Elina Rusanen

”MÄ TÄLLEEN NOPSASTI KÄYTIN SORMIA”

Lasten laskustrategioiden kehitys ensimmäiseltä kolmannelle luokalle

Erityispedagogiikan
pro gradu -tutkielma
Kevätlukukausi 2011
Kasvatustieteiden laitos
Jyväskylän yliopisto

Rusanen, Elina. ”MÄ TÄLLEEN NOPSASTI KÄYTIN SORMIA” Lasten laskustrategioiden kehitys ensimmäiseltä kolmannelle luokalle. Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopiston kasvatustieteiden laitos, 2011. 96 sivua.

Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, millaisia yhteen- ja vähennyslaskustrategioita sekä taidoiltaan heikot että tavanomaisesti suoriutuvat oppilaat käyttävät ja miten yhteenlaskustrategiat ovat kehittyneet ensimmäiseltä kolmannelle luokalle näillä kahdella ryhmällä. Laskustrategioiden kehitys etenee konkreettisen sormiin tukeutumisen ja luettelemisen kautta kohti abstrakteja mielessä tapahtuvia muistamiseen perustuvia strategioita.

Tutkimus toteutettiin yksilömittauksilla, joihin osallistui yhteensä kymmenen oppilasta. Heistä puolet kuului opettajien valitsemaan taidoiltaan heikkojen tutkimusryhmään ja puolet verrokkiryhmään. Mittaustilanteessa lapsilla teetettiin yhteen- ja vähennyslaskuja lukualueelta 0-20. Tutkimustilanteessa tehtyjen havaintojen ja videoaineiston avulla lasten käyttämät laskustrategiat luokiteltiin eri luokkiin konkreettisista abstrakteihin strategioihin. Käytössä oli sekä ensimmäisen luokan aineisto yhteenlaskuista että kolmannen luokan aineisto yhteen- ja vähennyslaskuista. Lapsista luotiin laskijaprofiilit, joissa kuvataan heidän strategioiden käyttöään. Ryhmien ja yksilöiden välisiä eroja sekä strategioiden kehitystä havainnollistettiin laskustrategioiden tarkastelun kaksiulotteisen mallin avulla.

Verrokkiryhmäläisten käyttämien yhteenlaskustrategioiden kehityskulku oli pääpiirteissään suuntautunut konkreettisista abstrakteihin strategioihin. Sen sijaan tutkimusryhmäläisten kehityskulku oli poikkeavaa ja hyvin yksilöllistä. Strategioiden kehitys oli hitaampaa ja lapset luottivat vielä kolmannellakin luokalla vahvasti konkreettiseen tukeen. Kolmannen luokan vähennyslaskustrategioiden vertailussa oli havaittavissa sama ryhmien välinen ero. Taidoiltaan heikot laskijat ratkaisivat tehtävät käyttäen konkreettisempia strategioita kuin tavanomaisesti suoriutuvat lapset.

Kiinnittämällä huomiota lasten käyttämiin laskustrategioihin jo varhaisessa vaiheessa voitaisiin mahdollisesti ehkäistä myöhempää tuen tarvetta. Laskustrategioiden tarkastelun kaksiulotteista mallia voidaan hyödyntää opetuksessa uuden erityisopetuksen strategian periaatteiden mukaisesti pedagogisen selvityksen, tuen tarpeen määrittelyn ja kehityksen seurannan apuvälineenä.

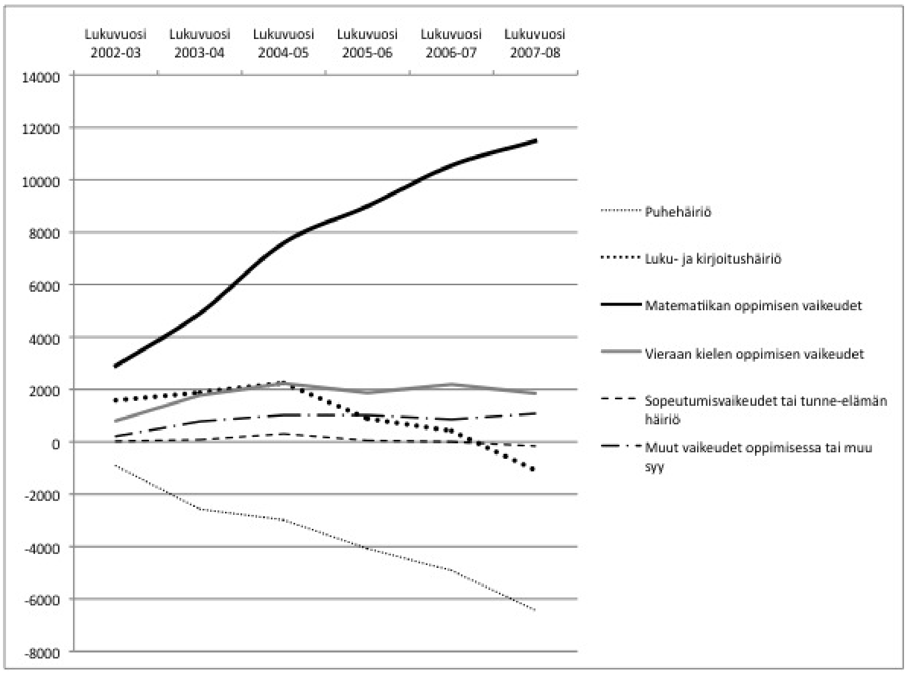
Asiasanat: yhteenlaskustrategia, vähennyslaskustrategia, laskustrategioiden kehitys, erityisopetus

SISÄLLYS

1 JOHDANTO

Matematiikan oppimisvaikeudet osa-aikaisen erityisopetuksen ensisijaisena syynä ovat lisääntyneet. Vuosien 2002–2009 aikana muut ensisijaiset osa-aikaisen erityisopetuksen syyt, kuten puhehäiriö tai luku- ja kirjoitusvaikeudet, ovat vähentyneet, kun taas matematiikan osuus on lisääntynyt selvästi (kuvio 1). (Räsänen, Närhi & Aunio 2010.)

Aiemmissa laskustrategioita käsittelevissä tutkimuksissa on kartoitettu ja luokiteltu lasten käyttämiä laskustrategioita ja niiden kehitystä. Matematiikan taidoiltaan heikkojen oppilaiden laskustrategioiden kehittymistä verrattuna tavanomaiseen kehitykseen on sen sijaan tutkittu hyvin vähän (Jordan, Hanich & Kaplan 2003, 835).



KUVIO 1. Osa-aikaisen erityisopetuksen kumulatiivinen muutos oppilasmäärinä vuosina 2002–2008 ensisijaisen syyn mukaan luokiteltuna. (Lähde: Räsänen, Närhi & Aunio 2010, 165)

Opetus- ja kulttuuriministeriön uusi erityisopetuksen strategia (Opetusministeriön työryhmämuistioita ja selvityksiä 2007:47) korostaa tehostetun tuen merkitystä perusopetuksessa. Se noudattelee pääpiirteittäin maailmalla käytössä olevan RTI:n (Response to Intervention) periaatteita useamman tason tukitoimista (mm. Davis, Lindo & Compton 2007; Fuchs & Fuchs 2007). Ennen erityisen tuen tarjoamista oppilaalle on pitänyt antaa tehostettua tukea. Jos siitä ei ole ollut apua oppilaan oppimiselle, voidaan harkita päätöstä erityisen tuen antamisesta. Jotta voidaan arvioida, onko tehostetulla tuella ollut vaikutusta oppilaan oppimiselle, edellytetään oppilaan edistymisen arviointia ja seurantaa. (Opetusministeriön työryhmämuistioita ja selvityksiä 2007:47, 56.) Matematiikan opetuksessa laskustrategioiden kehityksen seuranta voisi olla yksi arvioinnin väline. Ennen päätöstä erityisen tuen antamisesta oppilaan tilanteesta tulee tehdä pedagoginen selvitys, jossa arvioidaan oppilaan koulunkäynnin edellytyksiä, opiskelutaitoja ja myös oppiainekohtaista osaamista (Opetusministeriön työryhmämuistioita ja selvityksiä 2007:47, 57). Tällöin opettajalla tulisi olla oppilaan osaamisesta jäsentynyt käsitys, jonka luomisessa matematiikan osalta voi olla hyötyä spesifistä peruslaskutaitojen osaamisen arvioinnista.

Peruslaskutaidoilla tarkoitetaan tässä tutkimuksessa yhteen- ja vähennyslaskujen ratkaisutaitoja erityisesti lukualueella 0-20. Strategialla tarkoitetaan sarjaa erilaisia toimintoja, jotka tähtäävät tiettyyn päämäärään. Päämäärä voidaan saavuttaa useiden erilaisten toimintojen kautta, jotka ovat vaihtoehtoisia toisilleen. Strategian erottaa suunnitelmasta se, ettei tietyn strategian käyttäminen välttämättä ole tietoista. (Siegler & Jenkins 1989, 11–13.) Laskustrategiat sisältävät siis useita toimintoja, joiden tavoitteena on löytää vastaus tehtävään. Vastauksen löytäminen on päämäärä ja eri yksilöt voivat käyttää useita erilaisia strategioita päästäkseen samaan päämäärään.

Sujuvat peruslaskutaidot ovat pohja myöhemmälle ongelmattomalle matematiikan oppimiselle (Calhoon, Emerson, Flores & Houchins 2007; Geary, Liu, Chen, Saults & Hoard 1999; Geary, Saults, Liu & Hoard 2000). Jos lapsi ei hallitse lukualueen 0-20 yhteen- ja vähennyslaskuja, on moninumeroisten tehtävien ratkaiseminen sekä kertotaulujen oppiminen todella työlästä ja hidasta. Calhoon ym. (2007) tutkimuksessa yläkouluikäiset, joilla oli vaikeuksia matematiikassa, olivat peruslaskutaitojensa sujuvuuden osalta noin kolmasluokkalaisten tasolla. Sujuvat laskustrategiat ja eri strategioiden joustava käyttö ovatkin edellytyksiä myöhemmälle ongelmattomalle oppimiselle. Taito soveltaa erilaisia strategioita on keskeinen kymmenjärjestelmän ymmärtämisen kannalta (Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema ja Empson 1998). Carpenter ym. (1998) toteuttivat kolmivuotisen pitkittäistutkimuksen lasten käyttämistä moninumeroisten lukujen yhteen- ja vähennyslaskustrategioista. He havaitsivat, että lapset, jotka kykenivät joustavaan strategioiden käyttöön ja käyttivät paljon itse oppimiaan strategioita (invented strategies), ymmärsivät kymmenjärjestelmän huomattavasti paremmin ja tekivät vähemmän virheitä kuin ne lapset, joiden strategioiden käyttäminen oli jäykkää ja rajoittui koulussa opetettuihin strategioihin.

Matematiikan taitojen kehittymistä onkin tärkeää tutkia. Tutkimukseni tarkoituksena on selvittää laskustrategioiden kehittymistä ensimmäiseltä luokalta kolmannelle luokalle. Tutkimuskirjallisuuden pohjalta syntynyt oletukseni on, etteivät taidoiltaan heikot laskijat opi muistamaan vastauksia peruslaskuihin, vaan joutuvat turvautumaan luettelemiseen tai sormiensa käyttöön saadakseen tehtävät ratkaistua (mm. Geary 2004; Ostad 1999). Voidaan ajatella, että taidoiltaan heikot laskijat kehittyvät strategioiden käyttäjinä tavanomaisesta poikkeavasti tai sitten strategioiden käytön kehitys kulkee samalla kaavalla, mutta on hitaampaa (Ostad 1999). Tässä tutkimuksessa pyrin vastaamaan tähän ajatukseen vertaamalla sekä taidoiltaan heikkojen että tavanomaisesti suoriutuvien oppilaiden ensimmäisellä ja kolmannella luokalla käyttämiä yhteenlaskustrategioita. Lisäksi tarkastelen lasten kolmannella luokalla käyttämiä vähennyslaskustrategioita. Lopuksi pohdin, miten tutkimuksen tuloksia voisi hyödyntää erityisopetuksessa perusopetuslain uudistusten mukaisesti (Laki perusopetuslain muuttamisesta 24.6.2010).

2 LASKUTAITOJEN KEHITYS

2.1 Varhaislapsuus

Geary (2000) nimittää primaaritaidoiksi niitä matematiikan perustaitoja, jotka lapset oppivat ilman muodollista opetusta. Näihin taitoihin kuuluvat lukumääräisyyden taju, järjestyksen ymmärtäminen, luetteleminen sekä yksinkertainen aritmetiikka. Lukumääräisyyden taju tarkoittaa sitä, että yksilö kykenee vertailemaan eri joukkojen tai lukujen suuruutta. Järjestyksen ymmärtäminen taas tarkoittaa erilaisten suhteiden, kuten enemmän ja vähemmän ymmärtämistä sekä sitä, että lapsi tietää luvun 4 olevan lukua 3 suurempi. Yksinkertaisella aritmetiikalla tarkoitetaan sitä, että lapsella on jonkinlainen käsitys lisäämisestä ja vähentämisestä. Ilmeisesti ymmärrys on kuitenkin rajoittunut hyvin pieniin lukumääriin, noin kahteen. (Geary 2000.)

Lapsi kohtaa arjessaan jatkuvasti lukuja. Niitä on muun muassa lukusanoissa, nopassa, pelikorteissa, kirjan sivuissa, dominopalikoissa ja televisiokanavissa (Butterworth 2005, 3). Monen lapsen ensikosketus laskemiseen tulee lukusanojen kautta. Useissa lasten saduissa ja loruissa on lukusanoja ja niiden luettelua. (Butterworth 2005, 6; Sophian 1992, 31.) Aluksi lapset oppivatkin lukusanat, mutta eivät vielä täysin ymmärrä niiden käyttömahdollisuuksia (Brissiaud 1992; Geary 2000, II/12; Sophian 1992). Laskemisen taitojen opettelu alkaa noin kahden vuoden ikäisenä lukusanojen luettelemisesta ja kehittyy kohti aikuismaista lukujen käyttöä 8-vuotiaaksi. Tällöin lapsi ymmärtää useat eri kontekstit, joissa lukuja käytetään. (Fuson 1992.) Matemaattisten taitojen kehitys alkaa siis jo ennen kouluikää ja jatkuu järjestelmällisellä kouluopetuksella.

Laskeminen ei ole hetkessä kehittyvä taito, vaan se vaatii sekä aikaa että opettelua (Baroody 1992, 126). Se on monimutkainen taito, joka edellyttää usean alataidon hallintaa. Gelman ja Gallistel (1978) ovat nimenneet taidot, joiden osaamista vaaditaan viiden esineen laskemiseen. Lapsen on osattava lukusanat oikeassa järjestyksessä. Hänen on ymmärrettävä yksi-yhteen-vastaavuuden periaate eli se, että yksi lukusana tarkoittaa vain yhtä esinettä. Saadakseen selville, montako esinettä joukossa on, lapsen pitää ymmärtää, että viimeinen hänen luettelemansa lukusana tarkoittaa esineiden määrää. Noin kolmen ja puolen vuoden iässä lapsi tietää, että luetteleminen on keino saada selville, montako jossakin on. (Butterworth 2005, 8.) Koska numeroiden idea on abstrakti, lapsen pitää kyetä jättämään huomiotta laskemisen kohteena olevien esineiden muoto, koko ja väri ja kiinnittää huomiota ainoastaan määrään (Butterworth 2005, 4). Edellä kuvailtuja taitoja vaativampia ovatkin kyky ymmärtää, että esineet voidaan laskea missä järjestyksessä tahansa ja mitä tahansa voidaan laskea (Gelman & Gallistel 1978). Lapsella pitää olla myös kyky ymmärtää, että jos A on suurempi kuin B ja B on suurempi kuin C, niin A on suurempi kuin C. Ilman tätä kykyä lapsi ei pysty asettamaan lukuja suurusjärjestykseen. Lisäksi lapsella pitää olla kyky ymmärtää, että jossakin joukossa lukumäärä on vakio, kunnes siihen lisätään tai siitä vähennetään jotakin. Pelkkä esineiden siirtäminen ei vaikuta lukumäärään. (Butterworth 2005, 4.)

Lukumääräisyyden spontaanilla havaitsemisella tarkoitetaan lapsen omaehtoista kiinnostuneisuutta ympäristössä olevista lukumääristä (Hannula & Lehtinen 2005). Hannulan ja Lehtisen (2005) mukaan lasten välillä on eroja siinä, miten he havaitsevat lukumääräisyyttä. Samoin lukumääräisyyden spontaanilla havaitsemisella on positiivinen yhteys matemaattisten taitojen oppimiseen. Tätä yhteyttä ei voida selittää yleisillä kognitiivisilla kyvyillä. Voidaankin olettaa, että lapset, jotka kiinnittävät huomiota lukumääräisyyteen, saavat jatkuvaa harjoitusta, jolloin heidän taitonsa kehittyvät edelleen. Sitä vastoin lapset, jotka eivät kiinnitä huomiota lukumääräisyyteen, eivät saa vastaavaa harjoitusta. (Hannula & Lehtinen 2005.) Lukumääräisyyden spontaanin havaitsemisen kyky saattaisikin olla yksi niistä taidoista, joilla on merkitystä lasten matematiikan oppimisvalmiuksille.

Esikouluikään mennessä lapsen ymmärrys erilaisista käsitteistä, kuten enemmän ja vähemmän, kasvaa. Esikouluiän lopussa lapsella on jo melko hyvät taidot matemaattisten peruskäsitteiden ymmärtämiseen. Lapsi osaa käyttää lukusanoja ja ratkaista yksinkertaisia yhteen- ja vähennyslaskuja konkreettisten esineiden avulla. (Geary 2000.)

Lukusanat ovat erilaisia eri kielissä, ja tutkimuksissa on havaittu viitteitä siitä, että niillä on merkitystä kymmenjärjestelmän oppimiselle. Aasian maissa useissa kielissä esimerkiksi luku 12 on ”kymmenen ja kaksi”, kun sen sijaan englanniksi sanalla ”twelve” ei ole samanlaista kymmenjärjestelmää tukevaa merkitystä. Sana itsessään ei viittaa siihen, että luku koostuu yhdestä kympistä ja sen lisäksi kahdesta ykkösestä. (mm. Fuson ym. 1997; Fuson & Kwon 1992.) Tutkimuksissa onkin havaittu, että aasialaiset lapset omaksuvat kymmenjärjestelmän eurooppalaisia ja pohjoisamerikkalaisia lapsia helpommin. Vaikka eurooppalaiset ja amerikkalaiset lapset laskevat mekaanisesti sujuvasti, ei ole kuitenkaan varmaa, ymmärtävätkö he kymmenjärjestelmää täysin. (Geary 2000, II/13.) Kuten englannin kielessä, myös suomen kielessä on hieman vastaava ilmiö. Luvut yhdestätoista yhdeksääntoista ovat merkitykseltään ikään kuin käänteisiä verrattuna kahdenkymmenen ylittäviin lukuihin. Luvussa ”kaksitoista” ykkösten määrä ilmaistaan ensin ja ”toista” viittaa kahteenkymmeneen. Sen sijaan luku ”kaksikymmentäkaksi” ilmaisee, että siinä on ensin kaksi kymmentä ja vielä lisäksi kaksi ykköstä. Olisi mielenkiintoista selvittää, ymmärtävätkö lapset esimerkiksi luvun ”viisitoista” koostuvan viidestä ykkösestä ja yhdestä kympistä. Entä miten laskemiseen vaikuttaisi, jos lasku esitettäisiin muodossa ”kolme kolmatta + kaksi viidettä”? Tällaista tutkimusta ei ole kuitenkaan tehty Suomessa.

2.2 Kouluikä

Kaikki matemaattiset taidot eivät ole myötäsyntyisiä, vaikka monet niistä rakentuvatkin primaaritaitojen päälle. Näitä koulussa opetettavia ja opittavia taitoja Geary (2000) kutsuu sekundaaritaidoiksi. Sekundaaritaitojen oppiminen vaatii paljon harjoittelua ja huomattavaa tarkkaavaisuuden kohdentamista ja ylläpitoa sekä useiden suoritusten ja taitojen samanaikaista hallintaa (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 201). Lasten oletetaan koulutuksen aikana oppivan monia taitoja. Gearyn (2000, II/13) mukaan näitä ovat muun muassa numerot (yksi=1, kaksi=2), lukujen lukeminen (202=kaksisataakaksi), kymmenjärjestelmän ymmärtäminen ja peruslaskutaitojen oppiminen. Kymmenjärjestelmän ymmärtäminen on yksi alakoulun tärkeimmistä ja samalla vaikeimmista tavoitteista. Kymmenjärjestelmän osaamista tarvitaan esimerkiksi moninumeroisissa laskutoimituksissa lainaamisessa ja muistinumeroiden käytössä. (Geary 2000, II/13.)

Matematiikkaa voidaan ajatella myös kielenä, joka lapsen on opittava. Matematiikan kielessä on paljon abstrakteja käsitteitä, joten lapsi tarvitsee konkreettisia malleja voidakseen oppia nämä. Täsmällinen käsitteiden käyttö onkin alusta alkaen tärkeää, sillä muutoin saattaa myöhemmin tulla ongelmia. Jos lapsi on oppinut, että yhteenlaskemisessa tulee aina lisää, tämä ei pidäkään paikkaansa enää negatiivisten lukujen kohdalla. (Yrjönsuuri 2004, 113–115.)

Laskemista vasta opetellessaan lapsi tarvitsee konkreettisen sormiensa tai esineiden tuen havainnollistaakseen itselleen lukujen numeerisuutta. Yhteen- ja vähennyslaskujen oppiminen etenee konkreettisten ja luettelemiseen perustuvien strategioiden kautta kohti mielessä tapahtuvia prosesseja ja muistamista. (Butterworth 2005, 9.)

Piaget (1969) on todennut, ettei lapsi voi täysin ymmärtää yhteen- ja vähennyslaskua, jos hän ei ymmärrä niiden välistä toisiaan täydentävää suhdetta. Matematiikan opetuksessa on kuitenkin keskitytty taitojen drillaukseen eli suureen toistomäärään, jolla tähdätään lukuyhdistelmien ulkoa oppimiseen. Tutkimukset osoittavat, että drillauksella faktat opitaan nopeasti. Merkityksiin ja ymmärtämiseen keskittynyt opetus saa kuitenkin ulkoa oppimiseen verrattuna aikaan sen, että uusien asioiden oppimisessa siirtovaikutus on parempi ja niiden oppiminen on helpompaa. (Butterworth 2005, 10.)

Aikuisten peruslaskutaitojen osaamista ei ole tutkittu yhtä paljon kuin lasten ja nuorten osaamista. Joitakin viitteitä tutkimuksista on Gearyn (2000) mukaan saatu siitä, että jos taidot on niin sanotusti yliopittu kouluaikana, ne säilyvät läpi elämän ja säännöllisen käytön myötä voivat jopa parantua. Jos taas taitojen oppiminen ei ole ollut syvällistä, merkittävä osa niistä katoaa aikuisuudessa. (Geary 2000, II/14.)

3 LASKUSTRATEGIAT

3.1 Laskustrategioiden tutkimus

Laskustrategioiden tutkimus keskittyi etenkin 1980-luvulla lasten yksilötutkimuksiin. Tällöin luotiin pohja laskustrategioiden luokittelulle. Näitä luokitteluita on myöhemmin käytetty tutkimuksen pohjana (esim. Geary, Hoard, Byrd-Craven & DeSoto 2004; Jordan, Kaplan, Ramineni & Locuniak 2008). Lapsille esitettiin erilaisia tehtäviä ja samalla tarkkailtiin heidän käyttämiään laskustrategioita. Näiden havaintojen perusteella pyrittiin luokittelemaan lasten käyttämiä strategioita eri kategorioihin ja kuvaamaan strategioiden kehitystä. Tutkimukset olivat enimmäkseen pitkittäistutkimuksia, joiden kesto vaihteli muutamista kuukausista (mm. Baroody 1987; Siegler & Jenkins 1989; Steinberg 1985) useampaan vuoteen (mm. Carpenter & Moser 1984; Carpenter ym. 1998; Ostad 1999). Joissakin tutkimuksissa pyrittiin lähinnä seuraamaan, kuinka lapset oppivat uusia strategioita tavanomaisessa kouluopetuksessa (mm. Carpenter & Moser 1984; Ostad 1999), kun taas toisissa tutkimuksissa tehtiin erilaisia opetuskokeiluja (mm. Baroody 1987; Steinberg 1985). Laskustrategioiden kehityksen lisäksi on tutkittu lasten kykyä ymmärtää yhteenlaskun vaihdannaisuus (Baroody 1987) ja yhteen- ja vähennyslaskun välinen yhteys (Gilmore & Spelke 2008) sekä lasten tietämystä kymmenjärjestelmästä (Carpenter ym. 1998). Laskustrategioiden kehitykseen liittyen on tutkittu myös ratkaisunopeutta sekä vastausten oikeellisuutta (Siegler & Jenkins 1989).

Tutkimuksissa mukana olleet lapset olivat iältään neljästä vuodesta ylöspäin aina yläkouluikäisiin saakka. Koehenkilöiden määrä vaihteli Sieglerin ja Jenkinsin (1989) kahdeksasta lapsesta Ostadin (1999) 927 lapseen. Suurimmassa osassa tutkimuksista koehenkilöitä oli kuitenkin mukana alle 100. Usein tutkimukset sisälsivät säännöllisiä mittauskertoja pienin väliajoin, sillä tavoitteena oli selvittää uusien strategioiden oppimisprosessia ja mahdollisia siirtymävaiheita (mm. Baroody 1987; Carpenter & Moser 1984).

Useimmat tutkimukset pyrkivät selvittämään yleistä strategioiden kehitystä sen kummemmin vertailematta taidoiltaan heikkojen ja tavanomaisesti suoriutuvien lasten käyttämien strategioiden kehittymistä. Ostad (1999) taas vertaili laajassa pitkittäistutkimuksessaan tavanomaisesti suoriutuvien ja taidoiltaan heikkojen lasten käyttämien laskustrategioiden kehityksen yhteneväisyyksiä ja eroavaisuuksia.

Luettelemiseen perustuvien strategioiden kehityksestä erotetaan useimmiten kolme vaihetta, jotka ovat kaiken laskeminen, ensimmäisestä luvusta aloittaminen sekä suuremmasta luvusta aloittaminen (Butterworth 2005, 9). Näistä vaiheista kaksi jälkimmäistä esiintyy sekä sormien avulla että mielessä laskettaessa. Vähitellen sormien käyttö väistyy pelkän mielessä luettelemisen ja muistamisen tieltä (Carpenter & Moser 1984, 191). Strategiat eivät kuitenkaan kehity täysin lineaarisesti, vaan lapsi saattaa käyttää useampaa strategiaa samanaikaisesti. Luettelemiseen perustuvat strategiat ovat tehokkaampia ja vaativat kehittyneempiä laskutaitoja kuin suora mallintaminen. Siksi voidaan ajatella, että pienet lapset käyttävät enemmän konkreettisia strategioita kuin vanhemmat lapset, jotka kykenevät käyttämään abstraktimpia ja tehokkaampia laskemisstrategioita. (Carpenter & Moser 1984, 182.)

Seuraavaksi erittelen tarkemmin eri yhteen- ja vähennyslaskustrategialuokitteluita, joita eri tutkijat ovat luoneet. Tämän jälkeen kuvaan laskustrategioiden kehitystä sekä tavanomaisesti että heikosti matematiikassa suoriutuvilla lapsilla sekä esittelen joitakin syitä, jotka tutkimusten mukaan vaikuttavat strategioiden valintaan.

