

JYFLTRAP-LAITTEISTOLLA MITATTUJEN
ATOMIMASSOJEN VERTAILU
ATOMIMASSAMALLEIHIN

HELI HOILIJOKI



Pro gradu -tutkielma
Jyväskylän yliopisto
Fysiikan laitos
2011

Tiivistelmä

Jyväskylän yliopiston IGISOL-laitteiston JYFLTRAP Penningin loukulla on mitattu atomimassoja suurella tarkkuudella. Atomimassoja tarvitaan, jotta voitaisiin esimerkiksi tutkia atomin ytimen rakennetta ja sidosenergioita. Kaikkia ytimiä ei kuitenkaan ole mahdollista saada mitattua nykytekniikoilla, vaan tarvitaan massaennusteita. Tässä pro gradu -työssä vertailtiin teoreettisista atomimassaennusteista ja Atomimassaevaluaatiosta (AME2003) saatuja massojen arvoja JYFLTRAP:lla mitattuihin massoihin.

Työtä varten laskettiin kokeellisten ja teoreettisten massavajeiden erotukset, kahden neutronin sidosenergiat, teoreettisten ja kokeellisten S_{2n} -arvojen erotukset ja neutronin kuoriaukkoenergiat neutroniluvuille $N = 28, 50$ ja 82 . Lasketuista arvoista tehtiin kuvaajat, joiden avulla malleja pystyttiin vertaamaan kokeellisiin arvoihin. Massavaje-erotuksista ja kahden neutronin sidosenergiaerotuksista laskettiin lisäksi keskiarvot, keskipoikkeamat ja neliölliset keskiarvot eli rms-poikkeamat, joista myös pystyttiin tarkastelemaan mallien toimivuutta.

Sekä kuvaajien että laskettujen rms-poikkeamien perusteella voidaan todeta, etteivät atomimassaennusteet mallinna kunnolla kokeellisia tuloksia. Työn perusteella parhaiten toimivimmat mallit sekä massavajeille että S_{2n} -arvoille olivat Duffo-Zuker ja HFB-17. Kokeellisia massavaje-arvoja mallinsivat heikoimmin parillis-parillisille ytimille arvoja antavat mallit GCM ja EDF, joka oli heikoin malli myös S_{2n} -arvoille. Jos kaukana stabiililta alueelta olevia eksoottisia ytimiä saadaan tarkasti mitattua, pystyttäisiin massaennusteita näillä alueilla kehittämään paremmiksi.

Sisältö

Tiivistelmä	i
Sisältö	iii
Kuvat	iv
Taulukot	v
1 Johdanto	1
2 Teoriaa	5
2.1 Massasta ja sidosenergioista	5
2.2 Atomimassamalleista	12
3 Laitteiston kuvaus	19
3.1 IGISOL	19
3.1.1 RFQ-jäähdytin	21
3.1.2 JYFLTRAP Penningin loukku	22
3.1.3 Muita Penningin loukkuja maailmalla	22
3.2 Penningin loukun toimintaperiaate	23
3.2.1 Ionien liike loukussa	24
3.2.2 Ionin liikkeen käsittely loukussa	25
3.2.3 Massan määrittäminen lentoajasta	28
4 Tulokset	31
4.1 Massavaje-erotukset	31
4.1.1 Keskiarvojen ja poikkeamien tarkastelu	33
4.1.2 Massavaje-erotuskuvien tutkiminen	35
4.2 Kahden neutronin sidosenergiat	37

4.2.1	S_{2n} -arvojen keskiarvot ja poikkeamat	37
4.2.2	S_{2n} -arvojen tarkastelu kuvaajista	38
5	Johtopäätökset	56
	Kirjallisuutta	60
A	Liitteet	67
A.1	ME-erotukset kaikista arvoista	67
A.2	ME-erotukset isotoopeittain	73
A.3	S_{2n} -kuvat kaikista arvoista	84
A.4	S_{2n} -kuvaajat isotoopeittain	88
A.5	Kuoriaukkokuvat	105

Kuvat

1.1	Nuklidikartta	3
2.1	Sidosenergia nukleonia kohden A :n funktiona	6
2.2	AME2003 S_{2n} -arvot	8
2.3	AME2003 S_n -arvot	9
2.4	Ytimen kuorimalli	10
2.5	R-prosessi	11
3.1	IGISOL-laitteisto	20
3.2	RFQ-laitteisto	21
3.3	JYFLTRAP-laitteisto	22
3.4	Elektrodit	24
3.5	Ionin ominaisliikkeet	26
3.6	Rengaselektrodirakenne	27
3.7	Ionin liike puskurikaasussa	27
3.8	Lentoaikaresonanssi	28
3.9	Ramsey-menetelmä	29
3.10	Ramsey-puhdistus	30
4.1	JYFL-malli, Nb	33
4.2	JYFL-malli, Pd	36
4.3	Kokeelliset S_{2n} -arvot N :n funktiona.	39
4.4	As:n S_{2n} -kuvat	41
4.5	Tc:n S_{2n} -kuvat	42
4.6	Kokeelliset S_{2n} -arvot	43
4.7	Neutronikuoriaukko $N = 28$	44

4.8	Neutronikuoriaukko $N = 50$	44
4.9	HFB-17:n kuoriaukko $N = 50$	46
4.10	Neutronikuoriaukko $N = 82$	47
4.11	HFB-17 kuoriaukko $N = 82$	48
4.12	Kokeelliset S_{2n} -arvot N :n funktiona Rb:sta Tc:iin.	50
4.13	Rubidiumin ($Z = 37$) S_{2n} -arvot N :n funktiona.	51
4.14	Strontiumin ($Z = 38$) S_{2n} -arvot N :n funktiona.	52
4.15	Yttriumin ($Z = 39$) S_{2n} -arvot N :n funktiona.	53
4.16	Zirkoniumin ($Z = 40$) S_{2n} -arvot N :n funktiona.	54
4.17	Niobiumin ($Z = 41$) S_{2n} -arvot N :n funktiona.	55

Taulukot

2.1	Atomimassaennusteiden rms-poikkeamat	13
2.2	FRDM:n vakiot	15
2.3	BSk17 parametrit	16
2.4	Duflo-Zuker-parametrit	17
2.5	SLy4 parametrit	18
4.1	Poikkeamat kokeellisista tuloksista	32
4.2	KA:t ja keski- ja rms-poikkeamat ME-arvoille	35
4.3	KA:t ja keski- ja rms-poikkeamat neutronirikkaille ME-arvoille	35
4.4	KA:t ja keski- ja rms-poikkeamat S_{2n} -arvoille	38
4.5	KA:t ja keski- ja rms-poikkeamat neutronirikkaiden S_{2n} -arvoille	39

Luku 1

Johdanto

Vaikka sana atomi tarkoittaa kreikaksi jakamatonta, nykyään tiedetään atomin muodostuvan pienemmistä hiukkasista ja niitä yhdessä pitävistä vuorovaikutuksista. Kun atomien ja sitä kautta myös ydinten massat tunnetaan, pystytään tutkimaan ydinten rakenneominaisuuksia. Atomimassa onkin tärkeä suure usealla fysiikan osa-alueella. Ydinreaktiolaskuissa atomien massojen tuntemus on hyvin olennainen osa määrittäessä erilaisia sidosenergioita ja ydinreaktioiden Q -arvoja. Astrofysikaalisten prosessien ymmärtämisen kannalta täytyvät myös atomien massat olla tiedossa. Näiden syiden takia atomimassat halutaan tietää tarkasti ja niitä tutkitaan erilaisilla menetelmillä.

Massamittausten historian voidaan sanoa alkaneen 1800-luvun lopulla, kun Joseph J. Thomson (1856–1940) havaitsi elektronin varauksellisenä hiukkasena ja mittasi sen massa-varaus-suhteen vuonna 1897. Thomson löysi myöhemmin myös kaksi neonin isotooppia rakentamallaan spektrografilla, jossa magneetti- ja sähkökentät olivat ristikkäin. Hän sai fysiikan Nobelin palkinnon vuonna 1906 tunnustukseksi merkittävistä ansioistaan teoreettisissa ja kokeellisissa tutkimuksissa kaasujen sähkönjohtavuudesta. Hänen oppilaansa Francis W. Aston (1877–1945) kehitti nopeus-fokusoidun massaspektrografin, jolla havaittiin ytimellä oleva massavaje. Aston sai kemian Nobelin palkinnon useiden ei-radioaktiivisten isotooppien löytämisestä keksimällään

massaspektrometrillä sekä kokonaislukusäännön muotoilusta vuonna 1922.

Wolfgang Paul (1913–1993) työtovereineen kehitti menetelmän, jossa moninapaisilla sähkö- ja magneettikentillä saatiin fokusoitua ja massaeroteltua varauksellisia hiukkasia. Tätä kaksidimensionaalista menetelmää paranneltiin, minkä seurauksena saatiin varattuja hiukkasia rajoitettua massa-varausuhteen perusteella kaikissa kolmessa ulottuvuudessa. Tätä menetelmää käytetään laitteessa, joka nykyään tuntee nimen Paulin loukku.

Frans M. Penning (1894–1953) teki 1930-luvulla julkaisun [2], josta voidaan Penningin loukun historian sanoa alkaneen. Hans G. Dehmelt (1922–) ja W. Paul saivat Nobelin palkinnon vuonna 1989 ioniloukkutekniikan kehittämisestä. Tämä palkinto jaettiin separoidun oskillaatiokenttämehodin kehittäneen Norman F. Ramseyen (1915–) kanssa. Penning itse ei koskaan saanut Nobelin palkintoa tutkimuksistaan.

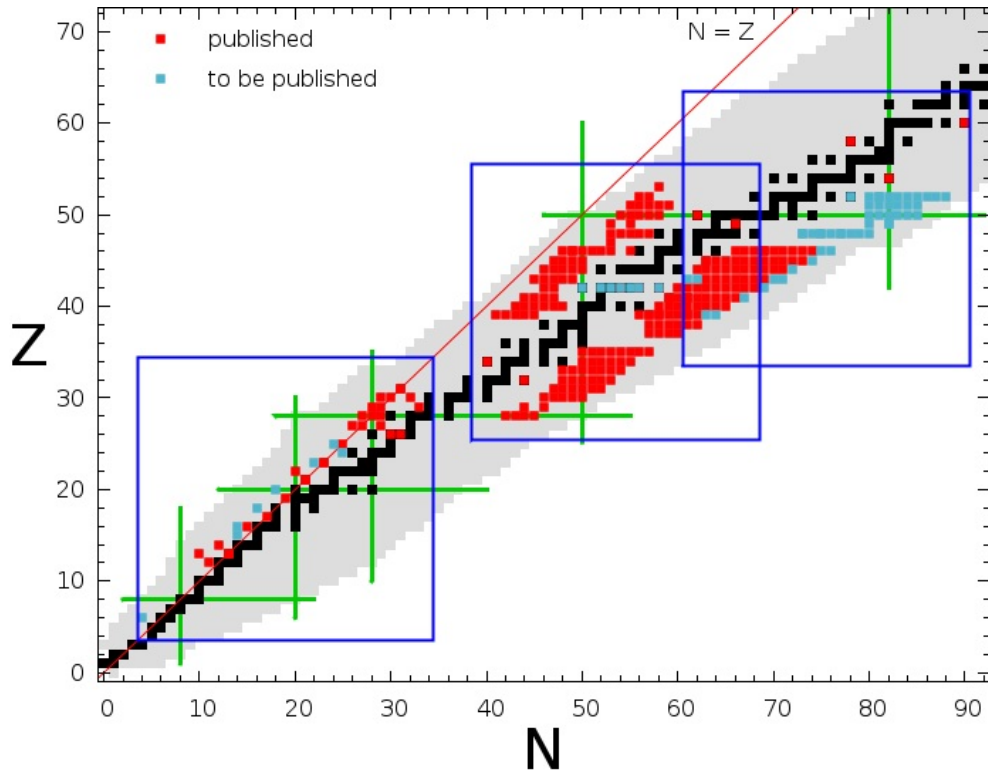
Nykyään parhain tarkkuus millä tahansa tieteen alalla saadaan, kun mitattava suure voidaan muuttaa taajuudeksi. Smith kehitti 1900-luvun puolivälin jälkeen massasynkrometrin, joka mahdollisti magneettikentän rajoittamien ionien syklotronitaajuuden mittauksen. Penningin loukkutekniikka, joka perustuu taajuuden mittaukseen, mullisti korkeatarkkuuksisen massaspektrometrian 1990-luvulla.

Massamittaustekniikoita on kehitetty useita erilaisia ja ne usein jaetaan suoriin ja epäsuoriin tekniikoihin. Epäsuoria massamittaustekniikoita ovat reaktio- ja hajoamismittaukset. Reaktiomittauksia rajoittaa se, että ydinreaktiossa $A(a,b)B$ täytyy kohtiohiukkasten A massojen lisäksi tuntea myös tulevien ja lähtevien hiukkasten (a,b) massat, jotta tuntemattoman ytimen B massa voitaisiin määrittää. Hajoamismittauksissa voidaan tuntemattoman ytimen massa määrittää saadusta reaktioenergia-arvosta ja tunnetusta massasta. Suoria massamittaustekniikoita ovat lentoaika- ja taajuusmittaukset.

Tarkemmat katsaukset atomimassoihin ja niiden laskemiseen sekä mittamiseen löytyvät lähteistä [3, 4]. Katsaus yleisesti käytettyihin massamalleihin on esitetty lähteessä [5].

Nuklidikartan stabiililta alueelta pois mentäessä atomimassoja ei enää

kunnolla tunnettu. Kuvassa 1.1 on mustalla merkityt stabiilit ytimet. Stabiilisuusalueiden rajapinnoilla eli protoni- ja neutroni drip-linjoilla ytimet ovat joko hyvin protoni- tai neutronirikkaita. Näillä ytimillä on lyhyet puoliintumisaajat ja matalat tuotot, joiden takia niiden mittaaminen on hyvin vaikeaa tai mahdotonta kokeellisin menetelmin. Ongelmia ratkaisemaan on kehitetty useita laskennallisia malleja, jotka muodostuvat erilaisista parametreista, jotka on sovitettu mitattuihin massoihin tai muuhun kokeelliseen dataan. Malleja on laajennettu tunnetun alueen ulkopuolelle ja näin on saatu tuntemattomille atomimassoille teoreettiset arvot.



Kuva 1.1: JYFLTRAP:lla mitatut ytimet. Punaisella merkityt ytimet on julkaistu ja siniset odottavat julkaisemista. [6]

Tämän työn tarkoituksena on vertailla teoreettisista atomimassamalleista saatuja arvoja JYFLTRAP Penningin loukulla [7] mitattuihin ytimien

massoihin. Atomimassamallien antamien teoreettisten massojen vertailu kokeellisiin arvoihin on tärkeää, jotta malleja voitaisiin edelleen kehittää ja todistaa mallien uskottavuus kaukana stabiileista ytimistä. Kokeellisina arvoina on JYFLTRAP:lla mitattujen arvojen lisäksi käytetty ISOLTRAP:n [8], CPT:n [9] ja SHIPTRAP:n [10] massamittauksista saatuja tuloksia sekä Atomimassaevaaluatio AME2003-datan [11] arvoja. Kuvan 1.1 ydinkartasta nähdään, mitä ytimiä JYFLTRAP:lla on tutkittu. Punaisella on merkitty ytimet, joiden tulokset on jo julkaistu ja sinisellä on merkitty ytimet, joiden tulokset odottavat vielä julkaisemista. Neutronirikkaiden ytimien JYFLTRAP-mittaukset ja tulokset on esitelty seuraavissa julkaisuissa: [12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19]. Tässä työssä käytettiin myös julkaisemattomia arvoja.

Tämän työn teoreettiset perusteet ja atomimassaennusteet on esitetty luvussa kaksi. Luvussa kolme tarkastellaan IGISOL-laitteistoa ja kuvataan Penningin loukun toiminta. Luvussa neljä esitellään työssä käytetyt menetelmät sekä kerrotaan työssä saaduista tuloksista ja luvussa viisi kootaan saadut tulokset yhteen.

Luku 2

Teoriaa

2.1 Massasta ja sidosenergioista

Atomi koostuu ytimestä ja sitä ympäröivästä elektroniverhosta, jonka muodostavat negatiivisesti varautuneet elektronit. Sähkömagneettiset voimat pitävät elektronit atomissa. Atomin ytimen muodostavat nukleonit, joita ovat positiivisesti varautuneet protonit ja varauksettomat neutronit. Suurin osa atomin massasta on keskittynyt sen ytimeen, jonka vahva ydinvoima pitää kasassa.

Ytimiä, joilla on sama massaluku, kutsutaan isobaareiksi. Isotoopeiksi nimitetään ytimiä, joilla on sama järjestysluku Z eli protonien lukumäärä, mutta eri määrä neutroneita. Vastaavasti isotonit ovat ytimiä, joilla on sama neutroniluku N ja eri määrä protoneita. Atomin ytimellä on perustilan lisäksi muita energiatiloja, joita kutsutaan viritystiloiksi. Ne purkautuvat yleensä hyvin nopeasti eli ovat lyhytkestoisia. Jos ytimen viritystila kestää tavallista pidempään, kutsutaan sitä isomeeriseksi tilaksi.

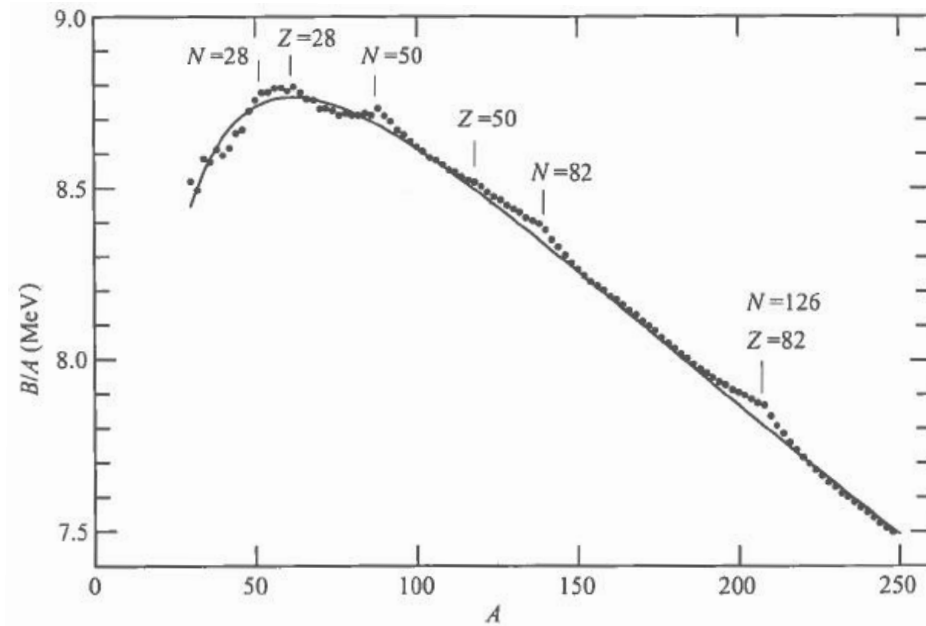
Ytimen sidosenergia on energia, joka tarvitaan, jotta ydin voitaisiin hajottaa protoneihin ja neutroneihin. Atomin ydin painaa vähemmän kuin nukleonit, joista se koostuu, joten ytimen sidosenergia on positiivista. Ytimen, jossa on N neutronia ja Z protonia, sidosenergia saadaan yhtälöllä

$$B(N,Z) = (Nm_n + Zm_H - m(N,Z))c^2, \quad (2.1)$$

missä m_n on neutronin massa, m_H on vetyatomin massa ja $m(N,Z)$ on atomin massa, joka usein ilmoitetaan massavajeen muodossa:

$$\Delta(A,Z) = m(A,Z) - Au, \quad (2.2)$$

missä $A = Z + N$ on massaluku ja u on atomimassayksikkö. Vetyatomin massaa käytetään yhtälöissä protonin massan sijasta, koska laskuissa käsitellään atomimassoja. Kuvassa 2.1 on esitetty ytimen sidosenergia nukleonia kohden massaluvun A funktiona. Sidosenergia on suurimmillaan raudan lähetyvillä ($Z \sim 26$).



Kuva 2.1: Sidosenergia nukleonia kohden A :n funktiona. [1]

Sidosenergia saadaan laskettua esimerkiksi C. F. Von Weizsäckerin vuonna 1935 kehittämästä semiempiirisestä massakaavasta:

$$B = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{A} + \delta, \quad (2.3)$$

missä $a_V \cdot A$ on tilavuustermi, $a_S \cdot A^{2/3}$ on pintakorjaustermi, $a_c \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}}$ on Coulombin energiatermi, $a_a \frac{(N-Z)^2}{A}$ on symmetriatermi ja δ on paritutumistermi, joka riippuu neutronien ja protonien lukumäärän parillisuudesta ja parittomuudesta [1]. Weiszäckerin massakaava perustuu nestepisara- ja kuorimalliin ja on ensimmäinen teoreettinen sidosenergian mallinnustapa. Semiempiirinen massakaava ennustaa hyvin sidosenergian muodon massaluvun funktiona.

Vaikka ytimen massa esitetään useimmiten atomimassayksiköissä, monissa sovelluksissa, kuten tutkittaessa ydinten reaktioita ja radioaktiivista hajoamista, käsitellään massojen sijasta yleensä energioita, jotka on laskettu massojen erotuksista.

Radioaktiivisen hajoamisen reaktioenergian kertoo Q -arvo, joka saadaan laskettua reaktioon osallistuvien aineiden massojen avulla:

$$Q = (massat_{alussa} - massat_{lopussa})c^2. \quad (2.4)$$

Q -arvon täytyy olla positiivinen, jotta reaktio olisi mahdollinen. Jos Q -arvo on negatiivinen, reaktio tarvitsee energiaa tapahtuakseen.

Neutronin sidosenergia on energia, joka tarvitaan yhden neutronin poistamiseen ytimestä. Se on samansuuruinen kuin ytimien $M(N, Z)$ ja $M(N-1, Z)$ välinen sidosenergiaero:

$$\begin{aligned} S_n(N, Z) &= B(N, Z) - B(N-1, Z) \\ &= M(N-1, Z) - M(N, Z) + m_n. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Vastaavasti protonin sidosenergia on energia, joka tarvitaan, jotta saataisiin ytimestä poistettua yksi protoni. Protonin sidosenergia saadaan ytimien $M(N, Z)$ ja $M(N, Z-1)$ välisestä sidosenergiaerosta seuraavasti:

$$\begin{aligned} S_p(N, Z) &= B(N, Z) - B(N, Z-1) \\ &= M(N, Z-1) - M(N, Z) + m_H. \end{aligned} \quad (2.6)$$

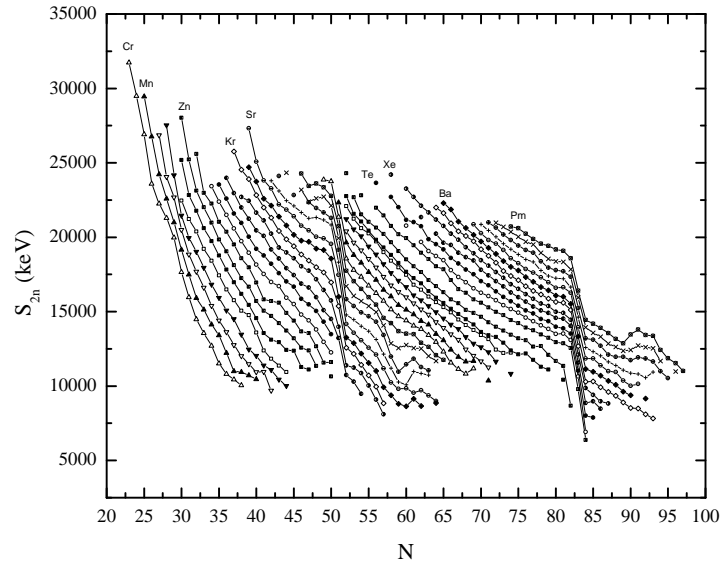
Jos atomin ytimestä poistetaan kaksi neutronia, energiaa, joka tarvitaan, kutsutaan kahden neutronin sidosenergiaksi:

$$\begin{aligned} S_{2n}(N, Z) &= B(N, Z) - B(N-2, Z) \\ &= M(N-2, Z) - M(N, Z) + 2m_n \end{aligned} \quad (2.7)$$

ja vastaavasti kahden protonin sidosenergialla saadaan ytimestä poistettua kaksi protonia:

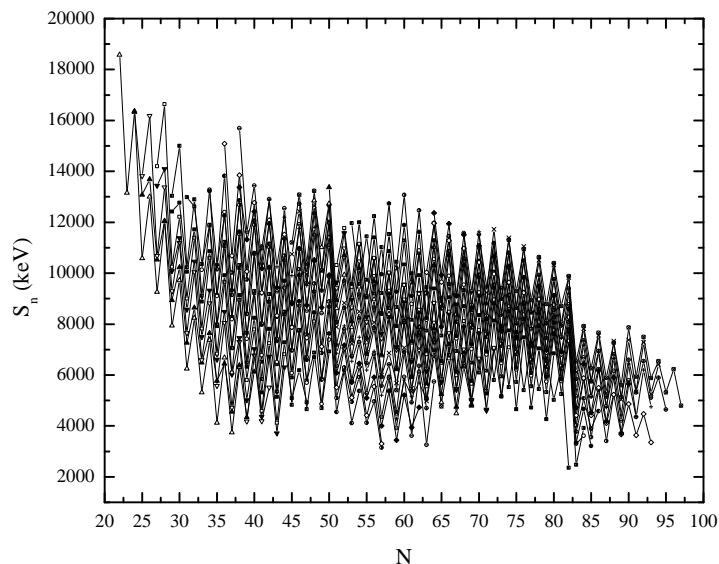
$$\begin{aligned} S_{2p}(N,Z) &= B(N,Z) - B(N,Z-2) \\ &= M(N,Z-2) - M(N,Z) + 2m_H. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Muutamia poikkeuksia lukuunottamatta S_{2n} -arvot pienenevät lineaarisesti neutroniluvun kasvaessa, mikä nähdään kuvasta 2.2. Ytimen rakennetta tutkittaessa käytetään mieluummin S_{2n} -arvoja kuin S_n -arvoja, koska S_{2n} -arvoja käytettäessä pariton-parillinen vaihtelu (odd-even staggering, oes) saadaan häivytettyä ja erilaiset muutokset ydinrakenteessa, kuten deformaatioalueet ja maagiset luvut, tulevat paremmin näkyville. Tämä voidaan havaita kuvista 2.2 ja 2.3.



Kuva 2.2: AME2003-arvoista lasketut S_{2n} -arvot N :n funktiona. $24 \leq Z \leq 61$.

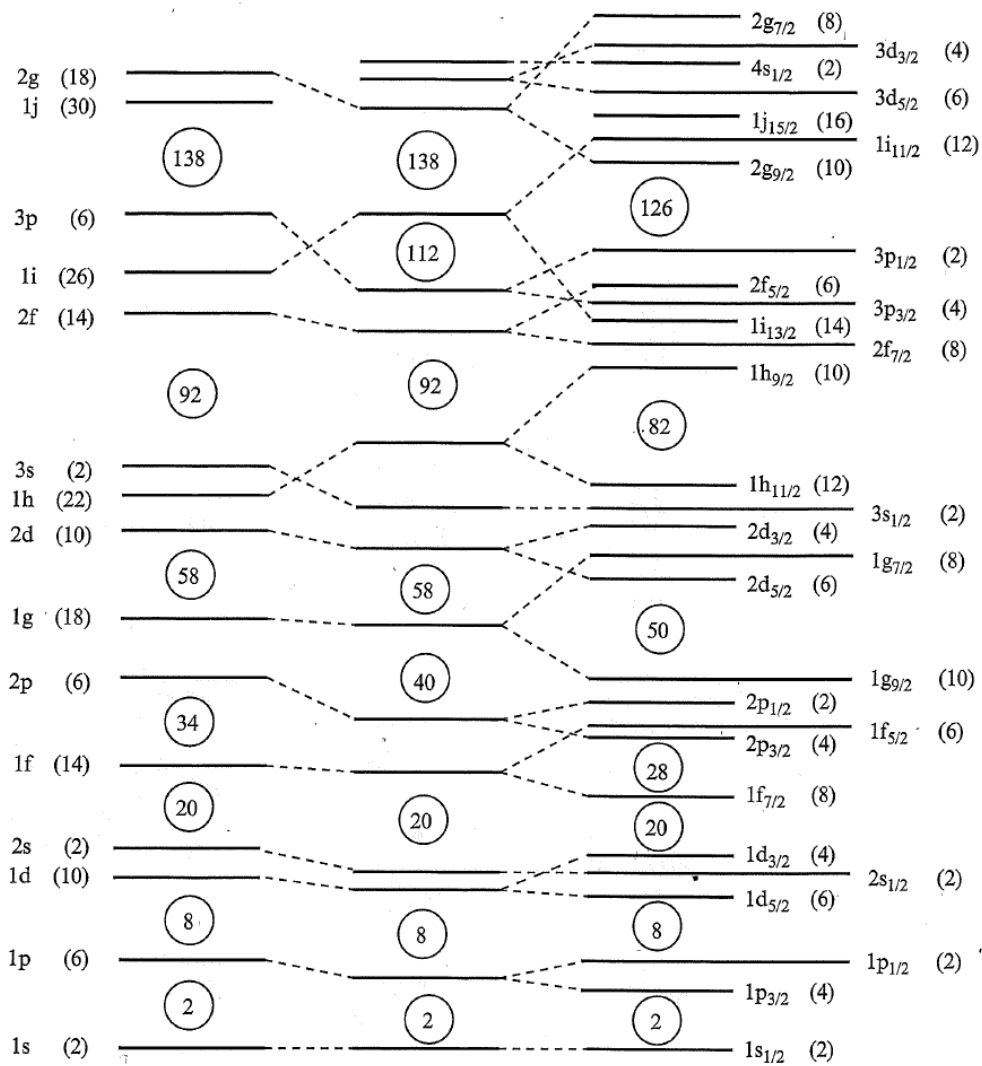
Ytimen kuorimalli (ks. kuva 2.4) muistuttaa atomifysiikan elektronien kuorimallia. Ytimessä nukleonit liikkuvat niiden itsensä muodostamassa keskeispotentiaalissa. Kun otetaan huomioon spin-rotapyörimismäärän vuorovaikutus, kuorimalli antaa maagiset luvut (Z tai $N = 8, 20, 28, 50, 82$ ja



Kuva 2.3: AME2003-arvoista lasketut S_n -arvot N :n funktiona ($24 \leq Z \leq 61$).

126), jotka kertovat protonien ja neutronien lukumäärän sellaisissa ytimissä, joissa ytimen kuorimallin kuoret ovat täysiä. Ytimillä, joissa neutronien tai protonien lukumäärä on maaginen luku, on havaittu sidosenergian nukleonia kohden olevan suurempi kuin muilla ytimillä ja ne ovat erityisen stabiileja. Tämä johtuu siitä, että nukleonien täytyy ylittää suuri energiaväli päästäkseen ylemmille täyttämättömille kuorille. Kaksoismaagisiksi ytimiksi kutsutaan ytimiä, joissa sekä protonien että neutronien lukumäärä on maaginen luku. Tällaiset ytimet ovat poikkeuksellisen stabiileja verrattuna muihin saman alueen ytimiin. Protonin ja neutronin sidosenergioita tarkasteltaessa nähdään kuorimallin antamien maagisten lukujen kohdissa sidose energioiden äkilliset pienenemiset, jotka todistavat kuorimallin olemassaolon. Pudotukset maagisilla luvuilla voidaan havaita kuvasta 2.2 neutroniluvuilla 50 ja 82.

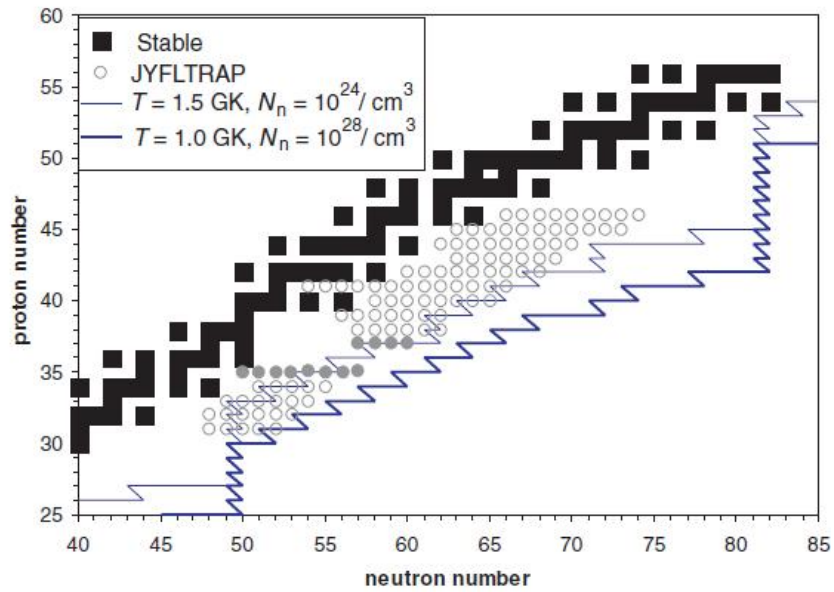
Neutronin kuoriaukkoenergia (shell gap energy) voidaan esittää kahden neutronin sidose energioiden tai ytimen sidose energioiden avulla seuraavasti



Kuva 2.4: Ytimen kuorimalli. Suluissa olevat numerot kertovat nukleonien määrän kuorella ja ympyröiden sisällä olevat numerot ovat maagisia lukuja. [20].

$$\begin{aligned}
\delta_{2n}(N_0, Z) &= S_{2n}(N_0, Z) - S_{2n}(N_0 + 2, Z) \\
&= 2B(N_0, Z) - B(N_0 - 2, Z) - B(N_0 + 2, Z)
\end{aligned}
\tag{2.9}$$

missä N_0 on maaginen neutroniluku. Mitä suurempi on δ_{2n} , sitä suurempi on kuorien välinen etäisyys toisiinsa.



