muita useammin valinneet vaihtoehtoja A. 30° ja E. 110°. Lieneekö syynä kulman merkintätavan vieraus? Analysoiduissa oppikirjoissa käytetään useimmiten kulmien merkitsemisessä kreikkalaisia aakkosia, ja erityisesti Matematiikan maailma -kirjassa tehtävässä käytettyä merkintätapaa kulma *BCD* (*kylki-kanta-kylki*) esiintyy varsin vähän.

Algebra

Algebran ja erityisesti yhtälöiden käsittelyssä esiintyi erittäin suuria eroja 7. luokan oppikirjojen välillä. Plussa-kirjasta yhtälöitä käsitteli noin kolmasosa (yksi kolmesta kurssista), kun muissa kirjoissa sisältöaluetta käsiteltiin hyvin vähän ja yhtälöiden ratkaisemista niissä ei käsitelty lainkaan. Nämä erot heijastuivat luonnollisesti myös opettajakyselyn vastauksissa, eli Plussa-kirjaa käyttäneet opettajat olivat käsitelleet algebran sisältöalueita selkeästi muita yleisemmin. Algebran kohdalla voidaankin odottaa, että Plussa-kirjan käyttäjät osoittaisivat selkeästi parempaa osaamista kuin muiden oppikirjojen käyttäjät.

Algebran osaamista koskevat tulokset olivat hyvin pitkälti odotusten mukaiset. Taulukossa 11.50 esitetyistä tuloksista näkee selvästi, että Plussa-kirjan käyttäjät osasivat algebran tehtäviä hieman muita paremmin, vaikkakin odotusten valossa ero muiden kirjojen käyttäjiin olisi voinut olla suurempi. Koko algebran sisältökokonaisuuden tuloksista nähdään, että käytännössä Plussa-kirjan käyttäjät osasivat keskimäärin noin kaksi tehtävää 35:stä enemmän kuin muut. Tuloksien valossa tämä ero näyttäisi syntyvän erityisesti algebrallisten lausekkeiden ja yksinkertaisten yhtälöiden ratkaisemisen kohdalla.

Verrantojen ja lukujonojen kohdalla tulokset olivat hieman ristiriitainen muiden algebratuloksien kanssa. Näihin sisältöalueisiin kuului esimerkiksi tehtäviä, joissa tuli löytää lukuparien jäsenet toisiinsa liittävä sääntö, sekä tehtäviä, joissa tuli ratkaista verrantoyhtälö. Näiden tehtävien kohdalla Plussa-kirjan käyttäjät menestyivät jopa hieman muita heikommin. Tämä ei

Taulukko 11.50.
Eri oppikirjoja käyttäneiden oppilaiden osaaminen *algebra* -sisältöalueilla.

		Algebra		**Lausekkeet**		**Yhtälöt**		**Representaatio**		**Verranto, jonot**	
	koulut	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe	oikein	summavirhe
Kolmio	48	15,9	1,4	2,1	0,3	2,4	0,2	6,5	0,6	4,6	0,3
Plussa	37	17,8	1,7	3,2	0,3	3,0	0,2	7,0	0,7	4,5	0,4
MatMa1	20	16,1	2,2	2,3	0,4	2,3	0,3	6,5	0,9	4,9	0,5
Tehtävien määrä		35		6		5		15		8	

ollut täysin yllättävä tulos, sillä Kolmio- ja Matematiikan maailma -kirjoissa käsitellään säännön etsimistä annettujen lukujen pohjalta (vrt. kuvio 11.14) ja opettajien mukaan näitä sisältöjä oli käsitelty melkein yhtä yleisesti kuin Plussa-kirjan kohdalla (taulukko 11.25). Myös tehtävien lähempi tarkastelu osoitti, että suoranaisesti näihin tehtäviin liittyviä asioita löytyi kaikista 7. luokan kirjoista yhtä hyvin. Tuloksien valossa näyttää siis siltä, että Plussa-kirjan jossain mielessä melko mekaaninen yhtälöiden ja lausekkeiden käsittely ei auttanut oppilaita verrantoa ja lukujonojen sääntöjä koskeneiden tehtävien kohdalla.

Seuraavassa esitellään joukko esimerkkitehtäviä, jotka selventävät havaittuja eroja. Tehtäviä esitellään hieman enemmän kuin muiden sisältöalueiden kohdalla, koska algebrassa eri oppikirjaryhmien välillä esiintyi yleisimmin hyvin selkeitäkin osaamiseroja.

Algebralliset lausekkeet $n \cdot n \cdot n$ ja $k+k+k+k+k$

Tehtäväesimerkkien aluksi esitellään kaksi yksinkertaisten algebrallisten lausekkeiden ymmärtämiseen ja merkintätapoihin liittyvää tehtävää.

Esimerkki 11.14.

Mikä seuraavista lausekkeista on sama kuin $n \cdot n \cdot n$ kaikilla n:n arvoilla?

A. $\frac{n}{3}$ **B.** $n + 3$ **C.** $3n$ **D.** n^3

Taulukko 11.51.

Lausekkeen $n \cdot n \cdot n$ sieventämisen vastausjakauma. Oikein D.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%)	D (%) (keskivirhe)
Kolmio	115	1,8	4,7	49,1	44,3 (7,0)
Plussa	76	2,5	2,6	42,3	52,6 (6,6)
MatMa1	54	1,1	7,9	29,5	61,4 (7,6)
Kv. keskiarvo		3,3	5,5	17,2	70,9

Taulukosta 11.51 nähdään selkeästi, että 7. luokan lopulla potenssimerkintää ei vielä tunnettu kovinkaan hyvin. Noin 44–61 % oppilaista eri kirjaryhmissä osasi yhdistää merkintätavat $n \cdot n \cdot n$ ja n^3. Vastaavasti noin 30–50 % oppilaista eri kirjaryhmissä väitti tulon $n \cdot n \cdot n$ olevan sama kuin $3n$, mikä oikeasti vastaa

summaa $n+n+n$. Hieman yllättäen Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät osasivat tehtävän parhaiten eron Kolmio-kirjan käyttäjiin ollessa jopa 17 prosenttiyksikköä. Tarkemman oppikirjojen tarkastelun jälkeen tämä tulos ei kuitenkaan ollut niin yllättävä, sillä Matematiikan maailma -kirjassa esitetään potenssimerkinnän käyttö esimerkeillä $a^3=a \cdot a \cdot a$ ja $a^1=a$. Siten potenssimerkintä myös kirjainten yhteydessä oli kirjaa käyttäville oppilaille hyvinkin tuttu. Ennakkoon Plussa-kirjan käyttäjien olisi olettanut osaavan tehtävän hieman muita paremmin, sillä se on kirjoista ainoa, jossa algebraa käsitellään laajemmin. Näyttää kuitenkin siltä, että myös Plussa-kirjan käyttäjillä virhekäsitys $n \cdot n \cdot n=3n$ oli hyvin yleinen. Tälle mahdollinen selitys on, että Plussassa ei juuri esiinny potensseja kirjainten yhteydessä, vaan algebrallisissa lausekkeissa ja yhtälöissä esiintyy erityisesti ensimmäisen asteen termejä. Siten monomien kertolasku ei vielä ollut tuttu asia Plussa-kirjankaan käyttäjille vielä 7. luokan lopussa.

Esimerkki 11.15.

Lauseke $k+k+k+k+k$ voidaan kaikilla k:n arvoilla kirjoittaa muotoon

A. $k + 5$ **B.** $5k$ **C.** k^5 **D.** $5(k + 1)$

Taulukko 11.52.
Lausekkeen *k+k+k+k+k* sieventämisen vastausjakauma. Oikein B.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%) (keskivirhe)	C (%)	D (%)
Kolmio	116	8,0	56,1 (5,5)	27,9	6,5
Plussa	76	13,6	69,7 (6,1)	15,8	1,0
MatMa1	53	14,9	47,1 (8,9)	32,7	0,9
Kv. keskiarvo		9,6	57,4	26,5	3,6

Lausekkeen $k+k+k+k+k$ kohdalla tulokset olivat huomattavasti odotetumman kaltaiset, eli Plussa-kirjan käyttäjät hallitsivat tämän lausekkeen sieventämisen selkeästi muita paremmin. Yleisin virheellinen vastaus oli C. k^5, joten toisaalta kertolaskun ja potenssimerkinnän, toisaalta yhteenlaskun ja kertomerkinnän väliset yhteydet eivät olleet selvät oppilaille vielä 7. luokan lopussa. Tätä on helppo havainnollistaa ristiintaulukoimalla edellä esitettyjen kahden tehtävän vastaukset. Tehtävät olivat samassa vihkossa, joten merkintätapojen sekoittuminen oppilaiden mielissä on helppo esittää tulosten avulla. Esimerkkinä esitetään Kolmio-kirjaa käyttäneiden tulokset.

Taulukosta 11.53 nähdään, että Kolmio-kirjan 116:sta tehtäviin vastanneesta oppilaasta ainoastaan 17 % osasi molemmat tehtävät oikein. Oppilaista peräti 35 % valitsi molempiin tehtäviin vastaukseksi kertomerkinnän ($5k$ ja $3n$) ja toisaalta 22 % valitsi molempien tehtävien ratkaisuksi potenssimerkinnän (k^5 ja n^3). Siis Kolmio-kirjan kohdalla 57 % prosenttia oppilaista ei osannut tehdä eroa monomien yhteenlaskun ja kertolaskun merkintätapojen välillä. Muiden oppikirjojen kohdalla tämä sekaannus ei ollut aivan yhtä yleinen kuin Kolmio-kirjan kohdalla. Matematiikan maailma -kirjan käyttäjistä 44 % vastasi molempiin joko kerto- tai potenssimerkinnällä ja Plussa-kirjan käyttäjistä vastaava osuus oli 36 %. Oikein molemmat tehtävät osasi Plussa-kirjan käyttäjistä 40 % ja Matematiikan maailma -kirjan käyttäjistä 27 %.

Taulukko 11.53.
Lausekkeiden $k+k+k+k+k$ ja $n \cdot n \cdot n$ sieventämisen tulosten ristiintaulukointi Kolmio-kirjan osalta.

Kolmio		**Lauseke** $k+k+k+k+k$					
Vastanneita 116		$k + 5$	(Oikein) $5k$	k^5	$5(k + 1)$	Tyhjä	Yhteensä
Lauseke $n \cdot n \cdot n$	$\frac{n}{3}$	0,9%	0,9%				1,7%
	$n + 3$	0,9%	2,6%	0,9%		0,9%	5,2%
	$3n$	4,3%	35,3%	6,0%	3,4%		49,1%
	(Oikein) n^3	1,7%	17,2%	21,6%	2,6%	0,9%	44,0%
	Yhteensä	7,8%	56,0%	28,4%	6,0%	1,7%	100,0%

Vaikka merkintätapojen osaaminen oli siis varsin heikkoa 7. luokan lopulla, on kuitenkin muistettava, että syy osaamattomuuteen on hyvin selkeä: Analysoiduista 7. luokan oppikirjoista ainoastaan Plussassa kirjainten käyttöä matematiikassa käsiteltiin laajasti ja siinäkin kertolasku ja potenssimerkinnät saivat hyvin vähän huomiota. Muissa oppikirjoissa aihetta sivuttiin hyvin lyhyesti, joten niiden käyttäjiltä ei voinut odottaa kovinkaan hyviä taitoja edes yksinkertaisten merkintätapojen kohdalla.

Lausekkeen arvon laskeminen

Seuraavaksi esitellään vielä yksi algebrallisiin lausekkeisiin liittyvä perustehtävä. Tehtävässä oppilaan tuli sijoittaa muuttujan *x* arvo annettuun rationaalilausekkeeseen. Tehtävä oli avoin, eli oppilaan tuli itse tuottaa oma vastauksensa.

Esimerkki 11.16.

Jos $x = 3$, mikä on lausekkeen $\dfrac{5x+3}{4x-3}$ arvo?

Taulukko 11.54.
Lausekkeen arvon laskeminen -tehtävän prosentuaalinen vastausjakauma.

Oppikirja	Vastanneet	Oikein (%) (keskivirhe)	Virhe 1 (%)	Virhe 2 (%)	Virhe 3 (%)	Virhe 4 (%)	Muu virhe (%)	Tyhjä (%)
Kolmio	119	41,3 (5,6)	4,0	18,6	0,0	1,8	20,9	13,4
Plussa	71	58,3 (7,1)	1,9	1,1	9,3	4,0	19,9	5,4
MatMa1	55	29,9 (9,5)	2,8	12,0	0,0	3,5	40,6	11,2
Kv. keskiarvo		53,4	4,2	1,8	6,5	1,7	18,3	13,9

Taulukko 11.55.
Taulukon 12.54 vastausluokkien kuvaukset.

Vastausluokka	Vastausluokan kuvailu
Oikein	2, $\frac{18}{9}$, $\frac{2}{1}$, ja muut lukua 2 vastaavat.
Virhe 1	Sijoitus $x = 3$ on tehty oikein osoittajassa ja/tai nimittäjässä, mutta tämän jälkeen tehtävää ei ole ratkaistu oikein loppuun asti.
Virhe 2	Sijoitus on tehty virheellisesti, kuten $5x = 53$ tai $5x = 5 + 3$. Vastauksena esimerkiksi mitkä tahansa murtoluvut, joissa osoittajana on luku 56 tai 11, tai nimittäjänä 40 tai 4.
Virhe 3	Vastaus, joka sisältää muuttujan *x*.
Virhe 4	Muuttuja *x* on eliminoitu tai se on jätetty huomioimatta. Vastauksia esimerkiksi 8/1, 8, 7, jne.

Lausekkeen arvon laskemisen osaaminen vaihteli erittäin paljon eri oppikirjoja käyttäneiden välillä. Taulukossa 11.54 esitettäviä tuloksia tarkasteltaessa on kuitenkin huomattava melko pienet vastaajamäärät erityisesti Matematiikan maailma -kirjan kohdalla. Selvää joka tapauksessa oli Plussa-kirjan käyttäjien muita parempi osaaminen eron oltua Matematiikan maailma -kirjan käyttäjiin melkein 30 prosenttiyksikköä. Tulos oli oppikirja-analyysin perusteella hieman yllättävä, sillä muuttujan arvon sijoittaminen lausekkeeseen käsiteltiin kaikissa analysoiduissa 7. luokan kirjoissa. Ilmeisesti kuitenkin tällaisen melko mekaanisen tehtävän kohdalla Plussa-kirjan lausekkeiden ja ensimmäisen asteen yhtälöiden käsittely oli vaikuttanut positiivisesti oppilaiden taitoihin.

Vastausjakaumia tarkemmin katsottaessa aiheen tuttuus Plussa-kirjan käyttäjille näkyi paremman osaamisen ohella myös virheellisten vastausten erilaisuutena. Erityisesti huomio kiinnittyy virheellisten vastausten luokkiin Virhe 2 ja Virhe 3. Kolmio- ja Matematiikan maailma -kirjojen käyttäjistä useat olivat tehneet sijoituksen virheellisesti, kun Plussa-kirjan käyttäjistä ainoastaan yksi oli tehnyt tällaisen virheen. Toisaalta Plussa-kirjan käyttäjistä useat olivat jättäneet vastauksen muotoon, jossa esiintyi vielä muuttuja x. Tätä puolestaan yksikään muiden kirjojen käyttäjistä ei ollut tehnyt. Huomattavaa tuloksissa on myös, että Plussa-kirjaa käyttäneet olivat jättäneet vastaamatta kysymykseen huomattavasti harvemmin kuin muiden kirjojen käyttäjät.

Tilanteiden esittäminen algebrallisesti

Seuraavana esitellään kolme tehtävää, jotka liittyvät tilanteiden esittämiseen algebrallisessa muodossa. Tähän sisältöalueeseen liittyviä tehtäviä oli yhteensä 15. Plussa-kirjan käyttäjät osasivat näitä tehtäviä keskimäärin hieman muita paremmin, mutta ero oli hyvin pieni (taulukko 11.50). Seuraavat esimerkit havainnollistavat hyvin osaamiserojen tehtäväkohtaista vaihtelua.

Esimerkki 11.17.
Postikorttien painatuskulut, K, koostuvat 100 pennin perusmaksusta sekä 6 pennin maksusta kultakin painetulta kortilta. Mitä seuraavista yhtälöistä voidaan käyttää, kun painetaan n korttia?

A. $K= (100+6n)$ penniä **B.** $K= (106+n)$ penniä
C. $K= (6+100n)$ penniä **D.** $K= (106n)$ penniä
E. $K= (600n)$ penniä

Taulukko 11.56.
Postikorttien painatuskuluja esittävä yhtälö -tehtävän vastausjakauma. Oikein A.

Oppikirja	Vastanneet	A (%) (keskivirhe)	B (%)	C (%)	D (%)	E (%)	Tyhjä (%)
Kolmio	351	44,1 (3,1)	18,9	7,6	20,2	5,5	3,7
Plussa	236	51,7 (2,8)	16,1	10,3	18,0	2,0	1,8
MatMa1	151	47,1 (4,5)	16,81	12,4	17,5	1,9	4,4
Kv. keskiarvo		50,2	12,0	10,4	16,8	7,4	2,4

Taulukossa 11.56 esitetyistä tuloksista nähdään, että Plussa-kirjan käyttäjät osasivat vastausprosenttien valossa tehtävän hieman muita paremmin. Kuitenkaan erot muita oppikirjoja käyttäneisiin eivät olleet tilastollisesti merkitseviä. Plussa-kirjan käyttäjille tutumpaa tehtäväympäristöä kuvasti osaltaan myös pienempi vastaamatta jättäneiden osuus kuin Kolmio- ja Matematiikan maailma -kirjan käyttäjien joukossa.

Esimerkin 11.17 postikorttien painatuskuluja esittävän yhtälön tunnistamiseen liittyvä tehtävä on esimerkki TIMSS 1999 -tutkimuksen tehtävistä, joissa oppilaan piti esittää yhtälömuodossa sanallisesti kerrottu tilanne. Tällaisia tehtäviä oli tutkimuksessa neljä ja niiden tulokset olivat oppikirjojen suhteen suurelta osin samansuuntaiset. Tämä tulosten yhtenäisyys vahvistaa sitä käsitystä, että Plussa-kirjaa käyttäneet oppilaat osasivat hieman muita paremmin tämänkaltaisia tehtäviä, mutta ero toisiin ei ollut kovinkaan suuri.

Esimerkki 11.18.

Mikä seuraavista pitää paikkansa, kun *a*, *b* ja *c* ovat erisuuria reaalilukuja?

A. $a - b = b - a$ **B.** $a(b - c) = b(c - a)$ **C.** $b - c = c - b$

D. $ab = ba$ **E.** $ab - c = ac - b$

Taulukko 11.57.
Reaaliluvuilla paikkansa pitävä lauseke -tehtävän vastausjakauma.
Oikein D.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%)	D (%) (keskivirhe)	E (%)	Tyhjä (%)
Kolmio	117	11,8	29,8	5,7	17,2 (3,4)	29,3	6,2
Plussa	76	9,4	38,0	5,9	31,0 (5,5)	6,0	9,7
MatMa1	53	11,8	20,3	21,4	5,6 (3,7)	38,5	2,4
Kv. keskiarvo		6,9	25,2	5,3	37,3	21,6	2,8

Reaalilukujen perusominaisuuksia koskeva tehtävä osoittautui erittäin vaikeaksi suomalaisille 7.-luokkalaisille. Suomalaisten osaaminen jäi selvästi alle kansainvälisen keskitason ja 38 maan joukossa suomalaisten sijoitus oli 33. Tehdyn oppikirja-analyysin perusteella heikko osaaminen ei kuitenkaan ollut yllätys: Ensinnäkin tehtävässä käytettiin algebrallisia merkintätapoja, jotka eivät vielä 7. luokalla olleet kovinkaan tuttuja suomalaisille. Toisaalta laskutoimituksiin liittyviä perussääntöjä, kuten vaihdantalaki ja liitännäisyys, ei juurikaan käsitelty oppikirjoissa varsinkaan symbolitasolla.

Kirjaimien käytön johdosta ei ollut myöskään yllättävää, että analysoitujen oppikirjojen käyttäjien välillä oli selkeitä eroja (taulukko 11.57). Tehtävän osasivat selvästi parhaiten Plussa-kirjan käyttäjät, joista 31 prosenttia vastasi tehtävään oikein. Heikoimmin tehtävän osasivat Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät, joista vain 6 prosenttia vastasi tehtävään oikein.

Oikeiden vastausten ohella myös virheellisten vastausten jakaumissa oli selkeitä eroja. Mielenkiintoista oli esimerkiksi Matematiikan maailma -kirjan käyttäjien muihin verrattuna suuri osuus vaihtoehdon C. $b - c = c - b$ kohdalla. Erityisen mielenkiintoiseksi tämän vastausluokan teki vertailu vaihtoehtoon A. $a - b = b - a$, joka käytännössä oli täysin sama lukuun ottamatta vaihdettuja kirjaimia. Helposti herää siis kysymys jatkotutkimuksia varten: "Miksi näiden kahden vaihtoehdon jakaumat ovat erilaiset?" Myös vaihtoehtoa E. $ab - c = ac - b$ olivat Matematiikan maailma- ja Kolmio-kirjojen käyttäjät tarjonneet vastaukseksi huomattavasti useammin kuin Plussa-kirjan käyttäjät. Plussa-kirjan vastausjakauma viittasikin siihen, että kirjainlaskennan opetus oli vaikuttanut myös virheellisten vaihtoehtojen valintaan: Plussa-kirjan käyttäjien kohdalla selkeästi yleisin virheellinen vastaus oli B. $a(b - c) = b(c - a)$. Tähän syynä voi olla se, että Plussa-kirjassa käsiteltiin varsin runsaasti sulkujen poistamista ja oppilaat olivat siten valinneet jollakin tavalla tutuimman vaihtoehdon.

Esimerkki 11.19.

Taulukossa on esitetty x:n ja y:n välinen yhteys.
Mikä seuraavista yhtälöistä määrittää tämän saman yhteyden?

A. $y = 2x + 2$
B. $y = 2x - 1$
C. $y = 3x + 2$
D. $y = 3x + 1$
E. $y = 3x - 2$

x	y
1	1
2	4
3	7
4	10

Taulukko 11.58.
Taulukon lukuihin sopiva yhtälö -tehtävän vastausjakauma. Oikein E.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%)	D (%)	E (%) (keskivirhe)	Tyhjä (%)
Kolmio	122	11,8	13,3	21,1	15,6	30,2 (4,6)	8,0
Plussa	69	21,7	13,2	11,9	15,0	35,8 (6,4)	2,5
MatMa1	43	10,0	21,5	17,4	13,1	38,0 (8,9)	0,0
Kv. keskiarvo		14,0	11,9	14,0	10,4	45,0	3,7

Taulukon lukuihin liittyvän yhtälön löytäminen osoittautui yllättävänkin vaikeaksi tehtäväksi oikeiden vastausten määrän vaihdellessa oppikirjaryhmittäin 30–38 prosentin välillä, kun kansainvälinen keskiarvo oli 45 %. Vaikka oppikirjaryhmien väliset erot eivät olleetkaan kovin suuret keskivirheisiin verrattuna, niin tulokset olivat kuitenkin hyvin sopusoinnussa tehdyn oppikirja-analyysin tulosten ja opettajien antamien sisältöalueiden käsittelyä koskevien tietojen kanssa. Kaikissa analysoiduissa 7. luokan oppikirjoissa käsiteltiin säännönmukaisuuksien etsimistä ja myös niiden esittämistä kirjainten avulla yleisessä tapauksessa. Kuitenkin opettajien mukaan Kolmio-kirjan käyttäjät olivat käsitelleet näitä sisältöalueita hieman muita harvemmin. Siten kohtalaisen tasaiset tulokset Kolmio-kirjan käyttäjien muita hieman heikommin tuloksin vastasivat ennakko-odotuksia hyvinkin tarkasti.

Esimerkkitehtävän kaikkien virheellisten vastausvaihtoehtojen määrä vaihteli suunnilleen välillä 10–20 prosenttia, joten niidenkin perusteella on hyvin vaikeata huomata mitään osaamiseroja. Kahteen asiaan kuitenkin kannattaa kiinnittää huomiota: Ensinnäkin tehtävään vastaamattomien oppilaiden osuus oli selkeästi suurin Kolmio-kirjaa käyttäneiden joukossa (8 %). Toisaalta kannattaa miettiä hieman lähemmin tehtävän ratkaisemista. Yksinkertaisin tapa ratkaista tehtävä lienee tarkastella aluksi tilannetta x=1, y=1. Sijoittamalla nämä yhtälöihin, huomataan helposti, että B. $y = 2x - 1$, ja E. $y = 3x - 2$ ovat ainoat mahdolliset ratkaisuvaihtoehdot. Siten Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät ovat ehkä olleet hieman muita lähempänä oikeata ratkaisua, sillä heidän osuutensa vaihtoehdon B. $y = 2x - 1$ kohdalla on jonkin verran muita korkeampi.