3.2 Yhteenlaskustrategiat

3.2.1 Konkreettisuuteen tukeutuminen

Ensimmäinen vaihe yhteenlaskustrategioiden kehittymisessä on konkretiaan tukeutuminen. Uuden taidon opettelun alkuvaiheessa lapsi ei vielä kykene suorittamaan kaikkia toimintoja mielessään, joten hän tarvitsee ulkoisia apuvälineitä, kuten sormiaan tai palikoita muistinsa tueksi. (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 201.) Carpenter ja Moser (1984, 180–181) nimittävät tätä vaihetta suoran mallintamisen strategiaksi, Baroody (1987) puolestaan konkreettiseksi luettelemiseksi. Lapsi tarvitsee tehtävän ratkaisemisen tueksi konkreettisia apuvälineitä, kuten sormensa tai palikat. Kun lapsi on laskenut apuvälineiden avulla molemmat yhteenlaskettavat erikseen, hänen on vielä aloitettava laskeminen alusta saadakseen selville oikean vastauksen. (Baroody 1987; Carpenter & Moser 1984.)

Baroodyn (1987) käyttämä strategialuokitus on erittäin yksityiskohtainen, sillä hän erottaa konkreettiselle laskemiselle useita lyhytversioita, joissa lapsi säästää joitakin laskemisvaiheita verrattuna kaiken luettelemiseen. Esimerkiksi yhdessä lyhytversiossa lapsi ottaa tehtävän molemmat tekijät kokonaisuuksina ja tunnistaa summan pystyssä olevista sormistaan visuaalisesti tai kinesteettisesti. Tämä Baroodyn (1987) esittelemä lyhytversio vastaa Sieglerin (Siegler & Shrager 1984) sormistrategiaa. Carpenterin ja Moserin (1984) luokittelussa kaiken laskemista seuraava vaihe on ensimmäisestä yhteenlaskettavasta eteenpäin luetteleminen. Lapsen ei tarvitse enää laskea kumpaakin yhteenlaskettavaa erikseen. Esimerkiksi tehtävässä 3+5 lapsi aloittaa luettelemisen kolmesta eteenpäin: ”3, 4, 5, 6, 7, 8”. Viimeinen luku on vastaus. Myös Baroody (1987) esittelee tämän vaiheen nimittäen sitä kokonaisuuksien luettelemiseksi. Siinä lapsi ottaa sormillaan vain toisen tekijän ja kykenee jatkamaan luettelemista ensimmäisestä tekijästä eteenpäin.

3.2.2 Max- ja min-strategiat

Ensimmäisestä yhteenlaskettavasta eteenpäin luetteleminen sekä suuremmasta yhteenlaskettavasta eteenpäin luetteleminen esiintyvät sekä sormien avulla laskettaessa että mielessä luetellessa. Lapsi saattaa olla jo siirtymässä täysin mielessä luettelemiseen ja käyttää sormiaan enää satunnaisesti luettelemisen tukena nähdäkseen, kuinka pitkälle luettelemista pitäisi jatkaa (Baroody 1987). Toisaalta joku toinen voi käyttää sujuvasti suuremmasta yhteenlaskettavasta eteenpäin luettelemista, mutta tukeutua kuitenkin vahvasti sormiinsa. Mielessä luettelemisessa lapsi ei tarvitse ulkoista tukea laskuprosessilleen, vaan pystyy ainoastaan mielessään luetellen ratkaisemaan tehtävän (Baroody 1987).

Suuremmasta yhteenlaskettavasta eteenpäin luetteleminen on tehokkain mielessä luettelemiseen perustuvista strategioista (Baroody 1987). Tällöin lapsi on oivaltanut yhteenlaskun vaihdannaisuuden. Hänelle ei enää ole merkitystä yhteenlaskettavien järjestyksellä, vaan hän on oivaltanut, että tarkoituksena on laskea yhteen kaksi joukkoa, joiden järjestyksellä ei ole merkitystä. (Butterworth 2005, 9; Carpenter & Moser 1982.)

Groen ja Parkman (1972) kutsuvat ensimmäisestä yhteenlaskettavasta eteenpäin luettelemisen strategiaa max-strategiaksi niissä tapauksissa, joissa ensimmäinen luku on pienempi. Tällöin lapsi joutuu käyttämään luetellessaan useampia laskuvaiheita kuin suuremmasta yhteenlaskettavasta aloittaessaan. Tätä laskuvaiheet minimoimaan pyrkivää strategiaa Groen ja Parkman (1972) kutsuvat min-strategiaksi.

Tutkijat ovat pohtineet, esiintyykö max-strategiaa ollenkaan. Esimerkiksi Baroodyn (1987) tutkimuksessa ensimmäisestä yhteenlaskettavasta eteenpäin luetteleminen oli todella harvoin tavattu strategia, joka esiintyi ainoastaan alle yhdellä prosentilla tapauksista. Lapset käyttivät max-strategiaa ainoastaan tehtävissä, joissa luvut olivat lähellä toisiaan, kuten 2+3 tai 4+5. Tällöin luettelemisen vaiheiden vähentämisellä on kaikkein pienin merkitys. (Baroody 1987, 152.) Lisäksi lähellä toisiaan olevien lukujen suurusjärjestykseen laittaminen on haastavampaa kuin kaukana toisistaan olevien lukumäärien järjestäminen (Siegler & Opfer 2003, 237; Wood & Fischer 2008, 356).

Carpenter ja Moser (1984) taas ovat epävarmoja siitä, esiintyykö max-strategia omana kehitysvaiheenaan vai onko se rinnakkainen min-strategian kanssa. Heidän pitkittäistutkimuksessaan 80 prosenttia lapsista käytti molempia strategioita ainakin yhdellä mittauskerralla ja ainoastaan muutama lapsi luetteli suurimmassa osassa tehtävistä ensimmäisestä luvusta alkaen, ennen kuin he alkoivat käyttää min-strategiaa. Carpenter ja Moser (1984, 192) päättelivätkin, että jos max-strategian vaihe on olemassa, se ei ainakaan ole kovin pitkäkestoinen. Siegler ja Jenkins (1989, 69–70) puolestaan arvelivat max-strategian todennäköisesti olevan olemassa, mutta lasten käyttävän sitä ainoastaan satunnaisesti. Min-strategian oppimista ei heidän mielestään myöskään edellä ensimmäisestä yhteenlaskettavasta alkaen luettelemisen vaihe.

Baroody (1987) on epävarma siitä, tarvitseeko lapsen ymmärtää vaihdannaisuutta osatakseen hyödyntää min-strategiaa. Hänen tutkimuksessaan suurin osa käytti yhteenlaskuissa min-strategiaa, mutta ei silti osannut ratkaista vaihdannaisuuteen liittyviä tehtäviä. Tästä voidaankin Baroodyn (1987, 153–155) mukaan päätellä, että vaihdannaisuuden ymmärtäminen ja yhteenlaskettavien huomiotta jättäminen kehittyvät erillisinä. Lapsilla sen sijaan on taipumus pyrkiä minimoimaan laskuvaiheet, jolloin he suosivat suuremmasta yhteenlaskettavasta aloittamista ymmärtämättä kuitenkaan vaihdannaisuutta. Kuten Carpenter ja Moser (1984), myös Baroody (1987, 155) kyseenalaistaa max-strategian kehityksellisen merkityksen, sillä se ei vähennä laskuvaiheiden määrää, eikä näin ollen ole taloudellinen strategia.

3.2.3 Muistamiseen perustuvat strategiat

Mielessä luettelemisesta lapsi siirtyy kohti vastauksen ulkoa muistamista. Lapsi voi joko muistaa vastauksen suoraan tai hyödyntää muistissaan olevia lukuyhdistelmiä (number facts, derived facts) tehtävää ratkaistessaan. Lukuyhdistelmiä ovat muun muassa kymppiparit eli ne luvut, joiden summa on kymmenen (esim. 4+6 ja 8+2) sekä tuplat eli kahden saman luvun yhteenlaskut (4+4, 6+6). Lukuyhdistelmiä opetellaan koulussa, jotta niitä voisi hyödyntää yhteenlaskussa (Carpenter & Moser 1984). Toisaalta ne myös auttavat lapsia kehittämään joustavia ajattelustrategioita tehtävien ratkaisemiseksi (Steinberg 1985). Koska toiset lukuyhdistelmät jäävät mieleen ensin ja paremmin kuin toiset, näitä voidaan hyödyntää myös muita lukuja sisältäviä tehtäviä ratkaistaessa. Jos lapsi muistaa, että 3+7=10, hän voi tämän avulla ratkaista tehtävän 4+7, sillä se on yhden enemmän kuin 3+7, jolloin vastaus on 11. (Carpenter & Moser 1984, 196.) Lapsi voi ratkaista tehtävän yhdistelemällä uudelleen (decomposition) tai pilkkomalla siinä olevia lukuja pystyäkseen hyödyntämään esimerkiksi kymppipareja (Geary ym. 2004). Esimerkiksi tehtävän 6+8 lapsi voi ratkaista pilkkomalla sen osiin 8+2+4, jolloin hän pystyy hyödyntämään kymppipareja. Vastauksen muistaminen on sujuvin ja nopein laskustrategia. Peruslaskutaidot ovat automatisoituneet, eikä lapsen enää tarvitse luetella mielessään tai ratkaista tehtävää toisen tehtävän kautta. (Baroody 1987; Carpenter & Moser 1984.)

3.3 Vähennyslaskustrategiat

Kuten yhteenlaskustrategioissakin, myös vähennyslaskussa kaikkien tutkijoiden strategialuokitteluissa on havaittavissa kahtiajako konkreettisten ja abstraktimpien strategioiden välillä. Aluksi lapsi joutuu laskemaan molemmat tekijät erikseen. Vähitellen luvun representaatio automatisoituu, eikä laskemista tarvitse jokaisella kerralla aloittaa alusta. Harjoituksen myötä konkreettisten apuvälineiden merkitys vähenee ja lapsi pystyy käsittelemään lukuja päässään. Lopulta peruslaskut tulevat niin tutuiksi, ettei niitä enää tarvitse erikseen laskea, vaan lapsi löytää vastauksen pitkäkestoisesta muististaan.

3.3.1 Konkreettisuuteen perustuvat strategiat

Ensimmäinen vaihe strategioiden kehityksessä on konkreettisiin apuvälineisiin tukeutuminen. Carpenter ja Moser (1984) nimittävät tätä vaihetta suoran mallintamisen strategiaksi ja erottavat siitä kolme alavaihetta, joita kuvataan esimerkkitehtävän a–b=? kautta. Ensimmäinen alavaihe on erottaminen, jossa lapsi muodostaa apuvälineiden, kuten sormiensa tai palikoiden avulla a:n suuruisen joukon ja erottaa siitä b:n verran, jolloin jäljelle jääneet muodostavat vastauksen. Toinen alavaihe on lisääminen, jolloin lapsi muodostaa ensin joukon b ja lisää siihen yksiköitä, kunnes niitä on yhteensä a:n verran. Lisättyjen yksiköiden määrä kertoo vastauksen. Kolmas alavaihe on sovittelu, jossa lapsi muodostaa sekä a:n että b:n suuruiset joukot ja sovittelee niitä pareiksi. Vastaus selviää ylijääneistä palikoista tai sormista.

Siegler ja Robinson (1982, 292–294) puolestaan jakavat lasten käyttämät laskustrategiat neljään luokkaan, joista kahdessa ensimmäisessä lapsi tukeutuu sormiinsa. He nimittävät strategioita sormien avulla luettelemiseksi (counting fingers) ja sormistrategiaksi (fingers). Sormien avulla luettelemisen strategiassa laskeminen alkaa yleisimmin ensimmäisenä nostetun vasemman käden vasemmanpuoleisimmasta sormesta ja päättyy oikeanpuoleisimpaan sormeen oikeassa kädessä. Lapsi laskee sormien avulla molemmat tekijät erikseen ja lopulta laskee, montako sormea yhteensä on pystyssä. Laskeminen alkaa ykkösestä. Strategia on hidas, mutta sitä käyttävät lapset tekevät melko vähän virheitä. Sormistrategia taas on edellistä nopeampi, tuottaa melko vähän virheitä ja tulokset ovat lähellä oikeaa. Sitä käyttäessään lapsi toimii samoin kuin edellisessä, mutta ei näytä laskevan sormiaan. (Siegler & Robinson 1982, 292–294.)

Ostad (1999) kutsuu konkretiaan tukeutuvia strategioita varmistusstrategioiksi (back-up strategies). Hänen strategialuokittelunsa on paljon yksityiskohtaisempi kuin Sieglerin ja Robinsonin (1982), sillä hänen mielestään lapset käyttävät useampia varmistusstrategioita kuin Siegler ja Robinson esittivät (Ostad 1999, 27–28). Ostad jakaakin varmistusstrategiat kahdeksaan eri alaluokkaan. Hänen luokittelunsa kaksi ensimmäistä alaluokkaa ovat samat kuin Carpenterin ja Moserin (1984) erottaminen ja lisääminen. Kolmas alaluokka on takaperin luetteleminen sormien tai muiden apuvälineiden avulla. Lapsi aloittaa luettelemisen vähennettävästä alaspäin ja luettelee vähentäjän verran sormiensa avulla. Viimeinen lueteltu luku on vastaus. Neljännessä alaluokassa lapsi toimii tehtävän vaatimalla tavalla pyrkien minimoimaan luettelemisvaiheet käyttäen strategiana joko toisen tai kolmannen alaluokan strategiaa. Jos tehtävä on 8-2, on kannattavaa luetella taaksepäin aloittaen vähennettävästä. Tällöin käytetty strategia on takaperin luetteleminen. Jos taas tehtävä on 9-7, on järkevää aloittaa luetteleminen luvusta seitsemän ylöspäin, jolloin strategiana on lisääminen. Ostadin luokitteluun kuuluvat myös eri tavoin piirtämällä ratkaistut tehtävät, joissa lapsi piirtää kuvioita tai viivoja tehtävän ratkaisemisen tueksi. Tähän sisältyy kolme alaluokkaa. Kahdeksas varmistusstrategioiden alaluokka on mielessä luetteleminen. (Ostad 1999, 27.)

3.3.2 Luettelemiseen perustuvat strategiat

Sekä Sieglerin ja Robinsonin (1982), Carpenterin ja Moserin (1984) että Ostadin (1999) strategialuokittelussa on mielessä luettelemiseen perustuvia strategioita. Tutkijan luokittelumallista riippuu, kuinka yksityiskohtaisesti hän on jakanut eri luettelemisstrategiat alaluokkiin.

Sieglerin ja Robinsonin (1982, 292–294) luokittelussa luettelemisstrategian (counting) piirteenä on, että lapsi laskee joko ääneen tai huulet liikkuen, mutta ei käytä konkreettisia apuvälineitä, kuten sormiaan tai palikoita. Luetteleminen alkaa heidän mukaansa luvusta yksi. Luettelemisstrategia on melko hidas, ja tutkimuksessaan Siegler ja Robinson (1982) havaitsivat, että strategiaa käyttävien virheelliset vastaukset olivat usein kaukana oikeasta tuloksesta. Ostadin (1999, 27) luokittelussa luettelemisstrategian kuvaus vastaa muuten Sieglerin ja Robinsonin (1982) kuvausta, mutta Ostad ei edellytä luettelemisen alkavan luvusta yksi.

Carpenter ja Moser (1984, 181–182) puolestaan erottavat luettelemisstrategioissa kaksi eri tapaa vähennyslaskun ratkaisemiselle. Ensimmäinen tapa on takaperin luetteleminen (counting down from). Siinä lapsi luettelee lukuja takaperin aloittaen vähennettävästä. Esimerkiksi tehtävässä 8-5 lapsi luettelee: ”Kahdeksan. Seitsemän, kuusi, viisi, neljä, kolme.” Vastaus on viimeisenä lueteltu luku. Toinen tapa taas on eteenpäin luetteleminen (counting up from given), jolloin lapsi aloittaa luettelemisen vähentäjästä ja luettelee lukuja, kunnes pääsee vähennettävään saakka. Vastaus selviää lueteltujen lukujen määrästä. Tällä tavoin saadaan itse asiassa vastaus yhteenlaskuun a+?=b. Yllä kuvatuissa Ostadin (1999) konkretiaan perustuvissa varmistusstrategioissa on paljon yhteneväisyyksiä Carpenterin ja Moserin (1984) kuvaamien luettelemisstrategioiden kanssa. Erona on kuitenkin se, että Ostadin luokittelu perustuu sormien tai muiden apuvälineiden käyttöön, kun taas Carpenterin ja Moserin luokittelussa sama laskutoimitus tapahtuu täysin mielessä.

3.3.3 Muistamiseen perustuvat strategiat

Kehittyneimpiä vähennyslaskustrategioita ovat muistamiseen perustuvat strategiat. Kuten yhteenlaskuissakin, myös vähennyslaskuissa voidaan erottaa sekä muistaminen että lukuyhdistelmien hyödyntäminen. Siegler ja Shrager (1984) sekä Ostad (1999) kutsuvat näitä muistamiseen perustuvia strategioita mieleenpalauttamisstrategioiksi (retrieveal strategies). Ostad jakaa mieleenpalauttamisstrategiat alaluokkiin, joita ovat muistaminen ja kaksi lukuyhdistelmien hyödyntämiseen perustuvaa luokkaa. Toisessa alaluokassa lapsi hyödyntää osaamiaan lukuyhdistelmiä ratkaisten tehtävän niiden avulla ilman, että hänen tarvitsee luetella lukuja. Kolmannessa alaluokassa taas lapsi hyödyntää jotakin muistamaansa lukuyhdistelmää ja jatkaa siitä eteenpäin käyttäen jotakin varmistusstrategioista, kuten luettelua.

Carpenter ja Moser (1984) jakavat luokittelussaan lukuyhdistelmiin perustuvat strategiat kahtia, muistamiseen ja lukuyhdistelmien hyödyntämiseen. Yhteenlaskuissa ulkoa opeteltuja lukuyhdistelmiä voi hyödyntää myös vähennyslaskuissa. Esimerkiksi tehtävässä 12–8=? lapsi muistaa, että 4+8=12, jolloin vastaus on 4. Carpenterin ja Moserin (1984) tutkimuksessa suuri osa lapsista käytti näitä muistissa olevia yhdistelmiä hyväkseen vähennyslaskuja ratkaistessaan. Voidaankin olettaa, että numeroyhdistelmien ulkoa oppimisella on tärkeä merkitys peruslaskutaitojen sujuvalle oppimiselle. (Carpenter & Moser 1984, 196.)

Siegler ja Robinson (1982) kutsuvat muistamiseen perustuvia strategioita ainoastaan ei-havainnoitavissa oleviksi strategioiksi (no visible strategies). He eivät erottele lukuyhdistelmien hyödyntämistä ja muistamista toisistaan. Ei-havainnoitavissa olevaa strategiaa käyttäessään lapsi ei ilmaise mitään nähtävissä tai kuultavissa olevaa tapaa laskea. Sieglerin ja Robinsonin (1982) tutkimuksessa ei-havainnoitavissa olevat strategiat olivat nopeimpia ja yleisimmin käytettyjä. Tulosten oikeellisuus puolestaan oli kahtia jakautunutta: osa lapsista ei tehnyt yhtään virhettä, kun taas toiset tekivät niitä paljon ja vaikuttivat pikemminkin arvailevan vastauksia. (Siegler & Robinson 1982, 292–294.)

3.4 Laskustrategioiden kehitys

Laskustrategioiden kehitys ei ole lineaarista, sillä lapset saattavat käyttää useampaa strategiaa samanaikaisesti. Kuitenkin strategioiden kehittyminen noudattaa tiettyä jatkumoa: konkreettisista apuvälineisiin tukeutuvista strategioista kohti abstrakteja mielessä tapahtuvia strategioita.

3.4.1 Strategioiden kehityksen vaiheita

Siegler ja Jenkins (1989, 15–17) erottavat strategioiden kehityksestä kaksi vaihetta: strategian keksimisen ja strategian yleistymisen. Keksimisvaiheessa lapsi on juuri oivaltanut uuden strategian ja käyttää sitä ensimmäisiä kertoja. Strategian yleistymisvaihe sen sijaan on pitkäkestoisempi ja tarkoittaa siirtymävaihetta vanhasta strategiasta uuteen. (Siegler & Jenkins 1989, 15–17.)

Baroody (1987) tutki päiväkoti-ikäisiä, keskimäärin 5-vuotiaita lapsia ja heidän kykyään ratkaista summaltaan alle kymmenen yhteenlaskuja. Yllättävää oli, että ensimmäisellä mittauskerralla lähes kaikille lapsille piti demonstroida konkreettinen kaiken laskemisen strategia. Baroody havaitsi, että lasten kyvyssä omaksua uusi strategia mallista oli eroja. Osa oppi saman tien, toiset vaativat useamman näyttökerran ja osalla oppiminen eteni todella hitaasti. Kahdeksan kuukautta kestäneen seurantatutkimuksen aikana osa lapsista ei edistynyt juuri lainkaan, eikä siirtynyt käyttämään konkreettisen strategian lyhytversioita. Osa lapsista taas siirtyi mielessä luettelemisen strategioihin. Tutkimus osoittaakin, että jo päiväkoti-ikäisillä lapsilla on hyvin erilaiset valmiudet konkreettisen laskemisen oppimiseen. (Baroody 1987.)

Carpenter ja Moser (1984) jakavat lasten laskutaidot viiteen eri tasoon. Tasolla 0 lapset eivät osaa ratkaista yhteen- ja vähennyslaskuja. Tasolla 1 lasten kyky ratkaista tehtäviä on rajoittunut konkretiaan. Lapset käyttävät kaiken laskemisen strategiaa ja erottamista hyödyntäen apuvälineitä. Taso 2 on keskeinen siirtymävaihe kohti kehittyneempien strategioiden käyttöä. Lapset tukeutuvat yhä konkreettisiin apuvälineisiin, mutta ratkaisevat jo osan tehtävistä luettelemalla. Tasolla 3 olevat lapset luottavat ensisijaisesti luettelemiseen perustuviin strategioihin. Merkittävä osa lapsista käyttää eteenpäin laskemisen strategiaa vähennyslaskuja ratkaistessaan. Korkeimmalla tasolla 4 olevat lapset puolestaan ratkaisevat lähes kaikki tehtävät lukuyhdistelmien avulla tai muistamalla vastauksen. (Carpenter & Moser 1984, 196–197.)

Kaikkien laskemisen strategia korvaantuu eteenpäin luettelemisen strategialla. Lapset kuitenkin käyttävät eri strategioita rinnakkain ja omaksuvat ylemmän tason strategian yksilöllisesti. Luetteleminen eteenpäin ensimmäisestä luvusta ja luetteleminen eteenpäin suuremmasta luvusta olivat myös strategioita, jotka esiintyivät rinnakkain. Carpenter ja Moser (1984) olettavat tutkimuksensa perusteella, että luetteleminen eteenpäin ensimmäisestä luvusta alkaen eli max-strategia ei ole kovin pitkään vallitseva strategia, vaan korvaantuu nopeasti luettelemisella eteenpäin suuremmasta luvusta eli min-strategialla. (Carpenter & Moser 1984, 191.)

Luettelemiseen perustuvista strategioista lapset siirtyvät yleensä muistamiseen perustuvien strategioiden käyttöön. Kuitenkaan Steinbergin (1985) mukaan lukuyhdistelmien oppiminen ei edellytä eteenpäin luettelemisen strategian hallintaa. Niiden oppiminen edellyttää kuitenkin kykyä abstraktiin ajatteluun ja käsitystä luvun pysyvyydestä. Kymmenylityslaskuissa lapsella on oltava käsitys paikka-arvosta eli siitä, että ykkösillä ja kymmenillä on oma merkityksensä, eikä niiden paikkaa voi noin vain vaihdella ilman, että luvun suuruus muuttuu. (Steinberg 1985.)

Steinberg (1985) kartoitti tutkimuksessaan lasten lukuyhdistelmien hyödyntämistä yhteen- ja vähennyslaskuissa. Hänen tutkimuksensa oli opetuskokeilu ja lapsille pyrittiin opettamaan erilaisia tapoja hyödyntää lukuyhdistelmiä. Ilmeni, että lapset käyttivät lukuyhdistelmiä enemmän yhteen- kuin vähennyslaskuissa. Tämä saattaisi Steinbergin (1985) mukaan johtua siitä, että yhteenlaskuissa esimerkiksi tuplien hyödyntäminen on selkeämpää kuin vähennyslaskuissa, joissa vaaditaan abstraktimpaa ajattelua ja useamman asian samanaikaista mielessä pitämistä.

3.4.2 Strategian valintaan liittyvät syyt

Uusien strategioiden oppimista saattaa joidenkin lasten kohdalla hidastaa se, etteivät he koe tarvitsevansa uusia tapoja tehtävien ratkaisemiseen. He pitävät käyttämäänsä strategiaa riittävän nopeana, tehokkaana ja toimivana. Uuden oppiminen on työlästä ja hidastaa laskemista ainakin hetkeksi. (Steinberg 1985.) Kuten aina uutta opittaessa, vähitellen harjoituksen myötä taito vakiintuu ja muuttuu automatisoituneeksi ja tiedostamattomaksi. Näin käy myös lukuyhdistelmien hyödyntämisen kohdalla (Steinberg 1985).

Lasten käyttämien strategioiden valintaan vaikuttavat henkilökohtaiset, sosiaaliset ja kognitiiviset syyt (Steinberg 1985). Briars ja Larkin (1984) olettavat, että jos lapsilla on käytössään useampia vaihtoehtoisia strategioita, he käyttävät sitä strategiaa, jonka käyttäminen vaatii vähiten laskuvaiheita ja pyrkivät välttämään vaikeampia laskemisprosesseja, kuten takaperin luettelemista. Carpenter ja Moser (1984) havaitsivatkin tutkimuksessaan, etteivät lapset useinkaan käyttäneet takaperin luettelemisen strategiaa vähennyslaskuja ratkaistessaan, vaan pikemminkin pyrkivät välttämään sitä. Takaperin luettelemisen strategia ilmestyi usein vasta eteenpäin luettelemisen strategian jälkeen. Eteenpäin luettelemisen strategia puolestaan taas oli korvannut konkreettisen kaiken laskemiseen perustuvan lisäämisstrategian. Ainoastaan neljä prosenttia lapsista laski takaperin ennen kuin he käyttivät annetusta luvusta eteenpäin luettelemisen strategiaa. (Carpenter & Moser 1984, 192–193.)

Toisaalta taas Carpenterin ja Moserin (1984, 189) mukaan lapset käyttivät hallitsemiaan strategioita vaihtelevasti, eivätkä ainoastaan tehokkainta. Jos palikat olivat saatavilla laskemisen tueksi, osa lapsista käytti niitä, vaikka olisi kyennyt käyttämään myös tehokkaampaa strategiaa. Myöskään tehtävän suuruusluokalla ei ollut merkitystä laskustrategiaan, vaan lapset käyttivät palikoita suoraan mallintamiseen yhtälailla summaltaan alle 10 laskuissa kuin summaltaan 10–16 olevissa laskuissa. Kun palikoita ei ollut saatavilla, luettelemiseen perustuvien strategioiden osuus kasvoi. (Carpenter & Moser 1984, 190.) Siegler ja Jenkins (1989) sen sijaan havaitsivat tehtävän vaikeudella olevan merkitystä lasten strategian valinnalle: mitä vaikeampi tehtävä, sitä enemmän varmistusstrategioiden osuus lisääntyi. Lapsi saattoi kuitenkin ensin yrittää vastauksen mieleenpalauttamista. Jos tämä ei onnistunut, hän siirtyi jonkin varmistusstrategian käyttämiseen.

