MATEMATIIKAN AINEENOPETTAJAOPISKELIJOIDEN JA LUOKANOPETTAJAOPISKELIJOIDEN MATEMATIIKKAKUVAN SEKÄ PEDAGOGISEN AJATTELUN VERTAILUA

Jarmo Kailio

Kasvatustieteen
pro gradu -tutkielma
Syksy 2010
Opettajankoulutuslaitos
Jyväskylän yliopisto
Ohjaaja: Henry Leppäaho

Tiivistelmä

Jyväskylän yliopisto
Kasvatustieteiden tiedekunta
Opettajankoulutuslaitos, Jyväskylä
Kailio, Jarmo: Matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan ja pedagogisen ajattelun vertailua.
Kasvatustieteen pro gradu- tutkielma, 94 sivua, 17 liitesivua.
Lokakuu 2010

Tässä tutkielmassa on vertailtu matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvaa ja pedagogista ajattelua toisiinsa. Tutkielman tarkoitus on kartoittaa kyseisten kahden opiskelijaryhmän suhtautumista matematiikan opetukseen sekä heidän opetusfilosofiaansa. Haastateltavina toimi viisi luokanopettajaopiskelijaa ja viisi matematiikan aineenopettajaopiskelijaa. Tutkielma on toteutettu laadullisen tutkimuksen keinoin. Tiedonhankintastrategiana on käytetty fenomenografista, puolistrukturoitua haastattelua.

Tutkielmassa muodostin aiheeseen liittyvän teorian pohjalta opettajaopiskelijan matematiikkakuvan ja sen muutostekijöitä kuvaavan mallin, jonka pohjalta tutkin opiskelijaryhmien matematiikkakuvaa (kuvio 2). Tutkielman tulosten mukaan luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden käsitys matematiikan luonteesta poikkeaa toisistaan, mutta he perustelevat matematiikan opettamisen melko samalla tavalla. Heidän pedagogisessa ajattelussaan ei siis ollut suuria eroja. Tutkimustulokset selittyvät osaltaan sillä, että opiskelijoiden kouluhistoria on jotakuinkin samanlainen, vaikka yliopistossa annettava matematiikan opetus onkin hyvin erilaista näiden kahden opiskelijaryhmän välillä.

Tutkielman tulosten perusteella olisi kuitenkin perusteltua ottaa matematiikkakuvan tarkastelu laajemmaksi osaksi luokanopettaja- ja matematiikan aineenopettajakoulutusta. Myös opiskelujen aikaista kanssakäymistä näiden ryhmien välillä tulisi lisätä.

Avainsanat: matematiikkakuva, pedagoginen ajattelu, matematiikan opettaminen

ESIPUHE

Henkilökohtainen suhteeni matematiikkaan on kaksijakoinen. Ensinnäkään en ole minkään muun kouluoppiaineen kanssa saavuttanut niin suuria onnistumisen kokemuksia kuin matematiikan parissa. Toisaalta matemaattisten tehtävien parissa koetut turhautumisen tunteet ovat olleet myös vertaansa lailla. Aloittaessani oman opinnäytetyöaiheeni pohdinnan oli siis luonnollista valita aihe juuri matematiikan saralta. Työn aiheeksi valikoituneet matematiikkakuva ja pedagoginen ajattelu mahdollistivatkin itselleni oman subjektiivisen matematiikkakuvani ja opetusfilosofiani tarkastelun uudesta näkökulmasta. Tutkimustyöni alkoi monipuolisesta teoriakatsauksesta ja eteni yksilöhaastatteluihin, joissa selvitin opettajaopiskelijoiden matematiikkakuvaa ja pedagogista ajattelua. Tämä on siis ollut tutkimusraporttini perusta.

Kiitän ohjaajaani, kasvatustieteen tohtori Henry Leppäahoa hänen osuvasta ja rakentavasta tavastaan tukea minua prosessin aikana. Myös kasvatustieteen tohtori Kauko Hihnala ansaitsee kiitoksen erityisesti työn alkuvaiheiseen liittyneiden käytännön järjestelyiden mahdollistajana. Tämän lisäksi kiitän päättöharjoitteluni ohjaajaa, kasvatustieteen tohtori Pirjo Tikkasta mielenkiintoisista keskusteluista, joista sain ideoita prosessin loppumetreille. Erityiskiitos kuuluu vaimolleni Marjukalle, joka on omalla panoksellaan kotitöissä ja lapsemme Inkerin hoitamisessa mahdollistanut minulle tämän työn tekemisen. Kiitän myös muita perheenjäseniäni, ystäviäni ja opiskelutovereitani arvokkaasta tuesta ja kannustuksesta.

Tämä opinnäytetyö on osaltaan päättämässä sitä koulu- ja opiskelujaksoa, joka alkoi itselläni Kouvolan Vahteron koulussa vuonna 1992 ja on siitä jatkunut lähes katkeamattomana tähän päivään asti. Tämä aika on edustanut minulle itselleni opiskelua, oppimista ja ennen kaikkea etsimistä. Vaikka opiskelu loppuu ainakin hetkeksi, minusta tuntuu että oppiminen ja etsiminen ovat vasta alkamassa.

Mutta pirtissä istui Juhani, istui ihan paitasillaan, puserrellen pöydänpäässä hikeä, aapiskirja kädessä. Kovin äkeänä ja tukkaansa repien hän hieroskeli jykevälehtistä kirjaansa. Tapahtuipa tuossa usein, että hän, vihoissansa hammasta purren, melkein kyyneleitä vuodattaen, äkisti rynkäsi rahilta ylös, tempasi havutukin nurkasta kouriinsa, nosti sen korkeuteen ja paiskasi tuimasti maahan taas; ja silloin pirtti jumahti, ja keikahti miehen lyhykäinen paita. Niin hän tuolloin, tällöin iski kyntensä tukkiin; sillä suurella puuhalla juurtui aapiainen miehen aivoon. Mutta istuipa hän taasen pöydän-nokalle kertomaan vaikeata kappaletta. Ja viimeinpä, tullessa kevään, oli hänkin oppinut kirjansa kannesta kanteen; ja ylpeästi painoi hän sen umpeen

(Kivi 1968, 219).

Jyväskylässä lokakuussa 2010

Jarmo Kailio

SISÄLLYS

1 JOHDANTO

Peruskoulun tuntijaossa matematiikka on merkittävässä asemassa. Sitä opiskellaan koulussa lähes päivittäin, ja sen opetukseen panostetaan esimerkiksi ottamalla erityisopetusresursseja käyttöön sen opetuksen yhteydessä. Luokanopettajien matemaattinen ajattelu ja suhtautuminen matematiikkaan oppiaineena pitäisi siis olla huippuunsa hioutunutta. Vastaavasti matematiikan aineenopettajien, jotka ovat yliopisto-opintojensa aikana paneutuneet matematiikan opiskeluun luokanopettajia enemmän, pitäisi pystyä yhdistämään matemaattinen tietonsa siihen pedagogiseen kontekstiin, joka kouluopetuksen kannalta on välttämätöntä.

Matematiikan asema ja erityisesti sen luonne osana perusopetusta on saanut viime vuosina kritiikkiä. Toisaalta perinteistä matematiikkaa ei enää tietotekniikan aikakaudella pidetä tarpeellisena kouluaineena, toisaalta tekniikan kehittyminen asettaa vaatimuksensa luonnontieteelliselle tietotaidolle. Matematiikan opettajan pitää siis hallita oppiaineensa, mutta edellä mainitun oppiaineen murroksen takia yhä suurempaan merkitykseen nousee hänen opetusfilosofiansa: miksi opetan matematiikkaa ja miten opetan sitä? Luokanopettajien käsitystä matematiikasta ja syitä näihin käsityksiin on tutkittu aiemminkin (esim. Pietilä 2002), vastaavasti aineenopettajien ajatusmaailmaa on myös kartoitettu (esim. Ball 1990). Kuitenkaan vertailevaa tutkimusta näiden kahden ryhmän välillä ei ole ennen tehty. Tällainen vertaileva tutkimus tuo uuden näkökulman siihen, miten näiden kahden opiskelijaryhmän ajatukset eroavat toisistaan.

Valitsin oman tutkielmani keskeisiksi käsitteiksi opiskelijan *matematiikkakuvan* sekä hänen *pedagogisen ajattelunsa.* Koen, että nämä käsitteet valottavat toisaalta oppiaineen sisältötiedon hallintaa, mutta myös toisaalta antavat viitteitä siitä, millainen opetusfilosofia opettajaopiskelijalla on. Tutkielmassani käsite matematiikkakuva kattaa opiskelijan tiedon, uskomuksen, käsitykset, asenteet ja tunteet matematiikkaa kohtaan. Näitä matematiikkakuvan osa-alueita analysoidaan matematiikan oppimisen, opettamisen sekä matemaattisen sisältötiedon kannalta. Opettajaopiskelijan pedagoginen ajattelu on osa hänen ammatillista kehittymistään ja sisältää esimerkiksi tiedon siitä, miten opettaja perustelee päätöksiään. Käyttämäni teorian mukaan matematiikanopettajan pedagoginen ajattelu pohjautuu suureksi osaksi hänen matematiikkakuvaansa. Tutkielmani tarkoitus on siis kartoittaa opiskelijoiden ajatuksia matematiikan opettamisesta ja oppimisesta näiden kahden käsitteen pohjalta. Tutkielmani on laadullinen, ja siinä käytetty aineisto on kerätty yksilöhaastatteluin Jyväskylän yliopistossa opiskelevilta luokanopettajaopiskelijoilta ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoilta keväällä 2010. Olen käyttänyt tutkielmassani fenomenografista tiedonhankintastrategiaa.

Näistä lähtökohdista aloin rakentaa tätä tutkielmaa, jossa vertailen luokanopettajien ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvaa ja pedagogista ajattelua toisiinsa. Tavoitteenani on selvittää, mitkä piirteet leimaavat näiden opiskelijaryhmien matematiikkakuvaa, ja millaisia eroja esimerkiksi koulutushistoria ja yliopisto-opintojen eroavaisuus on aiheuttanut heidän pedagogiseen ajatteluunsa. Koen aiheen tutkimisen arvoiseksi, sillä matematiikkakuva ja pedagoginen ajattelu vaikuttavat hyvin paljon siihen, millaista matematiikan opetusta kyseiset opettajaopiskelijat tulevat työssä ollessaan antamaan. Tutkielmani tulosten mukaan luokanopettajaopiskelijoilla ja aineenopettajaopiskelijoilla on erilainen käsitys matematiikan luonteesta, mutta esimerkiksi heidän pedagoginen ajattelutapansa on melko samanlainen. Tutkielmani perusteella matematiikkakuvan tarkastelu tulisi ottaa laajemmin osaksi luokan- ja matematiikanopettajien koulutusta, sillä oman matematiikkakuvan ja sen syntymisen pohtiminen on tärkeä osa matematiikkaa opettavan opettajan ammattitaitoa.

2 MATEMATIIKKAKUVASTA

2.1 Matematiikan luonne?

Nykysuomen sanakirja (2002) määrittelee matematiikan ”opiksi suureista ja niiden välisistä suhteista”. Oswald Spenglerin määritelmän mukaan ”matematiikka on sitä, mitä matemaatikot tekevät.” Tämä kuvaa matematiikan luonnetta muiden tieteiden vertaisena: tiedettä ei ole ilman tutkimusta ja tutkimusta ei ole ilman ihmisiä. (Martio 2004, 42.)

Paul Ernest on kehittänyt kolmiosaisen mallin kuvaamaan matematiikan luonnetta. Instrumentalistisen käsityksen mukaan matematiikka ymmärretään työkalupakkina, jonka työkaluina ovat erilaiset faktat, menetelmät ja säännöt. Näiden työkalujen yhteyttä toisiinsa ei kuitenkaan usein nähdä. Platonistisen käsityksen mukaan matematiikka on johdonmukainen, staattinen ja yhtenäinen tietojärjestelmä, jota logiikan lait pitävät koossa. Tämän käsityksen mukaan ihminen ei voi luoda matemaattista totuutta, vaan se odottaa löytäjäänsä. Kolmas, ongelmanratkaisuun painottuva näkemys korostaa matematiikkaa ihmisen keksimänä, uusien ongelmien kautta kehittyvänä, dynaamisena järjestelmänä. Matematiikan säännöt ovat induktiivisen yleistyksen tulosta. Ennen kaikkea matematiikka ei ole ikinä valmista, vaan avointa muutoksille. (Ernest 1989, 250.)

Matematiikka tieteenalana saa myös filosofisia ulottuvuuksia, kun sen olemusta alkaa miettiä. Mistä tiedämme että matemaattinen tieto, esimerkiksi saatu tulos, on totta? Kuuluuko matemaattista tulosta verrata reaalimaailmaan vai kenties aikaisempiin matemaattisiin tuloksiin? Esimerkiksi koulussa opetettava euklidinen geometria vastaa näkemäämme ja kokemaamme reaalimaailmaa, mutta otettaessa käyttöön toisenlaisten sääntöjen alainen hyperbolinen geometria, kokemus ei välttämättä enää vastaakaan saatua tulosta. Kaksi yhdensuuntaista suoraa saattavatkin leikata toisensa, eikä kolmion kulmien summa välttämättä olekaan 180 astetta. Monelle peruskoulun käyneelle tämä voi olla järkytys: eikö matematiikka olekaan absoluuttista, varmaa faktatietoa? Absoluuttisuudelle vaihtoehtoinen suhtautumistapa matematiikkaan syntyy matemaattisen tiedon sosiologisesta analyysista ja pohjautuu jokaisen matematiikkaa harjoittavan omaan, yksilölliseen toimintatapaan. Matematiikka voidaan siis nähdä henkisenä toimintana kuten mikä tahansa muu tieteen ala. Matematiikka on erehtyväistä ja muuntuvaa, koska se on ihmismielen tuotetta. Matematiikka nähdään siis myös sosiaalisena konstruktiona ja henkisenä toimintana. (Kupari 1999, 25-26.)

Ernest (1991) nimittää tätä matematiikan humaanimpaa puolta sosiaaliseksi konstruktivismiksi. Tämä ajattelutapa onkin yleistynyt viimeisen 20 vuoden aikana, erityisesti matematiikan opetuksen ja oppimisen uudistamiseen liittyvissä puheenvuoroissa. Matematiikan näkeminen sosiaalisena konstruktiona vaatii kolmea perustetta:

1) Matemaattisen tiedon perustana on kielitaito. Kieli ymmärretään sosiaalisena konstruktiona.

Matematiikan opiskelua voi siis verrata kielen opiskeluun, ja matemaattista osaamista kielitaitoon.. Ihmisen kielitaitoa mitataan siinä, miten hyvin hän osaa puhua tai kirjoittaa, eli tuottaa kieltä. Sosiokonstruktivistisen näkemyksen mukaan matematiikan osaaminen on siis matematiikan tekemistä. ”Oikea” matematiikka rakentuu ihmisten välisessä vuorovaikutuksessa eivätkä sitä sido mitkään ihmisen ulkopuoliset normit.

2) Yksilön matemaattisen tiedon tarkastelemiseen tarvitaan sosiaalista kanssakäymistä. Tarkastelun tavoitteena on ohjata yksilön matematiikkakuvaa objektiivisempaan suuntaan.

Matematiikan opiskelun pitäisi tarjota sosiaalista kanssakäymistä, jossa matematiikka tulee esiin merkityksellisten toimintamuotojen kautta. Nämä saavat alkunsa ongelmatilanteista, edellyttävät luovaa päättelyä, tiedon keräämistä eri lähteistä sekä sen soveltamista. Sosiaalisen kanssakäymisen ja objektiivisuuden tavoitteen kannalta erityisen tärkeä vaihe on ideoiden selvittäminen ja keksiminen kommunikoinnin kautta, sekä ideoiden testaaminen kriittisen pohdinnan ja argumentoinnin avulla. (Kupari 1999, 27.)

3) Objektiivisuus itsessään on sosiaalista.

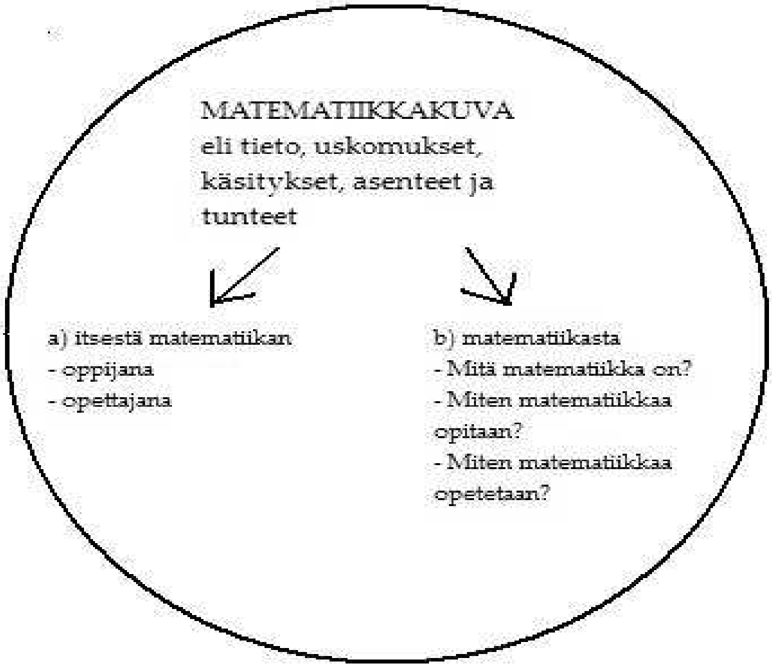
Viimeinen peruste luo siis oravanpyörän: sosiaalisen kanssakäymisen avulla matematiikan opiskelussa pyritään objektiivisuuden ihanteeseen. Tämä objektiivisuus on kuitenkin vain sosiaalinen käsite, joten absoluuttisen oikeaa matemaattista tietoa ei sosiokonstruktivistisen näkemyksen mukaan ole olemassa. (Ernest 1991, 43.)

Sosiokonstruktivistisen näkökulman mukaan matematiikan tekemistä ei siis voi nähdä mekaanisena suorituksena, jossa voi käyttää ainoastaan ennalta sovittuja, tarkkoja menettelytapoja. Edellä mainitun kielen opiskelu-vertauksen lisäksi matematiikan opiskelua voisi verrata taiteen tai käsityön tekemiseen. Tämä ei tosin tarkoita sitä, että matemaatikot olisivat vapaita tekemään mitä tahansa tieteenalansa piirissä. Jokaisella työyhteisöllä – myös matemaatikoilla – on jonkunlainen käsitys siitä, milloin tekeminen ja tulos ovat hyväksyttäviä. Nämä säännöt ovat seurausta jokapäiväisestä vuorovaikutuksesta matemaatikoiden välillä. (Romberg 1992, 753.)

2.2 Matematiikkakuvan osa-alueet

Ihmisen matematiikkakuvaa voidaan määritellä monella eri tavalla (ks. luku 2.2.6). Tässä tutkielmassa käytetään pohjana Anu Pietilän (2002) luomaa mallia, jonka mukaan yksilön matematiikkakuva muodostuu hänen subjektiivisesta tiedostaan ja tunteistaan matematiikkaa kohtaan. Valitsin Pietilän mallin käytettäväksi tutkielmassani, sillä se ottaa laajasti huomioon eri matematiikkakuvan osa-alueet ja niiden vaikutukset matematiikkakäsitykseen, sen oppimiseen ja opettamiseen. Tämän lisäksi malli pohjautuu nimenomaan suomalaisten opettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan tarkasteluun. Varsinkin matematiikan oppimiseen ja opettamiseen liittyvät osatekijät ovat mielestäni tärkeä osa omaa tutkielmaani. Samaa mallia on käytetty teoreettisena viitekehyksenä muissakin Jyväskylän yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden opinnäytetöissä (esim. Harri (painossa), Linjama 2009).

Matematiikkakuva muodostuu Pietilän mukaan yksilön subjektiivisesta tiedosta ja tunteista liittyen matematiikkaan. Näihin subjektiivisiin osa-alueisiin liittyvät yksilön asenteet, uskomukset ja käsitykset matematiikasta. Matematiikkakuva voidaan edelleen jakaa kahteen osa-alueeseen: a) kuva itsestä matematiikan opettajana ja oppijana sekä b) kuva matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta. (Kuvio 1)



KUVIO 1. Tutkielmassa käytetty malli yksilön matematiikkakuvasta (Pietilä 2002)

Opiskelijan matematiikkakuva vaikuttaa hänen kykyynsä ottaa vastaan opiskelun aikana tarjottua tietoa. Näin ollen opiskelijan matematiikkakuvalla on suuri merkitys hänen ammatillisen kehittymisensä kannalta. (Pietilä 2002, 26.) Seuraavaksi käsittelen matematiikkakuvan osa-alueita tarkemmin. On tärkeää huomata, että käyttämäni matematiikkakuvamallin jaottelu pienempiin keinotekoisiin osa-alueisiin on hankalaa, koska matematiikkakuva on kokonaisuus, jossa kaikki osa-alueet vaikuttavat toisiinsa.

2.2.1 Tieto

Matematiikan opettaja tarvitsee työssään ensinnäkin *oppisisältötietoa* opettamastaan aineesta ja toiseksi *tietoa matematiikan opettamisesta ja oppimisesta*. Lisäksi hän tarvitsee *muuta pedagogista tietoa*, kuten tietoa koulutuksesta ja kasvatuksesta ylipäänsä.

Opettajan oppisisältötieto eli *matematiikkatieto* sisältää *matemaattisen tiedon*, esimerkiksi faktat, termistö yms., sekä *tiedon matematiikasta,* esimerkiksi tieto matematiikan luonteesta, sekä siitä, mitä matemaattinen osaaminen ja tekeminen tarkoittavat. Tutkimuksissa on todettu, että varsinkin luokanopettajaopiskelijoiden oppisisältötiedot matematiikasta ovat puutteellisia (esim. Borko, Eisenhart, Brown, Underhill, Jones & Agard 1992). Kuitenkin myös matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden koulumatematiikan ymmärtämisessä on havaittu puutteita (Ball 1990). Voidaan ajatella, että opettajan oppisisältötieto vaikuttaa hänen toimintaansa luokassa sekä sitä kautta myös oppilaiden osaamiseen. Opettajan matematiikkatieto vaikuttaa hänen kykyynsä demonstroida, korjata väärinkäsityksiä sekä hyväksyä erilaiset menettelytavat luokassa.

Tieto matematiikan opettamisesta ja oppimisesta voidaan jakaa kahteen osaalueeseen: pedagogiseen sisältötietoon sekä opetussuunnitelmalliseen tietoon (Shulman 1986, 9-10). Pedagoginen matematiikkatieto sisältää tietoa siitä, miten asiaa kannattaa opettaa, sekä myös siitä, millaisia käsityksiä opetettavilla aiheesta on. Opetussuunnitelmatieto puolestaan sisältää tiedon opetusmateriaaleista sekä niiden käytöstä opetuksessa.

Muu opettajan tarvitsema tieto koostuu mm. matematiikan oppimistilanteen organisoinnista, opetuskontekstitiedosta, oppilaita koskevasta tiedosta sekä koulutus- ja kasvatustiedosta. Viimeiseksi mainitulla on merkittävä rooli opettajan työskentelyssä, sillä se sisältää paitsi teoriatiedon koulutuksesta ja kasvatuksesta, myös sosiaalisten, kulttuuristen ja etnisten oppilasryhmien erityisvaateista (Pietilä 2002, 44).

2.2.2 Uskomukset ja käsitykset

Käsite ”uskomus” on usein hankala erottaa tiedon käsitteestä. Abelson (1979) on listannut neljä uskomuksia luonnehtivaa ominaisuutta, jotka erottavat uskomukset tiedosta. Näitä ovat *olemassaoloa koskeva olettamus* (extential presumption), *vaihtoeh-*

toisuus (alternativity), *affektiivinen ja arvioiva painotus* (affective and evaluative aspects) sekä *episodinen rakenne* (episodic storage).

Olemassaoloa koskevaa olettamusta voi havainnollistaa matematiikan opettajan käsityksellä oppilaiden kyvyistä, kypsyydestä ja ahkeruudesta. Nämä eivät ole pelkästään kuvailevia termejä, vaan oppilasta kokonaisvaltaisesti leimaavia tunnuspiirteitä, jotka opettaja saattaa nähdä muuttumattomina ja sellaisina, joihin ei voi vaikuttaa. (Kupari 1999, 7.)

Vaihtoehtoisuus ilmenee siten, että uskomukset sisältävät usein kuvauksia "vaihtoehtoisista todellisuuksista" (Abelson 1979). Matematiikanopettajalla voi esimerkiksi olla opettamisen ideaali, joka pohjautuu hänen lapsuuden haaveisiinsa hyvästä matematiikan tunnista. Todellisuudessa tällaisia "hyviä tunteja" ei ole ikinä pidetty, mutta tämä uskomus on tavoite, joka ohjaa opettajaa hänen suunnittelutyössään.

Affektiivinen ja arvioiva painotus kuvaa hyvin uskomusten luonnetta: erilaisia uskomuksia luokitellaan helposti hyviin ja huonoihin. Tämä vaikuttaa vahvasti opettajan käyttäytymiseen, sillä asennoituminen oppiaineeseen johtaa suoraan käytettäviin opetusmetodeihin.

Uskomusten *episodinen rakenne* johtuu siitä, että ne sisältävät aineistoa yksilön kokemuksista, tai vaihtoehtoisesti institutionaalisen tiedonsiirron tuloksena syntynyttä tietoa. Merkittävä ero tietoon on kuitenkin se, että uskomukset saavat useimmiten voimansa ja pinttyneisyytensä tietyistä episodeista ja tapahtumista. (Kupari 1999, 8.)

