LUOKANOPETTAJAOPISKELIJAN MATEMATIIKKAKUVAN ILMENEMINEN LUOKKAHUONEKESKUSTELUSSA

Riina Harri

Kasvatustieteen
pro gradu -tutkielma
Opettajankoulutuslaitos
Jyväskylän yliopisto
Syksy 2010

Tiivistelmä

Harri, R. 2010. Luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvan ilmeneminen luokkahuonekeskustelussa. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Opettajankoulutuslaitos. Pro gradu -tutkielma. 89 sivua, 13 liitesivua

Työssä tutkittiin luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvan ilmenemistä hänen opetusharjoittelussa pitämillään kolmella ensimmäisen luokan matematiikan ja yhdellä matematiikkapainotteisella käsityön tunnilla. Tutkimuksen aineisto kerättiin videoimalla opettajaopiskelijan harjoittelutunteja. Harjoittelijan tunneilla esittämät kysymykset luokiteltiin Myhillin (2006) neljän sekä Saksolan ja Tolosen (2009) luokitteluun lisäämän viidennen luokan mukaisesti. Kysymysten funktiot luokiteltiin Myhillin (2006) yhdentoista sekä Saksolan ja Tolosen (2009) esittämän luokittelun pohjalta, yhteensä kolmeentoista eri luokkaan. Lisäksi tutkielmassa käytettiin Mortimerin ja Scottin (2003) luomaa kommunikatiivista lähestymistapaa, jossa opettajan puhe jaetaan dialogiseksi tai auktoritatiiviseksi ja vuorovaikutteiseksi tai vuorovaikutuksettomaksi.

Tutkimuksessa havaittiin opettajaopiskelijan matematiikkakuvan ja matematiikan opetuksen välillä olevan sekä yhtäläisyyksiä että eroja. Opettaja näyttää toteuttavan omalta kouluajaltaan tuttua menetelmää; valtaosa opettajan esittämistä kysymyksistä on suljettuja kysymyksiä, joihin hänellä on yksi ennalta tietämä oikea vastaus. Toisaalta opettaja esittää myös kysymyksiä, joihin vastatessaan oppilas perustelee tekemiään päätelmiä. Luokan vuorovaikutus on tiukasti opettajan kontrolloimaa, eikä oppilaiden esittämiä lisähuomautuksia kommentoida.

Tutkimus tähtää tutkijan opettajuuden kasvun ja kehityksen tukemiseen. Tutkimuksella pyritään kannustamaan opettajia oman työnsä tarkasteluun ja opettajankoulutuslaitosta huomioimaan opiskelijan matematiikkakuvan mahdolliset vaikutukset opetuksessa. Lisäksi työllä pyritään panostamaan opettajan puheen ja kysymysten sekä vuorovaikutustilanteiden tutkimiseen.

Avainsanat: matematiikkakuva, luokkahuonekeskustelu, kysymykset, kommunikatiivinen lähestymistapa, I-R-E/F- rakenne, I-R-P-R- rakenne

ESIPUHE

Olen aina pärjännyt matematiikassa. Siitä huolimatta tuntemukseni matematiikkaa kohtaan eivät ole olleet ainoastaan myönteisiä; matematiikka oli pääosin yksitoikkoista laskualgoritmin toistamista. Lukiovuosien varrella aloin pohtimaan, miksi näin oli. Yliopisto-opintojen aikana käsitykseni matematiikasta muuttui merkitsevästi. Siksi halusin tarkastella, miten opetan matematiikkaa ja välittyvätkö matematiikkakuvassani tapahtuneet muutokset opetukseen.

Tutkimuksen alkuperäinen tavoite oli tutkia opetuskeskustelua yhtenä opetuksen työtapana. Syksyllä 2010 loin syventävässä ohjatussa opetusharjoittelussa teoreettisen mallin opetuskeskustelusta. Mallin taustalla on käsitys, jonka mukaan opetuskeskustelu on työtavan sijasta opetusmetodi. Syksyllä 2009 opetusharjoittelusta kerätyssä aineistossa ei ilmennyt opetuskeskustelun perusteiden luonnin lisäksi opetuskeskustelun korkeampia tasoja. Syvennyin syksyn 2009 opetusharjoittelussa tarkastelemaan matematiikkakuvaani. Harjoittelun ohjaajien ja tutkimuksen ohjaajan kannustamana jatkoin matematiikkakuvani tarkastelemista tässä tutkimuksessa.

Tutkimuskohteeksi valitsin matematiikkakuvani ilmenemisen esittämissäni kysymyksissä ja luokan vuorovaikutuksessa. Opettajan esittämiä kysymyksiä on tutkittu Jyväskylän yliopistossa erityisesti luonnontieteen opetuksessa. Eräs matematiikan opintojen kurssikaveri neuvoi kysymään professori Jouni Viiriltä aiheesta. Häneltä sain ohjeita koskien opettajan esittämien kysymysten ja luokkahuoneessa tapahtuvan vuorovaikutuksen tutkimisesta.

Rajasin tutkimuskohteeksi opettajajohtoisen koko luokan keskustelun ja opettajan esityksen. Tutkimusaineiston ulkopuolelle jäivät esimerkiksi itsenäisen työskentelyn vaiheet ja keskustelut, joissa keskustelin kahdestaan tai pienemmissä ryhmissä oppilaiden kanssa. Tutkimusaineisto ei sisältänyt koko luokan yhteistä keskustelua, jossa opettaja oli puhetta koordinoiva osallistuja ja jossa oppilaat keskenään jakoivat puheenvuoroja. Tutkimuksen tarkoitukseksi tuli selvittää, miten matematiikkakuva ilmeni opettajan esittämissä kysymyksissä sekä luokan vuorovaikutuksen rakenteessa.

Kiitän tutkimuksen tekoa tukeneita ja sen mahdollistaneita henkilöitä. Ensiksi haluan kiittää syksyllä 2009 opetusharjoittelun ohjaajiani rakentavasta ja kehittävästä palautteesta harjoittelun aikana. Ilman heitä en olisi löytänyt tietäni matematiikkakuvani tarkastelemiseen tässä tutkimuksessa. Lisäksi haluan kiittää matematiikan aineenopettajaksi opiskelevaa ystävääni, ohjeesta kysyä professori Jouni Viiriltä kyselevän opetuksen ja luokkahuoneen vuorovaikutuksen tutkimisesta. Kiitos professori Jouni Viirille neuvoista, jotka sain koskien opettajan esittämien kysymysten ja luokan vuorovaikutuksen rakenteen tutkimisesta. Lausun kiitokset tutkimusseminaareihin osallistuneille ohjaajille kasvatustieteen tohtori Pirjo Tikkaselle ja kasvatustieteen tohtori Henry Leppäaholle. Kiitos kuuluu myös aineiston keräämiseen osallistuneille avustajille eli harjoittelutuntieni kuvaajalle sekä videokameran käytössä ja tallennuksessa avustaneelle henkilölle. Lisäksi kiitän vuosina 1994–1998 opettanutta opettajaani raportin lukemisesta ja saamastani palautteesta ennen esitarkastusta. Erityinen kiitos läheisilleni tuesta ja kärsivällisyydestä, kun usein liitin matematiikkaa keskustelunaiheisiimme tämän tutkimuksen innoittamana. Esitän suuren kiitoksen asiantuntevasta ja innostavasta tutkimustyön luotsaamisesta ohjaajalleni filosofian tohtori Kauko Hihnalalle.

Jyväskylässä lokakuussa 2010
Riina Harri

Sisällys

1 JOHDANTO

Kouluvuosiltani muistan päivän, kun opettajan kurkku oli kipeä ja hän ei voinut käyttää ääntään. Tilanne oli hankala opettajalle. Kiistatta voidaan sanoa puheen olevan opettajan tärkein työväline. Paitsi että puhe on opettajan tärkein työväline, on se myös olennainen oppimista palveleva työväline. (Alexander 2006; Mercer & Dawes 2008; Mercer & Littleton 2007, 2.)

Peruskoulussa matematiikan oppimisessa on tärkeää matematiikan verbalisointi, eli kielentäminen. Sillä tarkoitetaan oppilaan kykyä mm. puhua matematiikasta (Joutsenlahti 2003a; Ilmavirta 2003). Kuten Aarnos ja Perkkilä (2007) toteavat, matematiikan ja kielen suhde on monimutkainen. Mielestäni on olennaista oppia keskustelemaan matematiikasta jo matematiikan oppimispolun alkuvaiheessa – siis alkuopetuksessa. Lindgrenin (1990) mukaan ulkoinen materiaali ja ääneen ajatteleminen ovat tärkeitä erityisesti matemaattisen toiminnan kehittymisen alkuvaiheissa. Vuorovaikutuksen kautta oppimista eli ideoiden vaihtamista ja vertailua sekä toisten lasten havainnoimista voidaan myös pitää osana matemaattista ajattelua. Lapsen näkemys lähestyä matemaattisia tehtäviä laajenee, kun hän oppii tekemään kysymyksiä ja keskustelemaan matemaattisista ongelmista (Aarnos & Perkkilä 2007; Piaget 1988; Fisher 1995).

Kokemukseni mukaan matematiikan opetuksessa opettaja käytti usein kysymyksiä, joihin hänellä on ennalta tietämä yksi oikea vastaus. Kokemukseni vastaa tutkimustuloksia. (Edwards & Mercer 1987; Mercer & Dawes 2008; Perkkilä 2002.) Oppilaalle ei jäänyt tilaa tuoda esiin omia ajatuksiaan tai aloitteitaan. Tällöin oppiaineena matematiikka näyttäytyi erehtymättömänä tieteenä (ks. myös Kupari 1999, 25). Opetusharjoittelussa syksyllä 2009 syvennyin tarkastelemaan matematiikkakuvaani. Siinä tapahtuneiden muutosten jälkeen olen Malatyn (2009) kanssa yhtä mieltä siitä, että matematiikka ei ole suoritustapa vaan ajattelutapa (vrt. myös Pappas 2001). Malatyn mukaan esimerkiksi toisen asteen yhtälön yleisratkaisu esitetään usein koulussa nimellä kaava, vaikka tosiasiassa se on lause, joka saadaan toisista lauseista esittämällä todistus. Ratkaisu esitetään oppilaille valmiina ja heidän tehtäväkseen jää vain sen käytön harjoitteleminen. Sitä ei voida nimittää opetukseksi ja sitä, mitä he opiskelevat ei voida nimittää matematiikaksi, ja se on kaukana matemaattisesta ajattelusta. (Malaty 2009.) Ohjatessaan oppilasta kohti oikeata vastausta oppilaalla ei ole tilaa tehdä omia oivalluksia ja keskustelu on rajoitettua (Bauersfeld 1988).

Opettajille on todettu olevan vaikeaa siirtyä pois tästä tavasta. Ymmärtääkseen erilaisten harjoitusten toimivuutta, opettajan täytyy ensin nähdä niiden hyödyt ja syyt, miksi ne kannattavat. (Brodie 2008.)

Brodien mukaan (2008, 34) eräs uudistuneen (*reform-oriented*) matematiikan opetuskäytännön avaintekijä on valita tehtäviä, jotka mahdollistavat käsitteellisen ajattelun, argumenttien perustelun ja kommunikoinnin matemaattisista ajatuksista. Myös Joutsenlahti esittää samantapaisia huomioita perätessään matematiikan kielentämisen merkitystä opetuksessa (esim. Joutsenlahti 2003b). Uudistettu matematiikan opetus on monin osin yhtenevä matematiikkakuvan (taulukko 1) kanssa. Mielestäni opetuskeskustelun korkeammat tasot sisälsivät edellä mainitut tekijät. Tästä huolimatta pidetyillä oppitunneilla ei esiintynyt opetuskeskustelun ylempien tasojen elementtejä. Opetusryhmä oli peruskoulun ensimmäinen luokka ja se asetti omat rajoituksensa, joiden seurauksena aineistossa esiintyi ainoastaan opetuskeskustelun perusteiden luontia (ks. luku 4.2).

Ensimmäisen luokan oppilaat ovat syyslukukaudella kuusi- tai seitsemän -vuotiaita peruskoulun vasta aloittaneita. On huomioitava heidän ajattelun kehityksen tai vuorovaikutuksen taso. Yhteistyötaidot ja tasa-arvoinen keskustelu ovat pitkäaikaisen kasvatuksen tulos. Opetuskeskustelun synnyttämiseksi ensimmäisen luokan opettajan mahdollisuudet jättäytyä taka-alalle ja antaa oppilaiden keskenään jakaa puheenvuoroja ovat rajalliset. Ensimmäisen luokan oppilaiden taidot ottaa puheenvuoro, kunnioittaa toisen vuoroa ja kuunnella toisen puheenvuoro ovat vielä vähäiset. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004, 6) mainitaan alimpien vuosiluokkien opetuksen tehtäväksi kehittää valmiuksia myöhempää työskentelyä ja oppimista varten. Matematiikan opetuksen vuosiluokkien 1-2 ydintehtäviksi on asetettu kuuntelemisen ja kommunikoinnin harjaannuttaminen (POPS 2004). Eli alkuopetuksen tavoitteena on luoda opetuskeskustelun käytön edellytykset, jotta opetuskeskustelua voidaan käyttää opetuksen työtapana seuraavilla luokka-asteilla tai opetusmetodina alkuopetuksesta lähtien (ks. Harri 2010). Kuitenkaan Tikkasen (2008) tutkimuksessa suomalaiset peruskoulun neljännen luokan oppilaat eivät nostaneet esiin opetuskeskustelun käyttöä yhtenä matematiikan opetuksen työtapana. Mielestäni opetuskeskustelua ei ehkä voi syntyä ilman sen tietoista harjoittelemista, joten näin ollen opetuskeskustelu tulee määritellä työtavan sijaan opetusmetodiksi. Opetuskeskustelu edellyttää opettajan siirtymistä keskustelun puheenvuoroja jakavaksi puheenjohtajaksi ja kenties eräänlaiselta vallan korokkeelta alas astuminen ei olekaan itsestään selvää. Voidaan kysyä, minkä verran opetuskeskustelua käytetään suomalaisessa matematiikan opetuksessa? Tutkimukset USA:ssa (Cuban 1993) ovat osoittaneet, että huolimatta uudistetun (*reform*) matematiikan mukanaan tuomista muutoksista opetussuunnitelmassa, ilmenevät nämä pedagogiset asetelmat vähäisessä määrin luokkahuoneissa.

Korkealuokkainen puheenkäyttö on ominaista tuloksellisille opetukselle Myhillin (2006) esiin tuoman DfEE:n (1998) julkaisun mukaan. Siihen sisältyy opettajan ja oppilaiden välinen vuorovaikutus, johon kuuluu oppilaiden rohkaisu osallistumaan oppitunnin toimintaan. Tässä korkealuokkaisessa puheenkäytössä kysymysten muoto ja funktio ovat merkittävässä asemassa. Näin ollen tutkimuksen aihe ja viitekehys ovat perusteltu.

Tahdon antaa oppilailleni mahdollisuuden ymmärtää, mitä matematiikka on. Malatya (2003, 49) lainatakseni, alkuopetuksesta lähtien pitäisi matematiikan tunneilla opettaa oikeata matematiikkaa. Kuten saada oppilaat oppimaan, että matematiikan kauneudesta voidaan nauttia. Olennaista on tuoda esille se tosiasia, että matematiikkaa on kaikessa (ks. Malaty 1997, 53). Siksi tutkin, miten opetin matematiikkaa ja millaisena matematiikka näyttäytyi pitämilläni tunneilla. Tutkimus on tapaustutkimus, jossa aineiston keruumenetelmäksi valitsin videoinnin sen monipuolisuuden takia. Videointi tallentaa äänen lisäksi myös eleet ja ilmeet. Nonverbaalisen viestinnän avulla mahdollisesti lisäsin sekä kysymysten luokittelun että vuorovaikutusketjujen analyysin luotettavuutta. Tutkimusaineistoon sisältyi neljä viidestä syksyllä 2009 suorittamani opetusharjoittelun viimeisellä opetusharjoittelun viikolla kuvatusta oppitunnista. Oppitunneista kolme oli matematiikan oppituntia ja yksi käsityön tunti, johon oli integroitu matematiikkaa.

Tutkimuksen tehtävä ei ollut arvioida opetusharjoittelussa tapahtunutta opetuksen hyvyyttä tai huonoutta. Sitä vastoin tavoitteena oli tutkia, miten matematiikkakuva ilmeni opettajaopiskelijan esittämissä kysymyksissä ja luokan vuorovaikutuksessa. Tutkimuksen tavoite oli kasvaa ja kehittyä oman työn tutkijana.

2 MATEMATIIKKAKUVA JA LUOKKAHUONEKESKUSTELU

Tutkimuksen teoreettisena viitekehyksenä toimivat matematiikkakuva Pietilän (nyk. Laine) (2002) määritelmän mukaisena, Myhillin (2006) malli kysymysten luokittelusta, I-R-E/F-ketju (ks. Sinclair & Coulthard 1975; Mehan 1979; Wells 1999) sekä Mortimerin ja Scottin (2003) kommunikatiivisen lähestymistavan nelikenttä. Valinta tutkimuksen aiheesta ja teoreettisesta viitekehyksestä ei ollut tutkimuksen alusta asti selkeä, vaan laadullisen tutkimuksen luonteen mukaisesti aihe muotoutui ja tarkentui tutkimuksen teon edetessä (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2007).

2.1 Matematiikkakuva

Matematiikan opettajaa koskevaa tutkimusta tehtiin 1990-luvulle saakka verraten vähän. Se kuitenkin voimistui nopeasti erityisesti opetukseen liittyvien uskomusten tutkimisen myötä. (Kupari 1999.) Esimerkiksi Kupari (1999) tutki väitöskirjassaan opettajien matematiikkauskomusten ja käytännön opetustyön välistä yhteyttä. Uskomukset ovat matematiikkakuvan keskeinen käsite. Luokanopettajien ja luokanopettajiksi opiskelevien matematiikkakuvaa on tutkittu Suomessa useissa laajoissa tutkimuksissa. (2000- luvulla esim. Pietilä, Kaasila, Hannula ym., Laine jne.) Lisäksi mallia on käytetty teoreettisena viitekehyksenä myös muissa Jyväskylän yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden pro gradu -tutkielmissa (ks. Linjama 2009; Kailio (painossa)).

Opettajankoulutuksessa tulisi huomioida opiskelijoiden matematiikkakuva, sillä se toimii ikään kuin suodattimena opiskelijan ajattelussa hänen osallistuessaan opintoihin (Pehkonen 1998, 58). Tässä tutkimuksessa keskityttiin opettajaopiskelijan matematiikkakuvan ilmenemiseen hänen opetuksessaan.

Matematiikkakuvaan liittyvillä käsitteillä ei ole yhteisesti hyväksyttyjä määritelmiä (ks. esim. Pajares 1992). Eri tieteenalojen ja tutkijoiden määritelmät saattavat poiketa toisistaan tai olla osittain päällekkäisiä. Näin ollen matematiikkakuvaa käsittelevien tutkimusten vertailu on vaikeaa. Sen vuoksi on tärkeää määritellä, mitä eri käsitteillä juuri kyseisessä tutkimuksessa tarkoitetaan. Erilaisten käsitteiden päällekkäisyys ja runsaus kertovat matematiikkakuvan hahmottamisen vaikeudesta. (Pietilä 2002, 20.) Tässä tutkimuksessa matematiikkakuvan tarkastelussa käytettiin Pietilän (2002) esittämää määritelmää. Se soveltui tähän tutkimukseen, sillä Pietilän (2002) tutkimus osoittaa mallin sopivan suomalaisten luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkaan liittyvien uskomusten tarkasteluun.

2.1.1 Matematiikkakuvaan liittyvät käsitteet ja niiden määrittely

Matematiikkakuva toimii ajattelun ja toiminnan suodattimena erilaisissa matematiikkaan liittyvissä tilanteissa (Pehkonen 1995; Pietilä 2002; Schoenfeld 1985). Matemaattinen maailmankuva ja matematiikkakuva – käsitettä ovat käyttäneet tutkimuksissaan Pietilän lisäksi ainakin Schoenfeld (1985) ja Pehkonen (1998; 1995). Tossavainen (2005) epäilee käsitteen ilmestyneen matematiikan didaktiikan kielenkäyttöön todennäköisesti Törnerin ja Grigutschin (1994) artikkelin myötä (ks. myös Grigutsch 1996, 1998).

Pehkosen (1995;1998) määritelmä matematiikkakuvasta on johdettu käsitteestä *Mathematical World View*. Myös Törner ja Grigutsch (1994) ovat käyttäneet tätä käsitettä. Tutkimuksien mukaan yksilöt tekevät päätöksiä, jotka eivät ole rationaalisia vaan puhtaammin kokemuksiin perustuvia ja ne johtavat systemaattisiin ennakkoasenteisiin sekä uskomuksiin (Shoenfeld 1985, 45). Uskomus on matematiikkakuvan keskeinen käsite (Kaasila, Laine & Pehkonen 2004, 398). Matematiikan opettajien matematiikkauskomuksista onkin erittäin runsaasti julkaisuja (mm. Ernest 1991; Kupari 1999; Lindgren 1995; Pehkonen 1993). Shoenfeldin (1985, 45) mukaan erilaiset uskomukset vaikuttavat merkitsevästi yksilön toimintaan matemaattisten tehtävien yhteydessä. Pehkonen määritteleekin matematiikkakuvan olevan laaja kirjo uskomuksia ja käsityksiä (ks. myös Törner & Grigutsch 1994). Hän jakaa uskomussysteemin (*belief system*) neljään pääkomponenttiin (kuvio 1).

(1) Uskomukset matematiikasta

a) kouluaine
b) matemaattisen tiedon synty
c) uskomukset matematiikasta tieteenalana
d) …

(2) Uskomukset itsestä matematiikan oppijana ja käyttäjänä

e) itseluottamus,
f) kuinka menestyvänä pitää itseään ongelmanratkaisijana
g) …

(3) Uskomukset matematiikan opetuksesta

h) matematiikan opetuksen luonne
i) kuinka opetus tulisi järjestää
j) opettajan rooli
k) oppilaalle annettavan autonomisuuden aste
l) …

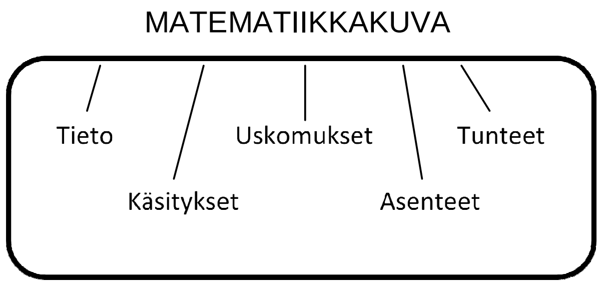
(4) Uskomukset matematiikan oppimisesta

m) matematiikan oppimisen luonne
n) kuinka oppiminen tulisi järjestää
o) oppijan rooli
p) oppijan autonomisuuden aste
q) virheiden käsittely
r) …

KUVIO 1 Matematiikkakuvan neljä pääkomponenttia Pehkosen esittämän mallin (1995; 1998) mukaan

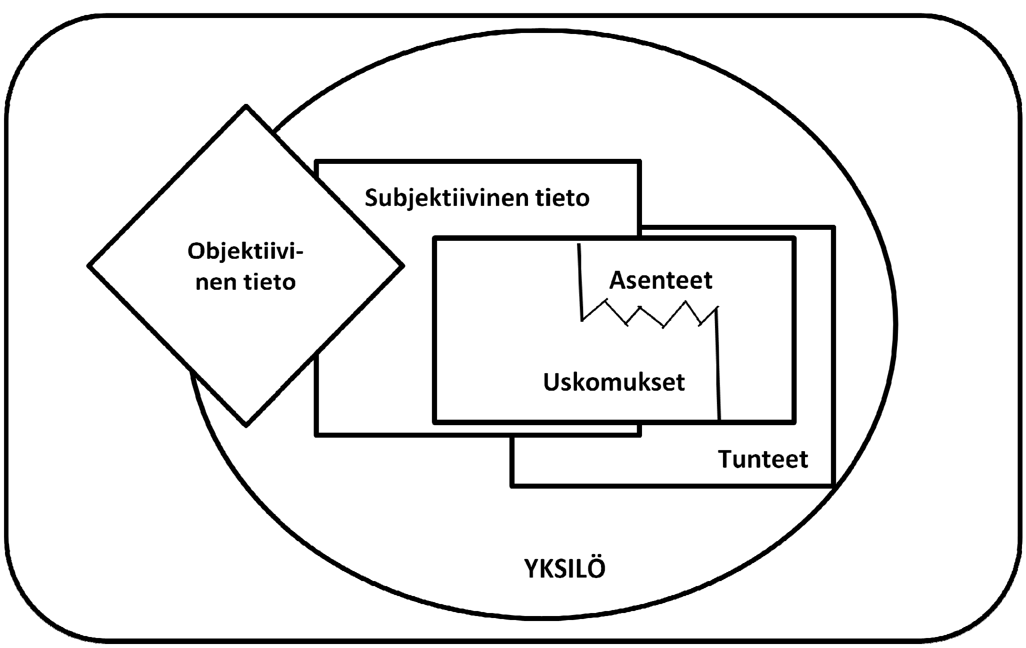
Matematiikkakuvan neljän pääryhmän osia voidaan Pehkosen esittämän mallin (1995, 20; 1998, 48) mukaan jatkaa loputtomasti, sillä jokainen näistä komponenteista voidaan jakaa yhä pienempiin ja pienempiin osiin esimerkiksi seuraavasti: (1) aa koulumatematiikan luonne (1) ab matemaattinen sisältö (1) ac tehtäväkirjat jne. (ks. myös Shoenfeld 1985; Törner & Grigutsch 1994). Jaottelusta huolimatta osat eivät kuitenkaan ole erillisiä, vaan vaikuttavat toisiinsa. Koska uskomukset kuuluvat useampaan kuin yhteen ryhmään, on jako keinotekoinen. Esimerkiksi oppilaan uskomukset koulumatematiikan luonteesta vaikuttavat käsitykseen, kuinka matematiikkaa opitaan (ja kuinka sitä tulisi opettaa). Ryhmittely on kuitenkin selkiyttävä ja jäsentää kokonaisuutta. (Pehkonen 1995.)

Uskomusten lisäksi Pietilä (2002, 19) lisää matematiikkakuvaan neljä muuta osa-aluetta: tieto, tunteet, asenteet ja käsitykset (ks. kuvio 2). Lisäksi itsetunnolla ja itseluottamuksella on keskeinen merkitys matematiikkakuvan muodostumisessa. Kuten jo Shoenfeld (1985) tutkimuksissaan kuvasi, myös Pietilän (2002) mukaan matematiikkakuvan muodostuminen perustuu yksilön matematiikkakokemuksiin. Väitöskirjassaan Pietilä tutki luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvaa matematiikkakokemusten muodostamana. Malli koostuu yksilön subjektiivisesta tiedosta ja tunteista, joiden muodostamana myös tutkijan, luokanopettajaopiskelijan, matematiikkakuvan rakentumista voitiin tarkastella.



KUVIO 2 Matematiikkakuvaan liittyvät osa-alueet (Pietilän (2002) mallia mukaillen)

Pietilä määrittelee (2002, 23) matematiikkakuvan muodostuvan yksilön subjektiivisesta tiedosta ja tunteista, joihin liittyvät hänen asenteensa, uskomuksensa ja käsityksensä matematiikasta (kuvio 2). Kuten Pehkosen määritelmässä matematiikkakuvaan liittyvät uskomukset eivät ole erillisiä ei myöskään Pietilän mallin matematiikkakuvan osa-alueita voida yksiselitteisesti jakaa eri osa-alueisiin, vaan käytännössä ne lomittuvat yhtenäiseksi kokonaisuudeksi (kuvio 3).



KUVIO 3 Matematiikkakuvaan liittyvien osa-alueiden väliset suhteet (Pietilän (2002) mallia mukaillen)

Koska matematiikkakuvaan liittyvillä käsitteillä ei ole yhteisesti hyväksyttäviä määritelmiä, vaikeuttaa se niiden välisten suhteiden hahmottamista (Pietilä 2002, 20). Pietilä (2002) pyrkii mallissaan (kuvio 3) hahmottamaan tiedon, uskomusten, käsitysten, asenteiden ja tunteiden välisiä suhteita.

Tieto

Klassisen määritelmän mukaan: ”*tieto on varmana pidetty uskomus*” eli kaikki tieto (myös tieteellinen) perustuu uskomuksiin. Oppilaiden alhaista suoriutumista matematiikassa on selitetty opettajan matemaattisen tiedon puutteella. Valtaosa matematiikan kouluttajista kuitenkin liittävät menestyvään opetukseen muitakin tekijöitä, kuten pedagogista asiantuntemusta ja tietämystä oppilaiden matemaattisista kognitioista (Pehkonen 1998, 49, 51–52).

Pietilän mukaan (2002) tieto voidaan jakaa objektiiviseen (yleisesti hyväksyttyyn) ja subjektiiviseen (mitä yksilö pitää totena) tietoon. Tunteet ja tieto ovat osittain päällekkäiset ja voidaan ajatella oppilaalla/opiskelijalla olevan tietoa tunteesta. Toisaalta tieto voi saada aikaan erilaisia tunteita. Oppilas voi esimerkiksi kokea epävarmuutta, jos hänen tietonsa siitä, että jakaminen tekee aina luvun pienemmäksi, ei toimikaan kaikissa tapauksissa. (Pietilä 2002, 20.)

Uskomukset ja asenteet

Uskomukset ja asenteet ovat yksilön toimintaan (osittain päällekkäisiä) vaikuttavia henkilökohtaisia näkemyksiä, joille ei välttämättä löydy perusteluita objektiivisessa tarkastelussa. Uskomuksiin liittyy enemmän tietoa ja asenteisiin enemmän tunnetta. Uskomukset rakentuvat yksilön henkilökohtaisista kokemuksista, joiden perustelut ovat hänen itsensä, yleensä tiedostamattomasti määrittelemiä. Uskomuksia, jotka yksilö tiedostaa voidaan kutsua käsityksiksi. (Pietilä 2002, 22.)

Kaasila, Laine ja Pehkonen (2004, 398) ymmärtävät uskomukset yksilön subjektiivisina, kokemukseen perustuvana usein implisiittisenä tietona ja tuntemuksena jostakin asiasta tai asiantilasta. Matematiikkaan liittyviä uskomuksia ovat esimerkiksi seuraavat uskomukset, jotka itsekin tunnistan entisestä matematiikkakuvastani: ’matematiikka on laskemista’, ’matematiikkaa tarvitaan käytännön elämässä’ ja ’matematiikkaa opitaan ulkoa opettelemalla sääntöjä’ (ks. esim. Schoenfeld 1985).

Asenteet ovat affektiivisia reaktioita, jotka sisältävät kohtalaisen negatiivisia tai positiivisia tunteita (MacLeod 1992, 581). Subjektiivinen tieto ja uskomukset sisältyvät osiin asenteista. Asenteet ovat syntyneet siten, että yksilö on arvioinut oman epäonnistumisen tai onnistumisen syitä omien uskomusten perusteella (esim. ’olen matemaattisesti lahjaton’) ja tehnyt päätöksen omasta osaamisestaan. (Pietilä 2002, 23.)

Tunteet

Yksilön tulkinnat tilanteesta houkuttelevat esiin tunteita. Ne ovat intensiivisiä, suhteellisin nopeasti ilmeneviä ja katoavia positiivisia tai negatiivisia tuntemuksia, jotka voivat vaihdella huomattavasti oppilaiden ja tilanteiden mukaan (Malmivuori 2001, 87–88). Matematiikkaan liittyviä negatiivisia tunteita ovat esimerkiksi pelko, suuttumus, kauhu tai jopa paniikki, kun oppilas ei osaa ratkaista matemaattista ongelmaa. Positiivisia tunteita virittyy esimerkiksi ahaa-elämyksestä ongelman ratketessa ja pidempikestoisia positiivisia tuntemuksia kuten iloa ja tyytyväisyyttä syntyy haastavan tehtävän suorittamisen jälkeen. (Pietilä 2002, 21.)

Matematiikkakuvan kaksi komponenttia

Pietilä jakaa (2002, 23) matematiikkakuvan edellä mainittujen osa-alueiden lisäksi kahteen komponenttiin: 1) kuvaan itsestä matematiikan oppijana ja opettajana ja 2) kuvaan matematiikasta ja sen opettamisesta. Kaasilan ym. (2004, 399) mukaan edellinen komponentti on etupäässä affektiivinen (arvioiva), kun taas jälkimmäinen komponentti on voittopuolisesti kognitiivinen (rakenteellinen).

Komponentit rakentuvat tiedosta, tunteesta, uskomuksista, käsityksistä ja asenteista. Kuva itsestä matematiikan oppijana ja opettajana sisältää a) matematiikkaan liittyvät tavoitteet ja motiivit, käsityksen matematiikan käyttökelpoisuudesta kokijalle itselleen, b) tunteet matematiikkaa kohtaan, matematiikasta pitämisen tai ei-pitämisen ja siihen liittyvät syyt ja c) arvion omista kyvyistä matematiikan opiskelussa, heikot ja vahvat osa-alueet matematiikassa, onnistumisen tai epäonnistumisen syyt (ks. myös Weiner 1986; Raymond & Santos 1995; 62). Kuva matematiikasta ja sen opettamisesta ja oppimisesta sisältää käsitykset siitä a) mitä ja minkälaista matematiikka on, b) miten matematiikkaa opitaan ja c) miten matematiikkaa opetetaan. (Pietilä 2002, 24.)

2.1.2 Luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuva ennen ja jälkeen matematiikan aineopintojen

Pietilä toteaa (2002) Hilliin (2000) nojaten usein käyvän niin, että saamastaan koulutuksesta huolimatta opettajat palaavat opetuksessaan omalta kouluajalta tuttuihin menetelmiin (ks. myös Hihnala 2005, 35). Tietoisuus käytettyjen menetelmien luonteesta lisääntyy reflektoimalla: millaisia kysymyksiä opettaja esittää ja millainen on koko luokan vuorovaikutuksen rakenne sekä vastaavatko ne opettajan matematiikkakuvaa (TAULUKKO 1). Tutkimuksen tavoite oli lisätä opettajaopiskelijan tietoisuutta matematiikkakuvan ilmenemisestä opetuksessa. Lisäksi tutkimuksen tavoite oli saada varmuutta omista ajatuksista, jotta opettajaopiskelija vastaisuudessa osaisi tarkastella käyttämiään menetelmiä sekä niiden tarkoituksenmukaisuutta opetuksen tavoitteiden suhteen.