3.4.3 Matematiikan taidoiltaan heikkojen lasten laskustrategiat

Lapset, joilla oli vaikeuksia matematiikassa, käyttivät lähes yksinomaan konkretiaan ja luettelemiseen perustuvia varmistusstrategioita vielä yläkouluun siirtyessäänkin (Ostad 1999), eivätkä oppineet muistamaan lukuyhdistelmiä (Geary 2004). Tavanomaisesti suoriutuvat lapset puolestaan siirtyivät käyttämään mieleenpalauttamisstrategioita yhä suuremmassa määrin mitä vanhempia he olivat (Ostad 1999). Tavanomaisesti suoriutuvat oppilaat vaihtelivat käyttämiään strategioita joustavasti, ja heidän käyttämänsä strategiansa kehittyivät. Taidoiltaan heikot laskijat sen sijaan eivät vaihdelleet käyttämiään strategioita, vaan olivat rajoittuneita lähinnä yhteen strategiaan. (Ostad 1999, 34.)

Ostad (1999) havaitsi eroja siinä, kuinka montaa strategiaa lapset käyttivät. Joku saattoi käyttää vain yhtä, kun taas toinen käytti viittä erilaista strategiaa. Tavanomaisesti suoriutuvien lasten käyttämät strategiavariaatiot kasvoivat ensimmäiseltä luokalta seitsemännelle luokalle keskimäärin noin kahdesta strategiasta neljään. Taidoiltaan heikkojen käyttämä strategiavalikoima oli huomattavasti suppeampi: ensimmäisellä luokalla he käyttivät keskimäärin yhtä strategiaa ja seitsemännellä luokalla alle kahta. Tavanomaisesti suoriutuvat lapset muuttivat käyttämiään strategioita kohti sujuvampaa strategiaa kahden vuoden seurannan aikana. Taidoiltaan heikot lapset puolestaan käyttivät useammin täsmälleen samaa strategiaa molemmissa mittauksissa. (Ostad 1999, 32–33.)

Tutkimuksensa perusteella Ostad (1999) listasi ominaisuuksia, jotka ovat tyypillisiä lapsille, joilla on matematiikan oppimisvaikeus. Tällaiset lapset käyttävät vain varmistusstrategioita, ja niistäkin vain konkreettisimpia. He eivät juuri vaihtele käyttämäänsä strategiaa tai strategioita. Vuosien aikana he ottavat käyttöönsä uusia strategioita hyvin rajoittuneesti. (Ostad 1999, 33–34.)

Myös Steinbergin (1985) opetuskokeiluun perustuvassa tutkimuksessa oli havaittavissa, että osa lapsista käytti hyvin jäykästi uusia strategioita. He eivät ymmärtäneet mitä tekivät, vaan toistivat oppimaansa mekaanisesti. Monelta puuttui perusymmärrys kymmenjärjestelmästä ja paikka-arvosta, sillä he eivät pystyneet suoraan sanomaan vastausta tehtävään 10+4. Lisäksi yhteen- ja vähennyslaskun välisen yhteyden ymmärtäminen oli monelle vaikeaa. Toiset lapset taas oppivat nopeasti lukuyhdistelmien hyödyntämisen idean ja alkoivat soveltaa oppimaansa keksien itse uusia yhdistelmiä. (Steinberg 1985, 348–349.)

4 TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tutkimukseni yhtenä tavoitteena oli selvittää lasten käyttämien yhteenlaskustrategioiden kehittymistä ensimmäiseltä kolmannelle luokalle. Tutkimusasetelmassani vertailin toisiinsa kahta ryhmää: opettajien valitsemia matematiikan taidoiltaan heikkoja oppilaita sekä näille valittuja verrokkioppilaita. Tutkimuskirjallisuudesta löytyy melko vähän tietoa taidoiltaan heikkojen lasten laskustrategioiden kehityksestä (Jordan ym. 2003, 835). Tämän vuoksi kahden ryhmän välinen kehityksen vertailu toi uutta näkökulmaa laskustrategioiden tutkimukseen etenkin matematiikan taidoiltaan heikkojen lasten osalta. Toisena tavoitteenani oli selvittää, mitä vähennyslaskustrategioita kolmannella luokalla olevat oppilaat käyttävät. Tutkimusasetelmani mahdollisti kahden ryhmän välisen vertailun myös vähennyslaskustrategioiden osalta.

Tutkimuskysymykseni ovat:

1. Mitä laskustrategioita taidoiltaan heikot laskijat käyttävät
    1.1 yhteenlaskuissa ensimmäisellä ja kolmannella luokalla?
    1.2 vähennyslaskuissa kolmannella luokalla?
2. Miten yhteenlaskustrategiat ovat muuttuneet ensimmäiseltä luokalta kolmannelle luokalle?
    2.1 Muistuttavatko tutkimusryhmän kolmannella luokalla käyttämät laskustrategiat verrokkiryhmäläisten ensimmäisellä luokalla käyttämiä strategioita?

5 MENETELMÄ

5.1 Tutkittavat

Tutkimukseni kohdejoukko muodostui kymmenestä oppilaasta. He kaikki opiskelivat kolmannella luokalla yleisopetuksen ryhmässä. Kaikki kymmenen oppilasta olivat samassa koulussa myös ensimmäisellä luokalla, mikä oli tutkimukseen mukaan pääsyn edellytys.

Tutkimukseni on osa Niilo Mäki Instituutin laajempaa seurantatutkimusta. Opettajat valitsivat tutkimukseeni mielestään viisi taidoiltaan heikointa laskijaa: sellaisia, jotka käyttivät edelleen paljon sormia laskiessaan. Näiden viiden lisäksi jokaiselle valittiin verrokki, joka oli samalla luokalla aakkosissa seuraava samaa sukupuolta oleva oppilas. Tällä tavoin tutkimukseeni valikoitui kuusi tyttöä ja neljä poikaa. Kaikkien kymmenen oppilaan vanhemmat antoivat lapsilleen luvan osallistua tutkimukseen.

Keväällä 2008 lasten ollessa ensimmäisellä luokalla heille oli tehty laajat tutkimukset, joissa kartoitettiin myös muita kuin matematiikan taitoja. Tässä seurantatutkimuksessa tein uudelleen yhteenlaskutestin.

Kolmosluokkalaisten tutkiminen on perusteltua, sillä sormilla laskemisen tavoissa tapahtuu selvä muutos ensimmäiseltä neljännelle luokalle siirryttäessä (Räsänen & Koponen 2010). Seurantatutkimuksella saadaan selville yksilöllisiä kehityskulkuja.

5.2 Tutkimuksen toteuttaminen

Tutkimukseni aineisto koostui ensimmäisen luokan mittauksista keväältä 2008 sekä kolmannella luokalla keväällä 2010 tekemistäni mittauksista. Tein lapsille alku- ja loppumittaukset. Lisäksi Niilo Mäki Instituutti tarjosi tutkimusryhmään kuuluvien viiden lapsen vanhemmille mahdollisuutta tehdä lapsensa kanssa kotona laskuharjoitteita internet-välitteisesti.

Suoritin mittaukset lasten koulupäivän aikana koulun tiloissa touko- ja kesäkuussa 2010. Tutkimusta varten koululta järjestyi rauhallinen huone, jonne oppilaat saapuivat yksitellen. Yhden lapsen osalta tutkimus kesti kerrallaan viidestätoista minuutista puoleen tuntiin riippuen lapsen laskunopeudesta. Tilanne videoitiin. Mittareista ja mittausten suorittamisesta kerron tarkemmin luvussa 5.4 Mittarit.

5.3 Tutkimuseettiset näkökohdat

Pyrin huomioimaan tutkimuksen eettisyyden koko tutkimuksen ajan. Jokaisen tutkimukseen osallistuvan lapsen vanhempi oli antanut lapselleen luvan osallistua tutkimukseen (liitteet 1 ja 2). Tutkimukseen osallistuminen perustui vapaaehtoisuuteen. Osallistumisen peruminen oli mahdollista missä tahansa tutkimuksen vaiheessa. Pyrin luomaan tutkimustilanteesta mahdollisimman myönteisen kokemuksen lapsille muun muassa antamalla kannustavaa palautetta.

Mittaustilanne videoitiin. Videonauhojen käsittelyssä huolehdin tietosuojasta. Videot olivat käytössäni tutkimuksen teon ajan, jonka jälkeen ne arkistoitiin asianmukaisesti Niilo Mäki Instituuttiin. Aineiston käsittelyvaiheessa keksin tutkimusryhmäläisille peitenimet, joita käytän tässä tutkimuksessa.

Verrokkiryhmäläisiä käsittelen ainoastaan koodinumerolla, jonka avulla Niilo Mäki Instituutin tutkimusryhmä pystyy tarvittaessa yhdistämään lapsen nimen hänen koodiinsa. Myöskään lasten koulun nimeä en mainitse. Niinpä lapsia ei voi tunnistaa tutkimuksesta.

Tutkimukseni on osa Niilo Mäki Instituutin laajempaa tutkimusta, jonka yhteistyösopimukseen kuuluu opettajien mahdollisuus konsultoida tutkimusryhmäläisiä ja saada suullista palautetta tutkimuksen tuloksista. Tämänkin tutkimuksen tuloksia opettajat voivat hyödyntää opetuksensa suunnittelussa.

5.4 Mittarit

Tutkimustilanteen alussa tein lapsille sormien tunnistamistehtävän (ks. esim. Gracia-Bafalluy & Noël 2008 tai Noël 2005). Sen tuloksia en tässä tutkimuksessa hyödynnä. Tämän tutkimuksen kannalta oli olennaista tehtävän merkitys ennestään vieraisiin lapsiin tutustumisessa ja lasten alkujännityksen poistamisessa. Tein sormien tunnistamistehtävän vain alkumittauksessa.

Yhteenlaskuissa oli kaksi rinnakkaista sarjaa, a ja b, joissa kummassakin oli 12 tehtävää. Lapsi sai itse päättää, kummasta sarjasta halusi aloittaa. Laskut olivat paperilapuilla, jotka levitin pöydälle lapsen eteen. Lapsi sai valita laskut yksi kerrallaan haluamassaan järjestyksessä. Esitin ensimmäisen sarjan lapselle visuaalisesti: lapsi luki itse tehtävän ja vastasi siihen suullisesti. Toisen sarjan kanssa toimin muuten samalla tavalla, mutta luin tehtävän lapselle, jolloin lasku tuli auditiivisesti. Rinnakkaissarjoissa oli kummassakin samat tehtävät, mutta luvut eri järjestyksessä: sarja a:ssa 2+5 ja sarja b:ssä 5+2. Kuudessa laskussa summaksi tuli 9 tai vähemmän ja kuudessa tehtävässä oli kymmenylitys (taulukko 1).

TAULUKKO 1. Yhteenlaskut sarjassa a.

Summa 9 tai vähemmän	Kymmenylitys
3 + 4	8 + 5
2 + 5	4 + 8
6 + 2	7 + 4
5 + 3	6 + 5
3 + 6	5 + 7
4 + 5	7 + 6

Vähennyslaskuja oli yhteensä kymmenen. Tehtävät olivat paperilapuilla, ja lapsi sai valita laskut yksi kerrallaan haluamassaan järjestyksessä. Lapsi luki itse tehtävän ja vastasi siihen suullisesti. Laskuista viisi oli kymmenalituslaskuja. Viidessä laskussa vähennettävä oli kymmenen tai pienempi. (Taulukko 2.) Laskusarjan tarkoituksena oli saada lapset käyttämään erilaisia laskustrategioita. Ensimmäisellä luokalla tehdyssä tutkimuksessa vähennyslaskuja ei ollut.

TAULUKKO 2. Vähennyslaskut.

Vähennettävä 10 tai pienempi	Kymmenalitus
7 – 3	12 – 8
8 – 5	17 – 9
5 – 3	11 – 4
9 – 2	13 – 5
10 – 3	16 – 7

Jos lapsen käyttämä strategia ei näyttänyt selvältä, kysyin jokaisen tehtävän jälkeen lapselta, miten hän ratkaisi tehtävän. Jos lapsi kertoi ratkaisseensa tehtävän päässälaskien, pyrin lisäkysymyksillä selvittämään, miten hän oli tehtävän mielessään ratkaissut. Jatkoin kyselemistä, kunnes lapsen käyttämä strategia tuli selväksi tai lapselta ei ollut odotettavissa enää mitään uutta tietoa. (ks. esim. Siegler & Jenkins 1989, 52.) Tausta-ajatuksena oli, että lapsi osaa heti tehtävän suoritettuaan verbaalisesti kertoa ratkaisutavastaan (mm. Carpenter & Moser 1984; Ostad 1999, 26; Siegler 1988, 844).

Opettajien valitsemille viidelle tutkimusryhmään kuuluvalle lapselle tarjottiin mahdollisuutta kotiharjoitteluun Niilo Mäki Instituutin kehittelemän Neure-oppimisympäristön avulla. Ainoastaan yksi viidestä perheestä hyödynsi vähäisessä määrin yhteen- ja vähennyslaskujen harjoittelumahdollisuutta. Tästä syystä en tarkastele kotiharjoittelun merkitystä tässä tutkimuksessa.

5.5 Aineiston analysointi

Jo tutkimustilanteessa täytin jokaisesta lapsesta kaavaketta (liite 3), johon merkitsin laskutehtävän, lapsen vastauksen sekä muistiinpanoja tehtävänratkaisustrategioista. Täydensin kaavakkeita videonauhojen perusteella ja luokittelin lasten käyttämät laskustrategiat. Yhteenlaskuista kirjasin vastauksen oikeellisuuden lisäksi laskutavan sekä lapsen käyttämän strategian. Jos lapsi käytti sormia apuna tehtävän ratkaisuun, koodasin myös jokaisen sormenliikkeen, jotta saisin selville, millä tavoin lapsi hyödyntää sormiaan laskemisena tukena.

Laskutapaluokkia oli aluksi viisi. Nämä luokat olivat lapsi muistaa vastauksen, luettelee mielessään, luettelee ääneen, käyttää sormiaan tai käyttää jotakin muuta laskutapaa. Luokittelin strategiat aluksi kuuteen eri luokkaan, jotka olivat kaikkien lukujen luetteleminen, pienemmästä luvusta alkaen luetteleminen, isommasta luvusta alkaen luetteleminen, sormien käyttäminen, lukuyhdistelmien hyödyntäminen sekä vastauksen muistaminen. Aineiston analysoinnin ensimmäisessä vaiheessa strategia saattoi olla myös yhdistelmä kahdesta luokasta, jolloin kirjasin esimerkiksi ”lapsi käyttää sormia ja aloittaa isommasta luvusta”.

Myös vähennyslaskuista kirjasin lapsen käyttämän laskutavan ja strategian. Laskutapaluokittelu oli sama kuin yhteenlaskuissakin. Strategiat luokittelin kuuteen eri luokkaan, jotka olivat lapsi ei osaa ratkaista laskua, käyttää sormiaan tehtävän ratkaisuun, luettelee takaperin, luettelee etuperin, hyödyntää lukuyhdistelmiä ja muistaa vastauksen.

Luokittelun ensimmäisen vaiheen tehtyäni huomasin, että pienen aineiston kannalta luokkia oli liikaa ja jotakin strategiaa ei kukaan lapsista käyttänyt. Myöskään sormien käyttäminen laskustrategiana ei antanut tarkempaa tietoa ratkaisutavasta, joten jätin kyseisen luokan pois. Tämän vuoksi yksinkertaistin luokittelua. Yhteenlaskuissa luokittelin lasten laskutavat kolmeen luokkaan ja laskustrategiat viiteen luokkaan (taulukko 3). Muokkasin myös vähennyslaskujen luokittelua yksinkertaisemmaksi. Laskutapojen kolme luokkaa ovat samat kuin yhteenlaskuissakin ja strategioissa on viisi luokkaa, joista erottaminen on osa takaperin luettelemista profiilien kuvauksissa (taulukko 3).

Käsittelen tutkimusryhmää koko ajan yksilöinä, kun taas verrokkiryhmää yhtenäisenä ryhmänä, jonka sisällä on yksilöllisiä vaihteluita. Saadun datan perusteella loin jokaiselle tutkimusryhmän lapselle laskijaprofiilin sekä yhteen- että vähennyslaskuista. Yhteenlaskujen osalta kuvaan profiilissa lasten laskemista sekä ensimmäisellä että kolmannella luokalla. Verrokkiryhmäläisistä loin yhteisen profiilin, jossa kuvaan laskustrategioiden tavanomaista vaihtelua ensi- ja kolmasluokkaisilla.

TAULUKKO 3. Yhteen- ja vähennyslaskutapojen ja strategioiden luokittelu.

Laskutapa	Strategia
Yhteenlaskut	
Lapsi käyttää sormiaan tai muuta ulkoista tukea. Lapsi luettelee. Lapsi muistaa vastauksen.	Lapsi luettelee kaikki luvut. Lapsi luettelee aloittaen ensimmäisestä luvusta (max-strategia). Lapsi luettelee aloittaen suuremmasta luvusta (min-strategia). Lapsi hyödyntää lukuyhdistelmiä. Lapsi vastaa muistamansa perusteella. Strategiaa ei voi määrittää.
Vähennyslaskut	
Lapsi käyttää sormiaan tai muuta ulkoista tukea. Lapsi luettelee. Lapsi muistaa vastauksen.	Lapsi ei osaa ratkaista tehtävää tai käyttää virheellistä strategiaa. (Lapsi erottaa tekijät toisistaan.) Lapsi luettelee takaperin. Lapsi hyödyntää lukuyhdistelmiä. Lapsi vastaa muistamansa perusteella.

Profiilien perusteella pyrin löytämään lasten laskemisesta yhteneväisyyksiä ja ryhmittelemään lapsia sekä kuvaamaan heidän kehitystään. Tällä tavoin pyrin vastaamaan tutkimuskysymyksiini.

5.6 Laskustrategioiden kuvaamisen kaksiulotteinen malli

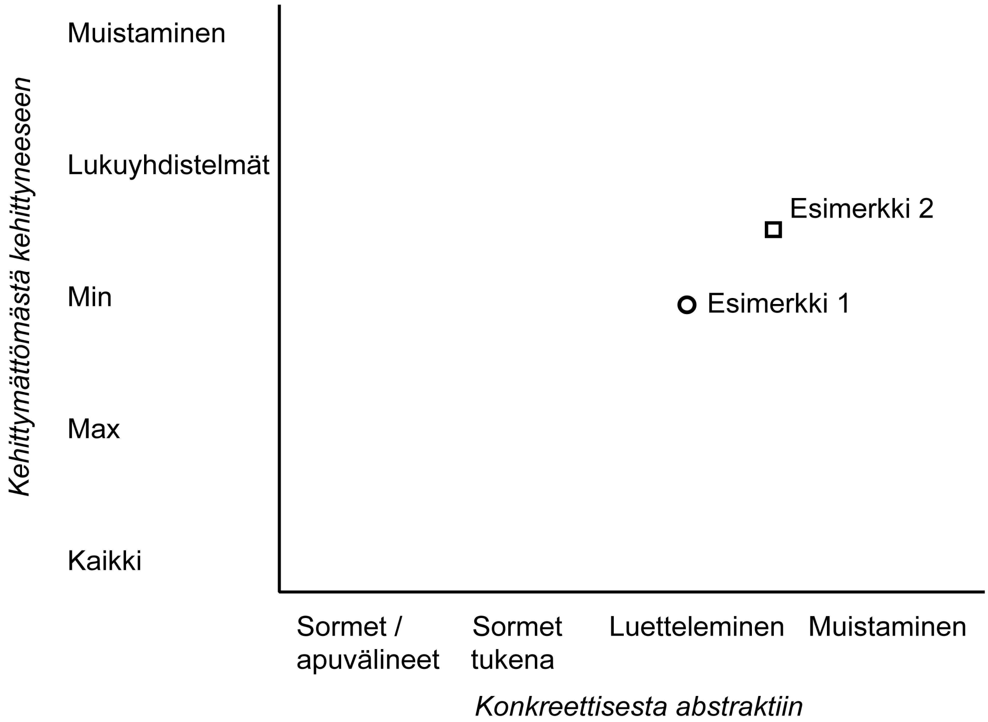
Profiilien perusteella pyrin luokittelemaan lasten käyttämiä laskustrategioita tarkemmin. Koska aineisto on pieni, mikään valmis strategialuokittelu ei vastaa tarkoitustaan. Aiemmissa strategialuokitteluissa tutkijat ovat pyrkineet asettamaan lapset järjestykseen heidän käyttämiensä strategioiden mukaan. Kuitenkin tutkijat ovat todenneet, ettei laskustrategioiden kehitys ole lineaarista. (mm. Baroody 1987, Carpenter & Moser 1984, Ostad 1999.) Huomioiden oman aineistoni erityispiirteet ja yhdistellen eri tutkijoiden strategiamalleja loin oman kaksiulotteisen mallin laskustrategioiden tarkasteluun.

Kuvaajan vaaka-akselilla ovat laskutavat, jotka valitsin teorian pohjalta. Yhteenlaskumallissa ensimmäinen laskutapa on sormien tai muiden apuvälineiden käyttäminen (Baroody 1987; Carpenter & Moser 1984). Tätä seuraa sormien käyttäminen tukena, joka vastaa lähinnä Sieglerin (Siegler & Shrager 1984) esittelemää sormistrategiaa, jossa lapsi tarvitsee sormiaan enää luettelemisen vahvistukseksi, mutta ei tukeudu niihin ensisijaisesti. Kaksi viimeistä vaaka-akselin laskutapaa ovat luetteleminen ja muistaminen, jotka esiintyvät kaikkien edellä mainittujen tutkijoiden luokitteluissa.

Pystyakselilla ovat yksityiskohtaisemmat laskustrategiat, jotka jaottelin kaiken luettelemiseen, max-strategiaan, min-strategiaan, lukuyhdistelmiin sekä muistamiseen. (Baroody 1987; Carpenter & Moser 1984; Geary ym. 2004; Groen & Parkman 1972.)

Sijoitin lapset malliin heidän tyypillisimmän strategiansa mukaisesti. Jos lapsi esimerkiksi ratkaisi suurimman osan tehtävistä luettelemalla ja käyttäen min-strategiaa, sijoitin hänet vaaka-akselilla luettelemisen kohdalle pystyakselilta luettavalle min-strategian korkeudelle (Esimerkki 1 kuviossa 2).

Jos lapsi taas muisti puolet tehtävistä ja ratkaisi puolet luettelemalla, sijoitin hänet luettelemisen ja muistamisen puoliväliin. Korkeus riippui lapsen käyttämästä strategiasta: jos lapsi hyödynsi lukuyhdistelmiä ja käytti luetellessaan min-strategiaa, sijoitin hänet näiden kahden puoliväliin. (Esimerkki 2 kuviossa 2.)



KUVIO 2. Esimerkki laskustrategioiden tarkastelun kaksiulotteisesta mallista. Vaaka-akselilla ovat laskutavat ja pystyakselilla tarkempi strategia. Lapsi sijoitetaan malliin hänelle tyypillisimmän laskustrategian mukaisesti.

Myös vähennyslaskustrategioista loin vastaavan kaksiulotteisen mallin. Vaaka-akselilla on ensimmäisenä sormien tai muiden apuvälineiden käyttäminen, jota seuraavat luetteleminen ja muistaminen. Pystyakselilla alimmainen luokka on ”ei osaa ratkaista”, sillä koin sen profiilien perusteella tarpeelliseksi. Seuraavana on erottaminen (Carpenter & Moser 1984). Monien tutkijoiden (mm.

Carpenter & Moser 1984; Ostad 1999) mainitsemaa lisäämisen tai etuperin luettelemisen strategiaa eli vähentäjästä ylöspäin luettelemista ei ilmennyt koko aineistossa, joten sen kuvaajaan mukaan ottaminen ei ollut mielekästä. Sen sijaan takaperin luetteleminen (mm. Carpenter & Moser 1984) esiintyi aineistossa, minkä vuoksi se päätyi kuvaajaan. Lisäksi pystyakselilla ovat lukuyhdistelmien hyödyntäminen ja muistaminen. Sijoitin lapset kuvaajaan yhteenlaskujen kohdalla kuvattua vastaavasti.

5.7 Reliabiliteetti ja validiteetti

Tutkimuksen reliaabeliudella tarkoitetaan mittaustulosten toistettavuutta (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2009, 231). Tutkimukseni reliabiliteettiin vaikuttavat tutkimustilanteessa ilmenneet itsestäni johtuvat tekijät. Vaikka pyrin olemaan mahdollisimman objektiivinen ja antamaan lapsen itse kertoa laskemisestaan (ks. esim. Geary ym. 2004, 132), joissakin tilanteissa saatoin silti epähuomiossa johdatella lasta. Tämä tapahtui esimerkiksi siten, että lapsen kertoessa laskustrategiastaan saatoin tarkentavana kysymyksenä kysyä: ”Aloititko laskemisen tuosta kakkosesta?” Tällöin lapsen oli helppo vastata myöntävästi.

Myös lasten sanallisiin kuvauksiin omasta laskemisestaan sisältyy ongelmia. Lapsi ei välttämättä osaa sanallistaa toimintaansa, eikä observoija pysty havaitsemaan kaikkea. Tämä on kuitenkin observoijasta riippumaton, yleinen ongelma. Kuitenkin Sieglerin (1988, 844) tutkimuksessa lasten verbaalisten kuvausten perusteella tehtyjen strategialuokitteluiden reliabiliteetti oli korkea, sillä kaksi arvioijaa oli samaa mieltä 99 prosentissa yhteenlaskutehtävistä ja 97 prosentissa vähennyslaskutehtävistä. Myös Ostadin (1999) tutkimuksessa kaksi tutkijaa luokitteli strategiat eri luokkiin ollen samaa mieltä 98 prosentissa tapauksista. Tässä tutkimuksessa ei käytetty kahta arvioijaa, vaan luokittelin lasten käyttämät strategiat itsenäisesti. Aiemmissa tutkimuksissa saatu korkea arvioitsijareliabiliteetti antaa kuitenkin viitteitä siitä, että luokittelu on luotettavaa. Reliaabeliutta lisää saman henkilön tutkiminen eri mittauskerroilla ja saman tuloksen saaminen kummallakin kerralla (Hirsjärvi ym. 2009, 231). Toteutin kolmannen luokan mittaukset kahdella eri kerralla, ja molemmilla kerroilla saadut tulokset olivat toistensa kaltaisia, mikä lisää reliabiliteettia.

Tutkimustilanteen videointi tarjosi mahdollisuuden palata aineistoihin myöhemmin, jolloin lasten käyttämien laskustrategioiden luokitteleminen ei jäänyt ainoastaan tutkimustilanteessa tehtyjen havaintojen varaan. Tällä tavoin pystyin luotettavammin luokittelemaan käytetyt strategiat. Toisaalta taas joissakin tapauksissa videoaineistolla lapsen käyttämä strategia näytti toiselta kuin olin sen mittaustilanteessa tulkinnut. Tällaisissa tapauksissa en välttämättä ollut osannut kysyä oikeita tarkentavia kysymyksiä, jolloin lapsen käyttämä strategia jäi epäselväksi.