Tässä tutkielmassa (matemaattisilla) uskomuksilla tarkoitetaan subjektiivista, kokemukseen perustuvaa tietoa jostain tietystä asiasta tai asiantilasta. Uskomuksia kutsutaan usein matematiikkakuvan keskeisimmäksi käsitteeksi (esim. Kaasila, Laine & Pehkonen 2004, 398). Tämä johtuu siitä, että toisin kuin oppisisältöä ja tietorakennetta, uskomuksia on hyvin hankala muuttaa. Uskomukset ovat monesti hyvin syvälle juurtuneita, ja tämän lisäksi ne toimivat suodattimena matemaattisen tiedon ja matematiikkakuvan välillä (ks. kuvio 2). Toiset uskomukset ovat tiedostettuja, kun taas toiset ovat tiedostamattomia. Käsityksiä voidaan siis kutsua tiedostetuiksi uskomuksiksi. (Pehkonen 1994, 60.)

2.2.3 Asenteet ja tunteet

Matematiikkakuvaan liittyviä asenteita ja tunteita on tutkittu viime aikoina melko paljon, varsinkin matematiikan opettamiseen ja oppimiseen liittyvissä artikkeleissa. Kuitenkin eri tutkimuksissa käytetty teoriatausta on melko pirstaleinen, ja esimerkiksi peruskäsitteitä *asenteet* ja *tunteet* on käsitelty eri lähteissä hyvin eri tavoilla. (Hannula 2004, 17.)

Matematiikan opiskelun yhteydessä asenteesta voidaan käyttää määritelmää, joka jakaa asenteen kolmeen alaluokkaan:
-kognitiivinen: matematiikkaan liittyvien uskomusten ilmaisu
- affektiivinen: matematiikkaan liittyvien tunteiden ilmaisu
- konatiivinen: matematiikkaan liittyvä käyttäytyminen. (Ruffell, Mason & Allen 1998, 2.)

Monissa matematiikka-asenteita tutkineessa artikkelissa ”asenne” rinnastetaan matematiikkauskomuksiin, joihin liittyy vielä uskomus itsestä matematiikan oppijana. Asenne heijastuu ihmisen käyttäytymisestä. (esim. Hannula 2002.) Käytän tässä tutkielmassa samaa määritelmää. Asenne voi olla positiivinen tai negatiivinen, ja se voi kehittyä kahdella tavalla: toistuvan tunnereaktion kautta tai siten, että olemassa oleva asenne siirtyy uuteen rinnastettavaan kohteeseen. Esimerkiksi negatiivinen asenne matematiikan opiskelua kohtaan saattaa siirtyä myös fysiikan opiskeluun, sillä fysiikan opiskelussa tarvitaan matemaattisia taitoja. Huomattavaa on myös se, että koska matematiikan kenttä on hyvin laaja, asenne jotain tiettyä osa-aluetta, esimerkiksi geometriaa kohtaan saattaa olla positiivinen, kun taas toista, esimerkiksi algebraa kohtaan negatiivinen. Matematiikkaan liittyvät tiedot ja taidot vaikuttavat suoraan yksilön asenteisiin matematiikkaa kohtaan. Vastaavasti yksilön asenteet matematiikkaa kohtaan vaikuttavat hänen oppimistuloksiinsa. (McLeod 1992, 581-582.) On siis tärkeää kiinnittää opetuksessa huomiota matematiikan sisällön ja käsitteiden ymmärtämiseen.

Tunteiden määritelmä vaihtelee tieteellisessä kirjallisuudessa hyvin paljon. Tässä tutkielmassa tunteet on rinnastettu voimakkaampaan psykologiseen termiin affekti, joka tarkoittaa voimakasta mielenliikutusta, kiihtymystä tai järkytystä. Hannulan (2004) mukaan affekti- käsitettä voidaan lähestyä kolmen pienemmän käsitteen: kognitio, emootio ja motivaatio, kautta. Tässä yhteydessä kognitiolla tarkoitetaan niitä mielen ilmiöitä ja malleja, joilla voi tulkita ja selittää informaatiota ja sen prosessointia. Emootiot ovat kehon hormonitoiminnan tulosta. On olemassa muutama perustunne, esimerkiksi pelko ja ilo, joihin muut tunteet perustuvat. Kun perustunteeseen liitetään yksilöllä oleva kognitiivinen elementti, muodostuu monimutkaisempia ja vivahteikkaampia tunteita, kuten sääli ja ylpeys. (Hannula 2004, 49.) Motivaation käsitettä tässä yhteydessä tutkin tarkemmin luvussa 2.2.3.

Tutkimusten mukaan tieto ja tunne, kognitio ja emootio, ovat matematiikan opiskelussa liittyneet vahvasti toisiinsa (esim. Evans 2000, Hannula 2001). Yksi tapa käsitellä näiden kahden käsitteen välistä vuorovaikutusta on Markku Hannulan (2001) luoma malli yksilön metatason jaottelusta:

1) Metakognitio (kognitio kognitiosta), tietoa omasta tiedosta
2) Emotionaalinen kognitio (kognitio emootiosta), tietoisuus omista tunneprosesseista, myös kognitiivisesti ohjattua tunneprosessien hallintaa
3) Kognitiivinen emootio (emootio kognitiosta), ajatteluprosesseihin liittyvät tunnereaktiot, myös kognitioita ohjaavia tunneprosesseja
4) Metaemootio (emootio emootiosta), tunteita tunteista

Hannula antaa artikkelissaan esimerkin siitä, miten nämä metatason ilmiöt ilmenevät kuvitteellisella matematiikan opiskelijalla:

> *Opiskelija on jumissa tehtävän kanssa, koska ei muista tarvittavaa kaavaa. Hän turhautuu (kognitiivinen emootio). Tämä turhautuminen aiheuttaa hänessä huolta (metaemootio). Hän on tietoinen näistä tunteista ja yrittää tietoisesti hillitä itseään (emotionaalinen kognitio), jonka jälkeen hän voi alkaa yrittää laskua toisella tekniikalla (metakognitio), ja onnistua tehtävässään.*
>
> *(Hannula 2001, 60)*

Yksi tapa, miten tunteita on matematiikan tutkimuksessa käsitelty, on ekspertti-noviisi- vastakkainasettelu. On todettu, että turhautumisen ja onnistumisen tunteet, jotka matematiikkaan liittyvät, ovat jotakuinkin samat molempien ryhmien keskuudessa. Kuitenkin ekspertit kykenevät hallitsemaan tunteensa noviiseja paremmin. (McLeod 1992, 583.)

2.2.4 Motivaatio ja matematiikka

Käyttämässäni Pietilän matematiikkakuvamallissa yksilön motivaatio ei tule näkyvästi esille. Kuitenkin puhuttaessa matematiikan opettamisesta ja oppimisesta, on motivaatio tärkeä käsite, joka vaikuttaa oppilaan ja opettajan toiminnan taustalla. Käsitteellä motivaatio on perinteisesti tarkoitettu ”sisäistä tilaa, joka herättää, suuntaa ja ylläpitää yksilön käytöstä” (Woolfolk 2007, 372). Motivaatio on tämänkaltaisessa tarkastelussa jaettu sisäiseen ja ulkoiseen motivaatioon, ja sen perustan on mielletty olevan yksilön tarpeissa ja päämäärissä. Tässä tutkielmassa määrittelen kuitenkin motivaation toisella tavalla. Motivaatio ei ole staattinen tila, vaan potentiaali, jonka avulla suuntaamme käytöstämme. Ero perinteiseen määritelmään on myös siinä, että tämä potentiaali tulee ilmi yksilön kognitioissa ja emootioissa. Nämä kolme käsitettä muodostavat suuremman kokonaisuuden, jota aiemmin esittelemäni teorian perusteella kutsun affektiksi. (Hannula 2004, 24.) Motivaatio pohjautuu yksilön tarpeisiin (needs) ja näitä tarpeita prosessoimalla yksilö saavuttaa haluamansa tavoitteet (goals, motives).

Nuttin lajittelee ihmisen perustarpeet kolmeen ryhmään: ihmistä itseään koskevat tarpeet (tarve säilyttää oma persoona ja kehittää itseään ihmisenä), kognitiiviset tarpeet (tarve ymmärtää ympäröivää maailmaa) ja sosiaaliset tarpeet (tarve olla vuorovaikutuksessa toisten kanssa). Näitä tarpeita ihminen prosessoi päätyen johonkin spesifiin tavoitteeseen. Esimerkiksi sosiaaliset tarpeet realisoituvat yhteisellä lounaalla ystävien kanssa. (Nuttin 1984, 134.)

Matematiikan opettamisen ja oppimisen yhteydessä voidaan motivaatiota siis käsitellä potentiaalina, joka ilmenee eri ihmisissä erilaisina tarpeina. Yksilön matematiikkakuva määrää sen, mitkä hänen tavoitteensa matematiikan opiskelun suhteen ovat: ihmiselle, jolla on voimakkaita kognitiivisia tarpeita, matematiikka avautuu tietojärjestelmänä. Vastaavasti sosiaaliset tarpeet ajavat ihmistä etsimään matematiikan sisältöä kanssakäymisen ja keskustelun kautta. Nämä tarpeet realisoituvat erilaisena käytöksenä matematiikan opiskelun yhteydessä. Erilaiset tarpeet myös ohjaavat yksilön matematiikkakuvan muodostumista, sillä ne muodostavat osan matematiikkakuvan affektiivisesta komponentista. (esim. Kaasila ym. 2004, 400.)

Motivaation yhteys uskomuksiin ja käsityksiin on myös huomattava: uskomukset ja käsitykset matematiikasta vaikuttavat yksilön motivaatioon opiskella matematiikkaa. Motivaation ja matematiikkakuvan yhteys tulee esiin myös matematiikan opettamisessa. Tässä tutkielmassa käsittelen motivaatiota sinä mielentilana, joka ohjaa matematiikan opettajaa opettamaan matematiikkaa. Opettajan uskomukset ja käsitykset koulussa opetettavasta matematiikasta vaikuttavat hänen ratkaisuihinsa ja toimintatapoihinsa matematiikan opetuksen yhteydessä. Opettajalla pitäisi siis olla käsitys siitä, minkä takia matematiikkaa opetetaan koulussa, ja miten hänen itsensä pitäisi sitä opettaa.

2.2.5 Affektiivinen ja kognitiivinen komponentti

Pietilän esittelemän mallin mukaan matematiikkakuvan pohjana ovat uskomukset, jotka toisaalta liittyvät ihmisen omaan persoonaan matematiikan oppijana ja käyttäjänä, mutta ainakin opettajaopiskelijoista puhuttaessa myös käsitykseen matematiikan oppimisesta ja opettamisesta (vrt. Kaasila ym. 2004). Matematiikkakuvasta voidaan erottaa ainakin kaksi pääkomponenttia: kuva itsestä matematiikan oppijana ja käyttäjänä sekä kuva matematiikasta ylipäänsä, sen oppimisesta ja opettamisesta. Ensimmäistä komponenttia voidaan kutsua affektiiviseksi, ja toista kognitiiviseksi komponentiksi.

Affektiivinen komponentti sisältää matematiikkaan liittyvät tavoitteet ja motiivit sekä käsityksen matematiikan käyttökelpoisuudesta kokijalle itselleen. Opettajaopiskelijoiden osalta tämä tarkoittaa sitä, miten motivoivaa matematiikan opetus hänelle itselleen on: jos hän kokee, että opetettavalla asialla ei ole merkitystä, siirtyy tämä asenne myös oppilaille. Vastaavasti opettajan mahdollinen innostus matematiikkaa kohtaan vaikuttaa myös oppilaisiin: opettaja osaa perustella käytetyt työtavat ja pystyy antamaan motivoivampia tehtäviä oppilaille. Tämä antaa oppilaille välillisesti hyvän kuvan myös matematiikasta. Affektiivinen komponentti sisältää lisäksi tunteet matematiikkaa kohtaan sekä ennen kaikkea perustelut niille. Opiskelijan jäsentynyt matematiikkakuva ei siis välttämättä tarkoita sitä, että hän pitäisi matematiikasta. Myös hyvin perusteltu negatiivinen kiinnostus on osa hyvää matematiikkakuvaa. Lisäksi affektiivinen komponentti sisältää arvioin omista kyvyistä matematiikan opiskelussa, tietoisuuden omista heikoista ja vahvoista alueista sekä syyt mahdollisiin onnistumisiin ja epäonnistumisiin. Kognitiivinen komponentti sisältää käsityksen matematiikan luonteesta, sekä siitä, miten sitä opitaan ja opetetaan. (Pietilä 2002, 24.)

Tässä tutkielmassa käytetyn matematiikkakuvamallin mukaisesti affektiivista ja kognitiivista komponenttia käsitellään osana tietoa, uskomuksia, käsityksiä, asenteita ja tunteita. Nämä viisi osa-aluetta sisältyvät siis molempiin matematiikkakuvan komponentteihin.

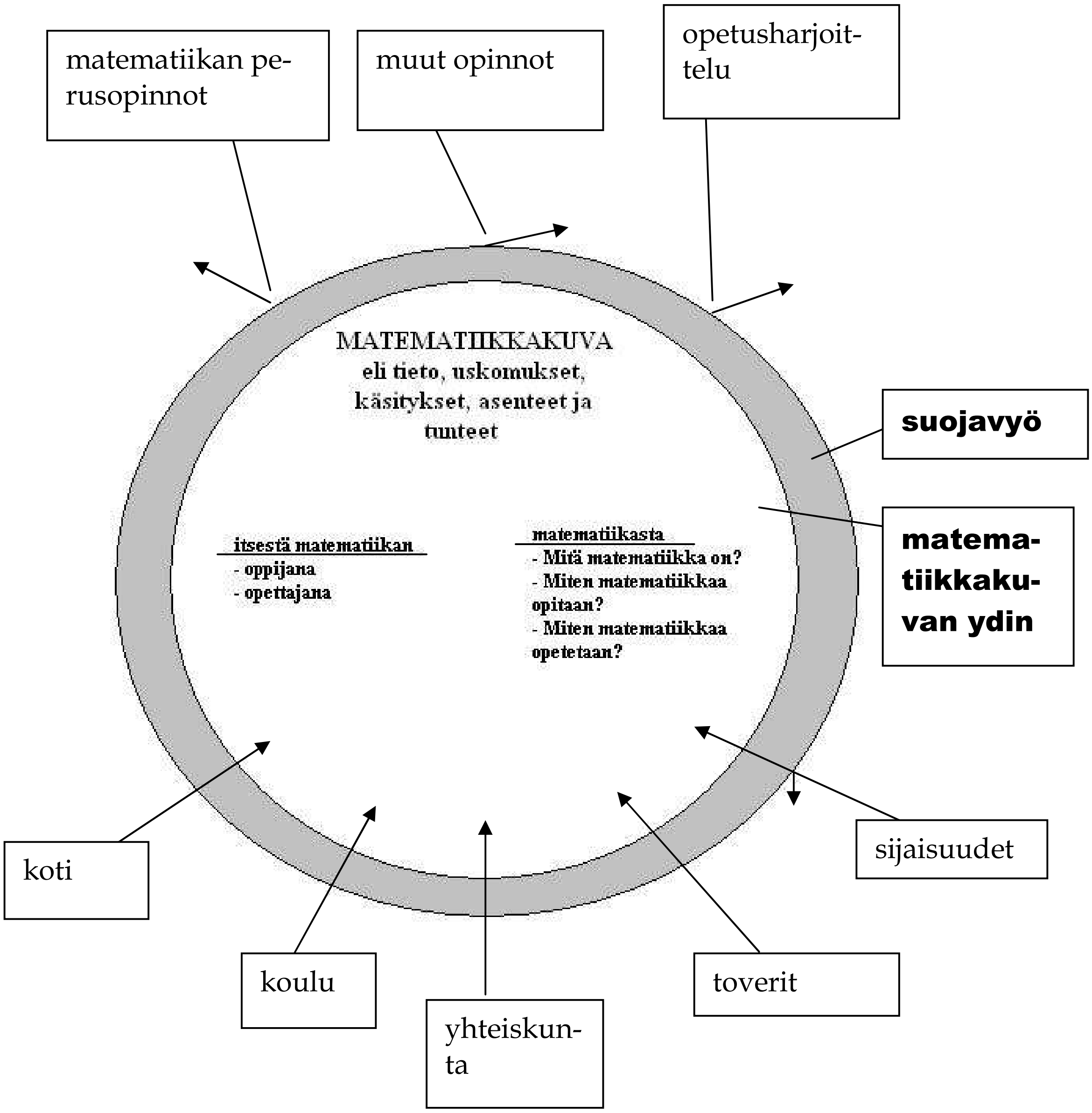
2.2.6 Matematiikkakuvan muuttuminen

Matematiikkakuva koostuu kovasta ytimestä, joka sisältää yksilön keskeisimmät ja ”tiukimmat” näkemykset, sekä suojavyöstä, joka sisältää helpommin muuttuvia näkemyksiä. Opiskelija voi reagoida matematiikkakokemuksiin kolmella eri tavalla: 1) Kokemus voi kimmota takaisin jo suojakuoresta, jolloin oppimista ei tapahdu ja matematiikkakuva jää ennalleen. Tämän voi aiheuttaa esimerkiksi yksilön aktiivinen uuden asian torjunta. 2) Toinen vaihtoehto on se, että uusi matematiikkakokemus läpäisee suojakuoren, mutta ei pääse ytimeen asti. Tällöin muutos tapahtuu suojavyön alueella, mutta ei kovimmassa ytimessä. Esimerkiksi opiskelija voi sijaisena ollessaan kokeilla niitä opetuskeinoja, joihin hän on saanut koulutusta opettajankoulutuksessa, kuitenkaan olematta niistä täysin samaa mieltä, koska ne ovat osittain ristiriidassa hänen omien, syvällisesti opittujen ensimmäisen asteen kokemustensa kanssa. 3) Kolmas vaihtoehto kuvaa nimenomaan tätä syvällistä oppimista, ytimen rakenteen muutosta. Esimerkkinä tästä on se, että opiskelija mieltää matematiikan pelkäksi laskemiseksi. (Kaasila ym. 2004, 402, vrt. Pietilä 2002, 26.)

Pietilän mallissa yksilön (erityisesti opettajaopiskelijan) matematiikkakuvaan on vaikuttanut ja vaikuttavat edelleen koti, toverit, yhteiskunta, kouluhistoria ja mahdolliset sijaisuudet matematiikassa. Pietilä kuvaa nämä vaikuttajat suojavyön läpäiseviksi kokemuksiksi. Malinen (2000, 61) käyttää näistä kokemuksista nimitystä ”ensimmäisen asteen kokemus”. Opettajaopintojen kautta tapahtuva matematiikan oppiminen (opetusharjoittelu, perus- ja muut opinnot) jäävät suojavyön ulkopuolelle. Vastaavasti näitä kokemuksia kuvataan ”toisen asteen kokemuksiksi”.

Toisen asteen kokemuksia voisi kuvata niin sanotuiksi pintauskomuksiksi, vastaavasti ensimmäisen asteen kokemukset ovat niin sanottuja syväuskomuksia. Opettajaopintojen aikana annettu ”uusi tieto” eri opetusmenetelmistä ja muista matematiikan opiskeluun liittyvistä aiheista jäävät helposti pintauskomuksiksi. Yksi syy tähän lienee ainakin uskomusten muodostumiseen kulunut aika: opiskelijalla on yli 10 vuoden kouluhistoria takanaan ja hänelle on muodostunut sen pohjalta vankka käsitys siitä, miten matematiikkaa opitaan ja opetetaan. Yliopistossa annettava matematiikan pedagoginen opetus tai luokanopettajille tarjottava matematiikan peruskurssi kestävät maksimissaan yhden vuoden. Tänä aikana ei vielä ehdi syntyä yhtä vahvoja uskomuksia kuin mitä oma kouluaika on antanut. Matematiikan opettamisen opiskelu vaatii siis oman opettajatoiminnan aktiivista reflektointia, jotta se olisi tehokasta ja vaikuttaisi myös yksilön syväuskomuksiin. (Kaasila ym. 2004.) Pietilän mukaan oppimista tapahtuu, kun ensimmäisen ja toisen asteen kokemukset törmäävät keskenään (Pietilä 2002, 26).

Olen tutkielmaani varten muokannut Pietilän (2002), Malisen (2000) ja Kaasilan (2004) käyttämiä matematiikkakuvamalleja muodostanut niistä yhtenäisen kokonaisuuden (kuvio 2).



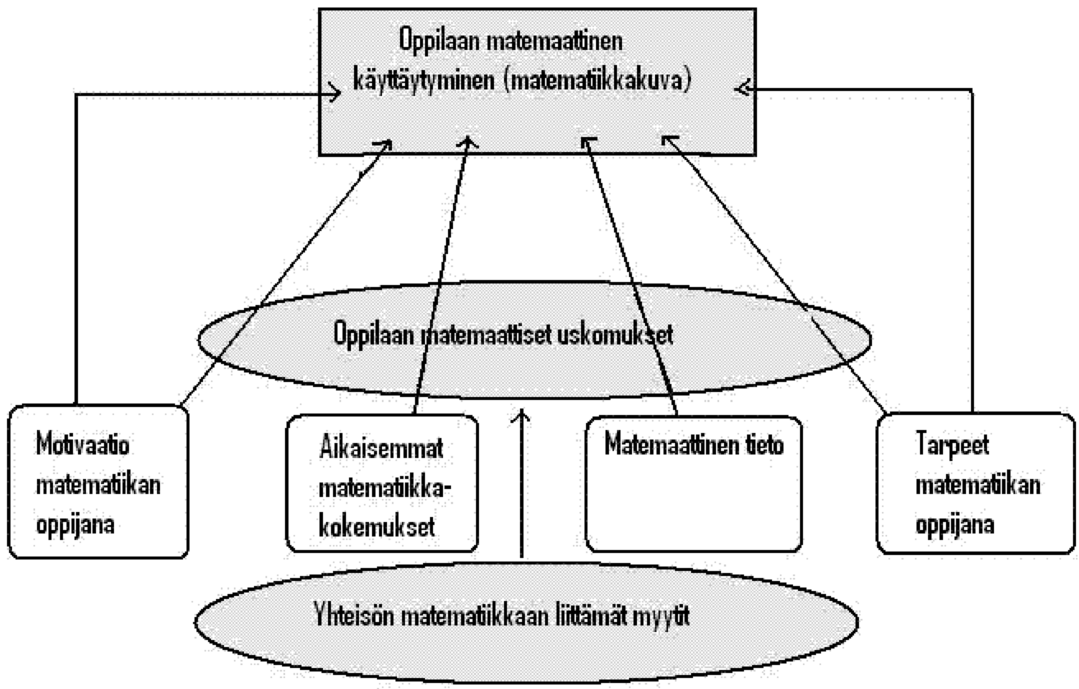
KUVIO 2. Tutkielmaa varten muodostettu opettajaopiskelijan matematiikkakuva ja sen muutokseen vaikuttavat tekijät

2.2.7 *Muita matematiikkakuvamalleja*

Anu Pietilän luomaa matematiikkakuvamallia käytetään muussakin suomalaisessa tutkimuskirjallisuudessa. Esimerkiksi artikkelissa ”Luokanopettajaksi opiskelevien matematiikkakuva ja sen muuttuminen” (Kaasila ym. 2004) käytetään pohjana Pietilän luomaa mallia, ja sen pohjalta tarkastellaan erityisesti matematiikkakuvan muuttumista opettajankoulutuksessa. Pietilän matematiikkakuvamallin lisäksi eri yhteyksissä käytetään myös muita malleja kuvatessa yksilön subjektiivisia tietoja ja tuntemuksia matematiikkaa kohtaan. Seuraavassa esittelen joitakin niistä lyhyesti.

Alan Schoenfeld (1985) käyttää tutkimuksessaan termiä matemaattinen uskomusjärjestelmä (mathematical belief system), jonka voi rinnastaa tässä tutkielmassa käytettyyn matematiikkakuva-käsitteeseen. Schoenfeld tarkoittaa matemaattisella uskomusjärjestelmällä sitä lähestymistapaa, joka yksilöllä on matematiikkaan ja matemaattisiin tehtäviin. Schoenfeld käyttää samassa yhteydessä termiä matemaattinen maailmankuva (mathematical world view). Tämä näkökulma korostaa uskomusten merkitystä matemaattisten menettelytapojen, tekniikoiden sekä motivaation kannalta (Schoenfeld 1985, 45). Schoenfeld käyttää tutkimuksessaan nimitystä matemaattiset uskomukset (mathematical beliefs) kuvatessaan niitä tekijöitä, jotka vaikuttavat yksilön kognitiivisiin taitoihin. Uskomukset toimivat eräänlaisena suodattimena, jonka kautta uusi tieto joutuu kulkemaan yksilön matematiikkakuvaan asti. (Schoenfeld 1985, 35.)

Samanlaista ”suodatinmallia” on käyttänyt Erkki Pehkonen (1993) mallintaessaan oppilaiden matematiikkakuvaan (matemaattiseen käyttäytymiseen) vaikuttavia tekijöitä (kuvio 3). Pehkosen mukaan uskomukset vaikuttavat yksilön matemaattiseen käyttäytymiseen tavallisesti tiedostamattomalla tasolla. Näitä uskomuksia voivat olla esimerkiksi se, että matematiikka on pelkkää laskemista, tai että pojat ovat matematiikassa parempia kuin tytöt. Kuitenkaan oppilaan matemaattiset tarpeet ja motivaatio eivät ole aina yhteydessä matematiikkakuvaan näiden uskomusten kautta. (Pehkonen 1993, 38–39.)



