

LAHJAKAS OPPILAS KOULUSSA
- TAPAUSTUTKIMUS MATEMATIIKAN OPETUKSESTA
SALAMAMENETELMÄLLÄ

Riikka Toivanen

Pro gradu-tutkielma
Kevät 2012
Kasvatustieteen laitos
Jyväskylän yliopisto
Ohjaaja: Henry Leppäaho

TIIVISTELMÄ

Jyväskylän yliopisto

Kasvatustieteiden tiedekunta

Opettajankoulutuslaitos, Jyväskylä

Toivanen, Riikka: Lahjakas oppilas koulussa- Tapaustutkimus matematiikan opetuksesta Piotr Bazian salamamenetelmällä

Kasvatustieteen Pro gradu- tutkielma, 81 sivua, 12 liitesivua

Helmikuu 2012

Tässä tutkielmassa on tutkittu lahjakkuutta ja erityisesti matemaattista lahjakkuutta lahjakkuusteorioiden avulla. Tutkielman tarkoituksena on ollut selvittää, kuinka lahjakkuus ilmenee matemaattisesti lahjakkaassa oppilaassa ja mitä matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksessa tulisi huomioida. Työn empiirisessä osuudessa tutkittiin laadullisen tapaustutkimuksen keinoin yhden matemaattisesti lahjakkaan oppilaan matematiikan opetusta Piotr Bazian kehittämällä salamamenetelmällä. Tiedonhankintastrategioina käytettiin haastattelua, videointia ja päiväkirjan kirjoittamista.

Toteutettu opetusjakso tapahtui käytännössä siten, että opetin koehenkilöä salamamenetelmällä ja tutkin, kuinka hyvin se toimii matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksessa. Tulosten mukaan matemaattinen lahjakkuus näkyi koehenkilössä muun muassa erityisen korkeana matemaattisena suorituskynä, poikkeuksellisen hyvänä keskittymiskyynä ja varhain alkaneena kiinnostuksena matematiikkaan kohtaan. Koehenkilöllä oli pitkälle edistynyt pääsälaskutaito ja kyky luoda toimintastrategioita. Tutkielman tulosten mukaan matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksessa tulee huomioida sosiaalisten taitojen kehittyminen, turvallinen ja hyväksyvä luokkaympäristö sekä riittävä eriyttäminen. Tutkielman koehenkilö oli esimerkki hyvin onnistuneesta opetuksen nopeuttamisesta luokan yli siirtämällä. Saadut tulokset antavat viitteitä siitä, että salamamenetelmä toimii hyvin matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksessa ja auttaa opettajaa hänen opetuksensa eriyttämisessä. Oppilas itse piti haastattelun perusteella saamastaan opetuksesta.

Avainsanat: lahjakas oppilas, lahjakkuus, matemaattinen lahjakkuus, salamamenetelmä

SISÄLLYS

TIIVISTELMÄ	3
1. JOHDANTO	7
1.1 Tutkimuksen tarkoitus.....	7
1.2 Taustaa.....	8
1.3 Tutkimusongelmat.....	9
2. TUTKIMUKSEN TEOREETTISET LÄHTÖKOHDAT	10
2.1 Lahjakkuuden käsitteen määrittelyä	10
2.1.1 Renzullin kolmen ympyrän malli.....	11
2.1.2 Tannenbaumin malli.....	13
2.1.3 Sternbergin teoria.....	16
2.1.4 Gardnerin teoria.....	18
2.1.5 Gruberin teoria.....	19
2.1.6 Varhaiskypsyyttä vai ajatusprosessien erilaisuutta?.....	21
2.1.7 Lahjakkaan oppilaan erityistarpeet.....	22
2.2 Matemaattinen lahjakkuus	23
2.3 Lahjakkaiden tunnistaminen	28
2.3.1 Opettajat lahjakkuuden tunnistajina.....	30
2.3.2 Lahjakkuustyyppiä.....	31
2.4 Opettaja	33
2.5 Lahjakkaiden opettaminen	34
2.5.1 Opetuksen eriyttäminen.....	35
2.5.2 Opetuksen nopeuttaminen.....	36
2.5.3 Oppilaiden ryhmittely.....	38
2.5.4 Yksilölliset opetussuunnitelmat.....	41
2.5.5 Autonomisen oppijan malli.....	42
2.5.6 Kolmen tason rikastamisohjelma.....	44
2.6 Lahjakkaiden koulukokemukset	47
2.7 Salamamenetelmä	48
2.7.1 Salamamenetelmän seitsemän periaatetta.....	48
2.7.2 Aikuisen rooli salamamenetelmässä.....	49
2.7.3 Salamamenetelmä lahjakkaiden opetuksessa.....	50
3. MENETELMÄ	51
3.1 Laadullinen tutkimus ja tapaustutkimus	51
3.2 Haastattelu	52

3.3 Päiväkirja ja videointi	54
3.4 Tutkimuksen toteutus.....	54
4. TUTKIMUSTULOKSET	56
4.1 Lahjakkaan oppilaan opetus salamamenetelmällä	56
4.1.1 Potenssit	56
4.1.2 Joukko-oppi, karteesinen tulo ja funktio.....	58
4.1.3 Koordinaatisto ja negatiivisten lukujen laskutoimitukset.....	61
4.1.4 Funktiokone ja funktion kuvaaja.....	62
4.2 Kuinka lahjakkuus näkyy matemaattisesti lahjakkaassa koehenkilössä?	63
4.3 Mitä matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksessa tulee huomioida?	67
4.4 Kuinka salamamenetelmä toimii matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksessa?	69
4.4.1 Oppilaan oma kokemus salamapeliteuokioista	69
4.4.2 Oma näkemykseni lahjakkaan oppilaan salamapeliteuokioista.....	70
5. TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS	73
5.1 Reliaabelius	73
5.2 Validius.....	73
6. POHDINTA	75
6.1 Kuinka Eetun opetus jatkuu?	77
6.2 Salamamenetelmän ottaminen laajempaan käyttöön	78
6.3 Jatkotutkimusehdotuksia	79
6.4 Lopuksi.....	79
LÄHTEET	80
LIITTEET	83

1. JOHDANTO

1.1 Tutkimuksen tarkoitus

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on perehtyä yleisiin lahjakkuusteorioihin ja tutkia yhden matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opiskelua ja opetusta. Tutkimus on laadullinen tapaustutkimus, sillä se keskittyy vain yhden oppilaan havainnointiin ja opettamiseen. Lisäksi tässä tutkimuksessa on tarkoitus tutkia, kuinka Piotr Bazian (Bazia & Kahanpää, painossa) kehittämä matematiikan opetukseen suunnattu salamamenetelmä soveltuu matemaattisesti lahjakkaan oppilaan matematiikan opetukseen ja kuinka se vastaa lahjakkaan oppilaan opettamisen haasteisiin. Tutkimus toteutettiin opettamalla matemaattisesti lahjakasta oppilasta salamamenetelmällä noin kolmen kuukauden ajan. Kaikki opetustuokiot videoitiin ja niistä pidettiin päiväkirjaa. Lisäksi oppilasta, hänen vanhempiaan ja opettajiaan haastateltiin.

Nykyään suomalaisessa koulujärjestelmässä keskitytään hyvin paljon oppilaisiin, joilla on oppimisvaikeuksia tai muita oppimista hidastavia tekijöitä. Erityisopetusresurssit eivät tahdo riittää edes näiden oppilaiden opettamiseen, jolloin herää kysymys, kuinka toista ääripäätä, lahjakkaita, voitaisiin tukea opinnoissaan parhaalla mahdollisella tavalla. Mielestäni tämä on mielenkiintoinen kysymys ja olenkin tyytyväinen, että sain tutkia aihetta kahdessa Pro gradu-tutkielmassani. Tässä työssä keskityn lahjakkaan oppilaan opettamisen haasteisiin. Olen iloinen, että sain mahdollisuuden tutustua tutkimukseni koeoppilaaseen, lahjakkaaseen 9-vuotiaaseen poikaan.

1.2 Taustaa

Tutkimuksen kohteena oleva salamamenetelmä on kajaanilaisen lääkärin Piotr Bazian (Bazia & Kahanpää, painossa) kehittämä matematiikan opetusmenetelmä. Salamamenetelmällä opetusta annetaan yksilöllisesti jokaiselle oppilaalle erikseen muutaman kerran viikossa noin kymmenen minuutin ajan. Menetelmän tavoitteena on saada lapset oppimaan matematiikkaa ja saamaan myönteisiä asenteita sitä kohtaan. Tavoitteena on lisäksi mahdollisimman hyvä rutiininomainen asioiden hallinta. Salamapeliopetus on tehokasta, jokaisen oppilaan tarpeet huomioivaa opetusta.

Lahjakkuudelle ei ole olemassa yksikäsitteistä määritelmää. Lahjakkuutta on olemassa jopa satoja eri lajeja ja sen ajatellaan olevan yhteydessä vallitsevaan aikaan ja kulttuuriin. (Uusikylä 1994, 36.) 1900-luvulle asti lahjakkuus liitettiin älykkyyteen, mutta Lehtosen (1994) mukaan Cox (1926) liitti nykytutkijoiden tavoin lahjakkuuteen myös suoritusmotivaation, itseluottamuksen ja tahdonvoiman. Älykkyys ja luovuus esiintyvät vielä nykyäänkin lahjakkuuden määritelmässä. (Lehtonen 1994, 13.) Koulussa lahjakkuus voidaan määritellä kyvyksi ratkaista tehtäviä, joita samanikäiset kykenevät ratkaisemaan vasta myöhemmin. Lahjakkaan aikuisen kohdalla sen voidaan ajatella tarkoittavan kykyä ratkoa ongelmia, joita muut eivät osaa ratkaista ollenkaan. (Threlfall & Hargreaves 2008, 97.)

Matemaattinen lahjakkuus voidaan nähdä eräänä lahjakkuuden ilmenemismuotona. Se on osa matemaattista ajattelua ja päättelykykyä. Matemaattinen lahjakkuus liittyy kykyyn käyttää aikaisempia, olemassa olevia tietoja uusien tietojen luomiseksi, metakognitioiden ja heuristiikkojen hallintaan ja kykyyn soveltaa edellä mainittuja taitoja matemaattisessa ongelmanratkaisussa. (Ruokamo 2000, 18-20.)

Lahjakkaan opetusta luokassa voidaan eriyttää antamalla hänelle erilaisia tehtäviä kuin muille tai nopeuttamalla opetusta normaalista etenemistahdista.

Lahjakkaita oppilaita voidaan koota pienempiin vertaisryhmiin ja heille voidaan laatia omat oppimissuunnitelmansa. (Lehtonen 1994, 37.) Lahjakkaiden opetuksessa tulisi huomioida heidän erityistarpeensa. Lahjakkaan lapsen kohdalla kuvitellaan usein virheellisesti, että hän selviytyy kaikesta ongelmista. Lahjakkaat saattavat usein kokea, etteivät muut samanikäiset pidä liian lahjakkaista oppilaista. Heitä tulisi siis kannustaa liittämään lahjakkuutensa osaksi muuta minäkuvaansa niin, että he itse voisivat hyväksyä itsensä sellaisena kuin ovat. Toisten asettamat paineet ja odotukset voivat pahimmillaan jopa vääristää lahjakkaan identiteettiä. Lahjakkaat oppilaat ovat usein myös liian itsekriittisiä ja kärsimättömiä ja pelkäävät ottaa riskejä. Tällöin lahjakkaat usein tulevat välttäneeksi sellaisia tilanteita, joihin liittyy epäonnistumisen riski. (Uusikylä 1994, 138-144.)

1.3 Tutkimusongelmat

Tämän tutkimuksen tutkimusongelmat ovat:

- Kuinka lahjakkuus näkyy matemaattisesti lahjakkaassa oppilaassa?
- Mitä matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksessa tulee huomioida?
- Kuinka salamamenetelmä toimii matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksessa?

2. TUTKIMUKSEN TEOREETTISET LÄHTÖKOHDAT

2.1 Lahjakkuuden käsitteen määrittelyä

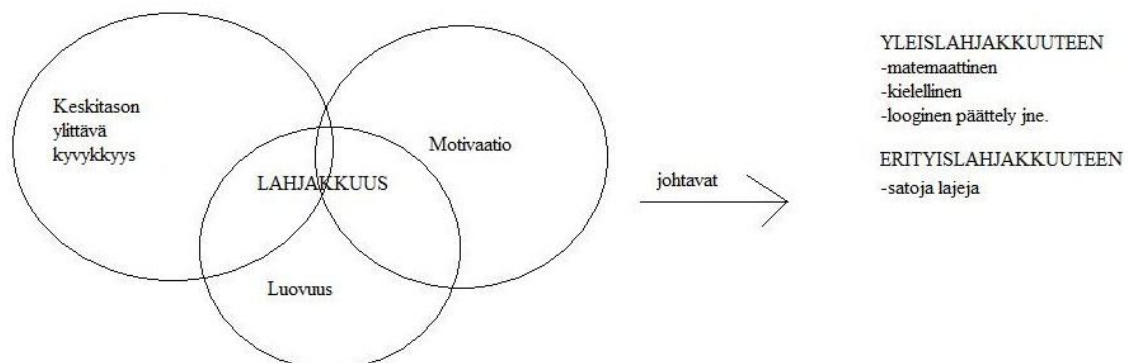
Mitä lahjakkuus oikein tarkoittaa? Kuinka lahjakas yksilö eroaa muista? Lahjakkuutta on olemassa jopa satoja eri lajeja ja se on yhteydessä vallitsevaan aikaan ja kulttuuriin. (Uusikylä 1994, 36.) Kirjallisuudessa lahjakkuutta on lähestytty yleensä neljästä eri näkökulmasta. Lahjakkuuden voidaan ajatella johtuvan geneettisistä seikoista tai kognitiivisista malleista. Jotkut taas määrittelevät lahjakkuuden yksilön saavutusten perusteella. Neljäs näkökulma painottaa yhteiskunnan arvostamia asioita. (Threfall & Hargreaves 2008, 83-84.) Tällöin lahjakkuus riippuu kunkin alakulttuurin arvojärjestelmistä ja -käsityksistä (Ruokamo 2000, 6). Antiikin Kreikassa oli paljon taitavia puhujia, koska siellä arvostettiin suullista ilmaisua. Antiikin Roomassa oli paljon taitavia insinöörejä, koska siellä oltiin kiinnostuneita esimerkiksi lääketieteestä ja tekniikasta. Vastaavasti Saksassa oli 1600-luvulla barokkisäveltäjiä, kuten esimerkiksi Georg Muffat ja Johann Rosenmüller ja 1500-luvun Italiassa renessanssitaiteilijoita, joista mainittakoon esimerkiksi Leonardo Da Vinci ja Michelangelo. Kullakin yhteiskunnalla on oma lahjakkuuden tyyppinsä, jota arvostetaan ja palkitaan erityisen paljon. (Lehtonen 1994, 13.)

Uusikylän (1994) mukaan Sternberg ja Davidson (1986) ovat teoksessaan *Conceptions of Giftedness* jakaneet käsitykset lahjakkuudesta kahteen pääryhmään. Jako on tehty sen perusteella, perustuvatko käsitykset implisiittiseen vai eksplisiittiseen teoriaan. Implisiittiset teoriat ovat

asiantuntijan tai maallikon mielessä, eikä niitä voi testata empiirisesti. Eksplisiittiset teoriat ovat tieteellisempiä. Niitä voidaan testata empiirisesti, jolloin testaus joko tukee teoriaa tai osoittaa sen vääräksi. Sternberg ja Davidson (1986) jakavat eksplisiittiset teoriat edelleen kognitiivisiin ja kehitysteorioihin. Kognitiivinen teoria painottaa kognitiivisia prosesseja, kuten metakognitioita, joilla tarkoitetaan tietoisuutta niin omista kuin muidenkin ihmisten kognitiivisista toiminnoista, ajattelusta ja oppimisesta. Kehitysteoriat korostavat lapsen ja aikuisen kehityksen ymmärtämistä. Kehitysteoreetikot korostavat lisäksi inhimillisten, yksilöllisten ja yhteiskunnallisten tekijöiden vaikutusta lahjakkuuteen. (Uusikylä 1994, 44-45.) Seuraavaksi esittelen kaksi esimerkkiä implisiittisistä teorioista.

2.1.1 Renzullin kolmen ympyrän malli

Renzullin lahjakkuusmalli on länsimaissa luultavasti tunnetuin lahjakkaiden opetuksen pohjana käytetyistä malleista. Mallia arvostetaan sen yksinkertaisuuden ja selkeyden vuoksi. Uusikylän (1994) mukaan lahjakkaiden opetusta suunnittelevat arvostavat Renzullin ja Reisin (1985) mallin sanomaa, jonka mukaan lahjakkuuden lajeja on hyvin paljon, ja jokainen on omalla tavallaan lahjakas. (Uusikylä 1994, 45.) Renzulli jakaa lahjakkuuden kolmeen osa-alueeseen (Kuvio 1), joita ovat 1) keskitason ylittävä kyvykkyys, 2) motivaatio ja 3) luovuus.



Kuvio 1 Renzullin kolmen ympyrän malli (Ruokamo 2000, 7.)

Lahjakkaaksi henkilöksi Renzullin mallissa kutsutaan sellaista henkilöä, joka kykenee soveltamaan näitä piirteitä jossakin hyödyllisenä pidetyssä toiminnassa. Tällaisille oppilaille tulisi tarjota tavallisesta opetusohjelmasta

poikkeavaa opetusta. Innovatiiviseen toimintaan lahjakkaalta lapselta vaaditaan kaikkien kolmen piirteen esiintymistä yhtäaikaaisesti. (Lehtonen 1994, 14.) Renzulli kuitenkin myöntää, että lahjakkuusalueet menevät päällekkäin. Kaikkien elementtien ei siis tarvitse olla läsnä jokaisessa tilanteessa, joka vaatii lahjakkuutta. (Uusikylä 1994, 47.) Renzullin malli perustuu ajatukseen, jonka mukaan on monia mahdollisuuksia, joilla lahjakkaat voivat osoittaa kykynsä. Kyvyt voivat esiintyä eri aikoina ja erilaisina yhdistelminä. Jos tällaiset kyvyt yhdistyvät yhdessä henkilössä, tuloksena on henkilö, joka on erityisen suorituskykyinen ja merkittävä vaikuttaja yhteiskunnassa. (Lehtonen 1994, 16.)

Renzullin mallissa ensimmäinen osa-alue, keskitason selvästi ylittävä kyvykkyys (*above average ability*), jakautuu yleiseen kyvykkyYTEEN ja erityiskykyihin. Yleinen kyvykkyys sisältää tiedon käsittelykyvyn, kokemusten integroinnin ja korkeatasoisen abstraktin ajattelun. Kokemusten integroimiskyky auttaa lahjakasta reagoimaan paremmin uusissa tilanteissa. Yleinen kyvykkyys esiintyy esimerkiksi sanasujuvuutena, nopeana muistina, verbaalisena ja numeerisena järkeilynä, valikoivana mieleenpalauttamisena ja avaruudellisena hahmotuskykynä. Erityiskyvyt esiintyvät tiedonhankintataidoissa. Niihin kuuluvat esimerkiksi olennaisen tiedon valikoiminen ongelmanratkaisutilanteissa, tarkoituksenmukaisen tiedon hankkiminen ja käyttäminen sekä erilaiset kyky-yhdistelmät tietyllä erikoisalalla tai arkielämässä. Kyky-yhdistelmät voivat liittyä esimerkiksi balettiin, matematiikkaan tai johtajuuteen.

Mallin toisesta osa-alueesta (*task commitment*) on käytetty suomenkielisessä kirjallisuudessa kahta käännettä: tehtävään sitoutuminen tai motivaatio. Tässä työssä käytän osa-alueesta lyhyempää termiä motivaatio. Motivaatio on kykyä innostua ja kiinnostua työstä. Sillä tarkoitetaan myös päättäväistä ja kestävästä työhön sitoutumista. Motivaatioon liittyy läheisesti omiin kykyihin uskomisen, korkeiden tavoitteiden asettaminen, itsearviointi ja kritiikistä oppiminen. Kolmas osa-alue eli luovuus (*creativity*) tarkoittaa joustavaa, sujuvaa ja omaperäistä ajattelua. Luovuuteen kuuluvat myös riskinottohalu, uteliaisuus, avoimuus uusille kokemuksille sekä estottomuus ja

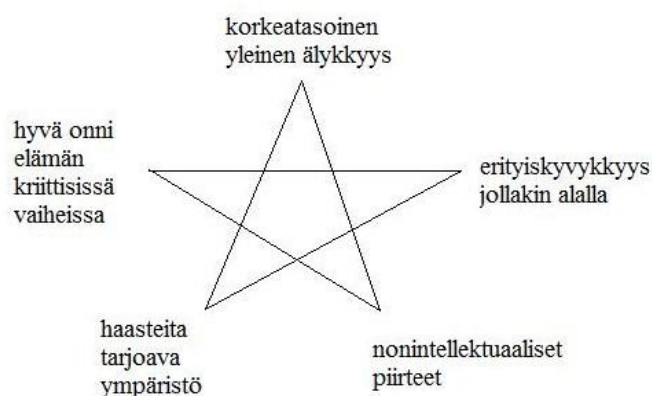
herkkyys yksityiskohtia, ideoita ja asioiden esteettisyyttä kohtaan. (Lehtonen 1994, 15.)

Renzullin malli on kattava ja monipuolinen, ja sen on sanottu sisältävän lähes kaiken, mitä lahjakkuuteen kuuluu. Samalla mallin laajuus on kuitenkin myös sen heikkous, sillä se on luettelomainen ja epäteoreettinen. (Uusikylä 1994, 47.) Mallia on kritisoitu muun muassa siitä, että se rajaa lahjakkuuden ulkopuolelle alisuoriutujat tai muut henkilöt, joilla ei ole motivaatiota. Motivaation puute ei kuitenkaan rajaa lahjakkuutta pois. (Ruokamo 2000, 8.) Tällöin on vaarana, ettei alisuoriutujien joukosta tunnisteta lahjakkaita, mikä on juuri keskeinen ongelma lahjakkaiden tunnistamisessa. Myös luovuuden suurta roolia Renzullin lahjakkuusmallissa on kritisoitu. (Lehtonen 1994, 16.) Renzullin on sanottu valinneen näkemyksensä tueksi tiedemiehiä, taiteilijoita ja arkkitehteja, mikä ei ole kyllin kattava valikoima mallin pätevyyden kannalta. On nimittäin paljon sellaisia ammatteja, joissa luovuutta ei juurikaan tarvita. Esimerkiksi urheilussa motivaatioon ja lahjakkuuteen ei aina tarvitse liittää luovuutta. Ajatellaan vaikkapa lähtöpuomilla vuoroaan odottavaa mäkihyppääjää. Jos hän päättääkin kokeilla tärkeässä kilpailussa jotain luovaa ratkaisua, niin lopputulos voi olla varsin huono. Kilpailutilanteessa luovuus ei välttämättä johda onnistuneeseen suoritukseen, mutta harjoitteluvaiheessa luovuutta on voinut olla mukana. (Uusikylä 2000, 47-48.) Myös mallin ilmaisu keskitason selvästi ylittävä kyvykkyys on saanut osakseen kritiikkiä siitä, ettei se ole kovinkaan tarkka (Lehtonen 1994, 16). Käsitettä pitäisi eritellä tarkemmin ja se voitaisiin myös jakaa alakäsitteisiin (Uusikylä 1994, 48).

2.1.2 Tannenbaumin malli

Tannenbaumin mallin mukaan lasten lahjakkuus tulee nähdä potentiaalina, että heistä voi tulla arvostettuja omalla alallaan. Kehittynyt lahjakkuus ilmenee vasta aikuisiällä. Monilla alueilla lahjakkuus voi kuitenkin ilmetä jo lapsuusiässä, vaikka he ovatkin vielä valmiin tiedon kuluttajia. Laadukkaan tiedon tuottaminen tapahtuu vasta myöhemmin. Siihen, että lapsesta voi tulla aikanaan todella lahjakas tarvitaan 1) korkeatasoista yleistä älykkyyttä, 2) erityiskyvykkyyttä jollakin alalla, 3) oikea sekoitus nonintellektuaalisia eli ei

niinkään ajattelukykyyn tai älyyn viittaavia piirteitä (motivaatio, temperamentti jne.), 4) haasteita tarjoava ympäristö ja 5) hyvää onnea elämän kriittisissä vaiheissa (Kuvio 2). Tannenbaumin mallin mukaan lahjakkuuteen tarvitaan kaikkia näitä viittä osa-aluetta. Vaikka kaikki viisi osa-aluetta painottuvat eri tavoin, mikään neljän osa-alueen yhdistelmä ei voi korvata viidennen puuttumista. Tannenbaumin mallin mukaan lahjakkuuden ja luovuuden termit ovat ikään kuin synonyymejä. Lahjakkuus, tai luovuus, tarkoittaa uusien ideoiden määrää ja laatua. (Uusikylä 1994, 52-55.)



Kuvio 2 Tannenbaumin malli

Uusikylän (1994) mukaan Tannenbaumin (1986) mallissa yhteiskunta määrää lahjakkuuden suuntautumisen suunnan, mutta psyyke säätelee lahjakkuuden olemassaoloa. Yhteiskunta pitää tärkeinä toisia alueita, kun toisia se taas halveksuu, ja näihin vaatimuksiin aivojen tulee sopeutua. Nerojen keksintöjen vastaanottamisessa merkittävää on juuri aika, jolloin ne tulevat suuren yleisön tietoon. Ennen aikaansa tai sen jälkeen syntyvät nerot eivät saa tunnustusta keksinnöilleen. Tannenbaumin mallissa lahjakkuus jaetaan neljään lajiin. Ensinnäkin on olemassa harvinaisia, arvokkaita lahjakkuuksia, joita ei ole koskaan liikaa. Näitä ovat esimerkiksi jotain suurta ja mullistavaa keksineet lääketieteen lahjakkuudet. Kuinka tällaisia kykyjä, jotka helpottavat ihmiskunnan elämää tekemällä siitä samalla terveellisempää, hallittavampaa ja ymmärrettävämpää, voisi olla liikaa?

Toiseksi on muille iloa ja elämyksiä tarjoavia lahjakkuuksia. Nämä lahjakkuudet eivät ole ihmiskunnan säilymisen kannalta elintärkeitä, mutta he

luovat kirjallisuutta, taidetta ja filosofiaa. Nämä lahjakkuudet eivät kuitenkaan ole muita lahjakkuuksia vähempiarvoisia, sillä he avaavat ihmisille uusia kokemuksia, näköaloja ja taidenautintoja. Jos ensimmäisen ryhmän lahjakkuuksista riippuu ihmiskunnan fyysinen hyvinvointi, niin näistä toisen ryhmän lahjakkuuksista riippuu sivistyksen ja kulttuurin säilyminen. Vaikka taiteissa on välillä ollut taantuma-aikoja, ei ihmiskunnan olemassaolo ole kokenut niistä uhkaa. Ilman penisilliinin keksimistä taas olisimme menettäneet suuria ihmisjoukkoja. Kasvatuksessa pidetään usein tärkeänä juuri ensimmäisen ryhmän lahjakkuuksia.