Verranto

TIMSS 1999 -tutkimuksessa oli muutamia verrantoon liittyviä tehtäviä, jotka sisältökokonaisuuksien kohdalla luettiin kuuluvaksi algebraan. Seuraava esimerkkitehtävä on siitä mielenkiintoinen, että siinä on hieman samoja elementtejä kuin edellä esitetyssä tehtävässä (esimerkki 11.19) ja se oli lisäksi saman vihkon seuraava tehtävä.

Esimerkki 11.20.

Taulukko esittää joitakin x:n ja y:n arvoja siten, että x:n ja y:n suhde on vakio.

x	4	8	Q
y	9	P	45

Mitkä ovat P:n ja Q:n arvot?

A. $P = 40$ ja $Q = 13$ **B.** $P = 18$ ja $Q = 17$ **C.** $P = 20$ ja $Q = 18$

D. $P = 40$ ja $Q = 18$ **E.** $P = 18$ ja $Q = 20$

Taulukko 11.59.
Lukujen P ja Q arvo verrannolla -tehtävän vastausjakauma. Oikein E.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%)	D (%)	E (%) (keskivirhe)	Tyhjä (%)
Kolmio	122	11,7	18,4	26,8	9,1	23,9 (3,9)	10,2
Plussa	70	13,9	18,8	28,8	16,7	20,3 (7,4)	1,5
MatMa1	44	15,3	19,2	30,9	8,5	24,7 (8,4)	1,5
Kv. keskiarvo		11,6	14,9	19,8	12,3	33,3	7,2

Verrantotehtävä osoittautui erittäin vaikeaksi Suomen kansainvälisen sijoituksen ollessa 33. kaikkien 38 maan joukossa. Tutkituissa oppikirjaryhmissä tehtävän ratkaisi oikein vain 20–25 prosenttia oppilaista. Tasaisuutta kuvastaa myös virheellisten vastausten jakaumat, jotka myös ovat erittäin tasaiset. Ainoana piikkinä erottuu Plussa-kirjan käyttäjien muita useammin käyttämä vaihtoehto D. P = 40 ja Q = 18. Lisäksi kuten edellisen esimerkkitehtävän kohdalla Kolmio-kirjan käyttäjät jättivät vastaamatta tehtävään muita useammin.

Taulukko 11.60.
Esimerkkitehtävien 11.19 ja 11.20 tuloksien ristiintaulukointi.

	Taulukon lukuihin sopiva yhtälö (esim. 11.19)			
Lukujen P ja Q arvo verrannolla (esim. 11.20)		Oikein	Väärin	
	Oikein	10,2 %	12,8 %	
	Väärin	23,0 %	54,0 %	Vastanneet = 235

Edellisten esimerkkitehtävien vaikeus näkyy hyvin myös taulukossa 11.60 esitetystä ristiintaulukoinnista. Siitä nähdään, että vain 10 prosenttia kysymyksiin vastanneista analysoituja 7. luokan oppikirjoja käyttäneistä oppilaista osasi molemmat tehtävät oikein. Peräti 54 % oppilaista vastasi molempiin tehtäviin väärin. Eri oppikirjoja käyttäneiden välillä oli hyvin vähän eroja näiden tehtävien suhteen, kun esimerkiksi molemmat tehtävät oikein ratkaisseiden osuudet vaihtelivat välillä 7–14 %. Yhteenvetona voidaan siis todeta lyhyesti, että suomalaiset 7. luokan oppilaat osasivat vielä varsin heikosti muodostaa yhteyden taulukkomuodossa annettujen lukuparien välille ja ratkaista verrannon avulla taulukosta puuttuvia lukuarvoja.

Yksinkertaisten yhtälöiden ratkaiseminen

Algebran tehtäväesimerkkien lopuksi esitellään kolme yhtälönratkaisuun liittyvää tehtävää. Ensimmäisessä esimerkkitehtävässä oli ratkaistava melko yksinkertainen ensimmäisen asteen yhtälön. Toisena esimerkkinä käsitellään ongelmanratkaisutehtävä, jonka pystyy ratkaisemaan sekä numeerisesti että algebrallisesti. TIMSS 1999 -tutkimuksessa se liitettiin algebran tehtäviin, vaikka esimerkiksi Suomessa suurin osa oppilaista ei käyttänyt yhtälöitä ratkaisun apuna. Kolmantena tehtävänä käsitellään suhteeseen ja verrantoon liittyvä tehtävä. Tämä käsitellään yhtälöiden yhteydessä, koska periaatteessa tehtävän ratkaiseminen onnistuu verrantoyhtälön avulla. Korkean ratkaisuprosentin valossa näyttää kuitenkin siltä, että oppilaat olivat ratkaisseet tehtävän kokeilemalla annettujen vastausvaihtoehtojen sopivuutta.

Esimerkki 11.21.

Ratkaise x, kun $12x - 10 = 6x + 32$

Taulukko 11.61.

Yhtälönratkaisutehtävän vastausjakauma. Oikein $x = 7$.

Oppikirja	Vastanneet	Oikein % (keskivirhe)	Virhe 1 %	Virhe 2 %	Muu virhe %	Tyhjä %
Kolmio	122	11,6 (3,1)	0,0	16,7	44,0	27,7
Plussa	68	49,8 (7,5)	2,0	26,4	14,2	7,6
MatMa1	44	11,6 (7,1)	0,0	18,1	50,6	19,7
Kv. keskiarvo		44,4	1,5	14,0	22,7	16,8

Taulukko 11.62.
Esimerkkitehtävän 11.21 vastausluokkien kuvaukset.

Vastausluokka	Vastausluokan kuvailu
Oikein	7, 42/6.
Virhe 1	$3\frac{2}{3}$ tai $2\frac{1}{3}$ tai $1\frac{2}{9}$: on käytetty vääriä laskutoimituksia, kuten 32 - 10 =22, $12x + 6x = 18x$.
Virhe 2	Mikä tahansa muu lauseke tai yhtälö kuin $x = 7$, joka sisältää muuttujan x.

Esimerkkinä 11.21 esitellyn yksinkertaisen yhtälönratkaisutehtävän osaamisessa oli erittäin selkeät erot eri oppikirjoja käyttäneiden välillä. Plussa-kirja oli analysoiduista 7. luokan oppikirjoista ainoa, jossa yhtälönratkaisua käsiteltiin, ja sitä käyttäneet oppilaat osasivat tehtävän erittäin selvästi muita oppikirjoja käyttäneitä paremmin ratkaisuprosenttien ollessa 50 % ja 12 %. Tämä suuri ero näkyi tietysti myös virheellisten vastausten ja vastaamatta jättäneiden osuuksissa: Erityisesti muu virhe vastauksessa -luokassa ja vastaamatta jättäneiden kohdalla Kolmio- ja Matematiikan maailma -kirjojen käyttäjiä oli selvästi Plussa-kirjan käyttäjiä enemmän.

Esimerkki 11.22.
Kerhoon kuuluu 86 jäsentä ja tyttöjä on 14 enemmän kuin poikia. Kuinka monta poikaa ja kuinka monta tyttöä kerhoon kuuluu? Kirjoita suorituksesi näkyviin.

Taulukko 11.63.
Kerhon tyttöjen ja poikien lukumäärät -tehtävän vastausjakauma.

Oppikirja	Vastanneet	Oikein 1 % (keskivirhe)	Oikein 2 % (keskivirhe)	Muu oikein % (keskivirhe)	Osittain oikein %	Virhe 1 %	Virhe 2 %	Muu virhe %	Tyhjä %
Kolmio	248	29,3 (3,5)	0,0	0,8 (0,6)	3,8	32,0	6,2	21,6	6,3
Plussa	163	29,1 (4,0)	10,1 (4,4)	0,5 (0,4)	8,0	22,9	2,2	26,0	1,2
MatMa1	104	33,7 (5,2)	0,0	0,0	8,5	32,9	4,3	14,3	6,3
Kv. keskiarvo		17,2	14,6	1,2	5,3	13,2	9,6	21,4	15,3

Taulukko 11.64.
Esimerkkitehtävän 11.22 vastausluokkien kuvaukset.

Vastausluokka	Vastausluokan kuvailu
Oikein 1	36 poikaa ja 50 tyttöä: Ratkaistu lukujen avulla laskien.
Oikein 2	36 poikaa ja 50 tyttöä: Ratkaistu algebrallisella ratkaisumenetelmällä.
Muu oikein	36 poikaa ja 50 tyttöä: Ratkaistu muulla perustellulla menetelmällä.
Osittain oikein	36 poikaa tai 50 tyttöä: Vastauksessa ilmoitetaan vain toinen oikea luku. 36 poikaa ja 50 tyttöä ilman perusteluja. Luvut 36 ja 50: Luvut on laskettu oikein, mutta ei ilmoiteta kumpi on tyttöjen ja kumpi poikien lukumäärä tai nämä ovat väärin päin. Vastauksessa annetaan algebrallinen yhtälö, jolla voidaan saada oikea vastaus. Joku muu osittain oikea vastaus.
Virhe 1	29 poikaa ja 57 tyttöä: Laskettu 86 : 2 = 43; 43 - 14 = 29 ja 43 + 14 = 57.
Virhe 2	Toinen luvuista on 72: Laskettu 86 - 14. 29 poikaa ja 43 tyttöä: Laskettu 43 - 14 = 29
Muu virhe	Muut väärät vastaukset mukaan luettuna yliviivatut, mahdottomat lukea, sutut ja vastaavat.
Tyhjä	Jätetty vastaamatta tai ei ole ehditty tehtävään.

Esimerkki 11.22 on tehtävä, jonka pystyy ratkaisemaan sekä suoraan lukujen avulla laskemalla että algebrallisilla menetelmillä. Periaatteessa tehtävän siis voisi liittää myös luvut ja laskutoimitukset -sisältökokonaisuuteen, mutta tulosten valossa se näyttää ainakin Suomessa erottelevan oppilaita nimenomaan algebran taitojen suhteen.

Plussa-kirjan käyttäjät osasivat tehtävän hieman muita paremmin ja sitä käyttäneiden kohdalla täysin oikeiden vastausten osuus oli noin 40 prosenttia. Kolmio-kirjan käyttäjistä 30 prosenttia ja Matematiikan maailma -kirjan käyttäjistä 34 prosenttia ratkaisi tehtävän täysin oikein ja eroista erityisesti Plussa- ja Kolmio-kirjoja käyttäneiden välinen oli hyvinkin selvä.

Oppikirja-analyysin tulokset huomioiden oppilaiden käyttämät ratkaisumenetelmät olivat erittäin kiinnostavia. Näiden kohdalla olikin yksi selkeä ero, eli vain Plussa-kirjan käyttäjät olivat ratkaisseet tehtävän täysin oikein käyttämällä yhtälöä (Oikein 2 taulukossa 11.64). Kuitenkin myös Plussa-kirjan kohdalla algebrallisia menetelmiä käyttäneiden oppilaiden määrä oli huomattavan pieni numeerisia menetelmiä käyttäneisiin verrattuna (10 % ja 29 %). Siis yhden kurssin algebran (Plussan tapauksessa yhtälöiden) opetuksen jälkeen useimmille oppilaille oli vielä luonnollisempaa käyttää suoraan tehtävässä annettuja lukuja kuin kirjoittaa tilannetta kuvaava algebrallinen lauseke.

Esimerkki 11.23.

Jos 7:n suhde 13:een on sama kuin x:n suhde 52:een, mikä on x:n arvo?

A. 7 **B.** 13 **C.** 28 **D.** 364

Taulukko 11.65.
Muuttujan x arvo suhteen avulla -tehtävän vastausjakauma. Oikein C.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%) (keskivirhe)	D (%)	Tyhjä (%)
Kolmio	350	13,0	19,4	61,2 (3,0)	4,4	2,1
Plussa	235	12,5	20,3	64,5 (4,0)	1,8	0,9
MatMa1	149	11,5	16,9	63,1 (3,7)	2,3	6,1
Kv. keskiarvo		7,8	11,0	68,9	8,1	3,7

Muuttujan x arvon ratkaiseminen suhteen avulla osattiin kaikissa kirjaryhmissä melko hyvin, vaikka tehtävän kohdalla jäätiinkin alle kansainvälisen keskiarvon. Kirjaryhmien väliset erot olivat erittäin pieniä. Tulos saattaa hyvinkin johtua tehtävätyypistä: Kun vastausvaihtoehdot olivat valmiiksi annetut, oikean vastauksen voi löytää helposti kokeilemalla. Jos tehtävä olisi ollut avoin, sen ratkaisemiseksi olisi joutunut käyttämään verrantoa, jolloin tulokset olisivat voineet hyvinkin muuttua. Toisaalta tehtävän tulokset olivat hyvin sopusoinnussa esimerkissä 11.20 esitellyn verrantotehtävän tulosten kanssa, sillä senkin kohdalla kirjaryhmien suoritukset olivat hyvin tasaiset. Esimerkkitehtävä 11.20 osattiin kuitenkin huomattavasti heikommin kuin tässä käsiteltävä tehtävä (ratkaisuprosentti vain reilut 20 %). Tämä viittaa vahvasti juuri siihen, että oppilaat eivät käyttäneet esimerkin 11.23 suhdetehtävän ratkaisemisessa verrantoa, vaan he ratkaisivat sen kokeilemalla.

Tilastot ja todennäköisyys

Tilastot ja todennäköisyys -sisältökokonaisuuden käsittely oli hyvin kaksijakoista analysoiduissa oppikirjoissa. Tilastoja esiintyi varsin runsaasti kaikkien luokkatasojen oppikirjoissa, mutta todennäköisyyttä käsiteltiin erittäin vähän. Seitsemännen luokan oppikirjojen kohdalla sekä tilastoja että todennäköisyyttä käsiteltiin eniten Matematiikan maailma -kirjassa. Todennäköisyyttä ei käsitelty juuri lainkaan Kolmio- ja Plussa-kirjoissa ja lisäksi myös tilastoja esiintyi Plussa kirjoissa melko vähän. Opettajien vastaukset 7. luokan aikana käsiteltyjen sisältöalueiden suhteen vahvistivat oppikirja-analyysin perusteella saatua kuvaa (taulukko 11.25). Siten oletuksena tämän sisältökokonaisuuden osaamisen suhteen on, että Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät osaisivat muita paremmin ainakin todennäköisyyteen liittyviä tehtäviä. Tilastojen kohdalla osaamisen voi olettaa olevan hyvin tasaista 7. luokan opetussisältöjen eroista huolimatta, sillä niitä käsitellään runsaasti jo ala-asteen oppikirjoissa.

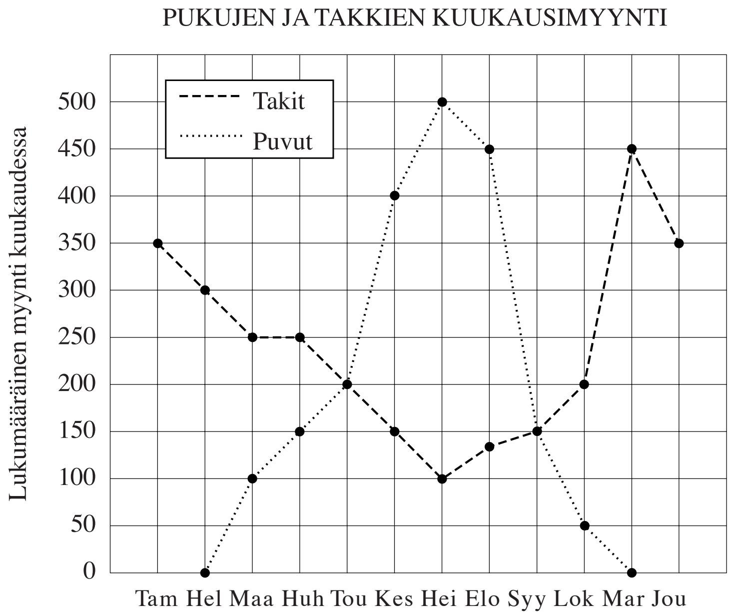
Taulukko 11.66.
Eri oppikirjaa käyttäneiden oppilaiden osaaminen tilastot ja todennäköisyys -sisältöalueilla.

		Tilastot ja todennäköisyys		Tilastot		Todennäköisyys	
	koulut	oikein	summa-virhe	oikein	summa-virhe	oikein	summa-virhe
Kolmio	48	15,2	0,8	9,8	0,5	4,7	0,3
Plussa	37	15,6	0,9	9,9	0,5	4,9	0,4
MatMa1	20	16,1	1,1	10,1	0,7	5,2	0,4
Tehtävien määrä		21		13		7	

Tilastot ja todennäköisyys -sisältökokonaisuuden kohdalla eri oppikirjaa käyttäneiden osaaminen oli varsin tasaista. Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät näyttivät hieman muita parempaa osaamista, mutta virhearvioihin suhteutettuna ero muihin oli melko pieni. Ala-asteella saatuja hyviä pohjatietoja tilastoista kuvastaa osaltaan Plussa-kirjaa 7. luokalla käyttäneiden hyvä osaaminen, sillä Plussassa tilastojen osuus oli hyvin pieni. Hieman yllättäen myös todennäköisyystehtävien tulokset olivat melko tasaiset. Matematiikan maailma -kirjan käyttäjien tulokset olivat odotetusti muita paremmat, mutta ero muihin oli yllättävän pieni.

Seuraavassa esitellään muutamia esimerkkitehtäviä tilastoista ja todennäköisyydestä. Niistä näkee hyvin osaamisen tasaisuuden eri oppikirjaryhmien välillä ja suomalaisten hyvän osaamisen kansainvälisessä vertailussa.

Esimerkki 11.24.
Oheinen kuvaaja esittää pukujen ja takkien myyntimääriä eri kuukausina.



Millä kahden kuukauden jaksolla takkien myynti lisääntyy (kuvaajan mukaan) eniten?

A. Joulukuu-tammikuu **B.** Toukokuu-kesäkuu
C. Kesäkuu-heinäkuu **D.** Lokakuu-marraskuu

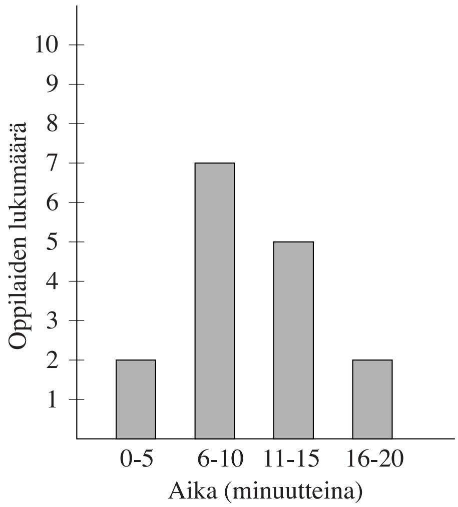
Taulukko 11.67.
Kasvu myyntikuvaajasta -tehtävän vastausjakauma. Oikein D.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%)	D (%) (keskivirhe)	Tyhjä (%)
Kolmio	479	1,2	5,8	8,7	83,3 (2,3)	1,0
Plussa	306	2,5	8,1	9,8	78,3 (2,8)	1,4
MatMa1	204	2,3	5,4	7,2	83,0 (2,8)	2,1
Kv. keskiarvo		16,7	5,5	15,7	60,4	1,1

Kuvaajan tulkinta osattiin kaikissa oppikirjaryhmissä erittäin hyvin ja osaaminen oli melko tasaista. Plussa-kirjan käyttäjien tulos oli hieman muita heikompi, mutta ero oli vain 5 prosenttiyksikköä. Myös virheellisten vastausten osuudet olivat hyvin samankaltaiset yleisimpien virheiden (vaihtoehdot B. ja C.) liittyessä väärän käyrän käyttämiseen pukujen myynnin ja myynnin kasvun ollessa kuvaajassa korkeimmillaan kesäkuukausina. Oppikirja-analyysin valossa osaamisen tasaisuus ei ollut yllätys: Analysoiduissa 5. ja 6. luokan oppikirjoissa tilastoja esiintyi niin runsaasti, että 7. luokan oppikirjojen välillä olleet erot eivät näkyneet oppilaiden osaamisen eroina.

Esimerkki 11.25.

Kuvaaja osoittaa oppilaiden koulumatkaan kuluvan ajan.



Kuinka monen oppilaan koulumatkaan kuluu aikaa ENEMMÄN kuin 10 minuuttia?

A. 2 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 8 **E.** 15

Taulukko 11.68.
Koulumatkaan kuluva aika kuvaajasta -tehtävän vastausjakauma. Oikein C.

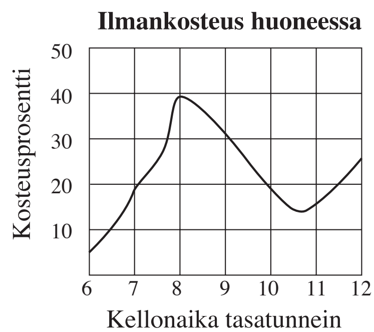
Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%) (keskivirhe)	D (%)	E (%)	Tyhjä (%)
Kolmio	356	1,4	11,8	79,5 (2,7)	2,5	2,6	2,2
Plussa	215	1,7	13,0	71,9 (3,8)	6,4	5,4	1,6
MatMa1	146	0,4	10,9	80,7 (3,5)	3,8	2,6	1,5
Kv. keskiarvo		6,6	14,8	64,3	5,4	7,0	1,1

Esimerkin 11.25 kuvaajan tulkinnassa eri oppikirjojen käyttäjien välillä esiintyi hieman suurempia eroja kuin edellisen tehtäväesimerkin kohdalla. Plussa-kirjan käyttäjien tulokset olivat jälleen hieman muita heikommat, mutta tämän tehtävän kohdalla ero oli jo noin 8–9 prosenttiyksikköä. Tätä eroa voidaan pitää melko suurena myös virheisiin suhteutettuna.

Katsottaessa virheellisten vastausten jakaumia, huomataan, että Plussa-kirjan käyttäjät ovat valinneet tasaisesti kaikkia vastausvaihtoehtoja B., D. ja E. hieman enemmän kuin muiden kirjojen käyttäjät. Näihin vaihtoehtoihin voi päätyä esimerkiksi seuraavin ajatusmallein: B. 5 viittaa siihen, että yli 10 minuuttia tarkoittaa vain pylvästä 11–15 minuuttia, joka kuvaajassa on seuraavana. D. 8 -vaihtoehtoon voi päätyä tarkastelemalla oikein kahta viimeistä pylvästä, mutta lukee asteikkoa väärin. E. 15 -vastaus viittaisi siihen, että oppilas on laskenut mukaan kuvaajan kolme viimeistä pylvästä, eli oppilaat, joilla kului yli 5 minuuttia aikaa koulumatkaan.

Esimerkki 11.26.

Kuvaaja esittää huoneen ilmankosteuden tiettynä aamuna.



Kuinka monta kertaa kyseisenä aamuna klo 6:n ja 12:n välillä ilmankosteus oli tasan 20 prosenttia?

A. Yhden kerran **B.** Kaksi kertaa **C.** Kolme kertaa **D.** Neljä kertaa

Taulukko 11.69.
Huoneen ilmankosteus -tehtävän vastausjakauma. Oikein C.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%) (keskivirhe)	D (%)	Tyhjä (%)
Kolmio	120	4,5	16,3	77,9 (4,7)	1,4	0,0
Plussa	70	2,3	11,1	80,9 (4,7)	5,7	0,0
MatMa1	43	3,9	23,5	70,4 (8,7)	0,0	2,2
Kv. keskiarvo		6,0	28,0	57,6	7,2	1,2

Esimerkkitehtävän 11.26 tulokset olivat oppikirjojen kannalta hieman erilaiset kuin kahdessa muussa edellä esitetyssä tilastoihin liittyvässä tehtävässä. Tämän tehtävän kohdalla Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät saivat vastoin odotuksia muita hieman heikomman tuloksen, mutta katsottaessa suuria keskivirheitä eroa ei voi pitää tilastollisesti merkitsevänä (taulukko 11.69).

Tämän tehtävän kohdalla huomattavinta kuitenkin oli, että suomalaisten osaaminen oli sen kohdalla kaikkien osallistujamaiden joukossa parasta. Selkeää syytä näinkin hyvään menestykseen on tämän tehtävän kohdalla vaikea nimetä. Suomalaisten osaaminen oli yleensäkin hyvää tasoa tilasto-tehtävien kohdalla, sillä 13 tehtävästä ainoastaan kolmen kohdalla suomalaisten kansainvälinen sijoitus jäi kymmenen huonommalle puolelle. Ilmeisesti tämän tehtävän esitystavassa oli jotain sellaista, joka teki siitä suomalaisille erityisen edullisen tehtävän.