KUVIO 3. Yksilön matemaattiseen käyttäytymiseen (matematiikkakuvaan) vaikuttavia tekijöitä (Pehkonen 1993, 38)

Markku Hannula (2004) käsittelee tutkimuksessaan yksilön suhtautumista matematiikkaan affekti-termin avulla. Affekti käsitteenä sisältää kolme alakäsitettä: uskomukset, asenteet ja arvot. Hannulan mukaan nämä kolme käsitettä ovat määriteltävissä edellä esiteltyjen kognition, emootion ja motivaation avulla.

Hannula määrittelee uskomukset sisäisinä totuuden, oikeellisuuden ja käyttökelpoisen tiedon ilmentyminä. Jokainen uskomus on sidoksissa emootioon, mutta ne ovat toisistaan riippumattomia tekijöitä. Esimerkiksi kahdella opiskelijalla saattaa olla sama uskomus siitä, että ongelmanratkaisu ei ole suoraviivaista. Toiselle se saattaa kuitenkin aiheuttaa huolta, kun taas toiselle innostuneisuutta ongelmanratkaisua kohtaan.

Asenteista hän käyttää perinteisestä määritelmästä poikkeavaa luonnehdintaa: asenne on "arviointia, joka pohjautuu tilannekohtaisiin emootioihin, asiaan liittyviin emootioihin, tulosten arviointiin ja henkilökohtaisiin mieltymyksiin (arvot)." (Hannula 2004, 51.) Hannula tuo tutkimuksessaan esiin sen faktan, että arvot ovat varsin uusi termi matematiikkakuvan tutkimuksen kentällä. Arvot ovat hänen mukaansa emootioista riippumattomia, ja ne voivat muuttua uskomusten tavoin. Hannula on aiemmissa tutkimuksissaan (esim. Hannula 2002, 75) määritellyt arvot tavoitteiden kautta: hänen mukaansa tavoiteltavat arvot polveutuvat osaksi niihin kuuluvista tarvearvoista ja osaksi niistä uskomuksista, joita yksilöllä on tietyn tavoitteen saavuttamisesta ja sen vaikutuksista muihin tarpeisiin ja arvoihin.

Yhteistä kaikille tieteellisessä kirjallisuudessa esitetyille matematiikkakuvamalleille on se, että ne esittelevät sen viitekehyksen, jonka läpi ihminen tarkastelee matematiikkaa ilmiönä. Kaikkiin siis sisältyy tieto siitä, että matematiikkaa on mahdoton nähdä objektiivisesti. Yksilön tietoisuus matematiikasta rakentuu aina hänen matematiikkakuvansa kautta.

2.3 Matematiikan oppimisesta

2.3.1 Matematiikan oppimisteorioita

Matematiikan opetukseen on viime vuosina liitetty vahvasti konstruktivismin ja erityisesti sosiokonstruktivismin käsite. Olennaisimmat piirteet sosiokonstruktivistisesta matematiikan opettamisesta on koottu käyttäen opetuksen keskeisiä käsitteitä: *oppiminen* nähdään oman elämän järjestämistä koskevana prosessina, jossa sosiaalinen vuorovaikutus on tärkeässä roolissa. *Käsitteet ja tieto* koetaan tärkeiksi nimenomaan sosiaalisen kanssakäymisen kannalta, ei pelkän symbolisen esitystavan. *Kieli* on kommunikaatioväylä, jonka avulla yksilö voi sosiaalistua yhteisöön. *Tietäminen ja muistaminen* tarkoittavat kokonaisvaltaista kokemusten aktivointia, ei yksittäisten tietoelementtien aktivoimista. *Matematiikka* ymmärretään kielenä, kommunikoinnin muotona. Se ei ole absoluuttisten totuuksien universaalinen kokoelma. *Tiedon sisäinen esitys* syntyy yksilön konstruoidessa tietoa ja välittäessään sitä muille. *Opettaminen* ei sosiokonstruktivistisen mallin mukaan ole objektiivisesti koostetun tiedon esittämistä, vaan yritys tarjota oppilaille mahdollisuuksia vuorovaikutteisiin ja refleksiivisiin prosesseihin, jotka luovat ja ylläpitävät luokan työskentelykulttuuria. (Kupari 1999, 37.)

Koska konstruktivismia käsitteenä käytetään hyvin monella eri tavalla, on tarpeellista jäsentää sen suuntauksia. Joidenkin tulkintojen mukaan konstruktivismi laajenee jopa sosiokulttuuriselle alueelle, mutta tiukemman tulkinnan mukaan käsitys matemaattisen tiedon luonteesta ja absoluuttisen tiedon olemassaolosta on tekijä, joka erottaa tämän sosiokulttuurisen suuntauksen sekä heikon konstruktivismin (absolutismi) sosiaalisesta konstruktivismista (fallibilismi), radikaalista konstruktivismista sekä sosiaalisesta konstruktionismista eli relativismista. (Kaasila 1997, 28.)

Sosiokulttuurinen opetus-oppimismalli pohjautuu siihen, että oppija löytää universaalin perustan tutkittavalle matemaattiselle ilmiölle. Sosiokulttuurinen opetus suuntautuu selkeästi abstraktista konkreettiin, kuitenkin formaalilla, matemaattisella tavalla. Absolutismi edustaa kaikkia konstruktivismin suuntauksia. Konstruktivismi on väljä käsite, mutta kaikkia sen suuntauksia yhdistää se, että niiden mukaan kaikki tieto on konstruoitua. Ne eivät myöskään kiellä varman tiedon olemassaolon mahdollisuutta ottamatta kantaa epistemologisiin kysymyksiin.

Radikaali konstruktivismi pohjautuu kriittisyydelle matematiikan oppimista ja opettamista kohtaan. Sen näkyvin edustaja lienee Ernest von Glaserfeld, joka nosti radikaalin konstruktivismin keskustelun alle 1980-luvun alussa. Sosiaalinen konstruktionismi korostaa matematiikkaa yhteisön tuotteena: yhteisön merkitys korostuu ennen yksilöä, ja yksilöllinen ajattelu on yhteisön tuotos. Ero sosiaaliseen konstruktivismiin on kuitenkin tietoteorian puolella: sosiaalinen konstruktionismi on relativistisen näkemyksen mukainen, kun taas sosio-kulttuurinen edustaa absoluuttista näkemystä. Sosiaalisen konstruktivismin käsite on luotu pääosin kompromissi sosiokulttuurisesta teoriasta sekä radikaalista konstruktivismista, ja ottaa vaikutteita molemmista. Sosiokulttuurinen tapa tulee esille matematiikan formaalissa, muodollisessa käsittelytavassa, kun taas radikaali konstruktivismi on pohjana sille ajatukselle, että matemaattinen sosiokonstruktivismi ei hae lopullista totuutta, vaan tutkimustyön tarkoitus on ennen kaikkea jäsentää yksilön kokemusmaailmaa. (Kaasila 1997, 30–40.)

Matematiikan oppimista voidaan tarkastella myös vastakkainasettelujen kautta. Matematiikan opetuksessa ja oppimisessa voidaan erottaa toisistaan käsitteellinen (conceptual) tieto sekä menetelmällinen (procedural) tieto. Käsitteellinen tieto rakentuu pienistä yksittäisistä faktoista, mutta olennaista mallissa on se, että oppijan päässä nämä pienet palaset liittyvät jotenkin toisiinsa muodostaen käsitteellisen verkon. Käsitteellistä oppimista tapahtuu kahden osasen liittyessä toisiinsa, tai vaihtoehtoisesti uuden osan liittyessä jo olemassa olevaan tiedon osaan. Menetelmällinen tieto jakaantuu kahteen osaan. Symbolinen osa sisältää sen tiedon, mikä meillä on matematiikan symboleista ja keinotekoisista matematiikan säännöistä. Toinen osa sisältää laskumallit, algoritmit, joita käytämme ratkaistessamme matemaattisia ongelmia ja laskuja. (Hiebert & Lefevre 1986, 3-6.) Käsitteellinen tieto liitetään perinteisesti staattisiin faktoihin kuten ”ymmärtäminen” ja ”tietäminen *miksi*”, kun taas menetelmällinen tieto käsitteenä liitetään matematiikan symboliseen esittämiseen sekä matematiikan sääntöihin.

Ymmärtäminen tarkoittaa matematiikan opiskelun yhteydessä potentiaalina tehdä ajattelua vaativia toimintoja: perustelua, yleistämistä, soveltamista ja analogioiden löytämistä (Joutsenlahti 2004, 84). Jos matemaattinen tieto on ”ymmärretty”, se on yhdistynyt muihin aiheeseen liittyviin tietorakennelmiin eri vahvuisin sitein ja on siten käytettävissä ja yhdistettävissä uusiin tilanteisiin. Ymmärretty tieto on käsitteellistä tietoa. Proseduraalista tietoa voi kuvata perinteisen matematiikan koulutehtävän avulla: oppilas muodostaa proseduurijonon tehtävän annon ja vastauksen välille. Koulukokeet mittaavatkin pääasiassa proseduraalista tietoa ja taitoa hallita erilaisten symbolien käyttö ennalta opetelluilla proseduurijonoilla. (Hiebert & Lefevre 1986, 6-7.)

Haapasalo (2004) tulkitsee tämän käsitteellinen – menetelmällinen jaon ymmärtämisen ja tekemisen kautta. Toisaalta käsitteellistä tietoa tarvitaan, jotta menetelmällistä tietoa päästäisiin käyttämään, mutta toisaalta käsitteellistä tietoa ei opi, jos sitä ei ensin opettele menetelmällisin keinoin. Haapasalo esittää tämän dilemman kysymyksenä ”pitääkö hallita ensin konseptuaalinen tieto voidakseen osata proseduraalista tietoa vai päinvastoin?” (2004, 56.)

2.3.2 Matematiikan koulukonteksti

Koulumatematiikka on oppiaineena erotettava esimerkiksi yliopistossa opetettavasta, akateemisesta matematiikasta (Bromme 1994, 75). Matematiikan opettajalla ei koulukontekstissa ole hyötyä pelkästään kognitiivisesta matemaattisesta osaamisesta, vaan hänen on ennen kaikkea osattava kääntää tieto sellaiseksi, että hän osaa ymmärrettävästi selittää sen oppilaille. Tällainen pedagoginen sisältötieto onkin olennainen tieto arvioitaessa matematiikan opiskelijan opettajavalmiuksia. Matematiikan aineenopettajakoulutuksessa tämä akateemisen matematiikan ja koulumatematiikan yhteensovittaminen on ratkaistu erilaisilla seminaarityyppisillä kursseilla, jossa yhteyksiä näiden kahden maailman väliin luodaan. Opettajankoulutuksen tarkoituksena on kuitenkin se, että matemaattinen faktatieto hankittaisiin yliopiston matematiikan kursseilta. (Martio 2004, 44.)

Koulun yksi perinteinen ja vankkumaton tehtävä on opettaa matematiikkaa. Peruskoulu-uudistuksen tultua voimaan 1970-luvulla myös matematiikan opetusta yritettiin uudistaa kokonaisuutena. Tätä vastaan nousi kuitenkin voimakas kansanliike. Ihmisten mielestä uudesta matematiikan opettamismallista oli luovuttava ja palattava vanhaan, kansakoulusta tuttuun laskentoon. (Tossavainen & Sorvali 2003, 31.) Matematiikka siis on jättänyt jälkensä opiskelijoihin ja herättää tunteita niin hyvässä kuin pahassakin. Suurinta pelkoa aiheutti se, että uudessa matematiikassa mekaanista laskemista oli jätetty vähemmälle. Arvostelijat pelkäsivät että tällainen laskutaito häviää kokonaan koululaisilta. Onkin totta, että nykymatematiikka keskittyy enemmän laskutoimitusten ymmärtämiseen kuin mekaaniseen laskentoon. Sopiikin kysyä, mihin nykyään enää tarvitaan perinteistä päässä - ja paperilla laskemisen taitoa? Toisaalta tällainen mekaaninen työskentely on välttämätöntä laskutoimitusten ymmärtämiseksi. Martio antaa esimerkin kevään 2003 matematiikan ylioppilaskirjoituksissa, joissa moni kokelas oli tulkinnut funktion $\ln|x|$ nollassa jatkuvaksi. Tarkastajat tulkitsivat tämän johtuvan graafisen laskimen käytöstä: koska kokelailla ei ollut konkreettista kuvaa funktion käyttäytymisestä, he luottivat sokeasti siihen, mitä näkivät laskimen näytöltä. Samassa yhteydessä todetaan myös, että monesti monimutkaisten funktioiden sieventäminen on oppilaille vaikeaa, joten arvot sijoitetaan suoraan annettuun muotoon. Tämä lisää automaattisesti laskuvirheiden määrää. Voidaan siis todeta, että lausekkeiden sieventäminen olisi taito, mikä pitäisi osata vaikka laskimet olisivatkin käytössä. (Martio 2004, 43.)

Matematiikan kouluopetusta on kritisoitu siitä, että se ei vastaa niihin tarpeisiin, joita varten sitä koulussa opetetaan. Arjessa tarvittava matematiikka on siis erilaista kuin koulumatematiikka. Hiebertin ja Carpenterin (1992) tekemä jaottelu ”koulumatematiikan” ja ”katumatematiikan” välille kuvaa hyvin tätä vastakkainasettelua. Koulumatematiikassa ongelmia ratkotaan kliinisessä ympäristössä abstraktien symbolien avulla, kun taas katumatematiikan tunnuspiirre on tuttujen, jokapäiväisten käsitteiden (esimerkiksi rahojen) kanssa laskemista. Esimerkiksi monet katukauppiaat ovat matematiikan kanssa tekemisissä ainoastaan rahojen kautta, joten heille matematiikka on sidoksissa rahan käyttöön. Tutkimuksen mukaan koulumatematiikan, kuten katumatematiikankin, pitäisi olla kontekstisidonnaista ja pyrkiä pois epämääräisistä, abstrakteista käsitteistä. (Hiebert & Carpenter 1992, 79.)

Kaasila (2000) jatkaa tämän Hiebertin ja Carpenterin mallin avaamista lähestymällä asiaa TOP-DOWN- sekä BOTTOM-UP- tavoilla. TOP-DOWN- lähestymistapa on eräs keino tarkastella matematiikan koulukontekstia. Mallissa hyödynnetään ekspertti-noviisi-tutkimuksia, jotka ovat osaltaan luoneet malleja siitä, millaista matematiikan eksperttien tieto on. Malli pohjautuu näille tiedoille ja pitää niitä opetuksen lähtökohtana. Keskeistä on opetettavan tiedon matemaattinen rakenne ja opetus perustuukin tämän rakenteen analysointiin. BOTTOM-UP- lähestymistapa on taas katumatematiikan kaltainen malli, joka lähtee liikkeelle ongelmakontekstista ja rakentaa uusien, opetettavien matemaattisten käsitteiden kautta oppijan jo olemassa olevaa matemaattista tietoisuutta. (Kaasila 2000, 12.)

2.4 Matematiikan opettamisesta

Matematiikan opettajan opintojen tavoitteena on ennen kaikkea laadun korostaminen. Opetuksessa painotetaan perusasioita, joiden pitää olla hyvin hallussa voidakseen opettaa matematiikkaa tehokkaasti. Ensinnäkin opettajan pitää hahmottaa yhteydet eri käsitteiden ja osa-alueiden välillä niin, että hän voi tarjota oppilaille yhtenäisen ja kokonaisen kuvan matematiikasta. Toiseksi opettajan pitää osata lähestyä opetettavaa asiaa useasta eri näkökulmasta, jotta oppilaalle välittyisi joustava kuva oppiaineesta. Lisäksi opettajan tulee hallita oppiaines niin tarkasti, että hän tietää opetettavan asian suhteen edeltäviin ja seuraavana käsiteltäviin sisältöihin. Ennen kaikkea opettajan tulee ymmärtää matemaattiset peruskäsitteet niin hyvin, että hän pystyy opettamaan ne järkevästi oppilaille. (Pietilä 2002, 33.)

2.4.1 Matematiikan opettajan tieto ja taito

Vaikka tutkimusten mukaan luokanopettajaopiskelijoiden matematiikan oppisisältötiedot ovat puutteellisia (esim. Borko ym. 1992), niin toisaalta tutkimuksissa on osoitettu myös, että opettajan matemaattisella sisältötiedolla ei olisi suoraa vaikutusta oppilaiden oppimiseen. Ennemminkin, opetukseen näyttäisi vaikuttavan opettajan käsitteellinen tieto matematiikasta. Opettajan pitäisi siis tuntea matematiikan luonne oppiaineena, sekä toisaalta tämän tiedon jäsentyneisyys opettajan omassa ajattelumaailmassa. (Fennema & Franke 1992, 151.) Tätä kautta siis matemaattinen sisältötieto vaikuttaa välillisesti opettajien pedagogiseen ajatteluun.

Peruskoulun matematiikan opettajaksi päätyvän opiskelijan olisi luonnollisesti välttämätöntä ymmärtää koulumatematiikan sisältöjä. Huomattavaa on, että esimerkiksi menestyminen yliopistomatematiikan kursseilla ei takaa koulumatematiikan riittävää ymmärtämistä ja tarvittavaa pedagogista sisältötietoa (Cooney 1999, 175). Opettajan opintoihin tarvitaan siis kursseja, jotka lisäävät tätä koulumatematiikan osaamista ja ymmärtämistä. Vastoin monen opettajaopiskelijan oletuksia, kouluaikaisten laskusääntöjen muistaminen ja laskujen mekaaninen suorittaminen eivät osoita matemaattista ymmärrystä. Ennemminkin opettajankoulutuksessa tulisi tavoitella matematiikan käsitteellistä ymmärtämistä. Kun opettajalla on käsitteellinen mielikuva opetettavasta asiasta, hänen on mahdollisuus myös menestyksekkäästi opettaa se oppilaille. (Pietilä 2002, 36.) Matemaattisen tiedon lisäksi omien uskomusten ja käsitysten tiedostaminen on ensiarvoisen tärkeää: vaikka opettajalla on paljon matemaattista tietoa, siitä ei ole hyötyä jos hänen uskomuksensa ja käsityksensä estävät häntä käyttämästä sitä (Schoenfeld 1987, 198).

Matematiikanopettaja muokkaa omalla asennoitumisellaan oppilaiden asennetta matematiikkaa kohtaan. Opettajan oma matematiikkakuva ohjaa hänen opetustaan, jonka toteutus puolestaan vaikuttaa oppilaan matematiikkakuvaan. (Kaasila ym 2004, 397.) Koska matematiikkakuvassa korostuvat usein myös yksilön tunteet matematiikkaa kohtaan, se vaikuttaa opettajaopiskelijoiden tapaan lähestyä matematiikan opettamaan opiskelemista ja sitä kautta myös itse opettamista (Ball 1990, 464-465).

2.4.2 Matematiikka opetussuunnitelmassa

Suomalaisessa 2010-luvun peruskoulussa matematiikan opetuksen tarkoituksena on opettaa ensisijaisesti ajattelun taitoja. Matematiikka nähdään opetettavana aineena muutenkin melko laajasti: sillä koetaan olevan yhteyksiä myös oppilaan henkiseen kasvamiseen ja sosiaalisen vuorovaikutuksen kehittämiseen.

> *Matematiikan opetuksen tehtävänä on tarjota mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen ja matemaattisten käsitteiden sekä yleisimmin käytettyjen ratkaisumenetelmien oppimiseen. Opetuksen tulee kehittää oppilaan luovaa ja täsmällistä ajattelua, ja sen tulee ohjata oppilasta löytämään ja muokkaamaan ongelmia sekä etsimään ratkaisuja niihin. Matematiikan merkitys on nähtävä laajasti – se vaikuttaa oppilaan henkiseen kasvamiseen sekä edistää oppilaan tavoitteellista toimintaa ja sosiaalista vuorovaikutusta. Matematiikan opetuksen on edettävä systemaattisesti, ja sen tulee luoda kestävä pohja matematiikan käsitteiden ja rakenteiden omaksumiselle. Konkreettisuus toimii tärkeänä apuvälineenä yhdistettäessä oppilaan kokemuksia ja ajattelujärjestelmiä matematiikan abstraktiin järjestelmään. Arkipäivän tilanteissa eteen tulevia ongelmia, joita on mahdollista ratkoa matemaattisen ajattelun tai toiminnan avulla, tulee hyödyntää tehokkaasti. Tieto- ja viestintätekniikkaa tulee käyttää oppilaan oppimisprosessin tukemisessa.*
>
> *(Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, Opetushallitus, 158)*

Opetussuunnitelman perusteissa matematiikka sidotaan myös vahvasti käytäntöön. Matematiikan opetuksessa pitäisi hyödyntää arkipäivän ongelmia ja muutenkin tavoitteena on, että abstraktia matemaattista järjestelmää hyödynnettäisiin konkreettisen reaalielämän sovelluksissa.

Kuten muissakin oppiaineissa, matematiikan opettajan pitäisi tiedostaa oma opetusfilosofiansa ja pohtia, miksi hän haluaa opettaa matematiikkaa. Opetussuunnitelma asettaa tavoitteen, jota kohti matematiikan opettajan opetusfilosofian tulisi suuntautua: kohti käytännönläheistä matematiikan käyttöä, kuitenkin matemaattisia käsitteitä ja rakenteita hyödyntäen.

3 OPETTAJAN PEDAGOGISESTA AJATTELUSTA

Suomalaisen kasvatustieteen piirissä on jo pitkään puhuttu didaktisesta ajattelusta, jolla on yleensä tarkoitettu rutiiniajattelun vastakohtaa. Nykytermeillä puhuttuna voitaisiin puhua opetukseen kohdistuvasta reflektiosta. Kuitenkin didaktiikka-sanaan liitetään nykyisin melko suppeita mielleyhtymiä, ja lisäksi se on hankala termi kansainvälisessä tiedekeskustelussa. Nykyisin didaktisen ajattelun tilalla käytetään termiä pedagoginen ajattelu. Opettajan pedagogiseksi ajatteluksi kutsutaan opettajan ajattelua, jonka kohteena ovat opetus-oppimistapahtuman aihepiirit ja sen tekijät. Pedagogisen ajattelun erottaa opettajan muusta ajattelusta sen koulumaailmaan ja erityisesti opettamiseen sidottu konteksti, jonka pohjana on opetussuunnitelma. (Kansanen 2004, 87.) Pedagogista ajattelua voidaan pitää pohtivana eli reflektoivana niissä opetustilanteissa, kun ratkaisut eivät vaadi välitöntä toteuttamista vaan opettajalla on aikaa pohtia ja analysoida eri vaihtoehtoja (Kansanen 1996, 46). Suurelta osin opetustilanteissa ilmenevät ratkaisut ovat kuitenkin spontaaneja ja niissä on rutiininomaisia piirteitä. Opettajan pedagogista ajattelua käsitellään tässä tutkielmassa niinä tekijöinä, jotka ohjaavat hänen päätöksentekoaan opetustilanteissa.

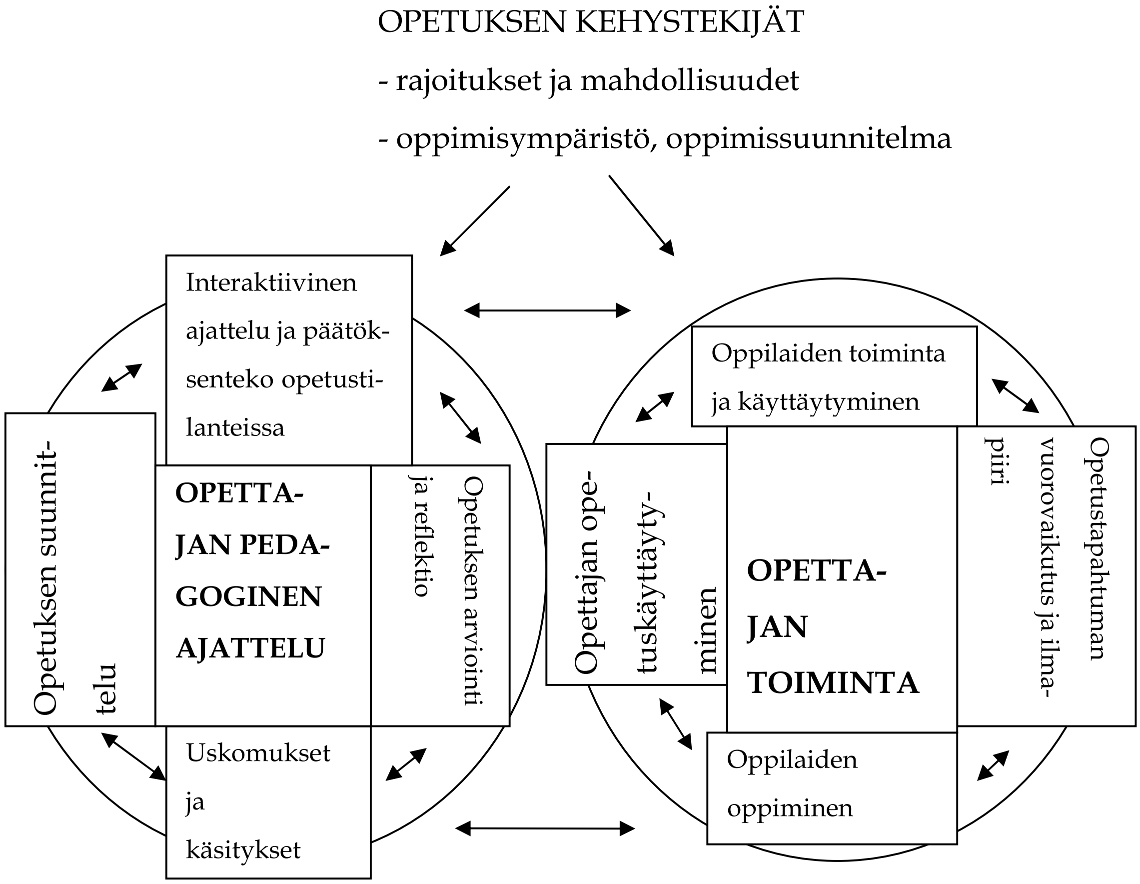
Opettajan ja opettajaopiskelijan pedagogista ajattelua ja toimintaa on haastavaa tutkia. Koska aihe on laaja ja vaatii syvällistä perehtymistä opettajan ajatusmaailmaan ja toimintamalleihin, vaatii se aina myös usean tiedonkeräämistavan yhdistämistä (Palomäki 2009, 33). Tässä tutkielmassa painotan kuitenkin ainoastaan opettajan pedagogista ajattelua ja jätän sen yhteyden hänen toimintaansa vähemmälle tarkastelulle. Tällöin paras metodi tutkimukseen on teemahaastattelu, jossa opettajaopiskelija voi perustella näkemyksiään luonnollisesti, keskustelun kontekstissa. Opettajan toiminnan tutkimista haastattelulla ja kyselyllä on käsitellyt mm. Mitchell (2004), jonka tutkimuksessa haastattelulla saatiin esille verrattain yleisiä opettajan implisiittisen teorian näkökohtia: tavoitteita, uskomuksia, odotuksia, arvoja, käsityksiä, mielikuvia, metaforia, sääntöjä, periaatteita ja malleja käytännöistä. Mitchell esittelee nämä saavutukset viitaten myös aiempaan tutkimuskirjallisuuteen. (Mitchell 1994, 71.)