Kuva 2.5: Viivat esittävät astrofysikaalisten r-prosessien polkuja eri lämpötiloissa ja neutronitiheyksissä. [14]

Massat ja sidosenergiat ovat tärkeitä myös ydinastrofysiikassa. Stabiiliuusalueen neutronirikkaalla puolella astrofysikaalinen r-prosessi eli nopea neutronisieppausprosessi muodostaa noin puolet rautaa raskaammista isotoopeista [21]. R-prosessi esiintyy ympäristöissä, joissa on korkea neutronitiheys ja lämpötila. Tällaisia ympäristöjä ovat mm. tyypin II supernovat ja neutronitähtien yhteensulautumiset. R-prosessi etenee kunnes saavuttaa tasapainon (n, γ) -reaktioiden ja fotodisintegraatio- eli (γ, n) -reaktioiden välillä. Kuvassa 2.5 on esitetty, miten r-prosessi etenee neutronirikkaalla alueella hyvinkin kaukana tällä hetkellä mitatuista ytimistä. Mallintamiseen tarvitaan siis massaennusteita.

2.2 Atomimassamalleista

Suuri osa atomimassoista lähellä stabiilisuuslinjaa on saatu mitattua hyvällä tarkkuudella. Monesti kuitenkin tarvitaan kaukana stabiilisuudesta olevia atomimassoja, joista ei ole kokeellisesta dataa saatavilla. Tästä syystä massoja on arvioitu teoreettiselta pohjalta. Nykyään on olemassa monia erilaisia massamalleja. Teoreettinen lähestymistapa antaa ennusteet eksoottisille ytimille ja täyttää aukot kokeellisessa datassa.

Harvoja malleja pystytään enää nykyään esittämään yksinkertaisissa yhtälömuodoissa kuten alkuperäistä Weizsäckerin nestepisaramallia, joten olisi täsmällisempää puhua semiempiirisistä massa-algoritmeista, joista saadut tulokset on esitetty taulukoidussa muodossa.

Massoja voidaan mallintaa erilaisilla lähestymistavoilla kuten makroskooppisilla ja mikroskooppisilla malleilla sekä näiden yhdistelmillä. Nestepisaramalli käsittelee ytimen ominaisuuksia makroskooppisesti. Ensimmäiset mikroskooppiset korjaukset siihen esittivät W. Myers ja W. Swiatecki vuonna 1966 [22]. Korjauksissa otettiin huomioon kuorien vaikutukset. Täysin mikroskooppiset mallit perustuvat nukleoni-nukleoni vuorovaikutuksiin tai relativistiseen keskikenttämettiin. Osa malleista on enemmän tai vähemmän fundamentaalisia ja osa täysin sovitettuja.

Monesti mikroskooppisia malleja suositaan, koska ne antavat ytimille massojen lisäksi myös aaltofunktion, joka on tärkeä tekijä r -prosessien β -hajoamisaikojen laskemisessa. Tutkimusten kannalta on merkityksellistä, että käsitellyt massat sekä aaltofunktiot otetaan käyttöön samasta mallista. [5]

Seuraavaksi on esitelty lyhyesti kuusi erilaista atomimassaennustemallia, joita käytettiin tässä työssä JYFLTRAP:lla mitattujen arvojen ja teoreettisten arvojen vertailussa. Käytetyt mallit olivat AME2003 [23, 11], joka perustuu kokeellisiin arvoihin, FRDM [24], HFB-17 [25, 26], Dufflo-Zuker (DUZU) [27], EDF [28] ja GCM [29, 30]. Taulukossa 2.1 on esitetty, kuinka moneen nuklidiin mikin malli on sovitettu ja mikä on mallin rms-poikkeama.

Taulukko 2.1: # kertoo, kuinka moneen ytimeen malli on sovitettu, suluissa oleva AME-teksti kertoo, minkä vuoden Atomimassaevaluaatioon malli on sovitettu ja σ_{rms} on mallin rms-*virhe* MeV:na.

Malli	#	σ_{rms} (MeV)
FRDM	1654 (AME95)	0,678
HFB-17	2149 (AME03)	0,581
DUZU	1751 (AME95)	0,375
EDF	-	5,10
GCM	-	4,36

Atomic Mass Evaluation 2003

A. H. Wapstran ja G. Audin atomimassataulukoita on käytetty laajasti atomimassojen mallintamiseen jo A. H. Wapstran ja N. B. Goven artikkelista ”The 1971 Atomic Mass Evaluation” [31] lähtien. Tuoreimmassa atomimassaevaluaatiossa AME2003 [23, 11] on noin 3200 nuklidin massat tiedetty tai ekstrapoloitu. AME2003 perustuu kokeellisiin tuloksiin. Aikaisempi täydellinen kokeellinen data AME’93 [32] ilmestyi vuonna 1993 ja siitä julkaistiin päivitetty versio AME’95 [33] vuonna 1995.

Tuntemattomien massojen ekstrapolaatiot evaluaatiossa on tehty sillä oletuksella, että kaikki massajohdannaissuureet muuttuvat niin tasaisesti kuin mahdollista. Ekstrapolaatiot perustuvat tunnettuihin massoihin eli ne ovat virheellisiä, jos löytyy uusia deformaatioalueita tai (semi)maagisia lukuja. Ekstrapolaatiot on pääosin tehty käyttäen interaktiivista graafista tietokoneohjelmaa. Arvot, jotka on tällä tavalla johdettu, on eroteltu kokeellisista arvoista symbolilla # ja niillä on huomattavasti suuremmat virhearvot kuin muilla atomimassoilla. Virheet kasvavat, kun etäisyydet tunnettuihin massoihin kasvavat.

AME on tärkeä massojen evaluaatio, sillä siihen on koottu kaikki senhetkinen kokeellinen massadata, ja ennusteet perustuvat tähän kokeelliseen da-

taan. AME2003 osan kaksi [11] taulukossa I on ilmoitettu massavajeet energian yksikössä, sidosenergiat nukleonia kohden, beetahajoamisen energiat ja massat atomimassayksikössä. Taulukossa II on luettelo primaarinuklideista ja niiden massojen määrittämisessä käytetyistä tärkeimmistä datoista sekä datojen vaikutuksista näiden nuklidien massoihin. Kaikkien AME2003 olevien nuklidien ydinreaktio- ja sidosenergiat on esitetty taulukossa III. Taulukoiden jälkeen evaluaatiossa on vielä kuvaajat reaktio- ja sidosenergioista.

FRDM 1995

FRDM eli finite-range droplet model [24] on mikroskooppis-makroskooppinen malli (mic-mac), joka sisältää 31 parametria. Aikaisempi versio mallista ilmestyi vuonna 1988 [34]. Nimi kuvaa mallin makroskooppista osaa, joka perustuu nestepisaramalliin, mutta sitä kuitenkin käytetään koko mallille, johon kuuluvat Strutinskyn kuorikorjaukset, BCS (Bardeen-Cooper-Schrieffer) pariutumiskorjaukset ja Wignerin termi. Mallin mikroskooppinen osa perustuu yksihiukkasmalliin. FRDM on sovitettu AME95 saatuihin arvoihin rms-poikkeamalla 0,678 MeV. Parametrit on määritetty 1654 atomin avulla ^{16}O :sta $^{263}\text{106}$:een. Mallilla on ennustettu massavajeet 8979 nuklidille ^{16}O :sta atomimassaan $A = 339$. Taulukossa 2.2 on esitelty mallissa käytetyt vakiot.

HFB-17

Ensimmäiset massataulukot, jotka on saatu Hartree-Fock-menettelytavalla ovat HFBCS-1 [35] ja HFB-1 [36], joista jälkimmäisessä on käytetty kokonaista HFB (Hartree-Fock-Bogoliubov)-lähestymistapaa. Tässä työssä käytetyssä Skyrme-HFB -massamallissa, HFB-17, kontaktipariutumisvoima on rakennettu symmetrisen ydinaineen mikroskooppisista pariutumisväleistä (pairing gap) ja neutroniaineesta, joka on laskettu kaksi- ja kolmihiukkasvoimista, joihin kuuluvat keskipolarisaatioefektit [25, 26]. Se on mikroskooppinen malli, joka on sovitettu 2149 AME2003 datan atomimassoihin. HFB-17 -mallin antamat arvot on taulukoitu 8508 nuklidille välillä $8 \leq Z \leq 110$.

Taulukko 2.2: FRDM-mallissa käytetyt vakiot [24]. MAC=makroskooppiset vakiot, MIC=mikroskooppiset vakiot ja Droplet=pisaramallista saadut vakiot.

MAC	vakiot	MIC	vakiot	Droplet	vakiot
M_H	7,289034 MeV	$\hbar c$	197,32891 MeV fm	a_1	14
M_n	8,071431 MeV	m_{nuc}	938,90595 MeV	a_2	22 MeV
e^2	1,4399764 MeV fm	V_s	52,5 MeV	J	35 MeV
a_{el}	$1,433 \cdot 10^{-5}$ MeV	V_a	48,7 MeV	K	300 MeV
r_0	1,16 fm	A_{den}	0,82 fm	L	9 MeV
r_p	0,80 fm	B_{den}	0,56 fm ²	Q	25 MeV
a	0,68 fm	C_{cur}	41 MeV		
a_{den}	0,70 fm	k_p	0,025		
K	240 MeV	l_p	28,0		
L	0 MeV	k_n	0,01875		
h	6,6 MeV	l_n	31,5		
W	30 MeV	a_{pot}	0,8 fm		
a_3	0 MeV	\mathcal{K}	0,33		
a_1	16,247 MeV	N_{bas}	12		
a_2	22,92 MeV	p	8		
J	32,73 MeV	C_s	1,0		
Q	29,21 MeV	r_{mic}	3,2 MeV		
a_0	0,0 MeV				
C	60 MeV				
γ	0,831				
c_a	0,436 MeV				

Rms-poikkeama on saatu pienemmäksi kuin 0,6 MeV. Tässä mallissa pariumista on käsitelty todenmukaisemmin kuin missään aikaisemmassa HFB-mallissa. Taulukossa 2.3 on esitetty BSk17 nimetyn parametrisovituksen 24 parametria, joita mallissa käytetään. HFB-17 sopii hyvin astrofysikaalisiin sovelluksiin kuten neutronirikkaan ympäristön tarkasteluun.

Taulukko 2.3: BSk17 parametrit (selitykset ks. [37]): Riveillä 1-10 on esitettyä Skyrme-parametrit, riveillä 11-15 pairing parametrit ja 16-24 Wignerin parametrit ja kollektiiviset korjausparametrit. [25]

t_0	$-1897,33 \text{ MeV fm}^3$
t_1	$389,102 \text{ MeV fm}^5$
t_2	$-3,1742 \text{ MeV fm}^5$
t_3	$11523,8 \text{ MeV fm}^{3+3\gamma}$
x_0	0,411377
x_1	$-0,832102$
x_2	49,4875
x_3	0,654962
W_0	$145,885 \text{ MeV fm}^5$
γ	0,3
f_n^+	1,00
f_n^-	1,04
f_p^+	1,05
f_p^-	1,05
ϵ_Λ	16,0 MeV
V_W	$-2,00 \text{ MeV}$
λ	320
V'_W	0,86 MeV
A_0	28
b	0,8 MeV
c	10
d	3,0 MeV
l	14
β_2^0	0,1

Duflo-Zuker

Duflo-Zuker-malli [27] on fundamentaalisempi kuin mic-mac-mallit muttei kuitenkaan täysin mikroskooppinen, koska nukleoniset vuorovaikutukset eivät tule siinä selvästi esille. Lähtökohtana on, että oletetaan olevan ole-massa tasaisia "näennäispotentiaaleja". Hamiltonin funktio voidaan jakaa monopoli- ja multipolitermeihin, joista ensimmäinen antaa yksihiukkasomi-naisuudet ja jälkimmäinen on vastuussa lopuista vuorovaikutuksista mukaan lukien pariutumisen ja Wignerin termi. Mallin 28 parametria on sovitettu AME95 datan 1751 tunnettuun sidosenergiaan alueella $N, Z \geq 8$. Mallin rms-poikkeamaksi on saatu 0,375 MeV.

Taulukko 2.4: Duflo-Zuker-parametrit [27].

$\hat{\Gamma}$	\mathcal{A}	$PM+$	$4T(T+1)$	$FS+$	$FC+$	$S3$	$D0$
$\Gamma 28$	9,55	-0,77	-37,23	6,03	-11,18	0,47	-38,1
$\rho(\Gamma)28$	0,89	1,3	1,38	4,55	5,11	4,75	4,81
$\Gamma 28^*$	16,73	-0,78	-33,35	6,05	-18,04	0,42	-39,8
$\rho(\Gamma)28^*$	1,44	4,87	1,45	5,39	4,13	4,34	4,79
$\hat{\Gamma}$	$QQ-$	$PS+$	$PS-$	$FS-$	$D3$	$SQ-$	$QQ+$
$\Gamma 28$	25,5	-0,9	-0,13	1,4	-0,9	0,35	4,6
$\rho(\Gamma)28$	4,09	5,24	5,03	4,21	0	4,47	0
$\Gamma 28^*$	13,6	-1,2	-0,16	1,7	0,3	0,16	3,3
$\rho(\Gamma)28^*$	2,75	6,09	5,30	4,24	0	4,35	0

EDF

EDF (energy density functional) [28] on tärkein osa DFT:tä (the nuclear density functional theory) [38], joka antaa mikroskooppisen kuvauksen mas-soille. DFT on moderni lähestymistapa ytimen perustilan ominaisuuksien laskentaan mikroskooppisissa ympäristöissä ja se perustuu HFB-metodiin. EDF riippuu tiheyksistä ja virroista, joita kuvaavat nukleonisen aineen ja-

kautuminen, liikemäärä, spin ja kineettinen energia sekä näiden johdannaiset. EDF antaa ennusteet parillis-parillisille (even-even, ee) ytimille. Ee-ytimet ovat ytimiä, joiden N ja Z ovat molemmat parillisia. Tässä työssä käytettiin EDF:ssä parametrisoitua SLy4 [39], jonka antamat parametrit on esitetty taulukossa 2.5.

Taulukko 2.5: SLy4 käytetyt parametrit [40].

t_0	$-2488,91 \text{ MeV fm}^3$
t_1	$486,82 \text{ MeV fm}^5$
t_2	$-546,39 \text{ MeV fm}^5$
t_3	$13777,0 \text{ MeV fm}^{3+3\sigma}$
x_0	0,834
x_1	$-0,344$
x_2	1,000
x_3	1,354
W_0	$123,0 \text{ MeV fm}^5$
σ	1/6

GCM

GCM (the generator coordinate method) [29, 30] eli generaattori-koordinaat-timenetelmä sisältää muodonmuutosten sekoituksen, ennusteen liikemäärä-momentille $J=0$ sekä hyville hiukkasluvuille. Vuosina 1953-57 Wheeler kollegoineen [41, 42] esitteli GCM:n yhtenä ensimmäisistä metodeista, missä ytimen kollektiivinen ja yksihiukkasdynamiikka ovat kiinteästi yhdistetty ja saatu koherenttiin kvanttimekaaniseen muotoon. Mallilla on mahdollista laskea kvadrupolikorjaukset 605 ee-nuklidille, joista 546 massat on mitattu. GCM:ssä käytetään samaa parametrisointia pohjana kuin EDF:ssä. Se antaa myös ennusteen vain parillis-parillisille ytimille kuten EDF-mallikin.

Luku 3

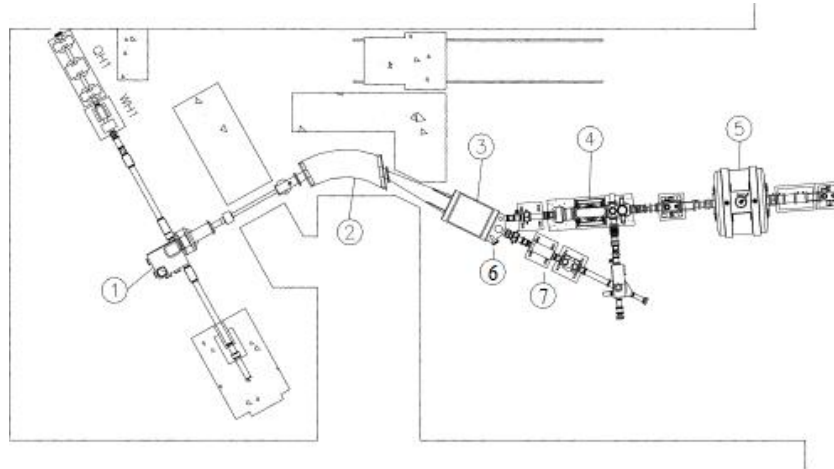
Laitteiston kuvaus

3.1 IGISOL

IGISOL (Ion Guide Isotope Separator On-Line) [43, 44] on online-käyttöinen ioniohjain isotooppierotin. Tutkimuksissa käytettävä sekundäärinen ionisuihku saadaan tuotettua, kun IGISOL:in ohutta kohtiota ammutaan K-130 kiihdyttimestä tulevalla stabiililla ionisuihkulla. Kohtiosta irtoaa ydinreaktioissa syntyviä tuotteita, jotka hidastetaan kaasulla. Tämä kaasu on yleensä heliumia tai jotain muuta jalokaasua kuten argonia. Suurin osa tuotteista muuttuu +1 varauksisiksi ioneiksi, jotka johdatetaan kaasuvuon ja sähkökentän avulla pois kaasukammioista, jonka jälkeen ionit kiihdytetään sähkökentän avulla 30 – 40 keV:iin. Näiden jälkeen ionisuihku erotellaan dipolimagneetin avulla siten, että suihkussa on vain yhtä massalukua olevia ioneja. Suurin osa ei-halutuista massaluvuista saadaan poistettua.

Ydinreaktioita voidaan tuottaa kolmella eri ioniohjaintyyppillä, jotka ovat kevyt-, raskas- ja fissioioniohjain. Kiihdyttimestä tuleva suihku voi olla kevytioni- tai raskasionisuihku. Tuotetut ytimet ovat yleensä radioaktiivisia, vaikka reaktioilla voidaan myös tuottaa stabiileja ytimiä.

Raskasionifuusiohöyrystymisessä kohtiota ammutaan raskailla ytimillä. Fuusiossa ytimet yhtyvät muodostaen raskaamman ytimen, josta höyrystyy yksi tai useampia nukleoneja. HIGISOL:ia (Heavy-ion IGISOL) on käytetty



Kuva 3.1: IGISOL laitteisto 1. Ioniohjain, 2. taivutusmagneetti, 3. switchyard, 4. RFQ, 5. Penningin loukku, 6. ylimääräinen linja, 7. keskilinja.

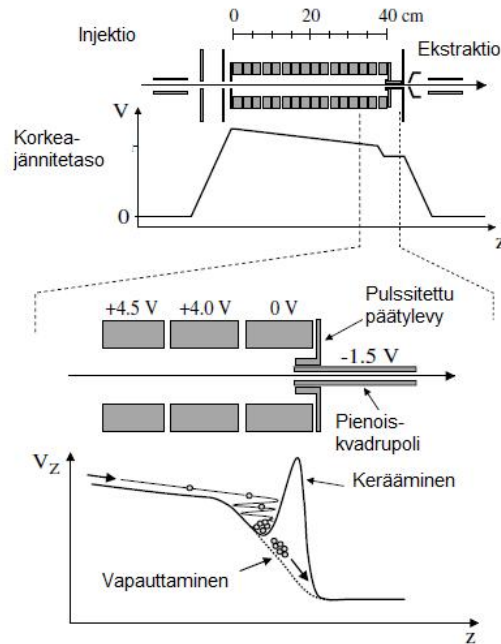
tutkittaessa esim. reaktioita $^{116}\text{Cd}(^{40}\text{Ar},6n)^{150}\text{Dy}$ [45] ja $^{60}\text{Ni}(^{24}\text{Mg},pn)^{82}\text{Y}$ [46].

Kevytionisuihkun avulla saadaan tuotettua neutronivajaan alueen ioneja. Suihku voi koostua esimerkiksi protoneista, deuteroneista, ^3He :sta tai alfahiukkasista. Kun ionisuihku osuu kohtioon, sen stabiilit ytimet saavat lisää nukleoneja fuusioreaktioissa ja samalla niistä ns. höyrystyy pienempiä hiukkasia kuten neutroneita. Kevytioniohjaimella on mm. tutkittu seuraavia reaktioita $^{58}\text{Ni}(p,n)^{58}\text{Cu}$ [47] ja $^{208}\text{Pb}(d,p)^{209}\text{Pb}$ [44].

Neutronirikkaita isotooppeja pystytään tuottamaan fissioioniohjaimella. Fissioreaktiossa atomin ydin hajoaa tyypillisesti kahdeksi kevyemmäksi ytimeksi ja neutroneiksi vapauttaen samalla myös energiaa. Fissio voi tapahtua joko spontaanisti tai indusoidusti. Tutkimuksissa tarvittavia radioaktiivisia isotooppeja tuotetaan tyypillisesti luonnon uraanin protoni-indusoidulla fissioreaktiolla. Ohutta (n. 15 mg/cm^2) uraani-kohtiota ammutaan n. 25 MeV :n protoni- tai deuteronisuihkulla. Kohtio on asetettu 7° asteen kulmaan ionisuihkua vastaan, jolloin saadaan aikaiseksi 120 mg/cm^2 efektiivinen kohtion paksuus. Törmäyksissä syntyvät fissiotuotteet lentävät ulos kohtiosta ja pysähtyvät heliumkaasuun.

3.1.1 RFQ-jäähdytin

RFQ-jäähdytin eli radiotaajuuskvadrupolijäähdytin [48] on ioniloukku, jota voidaan kutsua myös lineaariseksi Paulin loukuksi. Kiihdyttimeltä tuleva ionisuihku fokusoidaan ja hidastetaan RFQ-jäähdyttimeen elektrostaattisella linssijärjestelmällä, joka on korkea-jännitteessä. Kvadrupoliloukussa on neljä sylinterimäistä sauvaa, joiden välisessä tilassa käytetään heliumkaasua puskurikaasuna. Puskurikaasun atomeihin törmätessään ionit menettävät kiineettistä energiaansa. Ennen jäähdytintä suihkun ioneilla on suuri energiahajonta, joka on pienentynyt jäähdyttimen jälkeen.

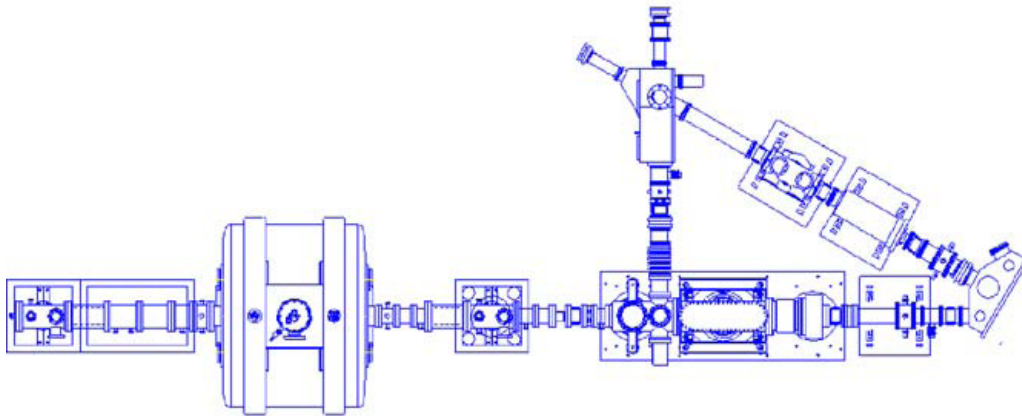


Kuva 3.2: RFQ-laitteiston toimintaperiaate. [49]

RFQ:ssa ioneja kerätään potentiaaliukuoppaan jännitteitä muuttamalla. Kun ioneja on kertynyt tietyn ajan kuoppaan, ne vapautetaan laskemalla potentiaalivallia ks. kuva 3.2. RFQ-jäähdyttimestä kimputetut ionit johdetaan linssijärjestelmän läpi Penningin loukkuun.

3.1.2 JYFLTRAP Penningin loukku

JYFLTRAP Penningin loukku [7] koostuu kahdesta Penningin loukusta, jotka on asetettu 7 T:n suprajohtavan solenoidin sisään. Ensimmäisessä loukussa tehdään isobaarinen puhdistus ja toisessa tarkat massamittaukset. Ensimmäinen loukku on täytetty harvalla heliumpuskurikaasulla ($p = 10^{-5}$ mbar), missä ionit hidastetaan. Ioneja viritetään kenttien avulla siten, että vain tietyn massaiset ionit saadaan keskitettyä. Ainoastaan keskitetyt ionit pääsevät loukkujen välissä olevan kanavan läpi. Kanava estää ensimmäisen loukun puskurikaasun pääsemisen jälkimmäiseen loukkuun. Myös molekuläärisiä tai useamman atomin muodostamia ioniyhdisteitä voidaan mitata. Tällöin taajuuden, jota skannataan, täytyy vastata ko. yhdisteen tai molekyylin taajuutta. Puhdistusloukusta suihku voidaan johtaa joko suoraan ulos tai tarkkuusloukkuun, missä ei käytetä lainkaan puskurikaasua vaan mahdollisimman hyvää tyhjiötä ($p \leq 10^{-7}$ mbar).



Kuva 3.3: JYFLTRAP-laitteisto. [50]

3.1.3 Muita Penningin loukkuja maailmalla

ISOLTRAP-laitteisto [8] on osa ISOLDE:a [51] CERN:issä. ISOLTRAP-laitteisto on JYFLTRAP:in edelläkävijä ja se koostuu samoista perusosista kuin

JYFLTRAP-laitteisto. Tutkittavat ytimet tuotetaan fissiolla, spallaatiolla ja fragmentaatiolla. ISOLTRAP:lla 4,7 T:n magneettikentässä oleva puhdistusloukku on sylinterimäinen ja hyperbolinen tarkkuusloukku on sijoitettu 5,9 T:n magneettikenttään.

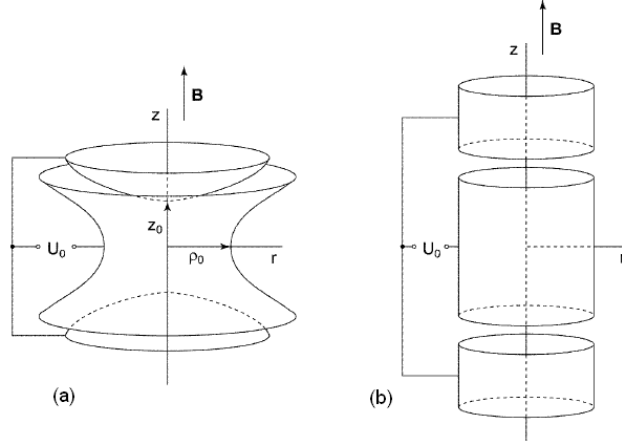
SHIPTRAP-laitteistolla [10] GSI Darmstadtissa pystytään tutkimaan raskaita aktinideja ja transaktinideja, jotka tuotetaan fuusiohöyrystymisreaktioiden avulla. Ensimmäiset onnistuneet on-line-testit SHIPTRAP-laitteistolla tehtiin vuoden 2001 loppupuolella [52].

CPT (Canadian Penning Trap) [9] massaspektrometri on ATLAS (Argonne Tandem Linac Accelerating System)-laitteiston osa Argonne National Laboratory:ssa Yhdysvalloissa. Alunperin se rakennettiin TASC (Tandem Accelerator Superconducting Cyclotron)-laitteiston osaksi Chalk Riveriin Ontarioon. ATLAS-laitteistolta tulevia raskasionisuihkuja käytetään tuottamaan ytimiä fuusiohöyrystymisreaktioiden kautta.

3.2 Penningin loukun toimintaperiaate

Penningin loukussa voimakas homogeeninen magneettikenttä vangitsee ionit radiaalisesti ja heikko staattinen sähkökenttä loukuttaa ionit aksiaalisesti. Loukussa olevan sähkökentän luomiseen voidaan käyttää joko hyperbolista tai sylinterimäistä elektrodia ks. kuva 3.4. Sähkökenttä syntyy kehäelektrodin ja kahden päätyelektrodin välille. Sylinterimäisiä elektrodeja on helpompi valmistaa ja käyttää kuin hyperbolisia elektrodeja, joilla taas saadaan kentän geometriasta tarkempi. Sylinterimäisessä elektrodissa täytyy käyttää korjauselektrodeja, jotta sähkökenttä saataisiin hyperbolimaiseksi.

Penningin loukun teoreettinen käsittely on esitetty lähteissä [53, 54], joista seuraavaksi on esitetty oleellimmat asiat lyhyesti.



Kuva 3.4: (a) Hyperbolinen elektrodi (b) sylinterimäinen elektrodi.

3.2.1 Ionien liike loukussa

Magneettikentässä ioni kokee voiman

$$\overline{F} = q\overline{v} \times \overline{B}, \quad (3.1)$$

missä q on hiukkasen varaus, \overline{v} on hiukkasen nopeus ja \overline{B} on magneettikentän suuruus. Sähkökentässä ioni kokee voiman

$$\overline{F} = q\overline{E}, \quad (3.2)$$

missä \overline{E} on sähkökentän suuruus. Kun nämä kaksi edellä mainittua voimaa yhdistetään saadaan ns. Lorenzin voima, joka vaikuttaa hiukkasen rataa sähkömagneettisessa kentässä. Tämä yhdistetty voima on siis muotoa

$$\overline{F} = q(\overline{E} + \overline{v} \times \overline{B}). \quad (3.3)$$

Ideaalisen hyperbolisen elektrodin sähkökentän potentiaali saadaan yhtälöstä:

$$\Phi(z,r) = \frac{U_{dc}}{2d^2} \left(z - \frac{1}{2}r^2 \right), \quad (3.4)$$

missä U_{dc} on jännite-ero rengaselektrodin ja päätyelektrodien välillä ja parametri d riippuu loukun dimensiosta ja z sekä r riippuvat loukun geometriasta.

Hiukkanen kulkee magneettikentässä kulmataajuudella

$$\omega_c = \frac{qB}{m} = \nu_c 2\pi, \quad (3.5)$$

missä ν_c on hiukkasen syklotronitaajuus.

Ionin liike Penningin loukussa muodostuu kolmen erilaisen ominaisliikkeen yhdistelmästä ks. kuva 3.5: aksiaalisesta liikkeestä sekä kahdesta radiaalisesta liikkeestä, jotka ovat magnetroniliike ja redusoitu syklotroniliike. Redusoidun syklotroniliikkeen (+) ja magnetroniliikkeen (−) taajuudet on esitetty seuraavassa yhtälössä

$$\omega_{\pm} = \frac{\omega_c}{2} \pm \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} - \frac{\omega_z^2}{2}}. \quad (3.6)$$

Kun summataan syklotroniliikkeen taajuus ω_+ ja magnetroniliikkeen kulmataajuus ω_- , saadaan todellinen syklotronitaajuus

$$\omega_+ + \omega_- = \omega_c. \quad (3.7)$$

Aksiaalinen liike kuvaa ionin oskillaatiota magneettikentän suunnassa ja sen kulmataajuus on

$$\omega_z = \sqrt{\frac{qU_{dc}}{md^2}}. \quad (3.8)$$

Seuraavat relaatiot ovat myös voimassa ominaistuuksille:

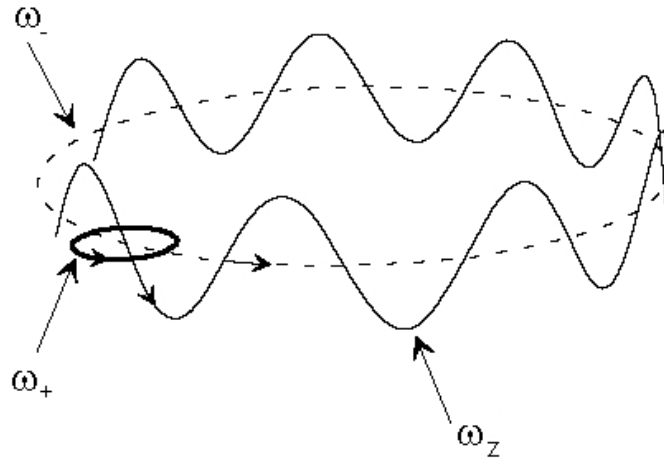
$$\omega_c^2 = \omega_+^2 + \omega_-^2 + \omega_z^2 \quad (3.9)$$

$$\omega_- < \omega_z < \omega_+ < \omega_c \quad (3.10)$$

$$2\omega_- \omega_+ = \omega_z^2. \quad (3.11)$$

3.2.2 Ionin liikkeen käsittely loukussa

Ennen kuin ionit viritetään loukussa niitä pitää jäähdyttää puskurikaasulla. Jäähdyttämisellä poistetaan ei-halutut liikkeet ioneilta. Puskurikaasuna

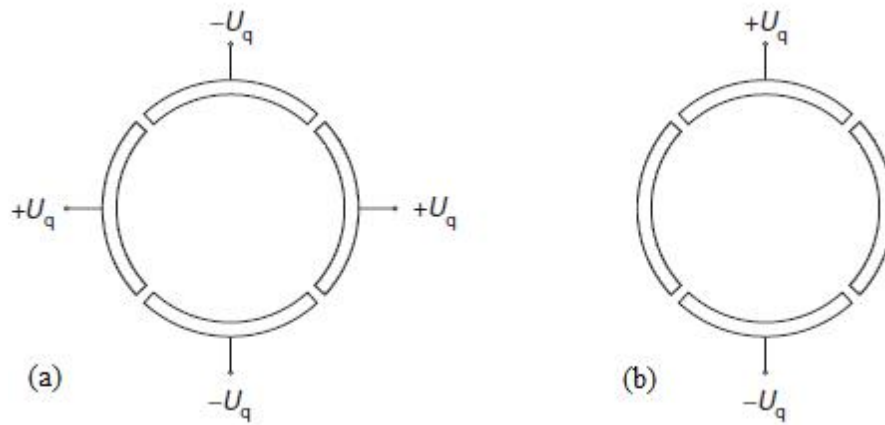


Kuva 3.5: Ionin ominaisliikkeet Penningin loukussa. Aksiaalinen liike (ω_z) kuvaa harmonista värähtelyä magneettikentän suunnassa. Radiaalinen liike, joka on summa magnetroni- ja syklotroniliikkeestä, on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan.