Ensimmäisen luokan aineistossa oli paljon strategioiden luokitteluun liittyviä ongelmia. Lapsilla oli usein kädet pöydän alla, jolloin sormien käytön havainnointi oli mahdotonta. Tutkijat eivät myöskään olleet kysyneet riittävästi tarkentavia kysymyksiä lasten käyttämistä strategioista, jolloin ainoaksi selitykseksi saattoi jäädä lapsen vastaus: ”Laskin päässä”. Jälkeenpäin strategioiden luokittelu videoaineiston perusteella oli siis haastavaa, eikä esimerkiksi max- ja min-strategioiden käytöstä voinut sanoa mitään.

Niistä tehtävistä, joissa ensimmäinen yhteenlaskettava oli suurempi, ei ollut mahdollista erottaa max- ja min-strategian käyttöä, sillä aloittaessaan luettelemisen ensimmäisestä luvusta lapsi käytti automaattisesti min-strategiaa (ks. Siegler & Jenkins 1989, 54). Toisaalta olen huomioinut tämän tutkimuksen tuloksissa. Ainoastaan profiilien yhteydessä esiintyvien kuvioiden min- ja max-strategioiden osuuksia tämä seikka vääristää. Ei ole myöskään olemassa luotettavaa keinoa saada tehtäviä sellaisiksi, että kaikilla mahdollisilla strategioilla olisi sama ilmenemistodennäköisyys.

Jotta pelkästä yksittäistapausten kuvailusta päästäisiin yleisempään kehityksen kuvaamiseen, on pakko tehdä luokitteluja ja rajata lasten käyttämät strategiat tiettyihin luokkiin. Tämän tutkimuksen strategialuokittelun olen valinnut aiemmin tehtyjen tutkimusten pohjalta, jolloin voidaan olettaa, että lapset ratkaisevat laskuja käyttäen juuri niitä strategioita. Toisaalta käyttämäni luokittelu oli joustava ja muokkasin sitä jälkeenpäin saamieni tulosten perusteella.

Validiudella puolestaan tarkoitetaan sitä, että tutkimusmenetelmä mittaa juuri sitä asiaa, jota pyritään selvittämään (Hirsjärvi ym. 2009, 231). Tässä tutkimuksessa pyrin selvittämään lasten yhteen- ja vähennyslaskuissa käyttämiä laskustrategioita. Tutkimusmenetelmäni oli samanlainen kuin aiemmissakin laskustrategiatutkimuksissa (mm. Geary ym. 2004; Ostad 1999; Siegler 1988), mikä lisää tutkimuksen validiteettia.

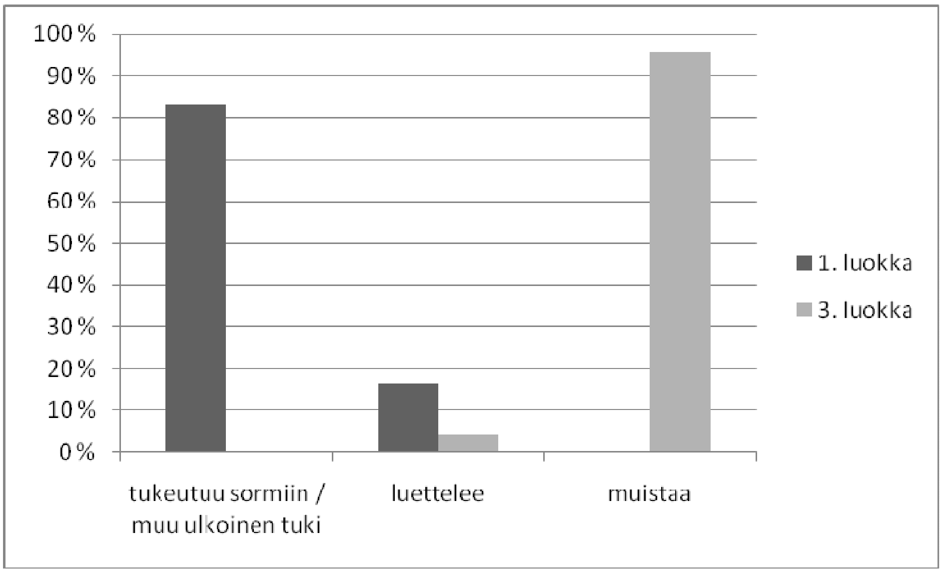
Tutkimukseeni osallistuneet lapset eivät tuntuneet jännittävän tutkimustilannetta ja pyrkivät enimmäkseen vastaamaan tehtäviin parhaan kykynsä mukaan. Yksi lapsista yritti tutkimustilanteessa kurkkia tehtäviä etukäteen, jolloin syntyi vaikutelma, että hän muisti vastauksen. Kuitenkin hän ratkaisi tehtävän sillä välin, kun tein merkintöjä edellisestä tehtävästä. Havaitsin tämän jälkeenpäin videolta, jolloin pystyin varmistamaan tutkimustilanteessa tekemäni havainnot.

6 TULOKSET

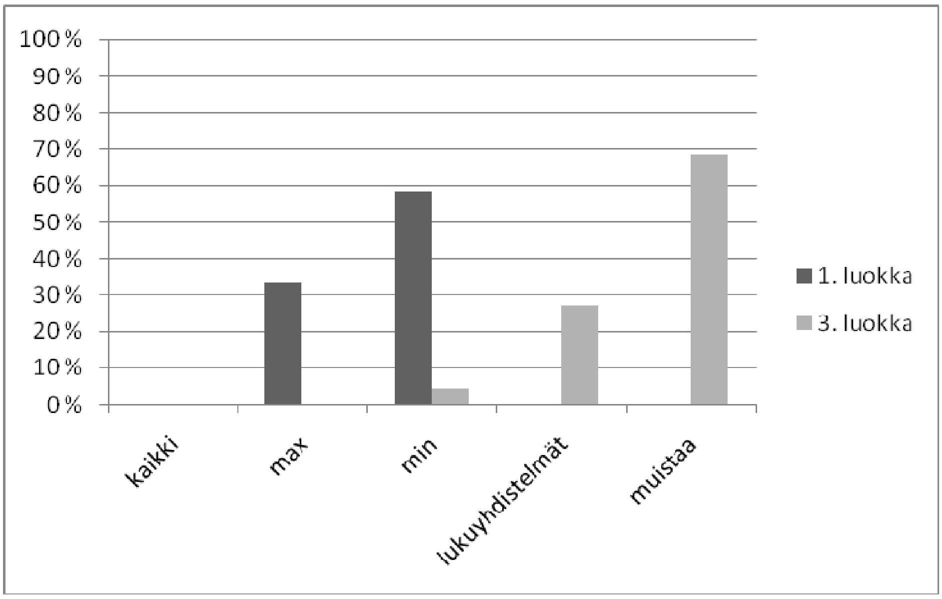
Tulososion alun yhteenlaskuprofiileissa kuvaan jokaisen tutkimusryhmäläisen käyttämiä laskutapoja ja laskustrategioita ensimmäisellä ja kolmannella luokalla. Verrokkiryhmäläiset esittelen yhtenä joukkona. Tällä pyrin kuvaamaan tavanomaisen kehityksen kulkua ja siinä esiintyviä vaihteluita. Yhteenlaskuprofiilien jälkeen tulevat vastaavat profiilit vähennyslaskujen laskemisesta kolmannella luokalla. Kuvailevia profiileita seuraa laskustrategioiden kaksiulotteisen tarkastelun malli, jonka avulla pyrin tiivistämään profiilien antaman informaation. Profiilit puolestaan antavat selityksiä kaksiulotteiselle tarkastelulle.

6.1 Yhteenlaskuprofiilit

6.1.1 Kimmo



KUVIO 3. Kimmon käyttämät laskutavat 1. ja 3. luokalla.



KUVIO 4. Kimmon käyttämät laskustrategiat 1. ja 3. luokalla.

1. luokka

Ensimmäisellä luokalla Kimmo käytti sormiaan laskemisen tukena 83 prosentissa tehtävistä. 17 prosenttia tehtävistä hän ratkaisi luettelemalla mielessään. (Kuvio 3.) Hän sai lopulta kaikki tehtävät (yhteensä 24 tehtävää) oikein, vaikka korjasikin 13 prosentissa tehtävistä vastaustaan huomattuaan vastanneensa ensin väärin. Joissakin tehtävissä Kimmo luetteli ensin mielessään ja sai näin vastauksen. Tutkijan tiedustellessa laskustrategiaa, Kimmo kuitenkin näytti, miten ratkaisisi tehtävän sormiensa avulla. Kimmo otti yleensä molemmat luvut sormillaan. Ensimmäisen yhteenlaskettavan hän otti suoraan sormillaan laskematta niitä. Toisen yhteenlaskettavan kohdalla Kimmo nosti sormensa yksitellen luetellen samalla ääneen. Esimerkiksi tehtävässä 5+6 Kimmo nosti ensin viisi sormeaan. Tämän jälkeen hän jatkoi toisen kätensä sormien nostamista yksitellen luetellen samalla ääneen ”yksi, kaksi, kolme, neljä, viisi, kuusi”. Tässä vaiheessa hänellä oli yksi sormi pystyssä, josta hän näki suoraan vastauksen ”yksitoista”.

Kuviosta 4 selviävät Kimmon käyttämät laskustrategiat. Kimmo aloitti useimmiten laskemisen tehtävän ensimmäisestä luvusta. Tehtävistä 33 prosentissa hän käyttikin max-strategiaa eli joutui sormiensa avulla luettelemalla lisäämään suuremman luvun pienempään. Kimmo kuitenkin tunsi vaihdannaisuuden, sillä ainakin kahdessa tehtävässä (8 %) hän aloitti luettelun isommasta luvusta. Kaikki ilman sormia, pelkästään mielessä luettelemalla ratkaistut tehtävät oli esitetty Kimmolle ensimmäisinä. Ilmeisesti hän oli todennut, että pelkkä luetteleminen ei tunnu riittävän vahvalta strategialta ja alkanut tukeutua sormiinsa. Epäselväksi Kimmon käyttämä strategia jäi kahdeksassa prosentissa tehtävistä.

Kolmessa visuaalisesti esitetyssä tehtävässä (13 % tehtävistä) Kimmo tarjosi ensin väärää vastausta ja sai oikean vastauksen vasta tutkijan kysyessä laskustrategiaa. Tehtävässä 6+5 Kimmo vastasi ensin 15 lueteltuaan mielessään. Hän sai oikean vastauksen alkaessaan kertoa tutkijalle, miten ratkaisi tehtävän. Tehtävässä 8+5 Kimmo päätyi luettelemalla mielessään vastaukseen 16. Tutkijan kysyessä, miten hän ratkaisi tehtävän, Kimmo näytti miten olisi ratkaissut tehtävän sormien avulla ja huomasi virheensä. Tehtävässä 7+6 Kimmo vastasi aluksi 17. Hänen käyttämänsä strategia jäi epäselväksi, mutta Kimmo selitti ottaneensa ensin kympin ja lisänneensä siihen seitsemän. Tutkija jatkoi kyselemistä strategian selvittämiseksi, eikä Kimmo osannut kertoa, miksi hän ajatteli ensin kymppiä. Lopulta tutkija sanoi alkuperäisen tehtävän 7+6 uudestaan ja Kimmo laski sen sormiensa avulla saaden oikean vastauksen.

3. luokka

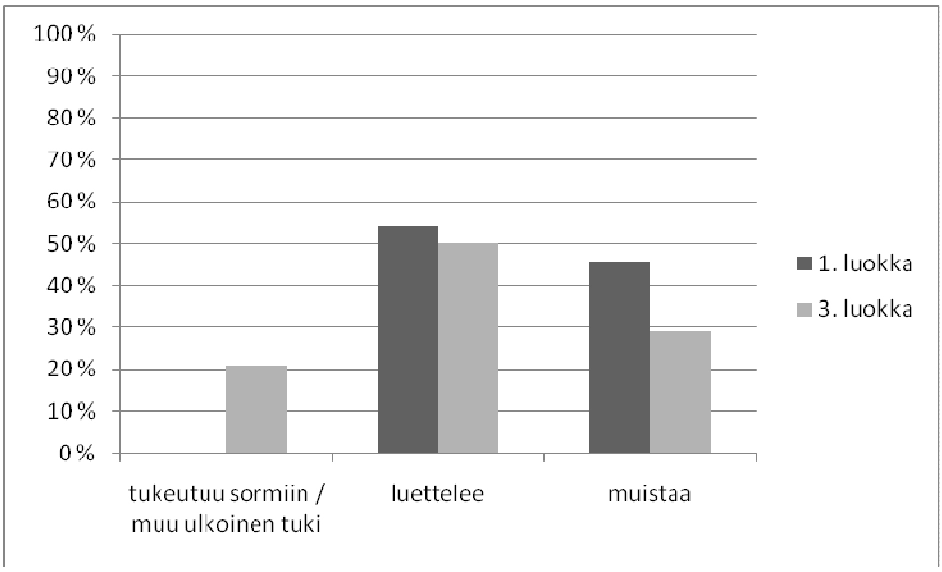
Kolmannella luokalla Kimmon laskeminen oli aivan erilaista kuin kaksi vuotta aiemmin ensimmäisellä luokalla. Kummallakin kolmannen luokan mittauskerralla Kimmon laskeminen oli samanlaista. Kimmo muisti vastauksen

96 prosenttiin tehtävistä ja luetteli mielessään vain neljässä prosentissa tehtävistä (Kuvio 3). Hän sai kaikki tehtävät (yhteensä 48 tehtävää) oikein, vaikka yhdessä (2 %) joutuikin korjaamaan vastaustaan. Kimmo joko muisti vastauksen suoraan (69 %) tai hyödynsi lukuyhdistelmiä (27 %) (Kuvio 4). Lukuyhdistelmiä hyödyntäessään hän useimmiten hajotti toisen yhteenlaskettavan kahdeksi luvuksi voidakseen hyödyntää kymppipareja tai tuplia. Esimerkiksi tehtävässä 7+5 Kimmo kertoi ajatelleensa tehtävän laskuna 5+5+2 eli hän hajotti luvun seitsemän viitoseksi ja kakkoseksi.

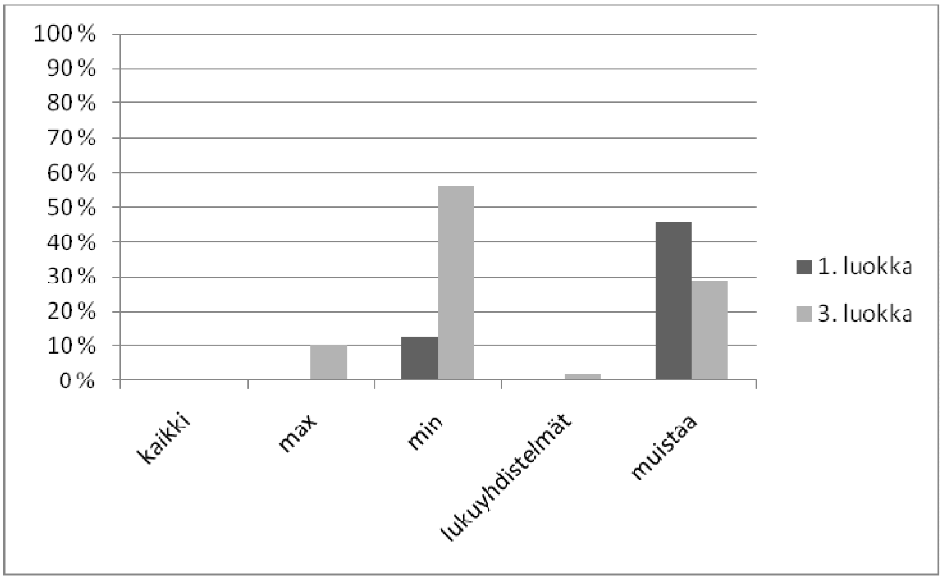
Kahdessa tehtävässä (4 %) vastaus ei tullut heti Kimmon mieleen ja hän turvautui luettelemiseen. Tehtävän 5+8 hän luki jo valmiiksi 8+5, jolloin min-strategia oli hyvin selvä. Toisessa luettelemalla ratkaistussa tehtävässä 6+3 Kimmo käytti myös min-strategiaa. Kimmo kommentoi välillä muistavansa jonkin tehtävän edellisestä sarjasta. Hän siis huomasi, että rinnakkaissarjoissa oli samat tehtävät. Suullisesti esitetyssä tehtävässä 5+3 Kimmo joutui korjaamaan vastaustaan. Hän vastasi ensin 9, mutta korjasi vastauksen heti oikeaksi. Selittäessään laskemistaan hän kertoi kuulleensa ensin 6+3.

Kimmon laskeminen oli sujuvaa ja hän vastasi aina nopeasti. Hän ei tukeutunut sormiinsa missään tehtävässä.

6.1.2 Ulpu



KUVIO 5. Ulpun käyttämät laskutavat 1. ja 3. luokalla.



KUVIO 6. Ulpun käyttämät laskustrategiat 1. ja 3. luokalla.

1. luokka

Ensimmäisellä luokalla Ulpu oli melko sujuva laskija. Hän ratkaisi 54 prosenttia tehtävistä luettelemalla mielessään ja muisti vastauksen 46 prosenttiin tehtävistä (Kuvio 5). Tehtäviä oli yhteensä 24. Kolmetoista prosenttia tehtävistä meni väärin. Ulpu ei tukeutunut sormiinsa yhdessäkään tehtävässä.

Tutkijan kysyessä, miten hän ratkaisi tehtävän, Ulpu kertoi laskeneensa päässään tai yksinkertaisesti laskeneensa. Niinpä 46 prosentissa tehtävistä jäi epäselväksi, käyttikö hän max- vai min-strategiaa luettelemalla ratkaistuissa tehtävissä. Ainoastaan 13 prosentin kohdalla pystyi päättelemään hänen käyttäneen min-strategiaa (Kuvio 6). Ei voida myöskään sanoa, muistiko hän aina vastauksen suoraan vai oliko hänellä mielessään joitakin lukuyhdistelmiä, joita hän hyödynsi.

Kaikki väärin menneet tehtävät oli esitetty Ulpulle visuaalisesti. Väärä vastaus oli aina yhden luvun päässä oikeasta. Kaksi tehtävää (3+6=10 ja 5+7=11) Ulpu ratkaisi luettelemalla mielessään. Tehtävään 3+4=8 Ulpu muisti vastauksen. Hän ei itse huomannut vääriä vastauksia.

3. luokka

Kolmannella luokalla Ulpu käytti useita eri strategioita. Hän muisti vastauksen 29 prosenttiin tehtävistä, ratkaisi 50 prosenttia tehtävistä luettelemalla ja tukeutui sormiinsa 21 prosentissa tehtävistä (Kuvio 5). Kummallakin mittauskerralla Ulpulle esitettiin 24 tehtävää. Yhteensä 48 tehtävästä kolme meni väärin (6 %).

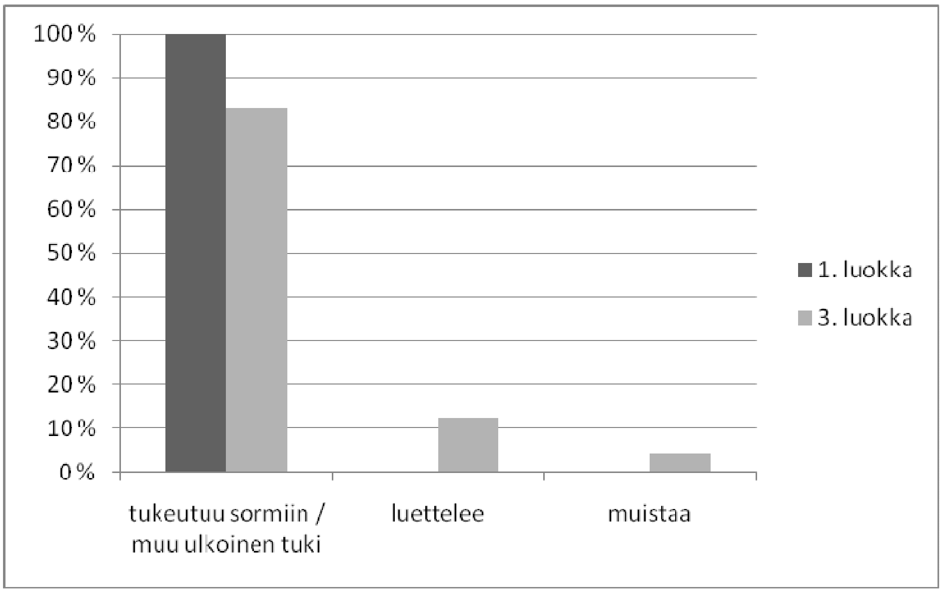
Kuviossa 6 on esitetty Ulpun käyttämät laskustrategiat. Luetellessaan ja sormiin tukeutuessaan Ulpu käytti enimmäkseen min-strategiaa (56 prosentissa tehtävistä). Kuitenkin kahdesta mittauskerrasta ensimmäisellä hän käytti 21 prosentissa tehtävistä max-strategiaa. Jälkimmäisellä mittauskerralla Ulpu hyödynsi yhteenlaskun vaihdannaisuutta aina tarvittaessa ja käytti ainoastaan min-strategiaa. Useimmiten Ulpun käyttäessä max-strategiaa luvut olivat hyvin lähellä toisiaan, esimerkiksi 5+6 tai 6+7. Poikkeuksena tästä oli tehtävä 5+8.

Ulpu kertoi useassa tehtävässä nähneensä mielessään luku- tai laskujonon, jonka avulla hän ratkaisi tehtävät. Joissakin tehtävissä Ulpu luetteli ensin mielessään, mutta varmistuakseen ratkaisun oikeellisuudesta tukeutui sormiinsa. Sormiinsa tukeutuessaan Ulpu otti sormillaan vain jälkimmäisen yhteenlaskettavan. Hän käytti sormiaan luettelun tukena ja usein liikutti sormia lähes huomaamattomasti. Ulpu itse kuvasi sormien käyttöään ”mä tälleen nopsasti käytin sormia” ja liikutteli niitä hieman. Yhdessä tehtävässä (4 %) Ulpu hyödynsi lukuyhdistelmiä. Tehtävän 6+7 Ulpu ajatteli kymppiparin kautta ja hajotti luvun seitsemän neloseksi ja kolmoseksi, 6+4+3. Kymppiparit eivät olleet kuitenkaan täysin automatisoituneet, sillä hän joutui luettelemaan mielessään.

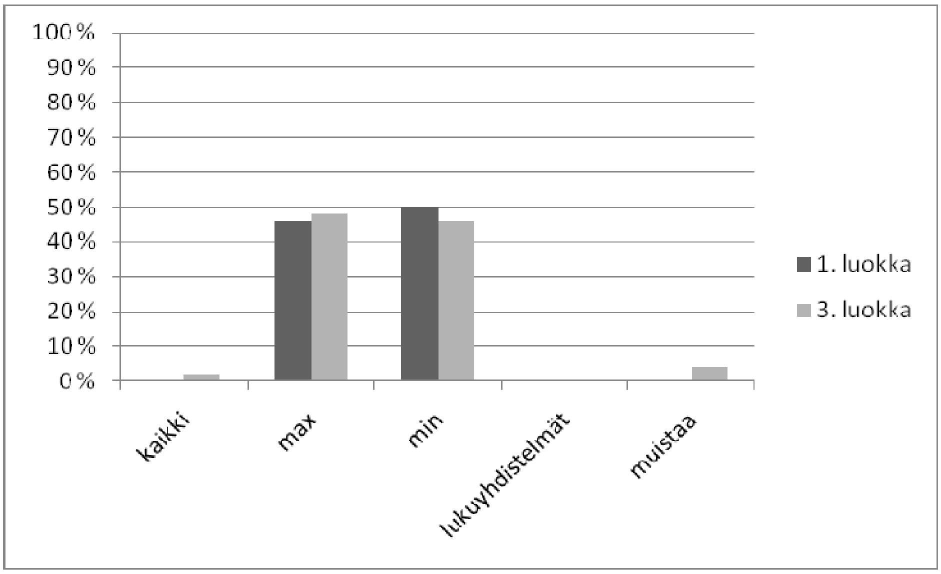
Väärin menneissä tehtävissä oli sekä visuaalisesti että suullisesti esitettyjä tehtäviä. Väärä vastaus oli aina yhden luvun päässä oikeasta (5+6=12, 4+8=11, 3+6=10) ja kaikki tehtävät Ulpu ratkaisi luettelemalla mielessään. Hän ei yhdessäkään tehtävässä itse huomannut vastanneensa väärin.

Ensimmäisen ja kolmannen luokan erona oli, että kolmannella luokalla Ulpu tukeutui sormiinsa, mitä hän ei ensimmäisellä luokalla tehnyt. Max- ja min-strategioiden käytön eroja ei sen sijaan pysty aineiston perusteella vertailemaan.

6.1.3 Risto



KUVIO 7. Riston käyttämät laskutavat 1. ja 3. luokalla.



KUVIO 8. Riston käyttämät laskustrategiat 1. ja 3. luokalla.

1. luokka

Ensimmäisellä luokalla Risto tarvitsi aina konkreettisen tuen laskemiselleen. Hän tukeutui kaikissa tehtävissä sormiinsa (Kuvio 7). Tehtävistä 67 prosenttia meni oikein, 25 prosenttia väärin ja kahdeksassa prosentissa tehtävistä Risto vastasi ensin väärin, mutta sai lopulta oikean tuloksen. Tehtäviä oli yhteensä 24.

Risto käytti sekä max- että min-strategioita (Kuvio 8). Kuitenkin tehtävistä 50 prosentissa suurempi luku oli esitetty ensin eli laskemisen aloittaminen tehtävän ensimmäisestä luvusta johti min-strategian käyttöön. Lopuissa 50 prosentissa tehtävistä pienempi luku oli esitetty ensin, jolloin tuli käyttäneeksi max-strategiaa, jos aloitti laskemisen tehtävän ensimmäisestä luvusta.

Ilmeisesti Risto ei osannut ottaa kymmenylitystä sormiensa avulla, sillä hän ei yhdessäkään tehtävässä ottanut sormilla yli kymmenen meneviä lukuja. Sen sijaan hän avasi sormensa lukuun kymmenen saakka ja jatkoi tämän jälkeen luettelemista mielessään. Luetteleminen ei kuitenkaan ollut kovin tarkkaa, sillä 25 prosenttia kaikista tehtävistä meni väärin, mikä tarkoittaa 50 prosenttia kaikista kymmenylityslaskuista.