Päätöksentekoa opetuksessa on pidetty jopa tärkeimpänä opettajan ammattitaidon tekijänä. Perimmäinen kysymys tutkittaessa opettajan ajattelua onkin se, miten opettaja perustelee päätöksiään (Kansanen 2004, 93). Matematiikan opettamisessa päätösten perustelu pohjautuu käsitykseen matematiikasta, sekä toisaalta käsitykseen opetuksesta ja sen tavoitteista.

3.1 Matematiikkakuva perustana

Tässä tutkielmassa opettajan pedagoginen ajattelu tulee esille matematiikkakuvakäsitteen yhteydessä. Opettajan pedagogisen ajattelun perustana ovat ne henkilökohtaiset käsitykset ja uskomukset, joita opettajalla opettamisesta ja oppimisesta on (Palomäki 2009, 30). Voidaan siis perustellusti sanoa, että matematiikanopettajan pedagogisen ajattelun perustan muodostaa hänen matematiikkakuvansa. Lisäksi pedagogisen ajattelun perustukseen kuuluvat opettajan käsitykset koulutyöskentelystä ja sen tarkoituksellisuudesta. Tämä luo pohjan opettajan preinteraktiiviselle (suunnittelu) ja postinteraktiiviselle (arviointi ja reflektio) toiminnalle kouluympäristössä. Opettajan pedagoginen ajattelu kulminoituu hänen ajatteluunsa ja päätöksentekoonsa opetustilanteissa.

Koska opettajan pedagoginen ajattelu liittyy olennaisesti hänen toimintaansa luokassa, on opettajan tärkeää tiedostaa oma pedagoginen ajattelunsa ja se, mihin se perustuu. Tässä tutkielmassa pedagogisen ajattelun mallina käytetään sovellettuna Clarkin ja Petersonin (1986, 257) kuvausta opettajan ajattelun ja toiminnan välisestä suhteesta (kuvio 4). Korostan tutkielmassani kuitenkin ainoastaan mallin tiedollista puolta, koska se ja erityisesti matematiikkakuva sen osana ovat vahvasti kytköksissä oman tutkielmani aihepiiriin. Pedagogisen ajattelun tiedollisen puolen korostaminen näkyykin tutkielmassani juuri matematiikkakuvan pohtimisena.



KUVIO 4. Opettajan pedagogisen ajattelun ja toiminnan malli (alkuperäinen lähde: Clark & Peterson 1986, 257. Mallin suomalainen versio: Palomäki 2009, 32)

3.2 Pedagoginen ajattelu osana ammatillista kehittymistä

Monet opettajaksi opiskelevien käsitykset opettamisesta ja oppimisesta ovat peräisin omilta kouluajoilta. Nämä käsitykset muodostuvat tunteista, uskomuksista ja asenteista, joita opettajalla on opettamista ja oppimista kohtaan. Kuitenkaan nämä muistikuvat eivät anna relevanttia ja todenmukaista kuvaa opettajan työstä, koska ne saattavat olla hyvin tunneväritteisiä ja sisältää jopa virheellisiä uskomuksia. Opettajankoulutuksen tavoitteena onkin muuttaa näitä käsityksiä ja opettaa kriittistä suhtautumista niihin, sillä opettajaopiskelijat valikoivat ja tulkitsevat opettajankoulutuksen sisältöä sekä tulevan ammattinsa opetussisältöjä juuri näiden uskomusten pohjalta. Jotta opettaja voisi siis kehittyä ammatissaan, on hänen pohdittava omaa toimintaansa sekä uskomuksia, käsityksiä ja tunteita, joiden rakentamalle pohjalle opettaminen perustuu. (Väisänen & Silkelä 2003, 32.)

Pedagoginen ajattelu käsitetään usein osana opettajan ammatillista kehittymistä. Opiskelijan valmiutta ammatilliseen kehittymiseen on käsitelty tässä tutkielmassa pedagogisen ajattelun pohjalta. Koska matematiikan opettamisen yhteydessä pedagoginen ajattelu pohjautuu opiskelijan matematiikkakuvaan, on matematiikkakuvan tarkastelu pohja opiskelijan pedagogisen ajattelun tarkastelulle.

3.3 Matematiikan opettajan ammatillinen kehittyminen

Matematiikan opettajan kehittymistä kuvaa Erkki Pehkosen laatima kaavio (ks. liite 1), jossa opettaja voidaan viidessä komponentissa sijoittaa tasolle 1, 2 tai 3. Komponentit ovat: 1. Mitä on matematiikka?, 2. Mitä on matemaattinen oppiminen/opettaminen? 3. Mikä on opettajan/oppilaan rooli? 4. Mitkä ovat suoritusten hyväksyttävyyden kriteerit? 5. Mitä on ongelmanratkaisu? (Pehkonen 1994, 64.) Valitsin Pehkosen mallin osaksi tutkielmaani, sillä sen pohjana toimivat samat käsitteet, joita käytän opettajaopiskelijan matematiikkakuvan määrittelyssä. Erityisesti tämä tulee ilmi kaavion kohdissa 1 ja 2. Lisäksi Pehkosen malli toimii loogisena jatkumona tutkielmalleni, joka ei vielä ota kantaa matematiikanopettajan tietotaitoon, vaan ainoastaan vertailee kahta opiskelijaryhmää toisiinsa.

Mallissa kaksi ensimmäistä komponenttia liittyvät suoraan opettajan matematiikkakuvaan. Ensimmäisessä komponentissa käsitys matematiikasta kehittyy rutiinilaskujen laskemisesta matematiikan sisällön monimuotoisuuden hahmottamiseen. Käsitys oppimisesta ja opettamisesta muuttuu muistamisesta tekemällä ymmärtämiseksi. Kolmas, opettajan ja oppilaan roolia kuvaava komponentti esittää opettajan muuttumisen esittelijästä ohjaajaksi, vastaavasti oppilas muuttuu jäljittelijästä aktiiviseksi oppijaksi. Käsitys tehtävien oikeellisuudesta ei enää korkeimmalla tasolla perustu opettajan auktoriteettiin, vaan oppilaiden itsenäiseen työskentelyyn ja perusteluihin. Ongelmanratkaisu taas kehittyy yksityisestä yleiseen suuntaan.

Mallia voidaan käyttää apuna opettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan ja sitä kautta myös pedagogisen ajattelun muuttumisen tutkimisessa. Edellä esitellyn teorian mukaisesti opettajan matematiikkakuva toimii pohjana hänen pedagogiselle ajattelulleen, ja sitä kautta hänen toiminnalleen opetustilanteissa. Kun opettajan syväuskomukset matematiikasta muuttuvat, hänen matematiikkakuvansa selkiytyy ja hän pääsee Pehkosen mallissa ylemmälle tasolle. Tämä vaikuttaa olennaisesti myös hänen pedagogiseen ajatteluunsa ja hänen toimintaansa opetustilanteissa. Näiden syväuskomusten ja matematiikkakuvan muuttamiseksi opettajan pitää opetella tiedostamaan omaa toimintaansa pedagogisessa kontekstissa. Opettajan pitää siis kehittää omaa metakognitiotaan, jotta hänen pedagoginen ajattelunsa kehittyisi. (Pehkonen 1994, 65, ks. Palomäki 2009, 30-31.)

4 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

4.1 Tutkimuksen tarkoitus ja tutkimuskysymykset

Edellä esitellyn teorian mukaisesti opiskelijan matematiikkakuva vaikuttaa hänen ammatilliseen kehittymiseensä. Matematiikkakuva toimii myös indikaattorina, jonka avulla on mahdollista arvioida opiskelijan antamaa tai saamaa opetusta (Pietilä 2002, 27). Opettajaopiskelija jämähtää helposti niihin työmuotoihin ja metodeihin, joilla häntä itseään on opetettu, ellei häntä painosteta tutkimaan niitä kriittisesti. Opiskelijan pitää siis tunnistaa omat tietonsa, uskomuksensa ja toimintansa perusteet matematiikan opettamisessa, jotta hän pystyisi tulevaisuuden ammatissaan kehittymään opettajana sekä reflektoimaan omaa toimintaansa tehokkaammin. (Borko ym. 1992, 220-221.) Matematiikkakuvaa tutkimalla voidaan siis selvittää, miten opiskelija oppiaineen hahmottaa ja jopa ennustaa, minkälaiset edellytykset hänellä on aineen menestyksekkääseen opetukseen.

Tämän tutkielman tarkoituksena on selvittää, miten luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvat ja pedagogiset valmiudet eroavat toisistaan. Tutkielmassa siis selvitetään, millainen matematiikkakuva näillä kahdella opiskelijaryhmällä on ja miten heidän pedagogiset ajattelutapansa eroavat toisistaan. Tässä tutkielmassa tarkastellaan myös ryhmien välisiä yhtäläisyyksiä ja eroja sekä pohditaan niiden syitä. Samalla peilataan matematiikkakuvan ja pedagogisen ajattelun ominaisuuksia opiskelijoiden tuleviin toimenkuviin matematiikan opettajina. Jo tässä vaiheessa lukijan tulee huomata, että aineenopettajan ja luokanopettajan työnkuva on erilainen: luokanopettajalle matematiikka on vain yksi aine opetettavien aineiden joukossa, kun taas aineen-opettajalle matematiikka saattaa olla ainoa opetettava aine.

Muotoilin tutkielmani tutkimuskysymykset seuraavasti:

1. Millaiset matematiikkakuvat ovat matematiikan aineenopettajaopiskelijoilla ja luokanopettajaopiskelijoilla?
   1.1. Millainen matematiikkakuva on matematiikan aineenopettajaopiskelijoilla?
   1.2. Millainen matematiikkakuva on luokanopettajaopiskelijoilla?
2. Mitä yhtäläisyyksiä ja mitä eroja on matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvassa sekä pedagogisessa ajattelussa?
   2.1. Mitä yhtäläisyyksiä on matematiikkakuvassa ja pedagogisessa ajattelussa?
   2.2. Mitä eroja on matematiikkakuvassa ja pedagogisessa ajattelussa?

Tutkimus toteutettiin haastattelemalla viittä matematiikan aineenopettajaopiskelijaa sekä viittä luokanopettajaopiskelijaa. Kaikki haastateltavat opiskelivat Jyväskylän yliopistossa.

4.2 Laadullisesta tutkimuksesta

Tutkimustapaa valitessani lähtökohtanani oli selvittää, millä menetelmällä saisin mahdollisimman totuudenmukaisen kuvan tutkimastani ilmiöstä. Tutkielmassani kartoitetaan ihmisten käsityksiä ja ilmiön yksityiskohtaista rakennetta heidän tietoisuudessaan, joten luonnollinen valinta tutkielman toteuttamistavaksi on laadullinen tutkimus. (esim. Syrjälä 1994.)

Tutkimusmenetelmissä on perinteisesti erotettu toisistaan kaksi eri tutkimuksentekotapaa: laadullinen eli kvalitatiivinen sekä määrällinen eli kvantitatiivinen menetelmä. Perinteisesti näitä kahta tutkimuksentekotapaa on pidetty toisilleen vastakkaisina ”puolueina”, joista tutkijan on pitänyt valita omansa. (Alasuutari 1999, 32.) Näillä kahdella tutkimusotteella onkin selkeitä eroja, mutta siitä huolimatta ne on muodostettu ainoastaan ohjaamaan tutkimuksen tekoa. Tutkijan kannattaa siis itsensä ja tutkimuksen luotettavuuden kannalta valita jompikumpi näistä tutkimusmetodeista ohjaamaan tutkimustaan, mutta samalla tulee huomata se seikka, että tutkimustavat ovat ainoastaan strategioita. Samassa tutkielmassa saatetaan soveltaa molempia menetelmiä menestyksekkäästi.

Kvalitatiivinen tutkimus kattaa suuren joukon erilaisia tulkinnallisia tutkimuskäytäntöjä. Sitä on siis vaikea määritellä selvästi, koska sillä ei ole yhtenäistä teoriaa eikä paradigmaa. Myöskään laadullisen tutkimuksen metodit eivät ole täysin sen omia. (Denzin & Lincoln 1994, 3.) Onkin sanottu, että kvalitatiivinen tutkimus on saanut paljon apua määrittelyynsä juuri sen suhteesta kvantitatiiviseen tutkimukseen: kvalitatiivista tutkimusta määritellään usein vertaamalla sitä kvantitatiiviseen etsimällä eroja ja yhteneväisyyksiä tästä suhteesta. (Eskola & Suoranta 2008, 13.)

Kvalitatiivisen tutkimuskäytännön pääasiallinen ero kvantitatiiviseen kuitenkin ovat tieteen ihanteet, joille ne perustuvat. Kvantitatiivinen tutkimusnäkökulma perustuu positiiviseen tieteen ihanteeseen. Tämän ajatuksen mukaan se, mikä näkyy ja minkä voi konkreettisesti ihmisen käytettävillä olevilla keinoilla tavoittaa, on totta. Kvalitatiivinen tutkimus sen sijaan pohjautuu kriittisen teorian ja konstruktivismin varaan. Tässä yhteydessä kriittinen teoria sulkee alleen monia eri filosofioita, kuten uusmarxismin ja feminismin. Yhteistä näille alakäsitteille on kuitenkin se, että todellisuus muuttuu jatkuvasti mm. erilaisten sosiaalisten, poliittisten ja kulttuuristen tekijöiden kokonaisuudessa. Tutkijan arvot vaikuttavat myös tutkimuksen lopputulokseen. Konstruktivismin perusajatus taas on se, että todellisuus on suhteellista, subjektiivista tietoa, joka on erilaista eri henkilöiden välillä. Toisaalta osa tiedosta saattaa olla myös yhteistä. Kriittistä teoriaa ja konstruktivismia voidaan kutsua myös yhteisnimityksellä eksistentiaalis-fenomenologis-hermeneuttisiksi filosofioiksi. (Metsämuuronen 2000, 12.)

Vaikka metodikirjallisuudessa onkin vuosikymmeniä yritetty määritellä kvalitatiivista ja kvantitatiivista tutkimusta ja erotella niitä menetelmien avulla toisistaan, on huomattava, että jaottelu itsessään on tutkimuksen tekemisen kannalta turhaa. Eskola ja Suoranta toteavatkin kirjassaan osuvasti:

> *Käsittääksemme tärkeintä on tehdä tutkimusta – ja mieluimmin hyvää tutkimusta - erilaisilla, asianomaiseen ongelmaan sopivilla menetelmillä. (Eskola & Suoranta 2008, 14.)*

Keinotekoisen jaottelun pohtimisen sijaan kannattaakin siis tutkimuksessa keskittyä siihen, mikä sen pohjimmainen tarkoitus on – totuuden löytäminen.

4.3 Fenomenografia tiedonhankintastrategiana

Koska tutkielmani on tyypiltään kvalitatiivinen, ei ole olemassa mitään yhtä oikeaa tapaa, jolla saatua aineistoa käsitellään. Kuitenkin tutkimuksen luotettavuuden kannalta on olennaista, että valittu menetelmä paljastaisi mahdollisimman paljon tutkittavasta ilmiöstä. Koska tutkielmani pohjautuu opiskelijoiden matematiikkakuvaan, joka on kokoelma tiedosta, uskomuksista ja asenteista ja joka sitä kautta on yksilön tapa kokea maailmaa, perusteltu näkökulma tiedonhankintastrategiaksi on fenomenografia. Fenomenografia on ”ajattelussa ilmenevien maailmaa koskevien käsitysten laadullista tutkimista.” (Ahonen 1994, 113.)

Fenomenografian voidaan katsoa kehittyneen 1970-ja 80-lukujen taitteessa Göteborgin yliopistossa. Sana fenomenografia muodostuu kreikan kielen sanoista ”phainemenon” (esiintyminen, ulkoasu) ja ”graphein” (selitys, kuvaus). (Marton & Pang 1999,1.) Sanan etymologian tarkastelu kuvaakin siis varsin osuvasti menetelmän luonnetta: fenomenografian avulla tutkitaan, miten ympäröivä maailma ihmisille ilmenee ja miten nämä ilmiöt rakentuvat ihmisten tietoisuudessa. Fenomenografiassa ollaan kiinnostuneita siitä, miten toiset ihmiset kokevat jonkun tietyn asian, ja se korostaa käsityksiä keskeisinä tekijöinä tiedon kuvaamisessa. (Niikko 2003, 26.) Fenomenografia ei ole erillinen metodi eikä teoria, mutta se on tapa käsitellä aineistoa ja tutkimusongelmia. Fenomenografiassa on samoja lähtökohtia kuin fenomenologiassa, joka tutkii sitä, millaisena ihminen oman elämismaailmansa kokee. Fenomenografia onkin ottanut suuren osan käyttämistään käsitteistä fenomenologiasta, mutta suurin ero näiden kahden käsitteen välillä lienee se, että fenomenologia on sekä filosofinen suuntaus että tutkimusmetodi, kun taas fenomenografia on ainoastaan tutkimuksellinen lähestymistapa. (Niikko 2003, 44.) Fenomenologiassa ollaan kiinnostuneita ilmiöiden rakenteiden tutkimisesta, kun taas fenomenografiassa pääpaino on ilmiöiden psyykkisen ilmentymien (tunteiden, ajatusten, mielikuvien) tutkimisessa. Nämä ilmiöiden psyykkiset ilmentymät eivät koskaan anna lopullista kuvausta asiasta, sillä kokemukset ovat tyhjentymättömiä. (Niikko 2003, 22, vrt.. Ahonen 1994, 116)

Fenomenografista tutkimusta tehtäessä tavallisin tiedonhankintakeino on haastattelu. Fenomenografiseen tiedonkäsitykseen kuuluu olennaisena osana intersubjektiivisuus. Sen mukaan prosessissa, jossa haemme tietoa toisen ihmisen ajattelussa, on mukana jatkuvasti myös oma tietoisuutemme. Oma tietoisuutemme myös värittää tulkintaamme toisen ihmisen ilmaisuista. (Ahonen 1994, 136.) Lisäksi fenomenografisen tutkimusperinteen mukaan intersubjektiivisuudesta seuraa se, että haastattelun analyysivaiheessa tutkijan kannattaa käsitellä tutkimushenkilöiden lausumia niin laajoina yksiköinä kuin mahdollista, eikä ositella niitä turhaan. Omassa tutkielmassani tämä tulee ilmi haastatteluteemojen käsittelynä kokonaisuuksina yksilö- sekä yhteisötasolla. Fenomenografiseen tulkintaan kuuluu myös ilmaisun tulkinta, joka on ilmaisun tekijän intention rekonstruktio: tutkija joutuu tulkitsemaan haastatellun matematiikkakuvaa ja muita tutkittavia asioita ilmaisun sisäisten yhteyksien, tekijää koskevan taustatiedon ja oman asiantuntemuksensa varassa. (Ahonen 1994, 124.)

Fenomenografisen tutkimuksen karkea perusrakenne on seuraava:

1) Tutkija kiinnittää huomionsa asiaan tai käsitteeseen, josta ihmisillä on erilaisia käsityksiä.
2) Tutkija perehtyy käsitteeseen teoreettisesti ja jäsentää alustavasti siihen liittyvät näkökohdat
3) Tutkija haastattelee henkilöitä, jotka ilmaisevat näkemyksensä asiasta
4) Tutkija luokittelee käsitykset niiden merkityksen perusteella. Selittääkseen käsitysten erilaisuuden hän muodostaa niistä vielä ylemmän tason merkitysluokkia (Ahonen 1994, ks. Metsämuuronen 2000, 23.)

Fenomenografia on saanut kritiikkiä mm. siitä, että voiko ”laboratorio-olosuhteissa”, siis luokkatilanteessa tai haastattelutilanteessa, saatua tulosta yleistää käytäntöön? Oman tutkielmani osalta se tarkoittaisi sitä, että voinko luottaa siihen, että toimiiko haastateltujen opiskelijoiden matematiikkakuva todella pohjana heidän opettamisessaan? Ihmisten käsitykset ovat myös kontekstisidonnaisia. Opettajankoulutuksessa saadut opit ja teoriat eivät siis välttämättä siirry käytännön opettajantyöhön, vaikka opiskelija ne sisäistäisikin opiskelujensa aikana. Fenomenografian todellinen hyödyntäminen vaatisi siis pitkäjänteistä ja pitkällä aikavälillä tapahtuvaa seurantatutkimusta, jotta käsitysten muuttuminenkin voitaisiin ottaa huomioon. Tähän liittyy myös se tosiseikka, että ihmisillä on asioista aidosti erilaisia käsityksiä. Voiko fenomenografisin keinoin sanoa, mikä käsityksistä on ”oikea” tai mikä ”väärä”? Fenomenografista tutkimusta tehtäessä tähän ei siis voi ottaa kantaa. (Gröhn 1993, 26 -29.)

4.4 Haastattelurungon kokoaminen

Haastatteluita suunnitellessani otin huomioon sen, että matematiikkakuva on yksilöllinen, subjektiivinen ominaisuus, johon sisältyy paljon uskomuksia, tunteita ja hiljaista tietoa. Tästä syystä päädyin suorittamaan matematiikkakuvaa koskevan osan haastattelusta suullisesti (liite 1). Koin, että opiskelija kertoo suullisilla vastauksilla käsityksistään enemmän intuitiivisesti ja spontaanisti, jonka taas koin tukevan tutkimukseni tavoitetta. Kirjallisiin kysymyksiin vastaaminen olisi ollut pidempikestoista ja olisi antanut vastaajalle jopa liikaa harkinta-aikaa, jolloin todelliset, syvälliset käsitykset olisivat jääneet taka-alalle.

Rakensin suullisen haastattelun teemahaastattelu-teorian (Hirsjärvi & Hurme 2001) varaan, sillä mielestäni aiheen käsittelyssä olennaisia eivät olleet yksityiskohtaiset kysymykset. Tätä vastoin halusin, että haastattelu etenee tiettyjen teemojen mukaisesti, jolloin voin saada tietoa myös ”kysymysten ulkopuolelta” opiskelijan matematiikkakuvaan liittyen. Toisaalta halusin myös, että haastattelu koskee nimenomaan opiskelijan matematiikkakuvaa ja käsityksiä matematiikan opettamisesta. Näistä aiheista itselläni oli jo teoriatietoa valmiina, ja halusin, että aihetta käsitellään osaksi tästä teoriatiedosta lähtien. Sidoin haastattelun teemat siis aiheeseen liittyvään teoriatietoon ja tutkimukseni viitekehykseen, jolloin sain puolistrukturoidun haastattelun rungon rakennettua valmiiksi.

Koska teemahaastattelun ja avoimen haastattelun metodologia on hyvin samankaltainen, haastattelumuotoa valittaessa on oltava huolellinen sitä, käyttääkö haastattelussa teemahaastattelun vai strukturoimattoman haastattelun menetelmiä. Koska kuitenkin suuri osa haastattelulomakkeeni kysymyksistä pohjautuu suoraan teoriatiedon varaan, päädyin suulliseen, puolistrukturoituun haastatteluun. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 75.) Vastaavasti osa haluamistani tiedoista (esimerkiksi matematiikan määrittely annettuja vaihtoehtoja käyttäen) olivat sellaisia tietoja, jotka oli vastaajan kannalta helpompi käsitellä kirjallisena. Tästä syystä päädyin suorittamaan osan haastattelusta kirjallisena. (liite 2)

4.4.1 Suullinen osio

Tutkielmassa käytetty suullinen haastattelurunko on liitteenä 2. Kysymys 1 ”*Lyhyt henkilöhistoria*” on suullisessa osiossa, koska joillain haastateltavilla peruskoulun ja opettajaopintojen väliin on mahtunut paljon toimintaa. Asian esittäminen suullisesti oli siis tässä tapauksessa helpompaa kuin kirjallisesti. Kysymys 2 ”*Miksi haluat juuri matematiikan/ luokanopettajaksi*?” koskee opiskelijan alanvalintaa. Tätä kysymystä halusin peilata muihin vastauksiin ja erityisesti siihen, miten opiskelija kokee matematiikan opettamisen (kysymykset 6 - 8). Matematiikkakuvan selvittämiseksi muotoilin kysymykset 3-5 vastaamaan tutkimuksessani käytettävää teoriapohjaa (Pietilä 2002, 24, ks. myös Kaasila 2004, 400–401). Kysymys numero 3 ”*Mitä mielestäsi matematiikka on?*” kartoittaa opiskelijan matemaattista sisältötietoa, kysymykset 4 ”*Miten matematiikkaa opitaan?*”, 5 ” *Miten itse opit parhaiten matematiikkaa?*” ja 6 ” *Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?*” puolestaan pedagogista sisältötietoa. Kysymykset 7 ” *Miksi koulussa mielestäsi opetetaan matematiikkaa?*” ja 8 ” *Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa?*” kartoittavat vastaajan opetussuunnitelmatietoa, opetusfilosofiaa ja toisaalta myös asenteita matematiikan opettamista kohtaan. Kysymykset 7 ja 8 selvittävät osaltaan opiskelijan motivaatiota opettaa matematiikkaa, ja ne pohjautuvat osin tieteellisissä julkaisuissa koulumatematiikasta käytyyn keskusteluun (esim. Tossavainen & Sorvali 2003, 31–32; Martio 2004, 42–43). Kysymykset peilaavat myös opettajan pedagogista ajattelua: käsitykset matematiikan tarpeellisuudesta elämässä heijastuvat opettajan omaan matematiikkakuvaan, joka taas toimii pohjana hänen pedagogiselle ajattelulleen.