Esimerkki 11.27.

3000 hehkulampun erästä valittiin satunnaisesti 100 testattavaksi. Jos otoksen lampuista 5 todettiin viallisiksi, kuinka monta viallista hehkulamppua koko erässä voi arvioida olevan?

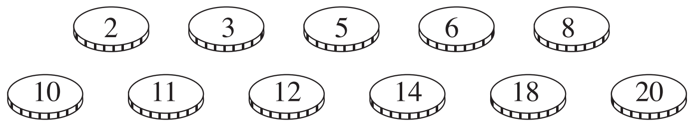
A. 15 **B.** 60 **C.** 150 **D.** 300 **E.** 600

Taulukko 11.70.
Vialliset hehkulamput -tehtävän vastausjakauma. Oikein C.

Oppikirja	Vastanneet	A (%)	B (%)	C (%) (keskivirhe)	D (%)	E (%)	Tyhjä (%)
Kolmio	356	3,9	9,3	64,4 (3,1)	11,7	9,7	1,1
Plussa	215	4,2	6,7	71,7 (3,7)	11,3	5,4	0,8
MatMa1	145	5,3	6,7	71,8 (4,6)	9,9	6,4	0,0
Kv. keskiarvo		7,5	8,3	62,1	9,0	10,9	1,6

Esimerkkitehtävä 11.27 liittyi tilastolliseen todennäköisyyteen. Vaikka todennäköisyyttä käsiteltiin erittäin vähän analysoiduissa oppikirjoissa ja 7. luokan kirjoista hieman laajemmin ainoastaan Matematiikan maailma -kirjassa, tehtävä osattiin varsin hyvin. Hieman yllättäen Plussa-kirjan käyttäjien tulokset olivat täysin samalla tasolla Matematiikan maailma -kirjaa käyttäneiden kanssa. Kolmio-kirjan käyttäjät osasivat tehtävän hieman muita heikommin, mutta keskivirheisiin suhteutettuna ero oli pieni. Myös virheellisten vastausten jakaumat olivat erittäin yhtenäiset eri kirjaryhmien välillä.

Esimerkki 11.28.
Kuvan esittämät yksitoista pelimerkkiä pannaan pussiin ja sekoitetaan.



Elisa ottaa pussista umpimähkään yhden pelimerkin. Millä todennäköisyydellä Elisan ottaman pelimerkin numero on jaollinen kolmella?

A. 1/11 **B.** 1/3 **C.** 4/11 **D.** 4/7

Taulukko 11.71.
Todennäköisyys, että numero kolmella jaollinen -tehtävän vastausjakauma. Oikein C.

Oppikirja	**Vastanneet**	**A (%)**	**B (%)**	**C (%) (keskivirhe)**	**D (%)**	**Tyhjä (%)**
Kolmio	116	4,4	25,8	61,1 (6,3)	7,1	1,5
Plussa	71	6,7	14,7	72,7 (4,3)	2,9	3,0
MatMa1	56	10,3	12,4	76,2 (4,7)	1,1	0,0
Kv. keskiarvo		13,6	29,2	48,4	5,5	2,3

Myös esimerkin 11.28 todennäköisyyteen liittyvän tehtävän Kolmio-kirjan käyttäjät osasivat hieman muita heikommin eron Matematiikan maailma -kirjan käyttäjiin oltua jopa 15 prosenttiyksikköä. Tässä esitettyjen todennäköisyystehtävien kohdalla Kolmio-kirjan käyttäjien suoritukset olivat hieman muita heikompia, mutta tilanne ei kuitenkaan ollut sama kaikkien todennäköisyystehtävien kohdalla. Tämän tehtävän kohdalla huomiota herättää myös virheellisen vaihtoehdon B. 1/3 valinneiden osuudet. Kolmio-kirjan käyttäjistä tämän vastauksen valitsi noin 26 %, kun muiden kirjaryhmien kohdalla osuus tämän vaihtoehdon kohdalla oli yli 10 prosenttiyksikköä pienempi. Käytännössä tehtävän kohdalla ei mitenkään pitäisi päätyä tulokseen 1/3, sillä nimittäjänä todennäköisyyttä ilmaisevassa murtoluvussa tulisi olla pelimerkkien lukumäärä 11. Vastaus tuleekin luultavasti vain kysymyksen kohdasta ”jaollinen kolmella”.

11.2.2.3 Yhteenvetoa eri oppikirjaa käyttäneiden oppimistuloksista

Edellä esitettyjen tulosten valossa oppikirjojen erilaisuus ei näkynyt määrällisinä eroina oppilaiden osaamisessa kokonaistuloksissa. Kuitenkin tulosten yksityiskohtaisempi tarkastelu toi esille selviäkin laadullisia eroja oppilaiden osaamisessa. Monelta osin tulokset tulee kuitenkin nähdä lähinnä suuntaa-antavina. Tämä johtuu keskivirheiden ja erojen tilastollisen merkitsevyyden määrittelyssä olleista pulmista sekä joihinkin sisältöalueisiin liittyneiden tehtävien pienestä määrästä. Rajoituksista huolimatta tehtäväkohtaisissa tuloksissa huomattuja yli 10 prosenttiyksikön eroja täytyy jo pitää merkittävinä, vaikka ne virhetarkastelun perusteella eivät aina tilastollisesti merkitseviä olleetkaan. Erityisesti tämä korostuu tilanteissa, joissa muiden samaan sisältöalueeseen liittyvien tehtävien tulokset ovat samansuuntaisia.

Yleensä ottaen eri oppikirjaa käyttäneiden tulokset olivat varsin tasaisia, mutta joidenkin sisältöalueiden kohdalla oppikirjaryhmien välillä esiintyi kuitenkin selkeitä eroja. Erityisen selvät erot olivat murtolukujen laskutoimitusten, piirin, pinta-alan ja tilavuuden laskemisen, algebrallisten lausekkeiden sekä yhtälönratkaisun kohdalla. Myös todennäköisyyden ja desimaalilukujen ominaisuuksien kohdalla oli viitteitä osaamiseroista, mutta erityisesti desimaalilukujen kohdalla tehtävien vähäinen määrä ei mahdollista pidemmälle menevien johtopäätösten tekemistä.

Havaitut sisältöaluekohtaiset erot olivat luonteeltaan toisistaan hyvinkin poikkeavia. Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät olivat hieman muita parempia kuvioiden piiriä ja pinta-alaa koskevien tehtävien kohdalla. Oppikirjatarkastelun perusteella tähän oli selkeä syy, sillä Matematiikan maailma -kirjan käyttäjät olivat koehetkellä ainoat, jotka olivat käsitelleet asiaa 7. luokan aikana. Plussa-kirjan käyttäjillä pinta-alan käsittely kuului kirjan viimeiseen kurssiin ja opettajien mukaan suuri osa kirjan käyttäjistä ei vielä koehetkellä ollut ehtinyt käsitellä tätä osuutta. Kolmio-kirjan kohdalla pinta-ala kuului vasta myöhemmillä luokilla käsiteltävään ainekseen.

Murtolukulaskuja hallitsivat parhaiten Kolmio-kirjan käyttäjät. Myös tämä tulos oli oppikirja-analyysin perusteella täysin odotettu. Kirja oli 7. luokan oppikirjoista ainoa, jossa murtoluvut kerrattiin perusteellisesti kirjan ensimmäisen kurssin aikana, ja tämä näkyi ilmiselvästi tuloksissa. Murtolukujen jakolaskua hallitsivat käytännössä vain Kolmiota käyttäneet oppilaat ja heistäkin vain vajaat puolet. Murtolukujen jakolaskun heikko osaaminen oli huolestuttava tulos matematiikan jatko-opiskelua ajatellen. Miten oppilaat voisivat jatkossa käsitellä esimerkiksi rationaalilausekkeita tai murtolukukertoimisia yhtälöitä, jos he eivät hallitse edes kaikkia murtolukujen laskutoimituksia? Tarkasteltujen oppikirjojen valossa oppilaille ei välttämättä tule mahdollisuuksia korjata tätä puutetta 8. tai 9. luokan aikana.

Algebralliset lausekkeet ja yhtälönratkaisu olivat puolestaan Plussa-kirjan käyttäjien vahvuusalueita. Tähänkin löytyy selkeä syy oppikirja-analyysin tuloksista, sillä Plussa-kirja käsitteli ainoana 7. luokan oppikirjana yhtälönratkaisua sekä ”kirjainlaskentaa”, ja teki tämän jopa kokonaisen kurssin avulla. Osaamiserot näyttivät kuitenkin rajoittuvan melko tarkoin tehtäviin, joissa vaadittiin melko mekaanisia algebrallisia taitoja, ja tämä vastasi täysin Plussa-kirjan asian käsittelytapaa. Kun tehtävät koskivat enemmän funktiotyylistä käsittelyä, jota esiintyi myös muissa 7. luokan oppikirjoissa, osaamiserot pienenivät tai hävisivät kokonaan. Kuitenkin Plussa-kirjojen jo ala-asteen kirjoissa muista sarjoista poikkeava algebran perustaitojen käsittely on huomioitava seikka myös nyt havaittujen oppimistulosten valossa.

Kaiken kaikkiaan nyt saatujen tuloksien valossa on tärkeää huomioida oppilailla olleet oppimismahdollisuudet oppimistuloksia analysoitaessa. Yleistuloksien tasaisuudesta huolimatta eri oppikirjoja 7. luokalla käyttäneiden osaamisessa oli havaittavissa selkeitä vahvuuksia ja heikkouksia, jotka voitiin liittää eroihin oppimismahdollisuuksissa. Samalla tulokset kuitenkin vahvistavat myös muita aikaisempia tuloksia oppimismahdollisuuksiin liittyen: Oppimismahdollisuuksia kannattaa tarkastella pidempää ajanjaksoa koskien ja toisaalta myös koulun ulkopuolisten oppimismahdollisuuksien vaikutukset tulee huomioida. Nyt havaittiin useita tuloksia, jotka olivat 7. luokan oppikirjojen pohjalta tehtyjen oletuksien vastaisia. Näissä tapauksissa selitykset voivat hyvinkin löytyä juuri ala-asteella tai koulun ulkopuolella oppimisesta.

12
Tutkimuksen luotettavuuden tarkastelua

Tämä tutkimus voidaan peruslähtökohdiltaan jakaa menetelmiltään kahteen osaan: kvalitatiiviseen sisällönanalyysiin ja kvantitatiiviseen oppimistulosten tarkasteluun. Kuitenkin tässä tutkimuksessa sovelletussa muodossa näiden menetelmien erottelu toisistaan ei ole niinkään selkeää. Oppikirja-analyysin tuloksia käsiteltiin tutkimuksessa pitkälti kvantitatiivisin menetelmin ja toisaalta oppimistulosten esittelyn yhteydessä pyrittiin runsaiden tehtäväesimerkkien avulla havainnollistamaan myös tulosten laadullisia piirteitä. Muutenkin näillä tutkimuksen osuuksilla on yhteisiä piirteitä. Erityisesti molempien osien taustalla toimii sama matematiikan kuvailussa käytetty luokittelurunko (liite 1), jota käyttäen oppikirja-analyysin yhteydessä kuvailtiin kirjojen sisältöä ja toisaalta oppilaiden osaamista mitanneen kokeen tehtävät on suunniteltu saman luokittelurungon pohjalta.

Seuraavassa tarkastellaan tutkimuksen luotettavuutta edellä kuvaillun menetelmäjaon pohjalta siten, että kuhunkin tutkimuksen vaiheeseen liittyen pyritään nostamaan esille luotettavuuden kannalta keskeisiä piirteitä. Luotettavuuden tarkastelussa käytettyjä käsitteitä ovat validiteetti ja reliabiliteetti. Validiteetilla tarkoitetaan sitä, miten hyvin koetuloksista tehtyjä tulkintoja, johtopäätöksiä ja käytännön suosituksia onnistutaan tukemaan kerätyn havaintoaineiston ja teorian avulla (Nummenmaa ym. 1997; Standards for… 1999). Reliabiliteetilla puolestaan viitataan tutkimuksen hyvään toistettavuuteen, eli esimerkiksi tutkimuksessa käytetty mittari on reliaabeli, jos sillä saadaan hyvin samansuuntaisia tuloksia eri mittauskerroilla (Standards for… 1999). Hyvä reliabiliteetti on siis olennainen osa tutkimuksen hyvää validiteettia, mutta ei kuitenkaan vielä takaa hyvää validiteettia. Tutkimuksen validiteetti voidaankin katsoa erittäin monipuoliseksi luotettavuutta koskevaksi käsitteeksi, joka pitää sisällään myös reliabiliteetin.

Menetelmien yhtymäkohtien johdosta tarkastelu on jaettu siten, että aluksi käsitellään koko tutkimuksen validiteettia nostaen esille joitakin validiteetin kannalta tärkeitä asioita. Tämän jälkeen käsitellään erikseen sisällönanalyyttisen osuuden (oppikirja-analyysin) ja oppimistuloksia käsitelleiden osuuksien reliabiliteettia. Eniten painoa käsittelyssä saa oppikirja-analyysin reliabiliteetti, sillä työssä juuri oppikirja-analyysivaiheessa tutkijan mahdollinen vaikutus tuloksiin on ollut suurin.

12.1 Tutkimuksen validiteetti

Validiteetilla tarkoitetaan siis yleisellä tasolla sitä, miten hyvin koetuloksista tehtyjä tulkintoja, johtopäätöksiä ja käytännön suosituksia onnistutaan tukemaan kerätyn havaintoaineiston ja teorian avulla (Nummenmaa ym. 1997; Standards for… 1999). Aikaisemmin validiteetilla viitattiin lähinnä mittarin kykyyn mitata aiottua ilmiötä, joten nykyinen käsitys tutkimuksen validiteetista on huomattavasti aikaisempaa laajempi (esim. Zeller 1992). Kuitenkin Nummenmaan ym. (1997) mukaan validiteettia voidaan edelleen lähestyä tarkemmin käyttäen esimerkiksi perinteistä jakoa *sisällön validiteettiin*, *käsitevaliditeettiin* ja *kriteerivaliditeettiin*. Tällaisia jaotteluja käytettäessä on vain huomioitava, että kysymyksessä ei ole erillisiä tutkimuksen validiteetin lajeja. Luokittelujen käyttö on mielekästä siinä mielessä, että niiden avulla voidaan selkeyttää erilaisten tutkimuksen validiteettiin liittyvien asioiden käsittelyä.

Edellä mainitussa perinteisessä jaossa sisällön validiteettiin, käsitevaliditeettiin ja kriteerivaliditeettiin *sisällön validiteetilla* viitataan esimerkiksi kysymyksen siitä, miten hyvin käytetyt koetehtävät edustavat mitattua ominaisuutta. Yleisemmällä tasolla sisällön validiteetilla tarkoitetaan sitä, miten hyvin tutkimuksessa käytetyt käsitteet vastaavat teoreettista ilmiötä ja miten hyvin niiden mittaamisessa onnistutaan. *Käsitevaliditeetin* kohdalla mennään käytännössä ilmiön teoreettisen mallin yksittäisten käsitteiden tasolle. Esimerkiksi tutkimuksessa käytetty mittari toimii hyvin käsitevaliditeetin kannalta, jos sen johonkin tiettyyn käsitteeseen liittyvät kysymykset ovat voimakkaammin yhteydessä toisiinsa kuin mittarin toisiin kysymyksiin. *Kriteerivaliditeetin* kohdalla mittarilla saatua tulosta verrataan johonkin muuhun kriteerinä toimivaan arvoon. Kriteerinä toimiva arvo voidaan myös saada vasta tulevaisuudessa, joten kriteerivaliditeetti voidaan jakaa yhtäaikaisvaliditeettiin ja ennustevaliditeettiin. Näistä erityisesti tulevaisuuspainotteista ennustevaliditeettia pidetään tärkeänä arvioinnin yhteydessä. (Zeller 1992; Nummenmaa ym. 1997; Kupari 1999; Metsämuuronen 2000.)

Tulevaisuuspainotteinen on myös nykyisin validiteetin yhteydessä korostettu *seurausvaliditeetti*, jolla viitataan siihen, millaisia sosiaalisia seurauksia tutkimuksella on (Moss 1992; Nummenmaa ym. 1997; Standards for… 1999). Käytännössä tutkija voi pyrkiä vaikuttamaan *seurausvaliditeettiin* esimerkiksi selittämällä tuloksien esittelyssä käytettyjen lukujen merkitystä, jotta tulosten käyttäjät eivät tekisi niiden pohjalta virheellisiä päätelmiä (Standars for… 1999; Luoma 2001). Tätä periaatetta tässä tutkimuksessa on pyritty noudattamaan mahdollisimman pitkälle. Tutkimuksen heikosta validiteetista kertoo Nummenmaan ym. (1997) mukaan esimerkiksi se, jos tutkimuksella on jokin negatiivinen seuraus, jonka voidaan osoittaa johtuneen tutkimuksessa käytetystä mittarista.

12.1.1 Matematiikan osaamisen määrittely ja kuvailu

Tämän tutkimuksen kohteena olivat suomalaisten 7. luokan oppilaiden matematiikan opetussuunnitelma ja sen tarjoamat oppimismahdollisuudet sekä matematiikan osaaminen. Kuten jo teoriaosuuden yhteydessä todettiin, käsitys matematiikan osaamisesta vaihtelee hyvin paljon esimerkiksi eri kulttuurien välillä (luku 6.1). Tämä asettaa omat haasteensa tutkimuksen validiteetille ja seuraavassa pohditaan matematiikan osaamiseen sekä sen kuvaamiseen liittyviä asioita nimenomaan tutkimuksen luotettavuuden kannalta.

12.1.1.1 Matematiikan osaamisen tulkinnallisuus

Keskusteltaessa esimerkiksi TIMSS 1999 -tutkimuksen tuloksista käytetään usein termejä kuten ”matematiikan osaaminen” ja ”geometrian ja algebran osaaminen”. Käytettäessä näitä termejä yleisessä keskustelussa oletetaan, että kaikilla keskustelijoilla on suunnilleen yhtenäinen käsitys siitä, mitä niillä oikein tarkoitetaan. Kansallisella tasolla tämä voikin pitää jossain määrin paikkansa, sillä kansallinen opetussuunnitelma määrittää, mitä matematiikan osaamisella perusopetuksen piirissä tarkoitetaan. Kuitenkin siirryttäessä keskustelemaan matematiikan osaamisesta kansainvälisellä kentällä, käsityksien kirjo jo opetussuunnitelmien tasolla laajenee huomattavasti (Schmidt ym. 1997b). Lisäksi jokainen osaamisen arviointitutkimus ymmärtää matematiikan omasta näkökulmastaan ja esimerkiksi TIMSS-tutkimusten ja viimeisimpien OECD-järjestön PISA-arviointien kohdalla näkökulma matematiikan osaamiseen on hyvinkin erilainen. Tämä ero käy parhaiten ilmi käytetyistä englanninkielisistä termeistä: TIMSS-tutkimuksessa kohteena on *matematiikan* osaaminen, kun taas PISA-arvioinnissa kohteena on *matemaattinen* osaaminen (englannissa mathematics vs. mathematics literacy) (Kupari ym. 2001; Kupari & Törnroos 2002).

Matematiikan eri sisältökokonaisuuksien osaamisesta puhuttaessa tilanne ei välttämättä selkiydy ollenkaan. Erityisen pulmallinen tilanne on geometrian kohdalla: Esimerkiksi Suomessa euklidinen geometria käytännössä hävisi kouluopetuksesta "uuden matematiikan" myötä ja nykyisin esitetään useinkin toiveita sen lisäämisestä koulumatematiikassa. Kansainvälisissä arvioinneissa tämä ilmiö näkyy eri tasolla, sillä "uuden matematiikan" suuntaus otettiin käyttöön lähinnä länsimaissa. Niinpä arviointitutkimuksissa on mukana myös maita, joissa euklidisen geometrian merkitys on huomattavasti suurempi kuin länsimaissa ja Suomessa. Siten ”geometrian osaaminen” voidaan ”matematiikan osaamisen” tavoin ymmärtää hyvin monella eri tavalla. (Robitaille & Garden 1989; Malaty 1998.)

Sekaannusten välttämisessä ”matematiikan osaamisen” kaltaiset termit tulee määrittää mahdollisimman tarkasti ja tässä tutkimuksen dokumentoinnilla on erittäin tärkeä sija. Esimerkiksi TIMSS-tutkimuksiin liittyen on julkaistu tutkimuksessa käytetyt matematiikan ja luonnontieteiden luokittelut (Mathematics Curriculum Framework 1992; Robitaille ym. 1993). Toisaalta raportoinnissa on pyritty esittelemään mahdollisimman runsaasti tehtäväesimerkkejä, jotka havainnollistavat käytettyä arviointimittaria (Mullis ym. 2000; Kupari ym. 2001). Tehtäväesimerkkien määrää kuitenkin rajoittaa esimerkiksi se, että usein samoja tehtäviä halutaan käyttää myös arviointien myöhemmissä vaiheissa (esim. TIMSS 1999 -tutkimuksen tehtävistä puolet on vapautettu julkaistavaksi). Toisaalta myös raportoitavan materiaalin runsaus voi vähentää halua esittää runsaasti tehtäväesimerkkejä laajojen hankkeiden ensimmäisiin raportteihin. Siten arviointien ensimmäisten raporttien perusteella kuvaukset käytetystä arviointimittarista ja samalla "matematiikan osaamisesta" jäävät usein vajavaisiksi.

Tässä tutkimuksessa on pyritty korjaamaan tätä TIMSS 1999 -tutkimuksenkin raportoinnissa havaittavaa puutetta. Tulosten esittelyssä tehtäväesimerkeillä on ensiarvoisen tärkeä osuus. Tässä yhteydessä tehdyt analyysit vahvistivat osaltaan, miten vaikeaa matematiikan sisältöalueiden määrittely ja toisistaan erottelu on. Käytetyistä tehtävistä useat voisi sijoittaa useaankin sisältöalueeseen ja joissakin selkeissä tapauksissa tehtäviä luokiteltiin analyysivaiheessa TIMSS 1999 -tutkimuksen luokittelusta poikkeavalla tavalla. Selkeimpiä esimerkkejä tällaisista luokittelun kannalta vaikeista tehtävistä olivat niin geometriaan kuin lukukäsitteisiinkin liittyvät tehtävät lukusuorasta ja luvun koordinaateista suoralla, sekä algebraan luokitellut tehtävät, jotka voitiin helposti ratkaista myös ilman yhtälöitä tehtävissä esitettyjen lukujen avulla (numeerisesti, esimerkki 11.22). Tällaisten tehtävien olemassaolo on mitä selkein peruste tulosten tehtävätasoiselle analysoinnille. Esimerkiksi edellä mainitut algebran ilman yhtälöitä ratkaistavissa olleet tehtävät vaikuttivat osaltaan positiivisesti suomalaisten algebran tuloksiin. Jos siis TIMSS 1999 -tutkimuksen perusteella sanotaan suomalaisten 7.-luokkalaisten algebran osaamisen olleen kohtalaista, niin yhtä perusteltua voisi olla sanoa sen olleen melko heikkoa. Kumpi tulkinta tahansa voidaan tehdä riippuen siitä, minkä tehtävien katsoo mitanneen algebran taitoja.

12.1.1.2 Matematiikan luokittelurunko, tiedollinen koe ja Suomen opetussuunnitelma

Tämän tutkimuksen matematiikan osaamisen kuvaamisen ja samalla sisällön validiteetin perustana toimii liitteessä 1 esitelty matematiikan luokittelurunko. Kyseinen luokittelurunko on käynyt läpi pitkän kehitystyön aina 1980-luvulla järjestetystä toisesta kansainvälisestä matematiikkatutkimuksesta (SIMS) lähtien ja sen pohjalta toteutettiin jo ennen TIMSS 1999 -tutkimusta vuoden 1995 TIMSS-tutkimus. Luokittelurunko on jo siis havaittu toimivaksi kansainvälisissä matematiikan osaamista koskevissa arvioinneissa. (Robitaille ym. 1993; Mullis ym. 2000.)