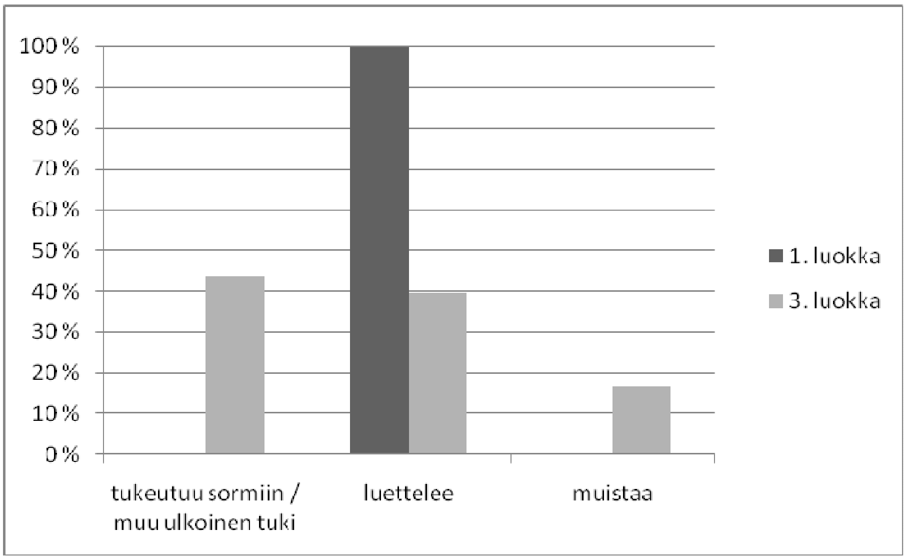
3. luokka

Kolmannella luokalla Risto tarvitsi edelleen konkreettisen tuen 83 prosenttiin kaikista tehtävistä. Kolmetoista prosenttia tehtävistä hän ratkaisi luettelemalla mielessään ja muisti vastauksen neljään prosenttiin tehtävistä. (Kuvio 7.) Risto oli tutkimusryhmän lapsista ainoa, joka harjoitteli kotona Neure-ohjelmalla yhteen- ja vähennyslaskuja. Ainoa ero ensimmäisen ja toisen mittauskerran välillä oli kuitenkin havaittavissa niiden tehtävien määrässä, joihin Risto muisti vastauksen. Ensimmäisellä mittauskerralla hän ei muistanut yhtään vastausta, kun taas toisella kerralla hän muisti vastauksen kahdeksaan prosenttiin tehtävistä eli kahteen tehtävään 24:stä.

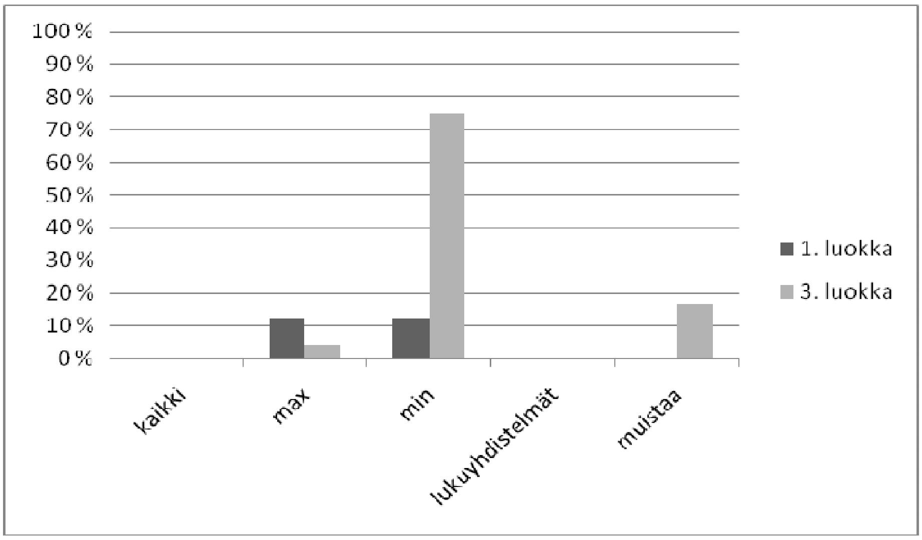
Risto vastasi oikein 96 prosenttiin kaikista tehtävistä, joita oli yhteensä 48. Yhdessä tehtävässä (2 %) Risto vastasi ensin väärin, mutta korjasi heti vastauksen oikeaksi. Tämä lasku oli 8+4, johon Risto vastasi aluksi 4, mutta laski heti sormia käyttäen uudelleen saaden oikean tuloksen. Hän selitti luulleensa, että kyseessä oli vähennyslasku. Yksi tehtävistä (2 %) meni väärin, mutta vastaus oli lähellä oikeaa. Tehtävään 6+3 Risto sai vastaukseksi 8 luettelemalla mielessään.

Risto aloitti laskemisen siitä luvusta, joka oli tehtävässä ensimmäisenä. Hän kyllä tunsi yhteenlaskun vaihdannaisuuden, sillä hän kertoi tietävänsä, että laskemisen voisi aloittaa myös suuremmasta luvusta. Hän kuitenkin sanoi, ettei itse ikinä tee niin. Risto tulikin käyttäneeksi max-strategiaa 48 prosentissa tehtävistä ja min-strategiaa 46 prosentissa tehtävistä. Yhdessä tehtävässä (2 %) Risto joutui laskemaan pystyssä olevat sormensa, jolloin strategiaksi kirjattiin kaikkien laskeminen. Neljään prosenttiin tehtävistä Risto muisti vastauksen. (Kuvio 8.)

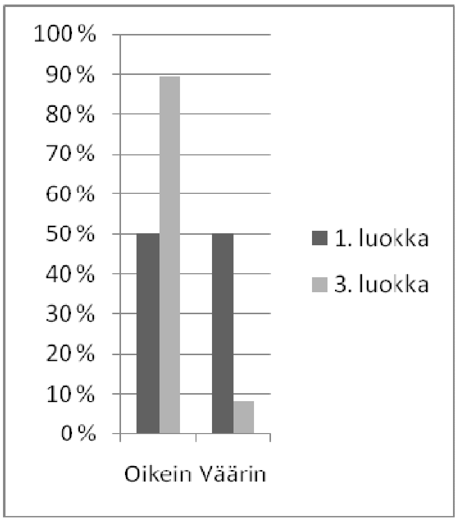
6.1.4 Riina



KUVIO 9. Riinan käyttämät laskutavat 1. ja 3. luokalla.



KUVIO 10. Riinan käyttämät laskustrategiat 1. ja 3. luokalla.



KUVIO 11. Riinan vastausten oikeellisuus 1. ja 3. luokalla.

1. luokka

Ensimmäisellä luokalla Riina ratkaisi kaikki tehtävät luettelemalla mielessään (Kuvio 9). Tehtävistä 50 prosenttia meni oikein ja 50 prosenttia väärin (Kuvio 11). Riinan käyttämä laskustrategia jäi epäselväksi 75 prosentissa tehtävistä. Tutkija oli kysynyt Riinalta usein, miten hän ratkaisi tehtävän. Riina vastasi aina ”päässä”, eikä tutkija tehnyt jatkokysymyksiä. Niinpä on mahdotonta sanoa, käyttikö Riina luetellessaan min- vai max-strategiaa.

Riina vastasi väärin 50 prosenttiin tehtävistä. Tässä joukossa oli sekä kymmenylityslaskuja että summaltaan alle kymmenen jääviä tehtäviä. Useimmissa väärin menneissä tehtävissä Riinan antama vastaus oli useamman kuin yhden luvun päässä oikeasta vastauksesta. Esimerkiksi tehtävistä 4+7 ja 7+4 Riina sai kummastakin vastaukseksi 14. Tehtäviin 7+6 ja 8+5 hän sanoi vastaukseksi 9.

3. luokka

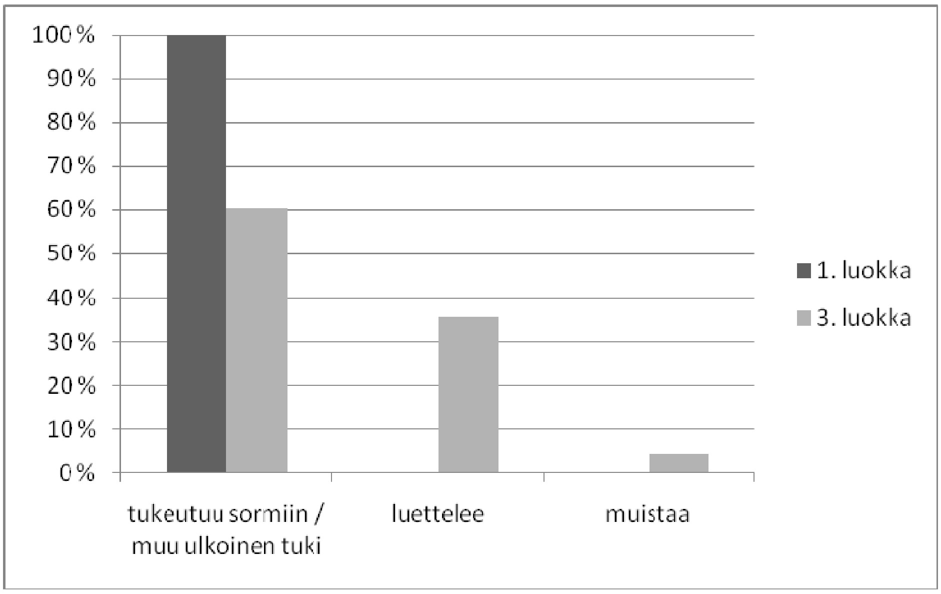
Kolmannella luokalla Riina käytti useampaa laskutapaa kuin ensimmäisellä luokalla. Hän tukeutui sormiinsa 44 prosentissa tehtävistä, luetteli mielessään 40 prosentissa tehtävistä ja muisti vastauksen 17 prosenttiin tehtävistä. (Kuvio 9.) Riina vastasi oikein 90 prosenttiin tehtävistä ja väärin kahdeksaan prosenttiin tehtävistä (kuvio 11). Yhdessä tehtävässä (2 %) Riina joutui korjaamaan vastaustaan huomattuaan heti, ettei ensimmäisenä mieleen tullut luku ollutkaan oikea vastaus.

Ensimmäisen ja toisen mittauskerran välinen merkittävin ero oli se, että ensimmäisellä mittauskerralla Riina muisti vastauksen 29 prosenttiin tehtävistä ja jälkimmäisellä kerralla ainoastaan neljään prosenttiin. Jälkimmäisellä kerralla hän ratkaisi 50 prosenttia tehtävistä luettelemalla, kun taas ensimmäisellä kerralla hän luetteli ainoastaan 29 prosentissa tehtävistä.

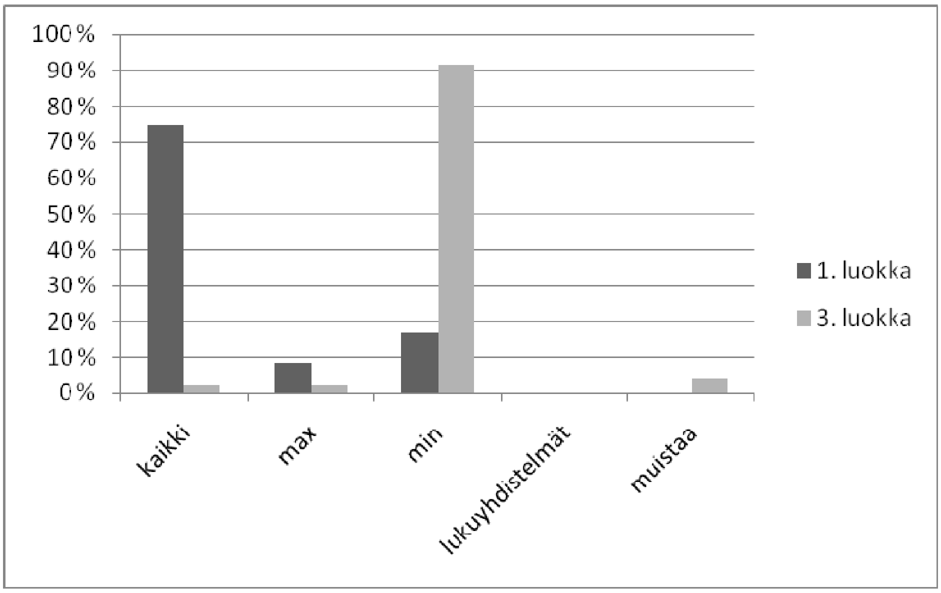
Riina käytti min-strategiaa 75 prosentissa tehtävistä ja max-strategiaa ainoastaan neljässä prosentissa tehtävistä (kuvio 10). Useassa tehtävässä näytti siltä kuin Riina luettelisi mielessään, sillä hänen päänsä nyökytti. Strategiasta kysyttäessä hän kuitenkin kertoi laskeneensa sormillaan. Ilmeisesti Riinan tarvitsema ulkoinen tuki oli hyvin vähäinen ja hänen tarvitsi ainoastaan vilkaista sormiaan saadakseen oikean vastauksen.

Jälkimmäisellä mittauskerralla suullisesti esitettyjen tehtävien kohdalla Riina yritti huijata testaajaa. Hän ilmeisesti näki tehtävän etukäteen jo ennen kuin se luettiin hänelle. Tällöin hän saattoi vastata saman tien. Jälkeenpäin videolta katsottuna huomasi kuitenkin, että hän joko nyökytti päätään tai käytti sormiaan apuna laskiessaan tehtävää sillä välin, kun testaajan huomio oli kiinnittynyt muualle.

6.1.5 Kirsi



KUVIO 12. Kirsin käyttämät laskutavat 1. ja 3. luokalla.



KUVIO 13. Kirsin käyttämät laskustrategiat 1. ja 3. luokalla.

1. luokka

Ensimmäisellä luokalla Kirsi ratkaisi kaikki tehtävät konkreettisen tuen avulla (kuvio 12). Hän käytti sormiensa lisäksi myös pöydällä olevia tehtävälappuja apuvälineinään. Hän sai 63 prosenttia tehtävistä oikein 38 prosentin mennessä väärin.

Tehtävistä 75 prosentissa Kirsi käytti konkreettista kaikkien laskemisstrategiaa. Niissä laskuissa, joissa summa jäi alle kymmenen, Kirsi ratkaisi tehtävät sormiensa avulla. Hän otti sormillaan tehtävän molemmat luvut erikseen nostaen yhden sormen kerrallaan. Kun sormia oli pystyssä tarvittava määrä, Kirsi laski sormet yhteen aloittaen laskemisen luvusta yksi. Kymmenylityslaskuissa Kirsin sormet eivät riittäneet tehtävän ratkaisemiseen, vaan hän käytti apunaan pöydällä olevia tehtävälappuja. Hän otti sormilla ensimmäisen luvun ja toista lukua niin pitkälle kuin sormet riittivät. Tämän jälkeen hän otti pöydältä erilleen tarvittavan määrän lappuja ja lopulta laski sekä sormet että laput yhteen aloittaen laskemisen luvusta yksi. 25 prosentissa tehtävistä Kirsin ei enää tarvinnut laskea pystyssä olevia sormiaan yhteen, vaan hän näki vastauksen suoraan sormistaan. Näistä tehtävistä 17 prosentissa Kirsi käytti min-strategiaa ja kahdeksassa prosentissa max-strategiaa. (Kuvio 13.)

Kaikkiaan 24 tehtävästä Kirsi vastasi väärin yhdeksään (38 %). Kirsin tuntui olevan vaikea muistaa, onko kyseessä yhteen- vai vähennyslasku, sillä useammassakin suullisesti esitetyssä tehtävässä Kirsi pohti ääneen, kumpi oli kyseessä. Esimerkiksi tehtävään 6+7 hän sai vastaukseksi 0. Ilmeisesti hän ratkaisi tehtävän vähennyslaskuna, sillä ensimmäiseksi hän avasi kuusi sormeaan ja vähensi ne tämän jälkeen yksitellen sulkien sormensa. Kun hän oli sulkenut kaikki kuusi sormeaan, hän hämmentyi hetkeksi ilmeisesti miettien, mitä vielä yhdelle vähentämättömälle luvulle pitäisi tehdä. Pienen miettimisen jälkeen Kirsi vastasi ”nolla”. Suullisesti esitetyssä tehtävässä 8+4 Kirsi pohtii ääneen: ”8+7, oliko se 25? 8–7…” Tämän jälkeen hän laski pystyssä olevista sormistaan kahdeksan sormea ja totesi: ”Kahdeksan on nyt täällä sormissa eli 8–7.” Hän otti pöydältä erilleen seitsemän tehtävälappua, minkä jälkeen hän laski yhteen sormensa ja pöydällä olevat laput saaden tulokseksi 15. Testaaja ei missään vaiheessa toistanut alkuperäistä tehtävää, jonka Kirsi vaikutti unohtaneen.

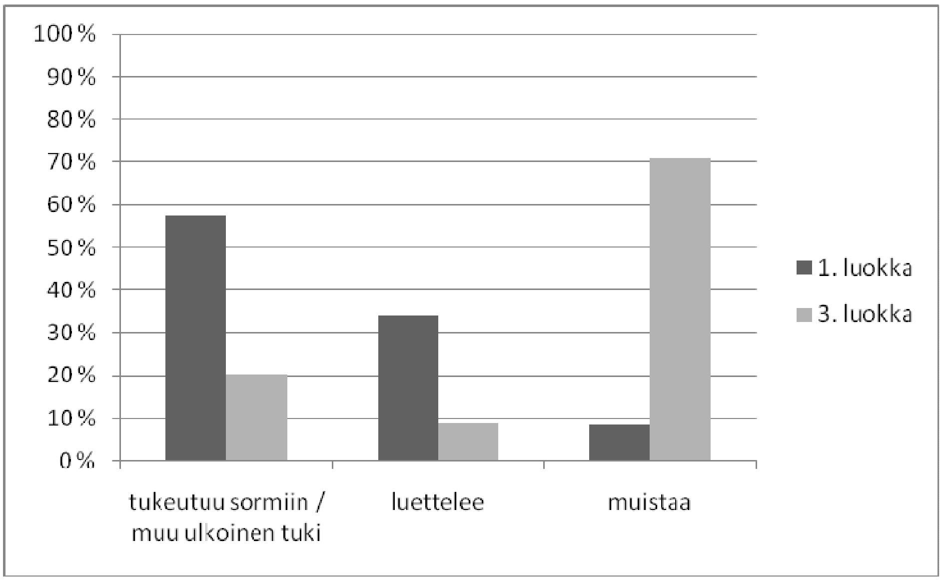
3. luokka

Kolmannella luokalla Kirsi tukeutui edelleen sormiinsa 60 prosentissa tehtävistä. Sormilla laskemisen rinnalle oli kuitenkin tullut myös luettelemista (35 % tehtävistä) sekä vastauksen muistamista (4 % tehtävistä). (Kuvio 12.) Ensimmäiseen luokkaan verrattuna Kirsin vastausten oikeellisuus oli parantunut, sillä Kirsi vastasi oikein 81 prosenttiin tehtävistä. Kirsi ratkaisi tehtävät käyttäen min-strategiaa (92 % tehtävistä) eli hän tunsi yhteenlaskun vaihdannaisuuden ja osasi hyödyntää sitä (kuvio 13). Kaikkien laskeminen ja max-strategian käyttö olivat havaittavissa vain yksittäisten tehtävien kohdalla.

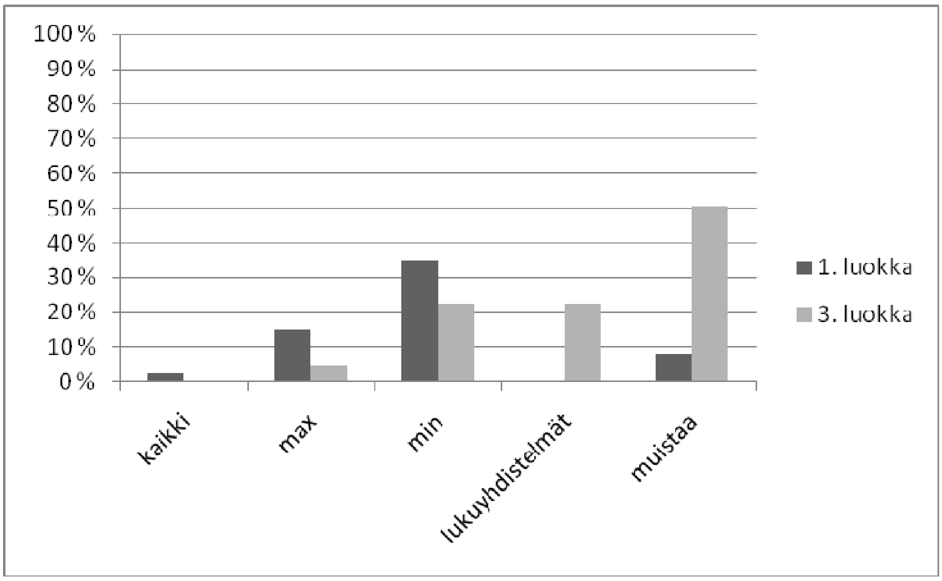
Ensimmäisellä ja toisella mittauskerralla Kirsin laskeminen oli erinäköistä. Ensimmäisellä kerralla hän sai 92 prosenttia tehtävistä oikein ja ratkaisi 75 prosenttia tehtävistä sormiinsa tukeutuen. Lisäksi hän muisti vastauksen kahteen tehtävään (8 %). Toisella mittauskerralla Kirsi sen sijaan sai oikean vastauksen vain 71 prosenttiin tehtävistä. Hän tukeutui sormiinsa vain 46 prosentissa tehtävistä ja ratkaisi loput 54 prosenttia tehtävistä luettelemalla mielessään.

Ensimmäisellä mittauskerralla Kirsi vastasi väärin vain kahteen tehtävään (8 %). Tehtävän 3+6 Kirsi ratkaisi sormiensa avulla luettelemalla käyttäen max-strategiaa. Hänellä oli luku kolme mielessään ja hän nosti yksitellen kuusi sormeaan. Jostakin syystä hän sai vastaukseksi 15. Tämä oli ainoa tehtävä, jonka virheellinen vastaus oli kaukana oikeasta. Muut Kirsillä väärin menneet tehtävät olivat aina yhden luvun päässä oikeasta vastauksesta. Ensimmäisellä mittauskerralla edellä kuvatun lisäksi Kirsi vastasi väärin myös tehtävään 6+7 saaden vastaukseksi sormien avulla luettelemalla 14. Toisella mittauskerralla Kirsi vastasi väärin kuuteen tehtävään (25 %) ja joutui lisäksi korjaamaan vastaustaan yhden tehtävän kohdalla. Näistä tehtävistä suurimman osan hän ratkaisi luettelemalla mielessään.

6.1.6 Verrokkiryhmä



KUVIO 14. Verrokkiryhmän 1. ja 3. luokalla käyttämien laskutapojen keskiarvot.



KUVIO 15. Verrokkiryhmän 1. ja 3. luokalla käyttämien laskustrategioiden keskiarvot.

1. luokka

Ensimmäisellä luokalla verrokkiryhmä tukeutui vielä vahvasti sormiinsa laskemisen tukena (58 % tehtävistä). Toisaalta myös luetteleminen oli huomattavassa osassa tehtäviä ratkaistaessa (34 %). Jotkut laskutehtävät olivat jo jääneet lasten mieleen, sillä kahdeksassa prosentissa tehtävistä vastaus muistui suoraan oppilaiden mieleen. (Kuvio 14.) Verrokkiryhmä vastasi oikein 93 prosenttiin tehtävistä ainoastaan seitsemän prosentin mennessä väärin.

Oppilaat käyttivät sekä max- että min-strategioita (15 % ja 35 %), mutta min-strategia oli jo selvästi vahvempi (kuvio 15). Toisaalta videoaineiston perusteella 39 prosenttia käytetyistä strategioista jäi epäselväksi. Ainoastaan kolmessa prosentissa tehtävistä verrokkiryhmän lapset joutuivat turvautumaan kaiken laskemiseen.

Yksilöinä tarkasteltuna verrokkiryhmän lapsista kolme oli ensisijaisesti sormilla laskijoita. Heistä yksi hyödynsi pääasiallisesti min-strategiaa kahden käyttäessä sekä max- että min-strategioita. Kaksi lapsista taas käytti luettelemista pääasiallisena laskutapanaan. Heidän käyttämänsä tarkempi strategia sen sijaan jäi epäselväksi videoaineiston perusteella.

3. luokka

Kolmannella luokalla verrokkiryhmän laskutavat olivat siirtyneet vahvasti muistamisen suuntaan, sillä 71 prosenttiin tehtävistä lapset muistivat suoraan vastauksen. Sormien tukea laskemiseen verrokkiryhmäläiset tarvitsivat kuitenkin 20 prosentissa tehtävistä. Luettelemalla ratkaistujen tehtävien osuus oli vain yhdeksän prosenttia. (Kuvio 14.)

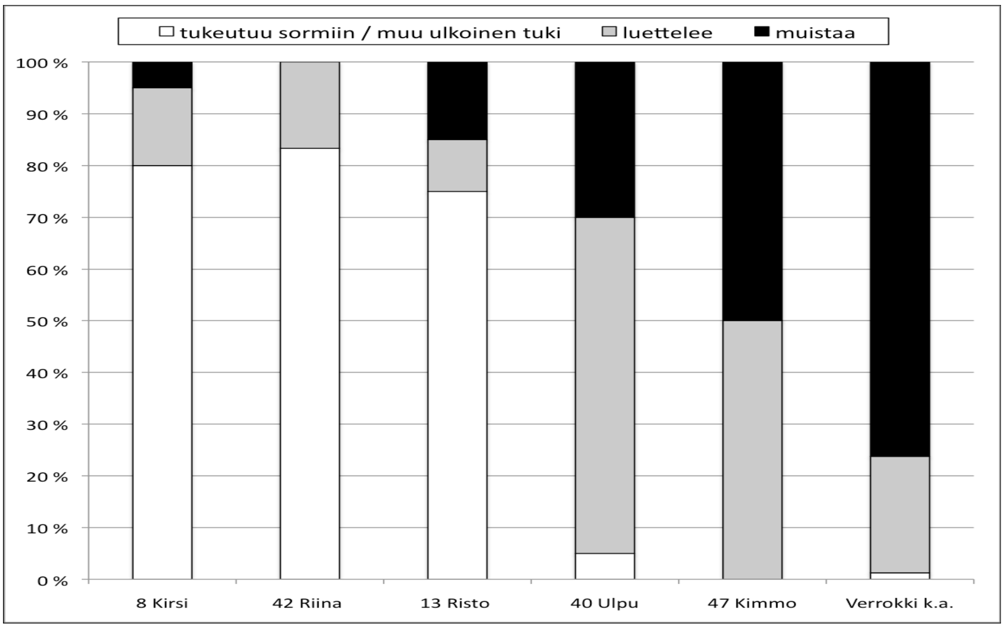
Laskemisen oikeellisuus oli myös parantunut ensimmäiseen luokkaan verrattuna, sillä lapset vastasivat oikein 98 prosenttiin tehtävistä. Hieman alle prosentti (0,8 %) tehtävistä meni väärin ja vajaassa kahdessa prosentissa (1,7 %)

tehtävistä oppilaat joutuivat korjaamaan vastaustaan saaden kuitenkin lopulta oikean tuloksen.