Halusin peilata myös luokanopettajaopiskelijoiden (myöhemmin ”LO-opiskelijoiden”) ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden (myöhemmin ”MO-opiskelijoiden”) tuntemuksia matematiikan opettamisesta toisiinsa, joten liitin haastatteluun myös kysymyksen 9 ”*Mitä tunteita matematiikan opettaminen sinussa herättää?*”. Kysymyksellä numero 10 ”*Miten muuttaisit matematiikan opetusta koulus-*

sa?" halusin selvittää opiskelijoiden kriittistä suhtautumista koulumatematiikkaan. Kysymykset 11 "*Mainitse yksi tiedollisesti helppo osa-alue matematiikan opettamisessa*" ja 12 " *Mainitse yksi tiedollisesti vaikea osa-alue matematiikan opettamisessa*" valitsin hetken harkinnan jälkeen mukaan: halusin selvittää mitkä asiat koetaan opettamisen kannalta hankaliksi tai helpoiksi LO- ja MO- opiskelijoiden keskuudessa.

4.4.2 Kirjallinen osio

Tutkielmassa käytetty kirjallinen haastattelurunko on liitteessä 3. Kirjallisen osion alussa selvitin opiskelijan taustatietoja (kysymykset 1-3, 5). Kysymys 4 (ja jatkokysymykset 4.1 ja 4.2) selvittivät opiskelijan toisen asteen koulutustaustaa ja erityisesti matematiikan opiskelua toisella koulutusasteella. Tällä halusin tutkia sitä, onko opiskelijan aikaisempien opintojen matematiikkamenestyksellä vaikutusta hänen matematiikkakuvaansa (tai kääntäen: onko matematiikkakuvalla vaikutusta opiskelijan matemaattiseen koulumenestykseen), ja toisaalta, vaikuttaako oma koulumenestys omiin käsityksiin matematiikan opettamisesta. Samojen kysymysten avulla teen myös vertailua MO- ja LO-opiskelijoiden taustoista matematiikan opiskelussa.

Kysymys 6 koskee matematiikan opettamista peruskoulussa. Perusasteella tapahtuva matematiikan opetus tulee koskemaan kaikkia LO-opiskelijoita sekä ainakin osaa MO- opiskelijoista. Miten opiskelija kokee matematiikan opetettavana aineena? Mikä sen opettamisessa on tärkeää ja toisaalta mikä on vähemmän tärkeää? Tällä 6. kysymyksellä halusin myös tutkia sitä, korreloiko opiskelijan matematiikkakuva jotenkin siihen, mikä hänen mielestään on matematiikan opettamisessa tärkeää ja mikä taas ei. Kysymyksen avulla päästään myös käsiksi opettajan pedagogiseen ajatteluun, jonka yksi osa-alue on tavoitteisuus. Se ilmaisee, kuinka perusteellisesti opettaja on perehtynyt opetussuunnitelman tavoitteisiin ja samalla sen arvotaustaan sekä miten hän kykenee ottamaan tämän huomioon arvioidessaan opetusta. (Kansanen 2004, 92.)

Viimeinen kysymys on mielestäni kirjallisen osion tärkein opiskelijan matematiikkakuvan tutkimisen kannalta: siinä haastateltava valitsee valmiista vaihtoehdoista ne kolme, jotka hänen mielestään kuvaavat matematiikan luonnetta parhaiten (Kaasilaa 2000, mukaillen). Matematiikan luonteen hahmotus on yksi opiskelijan matematiikkakuvan osa-alueista, joten näistä valmiista vaihtoehdoista on helppo päästä suoraan tutkimaan matematiikkakuvaa ja lajitella vastauksia kategorioihin.

4.5 Haastattelujen toteutus

Saatuani tutkimussuunnitelmani valmiiksi aloin kerätä haastateltavia tutkimustani varten. Aineenopettajaopiskelijoiden keräämistä varten sain luvan käydä esittelemässä tutkimussuunnitelmaani matematiikan aineenopettajaopiskelijoille suunnatulla OPEP411-kurssin luennolla, joka kuului aineenopettajien pedagogisiin opintoihin. Vastaavasti luokanopettajaopiskelijoiden osalta esittelin tutkimussuunnitelmani OKL:n pakollisella POM11MA-matematiikan kurssin avausluennolla. Valitsin haastateltavien keräämisen kursseilta, sillä koin, että tätä kautta tavoitan suuren osan tietyn vuosikurssin MO-opiskelijoista ja LO-opiskelijoista. Koska tutkimukseni kannalta ei ollut olennaista saada mukaan eri vuosikurssien opiskelijoita, koin että tämä on itselleni sekä haastateltaville helpoin tapa suorittaa haastateltavien keruu. MO- opiskelijoille motivoijana osallistumisesta luvattiin 1 tunti vapaavalintaisia opintoja, vastaavasti LO-opiskelijan haastatteluun osallistuminen laskettiin kurssiin kuuluvaksi oppimistapahtumaksi, joten opiskelija sai tällä tavalla korvata demoihin osallistumisen haastattelun ajaksi. Tiesin, että teemahaastattelumenetelmällä saisin suuren aineiston, joten päätin ennen vapaaehtoisten keräämistä, että suoritan kaikkiaan 10 haastattelua (5 MO-opiskelijaa ja 5 LO-opiskelijaa). Jos siis vapaaehtoisia olisi tulossa tätä enemmän, joutuisin arpomaan haastatteluihin osallistujat. Perustelen haastateltavien määrän sillä, että 5 haastateltavalla saisin jo esiin ryhmää yhdistävät tekijät (homogeenisuus), ja vastaavasti heterogeenisuuden toteamiseksi kahden ryhmän välillä 10 ihmisen otanta olisi riittävän suuri. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 90.)

Esittelin tutkimussuunnitelmani opiskelijoille keväällä 2010, viikoilla 14–15. Kaiken kaikkiaan minulle ilmoittautui 13 vapaaehtoista MO-opiskelijaa ja 12 LO-opiskelijaa. Näiden vapaaehtoisten joukosta suoritin siis arvonnan, jossa otin huomioon sen, että saisin haastatteluihin mukaan mies- ja naisopiskelijoita. Lisäksi varmistin, että saan MO-opiskelijoiden joukosta suoravalittuja sekä pedagogisiin opintoihin erikseen pyrkineitä opiskelijoita. Tämän jälkeen tiedustelin valituilta haastateltavilta sähköpostilla mahdollisia aikoja haastatteluille. Tässä vaiheessa 2 haastateltavaa perui osallistumisensa, joten otin heidän tilalleen uudet haastateltavat opiskelijoista, jotka eivät ensimmäisen arvonnan perusteella päässeet mukaan. Saatuani kaikilta haastateltavilta mahdolliset ajat, ilmoitin jokaiselle henkilökohtaisen haastatteluajan.

Haastattelut suoritettiin viikoilla 17–19 Jyväskylän yliopiston kampuksella. Haastattelut suoritettiin tyhjissä opetustiloissa. Haastattelujen ajan olimme haastateltavan kanssa kahden ja tunnelma oli rauhallinen ja häiriötön. Haastattelut kestivät keskimäärin 25 minuuttia. Jokaisen haastattelutuokion aluksi kerroin lyhyesti mistä tutkielmassani on kyse, sekä kerroin tutkielman luottamuksellisuudesta. Kerroin myös siitä, että suullinen kysymysrunko on ainoastaan luonnos haastattelun kuluksi, ja että haastateltava saa kertoa muitakin aiheeseen liittyviä asioita tai tarttua johonkin tiettyyn kysymykseen pitemmäksi aikaa.

Tämän jälkeen suoritin suullisen haastattelun, jonka tallensin sanelukoneelle. Suullisen osion aikana esitin joitain tarkentavia lisäkysymyksiä, jos halusin aiheesta lisätietoa tai haastateltavan sanomisista jäi jotain epäselväksi. Suullisen osion jälkeen annoin haastateltavalle kirjallisen osion. Haastateltavan täyttäessä tätä varmistin, että suullinen osio oli tallentunut sanelukoneelle. Kun kirjallinen osio oli täytetty, tarkistin, että kaikkiin kysymyksiin oli vastattu, jonka jälkeen annoin haastateltavalle luvan lähteä. Kun olin saanut kaikki haastattelut suoritettua, aloitin aineiston litteroinnin ja analysoinnin.

4.6 Analysointimenetelmästä

4.6.1 Teoriaohjaava analyysi

Tutkimukseni perustana on verrata kahden opiskelijaryhmän matematiikkakuvaa ja pedagogista ajattelua keskenään. Tavoitteenani on siis löytää näiden kahden ryhmän sisältä yhteneväisyyksiä, mutta toisaalta myös asioita, jotka erottavat nämä kaksi ryhmää toisistaan. Eskola ja Suoranta (2008, 62) toteavat kvalitatiivisen tutkimuksen pyrkivän ”rakentamaan käsitteellistä ymmärrystä tutkittavasta ilmiöstä”. Aineistoa kerätessäni ja analysoidessani en siis pyrkinyt tilastolliseen yleistykseen opiskelijoiden matematiikkakuvasta, vaan ennen kaikkea kuvaamaan ja ymmärtämään ryhmien sisällä ilmenevää matematiikkakuvaa ja vertailemaan sitä ryhmien välillä.

Fenomenografisen tutkimustavan analyysissa tutkijan pääasiallinen tehtävä on päästä selville tutkimuskohteen sisäisestä rakenteesta ja merkityksistä. Saamaani tutkimusaineistoani ja tutkimusongelmiani leimasi eräs piirre: sain käsiini ikään kuin kaksi materiaalia. Toisaalta saamani aineisto oli yksilöön(eli haastateltavaan) liittyvää, mutta toisaalta se liittyi myös hänen edustamaansa yhteisöön (LO/MO-opiskelijoihin). Sama piirre leimaa ylipäänsäkin fenomenografisen tutkimuksen aineistoa. (Hirsjärvi & Hurme 2001, 169.)

Aineistoa analysoidessani lähtökohtani oli kuvata haastatteluaineiston sisältöä sanallisesti. Koska haastattelurunkoni oli osaksi aiheeseen liittyvän teoriatiedon pohjalta rakennettu ja sidon löytämäni tulokset aiheesta aikaisemmin tehtyihin tutkimuksiin, voidaan sanoa, että analyysini on osaksi teorialähtöinen eli induktiivinen. Toisaalta haastattelun puolistrukturoidun rakenteen, sekä haastateltavien omien huomioiden ja kiinnostuksenkohteiden huomioimisen kannalta analyysi on osaksi myös aineistolähtöinen eli abduktiivinen. Päädyin siis analysoimaan aineistoa teoriaohjaavasti, joka on induktiivisen ja abduktiivisen analysointitavan väliin sijoittuva analysointimenetelmä. Teoriaohjaavan analysointimenetelmän suurin ero verrattuna aineistolähtöiseen menetelmään on se, että aineiston abstrahointi- eli käsitteellistämisvaiheessa haastatteluilla saatu tieto ilmiöstä sidotaan aiheesta jo aiemmin tehtyyn tutkimustietoon (Tuomi & Sarajärvi 2009, 101).

4.6.2 Aineiston käsittelystä

Haastattelujen jälkeen suoritin aineiston litteroinnin. Litteroin aineiston ensin auki haastattelu kerrallaan, jonka jälkeen siirsin vielä eri haastatelluilta samaan kysymykseen saamani vastaukset samaan tiedostoon. Nyt minulla oli siis jokaiselle haastatellulle henkilökohtainen litteroitu haastattelutiedosto, sekä myös kysymyskohtainen tiedosto, josta löytyivät kaikkien haastateltujen vastaukset eriteltyinä. Tällä menetelmällä minun oli helppo verrata eri opiskelijoiden samaan kysymykseen antamaa vastausta toisiinsa.

Aloin analysoida aineistoa induktiivisella menetelmällä, joka on Milesin ja Hubermanin (1994) mukaan karkeasti ilmaistuna kolmivaiheinen prosessi. Ensin aineistoa pelkistetään (reducing), jonka jälkeen saatuja teemoja aletaan ryhmitellä (clustering). Lopuksi teemoista luodaan teoreettiset käsitteet ja tehdään niistä johdonmukaisia (theoretical coherence). (Miles & Huberman 1994, 246–261.)

Käsittelin haastatteluista saamaani aineistoa yksi haastateltava kerrallaan. Pelkistysvaiheessa etsin kysymyskohtaisesti haastatteluista kuvaavia sanoja ja teemoja, joiden perusteella aineistoa voitiin ryhmitellä. Ryhmittelystä voidaankin käyttää myös termiä ”teemoittelu”. Esimerkkinä pelkistämisestä erään MO- opiskelijan vastaus kysymykseen ”Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?

Ois hyvä jos herättäis niissä oppilaissa kysymyksiä, saisi niihin mielenkiintoa ja tiedonjanoa. Kysymykset saadaan esittelemällä aihetta, jonka jälkeen oppilaat saisivat itse vastata kysymykseen ”Mihin tätä tarvitsee”, ettei ala opettajalta aina kysymään. Käytännön kautta.

- ➔ ”mielenkiinnon herätys, käytäntö apuna”

Ryhmittelyvaiheessa etsin opiskelijaryhmän sisältä yhteneväisyyksiä ja toisaalta eroavaisuuksia ryhmien välillä. Ryhmittely oli siis työssäni osaksi tyypittelyä, joka lukeutuu kvalitatiivisen metodikirjallisuuden esittelemiin analysointimenetelmiin. (ks. esim. Eskola & Suoranta 1999, 181.) Muodostin saaduista pelkistetyistä teemoista siis tässä vaiheessa tyyppejä, joihin sijoitin vastaajat heidän vastaustensa mukaan. Viimeinen vaihe, teoreettisten käsitteiden luonti, tarkoittaa tutkielmassani pohdintaa ja saadun aineiston liittämistä olemassa olevaan teoriaan. (vrt. Ahonen 1994, 115.)

5 TULOKSET

Tässä luvussa esittelen tutkielmani tuloksia. Pääosa tuloksista pohjautuu haastatteluista saamiini vastauksiin, joten tutkielman luotettavuuden parantamiseksi olen lisännyt tiivistelmät suullisista haastatteluista liitteeksi 4. Näissä tiivistelmissä ovat mukana suullisen haastattelun kysymykset numero 3-10, jotka liittyvät opettaja-opiskelijan matematiikkakuvan ja pedagogisen ajattelun analysointiin.

Paneudun pääasiassa haastatteluista saamiini tuloksiin, mutta haastattelutulosten lisäksi tutkielmani tuloksiksi voidaan laskea myös erityinen matematiikkamalli, jonka olen tutkielmaani varten koostanut aiheeseen liittyvän teoriataustan pohjalta. Kyseinen malli esitetään kappaleessa 2.2.6 ja sitä on havainnollistettu kuviossa 2.

5.1 Haastatelluista

Koska haastatellut opiskelijat ovat eri-ikäisiä ja he tulevat opintoihin erilaisista elämänvaiheista, pitää jokaisen tausta ottaa huomioon tuloksia tarkasteltaessa. Koska tutkielmassa kuitenkin pyritään vertaamaan kahta opiskelijaryhmää toisiinsa, yhden ihmisen ilmiömaailman raportointia tärkeämpää on koko ryhmän kuvaaminen, jos yhteneväisyyksiä ilmenee. Tästä syystä kerron haastateltavien taustatiedot peruskoulusta lähtien ainoastaan lyhyesti. Vastaajien anonymiteetin säilyttämiseksi käytän tutkimusraportissani myöhemmin MO- opiskelijoista lyhenteitä MO1-MO5, vastaavasti LO- opiskelijoista lyhenteitä LO1-LO5. Lyhenteen perässä mainitaan myös vastaajan sukupuoli (m= mies, n= nainen) sekä haastateltavan syntymävuosi.

5.1.1 MO- opiskelijat

Haastatteluissa mukana olleet MO- opiskelijat kerättiin OPEP411-kurssilta, joka kuuluu matematiikan pedagogisiin aineopintoihin. Kaikki haastatellut olivat aloittaneet pedagogiset opinnot syksyllä 2009. Joukossa oli sekä aineenopettajan opintoihin suoravalittuja, sekä niitä, jotka ovat myöhemmin hakeneet opinto-oikeutta opettajaopintoihin.

MO1 (n, 1985) kävi peruskoulun jälkeen lukion, josta tuli suoraan yliopistoon opiskelemaan matematiikkaa. MO1 oli välissä pari vuotta äitiyslomalla, jonka jälkeen aloitti aineenopettajanopinnot. Hän ei ole suoravalittu. Hän luki lukiossa pitkän matematiikan (YO- arvosana M) ja on opettanut matematiikkaa harjoitteluissa tai sijaisena alle 10 tuntia. Hän haluaa matematiikanopettajaksi, sillä on aina pitänyt matematiikasta ja opettajalinja on houkuttelevin kolmesta yliopistomatematiikan opiskelusuuntauksesta (yleinen, stokastinen ja pedagoginen).

MO2 (m, 1988) kävi peruskoulun jälkeen lukion, jonka jälkeen suoritti varusmiespalveluksensa. Sen jälkeen MO2 oli puoli vuotta töissä koulunkäyntiavustajana. Hän aloitti tämän jälkeen yliopistoon matematiikan opinnot. Hänet suoravalittiin opettajanopintoihin. Lukiossa MO2 luki pitkän matematiikan (YO- arvosana E), tähän mennessä hän on opettanut matematiikkaa harjoitteluissa tai sijaisena alle 10 tuntia. MO2 haluaa matematiikanopettajaksi, sillä on aina pitänyt matematiikasta ja koulunkäyntiavustajana ollessaan on tajunnut, että sen opettaminenkin olisi ehkä hauskaa.

MO3 (m, 1990) opiskeli peruskoulun jälkeen matematiikkapainotteisessa kansanopistossa, jossa suoritti lukion oppimäärän. Hän työskenteli samanaikaisesti Nokialla tietoteknikkona. Kansanopiston jälkeen hän tuli yliopistoon lukemaan matematiikkaa. Hänet suoravalittiin opettajanopintoihin. MO3 luki kansanopistossa pitkän matematiikan (YO- arvosana E), ja hän on opettanut matematiikkaa harjoitteluissa tai sijaisena alle 10 tuntia. MO3 haluaa matematiikan opettajaksi, sillä on aina pitänyt matematiikasta ja aineen opettaminen tuntuu olevan helppo aloitus työelämälle.

MO4 (n, 1986) kävi peruskoulun jälkeen lukion, jonka jälkeen oli puoli vuotta töissä. Hän pääsi lukemaan matematiikkaa suoraan yo-todistuksen perusteella, sittemmin on "jämähtänyt" matematiikan laitokselle koska huomannut että matematiikka on kivaa. Häntä ei ole suoravalittu opettajaopintoihin. Hän vaihtoi lukiossa pitkästä matematiikasta lyhyeen, josta hän sai YO- arvosanan L. MO4 on opettanut matematiikkaa harjoitteluissa tai sijaisena alle 10 tuntia. Hän haluaa matematiikanopettajaksi, koska pitää matematiikasta ja kaipaa myös vuorovaikutusta työltään. Hän ei kestäisi esimerkiksi matematiikan tutkijan työtä.

MO5 (n, 1983) suoritti peruskoulun jälkeen lukion, jonka jälkeen lähti lukemaan arkkitehtuuria. Aloittanut lukemalla stokastiikkaa, koska alkuperäisenä tarkoituksena oli ryhtyä vakuutusmatemaatikoksi. Huonojen työnäkymien vuoksi hän kuitenkin vaihtoi opettajalinjalle. Häntä ei ole suoravalittu opettajaopintoihin. Hän luki lukiossa pitkän matematiikan (YO- arvosana L) ja on opettanut matematiikkaa yli 100 tuntia, pääosin yliopistotasolla. MO5 haluaa matematiikan opettajaksi, koska alalla on hyvät työllisyysnäkymät, toisaalta myös opettamisen itsensä takia. Hän haluaisi opettaa lukiolaisia ja sitä korkeammalla tasolla olevia opiskelijoita.

5.1.2 LO-opiskelijat

Haastatteluissa mukana olleet LO- opiskelijat on kerätty luokanopettajaopiskelijoille pakolliselta matematiikan kurssilta (POM11MA). Kolme vastaajaa on aloittanut luokanopettajaopinnot syksyllä 2009, kaksi jo syksyllä 2008. Joukossa oli myös yksi opiskelija, joka oli ennen LO-opintoja lukenut pääaineenaan matematiikkaa.

LO1 (n, 1989) kävi peruskoulun jälkeen lukion, jonka jälkeen haki OKL:lle, mutta ei ensimmäisellä yrityksellä päässyt. Hän vietti välivuoden työskennellen kaupassa. Vuonna 2009 LO1 pääsi sisään OKL:lle. Hän luki lukiossa lyhyen matematiikan (YO- arvosana M). Hän ei ole opettanut lainkaan matematiikkaa. LO1 haluaa luokanopettajaksi, koska ihmisten kanssa työskentely kiinnostaa ja hän kokee, että hänellä olisi annettavaa ohjaustyöskentelyssä. Myös työn laaja-alaisuus kiinnostaa.

LO2 (n, 1977) kävi peruskoulun jälkeen lukion, josta siirtyi suoraan työelämään. Hän teki tässä välissä mm. vuoden mittaisen luokanopettajasijaisuuden. Tämän jälkeen LO2 luki itsensä sosionomiksi, jonka tiimoilta hän on ollut myös työelämässä lyhyitä pätkiä. Tämän jälkeen hän synnytti kolme lasta, jonka jälkeen oli taas töissä pätkittäin. Vuonna 2008 LO2 pääsi Kajaanin OKL:lle opiskelemaan, josta vuonna 2009 siirtyi Jyväskylään. Hän on lukenut lukiossa pitkän matematiikan (YO- arvosana A) ja on opettanut matematiikkaa yli 100 tuntia. Hän haluaa luokanopettajaksi, koska haluaa olla tekemisissä kouluikäisten lasten kanssa.

LO3 (n, 1986) lähti peruskoulun jälkeen lukioon, josta edelleen jatkoi ammattikorkeakouluun lukemaan viestintää. Hän valmistui medianomiksi vuonna 2009, ja haki samana vuonna OKL:lle opiskelemaan. Hän pääsi ensimmäisellä yrityksellä sisään. LO3 on ollut töissä lyhyitä pätkiä opiskelun ohessa (mm. projektitöitä, kesätöitä). Hän luki lukiossa pitkän matematiikan (YO- arvosana I) ja on opettanut matematiikkaa harjoitteluissa tai sijaisena alle 10 tuntia. LO3 haluaa luokanopettajaksi, sillä viestinnän opiskelu osoitti, ettei hän halua työskennellä koneiden kanssa, ja lisäksi kasvatus kiinnostaa.

LO4 (m, 1990) jatkoi peruskoulun jälkeen lukioon, josta valmistuttuaan haki suoraan OKL:lle ja pääsi ensimmäisellä yrityksellä sisään. Hän luki lukiossa lyhyen matematiikan (YO- arvosana L), eikä ole opettanut lainkaan matematiikkaa. LO4 haluaa luokanopettajaksi koska hänelle on tullut ilmi, että hän olisi hyvä kyseisessä työssä. Työn laaja-alaisuus kiinnostaa, samoin se, että saa työskennellä lasten kanssa.

LO5 (n, 1989) on halunnut aina luokanopettajaksi, joten lähtenyt peruskoulun jälkeen lukioon, josta hakenut OKL:lle. Hän ei saanut opiskelupaikkaa ensimmäisellä yrityksellä, mutta pääsi YO- todistuksen perusteella lukemaan matematiikkaa yliopistoon. LO5 pääsi toisella yrityksellä OKL:lle, nyt tekee aloittamastaan matematiikasta sivuainetta. Hän on lukenut lukiossa pitkän matematiikan (YO- arvosana E) ja on opettanut matematiikkaa harjoitteluissa tai sijaisena alle 10 tuntia. Hän haluaa luokanopettajaksi koska se on monipuolinen ja haastava ammatti, ainoa mitä hän voisi kuvitella tekevänsä eläkeikään asti. Myös työn laaja-alaisuus kiinnostaa.