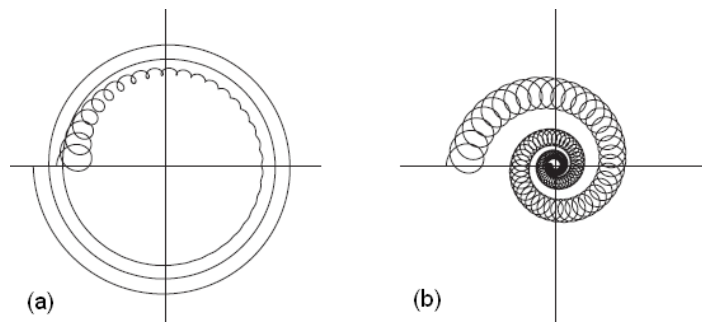
käytetään useimmiten heliumia, johon törmällessään ionit menettävät kiineettistä energiaansa. Tällöin redusoidun syklotroniliikkeen säde pienenee, mutta magnetroniliikkeen säde kasvaa loukun kvadrupolikentän takia. Kun ionit ovat jäädytetty, niillä on jäljellä pelkästään magnetroniliikettä.

Jäähdytyksen jälkeen ioneille tehdään dipoliviritys, joka saadaan aikaan, kun vastakkaisiin rengaselektrodeihin asetetaan oskillaatiojännite. Dipolivirityksellä saadaan kasvatettua ionien magnetroniliikkeen sädettä ja se virittää kaikki ionit massasta riippumatta.

Tämän jälkeen tehdään kvadrupoliviritys, joka on massariippuvainen. Kvadrupolivirityksellä tietynmassaiset ytimet saadaan keskitettyä, kun viritysjännitteenä käytetään ytimen syklotronitaajuutta. Kuvassa 3.6 on esitetty dipoli- ja kvadrupolirengaselektrodien rakenteet. Kuvassa 3.7 on esitetty tapaukset (a), jossa kvadrupoliviritystä ei ole kytketty ja (b), jossa kvadrupoliviritys on kytketty päälle. Ilman kvadrupoliviritystä redusoidun syklotroniliikkeen säde pienenee ja magnetroniliikkeen säde kasvaa. Kun kvadrupoliviritys on kytketty päälle, molempien ominaisliikkeiden säteet pienenevät.



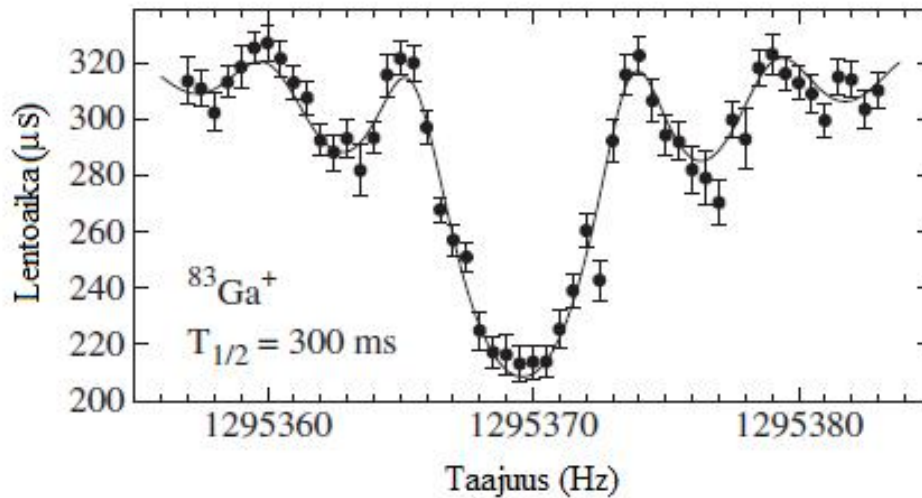
Kuva 3.6: Rengaselektrodirakenne (a) kvadrupoli (b) dipoli



Kuva 3.7: Ionin liike puskurikaasussa (a) ilman viritystä (b) kvadrupolivirityksellä

3.2.3 Massan määrittäminen lentoajasta

Lentoaikamenetelmä (TOF=time-of-flight) [53] perustuu ionin magneettisen momentin ja magneettikentän gradientin vuorovaikutukseen. Ionin radiaalinen energia muuttuu aksiaaliseksi magneetin reunakentässä. Kun ionin radiaalisen energian määrä on suuri, niin myös aksiaalista energiaa on paljon. Suurella energialla ionin lentoaika ilmaisimeen lyhenee. Lyhin lentoaika saadaan, kun ionilla on oikea syklotronitaajuus. Kuvassa 3.8 on esimerkki TOF-spektristä, jossa keskimääräinen lentoaika on kuvattu viritystaajuuden funktiona.



Kuva 3.8: Lentoaikaresonanssi $^{83}\text{Ga}^+$:lle JYFLTRAP:lla [13]. Yhtäjaksoinen viiva on sovitus datapisteisiin.

Massoja määritettäessä magneettikenttä tulee tietää tarkasti. Magneettikentän suuruus saadaan määritettyä, kun mitataan hyvin tunnetun massan syklotronitaajuus. Magneettikentän suuruus vaihtelee ajan kuluessa, joten se pitää mitata referenssi-ionin avulla ennen ja jälkeen tuntemattoman massan mittauksen.

Ionin massa saadaan yhtälöstä $m_i = m_a - m_e$, missä m_a on atomin massa ja m_e on elektronin massa. Vertailuytimen m_{ref} ja tuntemattoman atomi-

massan m_x taajuudet saadaan yhtälöistä

$$\nu_{c,ref} = \frac{1}{2\pi} \frac{qB}{m_{ref} - m_e} \quad (3.12)$$

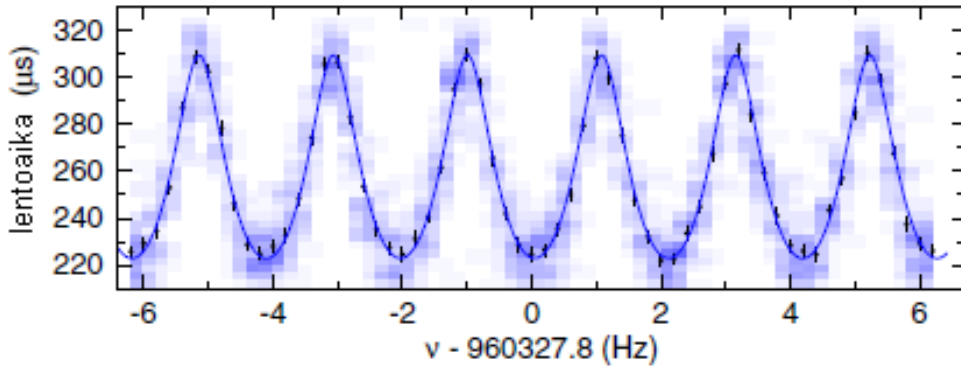
$$\nu_{c,x} = \frac{1}{2\pi} \frac{qB}{m_x - m_e}. \quad (3.13)$$

Yhtälöistä 3.12 ja 3.13 saadaan taajuuksien suhde

$$\frac{\nu_{c,ref}}{\nu_{c,x}} = \frac{m_x - m_e}{m_{ref} - m_e}, \quad (3.14)$$

josta voidaan laskea tuntematon massa m_x

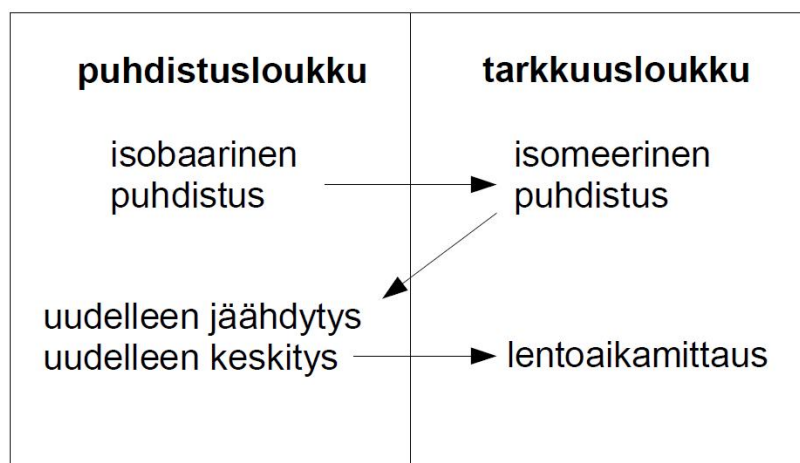
$$\begin{aligned} m_x - m_e &= \frac{\nu_{c,ref}}{\nu_{c,x}} (m_{ref} - m_e) \\ \Rightarrow m_x &= \frac{\nu_{c,ref}}{\nu_{c,x}} (m_{ref} - m_e) + m_e. \end{aligned} \quad (3.15)$$



Kuva 3.9: ^{112}Sn :n taajuus mitattuna Ramsey-menetelmällä. Ramsey-viritys (25-450-25) ms (on-off-on). [55]

Ionien virittäminen loukussa voidaan tehdä myös ns. aika-erotellulla oskillaatiokenttämällä eli Ramsey-menetelmällä [56, 57]. Siinä ionien viritys on jaettu muutamaan jaksoon, joiden välissä on aika, jolloin ei ole lainkaan viritystä. Kuvasta 3.9 nähdään, että Ramsey-resonanssi eroaa perinteisestä lentoaikaresonanssista siten, että sivumaksimit kasvavat yhtäsuuriksi kuin oikean syklotronitaajuuden antama lentoajanmaksimi ja resonanssileveys pienenee. Ramsey-menetelmällä saadaan syklotronitaajuusmittauksissa parempi tarkkuus kuin perinteisellä lentoaikamittauksella.

Jyväskylässä Penningin loukkujen sijaitseminen samassa magneettikentässä mahdollistaa Ramsey-puhdistuksessa tapahtuvan ionien liikuttelun loukusta toiseen. Kuva 3.10 esittää, kuinka JYFLTRAP:lla kehitetty Ramsey-puhdistus [58, 59] toimii loukkujen välillä. Tarkkuusloukkuun ohjatun ionikimpuun ionit viritetään siten, että haluttujen ytimien säteet pysyvät muuttumattomina ja ei-haluttujen ytimien säteet kasvavat. Tämän jälkeen ionit johdatetaan takaisin puhdistusloukkuun. Nyt ei-halutut ytimet eivät pääse loukkujen välisestä kanavasta lävitse. Puhdistusloukussa ionit keskitetään ja jäähdytetään uudelleen, minkä jälkeen ne johdatetaan jälleen tarkkuusloukkuun lentoaikamittausta varten. Tällä puhdistusmenetelmällä saadaan poistettua isomeerisiä ja -baarisia epäpuhtauksia ionikimpuista. Menetelmä sopii hyvin korkeatarkkuuksiseen puhdistukseen ja on ainakin viisi kertaa nopeampaa kuin muut menetöt, joita on käytetty Penningin loukuissa.



Kuva 3.10: Ramsey-puhdistus Penningin loukussa.

Luku 4

Tulokset

Atomimassamalleja ja kokeellisia arvoja vertailtiin toisiinsa erilaisten kuvaajien ja laskennallisten arvojen avulla. Tarkasteluissa käytettiin ensisijaisesti JYFLTRAP:sta saatuja arvoja. Jos tarvittavia massoja ei oltu mitattu JYFLTRAP:lla, käytettiin muista Penningin loukku -tutkimuksista saatuja massoja tai AME2003-arvoja.

Kokeellisista ja teoreettisista massavajeista laskettiin Excel-tietokoneohjelmalla massavaje-erotukset, S_{2n} -arvot ja kuoriaukkoenergiat. Kahden neutronin sidosenergia-arvoista laskettiin myös kokeellisten ja teoreettisten arvojen erotukset. Näistä kaikista piirrettiin Origin-tietokoneohjelmalla kuvaajia. Excelillä laskettiin lisäksi massavaje- ja S_{2n} -arvojen erotuksille keskiarvot, keskipoikkeamat ja rms-poikkeamat.

4.1 Massavaje-erotukset

Liitteen kuvissa A.2 on JYFLTRAP-arvojen ja kaikkien mallien erotukset isotoopeittain. Kaikissa kuvissa kokeellisten ja teoreettisten arvojen erotus, $\delta m = m_{exp} - m_{malli}$, on esitetty neutroniluvun funktiona. Jos erotus δm on positiivista (negatiivista), niin teoreettinen ytimen sidosenergia on suurempaa (pienempää) kuin kokeellinen sidosenergia, mikä tarkoittaa sitä, että teoreettinen malli sitoo ytimen nukleonit toisiinsa lujemmin (heikommin).

Esimerkiksi kuvasta 4.1 nähdään, että malli HFB-17 sitoo niobiumisotoopit kokeellisia arvoja heikommin ja mallit AME2003, FRDM ja DUZU ns. ylisitovat ytimet. Kuvasta voidaan myös havaita malleilla FRDM ja HFB-17 oleva parillis-pariton vaihtelu. Taulukossa 4.1 on lueteltu suurimmat positiiviset ja negatiiviset massavajeiden poikkeamat JYFLTRAP-arvoista. Nähdään, että EDF:n massojen arvot vaihtelevat suurimmalla välillä. Vaihteluvälin suuruus ei kuitenkaan vielä kerro mallin arvojen jakautumisesta, koska yksittäinen arvo voi poiketa paljon keskimääräisestä jakaumasta.

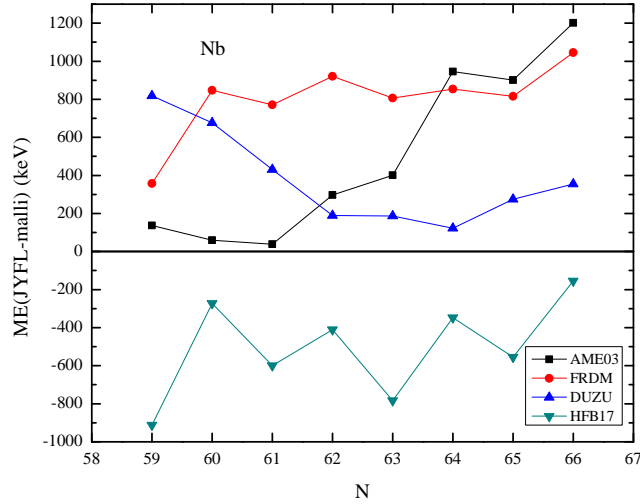
Taulukko 4.1: Suurimmat positiiviset ja negatiiviset massavajeiden poikkeamat JYFLTRAP-arvoista kullekin mallille sekä niiden välinen erotus. Kaikki arvot ovat keV:na.

Malli	Suurin positiivinen	Suurin negatiivinen	Erotus
FRDM	1462	-2157	3619
DUZU	1810	-724	1534
HFB-17	1944	-1926	3870
GCM	6174	-1534	7708
EDF	3882	-5499	9381

Kokeellisten ja teoreettisten arvojen erotuksien keskiarvo saadaan lasketua seuraavalla yhtälöllä

$$\overline{\delta m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta m_i, \quad (4.1)$$

missä n on vertailtavien arvojen lukumäärä. Massavajeista lasketuista erotuksien keskiarvosta voidaan arvioida, sitooko malli ytimet tiukemmin vai heikommin kuin kokeelliset arvot. Jos kokeellisten arvojen ja mallista saatujen arvojen erotuksien keskiarvo on positiivista, malli sitoo ytimet tiukemmin kuin pitäisi. Keskiarvo ei vielä yksinään kerro mallin toiminnasta. Teoreettisten mallien ennustuskykyä voidaan arvioida paremmin keskipoikkeaman ϵ ja neliöllisen keskiarvon eli rms-poikkeaman σ_{rms} avulla. Keskipoikkeama on



Kuva 4.1: Niobium N :n funktiona.

keskiarvo kunkin arvon ja keskiarvon välisestä etäisyydestä. Se siis kertoo, kuinka kaukana arvot ovat keskiarvosta ja se saadaan laskettua yhtälöstä

$$\epsilon = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta m_i - \bar{\delta m}|. \quad (4.2)$$

Rms-poikkeama on neliöjuuri erotusten neliön keskiarvosta ja sitä käytetään usein, kun halutaan testata mallin ennustuskykyä. Rms-poikkeama kertoo, kuinka kaukana keskimäärin erotukset ovat nolasta ja se voidaan laskea seuraavalla yhtälöllä

$$\sigma_{\text{rms}} = \sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta m_i^2 \right)}. \quad (4.3)$$

4.1.1 Keskiarvojen ja poikkeamien tarkastelu

Malleille on laskettu keskiarvot, keski- ja rms-poikkeamat yhtälöiden 4.1, 4.2 ja 4.3 avulla ja niistä saadut arvot on esitetty taulukossa 4.2. Nyt kokeelliseen

dataan ei ole otettu mukaan arvoja AME2003, vaan sitä on käsitelty omana mallinaan.

Taulukossa 4.2 olevista erotusten keskiarvoista nähdään, että kaikki muut mallit paitsi EDF sitovat ytimet tiukemmin kuin pitäisi. Havaitaan myös, että erotusten keskiarvo mallille HFB-17 on hyvin pieni, ainoastaan 0,008 MeV. Jos tarkasteltaisiin vain keskiarvoja, mallin voisi sanoa olevan lähes täydellinen. Taulukon 4.2 keskiarvojen arvoista nähdään, että erotukset eroavat keskimäärin hyvinkin paljon keskiarvoista. Esimerkiksi keskiarvoltaan hyvän mallin HFB-17 keskiarvo on 0,473 MeV. Jos tarkasteluun otetaan mukaan vielä rms-poikkeama, nähdään että HFB-17 eroaa JYFLTRAP-arvoista yli puoli megaelektronivoltia. Mallien hyvyyden arvioiminen keskiarvoista onkin järkevää vain, jos kaikki arvot ovat joko positiivisia tai vastaavasti negatiivisia, muuten arvojen vaihtelu voi aiheuttaa ns. liian hyvän keskiarvon.

Kun vertaillaan mallien rms-poikkeamia (ks. taulukko 2.1) uusista mitauksista saatujen arvojen rms-poikkeamiin (ks. taulukko 4.2), havaitaan, että mallien HFB-17 ja DUZU rms-poikkeamat ovat suuremmat, kun poikkeamat on laskettu uusien arvojen avulla. Muilla malleilla rms-poikkeamat ovat pienemmät uusilla arvoilla. GCM:n rms-poikkeaman pienuus johtunee siitä, että rms-poikkeamien laskuissa ei ole mukana kevyitä ytimiä, joita mallin ei odotetakaan ennustavan kunnolla [30].

Taulukossa 4.3 on keskiarvot ja poikkeamat laskettuna ainoastaan neutronirikaille JYFLTRAP:lla mitatuille ytimille. Keskiarvoista nähdään, että nyt myös HFB-17 -malli sitoo ytimet heikommin kuin kokeelliset arvot. Vertaillaessa taulukoita 4.2 ja 4.3 huomataan, että vain HFB-17:n ja GCM:n rms-poikkeamat ovat pienempiä neutronirikaille ytimillä. HFB-17 -mallille neutronirikasta ytimistä saatu rms-poikkeama on myös pienempi kuin mallille annettu rms-poikkeama.

Rms-poikkeamien perusteella DUZU on malleista paras, koska sen poikkeamat ovat pienimmät. Huonoimmat mallit ovat GCM ja EDF. Pelkkiä neutronirikaita ytimiä tarkasteltaessa DUZU:n ja HFB-17:n rms-poikkeamat ovat hyvin lähellä toisiaan.

Taulukko 4.2: # kertoo, kuinka monesta ytimestä poikkeamat on laskettu, $\overline{\delta m}$ on erotusten keskiarvo, ϵ on keskipoikkeama ja σ_{rms} on rms-virhe. Arvot on laskettu uusille kokeellisille arvoille.

Malli	#	$\overline{\delta m}$	ϵ (MeV)	σ_{rms} (MeV)
AME03	303	0,102	0,168	0,258
FRDM	304	0,076	0,503	0,658
DUZU	304	0,150	0,324	0,444
HFB-17	304	0,008	0,473	0,595
GCM	86	2,913	1,443	3,395
EDF	97	-1,139	1,798	2,348

Taulukko 4.3: # kertoo, kuinka monesta neutronirikkaasta ytimestä poikkeamat on laskettu, $\overline{\delta m}$ on erotusten keskiarvo, ϵ on keskipoikkeama ja σ_{rms} on rms-virhe. Arvot on laskettu uusille kokeellisille arvoille.

Malli	#	$\overline{\delta m}$	ϵ (MeV)	σ_{rms} (MeV)
AME03	163	0,134	0,188	0,291
FRDM	163	0,191	0,530	0,669
DUZU	163	0,251	0,354	0,517
HFB-17	163	-0,048	0,410	0,523
GCM	41	2,555	1,099	2,935
EDF	48	-1,680	1,674	2,544

4.1.2 Massavaje-erotuskuvien tutkiminen

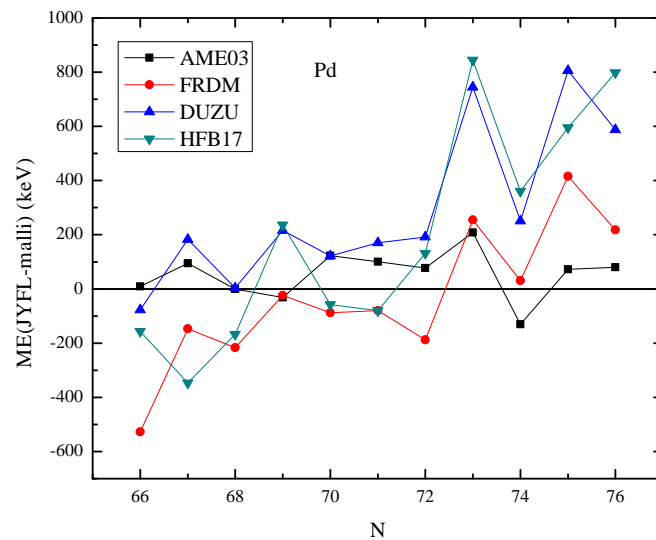
Liitteen kuvissa A.1 on esitetty JYFLTRAP:lla mitattujen arvojen ja teoreettisten mallien erotukset N:n ja Z:n funktioina.

Havaitaan, että GCM- ja EDF-mallit poikkeavat muista malleista eniten. GCM:llä saadut arvot sidotumpia kuin mitatut arvot. GCM- ja EDF-mallien

kuvat ovat samanmalliset, mutta GCM:n arvot ovat paljon sidotumpia kuin EDF:llä. Pienillä N :n arvoilla EDF yliarvioi sidosenergioita, mutta neutroniluvun kasvaessa se alkaa aliarvioimaan niitä.

Kuvia (ks. Liite A.2) tarkasteltaessa voidaan havaita, että neutronirikkailla isotoopeilla DUZU yleensä sitoo ytimet tiukemmin kuin pitäisi ja HFB-17 sitoo ytimet löysästi. FRDM:llä, DUZU:lla ja HFB-17:llä on ongelmia pariton-parillisvaihtelun kanssa, mikä voidaan havaita kuvasta 4.2, jossa on esitetty JYFLTRAP-arvojen ja mallien erotus palladiumisotoopeille neutroniluvun funktiona.

DUZU antaa kokeellisia arvoja suurempia arvoja eli siis sitoo $N \approx 50$ -ytimet tiukemmin kuin oikeasti pitäisi neutronirikkailla isotoopeilla As, Br, Ga, Ge, Se ja Zn (ks. kuvat A.2).



Kuva 4.2: Palladium N :n funktiona

4.2 Kahden neutronin sidosenergiat

Keskiarvot, keski- ja rms-poikkeamat pystytään laskemaan myös S_{2n} -arvoille yhtälöiden 4.1, 4.2 ja 4.3 avulla, kun massavajeiden tilalle sijoitetaan S_{2n} -arvot. Kokeellisten ja teoreettisten S_{2n} -arvojen erotusten ollessa positiivisia, malli aliarvioi kahden neutronin sidosenergiat näissä kohdissa. Edelleen, jos mallista saatu S_{2n} -arvojen erotusten keskiarvo on positiivinen, malli aliarvioi S_{2n} -arvot.

4.2.1 S_{2n} -arvojen keskiarvot ja poikkeamat

Taulukossa 4.4 on esitetty keskiarvot ja keski- ja rms-poikkeamat, jotka on saatu S_{2n} -arvoista. Tässä taulukossa ei ole laskettu poikkeamia AME2003-arvoille, koska niitä on käytetty apuna kokeellisten S_{2n} -arvojen laskemiseen.

Taulukon 4.4 keskiarvojen perusteella mallit FRDM ja DUZU yliarvioivat ja muut mallit aliarvioivat kahden neutronin sidosenergiat. HFB-17:n erotusten keskiarvo on vain 0,0003 MeV. Neutronirikkaiden JYFLTRAP:lla mitattujen ytimien keskiarvojen, jotka on esitetty taulukossa 4.5, perusteella FRDM:n ja DUZU:n lisäksi myös malli HFB-17 yliarvioi S_{2n} -arvot.

Taulukkoja 4.2 ja 4.4 vertailtaessa havaitaan, että poikkeamat ovat pienempiä, kun tarkastellaan massavajeiden sijasta S_{2n} -arvoja. Varsinkin eemallien poikkeamat ovat huomattavasti pienempiä S_{2n} -arvoilla. GCM:n rms-poikkeama S_{2n} -arvoille on jo lähellä muiden mallien arvoja. Poikkeamien perusteella voidaan todeta, että mallien antama ytimen fysiikka voi olla oikea, vaikka mallit antaisivat heikkoja arvoja massoille. Kaikkia ytimiä tarkasteltaessa DUZU on malleista paras ja EDF huonoin rms-poikkeamien perusteella.

Taulukossa 4.5 on esitelty poikkeamat neutronirikkaille JYFLTRAP:lla mitatuille ytimille. Nähdään, että GCM:n rms-poikkeama on nyt parempi kuin FRDM:n. Rms-poikkeamia tarkasteltaessa neutronirikkailta ytimillä huonoimmiksi malleiksi osoittautuvat EDF ja FRDM. Malli HFB-17 mallintaa neutronirikkaita ytimiä parhaiten.

Jos vertaillaan kaikista arvoista saatuja rms-poikkeamia vain neutronirikkaista arvoista laskettuihin rms-poikkeamiin, niin erot eivät ole kovin suuria. Mallien poikkeamat ovat kaikilla ytimillä sekä neutronirikkailla ytimillä samaa suuruusluokkaa. Kun siirrytään kaikkien ydinten tarkastelusta ainoastaan neutronirikkaiden ydinten tarkasteluun, huomataan, että mallien GCM, EDF ja HFB-17 rms-poikkeamat ovat pienempiä ja mallien FRDM ja DUZU rms-poikkeamat ovat suurempia kuin kaikkien ytimien tarkastelussa.

Taulukko 4.4: # kertoo, kuinka monesta S_{2n} -arvosta poikkeamat ovat laskettu, $\overline{\delta S_{2n}}$ on erotusten keskiarvo, ϵ^{2n} on S_{2n} -arvojen keskipoikkeama ja σ_{rms}^{2n} on S_{2n} -arvojen rms-virhe. Arvot on laskettu uusille kokeellisille arvoille.

Malli	#	$\overline{\delta S_{2n}}$	ϵ^{2n} (MeV)	σ_{rms}^{2n} (MeV)
FRDM	290	-0,087	0,407	0,574
DUZU	290	-0,117	0,280	0,402
HFB-17	290	0,0003	0,343	0,469
GCM	80	0,243	0,429	0,593
EDF	91	0,238	0,777	0,989

4.2.2 S_{2n} -arvojen tarkastelu kuvaajista

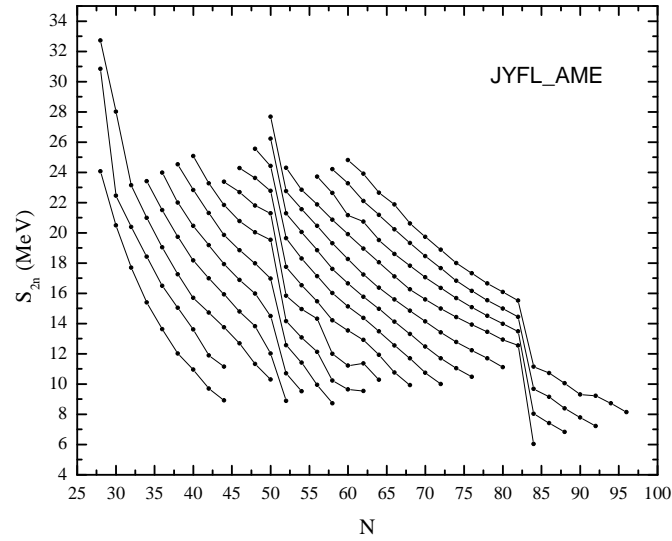
Kokeellisista arvoista ja teoreettisista arvoista piirretyt S_{2n} -arvojen kuvaajat, jotka on esitetty liitteen kuvissa A.3. Kokeellisista arvoista on tehty erikseen ee-ytimille kuvaaja 4.3, jotta niitä voitaisiin paremmin verrata ee-malleihin GCM ja EDF. Liitteessä A.4 on mallien S_{2n} -kuvaajat sekä kokeellisten ja teoreettisen S_{2n} -arvojen erotusten kuvaajat isotoopeittain.

HFB-17 -mallin S_{2n} -kuvaajasta nähdään, että mallissa on paljon ns. häiriötä. Siitä nähdään myös, että se yrittää mallintaa aluetta $N = 59$.

DUZU on siisti ja tasainen malli. Selkeä putoaminen S_{2n} -arvoissa havaitaan maagisten lukujen lisäksi, kun $N = 40$ (ja kenties $N = 46$). DUZU ei

Taulukko 4.5: # kertoo, kuinka monesta neutronirikkaan S_{2n} -arvosta poikkeamat ovat laskettu, $\overline{\delta S_{2n}}$ on erotusten keskiarvo, ϵ^{2n} on S_{2n} -arvojen keski poikkeama ja σ_{rms}^{2n} on S_{2n} -arvojen rms-virhe. Arvot on laskettu uusille kokeellisille arvoille.

Malli	#	$\overline{\delta S_{2n}}$	ϵ^{2n} (MeV)	σ_{rms}^{2n} (MeV)
FRDM	163	-0,154	0,390	0,579
DUZU	163	-0,168	0,336	0,470
HFB-17	163	-0,058	0,317	0,412
GCM	41	0,246	0,378	0,503
EDF	48	0,114	0,649	0,799



Kuva 4.3: Kokeelliset S_{2n} -arvot N :n funktiona.

ota huomioon S_{2n} -arvojen pudotusta zirkoniumin lähetyvillä, kun $N \approx 59$. Maagisten lukujen $N = 50$ ja 82 välissä S_{2n} -arvot laskevat hyvinkin lineaarisesti. Tällä alueella havaitaan kuvaajassa ns. kynnys lineaarisuudessa, joka kulkee linjaa $N - Z = 16$. Samanlainen kynnys on nähtävissä myös linjalta $N - Z = 26$. Isotoopeittain piirretyistä S_{2n} -kuvaajista (esim. kuva 4.4) havaitaan, että malli eroaa kokeellisista arvoista paljon maagisella luvulla $N = 50$.