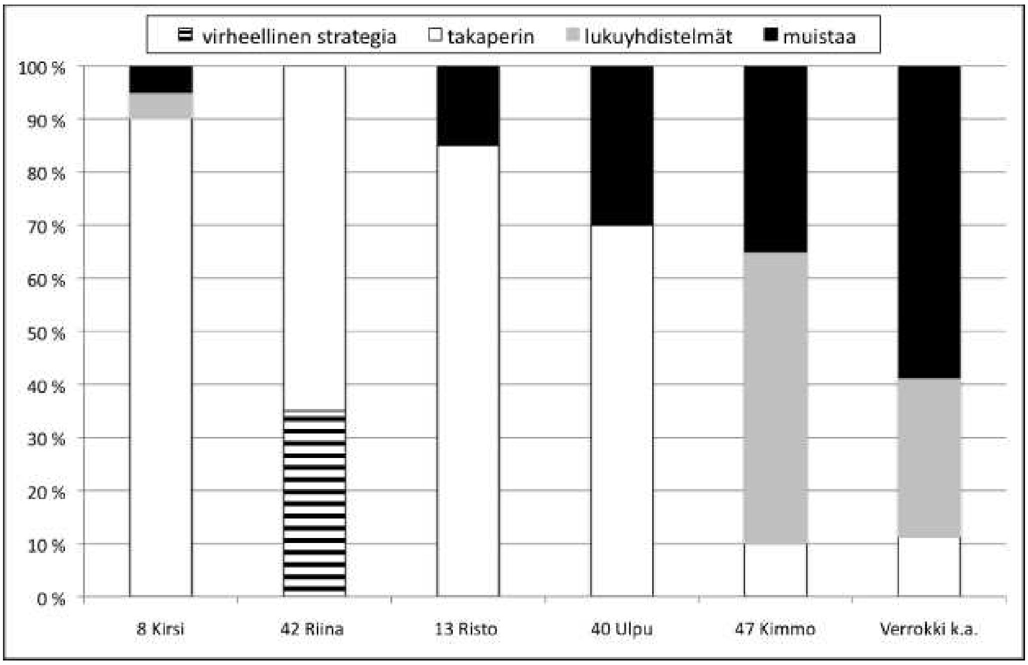
Verrokkiryhmän käyttämissä strategioissa muistaminen (50 %) ja erilaisten lukuyhdistelmien hyödyntäminen (23 %) laskemisen tukena olivat korostuneet. Toisaalta myös luettelemisen min-strategiaa oppilaat käyttivät 23 prosenttiin tehtävistä. Max-strategian käyttö oli vähäistä (5 %), mutta kuitenkin havaittavissa. (Kuvio 15.)

Yksilöinä tarkasteltuina ainoastaan yksi verrokkiryhmän lapsista tukeutui sormiinsa. Hän ratkaisi kaikki tehtävät sormiensa avulla luetellen. Neljä muuta lasta luottivat ensisijaisesti muistamiseen perustuviin strategioihin sekä hyödyntäen lukuyhdistelmiä että muistaen vastauksen saman tien. Silloin tällöin he joutuivat turvautumaan mielessä luettelemiseen.

6.2 Vähennyslaskuprofiilit



KUVIO 16. Tutkimusryhmäläisten ja verrokkiryhmän vähennyslaskutavat. Tutkimusryhmäläiset ovat yksilöinä ja verrokkiryhmäläisistä on laskettu keskiarvot.



KUVIO 17. Tutkimusryhmäläisten ja verrokkiryhmän vähennyslaskustrategiat. Tutkimusryhmäläisten strategioita kuvataan yksilöittäin ja verrokkiryhmää keskiarvona.

6.2.1 Tutkimusryhmä vähennyslaskujen laskijoina

Kimmo

Kimmo vastasi oikein 95 prosenttiin tehtävistä, joita oli yhteensä 20. Kymmenen tehtävää esitettiin ensimmäisellä mittauskerralla ja samat kymmenen myös toisella mittauskerralla. Kimmon kahdella eri mittauskerralla käyttämät strategiat eivät poikenneet toisistaan. Kimmo ratkaisi tehtävistä 50 prosenttia luettelemalla mielessään ja 50 prosenttiin tehtävistä hän muisti vastauksen (kuvio 16). Tehtäviä ratkaistessaan hän useimmiten hyödynsi erilaisia lukuyhdistelmiä pilkkoen tehtävät osiin (55 % tehtävistä) tai muisti vastauksen joutumatta sen kummemmin laskemaan (35 %). Ainoastaan kahdessa tehtävässä (10 %) Kimmo päätyi vastaukseen luettelemalla takaperin aloittaen vähennettävästä. (Kuvio 17.)

Lukuyhdistelmiä hyödyntäessään Kimmo käytti usein apunaan jotakin toista muistamaansa laskua, kuten tehtävässä 16-7. Hän kertoi miettineensä, että 17-7=10 ja jos lasku olisi ollut 16-6, se olisi ollut myös 10. Koska tehtävä kuitenkin oli 16-7, vastauksen täytyi olla 9. Välillä hän vähensi ensin kymmeneen asti ja mietti tämän jälkeen, mikä on jäljelle jääneen luvun kymppipari. Joissakin tehtävissä Kimmo ainoastaan pilkkoi vähentäjän osiin ja vähensi osan kerrallaan. Tällöin hän ei enää kyennyt prosessoimaan mielessään, vaan joutui luettelemaan lukuja. Esimerkiksi tehtävän 17-9 hän ratkaisi hajottaen luvun yhdeksän osiin ja laskien 17-4-4-1.

Tehtävään 13-5 Kimmo sai ensimmäisellä kerralla väärän vastauksen. Hän laski ensin 13-3 ja mietti tämän jälkeen kakkosen kymppiparia saaden vastaukseksi 7. Hän ei itse huomannut, että tämä ei ollut oikea kymppipari.

Ulpu

Myös Ulpu vastasi oikein 95 prosenttiin tehtävistä, eivätkä hänen kahdella eri mittauskerralla käyttämänsä strategiat poikenneet toisistaan. Ulpu ratkaisi suurimman osan, 65 prosenttia, tehtävistä luettelemalla mielessään. Yhdessä tehtävässä (5 %) hän joutui turvautumaan sormiensa antamaan tukeen. 30 prosenttiin tehtävistä Ulpu muisti vastauksen. (Kuvio 16).

Ulpun käyttämä luettelemisen strategia oli säännönmukaisesti takaperin luetteleminen (Kuvio 17). Hän aloitti luettelun vähennettävästä ja luetteli mielessään taaksepäin aina vähentäjään saakka. Ilmeisesti Ulpu hahmotti luvut lukusuoran avulla, sillä hän kertoi näkevänsä mielessään lukujonon. Tehtävän 10-3 kohdalla Ulpu kommentoi: ”Minusta on aika tärkeää muistaa ne kymppiparit.” Yhdessä tehtävässä Ulpu tukeutui sormiinsa: tehtävän 16-7 hän ratkaisi luettelemalla takaperin, mutta tarvitsi luettelun tueksi sormiaan.

Ulpu vastasi väärin ainoastaan yhteen tehtävään ensimmäisellä mittauskerralla. Tehtävään 7-3 hän sai mielessään luettelemalla vastaukseksi 5. Jälkimmäisellä mittauskerralla kaikki Ulpun vastaukset olivat oikein.

Risto

Risto vastasi heti oikein 90 prosenttiin tehtävistä ja 10 prosentin eli kahden tehtävän kohdalla hän joutui korjaamaan vastaustaan huomattuaan vastanneensa väärin. Risto oli tutkimusryhmäläisistä ainoa, joka harjoitteli kotona Neure-ohjelmalla. Harjoittelulla ei kuitenkaan ollut merkitystä hänen eri mittauskerroilla käyttämiinsä strategioihin. Jälkimmäisellä mittauskerralla hän kertoi harjoittelustaan näin: ”Mä käyn melkein joka päivä siellä koneella harjoittelemassa, mutten melkein ikinä muista. Aina menee väärin.”

Risto tukeutui sormiinsa 75 prosentissa tehtävistä, 10 prosenttia hän ratkaisi luettelemalla ja 15 prosenttiin muisti vastauksen (Kuvio 16). Sekä sormien avulla että luettelemalla ratkaistuissa tehtävissä Riston käyttämä luettelemisen strategia oli takaperin luetteleminen (85 % tehtävistä) (Kuvio 17). Sormiensa avulla laskiessaan Risto otti sormistaan ensin vähennettävän ja sulki tämän jälkeen sormiaan yksi kerrallaan vähentäjän verran. Hän näki vastauksen suoraan sormistaan.

Kahteen ensimmäisellä mittauskerralla esitettyyn tehtävään Risto vastasi ensin väärin. Tehtävän 16-7 kohdalla hän sanoi heti, että vastauksen täytyisi olla 10. Hän alkoi kuitenkin saman tien tarkistaa sormiensa avulla saaden näin oikean vastauksen. Tehtävässä 10-3 Risto vastasi ensin 6 saaden vastauksen luettelemalla mielessään. Hän kuitenkin tarkisti vastauksen sormiensa avulla saaden oikean tuloksen.

Riina

Riina vastasi oikein ainoastaan 55 prosenttiin tehtävistä. 40 prosenttia tehtävistä meni väärin ja viiden prosentin kohdalla eli yhdessä tehtävässä hän joutui korjaamaan vastaustaan. Riinan kohdalla ensimmäinen ja toinen mittauskerta kuitenkin erosivat toisistaan erityisesti hänen käyttämiensä strategioiden osalta.

Ensimmäisellä mittauskerralla Riina ei osannut vastata kahteen tehtävään ollenkaan. Yhteen tehtävään hän vastasi väärin. Riinan käyttämä strategia oli takaperin luetteleminen konkreettisen tuen avulla. Laskut, joissa ei ollut kymmenalitusta, sujuivat Riinalta ongelmitta sormien avulla. Kymmenalituslaskujen kohdalla ilmeni kuitenkin ongelmia. Hän ei edes yrittänyt ratkaista tehtäviä 17-9 ja 11-4, vaikka oli jo aiemmin ratkaissut tehtävän 13-5 saaden oikean vastauksen. Riina kertoi, että luokassa hän olisi ratkaissut tehtävät 17-9 piirtämällä 17 kuviota ja laskemalla niistä yhdeksän pois. Samaa strategiaa hän alkoi lopulta soveltaa myös tutkimustilanteessa. Tilan seinällä oli juliste hyönteisistä. Tehtävässä 16-7 Riina laski julisteesta ensin 16 hyönteistä vähentäen niistä seitsemän. Laskeminen oli kuitenkin epätarkkaa, sillä Riina sai vastaukseksi 6. Tehtävässä 8-5 Riina vastasi ensin 2. Kertoessaan miten ratkaisi tehtävän, hän vastasikin 3, eikä itse huomannut sanoneensa eri lukua kuin aiemmin.

Toisella mittauskerralla ensimmäisen kymmenalituslaskun kohdalla Riina huudahti: ”Nyt mä tiiän!” Ilmeisesti hän tarkoitti tietävänsä, miten tehtävät ratkaistaan. Esimerkiksi tehtävässä 17-9 hän vähensi ensin 9-7, josta sai vastaukseksi 2. Tämän jälkeen hän yksinkertaisesti pani alkuperäisen tehtävän ykkösen saamansa vastauksen eteen, jolloin koko tehtävän vastaukseksi tuli 12. Riina ratkaisi kaikki kymmenylityslaskut samalla tavalla, jolloin niistä kaikista tuli väärä vastaus. Sen sijaan laskut, joissa ei ollut kymmenalitusta, menivät oikein joko sormien avulla tai mielessä luetellen.

Kuviosta 16 voidaan havaita, että Riina tukeutui sormiinsa 75 prosentissa tehtävistä ja ratkaisi luettelemalla 15 prosenttia. Kuviossa 17 Riinan ensimmäisellä mittauskerralla vastaamatta jättämät ja toisella mittauskerralla itse keksimällään strategialla ratkaisemat tehtävät näkyvät kohdassa ”ei osaa / virheellinen strategia”. Näitä tehtäviä oli yhteensä 35 prosenttia eli seitsemän tehtävää 20:sta.

Kirsi

Kirsi vastasi oikein 90 prosenttiin tehtävistä. Viiteen prosenttiin eli yhteen tehtävään hän sai väärän vastauksen ja viidessä prosentissa joutui korjaamaan vastaustaan. Kuten Riinallakin, myös Kirsillä ensimmäisen ja toisen mittauskerran välillä oli eroja. Erot eivät kuitenkaan olleet yhtä huomattavia kuin Riinalla. Kirsin eniten käyttämä laskutapa oli sormiin tukeutuminen (80 % tehtävistä) (Kuvio 16). Jälkimmäisellä mittauskerralla hän kuitenkin ratkaisi kaikki tehtävät sormiensa avulla. Ensimmäisellä mittauskerralla Kirsi sen sijaan luetteli kolmessa tehtävässä ja jopa muisti vastauksen yhteen tehtävään (10-3=7).

Ensimmäisellä mittauskerralla Kirsi käytti sormiaan luettelun tukena kääntäen niitä sitä mukaa, kun luetteleminen eteni. Toisella mittauskerralla Kirsi käytti laskemisen apuna pöydällä olleita tehtävälappuja silloin, kun hänen sormensa eivät riittäneet. Kymmenalituslaskuissa, esimerkiksi tehtävässä 13-5, Kirsi laski sormillaan 10-5 ja lisäsi tulokseen kolme tehtävälappua. Hän joutui laskemaan paperilaput ja pystyssä olevat sormet yhteen.

Kuviosta 17 selviää, että Kirsin yleisin laskustrategia oli takaperin luetteleminen (90 % tehtävistä), jota hän käytti sekä sormiensa avulla laskiessaan että mielessään luetellessaan. Koska Kirsin käyttämä takaperin luettelemisen strategia oli vielä hyvin konkreettinen ja perustui tehtävälappujen hyödyntämiseen, sitä voidaan kutsua myös erottamisen strategiaksi.

Ensimmäisen mittauskerran yhdessä tehtävässä Kirsi hyödynsi lukuyhdistelmiä, sillä tehtävän 7-3 kohdalla hän kertoi muistaneensa, että 5+2=7, jolloin laskusta 7-3 otetaan ensin kaksi pois ja sitten vielä yksi lisää.

6.2.2 Verrokkiryhmä vähennyslaskujen laskijoina

Verrokkiryhmä vastasi oikein 96 prosenttiin vähennyslaskuista, joita oli yhteensä 20 kappaletta. Kymmenen tehtävää esitettiin ensimmäisellä mittauskerralla ja samat kymmenen tehtävää toisella mittauskerralla. Eri mittauskertojen tulosten välillä ei ollut juurikaan eroja. Kaksi prosenttia tehtävistä meni väärin ja kahteen prosenttiin oppilaat saivat lopulta oikean vastauksen, mutta joutuivat korjaamaan vastaustaan. Kuviosta 16 selviävät verrokkiryhmän käyttämät laskutavat. Tehtävistä noin 75 prosenttiin oppilaat muistivat vastauksen suoraan. Verrokkiryhmäläiset ratkaisivat luettelemalla hieman yli 20 prosenttia tehtävistä. Sormien avulla ratkaistujen tehtävien osuus oli todella pieni.

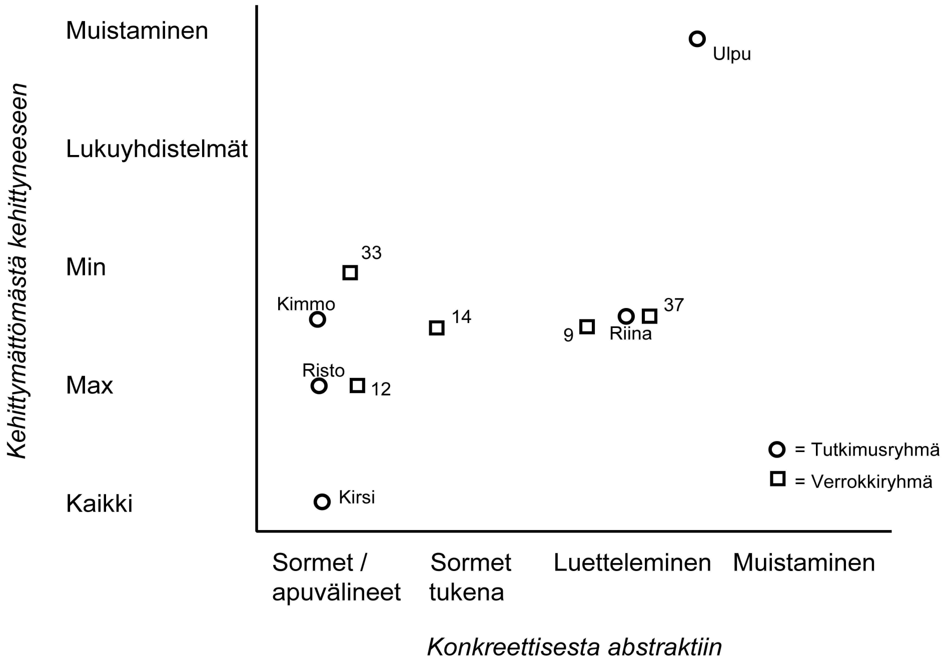
Yleisin verrokkiryhmän käyttämä vähennyslaskustrategia oli vastauksen muistaminen heti tehtävän kuullessaan (lähes 60 %:ssa tehtävistä). Jos vastaus ei heti tullut oppilaiden mieleen, he hyödynsivät erilaisia lukuyhdistelmiä (noin 30 %) tai turvautuivat takaperin luettelemiseen (noin 10 %) eli aloittivat luettelemisen vähennettävästä kohti vähentäjää. (Kuvio 17.) Hyödyntäessään lukuyhdistelmiä verrokkiryhmäläiset yleensä vähensivät ensin kymmenen ylittävän osa ja tämän jälkeen käyttivät kymppipareja vastauksen saamisen apuna. Osa verrokkiryhmäläisistä yhdisti yhteen- ja vähennyslaskua tehtäviä ratkaistessaan. Esimerkiksi tehtävässä 13-5 he laskivat ensin 10-5=5 ja tämän jälkeen lisäsivät saadun viitosen alkuperäisen vähennettävän kolmoseen, jolloin vastaukseksi tuli 8. Kuvioissa 16 ja 17 ei ole huomioitu yhden verrokkiryhmäläisen käyttämiä laskutapoja, sillä hän ratkaisi kaikki tehtävät käyttäen sormiaan ja oli näin ollen strategioiden käyttötavoiltaan tutkimusryhmän kaltainen.

6.3 Laskustrategioiden kehityksen tarkastelun kaksiulotteinen malli

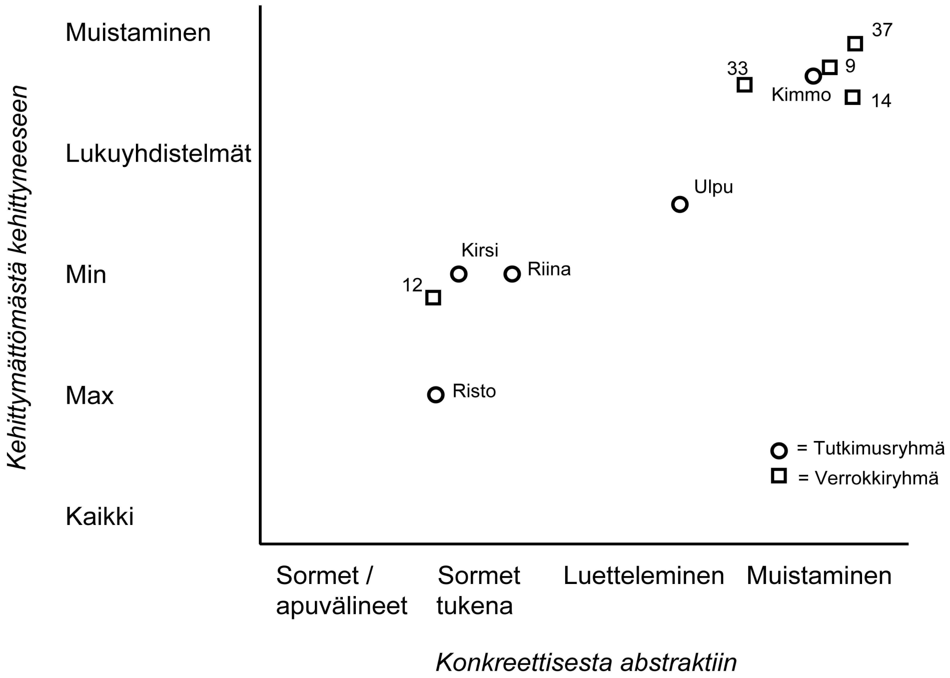
6.3.1 Ensimmäisen ja kolmannen luokan yhteenlaskustrategiat

Kuvioissa 18A ja 18B esitetään tutkimusryhmän ja verrokkiryhmän lasten ensimmäisellä ja kolmannella luokalla käyttämät laskustrategiat. Ensimmäisellä luokalla tutkimusryhmän ja verrokkiryhmän käyttämissä strategioissa ei ollut havaittavissa selkeitä ryhmien välisiä eroja. Kuviossa 18A eri lapsia kuvaavat pisteet hajaantuivat melko tasaisesti painottuen konkreettisten strategioiden suuntaan. Tämä on kuitenkin ymmärrettävää, sillä ensimmäisellä luokalla laskemista on vasta alettu opetella ja matematiikan opetus ei vielä aseta oppilaille yhtä suuria haasteita kuin myöhempinä vuosina. Tällöin suurin osa lapsista pysyy opetuksen mukana. Ulpu erottui selkeästi joukon parhaana laskijana. Hän muisti suuren osan vastauksista, eikä tarvinnut lainkaan konkreettista tukea laskemiselleen. Muista tutkimusryhmäläisistä Riina sijoittui mallissa keskivaiheille ratkaistuaan kaikki tehtävät luettelemalla. Hän teki kuitenkin paljon virheitä. Malli ei havainnollista virheiden määrää, vaan ainoastaan lapsen käyttämää strategiaa. Kirsi, Risto ja Kimmo sijoittuivat kaikki aivan mallin vasempaan laitaan, kaikkein konkreettisimpien sormistrategioiden kohdalle. Kirsi oli vielä kiinni suorassa mallintamisessa ja joutui laskiessaan laskemaan kummankin tekijän erikseen ja lopuksi vielä ne yhteen saadakseen vastauksen selville. Risto ja Kimmo sen sijaan kykenivät jo jatkamaan laskemista eteenpäin tehtävän jommastakummasta luvusta. Kolme verrokkiryhmäläistä tukeutui erittäin tai melko vahvasti sormiinsa kyeten kuitenkin jatkamaan luettelemista eteenpäin. Kaksi verrokkiryhmäläistä oli jo siirtymässä abstraktimpien, luettelemiseen perustuvien strategioiden käyttöön. (Kuvio 18A.)

Kolmannella luokalla lasten käyttämissä strategioissa oli tapahtunut muutos, kuten oli odotettuakin. Tutkimusryhmä ja verrokkiryhmä erottuivat pääpiirteissään toisistaan hyvin selvästi. Verrokkiryhmäläiset sijoittuivat yhtä poikkeusta (id 12) lukuun ottamatta muistamiseen ja lukuyhdistelmien hyödyntämiseen perustuvien strategioiden käyttäjiksi kuvion oikeaan yläkulmaan. Sen sijaan tutkimusryhmäläiset Kimmoa lukuun ottamatta käyttivät edelleen konkretiaan ja ulkoiseen tukeen perustuvia strategioita. Ensimmäisellä luokalla lähes kaikkiin tehtäviin vastauksen muistanut Ulpu oli kolmannella luokalla siirtynyt käyttämään myös luettelemiseen perustuvia strategioita ja tukeutui silloin tällöin myös sormiinsa. Hän sijoittuikin kuviossa 18B tutkimusryhmän pääosan ja verrokkiryhmän pääosan keskivaiheille.



KUVIO 18A. Yhteenlaskustrategiat ensimmäisellä luokalla. Tutkimusryhmäläisten ja verrokkiryhmäläisten ensimmäisellä luokalla käyttämät yhteenlaskustrategiat lapsen tyypillisimmän strategian mukaan sijoitettuna. Yksi piste vastaa yhtä lasta. (Ks. tarkemmin luku 5.6 sekä taulukko 3.)

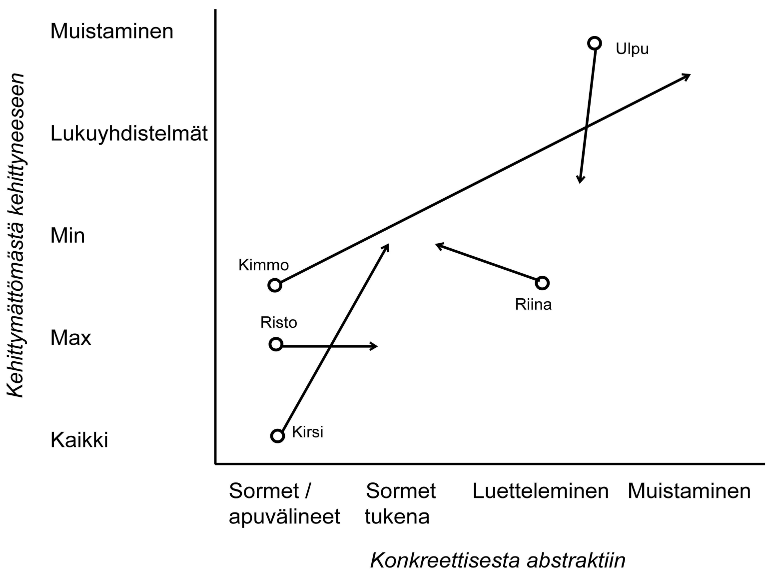


KUVIO 18B. Yhteenlaskustrategiat kolmannella luokalla. Tutkimusryhmäläisten ja verrokkiryhmäläisten kolmannella luokalla käyttämät yhteenlaskustrategiat lapsen tyypillisimmän strategian mukaan sijoitettuna. Yksi piste vastaa yhtä lasta.

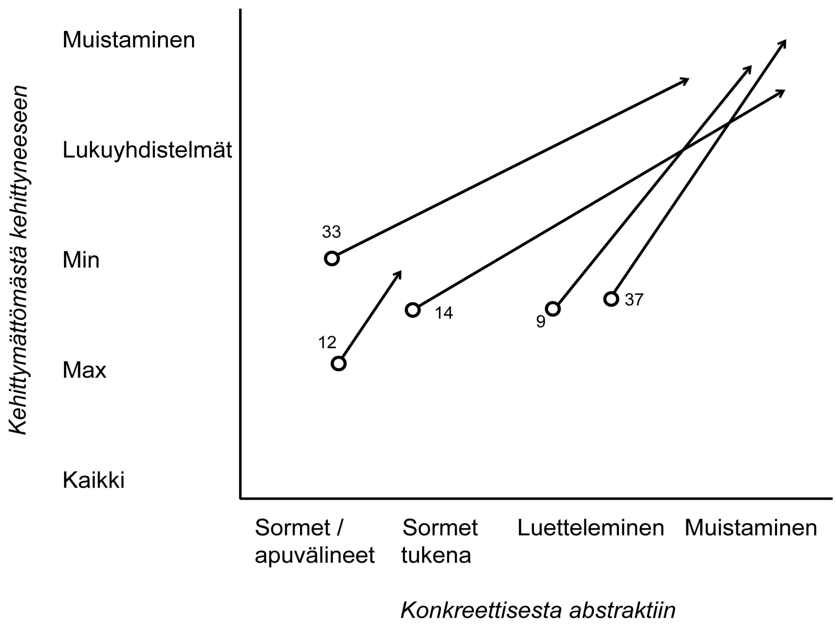
6.3.2 Yhteenlaskustrategioiden kehitys 1. luokalta 3. luokalle

Kuviot 19A ja 19B havainnollistavat lasten käyttämien strategioiden kehitystä. Kehitystä on tapahtunut sekä vaaka- että pystysuunnassa. Esimerkiksi Kimmo käytti ensimmäisellä luokalla ensisijaisesti sormiaan ratkaistessaan tehtäviä. Hän käytti sekä max- että min-strategioita, jolloin häntä kuvaava ympyrä sijaitsee näiden puolivälissä. Kolmannella luokalla Kimmo oli siirtynyt ensisijaisesti muistamiseen perustuvien strategioiden käyttöön ratkaisten tehtävät joko lukuyhdistelmiä hyödyntäen tai muistaen suoraan vastauksen.