5.2 Opiskelijoiden matematiikkakuva

Haastateltavan matematiikkakuvan selvittämiseksi suullisessa haastattelussa käsiteltiin erityisesti neljää teemaa: mitä matematiikka haastateltavan mielestä on (kysymys 3), miten sitä opitaan (kysymys 4), miten haastateltava itse oppii parhaiten matematiikkaa (kysymys 5) sekä miten hän haluaisi itse opettaa sitä (kysymys 6). Yritin löytää vastauksista ryhmän jäseniä yhdistäviä piirteitä, sekä toisaalta keskityin näiden kysymysten osalta eroihin, joita MO- opiskelijoiden ja LO-opiskelijoiden välillä ilmeni.

5.2.1 Matematiikan luonne

Neljä viidestä MO- opiskelijasta toi haastattelussa esiin ongelmanratkaisun, kun he kuvailivat matematiikan luonnetta. Yksi opiskelija vei tämän ajatuksen vielä pidemmälle, ja sanoi, että matematiikassa on kyse jopa uusien ongelmien löytämisestä. MO- opiskelijoiden vastauksista korostui se, että matematiikka ei ole pelkkää ”laskentoa”, numeroilla laskemista. Tällaisen laskemisen he korostivat kuuluvan erityisesti koulumatematiikkaan. Myös logiikka ja looginen päättely olivat esillä kolmen MO- opiskelijoiden vastauksissa.

MO2: Semmosta loogista päättelyä ja niiku ongelmanratkaisua, se siinä on itteäkii ehkä eniten kiehtonu.Että asetetaan joku ongelma ja sitten sitä.

LO-opiskelijoiden vastauksissa korostui sen sijaan konstruktivistinen käsitys matematiikan luonteesta: matematiikka koettiin asiaksi, jossa uutta asiaa rakennetaan vanhan tiedon päälle. Neljä viidestä LO-haastatellusta oli sitä mieltä, että matematiikka ei ole konkreettista, käytännönläheistä, vaan ennemminkin abstraktia. Näistä vastaajista yksi oli kuitenkin sitä mieltä, että vaikka matematiikassa on abstraktikin puoli, on se myös osaltaan keino konkretisoida käytännön elämää. 3/5 LO-vastaajista mainitsi vastauksessaan ”kaavat”, ”luvut” tai ”numerot”, näitä ilmauksia ei kuitenkaan käyttänyt yksikään MO- opiskelija kuvaillessaan matematiikan luonnetta ylipäänsä.

LO4: Vaikka mitä, pohjiltaan lukuja, ja miten niillä voi pelata erilaisissa tilanteissa ja miten konkretisoida käytännön elämää. Erilaisten tilanteiden ratkaisemista käytännössä.

Kirjallisen haastatteluosion kysymys numero 7 ” *Numeroi seuraavista matematiikan ominaisuuksista ne **kolme**, jotka sinun mielestäsi kuvaavat parhaiten matematiikan luonnetta* ” käsitteli myös matematiikan luonnetta sekä sitä, miten vastaaja sen kokee. Vastauksissa oli melko suuri hajonta, joten analyysivaiheessa kiinnitin huomiota ainoastaan siihen, oliko tietty vastausvaihtoehto kolmen parhaiten kuvaavan ominaisuuden joukossa. Oheisessa taulukossa (taulukko 1) vastaajien keskuudessa eniten osumia saivat vaihtoehdot (murtoluku suluissa kertoo, kuinka suuri osa vastaajista sijoitti tavoitteen kolmen tärkeimmän joukkoon)

TAULUKKO 1: Ominaisuuksia, jotka kuvaavat MO- ja LO- opiskelijoiden (N=10) mielestä parhaiten matematiikan luonnetta

MO- opiskelijat	**LO-opiskelijat**
- **"eräs ajattelutapa" (5/5)**	- **"soveltamista" (4/5)**
- **"soveltamista" (3/5)**	- **"eräs ajattelutapa" (3/5)**
- **"täsmällisesti esitettyä" (2/5)**	- **"sääntöjen ja kaavojen muistamista" SEKÄ "ihmisten keksimää" (molemmat 2/5)**

Tärkeysjärjestyksen hajonnasta huolimatta kahden opiskelijaryhmän välillä havaittiin siis eroja.

5.2.2 Matematiikan oppiminen

Molempien ryhmien vastauksista ilmeni sama asia: opiskelijat uskovat, että matematiikkaa oppii parhaiten itse tekemällä. Kuitenkin kysyessäni tarkennusta tähän itse tekemiseen, ryhmien edustajat tarkensivat vastaustaan eri tavoilla. MO-opiskelijat korostivat ongelmalähtöisyyttä sekä ajattelun tärkeyttä vastauksissaan, kun taas LO-opiskelijat nostivat esille sen, että itse tehdessäkin tarvitsee mallin, esimerkin, tai jonkun konkreettisen asian, jonka pohjalta voi laskea. Tässä yhteydessä keskustelimme usein opettajan merkityksestä luokassa, ja kaikki opiskelijat olivat sitä mieltä, että opettajan tärkeimpiä tehtäviä on juuri tämä mallin antaminen, laskemisen mahdollistaminen. Seuraavat esimerkit kuvaavat tätä perusteluiden välistä eroa:

MO4: Ehdottomasti sillee, että pääsee itse tekemään. Ei opettajajohtoista, vaan että oppilaat pääsee itse tekemään ja laskemaan, jopa tutkimaan juttuja. Ettei vaan istuta hiljaa matikan tunnilla.

LO5: Tekemällä, mutta tarvitsee mallin, esimerkin, että miten tehdään. Opettajan rooli on tarjota tämä malli.

Erityisesti MO-opiskelijat puhuivat itse tekemisestä mekaanisena työskentelynä, jolla saadaan varmuutta matematiikan harjoittamiseen. Mekaaninen työskentely tarkoitti heille nimenomaan paperille laskemista, konkreettista työtä. Matemaattisen ajattelun he erottivat tästä metodista. Yksi MO- haastateltu olikin sitä mieltä, että mekaaninen tekeminen ”ei aina tunnu kovin fiksulta, mutta ei parempaakaan tule mieleen”.

Kysyessä sitä, miten itse oppii parhaiten matematiikkaa, haastateltavat tukeutuivat pääasiassa samoihin vastauksiin kuin edellisessä kysymyksessä. Kuitenkin LO-opiskelijat nostivat tässä vaiheessa vahvasti esiin induktiivisen näkökulman matematiikan oppimiseen: 4/5 LO-vastaajista mainitsi että oppii matematiikkaa parhaiten konkreettisten esimerkkien tai käytännöllisyyden kautta. Useammat MO- vastaajat sen sijaan korostivat, että oppivat matematiikkaa erityisesti intensiivisen ajattelun avulla, jota mekaaninen paperille laskeminen sitten tukee.

5.2.3 Matematiikan opettaminen

Kysymykseen 6 ”*Miten itse haluat opettaa matematiikkaa*” 8/10 kaikista haastatelluista nosti esiin toiminnallisuuden tai sitomisen käytäntöön. Opiskelijaryhmien välillä oli kuitenkin eroja siinä, miten tämä käytännöllisyys opetuksessa tuli näkymään. Kaikki MO-opiskelijat, jotka vastasivat haluavansa pitää toiminnallisuuden mukana matematiikan opettamisessa, totesivat sen toimivan motivoijana: kun matematiikka sidotaan käytännön elämään, se saa merkityksen. Matematiikkaa ei siis opiskella sen itsensä takia, vaan siksi, että se mallintaa reaalimaailmaa. Aineistosta ilmeni myös, että yksikään vastaaja ei halua opettaa matematiikkaa pelkästään sen itsensä takia, vaan se halutaan pitää käytäntöön sidottuna. LO-opiskelijat sitä vastoin ottivat toiminnallisuuden esiin oppimisen välineenä: kun matematiikkaa opetetaan toiminnallisesti ja leikinomaisesti, sen oppiminen tapahtuu kuin itsestään. Toiminnallisuus on siis vain oppimisen väline, ei niinkään matematiikan merkityksen kuvaaja.

MO1: No jotain motivointia pitäisi keksiä enemmän, ettei se olisi pelkkää laskemista. Että saisi sen käytännön liitettyä tähän matematiikan opettamiseen. Niin mun mielestä se olisi ihan plussaa.

LO4: Voisi varmaan yrittää sitä, miten matematiikkaa voisi tuoda leikinomaisestikin esille. Että erilaisia sellaisia tilanteita, mitkä innostaa jo itsessään lapsia, niin sitten ne huomaisi, että ei se matematiikkakaan sen kummallisempaa ole.

LO-opiskelijat suhtautuivat tämän kysymyksen osalta kriittisemmin omiin kouluaikoihinsa: 4/5 LO-opiskelijoista kertoi, ettei halua opettaa matematiikkaa mekaanisesti, kyseenalaistamatta, viitaten omiin kouluaikoihinsa. MO- opiskelijoista tähän otti kantaa ainoastaan 1 vastaaja.

LO1: Mikäli vaan pystyy niin mahdollisimman havainnollisesti. Että se ei olisi vaan sitä että "tässä on tää kirja, tehdään tehtävät ja tarkastetaan omatoimisesti tarkistuskirjasta". Sellaisiakin hetkiä varmaan tulee että niin on tehtävä, mutta mahd paljon pitäisi sitoa siihen tekemiseen.

5.3 Tuntemukset matematiikan opettamisesta

Matematiikkakuvan toinen osa-alue "Kuva itsestä matematiikan oppijana ja opettajana" sisältää mm. pienemmät osa-alueet "matematiikkaan liittyvät tavoitteet ja motiivit" sekä "tunteet matematiikkaa kohtaan" (Pietilä 2002, 24). Matematiikan opettajaksi opiskelevien osalta tunteet matematiikan opettamisesta ovat siis olennainen osa matematiikkakuvaa. Matematiikan opettamiseen liittyvien tunteiden kautta voidaan myös peilata opiskelijan omia käsityksiä hänen matematiikan opettamisvalmiuksistaan. Aiemmissa tutkimuksissa on ilmennyt, että opettajan uskomukset matematiikan opetuksesta ja siihen liittyvät tunteet liittyvät olennaisesti hänen matematiikkakuvaansa (Thompson 1984, 125). Tämän lisäksi opettajan matematiikan opettamiseen liittyvien uskomusten on todettu heijastavan hänen uskomuksiaan matematiikan opettamisesta sekä oppilaiden matemaattisesta tiedosta (Carpenter ym.1988, 393–396).

Suullisen haastattelun yksi osa käsitteli opiskelijan tunteita matematiikan opettamiseen liittyen (kysymys 9, ”*Mitä tunteita matematiikan opettaminen sinussa herättää?*”). Haastattelutilanteessa pyrin saamaan jokaiselta opiskelijalta kuvauksen omista tunteistaan selkeinä adjektiiveina, jotta analyysivaiheessa niitä olisi mahdollista käsitellä luotettavasti. Tuloksiksi saatiin seuraavia tuntemuksia (taulukko 2):

TAULUKKO 2. MO- ja LO- opiskelijoiden (N =10) tuntemuksia matematiikan opettamisesta (pelkistetyt ilmaisut)

MO-opiskelijat	**LO-opiskelijat**
1. ”innostus”	**1. ”jännitys, stressi”**
2 . ”epätoivo, toisaalta innostus jos kaikki menee hyvin”	**2. ”epävarmuus”**
3.”pelko”	**3. ”innostus”**
4. ”into, myös pelko”	**4. ”positiiviset tunteet”**
5. ”ahdistus, epätoivo”	**5. ”jännitys”**

Tältä kannalta tarkasteltuna opiskelijaryhmien välillä ei siis havaittu juurikaan eroavaisuuksia. Kuitenkin kysymystä tarkennettaessa ja opiskelijan kertoessa tarkemmin tunteistaan, MO- opiskelijat ja LO-opiskelijat suhtautuivat asiaan eri tavoin.

Kaikilla MO- opiskelijoilla, jotka tunsivat epätoivoa, pelkoa ja ahdistusta matematiikan opettamiseen, negatiivinen tunne johtui oman ja oppilaan ajatusmaailmoiden erilaisuuden tiedostamisesta. MO- opiskelijat tunsivat ahdistusta siitä, että he eivät voisi ymmärtää oppilaan ajatusmaailmaa ja sitä kautta opettaminen tulisi kohtuuttoman hankalaksi

> *MO2: Epätoivoa, jos joku ei osaa. Nyt tuntuu että jos joku on selvää itselle, niin miten tätä alkaa sitten selittää.*

Toinen MO- opiskelija ilmaisi ajatuksensa seuraavasti:

> *MO3: Ei suoranaisesti ahdista, mutta tiettyä vajavaisuutta kokee itseään kohtaan. Sellainen tietty pelko jopa, että niin kuin osaa tässä vaiheessa asiat liian hyvin, ettei kykene ymmärtämään niitä yksinkertaisimpia ongelmia. Tavallaan sellainen pelko, että olisi matematiikan osalta ylikoulutettu hommaansa, ettei pysty enää ymmärtämään niitä ongelmia. Tietyllä tavalla myös jännittää, ehkä jopa näkee haasteena, kokee samalla että ajatuksellisena haasteena että miten saa purettua ongelmat osiin.*

Kolme LO-opiskelijaa koki myös jännitystä ja epävarmuutta matematiikan opettamisesta. Kahden heistä osalta jännitys ja epävarmuus johtuivat kuitenkin siitä, että he kokivat itse olleensa huonoja matematiikassa kouluaikoinaan. Tämän huonon menestyksen pohjalta he kokivat edelleenkin epävarmuutta matematiikan opettamisessa. Toisaalta he näkivät tämän oman kouluaikaisen huonoutensa olevan jopa voimavara matematiikan opetuksessa.

> *LO2: Oon jonkun verran tehnyt sijaisuuksia, niin huomannut että on tosi huono itsetunto, että koko ajan on se opeopas kainalossa, että en luota itseeni siinä. Siinä varmaan tulee se oma kouluaika mieleen, että on vaan laskenut eikä ajatellut. Tosi epävarmaa. Sillee tavallaan hirvittää, että aika paljon joutunut tukeutumaan siihen opeoppaaseen, että oonko oikeassa.*

> *LO1: Jännitystä, varmaan sen takia että siinä on ollu aika huono. Vähän ehkä sellasta kiinnostusta että sitä pystyis jollakin tapaa auttamaan, kun ite on ollu huono, niin niitä kenellä on hankalaa. Että pystyis sitä omaa kokemusta hyödyntämään, että ei voi ajatella että mikään olisi liian yksinkertaisesti selitetty tai havainnollistettu.*

5.4 Matematiikan opettamiseen liittyvät asenteet

Matematiikkakuva koostuu yksilön tiedoista, uskomuksista, käsityksistä, asenteista ja tunteista matematiikkaa kohtaan (Kaasila ym. 2004, 401). Tulevien opettajien matematiikkakuvaa tarkasteltaessa on siis perusteltua käsitellä heidän asenteitaan matematiikan opettamista kohtaan. Tässä tutkielmassa asenteita on käsitelty sen kautta, miten perustelluksi he kokevat oman opettamisensa ja ylipäänsä matematiikan opettamisen koulussa. Koska tutkielmassa tarkastellaan nimenomaan opiskelijoiden käsityksiä, voidaan tässä yhteydessä perustellusti puhua matematiikan opetukseen liittyvistä uskomuksista. Moni haastateltava peilasikin asenteitaan matematiikan opettamista kohtaan juuri omien kouluaikojensa kautta.

5.4.1 Miksi matematiikkaa opetetaan?

Suullisen haastattelun kysymys numero 7 ”*Miksi koulussa mielestäsi opetetaan matematiikkaa?*” käsitteli sitä, miten perustelluksi haastateltava kokee matematiikan opetuksen peruskoulussa. Moni haastateltava mainitsi monta asiaa vastauksessaan. Näistä vastauksista poimin jokaisen vastaajan osalta sen, jota hän eniten painotti ja jota hän eniten perusteli. Tyypittelin vastaukset analysointivaiheessa kolmeen pääkategoriaan:

1) ”arkikäyttö”, joka sisältää ajatuksen siitä, että matematiikkaa tarvitaan arkielämässä
2) ”ajattelun taidot”, jolloin vastaukseen sisältyy matematiikan merkitys ajattelun taitojen opettajana sekä
3) ”erottelu”, tarkoittaen sitä, että peruskoulussa opetettava matematiikka auttaa erottelemaan oppilaista ne, jotka pyrkivät esim. teknillisille aloille.

LO4: Sitten matikka liittyy myös kauhean moneen tieteeseen, pitää erotella ne oppilaat ketkä on matemaattisesti lahjakkaita ja antaa mahdollisuus edetä eri aloille.

MO- opiskelijoiden keskuudessa oli kolme ”arkikäyttö”-kategoriaan sijoittuvaa vastausta sekä 2 ”ajattelun taidot”-kategoriaan sijoittuvaa. LO-opiskelijoista kolme oli ”arkikäytön” kannalla, yksi ”ajattelun taitojen” ja yksi vastaaja nosti esiin ”erottelu”-näkökohdan. Nämä vastaukset on esitelty taulukossa 3.

TAULUKKO 3. MO- ja LO- opiskelijoiden (N=10) perustelut matematiikan peruskouluopetukselle (pelkistetyt ilmaukset)

MO-opiskelijat	LO-opiskelijat
1. arkikäyttö	**1. arkikäyttö**
2. arkikäyttö	**2. arkikäyttö**
3. ajattelun taidot	**3. ajattelun taidot**
4. arkikäyttö	**4. erottelu**
5. ajattelun taidot	**5. arkikäyttö**

Jatkoin ”arkikäyttö”-vastaajien vastauksien analysointia, jotta saisin selkeämpiä eroja kahden opiskelijaryhmän välille. MO- vastaajista kaksi ”arkikäyttö”-vastaajaa puhui arkikäytön yhteydessä esimerkiksi kaupassa käynnistä, kellonajoista ja muista jokapäiväisistä toimista, yksi vastaaja nosti esiin sen, että matematiikkaa osaamaton tulee helposti ”huijatuksi” esimerkiksi prosenttilaskujen yhteydessä, ja yksi vastaaja nosti esiin matematiikan arkikäytön nimenomaan sen sovelluksien (esim. eri tekniikan alojen) kautta arkipäivän elämässä. LO-vastaajien ”arkikäyttö”-vastausten keskuudessa kaikki vastaajat tarkensivat arkikäyttö-termiään kaupassa asioinnilla, alennusmyyntiprosenteilla sekä mahdollisilla lainojen koroilla.

> *MO5: On myös asioita, joita voi käytäntöön soveltaa, että esim osaa laskea jotain prosentteja, niin se on kyllä hyödyllistä. Olet helposti huijattavissa jos et ymmärrä mitään matikasta. Jos et vaikka osaa laskea prosentteja.*

LO5: Tarvii arkipäivänä, kun menee kauppaan niin pitää laskea mihin rahat riittää ja paljon saa takaisin. Sitten kello pitää tuntea, ja mittayksiköt. Perusjuttuja, mitä ei aina ajattele että se on edes matematiikkaa.

”Arkikäyttö”-termi sai siis eri vivahteita vastaajaryhmien keskuudessa. MO-opiskelijat hahmottivat matematiikan käyttämisen elämässä laajemmin kuin LO-opiskelijat. Arkikäyttö nousi joka tapauksessa vahvasti esiin molempien ryhmien keskuudesta. Kaikki vastaajat pitivät peruskoulun matematiikan opettamista perusteltuna, eikä sen asema opetussuunnitelmassa saanut kritiikkiä yhdeltäkään vastaajalta.

5.4.2 Millaista matematiikkaa opetetaan?

Suullisen haastattelun kysymyksessä 8 ”*Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa?*” käsiteltiin tätä vastoin sitä, pitääkö haastateltava matematiikan oppisisältöjä perusteltuina nykyisessä elämässä ja maailmantilanteessa. Moni vastaaja nosti esiin sen, että he eivät tunne nykyistä peruskoulun opetussuunnitelmaa niin hyvin, että voisivat sen perusteella vastata, joten he nostivat esille omia kouluaikojaan koskevia näkemyksiä sekä peilasivat niitä tekemiinsä sijaisuuksiin sekä harjoitteluihin.

MO- opiskelijat hyväksyivät oppisisällöt suurilta osin, ja jokainen vastaaja oli sitä mieltä, että peruskoulussa opetetaan matematiikkaa, jota ainakin pääsääntöisesti elämässä tarvitaan. Jokaisella MO- vastaajalla oli kuitenkin joku oppisisältöjä koskeva kriittinen kommentti mukana vastauksessaan Esimerkiksi jotkut yläkoulun oppisisällöt, kuten geometrian ympyräkartiot sekä harppikonstruktiot saivat kritiikkiä. Yksi MO- vastaaja nosti esille myös sen, että peruskoulumatematiikan tarpeellisuus riippuu yksilöstä ja esimerkiksi ammatinvalinnasta.

MO4: Riippuu toki myös yksilöstä, miten elää elämänsä. Esim siivooja ei tarvi paljoakaan - - elämä voisi olla aika hankalaa jos ei näitä peruslaskuja osaa.

Jotkut MO- opiskelijat nostivat esille myös sen, että alakoulussa opetettava matematiikka on kokonaisuudessaan tarvittavaa, kun taas yläkoulussa jotkut sisällöt (esim. edellä mainitut geometrian sovellukset) eivät enää ole käytännönläheisiä.

LO-opiskelijat olivat MO- opiskelijoita kriittisempiä peruskoulussa opetettavaa matematiikkaa kohtaan. Kaksi vastaajaa toi suoraan esille sen, että heidän mielestään peruskoulussa opetetaan hyvin paljon sellaista, mitä käytännön elämässä ei tarvitse.

> *LO2: Silloin kun itse käynyt koulussa niin se on ollut vähän kaukana siitä. Että missä niitä kaikkia kaavoja tarvitsee.*

Molemmat kriittisesti vastanneet opiskelijat toivat kuitenkin esiin sen, että OKL:n matematiikankursseilla heille on uudestaan avautunut se, mitä varten matematiikkaa opetetaan ja miten se sitoutuu käytännön elämään. Yksi vastaaja kertoi myös, että oli ehtinyt unohtaa, mitä kaikkea asiaa alakoulussa opetetaan, ja yllättyi ensimmäisessä harjoittelussaan positiivisesti luokalla käsitellyistä oppisisällöistä. Kaikki kolme LO-vastaajaa, joilta peruskoulun matematiikan oppisisällöt eivät saaneet yhtä voimakasta kritiikkiä, olivat kuitenkin sitä mieltä, että varsinkin yläkoulun viimeisimmät käsiteltävät asiat sekä erityisesti lukiotasolla ja viimeistään yliopistossa opiskeltava matematiikka karkaavat pois käytännönläheisyydestä.

> *LO4: Pääsääntöisesti kyllä. Yläasteen loppuvaiheessa alkaa tulla jo sellaisia juttuja mitkä valmentaa lukioon, vähän hankalampia.*

Kysymyksen 8 jatkona esitin kysymyksen 9 ”*Millaista matematiikkaa nykyisin tarvitaan?*”. Suurin osa vastaajista nosti esille samat asiat kuin kysymyksessä 7, mutta jotkut halusivat vielä täydentää vastaustaan. MO- vastaajista kaksi nosti esiin sen, että elämme tietoyhteiskunnassa, jossa matematiikan ja sen ymmärtämisen merkitys kasvaa jatkuvasti. Yksi vastaaja sanoi, että talousmatematiikkaa tarvitaan hyvin paljon, ja pitäisi tuoda yhä enemmän kouluun. Yksi oli lisäksi sitä mieltä, että erilaisten funktioiden ja kuvaajien tulkinta on asia, jota nykypäivänä tarvitsee.

LO-vastaajista kaksi nosti talousmatematiikan esiin nykypäivänä tarvittavana asiana. Yksi vastaaja taas oli sitä mieltä, että matematiikassa tärkeintä on asioiden oikea suhteuttaminen, ”järjen käyttö”.

LO2: Ja siinäkin se järki, että osaa itse suhteuttaa että onko tässä laskussa mitään järkeä. Sitä kautta se järki kasvaa, kun itse ymmärtää.

5.4.3 Miten matematiikkaa opetetaan?

Suullisen haastattelun kysymyksessä 10 haastateltavilta kysyttiin *”Miten muuttaisit matematiikan opetusta koulussa?”*. Kaksi MO- vastaajaa oli sitä mieltä, että he haluaisivat tuoda matematiikan opetukseen lisää toiminnallisuutta, yksi korosti konkretian merkitystä. Heidän mukaansa matematiikan sitominen toiminnallisuuteen ja käytäntöön motivoisi oppilaita enemmän. Yksi vastaaja toi esiin vastakkaisen näkökulman: matematiikkaa pitäisi peruskoulussa, viimeistään yläluokilla, opettaa teoreettisemmista lähtökohdista. Tällöin matematiikka säilyttäisi asemansa nimenomaan ajattelun taitojen kehittäjänä, filosofisena oppiaineena.

MO2: Kyllä ala-asteella on hyvä, että se on sellaista laskentoa, mutta olisi hyvä että yläasteella olisi teoreettisempaa. Että alkaisi ymmärtää, että esim. numeroiden sijasta voi käyttää kirjaimia - - Kun jutellut vanhempien ihmisten kanssa heidän kouluajoistaan, niin tuntuu että matematiikkaa aina helpotetaan ja viedään vastuuta ylemmäs ja ylemmäs. Esimerkiksi joukko-opillisia merkintöjä ei tule peruskoulussa ollenkaan. Omasta mielestä matemaattinen merkintätapa pitäisi opetella heti alussa

Sama vastaaja toi lisäksi esille sen, että hänen kokemuksensa mukaan matematiikkaa helpotetaan aina kun opetussuunnitelmaa uudistetaan ja vastuuta oppimisesta viedään yhä ylemmäs ja ylemmäs. Yksi MO- vastaaja oli sitä mieltä, ettei lähtisi muuttamaan peruskoulun matematiikanopetusta mitenkään radikaalisti, ainakaan oppisisältöjen kannalta. Kuitenkin hänen mielestään esimerkiksi työtapoihin voisi kiinnittää enemmänkin huomiota. Hän nosti esiin ryhmätyöt, joita matematiikassa voisi tehdä enemmänkin. Kokonaisuudessaan MO- vastaajilla oli siis varsin erilaisia mielipiteitä matematiikan opettamisen muuttamisesta.