Kolmanneksi on kiintiölahjakkuuksia, jotka turvaavat modernin yhteiskunnan toiminnot. Nämä lahjakkuudet tuottavat tavaroita ja palveluita, joita markkinoilla kulloinkin tarvitaan. Välillä tarjontaa on yli kysynnän ja toisinpäin. Omilla aloillaan näitä lahjakkuuksia tarvitaan rajallinen määrä. Esimerkiksi insinöörejä valmistuu niin paljon, että kaikille ei mitenkään riitä töitä. Joillain syrjäseuduilla taas voi olla pulaa pätevistä lääkäreistä tai opettajista. Näiden lahjakkuuksien työssä ei aina tarvita suurta luovuutta. Neljänneksi on erikoisia, "hulluja" lahjakkuuksia. Tällaisia ovat esimerkiksi ihmelapset tai vaikkapa Guinnessin ennätysten kirjaan päässet erikoisuudet. Näihin lahjakkuuksiin voi kuulua myös sosiaalisesti paheksuttuja lahjakkuuksia. (Uusikylä 1994, 52-55.)

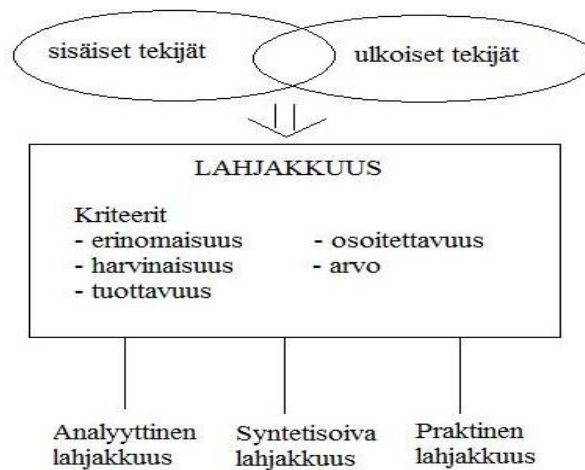
Valitsin edellä esittelemäni implisiittiset lahjakkuusteoriat tähän työhön, koska ne edustavat hieman eriäviä kantoja lahjakkuudesta. Renzullin mallin mukaan lahjakkuuden lajeja on hyvin paljon ja jokainen yksilö on omalla tavallaan lahjakas. Tannenbaumin mallissa puolestaan lahjakkuus jaetaan neljään lajiin ja sen suuntautumisessa korostetaan yhteiskunnan merkitystä. Molemmissa malleissa lahjakkuuteen ajatellaan tarvittavan keskitasoa korkeampaa kyvykkyyttä ja motivaatiota. Molemmat mallit pitävät luovuutta oleellisena lahjakkuuden osa-alueena. Renzullin mallia on kritisoitu luovuuden korostamisesta. Tannenbaumin mallissa lahjakkuutta ja luovuutta pidetään lähes synonyymeinä.

Seuraavaksi esittelen kolme eksplisiittistä lahjakkuusteoriaa.

2.1.3 Sternbergin teoria

Lehtosen (1994) mukaan Sternbergin (1991) teoria on kenties tunnetuin kognitiivinen lahjakkuusteoria. Se perustuu ajatukseen, että lahjakkuuteen vaikuttaa aina kolme tekijää: yksilön sisäiset tekijät, ulkoiset tekijät ja näiden vuorovaikutus. Teoriassa keskitytään prosesseihin, ei niinkään tuotoksiin. Tavoitteena on siis kuvata niitä henkisiä rakenteita ja prosesseja, joiden suhteen lahjakkaat poikkeavat muista. Tehtävän ratkaisussa tarvitaan aina kolmea henkistä prosessointityyppiä: tiedonhankinta-, meta- ja suoritusprosesseja. Tiedonhankintaprosessit auttavat uusien asioiden opiskelussa, metaprosessit päätöksenteossa ja suoritusprosessit suunnitelmien ja päätösten toteuttamisessa. Prosessien automatisoituminen on tärkeä kyky. Lahjakkuuksien taustalla onkin erilaiset informaation käsittelykyvyt. (Lehtonen 1994, 18-19.)

Sternbergin teoriassa lahjakkuus jaetaan kolmeen päälajeihin, joita ovat analyttinen, syntetisoiva ja praktinen lahjakkuus. Analyttisellä lahjakkuudella tarkoitetaan kykyä jakaa ongelmat osiin ja ymmärtää niiden merkitys. Älykkyystesteissä mitataan juuri tällaista päättelykykyä. Syntetisoivalla lahjakkuudella tarkoitetaan luovuutta, oivalluskykyä ja intuitiivisuutta. Synteettisesti lahjakas yksilö menestyy tieteissä, kirjallisuudessa ja taiteessa, mutta ei niinkään älykkyystesteissä. He näkevät asiat eri tavoin kuin keskivertoihmiset. Praktisella lahjakkuudella tarkoitetaan kykyä soveltaa analyttistä ja syntetisoivaa lahjakkuutta arkielämän tilanteissa. Sternbergin teorian kantavia teemoja on, ettei lahjakkaita voida tunnistaa vain älykkyysosamäärän perusteella. (Uusikylä 1994, 55-56.)



Kuvio 3 Sternbergin lahjakkuusteoria

Sternbergin teoriassa lahjakkuuteen sisältyy viisi kriteeriä, joita ovat 1) erinomaisuus, 2) harvinaisuus, 3) tuottavuus, 4) osoitettavuus ja 5) arvo (Kuvio 3). Erinomaisuuden kriteeri tarkoittaa, että yksilö on muita parempi jossain piirteessä. Paremmuus voi ilmetä monenlaisina kykyinä. Potentiaalista lahjakkuutta voi olla mikä tahansa taito, jossa yksilö on muita parempi, vaikkei se liittyisikään koulun opetussuunnitelmaan millään tavalla. Harvinaisuuden kriteeri tarkoittaa, että kyky on sillä tavoin harvinainen, että vertaisryhmässä kaikki eivät yllä siihen. Pelkkä erinomaisuus ei siis riitä. Tähän liittyy ongelma: jos lapsi saatetaan tilanteeseen, jossa erinomaisuus onkin normaalia, vain hyvin harvat saavuttavat harvinaisuuden kriteerin.

Tuottavuuden kriteeri saavutetaan, jos alue, jossa yksilö on taitava, johtaa tai voi johtaa tuottavuuteen. Lasten kohdalla joudutaan arvioimaan myöhempää tuottavuutta. Koulun merkitys nousee tällöin joko tuottavuutta edistäväksi tai jarruttavaksi instituutioksi. Osoitettavuuskriteeri tarkoittaa, että yksilön on osoitettava lahjakkuutensa yleisesti hyväksytyllä tavalla, jota voidaan pitää testiteknisesti validina ja luotettavana. Arvokriteeri täyttyy, jos lahjakkuus on yhteiskunnallisesti arvostettua. Vaikeisiin tilanteisiin joudutaan silloin, kun yhteiskunta on murroksessa ja lähitulevaisuudesta ei voida olla varmoja. (Kuusela & Hautamäki 2002, 320-321.)

2.1.4 Gardnerin teoria

Gardnerin teoriaa kutsutaan moniälykkyysteoriaksi. Teorian mukaan älykkyyttä on monenlaista, ja älykkyys on jaettu seitsemään lahjakkuuteen. Nämä seitsemän "intelligenssiä" ovat 1) lingvistinen, 2) loogis-matemaattinen, 3) spatiaalinen, 4) kehollis-kinesteettinen, 5) musikaalinen, 6) intrapersoonallinen ja 7) interpersoonallinen lahjakkuus. Vaikka lista ei katakaan kaikkia lahjakkuuden lajeja, niin Uusikylän (1994) mukaan Gardnerin (1983) teorian ansioksi voidaan laskea se, että lahjakkuuskäsite laajenee älykkyysosamäärää laajemmaksi.

Lingvistinen eli kielellinen lahjakkuus on merkittävä hyvän älykkyysosamäärän saamiseksi. Se voidaan jakaa kirjalliseen ja suulliseen sekä luetun ymmärtämisen osa-alueeseen. Lingvistinen lahjakkuus esiintyy jo pienillä lapsilla monipuolisten tarinoiden kertomisen taitona. Kirjailijoilla, opettajilla ja runoilijoilla on usein kielellistä lahjakkuutta. Loogis-matemaattinen lahjakkuus voidaan jakaa muun muassa deduktiiviseen ja induktiiviseen päättelyyn sekä laskutaitoon. Se ilmenee laskutaitona jo pienillä lapsilla. Luonnollisesti matemaatikoilla ja fyysikoilla on tällaista lahjakkuutta. Spatiaalisesti lahjakkaalla on avaruudellista hahmotuskykyä. Lapsena se ilmenee esimerkiksi kykyä rakentaa palapelejä ja ratkaista rakentelutehtäviä. Avaruudellista hahmotuskykyä tarvitaan monessa ammatissa. Siitä on hyötyä muun muassa arkkitehdeille, insinööreille, kuvanveistäjille ja mekaniikoille.

Kehollis-kineettisesti lahjakkaalla yksilöllä on kyky käyttää omaa kehoaan jonkin tehtävän suorittamisessa. Lapsilla se ilmenee luonnollisena liikkumisena ja myöhemmin urheilusuurituksissa. Kehollis-kineettistä lahjakkuutta on esimerkiksi tanssijoilla, kirurgeilla ja urheilijoilla. Musikaalinen lahjakkuus tarkoittaa esimerkiksi kykyä erottaa teemoja, herkkyyttä tunnistaa erilaisia rytmejä ja parhaimmillaan jopa taitoa säveltää tai esittää musiikkia. Lapsena musikaalinen lahjakkuus ilmenee hyvinkin varhaisena kiinnostuksena musiikkia, laulamista ja soittamista kohtaan. Interpersoonallisesti lahjakas henkilö kykenee ymmärtämään muita ihmisiä, heidän motiiveja, toimia ja niiden taustoja. Lisäksi tällainen henkilö on yhteistyökykyinen. Lapsena

interpersoonallinen lahjakkuus ilmenee muiden tunteiden ja tarpeiden ymmärtämisenä sekä kykynä johtaa ja suunnitella luokan toimintaa. Opettajat, terapeutit ja poliittiset johtajat ovat yleensä interpersoonallisesti lahjakkaita. Interpersoonallinen lahjakkuus tarkoittaa itsensä ymmärtämistä, jolloin henkilö on tietoinen omista älyllisistä vahvuuksistaan ja ymmärtää omia tunteitaan. Järkevän toiminnan suunnittelun perustana toimii juuri interpersoonallinen lahjakkuus. Pienillä lapsilla se ilmenee esimerkiksi lausahduksena: "Pidän luistelusta, vaikka en olekaan siinä vielä niin taitava kuin haluaisin." Yleensä tällaista lahjakkuutta esiintyy musiikin, taiteen tai muiden ilmaisumuotojen alalla toimivilla ihmisillä.

Gardnerin teorian mukaan monet lahjakkuuden lajit korreloivat keskenään, mutta toki voi olla yksilöitä, jotka eivät ole lahjakkaita kaikilla osa-alueilla. Yleensä on niin, että yksilö on vahva jollakin alueella, mutta suhteellisen heikko jollakin toisella alueella. Teorian mukaan meidän tulisi etsiä kunkin yksilön vahvuudet ja tukea koko yksilön kehittymistä. Kasvatuksessa ei siis tulisi keskittyä ainoastaan vahvuuksiin tai heikkouksiin. (Uusikylä 1994, 66-69.)

2.1.5 Gruberin teoria

Uusikylän (1994) mukaan Gruberin (1986) teoriassa kiinnitetään huomiota sellaisiin lahjoihin, jotka johtavat ihmiselämän paranemiseen, luoviin ratkaisuihin ja ihmiskunnan tulevaisuuden turvaamiseen. Lahjakkuuden hyödyllisyys saavutetaan silloin, kun ymmärrämme, kuinka lahjakkuus muuttuu lapsuuden lahjakkuudesta kypsäksi, luovaksi lahjakkuudeksi. Teoria perustuu neljään tosiasiaan lahjakkuudesta. Ensimmäinen lahjakkuus on suhteellinen käsite. Tutkimuksissa tulisi tutkia aikuisia lahjakkaita ja heidän kehittymisensä olosuhteita. Toiseksi yksilön aktiivisuus ja mielenkiinto ohjaavat lahjakkuuden kehittymistä. Kolmanneksi lahjakkuuteen liittyy aina yhteiskunnalliset ja historialliset tekijät. Neljäs lahjakkuuteen liittyvä tosiasia on, että lahjakkaiden tutkimuksessa tulisi käyttää nimenomaan tapaustutkimuksia, jolloin voitaisiin analysoida luovien yksilöiden kehitystä. Gruberin teorian mukaan lahjakkuuden määrittelyyn tulee ottaa mukaan

sosiokulttuurinen näkökulma yksilöpsykologisen ja sosiologisen näkökulman lisäksi. Lahjakkuus ei tällöin ole lapsen psyydessä ennalta määrättyneenä lahjana. Lahjakkuus on kaiken kaikkiaan hyvin monimutkainen prosessi.

Lahjakkuuden kehittyminen on elinikäinen prosessi. Lahjakkuusalueen kehittäminen tulee sovittaa muuttuvien psykologisten tarpeiden mukaan. On selvää, että ihmiselämään kuuluu hyvin monenlaisia vaiheita, jolloin asioiden tärkeysjärjestys saattaa hetkellisesti muuttua. Esimerkiksi nuorilla seurustelu tai vähän vanhemmilla perheen perustaminen voivat mennä lahjakkuusalueen harjoittamisen ohitse. Jotkin lahjakkuudet taas ilmenevät vasta nuoruusiässä. Joidenkin alojen eriytyminen taas mahdollistaa uusia lahjakkuuksia. Esimerkiksi geometrian opiskelun aloittaminen mahdollistaa tämän alan lahjakkuuksien löytymisen. Suosituimmilla aloilla, kuten urheilussa, menestyminen vaikeutuu iän myötä. Gruberin teorian mukaan koulussa olisikin mahdollistettava kaikkien aineiden opiskelua kaikille mahdollisimman pitkään, koska lahjakkaiden luotettava tunnistaminen on erittäin vaikeaa. (Uusikylä 1994, 70-74.) Olisikin mielenkiintoista tietää, onko tämä seikka otettu huomioon, kun suomalaista lukion opetussuunnitelmaa on laadittu. Lukioon mentäessä pakolliset aineet vähenevät. Opiskelija voi esimerkiksi valita lyhyen tai pitkän matematiikan oppimäärän väliltä. Toisinaan valintoja ohjaavat myös aikatauluun liittyvät seikat, jotta kaikki kurssit saadaan sopimaan lukujärjestykseen. Toisaalta, kun myös ylioppilaskirjoituksissa kirjoitettavien pakollisten aineiden joukko pienenee, vaikuttaa sekin opiskelijoiden valintoihin. Mitä vaikutusta tällä voi olla lahjakkuuksien löytymiseen? Kun joidenkin aineiden opiskelu vähenee, myös lahjakkuuksia voi jäädä huomioimatta. Toisaalta lukiossa opiskelijoiden oma valinnaisuus korostuu aiempaa enemmän ja tällöin he voivat kehittää ehkä jopa paremmin omaa lahjakkuusalueettaan. Uusikylän (1994) mukaan lahjakkailta vaaditaan pitkäjänteisyyttä, luovuutta ja kykyä liittää kokemukset yhä laajempaan tietoverkoston. Koulussa menestymiseen tarvitaan kilpailua ulkoisista palkkioista, kuten arvosanoista. Esimerkiksi useilla tieteen ja taiteen aloilla tällaiset ulkoiset palkkiot ovat kuitenkin harvinaisia. (Uusikylä 1994, 74.)

Edellä esitellyt eksplisiittiset lahjakkuusteorioiden osoittavat sen, kuinka lahjakkuus voidaan hahmottaa hyvin monella tavalla. Sternbergin teoriassa lahjakkuus jaetaan kolmeen päälajiin, Gardnerin teoriassa seitsemään. Sekä Gardnerin että Gruberin teorit korostavat yksilön kasvun kokonaisvaltaista tukemista. Vahvuudet on hyvä löytää aikaisin, mutta opetuksessa ei tule keskittyä pelkästään niihin, sillä tuolloin jotakin merkittävää voi jäädä löytymättä. Sternbergin ja Gruberin teorioissa lahjakkuuteen vaikuttaa sekä yksilöpsykologiset, sosiologiset ja sosiokulttuuriset seikat.

2.1.6 Varhaiskypsyyttä vai ajatusprosessien erilaisuutta?

Tutkijoita kiinnostaa, millä tavoin lahjakkaat oppilaat eroavat muista oppilaista. Onko lahjakkuus sitä, että onnistuu hyvin vai vaaditaanko lahjakkuuteen jotain muutakin? Onko lahjakkaiden oppilaiden opiskelu laadukkaampaa kuin muiden? Monissa tutkimuksissa on havaittu eroja lahjakkaiden ja vähemmän lahjakkaiden oppilaiden välillä. Lahjakkaat ovat nopeampia ratkaisemaan ongelmia, mutta käyttävät enemmän aikaa suunnitteluun. He muun muassa käyttävät useampia strategioita, suosivat haastavia tehtäviä ja heillä on laajempi tietämys asioista. Threlfallin ja Hargreavesin (2008) vertailtiin lahjakkaiden 9-vuotiaiden ja keskitasoisten 13-vuotiaiden ongelmanratkaisutaitoja. Tarkoituksena oli selvittää, ovatko lahjakkaat oppilaat vain varhaiskypsiä, ja saavuttavatko muut oppilaat samat taidot myöhemmin, vai onko heidän ajattelunsa muista oppilaista poikkeavaa. Oppilaille annettiin ratkaistavaksi samat ongelmanratkaisutehtävät. Tutkimuksessa kävi ilmi, että lahjakkaiden ryhmässä ja keskitasoisten vanhempien oppilaiden ryhmässä oli suurin piirtein saman verran oikeita vastauksia. Tämä ei kuitenkaan vielä kerro niistä keinoista, joilla oppilaat päätyivät ratkaisuihinsa. Tehtävät valittiin siten, että ne olivat uusia 9-vuotiaille, eikä samankaltaisia tehtävätyyppejä oltu harjoiteltu aiemmin. Tehtävätyypit olisivat saattaneet olla tutumpia vanhemmille oppilaille. Molempien ryhmien vastauksissa oli kuitenkin saman verran vaihtelevuutta, jolloin päädyttiin siihen, että tehtävätyypit olivat uusia myös 13-vuotiaille. Tästä heräsi kysymys: Olivatko lahjakkaat oppilaat lähestyneet ongelmia samalla tavoin kuin vanhemmat oppilaat? Tutkittaessa oppilaiden

lähestymistapoja havaittiin, että 9-vuotiaat lahjakkaat oppilaat eivät juuri eronneet keskitasoisista 13-vuotiaista. Tällöin tutkijat päätyivät toteamaan, että ainakin tämän tutkimuksen lahjakkaat olivat varhaiskypsiä, eikä heillä siis ollut jotain taitoa tai ominaisuutta, jota keskitasoisilla ei olisi voinut olla. Tutkimuksessa havaittiin, että lahjakkaat ja keskitasoiset käyttivät samanlaisia strategioita ongelmien ratkaisemiseksi ja tekivät prosessin aikana samanlaisia virheitä. On hyvä huomata, että päätelmät lahjakkuudesta varhaiskypsyytenä eivät välttämättä tarkoita sitä, etteivätkö lahjakkaat oppilaat voisi olla erilaisia. Heidän kykynsä voivat johtua kognitiivisten prosessien eroista, vaikka lopputulokset olisivatkin samanlaisia. Lahjakkuus voidaankin koulussa määritellä oppilaan kyvyksi ratkaista tehtäviä, joita samanikäiset kykenevät ratkaisemaan vasta myöhemmin. Aikuisten kohdalla sen voidaan ajatella tarkoittavan kykyä ratkoa ongelmia, joita muut eivät osaa ratkaista ollenkaan. (Threlfall & Hargreaves 2008, 83-97.)

2.1.7 Lahjakkaan oppilaan erityistarpeet

Lahjakkaan lapsen kohdalla kuvitellaan usein virheellisesti, että hän selviytyy kaikesta ongelmitta. Lahjakkaat havainnoivat ympäristöönsä usein muita tarkemmin ja ovat luonteeltaan herkkiä. Heitä tulisi kasvattaa yksilön yleiset psykososiaaliset tarpeet huomioon ottaen, kuten kaikki muutkin oppilaat. Lahjakkailta oppilailta on näiden tarpeiden lisäksi kuitenkin muutamia heille tyypillisiä ongelmia ja piirteitä. Lahjakkaat saattavat usein kokea, etteivät muut samanikäiset pidä liian lahjakkaista oppilaista. Heitä tulisi siis kannustaa liittämään lahjakkuutensa osaksi muuta minäkuvaansa niin, että he itse voisivat hyväksyä itsensä sellaisena kuin ovat. Eri tahojen odotusten sekalaisuus voi aiheuttaa lahjakkaille omien tavoitteiden kadottamista. Nämä toisten asettamat paineet ja odotukset voivat pahimmillaan jopa vääristää lahjakkaan identiteettiä. Lahjakkaat oppilaat ovat usein liian itsekriittisiä ja kärsimättömiä sekä pelkäävät riskinottoa. Tällöin lahjakkaat usein tulevat välttäneeksi sellaisia tilanteita, joihin liittyy epäonnistumisen riski.

Ongelmatilanteissa aikuisten, vanhempien ja opettajien, tulisi ymmärtää lahjakkuutta ja lahjakkaan oppilaan vaikeuksia. Kuten kasvatuksessa

yleensäkin, kasvattajan kypsyys ja ymmärrys ratkaisevat sen, mikä on kulloinkin lapselle parhaaksi. Lahjakkaan oppilaan kohdalla tulisi erityisesti muistaa, että kyse on koko ajan lapsen parhaasta, eikä esimerkiksi yhteiskunnan tai perheen eduista. Täydellisyyteen pyrkimistä tulisi yrittää rajoittaa. Kukaan ei voi aina olla täydellinen, ei edes lahjakas. Kasvattajat eivät saisi myöskään vaatia lapselta koko ajan lisää vetoamalla tämän lahjakkuuteen. (Uusikylä 1994, 138-144.)

2.2 Matemaattinen lahjakkuus

Matemaattiselle lahjakkuudelle ei ole olemassa yhtä kaiken kattavaa määritelmää. Tutkimuksissa käytetäänkin usein termiä matemaattinen kyvykkyys matemaattisen lahjakkuuden tilalla. Tutkijat ovat sitä mieltä, että koulukyvykkyys ja luova matemaattinen kyvykkyys tulisi erottaa toisistaan. Koulukyvykkyys tarkoittaa nimensä mukaisesti yksilön kykyä selviytyä koulumatematiikasta hallitsemalla tarkoituksenmukaiset tiedot ja taidot. Luova matemaattinen kyvykkyys taas tarkoittaa kykyä toimia matematiikan alalla tuottaen ihmiskunnalle merkittäviä uusia saavutuksia ja tuloksia. Tällaisilla tuloksilla on niin sosiaalista kuin yhteiskunnallistakin arvoa. Myös psykologit ja matemaatikot erottavat usein koulukyvykkyuden ja luovan matemaattisen kyvykkyuden toisistaan. Monet psykologit pitävät koulukyvykkyyttä kykynä suorittaa matemaattisia testejä tai ratkaista ongelmia. Matemaattinen lahjakkuus voidaan nähdä osana matemaattista ajattelua ja päättelykykyä. Se liittyy kykyyn käyttää aikaisempia, olemassa olevia tietoja uusien tietojen luomiseksi, metakognitioiden ja heuristiikkojen hallintaan ja kykyyn soveltaa edellä mainittuja taitoja matemaattisessa ongelmanratkaisussa. (Ruokamo 2000, 18-20.) Juuri tämän vuoksi matemaattinen lahjakkuus ei ole helposti silmin havaittavaa. Koska lahjakkuus voidaan kuitenkin päätellä ainoastaan yksilön aikaansaannoksista, sen toteaminen jää usein hataraksi ja epävarmaksi. Lopullista varmuutta yksilön lahjakkuudesta ei voida koskaan saavuttaa. Onhan mahdollista, että yksilölle tapahtuu jotain sellaista, joka saa hänen suoritustasonsa joko nousemaan tai laskemaan. Oppilaan kokemukset

vahvistavat hänen käsityksiään matematiikasta ja hänen omista taidoistaan. Tästä voi olla seurauksena joko epäonnistumisia tai onnistumisia. Kun oppilaalla on positiivisia uskomuksia ja asenteita matematiikasta, hän luottaa yleensä itseensä ja tuntee olonsa pystyväksi matematiikan alalla. Mikäli oppilas pitää tekemästään ja lisääntyneistä haasteista, myös suoritukset paranevat. Tämä edistää ja pitää yllä hänen motivaatiotaan. (Koshy, Ernebst ym. 2009, 215-216.)

Matemaattisen lahjakkuuden synnynäisyydestä tutkijat ovat kutakuinkin yhtä mieltä. Matemaattiset kyvyt ovat tiettyjen taipumusten pohjalta elämässä hankittuja ominaisuuksia, eivät siis pelkästään synnynäisiä ominaisuuksia. Taipumusten merkitys on pieni jokapäiväisten matemaattisten kykyjen kehittämisessä, mutta suuri tutkivan matemaatikon merkittävässä lahjakkuudessa. Myös aivojen rakenteen ominaisuudet tai toiminnalliset erikoisuudet voivat edesauttaa matemaattisten kykyjen kehittymistä. Joidenkin ihmisten aivot ovat ainutlaatuisella tavalla suuntautuneet erottamaan ympäristön ärsykkeistä symbolien ohella spatiaaliset ja numeeriset suhteet ja työskentelemään optimaalisesti nimenomaan tällaisten ärsykkeiden kanssa. Periaatteessa kenestä vain voi tulla matemaatikko, mutta merkittäväksi, lahjakkaaksi matemaatikoksi synnyttään. (Krutetskii 1976, 361.) Ruokamon mukaan monet tutkijat, esimerkiksi Krutetskii (1976), Marjoram ja Nelson (1985) sekä Feldman (1986), ovat havainneet, että varhainen matemaattinen kypsyys ei ole välttämätön ehto myöhemmille saavutuksille, vaan matemaattinen kyvykkyys voi ilmetä myös myöhemmällä iällä.

Erään määritelmän mukaan matemaattisesti lahjakkaat lapset eroavat vähemmän lahjakkaista lapsista monin tavoin. He kykenevät näkemään ongelman matemaattisen sisällön niin analyttisesti kuin synteettisestikin, yleistämään sen sisällön ja ratkaisun metodin sekä muuttamaan huonoksi osoittautunutta ratkaisumenetelmää. Matemaattisesti lahjakkaat pystyvät soveltamaan jo tuttua ongelmanratkaisumenetelmää ja ajattelemaan joustavasti ja monipuolisesti. He hakevat yksinkertaisia ratkaisuja, muistavat niiden perusrakenteen ja paneutuvat vaikeisiin ongelmiin tarkasti ennen kuin alkavat

ratkaisemaan niitä. Matemaattisesti lahjakkaat lapset ovat muistiltaan parempia kuin tavalliset oppilaat ja heillä on jo kehittynyttä kvalitatiivista matemaattista ajattelua. (Ruokamo 2000, 20-22.)