Luokittelurunkoa laadittaessa joudutaan aina ratkaisemaan, miten ”tiheä” siitä tehdään, eli miten paljon erillisiä luokkia siihen sisällytetään (Robitaille ym. 1993). Tämänkin tutkimuksen oppikirja-analyysin kohdalla havaittiin, että suomalaisen opetussuunnitelman kannalta jotkut luokat olisi voinut jakaa edelleen pienempiin luokkiin (esimerkiksi erotella murtolukujen laskutoimitukset toisistaan) ja toisaalta joitakin toisia luokkia olisi kenties voinut yhdistää suuremmiksi kokonaisuuksiksi. Tämä ei kuitenkaan Schmidtin ym. (2001) mukaan periaatteessa vaikuta tutkimuksen validiteettiin vaan luokittelun tiheys ainoastaan määrittää, kuinka tarkasti asioita voidaan kuvailla.

Myös oppilaiden osaamista mitannut tiedollinen koe pohjautui liitteenä 1 olevaan matematiikan luokittelurunkoon. Vastaavasti kuin luokittelurungon kohdalla, kokeen tarkoituksena oli pystyä luotettavasti arvioimaan ja kuvaamaan matematiikan osaamista TIMSS 1999 -tutkimukseen osallistuneissa maissa. Kokeen osalta on huomioitava, että matematiikan sisältöalueiden kohdalta se mittasi eräänlaisen ”kansainvälisen matematiikan opetussuunnitelman” mukaista osaamista (Linn 2002). Pelkästään jo rajoitetun ajan vuoksi kansainvälisissä arvioinneissa käytetyissä kokeissa ei ole mahdollista kattaa kaikkien osallistujamaiden opetussuunnitelmien erikoispiirteitä. Suomen kannalta tämä näkyi kokeessa muun muassa siten, että siinä ei ollut ollenkaan negatiivisia kokonaislukuja koskevia tehtäviä. Oppikirjojen perusteella negatiiviset kokonaisluvut olivat olennainen osa 7. luokan matematiikan opetussuunnitelmaa Suomessa, joten Suomen opetussuunnitelman kannalta niitä olisi pitänyt esiintyä myös arvioinnissa.

Juuri arviointien kohdistuminen ”kansainväliseen opetussuunnitelmaan” on herättänyt paljon kritiikkiä TIMSS-tutkimuksia ja niiden edeltäjiä kohtaan (esim. Keitel & Kilpatrick 1999; Clarke 2003). Kuitenkin Smithin (2002) mukaan jonkin kansallisessa opetussuunnitelmassa vähälle käsittelylle jäävän sisältöalueen painottuminen kansainvälisessä arvioinnissa voi hyvinkin johtaa pohdintoihin kansallisen opetussuunnitelman kehittämistarpeista. Vastaavasti voidaan myös pohtia, saavatko jotkin sisältöalueet liikaa painoa kansallisessa opetussuunnitelmassa tai käsitelläänkö jotain sisältöaluetta muuten poikkeavasti verrattuna muihin maihin. Tämän tutkimuksen valossa esimerkiksi algebran alkeiden ja negatiivisten kokonaislukujen käsittely voisivat Suomessa herättää tällaisia pohdintoja.

Jos siis TIMSS 1999 -kokeen (sisällön) validiteettia tarkastellaan pelkästään Suomen 7. luokan matematiikan opetussuunnitelman kannalta, niin koe ei kattanut kaikkia 7. luokan opetuksessa keskeisiä matematiikan sisältöalueita. Tämän työn kohdalla tällainen suppea näkökulma ei kuitenkaan ole riittävä. TIMSS 1999 -arviointi antaa mahdollisuuden verrata matematiikan osaamista suomalaista opetussuunnitelmaa laajemmassa viitekehyksessä ja samalla se mahdollistaa myös opetussuunnitelman kriittisen tarkastelun ”kansainvälisen opetussuunnitelman” kannalta. Tutkimus antaa paljon opetussuunnitelman kehitystyöhän soveltuvaa tietoa ja edellä esitetyn perusteella myös kokeen Suomen opetussuunnitelmista ja oppikirjoista poikkeavat painotukset antavat aineksia kehityspohdiskeluihin.

Joka tapauksessa käytetty matematiikan luokittelu soveltui tehtyjen opetussuunnitelma- ja oppikirja-analyysien perusteella varsin hyvin suomalaisen matematiikan opetussuunnitelman kuvaamiseen. Esimerkiksi oppikirjoissa ei esiintynyt yhtään sellaista blokkia, jonka matemaattisen sisällön kuvailuun luokittelu ei olisi soveltunut. Luokittelussa oli luokkia, joita ei tarvittu suomalaisen luokkien 5.–7. matematiikan opetussuunnitelman kuvaamiseen, mutta tämä lähinnä tarkentaa opetussuunnitelmasta saatua kuvaa. Mielenkiintoisia havaintoja olivat esimerkiksi ne, että peruslaskutoimitusten ominaisuuksia ja mittaustarkkuutta ei juurikaan käsitelty analysoiduissa matematiikan oppikirjoissa.

Esitetystä kritiikistä huolimatta ”kansainvälisen opetussuunnitelman” kannalta TIMSS 1999 -tutkimuksen mittaus osoittautui varsin toimivaksi. Maiden järjestys säilyi melkein muuttumattomana, kun tulokset laskettiin kerrallaan vain yhden maan opetussuunnitelman suhteen yhteensopivien tehtävien osalta (Mullis ym. 2000). Tämä kertoo siitä, että tutkimus toteutti varsin hyvin ”tasaisen epäoikeudenmukaisuuden” periaatetta, jonka mukaan mittarin tulee kohdella kaikkia maita yhtä ”epäreilusti” (Leimu 2001a).

12.1.1.3 Luokittelujen ongelmia

Kuten edellä jo todettiin, monet kokeessa käytetyt tehtävät olisi voinut luokitella liittyväksi useampaan kuin yhteen sisältöalueeseen. Tämä ei kuitenkaan ollut ainoa tehtävien luokitteluun liittyvä ongelma tutkimuksessa ja myös käytettyihin luokitteluihin liittyi joitakin pulmia.

Luokittelujen pulmat tulevat esiin vertailtaessa matematiikan luokitusrungossa (liite 1), opettajakyselyssä (taulukot 11.23–11.25) sekä oppimistulosten esittelyssä (esim. taulukot 11.27–11.31) käytettyjä sisältöalueluokitteluja. Nämä luokittelut eivät vastaa täysin toisiaan ja useimmissa tapauksissa opettajakyselyssä ja oppimistulosten esittelyssä käytetyt luokat ovat hieman hienojakoisempia kuin alkuperäisessä matematiikan luokitusrungossa. Nämä eroavuudet haittaavat lähinnä oppimismahdollisuuksia koskevien tietojen ja oppimistulosten yhdistämistä toisiinsa, mistä syystä varsinkin oppikirjoja koskevien tulosten yhteydessä on pyritty tuomaan esille myös alkuperäiselle luokitukselle ”näkymättömiä” tuloksia koskien esimerkiksi murtolukujen laskutoimituksia.

Eräs pulma tuloksia analysoitaessa koski suhteeseen ja verrantoon liittyviä havaintoja. Alkuperäisessä luokitusrungossa (liite 1) ja myös sen pohjalta laadituissa opettajakyselyn kysymyksissä suhde ja verranto muodostavat oman sisältökokonaisuutensa. Lisäksi myös TIMSS 1999 -tutkimuksen tiedollisen kokeen kohdalla aiottiin alun perin nyt käytettyjen viiden sisältökokonaisuuden lisäksi raportoida erikseen myös tulokset koskien suhdetta ja verrantoa. Tästä kuitenkin luovuttiin johtuen osittain suhteeseen ja verrantoon liittyneiden tehtävien pienestä lukumäärästä (yhteensä 13). Nämä tehtävät liitettiin lukujen ja laskutoimitusten sekä algebran sisältökokonaisuuksiin. Periaatteessa tämä aiheuttaa ongelmia tulosten tulkintavaiheessa, sillä esimerkiksi opettajakyselyn kysymyksissä vastaavaa erottelua ei tehdä. Suomessa tämä ei kuitenkaan onneksi aiheuttanut suuria ongelmia, sillä oppikirjojen perusteella suhteen ja varsinkin verrannon käsittely oli vielä varsin vähäistä 5.–7. luokkien aikana.

TIMSS 1999 -tutkimuksessa käytetyt tehtävät oli mittarin laadinnan yhteydessä luokiteltu myös suoritusodotusten suhteen. Näissä luokitteluissa havaittiin selkeitä ristiriitaisuuksia, joissa toisiaan vastaavat tehtävät oli liitetty eri suoritusodotuksiin. Tästä syystä tehtävät luokiteltiin kansallisesti uudestaan suoritusodotuksien suhteen ja tämän perusteella saadut tulokset esitetään taulukossa 11.32. Oppikirja-analyysin luotettavuustarkastelun valossa tehtäväluokittelun tulisi olla hyvin yhtenevä oppikirja-analyysissä käytettyjen suoritusodotusten kanssa.

12.1.2 Muita tutkimuksen luotettavuuteen liittyviä tekijöitä

Edelliset pohdinnat liittyvät lähinnä tutkimuksen sisällön validiteettiin ja käsitevaliditeettiin, kun tarkasteltavana ovat matematiikan osaaminen ja oppimismahdollisuudet. Tutkimuksen luotettavuuteen on yhteydessä edellä käsiteltyjen lisäksi monia muitakin tekijöitä, joista seuraavassa nostetaan esille vielä trianguointiperiaate aineistoa kerättäessä sekä tiedollisessa kokeessa yleisesti käytetyt monivalintatehtävät.

12.1.2.1 Triangulointi ja kriteerivaliditeetti

Sisällön validiteetin ja käsitevaliditeetin ohella yleisesti käytetty validiteetin tarkastelutapa, kriteerivaliditeetti, voidaan tässä tutkimuksessa liittää triangulointiin, eli asian tarkasteluun usealla eri menetelmällä (mm. Kupari 1999; Ahtineva 2000). Oppilaille koulussa tarjolla olleita oppimismahdollisuuksia kartoitettaessa tietoa saatiin ennen kaikkea oppikirjoista, mutta tämän tukena toimivat *Opetussuunnitelman perusteiden* analyysi sekä opettajien arviot heidän 7. luokalla käsittelemistään matematiikan sisältöalueista. Näiden eri tiedonlähteiden perusteella saadut tulokset tukivat varsin pitkälle toisiaan, eli tältä osin tutkimus vaikuttaa hyvinkin luotettavalta. Toisaalta oppimismahdollisuuksista saadut tiedot näyttivät olevan selkeästi yhteydessä havaittuihin oppimistuloksiin, mikä myös tukee tutkimuksen luotettavaa vaikutelmaa.

12.1.2.2 Monivalintatehtävät

Tiedollisen kokeen tehtävien luokittelun ohella niiden tehtävätyyppi on eräs tutkimuksen validiteettia koskeva piirre, jota voidaan jossain määrin kritisoida. Suomessa monivalintatehtäviä ei juuri esiinny oppikirjoissa ja sen myötä niiden käyttö matematiikan opetuksessa lienee muutenkin harvinaista. Siten TIMSS 1999 -tutkimuksen kokeessa yleisesti käytetyt monivalintatehtävät eivät vastaa sitä, mihin suomalaiset oppilaat ovat tottuneet. Kuitenkin tässä pätee jo aiemmin todetut (luku 7.3.3) asiat eri tehtävätyyppejä koskien, eli monivalintatehtävillä pystytään mittaamaan varsin hyvin samoja taitoja kuin avoimilla tehtävillä. Toisaalta matematiikan kohdalla monivalintatehtävät soveltuvat osaamisen mittaamiseen siksikin melko hyvin, että ongelmilla usein on yksikäsitteinen oikea vastaus. Voidaankin sanoa, että jos monivalintatehtävä on hyvin laadittu, oikean vastauksen löytämiseksi on suoritettava samat laskutoimitukset kuin avoimen tehtävän kohdalla.

12.2 Oppikirja-analyysin reliabiliteetti

Tutkimuksessa tehty oppikirja-analyysi oli erittäin merkittävässä asemassa, sillä oppikirjoja koskevia tuloksia käytettiin myös oppimistulosten tarkastelussa. Tästä syystä oppikirja-analyysin luotettavuuteen kiinnitettiin erityistä huomiota ja 7. luokan oppikirjojen osalta suoritettiin luotettavuuskoodaukset. Tämä suoritettiin siten, että jokaisen 7. luokan oppikirjan analysoi yksi luotettavuuskoodaaja, joka kunkin kirjan kohdalla oli eri henkilö. Luotettavuuskoodaajille annettiin käyttöön samat työskentelyohjeet, joiden avulla itse tutkija oli tehnyt työn. Luotettavuustarkastelu kuitenkin rajoitettiin oppikirjojen blokkien sisältöä kuvaaviin sisältöalue- ja suoritusodotusluokkiin, eli luotettavuuskoodaajat eivät itse jakaneet oppikirjoja blokkeihin. Hyvä reliabiliteetti edellyttää mahdollisimman selkeitä ja yksiselitteisiä luokittelusääntöjä (Mäkelä 1990), ja luotettavuuskoodauksen keskeisenä tavoitteena oli juuri varmentaa tutkijan luokitteluohjeista tekemien tulkintojen oikeellisuus.

12.2.1 Sisältöaluetulkintojen luotettavuus

Oppikirja-analyysin luotettavuustarkastelun aluksi käsitellään sisältöalueiden luokittelua, sillä nimenomaan sisältöalueet olivat erityisen tärkeässä asemassa oppimistulosten tarkastelun yhteydessä. Luotettavuustarkastelun yhteydessä paljastui kaksi suurempaa virhelähdettä ja seuraavassa ne käsitellään erikseen.

12.2.1.1 Ensi- ja toissijaisten sisältöalueiden erottelu

Kuten luvun 10.1 menetelmäkuvauksessa kerrottiin, oppikirja-analyysin yhteydessä eroteltiin ensi- ja toissijaiset sisältöalueet (eli keskeinen ja toisarvoinen sisältö). Taulukossa 12.1 esitellään analysoitujen 7. luokan oppikirjojen ensisijaisiksi luokiteltujen sisältöalueiden prosentuaalisten jakaumien korrelaatiot tutkijan ja luotettavuuskoodaajien välillä. Yksittäisiä oppikirjoja koskien pienin jakaumien korrelaatio oli Kolmion 0.84 ja suurin Plussan 0.91. Näiden kertoimien valossa voidaan siis sanoa, että sisältöalueiden luokittelu näyttää melko luotettavalta. Myös eri oppikirjojen väliset korrelaatiot (esimerkiksi Kolmio – MatMa1 ja Kolmio – Luot MatMa1) olivat melko lähellä toisiaan, joten niidenkin valossa tulokset ovat riittävän vertailukelpoisia.

Taulukko 12.1.
Analysoitujen 7. luokan oppikirjojen ensisijaisten sisältöalueiden jakaumien korrelaatiot tutkijan ja luotettavuuskoodaajien välillä.

Pearsonin korrelaatiot	**Sisältöalueluokkien määrä n=41**					
	Kolmio	Luot Kolmio	Plussa 1	Luot Plussa 1	MatMa1	Luot MatMa1
Kolmio	.	**0.84**	0.67	0.54	0.75	0.72
Luot Kolmio	**0.84**	.	0.57	0.57	0.69	0.72
Plussa 1	0.67	0.57	.	**0.91**	0.51	0.61
Luot Plussa 1	0.54	0.57	**0.91**	.	0.52	0.64
MatMa1	0.75	0.69	0.51	0.52	.	**0.89**
Luot MatMa1	0.72	0.72	0.61	0.64	**0.89**	.
Kaikki taulukon korrelaatiot ovat merkitseviä $p<0.01$.						

Vaikka luotettavuuskoodauksen korrelaatiot ensisijaisten sisältöalueiden kohdalla olivatkin melko hyvät, joitakin ongelmallisia kohtia esiintyi. Esimerkiksi Plussa-kirjan kohdalla tuloksien pohjalta ei luotettavasti voinut sanoa, kumpi muista kirjasarjoista oli lähempänä sitä sisältöjakaumansa suhteen, sillä tutkijan ja luotettavuuskoodaajien tulokset olivat tämän kysymyksen suhteen ristiriitaiset. Tulosten lähemmän tarkastelun yhteydessä havaittiin, että eräs huomattava ero tutkijan ja luotettavuuskoodaajien välillä oli ensi- ja toissijaisten sisältöalueiden erottelussa. Erityisen selvä tämä ero oli Kolmio-kirjan kohdalla. Tutkija käytti yleensä varsin vähän toissijaisia sisältökoodeja, mutta luotettavuuskoodaajat olivat käyttäneet niitä joissakin tapauksissa hyvin runsaasti. Ensi- ja toissijaisten sisältöluokkien erotteluun ei käytetyissä ohjeissa (McKnight ym. 1992) annettu selkeää sääntöä, mikä selkeästi oli johtanut koodaajat erilaisiin tulkintoihin asiasta.

Edellä esitellyn ongelman löydyttyä, tuloksissa päätettiin olla erottelematta ensi- ja toissijaisia sisältöalueita. Samalla korjattiin joitakin luotettavuuskoodaajien tiedostoissa löydettyjä virheitä: puuttuvia sisältöalue- ja suoritusodotusluokituksia lisättiin (useimmiten blokkityyppinä oli liittyvä grafiikka) ja joitakin painokerrointietoja korjattiin ja laskettiin uudestaan. Seuraavassa esitellään sisältöjakaumien korrelaatiot ensi- ja toissijaisten sisältöalueiden yhdistämisen ja mainittujen korjausten jälkeen.

Taulukko 12.2.
Analysoitujen 7. luokan oppikirjojen sisältöalueiden jakaumien korrelaatiot ensi- ja toissijaisten sisältöalueluokkien yhdistämisen jälkeen.

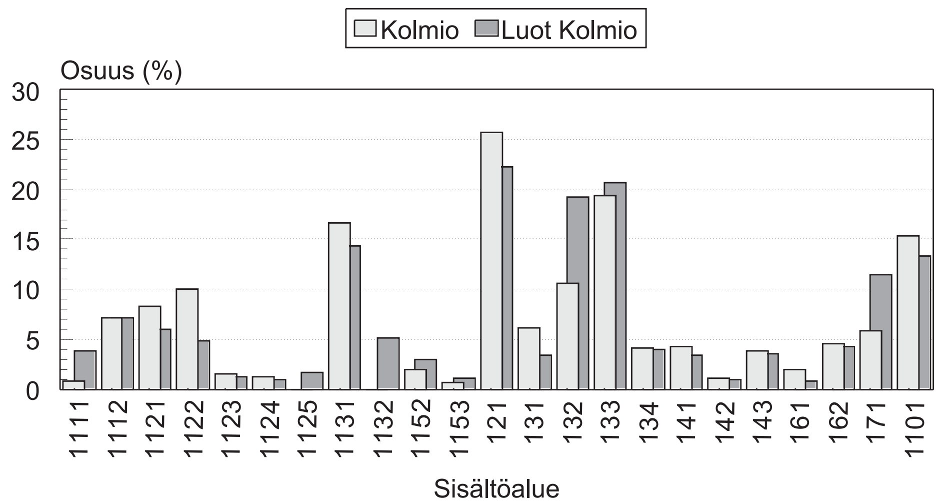
Pearsonin korrelaatiot	**Sisältöalueluokkien määrä n=41**					
	Kolmio	Luot Kolmio	Plussa 1	Luot Plussa 1	MatMa1	Luot MatMa1
Kolmio	.	**0.93**	0.68	0.57	0.75	0.73
Luot Kolmio	**0.93**	.	0.63	0.56	0.71	0.75
Plussa 1	0.68	0.63	.	**0.92**	0.53	0.64
Luot Plussa 1	0.57	0.56	**0.92**	.	0.53	0.65
MatMa1	0.75	0.71	0.53	0.53	.	**0.89**
Luot MatMa1	0.73	0.75	0.64	0.65	**0.89**	.
Kaikki taulukon korrelaatiot ovat merkitseviä $p<0.01$.						

Ero taulukossa 12.1 esitettyihin lukuihin on melko selvä korrelaatioiden ollessa välillä 0.89–0.93. Ainoastaan Matematiikan Maailma -kirjan kohdalla korrelaatio ei parantunut, mutta erityisesti Kolmio-kirjan kohdalla korrelaatio parani huomattavasti. Kolmio-kirjan kohdalla paraneminen johtui erityisesti mittaaminen -sisältöalueen erilaisesta käsittelystä koodaamisessa. Tutkija luokitteli tämän usein ensisijaiseksi sisältöalueeksi, kun luotettavuuskoodaaja luokitteli sen toissijaiseksi sisältöalueeksi. Ensi- ja toissijaisten sisältöalueiden erottelun kohdalla analyysimenetelmän ohjeistus paljastui siis selkeästi riittämättömäksi.

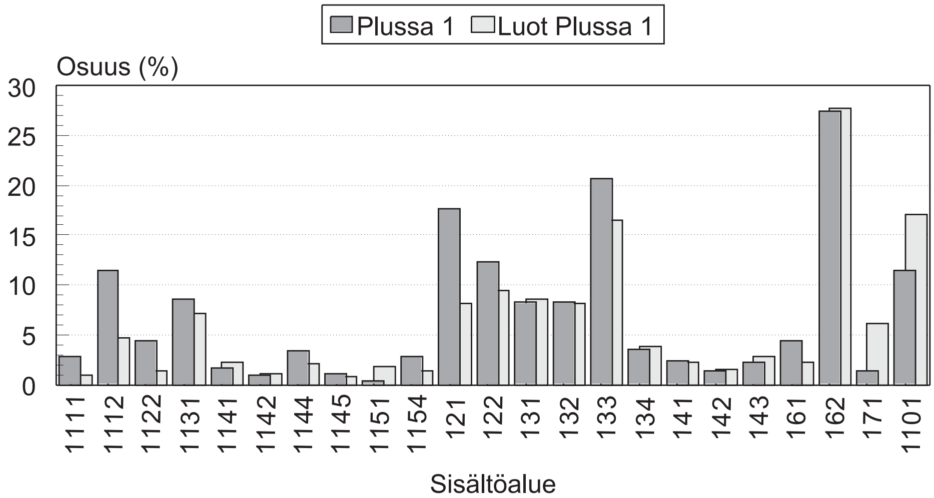
Korrelaatioiden perusteella ensi- ja toissijaisten sisältöalueiden erottelematta jättäminen paransi selvästi tulosten luotettavuutta ja tästä syystä tulokset päädyttiin esittelemään yhdistettynä. Tämä ratkaisu oli toisaalta erittäin hyvin sopusoinnussa tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin, joiden mukaan sisältöalueita ei pyritä asettamaan tärkeysjärjestykseen.

12.2.1.2 Sisältöaluekohtaiset erot

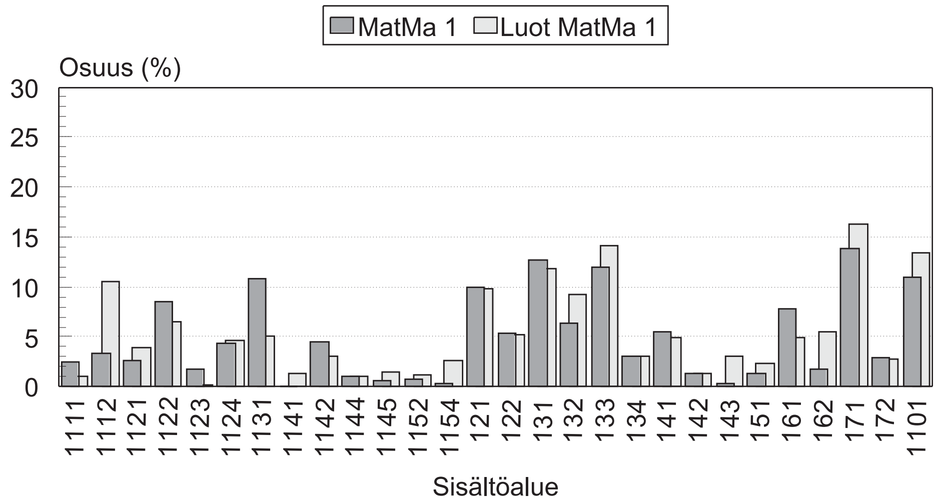
Ensi- ja toissijaisten sisältöalueiden erottelun poistamisen jälkeen tarkasteltavaksi jäivät vielä koodaajien mahdolliset erilaiset tulkinnat sisältöalueluokkia koskien. Seuraavassa tuloksia tarkastellaankin kirjakohtaisesti sisältöalueiden osalta, jotta mahdolliset varsinaisen koodaajaan systemaattiset virheet tai eroavuudet luotettavuuskoodaajista tulisivat esille.



Kuvio 12.1.
Matematiikan Kolmio-kirjan sisältöaluejakaumat tutkijalta ja luotettavuuskoodaajalta.