LO- opiskelijoista kaksi oli sitä mieltä, että konkreettinen matematiikka olisi perustellumpaa alakoulussa kuin teoreettinen. Konkretia koettiin tärkeäksi, sillä sen kautta matematiikan pystyy sitomaan omaan elämään ja sitä kautta se saa merkityksen. Toiminnallisuutta matematiikan opiskelussa korosti kaksi vastaajaa. Toinen heistä tarkensi toiminnallisuutta ongelmanratkaisuun, sekä siihen, että omia vastauksia pitäisi pystyä perustelemaan enemmänkin. Lisäksi yksi LO-vastaaja oli sitä mieltä, että matematiikan opiskelun pitäisi kannustaa oppilaita ajattelemaan, eikä ottamaan matemaattista tietoa valmiina annettuna. Hän kritisoi lisäksi saamaansa mekaanista matematiikan opetusta. LO- vastaajien mielipiteet olivat tämän kysymyksen osalta yhtenäisempiä kuin MO- vastaajien.

LO2: No just tätä, että laittaisi oppilaat miettimään, ettei vaan laskettais.

Tässäkin kysymyksessä on muistettava, että moni vastaaja joutui opettajakokemuksen ja opetussuunnitelman tuntemuksen puuttumisen takia peilaamaan kehittymisehdotuksia itse koulussa saamaansa matematiikan opetukseen.

5.4.4 Mikä on tärkeää matematiikan opetuksessa?

Koska suurin osa haastatelluista päätyy peruskouluun opettamaan, on opettajavalmiuden kannalta välttämätöntä tiedostaa, mitä asioita peruskoulun opetussuunnitelmasta pitää tärkeänä ja mitä vähemmän tärkeänä. Tähän asiaan haastateltavat ottivat kantaa kirjallisen haastattelun kysymyksessä numero 6 *" Mitä matematiikan merkityksiä itse haluat korostaa opettajana?".* Kysymys pohjautui perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden matematiikka-osion asettamiin matematiikan opettamisen tavoitteisiin. (Opetushallitus 2004, 158.)

Analysoin saamani vastaukset siten, että erotin vaihtoehdoista kolme tärkeimpänä pidettyä sekä kolme vähiten tärkeää. MO- opiskelijoiden vastauksissa kolmeksi tärkeämmäksi tavoitteeksi tulivat: (murtoluku suluissa kertoo, kuinka suuri osa vastaajista sijoitti tavoitteen kolmen tärkeimmän joukkoon)

- kehittää luovaa ja täsmällistä ajattelua (4/5)
- ohjaa oppilasta löytämään ja muokkaamaan ongelmia sekä etsimään ratkaisua niihin (4/5)
- kehittää oppilaan matemaattista ajattelua (3/5)

LO- opiskelijoiden vastauksissa kolme tärkeintä tavoitetta olivat täsmälleen samat, jopa samoin osuuksin.

Kolmen vähiten tärkeänä pidetyn tavoitteen osalta MO- opiskelijat antoivat seuraavat vastaukset: (murtoluku suluissa kertoo, kuinka suuri osa vastaajista sijoitti tavoitteen kolmen vähiten tärkeän joukkoon)

- opettaa matemaattisia käsitteitä (5/5)
- kehittää oppilaan sosiaalista vuorovaikutusta (5/5)
- opettaa yleisimmin käytettyjä ratkaisumenetelmiä (3/5)

LO- opiskelijoiden vastaukset jakautuivat seuraavasti:

- opettaa matemaattisia käsitteitä (5/5)
- opettaa yleisimmin käytettyjä ratkaisumenetelmiä (3/5)
- kehittää oppilaan sosiaalista vuorovaikutusta (3/5)

MO- ja LO- opiskelijoiden vastauksia verrattaessa voidaan siis todeta, että ryhmästä riippumatta opiskelijat pitävät samoja asioita tärkeinä matematiikan opettamisessa. Tätä opiskelijan näkemystä opetussuunnitelmasta peilaan tutkielmassa myös opiskelijan pedagogiseen ajatteluun. (ks. kappale 3.1.1)

5.4.5 Vaikeat ja helpot osa-alueet

Edellä mainitsemieni haastattelukysymysten perustelun mukaisesti viimeiset kaksi kysymystä tulivat haastatteluun mukaan pienen harkinnan seurauksena. Kysymykset eivät varsinaisesti liittyneet matematiikkakuvan tai pedagogisen ajattelun kartoittamiseen, mutta päätin että jos ryhmien sisällä vastataan näihin kysymyksiin samankaltaisesti, perehdyn myös tähän samankaltaisuuteen ja sen syihin osana tutkimusta.

Samankaltaisuuksia ei kuitenkaan ilmennyt, vaan ryhmien sisällä oli paljon eroavaisuuksia. MO- opiskelijat kokivat helpoiksi aiheiksi ensimmäisen asteen yhtälöt, pinta-alat ja logiikan, vastaavasti LO-opiskelijoiden mielestä allekkain laskeminen, geometria sekä yhteen - ja vähennyslaskut olivat helppoja aiheita opettaa. Vaikeiksi aiheiksi MO- opiskelijat kokivat trigonometrian, yksikkömuunnokset ja yhtälöt. LO- opiskelijoiden mielestä mm. murtoluvuilla laskeminen, prosenttilaskut ja desimaalit olivat vaikeita aiheita.

5.5 Opettajaopiskelijan pedagoginen ajattelu

Tässä tutkielmassa opettajaopiskelijan pedagogista ajattelua on käsitelty niinä tekijöinä, jotka ohjaavat hänen päätöksentekoaan opetustilanteissa. Tämän pedagogista ajattelua koskevan mallin pohjana on opettajaopiskelijan matematiikkakuva, ja sen kautta myös hänen asenteensa sekä käsityksensä matematiikan opetusta kohtaan. Matematiikanopettajan pedagogiseen ajatteluun vaikuttavat myös käsitys matematiikan opetuksesta koulukontekstissa, sekä koulumatematiikan antamat rajoitukset ja mahdollisuudet (esimerkiksi opetussuunnitelman osalta, ks. kuvio 4).

Pedagogisen ajattelun tutkimisen kannalta haastatteluiden tärkein kysymys oli kirjallisen haastattelun kysymys numero 6 ” *Mitä matematiikan merkityksiä itse haluat korostaa opettajana?*”, jossa kysyin opiskelijan näkemystä perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden matematiikkaa koskevista opetustavoitteista.

Haastatelluilla opettajaopiskelijoilla oli verraten vähän opettajakokemusta. Tämän vuoksi perustelluin tapa lähestyä heidän pedagogista ajatteluaan oli tutkia heidän suhtautumistaan opetussuunnitelman tavoitteisiin (Kansanen 2004, 88). Kappaleessa 5.4.4 esiteltyjen tulosten mukaisesti MO- ja LO-opiskelijoiden mielipiteet opetussuunnitelman tavoitteista eivät kuitenkaan eronneet merkittävästi toisistaan. Ainut tuloksissa nähtävä ero oli se, että kaikki viisi MO- opiskelijaa kokivat sosiaalisen vuorovaikutustavoitteen olevan kolmen vähiten tärkeän tavoitteen joukossa, kun taas LO-opiskelijoista tätä mieltä oli kolme viidestä vastaajasta.

Muiden haastattelukysymysten kautta pedagogista ajattelua voidaan kartoittaa epäsuorasti. Jokainen opettaja tulkitsee oman matematiikan opettamisen tavoitetaustansa sen viitekehyksen kautta, mikä hänellä matematiikan opettamisesta on. Tällöin hän joutuu ottamaan kantaa kysymyksiin matematiikan oppimisen tarpeellisuudesta ja sen tavoitteista. Tältä osin pedagogista ajattelua tutkiessa voidaan käyttää apuna suullisen haastattelun kysymyksiä 7,8 ja 10. Näihin kysymyksiin saatuja vastauksia on käsitelty luvuissa 5.4.1- 5.4.3, ja vastausten perusteella matematiikan kouluopetukselle koettiin olevan samat perustelut opiskelijaryhmästä riippumatta. Ryhmien välillä oli kuitenkin havaittavissa pieniä vivahde-eroja: MO- opiskelijat kokivat matematiikan merkityksen olevan laajempi, joten sitä kautta myös kouluopetus eri muodoissaan on perustellumpaa. Laajemmalla matematiikan merkityksellä tässä yhteydessä tarkoitetaan sitä, että matematiikkaa koetaan tarvittavan useammalla elämänalueella. Peruskoulumatematiikan oppisisältöjä pohdittaessa LO- opiskelijat olivat MO- opiskelijoita kriittisempiä.

Matematiikan opetuksen muuttamista koskevat mielipiteet olivat MO-opiskelijoilla melko erilaisia: toisaalta haluttiin lisää toiminnallisuutta ja konkretiaa, toisaalta taas teoreettisempi matematiikka tuntui perustellummalta. LO- vastaajilla sen sijaan oli yhtenäisempi näkemys matematiikan opettamisen muuttamisesta: koulumatematiikka haluttiin konkreettisemmaksi, ja haluttiin, että oppilailla on käsitys siitä, mitä tehdään. Matematiikka ei siis saisi jäädä abstraktiksi laskemiseksi, vaan ajatuksen pitäisi tutkimuksessa mukana olleiden LO-opiskelijoiden mukaan olla koko ajan mukana oppimisessa.

5.6 Yhteenveto tutkimuskysymyksiin saaduista vastauksista

Tutkielmassani etsin vastausta kysymyksiin, jotka koskivat luokanopettajaopiskelijoiden ja matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvaa ja pedagogista ajattelua. Tutkielmassa korostuivat Pietilän (2002) matematiikkamallin kognitiivinen ja affektiivinen komponentti, eli opiskelijan kuva matematiikasta ylipäänsä sekä opiskelijan kuva itsestään matematiikan oppijana ja opettajana. Seuraavassa kokoan tutkimuskysymyksiini saamani vastaukset yhteen.

1 Millaiset matematiikkakuvat ovat matematiikan aineenopettajaopiskelijoilla ja luokanopettajaopiskelijoilla?
Esittelemäni teorian mukaisesti yksilön matematiikkakuva koostuu yksilön subjektiivisesta tiedosta ja tunteista liittyen matematiikkaan. Näihin subjektiivisiin osa-alueisiin liittyvät yksilön asenteet, uskomukset ja käsitykset matematiikasta. Seuraavassa olen luetellut opiskelijaryhmittäin tutkielmassa ilmenneitä matematiikkakuvan tunnuspiirteitä.

1.1. Millainen matematiikkakuva on matematiikan aineenopettajaopiskelijoilla?
MO- opiskelijat olivat haastatteluista saamieni vastausten perusteella pohtineet matematiikan luonnetta. Heille matematiikka on mm. ongelmanratkaisua ja loogista päättelyä, erityisesti se ei ole pelkkää laskemista. Matematiikkaa leimaa täsmällisyys ja järjestelmällisyys, mutta kuitenkin sen tekemiseen tarvitaan soveltamistaitoa ja luovuutta. Matematiikka on eräs tapa ajatella.

Matematiikkaa opitaan itse tekemällä. Tämä itse tekeminen on esimerkiksi edellä mainittuja ongelmanratkaisua ja loogista päättelyä, mekaanista työskentelyä, joilla saadaan varmuutta matematiikan tekemiseen. Koulussa matematiikkaa halutaan opettaa toiminnallisesti ja käytännön elämään pohjautuen, jolloin matematiikka saa merkityksen: se kuvaa kaikesta abstraktiudestaan huolimatta reaalielämää.

MO- opiskelijat kokivat matematiikan opettamisen innostavaksi, mutta toisaalta myös ahdistavaksi ja pelottavaksi asiaksi. Heidän innostuksensa johtui pääosin siitä, että he itse pitävät matematiikasta, pelko ja ahdistus sitä vastoin siitä, että he kokevat olevansa tiedollisesti liian kaukana oppilaan ajatusmaailmasta. He kokevat siis, että opettaminen on hankalaa, jos ei pysty hahmottamaan matematiikkaa oppilaan ajatusmaailmasta käsin.

Matematiikan peruskouluopetus koettiin oppisisältöineen perustelluksi. Matematiikkaa opetetaan MO- opiskelijoiden mukaan koulussa siksi, että sitä tarvitaan käytännön elämässä ja koska se kehittää oppilaan ajattelun taitoja.

1.2. Millainen matematiikkakuva on luokanopettajaopiskelijoilla?

LO-opiskelijoiden mielestä matematiikka on abstraktia, eikä liity juurikaan käytännön elämään. Matematiikan ymmärretään olevan vahvasti sidoksissa lukuihin ja numeroihin ja muihin abstrakteihin käsitteisiin. Matematiikan tekeminen vaatii soveltamiskykyä ja koetaan, että menestyäkseen siinä pitää muistaa paljon asioita, kuten kaavoja ja sääntöjä.

Matematiikkaa opitaan mallin avulla: opettaja on tämän mallin antaja ja samalla motivoija ja neuvonantaja. Matematiikan oppimiseen tarvitaan toistoharjoittelua. Myös konkretia, tehtävien sitominen käytäntöön on tärkeä asia matematiikan oppimisessa.

LO-opiskelijat kokivat matematiikan opettamisen jännittäväksi ja pelottavaksi asiaksi, mutta toisaalta matematiikan opetus myös viehättää heitä. Jännitys johtui pääosin siitä, että opiskelijat kokivat olleensa itse huonoja matematiikassa kouluaikoinaan ja pelkäsivät, että heidän tiedollinen ja taidollinen osaamisensa ei riitä matematiikan opettamiseen. Myös innostuneisuus syntyy toisaalta tästä samasta haastavuudesta: koetaan, että matematiikka haastaa opettajaansa ja on siitä syystä hyvä aine opettaa.

Matematiikkaa opetetaan koulussa siksi, että sitä tarvitaan käytännön elämässä. Lisäksi sen kautta oppii ajattelun taitoja. Peruskoulun opetussuunnitelman oppisisällöt koettiin perustelluiksi, mutta matematiikkaan kaivattiin lisää konkretiaa ja toiminnallisuutta.

2. Mitä yhtäläisyyksiä ja mitä eroja on matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvassa sekä pedagogisessa ajattelussa?

Tutkielman tarkoitus on verrata kahden opiskelijaryhmän matematiikkakuvaa ja pedagogista ajattelua keskenään. Tutkielmassa ryhmien sisällä haastatteluihin annettuja vastuksia on teemoiteltu (ks. Hirsjärvi & Hurme 2001, 173), jotta saataisiin koko ryhmän mielipiteitä kuvaavia ilmaisuja. Näiden pelkistettyjen ilmausten avulla pystyin vertailemaan ryhmien välistä matematiikkakuvaa ja pedagogista ajattelua keskenään.

2.1.Mitä yhtäläisyyksiä on matematiikkakuvassa ja pedagogisessa ajattelussa?

Valmiista vaihtoehdoista valitessa (liite 3, kysymys 7) molempien opiskelijaryhmien vastauksissa oli samoja piirteitä. Matematiikan koetaan siis olevan näillä keinoin ilmaistuna luonteeltaan likimain samanlaista opiskelualasta riippumatta. Molempien ryhmien edustajien mielestä matematiikkaa opitaan erityisesti tekemällä sitä itse, laskemalla ja ajattelemalla. Molempien ryhmien edustajien mielestä matematiikan kouluoppimisen pitäisi nojautua ongelmalähtöisyyteen ja käytännön ongelmiin.

Ryhmien sisällä oli yhtä paljon opiskelijoita, jotka suhtautuivat matematiikan opettamiseen innokkaasti tai joiden mielestä se oli jännittävä tai pelottava asia. Tuntemukset matematiikan opettamisesta olivat siis ryhmien välillä jotakuinkin samat. Myös käsitys siitä, mihin matematiikkaa elämässä tarvitaan ja miksi sitä siis opetetaan koulussa, oli molemmilla ryhmillä hyvin samankaltainen. Opetussuunnitelman tavoitteita tarkasteltaessa ryhmien välillä ei juuri ollut eroja, vaan opiskelijat pitivät ryhmästä riippumatta samoja asioita tärkeinä matematiikan opetuksessa. Opettajaopiskelijoiden pedagoginen ajattelu oli siis tästä näkökulmasta tarkasteltuna samanlainen: opiskelijat perustelivat matematiikan kouluopetuksen ja sen tavoitteet samalla tavalla ryhmästä riippumatta.

2.2. Mitä eroja on matematiikkakuvassa ja pedagogisessa ajattelussa?

Opiskelijoiden kuvaillessa omin sanoin matematiikan luonnetta ryhmien välillä havaittiin huomattavia eroja. MO- opiskelijat kuvasivat matematiikan olevan loogista päättelyä ja ongelmanratkaisua, mutta LO- opiskelijat pitivät matematiikkaa abstraktina aineena, johon luvut ja numerot olennaisesti liittyvät. Matematiikan oppimista koskevassa kysymyksessä saatiin tulokseksi pieniä sävyeroja: MO-opiskelijat kokivat, että matematiikkaa opitaan ongelmalähtöisesti itse tekemällä, mutta LO- opiskelijat nostivat itse tekemisen tueksi mallin tai jonkun konkreettisen avun, jonka avulla laskeminen tapahtuu. Myös toiminnallisuus ja käytännöllisyys matematiikan opetukseen liitettynä saivat eri perusteluja: MO- opiskelijoiden mielestä nämä tekijät liittävät koulumatematiikan reaalielämään, kun taas LO- opiskelijat näkivät käytännöllisyyden ennen kaikkea motivoivana tekijänä.

Matematiikan opettamiseen liittyvien, erityisesti negatiivisten tuntemusten perustelu oli erilaista ryhmien välillä. MO- opiskelijat jotka kertoivat jännittävänsä matematiikan opetusta, perustelivat sen sillä, että he kokevat olevansa ”ylikoulutettuja”, tiedollisesti eri tasolla oppilaiden kanssa. LO- opiskelijat taas kokivat, että jännitys johtuu siitä, että he ovat itsekin epävarmoja matematiikan kanssa.

Koulumatematiikkaan liittyvät asenteet olivat myös hieman erilaiset ryhmien välillä. MO- opiskelijat ymmärsivät matematiikan merkityksen nykymaailmassa LO- opiskelijoita laajemmin, ja perustelivat sen opetusta peruskoulussa myös sen kautta myönteisemmin kuin LO- opiskelijat. LO- opiskelijat olivatkin MO- opiskelijoita kriittisempiä matematiikan opetussisältöjä kohtaan. Tästä näkökulmasta tarkasteltuna siis myös pedagogisessa ajattelussa oli eroja, vaikka tämän hetken opetussuunnitelman tavoitteita pidettiinkin ryhmien välillä samanarvoisina.

5.7 Tutkielman luotettavuus- ja eettisyystarkastelua

Kvalitatiivisen tutkimuksen tarkoitus on tuottaa tietty näkökulma tutkittavaan ilmiöön. Objektiivisen tiedon etsiminen ei siis ole kvalitatiivisen tutkimuksen päätarkoitus. (Tynjälä 1991, 390.) Kvalitatiivisen tutkimuksen luotettavuuskriteerit ovat tutkimuksen siirrettävyys (sovellettavuus), totuudellisuus, vahvistettavuus sekä uskottavuus (esim. Tynjälä 1991, 391-392, Lincoln & Guba 1985).Seuraavassa pohdin, miten nämä kriteerit toteutuvat tässä tutkielmassa.

Siirrettävyyttä arvioitaessa tärkein kysymys on, voiko tutkimustuloksen yleistää koskemaan koko MO- ja LO- opiskelijoiden joukkoa? Tässä tapauksessa haastateltavat valittiin vapaaehtoisten joukosta, ja tämä on luultavasti aiheuttanut oman sävynsä tuloksiin: haastateltaviksi on todennäköisesti valikoitunut matematiikkaan ja sen opetukseen positiivisesti suhtautuvia opiskelijoita (erityisesti LO-opiskelijoista). Tulos olisi siis luultavasti ollut erilainen jos haastateltavat olisi arvottu esimerkiksi koko vuosikurssin opiskelijoista. Siirrettävyyden arviointia parantaakseni olen kuitenkin pyrkinyt kuvailemaan haastateltavien joukko mahdollisimman tarkasti, jolloin lukija voi tehdä omat päätelmänsä siitä, miten hyvin haastateltavien joukko edustaa koko kyseistä opiskelijaryhmää.

Laadullisen tutkimuksen totuudellisuutta arvioitaessa otetaan huomioon, miten tuloksista tehdyt johtopäätökset vastaavat tutkimuskohteen todellista tilaa. Tiivistelmät suullisista haastatteluista ovat liitteessä 4, joten lukija voi peilata matematiikkakuvaan ja pedagogiseen ajatteluun liittyviä tuloksia ja tekemiäni johtopäätöksiä näihin tiivistelmiin. Olen liittänyt tutkielmani tulososioon myös suoria lainauksia haastatteluista, ja tätä kautta pyrkinyt esittämään haastatteluista saamani tiedon mahdollisimman objektiivisesti.

Tutkielman vahvistettavuutta pohdittaessa otetaan huomioon, miten hyvin olen perehtynyt käyttämiini tutkimusmenetelmiin ja tiedonhankintastrategioihin. Kappaleissa 4.2- 4.4 olen esitellyt käyttämäni tekniikat. Tutkielmaa tehdessäni olen pyrkinyt toimimaan niiden mukaisesti. Tutkimukseni etenemistä voi siis verrata laadullisen tutkimuksen, erityisesti fenomenografian ja puolistrukturoidun haastattelun teoriapohjaan. Olen myös saanut tutkimustuloksistani palautetta vertaisopiskelijoilta sekä opinnäytetyöohjaajaltani, joten tuloksia on käsitelty monesta eri näkökulmasta.

Tutkielman uskottavuuteen osaltaan vaikuttaa varmasti oma opiskelutaustani. Pääaineeni on kasvatustiede, ja tulen valmistumaan luokanopettajaksi. Olen kuitenkin opiskellut myös matematiikkaa, joten itselläni on muodostunut tiettyjä ennakko-oletuksia molempia tutkielmani opiskelijaryhmiä kohtaan. Tämä saattaa tiedostamattani vaikuttaa johtopäätöksiini tutkimustuloksista. Toisaalta, oma henkilökohtainen suhteeni LO- opiskelijoihin ja MO- opiskelijoihin on tuonut oman persoonani mukaan tutkielmaan. Sama tutkielma jonkun täysin ulkopuolisen tekemänä olisi varmasti erilainen. Henkilökohtaisesta opintotaustastani huolimatta olen pyrkinyt säilyttämään neutraalin otteen tutkielmani löydöksiä kohtaan.

Tämä työ on vertaileva tutkielma. Tulokset koskevat siis kahden opiskelijaryhmän välistä suhdetta heidän matematiikkakuvassaan ja pedagogisessa ajattelussaan. Tutkielmassa ei oteta kantaa siihen, mikä on ”hyvä matematiikkakuva” tai ”huono matematiikkakuva”, vaan siinä ainoastaan kuvaillaan opiskelijaryhmiä leimaavia ominaisuuksia. Jotta tällaista kantaaottavaa tutkimusta voitaisiin tehdä, pitäisi tutkimus toteuttaa pidemmällä ajanjaksolla, ja siihen pitäisi saada mukaan myös käytännön opetustyön tarkastelua. Tutkituksi ryhmäksi on valittu opiskelijat, jotka edustavat kattavasti matematiikan aineenopettajaopiskelijoita ja luokanopettajaopiskelijoita. Suhteellisen pieni otoskoko on mahdollistanut puolistrukturoidun haastattelun käytön tutkimushaastatteluissa, ja myös sen, että yksittäisen opiskelijan matematiikkakuvaan ja pedagogiseen ajatteluun perehdytään syvällisesti. Haastateltavien antamia vastauksia on käsitelty laadullisesti johtuen pääosin otoksen pienestä koosta. Määrällinen tarkastelu ei olisi ollut tällä otannalla mielekästä. Toisaalta tässä yhteydessä voidaan puhua myös harkinnanvaraisesta näytteestä, jota tutkielmassa tutkittiin teoreettisista lähtökohdista käsin. Tällainen ”näyte”-ajattelutapa ”otos”-ajattelun sijasta onkin juuri laadullista tutkimusta kuvaava piirre. (Eskola & Suoranta 2008, 18.)

Otoskoon ollessa melko pieni, myös haastatteluaineiston analysoinnissa tehtävä vastausten pelkistäminen ja ryhmittely voi aiheuttaa vääristymiä tutkimustuloksiin. Tästä syystä esimerkiksi koko viiden opiskelijan ryhmää koskeviin yleistyksiin tulee suhtautua kriittisesti. Tutkittava opiskelijaryhmä asettaa myös joitain kysymyksiä. Kaikki opiskelijat olivat omien opettajaopintojensa alkuvaiheessa. Saman tutkimuksen tekeminen opintojensa loppuvaiheessa oleville opiskelijoille antaisi todennäköisesti erilaisia tuloksia, sillä käsitys opettamisesta ylipäänsä ehtii muuttua opintojen aikana, vaikka matematiikkaa ei enempää opiskelisikaan.