Parillis-parillista malleista GCM on kuvaajien perusteella tasaisempi kuin EDF. Kun verrataan GCM:n ja kokeellisten arvojen kuvaajia, havaitaan hyvä kvalitatiivinen yhtäläisyys. S_{2n} -kuvaava tarkasteltaessa huomataan, että EDF:n S_{2n} -arvoissa on putoaminen kohdassa $N = 40$. EDF:n S_{2n} -arvot eivät laske tasaisesti, kuten kokeelliset S_{2n} -arvot vaan niissä on näkyvää heilahtelua.

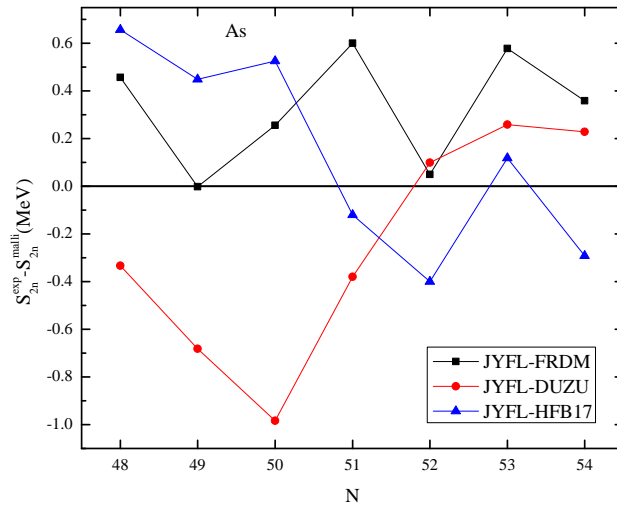
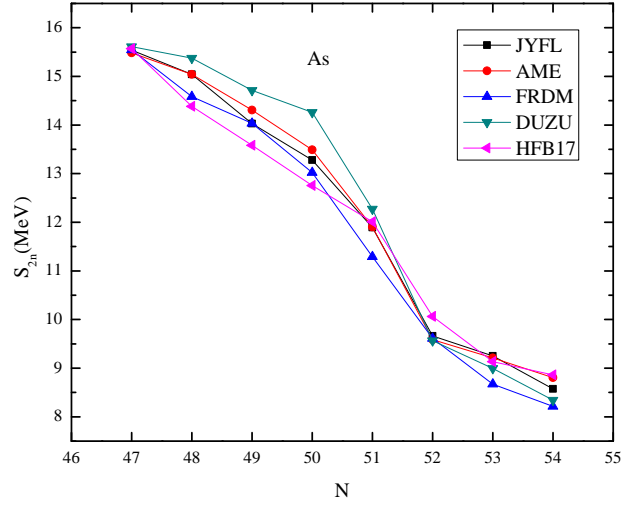
FRDM on siistimpi malli kuin HFB-17, mutta rosoisempi kuin DUZU. Mallissa FRDM ytimillä Tc, Ru ja Rh on S_{2n} -arvoissa pudotus, joka voidaan nähdä esimerkiksi kuvasta 4.5, kun $N \approx 66$.

Kuvaajien perusteella kaikki tässä työssä tarkastellut mallit ottavat huomioon kuorimallin maagiset luvut $N = 28, 50$ ja 82 . Kahden neutronin sidosenergioiden äkilliset pienenemiset malleissa DUZU ja EDF neutroniluvun $N = 40$ kohdassa voidaan selittää sillä, että $N = 40$ on neutronialikuori.

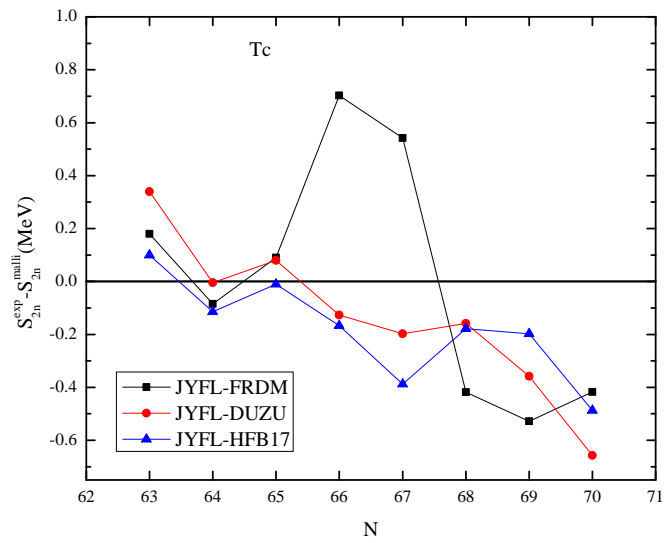
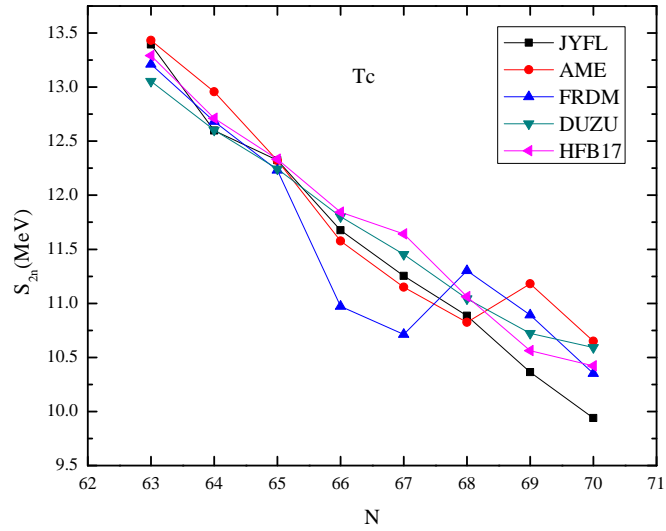
Neutronikuoriaukot $N = 28, 52$ ja 82

Kuoriaukoista $N = 50$ ja 82 on tehty S_{2n} -kuvat kaikille malleille ja kokeellisille arvoille. Kuvat ovat liitteessä A.5 ja ne on laitettu samaan skaalaan, jotta niiden vertailu olisi helpompaa. Kuvissa on tarkasteltu erikseen parillisia ja parittomia isotoniketjuja Z :n funktiona. Esimerkiksi kuvassa 4.6 on kokeellisista S_{2n} -arvoista piirretty kuvaaja. Kuvasta nähdään, että isotoniketjujen $N = 50$ ja $N = 52$ välillä on suurempi väli kuin muilla isotoniketjuilla johtuen siitä, että $N = 50$ on maaginen luku.

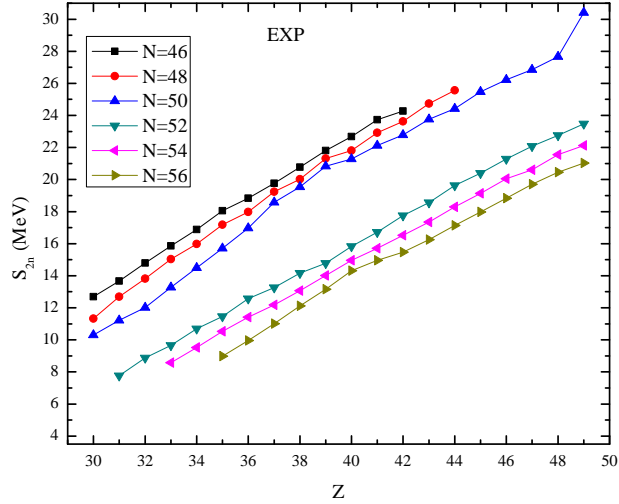
Kuoriaukoille $N = 28, 50$ ja 82 on piirretty myös kuoriaukkoenergiakuvat, joissa kuoriaukkoenergia δ_{2n} on esitetty Z :n funktiona. Kaikkien mallien



Kuva 4.4: S_{2n} -arvot As-isotoopeille N :n funktiona. Alemmassa kuvassa on kokeellisten ja teoreettisen S_{2n} -arvojen erotukset N :n funktiona.



Kuva 4.5: Ylemmässä kuvassa on S_{2n} -arvot Tc-isotoopeille N :n funktiona. Alemmassa kuvassa on kokeellisten ja teoreettisen S_{2n} -arvojen erotukset N :n funktiona.

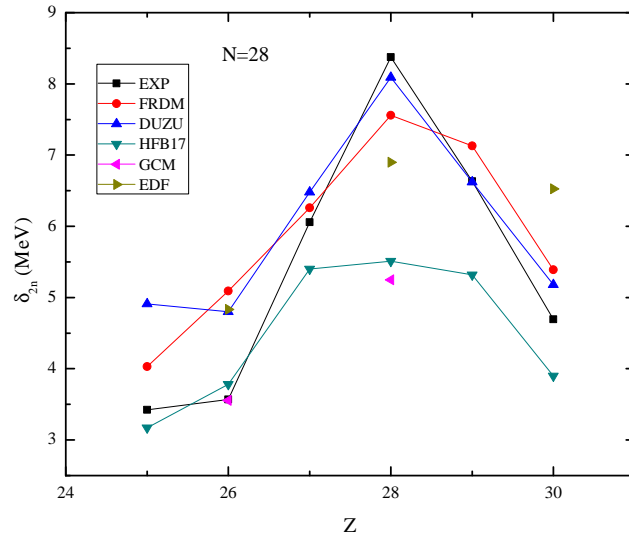


Kuva 4.6: Kokeellisten S_{2n} -arvojen parilliset isotoniketjut Z :n funktiona.

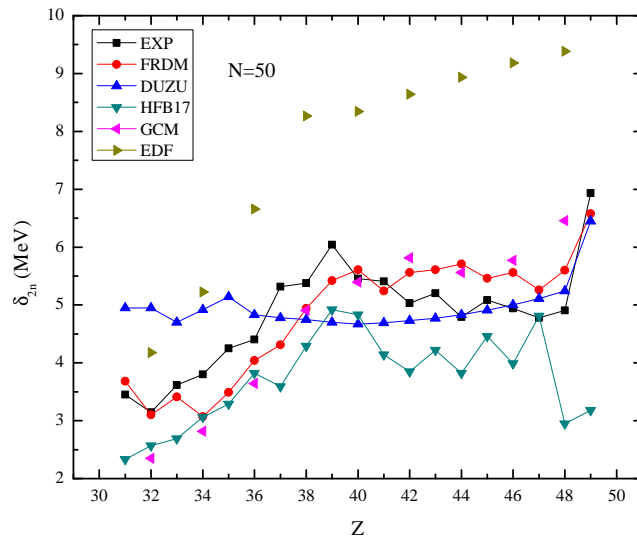
arvot ja kokeelliset kuoriaukkoenergiat ovat samassa kuvaajassa.

Kun tarkastellaan kuvan 4.7 kuoriaukkoa $N = 28$, voidaan tehdä havainto, että mallit HFB-17 ja GCM eivät ota aukon suurenemista huomioon kaksoismaagisen ytimen ^{56}Ni :n kohdalla. EDF yrittää mallintaa tätä kuoriaukkoa, mutta antaa kuitenkin liian suuria arvoja, kun $Z = 26$ ja 30 ja liian matalan arvon, kun $Z = 28$. DUZU ja FRDM mallintavat aukkoa parhaiten.

Kuoriaukon $N = 50$ kuvasta 4.8 havaitaan, että DUZU ei ota muutoksia ollenkaan huomioon ja antaa aukolle koko ajan melkein saman arvon. Mui- ta kuoriaukkoja DUZU mallintaa paremmin. FRDM käyttäytyy kuoriaukolla $N = 50$ kokeellisten arvojen mukaisesti. Se ottaa huomioon, että aukko le- venee $Z = 39$ saakka ja pysyy sen jälkeen lähes samansuuruisena. EDF:llä kuoriaukko $N = 50$ on leveämpi kuin kokeellisten arvojen antama aukko. Se ennakoii aukon levenemisen, muttei enää kapenemista. Muoto on sama kuin kokeellisilla arvoilla $Z = 40$ asti, minkä jälkeen aukko jatkaa levenemis- tään. Verrattuna muihin malleihin EDF antaa kaikista suurimpia arvoja ja eroaa eniten kokeellisista arvoista tällä kuoriaukolla. HFB-17 mallintaa kuo-



Kuva 4.7: Neutronikuoriaukko $N = 28$.



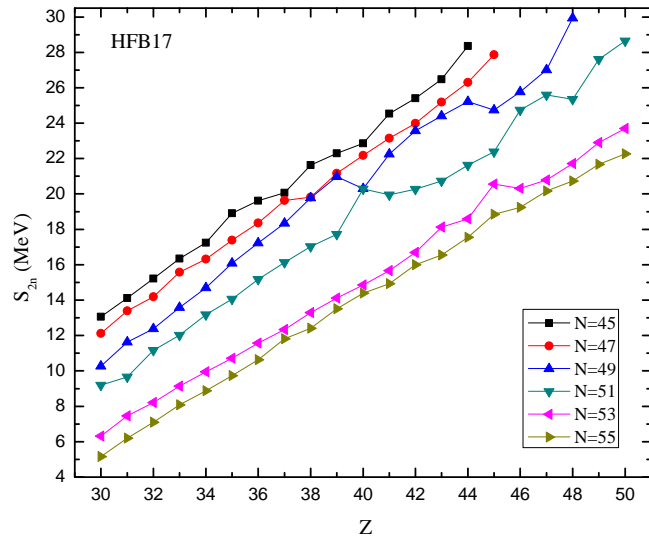
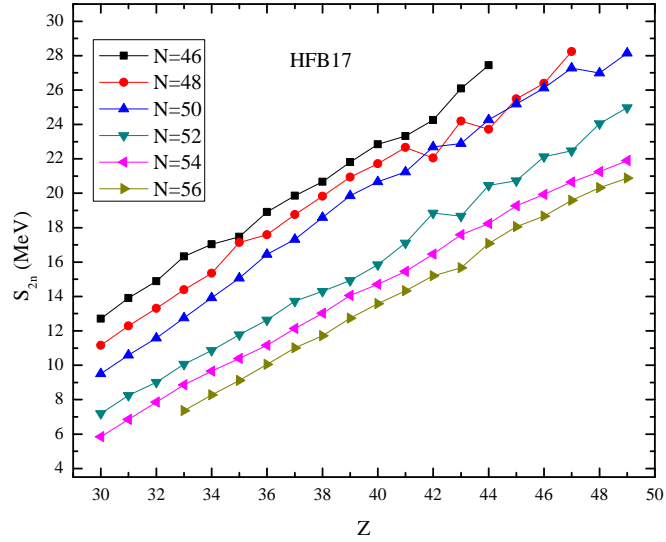
Kuva 4.8: Neutronikuoriaukko $N = 50$.

riaukkoa $N = 50$ jonkin verran paremmin kuin kuoriaukkoa $N = 28$. Malli saa kokeellisia arvoja pienempiä δ_{2n} -arvoja eli aukko on mallissa kapeampi. GCM seuraa kokeellista muotoa matalammilla arvoilla $Z = 40$ saakka, minkä jälkeen malli antaa suurempia arvoja.

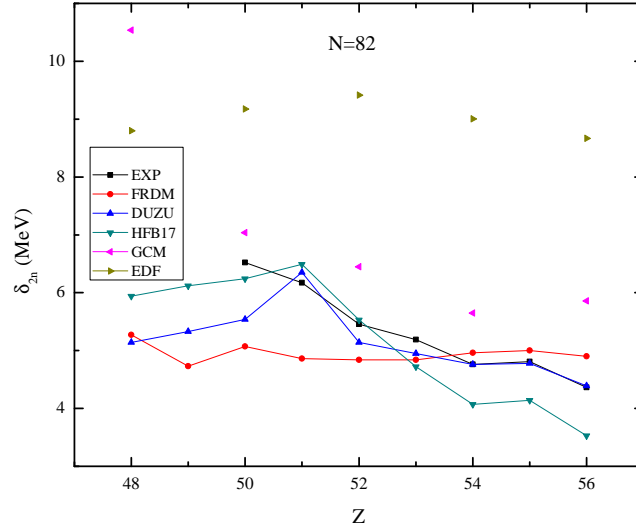
Isotoniketjujen S_{2n} -kuvasta 4.9 nähdään, että HFB-17:n parilliset isotoniketjut $N = 48$ ja 50 leikkaavat toisensa, kun $Z = 42$ ja 44 ja parittomat isotoniketjut $N = 49$ ja 51 poikkeavat tasaisuudesta, kun $Z = 40$. Myös kohdassa $Z = 47$ isotoniketjuilla $N = 49, 51$ ja 53 on poikkeamat. Liitteen A.5 kuvista havaitaan, että EDF:n ketjut $N = 52$ ja 54 vaihtavat paikkaa, kun $Z = 46$. FRDM:llä nähdään, että isotoniketju $N = 56$ saa suuremman arvon kuin ketju $N = 54$, kun $Z = 38$. Niin ikään ketjut $N = 54$ ja 56 ovat hyvin lähekkäin, kun Z saa arvoja välillä $36 - 41$. Muilla malleilla ei ole näin hyvin nähtäviä epäsäännöllisyyksiä.

Kuoriaukon $N = 82$ kuvasta 4.10 nähdään, että EDF antaa kuoriaukkoenergioille liian suuria arvoja verrattuna kokeellisiin arvoihin. HFB-17 ottaa huomioon, että kuoriaukko kapenee järjestysluvun kasvaessa. Kuvasta 4.10 nähdään myös, että kuoriaukko saa mallilla HFB-17 pienempiä δ_{2n} -arvoja eli aukko on kokeellisia arvoja kapeampi, kun $Z \geq 53$. GCM mallintaa kuoriaukon kokeellista muotoa, mutta antaa kuitenkin suurempia arvoja verrattuna kokeellisiin arvoihin. FRDM ennakoi kuoriaukon muotoa heikosti. Kun $Z \geq 51$, DUZU mallintaa aukkoa hyvin.

Kuoriaukolla $N = 82$ mallin HFB-17 parillisilla isotoniketjuilla (ks. kuva 4.11) ketjut $N = 80$ ja 82 ovat ns. väärinpäin $Z = 51$ asti eli ennen sitä ketju $N = 82$ saa suurempia arvoja kuin $N = 80$. Myös ketjuilla $N = 84$ ja 86 on heilahtelua. Ketju $N = 86$ saa suurempia arvoja kuin $N = 84$, kun $Z = 49, 51$ ja 52 . Parittomilla isotoniketjuilla (ks. kuva 4.11) $N = 85$ menee siksakkia ja $N = 83$ lähtee siksakkiin, kun $Z > 52$. Ketjut $N = 77, 79$ ja 81 ”risteilevät”. Ketjut $N = 79$ ja 81 vaihtavat paikkaa kun $Z = 53$ ja kun $Z = 54$ ketjut $N = 77$ ja 81 ovat vaihtaneet paikkaa. Kohdassa $Z = 55$ kuoriaukkoa edeltävät ketjut ovat täysin väärässä järjestyksessä eli $N = 79, 81$ ja 77 , mutta seuraavalla alkuaineella järjestys on jo palautunut oikeaksi.



Kuva 4.9: Mallin HFB-17 kuoriaukon $N = 50$ isotoniketjut. Ylemmässä kuvassa parilliset ketjut ja alemmassa parittomat.

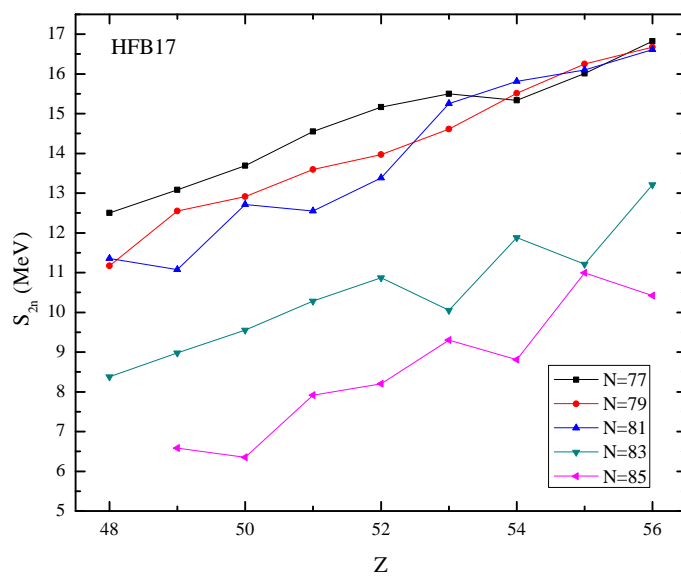
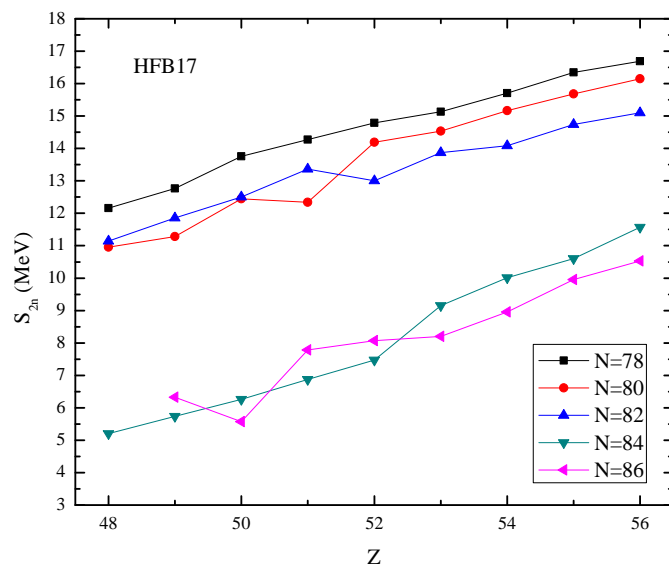


Kuva 4.10: Neutronikuoriaukko $N = 82$.

Mallilla EDF (ks. kuvat liite A.5) isotoniketjut ovat järjestyksessä $N = 80, 82$ ja 78 , kun $Z = 52$. Kohdassa $Z = 54$ isotoniketjut $N = 78$ ja 82 saavat melkein saman arvon ja ketju $N = 80$ saa edellisiä ketjuja matalamman arvon. Lisäksi isotoniketjut $N = 84$ ja 86 ovat vaihtaneet paikkaa. FRDM:n isotoniketjukurvasta voidaan havaita, että ketju $N = 80$ saa suurempia arvoja kuin ketju $N = 78$, kun $Z = 55$ ja 56 . Sillä on myös ketjujen $N = 80$ ja 82 sekä $N = 84$ ja 86 välit huomattavasti suurempia kuin kokeellisten isotoniketjujen välit. DUZU:lla kuoriaukossa on levennys, kun $Z = 51$, mutta muuten isotoniketjut ovat lähes lineaariset.

Deformaatioalue zirkoniumin ympärillä

Kun tarkastellaan lähemmin aluetta zirkoniumin ($Z = 40$) ympärillä $N \approx 59$ (ks. kuva 4.12) huomataan, että poikkeava käyttäytyminen S_{2n} -arvoissa alkaa rubidium-isotoopeilla ($Z = 37$) ja katoaa molybdeenin ($Z = 42$) paikkeilla. Zirkonium-isotooppeja tarkasteltaessa huomataan, että S_{2n} -arvoissa poikkeava

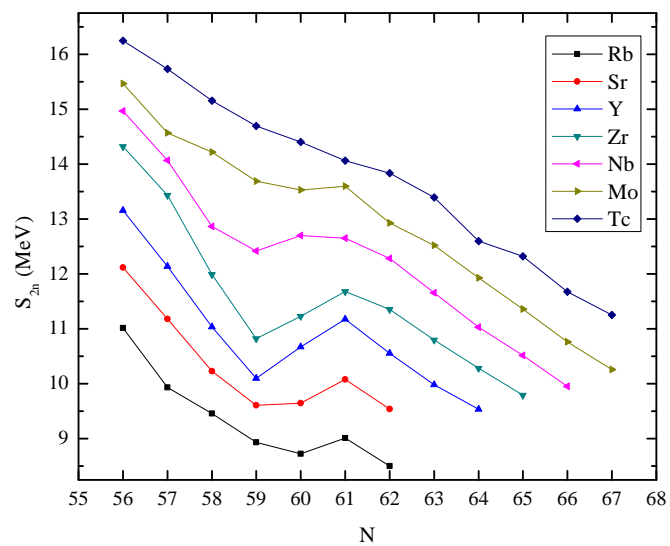


Kuva 4.11: HFB-17 S_{2n} -arvot parillisille ja parittomille N :n arvoille Z :n funktiona.

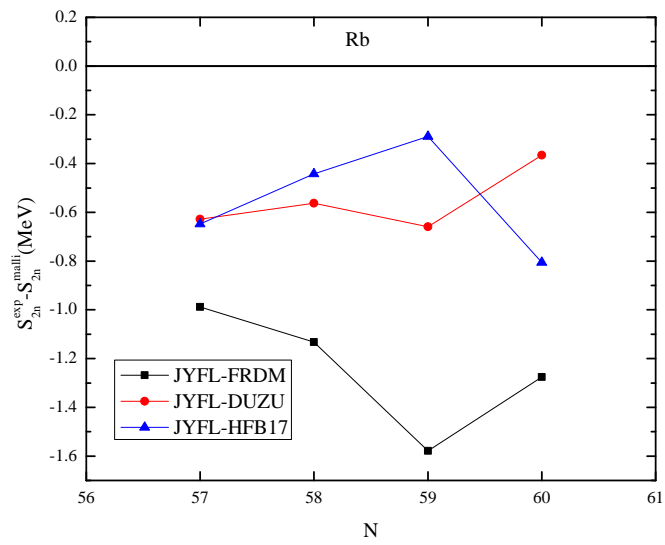
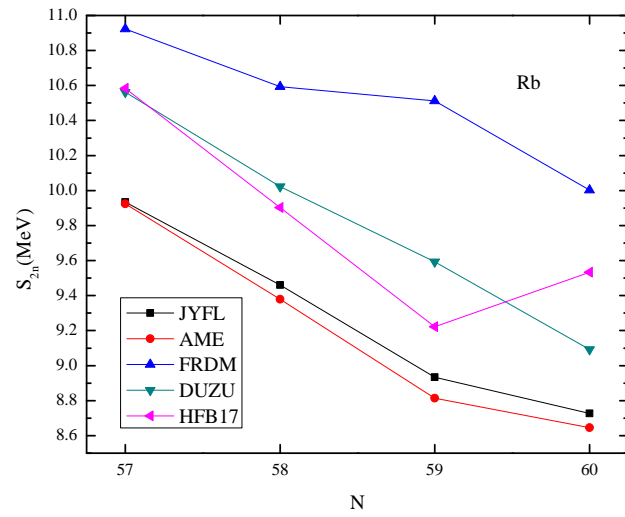
ma on voimakkain. Tämän deformaatioalueen poikkeamaa mallit jäljittelevät heikosti, mikä huomataan kuvista 4.13-4.17. Deformaatiot ovat muutoksia ytimen rakenteessa, kun se minimoi sisäistä energiaansa. Ne voidaan havaita esimerkiksi S_{2n} -arvojen epäjatkuvuuksista. Muodonmuutokset ytimessä johtuvat siinä olevien nukleonien kollektiivisesta käyttäytymisestä. Zirkoniumin ympäristöstä onkin löydetty neutronialikuori $N = 60$, joka selittää muutoksen S_{2n} -arvoissa. Aluetta on tarkasteltu tarkemmin esimerkiksi U. Hagerin väitöskirjassa [60] ja siihen kuuluvissa julkaisuissa.

Kuvista 4.13-4.17 voidaan nähdä, että FRDM poikkeaa JYFLTRAP-arvoista kaikista eniten. HFB-17 huomioi strontium- ja yttriumisotooppien poikkeamat parhaiten. DUZU:ssa S_{2n} -arvot laskevat hyvin lineaarisesti ottamatta huomioon poikkeamaa. Malleista GCM ja EDF ei voi oikein sanoa, ottavatko ne huomioon pudotuksen S_{2n} -arvoissa vai eivät, sillä ne antavat ainoastaan parillis-parillisten ytimien massat.

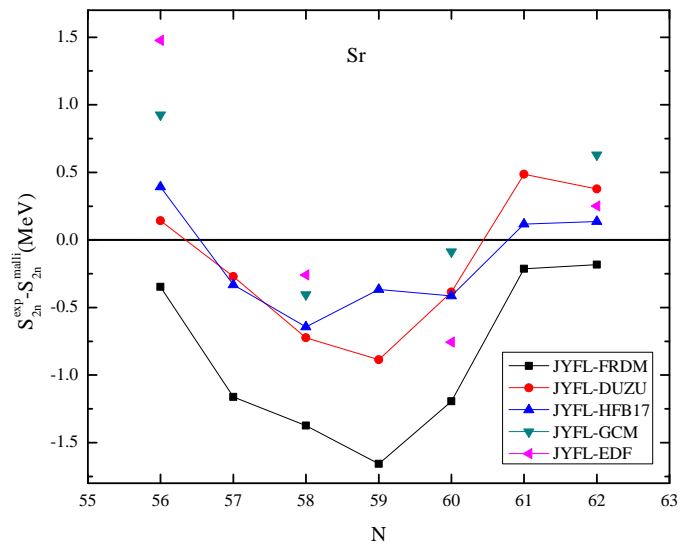
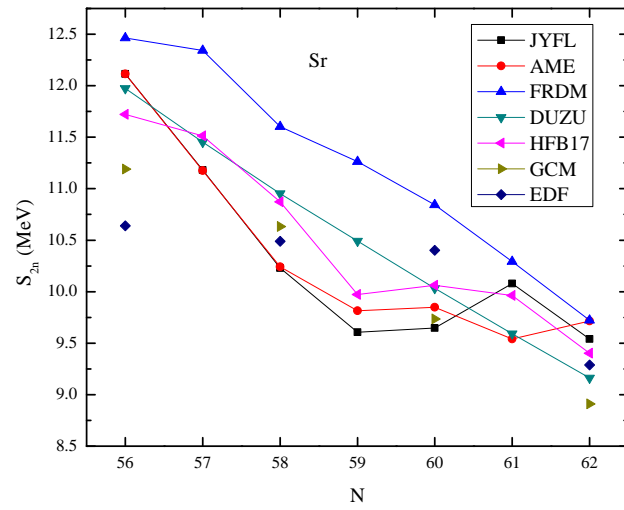
Mallien poikkeaminen tällä alueella saattaa johtua siitä, että niissä käytetty data on virheellistä. FRDM:n ja DUZU:n parametrisointi pohjautuu AME95 ja HFB-17:n parametrisoinnissa on käytetty AME2003-arvoja. Kuvista 4.13-4.17 nähdään AME2003-arvojenkin poikkeavan JYFLTRAP-arvoista jonkin verran. Erot kokeellisiin arvoihin voivat johtua myös siitä, että massaennusteet eivät aina ota huomioon, missä muodossa ytimet ovat.



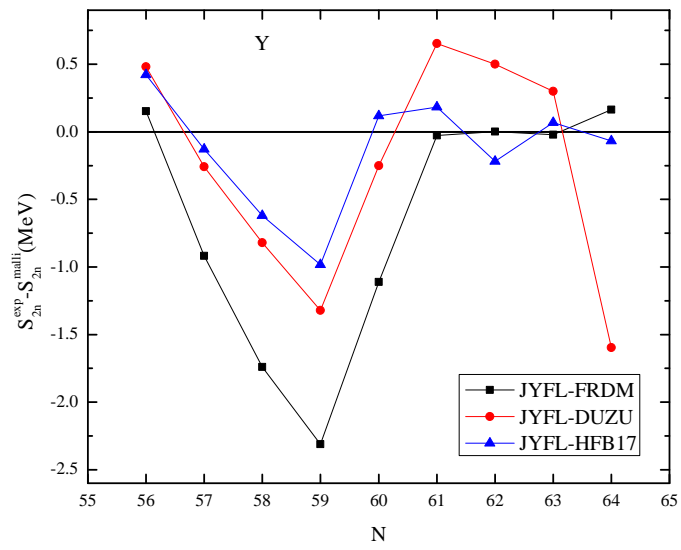
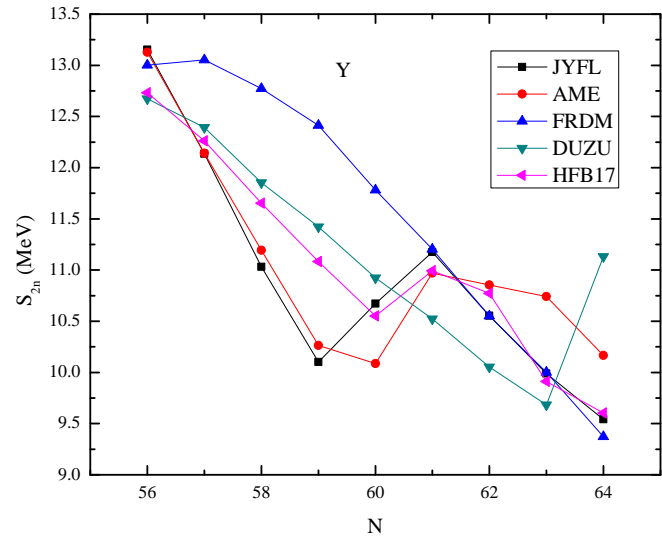
Kuva 4.12: Kokeelliset S_{2n} -arvot N:n funktiona rubidiumista ($Z = 37$) teknetiumiin ($Z = 43$).