Kuvio 12.2.
Plussa 1 -kirjan sisältöaluejakaumat tutkijalta ja luotettavuuskoodaajalta.



Kuvio 12.3.
Matematiikan maailma 1 -kirjan sisältöaluejakaumat tutkijalta ja luotettavuuskoodaajalta.

Katsottaessa sisältöaluekohtaisia eroja luotettavuuskoodaajien ja varsinaisen koodaajan välillä (kuviot 12.1–12.3, sisältöaluekoodien selitykset liitteessä 1) näyttää selkeästi siltä, että erot olivat pitkälti kirjakohtaisia. Systemaattista eroa kaikkien luotettavuuskoodaajien ja varsinaisen koodaajan välillä ei löytynyt.

Kolmio-kirjan kohdalla (kuvio 12.1) suurimmat erot liittyivät muutamaan sisältökokonaisuuteen. Lukujen ja laskutoimitusten kohdalla luotettavuuskoodaaja oli käyttänyt sisältöaluetta rationaaliluvut (1132), jota tutkija ei käyttänyt ollenkaan. Tämä ero johtui kirjan luvun nimen huomioimisesta tai sen huomiotta jättämisestä kirjan koodaamisen yhteydessä. Kolmio-kirjassa on luku rationaaliluvut ja siinä käsitellään eri lukusisältöalueita. Tutkija oli luokitellut nämä erillisten sisältöjensä mukaan esimerkiksi kokonaisluvut- tai desimaaliluvut-sisältöalueeseen, kun luotettavuuskoodaaja oli käyttänyt luvun otsikon mukaista sisältöaluetta rationaaliluvut. Tämän eron ohella tutkijan ja luotettavuuskoodaajan välillä oli varsin suuri ero tasogeometrian perusteiden (132) osuudessa. Luotettavuuskoodaaja käytti usein lähinnä monikulmioihin (133) liittyvien blokkien yhteydessä myös luokitusta tasogeometrian perusteet, jos näissä blokeissa käsiteltiin esimerkiksi kolmion kulmia. Tutkija käytti vastaavissa tapauksissa vain sisältöaluetta monikulmiot. Tilastojen (171) kohdalla esiintyi myös pieni ero. Tämän kohdalla taas tutkija oli käyttänyt kirjan luvun nimeä sovellettu koordinaatisto ja sisältöaluetta koordinaattigeometria (1131), kun luotettavuuskoodaaja oli puolestaan käyttänyt sisältöaluetta tilastot.

Plussa 1 -kirjan kohdalla (kuvio 12.2) luotettavuuskoodaaja käytti huomattavasti tutkijaa vähemmän mittaamista (121) sisältöalueena. Muiden sisältöalueiden (1101) ero liittyi ongelmanratkaisuun sisältöalueena. Seitsemännen luokan oppikirjoista Plussassa ja Kolmiossa on erillinen luku ongelmanratkaisutavoista. Tähän liittyvät tehtävät on luokiteltu kuulumaan joko muihin sisältöalueisiin tai sitten tehtävän sisältöä parhaiten kuvaavan sisältöalueen mukaan. Plussa 1 -kirjan kohdalla tämä sisältöalue oli usein luonnolliset luvut (1112), ja tutkija käytti näiden tehtävien kuvailussa tätä sisältöaluetta ja luotettavuuskoodaaja puolestaan luokkaa muut sisältöalueet.

Matematiikan maailma I -kirjan kohdalla (kuvio 12.3) erottui myös selkeästi muutamia sisältökokonaisuuksia, joiden kohdalla eroja esiintyi. Lukujen ja laskutoimitusten kohdalla erottuivat luonnollisten lukujen laskutoimitukset (1112) ja kokonaisluvut (1131). Näiden kohdalla koodaajien luokitukset menivät selkeästi ristiin siten, että luotettavuuskoodaaja käytti luokitusta luonnolliset luvut tutkijan käyttäessä kokonaislukuja. Kaksiulotteisen geometrian sisältöalueiden kohdalla (132 ja 133) luotettavuuskoodaajan saamat osuudet olivat hieman varsinaisen koodaajan osuuksia suuremmat. Funktioiden (161), yhtälöiden (162) ja tilastojen (171) kohdalla luokitukset menivät myös hieman ristiin aiheuttaen kohtalaisia eroja jakaumissa. Erityisesti varsinainen koodaaja käytti usein luokitusta funktiot luotettavuuskoodaajan käyttäessä luokitusta yhtälöt. Periaatteessa molempia luokituksia voi käyttää, sillä kirjassa käsitellään sekä yhtälöihin että funktioihin liittyviä sisältöjä otsikon tilastot ja funktiot alla.

Kokonaisuutena sisältöalueiden luokittelun luotettavuutta voidaan pitää varsin hyvänä. Eroja esiintyi, mutta ne liittyivät usein luokkien rajojen tarkan märittelyn vaikeuteen: esimerkiksi milloin kuvaaja luokitellaan kuuluvaksi sisältöalueeseen funktiot, koordinaatisto tai tilastot, vai käytetäänkö jotain yhdistelmää. Tulkinnat ovat usein pienestä kiinni ja ne olisi keskustelemalla voitu yhdenmukaistaa hyvinkin helposti. Luotettavuuskoodauksien tarkoituksena oli kuitenkin tarkastella nimenomaan tilannetta siten, että koodaajat lähtivät liikkeelle "puhtaalta pöydältä" ja tekivät omat tulkintansa ohjeista. Siten tulosten perusteella uskaltaa hyvinkin sanoa, että myös muut vastaavilla materiaaleilla työhön lähteneet olisivat päätyneet hyvin samanlaisiin tuloksiin.

12.2.2 Suoritusodotusten tulkintojen erot

Vastaavasti kuin sisältöalueiden kohdalla myös suoritusodotuksien kohdalla päädyttiin ensi- ja toissijaisten suoritusodotuksien yhdistämiseen tuloksissa. Tutkija käytti oppikirjojen kuvailussa toissijaisia suoritusodotuksia paljon vähemmän kuin luotettavuuskoodaajat ja tämän erottelun jättäminen pois paransi tulosten luotettavuutta huomattavasti.

Taulukko 12.3.
Analysoitujen 7. luokan oppikirjojen suoritusodotusjakaumien korrelaatiot tutkijan ja reliabiliteettikoodauksen välillä (ensi- ja toissijaiset suoritusodotukset yhdistetty).

Pearsonin korrelaatiot	**Suoritusodotusluokkien määrä n=20**					
	Kolmio	Luot Kolmio	Plussa 1	Luot Plussa 1	MatMa1	Luot MatMa1
Kolmio	.	**0.85**	0.96	0.93	0.96	0.95
Luot Kolmio	**0.85**	.	0.84	0.87	0.82	0.85
Plussa 1	0.96	0.84	.	**0.96**	0.92	0.93
Luot Plussa 1	0.93	0.87	**0.96**	.	0.89	0.95
MatMa1	0.96	0.82	0.92	0.89	.	**0.96**
Luot MatMa1	0.95	0.85	0.93	0.95	**0.96**	.
Kaikki korrelaatiot ovat merkitseviä p<0.01.						

Taulukosta 12.3 nähdään, että luotettavuuskoodauksen ja varsinaisen koodauksen korrelaatiot olivat suoritusodotusten kohdalla varsin korkeat Kolmio-kirjaa lukuun ottamatta. Plussa- ja Matematiikan maailma -kirjojen kohdalla korrelaatiot olivat luokkaa 0.95, mikä oli erittäin korkea. Kolmio-kirjan kohdalla korrelaatio on selvästi alhaisempi (~0.85), koska sen kohdalla luotettavuuskoodaajan tulkinta suoritusodotusten luokittelusta poikkesi erittäin paljon muiden tulkinnasta. Tämä näkyi selkeimmin hänen antamiensa koodien määrässä, mikä oli keskiarvona noin 2 koodia/blokki, kun muut antoivat keskimäärin noin 1,3 koodia/blokki. Tutkijaan verrattuna luotettavuuskoodaaja antoi Kolmio-kirjan kohdalla melkein kaksinkertaisen määrän koodeja, mikä vaikeutti huomattavasti vertailua. Kolmio-kirjan luotettavuuskoodaaja käytti myös muista poiketen erittäin runsaasti matemaattiseen viestintään liittyviä suoritusodotuskoodeja *sanaston ja merkintätapojen käyttö* sekä *esitystapojen yhteydet*. Vastaavissa tapauksissa muut käyttivät tavallisesti vain suoritusodotusta *matemaattisten objektien ja ominaisuuksien muistaminen*.

Kaikkien kirjojen kohdalla tutkija käytti selvästi luotettavuuskoodaajia runsaammin suoritusodotusta *esittäminen*. Luotettavuuskoodaajien käyttämät suoritusodotusluokat näiden kohdalla vaihtelivat tapauskohtaisesti: esimerkiksi Kolmio-kirjan kohdalla luotettavuuskoodaajaan usein käyttämä suoritusodotus oli *esitystapojen yhteydet*. Kaiken kaikkiaan tuloksia voidaan kuitenkin pitää varsin luotettavina myös suoritusodotusten kohdalta, mitä osoittavat Matematiikan maailma - ja Plussa-kirjojen jakaumien erittäin korkeat korrelaatiot.

12.3 Oppimistulosten arvioinnin reliabiliteetti

Mittarin mitatessa yhtä ominaisuutta on tavallista arvioida sen luotettavuutta määrittämällä sen Cronbachin alfa -kerroin, joka kertoo mittarin sisäisestä yhdenmukaisuudesta (Thorndike 1992; Kupari 1999). Oppilaiden osaamista mitattaessa yhdenmukaisuus viittaa mittarin johdonmukaiseen hyvien ja heikkojen oppilaiden erotteluun, eli se on yhteydessä tehtävien erottelukykyyn. TIMSS 1999 -tutkimuksen tiedollisen mittarin mediaani Cronbachin alfa -kerroin oli niinkin korkea kuin 0,86, minkä mukaan mittarin yhdenmukaisuus oli erittäin korkea. TIMSS 1999 -tutkimuksessa tehtävät oli jaettu kahdeksaan tehtävävihkoon ja edellä esitetty kerroin on vihkokohtaisesti laskettujen kertoimien mediaani. (Mullis ym. 2000) Oppimistulosten mittaamisen luotettavuus oli siis yhdenmukaisuuden mielessä erittäin hyvä.

Tämän tutkimuksen kannalta tiedollisen mittarin hyvinkin korkeasta yhdenmukaisuudesta saattoi olla jopa haittaa. Tutkimuksen taustaoletuksena oli, että hajautetun opetussuunnitelmajärjestelmän johdosta oppilailla voi varsinkin vielä 7. luokalla olla hyvinkin erilaisia oppimismahdollisuuksia taustallaan. Oppikirja-analyysi vahvisti ainakin osittain tämän oletuksen paikkansapitävyyden. Toisena oletuksena oli, että erilaiset oppimismahdollisuudet näkyisivät eri oppikirjaa (oppimismahdollisuuksien määrittäjä koulussa) käyttäneiden oppilaiden välisinä osaamiseroina. Tällöin erilaisten oppimismahdollisuuksien seurauksena ”heikot” oppilaat voivat osata hyvinkin vaikeita tehtäviä ja toisaalta ”hyvät” oppilaat olla osaamatta joitakin helpompia tehtäviä, mikä heikentäisi mittarin yhdenmukaisuutta ja yksittäisten tehtävien erottelukykyä. Koska tehtävien erottelukyky on ollut yhtenä keskeisenä valintakriteerinä valittaessa tehtäviä kokeeseen, kokeen ulkopuolelle on voinut jäädä monia sellaisia tehtäviä, jotka olisivat tuoneet nyt havaittua selkeämmin esille eri oppikirjaa käyttäneiden oppilaiden välisiä osaamiseroja.

13
Tulosten yhteenveto ja pohdintaa

Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin suomalaisten 7. luokan oppilaiden matematiikan oppimismahdollisuuksia sekä heidän osaamistaan TIMSS 1999 -arvioinnissa. Oppimismahdollisuuksia kartoitettiin *Peruskoulun opetussuunnitelman perusteiden 1994* (Opetushallitus 1994), yleisimmin käytettyjen 5.–7. luokkien matematiikan oppikirjojen sekä TIMSS 1999 -arviointiin osallistuneiden oppilaiden matematiikanopettajien antamien tietojen avulla. Nämä tiedot voidaan liittää tutkimuksen pohjalla toimivan nelitasoisen opetussuunnitelmamallin *kirjoitetun* (*Opetussuunnitelman perusteet*), *mahdollisen* (oppikirjat) ja *toimeenpannun* (opettajien antamat tiedot) opetussuunnitelman tasoihin. Oppimistuloksia (*toteutunut opetussuunnitelma*) tutkimuksessa tarkasteltiin TIMSS 1999 -arvioinnin tiedollisen kokeen pohjalta.

Seuraavassa esitetään tutkimuksen keskeiset tulokset tutkimusongelmittain käsiteltynä. Tulosten esittelyn jälkeen niiden pohjalta pohditaan tutkimuksen merkitystä kolmelta kannalta: Ensinnä voidaan pohtia, miten matematiikan opetusta tulisi kehittää edelleen tässä tutkimuksessa saatujen tuloksien perusteella. Toiseksi työtä voidaan tarkastella oppimateriaalitutkimuksen ja oppimateriaalien kehittämisen kannalta. Lopuksi tutkimus antaa osaltaan viitteitä arvioinnin kehittämistarpeista etenkin kansallisen ja kansainvälisen arvioinnin yhteistyön suhteen.

13.1 Tutkimuksen keskeiset tulokset

13.1.1 Seitsemännen luokan oppilaiden matematiikan oppimismahdollisuudet

Vuonna 1999 käytössä olleissa valtakunnallisissa *Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa* (Opetushallitus 1994) painottuvat erityisesti matematiikan opetukseen liitetyt suoritusodotukset ongelmanratkaisun muodossa. *Opetussuunnitelman perusteissa* mainitaan myös opetuksessa käsiteltävät keskeiset sisältöalueet ja ala-asteen vuosiluokkien 1–6 jälkeen oppilaiden tulisi hallita perustiedot ja -taidot esimerkiksi peruslaskutoimituksiin ja geometrian kuvioihin ja kappaleisiin liittyen. Kaiken kaikkiaan *Opetussuunnitelman perusteiden* pohjalta ei voida kuvailla 7. luokan oppilaiden matematiikan oppimismahdollisuuksia kovinkaan yksityiskohtaisesti. Tähän on syynä luokkatasokohtaisen tavoitteenasettelun puuttuminen ja melko yleisellä tasolla käsitellyt opetuksen sisällöt. Tämä on kuitenkin täysin ymmärrettävää, sillä vuoden 1994 *Opetussuunnitelman perusteet* lähinnä määrittelee raamit, joiden sisällä koulujen tulisi suunnitella omat opetussuunnitelmansa.

Oppilaille tarjolla olevia oppimismahdollisuuksia tarkasteltiin myös yleisimpien 5.–7. luokkien matematiikan oppikirjojen pohjalta. Suomessa oppikirjoja käytetään hyvin yleisesti ja säännöllisesti matematiikan opetuksen tukena, joten niiden voi olettaa kuvaavan varsin hyvin oppilaiden matematiikan oppimismahdollisuuksista koulussa.

Analysoidut 5. ja 6. luokan oppikirjat täyttivät hyvin *Opetussuunnitelman perusteissa* asetetut tavoitteet ala-asteen opetukselle. Niiden pohjalta oppilailla oli siis ollut riittävät oppimismahdollisuudet oppia matematiikan perustiedot ja -taidot. Kuitenkin eri kirjasarjojen välillä oli toisistaan poikkeavia painotuksia: Laskutaito-sarjassa asiat käsiteltiin pitkälti perinteisesti (esimerkki, asiatieto, harjoituksia). Plussa-kirjoissa käsiteltiin muita haastavampia sisältöalueita, joista esimerkkejä ovat yhtälönratkaisu ja murtolukujen jakolasku. Mieti ja laske -sarjan kirjat puolestaan noudattivat kenties parhaiten uusia oppimiskäsityksiä painottaen oppilaiden omaa aktiivisuutta uusien asioiden tutkimisessa.

Yläasteen 7. luokan oppikirjojen välillä erot olivat ala-asteen kirjoja selkeämpiä: Muista poikkeavia linjauksia olivat Kolmiossa tehty perusteellinen murto- ja desimaalilukujen kertaus ja toisaalta pinta-alalaskujen käsitteleminen myöhemmillä luokilla, Plussassa laajasti käsitelty yhtälönratkaisu ja muu ”kirjainlaskenta” sekä Matematiikan maailmassa edes hieman käsitelty todennäköisyyslaskenta. Eräs todennäköinen syy havaittuihin eroihin on opetuksen muuttuminen kurssimuotoiseksi siirryttäessä 7. luokalle. Oppikirjojen kirjoittajilla on selvästi ollut erilaiset näkemykset siitä, missä vaiheessa eri sisältökokonaisuuksia käsitellään yläasteen kolmen vuoden aikana.

Opettajien esittämien arvioiden valossa näyttää siltä, että opettajien toimeenpanemat opetussuunnitelmat olivat varsin yleisesti noudattaneet nyt analysoitujen oppikirjojen sisältöä. Oppitunneilla ei vielä koehetkellä ollut ehditty käsitellä oppikirjojen lopuissa olleita sisältöalueita. Toisaalta tulosten valossa näytti siltä, että osa opettajista oli saattanut vaihtaa kurssien käsittelyjärjestystä tai käyttää opetuksen tukena myös muita materiaaleja kuin oppikirjaa.

Yhteenvetona oppilaiden oppimismahdollisuuksista voidaan todeta, että oppikirjojen valossa niissä on voinut olla joiltakin osin huomattavia eroja 5.–7. luokkien aikana. Kuitenkin 5. ja 6. luokan oppikirjojen pohjalta kaikilla oppilailla on ollut varsin hyvät mahdollisuudet saavuttaa ala-asteen matematiikan opetukselle asetetut tavoitteet.

13.1.2 Oppimistulokset TIMSS 1999 -arvioinnissa

Oppimistulosten kansainvälinen vertailu antoi selviä viitteitä vahvuuksista ja heikkouksista matematiikan suomalaisten 7.-luokkalaisten osaamisessa. Vahvuusalueita suomalaisten osaamisessa näyttivät olevan murto- ja desimaalilukujen perusominaisuudet (esittäminen, suuruusjärjestys), laskutoimitusten arviointi ja lukujen pyöristäminen, mittaamisen perusteet (yksiköt, mittaustarkkuus) sekä koordinaattien sekä kolmiulotteisen hahmottaminen. Erityisen hyvää suomalaisten osaaminen oli tilastojen, kuvaajien ja diagrammien tulkinnan kohdalla. Suhteellisen heikkoa suomalaisten 7. luokan oppilaiden matematiikan osaaminen oli puolestaan murto- ja desimaalilukujen laskutoimituksien sekä näiden lukujen välisen yhteyden, verrannon, kuvioiden piirin ja pinta-alan, tasogeometrian perusteiden, yhtenevyyden, yhdenmuotoisuuden ja symmetrian, sekä melkein kaikkien algebran osa-alueiden kohdalla. Sisältökokonaisuuksien kohdalla erottuivat tilastojen ja todennäköisyyden hieman muita parempi osaaminen ja toisaalta algebran selvästi muita heikompi osaaminen.

Eri oppikirjaa 7. luokalla käyttäneiden oppilaiden yleistulokset olivat varsin tasaisia. Kuitenkin joidenkin sisältöalueiden kohdalla oppikirjaryhmien välillä esiintyi selkeitä eroja. Erityisesti murtolukujen laskutoimitusten, piirin, pinta-alan ja tilavuuden laskemisen, algebrallisten lausekkeiden sekä yhtälönratkaisun kohdalla erot näyttivät hyvin selviltä. Myös todennäköisyyden ja desimaalilukujen ominaisuuksien kohdalla oli viitteitä osaamiseroista, mutta erityisesti desimaalilukujen kohdalla tehtävien vähäinen määrä ei mahdollista pidemmälle menevien johtopäätösten tekemistä.

Oppimistulokset näyttivät heijastavan varsin pitkälle oppilailla olleita oppimismahdollisuuksia. Kenties yllättävin tulos oli mekaanisten laskutoimitusten melko heikko osaaminen, sillä oppikirjoissa tällaisia tehtäviä oli varsin paljon. Ehkä opettajien toimeenpanema opetussuunnitelma on kuitenkin tässä kohdin heijastanut enemmän *Opetussuunnitelman perusteissa* esitettyä vaatimusta mekaanisen laskennan vähentämisestä. Kuitenkin on huomattava, että peruslaskutoimitusten osaaminen myös kynällä ja paperilla on edelleen yksi matematiikan opetuksen keskeisiä tavoitteita.

Muuten tulokset näyttävät vastaavan varsin pitkälle oppikirjojen ja *Opetussuunnitelman perusteiden* sisältöä. Hyvin osatut kuvaajien ja diagrammien tulkinta sekä matematiikan yksinkertainen soveltaminen ja päättely ovat olennaisia taitoja *Opetussuunnitelman perusteiden korostamassa* ratkaistessa matematiikan ongelmia. Oppikirjoissa tilastoja ja niiden kuvaajia käsitellään varsin runsaasti ja toisaalta algebran osuus on vielä varsin vähäinen, joten oppimismahdollisuudet näyttäisivät olevan yhteydessä oppimistulosten vahvoihin ja heikkoihin alueisiin. Yksittäisten tehtävien kohdalla murtolukujen jakolaskutehtävä (Esimerkki 11.1) näytti parhaiten, miten suuri merkitys oppimismahdollisuuksilla voi olla tulosten tulkinnan kannalta: Ainoastaan Kolmio-kirjassa käsiteltiin murtolukujen jakolaskua ja käytännössä ainoastaan osa Kolmio-kirjaa käyttäneistä oppilaista osasi laskea tehtävän oikein.

13.2 Matematiikan opetuksen tulevaisuudennäkymiä

13.2.1 Opetussuunnitelman yleiskehitys

Suomalaisten 7.-luokkalaisten matematiikan osaaminen näytti siis tässä tutkimuksessa vastaavan varsin pitkälle *Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa* (1994) asetettuja tavoitteita. Kirjallisuuskatsauksen perusteella viimeisten matematiikan osaamisen arviointien tulokset ovat olleet varsin samansuuntaisia, vaikka tulkintaeroja onkin esiintynyt muun muassa erilaisista arviointikriteereistä johtuen. Suomalaisten 7.-luokkalaisten tulokset heijastavat osaltaan viime vuosikymmeninä tapahtunutta muutosta matematiikan opetuksen tavoitteenasettelussa: Nykyisin halutaan oppilaiden oppivan soveltamaan jokapäiväisessä elämässä tarvittavia matematiikan taitoja, kun aikaisemmin matematiikkaa on opetettu enemmän itse “puhtaan” matematiikan oppimisen vuoksi (OECD 2000). Tästä syystä voidaankin puhua siirtymisestä eksperttimatematiikasta arkipäivän matematiikkaan. Kehitys näkyy myös viimeisimmissä kansainvälisissä matematiikan osaamisen arviointihankkeissa, kuten OECD-järjestön PISA-arvioinnissa, jossa arvioinnin kohteena ovat erityisesti oppilaiden matematiikan soveltamisen taidot.

Parhaillaan on menossa uusien valtakunnallisten perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden kokeilu, ja uusi opetussuunnitelma on tarkoitus ottaa käyttöön viimeistään syksyllä vuonna 2006. Kokeiluversion perusteella uudet *Opetussuunnitelmien perusteet* (Opetushallitus 2003) muuttavat lähinnä perusopetuksen ulkoisia piirteitä: Uuden opetussuunnitelman myötä on tarkoitus siirtyä perinteisestä ala- ja yläastejaosta yhtenäiseen perusopetukseen. Tätä korostetaan esimerkiksi esittämällä matematiikan perusopetuksen tavoitteet käyttäen luokkatasojen jaottelua 1.–2., 3.–5. ja 6.–9. luokka.