Opettajaopiskelijan omat kokemukset

Lukion loppuvaiheessa opettajaopiskelija tarkasteli eri näkökulmista eräitä asioita kouluopetuksessa. Yksi niistä oli matematiikan opetusmetodi, joka ei tarjonnut työkaluja opiskeltavan tiedon soveltamiseen. Lukion matematiikan kurssit etenivät samalla tavalla: lähes poikkeuksetta toistettiin samaa opettajan tunnin alussa esittelemää kaavaa, jolla mekaanisesti laskettiin oppikirjan aukeaman tehtävät. Kokeeseen opeteltava alue oli riittävän lyhyt kaavojen mekaaniseen toistamiseen jakson päättävässä kokeessa. Tämä on omiaan vahvistamaan käsitystä, että matematiikka on suoritustapa (ks. Malaty 2009). Strategia ei vastannut ylioppilaskokeisiin harjoittelua. Ylioppilaskokeessa luokanopettajaopiskelija koki olleen vaikeaa tietää, mitä kaavaa milloinkin tulisi käyttää. Joutsenlahti (2003b) painottaa kielentämisen merkitystä vedoten ylioppilastutkintolautakunnan puheenjohtaja A. Lahtisen toistuvasti esittämään huoleen opiskelijoiden puutteellisista argumentointitaidoista (esim. Dimensio 6/99). Myös kansainvälisen yhteistyön tekijät painottavat ongelmanratkaisun ja perustelujen merkitystä opetuksessa (OECD 2004). Tätä vasten on mielenkiintoista tarkastella, mitkä tekijät mahdollisesti selittävät suomalaisten oppilaiden menestystä kansainvälisessä vertailussa (ks. mm. Välijärvi, Kupari, Linnankylä, Reinikainen, Sulkunen, Törnroos & Arffman 2003). Kenties laskenta-aspektia painottava matematiikan opetus Suomessa varmistaa jokaisen oppilaan suorituskyvyn ja mahdollistaa heikoimman oppilasryhmän muita maita paremmat tulokset.

Puutteellinen argumentointitaito saattaa mahdollisesti juontua tunneilla tehtävistä niukoista ja täsmällisistä ilmaisuista tehtävien ratkaisuissa. Läheskään aina oppilaat eivät selitä omia ratkaisujaan muille, jolloin esitettävistä ratkaisuista puuttuu omaa ratkaisua kuvaava kieli, jolla oppilas voisi jäsentää ratkaisunsa muille ja itselleen. (Joutsenlahti 2003a, 2003b.) Näin ollen ratkaisu jää pinnalliseksi ja mahdollisesti oppilas ei ymmärrä, miten siihen päädyttiin. Luokanopettajaopiskelijan kokemuksen mukaan matematiikan tehtävien ratkaisukieli oli ala-asteelta lähtien niukkaa ja täsmällistä.

Matematiikkakuva ennen ja jälkeen matematiikan aineopintojen

Koska matematiikka (tieteenä) on osoittautunut mahdottomaksi asiaksi määritellä tyydyttävällä tavalla (Tossavainen 2005, 33), ei ole yksiselitteistä määritellä oppimisteoreettista käsitettä: matematiikkakuvaa. Matematiikkakuvan selkiyttämisen tukena tässä tutkimuksessa käytettiin matematiikan eri aspekteja, joiden kautta matematiikan oppimista voidaan lähestyä. Grigutschin yms. (1995) sekä Pehkosen (1995) mukaan on olemassa neljä aspektia: laskenta-aspekti, jossa matematiikka nähdään lähinnä laskennoksi; systeemiaspekti, jossa merkitys löytyy todistuksista; prosessiaspekti, jossa merkitys seuraa suoraan kehityksestä ja sovellettavuusaspekti, jossa matematiikalla on merkitystä sen sovellettavuuden takia (vrt. myös Törner & Grigutch 1994; Kupari 1999). Taulukkoon 1 on koottu Pietilän (2002, 24) jakamien kahden komponentin mukaan, opettajaopiskelijan matematiikkakuva ennen ja jälkeen matematiikan aineopintojen.

TAULUKKO 1 Opettajaopiskelijan matematiikkakuva ennen ja jälkeen matematiikan aineopintoja

	Opettajaopiskelijan matematiikkakuva ennen matematiikan aineopintoja (60 op.)	Opettajaopiskelijan matematiikkakuva matematiikan aineopintojen (60 op.) jälkeen
1. kuva itsestä matematiikan oppijana ja opettajana	Oppijana luokanopettajaopiskelija oli hieman tylsistynyt, tunnollinen suorittaja	Opettajaopiskelija on innokas etsimään uusia näkökulmia matematiikan maailmasta ja tarkastelemaan matematiikan oppimista eri aspekteista käsin
a) matematiikkaan liittyvät tavoitteet ja motiivit	Tavoitteena oli saada tehtävät valmiiksi ja suoriutua hyvin arvosanoin kokeesta	Oivaltaa ja ymmärtää matematiikan oppimista kaikista sen eri aspekteista käsin
b) tunteet matematiikkaa kohtaan	Matematiikka oli tylsää saman algoritmin tai kaavan toistamista. Toisaalta matematiikka oli kivaa, koska opettajaopiskelija koki osaavansa laskea	Eräänlainen tuska, koska matematiikkaa on haasteellista opettaa matematiikkakuvassa tapahtuneiden muutosten mukaisesti. Toisaalta ilo siitä, että ovi matematiikan maailmaan on raollaan
c) arvio omista kyvyistä matematiikan opiskelussa	Samaa algoritmia tai kaavaa toistamalla suoriutui tehtävistä ja sai hyviä arvosanoja matematiikasta	Epävarmuus omista kyvyistä johtavat epävarmuuteen opettamisen osaamisesta toisaalta varmuus siitä, ettei kaikkea voi täysin koskaan osata tekee opettamisen mielenkiintoiseksi
2. kuva matematiikasta ja sen opettamisesta	Matematiikka oli laskemista ja suorittamista sekä oppikirjan tehtävien tekemistä (ks. laskenta-aspekti)	Matematiikkaa on kaikkialla. Opettaminen on mielenkiintoista ja haastavaa (sis. kaikki eri oppimisen aspektit)
a) miten matematiikkaa opitaan	Matematiikkaa opittiin laskemalla ja mekaanisesti samaa kaavaa toistaen	Laskemisen lisäksi matematiikkaa opitaan aktiivisesti toimimalla ja keskustelemalla erilaisista ratkaisutavoista sekä perustelemalla päätelmiä
b) miten matematiikkaa opetetaan	Matematiikkaa opittiin opettajan esityksen ja kyselyn kautta. Opettajan esittämää algoritmia toistettiin oppikirjan laskutehtävissä	Käyttäen monipuolisesti erilaisia työtapoja, joissa oppijalla on aktiivinen rooli

Opettajaopiskelija oli kiltti laskija, jolle matematiikka oli tehtävien tekemistä ja algoritmista toistamista. Algoritminen toistaminen ei vaadi yhtä korkeatasoista ajattelua kuin ei-algoritminen (ks. myös Brodie 2008, 35). Algoritmien toistaminen teki matematiikasta aika helppoa, mutta tunteet matematiikkaa kohtaan olivat sekä kielteiset että myönteiset. Kielteisiä tunteita herätti kaavamaisuus ja myönteisiä tunteita pärjääminen. Matematiikan, sen oppimisen ja opettamisen subjektiivisen voi sanoa voittopuolisesti olleen passiivista tiedon vastaanottamista ja oppikirjasta laskemista aukeama aukeamalta edeten. Toisin sanoen se oli laskenta-aspektin mukaista. Oppiminen oli pintasuuntautunutta, ulkoa ohjautuvaa opettelua.

Matematiikkaan ei kuulunut oppilaiden keskinäinen keskustelu matematiikasta, vaan puhetta johti opettaja esittävällä opetuksellaan ja kysymyksillään. Alusta alkaen opittiin kalastamaan oikeita opettajan haluamia vastauksia. Lukiossa tehtäviä yhdessä vertaisten kanssa laskiessa opettajaopiskelija alkoi oivaltaa samalla tehtävällä voivan olla enemmän kuin yksi oikea ratkaisutapa. Siihen mennessä erilaisista ratkaisustrategioista ja ratkaisuvaihtoehdoista ei puhuttu: painotettiin yhtä oikeaa tapaa ratkaista. Lukiossa tehtävien yhdessä tekemisestä oli hyötyä ja merkittävimmät oppimiskokemukset syntyivät kokemuksista: ”Ai sää ajattelet noin, niin voihan sen niinkin ajatella.”.

Keskustellessa vertaisen kanssa käsitykset vastausstrategioista laajenivat. Kuitenkin vasta yliopistossa matematiikan historian kurssilla syntyi aavistus siitä, mitä kaikkea matematiikka todellisuudessa on. Aiemmin yliopisto-opintojen viitoittamana opiskelija tutustui matematiikan oppimiseen systeemiaspektin ja prosessiaspektin kautta. Sovellettavuusaspekti jäi pinnalliseksi johtuen teoriapainotteisista tehtävistä ja opiskelijan vajavaisista opiskelustrategioista. Fysiikkaa opiskelevat kurssitoverit näyttivät ymmärtävän tehtävät niiden fysiikan ilmiöissä sovellettavuuden kannalta. Yliopisto-opintojen loppuvaiheessa luokanopettajaopiskelijan silmät raottuivat: matematiikkaahan on kaikkialla (ks. esim. Pappas 2001). Samalla harmitti; miksi hän ei ollut ymmärtänyt sitä aiemmin?

Opintojen aikana opetusharjoitteluissa ja vähäisiä sijaisuuksia tehdessä pidetyillä matematiikan tunneilla opettajaopiskelijasta tuntui, ettei oma matematiikkakuva näkynyt opetuksessa. Tuntui, että yliopisto-opiskelujen aikana kuva siitä, mitä matematiikka on, muuttui olennaisesti, mutta ei siirtynyt matematiikan opettamiseen. Matematiikka tuntui olevan muutakin kuin mekaanista suorittamista, mutta työkalut muunlaisen opetuksen toteuttamiseen puuttuivat.

Aineenhallinta ja suoritetut matematiikan opinnot eivät näyttäneet siirtyvän opetukseen (ks. myös Cooney 1999). Opettajaopiskelijan oivallus syntyi tuntiessa eräänlaista epämääräistä tuskaa hänen pitäessään matematiikan tunteja ennen syksyn 2009 opetusharjoittelua. Tunnit tuntuivat valuvan hukkaan. Tuntui, että opetus ei sisältänyt sitä, millä saisi matematiikan eri ulottuvuuksia esiin. Arkielämä on pullollaan matemaattisia ongelmia, mutta opettajaopiskelijan kokemuksen mukaan koulumatematiikka ei juuri korosta ja luo yhteyksiä koulun ulkopuolelle tai ulotu oppijan omakohtaisiin kokemuksiin. Opettajalla on harvoin mahdollisuuksia viettää aikaa oppilaiden kanssa koulun ulkopuolella, mutta esimerkiksi erilaiset retket voidaan suunnitella siten, että niillä otetaan huomioon matematiikka ja sen oppiminen. Lisäksi eräs kanava, joka auttaisi rikkomaan koulumatematiikan rajoittuneisuutta, on oppiainerajojen rikkominen ja oppiaineiden integrointi. Tutkimusaineistossa on mukana yksi oppitunti käsityönjaksolta, johon on integroitu matematiikkaa.

Opettajaopiskelija asetti syksyn 2009 opetusharjoittelun tavoitteeksi opettaa matematiikkaa muuttuneen matematiikkakuvan mukaisesti. Matematiikka on muutakin kuin saman kaavan mekaanista toistoa. Oivaltaessaan tämän opettajaopiskelija alkoi pitää matematiikasta itsestään. Toinen tavoite oli lisätä varmuutta omien ajatusten oikeellisuudesta. Pietilä huomauttaa (2002) olevan mahdollista, että muut opettajat yrittävät palauttaa uuden opettajan maanpinnalle kertomalla, miten oppilaat oikeasti oppivat. On myös mahdollista, että oppilaat ja vanhemmat yrittävät taivuttaa opettajan opettamaan heidän uskomustensa mukaisesti. Varmuus omien ajatusten oikeellisuudesta auttaa opettajaa yrittämään ja pysymään kannassaan mahdollisista haasteista huolimatta.

Matematiikan opetuksen uudistunut suuntaus

Luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvan toisen komponentin: miten matematiikkaa opetetaan, voidaan todeta muuttuneen kohti uudistettua (*reform*) matematiikan opettamiskäytäntöä. Monet tutkijat ovat todenneet opettajien ympäri maailman taistelevan muuttaakseen käytäntöään kohti uudistunutta opetusta (Broadie, Lelliot & Davis 2002; Hayes, Mills, Christie & Lingard 2006; Kitchen, DePree, Celedon-Pattichis, & Brinkerhoff 2007; Sugrue 1997; Tabulawa 1998; Tatto 1999).

Perinteiseen (*traditional*) matematiikan pedagogiikkaan kuuluu, että opettaja on jakanut vastaukset kahteen kategoriaan: ”oikeisiin” ja ”vääriin” (Broadie 2008, 38; ks. myös Dillon 1990, 13). Opettaja vahvistaa oikean vastauksen ja arvioi kielteisesti väärän vastauksen (Boaler 1997; Davis 1997; Dillon 1990). Näin ollen opettaja tarttuu vääriin vastauksiin tuottaakseen oikeita vastauksia mieluummin kuin toisi esiin, miksi vastaukset ovat vääriä sekä miksi oppilaat saattavat tehdä virheitä. Tällöin on mahdollista, että oikea vastaus peittää alleen väärinymmärryksen: oppilaan ajattelutavassa on Nesherin (1987) mukaan aina virheen mahdollisuus, tai niin kuin Bauersfeld (1988) huomauttaa oppilaat vastaavat vain, mitä ajattelevat opettajan haluavan kuulla (Broadie 2008, 38–39).

Uudistetun matematiikan opetussuunnan mukaan luokissa esiintyvän perinteisen menettelytavan lisäksi oppilaiden tulee esittää perusteluja ratkaisuilleen ja siten kehittää käsitteellistämistä ja ymmärtämistä (Ball & Bass 2003; Kilpatrick, Swafford & Findell 2001; Nathan & Knuth 2003). Oppilaiden perustelutaitojen kehittäminen edellyttää vuorovaikutusta, jossa oppilaat ja opettaja kommunikoivat sekä perustelevat matemaattisista ajatuksistaan keskenään (Broadie 2008). Perustelujen esittäminen on yhtenevä luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvan kanssa (ks. taulukko 1).

2.2 Kysymysten muodot ja funktiot

Tutkimuksessa tarkasteltiin luokkahuonekeskustelua luokittelemalla opettajan esittämät kysymykset. Useat tutkimukset osoittavat samankaltaisia tuloksia matematiikan oppitunneilla käytetyistä työtavoista. Tutkimusten mukaan on pääteltävissä, että kyselevä opetus ja yksilöllinen työskentely matematiikan oppitunneilla ovat yleismaailmallisia ilmiöitä. On tärkeää tiedostaa millaiseen vuorovaikutukseen ja ajatteluun kysymykset ohjaavat. (Tikkanen 2008, 261.)

Koulussa esitettävät kysymykset kuitenkin poikkeavat olennaisesti muista koulun ulkopuolella tapahtuvista tilanteista. Lähes poikkeuksetta opettajalla on ennalta odotetut vastaukset esittämiinsä kysymyksiin, ja usein oppilas tietää opettajan hakevan tätä yhtä oikeaa vastausta. (Dillon 1994; Hardman 2008; Wood 1992; Myhill & Dunkin 2005.) Tällöin oppilaiden energia kuluu näiden opettajan odottamien vastausten kalastamiseen ja vie huomion opetuksen tavoitteelta. Kysymysten esittämisen tärkeyttä ei tule aliarvioida (Sahin & Kulm 2008, 223).

Opettajan esittämiä kysymyksiä voidaan tarkastella luokittelemalla niitä. Luokittelumalleja onkin useita (ks. Daines 2001; Ahtee, Pehkonen, Krzywacki, Lavonen & Jauhiainen 2005; Sahin & Kulm 2008). Sekä luonnontieteen että matematiikan tutkimuksessa painotetaan kielellisen kommunikoinnin roolia opetuksessa (Ahtee ym. 2005). Kysymysten esittäminen on yksi keino rohkaista oppilasta puhumaan sekä muodostamaan matemaattisia ja luonnontieteellisiä käsitteitä.

Ahteen ym. mukaan (2005) kysymykset voidaan luokitella neljään eri luokkaan: 1) Kontrolloidut kysymykset testaavat opitun tiedon osaamista ja ne voivat olla alempitasoisia tietämiseen, selittämiseen ja soveltamiseen ohjaavia tai korkeampitasoisia analysointiin, syntetisointiin tai arviointiin ohjaavia. 2) Produktiiviset kysymykset suuntaavat oppilaan huomion ongelmaan, johon on tarkoitus löytää ratkaisu. Niihin vastaaminen voi edellyttää oppilaalta asioiden vertailua, päättelyä perusteluineen, apukuvioiden piirtämistä sekä pieniä kokeiluja. Kysymys voi herättää oppilaassa uusia kysymyksiä, joiden ohjaamana hän etsii ratkaisuja ongelmaan. 3) Käsitteelliseen muutokseen tähtäävät kysymykset tuottavat oppilailta vaihtoehtoisia käsityksiä, haastavat pohtimaan ja ratkaisemaan käsitystensä ristiriitaisuuksia ja soveltamaan tietojaan uusiin tilanteisiin. 4) Keskusteluun johtavat kysymykset ohjaavat matemaattisten merkitysten ja/tai riippuvuuksien etsimiseen, joiden avulla yhdistetään matemaattisia ideoita. Myös Daines (2001) luokittelee kysymykset neljään eri ryhmään opettajien esittämiä kysymyksiä käsittelevässä tutkimuksessaan. Ne ovat 1) kirjalliset (*literal*), 2) tulkinnalliset (*interpretive*), 3) soveltavat (*application*) ja 4) affektiiviset (*affective*) kysymykset. Sahin ja Kulm (2008) taas jakavat tutkimuksessaan matematiikan opettajien esittämät kysymykset niiden tarkoituksen ja käytön mukaan kolmeen luokkaan: yleensä eniten esiintyviin 1) fakta (*factual*) kysymyksiin sekä perusteluita selventäviin 2) tiedustelu (*probing*) ja 3) ohjaaviin (*quiding*) kysymyksiin.

Myhillin (2006, 26–27) luokittelu opettajan luokassa esittämien kysymysten muodoista ja funktioista on kehitetty luonnontieteen opetuksen tutkimiseen (Jones, Myhill & Hopper 2005). Tähän tutkimukseen valittiin Myhillin luokittelu, sillä Saksola ja Tolonen (2009) ovat tutkimuksessaan todenneet luokittelun sopivan myös historian tunnilla esiintyvien opettajan esittämien kysymysten luokitteluun. Tämä tutkimus osoitti sen sopivan myös matematiikan tuntien aikana esitettyjen kysymysten luokitteluun. Tutkimusaineiston kysymykset olivat luokiteltavissa Myhillin (2006) mallin mukaisesti, ja se toimi yhtenä näkökulmana tuntien aikana esitettyjen kysymysten tarkastelussa. Luokittelu huomioi paitsi kysymyksen muodon myös sen funktion ja tarjosi näin tarkemman kuvan kysymyksen tarkoituksesta. Tällöin ei ollut välttämätöntä haastatella kysymyksiä esittänyttä opettaa niiden esittämistarkoituksesta (vrt. esim. Sahin & Kulm 2008). Koska tässä tutkimuksessa tutkija ja opettaja olivat sama henkilö, ei haastattelu olisi ollut mahdollinen.

Kahden edellä mainitun kysymysten luokittelumallin tapaan Myhill jakaa (Jones ym. 2005; Myhill 2006) kysymykset neljään eri luokkaan: suljettuihin (*factual*), avoimiin (*open*), prosessi (*process*) sekä tunnin järjestykseen ja organisointiin liittyviin hallinta (*procedural*) kysymyksiin. Suljetut kysymykset, joihin on olemassa yksi opettajan ennalta tietämä ja hakema vastaus, eivät vaadi oppilaalta korkeatasoista ajattelua (Myhill & Brackley 2004). Avoin kysymys on avain oppilaan ajatteluun ja kokemusmaailmaan. Se on haasteellisempi oppilaalle ja vaatii kognitiivisia toimintoja, ajattelua ja päättelyketjua. Avoimeen kysymykseen vastatessaan oppilas tuo esiin omia kokemuksiaan ja merkityksiään. Prosessikysymykset liittyvät oppilaiden ajattelun selittämiseen ja oppimisprosessiin (ks. myös tiedustelukysymykset (*probing*) Sahin & Kulm 2008, 224). Tunnin järjestystä ja organisointia koskevia kysymyksiä voisi myös kutsua toimintakysymyksiksi. Nimensä mukaisesti ne ohjaavat tunnin toiminnan kulkua. (Myhill 2006.)

Lisäksi kysymysten muotoryhmään lisättiin yksi luokka, sillä kuten Saksola ja Tolonen (2009) huomasivat omassa tutkimuksessaan: kaikki aineiston kysymykset eivät sopineet Myhillin luokittelumalliin. Tutkimuksessaan Saksola ja Tolonen lisäsivät luokitteluun ryhmän nimeltä *muut* kysymykset. Tähän luokkaan lisättiin sellaiset kysymykset, jotka eivät olleet selkeästi suljettuja tai avoimia. Tämän tutkimuksen aineistosta luokkaan sopi esimerkiksi kysymys: ”Kuinka moni kirjoitti siihen suora?”, johon oppilaat vastasivat viittaamalla. Kysymysluokkaan lisättiin myös tämän tutkimuksen tutkimusaineistossa olleet koulun järjestyssääntöjen rikkomiseen liittyvät kysymykset. Ne sijoitettiin luokkaan muut kysymykset, eikä esimerkiksi tunnin ylläpitoa ja järjestystä koskevaan toimintakysymysten luokkaan, koska ne eivät varsinaisesti liittyneet tunnin tavoitteeseen ja aiheeseen. Muut kysymykset luokkaan lisättiin myös kolmannella matematiikan tunnilla yhteisen harjoituksen aikana opettajan esittämät kysymykset, jossa pyydettiin vapaaehtoista oppilasta sijoittamaan kuvio taululla olevaan luokkainkluusioon (tasokuviot, monikulmiot, nelikulmiot ja neliöt). Taulukossa 2 esitellään kysymysten muotoluokat. Kaikki esimerkit on poimittu tutkimusaineistosta.

TAULUKKO 2 Kysymysten muodot (Myhill 2006; Saksola & Tolonen 2009)

Kysymyksen muoto	Kuvaus	Esimerkit
Suljettu	Kysymykset, joihin esittäjällä on ennalta tiedetty vastaus	Onko sillä kuviolla kolme kulmaa? Onko siellä kuvioita, joilla on kaksi kulmaa?
Avoin	Kysymykset, joiden esittäjällä ei ole ennalta tiedettyä vastausta ovat usein mielipiteitä, hypoteeseja tai ideoita	Miten mielestäsi voisit jakaa ne kahteen ryhmään?
Prosessi	Kysymykset, jotka edellyttävät vastaajaa esittämään perusteluita ajattelulleen	Miksi ei niitä ole täällä? (Kuvioita, joilla on yksi tai kaksi kulmaa.) Miksi ne ovat monikulmioita?
Toiminta	Kysymykset, jotka liittyvät oppitunnin järjestyksen ja organisoinnin ylläpitoon	Oppilas 8 näetkö kuvion? Huijasitko sinä?
Muut	Kysymykset, jotka eivät sovi muihin luokkiin, vastataan usein viittaamalla. Lisäksi tässä tutkimuksessa ne kysymykset, jotka liittyvät koulun sääntöjen noudattamiseen	Kuinka moni kirjoitti siihen suora? Missä olet ollut välitunnin aikana?

Toisin kuin usein ajatellaan, suljettu kysymys ei välttämättä ole yhtä kuin huono kysymys. Kysymyksen muoto ja funktio yhdessä kertovat paremmin kysymyksen toimivuudesta.

Suljettuja kysymyksiä olivat esimerkiksi seuraavat aineiston kolmannella matematiikan tunnilla opettajan esittämät kysymykset:

- Eilen kävimme jotakin läpi. Laitoimme puuhun muotoja. Minkä mukaan?
- Kuinka monta kulmaa tässä kuviossa on?
- No mitä eroa näillä kuvioilla on?

Kaikki edellä luetellut kysymykset hakevat yhtä ennalta tiedettyä vastausta. Funktioltaan ne ovat kuitenkin erilaisia. Ensin mainittu kysymys kertaa aiemmin opittua, toiseksi mainittu taas tavoittelee faktaa viimeisenä esitetyn pyrkiessä kehittämään ymmärrystä.

Myhill jakaa (2006, 26) kysymyksen funktiot yhteentoista eri luokkaan: luokan hallinta (*class management*), faktojen esille tuonti (*factual elicitation*), vihjeiden anto (*cued elicitation*), harjoittelu (*practising skills*), sisällön kokoaminen (*building on content*), ajattelun rakentaminen (*building on thinking*), kertaus (*recapping*), aikaisemman tiedon selvittäminen (*checking prior knowledge*), sanaston kehittäminen (*developing vocabulary*), ymmärryksen selvittäminen (*checking understanding*) ja oppilaan reflektion kehittäminen (*developing reflection*). Tässä tutkimuksessa lisättiin kaksi ylimääräistä luokkaa kysymysten funktioryhmään, koska Saksolan ja Tolosen tapaan (2009) osa aineiston kysymyksistä sopi paremmin näihin kahteen lisättyyn luokkaan. Lisätyt kysymysten funktiot ovat *aktivointi* ja *pumppaus* (Saksola & Tolonen 2009).

Saksolan ja Tolosen (2009) tutkimuksessa kysymyksen funktioluokka aktivointi sisältää kysymykset, joihin oppilaat eivät useinkaan vastaa suullisesti. Luokkaan kuuluvat esimerkiksi kysymykset; ”Mitäs Elias sanot?” ja ”Muistatteko vielä atomin?”. Tämän tutkimuksen aineistosta sijoitettiin kyseiseen luokkaan mm. seuraava kysymys; ”Näetkö näissä kuvioissa kulmia? Käsi ylös, jos näet?”. Kysymyksen funktioluokkaan pumppaus luokiteltiin kysymykset, jotka nimensä mukaisesti pumppasivat oppilaalta lisätietoja esimerkiksi: ”Ja mitä muuta?”. Taulukossa 3 on esitelty kysymysten funktiot, kuvaukset ja esimerkit.

TAULUKKO 3 Kysymysten funktiot (Myhill 2006; Saksola & Tolonen 2009)

Kysymyksen funktio	Kuvaus	Esimerkit
Hallinta	Liittyy tunnin organisointiin ja järjestyksen ylläpitoon	Näettekö kaikki sen kuvion tuolla taululla?
Fakta	Tavoitellaan opettajan ennalta tietämää vastausta	Mikä meillä tässä on?
Vihje	Johdattaa oppilas vastaukseen	Entä se missä sun kirja on?
Sisällön kokoaminen	Tehdä yhteenveto oppitunnin aiheesta	(Ei esiintynyt aineistossa.)
Ajattelun rakentuminen	Edellyttää oppilailta käsitteellistä ajattelua, johdattelee aiheessa eteenpäin	Mitä me tarvitsemme? Miksi olen laittanut sinne näin?
Kertaus	Kerrata asia, joka on käyty läpi	Eilen kävimme jotakin läpi. Laitoimme puuhun muotoja. Minkä mukaan?
Harjoittelu	Edellyttää oppilasta harjoittelemaan strategiaa tai taitoa	Miten saat neliöstä piirrettyä hyvin neliön?
Aikaisempi tieto	Selvittää, mitkä ovat oppilaiden ennakkokäsitykset	Mitä eroa huomaat näissä kuvioissa? Mihin sinä laittaisit tämän muodon?
Sanaston harjoittelu	Testata oppilaiden käsitteellistä taidon hallintaa	Mitä tässä on viisi?
Ymmärryksen kehittyminen	Laajentaa ymmärtämistä ja tarkistaa, mitä on opittu	Miksi se ei mennyt oikein?
Reflektion kehittyminen	Edellyttää oppilasta pohtimaan, millaisia strategioita hän käyttää	(Ei esiintynyt aineistossa.)
Aktivointi	Aktivoida oppilas osallistumaan tunnin kulkuun	Kuinka moni kirjoitti siihen suora?
Pumppaus	Kerätä lisää tietoja, huomioita ja ajatuksia	Ja mitä muuta?

Kaikkia kysymysten funktioluokkia ei esiintynyt tutkimuksen aineistossa. Funktioluokat *reflektion kehittyminen* ja *sisällön kokoaminen* eivät esiintyneet tutkimuksen aineistossa. Kolmannella tunnilla esitetty kysymys: ”Ja miksi vertaat sitä tuohon kuvioon, millä alueella se sijaitsee?” voitaisiin sijoittaa luokkaan *reflektion kehittäminen*, sillä kysymys laittaa oppilaan verbalisoimaan käyttämäänsä strategiaa. Kysymys sijoitettiin kuitenkin luokkaan ymmärryksen kehittyminen, sillä kontekstin huomioiden tavoite oli selkeämmin esittää perusteluita ja selvittää opittua kuin tuoda esiin oppilaan käyttämää strategiaa. Funktioluokat *reflektion kehittäminen* ja *sisällön kokoaminen* pidetään mukana tutkimuksen aineiston analyysissa, koska näiden kysymysten funktioluokkien puuttuminen tutkimusaineistosta sisältyi tutkimustuloksiin.

Kysymysten muodoista ja funktioista on lisää luvussa 5 Tutkimuksen tulokset ja johtopäätökset, jossa on taulukoituna kunkin tunnin aikana opettajan esittämien kysymysten muotojen ja funktioiden esiintymisprosentit sekä lukumäärät. Yksityiskohtaisesti kysymykset ovat luokiteltuina liitteissä (ks. Liite 1–4). Lukuun ottamatta matematiikkapainotteista käsityöntuntia, jolla ei esiintynyt yhtään toimintakysymystä, jokaisella aineiston tunnilla esiintyivät kaikki kysymysten viisi eri muotoa. Yhdelläkään tunnilla ei esiintynyt kaikkia kolmeatoista eri kysymyksen funktioluokkaa. Kolmannella matematiikan tunnilla esiintyivät kaikki tutkimusaineistossa esiintyneet yksitoista kysymyksen funktioluokkaa.

Kysymyksiksi ei luokiteltu kaikkia retorisia kysymyksiä, jotka eivät edellyttäneet puhuttua vastausta. Tutkimusaineisto sisälsi seuraavia esimerkkejä retorisista kysymyksistä, joita ei luokiteltu kysymyksiksi: ”Mitä jos rakennetaan se tuonne, missä on enemmän tilaa?”, ”Etsittekö pulpetistanne punakantiset matematiikan kirjat?” ja ”Saanko näyttää?”. Nämä kysymykset olivat tarkoitettu enemmän ilmauksiksi ja oppilaat noudattivat niitä mitään varsinaisesti vastaamatta. Lisäksi niitä kysymyksiä, joissa etsittiin vapaaehtoista oppilasta harjoitukseen toisella matematiikan tunnilla, ei luokiteltu kysymyksiksi.

2.3 Luokkahuonekeskustelu ja vuorovaikutuksen rakenne

Puheen merkitys oppimisen keskiössä tunnistettiin vuosisatoja sitten. Eräs tunnettu esimerkki on filosofi Sokrateksen kysely, jolla hän johdatti oppilaansa Menonin Pythagoran lauseen todistukseen. Valitettavasti tätä antiikin aikana käytettyä kysymällä oppimisen tekniikkaa, jossa oppijaa opetetaan esittämään kysymyksiä tietoa saadakseen, harvoin käytetään koulussa. Oppilaan tehtävä on ainoastaan vastata kysymyksiin. Tämä näyttää toistuvan kaikkialla maailmassa. (Dillon 1990, 7). Siinä missä opetukseen 1960- ja 1970-luvulla vaikutti Piagetin ajatus lapsesta ’yksinäisenä tiedemiehenä’, jonka kognitiivinen ajattelu kehittyy materiaalien stimuloimana, 1980-luvulla keskiöön nousi Vygotskyn sosiokulttuurinen näkemys, jonka mukaan lapsen kognitiivinen kehitys vaatii välittäjäkseen kielen ja sosiaalisen vuorovaikutuksen (Alexander 2006, 10–11). Teoksessaan ’Thought and Language’ (1986) Vygotsky esitti kielen merkityksen kommunikoinnin välineenä tukevan oppimista. Sosiaalinen vuorovaikutus (*intermental*) muokkaa lasten mielen sisäisiä (*intramental*) toimintoja.

Tossavaisen (2005, 34) mukaan monien tutkimusten tulokset viittaavat esim. matemaattisten todistamisen taitojen ja matematiikan kielellisten piirteiden (kieliaspekti) tunnistamisen olevan yhteydessä toisiinsa. Jos matematiikka pakotetaan yksidimensioiselle asteikolle, toiseksi ääripääksi pitänee asettaa näkemys, jonka mukaan matematiikka on elävään ja kehittyvään kulttuuriin liittyvä kieli. Tämän näkemyksen mukaan matematiikka on olemassa eli esimerkiksi matemaattisella tekstillä tai puheella on merkitystä vain silloin, kun on olemassa yksilöitä, jotka osallistuvat (tai ainakin voivat osallistua) puheen tai tekstin välittämään kommunikaatiotapahtumaan. (Tossavainen 2005, 34.)

Siitä huolimatta, että keskusteleva opetustyyli tukee oppijan oman matemaattisen kielitaidon kehittymistä, ei tämän opetusmuodon mahdollisuuksia ole läheskään aina osattu hyödyntää opetuksessa. (Tossavainen 2005, 35.) Korhonen ja Päivärinta (2005) yllättyivät, miten vähän opetuskeskustelua on tutkittu. Mahdollisesti opettajien käsitykset opetuskeskustelusta ovat hyvin kirjavia. Saattaa olla, että opetuskeskusteluksi usein nimetään opettajan kysely, jolla opettaja pyrkii ohjaamaan oppilaan kohti oikeata vastausta. Sosiokonstruktivistinen teoria on haastanut ns. tiedonsiirto (*transmissional*) opetuksen, jossa tieto esitetään suljettuna, auktoritatiivisena ja muuttumattomana sen sijaan, että se olisi avoin keskustelulle ja tulkinnoille. Tälle näkemykselle varhaiset dialogin teoreetikot Barnes, Britton ja Rosen (1969) pohjustivat kritiikkinsä, jossa he näkivät opettajien käyttävän ylivoimaisesti eniten tietoa siirtävää opetuksen mallia.

Opettajien on syytä pitää mielessä, että luokkahuoneet ovat usein paikkoja, joissa opettajat puhuvat enemmän kuin oppilaat ja missä avoimina kysymyksinä pidetyt kysymykset ovat todellisuudessa lähes suljettuja. Silloin lapsi käyttää kaiken energiansa kalastaakseen yhden oikean vastauksen ja keskustelun tasa-arvoisuus kyseenalaistuu. (Alexander 2006). Kaiken kaikkiaan 1900-luvun tutkimuksen keskiössä on ollut opettajan puheella luoma ja ylläpitämä valta, sekä miten se vaikuttaa oppimiseen (Myhill & Dunkin 2005, 415; Edwards & Westgate 1994). Myös opetuksen ja oppimisen tutkijat sekä opetusharjoitteluiden ohjaajat Viiri ja Saari (2004) ovat huomanneet, että monipuolisen puheviestinnän hallitseminen on vaativa taito. Sen kehittyminen vaatii runsaasti aikaa.