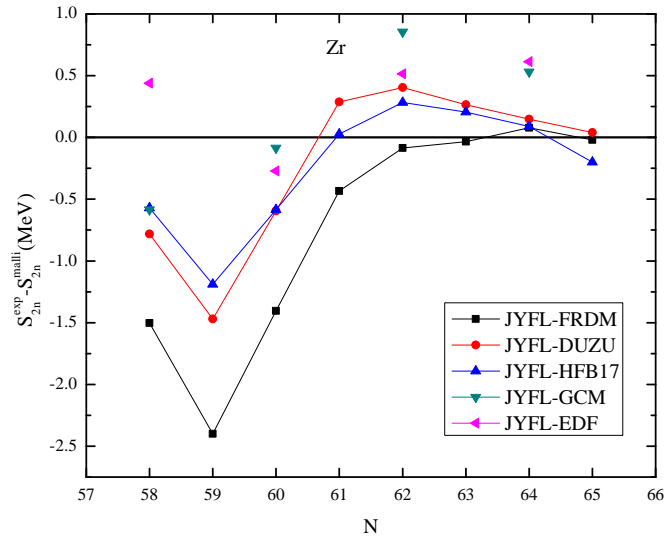
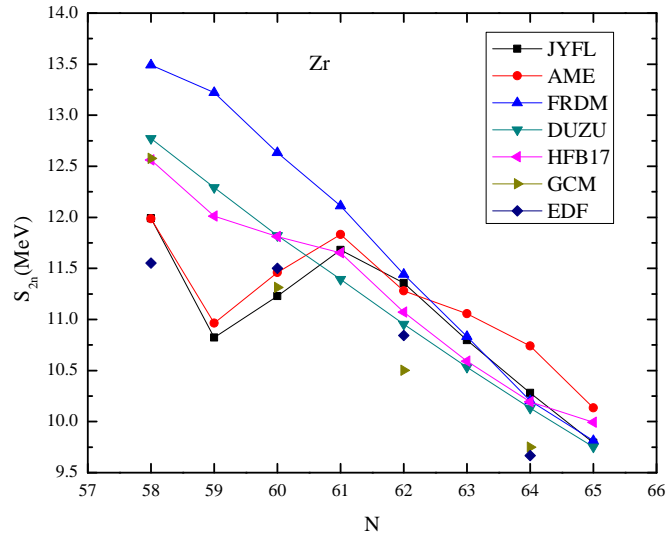
Kuva 4.13: Rubidiumin ($Z = 37$) S_{2n} -arvot N:n funktiona.



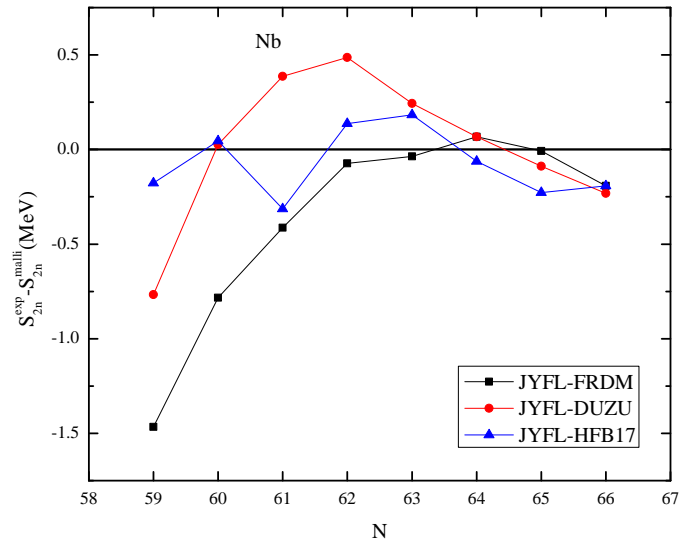
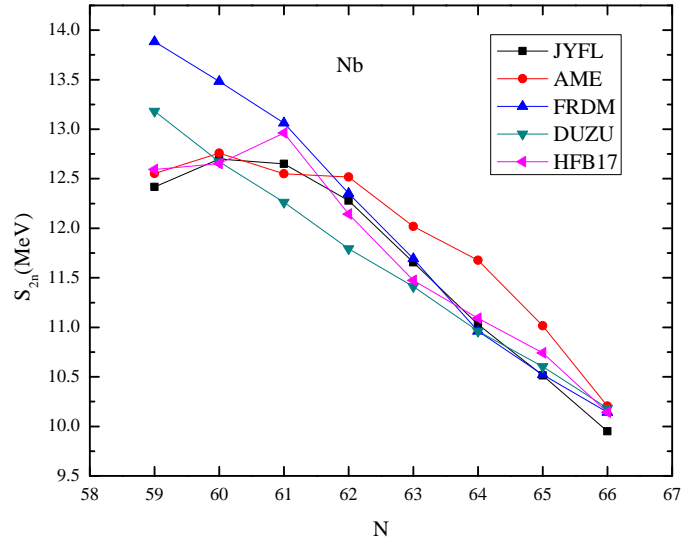
Kuva 4.14: Strontiumin ($Z = 38$) S_{2n} -arvot N:n funktiona.



Kuva 4.15: Yttriumin ($Z = 39$) S_{2n} -arvot N:n funktiona.



Kuva 4.16: Zirkoniumin ($Z = 40$) S_{2n} -arvot $N:n$ funktiona.



Kuva 4.17: Niobiumin ($Z = 41$) S_{2n} -arvot N:n funktiona.

Luku 5

Johtopäätökset

Tässä työssä tutkittiin, kuinka hyvin teoreettiset atomimassaennusteet mallintavat JYFLTRAP-laitteistolla mitattuja kokeellisia atomimassoja. Kokeellisten tulosten ja mallien teoreettisten arvojen vertailua varten laskettiin arvot ja piirrettiin kuvaajat kahden neutronin sidosenergioille, kokeellisten ja teoreettisten massavajeiden ja S_{2n} -arvojen erotuksille sekä kuoriaukkoenergioille maagisilla neutroniluvuilla $N = 28, 50$ ja 82 . Massavaje- ja S_{2n} -erotuksille laskettiin myös keskiarvot, keski- ja rms-poikkeamat, joiden avulla, edellä mainitut kuvaajat mukaan lukien, pystyttiin kartoittamaan mallien käyttäytymistä erityisesti stabiilisuusalueen neutronirikkaalla puolella.

EDF- ja GCM-malleissa ytimien massavajeet poikkeavat huomattavasti enemmän kokeellisista arvoista kuin niistä lasketut S_{2n} -arvot. Tämä voidaan nähdä taulukoista 4.2 ja 4.4. Myös muilla malleilla S_{2n} -arvoista lasketut poikkeamat ovat pienempiä kuin massavajeista lasketut poikkeamat. Erot poikkeamien välillä eivät vain ole niin suuria kuin kahdella parillis-parillisella mallilla. Vaikka ennusteet antaisivat heikkoja tuloksia massavajeille, niiden mallit ytimen fysiikalle voivat olla oikeita, mikä selittäisi S_{2n} -arvojen paremmuuden verrattuna massoihin.

Koska FRDM:n ja DUZU:n massavajeista ja S_{2n} -arvoista lasketut rms-poikkeamat olivat suurempia neutronirikkailla ytimillä kuin kaikilla ytimillä, voidaan vetää johtopäätös, että ne mallintavat heikommin neutronirikasta

aluetta. Vastaavasti HFB-17 ja GCM mallintavat paremmin neutronirikasta aluetta kuin kaikkia ytimiä, sillä niiden rms-poikkeamat olivat pienempiä neutronirikkailla ytimillä. EDF:n massavajeista saatu rms-poikkeama oli suurempi neutronirikkailla ytimillä, mutta S_{2n} -arvoista laskettu rms-poikkeama oli pienempi neutronirikkaalla alueella.

HFB-17 ja DUZU osoittautuivat massavajeiden rms-poikkeamien perusteella toimivimmiksi ja GCM ja EDF epätoimivimmiksi malleiksi. Tutkimuksissa selvisi, että myös S_{2n} -arvojen rms-poikkeamilla DUZU ja HFB-17 ovat parhaimmat ja malli EDF on edelleen huonoin. Kahden neutronin sidosenergioilla GCM:n rms-poikkeama oli parempi kuin FRDM:n eli se ei ollut enää huonoimpia malleja. DUZU:n ja HFB-17:n osoittautuminen täsmällisimmiksi on mielenkiintoinen tulos, sillä S_{2n} -kuvaajien perusteella mallit käyttäytyivät erilailla. DUZU oli liiankin tasainen malli ja HFB-17 taas oli malleista ”rosoisin”, mikä tarkoittaa sitä, että mallit voivat antaa hyvinkin erilaisia tuloksia eri isotoopeilla. Parillis-parillisten mallien S_{2n} -kuvaajien vertailussa havaittiin, että GCM mallintaa erittäin hyvin kokeellisia arvoja. Mallien toimivuutta tutkittaessa ei siis riitä, että tarkastellaan ainoastaan laskettuja rms-poikkeamia, sillä yksittäiset poikkeamat joillain ytimillä tai alueilla voivat olla suuriakin.

Yleisesti voitaisiin olettaa, että malli, jossa on enemmän parametreja antaisi parempia arvoja kuin malli, jossa on parametreja vähemmän. Malli, jossa on paljon parametreja antaa yleensä hyviä tuloksia alueella, josta siihen syötetty data on peräisin. Tällainen malli saattaa kuitenkin olla ennustuskyvyltään heikko. Malli, joka on sovitettu pienempään määrään ytimiä ja jossa on vähemmän parametreja, ennustaa todennäköisesti paremmin kuin paljon parametreja omaava malli. Tässä työssä käsitellyistä malleista FRDM:lla on eniten parametreja, mutta se ei kuitenkaan ole rms-poikkeamia tarkasteltaessa paras. Malleja onkin epäkäytännöllistä verrata toisiinsa eri parametrimäärien ja malleista saatavien erilaisten informaatioiden takia. Esimerkiksi Duflo-Zuker-mallista saadaan ainoastaan massavajeet, mutta FRDM:stä saadaan massojen lisäksi mikroskooppiset korjaus- ja deformaatioparamet-

rit. Malleja voitaisiin saada paremmiksi joko lisäämällä niihin parametreja tai vähentämällä niitä, riippuen mallin fysiikasta.

Malleista FRDM ja DUZU saadut arvot on laskettu AME95-datan perusteella, joten niitä olisi ainakin jo aika päivittää. Koska EDF ja GCM käsittelevät vain parillis-parillisia ytimiä, niistä saataisiin täydellisempiä, kun niihin lisättäisiin myös parillis-parittomat ja pariton-parittomat ytimet. Näiden käsittely vaatisi kuitenkin mallien laajentamista, mikä kasvattaisi laskujen monimutkaisuutta. Malleja EDF ja GCM pitäisi myös muutenkin kehittää, koska ne poikkeavat hyvin paljon kokeellisesta datasta varsinkin massavajeilla. HFB-massamallia päivitetään koko ajan ja tällä hetkellä siitä uusimmat versiot ovat HFB-19, HFB-20 ja HFB-21 [61].

Tässä työssä käytetyn SLy4-parametrisoinnin lisäksi on olemassa paljon muita EDF:n Skyrme-parametrisointeja kuten SkP [62] ja SkM [63]. Kehitetymmät SLy-parametrisoinnit SLy5, SLy6 ja SLy7 sisältävät tässä järjestyksessä spingradienttitermin (spin-gradient term), kahden hiukkasen massakeskipisteen korjaavan -termin (two-body center of mass correction term) ja molemmat edellä mainittut termit. Mahdollisten mallien vertailujen vuoksi SLy4 on valittu perusvuorovaikutukseksi, koska monet Hartree-Fock -laskut eivät ota huomioon parametrisointeihin SLy5-SLy7 lisättyjä termejä [40].

Tämä työ oli rajattu siten, ettei Gogny-vuorovaikutuksiin perustuvia parametrisointeja käsitelty lainkaan. Mahdollisissa myöhemmissä tutkimuksissa on nämäkin syyt ottaa huomioon, sillä niitä pidetään yksinä parhaimmista käytössä olevista malleista. Gogny-mallien eniten testattu ja standardiparametrisointi on D1S [64] ja siitä parannellut tällä hetkellä uusimmat versiot ovat D1N [65] ja D1M [66]. Niiden on havaittu olevan ennustuskyvyltään hyviä erityisesti neutronirikkaalla alueella.

Vaikka tässä työssä tarkasteltu alue nuklidikartalta ei ole kovin laaja, niin siihen kuului merkittävän suuri ja tarkka joukko uusia mittaustuloksia, joten voidaan joka tapauksessa todeta, että teoreettiset atomimassamallit eivät vielä kunnolla mallinna kaikkia ytimiä. Mallien parametrisoinnissa käytetty vanhentunut kokeellinen data aiheuttaa virheellisiä ennusteita atomi-

massoille, vaikka mallien fysiikassa ei muuten olisi ongelmia. Tietyillä alueilla mallit voivat käyttäytyä todella hyvin, mutta taas toisilla ne epäonnistuvat täysin. Korkeatarkkuuksisilla massamittauksilla pitää yrittää mitata ydinten massoja yhä kauempana stabiilisuudesta. Uusien tarkkojen massojen arvojen avulla malleja pystyttäisiin kehittämään luotettavammiksi ja siten käyttökelpoisemmiksi.

Kirjallisuutta

- [1] F. M. Penning *Physica* 3, p. 563, 1936.
- [2] G. Audi, “The history of nuclidic masses and of their evaluation,” *International Journal of Mass Spectrometry*, vol. 251, no. 2-3, pp. 85 – 94, 2006. ULTRA-ACCURATE MASS SPECTROMETRY AND RELATED TOPICS Dedicated to H.-J. Kluge on the occasion of his 65th birthday anniversary - Jürgen Kluge Special Issue.
- [3] K. Blaum, “High-accuracy mass spectrometry with stored ions,” *Physics Reports*, vol. 425, no. 1, pp. 1 – 78, 2006.
- [4] D. Lunney, J. M. Pearson, and C. Thibault, “Recent trends in the determination of nuclear masses,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 75, pp. 1021–1082, Aug 2003.
- [5] “JYFLTRAP:lla mitatut massat http://research.jyu.fi/igisol/JYFLTRAP_masses/.” Katsottu 30.6.2011.
- [6] V. S. Kolhinen, S. Kopecky, T. Eronen, U. Hager, J. Hakala, J. Huikari, A. Jokinen, A. Nieminen, S. Rinta-Antila, J. Szerypo, and J. Äystö, “JYFLTRAP: a cylindrical penning trap for isobaric beam purification at IGISOL,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 528, no. 3, pp. 776 – 787, 2004.
- [7] M. Mukherjee, D. Beck, K. Blaum, G. Bollen, J. Dilling, S. George, F. Herfurth, A. Herlert, A. Kellerbauer, H. Kluge, S. Schwarz, L. Schweikhard, and C. Yazidjian, “ISOLTRAP: An on-line Penning trap for mass spectrometry on short-lived nuclides,” *The European Physical Journal A - Hadrons and Nuclei*, vol. 35, pp. 1–29, 2008. 10.1140/epja/i2007-10528-9.
- [8] J. Wang, G. Savard, K. Sharma, J. Clark, Z. Zhou, A. Levand, C. Boudreau, F. Buchinger, J. Crawford, J. Greene, S. Gulick, J. Lee, G. Sprouse, W. Trimble, J. Vaz, and B. Zabransky, “The Canadian Penning trap mass spectrometer,” *Nuclear Physics A*, vol. 746, pp. 651 – 654, 2004. Proceedings of the Sixth International Conference on Radioactive Nuclear Beams (RNB6).

- [9] J. Dilling, D. Ackermann, J. Bernard, F. Hessberger, S. Hofmann, W. Hornung, H. J. Kluge, E. Lamour, M. Maier, R. Mann, G. Marx, R. Moore, G. Münzenberg, W. Quint, D. Rodriguez, M. Schädel, J. Schönfelder, G. Sikler, C. Toader, L. Vermeeren, C. Weber, G. Bollen, O. Engels, D. Habs, P. Thirolf, H. Backe, A. Dretzke, W. Lauth, W. Ludolphs, and M. Sewtz, “The SHIPTRAP project: A capture and storage facility at GSI for heavy radionuclides from SHIP,” *Hyperfine Interactions*, vol. 127, pp. 491–496, 2000. 10.1023/A:1012638322226.
- [10] G. Audi, A. H. Wapstra, and C. Thibault, “The 2003 Atomic Mass Evaluation: (ii). tables, graphs and references,” *Nuclear Physics A*, vol. 729, no. 1, pp. 337 – 676, 2003. The 2003 NUBASE and Atomic Mass Evaluations.
- [11] S. Rahaman, J. Hakala, V. Elomaa, T. Eronen, U. Hager, A. Jokinen, A. Kankainen, I. Moore, H. Penttilä, S. Rinta-Antila, J. Rissanen, A. Saastamoinen, C. Weber, and J. Äystö, “Masses of neutron-rich Ni and Cu isotopes and the shell closure at $Z = 28$, $N = 40$,” *The European Physical Journal A - Hadrons and Nuclei*, vol. 34, pp. 5–9, 2007. 10.1140/epja/i2007-10489-y.
- [12] J. Hakala, S. Rahaman, V.-V. Elomaa, T. Eronen, U. Hager, A. Jokinen, A. Kankainen, I. D. Moore, H. Penttilä, S. Rinta-Antila, J. Rissanen, A. Saastamoinen, T. Sonoda, C. Weber, and J. Äystö, “Evolution of the $N = 50$ shell gap energy towards ^{78}Ni ,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, p. 052502, Jul 2008.
- [13] S. Rahaman, U. Hager, V. Elomaa, T. Eronen, J. Hakala, A. Jokinen, A. Kankainen, P. Karvonen, I. Moore, H. Penttilä, S. Rinta-Antila, J. Rissanen, A. Saastamoinen, T. Sonoda, and J. Äystö, “Precise atomic masses of neutron-rich Br and Rb nuclei close to the r-process path,” *The European Physical Journal A - Hadrons and Nuclei*, vol. 32, pp. 87–96, 2007. 10.1140/epja/i2006-10297-y.
- [14] U. Hager, T. Eronen, J. Hakala, A. Jokinen, V. S. Kolhinen, S. Kopecky, I. Moore, A. Nieminen, M. Oinonen, S. Rinta-Antila, J. Szerypo, and J. Äystö, “First precision mass measurements of refractory fission fragments,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, p. 042504, Feb 2006.
- [15] U. Hager, A. Jokinen, V.-V. Elomaa, T. Eronen, J. Hakala, A. Kankainen, S. Rahaman, J. Rissanen, I. Moore, S. Rinta-Antila, A. Saastamoinen, T. Sonoda, and J. Äystö, “Precision mass measurements of neutron-rich yttrium and niobium isotopes,” *Nuclear Physics A*, vol. 793, no. 1-4, pp. 20 – 39, 2007.
- [16] S. Rinta-Antila, T. Eronen, V. Elomaa, U. Hager, J. Hakala, A. Jokinen, P. Karvonen, H. Penttilä, J. Rissanen, T. Sonoda, A. Saastamoinen, and J. Äystö, “Decay study of neutron-rich zirconium isotopes employing a Penning trap as a spectroscopy

- tool,” *The European Physical Journal A - Hadrons and Nuclei*, vol. 31, pp. 1–7, 2007. 10.1140/epja/i2006-10158-9.
- [17] U. Hager, V.-V. Elomaa, T. Eronen, J. Hakala, A. Jokinen, A. Kankainen, S. Rahaman, S. Rinta-Antila, A. Saastamoinen, T. Sonoda, and J. Äystö, “Precision mass measurements of neutron-rich Tc, Ru, Rh, and Pd isotopes,” *Phys. Rev. C*, vol. 75, p. 064302, Jun 2007.
- [18] J. S. E. Wieslander, J. Suhonen, T. Eronen, M. Hult, V.-V. Elomaa, A. Jokinen, G. Marissens, M. Misiaszek, M. T. Mustonen, S. Rahaman, C. Weber, and J. Äystö, “Smallest known Q value of any nuclear decay: The rare β^- decay of $^{115}\text{In}(9/2^+) \rightarrow ^{115}\text{Sn}(3/2^+)$,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, p. 122501, Sep 2009.
- [19] J. Lilley, *Introduction of Nuclear Physics*. John Wiley & Sons, Ltd, 2004.
- [20] K. S. Krane, *Introductory Nuclear Physics*. John Wiley & Sons, 1988.
- [21] Y.-Z. Qian, “Nuclear physics and astrophysics of the r-process,” *Nuclear Physics A*, vol. 752, pp. 550 – 559, 2005. Proceedings of the 22nd International Nuclear Physics Conference (Part 2).
- [22] W. D. Myers and W. J. Swiatecki, “Nuclear masses and deformations,” *Nuclear Physics*, vol. 81, no. 1, pp. 1 – 60, 1966.
- [23] A. H. Wapstra, G. Audi, and C. Thibault, “The 2003 Atomic Mass Evaluation: (i). Evaluation of input data, adjustment procedures,” *Nuclear Physics A*, vol. 729, no. 1, pp. 129 – 336, 2003. The 2003 NUBASE and Atomic Mass Evaluations.
- [24] P. Möller, J. R. Nix, W. D. Myers, and W. J. Swiatecki, “Nuclear ground-state masses and deformations,” *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, vol. 59, no. 2, pp. 185 – 381, 1995.
- [25] S. Goriely, N. Chamel, and J. M. Pearson, “Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov nuclear mass formulas: Crossing the 0.6 MeV accuracy threshold with microscopically deduced pairing,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 102, p. 152503, Apr 2009.
- [26] S. Goriely, N. Chamel, and J. Pearson, “Recent breakthroughs in Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov mass formulas,” *The European Physical Journal A - Hadrons and Nuclei*, vol. 42, pp. 547–552, 2009. 10.1140/epja/i2009-10784-7.
- [27] J. Duflo and A. Zuker, “Microscopic mass formulas,” *Phys. Rev. C*, vol. 52, pp. R23–R27, Jul 1995.
- [28] M. Stoitsov, W. Nazarewicz, and N. Schunck, “Large-scale mass table calculations,” *International Journal of Modern Physics E (IJMPE)*, vol. 18, no. 4, pp. 816–822, 2009.

- [29] M. Bender, G. F. Bertsch, and P.-H. Heenen, “Systematics of quadrupolar correlation energies,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 94, p. 102503, Mar 2005.
- [30] M. Bender, G. F. Bertsch, and P.-H. Heenen, “Global study of quadrupole correlation effects,” *Phys. Rev. C*, vol. 73, p. 034322, Mar 2006.
- [31] A. H. Wapstra and N. B. Gove, “The 1971 Atomic Mass Evaluation,” *Nuclear data tables*, vol. A1, p. 265, 1971.
- [32] G. Audi and A. H. Wapstra, “The 1993 Atomic Mass Evaluation : (i) Atomic mass table,” *Nuclear Physics A*, vol. 565, no. 1, pp. 1 – 65, 1993.
- [33] G. Audi and A. H. Wapstra, “The 1995 update to the Atomic Mass Evaluation,” *Nuclear Physics A*, vol. 595, no. 4, pp. 409 – 480, 1995.
- [34] P. Möller and J. R. Nix, “Nuclear masses from a unified macroscopic-microscopic model,” *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, vol. 39, no. 2, pp. 213 – 223, 1988.
- [35] S. Goriely, F. Tondeur, and J. Pearson, “A Hartree-Fock nuclear mass table,” *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, vol. 77, no. 2, pp. 311 – 381, 2001.
- [36] M. Samyn, S. Goriely, P. H. Heenen, J. M. Pearson, and F. Tondeur, “A Hartree-Fock-Bogoliubov mass formula,” *Nuclear Physics A*, vol. 700, no. 1-2, pp. 142 – 156, 2002.
- [37] N. Chamel, S. Goriely, and J. Pearson, “Further explorations of Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov mass formulas. ix: Constraint of pairing force to 1s0 neutron-matter gap,” *Nuclear Physics A*, vol. 812, no. 1-4, pp. 72 – 98, 2008.
- [38] M. Bender, P.-H. Heenen, and P.-G. Reinhard, “Self-consistent mean-field models for nuclear structure,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 75, pp. 121–180, Jan 2003.
- [39] M. Stoitsov, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, and P. Borycki, “Large-scale self-consistent nuclear mass calculations,” *International Journal of Mass Spectrometry*, vol. 251, no. 2-3, pp. 243 – 251, 2006. ULTRA-ACCURATE MASS SPECTROMETRY AND RELATED TOPICS Dedicated to H.-J. Kluge on the occasion of his 65th birthday anniversary - Jürgen Kluge Special Issue.
- [40] E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer, and R. Schaeffer, “A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities part ii. Nuclei far from stabilities,” *Nuclear Physics A*, vol. 635, no. 1-2, pp. 231 – 256, 1998.
- [41] D. L. Hill and J. A. Wheeler, “Nuclear constitution and the interpretation of fission phenomena,” *Phys. Rev.*, vol. 89, pp. 1102–1145, Mar 1953.
- [42] J. J. Griffin and J. A. Wheeler, “Collective motions in nuclei by the method of generator coordinates,” *Phys. Rev.*, vol. 108, pp. 311–327, Oct 1957.

- [43] H. Penttilä, P. Dendooven, A. Honkanen, M. Huhta, P. Jauho, A. Jokinen, G. Lhersonneau, M. Oinonen, J.-M. Parmonen, K. Peräjärvi, and J. Äystö, “Status report of the Jyväskylä Ion Guide Isotope Separator On-Line facility,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, vol. 126, no. 1-4, pp. 213 – 217, 1997. International Conference on Electromagnetic Isotope Separators and Techniques Related to Their Applications.
- [44] J. Huikari, P. Dendooven, A. Jokinen, A. Nieminen, H. Penttilä, K. Peräjärvi, A. Popov, S. Rinta-Antila, and J. Äystö, “Production of neutron-deficient rare isotope beams at IGISOL; on-line and off-line studies,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, vol. 222, no. 3-4, pp. 632 – 652, 2004.
- [45] P. Dendooven, R. Béraud, E. Chabanat, A. Emsallem, A. Honkanen, M. Huhta, A. Jokinen, G. Lhersonneau, M. Oinonen, H. Penttilä, K. Peräjärvi, J. C. Wang, and J. Äystö, “Improved ion guide for heavy-ion fusion-evaporation reactions,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 408, no. 2-3, pp. 530 – 534, 1998.
- [46] M. Oinonen, R. Béraud, G. Canchel, E. Chabanat, P. Dendooven, A. Emsallem, S. Hankonen, A. Honkanen, J. Huikari, A. Jokinen, G. Lhersonneau, C. Miehé, A. Nieminen, Y. Novikov, H. Penttilä, K. Peräjärvi, A. Popov, D. M. Seliverstov, J. C. Wang, and J. Äystö, “Production of refractory elements close to the $Z=N$ line using the ion-guide technique,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 416, no. 2-3, pp. 485 – 492, 1998.
- [47] K. Peräjärvi, P. Dendooven, M. Górska, J. Huikari, A. Jokinen, V. S. Kolhinen, M. L. Commará, G. Lhersonneau, A. Nieminen, S. Nummela, H. Penttilä, E. Roeckl, J. C. Wang, and J. Äystö, “The $1^+ \rightarrow 0^+$ Gamow-Teller strength of the $^{58}\text{Cu}g.s. \rightarrow ^{58}\text{Ni}g.s.$ transition,” *Nuclear Physics A*, vol. 696, no. 3-4, pp. 233 – 240, 2001.
- [48] A. Nieminen, J. Huikari, A. Jokinen, J. Äystö, P. Campbell, and E. C. A. Cochrane, “Beam cooler for low-energy radioactive ions,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 469, no. 2, pp. 244 – 253, 2001.
- [49] A. Nieminen, P. Campbell, J. Billowes, D. H. Forest, J. A. R. Griffith, J. Huikari, A. Jokinen, I. D. Moore, R. Moore, G. Tungate, and J. Äystö, “On-line ion cooling and bunching for collinear laser spectroscopy,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 88, p. 094801, Feb 2002.

- [50] A. Jokinen, T. Eronen, U. Hager, I. Moore, H. Penttilä, S. Rinta-Antila, and J. Äystö, “Precision experiments on exotic nuclei at IGISOL,” *International Journal of Mass Spectrometry*, vol. 251, no. 2-3, pp. 204 – 211, 2006. ULTRA-ACCURATE MASS SPECTROMETRY AND RELATED TOPICS Dedicated to H.-J. Kluge on the occasion of his 65th birthday anniversary - Jürgen Kluge Special Issue.
- [51] E. Kugler, “The ISOLDE facility,” *Hyperfine Interactions*, vol. 129, pp. 23–42, 2000. 10.1023/A:1012603025802.
- [52] O. Engels, L. Beck, G. Bollen, D. Habs, G. Marx, J. Neumayr, U. Schramm, S. Schwarz, P. Thirolf, and V. Varentsov, “First measurements with the gas cell for SHIPTRAP,” *Hyperfine Interactions*, vol. 132, pp. 501–505, 2001. 10.1023/A:1011987214943.
- [53] M. König, G. Bollen, H. J. Kluge, T. Otto, and J. Szerypo, “Quadrupole excitation of stored ion motion at the true cyclotron frequency,” *International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes*, vol. 142, no. 1-2, pp. 95 – 116, 1995.
- [54] L. S. Brown and G. Gabrielse, “Geonium theory: Physics of a single electron or ion in a penning trap,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 58, pp. 233–311, Jan 1986.
- [55] S. Rahaman, V.-V. Elomaa, T. Eronen, J. Hakala, A. Jokinen, A. Kankainen, J. Rissanen, J. Suhonen, C. Weber, and J. Äystö, “Accurate Q value for the ^{112}Sn double- β decay and its implication for the search of the neutrino mass,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, p. 042501, Jul 2009.
- [56] M. Kretschmar, “The Ramsey method in high-precision mass spectrometry with Penning traps: Theoretical foundations,” *International Journal of Mass Spectrometry*, vol. 264, no. 2-3, pp. 122 – 145, 2007.
- [57] S. George, S. Baruah, B. Blank, K. Blaum, M. Breitenfeldt, U. Hager, F. Herfurth, A. Herlert, A. Kellerbauer, H.-J. Kluge, M. Kretschmar, D. Lunney, R. Savreux, S. Schwarz, L. Schweikhard, and C. Yazidjian, “Ramsey method of separated oscillatory fields for high-precision Penning trap mass spectrometry,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 98, p. 162501, Apr 2007.
- [58] T. Eronen, V.-V. Elomaa, U. Hager, J. Hakala, A. Jokinen, A. Kankainen, S. Rahaman, J. Rissanen, C. Weber, and J. Äystö, “Preparing isomerically pure beams of short-lived nuclei at JYFLTRAP,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, vol. 266, no. 19-20, pp. 4527 – 4531, 2008. Proceedings of the XVth International Conference on Electromagnetic Isotope Separators and Techniques Related to their Applications.

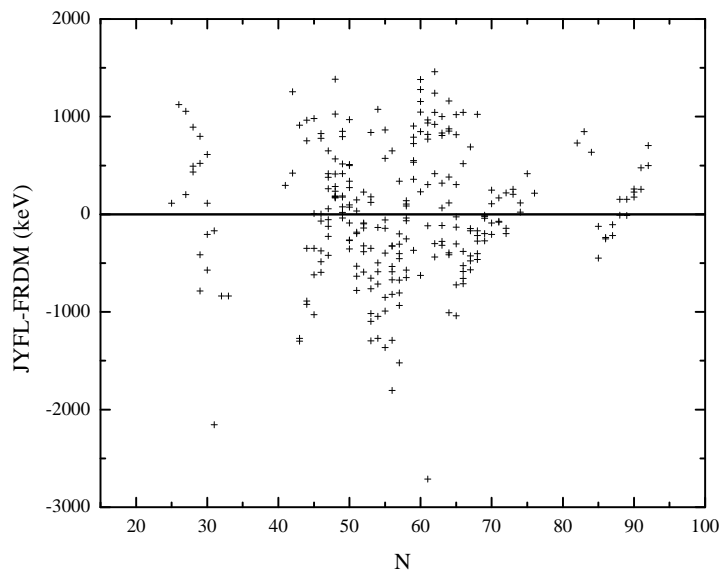
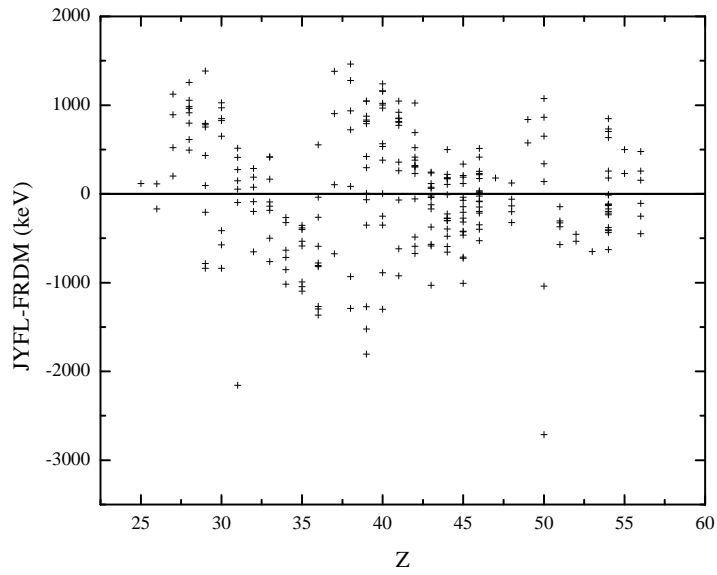
- [59] T. Eronen, V.-V. Elomaa, U. Hager, J. Hakala, J. C. Hardy, A. Jokinen, A. Kankainen, I. D. Moore, H. Penttilä, S. Rahaman, S. Rinta-Antila, J. Rissanen, A. Saastamoinen, T. Sonoda, C. Weber, and J. Äystö, “ Q_{EC} values of the superallowed β emitters ^{50}Mn and ^{54}Co ,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 100, p. 132502, Apr 2008.
- [60] U. Hager, “Precision mass measurements of neutron-rich nuclides around $A = 100$,” *Ph.D Thesis, University of Jyväskylä*, 2007.
- [61] S. Goriely, N. Chamel, and J. M. Pearson, “Further explorations of Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov mass formulas. xii. Stiffness and stability of neutron-star matter,” *Phys. Rev. C*, vol. 82, p. 035804, Sep 2010.
- [62] J. Dobaczewski, H. Flocard, and J. Treiner, “Hartree-Fock-Bogolyubov description of nuclei near the neutron-drip line,” *Nuclear Physics A*, vol. 422, no. 1, pp. 103 – 139, 1984.
- [63] J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, and H. B. Håkansson, “Towards a better parametrisation of skyrme-like effective forces: A critical study of the skm force,” *Nuclear Physics A*, vol. 386, no. 1, pp. 79 – 100, 1982.
- [64] J. F. Berger, M. Girod, and D. Gogny, “Microscopic analysis of collective dynamics in low energy fission,” *Nuclear Physics A*, vol. 428, pp. 23 – 36, 1984.
- [65] F. Chappert, M. Girod, and S. Hilaire, “Towards a new Gogny force parameterization: Impact of the neutron matter equation of state,” *Physics Letters B*, vol. 668, no. 5, pp. 420 – 424, 2008.
- [66] S. Goriely, S. Hilaire, M. Girod, and S. Péru, “First Gogny-Hartree-Fock-Bogoliubov nuclear mass model,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 102, p. 242501, Jun 2009.