Kolmannella luokalla verrokkiryhmäläiset olivat siirtyneet muistamisen suuntaan ja luettelivat vain yksittäisten tehtävien kohdalla yhtä lasta (id 12) lukuun ottamatta. Kehitystä on tapahtunut vaakasuunnan lisäksi myös pystysuunnassa eli min- ja max-strategioiden käytöstä lukuyhdistelmien hyödyntämiseen ja vastauksen muistamiseen. Kuvio 19B osoittaa, että verrokkiryhmäläisten strategioiden kehitys on keskenään hyvin samansuuntaista. Tutkimusryhmäläisistä kaksi muisti ison osan laskuista eikä enää tukeutunut juurikaan sormiinsa. Sen sijaan kolme muuta joutui tukeutumaan hyvin vahvasti sormiinsa, eivätkä he muistaneet kuin yksittäisiä tehtäviä. Kuvio 19A havainnollistaa tutkimusryhmäläisten yksilöllistä kehityskulkua. Jokaisen lapsen kehitys on ollut hyvin yksilöllistä, mikä voidaan havaita kuvion 19A nuolien suunnista.

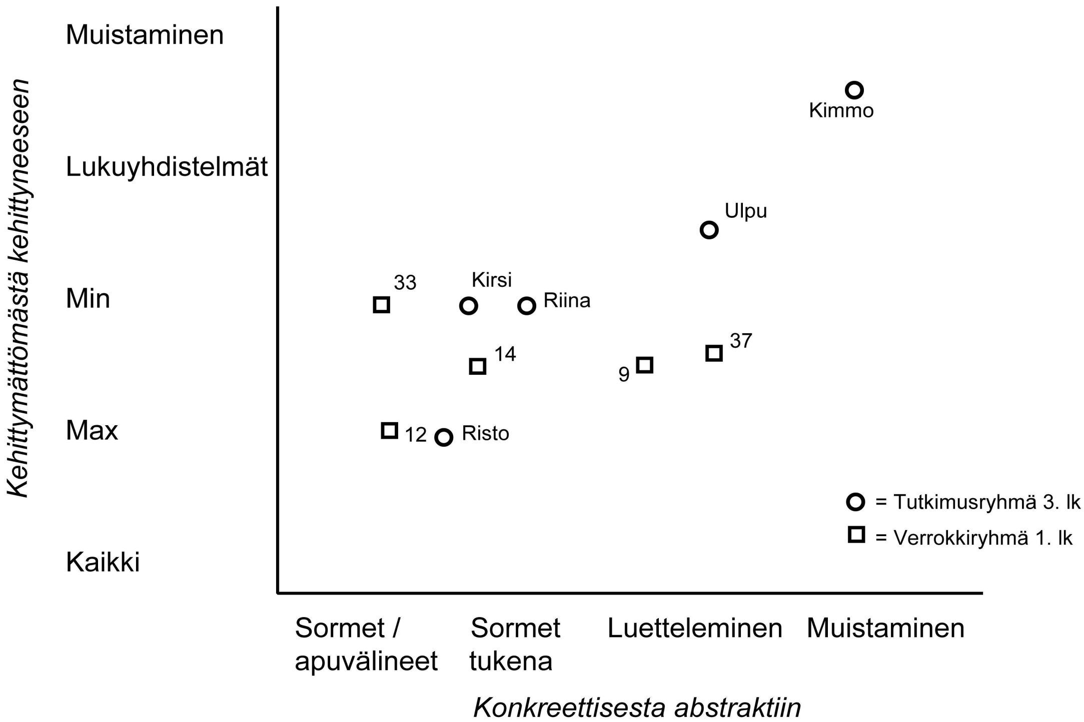


KUVIO 19A. Tutkimusryhmäläisten strategioiden kehitys. Tutkimusryhmäläisten käyttämien yhteenlaskustrategioiden kehitys ensimmäiseltä kolmannelle luokalle lapsen tyypillisimmän laskustrategian mukaisesti sijoitettuna. Vektorin alkupää kuvaa tilannetta ensimmäisellä luokalla ja loppupää kolmannella luokalla. Vektorin suunta havainnollistaa strategioiden käytössä tapahtunutta muutosta.



KUVIO 19B. Verrokkiryhmäläisten strategioiden kehitys. Verrokkiryhmäläisten käyttämien yhteenlaskustrategioiden kehitys ensimmäiseltä kolmannelle luokalle lapsen tyypillisimmän laskustrategian mukaisesti sijoitettuna. Vektorin alkupää kuvaa tilannetta ensimmäisellä luokalla ja loppupää kolmannella luokalla. Vektorin suunta havainnollistaa strategioiden käytössä tapahtunutta muutosta.

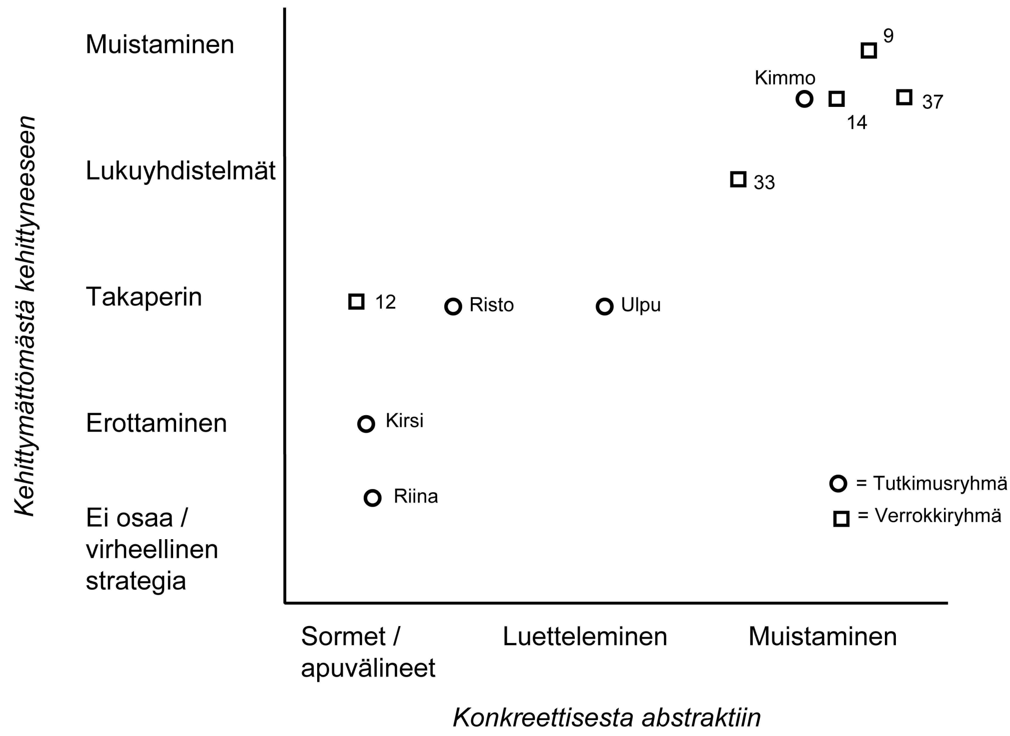
Kimmon kehitys muistuttaa eniten verrokkiryhmäläisten kehitystä. Hän on tehnyt samankaltaisen siirtymän konkreettisten strategioiden käytöstä muistamiseen perustuviin strategioihin kuin suurin osa verrokkiryhmäläisistäkin. Sen sijaan verrokkiryhmän sormilla laskijan (id 12) kehitys on ollut hyvin vähäistä, kuten myös monella tutkimusryhmäläisellä. Verrokkiryhmän id 12 ei ole juuri edennyt strategioiden kehityksessään. Hänen laskemisensa oli sekä ensimmäisellä että kolmannella luokalla lähes samannäköistä. Kolmannella luokalla lukujen ottaminen sormilla oli varmempaa, eikä hän laskenut niitä erikseen. Myös min-strategian käyttö oli muutamia poikkeuksia lukuun ottamatta hallussa. Id 12 muistuttaakin kehitykseltään enemmän tutkimusryhmäläisiä. Kirsi ja Risto tukeutuivat kolmannella luokalla edelleen sormiinsa. He olivat kuitenkin edenneet vaaka-akselilla hieman oikealle ja tarvitsivat sormiensa antamaa ulkoista tukea hieman vähemmän kuin ensimmäisellä luokalla. Ensimmäisellä luokalla suoran mallintamisen strategiaa käyttänyt Kirsi oli myös edistynyt min-strategian käyttäjäksi. Sen sijaan Risto luotti edelleen vahvasti max-strategiaan aloittaen luettelemisen aina tehtävän ensimmäisestä luvusta eteenpäin.



KUVIO 20. Tutkimusryhmän kolmannella ja verrokkiryhmän ensimmäisellä luokalla käyttämät yhteenlaskustrategiat.

Kuviossa 20 vertaillaan tutkimusryhmäläisten kolmannella luokalla käyttämiä strategioita verrokkiryhmän ensimmäisellä luokalla käyttämiin strategioihin. Taustalla oli oletus siitä, että taidoiltaan heikkojen laskijoiden strategioiden kehitys olisi hitaampaa kuin tavanomaisesti suoriutuvien laskijoiden kehitys. Kuviosta 20 voidaan havaita, että suurin osa lapsista on sijoittunut sormien käyttöön laskemisen tukena ja max- ja min-strategioiden hyödyntämiseen. Kuten jo aiemmin mainittiin, Ulpun ja Kimmon kehitys muistutti enemmän verrokkiryhmäläisten kehitystä kuin Kirsin, Riinan ja Riston, jotka erottuivat selvästi taidoiltaan heikompina. Myös kuviosta 20 havaitaan, että Ulpu ja Kimmo erottuvat muusta joukosta. Sen sijaan Kirsin, Riinan ja Riston kolmannella luokalla käyttämät strategiat olivat hyvin lähellä verrokkiryhmäläisten ensimmäisellä luokalla käyttämiä strategioita.

6.3.3 Vähennyslaskustrategiat



KUVIO 21. Vähennyslaskustrategiat. Tutkimusryhmäläisten ja verrokkiryhmäläisten kolmannella luokalla käyttämät vähennyslaskustrategiat yksilöittäin lapsen tyypillisimmän laskustrategian mukaisesti sijoitettuina. (Luokittelusta tarkemmin, ks. taulukko 3.)

Kuvio 21 havainnollistaa verrokki- ja tutkimusryhmän käyttämiä strategioita. Verrokkiryhmäläiset ovat yhtä poikkeusta (id 12) lukuun ottamatta sijoittuneet kuvion oikeaan yläkulmaan eli he ratkaisevat tehtäviä pääasiassa muististrategioiden avulla. Yksi lapsista (id 33) sekä luetteli että muisti vastauksia, joten hän on sijoittunut hieman alemmaksi. Risto, Riina ja Kirsi sen sijaan olivat vähennyslaskujen laskijoina vielä konkreettisuuteen tukeutumisen vaiheessa. Riina ei edes osannut ratkaista kymmenalituslaskuja ja Kirsi ratkaisi suurimman osan niistä käyttäen erottamisen strategiaa, joka on yksi kaikkein konkreettisimmista strategioista. Ulpu sijoittuu konkretiaan tukeutumisen ja muistamisen välimaastoon ratkaistuaan lähes kaikki tehtävät mielessään takaperin luettelemalla. Kimmo puolestaan muistuttaa laskijaprofiililtaan verrokkiryhmää ratkaistuaan tehtäviä sekä luettelemalla että muistamalla.

6.4 Tulosten yhteenveto

Ensimmäiseltä luokalta kolmannelle luokalle siirryttäessä verrokkiryhmäläisten käyttämät yhteenlaskustrategiat olivat yhtä poikkeusta lukuun ottamatta (id 12) kehittyneet konkretiaan ja luettelemiseen tukeutumisesta kohti abstraktia lukuyhdistelmien hyödyntämistä ja vastauksen mieleenpalauttamista. Sen sijaan tutkimusryhmäläisten yhteenlaskustrategioiden kehitys oli tästä kehityskulusta poikkeava. Kimmon kehitys muistutti verrokkiryhmäläisten kehitystä, mutta muut neljä tutkimusryhmäläistä olivat kehittyneet hyvin yksilöllisesti ja olivat edelleen suurelta osin konkretiaan tukeutumisen vaiheessa (kuvio 19A).

Myös vähennyslaskustrategioissa ryhmien väliset erot olivat havaittavissa. Tutkimusryhmäläiset Kimmoa lukuun ottamatta käyttivät konkreettisia havainnollistamiseen tai luettelemiseen perustuvia strategioita, kun taas verrokkiryhmäläiset yhtä poikkeusta lukuun ottamatta (id 12) ratkaisivat tehtävät mielessään hyödyntäen lukuyhdistelmiä tai muistaen vastauksen (kuvio 21).

7 POHDINTA

7.1 Tulosten tarkastelu

Tutkimusryhmäläisten kehityskulku oli hyvin yksilöllistä ja poikkesi verrokkiryhmäläisten kehityskulusta, joka oli suuntautunut konkreettisista strategioista kohti abstrakteja strategioita. Tutkimuksen löydökset saavat tukea aiemmasta tutkimuskirjallisuudesta. Ostad (1999) oletti, että taidoiltaan heikkojen laskijoiden strategioiden kehitys voisi olla joko hitaampaa tai täysin poikkeavaa. Geary (2004, 7) puolestaan havaitsi, että ensimmäiseltä toiselle luokalle siirryttäessä lapset, joilla oli vaikeuksia matematiikassa, luottivat edelleen vahvasti konkreettisiin strategioihin muiden ryhmien siirryttyä abstraktimpien luetteluun ja muistamiseen perustuvien strategioiden suuntaan. Lapsilla, joilla oli vaikeuksia matematiikassa, oli Jordanin ym. (2003) tutkimuksessa ongelmia lukuyhdistelmien mieleenpalauttamisessa, mikä johti myös huonompaan laskemissujuvuuteen. Lisäksi lapset luottivat enemmän sormiinsa kuin vertailuryhmät vielä kolmannenkin luokan lopulla.

Jo kahden vuoden seurantajakson aikana oli myös tässä tutkimuksessa havaittavissa matematiikan taidoiltaan heikkojen ja tavanomaisten lasten erilainen kehityskulku. Kehitys oli ainakin hitaampaa ja taidoiltaan heikkojen laskijoiden kolmannella luokalla käyttämät strategiat muistuttivat tavanomaisten laskijoiden ensimmäisellä luokalla käyttämiä strategioita. Kahdella lapsella viidestä kehitys oli edennyt muista poikkeavaan suuntaan, ja olisikin mielenkiintoista seurata sitä edelleen. Tämä myös osoittaa, että tarvitaan kehityksen seurantaa, sillä taitojen arviointi esimerkiksi vain ensimmäisellä luokalla ei ennusta luotettavasti tulevaa kehitystä. Kaksiulotteinen malli puolestaan havainnollistaa hyvin yksilöllistä kehitystä.

7.1.1 Laskustrategioiden yksilölliset kehityskulut

Kahdella viidestä tutkimusryhmän lapsesta yhteenlaskustrategioiden kehitys näyttäisi menneen taaksepäin (kuvio 19A). Toinen lapsista oli ensimmäisellä luokalla sujuva laskija. Saattaa olla, että silloin vastaavia yhteenlaskuja laskettiin päivittäin, jolloin ne olivat hyvin lapsen mielessä. Kolmannella luokalla taas muut tehtävät, kuten kertotaulujen harjoittelu olivat pääasiassa ja yhteenlaskujen vastaukset unohtuivat. Tällöin lapsi joutui varmistelemaan sormiensa avulla. Sieglerin ja Jenkinsin (1989) mukaan lapsi yrittää ensin vastauksen mieleenpalauttamista. Jos se ei kuitenkaan heti onnistu tai lapsi on epävarma vastauksen oikeellisuudesta, hän siirtyy varmistusstrategioiden käyttämiseen. Toinen lapsista sen sijaan teki ensimmäisellä luokalla paljon virheitä. Kolmannella luokalla hän käytti kehittymättömämpää strategiaa, mutta vastausten oikeellisuus oli parantunut. Hänellä ei ehkä ollut mahdollisuutta kehittyä muistiin perustuvien strategioiden suuntaan vastausten virheellisyyden vuoksi. Niinpä hänen oli palattava takaisin varmistusstrategioiden käyttöön saadakseen tehtävät ratkaistua oikein.

Kerkman ja Siegler (1997) löysivät tutkimuksessaan perfektionistien ryhmän, joiden vastausten oikeellisuus oli suunnilleen yhtä korkea kuin niin sanottujen hyvien oppilaiden. He kuitenkin käyttivät enemmän varmistusstrategioita kuin hyvät oppilaat. Yhden verrokkiryhmän lapsen kehitys poikkesi muista ryhmäläisistä. Hän saattaisi kuulua Kerkmanin ja Sieglerin (1997) mainitsemaan perfektionistien ryhmään. Tämä lapsi kommentoikin tutkimustilanteessa tehtävien vastausten tulevan joskus heti mieleen, mutta hänen mielestään oli kuitenkin parempi varmistaa sormilla. Toisaalta myös Steinbergin (1985) näkemys siitä, että uusien strategioiden oppimista saattaa joidenkin lasten kohdalla hidastaa se, etteivät he koe tarvitsevansa uusia tapoja tehtävien ratkaisemiseen, saattaisi pitää paikkansa tämän lapsen kohdalla. Koska uuden oppiminen on työlästä ja hidastaa laskemista joksikin aikaa, hän ei halunnut luopua sormiensa käytöstä, joka oli sujuvaa ja nopeaa.

Aiempien tutkimusten perusteella tutkijat ovat kyseenalaistaneet koko max-strategian olemassa olon (ks. tarkemmin luku 3.2.2). Havaitsin kuitenkin tutkimusta tehdessäni, että lapset selvästi käyttivät max-strategiaa enemmän tai vähemmän säännönmukaisesti. Sen vuoksi pohdin strategian merkitystä tämän tutkimuksen näkökulmasta. Ensimmäisellä luokalla max-strategian käyttöä esiintyi huomattavasti enemmän kuin kolmannella luokalla. Tätä havaintoa tukee Carpenterin ja Moserin (1984) olettamus siitä, että max-strategian käyttäminen on lyhytkestoinen kehitysvaihe. Lapset käyttivät max-strategiaa myös sellaisissa tehtävissä, joissa luvut olivat melko kaukana toisistaan. Baroodyn (1987) ajatus siitä, että max-strategiaa esiintyy vain hyvin lähellä toisiaan olevissa luvuissa, ei tämän tutkimuksen ensimmäisen luokan aineiston osalta pidä paikkaansa. Kolmannella luokalla ainoastaan yksi lapsista käytti säännönmukaisesti max-strategiaa. Hän kuitenkin kommentoi tietävänsä, että luettelemisen voisi aloittaa myös jälkimmäisestä luvusta. Voikin pohtia, olisiko lapsi uskaltautunut käyttämään min-strategiaa, jos hänelle olisi välillä esitetty tehtäviä, joissa lisättävät luvut ovat kaukana toisistaan, kuten 3+25 tai 2+17? Shragerin ja Sieglerin (1998) tutkimuksessa lasten min-strategian käyttö lisääntyi tällaisten tehtävien jälkeen myös helpoissa lukualueen 0-20 tehtävissä.

7.1.2 Lasten vähennyslaskustrategiat

Jos verrataan keskenään lasten kolmannella luokalla käyttämiä yhteen- ja vähennyslaskustrategioita (kuviot 18B ja 21), havaitaan, että lasten sijainti mallissa suhteessa toisiinsa on samankaltainen. Ne, jotka ratkaisivat yhteenlaskut luottaen ensisijaisesti muistamiseen perustuviin strategioihin, olivat myös vähennyslaskuissa muististrategioiden vaiheessa. Jos taas lapsi ratkaisi yhteenlaskuja ensisijaisesti sormiensa antamaan tukeen luottaen, ratkaisi hän myös vähennyslaskuja vastaavalla tavalla. Kuten yhteenlaskuissakin, myös vähennyslaskuissa tutkimusryhmä ja verrokkiryhmä erosivat toisistaan kummankin ryhmän yhtä poikkeusta lukuun ottamatta. Tutkimusryhmäläiset käyttivät kehittymättömämpiä konkreettisuuteen ja luettelemiseen tukeutuvia strategioita enemmän kuin verrokkiryhmäläiset, jotka joko muistivat vastaukset tai hyödynsivät lukuyhdistelmiä turvautuen luettelemiseen vain joissakin tehtävissä. Barrouillet, Mignon ja Thevenot (2008) havaitsivat, että lapset käyttävät vähemmän muistamiseen perustuvia strategioita vähennyslaskuissa kuin yhteenlaskuissa. Tämä ero ei ollut tässä tutkimuksessa kovin selkeä, mutta kuitenkin havaittavissa.

Aiemmissa tutkimuksissa (mm. Carpenter & Moser 1984; Ostad 1999) mainitaan eteenpäin laskeminen eli vähentäjästä alkaen luetteleminen yhtenä laskustrategiana. Tässä tutkimuksessa kyseistä strategiaa ei käyttänyt kukaan lapsista. Pitää kuitenkin muistaa, että Carpenterin ja Moserin (1984) tutkimuksessa lapset ratkaisivat sanallisia yhteen- ja vähennyslaskuja. Sen sijaan tässä tutkimuksessa kaikki laskut olivat mekaanisia tehtäviä, joissa lasten ei tarvinnut itse pohtia, millaisen lausekkeen muodostaisi. Tämä ero saattoi vaikuttaa lasten käyttämiin strategioihin.

Luettelemalla ratkaistuissa tehtävissä lapset käyttivät lähes aina takaperin luettelemisen strategiaa aloittaen luettelemisen vähennettävästä ja jatkaen sitä vähentäjän verran. Briars ja Larkin (1984) sekä Carpenter ja Moser (1984) ovat olettaneet, että lapset pyrkisivät käyttämään taloudellisinta, vähiten laskuvaiheita vaativaa strategiaa. Tämä puolestaan tarkoittaisi sitä, että he pyrkisivät välttelemään esimerkiksi takaperin luettelemista, joka vaatii useita laskuvaiheita. Tätä en kuitenkaan havainnut tässä tutkimuksessa.

7.2 Tulosten merkitys

Aiemmin tutkijat (mm. Baroody 1987, Carpenter & Moser 1984, Ostad 1999) ovat pyrkineet lähinnä sijoittamaan lasten käyttämiä strategioita suoralle. Havaitsin kuitenkin tässä tutkimuksessa, että kehittymistä strategioiden käytössä voi tapahtua sekä konkreettisesta kohti abstraktia, mutta myös konkreettisuuteen perustuvan strategian sisällä max-strategiasta kohti min-strategiaa. Luomani kaksiulotteinen malli havainnollistaa sitä, ettei strategioiden kehitys ole lineaarista, kuten tutkijat ovat aiemminkin maininneet. Tutkimukseni laadullis-määrällinen lähestymistapa tarjosi tarkkaa tietoa yksittäisistä lapsista, mutta myös mahdollisuuden hahmottaa ilmiötä laajemmin. Tällä tavoin pystyin muodostamaan kokonaiskuvan yksittäisten lasten taitotasosta. Ryhmien välisten erojen vertaamien kahden luokka-asteen aineiston avulla puolestaan toi kokonaisnäkemyksen siitä, miten taidoiltaan heikkojen ja tavanomaisten kehitys näyttäisi eroavan toisistaan. (ks. Siegler & Jenkins 1989, 95–96.)

Vaikka tutkimukseni aineisto oli pieni, jo sen perusteella strategioiden kehityksen yksilöllinen vaihtelu tutkimus- ja verrokkiryhmän välillä oli havaittavissa. Tutkimusryhmän lapset olivat opettajien valitsemia, heidän mielestään taidoiltaan heikkoja oppilaita. Tämän tutkimuksen perusteella neljä viidestä opettajan valitsemasta lapsesta poikkesi laskustrategioiden käytössään verrokkiryhmästä. Verrokkiryhmän lapsista neljällä viidestä strategioiden kehityskulku oli samansuuntainen. Voidaankin todeta, että tässä tutkimuksessa käytetyillä määrältään melko vähäisillä tehtävillä on mahdollista osoittaa, kuka lapsista saattaisi tarvita erityistä tukea peruslaskutaitojen vahvistamiseen.

Näyttäisi siltä, että opettajat olivat kouluarjessa tehneet samansuuntaisia havaintoja lasten strategioiden käytöstä kuin havaitsin tutkimukseni perusteella. Opettajilla ei todennäköisesti ole luokkatilanteissa aikaa tehdä yhtä säännönmukaista havainnointia kuin tein tässä tutkimuksessa. Millaisiin asioihin opettajat sitten kiinnittävät huomionsa? Varmasti laskemisen hitaus on yksi tekijä. Samoin taidoiltaan heikot laskijat tukeutuivat vahvasti sormiinsa, mikä on myös tunnilla helppo havaita. Koska lapset olivat jo kolmasluokkalaisia, kehittymättömillä strategioilla ja varmistusstrategioihin tukeutumisella on varmasti ollut merkitystä kertotaulujen oppimiselle. Jos peruslaskujen vastaukset eivät ole painuneet oppilaiden mieliin, on kertotaulujen ulkoa opettelu todennäköisesti tuottanut hankaluuksia.

Tutkimusryhmän lapsista kolme viidestä teki paljon virheitä ensimmäisellä luokalla. Verrokkiryhmässä virheiden määrä taas oli hyvin vähäinen. Muun muassa Geary (2004, 7) on tehnyt vastaavan havainnon: hänen mukaansa lapset, joilla on vaikeuksia matematiikassa, tekevät enemmän virheitä kuin tavanomaisesti suoriutuvat lapset ja lisäksi he käyttävät kehittymättömämpiä strategioita. Vaikka tämän tutkimuksen otos oli pieni, näyttäisi siltä, että ensimmäisellä luokalla virheiden määrä mahdollisesti ennustaa myöhempää kehitystä.

7.2.1 Erityisopetuksen mahdollisuudet

Kouluissa tarjotaan melko hyvin sekä tuki- että erityisopetusta. Havaitsin tutkimusta tehdessäni, että tästä huolimatta vielä kolmannellakin luokalla on oppilaita, jotka eivät osaa ratkaista lukualueen 0-20 vähennyslaskuja. Räsäsen ym. (2010, 188–190) tutkimuksen mukaan lisätuki ei kaikissa tapauksissa kohdistukaan sitä eniten tarvitseville. Matematiikan arvosanan, opettajan arvion ja kuudennella luokalla tehdyn kansallisen kokeen perusteella matematiikassa heikosti suoriutuviksi luokiteltujen oppilaiden joukosta lähes 40 prosenttia ei ollut saanut juuri lainkaan lisätukea oppimiseen. Sen sijaan samoilla kriteereillä määriteltynä taidoiltaan vähintään kohtalaisiksi luokitelluista oppilaista noin puolet oli saanut tukiopetusta matematiikassa. (Räsänen ym. 2010, 188–190.) Toisin sanoen näyttäisi siltä, että noin puolet tukiopetuksesta kohdistuu sitä oikeasti tarvitseville ja puolet sellaisille oppilaille, joiden tuen tarve ei ole yhtä suurta. Huolestuttava ryhmä ovatkin ne taidoiltaan heikot oppilaat, jotka eivät saa lisätukea juuri lainkaan.