Luokassa tapahtuvalle puheelle on ominaista opettaja-oppilas-opettaja- ketju, jossa ekspertin roolin ottanut opettaja ohjaa puhetta haluamaansa suuntaan. Tätä vastoin Skidmore (2000) painottaa enemmän vastavuoroisen luokkahuonedialogin merkitystä, jossa oppilasta rohkaistaan ottamaan erilaisia kuuntelijan ja puhujan rooleja sekä tuomaan esiin omia käsityksiään, joiden kautta tietoa voidaan muodostaa. Tässä tutkimuksessa oltiin kiinnostuneita luokkahuoneessa tapahtuvasta puheesta, joka sisälsi opettajan ja oppilaiden välisen keskustelun sekä opettajan koko luokalle tarkoitetut esitykset. Yksinkertainen dialogin muoto on tapahtuma, jossa opettaja kysyy suljetun kysymyksen ja oppilas vastaa oikean tai väärän vastauksen, jonka opettaja lopuksi vahvistaa tai korjaa (ks. luku 2.3.1). Tässä tutkimuksessa dialogi jaettiin auktoritatiiviseen ja dialogiseen vuorovaikutukseen (ks. luku 2.3.2).

2.3.1 I-R-E/F- ketju

Tutkimuksessa vuorovaikutuksen rakennetta lähestyttiin käyttämällä kansainvälisesti tunnettua I-R-F-rakennetta. Lemken (1990) kolmiosaiseksi dialogiksi nimittämää vuorovaikutuksen rakenneketjua kuvasivat ensimmäiseksi Sinclair ja Coulthard (1975) I-R-F -ketjuna. Ketjun ensimmäistä vaihetta kuvaa I-kirjain, joka viittaa (yleensä) opettajan tekemään aloitteeseen (*initiation*). R-kirjain vastaa (oppilaan) vastausta (*response*) ja F-kirjain arvioivaa palautetta (f*eedback*). Mehan kuvasi (1979) sarjaa I-R-E -ketjuna viitaten sarjan päättyvän opettajan viimeistelyyn, jossa opettaja arvioi (e*valuation*) oppilaan vastauksen. Kumpikaan Sinclair ja Coulthard tai Mehan eivät arvioineet I-R-F- tai I-R-E- ketjun huonoutta tai hyvyyttä. Muut tutkijat ovat kommentoineet sillä voivan olla sekä myönteisiä että kielteisiä vaikutuksia oppimiseen. Myönteisten ja kielteisten seurauksien vaikutus oppimiselle riippuu ketjun päättävän (usein kolmas) vaiheen puheenvuorosta, joka vaikuttaa oppijan vastauksen syvällisyyteen ja laajuuteen. (Brodie 2008.)

Tutkijoiden mukaan opettajilla on tapana esittää kysymyksiä, joihin he odottavat yhtä ennalta tietämäänsä vastausta (Edwards & Mercer 1987) tai he ohjaavat (*funnel*) oppilaiden vastaukset kohti haluamaansa vastausta (Bauersfeld 1988). Wells toteaa (1999) opettajien olevan vaikea siirtyä pois tästä tavasta. Hän painottaa opettajan esittämän kolmannen vaiheen tarjoavan erilaisia funktioita. Jossakin tapauksessa sillä voi olla dominoiva ja arvioiva funktio, ja toisessa tilanteessa se tarjoaa mahdollisuuden laajentaa oppilaan vastausta painottaessaan vastauksen merkitystä tai luodessaan yhteyksiä muihin oppilaan kokemuksiin. Kolmivaiheisen dialogin huonous tai hyvyys riippuu tilanteen tavoitteesta ja kontekstista (Wells 1999). Painottaessaan vastauksen merkitystä ja luodessaan asiakokonaisuuksien välisiä yhteyksiä kolmas vaihe saa oppilaat tasavertaisempaan vuorovaikutukseen opettajan kanssa (Nassaji & Wells 2000).

Toisinaan vuorovaikutusketju jää avoimeksi I-R-I-R-I-R, jolloin ketjun päättävää viimeistä vaihetta (E, *evaluation/* F, f*eedback*) ei tapahdu. Vaihtoehtoisesti ketju voi sisältää kehotteen (P, p*rompt*) jatkaa esimerkiksi: ” Kerrotko vielä lisää…”. Ketjun päättyessä opettajan arviointiin ketju saa muodon I-R-P-R-P-R-F. Toisinaan opettajan aloittamaan aloitteeseen vastaa joku oppilas ja seuraavaksi toinen oppilas voi jatkaa ja vastata edellisen oppilaan vastauksen huomioiden. Tällöin ketju saa I-R_1-R_2-R_3–muodon, jossa kukin alaindeksi kuvaa eri oppilaan vastausta. Ketjun jatkuessa siten, että oppilaat jatkavat aina edellisen vastaukseen jotain lisäten tai kommentoiden ketju voi muodostua hyvinkin monimutkaiseksi, sillä viimeisen oppilaan vastaus ei välttämättä vastaa ollenkaan alkuperäiseen opettajan kysymykseen. (Scott ym. 2006) Tämä vuorovaikutuksen ketju kuvaa opetuskeskustelun ylemmillä tasoilla ilmenevän ketjun rakennetta. Oppilaiden keskuudessa syntyy vuorovaikutusketju, jossa opettaja ei johda oppilasta yhteen ennalta päättämäänsä ja odottamaansa vastaukseen (ks. myös luku 4.2).

Alexander toteaa (2000) I-R-F- ketjun esiintyvän yleisesti peruskoulun opetuksessa. Viiden maan vertailevassa tutkimuksessaan hän selvitti Ranskan ja Venäjän kouluissa opettajan useammin testaavan oppilaan vastausta, jolloin oppilas osallistuu aktiivisemmin kuin Englannin, Intian ja USA:n peruskouluissa tapahtuvissa luokkahuonekeskusteluissa. Ranskan ja Venäjän kouluja kuvastaa kollektiivisuus yksilökeskeisen oppimisen sijasta. (Alexander 2000.)

Kolmivaiheinen aloitus-vastaus-arviointi- ketju on hyvin yleinen yläkoulun luonnontieteen opetuksessa (Scott ym. 2006). Ketjua on käytetty myös Jyväskylän yliopiston kasvatustieteen pro gradu -tutkielmissa kuudennen luokan fysiikan ja historian oppituntien keskustelun rakenteen analysoinnissa (ks. mm. Saksola & Tolonen 2009; Sajaniemi 2009) sekä lukiotason englannin kielen oppituntien vuorovaikutustilanteiden tarkastelussa (ks. esim. Saikko 2007). Matematiikan opetuksessa oppitunnin keskustelun rakenteen analysoinnissa aloitus-vastaus-arviointi- ketjua on käytetty Englannissa (ks. Brodie 2008) ja Suomessa (ks. Räty 2008).

2.3.2 Vuorovaikutuksen nelikenttä

Vuorovaikutuksen rakennetta kuvaavien I-R-E/F- ketjujen kautta vuorovaikutus voidaan sijoittaa Mortimerin ja Scottin luomaan (2003) kommunikatiivisen lähestymistavan mukaan kahden eri dimension perusteella neljään eri luokkaan. Kommunikatiivinen lähestymistapa perustuu sosiokulttuuriseen näkökulmaan opetuksesta ja oppimisesta. Kehys on luotu vuosikymmenten varrella luonnontieteen opetukseen (ks. Mortimer 1998; Scott 1998; Mortimer & Scott 2000). Sitä on käytetty viitekehyksenä pro gradu -tutkielmissa suomalaisessa alakoulun luonnontieteen ja historian opetuksessa (ks. mm. Saksola & Tolonen 2009; Sajaniemi 2009). Lisäksi sitä on käytetty myös äidinkielen ja matematiikan opetuksen tuntien analysoimisessa (Räty 2008).

Nelikentän ulottuvuudet ovat vuorovaikutuksellinen–vuorovaikutukseton ja dialoginen–auktoritatiivinen. Vuorovaikutusta kuvaava I-R-E -ketju kuvaa usein auktoritatiivista vuorovaikutusta (Mortimer & Scott 2003; Scott. ym. 2006). Kun taas keskustelun ylläpitävää rakennetta, jossa opettaja kysyy oppilasta jatkamaan ja rohkaisee tätä selventämään ajatteluaan, kuvaava I-R-F-R-F- rakenne on omiaan tukemaan enemmän dialogista ja vuorovaikutuksellista keskustelua (Mortimer & Scott 2003). Tutkimuksessa jaoteltiin vuorovaikutusten rakenteet Mortimerin ja Scottin (2003) käyttämän mallin mukaisesti. He ovat erottaneet I-R-E- ja I-R-F- ketjut toisistaan opettajan antaman palautteen perusteella. Heidän mukaansa arvioivaa palautetta kuvaa I-R-E- ketju ja I-R-F- ketjun palaute on rakentavaa ja pohdiskeluun ohjaavaa, siis enemmän avointa. (Mortimer & Scott 2003.) Taulukossa 4 esitellään tämä yhteys.

TAULUKKO 4 Kommunikatiivisen lähestymistavan ja vuorovaikutustilanteiden rakenteen yhteys (esim. Räty 2009 P. Scottin mukaan)

	Vuorovaikutteinen	Vuorovaikutukseton
Dialoginen	I-R-F I-R-P-R-P-R	tiivistelmä oppilaiden ajatuksista
Auktoritatiivinen	I-R-E	esitelmä, luento

Taulukossa 5 kuvataan nelikentän avulla vuorovaikutuksen ulottuvuuksien mukaan jaettuna neljä eri luokkaa.

TAULUKKO 5 Kommunikatiivisen lähestymistavan nelikenttä (Mortimer & Scott 2003; Scott & Ametller 2007)

	Vuorovaikutteinen	Vuorovaikutukseton
Dialoginen	A) Dialoginen/ Vuorovaikutteinen	B) Dialoginen/ Vuorovaikutukseton
Auktoritatiivinen	C) Auktoritatiivinen/ Vuorovaikutteinen	D) Auktoritatiivinen/ Vuorovaikutukseton

Seuraavaksi esitellään taulukossa 5 mainitut kommunikatiiviset lähestymistavat.

A) Dialoginen ja vuorovaikutteinen luokkahuonekeskustelu: Opettaja kuuntelee ja ottaa huomioon eri oppilaiden näkemykset käsiteltävästä asiasta. Kun erilaiset näkökulmat asiasta tehdään näkyviksi ja tietoisiksi, on kyseessä heikompi vuorovaikutussuhde. Kun taas opettaja ja oppilas ratkaisevat aitoja ongelmia tutkimisen ja työskentelyn kautta, on heidän vuorovaikutuksensa tehokasta. (Scott ym. 2006).

B) Dialoginen ja vuorovaikutukseton luokkahuonekeskustelu: Opettaja esittää lyhyesti eri näkökulmat joko vain listaamalla ne tai vetäen yhteenvetoa niiden eroista ja samankaltaisuuksista

(Scott ym. 2006). Kyseessä on siis dialogisuus, joka ei sisällä vuorovaikutusta. (Mortimer & Scott 2003).

C) Auktoritatiivinen ja vuorovaikutteinen luokkahuonekeskustelu: Opettaja keskittyy yhteen tiettyyn vastaukseen ja johtaa oppilaat kysymys-vastaussarjan kautta rutiininomaisesti osoittaen tämän yhden vastauksen todenmukaisuuden (Scott ym. 2006).

D) Auktoritatiivinen ja vuorovaikutukseton luokkahuonekeskustelu: Opettaja esittää yhden tietyn vastauksen tai näkökulman ilman, että häntä keskeytetään. Esimerkiksi luennointi on tällaista luokkahuonekeskustelua, jossa opettaja ei ota kontaktia kuuntelijoihin.

Nelikentän avulla voidaan myös tarkastella oppilas-oppilas vuorovaikutusketjuja (Scott ym. 2006). Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin vain opettaja-oppilas- ketjuja ja oppilas-oppilas-ketjut on rajattu tutkimuksen ulkopuolelle. Tutkimusaineiston opettajajohtoisissa koko luokan yhteisissä harjoituksissa ei esiintynyt oppilas-oppilas- ketjuja, jotka ovat mm. ominaisia opetuskeskustelun ylemmillä tasoilla (ks. luku 4.2).

2.4 Opettajan matematiikkakuvan ilmeneminen luokkahuonekeskustelussa

Tutkimuksessa tutkija itse oli tutkimuskohde. Työssä tutkittiin, miten opettajaopiskelijan matematiikkakuva näkyy opetusharjoittelussa pidetyillä matematiikan tunneilla ja matematiikkaan integroidun käsityön tunnilla. Ernestin mukaan (1989; 1991) opettajien tieto matematiikan opettamisesta alkaa kehittyä jo opiskeluaikana, ja se pohjautuu heidän oppimiskokemuksiinsa. Yksilön matematiikkakuva, perspektiivi, josta hän lähestyy matematiikkaa ja matemaattisia tehtäviä ohjaa yksilön tapaa ratkaista matemaattisia ongelmia. Lisäksi opettajan matematiikkakuvan on todettu vaikuttavan tapaan, jolla opettaja opettaa. (Pehkonen 1995; Pietilä 2002; Shoenfeld 1985).

Toisaalta on syytä korostaa, että muutos matematiikkakuvassa ei aina merkitse muutosta matematiikan opetuskäytännöissä (Vacc & Bright 1999). Myös Kupari (1999) toteaa tutkimuksessaan, ettei opettajien uskomusten ja opetuskäytänteiden välillä havaittu vahvoja yhteyksiä. Hän painottaakin opettajien omien uskomusten tiedostamisen tärkeyttä opetuksen muuttamisessa. Myös Cooneyn (1999, 184) mukaan opettajien oman toimintansa reflektointi siis näyttäisi olevan yhteydessä uskomusten ja opetuskäytäntöjen väliseen johdonmukaisuuteen. (Kupari 1999, 176; ks. myös Perkkilä 2002, 154). Opettajaopiskelija koki, ettei hänellä ole ollut koulutuksessa aikaa ja kannustimia sellaiseen harjoitteluun ja reflektointiin, joka on välttämätöntä ammatillisen tietoperustan kaikkien osatekijöiden kehittämiselle (ks. Kupari 1999, 212). Näin ollen opettajaopiskelijan oli tärkeää tarkastella matematiikkakuvaansa, sen kehittymisen vaiheita ja ilmenemistä opetuksessa.

Tutkimuksen kohteeksi valittiin luokkahuonekeskustelu, koska puhe on olennaisen tärkeä opettamisen väline (Alexander 2006). Craigin ja Cairon (2005) mukaan opettajan esittämät kysymykset ovat opetuksen avaintekijä. Luokkahuonekeskustelu ansaitsee huomiota, sillä kieli on kaikkialla läsnä oleva, joustava ja luova merkityksen luoja. Puheen ja dialogin merkityksen ymmärtäminen opetuksessa ja oppimisessa sisältää näkemyksen oppilaasta sosiaalisena toimijana, ei vain kehittyvänä yksilönä. (Mercer & Littleton 2007.)

Luokassa tapahtuvan puheen välityksellä voidaan välittää oppilaalle matematiikan todellista luonnetta. Matematiikka oppiaineena tarjoaa rikkaan maailman keskustelulle. Opetussuunnitelman vuosiluokkien 1–2 tavoitteissa on, että oppilas oppii perustelemaan ratkaisujaan ja päätelmiään konkreettisin mallein ja välinein, kirjallisesti tai suullisesti ja löytää ilmiöstä yhtäläisyyksiä ja eroja (POPS 2004). Kuitenkin matematiikan oppitunneilla oppilaat harvoin perustelevat vastauksiaan (Perkkilä 2002). Saattaa olla, että tämä perustelemattomuus johtaa oppilaan oppivan matematiikassa olevan yksi oikea vastaus, ja vastauksen olevan olennaisempi kuin vastausstrategian. Siitä seuraa mahdollisesti Malatyn (2009) toteamus: koulussa matematiikan opetus johtaa näkemykseen matematiikan olevan suoritustapa.

Opettajan esittämien kysymysten tyypillä on yhteys oppilaan ajattelun tasoon. Suljetut kysymykset eivät edellytä yhtä korkeatasoista ajattelua kuin hypoteesien esittämistä edellyttävät prosessi- tai oppilaan ymmärryksen paljastavat avoimet kysymykset. (Myhill & Dunkin 2005.) Luokkahuonekeskustelu ja sen rakenne kertovat jotain luokassa vallitsevasta ilmapiiristä. Oppilaiden keskinäisellä keskustelulla on ilmapiirin kannalta suuri merkitys (Lemke 1990, 76). Vastaavasti ankarasti kontrolloitu ja hiljennetty luokkayhteisö toimii huonosti sekä sosiaalisena että oppimisyhteisönä (Tainio 2007, 37). Tutkimuksessa tutkittiin, miten kontrolloitu ja hiljennetty luokka oli ja vastasiko se opettajaopiskelijan matematiikkakuvaa. Siinä teoreettisena viitekehyksenä toimi Mortimerin & Scottin (2003) kommunikatiivinen lähestymistavan nelikenttä.

I-R-E- ketju viittaa usein auktoritaariseen vuorovaikutukseen, jossa oppilas vastaa opettajan odottaman vastauksen, kun taas I-R-P-R-P-R- ketju pitää yllä vuorovaikutusta ja mahdollistaa oppilaan ajatuksien näkyväksi tulemisen. Kysymysten muodon ja funktioiden luokittelu ja luokkahuonediskurssin I-R-E/F- ketjut tarjoavat erään kehyksen, jonka kautta tarkastella opettajan matematiikkakuvan ilmenemistä matematiikan oppitunneilla tapahtuvissa luokkahuonekeskusteluissa.

Luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuva muuttui merkitsevästi yliopistossa vuosien 2005–2007 suorittamien matematiikan opintojen (60 op.) ja syksyllä 2009 tehdyn opetusharjoittelun myötä. Kuitenkin on syytä huomioida, ettei pelkkä matemaattinen tieto muutu itsestään paremmaksi opetukseksi (Cooney 1999, 163). Hihnalan (2005, 35) mukaan tarvitaan myös reflektointia ja joustavuutta sekä omien matematiikkaan liittyvien uskomusten arviointia. Matematiikkakuvan ilmenemistä tarkasteltiin opettajan esittämien kysymysten ja oppituntien vuorovaikutuksen rakenteen kautta. Mercer ja Littleton (2007) toteavat tutkimukseen osallistuneiden opettajien olleen tyytyväisiä mahdollisuuteen kasvattaa tietoisuutta dialogin käyttömahdollisuuksista. Tietoisuus luokassa tapahtuvien keskusteluiden I-R-E/F- rakenteesta auttaa opettajia kehittymään tehokkaammiksi puheen käyttäjiksi (Mercer & Dawes 2008; Hardman 2008). Samoin Dillon (1994) toteaa puhe-analyysin olevan hyödyllinen työkalu ammatillisessa kehityksessä. Moylesin, Hargreavesin, Merryn, Patersonin ja Esarte-Sarriesin (2003) videointitutkimus osoittaa videoinnin olleen tehokas työkalu opettajille, joka rohkaisi heitä kehittämään omaa ymmärrystään vuorovaikutustyyleistään sekä tarjosi mahdollisuuksia tarkkailuun ja itsearviointiin. Subjektiivinen kokemus tunnin kulusta täydentyy ja tarkentuu tarkan analyysin avulla. Tietoisuus esitettyjen kysymysten muodoista ja funktioista sekä tunnin vuorovaikutuksen rakenteesta kehittävät opettajuutta. Tämä olikin tutkimuksen tarkoitus: matematiikkakuvan ilmenemistä tutkimalla kehittää taitoja tutkia opettajan työtä sekä kehittää (tässä erityisesti) matematiikan opettajuutta. Siis kaventaa opettajaopiskelijan matematiikkakuvan ja matematiikan opetuksen välistä kuilua.

3 TUTKIMUSONGELMAT

Tutkimuksessa tutkija toimi opettajana oman työnsä tutkijana. Tutkimuksen tavoite oli tutkia, miten tutkijan matematiikkakuva ilmenee luokkahuonekeskustelussa: opettajan esittämissä kysymyksissä ja vuorovaikutuksen rakenteessa. Opettajan esittämät kysymysten muodot luokiteltiin Myhillin luokittelujärjestelmän mukaan (2006) siten, että huomioitiin myös kysymysten funktio. Myhillin luokittelujärjestelmän (2006) sekä Saksolan ja Tolosen siihen lisäämien luokkien (2009) avulla etsittiin vastauksia seuraaviin kysymyksiin:

1. Miten opettajaopiskelijan esittämien kysymysten muodot ja funktiot jakaantuvat?
2. Millä tavalla opettajaopiskelija käyttää kysymyksiä?
3. Esittävätkö oppilaat kysymyksiä luokkahuonekeskustelun aikana?

Näihin kysymyksiin saatuja vastauksia tarkasteltiin tutkijaopettajan matematiikkakuvaan verraten. Alexanderin (2006) mukaan opetusta arvioidessa on olemassa kaksi tärkeää kysymystä. Edellä mainittujen kysymysten koontina muodostettiin yhteenveto, jossa pohdittiin vastausta näihin kahteen olennaiseen kysymykseen, jotka muokattiin tähän tutkimukseen Alexanderia mukaillen (ks. Alexander 2006):

4. Miten opettajaopiskelija luo puhetta, joka on yhtenevä hänen matematiikkakuvansa kanssa?
5. Kuinka kehitetään oppilaiden ajattelutaitoja ja saadaan heidät oppimaan opettajaopiskelijan matematiikkakuvan kanssa yhtenevällä tavalla?

Tutkimuksen tarkoitus ei siis ollut selvittää yleisesti, millaista oikeanlainen puhe ja oppilaiden tehokas ajattelu sekä oppiminen ovat. Sosiokonstruktiivisen oppimisen teorian mukaan luokkahuonekeskustelu ei ole tehokasta oppimisen kannalta, jollei oppilas saa olla aktiivisessa roolissa. Lisäksi peruskoulun opetuksen perusteiden mukaan puhe on yksi tärkein ymmärrystä kehittävä väylä, kun oppilas saa enemmän valtaa suhteessa omaan oppimiseensa. Se tarkoittaa, että oppilaalla tulisi olla mahdollisuus tehdä aloitteita sekä liittää omia aiempia ja uusia kokemuksiaan yhteen. Jos oppilaalla on mahdollisuus muotoilla tunninkulun puheen rakennetta, niin keskustelu on tehokkaampaa ja kehittää oppilaan kognitiivisia taitoja. (Mroz, Smith & Harzman 2000.) Tätä tarkasteltiin vuorovaikutusketjujen sekä Mortimerin ja Scottin (2003) kommunikatiivisen lähestymistavan näkökulmasta.

Tutkimustuloksia verrattiin Myhillin (2006), Myhillin ja Dunkinin (2005) sekä Mortimerin ja Scottin (2003) saamiin tuloksiin (ks. luku 5). Myhillin (2006) mukaan opettajan puhe on kontrolloivaa eikä salli oppilaiden omien kokemusten esilletuloa. Näin oppilas ei voi luoda yhteyttä jo opitun ja uuden kokemuksen välille. Kuparin (1999) mukaan uudistushakuisemmat opettajat painottivat enemmän asioiden soveltamista ja perinteisemmät opettajat laskurutiineja. Lisäksi saatuja tuloksia vertailtiin Perkkilän (2002) matematiikan alkuopetuksessa saamiin tuloksiin. Perkkilän (2002) tulosten mukaan oppilaan päätehtävä on tiedon vastaanottaminen. Kysymyksiin oppilaat vastasivat täsmällisesti ja lyhyesti. Oppilaat eivät perustelleet vastauksiaan ja vain harvoin esittivät omia ajatuksiaan. Perkkilän tulokset (2002) vastaavat opettajaopiskelijan matematiikkakuvaa ennen matematiikan aineopintoja (ks. taulukko 1).

4 TUTKIMUKSEN LÄHESTYMISTAVAT

Tutkimuksen tarkoituksena oli tutkia luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvan ilmenemistä luokkahuonekeskustelussa. Tietoa oli luontevaa etsiä sieltä, mistä sitä voidaan saada, siis matematiikkaa sisältävältä oppitunnilta koululuokasta. Tutkimus rajattiin luokkahuonekeskusteluun, jossa tarkasteltiin opiskelijan matematiikkakuvan ilmenemistä koko luokan opetuksessa esitetyissä kysymyksissä sekä keskustelun ja vuorovaikutuksen rakenteessa. Tutkimuksen aineisto kerättiin videoimalla opettajaharjoittelijan pitämiä oppitunteja.

4.1 Tapaustutkimus

Tapaustutkimus yksityiskohtaista ja intensiivistä tietoa yksittäisestä tapauksesta (Patton 2002; Hirsjärvi ym. 2007, 130–131). Se on joustavaa ja tutkimuksen kulun aikana pystytään tarvittaessa muuttamaan tutkimuksen kulkua todellisen tilanteen olosuhteiden perusteella (Syrjälä ym. 1994, 14). Tutkimuksessa joustavuus ilmeni siten, että aineisto voitiin kerätä sillä viikolla, jolle opetusharjoittelun viimeinen viikko asettui. Toisaalta aineiston keruuta olisi voitu siirtää esimerkiksi influenssa-aallon takia. Tapaustutkimuksen tavoitteena on tyypillisimmin ilmiöiden kuvailu. Laadullinen tapaustutkimus tavoittelee yksittäisen tapauksen syvällistä, yksityiskohtaista ja kontekstiin pohjautuvaa holistista kuvausta (Hirsjärvi ym. 2007, 131; Patton 2001). Tutkimuksessa tarkasteltiin matematiikkakuvan ilmenemistä oppitunneilla esitettyjen kysymysten muodoissa ja funktioissa sekä vuorovaikutuksen rakenteessa. Tapaustutkimukselle on tyypillistä, että kohteeksi valittua yksilöä tai ryhmää tutkitaan yhteydessä ympäristöönsä eli luonnollisissa tilanteissa (Hirsjärvi ym. 2007, 131).

Tutkimuksen tapaus oli perusopetuksen ensimmäinen luokka, jossa tutkija suoritti opetusharjoittelun syksyllä 2009. Tutustuminen luokkaan opetusharjoittelun aikana, antoi mahdollisuuden luoda luottamuksellista suhdetta oppilaisiin. Elokuussa 2009 luokan oppilaat näkivät opettajaharjoittelijan ensi kerran hänen seuratessa luokan tunteja kahtena eri päivänä. Lokakuussa 2009 hän seurasi yhden viikon aikana yhteensä 14 oppituntia. Harjoittelun tunnit pidettiin kolmella eri viikolla siten, että viikolla 43 pidettiin kolme oppituntia, viikolla 44 pidettiin seitsemän oppituntia ja viikolla 47 pidettiin kuusi oppituntia. Viikolla 43 opettajaharjoittelija oli mukana luokan retkipäivässä, jossa hän tutustui luokkaan koulun ulkopuolella. Lisäksi opettajaharjoittelija piti kerran viikossa liikunnallista iltapäiväkerhoa, johon neljä luokan oppilasta osallistui. Viikolla 44 kuvattiin kenraalikuvaus (yksi oppitunti) ja viikolla 47 kuvattiin tutkimuksen aineisto (yhteensä kuusi oppituntia). Tutkimuksen aineistoon sisältyi neljä viikon 47 kuudesta 45 minuutin mittaisesta oppitunnista. Kolme tunneista on matematiikan oppitunteja ja yksi tunneista on käsityön oppitunti. Tutkimusaineistoon sisältyi käsityön oppitunti, koska opetusharjoittelun käsityön jakso integroitui matematiikkaan ja toi esiin matematiikan geometrian jakson olennaiset käsitteet sekä niiden perusteet: kärkipisteen, sivun ja kulman.

4.2 Opetuskeskustelun tasot

Koska tutkijan mielestä tutkimuksen aihe käsitteli opetuskeskustelun ensimmäistä tasoa, esitellään tässä malli, jonka mukaan opetuskeskustelu on opetusmetodi (Harri 2010). Opetuskeskustelu ei ole yksiselitteisesti ja tarkasti määriteltävissä. Tutkija näkee opetuskeskustelun olevan *niiden toimien ja järjestelyjen jäsentynyt kokonaisuus, joiden avulla opettaja tietyssä opetustilanteessa pyrkii ohjaamaan oppilaittensa tavoitteenmukaista oppimista* (Hirsjärvi 1983, 131).

Opetuskeskustelu opetusmetodina kattaa opettajan ja oppilaiden välisen vuoropuhelun lisäksi toiminnallisuuden, kirjoittamisen, tarinat ja kuvat. Niiden avulla on mahdollisuus synnyttää opetuskeskustelu. Tutkimuksessa opetuskeskustelun ensimmäisen tason (perusteiden luominen) keskustelu synnytettiin Laskutaidon toimintapakettien harjoituksilla (Kyyrä, Matikainen, Risku & Tikkanen 2008; Risku & Tikkanen 2004).

Mallin mukaan opetuskeskustelu rakentuu hierarkkisista tasoista. Opettajan kysely on eräs työtapa opetuskeskustelun ensimmäisellä tasolla oltaessa (kuten tässä tutkimuksessa). Lisäksi ensimmäisellä tasolla opettaja vasta tutustuu oppilaisiin, samoin kuin oppilaat tutustuvat toisiinsa. Turvallisen ilmapiirin luominen edellyttää toisten tuntemista. Opetuskeskustelun tasot eivät todellisuudessa ole erillisiä ja eri tasoille ei välttämättä edetä lineaarisesti. Samanaikaisesti voidaan osittain olla eri tasoilla. Malli kuitenkin auttaa jäsentämään tilannetta ja selkiyttää eri tekijöiden vaikutusta opetuskeskustelun luontiin ja ylläpitoon. Malli myös auttaa tiedostamaan, kuinka luoda edellytyksiä ja poistaa mahdollisia rajoitteita opetuskeskustelun synnyttämiseksi.

OPETUSKESKUSTELU OPETUSMETODINA

Opetuskeskustelun syntymisen edellytykset ja rajoitteet

4. taso: Tasavertainen keskustelu:

- tukevatko oppilaat toistensa osallistumista?
- toimiiko opettaja keskustelukumppanina?

3. taso: Harjoittelun taso:

Opettaja ja oppilas:

- tiedostavatko oppilas ja opettaja omia uskomuksiaan?
- voiko oppilas jakaa puheenvuoron seuraavalle viittaavalle oppilaalle?
- onko sekä opettajalla että oppilailla halu oppia toisiltaan?
- osaako oppilas ohjata itseään ja omaa toimintaa?

2. taso: Opetuskeskusteluun tutustuminen:

Oppilas:

- voiko oppilas esittää kysymyksiä?
- uskaltaako oppilas ilmaista mielipiteensä?

Opettaja:

- kuinka usein opettaja esittää kysymyksen?
- antaako opettaja vahvistavaa palautetta opetuskeskustelun syntymisestä?
- voiko opettaja jakaa puheenvuoroja kommentoimatta itse joka välin?

Konteksti:

- onko opetusryhmä tilassa (rauhallinen, keskittynyt), jossa opetuskeskustelua voidaan harjoitella?
- onko oppilailla huolia, väsymystä, nälkää tai muita tekijöitä, jotka rajoittavat opetuskeskustelun edellyttämää tavoitteellista aktiivisuutta?

1. taso: Perusteiden luominen:

Oppilas:

- milloin oppilas ottaa oman puheenvuoron?
- milloin oppilas kuuntelee toisen oppilaan puheenvuoron?

Opettaja:

- taito kuunnella oppilaan puheenvuoro
- taito tarkastella omaa työtään, tutkiva ote
    - tiedostaako opettaja, millaisia kysymyksiä hän esittää?
    - tiedostaako opettaja, missä tilanteissa ja miksi hän esittää kysymyksiä?

Konteksti:

- onko ilmapiiri turvallinen?
- tuntevatko oppilaat ja opettaja toisensa?
- onko ryhmän normit luotu?

KUVIO 4 Opetuskeskustelu opetusmetodina (Harri 2010)

Tutkimuksessa tarkasteltiin opettajaopiskelijan matematiikkakuvan ilmenemistä opettajan esittämissä kysymyksissä ja luokan vuorovaikutuksen rakenteessa. Kuten kuviosta 4 nähdään, oltiin opetuskeskustelun ensimmäisellä tasolla. Oppilas harjoitteli puheenvuoron ottamista ja opettajaopiskelija oppilaan kuuntelemista sekä oman työnsä tarkastelua. Samalla tutustuttiin toisiin sekä luotiin turvallista ilmapiiriä.

4.3 Videotutkimuksen tekemisestä

Videointi on tehokas ja monipuolinen käyttäytymisen taltiointimenetelmä (Jacobs, Hollingsworth & Givvin 2007). Videoinnilla voidaan taltioida kuka sanoi ja kenelle. Se on hyvin yksityiskohtaista ja tarkkaa puheen taltiointia. Videon voi pysäyttää, kelata ja katsoa uudestaan. Taltioitu materiaali on rikasta ja monipuolista, sillä se tallentaa myös nonverbaaliset eleet ja ilmeet. Tainion (2007) kokemuksen mukaan luokkahuoneen toiminnan analysoiminen ilman visuaalisen analysoimisen mahdollisuutta on erittäin hankalaa. Lisäksi Patton (2002) huomauttaa videoinnin olevan mahdollisesti vähemmän tunkeileva kuin tarkkailija, joka kirjoittaa muistiinpanoja.

Videointi aineistonkeruumenetelmänä sopi tähän tutkimukseen, koska tapauksena oli yksittäinen luokka. Taltioidessa useamman kuin yhden luokan toimintaa tämän menetelmän avulla saatu aineisto on vaikeaa analysoida. Menetelmää sopii käyttää vain yhden ryhmän tai korkeintaan muutamien ryhmien kuvaukseen. (Stiegler, Gallimore & Hiebert 2000.)

Viikolla 44 kuvattu kenraalikuvaus osoitti kameran paikan olevan tarkoituksenmukainen ja äänenkuuluvuuden riittävä. Tutkimuksen aineistoa kuvattaessa kamera oli asetettu kolmijalalle, jotta saatiin mahdollisimman hyvä yleiskuva eikä sitä kuvauksen aikana tarvinnut liikutella (Seidel, Dalehefte & Meyer 2005). Seidel ym. (2005) ohjeistavat, että kamerasta ei saa tehdä huomion keskipistettä, kuvaajan ei tulisi kommunikoida opettajan ja oppilaiden kanssa tunnin aikana ja kaikenlaista liikkumista tulisi välttää. Kenraalikuvauksen aikana oppilaat totuttautuivat luokan etuosassa olevaan kameraan ja kuvaajaan, joka ei keskustellut missään vaiheessa tuntien aikana opettajan ja oppilaiden kanssa. Varsinaisessa tutkimusaineistossa esiintyy vähäisessä määrin oppilaiden huomion kohdistumista kameraan esimerkiksi katseen kautta. Kukaan oppilaista ei tullut kameran luo tai ilmeillyt kameralle.