Tällä hetkellä ei ole yksimielisyyttä siitä, missä määrin kyvykkyys muissa oppiaineissa on yhteydessä matemaattiseen kyvykkyYTEEN. Jotkut tutkijat ovat sitä mieltä, että verbaalinen kyvykkyys ei yleensä esiinny yhdessä matemaattisen kyvykkyYDEN kanssa. Jotkut tutkijat taas ovat sitä mieltä, että matemaattinen kyvykkyys on ihmisen elämässä jatkuvaa ja usein yhteydessä yleiseen kyvykkyYTEEN. (Koshya, Ernestb ym. 2009, 215.)

Koska abstraktioita ja yleistyksiä pidetään matematiikan perusolemuksena, nähdään matemaattinen ajattelukin Sakin (2009) mukaan enimmäkseen abstraktina ja yleisluonteisena ajatteluna. Uskomukset matematiikan luonteesta vaikuttavat siis käsityksiin matemaattisesta kyvykkyYDESTÄ. Samoin niiden on havaittu vaikuttavan jopa matemaatikkojen tapaan suorittaa tutkimuksiaan. Esimerkiksi matemaatikko Poincare näki matemaattisen kyvykkyYDEN arvostelukyknä. Perinteisesti työmuistia ja analyyttistä ajattelua on pidetty matemaatikkojen tärkeimpinä ominaisuuksina. Toisaalta myös intuition eli välittömän tietämisen merkitystä matematiikan keksinnöissä on korostettu. Se mahdollistaa matemaattisten kokonaisuuksien suhteiden ja rakenteiden ymmärtämisen. Sakin (2009) mukaan Sriramanin (2004) tutkimuksessa, jossa havainnoitiin lahjakkaiden oppilaiden visualisointia ja palautuvuutta matemaattisten totuuksien konstruoinnissa, havaittiin, että juuri voimakas intuitio ohjasi lahjakkaiden oppilaiden ongelmanratkaisuprosesseja. Edellisten lisäksi laskukoneen omainen päässälaskutaito on eräs matemaattisen kyvykkyYDEN muoto. Tällaisia taitoja on tosin vain hyvin harvoilla arvostetuillakaan matemaatikoilla. (Sak 2009, 54-55.)

Puhuttaessa matemaattisen kyvykkyYDEN tasoista, esiin nousee ennen kaikkea kaksi tyyppiä: analyytikot (*analysts*) ja luovat (*creators*). Nimensä mukaisesti analyytikot kykenevät hienoihin analyyttisiin suorituksiin, mutta eivät niinkään omaa kykyä luoda uutta. Heidän perustyökalunsa on logiikka.

Luovat taas osaavat analysoida ja keksiä uutta. Heidän perustyökalunsa on matemaattinen induktio. Uutta luovat matemaatikot ovat ikään kuin pieni osa analyttisten matemaatikoiden joukosta. Oikeastaan heitä on vain murto-osa kaikista matemaatikoista. Tähän liittyykin eräs tärkeä havainto. Kaikki luovat matemaatikot ovat lahjakkaita, mutta kaikki lahjakkaat matemaatikot eivät suinkaan ole luovia. Matemaattinen lahjakkuus ei siis näin ollen edellytä matemaattista luovuutta. Kolmannen tyypin voisivat muodostaa asiantuntijat, jotka eroavat edellisistä tiedon rakenteiltaan. Nämä matemaattisen kyvykkyyden tasot muodostavat kolme matemaattisen ajatusmaailman tyyppiä: analyttinen, luova ja asiantunteva ajatusmaailma. (Sak 2009, 55-56.)

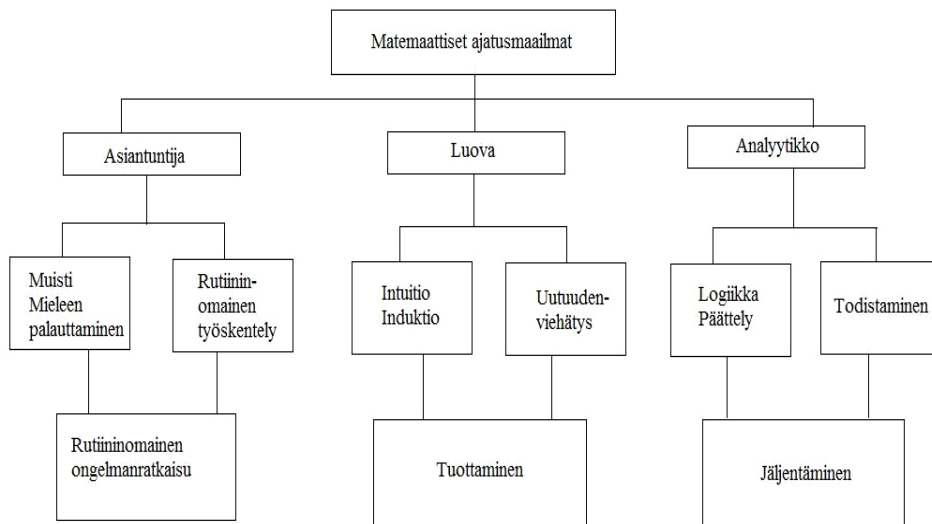
Matemaattinen luovuus on joidenkin näkemysten mukaan tarkkanäköisyyttä valita kuhunkin tilanteeseen juuri oikeat kombinaatiot. Matemaattinen analyttisyys taas nähdään taitona analysoida matemaattisia kombinaatioita. Analyttikot siis tutkivat hyvin tarkasti niitä matemaattisia aksioomia ja lauseita, joita luovat oikeastaan ovat keksineet. Luovien heikkous ovat pitkät laskutoimitukset, kun taas analyttikot ovat heikoilla tilan hahmottamisessa. Nämä kaksi ajatusmaailman tyyppiä lähestyvät ongelmia eri tavoin: analyttikot logiikkansa ja luovat intuitionsa avulla. Siihen, tuleeko matemaatikosta luova vai analyttinen, vaikuttaa hänen matemaattisen ajatusmaailmansa luonne.

Matemaattisen kyvykkyyden perustana on kahdenlaista päättelyä. Osoittavan päättelyn avulla erotetaan toisistaan todistus ja väite tai pätevä väite ja epätevä väite, jolloin matematiikkaan saadaan varmuutta. Vakuuttavan päättelyn avulla ja laatimalla looginen todistus erotetaan järkevät väitteet vähemmän järkevästä väitteistä. (Sak 2009, 55-57)

Asiantuntijat poikkeavat aloittelijoista tiedon rakenteiltaan. Heillä on hyvin jäsentynyttä, alakohtaista tietoa ja taitoa. Tietämys on järjestynyt tärkeiden ajatusten ympärille ja se sisältää tietoa pääkäsitteiden ja -menetelmien käyttökelpoisuuden ehdoista. Toisin kuin eristäytynyt tieto, tällainen tietämys antaa asiantuntijoille mahdollisuuden pohtia peruseriaatteita ennen varsinaiseen ongelmaan siirtymistä.

Asiantuntijuudessa on havaittavissa kahta lajia. Rutiininomainen asiantuntijuus on edellä mainitun asiantuntijuuden ilmenemä. Se liittyy nopeaan ja täsmälliseen melko tuttujen ongelmien ratkaisemiseen. Mukautuva asiantuntijuus on analyyttisen tai luovan matemaattisen ajatusmaailman ilmenemä. Se liittyy prosesseihin, jotka johtavat uudistuksiin. Matemaatikot, jotka opettavat yliopiston kursseilla, ovat hyvä esimerkki rutiininomaisesta asiantuntijuudesta. Matemaatikot, jotka julkaisevat uutta tietoa, ovat puolestaan tyypillinen esimerkki mukautuvasta asiantuntijuudesta.

Sakin (2009) esittelemä kolmen matemaattisen ajatusmaailman-malli (*the three mathematical minds model, M3*) auttaa sovittamaan yhteen erilaisia näkemyksiä lahjakkuudesta. Kolme ajatusmaailmaa eroavat toisistaan kolmessa kohdassa (Kuvio 4). Ensinnäkin eroa on kognitiivisissa osioissa, kuten intuitio, muisti tai logiikka. Toinen eroavaisuus löytyy kognitiivisista tehtävistä, kuten analyyttinen, rutiininomainen tai uudenlainen työ. Kolmanneksi ajatusmaailmat eroavat lopputuloksissa. M3-mallissa asiantuntijuudella viitataan rutiininomaiseen asiantuntijuuteen, kun taas mukautuva asiantuntijuus liitetään analyytikoiden ja luovien ajatusmaailmoihin. Asiantuntijat eivät aina poikkeaa analyytikoista ja luovista kognitiivisessa kyvykkyydessä ja tyyliässä, vaikka heidän tietämyksensä olisikin hyvin poikkeava. Koska heidän asiantuntijuutensa on rutiininomaista, heidän lopputulostaan voidaan kutsua kokemuksen uudelleen soveltamiseksi tuttujen ongelmien ratkaisemisessa, mikä ei välttämättä johda luovaan työskentelyyn. Myös analyyttiset ja luovat matemaatikot ovat asiantuntijoita, etenkin sen suhteen, kuinka he ajattelevat matemaattisesti. Kuten edellä kävi ilmi, heidän asiantuntijuutensa on mukautuvaa, ja johtaa näin ollen uudistuksiin tai tehokkuuteen. Matemaattinen lahjakkuus perustuu Sakin (2009) mukaan kolmen ajatusmaailman vuorovaikutukseen. Esimerkiksi tietämys ja luovuus yhdessä johtavat luovaan asiantuntijaan, joka on hyvä intuitiivinen vapaa ajattelija ja omaa merkittävää alan tietämystä. (Sak 2009, 55-57.)



Kuvio 4 Matemaattisten ajatusmaailmoiden eroavaisuudet (Sak 2009, 57).

2.3 Lahjakkaiden tunnistaminen

Lahjakkaiden tunnistaminen on haastavaa. Aikaisemmin ajateltiin, että pelkät älykkyystestit riittäisivät lahjakkuuden tunnistamiseen. Sitten ne ovat olleet vain osa laajaa tunnistamisprosessia, jossa keskeistä on oppilaan suoritustason ja käyttäytymispiirteiden arviointi. (Lehtonen 1994, 21.) Lahjakkuuden tunnistamisessa pyritään yleensä käyttämään erilaisia mittareita rinnakkain. Näitä ovat muun muassa yksilö- ja ryhmätason älykkyystestit, koulusaavutustestit, tuotosten arviointi sekä opettajan ja oppilaan itsearviointi. Myös vanhempien ja luokkatovereiden arviointeja hyödynnetään. (Ruokamo 2000, 11.) Lahjakkaiden tunnistamisessa on kaksi tasoa. Praktinen taso kertoo, kuinka hyvin opettaja tai lapsen vanhempi tunnistaa lahjakkuuden ja huomioi hänet opetusjärjestelyissään. Teoreettinen taso liittyy luotettavien mittareiden laatimiseen, käsitteiden rajankäyntiin ja tiedeyhteisön sopimukseen. (Kuusela & Hautamäki 2002, 321.)

Lahjakkaiden tunnistaminen ei saisi perustua pelkästään koulumenetykseen. Koulussa voi pärjätä hyvin, vaikka ei olisikaan erityislahjakas. (Lehtonen 1994, 21.) Tunnolliset oppilaat ovat usein sosiaalisia ja

taiteellisia, jolloin heidät myös huomataan hiljaisia ja syrjään vetäytyviä, mahdollisesti lahjakkaita, oppilaita helpommin. Moni lahjakkuus jää tunnistamatta koulussa. Esimerkiksi alisuoriutujat, köyhistä oloista tai vähemmistöistä tulevat sekä hyvin nuoret lahjakkuudet on vaikea tunnistaa. (Ruokamo 2000, 11-12.) Montaa tunnettua "neroakin" on omana kouluaikanaan pidetty tyhmänä tai keskinkertaisena. Mainittakoon esimerkeiksi vaikkapa Albert Einstein ja Thomas Edison. (Lehtonen 1994, 21.) Lahjakkaiden tunnistamisesta haastavaa tekee myös se, että lahjakkailta oppilailla on usein samanlaisia ominaisuuksia ja piirteitä kuin muillakin oppilailla. Heillä on samoja harrastuksia ja mielenkiinnon kohteita. Koulumotivaatiokin voi olla heikentynyt turhautumisen seurauksena. Muun muassa tällaiset seikat voivat vaikeuttaa lahjakkaiden tunnistamista. (Ruokamo 2000, 12.)

Lahjakkaiden tunnistamisessa käytetään apuna erilaisia testejä. Opettajat käyttävät arvioidensa tukena standardoituja koulusaavutustestejä. Nämä testit kertovat, kuinka hyvin oppilas pärjää eri oppiaineissa ikäisiinsä verrattuna. Tulosten perusteella opettajat valitsevat oppilaita erilaisiin lahjakkaiden opetusmuotoihin. Standardoitujen koulusaavutustestien avulla löydetään vain hyviin koulusaavutuksiin kykenevät oppilaat. Koulusaavutustestien ohella ryhmä-älykkyystestejä käytetään saman verran. Niiden etuna ovat suurten ryhmäkokojen taloudellisuus, mutta luotettavuus kärsii esimerkiksi keskittymiseen, motivaatioon ja määrättyyn testausaikaan liittyvistä ongelmista.

Alunperin älykkyysosamäärän määrittämiseen laaditut yksilötestit ovat melko luotettavia. Niillä on kuitenkin rajoituksensa. Testit suosivat opiskelutaitoisia oppilaita. Esimerkiksi huonommasta asemasta tuleva oppilas voi olla lahjakas, vaikkei osaisikaan tehdä tehtäviä kokemuksen puuttumisen vuoksi. Testit eivät mittaa aukottomasti laajaa lahjakkuusaluetta, sillä niissä on vain keskivaikeita tehtäviä. Niinpä testit soveltuvat erityisen hyvin nopeille ongelmanratkaisijoille, joille nämä keskivaikeat tehtävät ovat helppoja. Testit mittaavat usein tietoja kapea-alaisesti. Suunnittelu-, valvonta- ja arviointitaidot voivat poiketa paljonkin niistä taidoista, jotka ovat akateemisessa maailmassa ja

arkielämässä tärkeitä. (Lehtonen 1994, 22-23.) Testien etuna voidaan pitää sitä, että ne ennustavat menestymistä niillä aloilla, joita varten ne on kehitetty. Luotettavuus on testattu tarkkaan. Esimerkiksi vammaisille ja alisuoriutujille testeistä on erityistä hyötyä, sillä heidän lahjakkuuttaan ei välttämättä muutoin havaittaisi lainkaan. (Uusikylä 1994, 39.)

2.3.1 Opettajat lahjakkuuden tunnistajina

Opettajat työskentelevät päivät erilaisten lasten parissa, minkä vuoksi heidän voisi ajatella osaavan tunnistaa lahjakkaat oppilaat. Tehtävä on kuitenkin haasteellinen kaikille kasvattajille, ja opettajienkin taidot tässä asiassa ovat tutkimuksissa osoittautuneet vaatimattomiksi. Opettajat tekevät paljon ali- ja yliarviointeja, mutta lahjakkuuden arviointitaitoa voitaisiin parantaa koulutuksella. Koulutusta tarvitaan nimenomaan lahjakkuuskäsitteen monipuolisuuden ja lahjakkuusteorioiden ymmärtämiseen. Opettajakoulutuksessa tulisi kiinnittää huomiota lahjakkaiden kasvatukseen. Jotta yksilöllisiä ja joustavampia opetussuunnitelmia voidaan rakentaa, täytyy oppijoiden tarpeet huomioida. (Lehtonen 1994, 24-25.)

Opettajat kokivat lahjakkuuksien tunnistamisen vaikeaksi Koshyan, Ernebstin ja Casey'n (2009) tutkimuksessa, jossa pyrittiin tunnistamaan matemaattisesti lahjakkaita 10-11-vuotiaita oppilaita ja rikastamaan heidän opetustaan. Suurin osa opettajista oli sitä mieltä, että matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden ryhmän kokoaminen oli projektin vaikein osuus. Ensinnäkin monet opettajat kokivat hankalaksi havainnoida sitä, onko heidän oppilaillaan piirteitä, jotka liitetään lahjakkaisiin. Toisekseen monet opettajat huomasivat, että heidän niin kutsutut parhaat oppilaansa kuuluivatkin kansallisissa arvioinneissa vain keskitasolle. Tästä johtuen opettajat kokivat olonsa epämukavaksi tarjotessaan näille oppilaille mahdollisuutta osallistua matemaattisesti lahjakkaille suunniteltuun ohjelmaan. Haastatteluissa kävi kuitenkin ilmi, että lahjakkuuksien tunnistamista saattoi hankaloittaa juuri se, että oppilaat eivät pärjänneet testeissä kovinkaan hyvin. On silti mahdollista, että ohjelmaan valituilla oppilailla todella oli matemaattisia kykyjä, mutta suoritustason ja todellisten kykyjen välillä oli kuitenkin kuilu, joka saattoi johtua

esimerkiksi vanhempien tuen puutteesta tai kurinpidollisista ongelmista. (Koshya, Ernebst ym. 2009, 220-221.)

2.3.2 Lahjakkuustyyppejä

Lahjakkuus voidaan jakaa kuuteen lahjakkuustyyppiin. Luokittelu perustuu lahjakkuuteen persoonallisuuden rakenneosana. Ensimmäinen lahjakkuustyyppi on menestyjät, joita on yli 90 prosenttia lahjakkaista. He ovat nopeita oppimaan, pyrkivät täydellisyyteen ja pärjäävät älykkyystesteissä todella hyvin. Menestyjät pyrkivät käyttäytymään muiden odotusten mukaisesti ja tulevatkin yleensä erinomaisesti toimeen opettajien ja vanhempien kanssa. Monet menestyjät kuitenkin ovat pelokkaita itsenäistymisen tai muista erottumisen suhteen. He pelkäävät epäonnistumista ja ovat hyvin itsekriittisiä. (Lehtonen 1994, 26.) Lahjakkaan lapsen hyvä koulumenestys saattaa joskus ilmentää hänen epävarmuuttaan. Epävarmuus saa lahjakkaan lapsen ponnistelemaan ja ahkeroimaan. Lapsi tulee riippuvaiseksi ihailusta ja muiden kehuista. (Uusikylä 1994, 154.) Tällöin hänen motivaationsa on ulkoista. Aikuisina menestyjät pärjäävät työssään usein hyvin, mutta ovat mielikuvituksettomia.

Toisen lahjakkuustyyppin muodostavat uhmaajat. Uhmaajat tunnistaa sopeutumattomuudesta, he eivät välitä säännöistä eivätkä käyttäydy hyvin. Uhmaajiin kuuluu poikkeuksellisen lahjakkaita ja erittäin luovia oppilaita. He turhautuvat koulussa, vaikka ovatkin itsenäisiä. (Lehtonen 1994, 26-27.) Aikuiset saattavat tulkita koulutehtävien laiminlyönnin itsenäisyydeksi. Itsenäisyys on kuitenkin usein näennäistä, sillä todellisuudessa lapset saattavat pelätä epäonnistumista tai torjutuksi tulemistä. (Uusikylä 1994, 155.) Uhmaajat eivät välitä kuulua ryhmiin, ja heidän kilpailuhalunsa vuoksi heitä ei niihin usein halutakaan. Uhmaajat ymmärretään usein väärin ja tämän vuoksi heillä on suuri vaara jäädä lahjakkaiden ohjelmien ulkopuolelle.

Kolmas lahjakkuustyyppi on lahjakkuuden kätäjät. Heille kaveripiireihin pääseminen on niin tärkeää, että he kieltävät lahjakkuutensa. Lahjakkuuden kätäjät ovat usein epävarmoja, ja heidän epävarmuuttaan lisää aikuisten

painostava suhtautuminen. (Lehtonen 1994, 27.) Nämä lahjakkuudet ovat useimmiten tyttöjä. Tytöt pelkäävät suosion vähentymistä ja poikien mielenkiinnon lopahtamista. Usein käy niin, ettei tällaisia lapsia edes pidetä lahjakkaina, sillä he haluavat olla kuten kaikki muutkin. Aikuisena monesta tytöstä tulee perinteinen, miehestä ja perheestä huolehtiva nainen, joka luopuu omasta urastaan. (Uusikylä 1994, 155.)

Putoajat on neljäs lahjakkuustyyppi. Putoajille viha ja masennus ovat tyypillisiä tunteita. He eivät saata tehtäviään päätökseen lahjoistaan huolimatta. Tämän vuoksi heidät tulkitaan usein vain keskitasoisiksi. Putoajien itseluottamus on huono, ja he arvostelevat niin itseään kuin muitakin. Putoajat eivät ole kiinnostuneita koulusta, ja heidän koulunkäyntinsä loppuu usein varhain. Viides lahjakkuustyyppi on kaksoisleimatut, joita ovat esimerkiksi aistivammaiset tai tunne-elämältään häiriintyneet. Kaksoisleimatut osoittavat lahjakkuutta vain harvoin koulussa hyväksytyllä tavalla, jolloin heidän lahjansa jää usein huomaamatta. Myös oppimisvaikeudet ja avuttomuus haittaavat lahjakkuuden tunnistamista. Kaksoisleimatut hakevat toisten ihmisten kunnioitusta epätavallisin keinoin ja ovat usein onnettomia.

Kuudes lahjakkuustyyppi on autonomiset oppijat. He työskentelevät ahkerasti ja heidät huomataan yleensä helposti. Autonomiset oppijat ovat itsenäisiä ja osaavat työllistää itsensä. Heidän toiminnallaan on aina päämäärä ja he tietävät, kuinka voivat itse vaikuttaa elämäänsä. Heidän itseluottamuksensa on hyvä ja he ottavat riskejä. (Lehtonen 1994, 28.) Pystyäkseen saamaan aikaan jotain luovaa ja omaperäistä, riskinottokyky on tärkeä. Riskinä on muiden epäsuosioon joutuminen ja epäonnistuminen. (Uusikylä 1994, 156.) Aikuisena autonomiset oppijat kehittyvät usein itsenäisiksi oppijoiksi ja tiedontuottajiksi pelkäämättä käyttää luovuuttaan (Lehtonen 1994, 28).

2.4 Opettaja

Lahjakkaiden oppilaiden opetuksen kannalta on tärkeää, että opettajat saavat riittävää ammatillista tukea parantaessaan ja rikastaessaan omaa matematiikan aineenhallinnallista ja pedagogista ammattitaitoaan. Opettajien tulee paitsi syventää aineenhallintaansa, kehittää opetukseen useita lähestymistapoja ja reflektoida omia ja toisten kokemuksia. Joskus opettajan puutteellinen matemaattinen ammattitaito voi siirtyä hänen oppilaaseensa, jolla on vastaavia puutteita omassa matematiikan osaamisessaan, mikä taas voi johtaa ylitsepääsemättömiin ongelmiin oppilaan opiskelussa. (Koshya, Ernebst ym. 2009, 226.) Opettajat tarvitsevat tukea myös rakentaessaan luottamuksellista suhdetta oppilaisiinsa. Opettaja uskaltaa antaa oppilaiden tehdä erilaisia asioita useissa eri suunnissa vain, mikäli hän voi luottaa heihin. Opettajat pelkäävät usein, etteivät he enää hallitse tilannetta, jos kaikki eivät tee samaa asiaa yhtä aikaa. Kyse on siis sekä luottamuksesta että joustavuudesta. Opettajan tulisi ymmärtää, ettei kaikkien tarvitse tehdä samoja asioita yhtä aikaa ja, että oppilaat tarvitsevat vaihtoehtoja, joista voivat itse valita mieleisensä. (Laine 2010, 4.)

Lahjakkuuksien löytäminen jo varhaisiässä on hyvin tärkeää. Mitä nuorempana matemaattinen lahjakkuus havaitaan, sitä enemmän sen eteen ehditään tekemään töitä. Näitä työn tuloksia voidaan myöhemmin nähdä teknologian ja luonnontieteiden aloilla. Myös oppilaiden motivaation ylläpitäminen on tärkeää. Oppilaat haluavat kokea, että opetussuunnitelmalla on yhteys heidän elämäänsä ja yhteisöönsä. (Koshya, Ernebst ym. 2009, 226.)

Vaikka lahjakkaiden opetus perustuu ennen kaikkea eriyttämiseen, opettajat kokevat siihen liittyen paljon erilaisia haasteita. Yksi haaste on, kuinka eriyttämisen periaate selvitetään oppilaiden vanhemmille. Opettajan työn kannalta on tärkeää, että vanhemmat tukevat hänen työtään, ja toisin päin. Eriyttäminen on varsinkin aluksi opettajalle työlästä, mutta helpottaa opetusta ja edistää työrauhan ylläpitämistä, kun kaikilla oppilailla on mielekästä tekemistä. Opettajien olisikin hyvä jakaa eriyttämiseen liittyvää työmäärää

muiden opettajien kanssa, jottei urakka tuntuisi liian raskaalta. Opettajakunnan lisäksi eriyttämisestä innostunut rehtori vaikuttaa yleensä positiivisesti niin opettajien suhtautumiseen eriyttämistä kohtaan kuin eriyttämisen tuloksiin. (Laine 2010, 4-5.)

Laineen (2010) mukaan Hertberg-Davisin (2009) amerikkalaisessa tutkimuksessa havaittiin, että opettajat eriyttävät opetustaan melko vähän ja kokevat, etteivät lahjakkaat oppilaat hyötyisi eriyttämisestä. Jotta opettaja voisi kokea eriyttämisen tärkeäksi, hänen tulisi sisäistää siihen liittyviä asenteita ja käsityksiä. Ensinnäkin opettajan tulisi ymmärtää, että oppilaat ovat monella tavoin erilaisia: he oppivat eri tavoilla ja eri nopeudella ja heillä on omat kiinnostuksen kohteensa ja vahvuutensa. Toisaalta opettajan olisi hyvä ymmärtää, että oppilaat voivat oppia ja hankkia tietoa myös itsenäisen työskentelyn tai ryhmäprojektien kautta. Opettajan ei siis tarvitse tietää kaikkea. Tällöin opettajan rooli onkin luokassa enemmän oppilaille vastuuta jakava mentori kuin valmis tietopankki. (Laine 2010, 4-6.)