Mitä koulussa pitäisi tehdä, jotta lasten käyttämät laskustrategiat kehittyisivät? Todennäköisesti oppilaat, joilla on vaikeuksia matematiikassa, hyötyisivät varhaisesta puuttumisesta, jolla voitaisiin ehkäistä myöhempiä ongelmia (Gersten ym. 2009, 1). RTI:lla (Response to Intervention) tarkoitetaan varhaisen puuttumisen, ennaltaehkäisyn ja tuen ohjelmaa, jolla pyritään tukemaan niitä oppilaita, joilla on jo vaikeaa tai jotka ovat vaarassa jäädä jälkeen opetuksessa (Fuchs & Fuchs 2007; Gersten ym. 2009, 4). Perusopetuslain muutosten (Laki perusopetuslain muuttamisesta 24.6.2010) periaatteet noudattelevat monessa suhteessa RTI:n mallia korostaessaan varhaista puuttumista ja yleisen ja tehostetun tuen tarjoamista sekä jatkuvaa arviointia.

Jotta peruslaskutaidot automatisoituisivat, opetuksessa kannattaisi edetä vaiheittain. Lapsille pitäisi opettaa joustavaa strategioiden käyttöä (Ostad 1999, 34) ja heidän pitäisi oppia ymmärtämään, mikä yhteen- ja vähennyslaskun idea on (Sophian 1992, 39–40). Jotta sujuva oppiminen olisi myöhemmin mahdollista, lapsen on opittava ymmärtämään matematiikan perusteet. Vastausten mieleenpainaminen on vaikeampaa, jos ei ymmärrä, mitä luvut tarkoittavat. (Montague 1997.) Tämän vuoksi erityisopetuksessa kannattaisikin aluksi keskittyä strategioiden opettamiseen. Koska uuden oppiminen rakentuu vanhan päälle (mm. Sophian 1992, 39–40), strategioiden opettamisessa kannattaisi todennäköisesti edetä konkreettisesta kohti abstraktia, mutta mahdollisesti harjoitellen lukuyhdistelmien hyödyntämistä, sillä Steinbergin (1985) mukaan niiden käyttäminen onnistuu myös konkreettisten strategioiden vaiheessa olevilta lapsilta. Kun lapsi on oppinut ymmärtämään yhteen- ja vähennyslaskun idean ja osaa käyttää jotakin strategiaa sujuvasti, opetuksessa voitaisiin siirtyä taitojen drillaukseen, jolloin suurella toistomäärällä pyritään edistämään vastausten ulkoa oppimista. Drillauksessa tietokone saattaisi olla oiva apuväline.

Perusopetuslain muutosten mukaisesti ennen erityisen tuen päätöstä oppilaasta tulee laatia moniammatillisena yhteistyönä pedagoginen selvitys, josta selviävät oppilaan keskeiset vahvuudet ja oppimisen ongelmat. Mahdollisesti tehtävä erityisen tuen päätös on määräaikainen, ja erityisopetustarve tulee arvioida säännöllisin väliajoin. (Laki perusopetuslain muuttamisesta 24.6.2010.) Vastaisuudessa erityisopettaja joutuu siis laatimaan monenlaisia asiakirjoja oppilaistaan. Niiden laatimista helpottaa, jos opettaja panostaa työssään lasten kehityksen systemaattiseen arviointiin ja hänellä on jäsentynyt kuva oppilaidensa osaamisesta. Matematiikan peruslaskutaitojen osa-alueen arvioinnissa voisi hyödyntää tässä tutkimuksessa esittelemääni laskustrategioiden kehityksen kaksiulotteisen tarkastelun mallia.

Vaikka tutkimusaineistoni oli pieni, siitä huolimatta kaksiulotteinen malli näyttäisi jo lasten ensimmäisellä luokalla käyttämien laskustrategioiden perusteella suuntaa antavalta mahdollisten myöhempien ongelmien suhteen. Tämän tutkimuksen perusteella voidaankin todeta, että pelkästään kiinnittämällä huomiota yhteenlaskustrategioihin ensimmäisellä luokalla, voitaisiin mahdollisesti ennaltaehkäistä myöhempää tuen tarvetta.

7.2.2 Jatkotutkimusaiheet

Tässä tutkimuksessa esittelemäni strategioiden kuvaamisen kaksiulotteisen mallin hyödyntäminen erityisen tuen tarpeen määrittelyssä vaatisi vielä lisää tutkimusta. Jotta opettajien olisi helpompi hyödyntää sitä esimerkiksi pedagogisen selvityksen apuvälineenä, heille pitäisi tarjota selkeät ohjeet ja tehtäväkokonaisuudet. Näiden luomiseksi tarvittaisiin tutkimusta ja testausta.

Kroesbergen ja Van Luit (2003) ovat tutkineet vuosien 1985–2002 aikana tehtyjä matematiikan oppimisvaikeuksiin kohdistuvia interventioita meta-analyysin avulla. He jakavat matemaattiset interventiot kolmeen luokkaan: matemaattisiin valmiuksiin, peruslaskutaitoihin ja ongelmanratkaisutaitoihin kohdistuviin interventioihin. Meta-analyysin mukaan tietokoneavusteisten interventioiden efektikoko oli pienempi kuin opettajan ohjaamien interventioiden. Kuten oli arvattavissakin, tietokone ei ole yhtä tehokas kuin elävä opettaja. Tietokone voi kuitenkin toimia motivoivana välineenä ja lisäharjoittelun apuna. Olisiko interventiosta apua strategioiden kehityksessä? Tässä tutkimuksessa lapset perheineen eivät hyödyntäneet kotiharjoittelumahdollisuutta. Laskustrategioiden kehityksen tutkimuksen kannalta olisi mielenkiintoista tutkia, mikä merkitys järjestelmällisellä ja säännönmukaisella, mahdollisesti tietokoneavusteisella interventiolla olisi strategioiden kehitykselle.

Kiinnostava näkökulma olisi myös tutkia lasten strategian valintaan vaikuttavia syitä. Miksi lapset käyttävät tiettyä strategiaa? Miten uusien strategioiden käyttöönotto tapahtuu? Tällaisen tutkimuksen menetelmäksi voisi sopia mikrogeneettinen tutkimus, jossa lasta havainnoidaan tiheästi ja systemaattisesti koko uuden taidon oppimisprosessin ajan (Siegler 1995; Siegler & Crowley 1991). Tällöin saadaan yksityiskohtaista tietoa lapsen kognitiivisesta kehityksestä ja pystytään paremmin ymmärtämään siihen vaikuttavia tekijöitä.

Tässä tutkimuksessa kukaan lapsista ei käyttänyt eteenpäin luettelemista eli vähentäjästä alkavaa strategiaa vähennyslaskuissa (mm. Carpenter & Moser 1984; Ostad 1999). Eteenpäin luetteleminen on lapsille tutumpaa ja helpompaa kuin takaperin luetteleminen. Sen käyttäminen tehtävien ratkaisemiseksi edellyttää kuitenkin vähennyslaskun idean ymmärtämistä. Voikin pohtia, ymmärsivätkö lapset sitä. Onko lukujen suurusluokalla merkitystä lasten valitsemille strategioille? Myös opetuksella on varmasti merkitystä sille, mitä strategioita lapsilla on käytössään. Miten oppikirjoissa opetetaan erilaisia laskustrategioita?

Tutkimukseni oli osa Niilo Mäki -instituutin laajempaa tutkimushanketta. Tutkimuksessani mukana olleista lapsista olisi näin ollen saatavissa melko kattavat eri matematiikan osa-alueisiin sekä lukemiseen liittyvät tiedot sekä ensimmäiseltä että kolmannelta luokalta. Yksi tutkimusaihe voisikin olla lasten yleisen taitotason vertaaminen heidän käyttämiinsä strategioihin. Onko esimerkiksi lukemissujuvuudella yhteyttä laskemissujuvuuteen? Onko ongelmanratkaisutaidoilla merkitystä lukuyhdistelmien käytölle? Laajat taustatiedot mahdollistaisivat myös suuremman otoskoon laskustrategioiden kehityksen seurannalle.

Opettajan toiminnan merkitystä oppilaiden laskustrategioiden kehitykselle olisi myös kiinnostavaa tutkia. Miten opettajat opettavat erilaisten laskustrategioiden käyttöä? Miksi osa lapsista käytti paljon lukuyhdistelmiä ja osa ei juuri lainkaan? Onko lapsen matematiikassa saaman tukiopetuksen tai erityisopetuksen määrällä merkitystä laskustrategioiden kehitykselle?

Tässä esittämäni jatkotutkimusaiheet ovat vain joitakin tutkimusmahdollisuuksia ja muitakin tutkimuskohteita matematiikan peruslaskutaitojen laajalta kentältä varmasti löytyy. Lisää tutkimuksia tarvitaan, jotta lasten peruslaskutaitojen oppimista osattaisiin tukea parhaalla mahdollisella tavalla.

LÄHTEET

Aunio, P., Hannula, M. & Räsänen, P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. 2. uudistettu painos. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 198–221.

Baroody, A. J. 1987. The Development of Counting Strategies for Single-Digit Addition. Journal for Research in Mathematics Education 18 (2), 141–157.

Baroody, A. J. 1992. The Development of Preschoolers' Counting Skills and Principles. Teoksessa J. Bideaud, C. Meljac, J.-P. Fischer (toim.) Pathways to Number. Children's Developing Numerical Abilities. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 99–126.

Barrouillet, P., Mignon, M. & Thevenot, C. 2008. Strategies in subtraction problem solving in children. Journal of Experimental Child Psychology 99, 233–251.

Briars, D. J. & Larkin, J. H. 1984. An Integrated Model of Skill in Solving Elementary Word Problems. Cognition and Instruction 1 (3), 245–296.

Brissiaud, R. 1992. A Tool For Number Construction: Finger Symbol Sets. Teoksessa J. Bideaud, C. Meljac, J.-P. Fischer (toim.) Pathways to Number. Children's Developing Numerical Abilities. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 41–65.

Butterworth, B. 2005. The Development of Arithmetical Abilities. Journal of Child Psychology and Psychiatry 46 (1), 3–18.

Calhoon, M. B., Emerson, R. W., Flores, M. & Houchins, D. E. 2007. Computational Fluency Performance Profile of High School Students With Mathematics Disabilities. Remedial and Special Education 28 (5), 292–303.

Carpenter, T. P., Franke, M., Jacobs, V., Fennema, E. & Empson, S. 1998. A Longitudinal Study of Invention and Understanding in Children's Multidigit Addition and Subtraction. Journal for Research in Mathematics Education 29 (1), 3–20.

Carpenter, T. P. & Moser, J. M. 1982. The Development of Addition and Subtraction Problem-Solving Skills. Teoksessa T. P. Carpenter, J. M. Moser & T. A. Romberg (toim.) Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 9–24.

Carpenter, T. P. & Moser, J. M. 1984. The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts in Grades One through Three. Journal for Research in Mathematics Education 15 (3), 179–202.

Davis, G. N., Lindo, E. J. & Compton, D. L. 2007. Children at Risk for Reading Failure. Constructing an Early Screening Measure. Teaching Exceptional Children 39 (5), 32–37.

Fuchs, L. S. & Fuchs, D. 2007. A Model for Implementing Responsiveness to Intervention. Teaching Exceptional Children 39 (5), 14–20.

Fuson, K. C. 1992. Relationships Between Counting and Cardinality From Age 2 to Age 8. Teoksessa J. Bideaud, C. Meljac, J.-P. Fischer (toim.) Pathways to Number. Children’s Developing Numerical Abilities. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 127–149.

Fuson, K. C. & Kwon, Y. 1992. Learning Addition and Subtraction: Effects of Number Words and Other Cultural Tools. Teoksessa J. Bideaud, C. Meljac, J.-P.

Fischer (toim.) Pathways to Number. Children's Developing Numerical Abilities. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 283–306.

Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., Carpenter, T. P. & Fennema, E. 1997. Children's Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Methods of Multidigit Addition and Subtraction. Journal for Research in Mathematics Education 28 (2), 130–162.

Geary, D. C. 2000. From Infancy to Adulthood: The Development of Numerical Abilities. European Child & Adolescent Psychiatry 9 (2), II/11–II/16.

Geary, D. C. 2004. Mathematics and Learning Disabilities. Journal of Learning Disabilities 37 (1), 4–15.

Geary, D. C., Hoard M. K., Byrd-Craven J. & DeSoto, M. C. 2004. Strategy Choices in Simple and Complex Addition: Contributions of Working Memory and Counting Knowledge for Children with Mathematical Disability. Journal of Experimental Child Psychology 88, 121–151.

Geary, D. C., Liu, F., Chen, G.-P., Saults, S. J. & Hoard, M. K. 1999. Contributions of Computational Fluency to Cross-National Differences in Arithmetical Reasoning Abilities. Journal of Educational Psychology 91 (4), 716–719.

Geary, D. C., Saults, S. J., Liu, F. & Hoard, M. K. 2000. Sex Differences in Spatial Cognition, Computational Fluency, and Arithmetical Reasoning. Journal of Experimental Child Psychology 77, 337–353.

Gersten, R. (toim.) 2009. Assisting Students Struggling with Mathematics: Response to Intervention (RtI) for Elementary and Middle Schools. IES Practice Guide. NCEE 2009-4060 U.S. Department on Education.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. 1978. The Child's Understanding of Number. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Gilmore, C. K. & Spelke, E. S. 2008. Children's Understanding of the Relationship between Addition and Subtraction. Cognition 107, 932–945.

Gracia-Bafalluy, M. & Noël, M.-P. 2008. Does Finger Training Increase Young Children's Numerical Performance? Cortex 44, 368–375.

Groen, G. J. & Parkman, J. M. 1972. A Chronometric Analysis of Simple Addition. Psychological Review 79 (4), 329–343.

Hannula, M. M. & Lehtinen, E. 2005. Spontaneous Focusing on Numerosity and Mathematical Skills of Young Children. Learning and Instruction 15, 237–256.

Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2009. Tutki ja kirjoita. 15. uudistettu painos. Helsinki: Tammi

Jordan, N. C., Hanich, L. B. & Kaplan, D. 2003. A Longitudinal Study of Mathematical Competencies in Children With Specific Mathematics Difficulties Versus Children With Comorbid Mathematics and Reading Difficulties. Child Development 74 (3), 834–850.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C. & Locuniak, M. N. 2008. Development of Number Combination Skill in the Early School Years: When Do Fingers Help? Developmental Science 11 (5), 662–668.

Kerkman, D. D. & Siegler, R. S. 1997. Measuring Individual Differences in Children's Addition Strategy Choices. Learning and Individual Differences 9 (1), 1–18.

Kroesbergen, E. H. & Van Luit, J. E. H. 2003. Mathematics Interventions for Children with Special Educational Needs. Remedial and Special Education 24 (2), 97–114.

Laki perusopetuslain muuttamisesta 24.6.2010. www.finlex.fi

Montague, M. 1997. Cognitive Strategy Instruction in Mathematics for Students with Learning Disabilities. Journal of Learning Disabilities 30 (2), 164–177.

Noël, M.-P. 2005. Finger Gnosia: A Predictor of Numerical Abilities in Children? Child Neuropsychology 11 (5), 413–430.

Opetusministeriön työryhmämuistioita ja selvityksiä 2007:47. Erityisopetuksen strategia. Opetusministeriö. Koulutus- ja tiedepolitiikan osasto.

Ostad, S. 1999. Developmental Progression of Subtraction Strategies: A Comparison of Mathematically Normal and Mathematically Disabled Children. European Journal of Special Needs Education 14 (1), 21–36.

Piaget, J. 1969. The Child's Conception of Number. Käänt. C. Gattengno & F. M. Hodgson. London: Routledge. Alkuperäisjulkaisu 1941.

Räsänen, P. & Koponen, T. 2010. Development of Children's Finger-Counting Habits. Kongressiesitelmä. Meeting in Honour of Professor Brian Butterworth: "Numbers in the Brain" 26.-27.11.2010.

Räsänen, P., Närhi, V. & Aunio, P. 2010. Matematiikassa heikosti suoriutuvat oppilaat perusopetuksen 6. luokan alussa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.) Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2. Helsinki: Opetushallitus, 165–203.

Shrager, J. & Siegler, R. S. 1998. SCADS: A Model of Children's Strategy Choices and Strategy Discoveries. Psychological Science 9 (5), 405–410.

Siegler, R. S. 1988. Individual Differences in Strategy Choices: Good Students, Not-So-Good Students, and Perfectionists. Child Development 59, 833–851.

Siegler, R. S. 1995. How Does Change Occur: A Microgenetic Study of Number Conservation. Cognitive Psychology 28, 225–273.

Siegler, R. S. & Crowley, K. 1991. The Microgenetic Method. A Direct Means for Studying Cognitive Development. American Psychologist 46 (6), 606–620.

Siegler, R. S. & Jenkins, E. 1989. How Children Discover New Strategies. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.

Siegler, R. S. & Opfer, J. 2003. The Development of Numerical Estimation: Evidence for Multiple Representations of Numerical Quantity. Psychological Science 14 (3), 237–243.

Siegler, R. S. & Robinson, M. 1982. The Development of Numerical Understandings. Advances in Child Development and Behaviour 16, 241–312.

Siegler, R. S. & Shrager, J. 1984. Strategy Choices in Addition and Subtraction: How Do Children Know What to Do? Teoksessa C. Sophian (toim.) Origins of Cognitive Skills. The Eighteenth Annual Carnegie Symposium on Cognition.

Sophian, C. 1992. Learning About Numbers: Lessons for Mathematics Education From Preschool Number Development. Teoksessa J. Bideaud, C. Meljac, J.-P. Fischer (toim.) Pathways to Number. Children's Developing Numerical Abilities. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 19–40.

Steinberg, R. 1985. Instruction on Derived Facts Strategies in Addition and Subtraction. Journal for Research in Mathematics Education 16 (5), 337–355.

Wood, G. & Fischer M. H. 2008. Numbers, Space, and Action – From Finger Counting to the Mental Number Line and Beyond. Cortex 44, 353–358.

Yrjönsuuri, R. 2004. Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. 2. uudistettu painos. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 111–122.

LIITTEET

Liite 1. Tutkimuslupa

Hyvät huoltajat!

Niilo Mäki -instituutti (NMI) on Jyväskylässä toimiva tutkimuslaitos. Tutkimme oppimista sekä keinoja sen edistämiseen. Tutkimuksemme tehdään yhteistyössä opettajien ja koulujen kanssa.

Tässä [redacted] koulun kanssa tehtävässä tutkimuksessa selvitämme peruslaskutaitojen kehitystä (kaikki kolmannet luokat) sekä pienen oppilasryhmän kanssa peruslaskutaitojen tietokoneavusteisen lisäharjoitteen vaikutuksia taitojen edistämiseen.

Tutkimus toteutetaan lapsen koululla huhti–toukokuussa koulupäivän aikana. Laskutaitojen kehityksen tutkimus kestää kaksi oppituntia, ja sinä aikana lapset tekevät ryhmissä erilaisia laskutehtäviä. Mikäli oppilas kuuluun niihin, joille tarjotaan mahdollisuutta osallistua lisäharjoittelututkimukseen, niin siinä pidetään noin kolmen viikon ajan lyhyt, päivittäinen lisäharjoittelutuokio (alle 15 min). Harjoitetutkimuksiin pääsevälle pienelle ryhmälle järjestetään myös erilliset tunnin kestoiset mittaukset ennen ja jälkeen harjoittelujakson. Harjoitteluun osallistuvat voivat tehdä samaa harjoitetta myös kotona internetin välityksellä. Tutkimuksen jälkeen harjoittelua voivat käyttää kaikki. Tutkimuksen tehtävät ovat osittain samoja, joita oppilaille teetettiin heidän ollessaan ensimmäisellä luokalla. Myös oppilaat, jotka eivät osallistuneet [redacted] koululla ensimmäisellä luokalla tehtävien tekoon, voivat osallistua tähän tutkimukseen.

Toivomme, että lapsenne voisi osallistua tähän tutkimukseen. Tietojen luovuttamiseksi koululta NMI:n tutkimusryhmälle tarvitsemme lapsen huoltajalta siihen kirjallisen luvan. Kaikki lapset osallistuvat koululla tehtävien tekemiseen, mutta ainoastaan niiden lasten tulokset kerätään ja analysoidaan, joiden vanhemmilta on siihen kirjallinen lupa.

Tutkimuksessa kerätään seuraavat tiedot: nimi, sukupuoli, ikä, luokka, koulussa tehtyjen yhteiskokeiden tulokset, tutkimuksen mittausten tulokset sekä harjoitetutkimuksesta mittausten tulokset sekä harjoitteen suorittamisesta kertyvä kokoomatieto. Nimitieto tarvitaan ainoastaan yhdistämään eri tehtävien tulokset keskenään sekä palautteeseen opettajalle. Tutkimuksen jälkeen oman lapsen tuloksista voi kysyä joko opettajalta tai sähköpostitse tutkijoilta.

Kaikki lapsia koskevat tiedot käsitellään ehdottoman luottamuksellisesti ja siten, että kenenkään henkilöllisyys ei tulosten käsittelyssä tai julkaisuissa paljastu. Yksittäisten lasten tuloksia käsittelevät vain tutkimusryhmän jäsenet, eikä niitä anneta ulkopuolisille.

Palauttakaa oheinen tutkimuslupakysely lapsenne mukana opettajalle **perjantaihin 19.3.** mennessä.

Annamme mielellämme lisätietoja tutkimuksesta puhelimitse tai sähköpostilla.

Kiittäen ja kunnioittavin terveisin,

Pekka Räsänen	Tuire Koponen
tutkija	tutkija
neuropsykologian erikoispsykologi	psykologian tohtori
Niilo Mäki -instituutti	Niilo Mäki -instituutti
pekka.rasanen@nmi.fi	tuire.koponen@nmi.fi
Puh. 050 4343 495	Puh. 050 434 3471

Leikkaa tästä

NMI 2010 peruslaskutaitotutkimus

Lapseni ______________________________ Luokka ________

☐ saa osallistua NMI:n peruslaskutaitojen kehityksen seurantatutkimukseen kolmannella luokalla.

☐ ei saa osallistua NMI:n peruslaskutaitojen kehityksen seurantatutkimukseen kolmannella luokalla.

______________________ ______________________________

Päiväys Huoltajan allekirjoitus ja nimen selvennys

Liite 2. Jatkotutkimuslupa

NMI Niilo Mäki Instituutti Niilo Mäki Institute — LUKIMAT

Hyvät huoltajat,

Niilo Mäki Instituutti yhdessä [redacted] koulun kanssa tekee kolmansilla luokilla tutkimusta lasten matemaattisten taitojen kehityksestä. Lapsenne on ollut mukana tässä tutkimuksessa, johon kaikki kolmasluokkalaiset ovat osallistuneet.

Tutkimuksen toisessa vaiheessa selvitämme yhteenlaskutaitojen kehitystä tarkemmin pienellä lapsiryhmällä. Tähän tarkasteluun olemme yhdessä opettajien kanssa valinneet 10 sellaista lasta, joiden laskutaidoista meillä on tietoa jo ensimmäiseltä luokalta.

Koulupäivän aikana erityispedagogiikan opiskelija Elina Rusanen käy osana opinnäytetyötään teettämässä näille kymmenelle lapselle samoja laskutehtäviä, joita he tekivät jo ensimmäisellä luokalla. Tutkimustilanne videoidaan, ja näiden videointien avulla selvitämme yksityiskohtaisesti, miten lasten laskustrategiat ovat kehittyneet ensimmäiseltä luokalta kolmannelle.

Tämän lisäksi viisi näistä kymmenestä oppilaasta valitaan tekemään toukokuussa muutaman viikon ajan pieniä lisäharjoituksia tietokoneella. Mikäli teillä on kotona internet-yhteydellä varustettu tietokone, samoja harjoituksia voi tehdä myös kotona. Päivittäinen lisäharjoittelu on lyhyt, alle välitunnin mittainen tuokio. Harjoittelun päätyttyä tarkastelemme laskustrategioita uudelleen.

Kaikille kymmenelle oppilaalle ja heidän huoltajilleen teemme kiitokseksi osallistumisesta muistoksi yksilöllisen cd-levyn, josta huoltajat voivat katsoa oman lapsensa tekemisiä ja laskemista näissä tehtävätilanteissa sekä ensimmäisellä että kolmannella luokalla. Levyt toimitetaan huoltajille heti alkusyksystä.

Kaikkea tutkimuksessa kerättävää aineistoa (lasten tehtäväsuoritukset ja videoinnit) säilytetään tietoturvallisesti ja siten, että ainoastaan tutkimusryhmällä on pääsy tähän tietoon.

Mikäli jostain syystä ette halua lapsenne osallistuvan tähän tutkimuksen toiseen vaiheeseen, pyydämme teitä olemaan suoraan yhteydessä vastuullisiin tutkijoihin, jotta voisimme pikaisesti valita lapsenne tilalle toisen oppilaan. Annamme mielellämme lisätietoja tutkimuksesta.

Yhteistyöstä ja osallistumisestanne kiittäen,

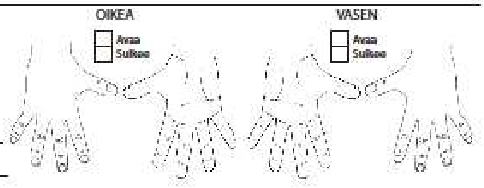
Pekka Räsänen	Tuire Koponen
tutkija, neuropsykologian erikoispsykologi	tutkija, psyk. tri
Niilo Mäki Instituutti	Niilo Mäki Instituutti
p. 050 43 43 495	p. 050 43 43 471
e. pekka.rasanen@nmi.fi	e. tuire.koponen@nmi.fi

Liite 3. Strategiakaavake

Lapsi: Luokka:

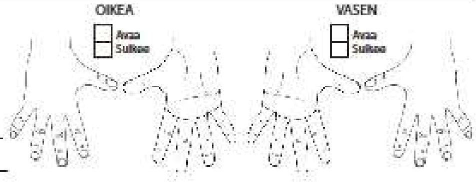
Tehtävä: Vastaus: ☐

☐ Muistaa ulkoa ☐ Luettelee mielessään
☐ Luettelee ääneen ______________________



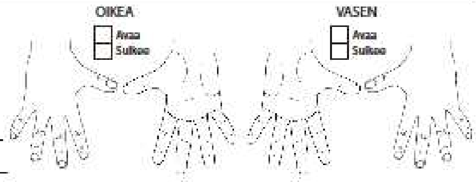
Tehtävä: Vastaus: ☐

☐ Muistaa ulkoa ☐ Luettelee mielessään
☐ Luettelee ääneen ______________________



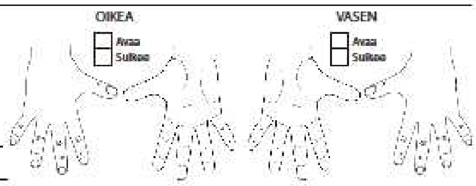
Tehtävä: Vastaus: ☐

☐ Muistaa ulkoa ☐ Luettelee mielessään
☐ Luettelee ääneen ______________________



Tehtävä: Vastaus: ☐

☐ Muistaa ulkoa ☐ Luettelee mielessään
☐ Luettelee ääneen ______________________



Tehtävä: Vastaus: ☐

☐ Muistaa ulkoa ☐ Luettelee mielessään
☐ Luettelee ääneen ______________________