4.4 Aineiston kerääminen

Aineiston keräämiseen koululuokassa tarvitaan osallistujien suostumus (Tainio 2007). Opetusharjoittelun alussa tarkistettiin, että tutkimuslupa on myönnetty. Tutkimusaineiston keräämisessä pyrittiin aiheuttamaan mahdollisimman vähän häiriötä tuntien kulkuun. Aineiston kuvaaja oli tutkimuksen ulkopuolinen henkilö, joka harjoitteli kuvaamista kaksi viikkoa ennen varsinaista aineiston kuvaamista. Hän ei osallistunut tuntien etenemiseen. Ennen kenraalikuvausta keskusteltiin tutkimusaineiston kuvaajan kanssa tutkimuksen tarkoituksesta. Sovittiin, että tarkoitus on kuvata laajalla yleiskuvalla ja että kameraa ei liikuteltaisi nopeasti.

Aineiston keruu tapahtui kuvaamalla viisi yhden viikon sisällä pidettyä oppituntia. Tunneista kolme oli matematiikan tuntia ja kaksi matematiikkapainotteisen käsityöjakson tuntia. Tutkimusaineiston ulkopuolelle jäi toinen käsityön tunti, sillä kyseisellä tunnilla ei esiintynyt matematiikkaan liittyvää koko luokan keskustelua. Kuvaus aloitettiin siitä hetkestä, kun ensimmäinen oppilas astui luokkaan ja lopetettiin sen jälkeen, kun opettaja antoi oppilaille luvan lähteä välitunnille.

Kenraalikuvauksella varmistettiin äänen kuuluvuuden ja kameran paikan tarkoituksenmukaisuus. Luokka tuli opettajaharjoittelijalle tutuksi harjoittelun aikana ennen tutkimuksen aineiston keräämistä. Kuvaaja astui luokkaan ensimmäisen kerran kenraalikuvausta varten. Kameran paikka oli mietitty aiemmin ja kuvaaja tuli opettajaharjoittelijan kanssa kenraalikuvaukseen 15 minuuttia ennen tunnin alkua (välittömästi edellisen tunnin loputtua) laittamaan kameran valmiiksi.

4.5 Aineiston analyysi

Tutkimuksen aineistoon kuului videomateriaalia neljältä opetusharjoittelussa pidetyltä oppitunnilta, joista kolme oli matematiikan tunteja ja yksi matematiikkapainotteisen käsityöjakson tunti. Tutkimuksen aineisto litteroitiin kolmen viikon kuluessa aineiston keräämisestä. Puheen litteroinnin jälkeen tehtiin jokaisesta oppitunnista erilliset taulukot. Taulukoihin luokiteltiin jokaisen tunnin aikana esitetyt kysymysten muodot ja funktiot vertaillen ja mukaillen niitä Myhillin (2006) sekä Saksolan ja Tolosen (2009) tekemiin luokittelujen perusteluihin.

Kysymysten muotojen ja funktioiden luokittelun jälkeen tehtiin jokaisen tunnin kysymysten määristä taulukot. Näin pystyttiin vertailemaan eri tuntien aikana esitettyjen kysymysten muotojen ja funktioiden esiintymismääriä. Lisäksi taulukkoon laskettiin esiintymisprosentit, joiden mukaan tehtiin pylväsdiagrammit havainnollistamaan kysymysten muotojen ja funktioiden jakautumia. Pylväsdiagrammit selkiyttivät taulukoista saatavien lukumäärien ja prosenttien tulkitsemista. Tämän jälkeen lisättiin jokaisen tunnin kysymystaulukkoon sarakkeet I-R-I-R-, I-R-E- ja I-R-P-R- ketjuille luokkahuonekeskustelun vuorovaikutuksen analysointia varten.

5 TUTKIMUKSEN TULOKSET JA JOHTOPÄÄTÖKSET

Tutkimuksen teoreettisten viitekehysten tarkastelun yhteydessä jäsennettiin ensin oppituntien rakenteet. Tunnit on jaettu osioihin (esim. 1/3, 2/3 ja 3/3) tuntien oppimisprosessin etenemisen mukaan. Seuraavassa kuvataan lyhyesti tutkimusaineistoon kuuluvien neljän oppitunnin rakenteet (taulukot 6–9). Tutkimuksen aineisto oli rajattu sisältämään koko luokan keskustelut. Ensimmäinen matematiikan tunti koostui kotitehtävien tarkistuksesta, yhteisestä harjoituksesta ja yksilöllisestä työskentelystä.

TAULUKKO 6 Ensimmäisen matematiikan tunnin rakenne

Oppimisprosessin eteneminen	Työtavat
1/3 Kotitehtävien tarkistus	Opettajakeskeinen muoto: Opettajan kysely
2/3 Rakennetaan opettajan johdolla yhteistoiminnallisesti langasta monikulmioita. Vapaaehtoiset oppilaat pitelevät kulmien kärkipisteitä.	Opettajakeskeinen muoto: Yhteinen harjoitus
3/3 Oppilas työskentelee yksilöllisesti nimeämällä tasokuvioiden osia ja tasokuvioita.	Oppilaskeskeinen muoto: Yksilöllinen työskentely

Toisella matematiikan tunnilla opettaja kertoi tulevasta kokeesta ja ohjasi, miten oppilas voi harjoitella siihen (taulukko 7). Tätä osiota ei numeroitu, sillä se ei sisältänyt opettajan esittämiä kysymyksiä, joihin oppilailta odotettiin vastausta. Seuraavaksi tehtiin yhteinen harjoitus (osio 2/3), jossa oppilaat verbalisoivat matemaattisia käsitteitä; piste, sivu, kulma, ympyrä, kolmio ja neliö. Tämän jälkeen oppilas ryhmitteli loogisia paloja puumalliin.

TAULUKKO 7 Toisen matematiikan tunnin rakenne

Oppimisprosessin eteneminen	Työtavat
1/3 Keskustelu välituntirajojen noudattamisesta.	(ei kuulunut alkuperäiseen tuntisuunnitelmaan.)
Opettaja kertoo tulevasta kokeesta ja ohjaa oppilaita, miten siihen voi harjoitella.	Opettajakeskeinen muoto: Opettajan esitys
2/3 Kuvion arvaamisleikki, jossa yksi oppilas valitsemassa taululle heijastettavan kuvion ja toinen oppilas istuu ”arvaajan penkissä” selkä taululle päin esittämässä kysymyksiä, kuten esimerkiksi: ”Onko sillä neljä kulmaa?” kysymyksen esittäjä valitsee luokasta vastaajan.	Opettajakeskeinen muoto: Yhteinen harjoitus
3/3 Oppilas ryhmittelee 12 loogista palaa kaksihaaraiseen puumalliin.	Opettajakeskeinen muoto: Yhteinen harjoitus

Kolmannella matematiikan tunnilla 40 minuuttia tunnista kului yhteisen harjoituksen tekemiseen, jossa oppilaat luokittelivat tasokuvioita, monikulmioita, nelikulmioita ja neliöitä luokkainkluusioksi taululla olevaan sisäkkäisten alueiden sisään (taulukko 8). Tunnin lopussa oppilas sai monisteen, johon hän piirsi monisteessa oleviin sisäkkäisiin alueisiin kuviot: tasokuvio, monikulmio, nelikulmio ja neliö.

TAULUKKO 8 Kolmannen matematiikan tunnin rakenne

Oppimisprosessin eteneminen	Työtavat
1/2 Yhteinen harjoitus, jossa kuvio kerrallaan kiinnitetään taululla oleviin sisäkkäisiin alueisiin (luokkainkluusio).	Opettajakeskeinen muoto: Yhteinen harjoitus
2/2 Oppilas piirtää tasokuvioita monisteeseen, jossa on sisäkkäisiä alueita nimettynä monikulmioiksi, nelikulmioiksi ja neliöiksi samalla lailla kuin taululla tehtävässä harjoituksessa lopuksi nimettiin.	Oppilaskeskeinen muoto: Yksilöllinen työskentely

Neljäs tunti (taulukko 9) oli matematiikkapainotteinen käsityön tunti, jolla askarreltiin oljista Daavidintähtiä. Tunti sisältää yhden osion (1/1), jossa opettajaopiskelija kysyi kysymyksiä, joihin oppilaat vastasivat.

TAULUKKO 9 Matematiikkapainotteisen käsityötunnin rakenne

Oppimisprosessin eteneminen	Työtavat
Oppilaat hakevat omat keskeneräiset työnsä ja tarvittavat materiaalit sekä jatkavat työskentelyä.	Oppilaskeskeinen muoto: Yksilöllinen työskentely
1/1 Opettaja käyttää kahta olkea kuvatessaan kulman taululla. Opettaja havainnollistaa kulmaa seuraavasti: opettaja liikuttaa loppukylkeä kuvaavaa toista olkea ja suurentaa kulmaa vähän kerrassaan.	Opettajakeskeinen muoto: Opettajan esitys ja opettajan kysely
Oppilaat jatkavat työskentelyä ja lähtevät välitunnille.	Oppilaskeskeinen muoto: Yksilöllinen työskentely

Tunti oli kaksoistunnin ensimmäinen tunti. Ensimmäisen oppitunnin jälkeen oppilaat menivät ulos välitunnille.

5.1 Oppituntien kysymysten muodot ja funktiot

Jatkossa tarkastellaan oppitunteja valitun teoreettisen viitekehyksen kautta. Ensimmäiseksi tarkastellaan oppituntien aikana opetusharjoittelijan (tekstissä lyhyemmin Opettaja) esittämien kysymysten muotojen ja funktioiden jakautumista. Kaikki tutkimusaineiston kysymykset ovat luokiteltu liitteissä (ks. Liite 1–4).

5.1.1 Ensimmäisen matematiikan tunnin kysymysten muodot ja funktiot

Ensimmäinen matematiikan tunti alkoi kotitehtävien tarkistuksella (osio 1/3), joka sisälsi 23 kysymystä (taulukot 10 ja 11). Näistä suljettuja olivat esimerkiksi ”Mitä sinulla on siellä, mikä on tämän kuvion nimi?” ja ”Yhdistänyt viivalla, mitkä sinä olet yhdistänyt?”. Näistä 23 kysymyksestä yksi oli avoin kysymys: ”Oppilas 12 menikö se mielestäsi ihan oikein?”. Prosessikysymyksiä opettaja esitti yhteensä viisi, esimerkiksi: ”Miksi se on suora?” ja ”Ja miksi se on jana AB?”. Muita kysymyksiä esiintyi yksi: ”Kuinka moni kirjoitti siihen suora?”.

TAULUKKO 10 Ensimmäisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten muodot (1/3)

Kysymyksen muoto	frekvenssi	%
Suljettu	16	69,6 %
Avoin	1	4,3 %
Toiminta	-	-
Prosessi	5	21,7 %
Muut	1	4,3 %
Yhteensä	23	100 %

TAULUKKO 11 Ensimmäisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten funktiot (1/3)

Kysymyksen funktio	frekvenssi	%
Fakta	16	69,6 %
Ymmärryksen kehittyminen	6	26,1 %
Aktivointi	1	4,3 %
Yhteensä	23	100 %

Ensimmäinen matematiikan tunti jatkui yhteisellä harjoituksella, jossa oppilaita valittiin pitelemään langan pätkiä, jotka kuvasivat monikulmion sivuja. Langanpäät oli merkitty solmuilla, jotka kuvasivat kärkipisteitä ja joita vapaaehtoiset opettajan valitsemat oppilaat pitelivät.

Harjoituksen aikana, osiossa 2/3, opettaja esitti 25 suljettua kysymystä (taulukot 12 ja 13), esimerkiksi: ”Onko meillä tässä tämä kuvio?” ja ”Mitä tapahtuu, jos lisäämme siihen vielä yhden langan?”. Avoimia kysymyksiä opettaja esitti yhden: ”Näetkö jossain muualla samanlaista muotoa?”. Prosessi kysymyksiä harjoituksen aikana olivat esimerkiksi: ”Miksi?” ja ”Oppilas 13, miksi se ei ollut neliö?”. Opettaja esitti yhden toimintakysymyksen: ”Kuulitko oppilas 8, mitä oppilas 13 sanoi?”.

TAULUKKO 12 Ensimmäisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten muodot (2/3)

Kysymyksen muoto	frekvenssi	%
Suljettu	25	80,6 %
Avoin	1	3,2 %
Prosessi	4	12,9 %
Toiminta	1	3,2 %
Muut	-	-
Yhteensä	31	100 %

TAULUKKO 13 Ensimmäisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten funktiot (2/3)

Kysymyksen funktio	frekvenssi	%
Hallinta	1	3,2 %
Fakta	18	58,1 %
Vihje	3	9,7 %
Ajattelun rakentuminen	5	16,1 %
Kertaus	-	-
Harjoittelu	-	-
Aikaisempi tieto	-	-
Sanaston harjoitteleminen	-	-
Ymmärryksen kehittyminen	3	9,7 %
Pumppaus	1	3,2 %
Yhteensä	31	100 %

Ensimmäisen matematiikan tunnin viimeisen osan (osio 3/3), itsenäisen työskentelyn vaihe päättyi tehtävien tarkastukseen, joka tehtiin opettajan johdolla. Eniten opettaja esitti muodoltaan suljettuja ja funktioltaan faktakysymyksiä (taulukot 14 ja 15).

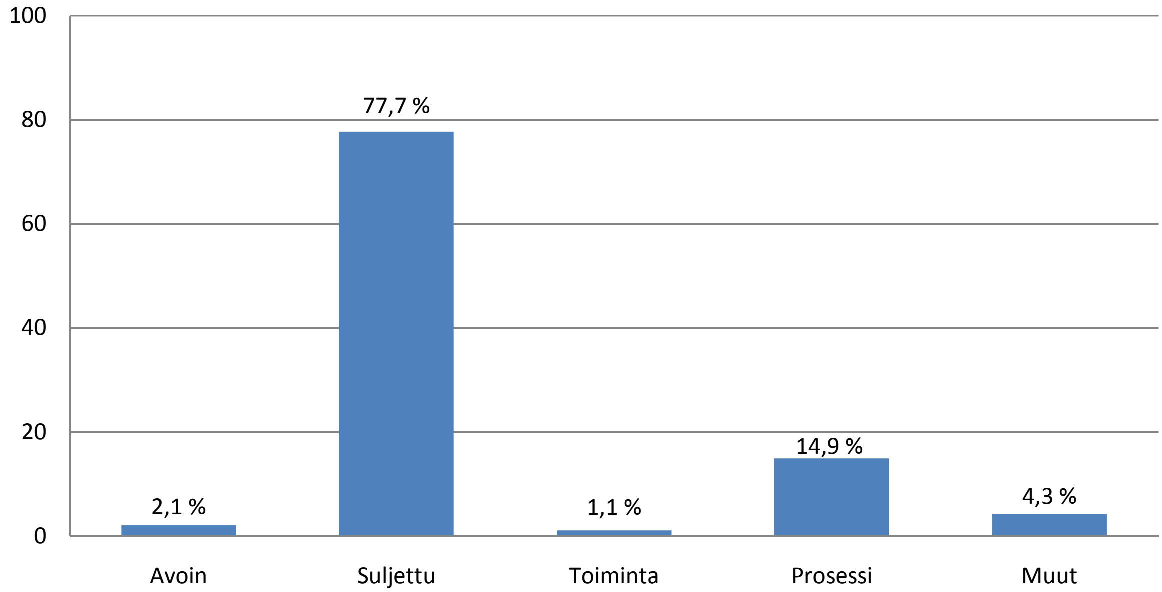
TAULUKKO 14 Ensimmäisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten muodot (3/3)

Kysymyksen muoto	frekvenssi	%
Suljettu	32	80 %
Avoin	-	-
Prosessi	5	12,5 %
Toiminta	-	-
Muu	3	7,5 %
Yhteensä	40	100 %

TAULUKKO 15 Ensimmäisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten funktiot (3/3)

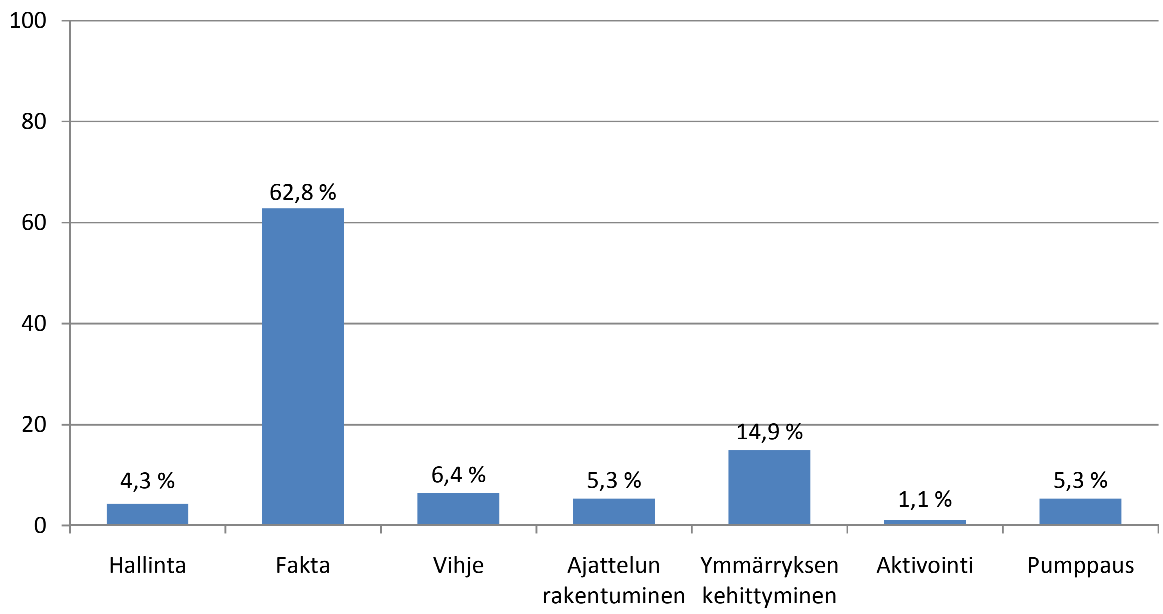
Kysymyksen funktio	frekvenssi	%
Hallinta	3	7,5 %
Fakta	25	62,5 %
Vihje	3	7,5 %
Ymmärryksen kehittyminen	5	12,5 %
Pumppaus	4	10 %
Yhteensä	40	100 %

Ensimmäisellä tunnilla opettaja esitti yhteensä 94 kysymystä. Ensimmäisen matematiikan tunnin kysymyksistä (kuvio 4) muodoiltaan suljettuja oli 77,7 % (73), prosessikysymyksiä 14,9 % (14), toimintakysymyksiä 1,1 % (1), avoimia kysymyksiä 2,1 % (2) ja muita kysymyksiä 4,3 % (4).



KUVIO 5 Kysymysten muotojen prosentuaalinen jakautuminen ensimmäisellä matematiikan tunnilla

Kysymysten tarkastelussa täytyi ottaa huomioon myös kysymysten funktiot, jotta saatiin tietoa kysymysten esittämisen tarkoituksesta. Ensimmäisen tunnin aikana kysymysten funktioista (kuvio 6) esiintyi yhteensä seitsemän erilaista, joista hallintaa oli 4,3 % (4), faktan esittämistä 62,8 % (59), vihjeitä 6,4 % (6), ajattelun rakentumista 5,3 % (5), ymmärryksen kehittymistä 14,9 % (14), aktivointia 1,1 % (1) ja pumppausta 5,3 % (5).



KUVIO 6 Kysymysten funktioiden prosentuaalinen jakautuminen ensimmäisellä matematiikan tunnilla

Kuten kuviosta 6 nähdään, eniten opettajaopiskelijan esittämistä kysymyksistä oli funktioltaan faktan esiin tuomista. Toiseksi eniten opettajaopiskelija esitti kysymyksiä, joiden funktio oli ymmärryksen kehittyminen.

5.1.2 Toisen matematiikan tunnin kysymysten muodot ja funktiot

Toinen matematiikan tunti alkoi keskustelulla välituntirajojen noudattamisesta (taulukot 16 ja 17). Kysymykset eivät koskeneet oppitunnin aihetta, vaan liittyivät koulun sääntöjen noudattamiseen. Ensimmäisen luokan oppilaat harjoittelevat syyslukukaudella usein koulun sääntöjen noudattamista ja näin ollen keskustelu välituntirajojen noudattamisesta antoi todenmukaisen kuvan oppitunnin aikana esitettyjen kysymysten muotojen ja funktioiden jakautumisesta. Koska tutkimusaineiston kysymysten muotojen ja funktioiden tarkastelu kohdentui sisältämään kaikki oppitunnin aikana esitetyt kysymykset, ei keskustelua välituntirajojen noudattamisesta rajattu aineiston ulkopuolelle.

TAULUKKO 16 Toisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten muodot (1/3)

Kysymyksen muoto	frekvenssi	%
Avoin	-	-
Suljettu	-	-
Prosessi	-	-
Toiminta	1	20 %
Muu	4	80 %
Yhteensä	5	100 %

TAULUKKO 17 Toisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten funktiot (1/3)

Kysymyksen funktio	frekvenssi	%
Hallinta	5	100 %
Yhteensä	5	100 %

Toisen matematiikan tunnin toisen osion, jossa opettaja kertoo, miten harjoitella matematiikan kokeeseen, aikana opettaja ei esittänyt yhtään kysymystä. Kolmas toisen matematiikan tunnin osio (taulukossa osio 2/3) oli yhteinen harjoitus, jossa vapaaehtoinen oppilas valitsi taululle heijastettavan kuvion ja toinen vapaaehtoinen oppilas istui ’arvaajan penkissä’ luokan etuosassa selkä taululle päin (taulukot 18 ja 19). Harjoitus alkoi opettajan esimerkillä, jossa opettaja istui ’arvaajan penkissä’ toimien esimerkkinä, millaisia kysymyksiä esitetään. Tämän jälkeen yhteensä viisi oppilasta olivat yksi kerrallaan ’arvaajan penkissä’ esittämässä kysymyksiä opettajan mallin mukaisesti koko luokalle. Muut oppilaat selvittivät, mikä kuvio taululle oli heijastettu. Yhteisen harjoituksen aikana opettaja joutui puuttumaan harjoituksen kulkuun varmistamalla, etteivät oppilaat huijaa harjoituksen aikana.

TAULUKKO 18 Toisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten muodot (2/3)

Kysymyksen muoto	frekvenssi	%
Avoin	-	-
Suljettu	5	38,5 %
Toiminta	7	53,8 %
Prosessi	1	7,7 %
Muut	-	-
Yhteensä	13	100 %

TAULUKKO 19 Toisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten funktiot (2/3)

Kysymyksen funktio	frekvenssi	%
Hallinta	7	53,8 %
Fakta	5	38,5 %
Ymmärryksen kehittyminen	1	7,7 %
Yhteensä	13	100 %

Toinen matematiikan tunti päättyy yhteiseen harjoitukseen (osio 3/3), jossa oppilas luokittelee 12 loogista palaa (neljä kolmiota, neljä ympyrää ja neljä neliötä) kaksihaaraiseen puumalliin (taulukot 20 ja 21).

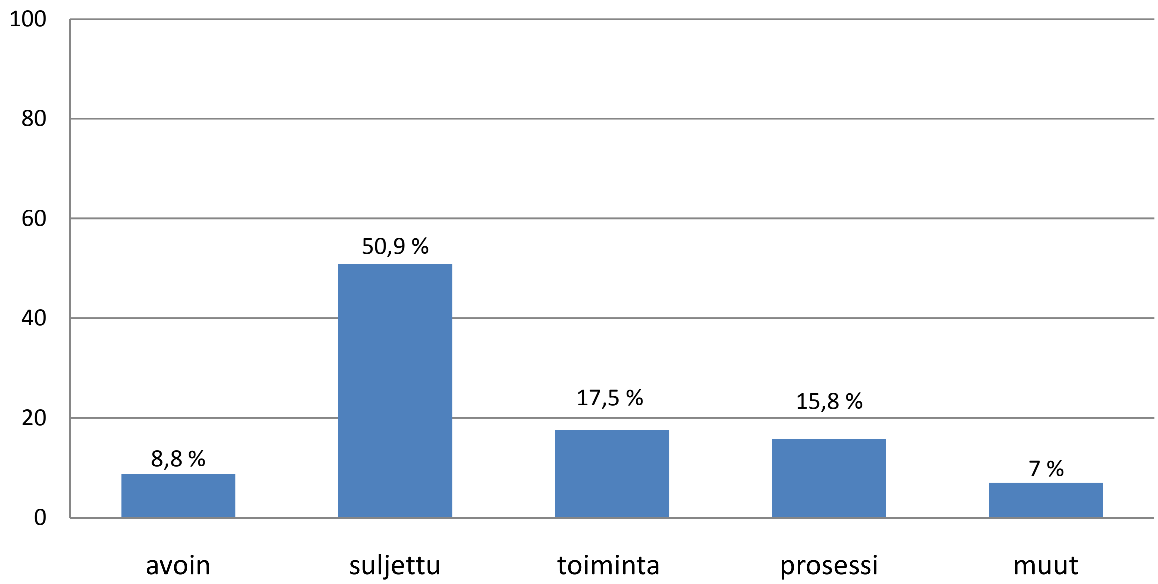
TAULUKKO 20 Toisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten funktiot (3/3)

Kysymyksen muoto	frekvenssi	%
Avoin	5	12,8 %
Suljettu	24	61,5 %
Prosessi	8	20,5 %
Toiminta	2	5,1 %
Muut	-	-
Yhteensä	39	100 %

TAULUKKO 21 Toisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten funktiot (3/3)

Kysymyksen funktio	frekvenssi	%
Hallinta	2	5,1 %
Fakta	13	33,3 %
Vihje	7	17,9 %
Harjoittelu	1	2,6 %
Aikaisempi tieto	5	12,8 %
Sanaston harjoitteleminen	5	12,8 %
Ymmärryksen kehittyminen	5	12,8 %
Pumppaus	1	2,6 %
Yhteensä	39	100 %

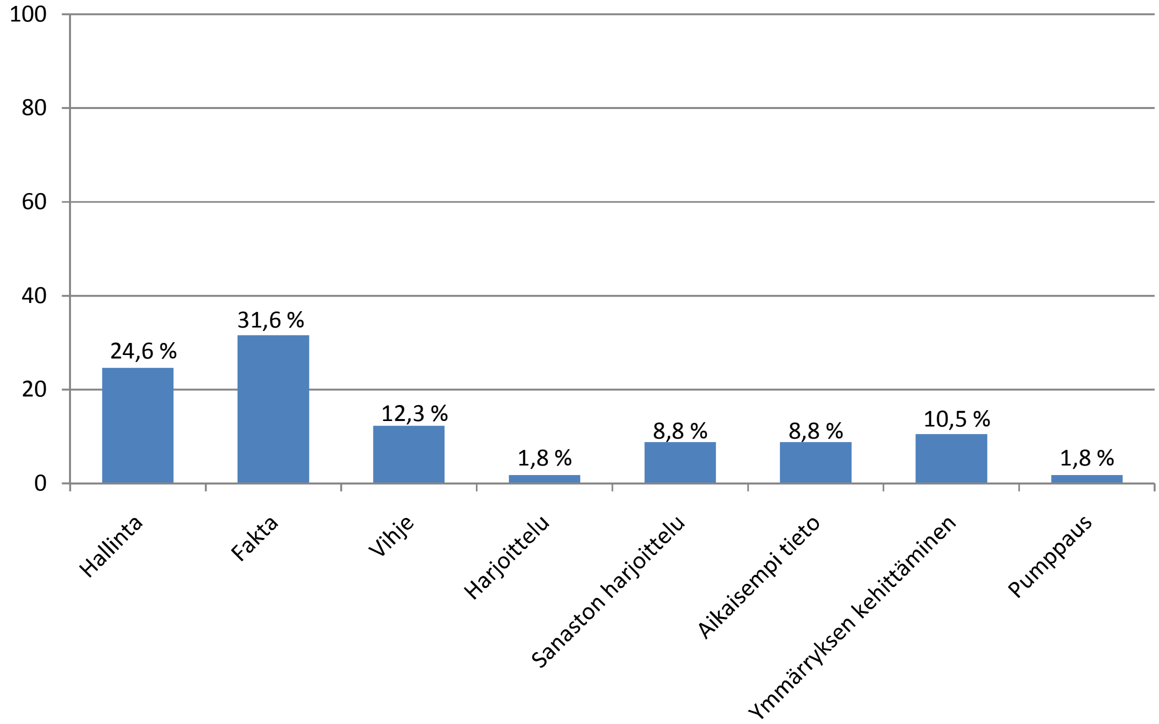
Toisen matematiikan tunnin opettajaopiskelijan esittämien kysymysten muodot (kuvio 7) jakautuivat prosentuaalisesti siten, että yhteensä 57 opettajaopiskelijan esittämästä kysymyksestä avoimia oli 8,8 % (5), suljettuja 50,9 % (29), toiminta 17,5 % (10), prosessi 15,8 % (9) ja muita kysymyksiä 7,0 % (4).



KUVIO 7 Kysymysten muotojen prosentuaalinen jakautuminen toisella matematiikan tunnilla

Toisen matematiikan tunnin opettajaopiskelijan esittämien kysymysten funktioista (kuvio 8) esiintyi kahdeksan erilaista, joista yhteensä hallintaa esiintyy 24,6 % (14), faktan esittämistä 31,6 % (18), vihjeitä 12,3 % (7), harjoittelua 1,8 % (1), sanaston harjoittelua 8,8

% (5), aikaisempaa tietoa 8,8 % (5), ymmärryksen kehittymistä 10,5 % (6) ja pumppausta 1,8 % (1).



KUVIO 8 Kysymysten funktioiden prosentuaalinen jakautuminen toisella matematiikan tunnilla

Kuten kuviosta 8 nähdään, opettajaopiskelijan esittämien kysymysten funktiot jakaantuivat toisella matematiikan tunnilla tasaisemmin kuin ensimmäisellä matematiikan tunnilla. Yhä kuitenkin eniten opettajaopiskelija esitti funktioltaan faktakysymyksiä (31,6 %).

5.1.3 Kolmannen matematiikan tunnin kysymysten muodot ja funktiot

Kolmannella matematiikan tunnilla esiintyi yhteensä 147 opettajaopiskelijan esittämää kysymystä. Niistä 139 esitettiin yhteisen taululle tehtävän luokitteluharjoituksen aikana (taulukot 22 ja 23). Yhteisen harjoituksen jälkeen oppilaat saivat monisteen, jossa oli vastaavasti sisäkkäisiä nelikulmioita kuten aiemmin taululle tehtävässä harjoituksessa.

TAULUKKO 22 Kolmannen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten muodot (1/2)

Kysymyksen muoto	frekvenssi	%
Avoin	1	0,7 %
Suljettu	84	60,4 %
Toiminta	-	-
Prosessi	39	28,1 %
Muut	15	10,8 %
Yhteensä	139	100 %

TAULUKKO 23 Kolmannen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten funktiot (1/2)

Kysymyksen funktio	frekvenssi	%
Fakta	54	38,8 %
Vihje	13	9,4 %
Ajattelun rakentuminen	6	4,3 %
Kertaus	6	4,3 %
Harjoittelu	11	7,9 %
Aikaisempi tieto	9	6,5 %
Sanaston harjoitteleminen	6	4,3 %
Ymmärryksen kehittyminen	32	23 %
Aktivointi	1	0,7 %
Pumppaus	1	0,7 %
Yhteensä	139	100 %

Viimeiset kahdeksan kysymystä koskevat monisteeseen piirrettävien tasokuvioiden piirtämisen harjoittelua (taulukot 24 ja 25).

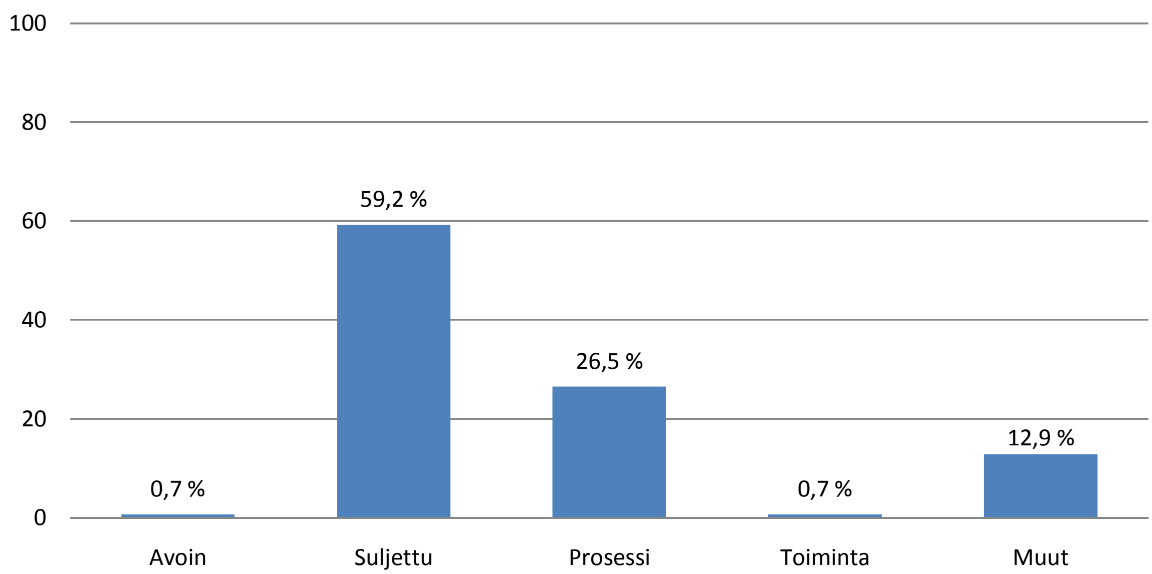
TAULUKKO 24 Kolmannen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten muodot (2/2)

Kysymyksen muoto	frekvenssi	%
Suljettu	3	37,5 %
Toiminta	1	12,5 %
Muut	4	50,0 %
Yhteensä	8	100 %

TAULUKKO 25 Kolmannen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten funktiot (2/2)

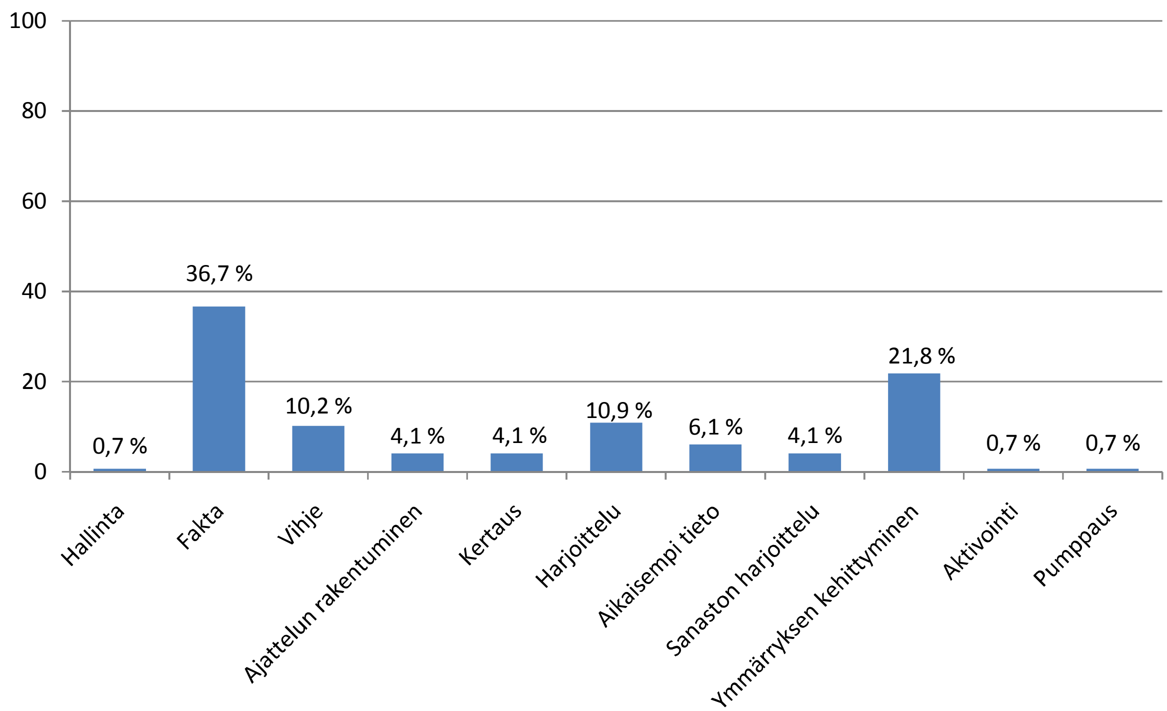
Kysymyksen funktio	frekvenssi	%
Hallinta	1	12,5 %
Vihje	2	25,0 %
Harjoittelu	5	62,5 %
Yhteensä	8	100 %

Kolmannella matematiikan tunnilla opettajaopiskelijan esittämistä 147 kysymyksestä muodoltaan avoimia kysymyksiä oli 0,7 % (1), suljettuja 59,2 % (87), toiminta 0,7 % (1), prosessi 26,5 % (39) ja muita kysymyksiä 12,9 % (19) (kuvio 9).