2.5 Lahjakkaiden opettaminen

Vertaillessaan lahjakkaiden ja keskitasoisten oppilaiden matemaattista ongelmanratkaisua, Span ja Overtoom-Corsmith (1986) havaitsivat neljä kohtaa, joihin opettajan tulisi kiinnittää huomiota lahjakkaan oppilaan kohdalla. Ensinnäkin opettajan tulisi säännöllisesti antaa lahjakkaalle oppilaalle vaikeita tehtäviä, jottei hänen asenteensa ja mielenkiintonsa kärsisi. Jos uusi tieto ei missään vaiheessa tee oppilasta kylläiseksi, hän haluaa ratkaista uusia haastavia tehtäviä. Näin oppilaan mielenkiinto pysyy yllä. Toiseksi lahjakas oppilas tulisi saada ymmärtämään se, että suurin osa hänen tekemistään tehtävistä ei prosessoit tietoa tietoisella tasolla. Tämä lahjakkaan oppilaan tulisi muistaa silloinkin, kun hän ratkaisee tehtäviä, jotka ovat jopa hänelle vaikeita. Jos hän unohtaa, ettei suurin osa tehtävistä prosessoit tietoa tietoisella tavalla, hän ei kykene ratkaisemaan vaikeita tehtäviä. Tällaisissa tapauksissa oppilasta tulisi kannustaa jatkamaan. Kolmas tärkeä asia on se, että jos ratkaisua ei

kuitenkaan synny, oppilasta tulisi rohkaista pohtimaan, mistä epäonnistuminen johtuu. Oppilas tulisi saada löytämään sopiva strategia ja tarpeellinen tieto oikean ratkaisun saamiseksi. Neljäs tutkimuksessa havaittu asia on jo aiemmin mainittu opettajan vahva aineenhallinta. (Span & Overtoom-Corsmith 1986, 289.) Seuraavaksi esittelen keinoja, joiden avulla opettaja voi järjestää lahjakkaan oppilaan opetusta. Lisäksi annan esimerkkejä, kuinka niitä voidaan soveltaa matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetukseen.

2.5.1 Opetuksen eriyttäminen

Opetuksen eriyttäminen tarkoittaa opetussuunnitelman ja luokkatoiminnan ennakoivaa muuttamista. Sen tavoitteena on kaikkien oppilaiden yksilöllisten tarpeiden huomioiminen. Opetuksen eriyttäminen ei siis koske ainoastaan lahjakkaita tai muita erityisen tuen tarpeessa olevia oppilaita. Eriyttämisen tavoitteena on saada kaikille oppilaille mielekästä eriytettyä, ei lisääntyvää, tekemistä, jolloin myös käytöshäiriöt vähenevät. Opettaja voi eriyttää sisällössä, prosessissa tai produktissa. Opettaja voi siis eriyttää tehtävässä, jolloin oppilaat käsittelevät eritasoisesti samaa asiaa tai prosessissa, jolloin opetus huomioi oppilaiden erilaiset oppimistyyliä. Produktissa eriyttämisessä oppilaat tekevät samaa tehtävää, mutta jokainen omalla tasollaan.

Luokan sisällä eriyttämistä voidaan tehdä monella tavalla. Horisontaalinen rikastuttaminen tarkoittaa sitä, että lahjakas oppilas opiskelee asiaa laajasti esimerkiksi lisätehtävien avulla. Vertikaalinen rikastuttaminen taas tarkoittaa sitä, että lahjakas oppilas opiskelee asiaa syvällisemmin ja tekee haastavampia tehtäviä. Kolmas luokan sisäisen eriyttämisen tapa on työtapojen mukainen eriyttäminen, jolloin lahjakas oppilas voi tehdä vaikkapa erilaisia projektitöitä tavoitteenaan hallita suurempia kokonaisuuksia. Roolin mukaisessa eriyttämisessä lahjakasta oppilasta voidaan hyödyntää apuopettajana. Tätä eriyttämisen tapaa on kuitenkin käytettävä harkiten. (Laine 2010, 2-4.)

Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetusta voitaisiin eriyttää horisontaalisesti siten, että opettaja etsii hänelle haastavia ja samalla

mielenkiintoa herättäviä tehtäviä. Alakoulun matematiikan kirjoissa tehtävät voivat olla lahjakkaalle oppilaalle liian helppoja ja kaavamaisia. Ongelmanratkaisutehtävät voisivat myös toimia motivaattoreina. Vertikaalista eriyttämistä voidaan harjoittaa siten, että lahjakas lapsi etenisi opiskeltavassa asiassa muita syvemmälle. Esimerkiksi yhtälön ratkaisemisen harjoittelemisen aloitetaan usein pohtimalla, mikä luku sopisi muuttujan paikalle, mutta lahjakkaalle oppilaalle voisi opettaa jo edistyneempiäkin menetelmiä.

2.5.2 Opetuksen nopeuttaminen

Lahjakkaiden opetus perustuu ennen kaikkea eriyttämiseen, jossa on kaksi päälinjaa: nopeuttaminen ja ryhmittely, jota käsitellään luvussa 2.5.3. Opetuksen nopeuttamisesta on kyse silloin, kun kouluuntulo aikaistetaan, oppilas hyppää luokan yli tai opiskelu tapahtuu omassa tahdissa. Opetuksen nopeuttaminen mahdollistaa sen, että oppilas voi suorittaa normaalin opetussuunnitelman mukaiset opinnot tavallista lyhyemmässä ajassa. (Lehtonen 1994, 37.) Suomessa lapsi voi aloittaa koulun jo 6-vuotiaana, jos hänellä näyttää olevan mahdollisuus suoriutua opinnoistaan. Tätä varten lapselle tehdään psykologiset tai lääketieteelliset tutkimukset. Yleensä kouluuntulon aikaistamisen taustalla on vanhempien huomiot lapsensa varhaisesta kypsyystään. Luokan yli hyppääminen on Suomessa mahdollista perusopetusasetuksen perusteella. Tällöin oppilas etenee opinnoissaan oman opinto-ohjelman mukaisesti, jolloin hänen opiskeluaikansa vähenee yhdellä vuodella. Myös opiskelun etenemisen omassa tahdissa mahdollistaa oma opinto-ohjelma. Yleensä oppilas opiskelee jotain tiettyä ainetta omassa tahdissaan tai vanhempien oppilaiden kanssa. Muita oppiaineita hän opiskelee normaalisti oman luokkansa kanssa. Neljäs opetusta nopeuttava tapa on edistyneiden kurssien tarjoaminen. Tällä tarkoitetaan esimerkiksi sitä, että opiskelijoille tarjotaan lukioaikana mahdollisuus opiskella korkeakoulukursseja. Suomessa juuri tällaiset lukiolaisille tarjotut yliopistokurssit ovat kasvattaneet suosiotaan. Hyvä esimerkki tällaisesta toiminnasta on Etelä-Karjalan lukioiden metsäklusterilinja Meteli. Lappeenrannan teknillinen yliopisto järjestää linjan opiskelijoille viisi

orientoivaa kurssia, jotka voi myöhemmin laskea opintopisteiksi Lappeenrannan yliopistossa. (Laine 2010, 11-12.)

Nopeutettu opiskelu tapahtuu itseä vanhempien kanssa, jolloin oppilas voi edetä omien kykyjensä mukaisesti eikä hänen tarvitse opiskella moneen kertaan jo osaamia asioita (Uusikylä 1994, 171). Nopeuttaminen edistää myös henkistä valppautta ja tuotteliaisuutta. Oppilaiden motivaatio ja asenne koulua kohtaan usein paranevat, sosiaaliset suhteet voivat paremmin ja alisuoriutuminen vähenee. (Lehtonen 1994, 38.) Nopeutettu opetus säilyttää oppilaan arvostuksen ja kiinnostuksen ainetta kohtaan. Samalla se säästää oppilaan aikaa ja estää turhautumisen. (Ruokamo 2000, 37.)

Nopeuttamiseen liittyy myös joitakin rajoituksia. Ensinnäkin lahjakkaat oppilaat voivat olla älyllisesti hyvinkin edistyneitä, mutta esimerkiksi sosiaalisilta taidoiltaan ikätovereitaan heikompia. Tämän vuoksi oppimisessa ei voida oikaista kovin paljoa. Vaarana on, että oppilailla ei ole enää mahdollisuutta täyteen oppimiseen ja elämään. Lahjakkaan siirtäminen luokan yli heikentää hänen mahdollisuuttaan harjoittaa potentiaalisia johtajankykyjään, kun hän on itseään kypsempien seurassa. Nopeuttaminen tuleekin olla aina tarkkaan harkittu toimenpide, jottei siitä aiheudu haittaa oppilaille. (Uusikylä 1994, 172.) Ratkaisua harkitessa tulee huomioida lapsen taso luokkatovereihin nähden, kyllästyneisyys, sosioemotionaalinen ja fyysinen kehittyneisyys ja kehittyneet alueet. Lisäksi on hyvä huomioida myöhempi koulunkäynti ja eteneminen jatko-opintoihin. (Lehtonen 1994, 38.)

Ruokamon (2000) mukaan Stanleyyn ja Benbowin (1982) SMPY-tutkimuksessa havaittiin, että nopeutettuun ohjelmaan päässeet oppilaat menestyivät paremmin kuin ne oppilaat, joilla ei ollut mahdollisuutta osallistua siihen. Lisäksi on havaittu, että nopeuttamisen avulla lahjakkaista tulee asiantuntijoita, kun muut yhtä kyvykkäät ikätoverit vielä opiskelevat. Samoin voidaan todeta, että Iowan yliopistossa tehdyn seurantatutkimuksen perusteella nopeuttamisella ei ole ollut negatiivista vaikutusta matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden opiskeluun. (Ruokamo 2000, 36-37.)

Tämän tutkimuksen koehenkilö on oiva esimerkki matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksen nopeuttamisesta. Hänet on siirretty kerran luokan yli ja hän opiskelee matematiikkaa omassa tahdissaan edeten huomattavasti nopeammin kuin muu ikäryhmä. Koehenkilö siirtyy todennäköisesti viimeistään kuudennella luokalla suorittamaan yläkoulun matematiikan kursseja. Muita oppiaineita hän kuitenkin opiskelee samassa tahdissa kuin toiset. Ennen luokan yli siirtämistä koehenkilö osallistui vuotta ylemmän luokan matematiikan tunneille.

2.5.3 Oppilaiden ryhmittely

Ruokamon (2000) mukaan Davisin ja Rimmin (1989) pyramidimallissa lahjakkaiden ja muiden oppilaiden ryhmittely (Kuvio 5) jaetaan seuraavasti: luokan tai koulun sisäiseen opetuksen rikastamiseen, erityisluokkaopetukseen ja erityiskouluissa annettavaan opetukseen. Liikuttaessa pyramidissa ylöspäin opetuksen kohteena oleva oppilasjoukko pienenee ja opetus keskittyy yhä kapeammille alueille. (Ruokamo 2000, 15.)



Kuvio 5 Davisin ja Rimmin (1989) lahjakkaiden opetuksen pyramidimalli (Ruokamo 2000, 15).

Pohdittaessa lahjakkaiden opettamista esiin nousee usein kysymys siitä, pitäisikö heidän opiskella omissa vertaisryhmissään vai muiden oppilaiden kanssa heterogeenisissä ryhmissä (Laine 2010, 9). Luokan tai koulun sisäinen opetuksen rikastaminen tarkoittaa esimerkiksi juuri tällaista vertaisryhmittelyä tai lisämateriaalien jakamista (Ruokamo 2000, 15). Luokassa oppilaita voidaan

ryhmitellä joustavasti heidän erityistarpeensa huomioiden. Tällöin lahjakkaat oppilaat opiskelevat normaalissa luokassa perusasioita ja tarvittaessa myös laajempia kokonaisuuksia kuin muut. Lahjakkaita ryhmitellään tavallisissa luokissa kykyjen, taitojen, kiinnostuksen ja iän perusteella. Tällöin kyse on eriyttämisestä, jossa pyritään huomioimaan oppilaan ja koko ryhmän kyvyt. (Lehtonen 1994, 40.) Luokan sisäisen ryhmittelyn tulisi olla sekä dynaamista eli lasten tarpeet huomioivaa että tilannesidonnaista. Tällöin opettajalla on mahdollisuus muuttaa heterogeenisten ja homogeenisten ryhmien hyödyntämistä tunnin tavoitteiden ja sisällön mukaan. (Laine 2010, 10.)

Koulun sisällä ryhmittelyä tehdään siten, että lahjakkaita oppilaita kootaan eri luokilta opiskelemaan yhdessä. Opetus tapahtuu heille suunnitellun ohjelman mukaan tiettyinä aikoina viikossa. (Lehtonen 1994, 40-41.) Hyvä esimerkki tällaisesta ryhmittelystä on Liperin kunnan Ylämyllyn koulun tuumatunnit, joita järjestetään sekä matematiikassa että äidinkielessä. Tuumatunteja on kerrasta kolmeen kertaan viikossa ja oppilaat jaetaan ryhmiin senhetkisen osaamisen perusteella. Tällöin ryhmien koot vaihtelevat tarpeen mukaan. Tuumajakso kestää noin pari kuukautta, ja ryhmät päivitetään aina jakson vaihtuessa. Tarvittaessa oppilas voi vaihtaa ryhmää myös kesken jakson. (Laine 2010, 10.)

Suomessa tasoryhmät aiheuttavat kiivasta keskustelua. Toisaalta niitä kaivataan takaisin, toisaalta pelätään. Tasoryhmät poistettiin lakimuutoksella vuonna 1974, mutta käytännössä ne poistuivat vasta vuonna 1985 valtakunnallisissa opetussuunnitelman perusteissa. Tasoryhmät tarkoittavat sitä, että koko ikäluokka jaetaan melko pysyviin tasoluokkiin, joita ovat alin taso, keskitaso ja korkea taso. Ryhmittely voi koskea joko kaikkia aineita tai vain joitakin aineita. Suomessa ikäluokka jaettiin yläasteella tasoryhmiin matematiikassa ja kielissä, ja kaikilla ryhmillä oli omat tavoitteensa. Tämän vuoksi kaikilla ei ollut tasavertaisia mahdollisuuksia edetä opinnoissaan, mikä taas puolestaan vaikutti oppilaiden opintopolkuihin. Tällaisilla pysyvillä tasoryhmillä on havaittu olevan vain vähän vaikutusta oppilaiden suoriutumiseen. Sen sijaan seurauksena on usein vain luokkasysteemi.

Luokan ja koulun sisäisten ryhmittelyjen lisäksi käytetään erityisluokkia ja -kouluja. Tällöin oppilaat valitaan tai he itse valikoituvat kyseiseen opetusjärjestelyyn. Suomessa ei ole virallisesti lahjakkaiden erityiskouluja tai -luokkia. Tosin joihinkin kouluihin on erittäin korkeat sisäänpääsyvaatimukset, jolloin niitä voidaan epävirallisesti pitää lahjakkaiden kouluina. Erityiskouluja ja -luokkia pehmeämpänä vaihtoehtona voidaan pitää painotettua opetusta. Painotetulla opetuksella tarkoitetaan sitä, että oppilas voi opiskella jotakin oppiainetta enemmän kuin normaaliopetuksessa. Esimerkiksi kuvataidetta, liikuntaa, matematiikkaa tai luonnontieteitä opiskellaan painotetun opiskelun piirissä. Suomessa painotettu opetus on yhä vain suosittumpaa ja näille luokille onkin kovasti hakijoita. (Laine 2010, 9-11.)

Uusikylän (1994) mukaan ryhmittelyn eduksi voidaan laskea monia asioita. Kun ryhmä on kyvyiltään homogeeninen, opettajan on helppo suunnitella opiskelukokonaisuudet oppilaiden kyvyt huomioiden. Kun samassa ryhmässä opiskelee vertaisia, oppilaat tukevat toinen toisiaan, mikä on tärkeää lahjakkaille oppilaille. Erityisryhmässä on sallittua kokeilla erilaisia ajatuksia ja työtapoja. Ilmapiiiri on salliva ja hyväksyvä. Oppilaat tulisi ryhmitellä kypsyden eikä niinkään iän mukaan. Tällöin erityisluokat ja -koulut ovat järkevä valinta. Erityisluokissa on hyvät edellytykset edetä nopeasti, työskennellä haasteellisemmin, käyttää erilaisia työtapoja ja opiskella syvällisesti ja joustavasti.

Ryhmittelylle nähdään paljon myös rajoituksia. Ryhmittelyä pidetään epädemokraattisena, ja siitä seuraa itserakkautta ja elitismia. Lahjakkaiden oppilaiden puuttuminen tavallisesta luokasta voi johtaa normaaliopetuksen latistumiseen. Tavalliset oppilaat eivät tällöin hyödy lahjakkaiden tarjoamista virikkeistä ja menettävät samalla ehkä hyvän johtajan. Juuri johtajankykyjen kehittyminen koetaan tärkeäksi seikaksi ryhmittelyä vastustettaessa. Valintakriteerit lahjakkaiden ryhmään aiheuttavat oppilaille paineita ja kilpailua, ja lahjakas oppilas saattaa sortua alisuoriutumiseen. Jos oppilaita valitaan ryhmiin älykkyydosamäärän perusteella, saattaa esimerkiksi sosiaalinen kyvykyys jäädä huomioimatta. (Uusikylä 1994, 172-173.)

2.5.4 Yksilölliset opetussuunnitelmat

Yksilöllisen opetussuunnitelman avulla voidaan selkiyttää ja jäsentää toimintaa ja tavoitteita lahjakkaan lapsen opiskelussa. Se tekee oppimisen arvioinnin helpommaksi. Yksilöllistä opetussuunnitelmaa laadittaessa on huomioitava oppilaiden erilaisuus. (Lehtonen 1994, 41.) Usein uskotaan virheellisesti, että yksilöllinen oppimissuunnitelma voi olla mikä vain, kunhan se poikkeaa muiden opetussuunnitelmista. Toinen harhakäsitys on, että yhtä opetussuunnitelmaa voidaan käyttää kaikkien lahjakkaiden opetuksessa. (Ruokamo 2000, 16.) Opettajan tehtävä on rohkaista oppilaita tekemään päätöksiä ja opiskelemaan omatoimisesti. Toinen huomioitava asia yksilöllistä opetussuunnitelmaa laadittaessa on se, että opiskelunopeus ja opintojen sisältö vastaavat oppilaan kykyjä. Oppilaiden omat mielenkiinnon kohteet tulisi huomioida, ja opetuksen tulisikin suuntautua laajalle alueelle. Tällöin akateemiset, taiteelliset ja taidolliset taidot olisi mahdollista ottaa käyttöön. (Lehtonen 1994, 41.) Kasvattajat pelkäävät usein opetuksen nopeuttamisen olevan oppilaille haitallista. He uskovat sen jättävän oppilaiden tiedot vajaiksi samalla kun patistaa heitä opinnoissaan eteenpäin. Vaikka luovuus ja prosesseihin keskittyminen ovatkin tärkeitä asioita lahjakkaiden oppimisessa, ei kaikkien lahjakkaille oppijoille suunniteltujen kokemusten tarvitse olla sellaisia. (Ruokamo 2000, 16.) Kolmas huomioitava asia on oppilaan kokonaisvaltainen kehitys. On syytä muistaa, että kognitiivinen kehitys on usein fyysistä ja sosio-emotionaalista kehitystä edellä. (Lehtonen 1994, 41.)

Ruokamon (2000) mukaan VanTassel-Baska (1989) näkee lahjakkaiden oppijoiden yksilöllisissä opetussuunnitelmissa kaiken kaikkiaan kolme keskenään yhtä tärkeää seikkaa. Ensimmäinen sisällön hallinta mahdollistaa normaalia nopeamman etenemisen. Toiseksi prosessi/produkti/tutkimus-ulottuvuus johtaa perusteelliseen ja itsenäiseen työskentelyyn ja oppimiseen. Kolmas seikka on epistemologinen käsite-ulottuvuus, joka sallii kysymysten, teemojen ja ideoiden tutkimisen. Yksilöllisen opetussuunnitelman on tarkoitus mahdollistaa lahjakkaille oppijoille vaihtelevia ja haastavia kokemuksia. Tällöin

heidän potentiaalinsa kehittyä sekä oppijoiden itsensä että yhteiskunnan hyväksi. (Ruokamo 2000, 16-17.)

Matemaattisesti lahjakkaalle oppilaalle voidaan tehdä yksilöllinen opetussuunnitelma, josta käy ilmi matematiikan opiskelun tavoitteet ja mahdolliset erityiset toimenpiteet. Mikäli oppilaalla on omia mielenkiinnon kohteita matematiikan eri osa-alueilla, niitä sisällytetään oppimissuunnitelmaan. Suunnitelmassa tulisi huomioida hyvä sisällön hallinta eli matematiikassa esimerkiksi hyvä peruslaskutoimitusten ja laskujärjestyksen hallinta. Kulloinkin opiskeltavana oleva asia tulisi hallita hyvin. Oppilasta olisi kannustettava tutkimaan matematiikan sisältöjä ja lainalaisuuksia itsenäisesti. Esimerkiksi erilaiset todistamistehtävät kehittävät oppilaan ajattelua, sillä niissä hän oppii päättelemään syy-seuraus-suhteita ja käsittää asioiden riippuvan toisistaan. Samalla oppilas saa kokemuksen siitä, että matematiikan lakien takana ovat aina perustelut.

2.5.5 Autonomisen oppijan malli

Yhdysvalloissa on kehitetty rikastamismalleja lahjakkaiden opettamiseen. Niitä ei välttämättä voitane siirtää suomalaiseen koulujärjestelmään, mutta ne voivat antaa vinkkejä lahjakkaiden opetuksen kehittämiseksi. Eräs tällainen malli on autonomisen oppijan malli. Tämä malli korostaa kognitiivisten tarpeiden lisäksi lahjakkaan oppijan sosiaalista ja emotionaalista kasvua. Malli tavoittelee omista tavoitteistaan, oppimisestaan ja arvioinnistaan vastuuta ottavaa autonomista oppijaa. (Lehtonen 1994, 42.) Mallin tavoitteina on, että oppilas oppii ymmärtämään omaa lahjakkuuttaan ja kehittää myönteistä minäkäsitystä. Oppilaan tulisi oppia sosiaalisia taitoja, jotka auttavat häntä tulemaan toimeen muiden ihmisten kanssa. Lisäksi oppijan tulisi hankkia lisää tietoa eri alueilta ja kehittää ajattelu-, päätöksenteko- ja ongelmanratkaisutaitoja. Mallin tavoitteina on, että oppija ottaa osaa toimintaan, joka kehittää häntä kokonaisvaltaisesti ja oppii toimimaan vastuullisesti muuallakin kuin koulussa. (Uusikylä 1994, 181.)

Autonomisen oppijan mallissa on viisi pääulottuvuutta: 1) orientaatio, 2) yksilöllinen kehitys, 3) rikastaminen, 4) seminaari ja 5) syventävä opiskelu.

Ensimmäinen ulottuvuus on orientaatio. Orientaatioulottuvuuden tavoite on selvittää oppilaalle ja vanhemmille, mitä lahjakkuus on. (Lehtonen 1994, 43.) Oppilas voi esimerkiksi tutustua lahjakkuuksien elämäkertoihin. Näin oppilas oppii arvostamaan ja kehittämään lahjakkuuttaan. (Uusikylä 1994, 183.) Orientaatioulottuvuus pyrkii lisäksi kehittämään oppilaan itsetuntemusta ja vastuuntuntoa sekä ymmärrystä oppilaan omasta roolista ryhmässä. Toinen ulottuvuus on yksilöllinen kehitys. Kehitysulottuvuuden avulla pyritään auttamaan oppilasta kehittämään kognitiivisia, sosiaalisia ja emotionaalaisia taitoja. Lisäksi korostetaan elinikäisen oppimisen merkitystä esimerkiksi tutkimuksen tekemistä harjoittelemalla ja harjoitellaan sosiaalisia taitoja. (Lehtonen 1994, 43.) Kolmas autonomisen oppijan mallin ulottuvuus on rikastaminen. Rikastamisulottuvuuden tarkoitus on lähiympäristöön ja maailmaan tutustumisen jälkeen antaa oppilaalle itselleen yhä enemmän vastuuta omasta oppimisestaan. Tällöin oppilas saa itse alkaa päättää, mitä alueita ja millä tavoin hän haluaa opiskella. (Uusikylä 1994, 184-185.)

Neljäs ulottuvuus on seminaari. Tällöin keskeistä on, että oppilaan roolista siirrytään itsenäisen oppijan rooliin. Tämä tapahtuu siten, että oppilaat tutkivat pienryhmissä haluamaansa aihetta ja esittelevät sitten tuloksensa seminaari-istunnossa muille. Viimeinen ja viides ulottuvuus on syventävä opiskelu. Tällöin oppija työskentelee joko yksin tai pienryhmässä melko pitkän aikaa. Oppilas saa itse suunnitella, mitä aikoo oppia, kuinka oppimistulokset esitellään ja millaista apua hän tarvitsee. Oppija päättää myös lopputuloksesta ja arvioinnista. (Lehtonen 1994, 43-44.) Opettajan on hyvä olla mukana vähintään tukihenkilönä ja tarjota apuaan silloin, kun siihen on tarvetta. Opettajalla on usein ymmärrystä opiskeltavista asioista syvällisemmin ja hän voi auttaa oppilaita ymmärtämään, kuinka omatoiminen työskentely on heille hyväksi. (Uusikylä 1994, 185.)

Matemaattisesti lahjakas oppilas voisi hyödyntää autonomisen oppijan mallia aluksi esimerkiksi projektiluontoisesti, jolloin se voitaisiin liittää vaikkapa jonkin tietyn matematiikan osa-alueen opiskeluun. Orientaatiovaiheessa oppilas tutustuisi omaan matemaattiseen lahjakkuuteensa

ja siihen, kuinka se ilmenee sekä tutustuisi kirjallisuuden avulla tunnettuihin matemaatikoihin. Lisäksi hänen kanssaan voitaisiin pohtia sitä, mikä hänen roolinsa luokkayhteisössä on. Yksilöllistä kehitystä voitaisiin tukea kokonaisvaltaisesti oppituntien aikana. Tätä tukisi matematiikassa kuitenkin erityisesti tutkimiseen ohjaaminen, jolloin oppilas oppisi tekemään omia havaintoja ja päätelmiä matematiikan sisällöistä. Vaikka itsenäinen työskentely onkin tärkeää, lahjakkaat oppilaat voisivat tehdä päätelmiään yhdessä. Samalla opittaisiin jakamaan havaintoja ja antamaan toisille palautetta. Rikastamisvaiheessa oppilasta ohjattaisiin valitsemaan, mihin aiheisiin hän erityisesti haluaisi tutustua. Jos aiheena olisi esimerkiksi geometria, oppilas voisi pohtia haluaako hän syventyä erityisesti ympyrään vai tilavuuden käsitteeseen. Seminaarissa oppilas voisi yksin tai pienryhmässä valita jonkun aiheeseen liittyvän matematiikan ilmiön ja tutkia sitä itsenäisesti tarkemmin. Tämän jälkeen havainnot ja tiedot esitettäisiin muulle ryhmälle. Lopuksi oppilas voisi suunnitella, kuinka hän opiskelisi seuraavan aihekokonaisuuden ja kuinka se arvioitaisiin.