Liite A

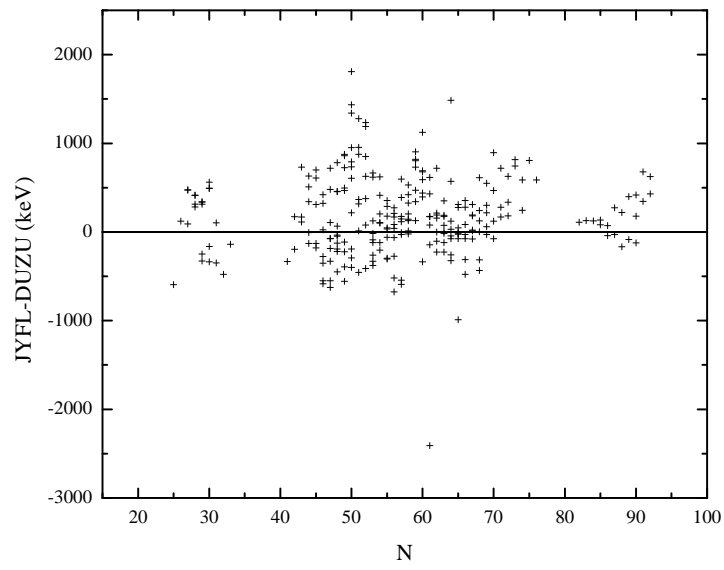
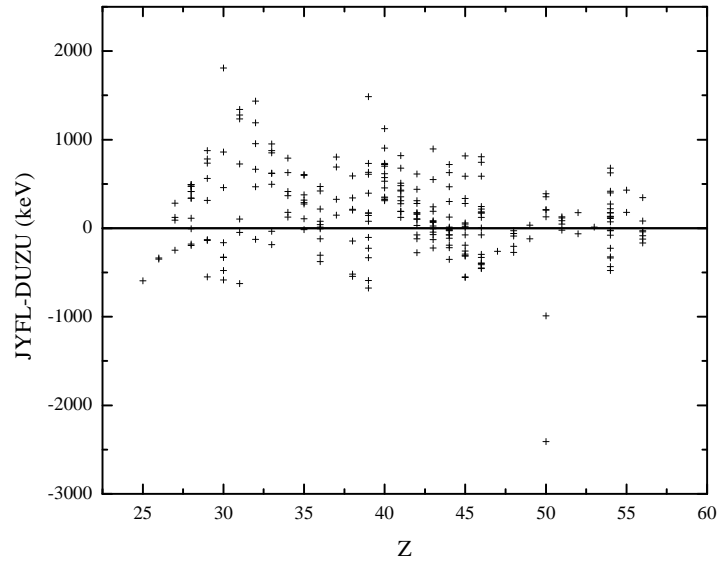
Liitteet

A.1 ME-erotukset kaikista arvoista

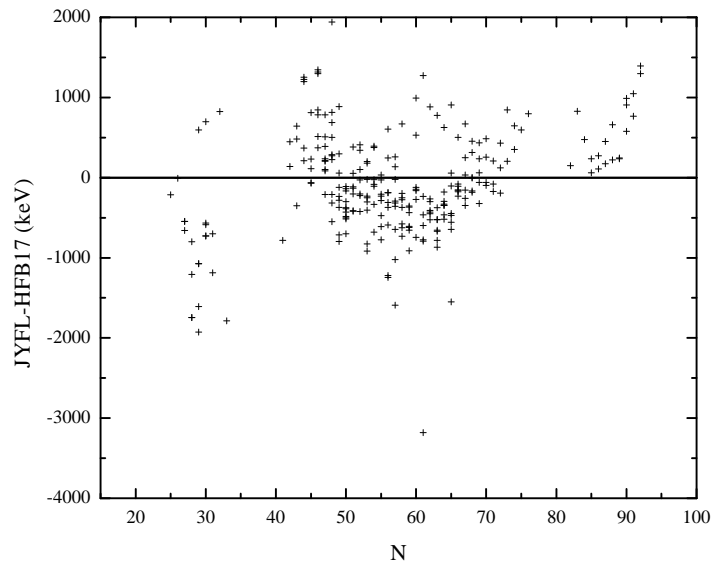
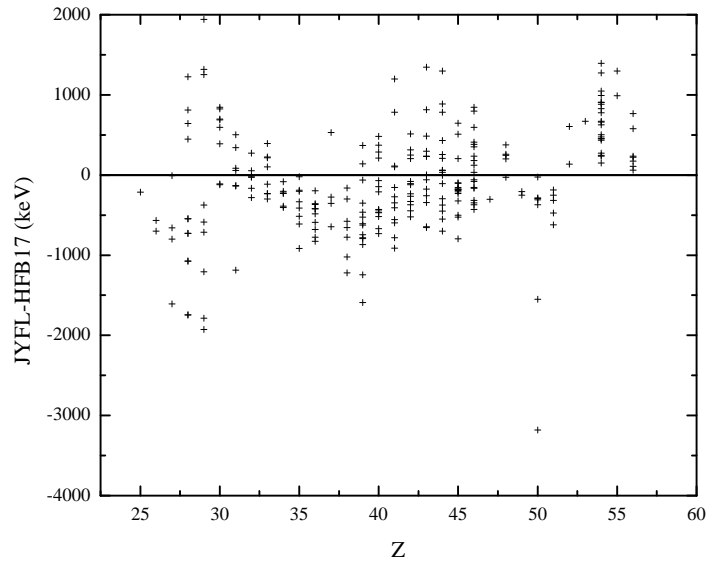
Kokeellisten ja teoreettisten arvojen massavaje-erotukset kaikista arvoista $N:n$ ja $Z:n$ funktioina.



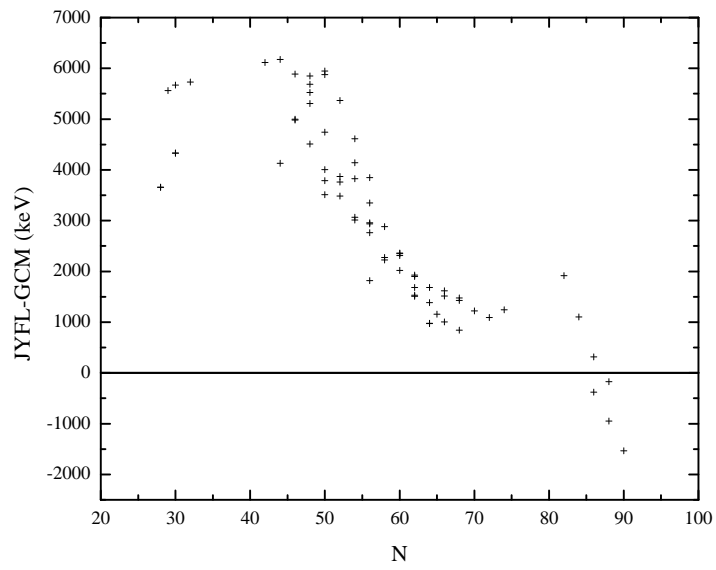
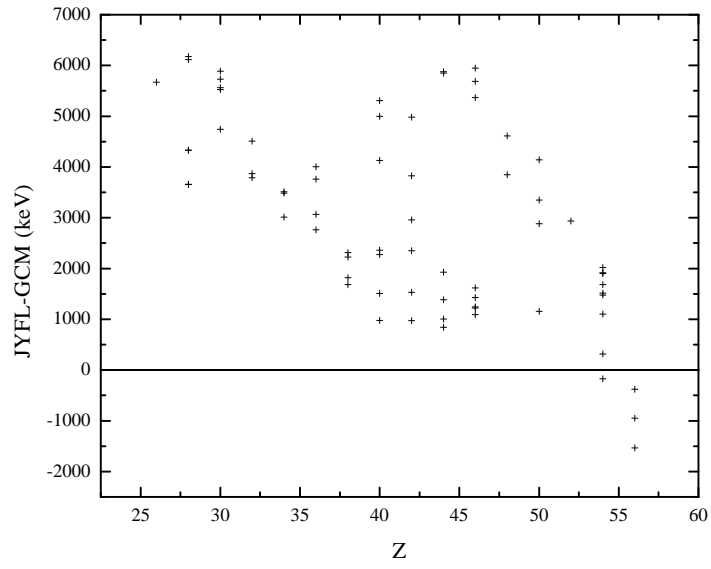
Kuva A.1: FRDM.



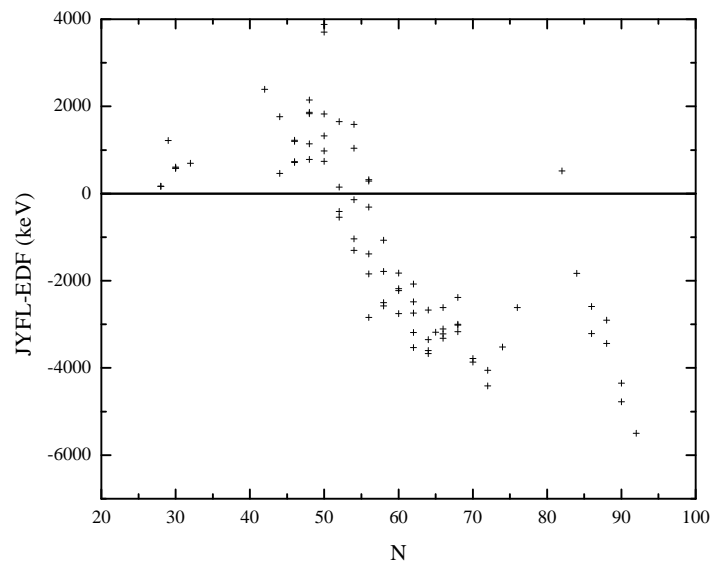
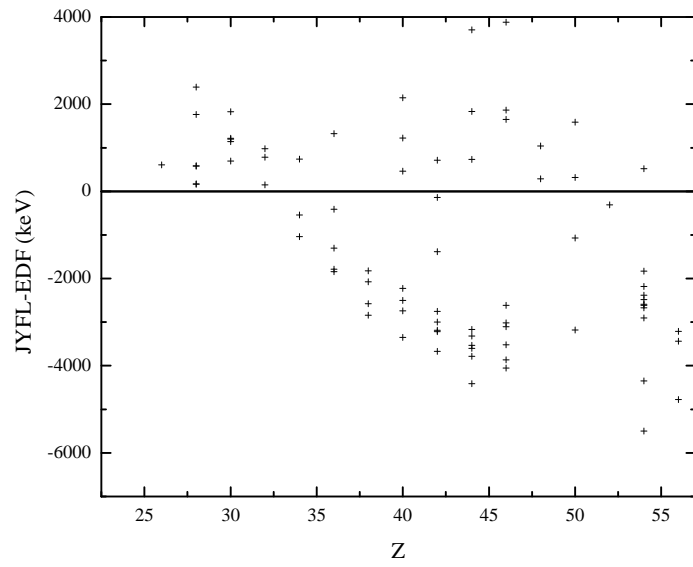
Kuva A.2: DUZU.



Kuva A.3: HFB-17.



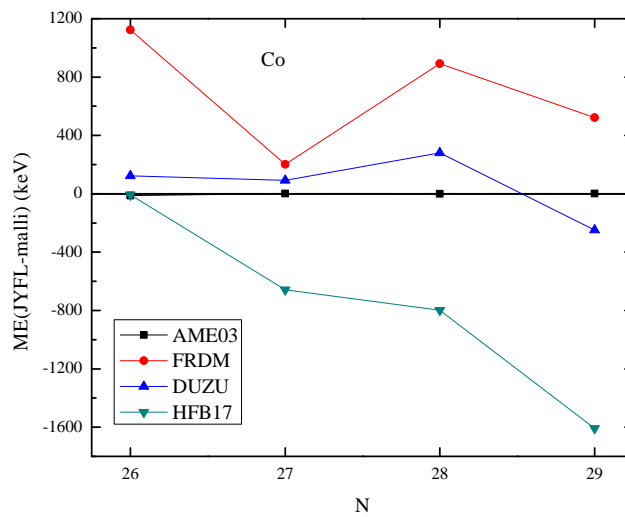
Kuva A.4: GCM.



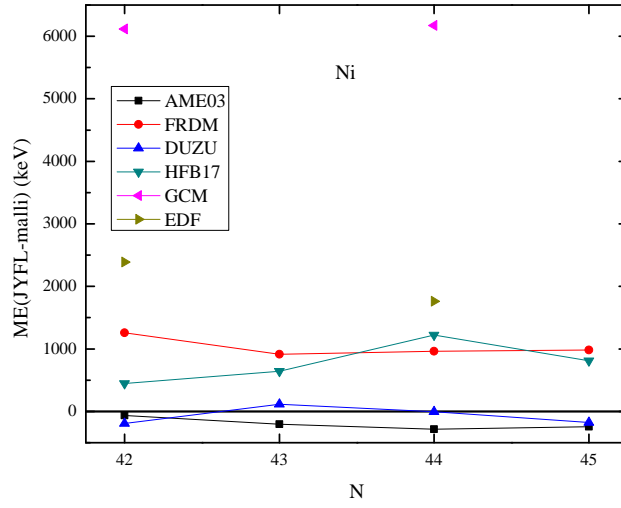
Kuva A.5: EDF.

A.2 ME-erotukset isotoopeittain

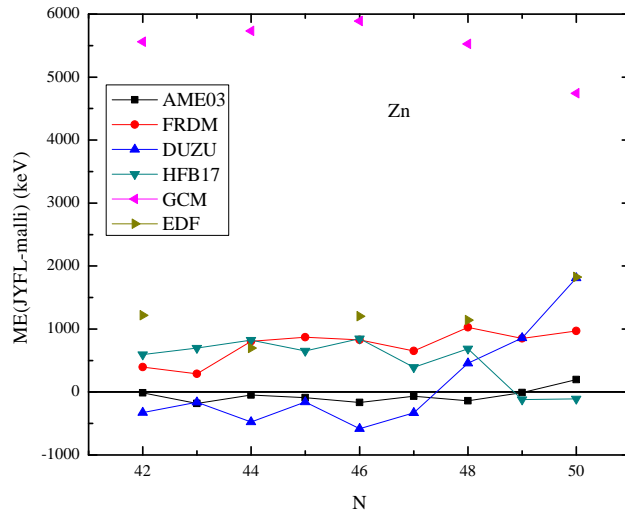
Kokeellisten ja teoreettisten arvojen massavaje-erotukset isotoopeittain N :n funktiona.



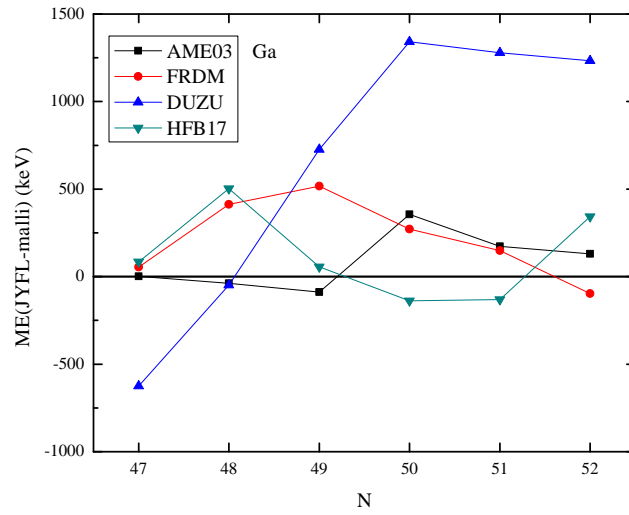
Kuva A.6: $Z = 27$.



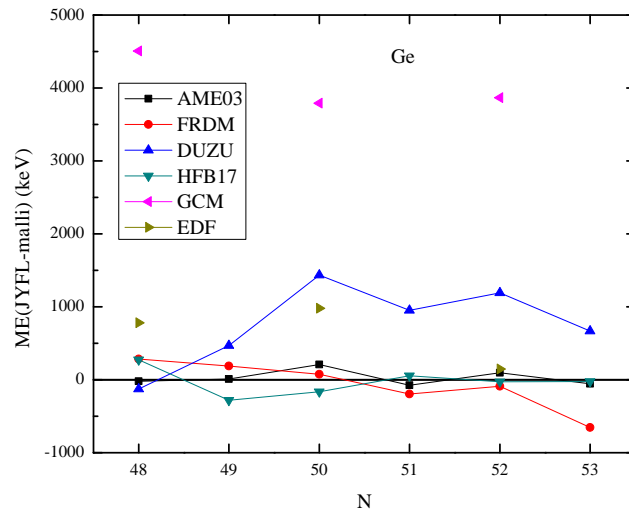
Kuva A.7: $Z = 28$.



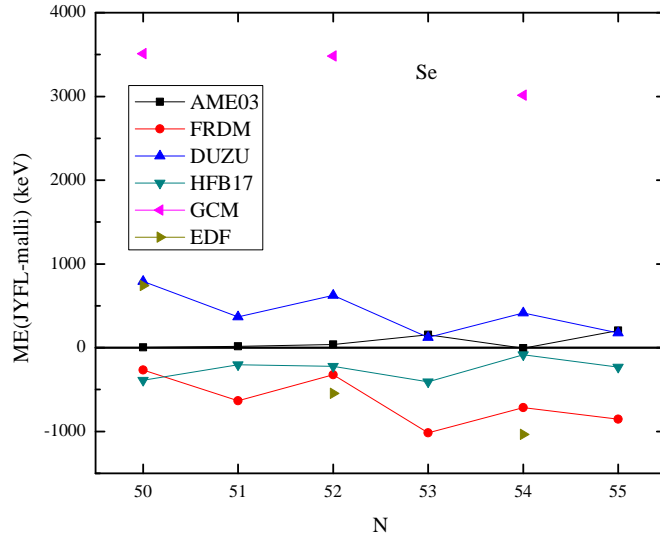
Kuva A.8: $Z = 30$.



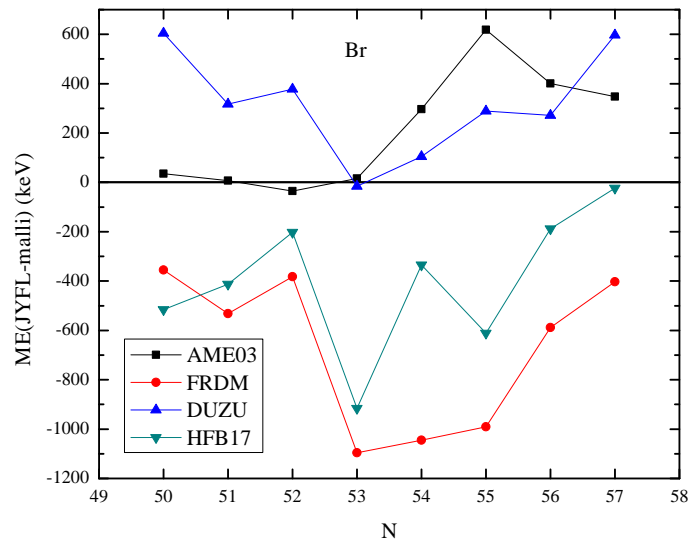
Kuva A.9: $Z = 31$.



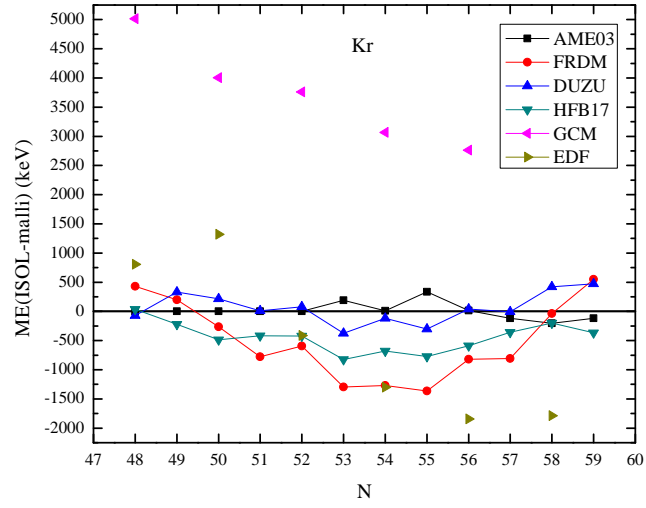
Kuva A.10: $Z = 32$.



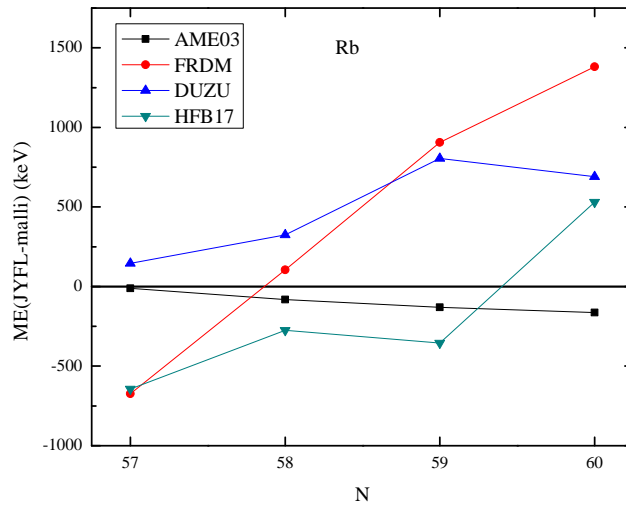
Kuva A.11: $Z = 34$.



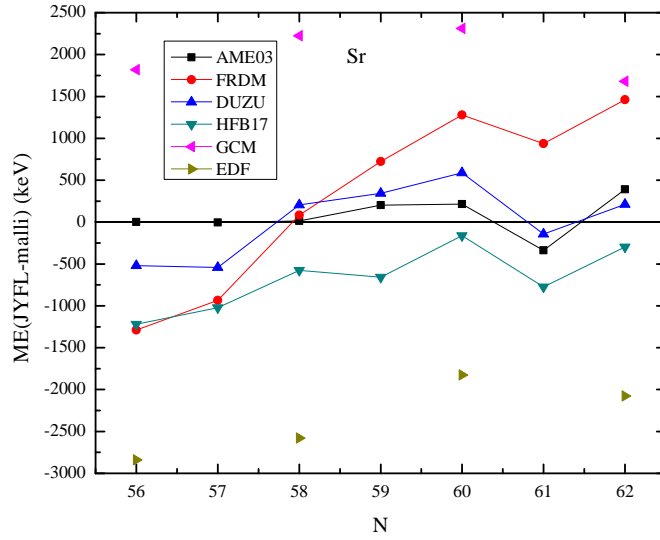
Kuva A.12: $Z = 35$.



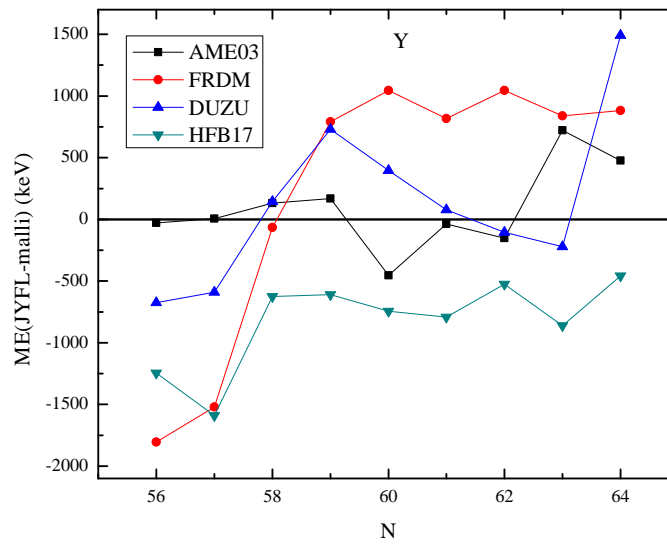
Kuva A.13: $Z = 36$.



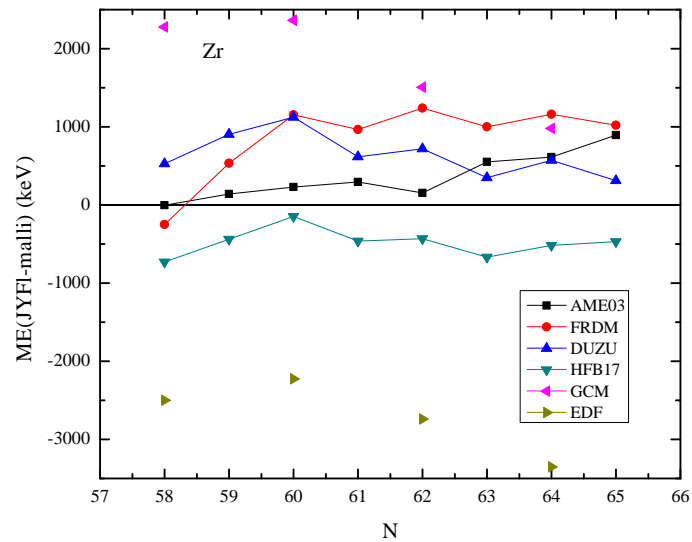
Kuva A.14: $Z = 37$.



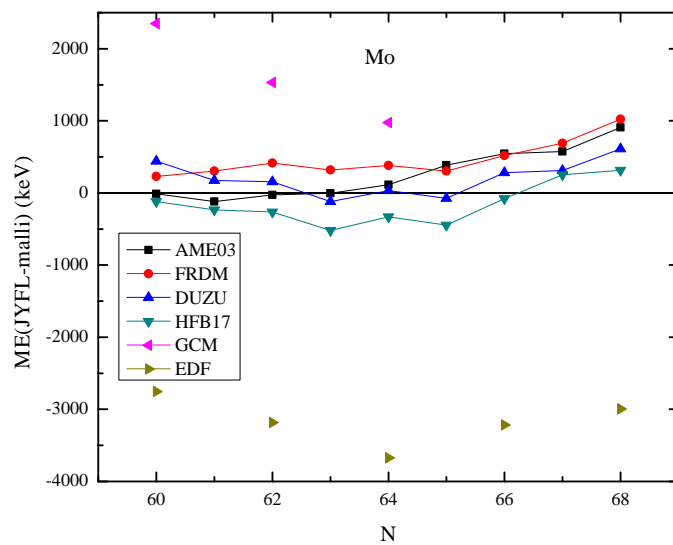
Kuva A.15: $Z = 38$.



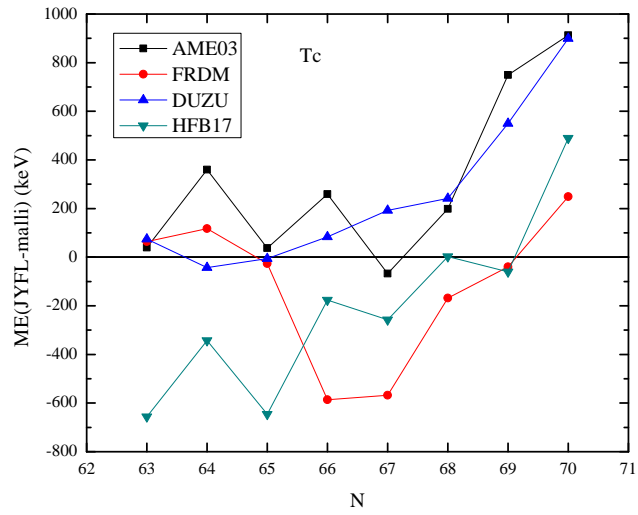
Kuva A.16: $Z = 39$.



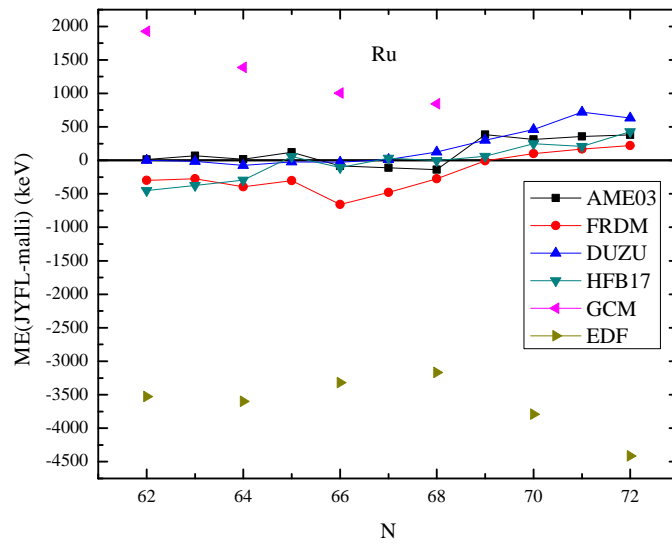
Kuva A.17: $Z = 40$.



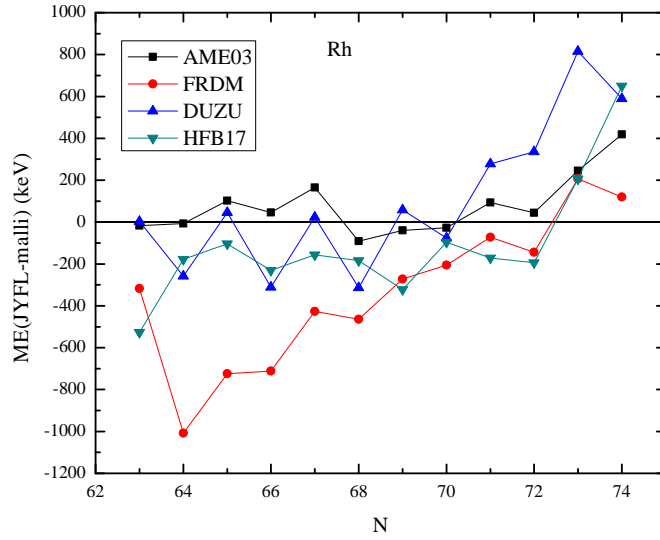
Kuva A.18: $Z = 42$.



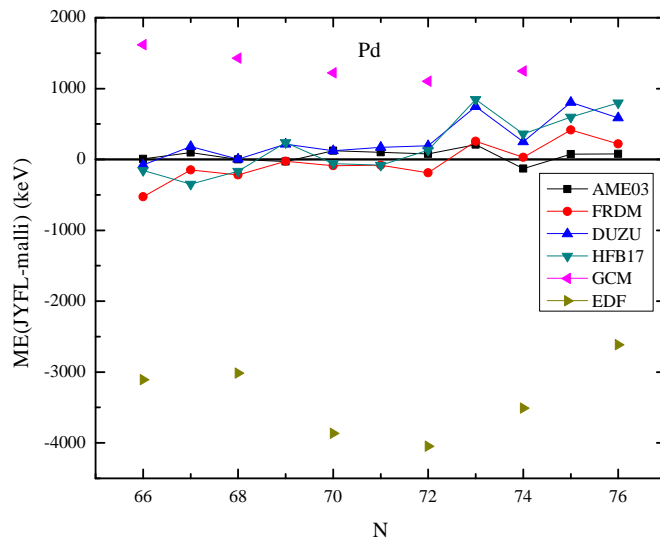
Kuva A.19: $Z = 43$.