KUVIO 9 Kysymysten muotojen prosentuaalinen jakautuminen kolmannella matematiikan tunnilla

Kysymyksen funktiot jakaantuivat kolmannella matematiikan tunnilla (kuvio 10) yhteentoista luokkaan seuraavasti: hallinta 0,7 % (1), faktan esittäminen 36,7 % (54), vihje 10,2 % (15), ajattelun rakentuminen 4,1 % (6), kertaus 4,1 % (6), harjoittelu 10,9 % (16), aikaisempi tieto 6,1 % (9), sanaston harjoittelu 4,1 % (6), ymmärryksen kehittyminen 21,8 % (32), aktivointi 0,7 % (1) ja pumppaus 0,7 % (1).



KUVIO 10 Kysymysten funktioiden prosentuaalinen jakautuminen kolmannella matematiikan tunnilla

Kuten aiemmilla matematiikan tunneilla myös kolmannen matematiikan tunnin opettajaopiskelijan esittämistä kysymyksistä suurin osa oli funktioltaan faktakysymyksiä. Jälleen vastaavasti opettajaopiskelijan esittämistä kysymyksistä huomattava osa oli funktioltaan ymmärryksen kehittyminen.

5.1.4 Matematiikkapainotteisen käsityötunnin kysymysten muodot ja funktiot

Matematiikkapainotteisen käsityötunnin aikana esiintyi yksi koko luokan opettajajohtoinen keskustelu (taulukko 26 ja 27). Keskustelun aikana opettaja esitti 49 kysymystä.

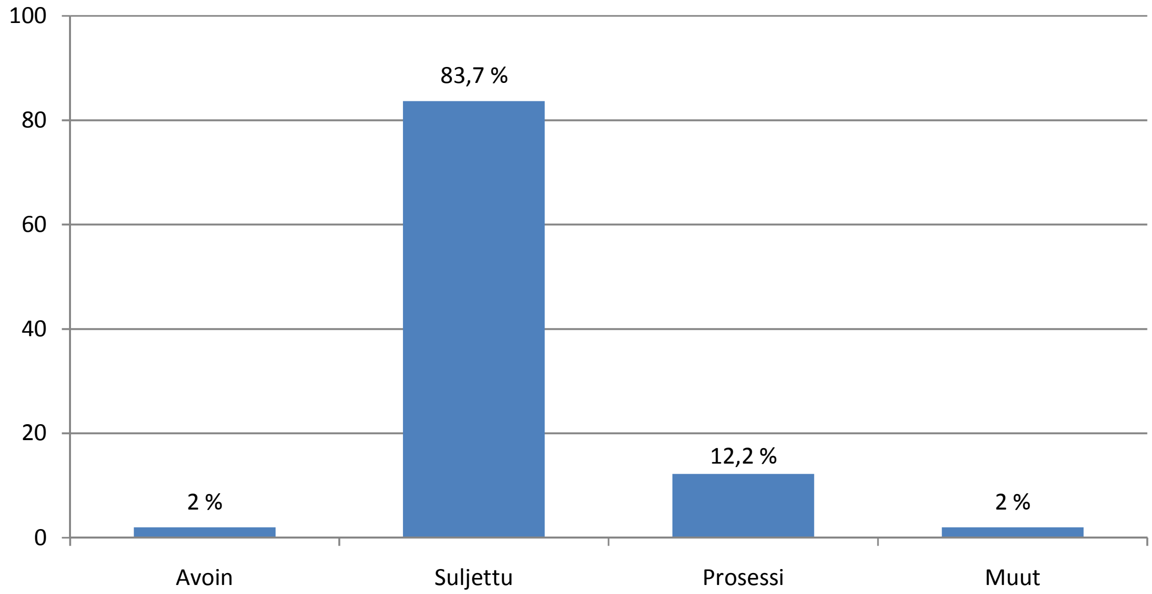
TAULUKKO 26 Matematiikkapainotteisen käsityötunnin aikana esitettyjen kysymysten muodot (1/1)

Kysymyksen muoto	frekvenssi	%
Avoin	1	2,0 %
Suljettu	41	83,7 %
Prosessi	6	12,2 %
Toiminta	-	-
Muut	1	2,0 %
Yhteensä	49	100 %

TAULUKKO 27 Matematiikkapainotteisen käsityötunnin aikana esitettyjen kysymysten funktiot (1/1)

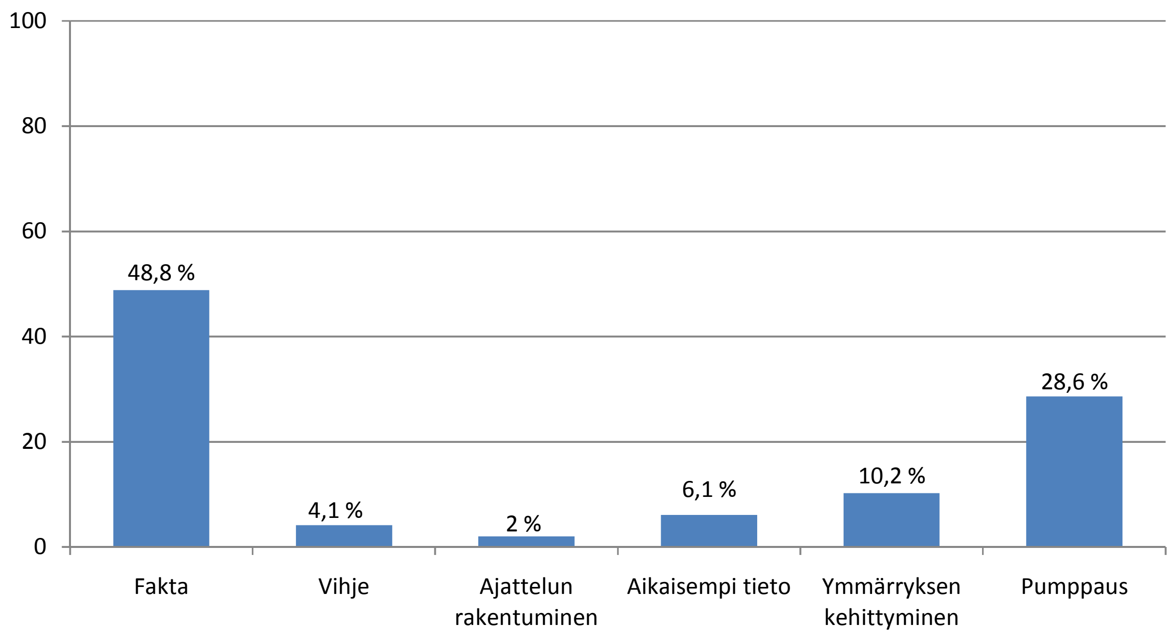
Kysymyksen funktio	frekvenssi	%
Fakta	24	48,8 %
Vihje	2	4,1 %
Ajattelun rakentuminen	1	2,0 %
Aikaisempi tieto	3	6,1 %
Ymmärryksen kehittyminen	5	10,2 %
Pumppaus	14	28,6 %
Yhteensä	49	100 %

Käsityön tunnilla esiintyneistä koko luokan keskustelun aikana esiintyneestä 49 kysymyksestä, muodoltaan avoimia oli 2,0 % (1), suljettuja 83,7 % (41), prosessi 12,2 % (6) ja muita kysymyksiä 2,0 % (1) (kuvio 11). Käsityön tunnilla ei esiintynyt toiminta kysymyksiä.



KUVIO 11 Kysymysten muotojen prosentuaalinen jakautuminen matematiikkapainotteisella käsityö-tunnilla

Kysymysten funktioista matematiikkapainotteisen käsityötunnin aikana (kuvio 12) opettajan esittämistä kysymyksistä faktan esittämistä oli 48,8 % (24), vihjeitä 4,1 % (2), ajattelun rakentumista 2,0 % (1), aikaisempaa tietoa 6,1 % (3), ymmärryksen kehittymistä 10,2 % (5) ja pumppausta 28,6 % (14).



KUVIO 12 Kysymysten funktioiden prosentuaalinen jakautuminen matematiikkapainotteisella käsityötunnilla

Kuten matematiikan tunneilla, myös matematiikkapainotteisella käsityötunnilla eniten opettajaopiskelijan esittämistä kysymyksistä oli funktioltaan faktakysymyksiä (48,8 %). Kysymysten funktioista pumppaaminen esiintyi aiempia tunteja enemmän (28,6 %) funktion ymmärryksen kehittyminen jäädessä kolmanneksi eniten esiintyväksi (10,2 %).

5.2 Opettajaopiskelijan matematiikkakuvan ja kysymysten väliset yhtäläisyydet sekä erot

Opettajaharjoittelijan matematiikkakuvan ja oppituntien aikana hänen esittämien kysymysten muotojen ja funktioiden välillä voidaan todeta olleen sekä yhtäläisyyksiä että eroja. Sahinin ja Kulmin (2008) tutkimuksen kanssa yhteneväisesti opettaja esitti paljon kysymyksiä luennoinnin (opettajan esitys) sijasta. Suomalaisen peruskoulun oppitunnin pituus on 45 minuuttia. Opettaja esitti matematiikan tunneilla keskimäärin 2,20 kysymystä minuutissa. Esittämien kysymysten lukumäärän perusteella ilmenee, että oppilaan edellytettiin vastaavan nopeasti. Matematiikkapainotteisella käsityötunnilla opettaja esitti 1,08 kysymystä minuutissa. Opettaja esitti niin paljon kysymyksiä, että oppilaalle jäi vain vähän aikaa käsitellä niitä. Oppilaat esittivät ainoastaan sellaisia kysymyksiä, jotka koskivat pääosin tehtävän antoa ja opettajan antamien ohjeiden tarkennusta. Taulukossa 28 on kunkin oppitunnin aikana esitettyjen kysymysten muotojen määrät.

TAULUKKO 28 Opettajan esittämien kysymysten muotojen esiintyminen eri oppitunneilla

Kysymyksen muoto	Ensimmäinen matematiikan tunti	Toinen matematiikan tunti	Kolmas matematiikan tunti	Matematiikkapainotteinen käsityön tunti	Kaikki tunnit yhteensä
	f (%)	f (%)	f (%)	f (%)	f (%)
Suljettu	73 (77,7 %)	29 (50,9 %)	87 (59,2 %)	41 (83,7 %)	230 (66,3 %)
Avoin	2 (2,1 %)	5 (8,8 %)	1 (0,7 %)	1 (2,0 %)	9 (2,6 %)
Toiminta	1 (1,1 %)	10 (17,5 %)	1 (0,7 %)	-	12 (3,5 %)
Prosessi	14 (14,9 %)	9 (15,8 %)	39 (26,5 %)	6 (12,2 %)	68 (19,6 %)
Muut	4 (4,3 %)	4 (7,0 %)	19 (12,9 %)	1 (2,0 %)	28 (8,1 %)
Yhteensä	94 (100 %)	57 (100 %)	147 (100 %)	49 (100 %)	347 (100 %)

Ainoastaan toisella matematiikan tunnilla opettajan esittämien kysymysten määrä oli selvästi pienempi kuin muilla tunneilla esitettyjen. Toisella matematiikan tunnilla tehtiin yhteinen harjoitus, jossa yksi vapaaehtoinen oppilas valitsi taululle heijastettavan kuvion, toinen oppilas istui selkä taululle päin luokan etuosassa olevalla ’arvaajan penkillä’ ja esitti suljettuja kysymyksiä. Tutkimuksissa on todettu oppilaiden toteuttavan ryhmätöissä oppitunnilta mallinnettua dialogia, jossa oppilaat toistavat vastaavanlaisia kysymyksiä kuin ovat tottuneet opettajan esittävän (ks. mm. Myhill 2009). Tässä harjoituksessa oppilas toteutti opettajan näyttämää mallia kysymysten esittämisestä yhteistoiminnallisessa harjoituksessa. Vastaavien harjoitusten yksipuolisen käytön vaarana on, että oppilas oppii kysymään vain muodoltaan suljettuja ja funktioltaan faktakysymyksiä. Tämä on ominaista luomaan matematiikkauskomuksia kuten: ’matematiikka on laskemista’ ja ’matematiikkaa opitaan opettelemalla ulkoa sääntöjä’. Siitä taas voi seurata suppea käsitys: matematiikka on suoritustapa. Se taas erosi opettajaopiskelijan matematiikkakuvasta (ks. taulukko 1).

Esittämällä suljettuja kysymyksiä opettajan mahdollisuus tulla tietoiseksi oppilaiden ennakkokäsityksistä ja aiemmista tiedoista vähenee. Suljettujen kysymysten esittäminen vastaa useimmissa perinteistä opetustapaa vastaavissa oppikirjoissa esitettyjen kysymysten muotoa (Sahin & Kulm 2008, 224.) Siksi on tärkeää kiinnittää huomio puheeseen laajennettaessa oppilaan käsitystä siitä, mitä matematiikka on. Opettajan on hyvä olla tietoinen esittämiensä kysymysten muotojen ja funktioiden lukumäärästä sekä niiden vaikutuksista oppilaiden oppimiseen ja käsityksiin matematiikasta.

Uudemmat tutkimukset ovat vahvistaneet aikaisempien tutkimuksien tulokset opettajan esittämien kysymysten painottuvuudesta suljettuihin, yhtä oikeaa vastausta etsiviin kysymyksiin (ks. mm. Myhill 2006; Sahin & Kulm 2008; Skidmore 2000). Tämän tutkimuksen tulokset eivät poikenneet näistä tuloksista, sillä suurin osa (jokaisella tunnilla > 50 %, yhteensä kaikilla tunneilla 66,3 %) opettajan esittämistä kysymyksistä olivat muodoltaan suljettuja kysymyksiä. Ainoastaan toisella matematiikan tunnilla suljettujen kysymysten prosentuaalinen osuus oli huomattavasti alle 60 % (50,9 %) ja tämäkin selittyi yhteisellä harjoituksella (ks. luku 5.1.2). Toisin sanoen, oppilaat yrittivät miettiä vastausta, jota opettaja odottaa oppilaidensa vastaavan (Myhill 2006, 27).

Toisaalta myös prosessikysymysten eli perusteluja vaativien kysymysten määrä oli matematiikan tunneilla (14,9 %, 15,8 % ja 26,5 %) ja matematiikkapainotteisella käsityön tunnilla (12,2 %) huomattava. Eli opettaja ei tyydy yksinomaan oikeaan vastaukseen vaan lisäksi vaatii perusteluja oppilaiden esittämille vastauksille. Sahin ja Kulm (2008, 238) selittävät tutkimuksessaan ensimmäisen vuoden opettajan suurta tiedustelu (*probing*) kysymysten määrää opettajan innokkuudella, tuoreudella ja energialla. Mahdollisesti tämänkin tutkimuksen prosessikysymysten määrää voidaan selittää samalla tekijällä.

TAULUKKO 29 Opettajan esittämien kysymysten funktioiden esiintyminen eri oppitunneilla

Kysymyksen funktio	Ensimmäinen matematiikan tunti	Toinen matematiikan tunti	Kolmas matematiikan tunti	Matematiikkapainotteinen käsityön tunti	Kaikki tunnit yhteensä
	f (%)	f (%)	f (%)	f (%)	f (%)
Hallinta	4 (4,3 %)	14 (24,6 %)	1 (0,7 %)	-	19 (5,5 %)
Fakta	59 (62,8 %)	18 (31,6 %)	54 (36,7 %)	24 (48,8 %)	155 (44,7 %)
Vihje	6 (6,4 %)	7 (12,3 %)	15 (10,2 %)	2 (4,1 %)	30 (8,6 %)
Sisällön kokoaminen	-	-	-	-	-
Ajattelun rakentuminen	5 (5,3 %)	-	6 (4,1 %)	1 (2,0 %)	12 (3,5 %)
Kertaus	-	-	6 (4,1 %)	-	6 (1,7 %)
Harjoittelu	-	1 (1,8 %)	16 (10,9 %)	-	17 (4,9 %)
Aikaisempi tieto	-	5 (8,8 %)	9 (6,1 %)	3 (6,1 %)	17 (4,9 %)
Sanaston harjoitteleminen	-	5 (8,8 %)	6 (4,1 %)	-	11 (3,2 %)
Ymmärryksen kehittyminen	14 (14,9 %)	6 (10,5 %)	32 (21,8 %)	5 (10,2 %)	57 (16,4 %)
Reflektion kehittyminen	-	-	-	-	-
Aktivointi	1 (1,1 %)	-	1 (0,7 %)	-	2 (0,6 %)
Pumppaus	5 (5,3 %)	1 (1,8 %)	1 (0,7 %)	14 (28,6 %)	21 (6,1 %)
Yhteensä	94 (100 %)	57 (100 %)	147 (100 %)	49 (100 %)	347 (100 %)

Opettajaopiskelijan esittämien kysymysten funktiot olivat pääosin faktan esille tuontia (62,8 %, 31,6 %, 36,7 % ja 48,8 %). Toiseksi eniten opettajan esittämien kysymysten funktioista ilmeni ymmärryksen kehittämistä (14,9 %, 10,5 %, 21,8 % ja 10,2 %). (Taulukko 29, ks. myös Liite 5). Käsityötunnilla esiintynyttä funktioltaan pumppaus kysymysten suurta määrää voitaneen selittää opettajaopiskelijan epävarmuudella ja harjoittelun puutteella. Mahdollisesti opettajaopiskelija ei ollut täysin tiedostanut, miten integrointi aidosti tapahtuu ja kuinka ohjata oppilaan oivallusta.

Kysymysten funktioita *sisällön kokoaminen* ja *reflektion kehittäminen* ei esiintynyt tutkimusaineistossa. Tulos poikkeaa Sahinin ja Kulmin (2008) tutkimustuloksesta, jonka mukaan sekä kokeneen että vastavalmistuneen opettajan tunnit (viisi oppituntia) voitiin jakaa neljään osaan, joista viimeinen oli yhteenveto. Vaikka tämän tutkimuksen analyysissa ei tuntien kulkua jaettu vastaavanlaisiin osiin, voidaan kysymysten funktion *sisällön kokoaminen* puuttumisesta mahdollisesti päätellä, ettei opettajaopiskelija pitänyt tärkeänä koota sisältöä eli tehdä yhteenvetoa ja luoda kokonaisvaltaista kuvaa käsitellyistä asioista. Lisäksi opettajaopiskelija ei esittänyt kysymyksiä, joilla kehittää oppilaan reflektointitaitoa ja tuonut esiin erilaisten vastausstrategioiden olemassaoloa ja merkitystä. Tulos on eroava opettajan matematiikkakuva aineopintojen jälkeen kanssa (ks. taulukko 1). Toisaalta tulosta voitaneen selittää opettajan kokemattomuudella ja rajoituksilla, joita oppitunnin tavoitteen täyttäminen asettaa. Johtopäätösten yleistäminen edellyttää lisätutkimusta.

Tutkimustulokset osittain vastasivat ja osittain eivät vastanneet Perkkilän (2002) tuloksia suomalaisten alkuopettajien matematiikan opetuksesta. Muodoltaan suljettujen kysymysten ja funktioiltaan faktakysymysten lukumäärästä voidaan päätellä, että oppilaiden vastaukset olivat lyhyitä ja täsmällisiä. Tulos erosi opettajaharjoittelijan matematiikkakuvasta (ks. taulukko 1). Tästä lisää käsiteltäessä opettajaharjoittelijan matematiikkakuvan ja vuorovaikutusketjujen sekä vuorovaikutuksen rakenteen välistä yhteyttä (luku 5.4).

Perkkilän (2002) tulosten mukaan oppilaan päätehtävä oli tiedon vastaanottaminen eivätkä oppilaat perustelleet vastauksiaan. Tämän tutkimuksen tulosten mukaan oppilaat perustelivat vastauksiaan, sillä prosessi kysymysten esiintyvyys aineistossa oli yhteensä 19,6 % (ks. liite 5). Tämä Perkkilän (2002) tutkimustuloksista poikkeava tulos, oli yhteneväinen opettajaharjoittelijan matematiikkakuvan (aineopintojen jälkeen) toisen komponentin, kohdan a) miten matematiikkaa opitaan -kohdan kanssa (ks. taulukko 1).

5.3 Oppituntien vuorovaikutuksen rakenne

Keskusteluiden otteet kuvattiin siten, että opetusharjoittelijasta käytettiin nimeä Opettaja. Oppilaat numeroitiin siten, että kukin numero vastaa yhtä oppilasta (Oppilas 1, Oppilas 2, Oppilas 3 jne.). Luokan oma opettaja osallistui oppituntien kulkuun ja hänestä käytettiin nimeä Luokan oma opettaja.

5.3.1 Ensimmäisen matematiikan tunnin vuorovaikutuksen rakenne

Ensimmäisellä tunnilla tunnin aloittavassa läksyjen tarkistuksessa esiintyi I-I-I-R-P-R-F-R-rakenne, jossa opettaja esitti kolme kysymystä (keskusteluote 1, rivit 1, 2 ja 3) ennen kuin oppilas vastaa. Saksola ja Tolonen ovat tutkimuksessaan (2009) todenneet opettajan esittävän usein monta kysymystä perättäin, jolloin vuorovaikutusketjussa ilmenee enemmän kuin yksi opettajan aloitus (*initiation*). Keskusteluote 1 oli ensimmäisen matematiikan tunnin alusta, jossa tarkastettiin läksyjä. Aiemmin oppilas vastasi kirjoittaneensa vastaukseksi suora.

KESKUSTELUOTE 1

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* eli vastauksen arvioiminen, F: *follow*-up eli palaute)

1 Opettaja: Miksi se on suora?	I
2 Opettaja: Kuinka moni kirjoitti siihen suora?	I
3 Opettaja: Oppilas 5 miksi kirjoitit siihen suora?	I
4 Oppilas 5: Koska se on suora	R
5 Opettaja: Miksei se ole vaikka jana? Oppilas 4?	I
6 Oppilas 4: Siksi, että se on loputon. Siksi että ei oo alkupistettä eikä loppupistettä.	R
7 Opettaja: Hyvä Oppilas 4. Suorahan voisi jatkua tänne äärettömiin.	E
8 Oppilas 4: Se jatkuis tänne lattialle.	**P**

Keskusteluote 1 sijoittui Mortimerin ja Scottin luoman (2003) nelikentän ulottuvuuksista vuorovaikutteiseen ja auktoritatiiviseen luokkaan. Keskusteluotetta kuvasi I-I-I-R-I-R-E-**P**- ketju. Kysymyksellä: ”Miksi se on suora?” opettaja ei ainoastaan tyytynyt oikeaan vastaukseen vaan vaati perusteluja oppilaan esittämälle vastaukselle. Opettaja ohjasi oppilasta kohti oikeaa ennalta tietämäänsä vastausta, joten keskustelun rakenne ei täyttänyt dialogisuuden vaatimuksia. Opettaja jätti kommentoimatta oppilaan 4 lisäyksen (keskusteluote 1, rivi 8) suoran jatkumisesta lattialle. Läksyjen tarkistus jatkui toisen tehtävän vastauksien läpikäymisellä (keskusteluote 2).

KESKUSTELUOTE 2

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Opettaja: Tehtävä kaksi. Piirrä jana AB. Mitä minun pitää tehdä?	I
2 Opettaja: Mitä sinä olet tehnyt?	I
3 Oppilas 7: Mä laitoin sinne viivan.	R
4 Opettaja: Yhdistänyt viivalla, mitkä olet yhdistänyt?	I
5 Oppilas 7: Jana A ja B.	R
6 Opettaja: Jos aloitamme pisteestä A ja päädymme pisteeseen B, mikä silloin on alkupiste?	I
7 Oppilas 6: Piste A.	R
8 Opettaja: Mitkä yhdistän, kun pyydetään piirtämään jana AC?	I
9 Oppilas 2: Ai mitä?	R
10 Opettaja: Mitä yhdistän, kun pyydetään piirtämään jana AC?	I

KESKUSTELUOTE 2 (jatkuu)	
11 Oppilas 2: A:n ja C:n.	R
12 Opettaja: Entä kun pyydetään piirtämään jana AD?	I
13 Oppilas 4: A ja D.	R
(Jatkuu kunnes luokan oma opettaja viittaa ja kysyy:)	
14 Luokan oma opettaja: Jos tarkkoja ollaan, yhdistetäänkö siinä A ja F vai mitä?	I
15 Oppilas 4: Pisteet A ja F.	R
16 Luokan oma opettaja: Siinä vastaus. Jatkossa puhutaan, että yhdistetään pisteitä. Ei A:ta ja F:ää.	E

Keskustelu oli pääosin kaksiosaista, jossa kolmatta vaihetta (E/F) ei joka kerta esiintynyt, vaan opettaja hyväksyy oppilaan vastauksen siirtymällä seuraavaan kohtaan. Keskusteluote sijoittui Mortimerin ja Scottin (2003) vuorovaikutuksen rakennetta kuvaavan nelikentän mukaan auktoritatiiviseen ja vuorovaikutukselliseen luokkaan. Tunti jatkui yhteisellä harjoituksella (keskusteluote 3), jossa vapaaehtoiset oppilaat rakensivat monikulmion pitäen langoista kiinni.

KESKUSTELUOTE 3

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Opettaja: rakennetaanpas tämmöinen kuvio. (Taululle on heijastettu kulma) Tarvitsen vapaaehtoisen. (Osa oppilaista viittaa, osa seuraa kirjaansa tai tekee jotain muuta)	
2 Opettaja: Oppilas 8.	
3 Opettaja: Ota tästä kiinni. Se kuvaa pistettä.	
4 Opettaja: Onko meillä vielä tässä tämä kuvio?	I
5 Oppilaat yhteen ääneen: Ei.	R
6 Opettaja: Oppilas 8 pitelee pistettä täällä. Tarvitsen toisen vapaaehtoisen.	
7 Opettaja: Oppilas 9.	
8 Opettaja: Onko meillä vielä tämä kuvio?	I
9 Oppilaat: Ei.	R
10 Opettaja: Mitä me tarvitsemme?	I
11 Oppilas 4: Minut.	R
12 Opettaja: Ja mihin?	I
13 Oppilas 4: Pitämään tuota, joka ei näy.	R
14 Opettaja: Tuo vaaleanpunainen piste tuolla (väri heijastuu taululle heikosti). Oppilas 4 tule pitelemään.	E
15 Opettaja: Mitä jos rakennetaan se tuonne, missä on enemmän tilaa. Peruuttakaa vähän sinne.	
16 Opettaja: Mikä meillä tässä on?	I

KESKUSTELUOTE 3 (jatkuu)	
17 Opettaja: Näetkö jossain muualla samanlaista muotoa?	I
18 Monet oppilaat yhteen ääneen: Nään.	R
19 Opettaja: Entä se missä sun kirja on?	I
20 Oppilas 10: Nään täällä (osoittaa pulpetin kulmaa).	R
21 Opettaja: Hyvä.	E
22 Opettaja: Mikä se on?	I
23 Oppilas 10: Kulma.	R
24 Opettaja: Hyvä Oppilas 10. Se on kulma.	E
25 Opettaja: Ja matematiikassa merkitsemme kulmaa (piirtää taululla olevaan kuvioon kulman merkinnän eli yhdistää kaarella alku ja loppukyljen).	

Keskusteluote 3 noudattaa aikaisempien keskusteluotteiden mukaan(I-)I-R-E ja I-R-I-R- ketjuja, joissa opettaja ohjasi keskustelun suuntaa eli kommunikatiivisen lähestymistavan mukaan keskustelu oli rakenteeltaan vuorovaikutuksellista ja auktoritatiivista. Kuvion rakentaminen jatkui (keskusteluote 4).

KESKUSTELUOTE 4

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: feedback eli palaute)

1 Opettaja: Mitä tapahtuu jos lisäämme siihen vielä yhden langan?	I
2 Opettaja: Jos me lisätään sinne vielä yksi lanka näin pisteen pitelijöille	I
3 Oppilas 3: Kolmio.	R
4 Opettaja: Mikä siitä tulee?	I
5 Oppilas 4: Ei näy. Oranssi on parempi väri!	R
6 Opettaja: Montako kulmaa tässä kuviossa on? Oppilas 12?	I
7 Oppilas 12: Kolme.	R
8 Opettaja: Hyvä Oppilas 12.	E
9 Oppilas 4: Lisätään kakssataa, sit se ois kakssataakolme.	**P**
10 Opettaja: Lisätään pisteiden nimet. Mitkä ne voisivat olla?	I
11 Oppilas 4: Piste Oppilas 8, piste Oppilas 9, Piste Oppilas 4.	R

Edeltävässä luokkahuonekeskustelun otteessa oppilas 4 esitti oman huomion keskustelun aikana. Keskustelua kuvasi I-I-R-I-R-I-R-E-**P**-I-R- ketju. Opettaja ei kuitenkaan tarttunut oppilaan 4 esittämään huomioon (keskusteluote 4, rivi 9) vaan jatkoi ohjaten keskustelua ennalta päättämällään tavalla eteenpäin. Koska oppilas 4 esitti kommenttinsa viittaamatta, opettaja ilmeisesti koetti reagoimattomuudellaan viestittää oppilaalle 4, että huuteluihin ei reagoida. Näin ollen myös oppilaan esittämä oivallus 200: n langan lisäämisestä ja kulmien summasta 203 jäi huomiotta, mikä ei kannustanut oppilasta omien huomioiden esittämiseen vaan mahdollisesti loi käsityksen, että puhetta johtavan opettajan etenemistä ei tule keskeyttää.

Keskustelu jatkui (keskusteluote 5) harjoittelemalla kuviossa esiintyvien kärkipisteiden nimeämisellä (oppilaiden etunimien alkukirjaimella, raportoinnissa käytettiin oppilaan nimen sijasta oppilaan numeroa), jonka jälkeen harjoiteltiin perusteluita kuvion nimeämiselle.

KESKUSTELUOTE 5

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Opettaja: Mikä kuvio siitä syntyy?	I
2 Opettaja: Kuinka monta kulmaa siinä on?	I
3 Oppilas 5: Neljä!	R
4 Opettaja: Missä ne kulmat on?	I
5 Oppilas 4: Tässä, tässä, tässä…	R
6 Oppilas 7: Neliö	R
7 Opettaja: Onko siinä nimessä silloin sana kulma?	I
8 Oppilas 12: Nelikulmio.	R
9 Opettaja: Hyvä! sehän on nelikulmio	E
10 Opettaja: Sanotaanpas kaikki yhteen ääneen: nelikulmio	
11 Oppilaat: Nelikulmio	
12 Opettaja: Ja miksi sen nimi on nelikulmio? Oppilas 5?	I
13 Oppilas 5: En tiiä.	R
14 Opettaja: Juuri laskit	I
15 Oppilas 4: Koska siinä on neljä kulmaa.	R
16 Opettaja: Mikä meidän neljännen kulman kärkipisteen nimi on? Oppilas 13?	I
17 Oppilas 13: O5 niin kuin Oppilas 5	R
18 Opettaja: Onko tyttö 5?	I
19 Oppilas 13: Poika.	R
20 Opettaja: Mut nyt kun kuvataan sitä kärkipistettä, Oppilas 6?	I
21 Oppilas 6: Piste.	R
22 Opettaja: Saadaanko me kuvattua ympyrä näin?	I
23 Oppilaat: Eii…	R
24 Opettaja: Miksi ei?	I
25 Oppilas 7: Koska siinä ei oo kulmaa.	R
26 Opettaja: Eli kuinka monta kulmaa siinä on?	I
27 Oppilas 7: Nolla.	R

Ensimmäisen matematiikan tunnin viimeisen osion aikana tarkastettiin yksilöllisen työskentelyn aikana tehdyt tehtävät (keskusteluote 6).

KESKUSTELUOTE 6

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Opettaja: Mikäs tämän kuvion nimi on?	I
2 Oppilas 6: Kärkipiste	R
3 Opettaja: Kuinka monta niitä on tässä kuvassa?	I
4 Oppilas 6: Neljä	R
5 Opettaja: Ja kun ne kaikki on yhdistetty. Vahvistan ne vielä. Niin tulee mikä? Oppilas 13 Vastasit äsken?	I
6 Oppilas 13: Kulmat.	R
7 Opettaja: Kulmat muodostuu myös, mutta puhutaan vaan siitä…	I
8 Oppilas 13: Sivut.	R
9 Oppilas1: Opettaja mä käyn vessassa	
10 Opettaja: Kohta on välitunti käy silloin.	
11 Opettaja: Entäs tämä kuvio, kuinka monta kulmaa? Oppilas 1 eikun Oppilas 5?	I
12 Oppilas 5: Neljä.	R
13 Opettaja: Kuinka monta sivua?	I
14 Oppilas 11: Neljä.	R
15 Opettaja: Kuinka monta kärkipistettä Oppilas 13?	I
16 Oppilas 13: Neljä.	R
17 Oppilas 4: Kaikkia on neljä.	**P**

Ensimmäisen matematiikan tunnin luokkahuonekeskustelussa esiintyi jälleen rakenne I-R-I-R, joka päättyi oppilaan tekemään huomioon (keskusteluote 6, rivi 17). Opettaja ei kommentoinut huomiota.

Ensimmäisen matematiikan tunnin vuorovaikutusketjut ja kommunikatiiviset lähestymistavat ovat koottuna taulukkoon 30. Huomaa, ettei taulukkoon oleviin ketjuihin ole merkitty oppilaan huomioita (P, *prompt*). Ne jätettiin merkitsemättä, koska opettaja ei kommentoinut niitä eikä vuorovaikutus täyttänyt dialogisuutta. Näin luokan vuorovaikutuksesta saatiin todenmukainen kuva valitun teoreettisen viitekehyksen mukaan.