2.5.6 Kolmen tason rikastamisohjelma

Renzullin rikastamisohjelman (Renzulli & Reis 1986;1991) ensimmäisenä tavoitteena on kehittää oppilaiden opiskelutaitoja ja luovaa tuotteliaisuutta. Ohjelmaan valitaan normaalia enemmän oppilaita, noin kaksikymmentä prosenttia koko oppilasjoukosta. Yleensä tämän kaltaisiin ohjelmiin tulee valituksi vain noin 3-5 % oppilaista. Tärkeintä on, että oppilailla on keskitasoa parempia kykyjä. Tullakseen valituiksi ohjelmaan oppilailla ei tarvitse olla korkeaa motivaatiota tai luovuutta. Toinen tavoite on kyetä integroimaan erityisohjelmien palvelut normaaliin opetussuunnitelmaan siten, että enemmänkin tuetaan eri puolten välistä yhteistyötä kuin kilpailua. Lisäksi pyritään vaikuttamaan heikentävästi negatiivisiin asenteisiin ja elitismisyytöksiin, joita lahjakkaiden ohjelmiin osallistuvat valitettavan usein kohtaavat. Ohjelman tavoitteena on myös tehdä kaikkien koulun oppilaiden opiskelusta entistä parempaa. Tällöin erityisohjelmat vaikuttavat koko

kouluympäristön hyvinvointiin. Voidaan ajatella, että opiskelumotivaatio kasvaa myös normaaliopetuksen puolella. (Uusikylä 1994, 175-176.)

Rikastaminen jaetaan ohjelmassa kolmeen tasoon. Ensimmäisellä tasolla oppilaille tarjotaan sellaisia kokemuksia, aihepiirejä, ideoita ja tiedon lähteitä, joita normaaliopetuksessa ei tarjota. (Ruokamo 2000, 16.) Tällaisia mahdollisuuksia voivat olla esimerkiksi vierailevat luennoitsijat, vierailut harrastuskeskuksiin ja audiovisuaaliset materiaalit. Ohjelmassa painotetaan sitä, että oppilaat saavat itse valita mielenkiinnon kohteensa ja että ulkopuoliseen yhteiskuntaan pidetään tiivistä yhteyttä. Tällöin voidaan kaventaa kuilua koulun ja yhteiskunnan välillä. (Uusikylä 1994, 176-177.)

Toisella tasolla oppilaille tarjotaan ryhmätoimintaa kehittämään oppilaiden kognitiivisia prosesseja ja tunne-elämän hallintaa (Ruokamo 2000, 16). Rikastamisella pyritään tällöin kehittämään oppilaan kriittistä ja luovaa ajattelua sekä affektiivisia prosesseja. Eläytymiskyky on esimerkki affektiivisista prosesseista. Lisäksi pyritään kehittämään lähdekirjallisuuden käyttämistä ja syvennetään opiskelutaitoja esimerkiksi harjoittelemalla muistiinpanojen tekemistä. Samoin harjoitetaan kielellistä ilmaisua ja visuaalisia kommunikointitaitoja, minkä pyrkimyksenä on oppia esittämään opiskelun tulokset kullekin kuulijaryhmälle sopivalla tavalla. (Uusikylä 1994, 177.)

Kolmannen tason tarkoitus on ohjata oppilaat lähemmäs tutkijan ja taiteilijan toimintaa (Ruokamo 2000, 16). Oppilas oppii siis vähitellen toimimaan ja ajattelemaan kuin ammattilainen. Tällä tasolla tavoitellaan sitä, että oppilaalle voidaan antaa mahdollisuuksia kehittyä harrastustensa, motivaationsa, tietojensa ja luovien ideoidensa kautta kohti itsenäistä tutkimista. Pyritään ohjaamaan oppilasta hankkimaan tiettyjen tiedonalojen suosimia tiedonhankintamenetelmiä ja korkeatasoista tietoa. Samalla opastetaan oppilasta opiskelutaidoissa kohti itsenäisesti asioistaan huolehtivaa opiskelijaa, joka kehittää omia tuotteita yleisölle esitettäväksi. Lisäksi kehitetään oppilaan motivaatiota ja itseluottamusta. Tällöin oppilas pystyy

tasavertaisena jäsenenä työskentelemään osana kouluyhteisöä. (Uusikylä 1994, 178-179.)

Käytännössä rikastamista voidaan harjoittaa joko koulun sisäisesti tai ulkoisesti ja se voidaan suunnata joko kaikille halukkaille tai vain lahjakkaille oppilaille. Koulussa oppilaalle voidaan hankkia mentori, järjestää kerhotoimintaa tai vapauttaa opiskeluaikaa osittain itsenäiseen työskentelyyn. Rikastamisessa on kuitenkin hyvä muistaa hyödyntää myös koulun ulkopuolisia tahoja, kuten esimerkiksi kirjastoa, museoita ja seuroja. Opettajan ja koulun tehtävänä on huomata lahjakkuus ja ohjata oppilasta sekä tämän vanhempia lahjakkuutta tukevaan toimintaan. Aina koulun ei kuitenkaan ole mahdollista kehittää oppilaidensa lahjakkuuksia huippuosaamiseen saakka. Esimerkiksi musiikin tai urheilun aloilla on tarjolla runsaasti koulun ulkopuolisia mahdollisuuksia ja valmennusta.

Lahjakkaille lapsille järjestetään omia kursseja ja leirejä, joissa heidän on mahdollista tavata kaltaisiaan ja saada arvokasta vertaistukea. Tällaiset kokemukset voivat vaikuttaa paljonkin oppilaan minäkäsitykseen ja kannustaa häntä jatkamaan lahjakkuutensa kehittämistä. Suomessa tällaisia leirejä ja kursseja järjestävät muun muassa Tekniikan akateemisten liitto, Helsingin yliopiston LUMA-keskus ja Kuopion kesäyliopiston lasten yliopisto. Kurssien ja leirien lisäksi järjestetään paljon erilaisia kilpailuja, joissa lahjakkaat voivat testata kykyjään. Esimerkiksi Kenguru-matematiikkakilpailu, MAOL:in järjestämät matematiikkakilpailut ja tiedeolympialaiset tarjoavat mahdollisuuden omien taitojen testaamiseen. Kurssit ja kilpailut vaativat joskus oppilailta ja heidän vanhemmiltaan liian suuria ponnisteluja joko kustannusten tai välimatkojen takia. Tällöin rikastamisessa voidaan hyödyntää tietotekniikkaa. Internet auttaa muun muassa tiedonhankinnassa, elektronisten kirjojen lukemisessa, nettikursseille osallistumisessa ja julkaisemisessa. (Laine 2010, 6-9.)

2.6 Lahjakkaiden koulukokemukset

Lahjakkuuden voidaan ajatella edistävän koulussa menestymistä. Hyvästä koulumenestyksestä seuraa usein myönteisiä koulukokemuksia ja koulussa viihtymistä. Aina lahjakkaan tilanne ei kuitenkaan ole näin hyvä. Lahjakkaat kokevat paljon suorituspaineita, joko itsensä tai muiden asettamia. Tällöin tuloksena voi olla esimerkiksi oppilaan alisuoriutuminen. Myös koulut suhtautuvat lahjakkaisiin hyvin eri tavoin. Suhtautumiseen vaikuttavat muun muassa koulun kiinnostus ja resurssit lahjakkaiden opetusta kohtaan sekä opettajan motivaatio ja kyvyt. Lahjakkaan lapsen kannalta on tärkeää, että opettaja arvostaa hänen erityistaitojaan ja rohkaisee häntä käyttämään niitä. (Lehtonen 1994, 29.) Koulun ilmapiirin muutoksia pidetään usein tärkeimpänä asiana lahjakkaiden oppilaiden tukemisessa. Jos koulu pyrkii olemaan hyvä ja kannustava paikka kaikille oppilaille, myös lahjakkaat oppilaat hyötyvät siitä. Lahjakkaiden kasvatuksessa tärkeää on, että koulun yleiset käytänteet ovat hyvät. (Laine 2010, 1-2.)

Joskus koulunkäynti ja lahjakkuusalueella kehittyminen voivat olla oppilaalle kaksi erillistä projektia. Tällöin koulu ei juuri tue eikä estä lahjakkuuden kehitystä. Oppilaalle saatetaan kuitenkin antaa vapaatunteja lahjakkuuden kehittämistä varten. Toisinaan taas koulussa ei saateta arvostaa lahjakkuutta ollenkaan, jolloin koulunkäynti ja lahjakkuus voivat joutua vastakkain. Tällöin koulu vaikuttaa oppilaan lahjakkuuden kehittymiseen negatiivisesti ja lahjakas oppilas pitää koulunkäyntiä kärsimyksenä. Parhaimmassa tapauksessa koulu suhtautuu lahjakkuuden tukemiseen positiivisesti. Tällöin koulu kannustaa oppilasta kehittämään lahjakkuuttaan, ja oppilaan koulukokemukset ovat myönteisiä.

Lahjakkaiden oppilaiden opetuksen tulisi pyrkiä syvälliseen ymmärtämiseen orientoivaan motivaatioon. Tällöin opetuksen tavoitteena on kasvattaa itseohjautuvia oppijoita, jotka osaavat asettaa itselleen tavoitteita ja soveltaa tietojaan ja taitojaan myös kouluopetuksen ulkopuolisiin asioihin. Lahjakkaille tyypilliseltä turhautumiselta ja huonolta käyttäytymiseltä

vältytään, jos oppilaat kykenevät tekemään itsenäisesti vaativia tehtäviä muun koulutyön ohessa heterogeenisessä luokassa, jossa ei ole mahdollisuutta tarkoin ohjattuun eriyttämiseen. (Lehtonen 1994, 29-36.)

2.7 Salamamenetelmä

Salamamenetelmä on kajaanilaisen lääkärin Piotr Bazian kehittämä matematiikan opetusmenetelmä. Se on niin uusi, ettei siitä ole saatavilla vielä kirjallisuutta. Tekeillä on opettajan opas. Salamapeliopetusta annetaan vain yhdelle oppilaalle kerrallaan, ja oppilas on koko opetustuokion ajan aktiivisessa vuorovaikutuksessa opettajan kanssa. Salamapeliopetuksen tavoitteena on, että lapset oppivat matematiikkaa ja hankkivat samalla sitä kohtaan myönteisiä asenteita ja voivat henkisesti hyvin. Oppilaiden edistymistä seurataan tarkasti ja opetustuokioista pidetään koko ajan päiväkirjaa. Kutakin oppilasta opetetaan noin 5-10 minuuttia kerrallaan muutaman kerran viikossa. Pyrkimyksenä on saavuttaa mahdollisimman hyvä matemaattisten taitojen rutiininomainen hallinta. Opetus etenee tarkan suunnitelman mukaisesti melko nopeassa tahdissa. Jokaisen oppilaan yksilölliset tarpeet ja taidot otetaan kuitenkin huomioon. Tehokkaan opetuksen ja matemaattisen aineiston valinnan ohella on ensiarvoisen tärkeää, että aikuisen jakamaton huomio edistää lapsen hyvinvointia. (Bazia & Kahanpää, painossa)

2.7.1 Salamamenetelmän seitsemän periaatetta

Salamamenetelmässä on seitsemän periaatetta. Ensimmäinen ja tärkein periaate koskee työntekoa. Oppilas haastetaan tekemään töitä oman älykkyytensä rajoissa. Eteneminen tapahtuu oppilaan yksilöllisten tarpeiden mukaan. Toinen periaate koskee yksilöllistä opetusta. Opettaja toimii kerrallaan vain yhden oppilaan kanssa. Opetus voi tapahtua koulun muun toiminnan ohessa. Arvostelun puuttuminen on kolmas periaate. Lapsia ei luokitella arvosanojen perusteella, vaan tavoitteena on, että oppilas oppii.

Neljäs periaate on tehokas ajankäyttö. Niin kauan kuin oppilaan kirjoitustaito on vielä heikko ja yleensä myöhemminkin, hän ratkoo tehtävät

päässä ja kertoo tehtävien ratkaisut suullisesti. Kommunikointi opettajan ja oppilaan välillä tapahtuu nopeimmalla mahdollisella tavalla oppilaan eli suullisesti omalla äidinkielellä. Viides periaate koskee aikarajoitteiden puuttumista. Jokainen lapsi etenee omalla tahdillaan, eikä hitaudesta rangaista. Kuudes periaate on varhaisopetus. Opetus aloitetaan mieluiten jo 3-6 vuoden iässä, mutta menetelmää voidaan käyttää aivan minkä ikäisenä tahansa. Opetusprosessin aikana tuodaan esiin jo ennen kouluikää matemaattisia käsitteitä, kuten luku, yhteenlasku, luokittelu ja niin edelleen. Viimeinen eli seitsemäs periaate koskee kertausta. Jotta opetus nivoutuisi yhteen, jokaisella opetustuokiolla kerrataan aikaisemmin opittua asiaa.

2.7.2 Aikuisen rooli salamamenetelmässä

Salamamenetelmää käyttävältä opettajalta ei vaadita erityisiä matemaattisia taitoja, sillä opettajan matemaattinen tietämys on joka tapauksessa ainakin alussa suurempi kuin lapsen matemaattinen tietämys ja opettajille on käytössä yksityiskohtainen opas (Bazia, P. & Kahanpää, L. *Matematiikan salamapeliopetus. Opettajan kirja*. Painossa). Luonnollisesti opettajan tietojen ja taitojen syvällisyys tekevät tuokioista molemmille osapuolille antoisampia. Salamamenetelmän ideologiaan kuuluu, että opettaja on lempeä, iloinen ja puhuu rauhallisesti. Oppilaan kanssa pyritään luomaan luottamuksellinen ja hyvä suhde. Menetelmä vaatii opettajalta kärsivällisyyttä ja kykyä havaita oppilaiden vahvuudet ja heikkoudet. Vanhempien tehtävänä on tukea koulussa tai päiväkodissa toteutettua opetusta. He voivat esimerkiksi kysellä, mitä tuokioilla on opetettu tai leikkiä lastensa kanssa samoja leikkejä kuin tuokioilla. Vanhemmat voivat myös itse opettaa lastaan salamamenetelmällä kotioloissa.

Käytännössä salamapeliopetus tapahtuu kaksin oppilaan kanssa rauhallisessa paikassa tarpeeksi matalan pöydän ääressä, esimerkiksi käytävällä tai luokan perällä olevassa nurkkauksessa. Opettaja ja oppilas istuvat siten, että oppilas ei koe oloaan ahdistavaksi. Opettajalla on tarvittavat opetusvälineet, kynä ja vihko sekä muistiinpanovälineet. Opetuksessa ei tarvita erityisiä välineitä tai tietokoneohjelmia. Kaiken tarvittavan materiaalin voi helposti ostaa tai askarrella itse tai vaikka yhdessä lapsen kanssa. (Bazia, Kahanpää)

Opetuksen yksityiskohtia ja matemaattista sisältöä esittelen tarkemmin luvussa 4.

2.7.3 Salamamenetelmä lahjakkaiden opetuksessa

Valitsin salamamenetelmän tutkimukseni kohteeksi, koska se vaikutti vastaavan hyvin lahjakkaiden opetuksen haasteisiin. Lisäksi menetelmä on vielä varsin uusi ja sitä on tutkittu vähän ja silloinkin lähinnä keskitasoisten oppilaiden kohdalla. Salamamenetelmä toimii opetuksessa niin eriyttävänä, nopeuttavana kuin yksilöllisenäkin elementtinä. Se haastaa opettajan pohtimaan havainnollistamista ja ilman oppikirjaa opettamista. Lisäksi salamapeliopetus etenee jokaisen yksilön omassa tahdissa, mikä on lahjakkaiden opetuksessa tärkeä seikka.

3. MENETELMÄ

Tässä tutkimuksessa käytin tutkimusmenetelmänä laadullista tutkimusta. Lähestyin asiaa tapaustutkimuksen keinoin. Tutkimusta tehdessäni haastattelin tutkimuksen eri osapuolia, kirjoitin päiväkirjaa ja videoin kaikki opetustuokioni koehenkilön kanssa.

3.1 Laadullinen tutkimus ja tapaustutkimus

Eskolan ja Suorannan (1998) mukaan laadullisessa eli kvalitatiivisessa tutkimuksessa keskitytään laadulliseen eli tekstimuotoiseen aineistoon. Aineisto voidaan hankkia esimerkiksi haastatteluilla, havainnoinneilla tai päiväkirjoilla. Laadullinen tutkimus huomioi ilmiöiden muutoksen, minkä vuoksi tutkimussuunnitelmatkin muotoutuvat usein vasta tutkimushankkeen myötä. Laadullisen tutkimuksen tekijä on usein jollakin tavalla osa tutkimusta. Hän saattaa olla tekemisissä tutkittavien kanssa kenttätyössään. Laadullisen tutkimuksen otanta on usein hyvin pieni, jolloin aineiston tieteellisyyttä ei määrittele sen määrä vaan laatu. Otanta valitaan yleensä harkinnanvaraisesti, sillä sen halutaan tukevan teoriaa. Laadullisen tutkimuksen tekemisessä ongelmana on se, että aineisto ei lopu koskaan. Tällöin teoria rakennetaan usein empiirisestä aineistosta lähtien ja aineiston rajausta joudutaan pohtimaan. Laadullisessa tutkimuksessa ei yleensä etukäteen määritellä hypoteeseja, vaan tutkijan pitäisi yllättyä tai oppia uutta tutkimuksensa myötä. Luonnollisesti tutkijalla on ennakko-oletuksia tutkimuksestaan, mutta ei varsinaisia

hypoteeseja. Tällöin voidaan puhua hypoteesien keksimisestä, ei niinkään niiden todistamisesta. Laadullisen tutkimuksen tutkijalla on erilaista vapautta kuin määrällisen eli kvantitatiivisen tutkimuksen tutkijalla. Tutkijalla on mahdollisuus joustavaan tutkimuksen suunnitteluun ja tutkimukselliseen mielikuvitukseen. Joskus laadullinen tutkimus on nähty eräänlaisena parannusreseptinä lähes kaikkiin kasvatus- tai sosiaalitieteellisiin tutkimuksen ongelmiin. (Eskola & Suoranta 1998, 13-21.)

Tapaustutkimus tuottaa intensiivistä tietoa yhdestä tapauksesta. Tapaustutkimukselle ei ole olemassa yksikäsitteistä määritelmää, vaan sitä voi tehdä monella eri tavalla. Tapaustutkimuksessa pyritään ensisijaisesti tapauksen kokonaisvaltaiseen ymmärtämiseen yleistämisen sijasta. Tutkimuksen taustalla on kuitenkin yleensä aina halu myös yleistettävyydestä jossakin merkityksessä. On hyvä huomata, ettei tapaustutkimus ole menetelmä vaan lähestymistapa todellisuuden tutkimiseen. (Saarela-Kinnunen & Eskola 2010, 190-199.) Tämän tutkimuksen tapauksena toimi matemaattisesti lahjakas koululainen, jota opetin salamamenetelmällä. Tavoitteena oli tutkia hänen matemaattista lahjakkuuttaan ja selvittää, mitä asioita lahjakkaan oppilaan matematiikan opetuksessa olisi syytä ottaa huomioon.

3.2 Haastattelu

Sanasta haastattelu tulee usein mieleen keskustelu. Haastattelu poikkeaa keskustelusta kuitenkin siten, että haastattelulla pyritään aina tiedon hankintaan ja näin ollen se on siis päämäärätietoista ja ennalta suunniteltua toimintaa. Keskustelu on enemmän yhdessäoloa ja se polveilee aiheesta toiseen. Haastattelutilanteessa tapaa yleensä kaksi toisilleen vierasta ihmistä haastattelijan toiveesta. Ihanteellisella haastattelutilanteella on viisi piirrettä. Ensinnäkin haastattelu on suunniteltu tilanne, johon haastattelijalla on valmistautunut ennalta. Pyrkimyksenä on saada luotettavaa tietoa tutkimusongelman ratkaisemiseksi. Toiseksi haastattelu on haastattelijan hallinnassa ja kolmanneksi haastattelijalla joutuu motivoimaan haastateltavaa.

Neljänneksi haastattelussa kummallakin osapuolella on omat roolinsa ja haastateltavakin oppii ne haastattelun kuluessa. Viides ihanteellisen haastattelutilanteen piirre on se, että haastateltava voi luottaa siihen, että hänen antamiaan tietoja käsitellään luottamuksellisesti. (Hirsjärvi & Hurme 2001, 42-43.)

Teemahaastattelulla tarkoitetaan puolistrukturoitua haastattelua, jossa aihepiiri ja teema-alueet on ennalta päätetty. Kysymyksiä ei tarvitse esittää tietyssä muodossa ja järjestyksessä. Haastattelija huolehtii, että kaikki aiheet tulee käsiteltyä. Kun haastattelija valitsee paikkaa, jossa haastattelu tehdään, on hyvä huomioida paikan mukavuus ja tuttuus haastateltavalle. Tärkeää on ottaa huomioon nimenomaan haastateltavan näkökulma. Esimerkiksi haastattelijalle tuttu yliopistoympäristö ei ole välttämättä haastateltavalle mukava. Haastattelun osapuolien on hyvä asettua istumaan vieretysten, jotta tunnelma olisi mahdollisimman luonteva ja rento. (Eskola & Vastamäki 2010, 28-31.)

Lapsia haastateltaessa haastattelijan on huomioitava lasten kokemusmaailma ja kielellinen ilmaisukyky. Kohtaaminen olisi hyvä järjestää luonnolliseksi. Haastattelija voi helpottaa tilannetta olemalla itse vastavuoroinen ja kuunteleva ja antamalla lapselle aikaa. Oman äänen nauhoittaminen voi jännittää lapsia, jolloin haastattelija voi helpottaa tilannetta esittelemällä nauhoitusvälinettä ja kertomalla, mitä tallenteille tapahtuu myöhemmin. (Aarnos 2010, 175-176.)

Tässä tutkimuksessa haastattelin koehenkilönä olevaa oppilasta Eetua (nimi muutettu), hänen vanhempansa ja opettajia saadakseni monipuolisen kuvan oppilaan lahjakkuudesta ja hänen koulunkäynnistään. Eetun haastattelun runko on liitteenä 2 ja nykyisen opettajan haastattelu liitteenä 3. Vanhemman ja entisen opettajan kanssa käydyt keskustelut etenivät heidän omassa tahdissaan siten, että he saivat kertoa mieleen nousevia asioita Eetusta.

3.3 Päiväkirja ja videointi

Kirjoitin tutkimusta varten pidetyistä opetustuokioista päiväkirjaa, joka on Eskolan ja Suorannan (1998) mukaan yksi tapaustutkimuksen aineiston hankintakeino. Päiväkirja on kokonaisuudessaan tämän työn liitteenä 1. Kirjasin lyhyesti tuokiolla opetetut sisällöt ja sen, kuinka Eetu niissä pärjasi. Lisäksi saatoin mainita Eetun vireystilasta tai tuokion tunnelmasta. Päiväkirjaa kirjoitin ensinnäkin sen vuoksi, että se kuuluu salamamenetelmän käytänteisiin. Toisaalta se oli hyvä keino pitää kirjaa tuokioista. Palasin usein katsomaan päiväkirjamerkinnöistä, mitä olimme edellisellä tuokiolla käsitelleet. Koeoppilaan kehityksen seuraaminen onnistui päiväkirjan avulla helposti. Lisäksi videoin kaikki tutkimustani varten pitämäni opetustuokiot. Jälkikäteen videolta oli helppo tarkistaa, mitä olimme aiemmin puhuneet tai kuinka Eetu oli missäkin tehtävässä vastannut.

3.4 Tutkimuksen toteutus

Tutkimukseni koehenkilö on neljäsluokkalainen Eetu, jonka nimi on muutettu. Eetu oli tutkimuksen alkaessa kolmannella luokalla ja tutkimuksen loppuessa neljännellä luokalla. Opetin Eetua salamamenetelmällä kolme kertaa viikossa. Tuokio kesti noin 15 minuuttia. Tuokioita oli kaiken kaikkiaan 28 kappaletta ja ne kestivät yhteensä noin 420 minuuttia. Eetun salamapeliopetus alkoi osaltani 9.5.2011 ja päättyi osaltani 27.10.2011, mutta jatkuu edelleen seuraavan tutkijan ohjauksessa. Opetus tapahtui oppituntien aikana. Kävin hakemassa Eetun luokasta tuokiolle, joka pidettiin yleensä käytävässä olevan pöydän ääressä. Jokainen tuokio taltioitiin sekä videoimalla että päiväkirjaa kirjoittamalla. Salamapeliuokioilla käsiteltiin muun muassa potensseja, joukkooppia, karteesisista tuloa ja funktiota. Tuokioiden sisällöstä on lisää luvussa 4.



Kuva 1 Eetu salamapeliopetuksessa.

4. TUTKIMUSTULOKSET

Tässä luvussa kerron lahjakkaan oppilaan opettamisesta salamamenetelmällä ja vastaan luvussa 1.3 esittämiini tutkimusongelmiin.

4.1 Lahjakkaan oppilaan opetus salamamenetelmällä

Matematiikan tunneilla Eetu etenee omaa tahtiaan. Hän opiskelee kirjasta asiat itsenäisesti samalla kun opettaja opettaa muuta luokkaa niin sanotussa normaalissa tahdissa. Eetu tekee myös kokeet omassa rytmissään ja saa niistä yleensä täydet pisteet. Edellisen salamapeliopettajansa kanssa Eetu oli käsitellyt lukujärjestelmiä, lähinnä kymmen-, binääri- ja kolmoisjärjestelmiä. Ulkopuolisena oli aluksi vaikea tietää, mitä Eetu jo osaa, sillä hän omaksuu uudetkin asiat nopeasti, aivan kuin hän tuntisi ne jo entuudestaan.

4.1.1 Potenssit

Minä aloitin omat tuokioni potenssien parissa (LIITE 6). Harjoittelimme etupäässä luvun kaksi potensseja, koska se on tarpeeksi yksinkertainen luku uuden asian opiskeluun. Autoin Eetua ymmärtämään potenssin idean. Muutimme kertolaskuja potenssimerkinnöiksi ja toisin päin potenssimerkintöjä kertolaskuiksi. Jo heti alussa potensseja harjoitellessamme huomasin Eetun huikean päässä laskutaidon. Hän laskee esimerkiksi tehtävän seitsemän potenssiin kaksi, huomattavan nopeasti. Oli ennemminkin sääntö kuin poikkeus, että minulta kesti kauemmin laskea tehtävät kuin Eetulta. Usein

Potenssien jälkeen käytimme yhden tuokion käden hienomotoriikan harjoittamiseen. Eetu sai harjoitella piirtämään kuution, särmiön, pallon ja pyramidin. Kappaleet piirrettiin valkoiselle viivattomalle paperille ja apuna käytettiin katkoviivoja kuvaamaan kappaleen taakse jääviä särmiä. Eetu tarvitsi apua katkoviivojen sijoittamisessa oikeaan kohtaan. Muutoin piirtäminen sujui hyvin. Lisäksi Eetu sai rakentaa legoista kuution, jonka tilavuuden tuli olla 27 palikkaa. Eetulle oli heti selvää, että silloin sivun pituus piti olla joka suuntaan 3 palikkaa. Toisin sanoen hän osasi käyttää jo näppärästi kuutiojuurta.