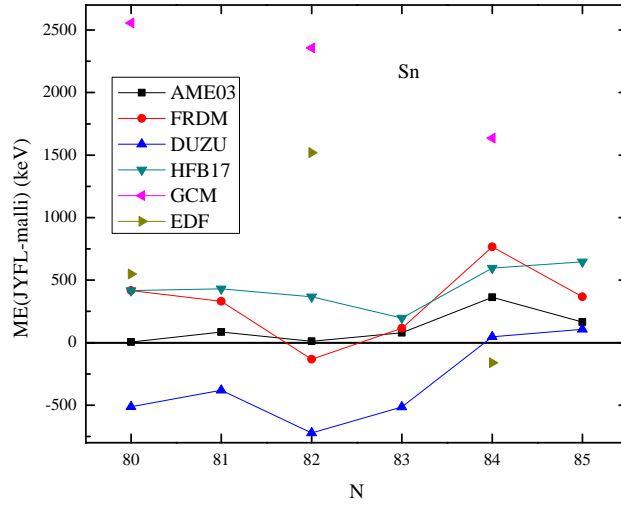
Kuva A.20: $Z = 44$.



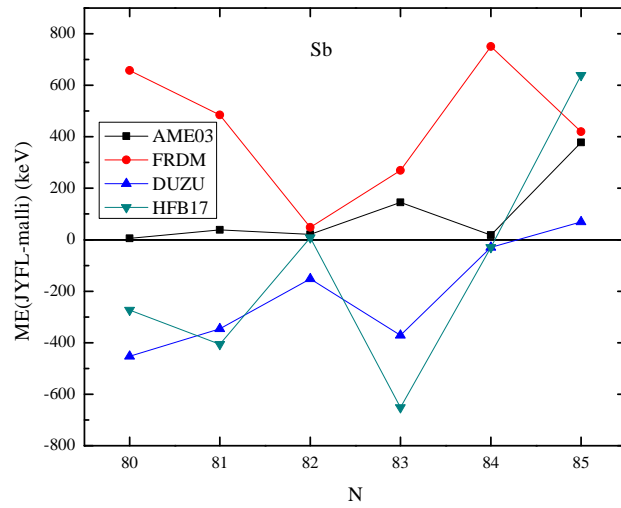
Kuva A.21: $Z = 45$.



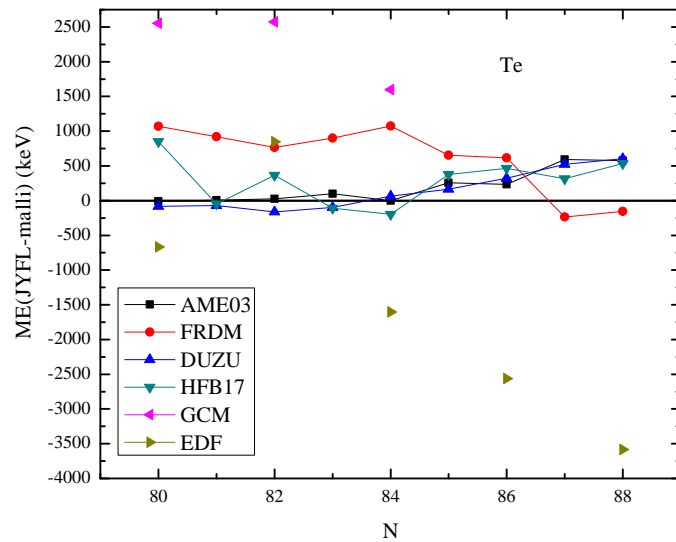
Kuva A.22: $Z = 46$.



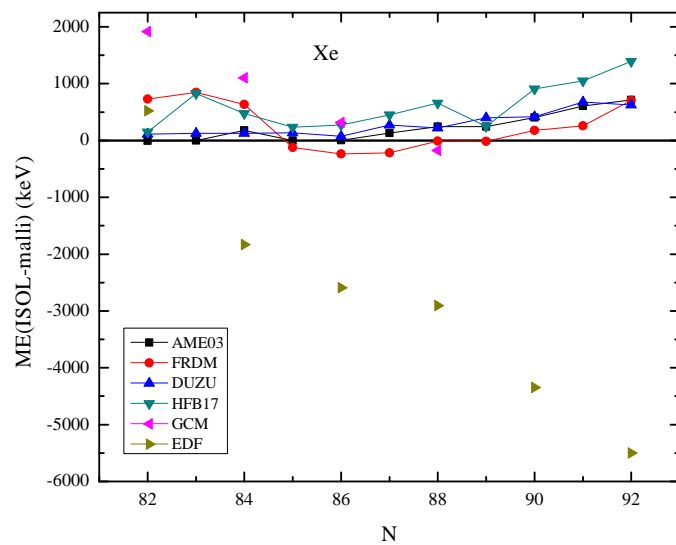
Kuva A.23: $Z = 50$.



Kuva A.24: $Z = 51$.



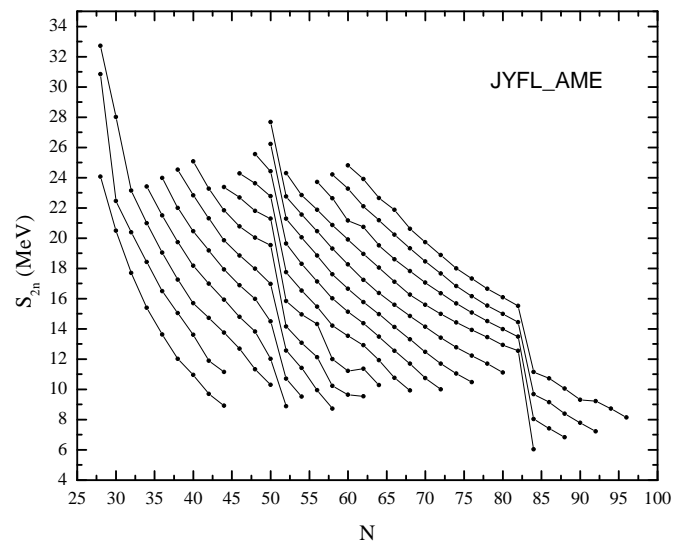
Kuva A.25: $Z = 52$.



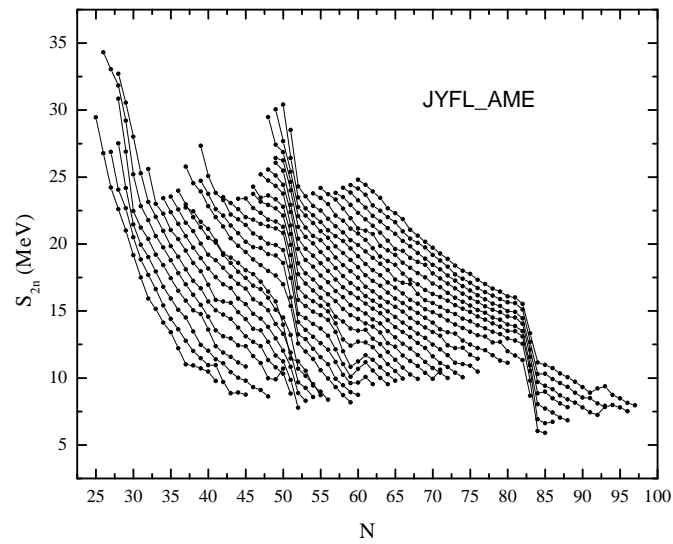
Kuva A.26: $Z = 54$.

A.3 S_{2n} -kuvat kaikista arvoista

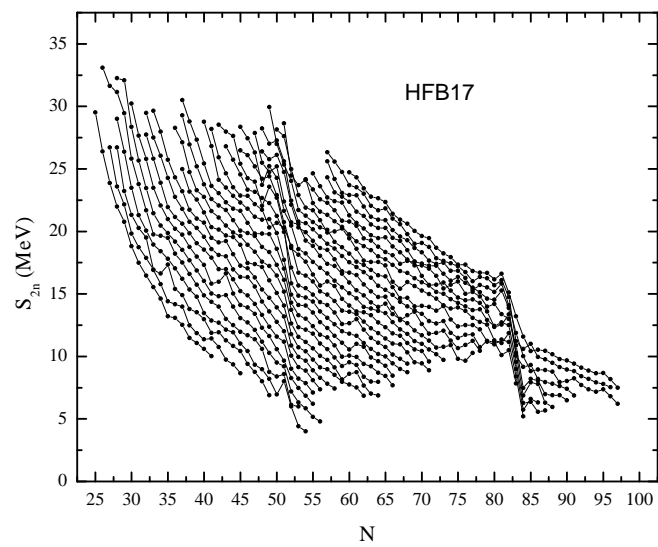
S_{2n} -arvot malleittain N :n funktiona.



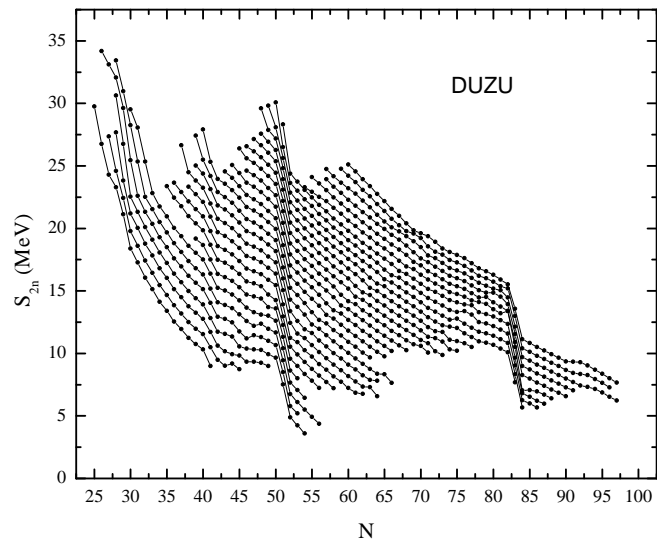
Kuva A.27: Parilliset kokeelliset.



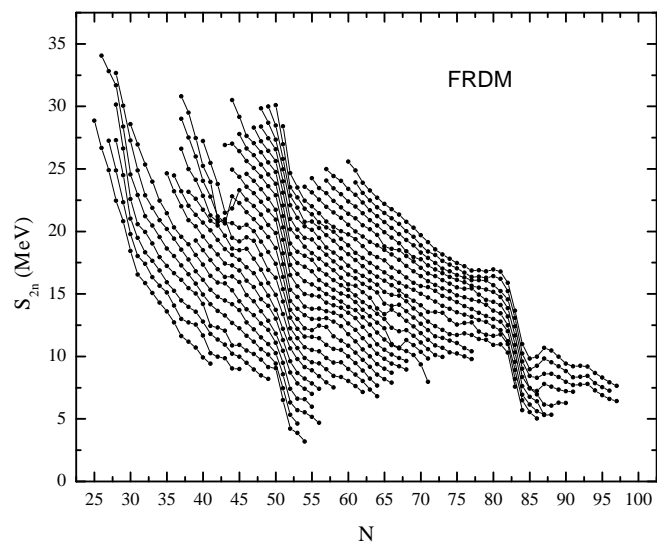
Kuva A.28: Kaikki kokeelliset.



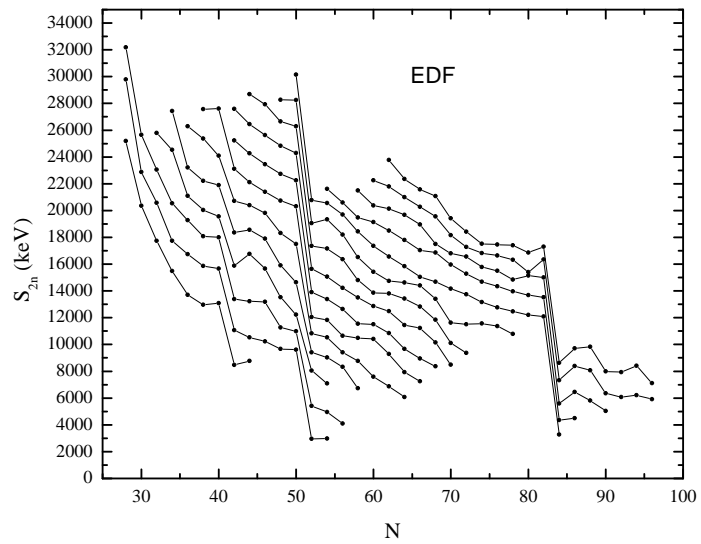
Kuva A.29: HFB-17.



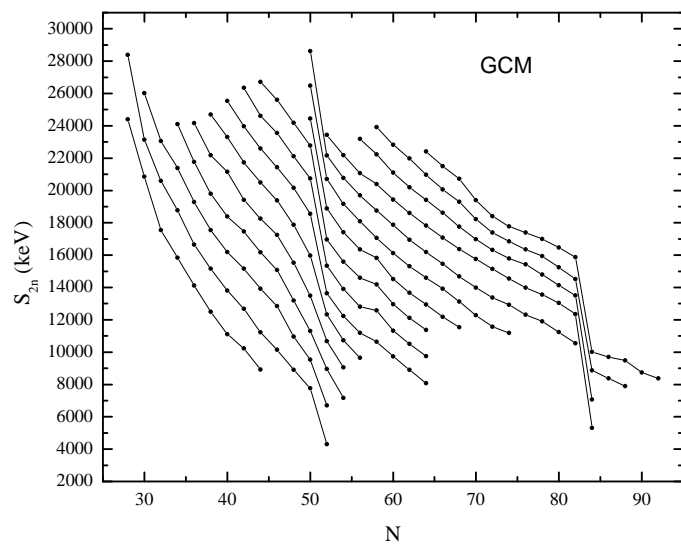
Kuva A.30: DUZU.



Kuva A.31: FRDM.



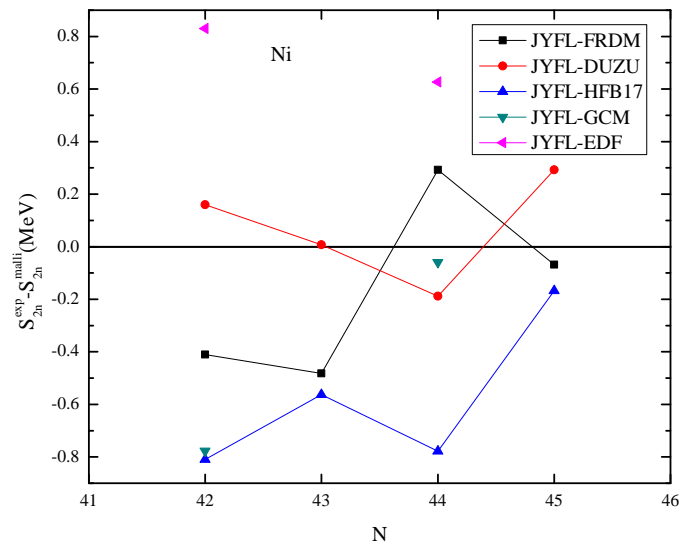
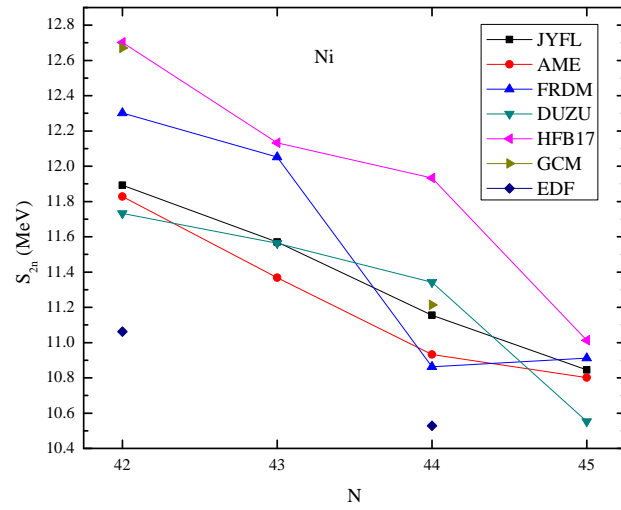
Kuva A.32: EDF.



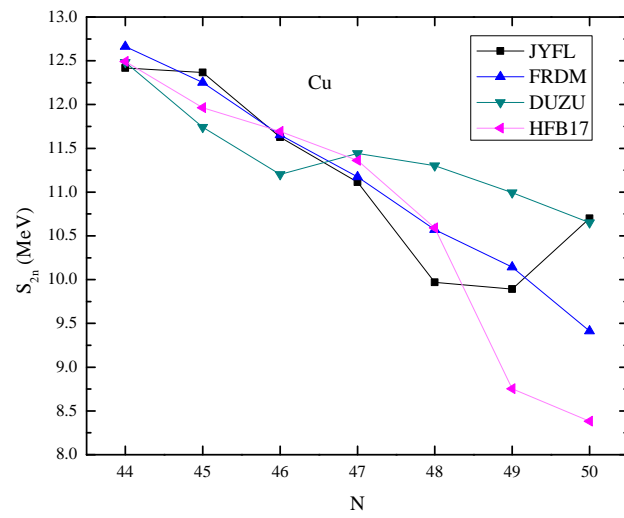
Kuva A.33: GCM.

A.4 S_{2n} -kuvaajat isotoopeittain

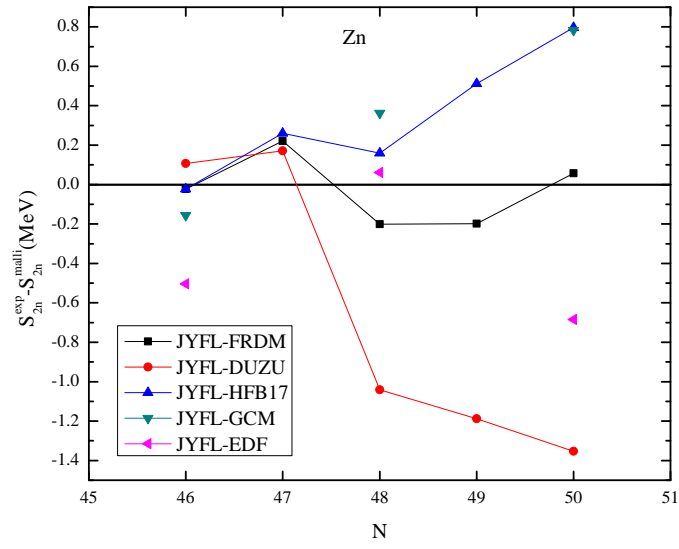
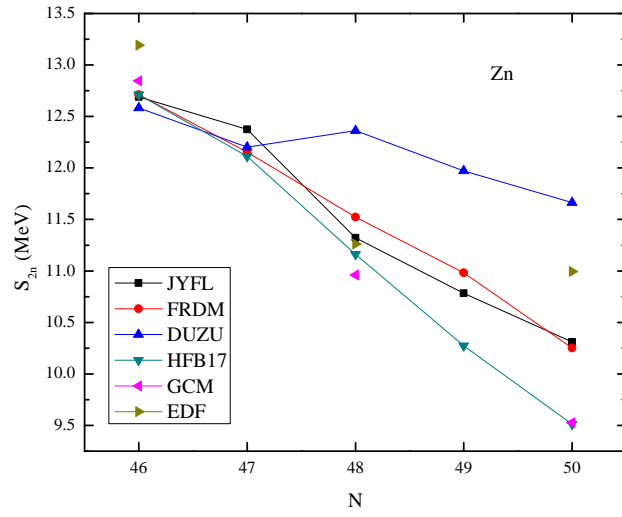
S_{2n} -arvojen kuvat ja kokeellisten ja teoreettisten S_{2n} -arvojen erotuksista saadut kuvat isotoopeittain N :n funktiona.



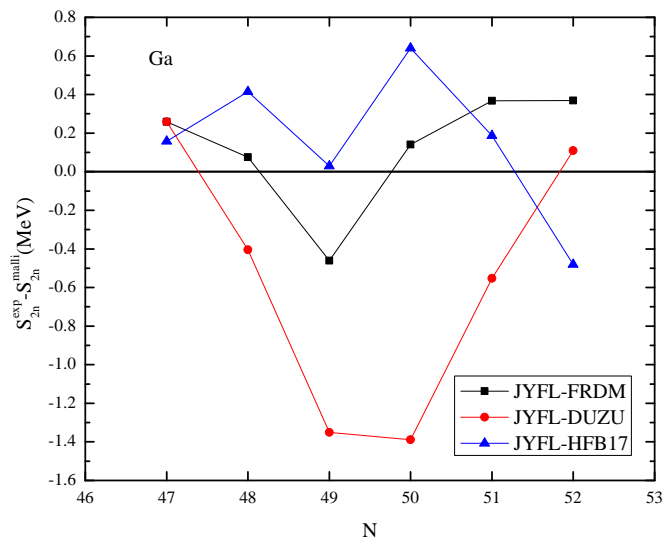
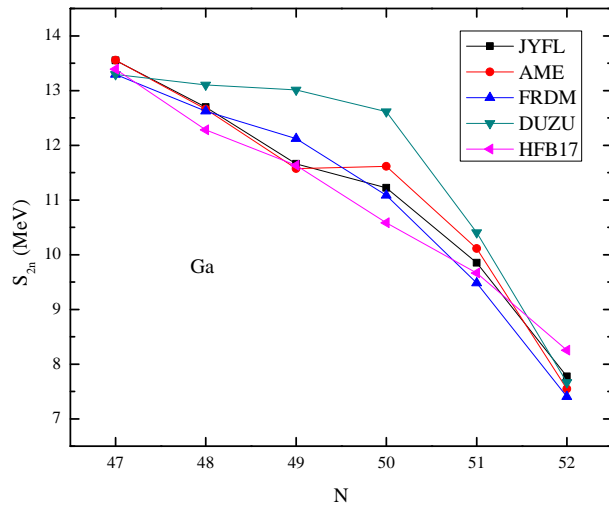
Kuva A.34: $Z = 28$.



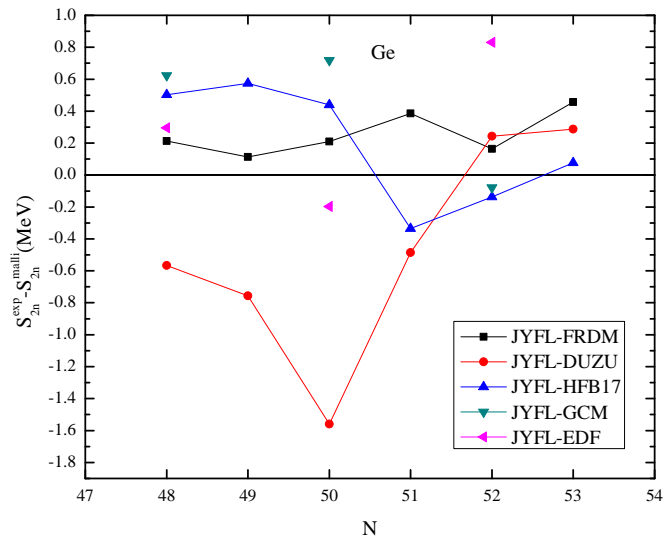
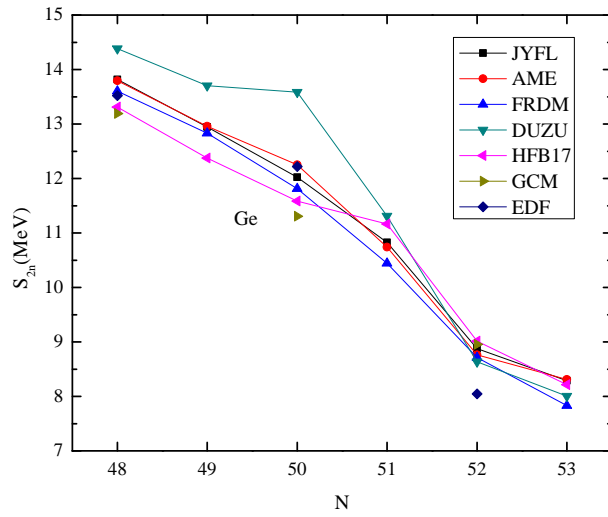
Kuva A.35: $Z = 29$.



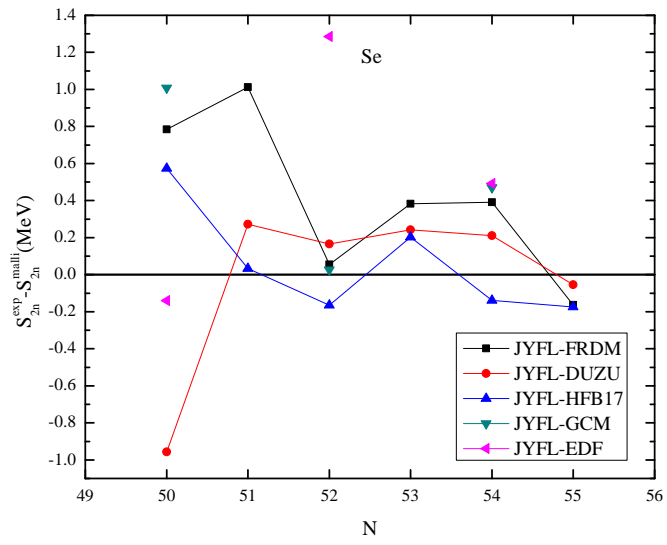
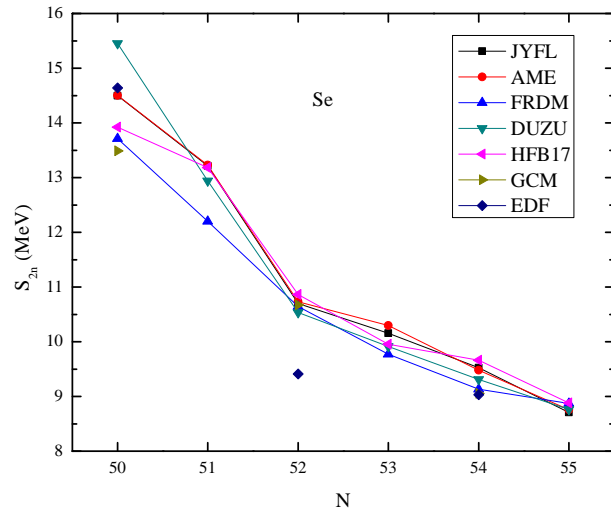
Kuva A.36: $Z = 30$.



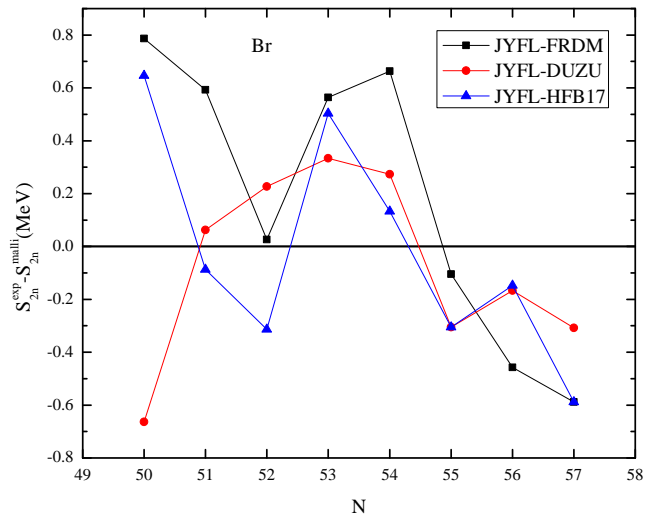
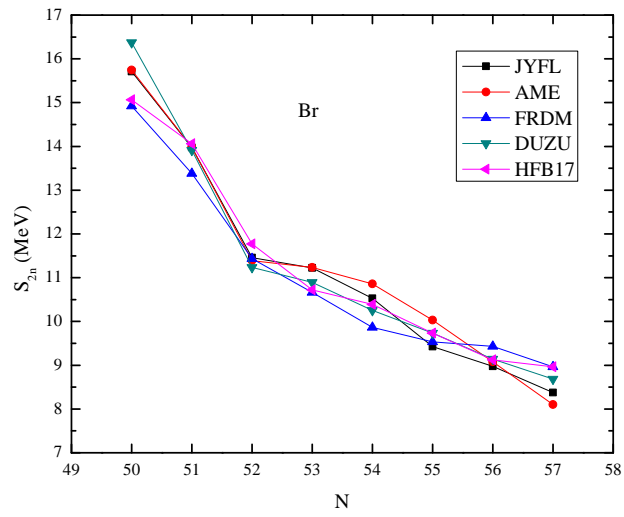
Kuva A.37: $Z = 31$.



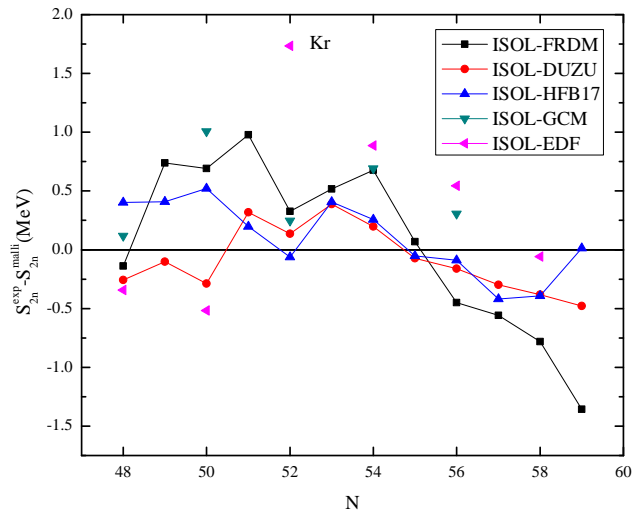
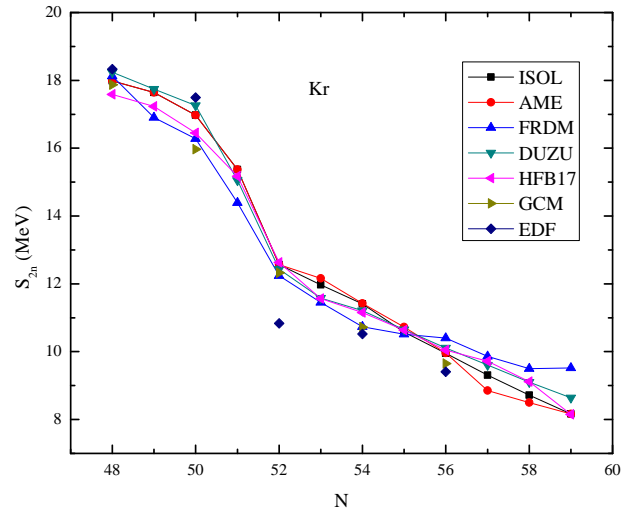
Kuva A.38: $Z = 32$.



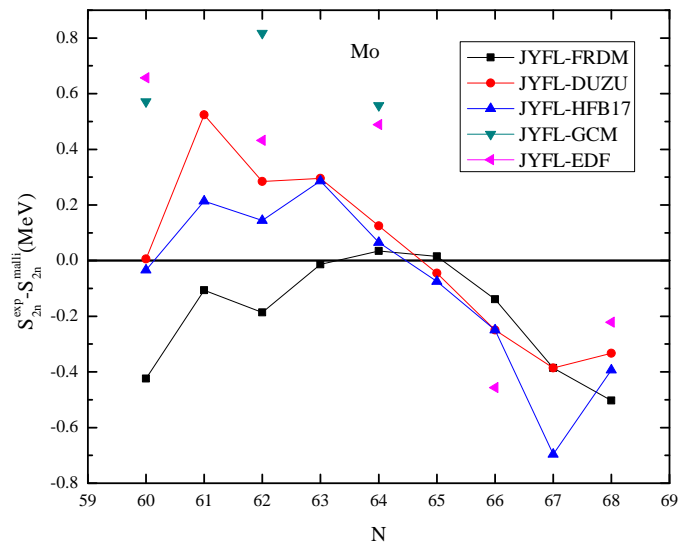
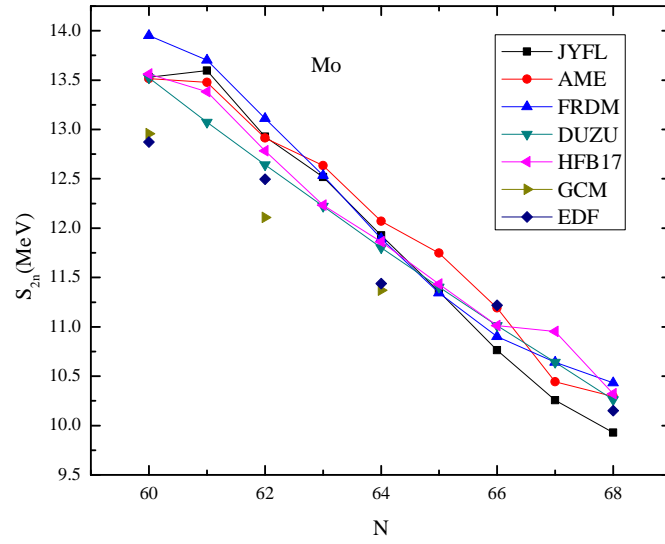
Kuva A.39: $Z = 34$.