TAULUKKO 30 Ensimmäisen matematiikan tunnin vuorovaikutuksen rakenne

Tunnin kulku	Vuorovaikutusketju	Kommunikatiivinen lähestymistapa
Kotitehtävien tarkistus	I-R-E, I-R-I-R	C) Auktoritatiivinen / Vuorovaikutteinen
Rakennetaan opettajan johdolla yhteistoiminnallisesti langasta monikulmioita. Vapaaehtoiset oppilaat pitelevät kulmien kärkipisteitä.	I-R-E, I-R-I-R	C) Auktoritatiivinen / Vuorovaikutteinen
Oppilas työskentelee yksilöllisesti nimeämällä tasokuvioiden osia ja tasokuvioita, yhteinen tarkistus	I-R-I-R	C) Auktoritatiivinen / Vuorovaikutteinen

Koko ensimmäisen matematiikan tunnin vuorovaikutus oli rakenteeltaan auktoritatiivista ja vuorovaikutuksellista. Tunnilla ei esiintynyt opettajan esitelmöintiä eikä dialogista ja vuorovaikutuksellista kommunikatiivisen lähestymistavan rakennetta.

5.3.2 Toisen matematiikan tunnin vuorovaikutuksen rakenne

Toinen matematiikan tunti alkoi keskustelulla välituntirajojen rikkomisesta. Tämän jälkeen opettaja kertoi oppilaille, kuinka he voivat harjoitella matematiikan kokeeseen.

KESKUSTELUOTE 7

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Opettaja: Torstaina on matematiikan koe ja miten harjoittelet matematiikan kokeeseen. Kokeeseen tulee asiat Tuhattaituri kirjasta.

2 Oppilas: Ei noin suureks. (Tarkoittaa dokumenttikameralla suurennettua kirjan sivua.)

3 Oppilas: Mikä sivu toi on? I

4 Opettaja: Sivu 146. Voit laittaa sen liittimen siihen kohtaa. Ja kokeessa sinulta kysytään näitä asioita erilaisin tehtävin. Sinun tarvitsee harjoitella niitä niin, että voit katsoa tuota kuvaa ja kerrata siitä, että mitä asioita tällä sivulla on, niitä asioita voi tulla kokeeseen. Siellä on kulma, sivu ja kärkipiste. R

5 Opettaja: Miten sitten voit harjoitella siihen muutakin kuin vain katsomalla tätä kuvaa? Niin peittämällä vastaukset, jotka olet tehnyt ja katsomalla siitä kuviosta. Tekemällä toiselle paperille esimerkiksi. Ja vastaamalla niihin kysymyksiin. tai Voit harjoitella kaverin kanssa. Meette koulun jälkeen yhessä toisen kaverin luokse tai sitten voi vielä äitin tai siskon tai veljenkin kanssa harjoitella.

Mortimerin ja Scottin luoman (2003) nelikentän mukaan opettajan ohjaus kokeeseen lukemisesta oli yhtä oppilaan esittämää kysymystä lukuun ottamatta vuorovaikutuksetonta ja auktoritatiivista. Mahdollisesti opettaja pyrki aikaa säästääkseen etenemään kohti tunnin varsinaista tavoitetta ja ei siksi esittänyt yhtään kysymystä.

Toisen matematiikan tunnin yhteinen harjoitus alkoi (keskusteluote 8) opettajan näyttämällä mallilla, miten kysymyksiä tuli harjoituksessa esittää arvatakseen, mikä kuvio taululla oli.

KESKUSTELUOTE 8

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Opettaja: Sitten tarvitsen vapaaehtoisen. Oppilas 7? Tule istumaan tänne tuolille.	
2 Opettaja (mennyt istumaan taulun edessä olevalle jakkaralle.): Näettekö kaikki sen kuvion tuolla taululla?	I
3 Oppilaat: Joo	R
4 Opettaja: Näenkö minä sen kuvion?	I
5 Oppilaat: Et.	R
6 Opettaja: Miksi en näe?	I
7 Oppilas 4: Siksi että sä oot väärinpäin.	R
8 Opettaja: Viittaamalla Oppilas 4.	
9 Oppilas 4: Selkä sinne päin.	R
10 Opettaja: Onko sillä kuviolla kolme kulmaa?	I
11 Oppilaat: Eiii…	R
12 Opettaja: Viittaamalla, minä sitten kysyn.	
13 Opettaja: Onko sillä kuviolla neljä sivua?	I
14 Oppilas 12: Ei.	R
15 Opettaja: Onko sillä kuviolla neljä kärkipistettä?	I
16 Oppilas 9: Ei.	R
17 Opettaja: Onko sillä kuviolla nolla sivua?	I
18 Oppilas 15: On.	R
19 Opettaja: Onko se ympyrä?	I
20 Oppilaat: Joo.	R
21 Opettaja: Hyvä.	E

Mallin näyttämisen jälkeen taululle heijastettavan kuvion valinnut oppilas 7 siirtyi 'arvaajan penkkiin' ja opettaja valitsi uuden oppilaan taululle heijastettavaa kuviota valitsemaan. Tämän leikin aikana opettaja esitti jatkossa harjoituksen aikana ainoastaan kaksi kysymystä, jotka koskivat tunnin hallintaa. Pääosin harjoituksen ajan kysymysten esittäjinä ja vastaajina toimivat oppilaat. Näin oppilas toteutti opettajaopiskelijalta saamaa mallia vuorovaikutuksen rakenteesta. Harjoituksen ajan vuorovaikutusketju oli muotoa I-R-I-R-I-

R-I-R-E, jossa oppilaiden välinen ketju loppui opettajan palautteeseen ja sitä seuraa seuraavan oppilaan valinta kuvion valitsijaksi ja edellisen kuvion valitsijan siirtyminen ’arvaajan penkkiin’. Kommunikatiivisen lähestymismallin nelikentän ulottuvuuksista ote sijoittui vuorovaikutukselliseen ja auktoritatiiviseen luokkaan. Vuorovaikutuksellista keskustelua tapahtui opettajan ja oppilaiden kesken, mutta kysely oli opettajan mallintamaa ja harjoituksessa esiintyi ainoastaan yksi oikea ennalta tiedetty vastausvaihtoehto jokaiselle kysymykselle.

Toinen matematiikan tunti päättyi yhteiseen harjoitukseen, jossa opettajalla oli loogisia paloja (ympyröitä, kolmioita ja neliöitä) ja kaksihaarainen puumallimoniste heijastettuna taululle. Jokaisella oppilaalla oli loogiset palat ja seuraavan keskustelun (keskusteluote 9) aikana oppilaat saivat monisteen havainnoituaan ensin palojen ominaisuuksia. Loogiset palat luokiteltiin yhdessä opettajan johdolla monisteen puumalliin.

KESKUSTELUOTE 9

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Opettaja: Voisiko niitä jakaa kulmien lukumäärän mukaan kahteen eri ryhmään?	I
2 Oppilaat: Ei.	R
3 Oppilas 13: Neliöt, ympyrät ja kaks kolmiota.	R
4 Opettaja: No mites kuinka monta kulmaa tässä kuviossa on? Oppilas 13?	I
5 Oppilas 13: Neljä.	R
6 Opettaja: Kuinka monta tässä on?	I
7 Oppilas 15: Kolme.	R
8 Opettaja: Eli siinä on kulmia.	E
9 Opettaja: Onko tässä kuviossa kulmia?	I
10 Oppilas 6: On.	R
11 Opettaja: No voisinko jakaa ne sitten sellaisiin ryhmiin, että toisissa kuvioissa on nolla kulmaa ja toisen ryhmän kuvioissa on kulmia?	I
12 Oppilas 1: Oppilas 11 tästä tulee ilmaa pihalle! (Leikkii loogisten palojen säilytyspussilla.)	
13 Opettaja: Laske se pussi siihen tarjottimen vierelle, et tarvitse sitä tässä.	
14 Opettaja: Pistä tästä taaksepäin, pidä itse yksi. (Jakaa puumallimonisteen.)	
15 Opettaja: Mitä sinulla siinä on?	I
16 Opettaja: Kenen ääni kuuluu vielä? Nyt ihan… (Oppilas 11 lopettaa leikkimisen.) Laita ne palat nyt kuvion päälle. Oppilas 5.	
17 Opettaja: Ja mikäs tämä kuvio on, miltä se näyttää?	I
18 Oppilas 15: Puulta.	R
19 Oppilas 4 : Ei oo, kun ritsa!	R
20 Opettaja: No se on aivan kuin puu, siinä on kaksi oksaa ja varsi.	E

KESKUSTELUOTE 9 (jatkuu)

21 Opettaja: Nyt jaa kuviot kahteen oksaan jossa toisessa oksassa on kuviot, joissa on kulmia ja toisessa on kuviot joissa ei ole kulmia.	
22 Opettaja: Katso sitten taululle. Kuinka monta kulmaa tämän oksan kuvioissa on?	I
23 Oppilas 6: Nolla.	R
24 Opettaja: Onko siellä kuvioita joissa on kaksi kulmaa?	I
25 Oppilas 6: Ei.	R
26 Opettaja: Ei ole.	E
27 Opettaja: Onko siellä kuvioita, missä on yksi kulma?	I
28 Oppilas 15: Ei.	R
29 Opettaja: Ei ole.	E
30 Opettaja: Missä ne kuviot on?	I
31 Opettaja: Miksi ei niitä ole täällä?	I
32 Oppilas 7: Koska niitä ei ole olemassa.	R
33 Oppilas 4: Piste on sellanen, missä on yks kulma.	R
34 Opettaja: Pisteessä ei ole kulmia.	E
35 Opettaja: No tuleeko sinne niin, että siinä on myös kylki?	I
36 Oppilas 4: Ei.	R
37 Opettaja: Ei sinne tule. Piste on sellainen, jolla ei ole osia.	E

Toinen tunti päättyi siis yhteiseen harjoitukseen, jonka aikana vuorovaikutus oli rakenteeltaan kuten valtaosa aikaisemmista keskusteluotteista, vuorovaikutuksellista ja auktoritatiivista.

TAULUKKO 31 Toisen matematiikan tunnin vuorovaikutuksen rakenne

Tunnin kulku	Vuorovaikutusketju	Kommunikatiivinen lähestymistapa
Keskustelu välituntirajojen noudattamisesta.	I-R-E	C) Auktoritatiivinen/ Vuorovaikutteinen
Opettaja kertoo tulevasta kokeesta ja ohjaa oppilaita, miten siihen voi harjoitella.	(Opettajan esitys)	D) Auktoritatiivinen/ Vuorovaikutukseton
Kuvion arvaamisleikki, jossa yksi oppilas valitsee taululle heijastettavan kuvion ja toinen oppilas istuu 'arvaajan penkissä' selkä taululle päin esittämässä kysymyksiä.	I-R-I-R, I-R-E	C) Auktoritatiivinen/ Vuorovaikutteinen
Oppilas ryhmittelee 12 loogista palaa kaksihaaraiseen puumalliin.	I-R-E	C) Auktoritatiivinen/ Vuorovaikutteinen

Myös toisen matematiikan tunnin vuorovaikutus oli tulevaan kokeeseen harjoittelun ohjaamista lukuun ottamatta auktoritatiivista ja vuorovaikutuksellista (taulukko 31). Vuorovaikutuksen rakenne oli auktoritatiivista ja vuorovaikutuksetonta, kun opettaja ohjasi, miten kokeeseen voi harjoitella.

5.3.3 Kolmannen matematiikan tunnin vuorovaikutuksen rakenne

Kolmannen matematiikan tunnin alussa erään oppilaan huomio kiinnittyi välittömästi taululle. Keskusteluote 10 kuvasi, miten luokan oma opettaja huomasi välittömästi antaa palautetta oppilaan huomiolle. Myöhemmin aloittaessaan varsinaisen tunnin aiheen opettaja-opiskelija palasi tähän oppilaan huomioon.

KESKUSTELUOTE 10

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Oppilas 1: Mitä ihmeen muotoja noi on?	I
2 Luokan oma opettaja: Hyvä Onni, huomasit. Ne on kaikki todellakin muotoja.	E
3 Opettaja: Hyvä meitä on monta paikalla tänään. Vähän olen pelännyt, että syökö toi flunssa lisää oppilaita. Oikein hyvää huomenta.	
4 Oppilaat: Hyvää huomenta.	
5 Oppilas 4: Ei nyt oo enää aamu.	
6 Opettaja: Hyvä huomio, nyt vois sanoa myös, että hyvää päivää. Oppilas 1 huomas hienosti, että mitä ihmettä siellä taululla onkaan.	
7 Opettaja: Muotoja. Miksi olen laittanut sinne näin?	I
8 Oppilas 11: Koska me tehdään jotain noilla.	R
9 Oppilas 5: Ja sää oot halunnu	R
10 Opettaja: Niin miksi?	I
11 Oppilas 5: (hiljaisella äänellä): Koska sää oot halunnut.	R
12 Opettaja: Tässä on yksi muoto. Näet täällä alueen, toisen alueen ja vielä alue.	
13 Oppilas 3: Se on koripallo… maali.	**P**
14 Opettaja: Nää on tänne laitettu (osoittaa alueilla olevia kuvioita).	
15 Opettaja: Mihin sinä laittaisit tämän muodon? Oppilas 4?	I
16 Oppilas 4: Tohon öö…	R
17 Opettaja: Voit laittaa sen sinne. (Ja ojentaa kuviota kohti Oppilas 4)	
18 Oppilas 4: Tänne.	R
19 Opettaja: Miksi laitat sen sinne?	I
20 Oppilas 4: Siksi, että tuossa on tommonen lovi ja tuossakin on lovi. Ja tuota niin öömn täs on toiseen suuntaan ja täs on toiseen suuntaan.	R

KESKUSTELUOTE 10 (jatkuu)	
21 Opettaja: Loven mukaan. No… mihin laittaisit tällaisen muodon? Oppilas 14?	I
(Välissä toinen opettajaharjoittelija tulee huomauttamaan naulakoille levälleen jätetyistä tavaroista. Opettaja kuitenkin jatkaa tuntia ja ainoastaan oppilaat, joiden tavarat mahdollisesti jäivät väärille paikoille poistuvat hetkeksi luokasta.)	
22 Opettaja: Oppilas 14 miksi laitoit kuvion tonne?	I
23 Opilas 14: Koska siinä on ihan kuin lintulauta ja arkku. (Oppilas 14 menee omalle paikalleen)	R
24 Opettaja: Eilen kävimme jotakin läpi. Laitoimme puuhun muotoja. Minkä mukaan?	I
25 Oppilas 16: Mä en tiiä yhtään mitään.	
26 Opettaja: Sä oot ollut poissa, mutta kuuntele nyt, niin pääset mukaan.	
27 Oppilas 13: Ne joissa ei oo yhtään kulmia ja ne joissa on.	R
28 Opettaja: Kyllä!	E

Keskusteluotteen 10 vuorovaikutusketjussa opettaja jätti huomioimatta Oppilaan 3 huomion koripallomaalista (keskusteluote 10, rivi 13) ja siirtyi harjoituksessa eteenpäin. Opettaja ei luonut yhteyttä oppilaan liikkumisympäristöön, kuten esimerkiksi koulun liikuntasaliin ja liikuntapuistoihin, joissa on koripallotelineitä nelikulmion sisältävine koritauluineen. Kommunikatiivisen lähestymistavan mukaan ote oli auktoritatiivinen ja vuorovaikutteinen (ei dialoginen ja vuorovaikutteinen), koska opettaja ei huomioinut oppilaiden omia käsityksiä ja esiintuomia kommentteja, vaan johdatti oppilaita eteenpäin rutiininomaisen kysymysvastaussarjan kautta.

Kolmas matematiikan tunti jatkui selvittämällä, mitä yhteistä on taululla olevien sisäkkäisten alueiden eri osiin laitetuilla kuvioilla (keskusteluote 11). Välillä kerrattiin, mikä kulma on.

KESKUSTELUOTE 11

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Opettaja: No mitä yhteistä näillä kuvioilla on?	I
2 Oppilas 16: Niissä on ne lovet.	R
3 Opettaja: Mikä tämä on muuta kuin käytit sanaa lovi.	I
4 Oppilas 7: Jana.	R
5 Opettaja: No joo jana olis jos tuolla on kärkipiste ja kärkipiste ja yhdistetään suoralla.	E
6 Oppilas 17: Piste.	R
7 Opettaja: Joo se kärkipiste. Oppilas 11?	E I

KESKUSTELUOTE 11 (jatkuu)	
8 Oppilas 11: En mä viitannu.	R
9 Opettaja: Okei.	
10 Oppilas 11: Kulma.	R
11 Opettaja: Kulma, no voisiko tämä olla kulma kanssa?	I
12 Oppilaat yhteen ääneen: Eiii.	R
13 Opettaja: Miksi ei?	I
14 Oppilas 4: Siksi, että kulmat on tälläsia (oppilas viittoo käsillään).	
15 Luokan oma opettaja: Oppilas 4 piirrä taululle, kiitos. Opettaja antanee liidun.	
16 Luokan oma opettaja: Näytä kädellä, missä on se kulma Oppilas 4. Siis vain kärkipistekö? Eilen opettaja näytti merkillä, miten kulma merkitään. Käytä koko kättä.	I
17 Opettaja: Eli oot piirtänyt janan tuolla on jana ja täällä on jana, voit vaikka merkitä nekin sinne. Alkupiste ja alkupiste. Ja missä on niiden loppupiste, niillä on yhteinen loppupiste. Missä se kulma siellä on?	E I
18 Oppilas 4: Kulma on tässä (osoittaa kärkipistettä).	R
19 Opettaja: Se on kärkipiste.	E
20 Oppilas 4: Ei oo. Se kulma on siellä sen takana.	R
21 Oppilas 16: Minä tulen näyttämään. Kulma on koko tämä juttu (osoittaa kylkien välissä olevaa aluetta).	R
22 Opettaja: Se on koko tämä sisäkenttä, sisäalue. Hyvä Oppilas 16.	E

Vuorovaikutusketju noudatti yhä yhtenevästi aikaisempien keskusteluiden I-R-E- ketjuja sijoittuen kommunikatiivisessa lähestymistavassa vuorovaikutukselliseen ja auktoritatiiviseen luokkaan. Seuraavaksi selvitettiin kuvioiden sijoittelun perusteita luokkainkluusioksi (keskusteluote 12).

KESKUSTELUOTE 12

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Opettaja: Kuinka monta kulmaa tässä kuviossa on?	I
2 Oppilas 17: Viisi	R
3 Opettaja: Kyllä. Siellä on viisi kulmaa. Hyvä Oppilas 17.	E
4 Opettaja: Entä tämä kuvio, mikä täällä on?	I
5 Oppilas 6: Kulma	R
6 Opettaja: Kuinka monta kulmaa tässä kuviossa on?	I
7 Oppilas 16: Kuusi.	R
8 Opettaja (laskee ääneen osoittaen kulmia): yksi, kaksi, kolme … ja kuusi. Hyvä.	E
9 Opettaja: No kuinka monta kulmaa tässä on? Oppilas 15?	I
10 Oppilas 15: Neljä.	R

KESKUSTELUOTE 12 (jatkuu)	
11 Opettaja: No mitä eroa näillä kuvioilla on?	I
12 Oppilas 10: Toinen on ohut ja toinen on pieni ja toinen on sellainen pitkä ja toinen on lyhyt.	R
13 Opettaja: Kyllä.	E
14 Opettaja: Eli jos katsot näitä vastakkaisia sivuja, poikkeavatko ne jollain tapaa toisistaan?	I
15 Oppilas 17: Sinisessä kaikki sivut on yhtä pitkiä ja keltasessa on nuo kaksi, jotka näin näillä sivuilla ne on pitempiä kuin nuo kaksi toistepäin.	R
16 Opettaja: Loistavaa Oppilas 17, juuri niin! Täällähän kaikki sivut ovat yhtä pitkiä vastakkaiset sivut ja myös kaikki. Ja täällä vastakkaiset sivut ovat yhtä pitkiä, nämä ovat pidempiä kuin nämä, niin kuin Oppilas 17 sanoit lyhempiä.	E

Keskustelu jatkui kuvioiden erojen havainnoinnilla (keskusteluote 13). Sen jälkeen perusteltiin niiden sijoittelua.

KESKUSTELUOTE 13

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Opettaja (koko luokalle): Oletko yhtä mieltä Oppilaan 14 kanssa?	I
2 Oppilaat: Eii…	R
3 Opettaja: Miksi et?	I
4 Oppilas 16 (viittaamatta): Siksi koska tuossa on… (Opettaja nostaa käden ylös ja Oppilas 16 kohottaa kätensä ja hiljenee.)	
5 Oppilas 13: Siksi koska keltaisessa on neljä kulmaa ja tuossa punaisessa kuusi.	R
6 Opettaja: Ja miksi vertaat sitä tuohon kuvioon, millä alueella se sijaitsee?	I
7 Opettaja: Tule Oppilas 13 näyttämään mille alueelle sen laittaisit ja miksi laittaisit sen sinne? Puhu luokalle niin kaikki kuulevat.	R
8 Oppilas 13: Siksi et tässä on kuus kulmaa ja tässä on neljä.	R
9 Opettaja: Ja miksi laitoit sen tänne taululle?	I
10 Oppilas 13: Siksi koska tämäkin on (osoittaa toista monikulmiota, joka ei ole nelikulmio).	R
11 Opettaja: Sillä samalla alueella näiden keltaisten suorien sisällä (tasokuvioiden alueella).	E
12 Opettaja: Mihin laittaisit tämän kuvion? Oppilas 6 voit tulla laittamaan sen ja kerro miksi.	I
13 Kun Oppilas 6 on laittanut, Opettaja kysyy: Miksi laitat sen sinne sisälle?	I
14 Oppilas 6: No kun siinä on neljä kulmaa.	R
15 Opettaja: Onko se… mitä muuta yhteistä sillä voisi sitten tuon kanssa olla?	I
16 Opettaja: Ovatko ne kaikki vastakkaiset puolet kohtisuorassa toisiaan vasten?	I
18 Opettaja: …niin mitä eroa huomaat näissä kuvioissa? Oppilas 6 voit kertoa.	I
19 Oppilas 6: Nää on vinot (osoittaa sivuja).	R

KESKUSTELUOTE 13 (jatkuu)

20 Opettaja: Kyllä! Sivut täällä kulkevat vinoon ja jos katsomme tätä kuviota (sisin alue) niin täällä sivut ovat kohtisuorassa.	E
21 Opettaja: Eli onko täällä jokin toinen alue, jonne tämä sopisi paremmin?	I
22 Oppilas 7: (innostunut hengenveto): Siellä ihan ylhäällä.	R
23 Opettaja: Täällä ihan ylhäällä?	I
24 Oppilas 7: Ei kun siinä vielä ylempänä.	R
25 Opettaja: Täällä?	I
26 Oppilas 7: Siellä.	R
27 Opettaja: Onko se vastaava kuin tuo?	I
28 Oppilas 7: Ei	R
29 Opettaja: Miksi ei?	I
30 Opettaja: Kyllä no käykö se tänne?	I
31 Opettaja: Miksi ei se käy tänne?	I
32 Oppilas 12: No kun siinä ei oo niin monta kulmaa.	R
33 Opettaja: Siinä on kulmia niin kuin Oppilas 12 sanoi, mutta onko vielä jokin tarkempi alue minne se voisi käydä, tai käykö se vielä syvemmälle? Jos ajatellaan isoa aluetta, sitten on vähän pienempi alue, vähän pienempi alue ja taas vähän pienempi alue.	I
34 Oppilas 12: Vihreä.	R
35 Opettaja: Miksi laitat sen vihreeseen?	I
36 Oppilas 12: No kun se on saman pituinen ja saman verran kulmia.	R
37 Opettaja: Siinä on saman verran kulmia, jos ajatellaan, että tällä alueella on niitä, missä on neljä kulmaa.	E
38 Oppilas 12: Samanpitunen.	R
39 Opettaja: No pituuksista me ei nyt tiedetä, onko ne ihan samanpituisia.	E
40 Opettaja: No mennään eteenpäin, katsotaan, mihin laittaisit tämän kuvion?	I

Kolmas matematiikan tunti päättyi yhteiseen harjoitukseen, jonka aikana oppilas täydensi taululle tehdyn harjoituksen mukaisesti otsikot monisteessa olleisiin sisäkkäisiin alueisiin sekä lisäsi esimerkit sinne sijoitettavista kuvioista.

TAULUKKO 32 Kolmannen matematiikan tunnin vuorovaikutuksen rakenne

Oppimisprosessin eteneminen	Vuorovaikutusketju	Kommunikatiivinen lähestymistapa
Yhteinen harjoitus, jossa kuvio kerrallaan kiinnitetään taululla oleviin sisäkkäisiin alueisiin (luokkainkluusio).	I-R-I-R, I-R-E	C) Auktoritatiivinen / Vuorovaikutteinen
Oppilas piirtää tasokuvioita monisteeseen, jossa on sisäkkäisiä alueita nimettynä monikulmioiksi, nelikulmioiksi ja neliöiksi samalla lailla kuin taululla tehtävässä harjoituksessa lopuksi nimettiin.	I-R-E	C) Auktoritatiivinen / Vuorovaikutteinen

Kolmannella matematiikan tunnilla opettajaopiskelija ei tarttunut Oppilas 3: n huomioon koripallomaalista. Oppitunnin vuorovaikutus oli rakenteeltaan auktoritatiivista ja vuorovaikutuksellista (taulukko 32).

5.3.4 Matematiikkapainotteisen käsityötunnin vuorovaikutuksen rakenne

Matematiikkapainotteisella käsityötunnilla esiintyi yksi koko luokan yhteinen keskustelu (keskusteluote 14), jonka aikana opettaja keskusteli oppilaiden kanssa kulman muodostumisesta. Lisäksi tuotiin esiin, miten kulma liittyi käsityöjaksolla oljista tehtävään tähteen.

KESKUSTELUOTE 14

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Opettaja: On alkukylki ja käsi nousee, saapuu loppuun asti. Loppukylki. Mikä tämä täällä on? Oppilas 7?	I
2 Oppilas 7: Piste.	R
3 Opettaja: Kärkipiste on siellä, missä on kyynärpää. Alkukylki, nousee loppukyljeksi. (Oppilas 7, Oppilas 15 ja Oppilas 17 viittaavat innokkaasti)	E
4 Oppilas 17: Kulma.	R
5 Opettaja: Kulma.	E
6 Opettaja: Ja missä se kulma sitten oikein onkaan?	I
7 Oppilas 13: Siellä kulmassa.	R
8 Opettaja: Missä se kulma on?	I
9 Oppilas 13: Siellä ihan reunassa ylhäällä	R

KESKUSTELUOTE 14 (jatkuu)	
10 Opettaja: Onks se täällä? Täällä? Onks se täällä? Täällä?	I
11 Opettaja: Mitä mieltä muut ovat?	I
12 Oppilas 16: Se on kokonaan toi.	R
13 Opettaja: Kyllä! se on koko tämä alue, laitan käteni alkukyljeksi ja voit seurata, miten käteni liikkuu, sehän menee koko tämän alueen yli.	E

Matematiikkapainotteisen käsityötunnin vuorovaikutuksen rakenne noudatti matematiikan tuntien tapaan auktoritatiivista vuorovaikutuksellista kommunikatiivisen lähestymistavan mukaista rakennetta.

KESKUSTELUOTE 15

(I: *initiation* eli aloitus, R: *response* eli vastaus, P: *prompt* eli vastaukseen reagoiminen, keskustelua eteenpäin vievä tekijä, E: *evaluation* vastausta arvioiva palaute, F: *feedback* eli palaute)

1 Opettaja: Mitä tarvitset kulmaan?	I
2 Opettaja: Riittääkö tämä?	I
3 Oppilas 7: Ei.	R
4 Opettaja: Miksi ei?	I
5 Oppilas 7: Koska siinä ei oo tota päätä.	R
6 Opettaja: Siellä ei ole kärkipistettä. Ja mitä muuta. Riittääkö tämä kulmaan?	I
7 Oppilas 7: Ei.	R
8 Opettaja: Mitä vielä tarvii?	I
9 Oppilas 7: Sen janan.	R
10 Opettaja: Hyvä eli on jana, jota kutsumme matematiikassa alkukyljeksi. Ja tässä ei vielä siis ole kulmaa.	E
11 Opettaja: Miksi? Miksi tässä ei ole kulmaa?	I
12 Oppilas 7: Koska siinä on jana.	R
13 Opettaja: Siinä on vain yksi jana ja sen päältä lähtee tai siitä kohdasta lähtee toinen jana, joka nousee ja jatkaa matkaansa ja kun se lopettaa, matematiikassa kutsumme sitä loppukyljeksi. On alkukylki ja loppukylki ja niiden välille muodostuu?	E
14 Oppilas 4: Kulma.	R
15 Opettaja: Hyvä Oppilas 4.	E
16 Opettaja: No voitko sinä tehdä kulman niillä, mitä sinulla on siellä pulpetillasi?	I
17 Opettaja: Miten voit niillä tehdä kulman? Miten tämä liittyy niihin?	I
18 Oppilas 13: Siinä on monta kulmaa.	R
19 Opettaja: Hyvä Oppilas 13!	E

Keskusteluote 15 kuvaa, kuinka opettaja johdatteli oppilaat kohti ennalta tietämäänsä vastausta siitä, miten käsityötunnilla tehtävä työ liittyi matematiikan jaksoon. Matematiikkapainotteisen käsityötunnin vuorovaikutus ei poikennut aiempien tuntien vuorovaikutuksen rakenteista (taulukko 33).

TAULUKKO 33 Matematiikkapainotteisen käsityötunnin vuorovaikutuksen rakenne

Tunnin kulku	Vuorovaikutusketju	Kommunikatiivinen lähestymistapa
Oppilaat hakevat omat keskeneräiset työnsä ja tarvittavat materiaalit sekä jatkavat työskentelyä.	(Ei koko luokan yhteistä keskustelua.)	-
Opettajaopiskelija käyttää kahta olkea kuvatessaan kulman taululla opettajaopiskelija havainnollistaa kulmaa seuraavasti: opettaja liikuttaa loppukylkeä kuvaavaa toista olkea ja suurentaa kulmaa vähän kerrassaan.	I-R-I-R, I-R-E	C) Auktoritatiivinen / Vuorovaikutteinen
Oppilaat jatkavat työskentelyä ennen välitunnille lähtöä.	(Ei koko luokan yhteistä keskustelua.)	-

Matematiikkapainotteisen käsityötunnin vuorovaikutus oli rakenteeltaan auktoritatiivinen ja vuorovaikutteinen (taulukko 33).

5.4 Opettajaopiskelijan matematiikkakuvan ja tuntien vuorovaikutuksen väliset yhtäläisyydet sekä erot

Tulokset olivat yhteneväisiä Myhillin ja Dunkinin (2005, 426) tutkimuksen tuloksien kanssa, sillä luokkahuonekeskustelu oli opettajan esitelmöintiä tai opettajajohtoista kysymys ja vastaus-sarjaa. Keskustelu noudatti opettaja-oppilas-opettaja-oppilas vuorovaikutuksen sykliä opettaja-oppilas-oppilas-oppilas vuorottelun sijaan (ks. myös Mercer & Littleton 2007). Eli oppilaan vastaus yleensä lopetti vuorovaikutuksen ketjun, eikä synnyttänyt uutta ketjua.

On syytä huomioida tunneilla esiintyvien oppilaiden esiin tuomat aloitteet, jotka opettaja kuitenkin sivuutti keskustelussa (keskusteluote 1, rivi 9; keskusteluote 4, rivi 9; keskusteluote 6, rivi 17 ja keskusteluote 10, rivi 13). Tunneilla ei esiintynyt oppilaiden esittämiä jatkokysymyksiä, vaan oppilaiden tehtävä oli miettiä opettajan ennalta odottamaa vastausta. Luokkahuonekeskustelu oli välillä vuorovaikutuksetonta ollen pääasiassa kuitenkin vuorovaikutuksellista johtuen opettajan suosimasta kysymys ja vastaus tavasta opetuksessa.

Mikään oppitunneista ei sisältänyt dialogista keskustelua. Chinin (2007) mukaan sekä auktoritatiivista että dialogista keskustelumuotoa tarvitaan.

Näyttää siltä, että matematiikkaa lähestyttiin laskenta-aspektin tapaisesti opettajan esittelemän ja johdattaman tehtävien ratkaisutavan mukaisesti. Matematiikan tuntien vuorovaikutus oli vahvasti opettajan kontrolloimaa. Opettaja siis palasi omalta kouluajaltaan tutun menetelmän käyttöön. Opettajaopiskelijan matematiikkakuva osittain erosi opetuksesta. Sillä hänen matematiikkakuvansa mukaan matematiikka on suoritustavan sijasta ajattelutapa. Yhtä lailla tärkeää ovat oppilaan esille tuomat näkökulmat sekä keskustelut vertaisten kanssa (ks. taulukko 1).

5.5 Tutkimustulosten arviointia

Ei ole määritelty, millaisia opettajan esittämien kysymysten tulisi olla (ks. esim. Myhill 2006). Hyvän opetuksen kannalta ei ole asetuksia, kuinka paljon opettajan tulisi oppitunnin aikana esittää esimerkiksi avoimia tai suljettuja kysymyksiä. Toisaalta tutkimuksen tarkoitus ei ollut selvittää opetuksen hyvyyttä tai huonoutta. Tavoite oli tarkastella luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvan ilmenemistä hänen esittämissään kysymyksissä ja luokan vuorovaikutuksen rakenteessa. Yhtä lailla on mahdotonta määritellä tarkasti, miten opettajan esittämien kysymysten tulisi jakaantua, jotta hänen matematiikkakuvansa ilmenisi niissä. Sen sijaan voidaan esittää tulkinta ja tehdä johtopäätöksiä valitun teoreettisen viitekehyksen perusteella.

Tutkijat ovat kiistelleet olemassa olevasta muutoksesta uudistuneen matematiikan opetuksen suuntaan: uudistunut matematiikan opetussuunta sisältää aina osia perinteisestä opetuksesta. Nämä harjoitukset ovat sekä osa uudistunutta opetusta että mahdollisuuksia edistää kehitystä. Huolimatta uudistuneen opetustavan sisällyttämisestä opetukseen, iso osa siitä näyttää yhä perinteiseltä. (Broadie 2008, 33.) Siksi tätäkin tutkimusta lukiessa on huomioitava, ettei mahdollisesti koskaan voida nähdä puhtaasti uudistuneita tai perinteisiä opetuksen työtapoja. Eikä siis vastaavasti voida esittää varmoja päätelmiä, mikä luokkahuonekeskustelussa ilmensi luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvaa (ks. taulukko 1). Näin ollen voitiin vain tehdä johtopäätöksiä valitun teoreettisen viitekehyksen perusteella osoitettaessa matematiikkakuvan ja kysymysten sekä vuorovaikutuksen yhteneväisyyksiä ja eroavaisuuksia.