4.1.2 Joukko-oppi, karteesinen tulo ja funktio

Potenssien jälkeen siirryimme kokonaan uuteen aihealueeseen; karteesiseen tuloon ja funktioon. Kahden joukon A ja B karteesinen tulo tarkoittaa kaikkien järjestettyjen parien (a,b) joukkoa, joissa a on joukon A alkio ja b on vastaavasti joukon B alkio. Järjestetty pari tarkoittaa sellaista joukkoa, että kummastakin alkioista voidaan sanoa, onko se ensimmäinen vai jälkimmäinen joukon jäsen. Oleellinen osa karteesista tuloa on joukko-oppi, jota lähestyimme askartelemieni korttien avulla. Olin tehnyt kortteja, joissa oli erilaisia kulkuneuvoja ja kahdessa kortissa oli lintu. Aloitimme siten, että annoin Eetulle kortteja, joissa oli automerkkejä ja Eetu nimesi joukon "autoiksi". Sitten lisäsin pöydälle lisää kortteja (metro, juna, polkupyörä ja raitiovaunu), jolloin Eetu nimesi koko joukon kulkuneuvoiksi. Ja näin jatkoimme jonkin aikaa. Eetu osasi heti nimetä joukot hyvin, hänellä oli jopa useampiakin vaihtoehtoja. Puhuimme myös siitä, että joukot voivat sisältyä toisiin joukkoihin (esimerkiksi autot kuuluvat suurempaan kulkuneuvojen joukkoon). Tämän jälkeen pelasimme "Arvaa, mitä eläintä ajattelen"-leikkiä. Toinen siis mietti jotain eläintä, ja toinen yritti saada sen selville kyselemällä kysymyksiä, joihin voisi vastata joko "kyllä" tai "ei". Eetu oli heti niin sanotusti juonessa mukana, ja leikki onnistui todella hyvin. Leikissä oli oikeastaan kyse joukkojen leikkauksista. Kun kysymykset etenivät, myös leikkausten määrä lisääntyi. Mitä enemmän leikkauksia otettiin, sitä pienemmäksi joukko kävi, jolloin arvaaminenkin helpottui. Arvaaja on voinut saada selville vaikkapa, että eläin kuuluu nisäkkäisiin, ja lisäksi selviää,

että se on villieläin. Tällöin arvaaja muodostaa nisäkkäiden ja villieläinten joukkojen leikkauksen.

Opetus eteni siten, että seuraavaksi käsittelimme joukko-opista osajoukon, tyhjän joukon sekä joukkojen leikkauksen ja yhdisteen. Käytimme edelleen samoja kulkuvälinekortteja. Nyt levitimme kortit paperin päälle ja kyselin aluksi edellä mainituista termeistä Eetulta. Hän päätteli aivan oikein tyhjän joukon olevan joukko, jossa ei ole yhtään alkiota. Samoin kävi osajoukon kohdalla. Tämän jälkeen pyysin Eetua ympyröimään kulkuvälineiden joukosta erilaisia osajoukkoja. Hän teki valintoja esimerkiksi sen mukaan, kulkevatko joukon alkiot tiellä vai raiteilla. Seuraavaksi otin suuresta alkuperäisestä joukosta kaksi pienempää osajoukkoa ja pyysin Eetua muodostamaan näiden joukkojen yhdisteen. Tämä sujuikin aivan oikein kokoamalla pienemmät joukot yhdeksi suuremmaksi joukoksi. Tehdessäni saman kahden joukon leikkaukselle, Eetu ei osannut päätellä, mitä leikkaus merkitsisi. Kun selitin leikkauksen määritelmän Eetulle, hän selviytyi tehtävästä hienosti. Kun seuraavalla kerralla piirsin leikkausta ja yhdistettä kuvaavat Vennin diagrammit, Eetu tunnisti leikkauksen heti. Joukko-opin opiskelu konkreettisten korttien avulla oli mielestäni hyvä lähestymistapa. Korttien kulkuneuvot olivat helppoja luokitella ja tuttuja lapselle jo ennestään. Havaitsin Eetusta, että hän nautti näistä harjoituksista. Erityisen innostunut hän tuntui kuitenkin olevan "Arvaa, mitä eläintä ajattelen"-leikissä. Seuraavalla tuokiolla käytimme joukkoina lukujoukkoja ja harjoittelimme joukon ja leikkauksen merkintöjä.

Päiväkirjamerkintä 15.9.2011 klo 9.15-9.30

Eetun kanssa otimme vielä joukko-oppitehtäviä lukujoukoilla. Hän osasi hienosti ottaa joukoista yhdisteet, leikkaukset ja osajoukkoja. Hän jopa halusi itse keksiä joukkoja ja niiden leikkauksia ja yhdisteitä. Kun piirsin yhdisteen ja leikkauksen, Eetu sanoi heti, että: "Tuohan on leikkaus". En ollut edes ehtinyt kysyä asiaa. Lopputuokiolla Eetu piirsi perheenjäsenensä kuvat ensi kertaa varten. Tuokio sujui taas kerran oikein hyvin.

Tästä jatkoimme siten, että Eetu piirsi kuvan jokaisesta perheenjäsenestään itsensä mukaan lukien. Minä otin jokaisesta kuvasta yhtä monta kopiota kuin kuviakin oli, tässä tapauksessa perheenjäseniä ja kuvia oli viisi kappaletta. Lisäksi tein jokaista perheenjäsenten nimeä kohti viisi nimilappua. Eetu sai tehtäväksi muodostaa kaikki mahdolliset parit, joita voisi muodostaa siten, että parissa oli sekä kuva että nimi. Koska sekä kuvia että nimiä oli viisi erilaista, Eetu ymmärsi heti, että pareja tulisi olemaan yhteensä 25. Tässäkin työläässä parien kokoamistehtävässä Eetu käytti järjestelmällistä systeemiä hahmottaakseen paremmin ja nopeammin, mitkä parit oli jo muodostettu. Seuraavaksi kerroin Eetulle, että olimme itse asiassa muodostaneet kahden joukon (kuvat ja nimet) karteesisen tulon. Kerroin hänelle karteesisen tulon periaatteen. Sen jälkeen esitimme saman karteesisen tulon koordinaatistossa. Piirsimme paperille akselit (x-akselille kuvat ja y-akselille nimet) ja liimasimme kuvat ja nimilaput akseleille tasasin välimatkoin. Tämän jälkeen Eetu merkitsi vielä kuvaan kaikki parit rasteilla. Tässäkin kohtaa havaitsimme vielä, että pareja tuli kaiken kaikkiaan 25 kappaletta.

Konkreettisen havainnollistamisen jälkeen siirryimme lukujoukkojen karteesiseen tuloon. Otin esimerkkijoukoiksi yksinkertaisia pieniä joukkoja. Eetu osasi heti todella hyvin muodostaa järjestetyt parit ja ymmärsi idean saman tien. Eetulla on usein tapana kysellä paljon. Nytkin hän esitti kysymyksiä muun muassa siitä, mitä tapahtuu jos karteesinen tulo otetaan joukon itsensä kanssa. Kokeilimme konkreettisesti, kuinka siinä käy. Samoin pohdimme sitä, mitä merkitystä joukkojen järjestyksellä karteesisessä tulossa on. Seuraavaksi siirryimme opiskelemaan funktion käsitettä (LIITE 5). Laitoin paperin päälle kahta joukkoa (kuvat ja nimet) kuvaavat lappuset ja pyysin Eetua yhdistämään viivoilla oikean nimen ja kuvan. Samalla puhuimme siitä, että jokaisella ihmisellä on vain yksi etunimi. Mietimme yhdessä, millä muilla asioilla on vain yksi nimi. Eetu keksi esimerkiksi valtiot ja kaupungit. Tästä pääsimmekin funktion käsitteeseen. Funktio liittyy jokaisen lähtöjoukon alkioon täsmälleen yhden maalijoukon alkion. Muodostimme vielä lisäksi kaksi joukkoa (joukot kukka ja auto), joissa molemmissa oli kolme alkioita (LIITE 7). Eetun

tehtävänä oli yhdistää viivoilla jokaiseen kukka-joukon alkioon yhden auto-joukon alkion. Tehtävä oli Eetulle helppo. Heti perään hän loi itse omasta aloitteestaan uudet joukot ja päätyi yhdistelemään alkioita niin, ettei kyseessä ollutkaan enää funktio. Samalla tavoin viivojen avulla kertosimme vielä karteesisen tulon.

4.1.3 Koordinaatisto ja negatiivisten lukujen laskutoimitukset

Seuraavaksi rakensimme Eetun kanssa niin kutsutun maitotölkkipelin. Leikkasimme 25 maitotölkkiä noin kymmenen senttimetrin korkuisiksi ja nidoimme ne yhteen siten, että tölkeistä muodostui 5x5-ruudukko. Samalla juttelimme Eetun kanssa siitä, miten tölkin tilavuus lasketaan tai kuinka millainen neliömuodostelma 25 tölkistä saadaan. Kun ruudukko oli valmis, teimme tölkkien pohjalla erilaisia pistekortteja. Eetu sai keksiä niitä itse ja hänellä olikin paljon hyviä ideoita, kuten esimerkiksi "Jos nappulasi osuu tähän ruutuun, menetät viisi pistettä" tai "Tähän ruutuun osuessasi kaverisi menettää kaksi pistettä, mutta sinä saat kolme pistettä." Tämän jälkeen kävimme lyhyesti läpi negatiivisten lukujen laskutoimitukset. Ne tuntuivat olevan Eetulle aivan tuttuja, ja niin pääsimme pelaamaan uutta peliämme. Aluksi ideana oli saada mahdollisimman paljon pisteitä heittämällä nappulaa ruudukkoon. Jos nappula osui tölkkiin, jossa oli pistelappu, piti toimittaa ohjeen mukaiset laskutoimitukset. Pelasimme molemmat innostuneina ja yritimme voittaa toisemme. Eetuhan pelit yllensä voitti. Välillä muutimme hieman pistelappuja tai yritimmekin saada mahdollisimman vähän pisteitä. Tämäkään vaihdos ei aiheuttanut Eetulle ongelmia, vaan hänellä oli heti hyvä strategia pisteiden keräämiseksi.

Seuraavassa vaiheessa poistin pistelaput tölkkien pohjalta ja pyysin Eetua kertomaan, kuinka hän nimeäisi loogisesti kaikki 25 tölkkiä. Asiaa hetken mietittyään Eetu sanoi, että vaakatasossa tölkit voisivat olla 1, 2, 3, 4 ja 5 ja vastaavasti pystysuunnassa A, B, C, D ja E. Tällöin tölkki sai hänen mukaansa siis esimerkiksi nimen A3 tai E4. Hän siis poimi ensin pystysuunnan "koordinaatin". Sitten Eetu piirsi ruudukon vielä paperille ja nimesi tölkit siihen. Hän alkoi omatoimisesti kertoa, että jos tölkkejä olisi vielä esimerkiksi

vasemmalle päin, niiden "x-koordinaatit" olisivat sitten negatiivisia lukuja. Kun kysyin häneltä, kuinka hän osasi nimetä tölkit näin näppärästi, hän kertoi nähneensä vastaavaa esimerkiksi kartoissa. Kerroin Eetulle vielä, että yleensä ensin luetaan niin kutsuttu leveyssuunta ja sitten vasta niin kutsuttu korkeussuunta. Tällöin tölkit saivat nimekseen esimerkiksi 3A tai 4E. Tästä etenimme luontevasti koordinaatistoon ja Eetu osasikin itse sijoittaa pisteitä kaikkiin neljään neljännekseen.

Koordinaatistoa harjoittelimme lisäksi Missä on aarrearkku? -pelillä. Siinä molemmilla on oma suuri koordinaatisto, johon merkitään oma aarrearkku (kuusi pistettä suorakulmiona joko pysty- tai vaakasuunnassa). Tehtävän on saada selville, missä vastapelaajan aarrearkku sijaitsee. Tämä tehdään siten, että toiselle ehdotetaan pisteitä, joissa aarrearkku voisi olla. Jos arvaus ei osu oikeaan, toinen kehottaa menemään seuraavalla kerralla esimerkiksi luoteeseen tai itään. Tässä pelissä saimme yhdistettyä ilmansuuntia ja matematiikkaa. Eetu oppi pelin idean nopeasti ja piti pelistä kovasti. Hän jopa sijoitti yhden aarrearkuistaan y-akselin päälle.

4.1.4 Funktiokone ja funktion kuvaaja

Viimeinen aiheemme tuokioillamme oli funktiokone ja funktion kuvaajan piirtäminen. Funktiokoneeseen tutustuimme sähköisen funktiokoneanimaation kanssa. Eetu sai vetää hiirellä koneeseen lukuja ja tarkkailla ulos tulleita tulosteita. Hän kokosi nämä pisteparit taulukkoon ja keksi säännön, mitä kone teki syötteelle. Osa näistä tehtävistä oli Eetulle helppoja, joissakin säännön keksiminen aiheutti enemmän päänvaivaa (esim. $3x+6$). Eetu keksi taulukoihin muutaman oman syötteen ja laski tulosteen arvon. Syvensimme taitoa vielä siten, että hänen tuli merkitä pisteet koordinaatistoon ja yhdistää ne viivalla, jolloin hän tuli piirtäneeksi funktion kuvaajan. Jo ensimmäisellä kerralla, kun hän merkitsi pisteitä koordinaatistoon, hän tokaisi: "Tämähän alkaa näyttää aivan suoralta." Ja suorahan siitä tulikin. Lopuksi otimme vielä käsittelyyn aiemmin tekemämme perheenjäsenten kuva- ja nimikortit. Leikimme niillä funktiokonetta ja merkitsimme tämän tutun funktion pisteet koordinaatistoon ja piirsimme funktion kuvaajan (LIITE 4).

4.2 Kuinka lahjakkuus näkyy matemaattisesti lahjakkaassa koehenkilössä?

Saadakseni monipuolisen käsityksen tutkimukseni koehenkilöstä, Eetusta (Kuva 2), haastattelin hänen isäänsä ja opettajaansa.

Eetun isän haastattelu

9-vuotias Eetu on kolmelapsisen perheen esikoinen. Perheeseen kuuluvat 7-vuotias pikkuveli ja 5-vuotias pikkusisko. Isän mukaan Eetu on nokkela, oppivainen ja mukava poika. Eetu on aina ollut kiinnostunut oikeastaan kaikesta ympärillä olevasta. Jo Eetun leikkiajoilta isä muistaa, kuinka Eetu aina laittoi pikkuautot järjestykseen värin tai merkin mukaan. Pikkuautojen jälkeen lempileluiksi tulivat legot, joilla Eetu tykkäsi kovasti rakennella. Isä sanoi kiinnittäneensä Eetun lahjakkuuteen ensimmäisiä kertoja huomiota silloin, kun Eetu alle 3-vuotiaana osasi itsenäisesti seurata legosarjojen ohjeita. Tuolloin Eetu oppi luvut suurin piirtein sataan asti. 5-vuotiaana Eetu sai lahjaksi tietokirjan. Hän kiinnitti huomiota kuvaan, jossa olivat luvut ykkösestä sataan. Osa luvuista oli värillisellä fontilla. Eetu kysyi isältä, mitä värillä haluttiin kertoa. Isä kertoi pojalle, että värilliset luvut ovat alkulukuja. Koska Eetu halusi tietää, mitä ne tarkoittavat, isä kertoi hänelle alkuluvuista. Hetken asiaa pohdittuaan Eetu ymmärsi, mistä oli kyse. Lukemaan Eetu oppi neljävuotiaana. Lukeminen lähti kiinnostuksesta kirjaimiin. Kerran iltasatua lukiessaan isä kiinnitti huomiota siihen, kuinka Eetu osasi sivulta toiselta siirryttäessä seurata katseellaan tekstiä. Nykyään Eetu lukee enimmäkseen sarjakuvia ja tietokirjoja. Lastenromaanitkin maistuvat, mutta harvemmin.



Kuva 2 Eetu esittelee salamapeliteuokiolla tarvittavat välineet.

Eetu on todella hyvä päässäälaskija. Isää mietityttääkin, mistä tämä johtuu. Vaikka isä onkin matemaatikko, hän ei myönnä opettaneensa poikaansa. Jos Eetulle herää kysymyksiä, isä luonnollisesti kertoo asioista pojalleen. Tämän isä kokeekin Eetun pelastukseksi. Matematiikkaan liittyviin kysymyksiin apua löytyy aina läheltä. Kotona suhtaudutaan kouluun, opiskeluun ja matematiikkaan positiivisesti. Isä uskoo, että Eetun lahjakkuus on synnynnäistä. Eetulla on aina ollut valtava tiedonjano ja hän on isän mukaan vastaanottavainen kaiken uuden tiedon suhteen. Lahjakkuuden synnynnäisyyden puolesta puhuu myös se, että perheen kaksi muuta lasta eivät ole osoittaneet merkkejä vastaavasta lahjakkuudesta, vaikka ovat kasvaneet samanlaisessa ympäristössä. Isän mukaan muiden lasten taidot ovat suuntautuneet eri tavalla kuin Eetulla. Pikkuveli on verbaalisesti nokkela tarinoiden kertoja, kun taas pikkusisko on perheen taiteilija. Eetun kertomukset ja piirustukset ovat rationaalisia. Niissä ei niinkään kuvailla tunteita, vaan kerrotaan reiteistä, kartoista ja niin edelleen. Eetu on voinut periä matemaattista lahjakkuuttaan isältään. Isällekin matematiikka oli koulussa aina mieluista ja helppoa, mutta ei koskaan samalla tavoin kuin Eetulle. Eetu pitää kovasti kartoista ja taulukoista. Hän tykkää lukea esimerkiksi urheilutuloksien sarjataulukoita ja laskea vaikkapa sitä, kuinka monta pistettä jokin joukkue tarvitsee noustakseen sarjaykköseksi.

Eetu sai varttua kotona äidin hoivassa siihen asti, kun hänen oli aika lähetä esikouluun. Tuttu esikouluryhmä jatkoi koululuokkana. Siirtymä oli

Eetulle helppo, ehkä juuri tämän tutun ryhmän vuoksi. Isän mukaan Eetulla onkin hyviä kavereita sekä entiseltä että nykyiseltä luokaltaan. Eetu viihtyy kuitenkin hyvin myös yksin. Hän ei kaipaakaan ympärilleen jatkuvasti kavereita. Ja kun pikkuvelikin on vain pari vuotta nuorempi, löytyy leikkikaveri läheltä. Isä uskoo, että rauhallinen tahti siirryttäessä kolmannelle luokalle oli Eetulle hyväksi, sillä Eetu tarvitsee aikaa suurien muutosten kanssa.

Eetun opettajan haastattelu

Kouluun tullessaan Eetu oli opettajan mukaan reipas koululainen, kuin kuka tahansa seitsemänvuotias. Opettajan havaintojen mukaan Eetulla ei ollut poikkeavaa kypsyyttä sosiaalisissa kyvyissä. Juuri koululaistaitojen ja kasvamisen takia Eetu ei olisi voinut aloittaa koulua suoraan toiselta tai kolmannelta luokalta. Jo ensimmäisen luokan syksyllä Eetun opettaja huomasi, että Eetu on etevä poika. Opettaja antoi Eetulle ja muutamalle muulle oppilaalle haastavampia tehtäviä. Jo ensimmäisen luokan syksyllä Eetu sai toisen luokan matematiikan kirjan. Ensimmäisen luokan keväällä Eetu ei tehnyt ollenkaan ensimmäisen luokan matematiikan kirjan tehtäviä, vaan keskittyi toisen luokan kirjan tehtäviin. Eetu teki kaikki tehtävät omassa tahdissaan, itsenäisesti opiskellen. Opettaja korostaa Eetun erinomaista keskittymiskykyä. Tunneilla opettaja opetti muita oppilaita, mutta Eetu ei heistä häiriintynyt. Opettajalla ei ollut mitenkään mahdollisuutta opettaa erikseen Eetua. Myös kokeet menivät todella hyvin. Eetu saattoi tehdä tunnissa monta summatiivista koetta, vaikka kokeet on suunniteltu yhdessä tunnissa tehtäviksi. Luokassa oli muitakin etevä oppilaita, jotka kuitenkin palasivat oman matematiikan kirjan lisätehtäviin. He eivät saaneet etenemisestä niin paljon irti kuin Eetu. Opettaja huomasi, että Eetu kaipaakaan seuraavien tehtävien tekemisessä. Hänkään ei jaksakaan aina tehdä itsenäisiä esseitä tai muita vastaavia, jos kukaan muu ei tee samanlaisia tehtäviä.

Sen lisäksi, että Eetu on erittäin lahjakas matematiikassa, hän pärjää todella hyvin kaikissa kouluaineissa. Opettajan mukaan Eetu saavutti neljännen luokan syksyllä tehdyssä äidinkielen sanaketju-testissä paremmat pisteet kuin kukaan muu koulun neljäsluokkalainen. Pisteet olivat selvästi yli ikäryhmän

tason kaikissa osa-alueissa. Tässä kohtaa hyvä muistaa, että Eetuhan on samanikäinen kuin kolmasluokkalaiset. Isän mukaan matematiikka, liikunta ja musiikki ovat jo pitkään kuuluneet Eetun lempiaineisiin. Eetu on myös sosiaalisesti taitava lapsi. Hän tulee toimeen opettajien ja luokkatovereiden kanssa erinomaisesti.

Kuinka lahjakas oppilas sitten eroaa muista oppilaista? Tämän kyseisen lahjakkaan oppilaan opettaja kertoi poikkeavan muista oppilaista siten, että hän on hyvin rauhallinen ja omaa valtavan hyvän keskittymiskyvyn. Opettajan mukaan lahjakas oppilas näyttää miettivän ensin ja sanovan vasta sitten. Uusissa tilanteissa hän ei ryntää ensimmäisenä vapaaehtoiseksi, vaan tarkkailee tilannetta. Ikään kuin hän pohtisi ensin strategiaansa, kuinka kussakin tilanteessa kannattaisi toimia. Hänellä on myös poikkeuksellinen syy-seuraussuhteiden hahmottamiskyky. Opettaja on huomannut, että hänen vitseilleen nauraa yleensä ensimmäisenä tämä lahjakas oppilas. Tämäkin opettaja on huomannut, että lahjakas oppilas pelkää välillä epäonnistumista. Tämä saattaa käydä ilmi esimerkiksi liikuntatunneilla uusien lajien harjoituksissa. Hän on havainnut, että mitä vaikeammaksi opettajan kysymykset menevät sitä varmemmin lahjakas niihin viittaa. Eli kun viittaajat vähenevät vaikeiden kysymysten kohdalla, lahjakas aktivoituu.

Omia havaintojani Eetusta

Pitäessäni salamapelituokioita Eetulle, huomasin hänen olevan erittäin nokkela laskija. Hän laskee erittäin hyvin päässä, mutta osaa käyttää muistiinpanoja, jotka nopeuttavat hänen laskemistaan. Usein Eetu teki hyviä ja tarpeellisia huomioita asioista ennen kuin edes olin ehtinyt niistä kysyä. Hän kykeni myös itse luomaan laskusääntöjä. Kuten opettajien ja vanhempienkin haastatteluista käy ilmi, Eetun lahjakkuus on tullut ilmi jo hyvin nuorena erilaisissa asioissa. Lahjakkaille tyypillisesti hän pelkää riskien ottoa, on lahjakas useammalla alueella ja pitää yksin opiskelusta. Hän ei myöskään häiriinny muiden läsnäolosta, vaan pystyy keskittymään omaan tekemiseensä. Näiden havaintojen lisäksi myös Eetulle tehdyt testit osoittavat hänen lahjakkuutensa niin matematiikassa kuin monessa muussakin asiassa.

4.3 Mitä matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksessa tulee huomioida?

Eetu päätettiin siirtää luokan yli pitkän harkinnan tuloksena. Toisen luokan syksyllä alettiin miettiä, kuinka Eetun opiskelua voitaisiin tukea mahdollisimman hyvin. Opettaja alkoi selvittää, voisiko Eetu siirtyä kolmannelle luokalle. Tätä ei kuitenkaan voitu toteuttaa pelkästään opettajan kehotuksesta, vaan Eetu kävi psykologisissa kypsyyskokeissa. Psykologilta saadun luvan turvin Eetu alkoi vähitellen käydä kolmannen luokan tunneilla. Aluksi hän kävi matematiikan tunneilla. Kohta mukaan otettiin myös äidinkieli ja ympäristö- ja luonnontieto. Englannin opiskeluun Eetu sai yksityistunteja ja saikin muut kiinni varsin nopeasti. Niinpä toisen luokan keväällä Eetu siirtyi kokonaan kolmannelle luokalle.

Isän mukaan Eetulle luokan yli siirtämisessä hankalinta aikaa oli toisen luokan lokakuusta helmikuuhun, jolloin ei vielä oikein tiedetty, miten Eetun siirto tapahtuu. Eetu ei oikein kokenut kuuluvansa mihinkään ryhmään. Välillä Eetua harmitti, kun opettajat eivät muistaneet muistuttaa häntä oikeaan luokkaan tunnille menemisestä. Siirron jälkeen Eetu kuitenkin rentoutui. Tilanne selkiintyi ja Eetukin saattoi keskittyä rauhassa uuteen luokkaan sopeutumiseen. Vanhempia kolmannelle luokalle siirtäminen jännitti vain vähän. Osittain myös heidän pyynnöstään siirtyminen tehtiin rauhallisesti, Eetun omassa tahdissa. Aktiivinen yhteydenpito kodin ja koulun välillä helpotti vanhempien oloa. Isää ilahduttaakin kovasti, kuinka hyvin yhteistyö koulun ja Eetun opettajien kanssa on sujunut. Isän mielestä opettajilla oli suuri vaikutus siinä, että Eetu on saanut erityistä tukea ja hänen tarpeensa on huomioitu. Myös opettaja korostaa yhteistyön merkitystä. Sillä, että rehtori, perhe ja uusi opettaja ovat ottaneet asian vakavasti, on saatu paljon aikaiseksi. Opettajan mukaan luokalta toiselle siirtyminen kesken lukuvuoden vaatii pieneltä oppilaalta paljon voimavaroja ja hänen mukaansa Eetu onkin pärjännyt todella hyvin. Hänen mielestään on suorastaan hienoa, kuinka pieni koululainen pystyy luovimaan eri paikkojen; oppituntien, luokkien ja opettajien, ristiäallokossa.

Eetun opettajalla on takanaan pitkä opettajan ura, mutta hän ei ole koskaan aiemmin kohdannut vastaavanlaista lahjakasta oppilasta. Opettaja on hyvin motivoitunut työhönsä ja erittäin kiinnostunut lahjakkaan oppilaan oppimisen tukemisesta. Hän kohtelee kaikkia luokkansa oppilaita tasavertaisina ja erilaisina persoonina. Hän kokee, että lahjakas oppilas on suuri rikkaus koko luokkayhteisölle. Vähitellen kaikki oppilaat ovatkin tottuneet lahjakkaan lapsen kykyihin ja kohtelevat häntä kuten muitakin. Tässä tutkimukseni kohteena olleen oppilaan luokassa on suuri osaamisen kirjo hyvin heikoista oppilaista tähän lahjakkaaseen oppilaaseen. Opettaja onkin kokenut, että lahjakas oppilas voi parhaimmillaan haastaa muitakin tekemään parhaansa. Hän ei haluaisi korostaa pelkästään menestymistä, vaan keskittyä enemmänkin nauttimaan osaamisesta. Opettaja kokee, että lahjakas oppilas antaa oppitunteihin laajan tietämyksensä kanssa paljon sisältöä.