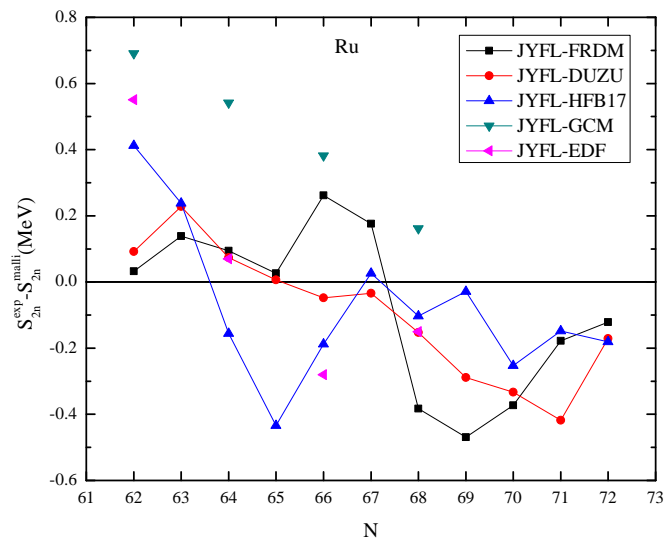
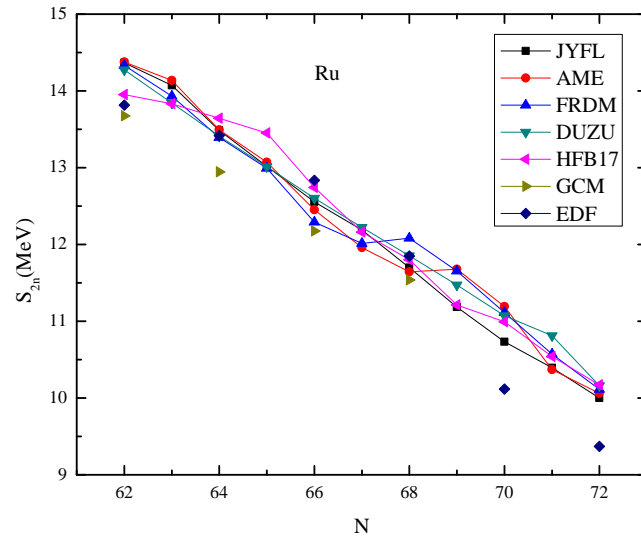
Kuva A.40: $Z = 35$.



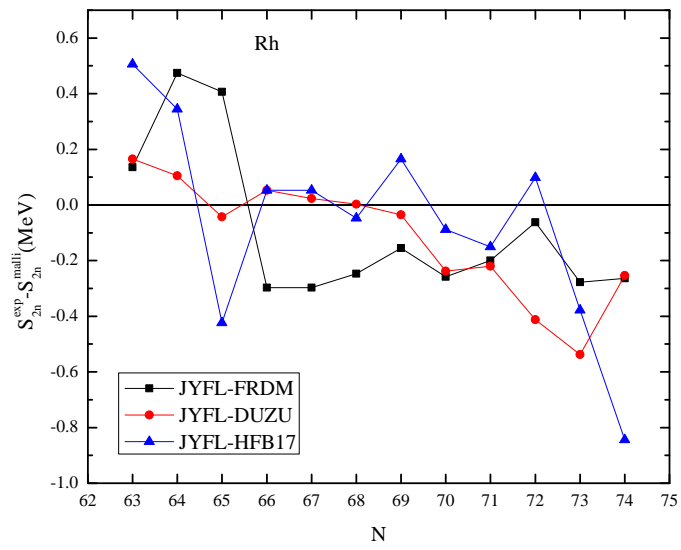
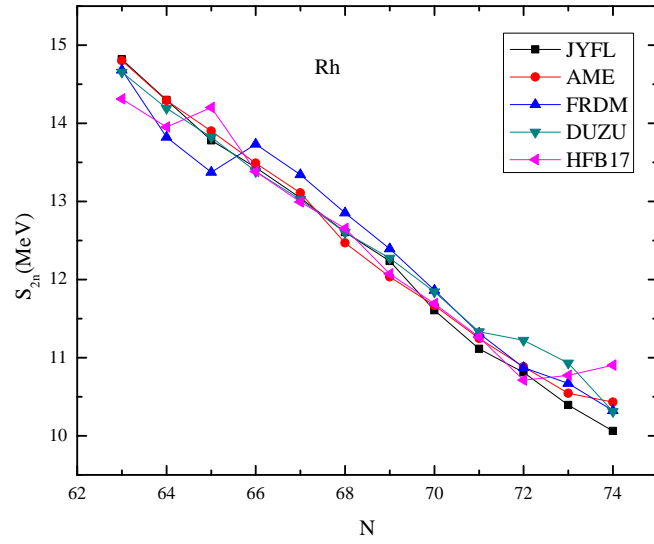
Kuva A.41: $Z = 36$.



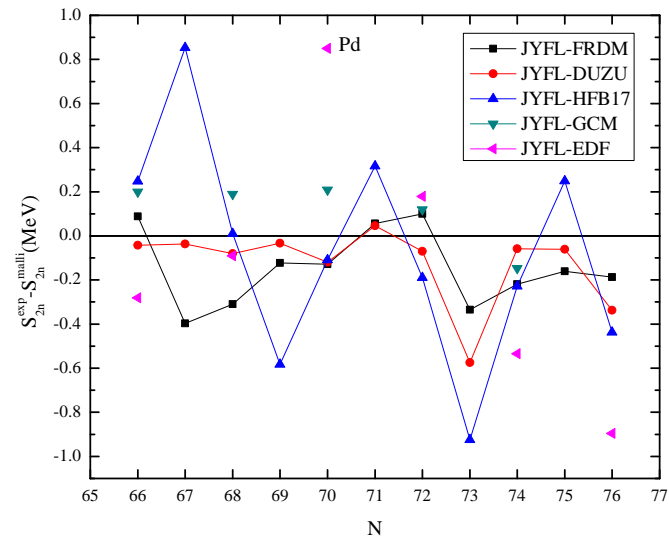
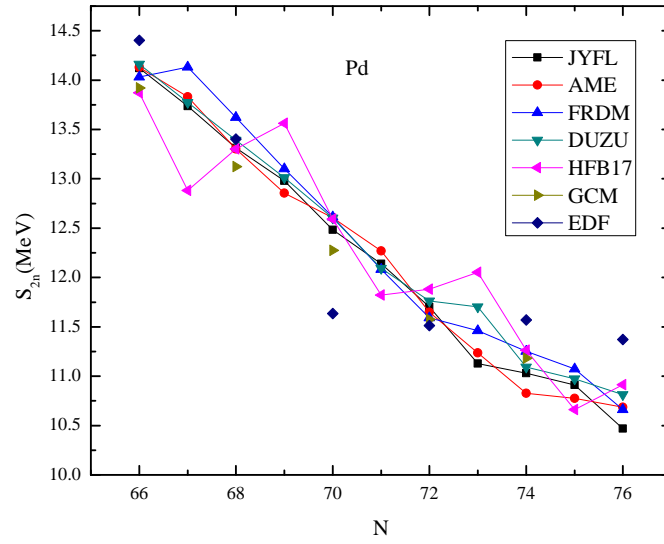
Kuva A.42: $Z = 42$.



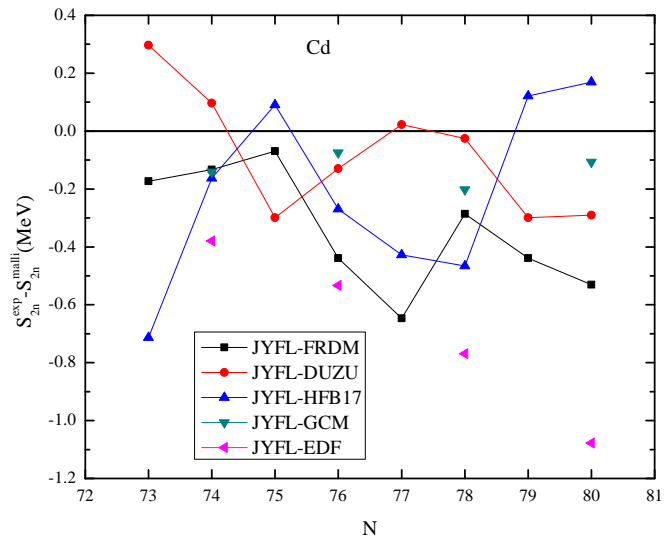
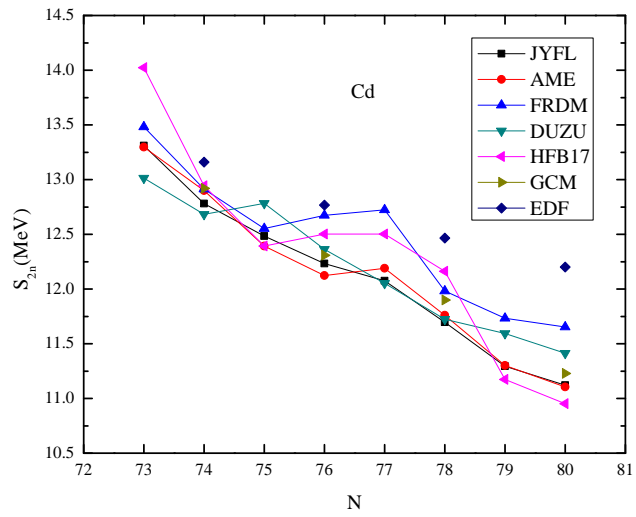
Kuva A.43: $Z = 44$.



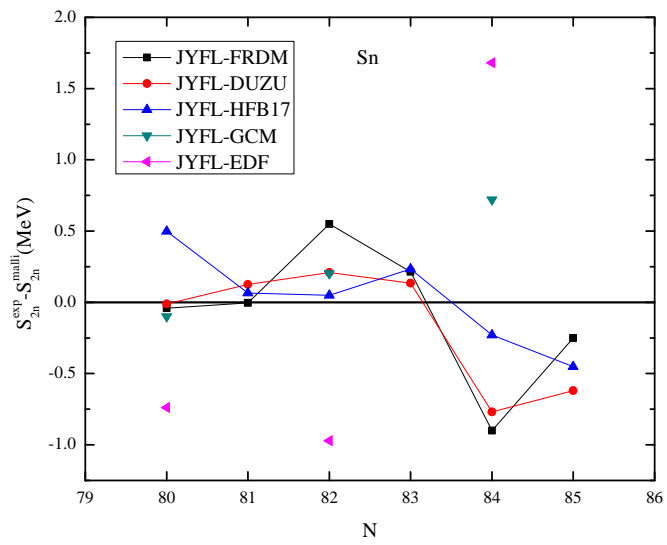
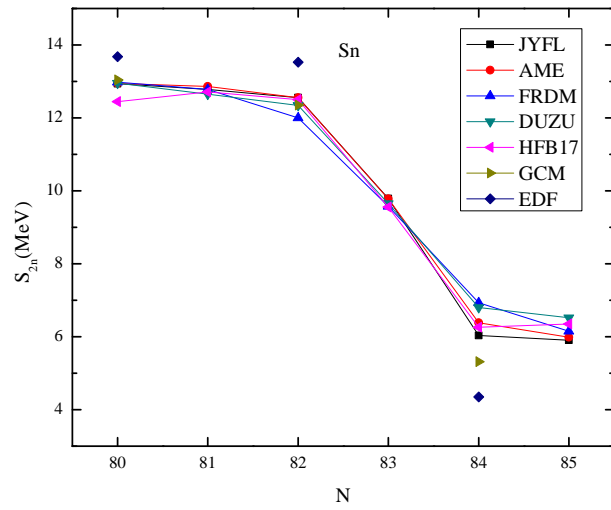
Kuva A.44: $Z = 45$.



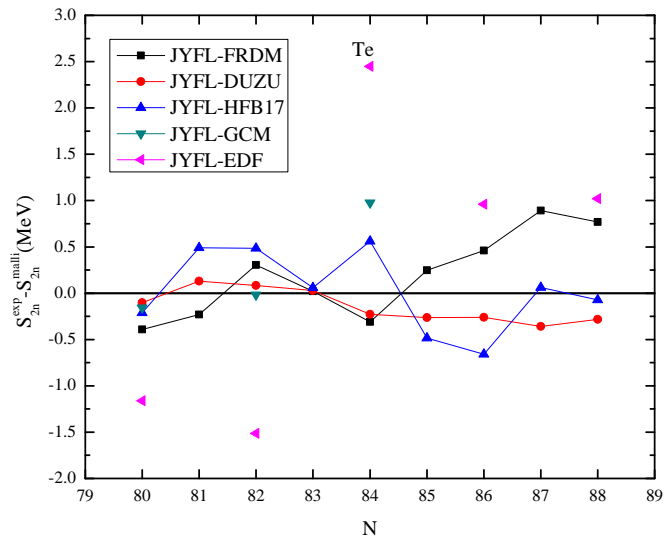
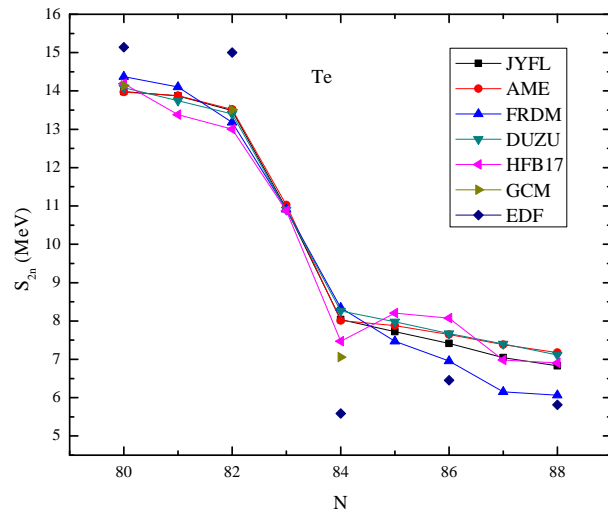
Kuva A.45: $Z = 46$.



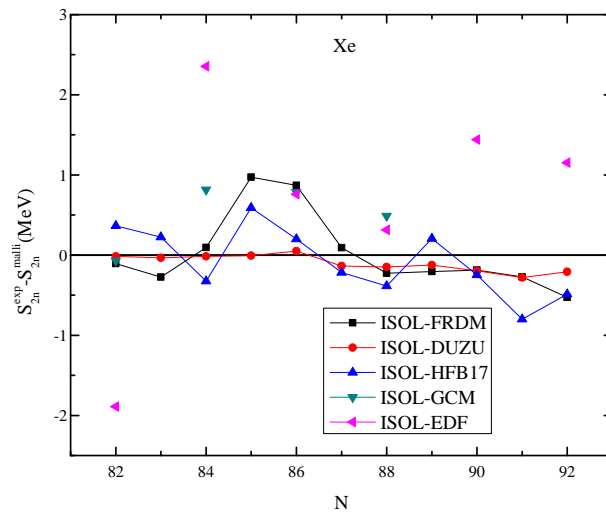
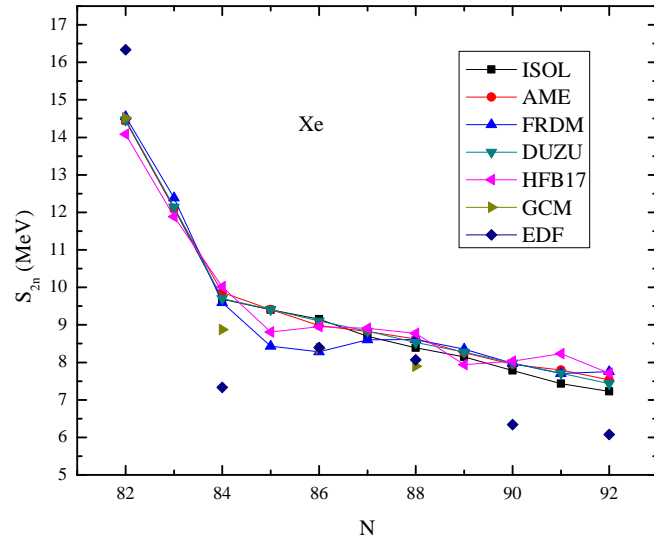
Kuva A.46: $Z = 48$.



Kuva A.47: $Z = 50$.



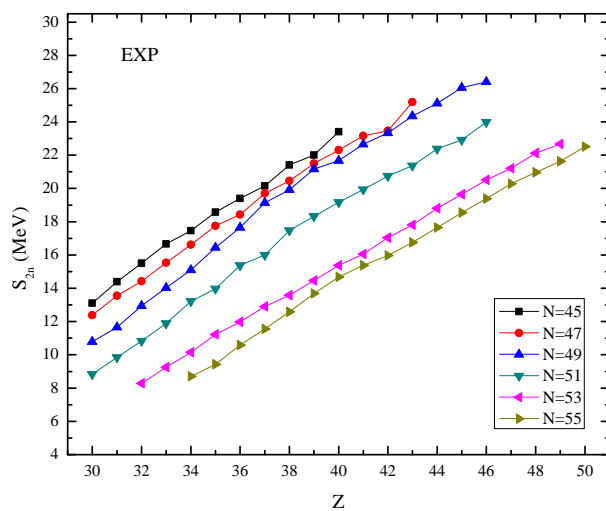
Kuva A.48: $Z = 52$.



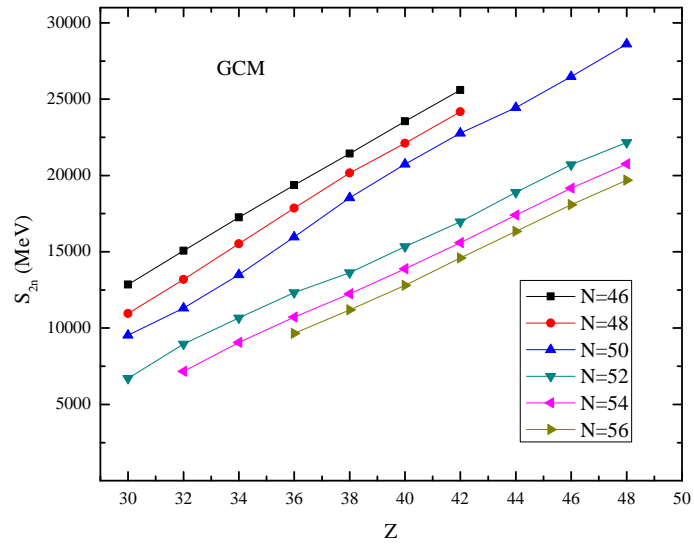
Kuva A.49: $Z = 54$.

A.5 Kuoriaukkokuvat

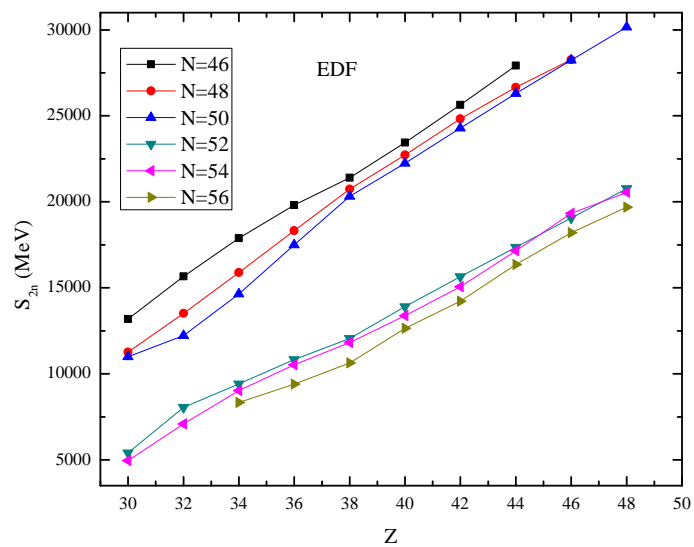
Parilliset ja parittomat isotoniketjut Z :n funktiona malleittain.



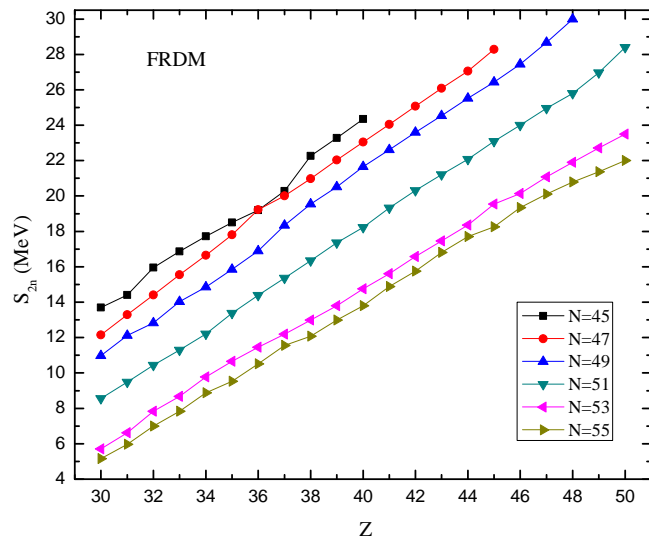
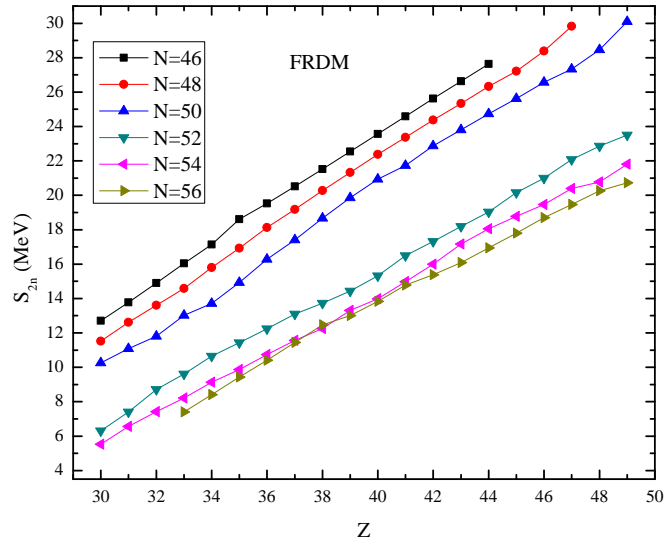
Kuva A.50: Kokeellinen, kuoriaukko $N = 50$.



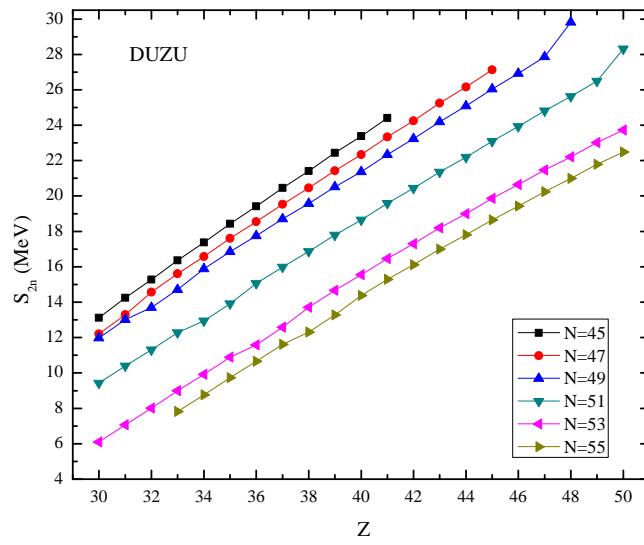
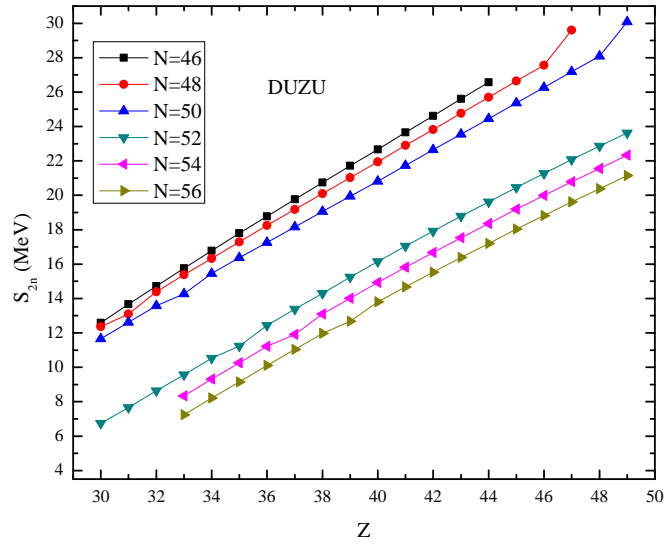
Kuva A.51: GCM, kuoriaukko $N = 50$.



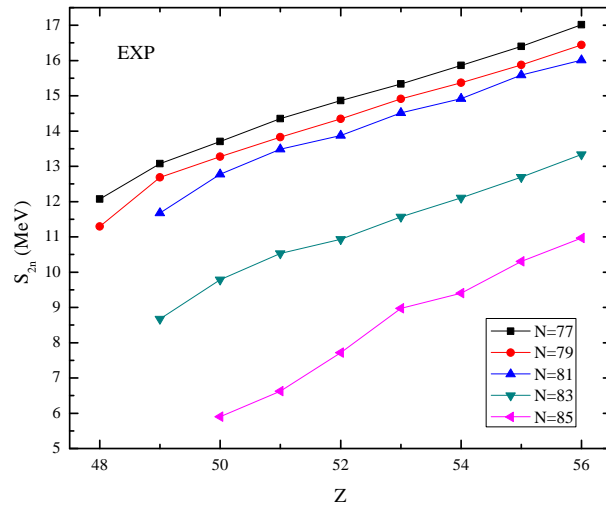
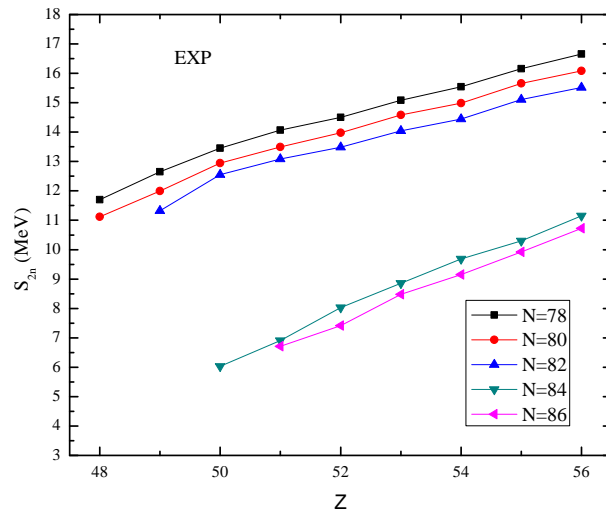
Kuva A.52: EDF, kuoriaukko $N = 50$.



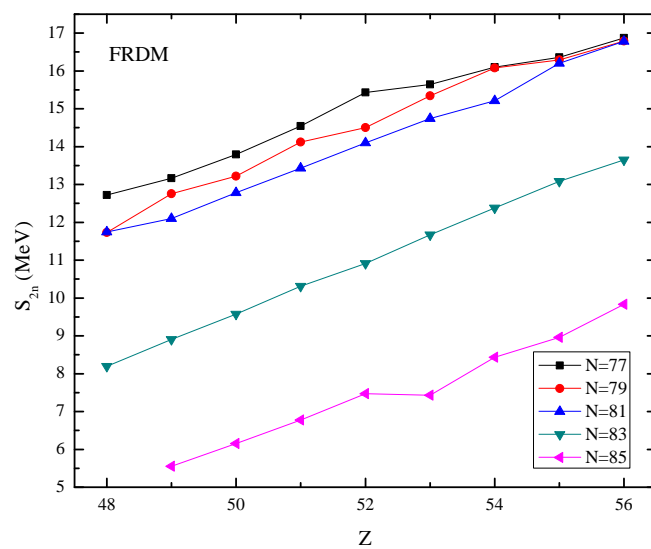
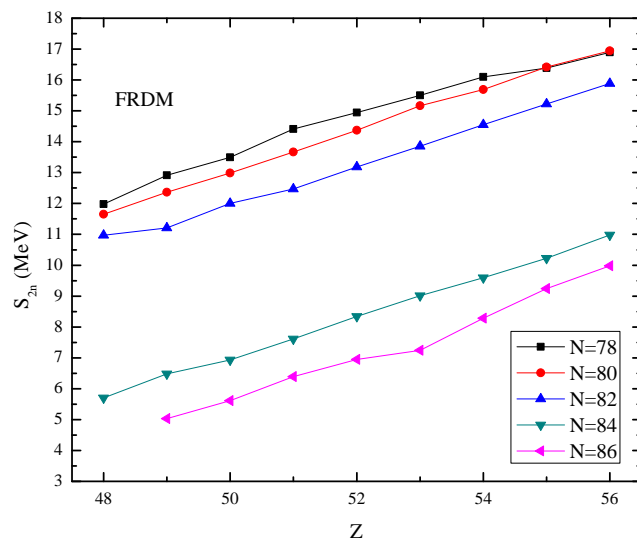
Kuva A.53: FRDM, kuoriaukko $N = 50$.



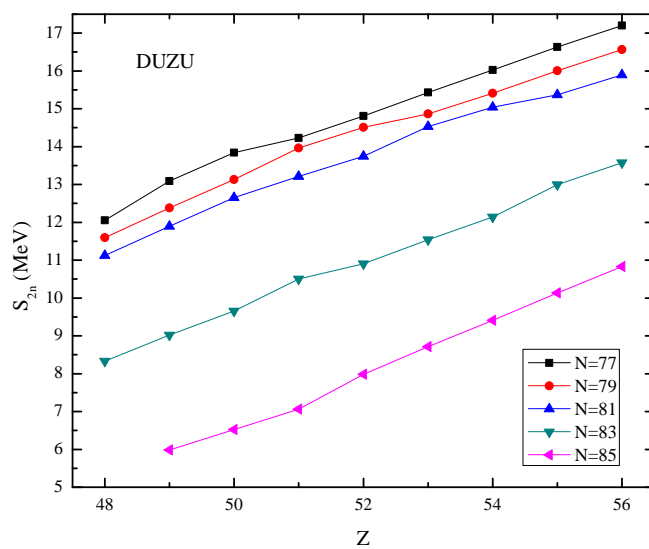
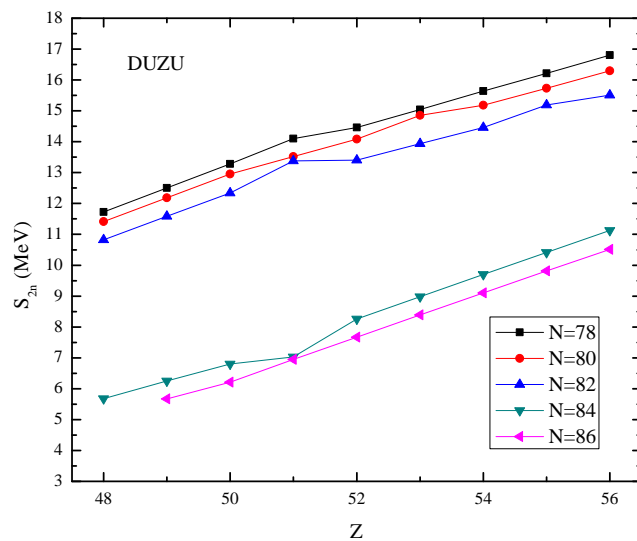
Kuva A.54: DUZU, kuoriaukko $N = 50$.



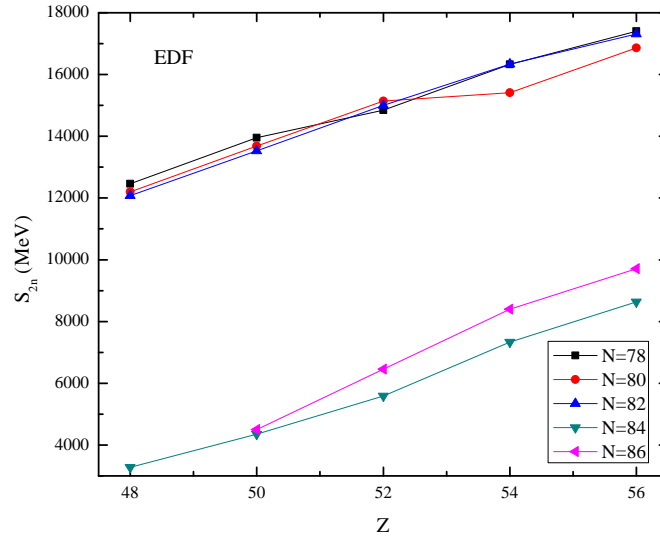
Kuva A.55: Kokeellinen, kuoriaukko $N = 82$.



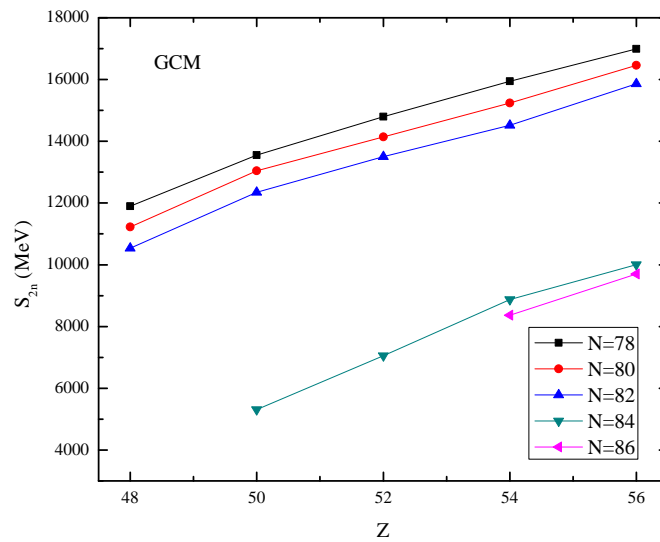
Kuva A.56: FRDM, kuoriaukko $N = 82$.



Kuva A.57: DUZU, kuoriaukko $N = 82..$



Kuva A.58: EDF, kuoriaukko $N = 82$..



Kuva A.59: GCM, kuoriaukko $N = 82$..