Opetuksen sisällön ja suunnittelun suhteen uudet *Opetussuunnitelmien perusteet* (Opetushallitus 2003) eivät näyttäisi juurikaan muuttavan aikaisempaa tilannetta. Käytännössä siis tutkimushetkellä käytössä olleiden *Opetussuunnitelman perusteiden* (Opetushallitus 1994) saama myönteinen ja kielteinen palaute pätee pitkälti myös uuden opetussuunnitelman kohdalla. Perusopetusta koskevat uudet *Opetussuunnitelman perusteet* (2003) jättävät edelleen kouluille paljon vapautta suunnitella omaa opetustaan ja samalla on edelleen vaarana, että ne eivät tue opettajia tarpeeksi opetuksen suunnittelussa. *Opetussuunnitelman perusteissa* (2003) luokkatasoille 1.–2., 3.–5. ja 6.–9. on esitetty melko luettelomaisesti tavoitteet ja keskeiset sisältöalueet sekä kuvaukset oppilaiden hyvästä osaamisesta (tai 9. luokan jälkeen arvosanan 8 kriteerit) kyseisten luokkatasojen jälkeen. Käytännössä siis koulujen suunniteltavaksi jää se, miten tavoitteeksi asetettu osaaminen saavutetaan eri luokkatasojen aikana ja tämän suunnittelun tueksi uusi *Opetussuunnitelman perusteet* ei vuoden 1994 version tavoin tarjoa juuri mitään. On siis hyvinkin todennäköistä, että kouluissa käytetyt oppimateriaalit tulevat nykyiseen voimakkaaseen tapaansa myös jatkossa ohjaamaan koulussa tapahtuvaa matematiikan opetusta.

Tämän tutkimuksen nojalla matematiikanopetuksen oppikirjasidonnaisuuden jatkuminen nykyisellään vaikuttaa ainakin jossain määrin ristiriitaiselta perusopetuksen tasa-arvoperiaatteen kanssa. Nykyinen opetussuunnitelmamalli mahdollistaa erilaiset sisältöjen käsittelyjärjestykset oppikirjasarjoissa ja analysoitujen 7. luokan oppikirjojen välillä oli selkeitä eroja sisältöpainotuksissa. Oppimistulosten mukaan matematiikan osaamisen laadussa oli eroja käytetyn oppikirjan mukaan, vaikka yleispistemäärien näyttämä määrällinen osaaminen olikin eri oppikirjaa käyttäneiden kesken tasaista. Nämä erot eivät välttämättä olisi ongelma, jos oppilaat pysyisivät samoissa kouluissa koko 9-

vuotisen perusopetuksen ajan. Kuitenkin nykyisessä yhteiskunnassa perheiden muuttaminen eri paikkakunnille on yhä tavallisempaa, ja tämän yhteydessä lapset joutuvat siten koulussa helposti tilanteisiin, joissa heiltä joko puuttuu tarvittavia ennakkotietoja, tai he joutuvat lukemaan toistuvasti jo tuttuja asioita. Joka tapauksessa jatkossa tulisi kiinnittää huomiota erilaisten sisältöjen käsittelyjärjestysten ja -tapojen mahdolliseen yhteyteen oppilaiden osaamiseen perusopetuksen päättövaiheessa, jossa jo aikaisemmin on huomattu eroja eri oppikirjoja käyttäneiden välillä ainakin algebran osaamisen kohdalla (esim. Korhonen 2001).

13.2.2 Matematiikan opetuksen kehitys

Matematiikan opetuksen sisältöjen osalta uusi kokeiluopetussuunnitelma sisältää sekä hyvää että huonoa. Hyvänä voidaan pitää edelleen matematiikan soveltamis- ja ongelmanratkaisutaitojen korostuminen, vaikka näitä nimityksiä *Opetussuunnitelman perusteissa* (2003) ei käytetäkään. Matematiikan opetuksessa on pyritty vähentämään mekaanisen laskemisen roolia ja tämän sijaan painottamaan ajattelutaitoja, ja tätä kehitystä on varmasti syytä tukea edelleen. Tosin on kuitenkin muistettava, että mekaanisten laskutehtävien vähentäminen ei tarkoita sitä, että oppilaiden ei tarvitse hallita hyvin peruslaskutoimituksia. Tämän tutkimuksen tuloksista saatiin viitteitä siitä, että suomalaiset osasivat mekaanisia laskutehtäviä melko heikosti kansainvälisessä vertailussa, eikä tämä suinkaan ole soveltamispainotuksen tavoitteena. Erääksi matematiikan opetuksen haasteeksi tulevaisuudessa voidaankin nostaa, miten oppilaat saadaan hallitsemaan mekaaniseksi mielletyt laskutoimitukset ilman paljon kritisoituja ”drillaus-harjoituksia” (Haapasalo 1994; Perkkilä 1998).

Uusi opetussuunnitelma näyttäisi yhdentävän matematiikan opetusta siinä, että algebran (yhtälöiden, funktioiden, jne.) opetus kuuluu selkeästi 6.–9. luokilla opetettaviin asioihin. Tämän seurauksena todennäköisesti viimeisetkin viittaukset formaaliin algebraan tulevat häviämään 5. luokan oppikirjoista. Saatujen tulosten nojalla tämä ei välttämättä ole hyvä ratkaisu. Algebran osa-alueella suomalaisten osaaminen oli sisältökokonaisuuksien kohdalla selkeästi heikointa ja tuskin algebran osaaminen ainakaan parantuu jättämällä sen opetus myöhäisempään vaiheeseen. Suomessa on esitetty toiveita, joiden mukaan formaalia algebraa ei tarvitsisi ollenkaan opettaa kaikille peruskoululaisille (Soro & Pehkonen 1998), mutta tämän tutkimuksen valossa tällaiselle ei vaikuttaisi olevan perusteita. Oppilaat, joille yhtälönratkaisun perustaitoja oli opetettu, myös osasivat niitä muita paremmin. Toisaalta opetussuunnitelma-analyysien perusteella (Schmidt ym. 1997b; Mullis ym. 2000) algebran perusteet ovat keskeisellä sijalla 8. luokan opetussuunnitelmassa varsin monissa maissa ja useat näistä maista sijoittuvat algebran osa-alueella Suomen edelle TIMSS 1999 -tutkimuksessa. Siis, jos muiden maiden 13-vuotiaat ovat tarpeeksi kehittyneitä ymmärtääkseen x:n ja y:n merkityksen matematiikassa, niin mikseivät myös suomalaiset olisi?

Suomen matematiikan opetuksessa turvaudutaan helposti ratkaisuihin, joissa asia jätetään käsittelemättä, jos se koetaan oppilaille liian vaikeaksi. Liian vaikeana pitämistä tunnutaan käytettävän perusteluna esimerkiksi algebran perusteiden tai paremminkin ”kirjainlaskennan” lykkäämiseen perusopetuksen viimeisille vuosille. Selkeimmän esimerkin samasta ilmiöstä tarjoavat kuitenkin murtolukujen jako- ja kertolasku: Tämän tutkimuksen oppikirja-analyysin ja myös tulevien *Opetussuunnitelman perusteiden* mukaan murtoluvun jakaminen ja kertominen toisella murtoluvulla jätetään opettamatta muiden murtolukujen laskutoimitusten yhteydessä. Nyt analysoiduista kuudesta 5.–6. luokan oppikirjasta ainoastaan yksi käsitteli murtolukujen jakamisen toisella murtoluvulla, kun muissa tyydyttiin murtoluvun jakamiseen kokonaisluvulla. Nykyisen tilanteen heikkous paljastui, kun seitsemännen luokan kolmesta analysoidusta oppikirjasta myös ainoastaan yksi käsitteli asian, mutta siinäkin tämä tehtiin vanhan kertauksena. Toisin sanoen tulosten valossa näyttää siltä, että vuonna 1999 käytettyjen oppikirjojen tekijät eivät olleet tunteneet eri koulutasojen kirjoissa tehtyjä ratkaisuja. Tähän tilanteeseen uusi opetussuunnitelmaluonnos tuo ratkaisun, mutta ratkaisun hyvyydestä voidaan olla hyvinkin erimielisiä. Murtolukujen jakolasku voi olla vaikea asia ymmärtää, mutta tarvitseeko kaiken perusopetuksen aikana käsitellyn matematiikan ollakaan helppoa?

Asioiden lykkääminen myöhemmäksi on usein helppo ratkaisu, mutta tässä pitäisi muistaa vanha sanonta: ”Sen minkä taakseen jättää sen edestään löytää.” Miten matematiikan opiskelija, joka ei ole saanut täydellistä kuvaa murtolukujen laskutoimituksista, voisi ymmärtää esimerkiksi rationaalilausekkeita ja niiden sieventämistä tai murtolukukertoimisten yhtälöiden ratkaisua? Tulisikin miettiä tapoja, joilla nämä lykätyt asiat saisi opetettua ajallaan paremmin ymmärrettävästi, eikä siirtää ongelmia edemmäksi. Esimerkiksi murtolukujen jakolaskun tekee ”vaikeaksi” laskutoimituksen yhteydessä tehtävä ”numeronkääntötemppu”. Murtolukujen jakolaskullehan pätee, että kahden murtoluvun osamäärä on yhtä suuri kuin jaettavan ja jakajan käänteisluvun tulo. Nyt analysoiduissa oppikirjoissa tämä tapahtuma todettiin vain tyyliin ”näin jaat murtoluvun toisella murtoluvulla”, eli yhtäsuuruuden syitä ei selvitetty lainkaan. Opetuksen tulee kuitenkin edetä niin, että tämä ”temppu” tehdään oppilaille ymmärrettäväksi. Tätä varten tulee tietysti selvittää, miten temppu saadaan ymmärrettäväksi. Yksi vaihtoehto on murtoluvulla jakamisen tekeminen kahdessa vaiheessa: ensin jaetaan osoittajalla ja sitten murtoluvulla 1/nimittäjä. Tämä vaatii hieman työtä ja aikaa laskutoimitusten ominaisuuksien selvittämiseksi oppilaille (kerto- ja jakolasku toistensa käänteisoperaatioina), mutta todennäköisesti se tuottaisi myös toivottua tulosta.

Tuskin kaikki oppilaat ymmärtäisivät murtolukujen ”numeronkääntötemppua”, vaikka tätä pyrittäisiinkin selventämään ainakin nyt analysoituja oppikirjoja paremmilla menetelmillä. Onko kuitenkaan niin vaarallista, että kaikki oppilaat eivät opi asiaa heti ensimmäisellä kerralla? Ovathan nämäkin oppilaat kuitenkin nähneet, kuinka asia toimii, joten heillä on ainakin tieto siitä, että myös näin voidaan tehdä. Kun Suomessa siirryttiin tasokurssittomaan matematiikanopetukseen 1980-luvun alussa, erityisesti heikompien oppilaiden suoritustaso vaikutti nousevan (Kangasniemi 1989). Tämän selityksenä voi olla, että tasokurssien aikaan heikoille oppilaille ei yksinkertaisesti edes tarjottu mahdollisuuksia oppia kaikkia asioita, kun taas tasokurssittomassa järjestelmässä myös heikoimmat oppilaat joutuvat haastavampien tehtävien eteen.

Tällaiselle tarpeeksi haasteita sisältävälle opetussuunnitelmille saadaan tukea niin tämän tutkimuksen pohjalta kuin viimeisimmistä kansainvälisistä arvioinneista. Tämän tutkimuksen tuloksissa ne oppilaat, joille näitä vaikeiksi koettuja sisältöjä (kirjainlaskenta, murtolukujen jakolasku) oli opetettu, myös osasivat niitä suunnilleen kansainvälistä keskitasoa vastaavalla tasolla (luvun 11.2.2.2 esimerkkitehtävät). Toisaalta viimeisimmissä kansainvälisissä arvioinneissa Suomen matematiikan oppimistuloksille tyypillistä on ollut pieni hajonta ja melko korkea taso (Kupari ym. 2001; Kupari & Törnroos 2002). Vastaavasti esimerkiksi Saksassa, jossa koulujärjestelmä erottelee ”heikot” ja ”hyvät” oppilaat toisistaan jo hyvin varhaisessa vaiheessa, ja jossa ”heikoille” ei esitetä läheskään samoja haasteita kuin ”hyville”, tulokset ovat olleet melko heikkoja ja niiden hajonta on ollut erittäin suurta (OECD 2001; Pepin & Haggarty 2001). Tähän mennessä havaittujen tuloksien valossa Suomessa pitäisi ennemminkin miettiä sitä, miten ”hyville” oppilaille voitaisiin tarjota enemmän haasteita matematiikan opetuksessa eikä sen sijaan helpottaa entisestään opetuksen sisältöä käyttäen perusteluna lausahdusta: ”Ei ne kuitenkaan opi.” Heikompien oppilaiden pitäminen mukana opetusryhmissä tuo tietysti mukanaan erityisiä haasteita käytetyille opetusmenetelmille ja ilmeisesti näihin haasteisiin vastaamisessa on vielä nykyisin paljon työtä edessä.

13.3 Oppimateriaalitutkimus ja oppimateriaalin kehitys

Suomessa 1990-luvun aikana tehtyyn oppimateriaalitutkimukseen verrattuna tutkimus esittelee erilaisen lähestymistavan. Käytetty menetelmä eroaa viimeaikojen tutkimuksista erityisesti siinä, että se ei ole oppikirjojen teksteihin painottuva, vaan ottaa huomioon oppikirjan kaikki elementit. Kuitenkin menetelmä on sovellettavissa helposti myös muihin oppiaineisiin kuin matematiikkaan. TIMSS 1995 –tutkimuksen yhteydessä menetelmää käytettiin jo luonnontieteiden oppikirjojen analysoinnissa ja tätä varten käytetty luokittelurunko on esitetty TIMSS-tutkimusten teoreettisessa viitekehyksessä (Robitaillen ym. 1993). Käytännössä muiden oppiaineiden kohdalla täytyisi kehittää vastaava luokittelurunko ja tämän jälkeen menetelmä onkin valmis sovellettavaksi. Käytetyn menetelmän vahvuudeksi voidaankin todeta, että käytettyä luokittelurunkoa voidaan muokata vapaasti. Esimerkiksi tämän tutkimuksen jatkoksi samoja oppikirjoja voitaisiin analysoida tarkemmin esimerkiksi murtolukujen osalta. Tällöin vain käytettyä luokittelua tihennettäisiin murtolukujen osalta esimerkiksi kattamaan eri laskutoimitukset ja muita murtolukujen ominaisuuksia käyttäen hyväksi alan aikaisempia tutkimuksia.

Tutkimuksen tulokset antavat joitakin viitteitä oppimateriaalin kehitystarpeille. Oppimateriaalin jatkokehitykseen tulee kuitenkin olennaisesti vaikuttamaan myös tulossa oleva uusi valtakunnallinen opetussuunnitelma, joten sitä ei voida sivuuttaa tässä yhteydessä. Joka tapauksessa tämän tutkimuksen valossa oppikirjasarjojen välillä oli selkeitä eroja niin lähestymistapojen kuin käsiteltyjen sisältöalueiden kohdalla. Erityisesti tämä korostui kurssimuotoisesti suunniteltujen 7. luokan oppikirjojen kohdalla. Seitsemännen luokan oppikirjojen väliset erot voivat tietysti johtua täysin siitä, että eri oppikirjasarjoissa on jaettu sisältöalueet eri tavoilla 7.–9. luokkien kirjoihin. Siten 9. luokan lopulla oppikirjasarjat ovat hyvinkin voineet käydä läpi samat sisällöt. Kuitenkin ainakin 7. luokan tilanne aiheuttaa helposti ongelmia, jos oppilas joutuu vaihtamaan koulua sellaiseen, jossa käytetään eri oppikirjaa kuin vanhassa koulussa.

Toinen selvästi havaittava piirre oppikirjoissa oli hyppäys kuudennen ja seitsemännen luokan oppikirjojen välillä. Oppikirjat eivät muodostaneet luonnollista jatkumoa, vaan niiden sisältö ja tyyli muuttui varsin selvästi näiden luokka-asteiden välillä. Pahimmillaan vaikutti siltä, että 7. luokan oppikirjojen kirjoittajat olettivat tunnetuksi sellaista, jota ala-asteen kirjoista ei löytynyt. Selvimmin tämä ennakkotietojen puute kävi ilmi murtolukujen käsittelyn kohdalla.

Uusi kokeiluopetussuunnitelma (Opetushallitus 2003) näyttää poistavan joitakin nykyisten oppimateriaalien ongelmakohtia määrittelemälle jotkin ongelmallisista sisällöistä luokille 3.–5. kuuluviksi ja jotkin toiset luokille 6.–9.. Kuitenkin keskityttäessä 6.–9. luokkien oppikirjoihin uusi opetussuunnitelma ei tarjoa mitään ratkaisua nykyisille ongelmille. Oppimateriaalien kirjoittajat ja kustantajat voivat yhä päättää, missä järjestyksessä heidän mielestään matematiikan sisältöalueet on parasta käsitellä kirjoissa. Siten nykyisten oppimateriaalien epäyhtenäisyys eri kirjasarjojen välillä tulee todennäköisesti jatkumaan tulevina vuosina. Tilanne voi vielä heikentyä nykyisestä, sillä nyt oppisisällöt on opetussuunnitelmassa määritelty yhtä vuotta pidemmäksi jaksoksi kuin aikaisemmin, joten käsiteltävien sisältöalueiden määrä ja sen myötä myös mahdollisen vaihtelun määrä lisääntyy.

Jatkossa on myös mielenkiintoista nähdä, miten erilaista lähestymistapaa noudattavalle Mieti ja laske -kirjasarjalle ja muille sen tapaisille oppimateriaaleille tulee käymään. Suomessa tämän oppikirjan käyttäjät saivat 6. luokan kansallisessa arvioinnissa keskimäärin hieman muita heikompia tuloksia (Niemi 2001) ja myös kansainvälisesti sen tyylisiä oppikirjoja kohtaan on esitetty kritiikkiä (Herrera & Owens 2001). Kun oppikirjassa ei perinteiseen tapaan kerrota kaikkia faktoja, vaan ne jätetään ainakin osittain oppilaan itse löydettäväksi, opettajalle jää viime kädessä erittäin suuri vastuu siitä, että oppilaat löytävät ja omaksuvat jatkossa toimivat ja tarvittavat tiedot ja taidot. Onko kaikilla opettajilla valmiuksia ottaa tällaista suurta vastuuta vastaan?

Kaiken kaikkiaan analysoiduista oppikirjoista jäi tutkijalle varsin tasokas kuva, vaikka niihin edellä mainittuja ongelmia liittyikin. Eräs ratkaisumalli osalle ongelmia olisi, että samat työryhmät suunnittelisivat oppikirjat koko perusopetuksen oppimäärää ajatellen. Joka tapauksessa eri luokkatasojen oppikirjojen kirjoittajaryhmien tulisi näiden tulosten valossa tehdä enemmän yhteistyötä. Nyt tilanne oppimateriaalien kohdalla muistutti jakoa aineen- ja luokanopettajien välillä: Tämän tutkimuksen valossa aineenopettajat eivät tiedä kovinkaan tarkkaan, mitä luokanopettajat ovat opettaneet ja todennäköisesti sama pätee myös päinvastoin.

13.4 Kansallinen arviointi kansainvälisissä puitteissa

Tutkimuksen pohjalta voi esittää saman ajatuksen kuin jo luvussa 7.4.2 tuli esille puhuttaessa kansallisen ja kansainvälisen arvioinnin suhteesta: Kansallinen ja kansainvälinen arviointi olisi hyvä sitoa entistä lähemmin toisiinsa. Tällä hetkellä yhteydet näyttävät rajoittuvan lähinnä otannassa tehtyyn yhteistyöhön siten, että samat koulut eivät osallistu sekä kansallisiin että kansainvälisiin arviointeihin, jotta arviointeihin osallistumisesta ei tulisi kouluille turhan suurta rasitetta. Lisäksi kansallisissa arvioinneissa on käytetty joitakin kansainvälisistä arvioinneista julkaistuja tehtäviä. (Korhonen 2001; Mattila 2002.)

Yhteistyö voisi kuitenkin olla laajempaa. Esimerkiksi Kanadassa ja Yhdysvalloissa TIMSS 1995 -arviointia käytettiin hyvin laajasti myös kansallisella tasolla. Yhdysvalloissa yksittäisille osavaltioille annettiin mahdollisuus osallistua arviointiin, jotta niillä oli mahdollisuus vertailla oppilaidensa tasoa kansainvälisellä tasolla. Kanadassa puolestaan eri provinsseista valittiin edustavat otokset tutkimukseen, jolloin otoskoko muodostui huomattavasti tavanomaista suuremmaksi. (Robitaille ym. 2000) PISA 2000 -arviointia laajennettiin Saksassa siten, että siihen osallistui yli 45000 oppilasta (Stanat ym. 2002). PISAn tarjoamia mittareita laajennettiin kansallisesti siten, että jo vuonna 2000 Saksassa arvioitiin PISAn yhteydessä laajemmin myös matematiikan ja luonnontieteiden osaamista.

Mitkä asiat sitten tässä tutkimuksessa tukevat tarvetta kansainvälisen ja kansallisen arvioinnin läheisemmälle yhdistämiselle? Käytännössä syyt liittyvät ennen kaikkea arviointien validiteettiin. Kansainvälisten arvioiden kohdalla ongelmana on arvioinnin sisällöllinen validiteetti kansalliselta kannalta: Esimerkiksi TIMSS -tutkimuksen tiedollisessa kokeessa pelkästään lukujen ja laskutoimitusten osaamista tarkasteltiin 61 tehtävän avulla, mutta kuitenkin joitakin tämän sisältökokonaisuuden yksittäisiä sisältöalueita katettiin hyvin heikosti tai sitten niitä ei katettu ollenkaan (esim. prosentti ja negatiiviset kokonaisluvut). Siten kansallisissa arvioinneissa olisi järkevää tarkastella näitä TIMSS 1999 -arvioinnissa (ja muissa kansainvälisissä arvioinneissa) heikosti katettuja sisältöalueita. Lisäksi kansallisissa arvioinneissa tulisi tarkastella yksityiskohtaisemmin kansainvälisessä vertailussa ongelmallisiksi havaittuja osa-alueita.

Kansallisten arviointien ongelmana vaikuttaisi puolestaan olevan heikohko ennustevaliditeetti kansainvälisten arviointien kannalta. Kansallisten arviointien tulosten perusteella osaamisen TIMSS 1999 -tutkimuksessa olisi olettanut huomattavasti nyt havaittua heikommaksi. Hyödyntämällä runsaammin kansainvälisissä arvioinneissa käytettyjä tehtäviä oppilaiden osaamiselle kansallisissa arvioinneissa asetetut kriteerit voidaan kenties saattaa mielekkäämmälle tasolle.

13.5 Jatkotutkimuksen aiheita ja loppusanat

Vaikka edellä esitettiin joiltakin osin voimakastakin kritiikkiä suomalaista matematiikanopetusta, opetussuunnitelmaa ja oppimateriaaleja kohtaan, on toki muistettava, että tuloksemme TIMSS 1999 -tutkimuksessa eivät olleet heikot, vaan päinvastoin varsin hyvät. Tavoitteena tulee kuitenkin olla aina kehittää olemassa olevaa järjestelmää yhä paremmaksi ja edellä esitetty kritiikki on esitetty juuri kehitykseen pyrkien. TIMSS 1999 -tutkimuksen jälkeen Suomi on osallistunut 15-vuotiaiden lukutaidon, matematiikan ja luonnontieteiden taitoja kartoittavaan PISA-arviointiin, jonka ensimmäisen vaiheen matematiikan tulokset vuodelta 2000 olivat suomalaisittain myös varsin rohkaisevia (Kupari & Törnroos 2002). Seuraavia tuloksia odotetaan vuoden 2004 lopussa, jolloin myös ongelmanratkaisutaidot ovat mukana arvioinnissa. Kansainvälisten arviointitutkimuksien valossa näyttää siis tällä hetkellä siltä, että suomalainen matematiikan opetus on oikealla tiellä, mutta suunnantarkistuksia täytyy tehdä aina tarvittaessa.

Matematiikan osaamisen kansainvälisellä arvioinnilla on oma roolinsa näiden suunnantarkistusten tarpeita määritettäessä. Tämänkin tutkimuksen pohjalta esitettiin useita matematiikan opetusta koskevia kehittämisehdotuksia ja toisaalta tutkimus nosti esille useita lisäkysymyksiä, joiden selvittäminen toisi lisävalaistusta Suomen matematiikan opetuksen tilasta. Eräs kiinnostava kysymys liittyy mahdollisiin oppimistulosten eroihin 9. luokan lopulla eri oppikirjoja käyttäneiden välillä. Tähän kysymykseen tullaan etsimään vastauksia PISA 2003 -arvioinnin aineiston avulla. Toinen mielenkiintoinen kysymys liittyy koulunaloitusikään: TIMSS 1999 -tutkimukseen osallistuneet suomalaiset olivat 7. luokalla, kun muiden maiden osallistujat olivat yleensä jo 8. luokalla. Miten suomalaiset olisivat menestyneet luokka-astepohjaisessa vertailussa? Onko silloin esimerkiksi algebran osaaminen parempaa tasoa kuin 7. luokalla? Näihin kysymyksiin tullaan jatkossa etsimään vastauksia TIMSS 1999 -tutkimuksen kansalliseen lisäotokseen kuuluneiden 8. luokan oppilaiden oppimistulosten avulla. Kolmas jatkotutkimuksen aihe liittyy metodologian piiriin. Miten oppimismahdollisuustietojen yhteyttä oppimistuloksiin voidaan esittää kvantitatiivisesti? Tässä tutkimuksessa tyydyttiin vielä käyttämään oppikirjoista ja opettajilta kerättyjä oppimismahdollisuustietoja lähinnä kvalitatiivisessa muodossa. Jatkossa tavoitteena olisi pystyä käyttämään tämänkaltaisia tietoja myös kvantitatiivisina oppimistulosten selittäjinä.