Lahjakkaan oppilaan opetuksen eriyttämistä tämä opettaja ei pidä lainkaan vaikeana. Hän on sitä mieltä, että heikkojen kohdalla eriyttäminen on vaikeampaa kuin lahjakkaan kohdalla. Opettaja pitää eriyttämistä mielenkiintoisen mahdollisuutena kylvää oppimisen iloa ja hän on toteuttanut eriyttämistä käytännössä; esimerkiksi matematiikan tunneilla antamalla lahjakkaalle oppilaalle erityisen haastavia pulmatehtäviä. Äidinkielessä opettaja on antanut oppilaalle tehtäväksi laatia oman pienen tutkimuksen oppilasta kiinnostaneesta aiheesta. Lisäksi opettaja on karsinut oppiainesta, sillä hänen mielestään oppilaan on turha laskea kaikkia matematiikan tehtäviä, jos ne ovat hänelle aivan liian helppoja.

Eetu on hyvä esimerkki hyvin onnistuneesta opetuksen nopeuttamisesta luokan yli siirtämällä. Hänen kohdallaan yhteistyö koulun ja kodin, opettajan ja rehtorin ja Eetun itsensä kesken on sujunut mallikkaasti. Eetu on koko ajan otettu mukaan häntä koskevien päätösten tekoon. Koska Eetu ei ollut sosiaalisesti muita kehittyneempi, hänen siirtämistään luokan yli ei tehty aiemmin. Opettajalla on ollut innostusta ja uskallusta Eetun opetuksen eriyttämiseen. Kaikesta Eetun vuoksi tehdystä huomaa, että aikuiset ovat huomioineet Eetun kehityksen ja kohtelevat häntä samalla tavoin kuin ketä

tahansa 9-vuotiasta poikaa. Lisäksi Eetulle on laadittu henkilökohtainen oppimissuunnitelma yhdessä opettajan, rehtorin ja vanhempien kanssa.

Pitämilläni tuokioilla huomasin, kuinka vaikea aluksi oli tietää Eetun osaamisen tasoa, koska hän tuntui aina tietävän tai ymmärtävän nopeasti uudet asiat. Hänen kanssaan jouduinkin olemaan tarkkana, etten ottanut käsittelyyn liian helppoja aiheita tai lähestynyt niitä liian yksinkertaisesti.

4.4 Kuinka salamamenetelmä toimii matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksessa?

4.4.1 Oppilaan oma kokemus salamapeliteuokioista

Omien sanojensa mukaan Eetu piti salamapeliteuokioilla käymisestä. Ne poikkesivat normaalista kouluopetuksesta melko paljon ja sai oppia sellaisia asioita, joista ei vielä tiennyt mitään. Tuokioiden ajankohtaan oppituntien aikana hän vaikutti olevan tyytyväinen. Joskus häntä huolestuttaa se, että ehtikö hän tehdä yhtä paljon tehtäviä kuin toiset. Mutta kertomansa mukaan hän saa yleensä toiset pian kiinni. Välituntisin Eetun mielestä on kiva pelata ja leikkiä pihalla, joten tuokioita ei olisi hyvä pitää niiden aikana. Tuokiolla käsitellyistä asioista Eetu oli sitä mieltä, että vaikeustaso oli hyvä. Toiset asiat olivat hänen mukaansa helpompia ja toiset vaikeampia. Hän ei kuitenkaan osannut eritellä, mitkä olivat helppoja tai mitkä taas vaikeita. Salamapeliteuokioiden työtapoihin Eetu vaikutti olevan tyytyväinen. Hänen mielestään pelkät kirjan tehtävät käyvät tavallisilla matematiikan tunneilla tylsiksi. Toimintatunneista hän kertoi pitävänsä. Eetu kertoi pitävänsä itsenäisestä matematiikan opiskelusta, koska hän ei tarvitse opettajan apua vaan pystyy itse pohtimaan uudet asiat. Hän pitää yksin tekemisestä eikä kertonut kaipaavansa vertaistukea. Vaikka Eetu etenee matematiikassa muiden edellä, hän kertoi silti seuraavansa opettajan opetuksen tunnin aluksi, koska se olisi hänen sanojensa mukaan "vähän kertausta". Kysytyäni Eetulta, miltä tuntuu olla niinkin etevä esimerkiksi matematiikassa ja äidinkielessä, hän sanoi "vain osaavansa niin hyvin". Tulkitsin, että hän kokee oman lahjakkuutensa

täysin luonnollisena asiana. Hänen mielestään muutkin voisivat saada parempia arvosanoja, jos harjoittelisivat enemmän.

4.4.2 Oma näkemykseni lahjakkaan oppilaan salamapelituokioista

Seurattuani Eetun matematiikan tunteja ja keskusteltuani hänen opettajansa kanssa huomasin, että oppikirjan tehtävät ovat Eetulle turhan helppoja. Hän tekee tehtävät todella nopeasti eikä tarvitse ollenkaan opettajan apua. Salamapelituokioilla käsitelimme erilaisia asioita kuin oppitunneilla, mikä oli niin minusta kuin Eetustakin hyvä asia. Salamapelituokioiden toimivat Eetun opetuksessa sekä eriyttävänä että nopeuttavana elementtinä, sillä tuokioiden poikkesivat luokkaopetuksesta niin sisällön kuin työskentelytavankin suhteen. Salamapelituokioilla opiskeltavat asiat etenevät normaalia kouluopetusta nopeampaan tahtiin. Tuokiolla työskenteleminen erosi luokkatyöskentelystä siten, ettei meillä ollut käytössä oppikirjaa eikä muutenkaan valmiita materiaaleja. Valmistimme kaiken tarvittavan materiaalin Eetun kanssa itse. Lisäksi tuokioilla ei tehty varsinaisesti tehtäviä, vaan pohdimme asioita yhdessä niin keskustellen kuin paperillekin kirjoittaen. Tavoitteena oli, että Eetu saisi itse keksiä mahdollisimman paljon eli, että minä antaisin hänelle mahdollisimman vähän valmiita tietoja tai toimintatapoja. Mielestäni tähän tavoitteeseen päästiinkin hyvin. Esimerkiksi potenssien laskusäännöt Eetu kehittäi lähestulkoon itse. Tuokioilla emme ensisijaisesti niinkään pyrkinet opiskelemaan jotakin tiettyä matematiikan sisältöä, vaan kehittämään Eetun ajattelua ja haastamaan häntä ajattelemaan. Tarkoitus oli siis tarjota Eetulle mielekästä tekemistä ja pitää hänen innostustaan matematiikkaa kohtaan yllä. Vaikuttaa siltä, että pääsimme myös tähän tavoitteeseen. Eetu piti kertomansa mukaan tuokioilla tehdyistä asioista ja näytti tulevan tuokioille aina innostuneena.

Yksi salamamenetelmän peruseräilyistä on oppilaan yksilöllinen opetus. Eetu opiskelee matematiikkaa itsenäisesti, mutta on kuitenkin fyysisesti läsnä koko luokan matematiikan tunneilla tehden eri tehtäviä kuin muut. Eetu kertoi minulle pitävänsä toimintatunneista, minkä luulen osittain johtuvan myös siitä, että silloin hän voi osallistua samoihin tehtäviin kuin muutkin. Eetu

on siis tottunut opiskelemaan matematiikkaa itsenäisesti ilman opettajaa, jolloin salamapeliteuot antoivat hänelle mahdollisuuden olla kahdestaan salamaopettajan eli minun kanssani. Sain vaikutelman, että Eetu piti kahdenkeskisestäkin työskentelystä. Opiskelimme tuokioilla asioita melko usein toiminnallisten harjoitusten, kuten vaikkapa pelien, kautta. Esimerkiksi pelatessamme maitotölkkipeliä ja Missä on aarrearkku? -peliä, olin itsekin tosissani pelin suhteen. Olimme tasavertaisia pelikumppaneita ja teimme kaikkemme voittaaksemme toisemme. Kysellessäni Eetulta aina tuokion aluksi kuulumisia hän kertoi asioistaan reippaasti. Minä koin, että meille ehti muodostua tuokioiden kuluessa hyvä opettaja-oppilas-suhde.

Eetun opettaja oli kertomansa mukaan yrittänyt kysyä Eetulle erityisopettajan tunteja, mutta niitä ei ollut saatavilla. Salamapeliteuokiomme pystyivät korjaamaan tätä vajetta. Eetun oli mahdollista saada eriytettyä ja yksilöityä opetusta. Opettajakin vaikutti järjestelyyn erittäin tyytyväiseltä. Eetun opetus eteni hänelle yksilöllisesti suunnitellun ohjelman mukaisesti. Yritin ottaa opetuksessa huomioon Eetun mielenkiinnon kohteita. Esimerkiksi Missä on aarrearkku? -pelissä oli maantiedettä ilmansuuntien muodossa. Maantiede on yksi Eetun lempiaineista. Samoin hän kertoi tuokioilla pitävänsä peleistä, joten niitäkin otin mukaan mahdollisimman paljon. Eetun hieman vanhetessa hänelle itselleen voisi antaa enemmän vastuuta salamapeliteuokioiden sisällön suunnittelusta. Hän myös voisi itse päättää, mihin aihealueeseen hän haluaisi erityisesti tutustua. Tämän jälkeen hän voisi tehdä oman syventävän tutkielman aiheesta ja esitellä sen kenties vaikka omalle luokalleen. Salamaopettaja voisi toimia tutorina. Lahjakkaiden opetuksessa tärkeänä pidetään opettajan vahvaa aineenhallintaa. Joskus opettajan puutteellinen matemaattinen ammattitaito voi siirtyä hänen oppilaaseensa, jolla on vastaavia puutteita omassa matematiikan osaamisessaan, mikä taas voi johtaa ylitsepääsemättömiin ongelmiin oppilaan opiskelussa. (Koshya, Ernebst ym. 2009, 226.) Luokanopettajat eivät yleensä ole opinnoissaan syventyneet matematiikkaan. Tekeillä olevan salamamenetelmää koskevan opettajanoppaan on tarkoitus madaltaa luokanopettajien ja lastentarhanopettajien kynnystä

ryhtyä työhön. Matematiikan aineenopettajaopinnoistani oli varmasti hyötyä, jotta pystyin vaivatta käymään Eetun kanssa läpi haastavampiakin aiheita. Tämä ei tietenkään tarkoita sitä, etteikö luokanopettaja pystyisi omillaan ja luokanopettajakoulutuksessa saamalla tiedoillaan opettamaan motivoituessaan vaikkapa yläkoulun matematiikkaa.

Tuokioiden, videoiden ja päiväkirjan perusteella voin sanoa, että Eetu kehittyi ainakin jossain määrin salamapeliteuokioidemme aikana. Hän oppi monia uusia asioita, kuten karteesisen tulon ja funktion. Monet olivat hänelle myös ennestään tuttuja. Esimerkiksi potenssit olivat hänelle täysin uusi asia, kun taas koordinaatisto jo hieman tuttu. Tutuissa asioissa Eetu sai lisää varmuutta ja kokemusta, uusissa asioissa taas ensimmäiset kokemukset kyseisestä aiheesta.

5. TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS

5.1 Reliaabelius

Tutkimuksen reliaabelius tarkoittaa mittaustulosten toistettavuutta. Se kertoo siis, kuinka hyvin mittaus tai tutkimus antaa ei-sattumanvaraisia tuloksia. Jos kaksi arvioijaa päätyy samaan tulokseen tai jos kahdella eri tutkimuskerralla saadaan sama tulos, voidaan tulos todeta reliaabeliksi. Laadullisen tutkimuksen reliaabeliutta voidaan lisätä selittämällä mahdollisimman tarkasti, mitä tutkimuksessa on tehty. (Hirsjärvi, Remes ym. 2008, 226-227.)

Tutkimuksen reliabiliteettia parantaakseni annoin koeoppilasta koskevan kohdan luettavaksi hänen isälleen, jolloin välttyttiin virheellisiltä haastattelijan tulkinnoilta. Luotettavuuteen pyrittiin myös monipuolisilla tiedonhankintamenetelmillä. Keräsin tietoa koeoppilaastani haastattelemalla, havainnoimalla ja opettamalla häntä vielä itsekin. Koska kaikki opetustuokioiden videot otettiin ja niistä kirjoitettiin päiväkirjaa, minun oli mahdollista palata tuokioiden tapahtumiin ja varmistaa videoilta erinäisiä asioita.

5.2 Validius

Tutkimuksen validius tarkoittaa tutkimuksen kykyä mitata juuri sitä, mitä on ollut tarkoituskin mitata. Mittarit ja menetelmät aiheuttavat tuloksiin joskus virhettä, koska ne eivät vastaa tutkijan luuloista huolimatta tutkittavaa

todellisuutta. Validiutta voidaan lisätä käyttämällä mahdollisimman monia tutkimusmenetelmiä. (Hirsjärvi, Remes ym. 2008, 226-228.)

Tutkimuksessa oli tarkoitus tutkia, kuinka lahjakkuus näkyy koeoppilaassa, mitä lahjakkaan oppilaan opetuksessa tulisi huomioida ja miten salamamenetelmä toimii lahjakkaan opetuksessa. Koeoppilaan lahjakkuutta tarkasteltiin koulumenestyksen, vanhempien ja opettajan havaintojen ja omien kokemusteni perusteella. Tätä arviointia tuki myös esimerkiksi psykologin antama lausunto. Lahjakkaan oppilaan opetuksessa huomioitavia asioita pohdittiin haastatteleamalla opettajaa. Haastatteluissa keskityttiin juuri niihin seikkoihin, joita haluttiinkin selvittää. Salamamenetelmän soveltuvuudesta lahjakkaan oppilaan opetukseen oli olemassa jo etukäteen aavistus, joka osoittautui oikeaksi. Tuloksia ei kuitenkaan voi yleistää kaikkiin lahjakkaisiin lapsiin, sillä tässä tutkimuksessa keskityttiin vain yhteen tapaukseen.

6. POHDINTA

Tutkimuksen koehenkilö Eetu on silmin nähden lahjakas oppilas. Asiaa tarkemmin pohdittuani huomasin, että lahjakkuuden osoittaminen oli hieman hankalaa. Kysyin opettajilta, millä perusteella Eetu oli todettu lahjakkaaksi. Apuna oli käytetty psykologia, mutta päävastuu asiasta oli Eetun opettajilla. Katsoessani Eetua Renzullin (1985) kolmen ympyrän lahjakkuusmallin valossa, hänen matemaattinen lahjakkuutensa vaikuttaa kuitenkin ilmeiseltä. Eetulla on selvästi keskitason ylittävää matemaattista kyvykkyyttä, joka käy ilmi hänen matematiikan tunneillaan ja salamapeli tuokioillaan. Lisäksi hänellä on myös motivaatiota ja innostusta oppia matematiikkaa. Myös luovuuden kriteeri täyttyy Eetun toiminnassa. Hänen ajatteluaan voi kuvailla sujuvaksi ja omaperäiseksi, kuten tuokioilla kävi ilmi.

Eetua opetettuani sanoisin hänen olevan lahjakkuustyypiltään autonominen oppija. Mielestäni Eetu täyttää Lehtosen (1994) autonomisen oppijan kriteereitä. Hän on hyvin ahkera ja omatoiminen. Eetu huolehtii omasta matematiikan opiskelustaan melko itsenäisesti ja hänen toiminnassaan vaikuttaa olevan päämäärätietoisuutta. Riskinottokyvyssä Eetulla on vielä parantamista. Hän on edelleen hieman itsekriittinen eikä ryhdy helposti sellaiseen, josta ei ole varma. Eetu täyttää hyvin myös Lehtosen (1994) menestyjälahjakkuustyyppiä kuvailevia kriteereitä. Menestyjät vaikuttavat kuitenkin pyrkivän saamaan muiden huomiota ja ponnistelevat lähinnä ulkoisten seikkojen vuoksi. Eetun motivaatio vaikuttaa minun mielestäni

kuitenkin perustuvan hänen omaan haluunsa oppia ja selvittää asioita. Hän ei vaikuta tekevän asioita muiden hyväksynnän takia.

Salamamenetelmä osoittautui toimivan lahjakkaan oppilaan opetuksessa hyvin. Se toimi erityisen hyvin eriyttävänä elementtinä lahjakkaan opetuksessa. Laineen (2010) mukaan opetusta voidaan eriyttää niin sisällössä kuin työtavoissakin. Salamamenetelmä mahdollistaa juuri tällaisen monipuolisen eriyttämisen tarjoamalla oppilaalle normaaliopetuksesta poikkeavia sisältöjä ja työtapoja. Eetun kanssa opiskelluista asioista suurin osa oli huomattavasti syvällisempiä kuin normaaliopetuksen tarjoamat sisällöt. Tuokioilla emme käyttäneet kirjaa ollenkaan, vaan opiskelimme asioita käytännöllisemmin. Eriyttämisen lisäksi salamamenetelmä on myös hyvä opetuksen nopeuttamisen apuväline. Salamamenetelmän periaatteisiinhan kuuluu normaalia nopeampi eteneminen. Eetunkin kanssa käsitelimme asioita, joista monet tulevat oikeastaan vasta yläkoulussa. Uusikylän (1994) ja Lehtosen (1994) mukaan nopeuttamiseen liittyy kuitenkin joitakin vaaroja, kuten esimerkiksi lapsen sosiaalisen ja fyysisen kehityksen huomioimatta jättäminen. Eetunkin kohdalla etenimme opetuksessa melko nopeasti eteenpäin. Välillä minua pelotti, että Eetu ei ehdi omaksua kaikkea kunnolla ja tahti on liian nopea. Toisaalta pohdin asiaa siten, että tarkoitus on enemmänkin tehdä Eetun kanssa jotain matematiikkaan liittyvää, eikä niinkään tarkkailla sitä, oppiiko hän kaiken varmasti. Luulenpa, että jos häntä testattaisiin nyt esimerkiksi potenssien laskemisesta, hän ei muistaisi niitä heti kovinkaan hyvin. Toisaalta luulen hänen ymmärtävän potenssien periaatteen ja osaavan johtaa laskusäännöt uudelleen, koska hän osasi tehdä sen jo aivan potensseihin tutustumisen alkuvaiheessa. Vaikka salamamenetelmä toimi Eetun tapauksessa hyvin, ei se välttämättä ole ainoa menetelmä, joka soveltuu matemaattisesti lahjakkaiden opetukseen. Asian tutkimiseksi laajempi vertailututkimus olisikin varmasti tarpeellinen. Toisaalta lienee syytä pohtia sitäkin, oppivatko lahjakkaat oppilaat joka tapauksessa vai onko opetusmenetelmän valinnalla oppimisen kannalta oleellista merkitystä. Koen, että tärkeää on pohtia lahjakkaan oppilaan motivoimisen ja kiinnostuksen ylläpitämisen keinoja.

Laine (2010) ja Lehtonen (1994) ovat pohtineet oppilaiden ryhmittelyä lahjakkaiden opetuksessa. Suomessa lahjakkaille annetaan ymmärtääkseni aika vähän erityisopetusta, jolloin esimerkiksi tällaiset salamapelituokiot voisivat toimia hyvin lahjakkaiden opetuksessa. Lehtosen (1994) mukaan yksilöllisen opetussuunnitelman avulla voidaan selkiyttää ja jäsentää toimintaa ja tavoitteita lahjakkaan lapsen opiskelussa. Tähän haasteeseen salamamenetelmä vastaa mielestäni hyvin. Salamamenetelmäänhan kuuluu oppilaan kehityksen seuraaminen ja hänen omassa tahdissaan eteneminen. Esimerkiksi lahjakkaiden kohdalla yksilöllinen opetus mahdollistaa oppilaan mielenkiinnon säilymisen pidempään. Toisaalta yritin laatia Eetulle henkilökohtaista oppimissuunnitelmaa toisessa Pro Gradu-tutkielmassani (Toivanen, painossa), jossa totesin tehtävän haastavaksi. On hyvin vaikeaa pohtia lahjakkaan oppilaan etenemistä opinnoissaan muutaman vuoden päähän. Eetukin vaikuttaa niin etevältä, että hänestä voi tulla melkein mitä vain.

6.1 Kuinka Eetun opetus jatkuu?

Eetun matematiikan opiskelu jatkuu pääpiirteissään samalla tavoin kuin tähänkin asti. Sain mahdollisuuden osallistua palaveriin (2.11.2011), jossa keskusteltiin Eetun opiskelusta ja siitä, kuinka luokan yli hyppääminen on sujunut. Paikalla olivat vanhemmat, opettaja, rehtori, minä, matematiikan laitokselta lehtori Lauri Kahanpää ja Eetu. Palaverissa kaikki vaikuttivat olevan tyytyväisiä Eetun opetukseen. Opettaja ja vanhemmat olivat sitä mieltä, että luokan yli hyppääminen on sujunut hyvin, eikä Eetulla ole ollut mitään erityisiä vaikeuksia koulun käynnin suhteen. Myös Eetu itse oli tyytyväinen tilanteeseen. Minä kerroin, mitä olimme tehneet tuokiolla ja lehtori Lauri Kahanpää kertoi salamamenetelmään liittyvistä uusista kuulumisista. Rehtori oli innokas kuulemaan tuokioistamme ja menetelmästä ylipäätään. Hän antoi siunauksen jatkaa Eetun tuokioita entiseen malliin. Eetun matematiikan opiskelu jatkuu itsenäisesti opiskellen. Tällä hetkellä (joulukuu 2011) hän opiskelee vielä neljännen luokan asioita, mutta siirtynee pian jo viidennen luokan sisältöihin. Samalla hän käy kolme kertaa viikossa salamapelituokioilla.

Palaverissa tuli esille, että yläkoulun puolella Eetu voi jatkaa nopeutettua opiskeluaan. Matematiikan ja tilastotieteen laitokselle kirjoittamassani Pro gradu-tutkielmassa (Toivanen 2012) suunnittelin Eetun salamapelituokioiden sisältöä muutamaksi vuodeksi eteenpäin.

6.2 Salamamenetelmän ottaminen laajempaan käyttöön

Salamamenetelmää on testattu Eetun ohella myös muille lapsille. Tutkimuksissa koehenkilöitä on ollut alun yhdeksästä sittemmin neljään lapseen. Jotta menetelmän toimivuudesta saataisiin kuitenkin luotettavampia ja yleistettävämpiä tuloksia, tulisi järjestää laajempi tutkimus. Tutkimukseen voitaisiin koota useampia lahjakkaita oppilaita ja vertailla heidän suorituksiaan esimerkiksi ennen ja jälkeen salamaopetuksen.

Uskon, että salamamenetelmä voitaisiin ottaa osaksi koulujen ja päiväkotien matematiikan opetusta. Tulevana matematiikan opettajana ja luokanopettajana koen menetelmän laajemman käyttöönoton hyvänä ajatuksena. Salamamenetelmän periaatteita voitaisiin opettaa niin tuleville kuin nykyisillekin opettajille. Uskon, että lyhyitä tuokioita olisi mahdollista järjestää muun opetustyön yhteydessä. Esimerkiksi matematiikan tunneilla, kun muu luokka tekee tehtäviä, opettaja voisi pitää pari tuokiota luokan rauhallisessa nurkkauksessa. Menetelmän käyttöönottoa saattaakin rajoittaa juuri yksilöopetuksen haasteellisuus luokassa, jossa on vain yksi opettaja. Pienillä sovelluksilla se voitaisiin kuitenkin saada toimimaan. Salamamenetelmän periaatteisiin kuuluva kahdenkeskinen vuorovaikutus asettaa omat vaatimuksensa. Opettajan tulee olla oppilaan näkökulmasta helposti lähestyttävä ja luotettava aikuinen, jotta kontakti toimisi mahdollisimman hyvin. Lisäksi salamamenetelmä korostaa nimenomaan aikuisen ja lapsen välistä suhdetta, mutta ei tue niinkään oppilaiden keskinäistä kommunikointia. Salamatuokioita voisivat pitää opettajien lisäksi myös muut oppilaat. Esimerkiksi ylemmillä luokilla olevat oppilaat voisivat pitää tuokioita

alaluokkien kummioppilailleen tai oppilaat voisivat opetella pitämään tuokioita pareittain.

6.3 Jatkotutkimusehdotuksia

Jatkossa salamamenetelmää voitaisiin tutkia laajemminkin koulun matematiikan opetuksessa. Voisi olla mielenkiintoista tietää kasvatustieteellinen näkemys siihen, kuinka se toimii pidemmällä ajan jaksolla matematiikan kouluopetuksessa. Lisäksi laajempi lahjakkaiden oppilaiden opettaminen salamamenetelmällä voisi tuottaa yleistettävämpiä tuloksia. Esimerkiksi vertaileva tutkimus kahden ryhmän välillä olisi mielenkiintoinen.

6.4 Lopuksi

Salamamenetelmä osoittautui toimivaksi opetusmenetelmäksi matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksessa. Menetelmää on tutkittu varsin vähän, joten tutkimustuloksia ei ole vielä paljo saatavilla. Toivon, että tämän työn myötä salamamenetelmä tulee tutuksi yhä useammille opettajille ja vanhemmille, ja vuorovaikutuksellinen matematiikan opetus saa jatkoa uusien keinoin. Tämä tutkielma vei minut niin intensiivisesti lahjakkaiden maailmaan, että huomaan seuraavani oppilaitani erilaisin silmin. Toivon, että tämän tutkielman myötä myös lukijat voivat laajentaa käsitystään lahjakkuudesta ja kokea lahjakkaiden oppilaiden kanssa työskentelyn ilon.

LÄHTEET

- Aarnos, E. 2010. Kouluun lapsia tutkimaan: Havainnointi, haastattelu ja dokumentit. Teoksessa Aaltola, J. & Valli, R. (toim.). Ikkunoita tutkimusmetodeihin 1. Juva: WSOY.
- Bazia, P. & Kahanpää, L. (toim.) Matematiikan salamapeliopetus. Opettajan kirja. Painossa.
- Cox, C.M. 1926. Genetic studies of genius, Vol. 2. Stanford, CA: Stanford University Press.
- Davis, G.A & Rimm, S.B. 1989. Education of the gifted and talented. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Eskola, J. & Suoranta, J. 1998. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Jyväskylä: Gummerus.
- Eskola, J. & Vastamäki, J. 2010. Teemahaastattelu: Opit ja opetukset. Teoksessa Aaltola, J. & Valli, R. (toim.). Ikkunoita tutkimusmetodeihin 1. Juva: WSOY.
- Feldman, D. H. 1986. Giftedness as a developmentalist sees it. Teoksessa Sternberg, R. J. & Davidson, J. E. (toim.). Conceptions of giftedness. Cambridge: University Press, 285-305.
- Gardner, H. 1983. Frames of mind. New York: Basic Books.
- Gruber, H. E. 1986. The self-construction of the extraordinary. Teoksessa Sternberg, R. J. & Davidson, J. E. (toim.). Conceptions of giftedness. New York: Cambridge University Press, 247-263.
- Hertberg-Davis, H. 2009. Myth 7: Differentiation in the regular classroom is equivalent to gifted programs and is sufficient. Gifted child quarterly, 53 (4), 251-253.
- Hirsjärvi, S. & Hurme, H. 2001. Tutkimushaastattelu. Teemahaastattelun teoria ja käytäntö. Helsinki: Yliopistopaino.
- Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2008. Tutki ja kirjoita. Keuruu: Otava.
- Kuusela, J. & Hautamäki, J. 2002. Lahjakkaiden opetus. Teoksessa Janhukainen, M. (toim.). Lasten erityishuolto Suomessa. Juva: WS Bookwell Oy.
- Koshya, V., Ernestb, P. & Caseya, R. 2009. Mathematically gifted and talented learners: theory and practice. Taylor&Francis.
- Krutetskii, V. A. 1976. The psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren. Chicago: University of Chicago Press.
- Laine, S. 2010. Lahjakkuuden ja erityisvahvuukisen tukeminen. Opetushallitus.
- Lehtonen, H. 1994. Lahjakas oppilas koulussa. Hämeenlinnan normaalikouloun

julkaisuja nro 3. Tampere: Tampereen yliopiston jäljennepalvelu.