Tutkimuksen luotettavuudessa tuli lisäksi huomioida tutkimusaineiston koko. Aineisto sisälsi ainoastaan neljä oppituntia ja tutkimus keskittyi vain luokkahuonekeskusteluun, ei siis kokonaisvaltaisesti opettajan opetukseen. Pattonin (2002) mukaan tapaustutkimus on holistista, jossa kokonaisuutta puretaan osiin ja kootaan uudelleen yhteen (ks. myös Syrjälä ym. 1994, 13). Tässä tutkimuksessa luokkahuonekeskustelu sekä luokan vuorovaikutuksen rakenne eroteltiin osiin, koottiin yhteen ja tarkasteltiin niitä luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvaan verraten. Luokkahuonekeskustelu on vain osa opetuksesta, jossa luokanopettajan matematiikkakuvan ilmenemistä voidaan tutkia. Tarvitaan lisätutkimusta, jotta matematiikkakuvan ilmenemistä opetuksessa voitaisiin selvittää kokonaisvaltaisemmin ja laajassa kontekstissa. On mahdollista, että opetuksen kokonaisvaltainen tarkastelu matematiikkakuvan ilmenemisestä opetuksessa tuottaisi luotettavampia tuloksia, tässä vain irrallisen luokkahuonekeskusteluun rajatun tutkimuskohteen sijasta.

5.6 Yhteenveto tuloksista

Seuraavaksi vastataan tutkimuskysymyksiin tutkimuksen teoreettisen viitekehyksen kautta tarkasteltuna. Ensimmäinen tutkimuskysymys oli, miten opettajaopiskelijan esittämien kysymysten muodot ja funktiot jakaantuvat? Kysymysten muotojen ja funktioiden määrät kertoivat ensi silmäyksellä, että kysymysten muodot eri oppitunneilla erosivat keskenään. Tarkempi tarkastelu kertoi opettajan esittävän kysymyksiä jokaisella tunnilla samantyylisesti. Eniten hän esitti muodoltaan suljettuja (66,3 %) ja funktioltaan fakta (44,7 %) kysymyksiä (ks. Liite 5). Toisen tunnin suljettujen kysymysten pienemmän määrän (50,9 %) syyksi paljastui yhteinen harjoitus. Sen aikana oppilas esitti suljettuja kysymyksiä mallintaen opettajan antamaa esimerkkiä, millaisia kysymyksiä esitetään.

Opettajaopiskelijan perusteluita vaativat miksi -kysymykset saattoivat ilmentää yhteneväisyyttä opettajaopiskelijan matematiikkakuvan ja opetuksen välillä. On mahdollista, että opettaja tavoitteli lapsen kuvausta, miten hän ajatteli tehtävää suorittaessaan. Näin opettaja saa tietoa lapsen ajattelusta. (ks. esim. Nevalainen, Juvonen-Nihtinen & Lappalainen 2004.) Puuttuvan kysymysten funktioluokan *reflektion kehittäminen* viittasi siihen, ettei opettaja kuitenkaan korostanut erilaisten ajattelutapojen olemassaolon tiedostamista tai merkitystä.

Toinen tutkimuskysymys oli, millä tavalla opettaja käyttää kysymyksiä? Teoreettisen viitekehyksen kautta tarkasteltuna opettaja näyttää esittävän kysymyksiä kalastaakseen yhden oikean vastauksen. Tällöin on vaarana, että matematiikka näyttäytyy erehtymättömänä tieteenä, jossa jokaiseen tehtävään on yksi oikea vastaus, sen sijaan, että tarkasteltaisiin erilaisia ratkaisuvaihtoehtoja.

Kolmas tutkimuskysymys oli, esittävätkö oppilaat kysymyksiä luokkahuonekeskustelun aikana? Lukuun ottamatta toisen tunnin yhteistä harjoitusta, oppilaat eivät esittäneet oppitunnin tavoitteisiin liittyviä kysymyksiä luokkahuonekeskusteluiden aikana. Sen sijaan muutamat oppilaat esittivät omia huomioitaan. Opettaja jätti huomioimatta ne mahdollisesti sen takia, etteivät oppilaat viitanneet. Kuitenkin on mahdollista, että näin toimiessaan opettaja sivuutti oppilaiden omat kokemukset ja havainnot käsiteltävästä aiheesta. Sivuuttamista voidaan selittää myös opettajan kokemattomuudella tarttua oppilaiden esittämiin huomioihin, joihin opettaja ei ole ennalta varautunut. Lisäksi opetus-, jaksosuunnitelman sekä oppitunnin tavoitteissa pitäytyminen saattoivat luoda rajoitteita ja opettajaharjoittelija eteni täyttääkseen nämä tavoitteet (ks. myös esim. Myhill 2006, 37; Sahin & Kulm 2008).

Tutkimuksen teoreettisen viitekehyksen läpi katsottaessa tulokset kertoivat opettajaharjoittelijan matematiikkakuvan ja opetuksen välisen eron olemassaolosta. Neljänteen tutkimuskysymykseen voidaan vastata, ettei opettaja luonut puhetta, joka on yhtenevä hänen matematiikkakuvansa kanssa. Matematiikan opetuksen keskiössä tulisi opettajaharjoittelijan matematiikkakuvan mukaan olla erilaisten ajattelutapojen tarkastelu, ei siis yhden oikean vastauksen kalastaminen. Matematiikkakuvassa tapahtuneet muutokset eivät ilmeisesti (ainakaan vielä) kantautuneet käytäntöön saakka. Esitetyt kysymykset olivat muodoiltaan ja funktioiltaan valtaosin samanlaisia kuin opettajaharjoittelijan kokemuksen mukaan (ks. taulukko 1) opettajat esittivät matematiikan tunneilla.

Kysymysten muotojen ja funktioiden välillä voitiin todeta olleen yhteys luokan vuorovaikutuksen rakenteeseen. Opettaja esittää kysymyksen (aloite, *initiation*), oppilas vastaa (*response*) ja opettaja usein kommentoi vastausta arvioimalla (*evaluation*) tai jatkaa esittämällä uuden aloituksen. Kommunikatiivisen lähestymistavan näkökulmasta luokan vuorovaikutus oli valtaosin auktoritatiivinen ja vuorovaikutteinen eli opettajaopiskelija esitti eniten muodoltaan suljettuja ja funktioltaan faktakysymyksiä (ks. Liite 5).

Viides ja viimeinen tutkimuskysymys oli, kuinka oppilaiden ajattelutaitoja kehitetään ja saadaan heidät oppimaan opettajaopiskelijan matematiikkakuvan kanssa yhtenevällä tavalla? Jotta tähän voitaisiin vastata, tarvitaan lisätutkimusta sen selvittämiseen, missä määrin opettajaharjoittelijan opetus oli opiskelijan matematiikkakuvan ennen matematiikan aineopintojen suorittamista (perinteisen matematiikan opetuksen) mukaista ja missä kohdin hänen tulisi muuttaa sitä enemmän kohti oppilaan oman ajattelun kehitystä tukevaksi (opettajaopiskelijan matematiikkakuva matematiikan aineopintojen jälkeen). Lisätutkimusta tarvittaisiin antamaan selvyyttä palasiko opetusharjoittelija saamastaan koulutuksesta huolimatta opetuksessaan omalta kouluajalta tuttuihin menetelmiin. Lisäksi lisätutkimuksia tarvittaisiin selvittämään, missä määrin opetus oli uudistuneen tavan mukaista, joka vain näyttää perinteiseltä (ks. Broadie 2008, 45). Kaiken kaikkiaan näyttää siltä, että hän osittain tietoisesti ja osittain tiedostamattaan toteutti osin matematiikkakuva ennen aineopintoja mukaista opetusta (ks. taulukko 1).

Tutkimustulokset viittasivat tutkimuksen tarpeellisuudesta opettajan kehityksen kannalta. Tulosten perusteella voitiin todeta, ettei opettajaopiskelijan matematiikkakuva mahdollisesti ilmene opetuksessa. Huolimatta tutkimusmenetelmän rajatusta näkökulmasta ja rajoitteista, teoreettiset viitekehykset tarjosivat yhden tavan tarkastella, miten luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuva ilmeni luokkahuonekeskustelussa. Samalla tulokset auttoivat tarkentamaan, mihin asioihin voidaan kiinnittää huomioita opettajaopiskelijan opetusta kehitettäessä.

6 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUDEN ARVIOINTIA

Tutkimuksessa tutkija, tutkimuskohde eli opetusharjoittelija itse, pyrki kuvaamaan tutkimuksen teon vaiheita mahdollisimman tarkasti kuitenkin siten, että luotettavuuden kannalta epäolennainen jää pois. Näin tutkimusraportti ei laajentunut tarpeettomasti, mutta lukijalla on mahdollisuus arvioida tutkimuksen vaiheiden luotettavuutta kriittisesti. (Hirsjärvi ym. 2007.)

6.1 Tutkijan persoonallisuuden vaikutus tutkimuksen luotettavuuteen

Tapaustutkimuksessa tutkija on mukana koko persoonallisuudellaan, jolloin tutkimus on arvosidonnaista eli tutkijan arvomaailma on yhteydessä näkemykseen, jonka tutkija muodostaa tutkittavasta ilmiöstä (Syrjälä ym. 1994). Tutkimuksessa toimin sekä tutkimuskohteena että tutkijana, joten vaikutin näkemykseen tutkittavasta ilmiöstä. Toisaalta tutkimusaiheen kannalta oli mahdotonta ja osittain tarpeetonta pyrkiä olemaan vaikuttamatta. Tutkimuksen tavoite oli kehittyä oman työn tutkijana. Sen tähden pyrin vilpittömästi mahdollisimman todenmukaiseen kuvaukseen matematiikkakuvani tarkastelussa, sekä sen ilmenemiseen opetuksessa.

Tutkimuksen aikana ja sitä ennen tutustuin luokkaan vuonna 2009 elo- ja marraskuun välillä. Mennessäni seuraamaan oppitunteja elokuussa 2009 olin luokalle ensimmäinen vieras aikuinen, johon oppilaat tutustuivat luokassaan oman opettajan lisäksi. Tutkimuksen kannalta pidin tutustumisjaksoa riittävänä tutkimuksen tavoitteen kannalta. Ennen aineistonkeruuta sain mahdollisuuden luoda luottamuksellista suhdetta itseni ja oppilaiden välille (ks. Tainio 2007). Koska olin tutustunut luokkaan jo elokuussa ja pitänyt luokalle kymmenen tuntia ennen varsinaista tutkimuksen aineistonkeruuta, oli aineisto mahdollisimman luonnollisista olosuhteista kerättyä. Näin ollen se vastaa tutkimuksen tavoitteen kannalta riittävästi todenmukaisia ja luonnollisia olosuhteita.

Tutkimuksen aineistoa kerätessä pyrin olemaan hakematta tietoisesti jonkin tyyppistä aineistoa ja näin vaikuttamaan tutkimuksen tuloksiin. Aineiston keruun aikana keskityin opetusharjoitteluun ja sen tavoitteisiin. Käytyämme kuvaajan kanssa tutkimuksen tavoitteen asettelut läpi ja tehtyämme kenraalikuvauksen saatoin aineiston keruun ajan keskittyä opetukseen. Tavoitteenani oli saada tietoa, miten matematiikkakuvani ilmenee opetuksessa. Siten voin mahdollisesti kehittyä opettajana.

6.2 Aineiston analyysin luotettavuus

Aineistonkeruutapana videointi sopi tutkimukseen. Sillä se mahdollistaa tarvittaessa palaamisen uudelleen ja yhä uudelleen tiettyyn rajattuun kohtaan, jota tutkija haluaa tarkastella. Koska aineisto ei ollut pelkästään taltioitua puhetta, pystyttiin analyysissä ottamaan paremmin huomioon konteksti, jossa tutkittava ilmiö esiintyi. Mahdollisuus tarkastella eleitä ja ilmeitä lisäsivät sekä kysymysten luokittelun että vuorovaikutuksen rakenteen analysoinnin luotettavuutta.

Toisaalta koska videointi tehtiin ainoastaan yhdellä kameralla, ei kuvakulmaan saatu kaikkia oppilaita ja opettajaa näkyviin samanaikaisesti. Kamera oli sijoitettuna oppilaista katsoen oikeaan etunurkkaan, josta pyrittiin saamaan nauhalle oppilaiden eleet ja ilmeet. Tunneilla tehtiin harjoituksia taululle. Kuvassa ei näkynyt, mitä oppilaat tekivät taululla. Puheen ja tarkkojen tuntisuunnitelmien avulla pystyttiin analyysivaiheessa tekemään luokitteluja sekä kuvaamaan I-R-E/F - ketjuja, joten kameran sijoitus palveli tutkimuksen aineistonkeruun tarkoitusta. Sen tähden esimerkiksi toinen kamera ei olisi tuonut merkittävästi lisää luotettavuutta tutkimuksen tavoitteen kannalta.

Aineiston analyysissa opettajan esittämät kysymykset luokiteltiin niiden muodon ja funktion perusteella. Myhillin (2006) malli kysymysten luokittelusta sopi tutkimukseen, sillä tutkimusasetelman kannalta kysymysten esittämisen tarkoitusta voitiin tarkastella niiden funktioiden kautta sen sijaan, että haastateltaisiin opettajaa. Luokittelua verrattiin mm. Myhillin (2006) sekä Saksolan ja Tolosen (2009) tutkimuksissaan toteuttamaan tapaan ja heidän perusteluihinsa kysymysten luokittelussa. Aineisto litteroitiin sanatarkasti, käyden videot kaksi kertaa pysäytellen läpi. Tarvittaessa kelattiin jokin osa uudelleen. Luokitellessa käytiin videot läpi kolmannen kerran tehdessä litteroidusta tekstistä taulukkoja. Ensin luokiteltiin taulukoihin kysymysten muodot ja funktiot. Taulukosta laskettiin opettajan esittämät kysymykset ja niiden muotojen sekä funktioiden lukumäärät sekä tehtiin niistä erilliset taulukot. Näistä lukumääristä tehtiin taulukko, josta voi verrata eri oppituntien aikana esitettyjen kysymysten muotojen ja funktioiden lukumääriä. Vasta luokiteltua jokaisen tunnin kysymysten muodot ja funktiot, lisättiin samaan taulukkoon sarake I-R-E/F - ketjuille. Näin keskityttiin yhteen teoriaan kerrallaan, eivätkä teoreettiset viitekehykset häirinneet toisiaan analyysin tässä vaiheessa. Lopuksi tehtiin katsaus, jossa tarkasteltiin teorioita eli kysymysten muotoja ja funktioita sekä I-R-E/F -ketjuja rinnakkain.

Hirsjärvi ym. toteavat (2007), että tulosta voidaan pitää reliaabelina, jos kaksi henkilöä tulevat samanlaiseen tulokseen. Tutkimuksen aineiston analyysin luotettavuutta olisi voitu lisätä käyttämällä tutkijatriangulaatiota. Tässä tutkimuksessa aineisto olisi voitu antaa kuvaajalle ja pyytää häntä luokittelemaan opettajaopiskelijan esittämät kysymykset. Sen jälkeen olisi verrattu tutkijan ja kuvaajan tekemiä luokitteluja keskenään. Näin olisi voitu lisätä tutkimuksen reliaabeliutta. Joskin tämä olisi edellyttänyt tältä toiselta luokittelijalta perehtymistä kysymysten luokittelumalliin, joka olisi ollut kohtuuton vaatimus tutkimuksen ulkopuoliselta henkilöltä.

Tutkijan tarkka selostus tutkimuksen toteuttamisesta kohentaa laadullisen tutkimuksen luotettavuutta (Hirsjärvi ym. 2007, 255). Tutkimusraportissa kuvattiin yksityiskohtaisesti tutkimuksen teon eri vaiheita ja erityisesti sen analyysin teon vaiheita, jotta lukija voisi tarkastella kriittisesti tutkijan tekemiä valintoja ja perusteluja.

7 POHDINTA

Tutkimus toimi ponnahduslautana sekä matematiikkakuvani että puheen merkityksen tarkastelulle opettajan työssäni. Matematiikkakuvani muuttui mahdollisesti paitsi opiskeluaikanani myös tutkimusprosessin aikana. Tulin tietoisemmaksi sen eri osa-alueista, mahdollisista vaikutuksista matematiikan opetukseen ja lisäksi käsitykseni matematiikasta laajentui.

Kuten Kaasila ym. (2004, 407) toteavat, opiskelijoiden on tärkeää huomata, että matematiikkaa pitäisi opiskella koulussa eri tavalla kuin opiskelijoiden omana kouluaikana. Kupari (1999) painottaa opettajan omien uskomusten tiedostamisen tärkeyttä opetusta muutettaessa. Uskomukset välittyvät myös puheen kautta. Sitä voidaan tutkia tarkastelemalla opettajan matematiikkakuvan ilmenemistä luokassa tapahtuvassa puheessa. Kuten tässä tutkimuksessa tehtiin.

Mielestäni matematiikkaa on kaikkialla. Laskemisen lisäksi sitä opitaan aktiivisesti toimimalla ja keskustelemalla erilaisista ratkaisutavoista. Kuitenkin kuten aiemmat tutkimukset osoittavat, myös tämän tutkimuksen tulosten mukaan opettaja osittain palasi omalta kouluajaltaan tutun menetelmän käyttöön. Valtaosa esittämistäni kysymyksistä oli näet kysymyksiä, joihin oli yksi oikea vastaus. (ks. mm. Hihnala 2005; Pietilä 2002.)

Tulevaisuudentavoitteeni on, että voin opettaa myös käyttäen ääntä vain vähän. Ei ainoastaan siksi, että oppilaani välttäisivät muiston, miten hankalaa opettajan on opettaa, jos hänen kurkkunsa on kipeä. Tavoitteeni on kehittää myös sellaista matematiikkakuvani kanssa yhteneväistä opetusta, jossa oppilaat tuovat esille omia merkityksiään ja yhdessä rakentavat ratkaisuja opettajan esityksen tai puheellaan johdattelun sijasta, kuten useiden tutkimuksien mukaan opettajien on todettu tekevän (ks. mm. Myhill 2006; Mortimer & Scott 2003; Mercer & Dawes 2008; Broadie 2008; Perkkilä 2002). Se luonnollisesti edellyttää paitsi pienempää opettajan esittämien kysymysten määrää myös muodoltaan suljettujen ja funktioltaan faktakysymysten vähäisempää osuutta. Tällöin olisi mahdollista nostaa dialogista vuorovaikusta. Kuten Mercer & Littleton (2007, 10–11) toteavat, oppilaat saavuttavat korkeamman ajattelun tason tarkastellessaan vertaistensa eriäviä käsityksiä etsiessään ratkaisua ongelmaan. Mielestäni tämä tarjoaa oppilaalle mahdollisuuden laajentaa käsitystä siitä, mitä matematiikka on.

Siksi vastaisuudessa olisi mielenkiintoista selvittää muuttuvatko matematiikan oppitunnilla esittämieni kysymysten (muotojen ja funktioiden) määrä sekä oppituntien vuorovaikutuksen rakenne kentälle astuttuani. Samalla voitaisiin selvittää lisää uudistuneen ja perinteisen matematiikan opetuksen välisestä rajanvedosta; mitkä tekijät opetuksessa ovat yhteneväisiä uudistuneen opetuksen kanssa ja vastaavat matematiikkakuvaa aineopintojen jälkeen sekä toisaalta ilmentävät perinteistä matematiikan opetuksen mallia ja matematiikkakuvaa ennen aineopintoja. Tällöin tästä tutkimuksesta tulisi pitkittäistutkimuksen ensimmäinen vaihe. Aineistoa voitaisiin kerätä uudelleen esimerkiksi kahden, viiden ja kymmenen vuoden kuluttua. Samalla selviäisi esiintyykö opetuksessa opetuskeskustelun ylempiä tasoja (ks. luku 4.2), jotka mielestäni sisältävät uudistuneen matematiikan opetuksen suuntaiset olennaiset tekijät. Jatkotutkimuksissa luotettavuutta lisäämään voitaisiin käyttää tutkijatriangulaatiota, jolloin esimerkiksi opettajan esittämien kysymysten luokitteluun osallistuisivat kaksi tai useampia tutkijoita.

Tutkijat ovat todenneet opettajan taipuvaisuuden toistaa lapsuuden opettajilta saamia malleja, vaikka tiedostettuaan huomaisi niiden olevan ristiriidassa tietoisen ajattelun kanssa (ks. esim. Cooney 1999). Eli vaikka tutkimuksen tekeminen lisäsi tietoisuutta siitä, millaisia kysymyksiä esitän oppilaille ja pitämieni tuntien vuorovaikutuksen rakenteesta, ei se tarkoita, että tietoisuus suoraan kantaisi muutokseen toiminnassani. Siksi pitkittäistutkimus olisi mielenkiintoista ja hyödyllistä toteuttaa.

Lisäksi vertailevan tutkimuksen tekeminen olisi mielenkiintoista. Mahdollista olisi esimerkiksi selvittää toisen matematiikkaan erikoistuneen luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvan ilmenemistä hänen esittämissä kysymyksissä ja luokan vuorovaikutuksessa opetusharjoittelutunneilla. Vertailevaa tutkimusta voitaisiin laajentaa tarkastelemaan matematiikan aineenopettajaopiskelijan matematiikkakuvan ilmenemistä analysoimalla hänen esittämänsä kysymykset ja luokan vuorovaikutuksen rakennetta ala-, yläkoulun tai lukion opetusharjoittelutunneilla. Näin saataisiin lisää tietoa siitä, vaikuttavatko mahdollisesti matematiikan opintojen laajuus opettajaopiskelijan tai opettajan matematiikkakuvan ilmenemiseen hänen esittämissään kysymyksissä ja luokan vuorovaikutuksen rakenteeseen.

Lukija löytänee yhteneväisyyttä omien kokemusten ja tämän tutkimuksen opettajaopiskelijan matematiikkaan liittyvien uskomusten sekä kokemusten välillä. Lukijan on mahdollista toteuttaa oma tutkimus tämän tutkimuksen innoittamana ja rikastuttaa tutkimuskenttää. Tutkimus herättänee opettajankouluttajien ja tutkijoiden mielenkiintoa tutkia etenkin matematiikan opettajien uskomusten ilmenemistä opetuksessa. Jos jokin edellä mainituista toteutuu, tämä tutkimus on saavuttanut tavoitteensa.

LÄHTEET

Painetut ja elektroniset lähteet:

Aarnos, E & Perkkilä, P. 2007. Children´s talk about mathematics and mathematical talk. https://jyx.jyu.fi/dspace/bitstream/handle/123456789/18035/978-951-39-3057-8.pdf?sequence=1 [viitattu 18.10.2010]

Ahtee, M., Pehkonen, E. Krzywacki, H., Lavonen, J. & Jauhiainen, J. 2005. Kommunikointi luokassa – opetuksen ydin? Teoksessa A. Virta, K. Merenluoto & P. Pöyhönen. Ainedidaktiikan ja oppimistutkimuksen haasteet opettajankoulutukselle. Ainedidaktiikan symposium 11.2.2005. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B 75, 94–100.

Alexander, R. J. 2000. Culture and pedagogy: International comparison in primary education. Oxford: Blackwell.

Alexander R. J. 2006 Toward dialogic teaching: rethinking classroom talk. (2. Ed.) Yorkshire: Dialogos.

Ball, D. L. & Bass, H. 2003. Making mathematics reasonable in school. Teoksessa J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. E. Schifter (toim.) A research companion to principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Barnes, D., Britton, J. & Rosen, H. 1969. Language, the learner and the school. Harmondsworth: Penguin.

Bauersfeld, H. 1988. Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classrooms. Educational Studies in Mathematics 11, 23–41.

Boaler, J. 1997. Experiencing school mathematics: Teaching styles, sex and setting. Buckingham: Open University Press.

Brodie, K. 2008. Describing teacher change: Interactions between teacher moves and learner contributions. Teoksessa J.F. Matos, P. Valero & K. Yasukava (toim.) Proceedings of the 5th International Mathematics Education and Society Conference. Universities of Lisbon and Aalborg. 31–50.

Brodie, K., Lelliot, T. & Davis, H. 2002. Forms and substance in learner-centred teaching: Teachers' take up from an in-service programme in South Africa. Teaching and teacher Education 18, 541–559.

Chin, C. 2007. Teacher questioning in science classroom: Approaches that stimulate productive thinking. Journal of Research in Science Teaching 44 (6), 815–843.

Cooney, T. J. 1999. Conzeptualizing teachers' ways of knowing. Educational studies in mathematics 38, 168–187.

Craig, J. & Cairo, L. 2005. Assessing the relationship between questioning and understanding to improve learning and thinking (QUILT) and student achievement in mathematics: a pilot study: Carleston, West Virginia: Edvantia, Inc.

Cuban, L. 1993. How teachers taught: Concistency and change in American classrooms. New York: Teachers' College Press.

Daines, D. 2001. Are Teachers asking Higher Level Questions? Education 106 (4), 368–374.

Davis, B. 1997. Listening for differences: An evolving conception of mathematics teaching. Journal for research in Mathematics Education 28 (3), 355–376.

Dillon, J. T. 1990. The practice of questioning. London and New York: Routledge.

Dillon, J. T. 1994. Using discussion in classrooms. Buckingham: Open University Press.

Edwards, D. & Mercer, N. 1987. Common knowledge: The growth of understanding in the classroom. London: Routledge.

Edwards, D. & Westgate D. P. G. 1994. Investigating classroom talk. (2. painos) London: Falmer.

Ernest, P. 1989. The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: a model. Journal of Education for Teaching 15 (1), 13–33.

Ernest, P. 1991. The philosophy of mathematics education. London: Falmer Press.

Fisher, R. 1995. Teaching children to think. United Kingdom: Stanley Thornes.

Grigutsch, S. 1996. Mathematische Weltbilder von Schülern. Struktur, Entwicklung, Einflussfactoren. Fachbereich Mathematik. Gerhard-Mercator-Universität Duisburg. Dissertation.

Grigutsch, S. 1998. On pupils' views of mathematics and self-concepts: developments, structures and factors of influence. Teoksessa E. Pehkonen & G. Törner (toim.) The state-of –art in mathematics-related belief research. Results of the MAVI activities. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research report 195, 169–197.

Hardman, F. 2008. Teachers' use of feedback in whole-class and group-based talk. Teoksessa N. Mercer & S. Hodginson (toim.) Exploring talk in schools. London: SAGE.

Hayes, D., Mills, M., Christie, P. & Lingard, B. 2006. Teachers and schooling making a difference: productive pedagogies, assessment and performance. Crows Nest, NSW: Allen & Unwin.

Hihnala, K. 2005. Laskutehtävien suorittamisesta käsitteiden ymmärtämiseen. Peruskoululaisen matemaattisen ajattelun kehittyminen aritmetiikasta algebraan siirryttäessä. Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research 278. Väitöskirja.

Hill, L. 2000. Theory, practice and reflection: a pre-service primary mathematics education programme. Teachers and teaching: theory and practice 6 (1), 23–31.

Hirsjärvi, S. 1983. (toim.) Kasvatustieteen käsitteistö. Keuruu: Otava.

Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2007. Tutki ja kirjoita (13. osin uud. laitos ed.). Helsinki: Tammi.

Ilmavirta, R. 2003. Kolmen kohdan ohjelma matematiikan opetuksen tehostamiseksi. Projekteja ja prosesseja. Opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Tampereen yliopisto. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja 8, 15–27.

Jacobs, J. K., Hollingsworth, H. & Givvin, K. B. 2007. Video-based research made “Easy”: Methodological Lessons Learned from the TIMSS Video Studies. Sage Publications.

Jones, S., Myhill, D. & Hopper, R. 2005. Talking, Listening, Learning: Effektive talk in the primary classroom. Maidenhead: Open University Press.

Joutsenlahti, J. 2003a. Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.). Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.3.2003. Turku: Turun opettajankoulutuslaitos, 188–196. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:72. http://www.joutsenlahti.net/Languaging.pdf [viitattu 18.9.2010]

Joutsenlahti, J. 2003b. Matemaattinen ajattelu ja kieli, eräs mielenkiintoinen ulottuvuus uudessa opetussuunnitelmassa. Projekteja ja prosesseja. Opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Tampereen yliopisto. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja 8, 3–12.

Kaasila, R. Laine, A. & Pehkonen, E. 2004. Luokanopettajaksi opiskelevien matematiikkakuva ja sen muuttuminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, P. Malinen & T. Ahonen (toim.) Matematiikka-näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki instituutti, 937–413.

Kilpatrick, J. Swafford, J. & Findell, B. 2001. Adding it up: Helping children learn mathematics. Washington DC: National Academy Press.

Kitchen, R. S., DePee, J. Celedon-Pattichis, S. & Brinkerhoff, J. 2007. Mathematics education at highly effective schools that serve the poor: strategies for change. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kupari, P. 1999. Laskuharjoittelusta ongelmanratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina. Jyväskylän yliopisto: Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 7. Väitöskirja.

Lemke, J. L. 1990. Talking Science: Language, learning and values. New York: Ablex.

Lindgren, S. 1990. Toimintamateriaalien käyttö matematiikan opiskelussa. Matikkatupakokeilu peruskoulun toisella luokalla. Tampereen yliopisto. Acta Universities Tamperensis A 307.

Lindgren, S. 1995. Pre-service teachers’ beliefs and conceptions about mathematics and mathematics teaching. Reports from the Department of Teacher Education in Tampere University A 4.

Malaty, G. 1997. Lapsi matkalla matematiikan maailmaan. Teoksessa M. Siniharju (toim.) Esi- ja alkuopetuksen uusia tuulia. Helsinki: Opetushallitus, 51–92.

Malaty G. 2003. Johdatus matematiikan rakenteeseen. Helsinki: Opetushallitus.

Malaty G. 2009. Nolla, opetus ja kulttuuri: nollako suurin keksintö? Teoksessa J. Jokisalo & R. Simola (toim.) 2009. Monikulttuurisuus luokanopettajakoulutuksessa - monialaisten opintojen läpäisevä luonne. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan selosteita.

Malmivuori, M.-L. 2001. The dynamics of affect, cognition, and social environment in the regulation process of personal learning processes: The case of mathematics. University of Helsinki. Department of Education. Research Report 172. Väitöskirja.

McLeod, D. B. 1992. Research on affect in mathematics education: a reconcptualisation. Teoksessa D. A. Grows (toim.) Handbook of research on mathematcs teaching and learning. London: Macmillan Publishing Co, 575−596.

Mehan, H. 1979. Learning lessons: Social Organization in the classroom. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Mercer, N. & Littleton, K. 2007. Dialogue and the development of children’s thinking: A sociocultural approach. London: Routledge.

Mercer, N. & Dawes, L. 2008. The Value of Exploratory Talk. Teoksessa N. Mercer & S. Hodgkinson (toim.) Exploring Talk in School. London: SAGE.

Mortimer, E. F. 1998. Multivoicedness and univocality in classroom discourse: An example from theory of matter. International Journal of Science Education 20 (1), 67−82.

Mortimer, E. & Scott, P. 2003. Meaning making in secondary science classrooms. Maidenhead: Open University Press.

Mortimer, E. F. & Scott, P. H. 2000. Analysing discourse in the science classroom. Teoksessa J. Leach, R. Miller & J. Osbourne (toim.). Improving science education. The contribution of research, 126– 146. Milton Keynes: Open University Press.

Mroz, M., Smith, F. & Harzman, F. 2000. The Discourse of the Literacy Hour. Cambridge Journal of Education 30 (3), 379-390.

Moyles, J., Hargreaves, L., Merry, R., Paterson, F. & Esarte-Sarries, V. 2003. Interactive Teaching in the Primary School. Mainhead: Open University Press/McGraw-Hill.

Myhill, D. 2006. Talk, Talk, Talk: Teaching and learning in whole class discourse. Research Papers in Education 21 (1), 19–41.

Myhill, D. & Backley M. 2004. Making Connections: Teachers’ use of Children’s prior knowledge in whole class discourse. British journal of educational studies 52 (3), 263−275.

Myhill, D. & Dunkin F. 2005. Questioning learning? Language in education 19 (5), 415–427.

Nassaji, H. & Wells, G. 2000. ‘What’s the use of “triadic dialogue”? : an investigation of teacher-student interaction’, Applied Linguistics 3 (21), 379−390.

Nathan, M. J. & Knuth, E. J. 2003. A study of the whole classroom mathematical discourse and teacher change. Cognition and instruction 21 (2), 175−207.

Nesher, P. 1987. Towards an instructial theory: The role of students’ misconceptions. For the Learning of Mathematics 7 (3), 33–39.

Nevalainen, V., Juvonen-Nihtinen, M. & Lappalainen, U. 2004. Teoksessa T. Ahonen, T. Siiskonen & T. Aro (toim.) Sanat sekaisin? Kielelliset oppimisvaikeudet ja opetus kouluiässä. 3. painos. Jyväskylä: PS-kustannus.

OECD 2004. Problem Solving for Tomorrow’s World. First Measures of Cross-Curricular Competencies from PISA 2003. http://www.oecd.org/dataoecd/25/12/34009000.pdf [viitattu 18.10.2010]

Pajares, M. F. 1992. Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning up a messy construct. Review of Educational Research 62 (3), 307–332.

Patton, M. Q. 2002. Qualitative research and evaluation methods. (3. painos.) London: Sage.

Pehkonen, E. 1993. What are Finnsh teacher educators' conceptions about the teaching of problem solving in mathematics. European Journal of Teacher Education 16 (3), 237–256.

Pehkonen, E. 1995. Pupil's view of mathematics: Initial report for an international comparison project. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research report 152.

Pehkonen, E. 1998. On the concept ”mathematical belief”. Teoksessa E. Pehkonen & G. Törner (toim.) The state-of-art in mathematics-related belief research. Results of the MAVI activities. University of Helsinki. Department of Teacher education. Research report 195, 37–72.

Perkkilä, P. 2002. Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä studies in Education, Psychology and Social research 195. Väitöskirja.

Piaget, J. 1988. Lapsi maailmansa rakentajana. (suom. S. Palmgren) Porvoo: WSOY.

Pietilä, A. 2002. Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matematiikkakokemukset matematiikkauskomusten muodostajina. Helsingin yliopisto: Opettajankoulutuslaitos. Väitöskirja. http://ethesis.helsinki.fi/julkaisut/kas/opett/vk/pietila/luokanop.pdf [viitattu 14.11.2009]

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004. http://www.oecd.org/dataoecd/25/12/34009000.pdf [viitattu 18.10.2010]

Raymond, A. M. & Santos, V. 1995. Preservice elementary teachers and self-reflection: How innovation in mathematics teacher preparation challenges mathematics beliefs. Journal of Teacher Education 46 (1), 58–70.

Sahin, A. & Kulm, G. 2008. Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, quiding, and factual questions. Journal of mathematics teacher education 11 (3), 221–241. http://www.springerlink.com/content/4753170lh7h43238/fulltext.pdf [viitattu 25.7.2010]

Scott, P. H. 1998. Teacher talk and meaning making in science classrooms: A Vygotskian analysis and review. Studies in Science Education 32, 45–80.

Scott, P., Mortimer, E. & Aguiar, O. 2006. The tension between authoritative and dialogic discourse: A fundamental characteristic of meaning making interactions in high school science lessons. Science Education 90 (4), 605–631

Scott, P. & Amettler J. 2007. Teaching science in a meaningful way: striking a balance between 'opening up' and 'closing down' classroom talk. School science review 88 (324), 77–84.