Kansainvälisten arviointien pohjalta pystytään Smithin (2002) mukaan harvoin osoittamaan selkeitä syy-seuraus-suhteita tehtyjen havaintojen välillä. Sen sijaan kansainvälisten arvioiden pohjalta voidaan kumota vanhoja oletuksia ja tehdä uusia myöhempien tutkimusten pohjaksi. Yhdistelemällä kansainvälisten arviointien tuloksia aikaisempiin havaintoihin ja tukevaan teoriataustaan tuloksien pohjalta voidaan tehdä johdonmukaisia ja vakuuttavia ”tarinoita”, joiden pohjalta voidaan tehdä kehitysehdotuksia. Tämän tutkimuksen pohjalta syntyi monta hyvää ”tarinaa” ja toivottavasti tulevaisuus osoittaa niiden ja samalla kansainvälisten arviointien hyödyn Suomen matematiikan opetuksen kannalta.

Lähteet

Analysoidut oppikirjat:

Heinonen, M., Kupiainen, A. & Sainio, E. 1998. Yläasteen Plussa 1 matematiikka. Keuruu : Otava.

Häggblom, L., Vähäpassi, A. & Wass, S. 1996. Mieti ja laske 5. Helsinki: Kirjayhtymä.

Häggblom, L., Ranta, P. & Vähäpassi, A. 1996. Mieti ja laske 6. Helsinki: Kirjayhtymä.

Ilmavirta, R., Uus-Leponiemi, T., Koivisto, M. & Salonen, M. 1999. Laskutaito 5. Porvoo: Weilin+Göös.

Ilmavirta, R., Uus-Leponiemi, T., Koivisto, M. & Salonen, M. 1999. Laskutaito 6. Porvoo: Weilin+Göös.

Jaakkola, E., Latva, O., Nieminen, H., Tolvanen, A. & Tuomaala, T. 1997. Kolmio matematiikan tietokirja. Helsinki: Kirjayhtymä.

Jaakkola, E., Latva, O., Nieminen, H., Tolvanen, A. & Tuomaala, T. 1999. Kolmio matematiikan harjoituskirja 1. Kurssit 1–3, uudistettu painos. Helsinki: Kirjayhtymä.

Metiäinen, A., Paasonen, J. & Voutilainen, E. 1996. Matematiikan maailma I. Lukuja ja laskutoimituksia. Porvoo: WSOY.

Raikunen, S., Saravesi, P., Vaahtokari, A. & Vuorinen, J. 1998. Plussa 5 matematiikka. Keuruu: Otava.

Raikunen, S., Saravesi, P., Vaahtokari, A. & Vuorinen, J. 1999. Plussa 6 matematiikka. Keuruu: Otava.

Lähteet

Adolfsson, L. & Henriksson, W. 1999. Different methods – different results: How the Swedish results in mathematics vary depending on methodological approach. Educational Research and Evaluation 5(2), 127–138.

Ahtineva, A. 2000. Oppikirja – tiedon välittäjänä ja opintojen innoittajana? Lukion kemian oppikirjan – Kemian maailma 1 – tiedonkäsitys ja käyttökokemukset. Turun yliopiston julkaisuja, sarja C 164.

Apajalahti, M. 1999. Peruskoulujen omat opetussuunnitelmat hyvin suunniteltuja, vain puoliksi tehtyjä. Spektri 4/1999, 24–25.

Apple, M. W. 1992. The text and cultural politics. Educational Researcher 21(7), 4–11.

Ballér, E. 1992. Textbooks and curriculum. Teoksessa H. J. Walberg & G. D. Haertel (toim.) The international encyclopedia of educational evaluation. Exeter: Pergamon Press, 205–206.

Bianchi, L. J., Houang, R. T., Babcock, J. & Schmidt, W. H. 1998. User guide for the TIMSS international curriculum analysis database. TIMSS International Curriculum Analysis Center, Michigan State University.

Björkqvist, O. 1997. Utvärdering av matematikkunskaperna i årskurs 7 i grundskolan. Publikationer från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi 23, 1997.

Bloom, B. S., Hastings, J. T. & Madaus, G. F. 1971. Handbook on formative and summative evaluation of student learning. New York: McGraw-Hill.

Braswell, J. & Kupin, J. 1993. Item formats for assessment in mathematics. Teoksessa R. E. Bennett & W. C. Ward (toim.) Construction versus choice in cognitive measurement. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 167–182.

Calfee, R. 1995. Implications of cognitive psychology for authentic assessment and instruction. Teoksessa T. Oakland & R. K. Hambleton (toim.) International perspectives on academic assessment. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Clarke, D. 2003. International comparative research in mathematics education. Teoksessa A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. Leung (toim.) Second international handbook of mathematics education. London: Kluwer Academic, 143–184.

Clarkson, P. C. 1992. Evaluation – Some other perspectives. Teoksessa T. A. Romberg (toim.) Mathematics assessment and evaluation. Albany: State University of New York Press, 285–300.

Englund, B. 1999. Lärobokskunskap, styrning och elevinflytande. Pedagogisk Forskning i Sverige 4(4), 327–328.

Floden, R. E. 2002. The measurement of opportunity to learn. Teoksessa A. C. Porter & A. Gamoran (toim.) Methodological advances in cross-national surveys of educational achievement. Washington: National Academy Press, 231–266.

Foxman, D. 1999. Mathematics textbooks across the world. Some evidence from the third international mathematics and science study. Berkshire: NFER.

Foy, P & Joncas, M. 2000. TIMSS sample design. Teoksessa M. O. Martin, K. D. Gregory & S. E. Stemler (toim.) TIMSS 1999 technical report. Chestnut Hill: International Study Center, Boston College, 29–45.

Galton, M., Gray, J. & Rudduck, J. 1999. The impact of school transitions and transfers on pupil progress and attainment. Department for Education and Employment (DfEE), Research Brief No 131.

Gravemeijer, K. & Terwel, J. 2000. Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. Journal of Curriculum Studies 32(6), 777–796.
Haapasalo, L. 1994. Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu. Jyväskylä: MEDUSA-Software.
Hambleton, R. K. 1992. Criterion-referenced assessment in evaluation. Teoksessa H. J. Walberg & G. D. Haertel (toim.) The international encyclopedia of educational evaluation. Exeter: Pergamon Press, 113–117.
Hannus, M. 1996. Oppikirjan kuvitus – koriste vai ymmärtämisen apu. Turun yliopiston julkaisuja, sarja C 122.
Herrera, T. A. & Owens, D. T. 2001. The 'new new math'?: Two reform movements in mathematics education. Theory Into Practice 40(2), 84–92.
Hirsjärvi, S. (toim). 1978. Kasvatustieteen sanasto. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteen laitos. Opetusmoniste 73.
Hohti, T. & Lehto J. E. 2001. Neljännen luokan ympäristö- ja luonnontiedon oppikirjojen tekstin rakenne. Kasvatus 32(2), 144–153.
House, E. R. 1992. Ethics of evaluation studies. Teoksessa H. J. Walberg & G. D. Haertel (toim.) The international encyclopedia of educational evaluation. Exeter: Pergamon Press, 91–93.
House, E. R. 1995. Evaluoinnin futuurin perfekti. Teoksessa S. Takala (toim.) Arviointi ja koulutuksen laadun kehittäminen. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitos.
Howson, G. 1995. Mathematics textbooks: A comparative study of grade 8 texts. TIMSS monograph No. 3. Vancouver: Pacific Educational Press.
Huhtala, M. 2002. Opettajien käsityksiä matematiikan oppimistuloksiin yhteydessä olevista tekijöistä ammatillisissa oppilaitoksissa. Helsinki: Opetushallitus.
Isager, O. A. 1996. Den norske grunnskolens biologi i et historisk og komparativt perspektiv. Universitet i Oslo, Det matematisk-naturvetenskaplige fakultetet, Biologisk institutt/Insitutt for lærerutdanning og skoletjeneste. Väitöskirjatyö.
Jakku-Sihvonen, R., Lindström, A. & Lipsanen, S. (toim.) 1996. Toteuttaako peruskoulu tasa-arvoa? Opetushallitus. Arviointi 1/96. Helsinki.
Jakku-Sihvonen, R. 2002. Kansallinen oppimistulosten arviointijärjestelmä. Teoksessa E. Olkinuora, R. Jakku-Sihvonen & E. Mattila (toim.) Koulutuksen arviointi – lähtökohtia, malleja ja tilannekatsauksia. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 70, 61–72.
Junnila, O. 1995. MAOL – kuusi vuosikymmentä matemaattisten aineiden asialla. Forssa: MAOL.
Kangasniemi, E. 1989. Opetussuunnitelma ja matematiikan koulusaavutukset. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 28.
Kari, J. 1988. Luokanopettajan oppikirjasidonnaisuus. Tutkimus ympäristöopin ja maantiedon opetuksesta peruskoulun ala-asteella. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 14.

Keitel, C. & Kilpatrick, J. 1999. The rationality and irrationality of international comparative studies. Teoksessa G. Kaiser, E. Luna & I. Huntley (toim.) International comparisons in mathematics education. Studies in Mathematics Education Series: 11. London: Falmer Press, 241–256.

Kerslake, D. 1986. Fractions: Children's strategies and errors. A report of the strategies and errors in Secondary Mathematics Project. Windsor: NFER-NELSON.

Konttinen, R. 1995. Arvostelusta näyttöön – koulutuksen arvioinnin kehityspiirteitä Suomessa. Teoksessa S. Takala (toim.) Arviointi ja koulutuksen laadun kehittäminen. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitos.

Korhonen, H. 1994. Peruskoulun päättöluokan matematiikan opetuksen arviointi. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 127.

Korhonen, H. 1999. Peruskoulun matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 1998. Helsinki: Opetushallitus. Oppimistulosten arviointi 1/1999.

Korhonen, H. 2001. Perusopetuksen päättövaiheen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 2000. Opetushallitus. Oppimistulosten arviointi 3/2001. Helsinki.

Kouluhallitus. 1985. Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 1985. Helsinki: Valtion painatuskeskus.

Kupari, P. 1993. Laskutaidotko kadonneet? Peruskoululaiset matematiikan kokijoina ja taitajina. Teoksessa P. Linnakylä & H. Saari (toim.) Oppiiko oppilas peruskoulussa? Peruskoulun arviointi 90 -tutkimuksen tuloksia. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitos, 81–104.

Kupari, P. 1993. Millä tavoin matematiikan opiskelu ja opetus on muuttunut? Teoksessa V. Brunell & P. Kupari (toim.) Peruskoulu oppimisympäristönä. Peruskoulun arviointi 90 -tutkimuksen tuloksia. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitos, 81–104.

Kupari, P. 1996. Miten peruskoululaisten matematiikan oppimiselle on käynyt säästöjen kourissa? Teoksessa R. Jakku-Sihvonen, A. Lindström & S. Lipsanen (toim.) Toteuttaako peruskoulu tasa-arvoa? Opetushallitus. Arviointi 1/96, 436–450. Helsinki.

Kupari, P. 1999. Laskutaitoharjoittelusta ongelmanratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 7.

Kupari, P., Reinikainen, P., Nevanpää, T. & Törnroos, J. 2001. Miten matematiikkaa ja luonnontieteitä osataan suomalaisessa peruskoulussa? Jyväskylän yliopisto: Koulutuksen tutkimuslaitos.

Kupari, P. & Törnroos, J. 2002. Miten suomalaisnuoret osaavat matematiikkaa? Teoksessa J. Välijärvi & P. Linnakylä (toim.) Tulevaisuuden osaajat – PISA 2000 Suomessa. Jyväskylän yliopisto: Koulutuksen tutkimuslaitos.

Laukkanen, R. 1995. Tilivelvollisuus ja koulutusjärjestelmän arviointi. Teoksessa S. Takala (toim.) Arviointi ja koulutuksen laadun kehittäminen. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitos.

Laukkanen, R. 1996. Evaluaatiokulttuuri: mahdollisuuksia ja uhkia. Teoksessa R. Laukkanen & K. Stenvall (toim.) Arviointi koulutus- ja tiedepolitiikassa. Tampereen yliopisto: Hallintotieteen laitos, 11–34.
Leimu, K. 1992. Explorations in opportunity-to-learn. Finnish national analyses of IEA/SISS data. International Journal of Educational Research 17(3/4), 291–317.
Leimu, K. 1996. Arviointi koulutustutkimuksessa. Teoksessa R. Laukkanen & K. Stenvall (toim.) Arviointi koulutus- ja tiedepolitiikassa. Tampereen yliopisto: Hallintotieteen laitos, 59–78.
Leimu, K. 2001. The way to a strategic view on evaluation. Teoksessa K. Leimu, P. Linnakylä & J. Välijärvi (toim.) Merging national and international interests in educational system evaluation. University of Jyväskylä: Institute for Educational Research, 7–14.
Lilja, K. 2002. Matematiikan oppimistuloksiin yhteydessä olevat tekijät peruskoulussa. Helsinki: Opetushallitus.
Linn, R. L. 1995. High-stakes uses of performance-based assessments: Rationale, examples, and problems of comparability. Teoksessa T. Oakland & R. K. Hambleton (toim.) International perspectives on academic assessment. Boston: Kluwer Academic.
Linn, R. L. 2002. The measurement of student achievement in international studies. Teoksessa A. C. Porter & A. Gamoran (toim.) Methodological advances in cross-national surveys of educational achievement. Washington: National Academy Press, 27–57.
Linnakylä, P. 2001. The national intertwined with the international. Teoksessa K. Leimu, P. Linnakylä & J. Välijärvi (toim.) Merging national and international interests in educational system evaluation. University of Jyväskylä: Institute for Educational Research, 63–76.
Linnakylä, P. 2002. Kansainvälisten ja kansallisten oppimistulosten arviointien välisestä suhteesta. Teoksessa E. Olkinuora, R. Jakku-Sihvonen & E. Mattila (toim.) Koulutuksen arviointi – lähtökohtia, malleja ja tilannekatsauksia. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 70.
Linnakylä, P. & Saari, H. (toim.). 1993. Oppiiko oppilas peruskoulussa? Peruskoulun arviointi 90 -tutkimuksen tuloksia. Jyväskylän ylisopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitos.
Linnakylä, P., Kupari, P. & Reinikainen, P. 2002. Sukupuolierot lukutaidossa sekä matematiikan ja luonnontieteiden osaamisessa. Teoksessa J. Välijärvi & P. Linnakylä (toim.) Tulevaisuuden osaajat – PISA 2000 Suomessa. Jyväskylän yliopisto: Koulutuksen tutkimuslaitos, 73–88.
Luoma, S. 2001. What does your test measure? Construct definition in language test development and validation. University of Jyväskylä: Centre for Applied Language Studies.
Lyytinen, H. K. & Hämäläinen, K. 2004. Koulutuksen kansallisen arvioinnin kehittäminen Suomessa. Saatavilla Arviointineuvoston www-sivuilla: <URL: http:

//www.koulutuksenarviointineuvosto.fi/documents/Koulutuksen_kansallisen_arvioinnin_kehittaminen.pdf>. 18.3.2004

Malaty, G. 1998. Eastern and western mathematical education: Unity, diversity, and problems. International journal of mathematical education in science and technology 29(3), 420–435.

Malin, A. & Puhakka, E. 2002. PISAn otannasta ja kvantitatiivisista menetelmistä. Teoksessa J. Välijärvi & P. Linnakylä (toim.). 2002. Tulevaisuuden osaajat – PISA 2000 Suomessa. Jyväskylän yliopisto: Koulutuksen tutkimuslaitos, 219–231.

Martinez, M. E. 1999. Cognition and the question of test item format. Educational Psychologist 34(4), 207–220.

Mathematics Curriculum Framework. 1992. Survey of Mathematics and Science Opportunities Research Report Series No. 38.

Matemaattis-luonnontieteellisen perussivistyksen komitean välimietintö. 1988. Komiteanmietintö 1988:30. Helsinki: Valtion painatuskeskus

Mattila, L. 2002. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 9. vuosiluokalla 2002. Opetushallitus. Oppimistulosten arviointi 8/2002. Helsinki.

McGehee, J. J. & Griffith, L. K. 2001. Large-scale assessments combined with curriculum alignment: Agents of change. Theory Into Practice 40(2), 137–144.

McKnight, C., Britton, E.D., Valverde, G.A. & Schmidt, W.H. 1992. Document analysis manual. Survey of Mathematics and Science Opportunities Research Report Series No. 42.

Merenluoto, K. & Pehkonen, E. 2001. Tulevat luokanopettajat – Matematiikan perustaidot hukassa? Dimensio 6/2001, 46–49.

Metsämuuronen, J. 2000. Metodologian perusteet ihmistieteissä. Helsinki: Methelp.

Mikkilä-Erdmann, M., Olkinuora, E. & Mattila, E. 1999. Muuttuneet käsitykset oppimisesta ja opettamisesta – haaste oppikirjoille. Kasvatus 30(5), 436–449.

Moss, P. A. 1992. Shifting conceptions of validity in educational measurement: Implications for performance assessment. Review of Educational Research 62(3), 229–258.

Muijs, D. & Reynolds, D. 2003. Student background and teacher effects on achievement and attainment in mathematics: A longitudinal study. Educational Research and Evaluation 9(3), 289–314.

Mullis, L. & Martin, M. 2000. Item analysis and review. Teoksessa M. O. Martin, K. D. Gregory & S. E. Stemler (toim.) TIMSS 1999 technical report. Chestnut Hill: International Study Center, Boston College, 225–236.

Mullis, I., Martin, M., Gonzalez, E., Gregory, K., Garden, R., O'Connor, K., Chrostowski, S. & Smith, T. 2000. TIMSS 1999 international mathematics report. Boston: International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

Mäkelä, K. 1990. Kvalitatiivisen analyysin arviointiperusteet. Teoksessa K. Mäkelä (toim.) 1990. Kvalitatiivisen aineiston analyysi ja tulkinta. Helsinki: Gaudeamus, 42–61.

Nevalainen, R., Kimonen, E. & Hämäläinen, S. 2001. Curriculum change in the finnish comprehensive school: The lessons of three decades. Teoksessa E. Kimonen (toim.) Curriculum approaches. University of Jyväskylä: Department of Teacher Education and Institute for Educational Research.

Niemi, E. K. 2001. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000. Matematiikan oppimistulokset, asenteet matematiikkaa kohtaan ja yhteydet taustamuuttujiin. Opetushallitus. Oppimistulosten arviointi 2/2001. Helsinki.

Niemi, E. K. 2004. Perusopetuksen oppimistulosten kansallinen arviointi ja tulosten hyödyntäminen koulutuspoliittisessa kontekstissa: perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000. Turun yliopiston julkaisuja, sarja C 216.

Norris, N., Aspland, R., MacDonald, B., Schostak, J. & Zamorski, B. 1996. Arviointiraportti peruskoulun opetussuunnitelmauudistuksesta. (Suomentanut T. Suontausta) Opetushallitus. Arviointi 11/96.

Nummenmaa, T., Konttinen, R., Kuusinen, J. & Leskinen, E. 1997. Tutkimusaineiston analyysi. Porvoo: WSOY.

Oakland, T. 1995. Test use with children and youth internationally: Current status and future directions. Teoksessa T. Oakland & R. K. Hambleton (toim.) International perspectives on academic assessment. Boston: Kluwer Academic.

OECD. 2000. Measuring student knowledge and skills. The PISA 2000 assessment of reading, mathematical and scientific literacy. Pariisi: OECD

OECD. 2001. Knowledge and skills for life. First results from the OECD Programme for International Students Assessment (PISA) 2000. Paris: OECD

OECD. 2003. The PISA 2003 Assessment framework – Mathematics, reading, science and problem solving Knowledge and Skills. OECD.

Ojala, J. 1997. Kirjoittamaton kirja, kirjoitettu kirja ja luonnonkirja. Planetaariset ilmiöt teksteinä ja kuvina peruskoulun ja lukion oppikirjoissa. Jyväskylän yliopiston opettajankoulutuslaitos, Tutkimuksia 63.

Opetushallitus. 1994. Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet. Helsinki: Opetushallitus

Opetushallitus. 1998. Koulutuksen tuloksellisuuden arviointimalli. Opetushallitus. Arviointi 7/1998. Helsinki.

Opetushallitus. 2003. Perusopetuksen opetuskokeiluissa lukuvuonna 2003–2004 noudatettavat opetussuunnitelman perusteet vuosiluokille 3–9 ja perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet vuosiluokille 1–2. Helsinki: Edita Prima.

Pakarinen, L. & Rinkinen, P. 1992. Ongelmakeskeisyys murtoluvun oppimisessa. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Pro gradu -työ.

Pehkonen, E. 1997. Peruskoulun matematiikanopetuksen arviointi 1995. Valtakunnallinen 9. luokan koe. Helsingin yliopisto. Kasvatustieteen laitoksen tutkimuksia 152.

Pepin, B. & Haggarty, L. 2001. Mathematics textbooks and their use in English, French, and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 33(5), 158–175.

Perkkilä, P. 1998. Kahden alkuopetuksen matematiikan oppikirja -sarjan didaktinen analyysi. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Lisensiaatintutkimus.

Perkkilä, P. 2002. Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research 195.

Pietilä, A. & Toivanen, O. (toim.). 2000. Opetussuunnitelmatyö kunnissa ja peruskouluissa vuosina 1994–1999. Opetushallitus. Kehittyvä koulutus 2/2000. Helsinki.

Pinar, W. F., Reynolds, W. M., Slattery, P. & Taubman, P. M. 1995. Understanding curriculum. An introduction to the study of historical and contemporary curriculum discourses. New York: Peter Lang Publishing.

Popham, W. J. 1992. A twenty-year perspective on educational objectives. Teoksessa H. J. Walberg & G. D. Haertel (toim.) The international encyclopedia of educational evaluation. Exeter: Pergamon Press, 189–194.

Porter, A. C. & Gamoran, A. 2002. Progress and challenges for large-scale studies. Teoksessa A. C. Porter & A. Gamoran (toim.) Methodological advances in cross-national surveys of educational achievement. Washington: National Academy Press, 3–23.

Raivola, R. 2000. Tehoa vai laatua koulutukseen? Juva: WSOY.

Rauste-von Wright, M. 2001. The function of curriculum and the concept of learning. Teoksessa E. Kimonen (toim.) Curriculum approaches. University of Jyväskylä: Department of Teacher Education and Institute for Educational Research.

Rinne, R. 1993. Oppikirjakustantajat luottavat: Markkinakilpailu takaa tason. Opettaja 47/1993, 12–13.

Robitaille, D. F., Beaton, A. E. & Plomp, T. (toim.) 2000. The impact of TIMSS on teaching & learning of mathematics & science. Vancouver: Pacific Educational Press.

Robitaille, D. F. & Garden, R. A. (toim.) 1989. The IEA study of mathematics II: Contexts and outcomes of school mathematics. Oxford: Pergamon Press.

Robitaille, D. F., Schmidt, W. H., Raizen, S., McKnight, C., Britton, E. & Nicol, C. 1993. Curriculum frameworks for mathematics and science. 2nd edition. Vancouver: Pacific Educational Press.

Romberg, T. A. 1992. Evaluation: A Coat of Many Colors. Teoksessa T. A. Romberg (toim.) Mathematics assessment and evaluation. Albany: State University of New York Press, 10–36.

Sarjala, J. 2002. Koulutuspolitiikan uudet ohjausmenettelyt. Teoksessa E. Olkinuora, R. Jakku-Sihvonen & E. Mattila (toim.) Koulutuksen arviointi – lähtökohtia, malleja ja tilannekatsauksia. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 70.

Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Houang, R. T., Wang, H. Wiley, D. E., Cogan, L. S. & Wolfe, R. G. 2001. Why schools matter: A cross-national comparison of curriculum and learning. San Francisco: Jossey-Bass

Schmidt, W. H., McKnight, C. C. & Raizen S. E. 1997a. A splintered vision. An investigation of U.S. science and mathematics education. Dordrecht: Kluwer Academic.

Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Valverde, G. A., Houang, R. T. & Wiley, D. E. 1997b. Many visions, many aims (Volume 1, A cross-national investigation of curricular intentions in school mathematics). Dordrecht: Kluwer Academic.

Scriven, M. 1994. Evaluation as a discipline. Studies in Educational Evaluation 20, 147–166.

Smith, M. S. 2002. Drawing inferences for national policy from large-scale cross-national education surveys. Teoksessa A. C. Porter & A. Gamoran (toim.) Methodological advances in cross-national surveys of educational achievement. Washington: National Academy Press, 295–317

Soro, R. 2000. KASSEL-projekti, osa 2. Peruskoulun tyttöjen ja poikien matemaattisten taitojen erot. Halsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 209.

Soro, R. & Pehkonen, E. 1998. KASSEL-projekti, osa 1. Peruskoulun oppilaiden matemaattiset taidot kansainvälisessä vertailussa. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 197.

Stanat, Artelt, Baumert, Klieme, Neubrand, Prenzel, Schiefele, Schneider, Schümer, Tillmann & Weiß. 2002. PISA 2000: Overview of the study. Design, method and results. Berlin: Max Planck Institute for Human Development.

Standards for educational and psychological testing. 1999. Washington DC: American Educational Research Association (AERA).

Strang, T. 1989. Murtolukukäsitteen kehittymisestä peruskoulussa. Teoksessa K. Seinälä (toim.) Matemaattis-luonnontieteellisten aineiden didaktiikan päivät 23.–24.9.1988. Tampereen yliopisto. Tampereen opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A12/1989.

Suomalaisten matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen vuonna 2002. Kansallisten kehittämistalkoiden loppuraportti. 2002. LUMA-tukiryhmä. Helsinki: Opetusministeriö.

Syrjäläinen, E. 2001. Opetussuunnitelmauudistuksesta koulutusmarkkinoille – jaksaako opettaja. Teoksessa E. Ropo (toim.) 2001. Opettajuus ja opetussuunnitelma koulun muutoksessa. Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja. A 24/2001.

Thorndike, R. L. 1992. Reliability. Teoksessa H. J. Walberg & G. D. Haertel (toim.) The international encyclopedia of educational evaluation. Exeter: Pergamon Press, 260–273.

Törnroos, J. 2001. Mathematics textbooks and students' achievement in the 7th grade: What is the effect of using different textbooks. Teoksessa J. Novotna (toim.) Proceedings of European research in mathematics education II. Prague: Charles University, Faculty of Education, 516–525.

Vaahtokari, A. & Vähäpassi, A. Kirjat esiin ja laskekaa! Teoksessa J. Lavonen & M. Erätuuli (toim.) Tuulta purjeisiin matemaattisten aineiden opetus 2000-luvulle. Juva: Atena, 213–230.

Valverde, G. A. & Schmidt, W. H. 2000. Greater expectations: learning from other nations in the quest for 'world-class standards' in US school mathematics and science. Journal of Curriculum Studies 32(5), 651–687.

Vincent, D. 1992. Norm-referenced Assessment. Teoksessa H. J. Walberg & G. D. Haertel (toim.) The international encyclopedia of educational evaluation. Exeter: Pergamon Press, 111–112.

Vuorenmaa, M. 2001. Ikkunoita arvioinnin tuolle puolen. Uusia avauksia suomalaiseen koulutusta koskevaan evaluaatiokeskusteluun. Jyväskylän yliopisto: Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research 176.

Välijärvi, J. & Linnakylä, P. (toim.) 2002. Tulevaisuuden osaajat. PISA 2000 Suomessa. Jyväskylän yliopisto: Koulutuksen tutkimuslaitos.

Webb, N. & Romberg, T. A. 1992. Implications of the NCTM standards for mathematics assessment. Teoksessa T. A. Romberg (toim.) Mathematics assessment and evaluation. Albany: State University of New York Press, 37–60.

Webb, N. 1999. Judging alignment of assessments and expectations in a mathematics education system. Teoksessa O. Björkqvist (toim.) Quality aspects of mathematics and science education. Åbo Akademi University. Reports from the Faculty of Education 5.

Webb, R. & Vulliamy, G. 2001. A decade of curriculum change in English primary schools. Teoksessa E. Kimonen (toim.) Curriculum approaches. University of Jyväskylä: Department of Teacher Education and Institute for Educational Research.

Wilson, J. W. 1971. Evaluation of learning in secondary school mathematics. Teoksessa B. S. Bloom, J. T. Hastings & G. F. Madaus Handbook on formative and summative evaluation of student learning. New York: McGraw-Hill, 643–696.

Wolfe, R. G. 1999. Measurement obstacles to international comparisons and the need for regional design and analysis in mathematics surveys. Teoksessa G. Kaiser, E. Luna & I. Huntley (toim.) International comparisons in mathematics education. Studies in Mathematics Education Series 11. London: Falmer Press, 225–240.

Yamamoto, K & Kulick, E. 2000. Scaling methodology and procedures for the TIMSS mathematics and science scales. Teoksessa M. O. Martin, K. D. Gregory & S. E. Stemler (toim.) TIMSS 1999 technical report. Chestnut Hill: International Study Center, Boston College, 237–266.

Zeller, R. A. 1992. Validity. Teoksessa H. J. Walberg & G. D. Haertel (toim.) The international encyclopedia of educational evaluation. Exeter: Pergamon Press, 251–259.

Liite 1

TIMSS viitekehyksen matematiikan luokittelurunko (Robitaille ym. 1993)

Sisältöalueet

1.1. Luvut
- 1.1.1. Luonnolliset luvut
  - 1.1.1.1. Merkitys (Numeroiden käyttö, paikkajärjestelmä, järjestys ja lukujen vertailu.)
  - 1.1.1.2. Operaatiot (Yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolasku, sekä näiden yhdistelmät.)
  - 1.1.1.3. Operaatioiden ominaisuudet (Vaihdanta- ja osittelulait, jne.)
- 1.1.2. Murto- ja desimaaliluvut
  - 1.1.2.1. Murtoluvut (Murtolukujen merkitys ja esittäminen, murto- ja sekalukujen laskutoimitukset.)
  - 1.1.2.2. Desimaaliluvut (Desimaalilukujen merkitys ja esittäminen, sekä laskutoimitukset.)
  - 1.1.2.3. Murtolukujen ja desimaalilukujen yhteys (Murtolukujen muuttaminen desimaaliluvuiksi ja päinvastoin, murto- ja desimaalilukujen suuruusjärjestys.)
  - 1.1.2.4. Prosenttilasku (Kaikki prosenttilukuihin liittyvät laskut ja prosenttilukuongelmat.)
  - 1.1.2.5. Murto- ja desimaalilukujen ominaisuudet (Vaihdanta- ja osittelulait, jne.)
- 1.1.3. Kokonais-, rationaali- ja reaaliluvut
  - 1.1.3.1. Negatiiviset luvut, kokonaisluvut ja niiden ominaisuudet
  - 1.1.3.2. Rationaaliluvut ja niiden ominaisuudet (Päättyvät ja jaksolliset desimaaliluvut.)
  - 1.1.3.3. Reaaliluvut, niiden osajoukot ja ominaisuudet
- 1.1.4. Muut luvut ja lukusisällöt
  - 1.1.4.1. Binaariluvut ja/tai muut lukujärjestelmät
  - 1.1.4.2. Eksponentit ja juuret (Kokonais-, rationaali- ja reaaliluku eksponentit.)

1.1.4.3. Kompleksiluvut ja niiden ominaisuudet
1.1.4.4. Lukuteoria
(Alkuluvut ja tekijöihinjako, lukuteorian alkeita, jne.)
1.1.4.5. Laskeminen (Kombinaatiot, permutaatiot, jne.)
1.1.5. Arviointi ja numerotaju
1.1.5.1. Lukumäärän ja koon arviointi
1.1.5.2. Pyöristäminen ja merkitsevät numerot
1.1.5.3. Laskutoimitusten arviointia
(Päässälasku ja tuloksien järkevyys.)
1.1.5.4. Eksponentit ja suuruusluokat

1.2. Mittaaminen
1.2.1. Mittayksiköt (Mitan käsite ja perusmittayksiköt (mukaan luettuna metrijärjestelmä), sopivien välineiden käyttö (absoluuttinen ja suhteellinen tarkkuus), yleiset mitat (pituus, pinta-ala, tilavuus, aika ja kalenteri, raha, lämpötila, massa ja punnitus, kulmat, yksiköiden osamäärät ja tulot: km/h, m/s, jne.), mittojen suuruuden analysointia.)
1.2.2. Piiri, pinta-ala ja tilavuus (Piirin, pinta-alan, vaipan pinta-alan ja tilavuuden käsitteet ja laskukaavat.)
1.2.3. Arviointi ja virhe (Mittausten arviointia ja mittausten virheet, mittausten absoluuttinen ja suhteellinen tarkkuus.)

1.3. Geometria: paikka, hahmottaminen ja muoto
1.3.1. Kaksiulotteinen geometria: koordinaatit (viivadiagrammit ja kuvaajat koordinaatistossa, suoran yhtälö tasossa, kartioleikkaukset ja niiden yhtälöt.)
1.3.2. Kaksiulotteinen geometria: perusteet (Piste, suora, jana, puolisuora, kulma; yhdensuuntaisuus ja kohtisuoruus.)
1.3.3. Kaksiulotteinen geometria: monikulmiot ja ympyrät. (Kolmiot sekä nelikulmiot: luokittelu ja ominaisuudet; Pythagoraan lause ja sen sovellukset, muut monikulmiot, ympyrät ja niiden ominaisuudet.)
1.3.4. Kolmiulotteinen geometria (Kolmiulotteiset muodot ja pinnat, sekä niiden ominaisuudet. Tasot ja suorat avaruudessa, tilan havainnointi ja havainnollistaminen. Kolmiulotteinen koordinaattijärjestelmä. Suoran, tason ja pintojen yhtälöt avaruudessa.)
1.3.5. Vektorit

1.4. Geometria: symmetria, yhtenevyys ja yhdenmuotoisuus
1.4.1. Geometriset kuvaukset (Kuviot, tesselaatiot, .kaaviot, jne. Symmetria (suoran ja pisteen suhteen, kolmiulotteinen symmetria, symmetria algebrassa ja lukujonoissa). Geometriset kuvaukset: symmetria- ja yhtenevyyskuvaukset, suurennokset, geometristen kuvausten yhdistelmät, kuvausten joukkorakenne, kuvausten matriisimuoto.)

- 1.4.2. Yhtenevyys ja yhdenmuotoisuus (Yhtenevyys (yhtenevät kolmiot ja niiden ominaisuudet: SSS, SKS), yhtenevät neli- ja monikulmiot, sekä niiden ominaisuudet, yhdenmuotoisuus (yhdenmuotoiset kolmiot ja niiden ominaisuudet).
- 1.4.3. Harppi-viivain-konstruktiot.

1.5. Suhde

- 1.5.1. Suhteellisuuden käsitteet (Suhteen ja verrannon merkitys, suoraan ja kääntäen verrannollisuus.)
- 1.5.2. Verrannollisuusongelmat (Verrannollisuusyhtälöiden ratkaiseminen, käytännön verranto-ongelmien ratkaiseminen, mittakaavat (kartat ja kaavakuvat), yhdenmuotoisuuteen perustuvat verrannot.)
- 1.5.3. Kulmakerroin ja trigonometria (Kulmakerroin ja kaltevuus suoraviivaisissa kuvaajissa, suorakulmaisten kolmioiden trigonometria.)
- 1.5.4. Lineaarinen lisääntyminen ja vähentyminen

1.6. Funktiot, relaatiot ja yhtälöt

- 1.6.1. Lukujonot, relaatiot ja funktiot (Lukujonot, relaatiot ja funktiot sekä niiden ominaisuudet, relaatioiden ja funktioiden esittäminen, funktioperhe (kuvaajat ja ominaisuudet), funktioiden operaatiot, läheiset funktiot (käänteisfunktio, derivaatta, jne.), funktion ja yhtälön välinen suhde (esim. funktion nollakohdat yhtälön juurina), funktioiden kuvaajien tulkinta, usean muuttujan funktiot, rekursio.)
- 1.6.2. Yhtälöt ja kaavat (Numeeristen tilanteiden esittäminen, yksinkertaisten yhtälöiden epämuodollinen ratkaiseminen, lausekkeiden operaatiot, yhtäsuuret lausekkeet (tekijöihinjako ja sieventäminen), lineaariset yhtälöt ja niiden muodolliset ratkaisut, toisen asteen yhtälöt ja niiden muodolliset ratkaisut, polynomiyhtälöt ja niiden ratkaiseminen, trigonometriset yhtälöt ja niiden vastaavuudet, logaritmi- ja eksponenttiyhtälöt ja niiden ratkaiseminen, toisen asteen yhtälöiksi sieventyvät yhtälöt, itseisarvoyhtälöt, muut yhtälöiden ratkaisumenetelmät (esim. peräkkäinen approksimointi), epäyhtälöt ja niiden graafinen esittäminen, yhtälöryhmien ratkaiseminen (myös matriisien ratkaiseminen), epäyhtälöryhmät, kaavoihin sijoittaminen ja kaavojen muokkaaminen, toisen asteen yleinen yhtälö.)

1.7. Tiedon esittäminen, todennäköisyys ja tilastot

- 1.7.1. Tiedon esittäminen ja analysointi (Tiedon kerääminen kokeista ja yksinkertaisista tutkimuksista, tiedon esittäminen. Taulukoiden, kaavioiden ja kuvaajien tulkinta, erilaiset asteikot (nominaalinen, ordinaalinen, intervalli, suhde). Keskiarvon ja hajonnan mitat. Otos, satunnaisuus ja vinous. Päättely ja ennustaminen tiedon perusteella. Suorien ja käyrien sovittaminen tietoon, korrelaatio ja muut suhteiden mittausmenetelmät. Tilastotietojen käyttö ja väärinkäyttö.)

1.7.2. Epävarmuus ja todennäköisyys (Epämuodolliset todennäköisyydet ja todennäköisyyteen liittyvä sanasto. Numeerinen todennäköisyys ja todennäköisyysmallit. Laskemisen periaatteet. Toisensa poissulkevat tapaukset, ehdollinen todennäköisyys ja riippumattomat tapaukset. Bayes'n lause, satunnaistaulukot, diskreetin satunnaismuuttujan todennäköisyysjakauma. Populaation parametrien odotusarvot, otos ja arviointi. Hypoteesien testaaminen, luottamusvälit, Markovin menetelmä, Monte Carlo menetelmät ja tietokonesimulaatiot.)

1.8. Analyysin alkeita

1.8.1. Äärettömät prosessit (Aritmeettinen ja geometrinen jono, aritmeettinen ja geometrinen sarja, binomilause, muut jonot ja sarjat, raja-arvot ja sarjojen suppeneminen, funktioiden raja-arvot ja suppeneminen, jatkuvuus.)

1.8.2. Muutos (Kasvaminen ja väheneminen, differentioiminen, integrointi, differentiaaliyhtälöt, osittaisdifferentioiminen.)

1.9. Oikeaksi todistaminen ja struktuuri

1.9.1. Todistaminen ja perustelu (Loogiset yhteydet, määrän ilmaisijat ("kaikille", "on olemassa"), Boolen algebra ja totuustaulukot, ehdolliset väitteet, väitteiden samanarvoisuus (vastaväite), päättelysäännöt (esim. modus pollens, modus tollens), suora deduktiivinen todistus, epäsuora todistus, todistus ristiriidan avulla, induktiotodistus (matemaattinen induktio), aksioomajärjestelmien ristiriidattomuus ja itsenäisyys.)

1.9.2. Jäsentäminen ja yleistäminen (Joukot, joukkomerkinnät ja joukkojen kombinaatiot, ekvivalenssirelaatiot, jaottelut ja luokat, ryhmät, kunnat, lineaariset (vektori)avaruudet, osajoukot, aliavaruudet, jne., muut aksioomajärjestelmät (esim. äärelliset geometriat).)

1.10. Muu sisältöalue

1.10.1. Informatiikka (Tietokoneiden operaatiot, vuokaaviot, ohjelmointikielen opiskelu, ohjelmat, tietokoneissa sovellettavia algoritmeja, monimutkaisuus, matematiikan historia ja luonne, matematiikan erityissovelluksia (kinematiikka, Newtonin mekaniikka, populaation diskreetit ja jatkuvat kasvumallit, verkostot, lineaarinen ohjelmointi, kriittinen polkuanalyysi, taloustieteen esimerkkejä), ongelmanratkaisun heuristiikka, ei matematiikkaan liittyvä luonnontieteen sisältöalue, muihin kuin luonnontieteisiin liittyvä ei-matemaattinen sisältö.)

Suoritusodotukset

2.1. Tietäminen

2.1.1. Esittäminen (Osoittaa ei-sanallisen matemaattiseen kohteeseen tai menetelmään liittyvän esittämistavan tuntemusta valikoimalla tai tulkitsemalla, muodollisesti tai epämuodollisesti. Esitystapa voi olla konkreettinen, kuvitettu, graafinen, algebrallinen, jne.)

- 2.1.2. Vastaavuuksien tunnistaminen (Matemaattisesti vastaavien objektien valitseminen tai muodostaminen (esim. yhtäsuuret desimaali- ja murtoluvut, yhtäsuuret trigonometriset funktiot ja potenssisarjat, vastaavat sisältöjen esitysmuodot, esimerkiksi paikkajärjestelmät, aksioomajärjestelmät, jne.))
- 2.1.3. Matemaattisten objektien ja ominaisuuksien muistaminen (Tilanteeseen sopivasti.)

2.2. Rutiinilaskutoimitusten käyttö

- 2.2.1. Välineiden käyttäminen (Välineiden käyttö, laskinten ja tietokoneiden käyttö.)
- 2.2.2. Rutiinilaskutoimitusten käyttäminen (Laskeminen ja rutiinilaskutoimitukset, kuvaajien teko, matemaattisen objektin muuntaminen toiseksi jonkin muodollisen prosessin avulla (esim. matriisilla kertominen), mittaaminen.)
- 2.2.3. Monimutkaisempien laskutoimitusten käyttäminen (Likiarvoisen vastauksen saaminen arvioimalla, kvantitatiivisen tiedon kerääminen, järjestäminen, esittäminen jne., kahden matemaattisen kohteen, ominaisuuden, esitysmuodon jne. vertailu, objektien luokittelu tai jonkin jaottelun luokitteluperusteiden kanssa työskentely.)

2.3. Tutkiminen ja ongelmanratkaisu

- 2.3.1. Ongelmien ja tilanteiden muotoilu ja selventäminen (Tosimaailmaan tai muuhun konkreettiseen tilanteeseen liittyvän ongelman muotoilu ja selventäminen.)
- 2.3.2. Strategien kehittäminen (Ongelmanratkaisustrategian tai tiedonkeräyskokeen kehittäminen ja sen pohtiminen (ei vain menetelmän tai kokeen toteuttaminen).)
- 2.3.3. Ratkaiseminen (Jonkun tunnetun tai erityisesti tehtävään sopivan ratkaisustrategian käyttö.)
- 2.3.4. Ennustaminen (Operaation tai kokeen tuloksen (luku, kuvio, jne.)määrittäminen ennen sen varsinaista suorittamista.)
- 2.3.5. Tarkistaminen (Ongelmanratkaisun tuloksen paikkansapitävyyden määrittäminen, tuloksen tulkitseminen ongelman alkutilanteen valossa tuloksen järkevyyden arvioimiseksi, jne.)

2.4. Matemaattinen perustelu

- 2.4.1. Sanaston ja merkintätapojen kehittäminen. (Uusien merkintätapojen ja sanaston kehittäminen tosimaailman ja muiden ongelmatilanteiden toimintatapojen ja tuloksien esittämiseksi.)
- 2.4.2. Algoritmien kehittäminen (Muodollisen algoritmisen menetelmän kehittäminen tietynlaisen ongelman ratkaisemista tai laskutoimitusten tekemistä varten.)
- 2.4.3. Yleistäminen (Matemaattisen ajattelun ja ongelmanratkaisun soveltamisalueen laajentaminen esittämällä tulokset yleisemmässä ja laajemmin sovellettavassa muodossa.)

2.4.4. Väitteiden teko (Oikeiden väitteiden ja johtopäätösten tekeminen lukujonoja tutkittaessa, ideoita käsiteltäessä, aksioomajärjestelmää käsiteltäessä, jne.)
2.4.5. Perustelu ja todistaminen (Todisteiden esittäminen teon tai väitteen oikeellisuuden osoittamiseksi käyttämällä matemaattisia tuloksia ja ominaisuuksia tai logiikkaa.)
2.4.6. Aksioomien tekeminen (Muodollisen aksioomajärjestelmän tutkiminen alajärjestelmien, ominaisuuksien ja väittämien avulla, uusien aksioomien ja niiden seurausten pohtiminen, aksioomajärjestelmien ristiriidattomuuden tutkiminen, jne.)

2.5. Matemaattinen viestintä
2.5.1. Sanaston ja merkintätapojen käyttäminen (Erityisen matemaattisen terminologian ja merkintätapojen oikea käyttö.)
2.5.2. Esitystapojen yhteydet (Toisiinsa liittyvien matemaattisten esitystapojen kanssa työskentely, jotta eri matemaattisten ideoiden väliset yhteydet käyvät selväksi.)
2.5.3. Kuvaileminen/keskusteleminen (Matemaattisesta ilmiöstä, sisällöstä, kuvion yhteydestä algoritmiin, tuloksesta tai laskimen/tietokoneen esityksestä keskusteleminen.)
2.5.4. Kritiikin esittäminen (Matemaattisen idean, väittämän, ongelman ratkaisun, ongelmanratkaisumenetelmän, todistuksen, jne. pohtiminen ja kriittinen arvioiminen.)

Näkökulmat

3.1. Asenteet luonnontieteitä, matematiikkaa ja teknologiaa kohtaan (Opetussuunnitelma edistää positiivisia asenteita luonnontieteitä, matematiikkaa ja teknologiaa kohtaan.)

3.2. Luonnontieteisiin, matematiikkaan ja teknologiaan liittyvät ammattialat
3.2.1. Luonnontieteisiin, matematiikkaan ja teknologiaan liittyvien ammattien esille tuominen
3.2.2. Luonnontieteiden, matematiikan ja tekniikan merkityksen korostaminen muiden kuin edellä mainittujen ammattien yhteydessä.

3.3. Vähemmän edustettujen ryhmien osallistuminen luonnontieteeseen ja matematiikkaan (Opetussuunnitelma kannustaa kaikkia opiskelijoita opiskelemaan ja käyttämään luonnontieteitä, matematiikkaa ja teknologiaa. Esimerkkejä kohderyhmistä: naiset ja etniset vähemmistöt.)

3.4. Luonnontieteitä, matematiikkaa ja teknologiaa mielenkiinnon lisäämiseksi (Opetussuunnitelma edistää kiinnostusta sekä luonnontieteiden, matematiikan ja teknologian aiheiden ymmärtämistä käyttämällä oppilaiden kannalta tuttuja, suosittuja tai kiehtovia tietoja: esimerkiksi urheilusta, uutisista, kuuluisuuksista, historiasta ja kirjallisuudesta.)

3.5. Luonnontieteelliset ja matemaattiset ajattelutavat (Opetussuunnitelma kannustaa luonnontieteelliseen ja matemaattiseen ajattelutapaan, kuten avoimuuteen, objektiivisuuteen, epävarmuuden sietämiseen, kekseliäisyyteen ja tiedonhaluun.)

Mitä suomalaisille oppilaille opetetaan matematiikassa seitsemän ensimmäisen kouluvuoden aikana? Millaisia mahdollisuuksia opetussuunnitelmat ja oppikirjat tarjoavat oppimiselle? Entä mitä asioita opettajat todellisuudessa opettavat ja mitä oppilaat lopulta osaavat?

Teos selvittää peruskoulun 5.–7. luokan matematiikan oppikirjojen sisältöjä. Lisäksi se vertaa eri oppimateriaaleja käyttäneiden oppilaiden suorituksia vuonna 1999 toteutetussa kansainvälisessä matematiikka- ja luonnontiedetutkimuksessa. Lukuisten tehtäväesimerkkien avulla julkaisu antaa selkeän kuvan oppilaiden osaamisesta.

Kirja tarjoaa hyödyllistä tietoa kaikille matematiikan oppimisesta ja opetuksesta kiinnostuneille aina matematiikan opettajista oppimateriaalien ja opetussuunnitelmien tekijöihin sekä arviointien suorittajiin.

Tutkimuksia 13
ISSN 1455-447X
ISBN 978-951-39-3226-8

Kansi: Martti Minkkinen