- Marjoram, D. T. E. & Nelson, R.D. 1985. *Mathematical gifts*. Teoksessa Freeman, J. (toim.). *The Psychology of Gifted Children. Perspectives on Development and Education*. Chichester: John Wiley & Sons, 185-200.
- Renzulli, J. & Reis, S. M. 1985. *The schoolwide enrichment model: A comprehensive plan for educational excellence*. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.
- Ruokamo, H. 2000. *Matemaattinen lahjakkuus ja matemattisten sanallisten ongelmanratkaisutaitojen kehittyminen teknologiaperustaisessa oppimisympäristössä*. Helsinki: Hakapaino.
- Saarela-Kinnunen, M. & Eskola, J. 2010. *Tapaus ja tutkimus=Tapaustutkimus?* Teoksessa Aaltola, J. & Valli, R. (toim.). *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 1*. Juva: WSOY.
- Sak, U. 2009. *Test of the Three-Mathematical Minds (M3) for the Identification of Mathematically Gifted Students*. Taylor & Francis.
- Span, P. & Overtoom-Corsmit, R. 1986. *Information processing by intellectually gifted pupils solving mathematical problems*. D. Reidel Publishing Company.
- Sriraman, B. 2004. *Gifted nine graders' notions of proof. Investigating parallels in approaches of mathematically gifted students and professional mathematicians*. *Journal for the Education of the Gifted*, 27, 267-292.
- Stanley, J. C. & Benbow, C.P. 1982. *Educating mathematically precocious youths: twelve policy recommendations*. *Educational Researcher*, 11 (5), 4-9.
- Sternberg, R. J. 1986. *Giftedness according to the triarchic theory of human intelligence*. Teoksessa Colangelo, N. & Davis, G. A. (toim.). *Handbook of gifted education*. Boston: Allyn & Bacon, 45-54.
- Sternberg, R. J. & Davidson, J. E. (toim.) 1986. *Conceptions of giftedness*. Cambridge : University Press.
- Tannenbaum, A. J. 1986. *Giftedness: A psychosocial approach*. Teoksessa Sternberg, R. J. & Davidson, J. (toim.). *Conceptions of giftedness*. New York: Cambridge University Press, 21-52.
- Threfall, J. & Hargreaves, M. 2008. *The problem-solving methods of mathematically gifted and older average-attaining students*. Taylor & Francis.
- Toivanen, R. *Kokemuksia Piotr Bazian salamamenetelmän käytöstä alakoulun matematiikan opetuksessa sekä ajatuksia erityislahjakkuuden huomioimisesta*. Pro gradu-tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Painossa.

Uusikylä, K. 1994. Lahjakkaiden kasvatus. Juva: WSOY.

VanTassel-Baska, J. 1989. Appropriate curriculum for gifted learners.
Educational Leadership, 46 (6), 13-15.

LIITTEET

LIITE 1 PÄIVÄKIRJA

9.5.2011 klo 10.30-10.45

Eetu hymyili heti minut nähdessään, vaikka meillä olikin ensimmäinen yhteinen opetuskerta tänään. Hänellä riitti paljon kuulumisia kerrottavaksi. Kävimme Eetun kanssa läpi kymmenjärjestelmän taulukoinnin avulla, kuten aiemminkin on tehty. Lisäksi otimme muutamia laskuja, joissa Eetun tuli muuttaa kymmenjärjestelmän luvut "normaaleiksi luvuiksi". Eetu kuitenkin hoksasi heti, että luvut ovat aina samat. Eli hän tiesi, että me käytämme normaalisti kymmenjärjestelmää. Lopuksi kertosimme hieman aiempia lukujärjestelmiä (2, 3 ja 5).

10.5.2011 klo 9.30-9.40

Eetu tuli tuokiolle oikein reippaana ja iloisena. Kertosimme potensseja. Aluksi palautimme mieleen, mitä potenssimerkintä tarkoittaa. Otimme harjoitukset molempiin suuntiin (2^n kertolaskuksi ja kertolasku muotoon 2^n). Lisäksi teimme noin kymmenkunta harjoitusta (esim. 2^4 , 7^3 , 9^3 jne.) Haastavimmatkaan tehtävät eivät tuntuneet tuottavan vaikeuksia Eetulle.

12.5.2011 klo 10.00-10.10

Eetu oli taas tänään yhtä iloinen ja pirteä kuin ennenkin. Rakensimme legoista neliöitä ja kuutioita ja laskimme niiden pinta-aloja ja tilavuuksia. Eetu osasi nämä heti. Merkitsimme laskutoimitukset paperille. Kun pyysin Eetua ilmaisemaan lausekkeen 3×3 potenssimuodossa, hän ei heti oivaltanut, mistä oli kyse. Kun yksi saatiin onnistumaan, loput sujuivat hienosti.

16.5.2011 klo 10.20-10.30

Eetun syntymäpäivä. Eetun kanssa laskimme muutaman neliön pinta-alat ja yhden kuution tilavuuden. Samalla harjoittelimme potenssimerkinnän käyttämistä. Yksi tehtävä tehtiin kirjainlaskentaa hyödyntäen. Lisäksi piirsimme neliön ja kuution. Näiden piirtäminen ei ollut Eetulle tuttua, mutta hän selviytyi hienosti.

17.5.2011 klo 9.30-9.40

Eetu tuli tänään tuokiolle iloisena ja reippaana niin kuin aina. Huomasin tänään, että meille on syntynyt hyvä yhteistyö ja molemmilla on tuokioilla tosi mukavaa. Eetun kanssa on kiva välillä vähän hassutellakin. Tänään kävimme samaa kantalukua olevien potenssien kertolaskua. Teimme ensin tehtäviä tyyliin $2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2$. Eetu hoksasi välittömästi, että eksponentit lasketaan yhteen. Teimme muitakin vastaavia laskuja ja lopuksi kirjoitimme säännön:

$2^m \cdot 2^n = 2^{(m+n)}$. Kävimme myös nollan potenssin ja sen, ettei potenssimerkintä ole vaihdannainen.

19.5.2011 klo 10.00-10.15

Eetu tuli tuokiolle hyväntuulisena, kuten aina. Tänään kävimme samaa kantalukua olevien potenssien jakolaskua. Eetu hoksasi säännön taas heti. Kirjaimilla laskeminen tuntuu Eetusta vähän vaikealta. Myös sääntöjen muodostaminen on vielä hapuilevaa, mutta se onkin ihan luonnollista, kun huomioi harjoituksen vähyyden. Tuokio sujui taas mukavasti ja Eetu osasi hienosti kaikki laskut.

23.5.2011 klo 10.15-10.30

Eetun kanssa jatkettiin taas iloisin mielin. Kerrattiin potenssilaskuja. Ne sujuvat jo hyvin. Välillä tulee pieniä laskuvirheitä, mutta Eetu korjaa ne hyvin. Tänään tuli ensimmäisen kerran nollas potenssi.

24.5.2011 klo 9.30-9.45

Eetun kevään viimeisellä tuokiolla kerrattiin vielä vähän potenssilaskuja. Ne alkoivat sujua hyvin. Pientä hakemista vielä on, mutta se kuulunee asiaan. Lisäksi otimme lukujärjestelmien kertaamiseksi yhteenlaskuja binäärijärjestelmässä. Ne olivat Eetulle vaikeita. Koska järjestelmien käsittelemisestä on ehtinyt kulua jo hyvä tovi, Eetu ei oikein muistanut, kuinka binääriluvut muutetaan kymmenjärjestelmään. Ensimmäistä kertaa myös havaitsin hänessä pientä luovuttamista tai turhautumista. Syksyllä jatketaan siis!

KEVÄTLUKUKAUSI PÄÄTTYI!

SYSLUKUKAUSI 2011 ALKAA!

6.9.2011 klo 9.20-9.35

Eetun kanssa juteltiin kesän kuulumisista ja kerrattiin potensseja. Ne olivat aluksi vähän hukkuneet mielestä, mutta lopulta palautuivat varsin mallikkaasti. Eetusta huomaa, ettei hän pyri muistamaan asioita ulkoa, vaan osaa miettiä ne aina uudelleen. Uutena asiana otimme potenssin potenssin. Se sujui melko hyvin.

7.9.2011 klo 9.05-9.20

Eetu oli taas tapansa mukaisesti hyvällä tuulella. Eetun kanssa harjoittelimme hieman käden hienomotoriikkaa piirtämällä kolmiuloitteisia kappaleita (kuutio, pyramidi ja särmiö). Apua Eetu tarvitsi katkoviivojen eli kappaleen taakse jäävien särmiöiden piirtämiseen. Lisäksi Eetu rakensi legoilla kuution, jonka tilavuus oli 27 palikkaa.

8.9.2011 klo 9.15-9.25

Eetun kanssa aloitimme tänään uuden aiheen, olemme menossa kohti karteesista tuloa ja funktiota. Tänään tutustuimme hieman joukko-oppiin. Annoin Eetulle kortteja, joissa oli erilaisia kulkuneuvoja. Aluksi korteissa oli automerkkejä ja Eetu nimesi joukon "autoiksi". Sitten lisäsin pöydälle metron, junan, polkupyörän ja raitiovaunun. Sitten Eetu nimesi koko joukon kulkuneuvoiksi. Ja näin jatkoimme jonkin aikaa. Eetu osasi heti nimetä joukot hyvin, hänellä oli jopa useampiakin vaihtoehtoja. Puhuimme myös siitä, kuinka joku joukko sisältyy toiseen joukkoon (autot kuuluvat kulkuneuvojen joukkoon). Tämän jälkeen pelasimme leikkiä "Arvaa, mitä eläintä ajattelen". Toinen siis mietti jotain eläintä, ja toinen yritti saada sen selville kyselemällä kysymyksiä, joihin voisi vastata "kyllä" tai "ei". Eetu oli heti ns. juonessa mukana ja leikki onnistui todella hyvin. Meillä oli Eetun kanssa oikein mukava tuokio!

13.9.2011 klo 9.20-9.25

Eetu tuli tuokiolle tänään suoraan 1500 metrin juoksusta. Hän oli aivan puhki, mutta aloitimme tuokion normaalisti. Huomasin Eetusta kuitenkin pian, ettei hän oikein pysty keskittymään. Kun kysyin vointia, hän valitteli kovaa päänsärkyä ja lievää pahaa oloa. Niinpä keskeytimme tuokion ja Eetu pääsi lepäilemään.

14.9.2011 klo 9.05-9.20

Eetu oli toipunut edellispäivän päänsärystä ja pääsimme taas jatkamaan tuokioitamme. Otimme esille viimeksi käyttämämme kulkuvälinekortit. Laitoimme ne kahden valkoisen paperin päälle. Sitten kerroin Eetulle, että tässä on meidän joukkomme: kulkuvälineet (ja pari lintua). Sitten kysyin Eetulta, mitä osajoukko voisi tarkoittaa, ja hän vastasi, että osaa tästä joukosta. Pyysin häntä ympyröimään värikynällä osajoukon alkuperäisestä joukostamme. Hän teki sen aivan oikein. Mietimme myös muita osajoukkoja. Sen jälkeen otimme kaksi pienempää joukkoa, ja Eetu muodosti niistä yhdisteen aivan oikein. Leikkausta hän ei keksinyt itse, mutta kerrottua asiasta hänelle, hän osasi muodostaa sen kahdesta joukosta. Tuokio sujui taas kerran hyvin ja Eetu oli aktiivisesti mukana.

15.9.2011 klo 9.15-9.30

Eetun kanssa otimme vielä joukko-oppitehtäviä lukujoukoilla. Hän osasi hienosti ottaa yhdisteet, leikkaukset ja osajoukkoja. Hän jopa halusi itse keksiä joukkoja ja niiden leikkauksia ja yhdisteitä. Kun piirsin yhdisteen ja leikkauksen, Eetu sanoi heti, että: "Tuohan on leikkaus". En ollut edes ehtinyt kysyä asiaa. Lopputuokiolla Eetu piirsi perheenjäsenensä kuvat ensi kertaa varten. Tuokio sujui taas kerran oikein hyvin.

20.9.2011 klo 9.20-9.35

Eetun kanssa kävimme karteesista tuloa. Olin kopioinut jokaisesta perheenjäsenestä viisi kappaletta ja tehnyt jokaista nimeä kohti viisi

nimilappua. Pyysin Eetua muodostamaan kaikki mahdolliset parit, jotka näistä kuvista ja nimistä voisi muodostaa. Eetu osasi tämän hyvin. Hän teki homman systemaattisesti. Lopussa Eetu alkoi riehaantua (ensimmäistä kertaa), joten kun aikakin oli jo lopussa, lopetimme tuokion.

21.9.2011 klo 9.05-9.20

Eetun kanssa piirsimme edellisen kerran karteesisen tulon koordinaatistoon. Eetu suoriutui tehtävästä hienosti ilman apua. Hän tiesi heti, että pareja on yhteensä 25, koska $5 \cdot 5 = 25$. Lisäksi otimme karteesista tuloa ihan oikeilla lukujoukoilla. Nämäkin Eetu osasi hienosti. Hän jopa kyseli, että mitä on A:n karteesinen tulo itsensä kanssa jne... Taas ihan lopputuokiolla Eetu alkoi vähän normaalista poiketen muuttua levottomammaksi.

22.9.2011 klo 9.15-9.30

Eetun kanssa käsittelimme funktiota. Laitoimme kuvat ja nimet joukoiksi paperin päälle. Pyysin Eetua yhdistämään oikean kuvan ja nimen. Keskustelimme siitä, että jokaisella ihmisellä on tasan yksi etunimi. Hän keksi, että myös esim. valtioilla tai maanosillakin on vain yksi nimi. Sitten Selitin Eetulle funktion periaatteen. Lisäksi teimme vielä yhteenvedon karteesisesta tulosta ja funktiosta joukkojen ja viivojen avulla. Tuokio sujui hyvin.

27.9.2011 klo 9.20-9.35

Eetu tuli tuokiolle reippaasti ja hymyilevänä. Aluksi korjasimme virheen potenssitehtävissä. Olin epähuomiossa opettanut Eetulle väärin eksponentin potenssin. Korjasimme sen. Eetu muisti potensseja ihan hyvin, ei tosin aivan virheettömästi. Havaitsin Eetussa taas pientä levottomuutta näiden tehtävien kohdalla. Kun sitten siirryimme leikkelemään maitotölkkejä seuraavaa aiheitamme varten, hän selvästi keskittyi tehtäväänsä paremmin. Samalla kun teimme mekaanista leikkaustyötä, juttelimme esimerkiksi maitotölkin tilavuuden laskemisesta. Sen Eetu osasi kertoa aivan oikein. Hän myös tiesi tölkin tilavuuden (1 litra). Kun kerroin, että tölkkejä on 25 kappaletta ja niistä tehdään neliö, Eetu sanoi saman tien, että silloin se tekee viisi kertaa viisi tölkkiä. Työskentely sujui hyvin.

28.9.2011 klo 9.05-9.15

Teimme maitotölkkipelimme purkkien pohjalle tulevat laput. Eetu oli oiva keksimään hyviä pisteen menetyksiä tai muita vastaavia. Kertasimme hiukan negatiivisten lukujen yhteen- ja vähennyslaskua sekä kertolaskua, ja hyvinhän ne sujuivat.

29.9.2011 klo 9.30-9.45

Eetun kanssa kokosimme maitotölkkipelimme. Sitten teimme vielä muutaman pistelappusen lisää ja aloimme pelata. Peli sujuikin hyvin ja olimme molemmat innostuneita siitä. Pisteiden lasku sujui sekin tosi hyvin. Minulla oli jossain vaiheessa peliä -1 pistettä ja jouduin vähentämään vielä kolme pistettä.

Eetu osasi heti laskea päässään, että minulla olisi silloin pisteitä kaiken kaikkiaan -4. Näin jatkoimme ja teimme hyviä laskutoimituksia myös negatiivisilla luvuilla.

4.10.2011 klo 9.20-9.35

Eetun kanssa pelasimme tänään maitotölkkipeliä. Peli sujui hyvin. Eetu osasi hienosti laskea yhteen- ja vähennyslaskut. Hänelle ei tuota minkäänlaisia vaikeuksia laskea negatiivisilla luvuilla. Eetu viihtyi mielestäni tuokiolla hyvin, mutta lähti reippaasti takaisin luokkaan tuokion päätyttyä.

5.10.2011 klo 9.05-9.20

Eetun kanssa pelasimme maitotölkkipeliä, tällä kertaa tavoitteena oli saada mahdollisimman vähän pisteitä. Pelaaminen sujui taas kerran tosi hyvin. Eetu osasi suorastaan loistavasti laskea pistemäärät. Nyt negatiivisten lukujen laskutoimituksia oli enemmän kuin viimeksi. Eetu osasi myös tosi hyvin päätellä, mihin ruutuihin hänen kannattaisi tähdätä jne.

11.10.2011 klo 9.10-9.10

Eetu tuli tuokiolle reippaasti oman suullisen esitelmänsä jälkeen. Hän laittaa tomerasti kameran johdon seinään ja laittaa kameran nauhoittamaan. Otimme taas maitotölkkiruudukkomme esille. Kehotin Eetua miettimään, kuinka hän nimeäisi ruudukon ruudut. Jos vaikkapa pudottaisin kumin johonkin niistä, miten hän ilmaisisi mikä ruutu on kyseessä. Ja kuinka ollakaan! Hän nimesi vaakasuunnan heti numeroilla ja pystysuunnan kirjaimilla. Ruudut saivat siis nimen A3, D2 jne. Sitten Eetu piirsi vastaavan kuvan paperille. Hän alkoi puhua jo negatiivisista luvuista eli siis muistakin neljänneksistä. Kerroin hänelle koordinaatistosta ja hän osasi heti laittaa pisteitä oikeisiin paikkoihin kaikissa neljänneksissä.

12.10.2011 klo 9.05-9.20

Pelasimme Missä on aarrearkku? -peliä. Se sujui todella hyvin. Eetulla oli ilmansuunnat hallussa ja pelisilmää, taas kerran. Innostunut tunnelma!

13.10.2011 klo 9.15-9.30

Pelattiin vielä erä Missä on aarrearkku-peliä. Hienostihan se sujui! Eetu jopa sijoitti aarrearkkunsa y-akselin päälle.

25.10.2011 klo 9.20-9.40

Eetu tuli tuokiolle reippaasti, vaikka Esko olikin katselemassa tuokiotamme. Aluksi Eetu ehkä hieman jännitti Eskoa, mutta se hellitti pian. Käsitelimme funktiokonetta cd-rompun avulla. Tehtävät aiheuttivat Eetulle päänvaivaa, mikä oli hyvä asia. Funktiokoneen idea oli kuitenkin Eetulle heti selvä.

26.10.2011 klo 9.10-9.35

Eetu tuli tuokiolle innokkaasti kesken piirtämistehtävien. Hänen kanssaan teimme funktiokoneen perheenjäsenillä ja kuvilla. Eetu osasi tämän todella hyvin. Sen jälkeen merkitsimme tämän funktion pisteet koordinaatistoon ja yhdistimme ne viivalla. Näin saimme funktion kuvaajan. Homma vaikutti olevan Eetulle helppo. Tuokio sujui hyvin.

27.10.2011 klo 9.15-9.30

Eetun kanssa otimme vielä yhden funktiokoneen. Hän sai päätellä, mitä kone tekee syötteille. Tehtävä osoittautui hieman hankalaksi, mutta Eetu ei hermostunut. Hän osasi hienosti kirjoittaa yhtälön ja laskea lisää pistepareja. Myös pisteiden sijoittaminen koordinaatistoon ja kuvaajan piirtäminen onnistuivat Eetulta hienosti.

LIITE 2

Eetun haastattelun runko

1. Miltä salamapeliteuokioilla käyminen on tuntunut?
2. Miltä opetetut asiat ovat tuntuneet?
3. Mitä mieltä olet salamapeliteuokioiden ajankohdasta?
4. Olisiko sinulla toiveita tai parannusehdotuksia salamapeliteuokioiden suhteen?
5. Koetko hyötynesi salamapeliteuokioista?
6. Miltä sinusta tuntuu esimerkiksi matematiikassa tehtäviä omassa tahdissasi?
7. Kaipaako seuraa tai opettajaa tehtävien tekemiseen?
8. Miten koet oman lahjakkuutesi?

LIITE 3

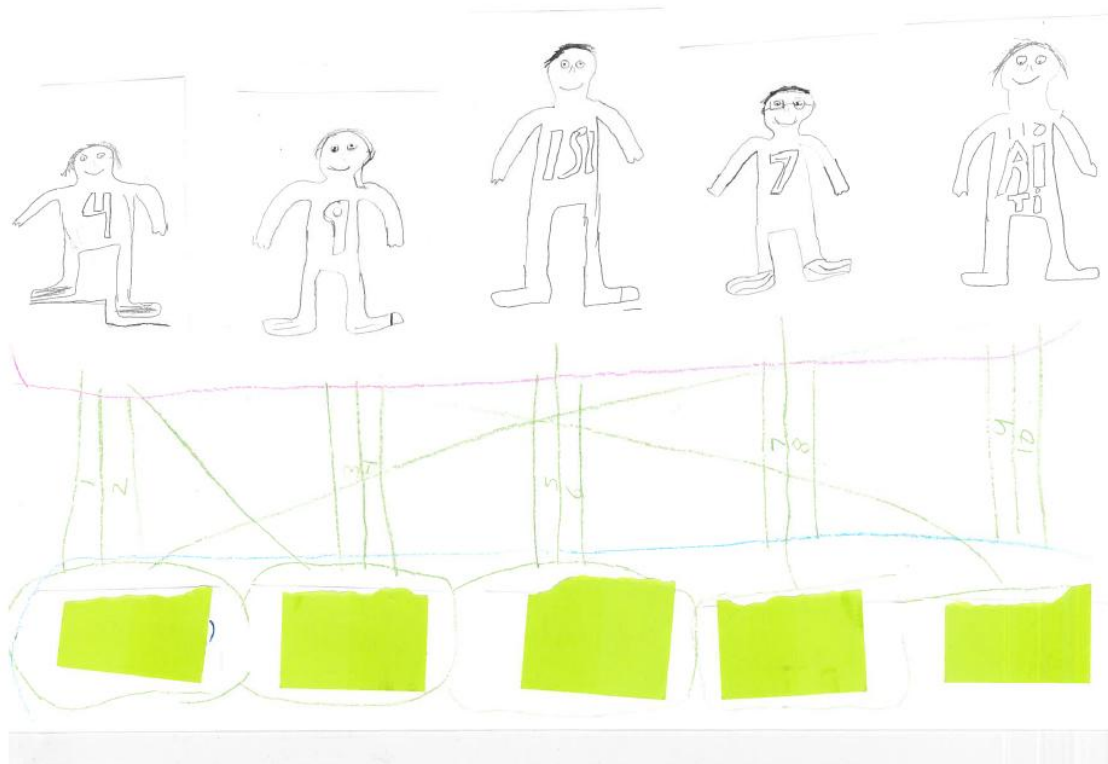
Nykyisen opettajan haastattelun runko

1. Onko sinulla tietoa, millä tavoin Juuson lahjakkuutta on tutkittu?
2. Kuinka luokan yli hyppääminen on Eetulta sujunut?
3. Mitä lahjakas oppilas antaa luokkayhteisölle?
4. Millä tavoin Eetu poikkeaa muista?
5. Onko helppoa kohdella Eetua samalla tavoin kaikkia muitakin?
6. Millä tavoin lahjakas oppilas työllistää opettajaa?

LIITE 4 KARTEESINEN TULO



LIITE 5 FUNKTIO



LIITE 6 POTENSSIT

potensseja

$$2^2 \cdot 2^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$$

$$2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 = 64$$

$$2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^8 = 256$$

$$2^3 \cdot 2^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 32$$

$$\Rightarrow 2^m \cdot 2^n = 2^{m+n}$$

$$2^m \cdot 2^n = 2^{m+n}$$

$$2^4 \cdot 2^8 = 2^{12}$$

$$2^6 \cdot 2^2 = 2^{18}$$

$$0^2 = 0 \cdot 0 = 0$$

onko $3^2 = 2^3$? ei!

$$2^2 \cdot 2^5 = 4 \cdot 32 = 128$$

$$\frac{2^3}{2^2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3} = 2^1 = 2$$

$$\Rightarrow \frac{2^m}{2^n} = \frac{2^{m-n}}{2^{m-n}} = 2^{m-n}$$

$$\frac{2^{13}}{2^{10}} = 2^3 = 8$$

$$\frac{2^1}{2^3} = 2^{-2} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$3^{-1} = \frac{1}{3} \quad 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

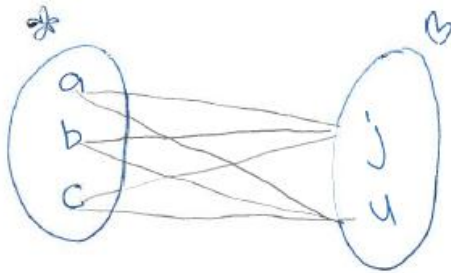
$$\frac{2^1}{2^4} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 2^{-2}$$

$$\Rightarrow 2^{-m} = \frac{1}{2^m}$$

$$\frac{2^3}{2^5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 2^{-2}$$

LIITE 7 KARTEESINEN TULO JA FUNKTIO

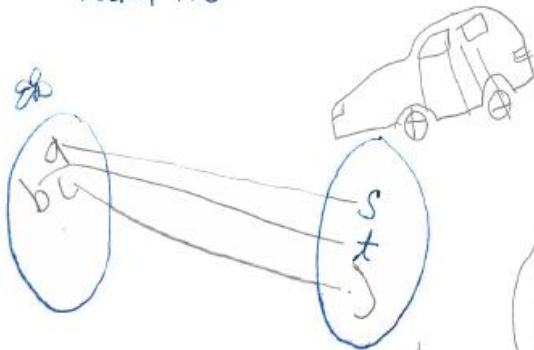
Karteesinen tulo



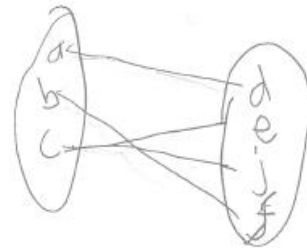
ett

a j

Funktio



on funktio



ei ole funktio

f f

olee