Seidel, T., Dalehefte, L., Meyer, L. 2005. Standardized guidelines –How to collecte videotapes. Teoksessa M. Kobarg (toim.) How to run avideo study. Technical Report of the IPN Video Study. 29–53. Münster: Waxmann.

Shoenfeld, A. H. 1985. Mathematical problem solving. Orlando: AP.

Sinclair, J. M. & Coulthard, M. 1975. Towards an analysis of discourse: The English used by teachers and pupils. Oxford: Oxford University press.

Skidmore, D. 2000. From pedagogical dialogue to dialogical pedagogy. Language and Education 14 (4), 283–296.

Stigler, J. W., Gallimore, R. & Hiebert, J. 2000. Using Video Surveys to Compare Classrooms and Teaching Across Cultures: Examples and Lessons From the TIMSS Video Studies. Educational Psychologist 35 (2), 87–100.

Sugrue, C. 1997. Complexities of teaching: Child-centered perspectives. London: Falmer Press.

Syrjälä L., Ahonen S., Syrjäläinen E. & Saari S. 1994. Laadullisen tutkimuksen työtapoja. Helsinki: Kirjayhtymä

Tabulawa, R. 1998. Teachers' perspectives on classroom practice in Botswana: implications for pedagogical change. International Journal of Qualitative Studies in Education 11 (2), 249–268.

Tainio, L. 2007. Vuorovaikutusta luokkahuoneessa: näkökulmana keskustelun analyysi. Helsinki: Gaudeamus. 15–58.

Tatto, M. 1999. Improving teacher education in rural Mexico: The challenges and tensions of constructivist reform. Teaching and Teacher Education 15, 15–35.

Tikkanen, P. 2008. Helpompaa ja hauskempaa kuin luulin. Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten peruskoulun neljäsluokkalaisten kokemana. Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä studies in Education, Psychology and Social research 337. Väitöskirja.

Tossavainen, T. 2005. Matematiikka ja kieli. Tieteessä tapahtuu 4/2005. http://www.tieteessatapahtuu.fi/0405/Tossavainen.pdf [viitattu 12.8.2010]

Törner, G. & Grigutsch S. 1994. "Mathematiche Weltbilder" bei Studienanfängen- eine Erhebung. Journal-für Mathematik-Didaktik 15 (3/4), 211–251.

Vacc, N. & Bright, G. 1999. Elementary preservice teachers' changing beliefs and intructional use of children's mathematical thinking. Journal for research in mathematics education 30 (1), 89–191.

Vygotsky, L. S. 1986. Thought and Language. (Revised and edited by A. Kozulin) Cambridge, MA: MIT Press.

Välijärvi, J., Kupari, P., Linnankylä, P., Reinikainen, P., Sulkunen, S., Törnroos, J. & Arffaman, I. 2003. The Finnish success in PISA – and some reasons behind it. http://ktl.jyu.fi/img/portal/8317/PISA_2003_print.pdf [viitattu 18.10.2010]

Wood, D. 1992. Teaching talk. Teoksessa K. Norman (toim.). Thinking voices. London: Hodder & Stoughton.

Weiner, B. 1986. An attributional theory of motivation and emotion. New York: Springer-Verlag.

Wells, G. 1999. Dialogic Inquiry: toward a sociocultural practice and theory of education. Cambridge: Cambridge University Press.

Viiri J. & Saari, H. 2004. Opettajan puhe oppilaiden tiedon konstruoinnin ohjauksessa. Teoksessa P. Atjonen & P. Väisänen (toim.). Osaava opettaja: keskustelua 2000-luvun opettajankoulutuksen ydinaineksesta. Joensuu: Joensuun yliopistopaino. 265–278.

Muut lähteet:

Harri, R. 2010. Syventävä ohjattu harjoittelu OKLS520. Opetuskeskustelu - Työtapa vai opetusmetodi? Jyväskylä: Normaalikoulu. Harjoitteluraportti.

Kailio, J. (painossa) Matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan sekä pedagogisen ajattelun vertailua. Pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos.

Korhonen, K. & Päivärinta, L. 2005. Opetuskeskustelu - kohti parempaa ymmärtämistä: luokanopettajien kokemuksia opetuskeskustelusta. Pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos.

Kyyrä, A.-M., Matikainen, T., Risku, A.-M. & Tikkanen, P. 2008. Laskutaidon toimintapaketti 1 Opettajan opas. (1.-3. Painos) Helsinki: WSOY

Linjama, P. 2009. Luokanopettaja- ja erityisopettajaopiskelijoiden matematiikka-asenteet opintojen alkuvaiheissa. Pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos.

Pappas, T. 2001. Lisää matematiikan iloja. (suom. J. Pietiläinen.) Helsinki: Hakapaino.

Risku, A.-M. & Tikkanen, P. 2004. Laskutaidon toimintapaketti 2 Opettajan opas. Helsinki: WSOY

Räty, A. 2008. Opettajan puhe ja vuorovaikutuksen rakenne luokkahuonekeskusteluissa. Pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos.

Saikko, V. 2007. Different student -strategies for interactional power in the IRF pattern in an EFL classroom. Pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos.

Sajaniemi, J. 2009. Opettajan kommunikatiivisten lähestymistapojen vaihtelut oppitunnilla. Pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos.

Saksola V. & Tolonen R. 2009. Opettajan kysymykset oppitunnilla. Pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos.

LIITTEET

LIITE 1 Taulukot ensimmäisen matematiikan tunnin aikana esitetyistä kysymyksistä

Taulukko 34 Ensimmäisen matematiikan tunnin aikana esitetyt kysymykset 1/3

Kysymys	Muoto	Funktio
1. Mitä sinulla on siellä, mikä on tämän kuvion nimi?	Suljettu	Fakta
2. Menikö se nyt ihan oikein?	Suljettu	Fakta
3. Oppilas 2, menikö se mielestäsi ihan oikein?	Avoin	Ymmärryksen kehittymi-nen
4. Oppilas 3 sanoi ei. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittymi-nen
5. Siellä on nimittäin yksi virhe, jonka juuri huomasin. Huomaatko si-nä?	Suljettu	Fakta
6. Miksi se on suora?	Prosessi	Ymmärryksen kehittymi-nen
7. Kuinka moni kirjoitti siihen suora?	Muu	Aktivointi
8. Oppilas 5, miksi kirjoitit siihen suora?	Prosessi	Ymmärryksen kehittymi-nen
9. Miksei se ole vaikka jana?	Prosessi	Ymmärryksen kehittymi-nen
10. No seuraavan kuvion nimi. Mitä olet kirjoittanut?	Suljettu	Fakta
11. Ja miksi se on jana AB?	Prosessi	Ymmärryksen kehittymi-nen
12. Kuvio C. Mikä sen nimi on?	Suljettu	Fakta
13. Tehtävä kaksi. Piirrä jana AB. Mitä minun pitää tehdä? Mitä sinä olet tehnyt?	Suljettu	Fakta
14. Yhdistänyt viivalla, mitkä olet yhdistänyt?	Suljettu	Fakta
15. Ja mikä on silloin alkupiste ja mikä loppupiste, jos kutsumme sitä jana AB:ksi?	Suljettu	Fakta
16. jos aloitamme pisteestä A ja päädymme pisteeseen B, mikä silloin on alkupiste?	Suljettu	Fakta
17. Mitkä yhdistän kun pyydetään piirtämään jana AC? Oppilas 2?	Suljettu	Fakta
18. Mitä yhdistän, kun pyydetään piirtämään jana AC?	Suljettu	Fakta
19. Entä kun pyydetään piirtämään jana AD?	Suljettu	Fakta
20. Entä jana AE?	Suljettu	Fakta
21. Jana AF?	Suljettu	Fakta
22. Jana AG?	Suljettu	Fakta
23. Ja viimeinen kohta: piirrä jana AH?	Suljettu	Fakta

Taulukko 35 Ensimmäisen matematiikan tunnin aikana esitetyt kysymykset 2/3

Kysymys	Muoto	Funktio
24. Onko meillä vielä tässä tämä kuvio?	Suljettu	Fakta
25. Onko meillä vielä tämä kuvio?	Suljettu	Fakta
26. Mitä me tarvitsemme?	Suljettu	Ajattelun rakentuminen
27. Ja mihin?	Prosessi	Ajattelun rakentuminen
28. Mikä meillä tässä on?	Suljettu	Fakta
29. Näetkö jossain muualla samanlaista muotoa?	Avoin	Vihje
30. Entä se missä sun kirja on?	Suljettu	Vihje
31. Hyvä, mikä se on?	Suljettu	Fakta
32. Mitä tapahtuu jos lisäämme siihen vielä yhden langan?	Suljettu	Ajattelun rakentuminen
33. Mikä siitä tulee?	Suljettu	Fakta
34. Montako kulmaa tässä kuviossa on?	Suljettu	Fakta
35. Lisätään pisteiden nimet. Mitkä ne voisivat olla?	Suljettu	Fakta
36. Minkä päätepisteen nimeän pisteeksi O4?	Suljettu	Fakta
37. No missäs on O8 niin kuin Oppilas 8. Minkä väristen kylkien yhteinen kärkipiste?	Suljettu	Fakta
38. Ja Oppilas 9 minkä väristen kylkien kärkipiste sinä olet?	Suljettu	Fakta
39. Mitäs tapahtuu jos lisään sinne vielä yhden kärkipisteen?	Suljettu	Ajattelun rakentuminen
40. Mikä kuvio siitä syntyy?	Suljettu	Fakta
41. Kuinka monta kulmaa siinä on?	Suljettu	Fakta
42. Missä ne kulmat on?	Suljettu	Fakta
43. Onko siinä nimessä silloin sana kulma?	Suljettu	Vihje
44. Ja miksi sen nimi on nelikulmio?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
45. Mikä meidän neljännen kulman kärkipisteen nimi on?	Suljettu	Fakta
46. Onko tyttö O5?	Suljettu	Fakta
47. Mut nyt kun kuvataan sitä kärkipistettä, Oppilas 6?	Suljettu	Fakta
48. Saadaanko me kuvattua ympyrä näin?	Suljettu	Ajattelun rakentuminen
49. Miksi ei?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
50. Eli kuinka monta kulmaa siinä on?	Suljettu	Fakta
51. Oppilas 13, miksi se ei ollut neliö?	Prosessi	Ymmärrykse kehittyminen
52. Kuulitko Oppilas 8, mitä Oppilas 13 sanoi?	Toiminta	Hallinta
53. Mutta käsite neliö, miten se ja nelikulmio ovat yhteydessä toisiinsa?	Suljettu	Fakta
54. Ja mitä vielä, sanoit hienosti, sanoitko suunnasta?	Suljettu	Pumppaus

Taulukko 36 Ensimmäisen matematiikan tunnin aikana esitetyt kysymykset 3/3

Kysymys	Muoto	Funktio
55. Oletko tehnyt? Käsi ylös, jos olet tehnyt tehtävän yksi?	Muut	Hallinta
56. Hyvä. Oletko tehnyt tehtävän numero kaksi?	Muut	Hallinta
57. Katso taululle. Oppilas 2 monta kulmaa? Mitä sinä olet laittanut?	Suljettu	Fakta
58. Kuinka monta sivua?	Suljettu	Fakta
59. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittymi-nen
60. Mikä se semmoinen sivu on?	Suljettu	Fakta
61. Eli onko se täällä tai täällä tai täällä?	Suljettu	Fakta
62. Onko se pelkkä tämä?	Suljettu	Vihje
63. Onko se pelkkä tämä?	Suljettu	Vihje
64. Onko se tämä?	Suljettu	Fakta
65. Miksi se on se?	Prosessi	Ymmärryksen kehittymi-nen
66. Mikäs tämän kuvion nimi on?	Suljettu	Fakta
67. Kuinka monta niitä on tässä kuvassa?	Suljettu	Fakta
68. Ja kun ne kaikki on yhdistetty vahvistan ne vielä. Niin tulee mi-kä?	Suljettu	Fakta
69. Entäs tämä kuvio, kuinka monta kulmaa?	Suljettu	Fakta
70. Kuinka monta sivua?	Suljettu	Fakta
71. Kuinka monta kärkipistettä?	Suljettu	Fakta
72. Kuinka monta kulmaa tässä kuviossa on?	Suljettu	Fakta
73. Kuinka monta sivua tässä kuviossa on?	Suljettu	Fakta
74. Kuinka monta kärkipistettä?	Suljettu	Fakta
75. Ja mikä kuvion nimi on?	Suljettu	Fakta
76. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittymi-nen
77. Ja mitä muuta?	Suljettu	Pumppaus
78. Entäs tämä kuvio. Kuinka monta kulmaa?	Suljettu	Fakta
79. Sivua?	Suljettu	Fakta
80. Kärkipistettä?	Suljettu	Fakta
81. Ja kuvion nimi on?	Suljettu	Fakta
82. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittymi-nen
83. Ja mitä muuta?	Suljettu	Pumppaus
84. Onko sillä neljä sivua?	Suljettu	Vihje
85. Ja kuinka monta niitä on?	Suljettu	Fakta
86. Entäs tämä kuvio. Kuinka monta kulmaa?	Suljettu	Fakta
87. Kuinka monta sivua?	Suljettu	Fakta

88. kuinka monta kärkipistettä?	Suljettu	Fakta
89. Mikä kuvion nimi on?	Suljettu	Fakta
90. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittymi-nen
91. Ja tämä kuvio, onko samanlainen kuin tuo kuvio?	Suljettu	Fakta
92. Ja mitä vielä?	Suljettu	Pumppaus
93. Ja mitä vielä?	Suljettu	Pumppaus
94. Tehtävä neljä, kuinka moni on tehnyt tämän?	Muut	Hallinta

LIITE 2 Taulukot toisen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten muodoista ja funktioista

Taulukko 37 Toisen matematiikan tunnin aikana esitetyt kysymykset 1/3

Kysymys	Muoto	Funktio
1. Kuka vielä puuttuu?	Toiminta	Hallinta
2. Oppilas 2 missä olet ollut välitunnin aikana?	Muut	Hallinta
3. Tarkoittaako se sitä että sinun pitää mennä kanssa?	Muut	Hallinta
4. Miten muuten voisit siinä tilanteessa toimia, jos näät että Oppilas 14 menee rajojen ulkopuolelle?	Muut	Hallinta
5. No miksi et tullut sitten nopeemmin?	Muut	Hallinta

Taulukko 38 Toisen matematiikan tunnin aikana esitetyt kysymykset 2/3

Kysymys	Muoto	Funktio
6. Näettekö kaikki sen kuvion tuolla taululla?	Toiminta	Hallinta
7. Näenkö minä sen kuvion?	Toiminta	Hallinta
8. Miksi en näe?	Toiminta	Hallinta
9. Onko sillä kuviolla kolme kulmaa?	Suljettu	Fakta
10. Onko sillä kuviolla neljä sivua?	Suljettu	Fakta
11. Onko sillä kuviolla neljä kärkipistettä?	Suljettu	Fakta
12. Onko sillä kuviolla nolla sivua?	Suljettu	Fakta
13. Onko se ympyrä?	Suljettu	Fakta
14. Oppilas 8 kurkkasitko sinä?	Toiminta	Hallinta
15. Rehellisesti: Kurkkasitko sinä sinne?	Toiminta	Hallinta
16. Miksei se oo?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
17. Huijasitko sinä?	Toiminta	Hallinta
18. Oppilas 8 näetkö kuvion?	Toiminta	Hallinta

Taulukko 39 Toisen matematiikan tunnin aikana esitetyt kysymykset 3/3

Kysymys	Muoto	Funktio
19. Kuinka monta neliötä sinulla on?	Suljettu	Fakta
20. Mitkä ovat neliöitä?	Suljettu	Fakta
21. Mistä tiedän, mitkä ne ovat? Mä en näe sinne sun pulpetille.	Prosessi	Sanaston harjoitteleminen

22. No onko niillä kolme kulmaa?	Suljettu	Vihje
23. Mitä muuta niissä on?	Suljettu	Pumppaus
24. Onko niissä kolme kärkipistettä?	Suljettu	Fakta
25. Mitä?	Suljettu	Sanaston harjoitteleminen
26. Kuinka monta ympyrää sinulla on?	Suljettu	Fakta
27. Viittaamalla. Mistä tiedän mitä ne ovat?	Prosessi	Sanaston harjoitteleminen
28. Mitä ne ovat?	Suljettu	Sanaston harjoitteleminen
29. Olenko laittanut nyt oikein?	Suljettu	Harjoittelu
30. Miksi en?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
31. Miksi on kolmio?	Prosessi	Sanaston harjoitteleminen
32. Miten mielestäsi voisit jakaa ne kahteen eri ryhmään?	Avoin	Aikaisempi tieto
33. Miten oot jakanut ne kahteen eri ryhmään?	Avoin	Aikaisempi tieto
34. Onko joku muu jakanut jotenkin toisin?	Avoin	Aikaisempi tieto
35. Onko vielä joku miten voit jakaa eri tavalla?	Avoin	Aikaisempi tieto
36. Miten sää oot jakanut?	Avoin	Aikaisempi tieto
37. Voisiko niitä jakaa kulmien lukumäärän mukaan kahteen eri ryhmään?	Suljettu	Vihje
38. No mites kuinka monta kulmaa tässä kuviossa on?	Suljettu	Vihje
39. Kuinka monta tässä on?	Suljettu	Vihje
40. Onko tässä kuviossa kulmia?	Suljettu	Vihje
41. No voisinko jakaa ne sitten sellaisiin ryhmiin, että toisissa kuvioissa on nolla kulmaa ja toisen ryhmän kuvioissa on kulmia?	Suljettu	Vihje
42. Mitä sinulla siinä on?	Suljettu	Fakta
43. Kenen ääni kuuluu vielä?	Toiminta	Hallinta
44. Ja mikäs tämä kuvio on miltä se näyttää?	Suljettu	Fakta
45. Kuinka monta kulmaa tämän oksan kuvioissa on?	Suljettu	Fakta
46. Onko siellä kuvioita joissa on kaksi kulmaa?	Suljettu	Fakta
47. Onko siellä kuvioita, missä on yksi kulma?	Suljettu	Fakta
48. Missä ne kuviot on?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
49. Miksi ei niitä ole täällä?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
50. No tuleeko sinne niin että siinä on myös kylki?	Suljettu	Vihje
51. Kummalle puolelle minä kirjoitan, että monikulmiot?	Suljettu	Fakta
52. Kumpi ryhmä näistä on monikulmiot?	Suljettu	Fakta
53. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
54. Korostan vielä sitä, että miksi ne ovat monikulmioita?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
55. Ja mitäs tuohon toiseen haaraan tulee?	Suljettu	Fakta
56. Mitä kirjoitan siihen toiseen puun oksaan?	Suljettu	Fakta
57. Kenellä vielä nään pussin, jossa on paloja?	Toiminta	Hallinta

LIITE 3 Taulukot kolmannen matematiikan tunnin aikana esitettyjen kysymysten muodoista ja funktioista

Taulukko 40 kolmannen matematiikan tunnin aikana esitetyt kysymykset 1/2

Kysymys	**Muoto**	**Funktio**
1. Miksi olen laittanut sinne näin?	Prosessi	Ajattelun rakentuminen
2. Niin miksi?	Prosessi	Ajattelun rakentuminen
3. Mihin sinä laittaisit tämän muodon?	Avoin	Aikaisempi tieto
4. Miksi laitat sen sinne?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
5. Mihin laittaisit tällaisen muodon?	Muut	Aikaisempi tieto
6. Miksi laitoit kuvion tonne?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
7. Eilen kävimme jotakin läpi. Laitoimme puuhun muotoja. Minkä mukaan?	Suljettu	Kertaus
8. Voisitko tässä jotenkin käyttää tätä tietoa hyväksesi?	Prosessi	Vihje
9. Miten sinä käyttäisit?	Prosessi	Ajattelun rakentuminen
10. Miten käyttäisit sitä tietoa hyväksesi?	Prosessi	Vihje
11. Näetkö näissä kuvioissa kulmia?	Suljettu	Aktivointi
12. No mitä yhteistä näillä kuvioilla on?	Suljettu	Fakta
13. No voisiko tämä olla kulma kanssa?	Suljettu	Vihje
14. Miksi ei?	Prosessi	Aikaisempi tieto
15. Missä se kulma siellä on?	Suljettu	Fakta
16. No mikäs täällä sitten on?	Suljettu	Fakta
17. Mikä siellä toisella puolella on?	Suljettu	Fakta
18. Mikä täällä toisella puolella on?	Suljettu	Fakta
19. Jos merkitsen sitä näin, niin pystytkö tästä päättelemään, mikä?	Suljettu	Fakta
20. Onko näillä jotain yhteistä?	Suljettu	Vihje
21. Näyttävätkö ne samanlaisilta?	Suljettu	Vihje
22. No voisko ne olla sitten sama asiaa?	Suljettu	Fakta
23. Miksei vois?	Prosessi	Aikaisempi tieto
24. Eli mikä tämäkin on?	Suljettu	Fakta
25. Kuinka monta kulmaa tässä kuviossa on?	Suljettu	Fakta
26. Entä tämä kuvio, mikä täällä on?	Suljettu	Fakta
27. Kuinka monta kulmaa tässä kuviossa on?	Suljettu	Fakta
28. No kuinka monta kulmaa tässä on?	Suljettu	Fakta
29. No mitä eroa näillä kuvioilla on?	Suljettu	Ymmärryksen kehittyminen

30. Jos katsot näitä vastakkaisia sivuja, poikkeavatko ne jollain tapaa toisistaan?	Suljettu	Ajattelun rakentuminen
31. No oletko Oppilas 14 vielä sitä mieltä että laitat tämän palan tänne?	Muut	Ymmärryksen kehittyminen
32. Mihin haluaisit laittaa sen nyt?	Muut	Ymmärryksen kehittyminen
33. Onko siinä nyt saman verran kulmia kuin täällä?	Suljettu	Vihje
34. Miksi laitat sen siihen?	Prosessi	Aikaisempi tieto
35. Miksi?	Prosessi	Aikaisempi tieto
36. Onko sillä yhteisiä ominaisuuksia tämän kuvion kanssa?	Suljettu	Vihje
37. Miksi ei?	Prosessi	Aikaisempi tieto
38. Kuinka monta kulmaa siinä on?	Suljettu	Vihje
39. Ja kuinka monta siinä on?	Suljettu	Vihje
40. Onko siinä neljä kulmaa?	Suljettu	Vihje
41. Oletko yhtä mieltä Oppilas 14:n kanssa?	Muut	Ajattelun rakentuminen
42. Miksi et?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
43. Ja miksi vertaat sitä tuohon kuvioon, millä alueella se sijaitsee?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
44. Tule Oppilas 13 näyttämään mille alueelle sen laittaisit ja miksi laittaisit sen sinne?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
45. Ja miksi laitoit sen tänne taululle?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
46. Mihin laittaisit tämän kuvion?	Muut	Harjoittelu
47. Miksi laitat sen sinne sisälle?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
48. Mitä muuta yhteistä sillä voisi sitten tuon kanssa olla?	Suljettu	Pumppaus
49. Ovatko ne kaikki vastakkaiset puolet kohtisuorassa toisiaan vasten?	Suljettu	Fakta
50. Mitä eroa huomaat näissä kuvioissa?	Suljettu	Ajattelun rakentuminen
51. Eli onko täällä jokin toinen alue, jonne tämä sopisi paremmin?	Suljettu	Fakta
52. Onko se vastaava kuin tuo?	Suljettu	Fakta
53. Miksi ei?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
54. No käykö se tänne?	Suljettu	Fakta
55. Miksi ei se käy tänne?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
56. Onko vielä jokin tarkempi alue minne se voisi käydä, tai käykö se vielä syvemmälle?	Suljettu	Fakta
57. Miksi laitat sen vihreeseen?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
58. Mihin laittaisit tämän kuvion?	Muut	Harjoittelu
59. Kävisikö tämä kuvio tänne?	Suljettu	Fakta
60. Miksi se ei kävisi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
61. Elikkä täällä kaikilla kuvioilla on niitä kulmia, täällä alueella on kuinka monta kulmaa?	Suljettu	Fakta
62. Eli kävisikö tämä kuvio tänne?	Suljettu	Fakta
63. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen

64. ja sitten sillä on vielä yksi lisäehto, mikä se ehto on?	Suljettu	Kertaus
65. Mikä ehto tällä on että se käy vielä tänne punaseenkin?	Suljettu	Fakta
66. Eli tämä kuvio, onko tällä enemmän kuin yksi paik+a mihin tämä kävisi?	Suljettu	Fakta
67. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
68. Minne laittaisit tämän kuvion?	Muut	Harjoittelu
69. Ja kerro miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
70. Miksi laittaisit tänne?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
71. Mutta tässä on vielä yksi lisäehto, mikäs se olikaan?	Suljettu	Kertaus
72. Mihin laittaisit tämän kuvion?	Muut	Harjoittelu
73. Ja kerro miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
74. Mutta onko se yhtenevä noiden muiden kuvioiden kanssa?	Suljettu	Vihje
75. Miksi ei?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
76. Huomaatko Oppilas 9, mikä sivu?	Suljettu	Fakta
77. Ja miksi siirtäisit sen sinne?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
78. Mitä yhteistä sillä on näiden kuvioiden kanssa?	Suljettu	Vihje
79. Kuinka monta kulmaa siellä on?	Suljettu	Fakta
80. Entä tuolla?	Suljettu	Fakta
81. Onko siellä kolme kulmaa?	Suljettu	Fakta
82. Miksi Oppilas 5 siellä on neljä?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
83. Entä mihin laittaisit tämän kuvion?	Muut	Harjoittelu
84. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
85. Mihin laittaisit tämän kuvion?	Muut	Harjoittelu
86. Miksi laitat sen sinne?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
87. Miksi et laita sitä tänne?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
88. Mitä se pitkä tarkoittaa?	Suljettu	Aikaisempi tieto
89. Mitä se suuri tarkoittaa?	Suljettu	Aikaisempi tieto
90. Eli Oppilas 5 ovatko kaikki sivut yhtä pitkiä?	Suljettu	Fakta
91. Entä ovatko tuolla?	Suljettu	Fakta
92. Ja tuolla?	Suljettu	Fakta
93. Mihin sinä tämän kuvion laittaisit?	Muut	Harjoittelu
94. Mutta käykö se tälle alueelle?	Suljettu	Fakta
95. Miksi ei?	Prosesi	Ymmärryksen kehittyminen
96. No käykö se tälle alueelle?	Suljettu	Fakta
97. Entä tämä kuvio?	Muut	Harjoittelu
98. Joo käyks se tähän?	Suljettu	Fakta
99. Miksi käy vaan sinne?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
100. No käykö se sitten tänne?	Suljettu	Fakta

101. Käykö se tänne?	Suljettu	Fakta
102. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
103. Eli käyks se tänne?	Suljettu	Fakta
104. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
105. käyks se tänne?	Suljettu	Fakta
106. Jos teen näin käykö se sitten?	Suljettu	Fakta
107. Onko se samaa aluetta tämän kanssa?	Suljettu	Fakta
108. Mihin laitat tämän kuvion?	Muut	Harjoittelu
109. Miksi Oppilas 8 laitat sen sinne?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
110. Näissäkin on neljä kulmaa, käykö se tänne?	Suljettu	Fakta
111. Elikkä nämä sivut ovat?	Suljettu	Vihje
112. Onko ne eripituisia?	Suljettu	Fakta
113. No onko ne silloin kaikki samanpituisia?	Suljettu	Fakta
114. Entä tämä kuvio?	Muut	Harjoittelu
115. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
116. Kävisko se Oppilas 2 tänne?	Suljettu	Fakta
117. Mutta jos katsotaan kulmien lukumäärää niin käykö se sinne?	Suljettu	Fakta
118. Ja viimeinen kuvio?	Muut	Harjoittelu
119. Käykö tämä kuvio tänne?	Suljettu	Fakta
120. Miksi se ei käy?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
121. Mitä tässä on viisi?	Suljettu	Sanaston harjoitteleminen
122. No mitä täällä sitten menee?	Suljettu	Fakta
123. Ja mitäs täällä on?	Suljettu	Fakta
124. Käykö tämä kuvio tänne?	Suljettu	Fakta
125. Mitä yhteistä kaikilla niillä kuvioilla on, jotka ovat keltaisen rajan sisäpuolella?	Suljettu	Kertaus
126. Entä näissä kuvioissa?	Suljettu	Fakta
127. Miksi siis voisimme kutsua kaikkia niitä kuvioita jotka ovat tä-män keltaisen alueen sisäpuolella?	Suljettu	Sanaston harjoitteleminen
128. Onko tämä tämän keltaisen alueen sisäpuolella?	Suljettu	Fakta
129. No onko tämä tämän keltaisen alueen sisäpuolella?	Suljettu	Fakta
130. No miksi voisimme kutsua kaikkia niitä kuvioita, jotka ovat keltaisen alueen sisäpuolella?	Suljettu	Sanaston harjoitteleminen
131. Mikä on hyvä nimi niille?	Suljettu	Sanaston harjoitteleminen
132. No vihreän alueen sisäpuolella, onko tämä vihreän alueen sisäpuolella?	Suljettu	Fakta
133. Onko tämä vihreän alueen sisäpuolella?	Suljettu	Fakta
134. No mitä yhteistä kaikilla näillä kuvioilla on, jotka ovat vihreän alueen sisäpuolella?	Suljettu	Kertaus

135. Mikä olisi hyvä nimi niille?	Suljettu	Fakta
136. Hymn, mikäs sitten näiden kuvioiden nimi voisi olla?	Suljettu	Sanaston harjoitteleminen
137. Niiden nimi on neliö, joilla kaikilla on mitä?	Suljettu	Sanaston harjoitteleminen
138. No onko tällä kuviolla neljä sivua, kärkipistettä ja kulmaa?	Suljettu	Fakta
139. No mitä tällä vielä on, tällä oli vielä yksi ehto?	Suljettu	Kertaus

Taulukko 41 Kolmannen matematiikan tunnin aikana esitetyt kysymykset 2/2

Kysymys	**Muoto**	**Funktio**
140. Miten saat neliöstä piirrettyä hyvin neliön?	Muut	Harjoittelu
141. Miten saat neliöstä piirrettyä neliön?	Muut	Harjoittelu
142. Miten?	Muut	Harjoittelu
143. Autetaan Oppilas 1:stä, miten saat piirrettyä neliön?	Muu	Harjoittelu
144. No tuleeko siitä, onko tää neliö?	Suljettu	Vihje
145. Mä käytän nyt viivotinta apuna. Tuleeko tästä neliö?	Suljettu	Vihje
146. No miten mä saisin piirrettyä neliön?	Suljettu	Harjoitus
147. Ymmärsitkö miten saat neliön tehtyä?	Toiminta	Hallinta

LIITE 4 Taulukot matematiikkapainotteisen käsityötunnin aikana esitettyjen kysymysten muodoista ja funktioista

Taulukko 42 Käsityötunnin aikana esitetyt kysymykset 1/1

Kysymys	Muoto	Funktio
1. Mikä siitä tuli?	Suljettu	Fakta
2. Miksi?	Prosessi	Aikaisempi tieto
3. Missä ne ovat?	Avoin	Aikaisempi tieto
4. Mikä tämä täällä on?	Suljettu	Fakta
5. Ja missä se kulma sitten oikein onkaan?	Suljettu	Fakta
6. Missä se kulma on?	Suljettu	Fakta
7. Onks se täällä?	Suljettu	Vihje
8. Mitä mieltä muut ovat?	Muut	Aikaisempi tieto
9. Mikä täällä on?	Suljettu	Fakta
10. Mikä tässä on?	Suljettu	Fakta
11. Missä se on?	Suljettu	Fakta
12. Eli onko se täällä?	Suljettu	Fakta
13. No missä se on?	Suljettu	Fakta
14. Eli missä sisällä?	Suljettu	Pumppaus
15. Missä sisällä, missä se sisällä on?	Suljettu	Pumppaus
16. Mikä tämä on?	Suljettu	Fakta
17. Ja missä se kulma on?	Suljettu	Fakta
18. Mikä tämä on?	Suljettu	Fakta
19. Mikä se on? voit silti kertoa.	Suljettu	Pumppaus
20. Ja missä se kulma on?	Suljettu	Fakta
21. Onko se täällä?	Suljettu	Pumppaus
22. Alotetaan täältä, onko tossa meneekö (kylki) yli?	Suljettu	Vihje
23. Onko kulma siellä?	Suljettu	Pumppaus
24. Entä mikä tämä on?	Suljettu	Fakta
25. Missä se kulma on?	Suljettu	Fakta
26. Ja missä on olkien sisäpuoli?	Suljettu	Pumppaus
27. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
28. Mistä se lähtee?	Suljettu	Fakta
29. Mikä siinä on?	Suljettu	Fakta
30. Kuinka monta?	Suljettu	Fakta
31. Mikä se on?	Suljettu	Fakta

32. Missä se on?	Suljettu	Fakta
33. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
34. Onko tässä kulma?	Suljettu	Pumppaus
35. Miksi?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
36. Mitä tarvitset kulmaan?	Suljettu	Fakta
37. Riittääkö tämä?	Suljettu	Pumppaus
38. Miksi ei?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
39. Ja mitä muuta. Riittääkö tämä kulmaan?	Suljettu	Pumppaus
40. Mitä vielä tarvii?	Suljettu	Pumppaus
41. Miksi tässä ei ole kulmaa?	Prosessi	Ymmärryksen kehittyminen
42. On alkukylki ja loppukylki ja niiden välille muodostuu?	Suljettu	Fakta
43. No voitko sinä tehdä kulman niillä mitä sinulla on siellä pulpetil-lasi?	Suljettu	Fakta
44. Miten voit niillä tehdä kulman? Miten tämä liittyy niihin?	Suljettu	Ajattelun rakentuminen
45. Missä ne kulmat ovat?	Suljettu	Fakta
46. Yksi, onko siellä muita kulmia?	Suljettu	Pumppaus
47. Missä ne ovat?	Suljettu	Pumppaus
48. Ja missä se kulma siellä itse asiassa on?	Suljettu	Pumppaus
49. Missä se on?	Suljettu	Pumppaus

LIITE 5 Koko aineiston kysymysten muotojen ja funktioiden jakaantuminen

Kysymys	Hallinta	Fakta	Vihje	Sisällön kokoaminen	Ajattelun rakentuminen	Kertaus	Harjoittelu	Aikaisempi tieto	Sanaston harjoittelu	Ymmärryksen kehittyminen	Reflektion kehittyminen	Aktivointi	Pumppaus	Yhteensä	Prosenttia
Suljettu	-	155	27	-	7	6	2	2	8	1	-	1	21	230	66,3 %
Avoin	-	-	1	-	-	-	-	7	-	1	-	-	-	9	2,6 %
Toiminta	12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	12	3,5 %
Prosessi	-	-	2	-	4	-	-	6	3	53	-	-	-	68	19,6 %
Muut	7	-	-	-	1	-	15	2	-	2	-	1	-	28	8 %
Yhteensä	19	155	30	-	12	6	17	17	11	57	-	2	21	347	100 %
Prosenttia	5,5 %	44,7 %	8,6 %	0 %	3,5 %	1,7 %	4,9 %	4,9 %	3,2 %	16,4 %	0 %	0,6 %	6,1 %	100 %	