Tutkielmassa käyttämistäni käsitteistä tärkeimmiksi nousivat ”matematiikkakuva” ja ”pedagoginen ajattelu”. Näistä ”matematiikkakuva” oli tutkielmani perusta, jonka teorian varaan suuri osa haastattelustakin rakennettiin. ”Pedagoginen ajattelu” sen sijaan oli aineistolähtöinen termi, jonka nostin tarkasteluun mukaan vasta haastatteluvaiheessa sekä vastauksia analysoidessani. Tutkimuskysymykseni olivat käsitelleet aihetta jo ennen virallisen termin mukaan ottamista, mutta ne olisivat todennäköisesti olleet hieman erilaiset jos olisin käyttänyt pedagogisen ajattelun teoriaa jo haastatteluita suunnitellessani.

Opiskelijoiden käsityksien tutkimiseksi käytin aineistonkeruumenetelmänä puolistrukturoitua haastattelua, joka antoi minulle sekä haastateltavalle vapauden paneutua tärkeinä pitämiimme aiheisiin muita enemmän. Kuitenkin haastattelut etenivät samalla rungolla, joka helpotti vastausten analysointia ja varmisti sen, että sain jokaiselta haastateltavalta vastauksen kaikkiin esitettyihin kysymyksiin. Koska tutkielmani kuitenkin painottui ryhmien keskinäiseen vertailuun, olisin voinut jättää monia opiskelijan taustaan liittyviä kysymyksiä kysymättä. Vastapainoksi tälle olisin saanut enemmän aikaa paneutua matematiikkakuvaan ja pedagogiseen ajatteluun liittyviin kysymyksiin. Suullisen ja kirjallisen haastattelun yhdistäminen antoi minulle mahdollisuuden myös tarkastella tutkimuskysymyksiä mahdollisimman monesta eri näkökulmasta. (ns. metodologinen triangulaatio, ks. Tuomi & Sarajärvi 2009, 145.)

Tutkielman eettisyyttä arvioitaessa voidaan todeta, että kaikki haastatteluihin osallistuneet opiskelijat olivat mukana vapaasta tahdostaan ja myötämielisiä tutkimuksen tekemisen suhteen. Tältä osin siis tutkimuksen eettisyydestä on pidetty kiinni. Osa eettistä tutkimuksentekoa on myös tutkijan objektiivisuus ja rehellisyys. Koska tutkimukseni on teoriaohjaavaa, olen pyrkinyt saamaan teoriatietoni alkuperäislähteistä, ja tältä osin subjektiivisuus teorian osalta on karsittu minimiin. Haastatteluaineiston osalta olen taas pyrkinyt nostamaan esille ainoastaan sen, mikä suorilla haastattelulainauksilla on perusteltavissa eikä tue esimerkiksi omaan subjektiiviseen tulkintaani haastateltavan kertomasta asiasta.

6 DISKUSSIO

Tässä tutkielmassa on vertailtu matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden ja luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvaa sekä pedagogista ajattelua. Tutkielmassa on tarkasteltu ryhmien välillä esiintyviä eroja ja yhtäläisyyksiä, sekä peilattu opettajaopiskelijan matematiikkakuvan vaikutuksia hänen tulevaan opettajan ammattiinsa. Seuraavassa pohdin tutkimuskysymyksiini saatuja tuloksia, sekä peilaan tuloksia aiheesta aiemmin tutkittuun teoriaan. Teen tuloksista myös joitain johtopäätöksiä. Lisäksi pohdin aiheeseen liittyviä jatkotutkimusaiheita.

Itselleni tutkielman suurin anti on ollut ammatillinen kehittyminen. Oman sivuaineeni matematiikan opetusfilosofiani on jalostunut hyvin paljon aihetta tutkiessani. Voin siis todeta, että aiheen valinta oli onnistunut ja relevantti opetuksen tutkimisen kannalta.

6.1 Aiempi tutkimus aiheesta

Opettajaopiskelijoiden matematiikkakäsityksiä on tutkittu viime aikoina tieteellisessä kirjallisuudessa suhteellisen paljon, osaksi siitä syystä että matematiikan opettaminen on muuttunut viime vuosikymmeninä ongelmalähtöisempään ja käsitteellisempään suuntaan (Pietilä 2002, 28). Monet opettajaksi opiskelevathan ovat olleet vielä omina kouluaikoinaan instrumentaalisuutta painottavassa matematiikanopetuksessa. Tällöin käsitteellinen muutos, joka opettajakoulutuksessa pitäisi saavuttaa, on valtava. Kuitenkaan eri aloja opiskelleiden opettajaopiskelijoiden matematiikkakuvaa ei juuri ole vertailtu aiheeseen liittyvässä kirjallisuudessa.

Esimerkiksi Kaasila (2000) on tutkinut luokanopettajien käsitystä matematiikasta, ja todennut, että monille LO-opiskelijoille matematiikka on vain joukko toisiinsa liittyneitä sääntöjä ja ulkoa muistettavia asioita. Jotakuinkin samaan tulokseen ovat päätyneet myös Foss ja Kleinsasser (1996, 440–441) tutkimuksessaan peruskoulun opettajien pedagogisesta ja matemaattisesta sisältötiedosta. Sen mukaan opettajaopiskelijat ovat kyllä tietoisia matematiikan opettamisen ja opiskelun kaikista mahdollisuuksista, mutta heidän rajoittunut sisältötietonsa pakottaa heidät toteuttamaan ”perinteisiä” matematiikan tunteja, jotka perustuvat ulkoa opettelulle ja mekaaniselle työskentelylle, eivät esimerkiksi yleistysten tekemiselle ja päättelemiselle. Huomattavaa on myös se, että samassa tutkimuksessa todettiin, että tässäkin tutkielmassa monen opettajaopiskelijan hyvänä pitämä käytännöllisyys ei saavuta kaikkea mahdollista hyötyään opetuksen yhteydessä, vaan käytännöllinen matematiikka jää usein pelkäksi ”puuhasteluksi”.

Ball (1990) on tutkinut opettajaopiskelijoiden (tutkimuksessa LO-opiskelijoita sekä aineenopettajaopiskelijoita) matemaattista tietoa. Tutkimuksessa on todettu, että opettajaopiskelijat tuovat koulutukseen mukanaan paljon matemaattista sisältötietoa, jota yliopiston kurssit eivät ehdi muuttaa. Opiskelijan käsitys matematiikasta ja sen luonteesta ei siis muutu opettajankoulutuksen aikana, vaikka hän tutustuisi teoreettiseen pedagogiseen sisältötietoon syvällisestikin. Kuitenkaan tässäkään tutkimuksessa opiskelijaryhmien matematiikkakuvaa tai pedagogista ajattelua ei ole vertailtu.

Oman tutkielmani suurin anti aiheeseen liittyvälle tutkimukselle lieneekin juuri tämä vertailunäkökulma. Vertailemalla kahden eri opiskelualan edustajien käsityksiä keskenään, voidaan tutkia myös sitä, onko yliopistossa annettava koulutus onnistunut muuttamaan opiskelijoiden peruskoulussa ja toisen asteen koulutuksessa saamia käsityksiä matematiikasta ja sen opettamisesta.

6.2 Pohdintaa tutkimustuloksista

Ottaen huomioon tutkielmani vertailevan luonteen, voin todeta että onnistuin vastaamaan kaikkiin asettamiini tutkimuskysymyksiin. Tutkielmaan liittyi jo aiemmin (kappaleessa 4.3) mainitsemani fenomenografisen tutkimuksen ongelma siitä, voiko eri ihmisten käsityksiä arvottaa ”oikeiksi” tai ”vääriksi”, vaikka aiheeseen liittyisikin paljon teoriaa. Omassa tutkielmassani päädyin siis ainoastaan vertailemaan kahta opiskelijaryhmää keskenään ja raportoimaan ryhmien välillä ilmenneet erot ja yhteneväisyydet.

Tulosten yleistettävyyttä pohdittaessa tulee ottaa huomioon se kvalitatiivisen tutkimuksen perusajatus, että jokainen tutkittava tapaus on ainutlaatuinen. Ei siis ole kahta samanlaista matematiikkakuvaa tai pedagogista ajattelua. Kuitenkin nojaan tutkielmani kvalitatiivisen tutkimuksen aristoteeliselle perinteelle, jonka mukaan yksittäisissä tapauksissa toistuu yleinen asian laita. (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2009, 182.) Voidaan siis olettaa, että jos tutkimuksen toistaisi eri haastateltavilla, joilla on samankaltainen opintotausta kuin tässä tutkielmassa mukana olleilla opiskelijoilla, päästäisin jotakuinkin samaan lopputulokseen.

6.2.1 Matemaattinen tieto osana ammattitaitoa

Tutkielman alussa esittelemäni mallit matematiikan luonteesta, sen opettamisesta ja oppimisesta kuvaavat sitä tilannetta, jollaisena matematiikka oppiaineena nähdään tämän päivän tieteellisessä kirjallisuudessa. Kuitenkin esimerkiksi opiskelijoiden käsitys matematiikan oppimisesta on erilainen kuin esittelemäni teoria. Esimerkiksi matematiikka sosiokonstruktivistisena käsitteenä oli monelle opiskelijalle vieras, ja matematiikkaa nähtiin opittavan parhaiten ajattelemalla sekä mekaanisesti laskemalla (vrt. Foss & Kleinsasser 1996).

Kuitenkin puhuttaessa tulevista peruskoulun opettajista, on syytä ottaa huomioon se, että opettajien toimintaa on peilattava ensisijaisesti opetussuunnitelmaan, ei niinkään tieteelliseen matematiikkakäsitykseen. Toisaalta opetussuunnitelma saa vaikutteensa tieteellisestä matematiikkakuvasta, joten opettajan matematiikkaintressit ovat välillisesti suhteessa siihen, miten matematiikka tieteenalana on rakentunut. Joka tapauksessa tullaan tärkeän kysymyksen äärelle: onko matematiikan opettajan tärkeämpää hallita matemaattinen sisältötieto hyvin, vai onko tärkeämpää tunnistaa omat uskomuksensa ja niiden vaikutus opetukseen ja sen laatuun? Samaa kysymystä sivuaa myös Alan Schoenfeld omassa tutkimuksessaan. (ks. Schoenfeld 1987, 198). Asetettaessa opettajan matematiikkakuva hänen pedagogisen ajattelun perustaksi, on perusteltua väittää että ilman uskomusten tunnistamista opettajan matemaattinen sisältötietokaan ei voi olla opettamisen kannalta tuloksekkaalla tasolla.

Tutkimustulosten pohjalta voidaan tehdä johtopäätöksiä siitä, miten yksittäinen opiskelija tulisi aloittamaan matematiikanopetuksen, jos hän nyt lähtisi opetustehtäviin. Kuitenkin esimerkiksi MO- opiskelijoiden ryhmän sisäinen hajonta matematiikkakuvassa ja matematiikan opetusfilosofiassa oli niin suuri, että ei ole mielekästä lähteä miettimään, millainen opettaja ”tyypillisestä matematiikan aineenopettajaopiskelijasta” tulee. Kuitenkin esimerkiksi edellä mainittu tietoisuus siitä, että MO- opiskelijan on hankala päästä samalle ajattelutasolle oppilaan kanssa, oli erityisesti kyseistä opiskelijaryhmää leimaava piirre. Voidaan siis sanoa, että tähän seikkaan pitää kiinnittää huomiota esimerkiksi matematiikan opettajaopinnoissa. Vastaavasti LO- opiskelijoiden käsitykset matematiikasta pelkkinä lukuina ja numeroina on piirre, joka leimaa kyseistä opiskelijaryhmää.

Tutkimustuloksia analysoidessani tulin siis siihen johtopäätökseen, että MO- opiskelijoiden koulutusta pitäisi kehittää enemmän pedagogiaa painottavaksi, ja toisaalta LO- opiskelijoiden matematiikan opinnoissa matemaattisen sisältötiedon opettamista pitäisi lisätä. Tässä olisi haastetta luokanopettajille ja aineenopettajille järjestettäville matematiikan ja ainepedagogiikan kursseille.

6.2.2 Näkökulmia koulutuksen kehittämiseen

Tutkimustuloksiin perehtyessäni pohdin myös, että MO- ja LO-opiskelijat ovat myös hakeutuneet koulutukseen eri lähtökohdista. Selkeä ja jäsentynyt matematiikkakuva helpottaa matemaattisten aineiden opiskelua jo alemmilla koulutasoilla. Jos peruskoulu- ja lukiomatematiikka on ollut helppoa ja selkeää, on luonnollinen vaihtoehto hakea opiskelemaan matematiikkaa. Tästä syystä MO- opiskelijoiden matematiikkakuva on varmasti jo lähtökohtaisesti erilainen kuin LO- opiskelijoilla. Esimerkiksi tästä seikasta on saattanut johtua MO- opiskelijoiden vähäisempi kriittisyys koulumatematiikkaa kohtaan.

Tämänkaltainen tutkimus voisi olla myös osana kehitettäessä MO- ja LO-opiskelijoiden koulutusta. Erityisesti tämänkaltaisessa käytössä pitäisi kiinnittää huomiota ryhmien välillä ilmenneisiin eroihin matematiikkakuvassa ja pedagogisessa ajattelussa (tutkimuskysymys 2.2). Mitä opittavaa opiskelijaryhmillä olisi siis toisiltaan? Aineenopettajakoulutuksessa käytettävä sekaryhmätoiminta, jossa tavoitellaan ”opettajahuonemaista”, laaja-alaisen osaamisen kattavaa asiantuntijaryhmäytymistä, voisi toimia esimerkkinä tästä. Matematiikkakuvan hahmottaminen ja pedagoginen ajattelu eivät ole asioita, joita voi suoraan toiselle ihmiselle opettaa, mutta jos LO-opiskelijat ja aineenopettajaopiskelijat voisivat toimia yhdessä jo koulutuksen aikana enemmän, olisi sillä varmasti kauaskantoisia seurauksia heidän tuleviin opettajan ammatteihinsa. Esimerkiksi opiskelijat voisivat seurata toisen ryhmän edustajan pitämiä matematiikan tunteja ja antaa palautetta opetustaidoista ja toisaalta matemaattisen tiedon konkretisoinnista.

6.2.3 Ajattelun muuttamisen tarpeellisuudesta

Millainen on hyvä matematiikan opettaja? Tähän kysymykseen joutuu varmasti jokainen luokan- tai matematiikan opettajaksi opiskeleva jossain vaiheessa opintojaan. Ja ennen kaikkea, miten tähän hyvän opettajan ihanteeseen päästään?

Pedagogisen ajattelun teoriaan nojautuen (esim. Palomäki 2009, 31) opettajan tulisi ennen kaikkea pohtia oman toimintansa perusteita. Jos siis matematiikan opettajan toiminta pohjautuu hänen matematiikkakuvaansa, tulisi hänen pohtia omaa ainakin matematiikkakuvaansa omaa opetusta kehittäessään. Jotta matematiikan opettajan työ olisi tuloksellista ja hän voisi olla hyvä opettaja, on hänen ennen kaikkea tiedostettava oma matematiikkakuvansa, jolloin myös hänen pedagoginen ajattelunsa voisi kehittyä. Jos siis haluttaisiin verrata ”hyvää” ja ”huonoa” matematiikkakuvaa keskenään, tulisi keskittyä siihen, miten yksilö sen hahmottaa. Opiskelijan matematiikkakuva saattaa olla aivan erilainen kuin se, millainen sen nykyisen tieteellisen matematiikkatiedon valossa tulisi sisällöllisesti olla. Jos hän kuitenkin tiedostaa itse sen tilan, voi hän silti opettaa matematiikkaa tuloksellisesti.

6.3 Jatkotutkimusehdotuksia

Tutkielmani avasi monia itseänikin kiinnostaneita jatkotutkimusaiheita, josta päällimmäinen lienee opiskelijaryhmien ajatteluerojen syiden pohdinta. Mitkä seikat koulutuksessa ovat siis johtaneet siihen, että MO- opiskelijoilla on erilainen matematiikkakuva ja pedagoginen ajattelu kuin LO- opiskelijoilla? Ja onko ajattelutapojen yhteneväisyys selitettävissä pelkästään samankaltaisella peruskoulu- ja toisen asteen koulutustaustalla?

Opiskelijan matematiikkakuvan vaikutusta hänen tulevaan ammattiinsa olisi myös mielenkiintoinen tutkimuksen aihe. Erityisesti opiskeluaikana kartoitettu matematiikkakuva ja sen mahdollinen muuttuminen opettajan ammattiin ryhtyessä voisi olla hyvä jatkotutkimuksen lähtökohta.

Tämänkaltainen tutkimus olisi myös hyvä suorittaa samoilla henkilöillä esimerkiksi 1-2 vuoden opettajan työssä toimimisen jälkeen. Onko matematiikkakuva ja pedagoginen ajattelu muuttunut? Toisaalta myös samankaltaisen haastattelun isommalla otoskoolla vahvistaisi tämän tutkielman yleistettävyyttä.

LÄHTEET

Abelson, R. 1979. Differences between belief systems and knowledge systems. Cognitive Science 3, 355–366.

Ahonen, S. 1994. Fenomenografinen tutkimus. Teoksessa S. Ahonen, S. Saari, L. Syrjälä, E. Syrjäläinen. Laadullisen tutkimuksen työtapoja. Helsinki: Kirjayhtymä Oy

Alasuutari, P. 1999. Laadullinen tutkimus. Tampere: Vastapaino.

Ball, D.L. 1990. The mathematical understanding that prospective teachers bring to teacher education. The elementary School Journal 90 (4), 449-466.

Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C.A., Underhill, R.G., Jones, D. & Agard, P.C. 1992. Learning to teach hard mathematics: Do novice teachers and their instructors give up too easily? Journal for Research in Mathematics Education 23 (3), 194-222.

Bromme, R. 1994. Beyond subject matter: a psychological topology of teacher's professional knowledge. Teoksessa R. Biehler (toim.) Didactics of mathematics as a scientific discipline. Dordrecht, Boston: Kluwer Academic Publishers, 73-88.

Carpenter, T.P., Fennema, E., Peterson, P. L., & Carey, D.A. 1988. Teacher's pedagogigal content knowledge of students' problem solving in elementary mathematics. Journal for research in Mathematics Education 19 (5), 385-401.

Clark, C. M. & Peterson, P.L. 1986. Teacher's thought processes. Teoksessa M.C. Wittrock (toim.) Handbook of research on teaching. 3. painos. New York: MacMillan, 255-296.

Cooney, T.J. 1999. Conceptualizing teacher's ways of knowing. Educational Studies in Mathematics 38, 163-187.

Denzin, N. & Lincoln, Y. 1994. Introduction. Entering the field of Qualitative Research. Teoksessa N. Denzin & Y. Lincoln (toim.) Handbook of Qualitative Research. Sage Publications: Thousand Oaks, 1-17.

Ernest, P. 1989. The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics. Teoksessa P. Ernest, (toim.) Mathematics teaching. The State of the Art. New York: Falmer Press, 249-254

Ernest, P. 1991. The philosophy of mathematics education. London, New York: Falmer Press.

Eskola, J. & Suoranta, J. 2008. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Tampere: Vastapaino

Evans, J. 2000. Adult's mathematical thinking and emotions: a study of numerate practices. London: Routledge/Falmer.

Fennema, E & Franke, M. 1986. Teacher's knowledge and its impact. Teoksessa D.A. Grouws, (toim.) Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan Publishing Company, 147-164

Foss, D. & Kleinsasser R. 1996.Preservice elementary teacher's views of pedagogical and mathematical content knowledge. Teaching & Teacher Education 12 (4), 429–442.

Gröhn, T. 1993. Fenomenografinen tutkimusote. Teoksessa T. Gröhn & J. Jussila (toim.) Laadullisia lähestymistapoja koulutuksen tutkimuksessa. Helsinki: Yliopistopaino, 1-32.

Haapasalo, L. 2004. Pitääkö ymmärtää voidakseen tehdä vai pitääkö tehdä voidakseen ymmärtää? Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia oppimiseen ja opettamiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki- instituutti., 50–83

Hannula, M. 2001. The metalevel of cognition-emotion interaction. Teoksessa M. Ahtee, O. Björkqvist, E. Pehkonen & V. Vatanen. (toim.) Research on Mathematics and Science Education. From Beliefs to Cognition, from Problem Solving to Understanding. Jyväskylän yliopisto, Koulutuksen tutkimuslaitos, 55-65

Hannula, M. 2002. Goal regulation: needs, beliefs and emotions. Teoksessa A. D. Cockburn & E. Nardi (toim.) Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (3), 73-80.

Hannula, M. 2004. Affect in mathematical thinking and learning. Turun yliopisto. Väitöskirja.

Harri, R. (painossa). Luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvan ilmeneminen luokkahuonekeskustelussa. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Pro gradu –tutkielma.

Hiebert, J & Carpenter, T. 1992. Learning and teaching with understanding. Teoksessa D. A. Grouws (toim.) Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan Publishing Company, 65-97

Hiebert, J. & Lefevre, P. 1986. Conceptual and procedural knowledge. Teoksessa J. Hiebert (toim.) Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1-27.

Hirsjärvi, S. & Hurme, H. 2001. Tutkimushaastattelu. Teemahaastattelun teoria ja käytäntö. Helsinki: Yliopistopaino.

Hirsjärvi S., Remes P. & Sajavaara, P. 2009. Tutki ja kirjoita. Hämeenlinna: Kariston kirjapaino.

Joutsenlahti, J. 2004. Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä. Tampereen yliopisto. Väitöskirja.

Kaasila, R. 1997. Konstruktivismin eri muodot matematiikan opetuksessa peruskoulun ala-asteella. Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä julkaisuja B. Tutkimusraportteja ja selvityksiä 26.

Kaasila, R. 2000. ”Eläydyin oppilaiden asemaan”. Luokanopettajaksi opiskelevien kouluaikaisten muistikuvien merkitys matematiikkaa koskevien käsitysten ja opetuskäytäntöjen muodostumisessa. Lapin yliopisto. Väitöskirja.

Kaasila, R, Laine, A. & Pehkonen, E. 2004. Luokanopettajaksi opiskelevien matematiikkakuva ja sen muuttuminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia oppimiseen ja opettamiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki-instituutti., 397–413

Kansanen, P. 2004. Opetuksen käsitemaailma. Jyväskylä: PS-Kustannus

Kansanen, P. 1996. Opettajan pedagoginen ajattelu ja sen "opettaminen". Teoksessa S. Ojanen (toim.) Tutkiva opettaja 2. Helsingin yliopiston Lahden Tutkimus- ja koulutuskeskus. Oppimateriaaleja 55, 45-50

Kivi, A. 1968. Aleksis Kiven mestariteokset III. Seitsemän veljestä. Helsinki: Kustannusosakeyhtiö Otava

Kupari, P. 1999. Laskuharjoittelusta ongelmanratkaisuun: matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos.

Lincoln, Y.S. & Guba, E.G. 1985. Naturalistic inquiry. Beverly Hills, CA: Sage.

Linjama, P. 2009. Luokanopettaja- ja erityisopettajaopiskelijoiden matematiikka-asenteet opintojen alkuvaiheissa. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Pro gradu –tutkielma.

Malinen, A. 2000. Towards the essence of adult experiantial learning : a reading of the theories of Knowles, Kolb, Mezirow, Revans and Schön. University of Jyväskylä: SoPhi. Väitöskirja

Martio, O. 2004. Didaktinen matematiikka? Tieteessä tapahtuu 2/2004. 42-45. Viitattu 22.3.2010. http://www.tieteessatapahtuu.fi/0204/martio.pdf

Marton, F. & Pang, M. F. 1999. Two faces of variation. Paper presented at 8th European conference for learning and instruction, 24.-28.8.1999. Göteborg.

McLeod, D. B. 1992. Research on affect in mathematics education: a reconceptualisation. Teoksessa D. A. Grouws (toim.) Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan Publishing Company, 575–596

Metsämuuronen, J. 2000. Laadullisen tutkimuksen perusteet. Helsinki: Methelp.

Miles, M. B. & Huberman, A. M. 1994. Qualitative data analysis (2. painos). California: Sage.

Mitchell, J. 1994. Teacher's implicit theories concerning questioning. British Educational Research Journal 20, 69-83.

Niikko, A. 2003. Fenomenografia kasvatustieteellisessä tutkimuksessa. Joensuun yliopisto: Kasvatustieteellisen tiedekunnan tutkimuksia 85.

Nuttin, J. 1984. Motivation, planning and action: a relational theory of behavior dynamics. Leuven: Leuven University Press.

Nykysuomen sanakirja. 2002. Juva: WSOY

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004. Opetushallitus. Helsinki

Palomäki, S. 2009. Opettajaksi opiskelevien pedagoginen ajattelu ja ammatillinen kehittyminen liikunnanopettajakoulutuksessa. Jyväskylän yliopisto. Väitöskirja.

Pehkonen, E. 1993. Oppilaiden matemaattiset uskomukset oppimisen piilovaikuttajina. Teoksessa J. Leino, J. Paasonen, E. Pehkonen (toim.) Matematiikan opetus ja konstruktivismi – teoriaa ja käytäntöä. Helsinki: Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Julkaisuja 116.

Pehkonen, E. 1994. Opettajien matemaattisten uskomusten muuttumisesta. Teoksessa H. Silfverberg, K. & K. Seinelä (toim.) Tampere: Tampereen opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 18, 59-66

Pietilä, A. 2002. Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina. Helsingin yliopisto. Väitöskirja.

Romberg, T.A. 1992. Problematic features of the school mathematics curriculum. Teoksessa P. W. Jackson (toim.) Handbook of research on curriculum. New York: Macmillan, 749-774.

Ruffell, M., Mason, J. & Allen, B. 1998. Studying attitude to mathematics. Educational Studies in Mathematics 35, 1-18.

Schoenfeld, A. 1985. Mathematical problem solving. Orlando: Academic Press

Schoenfeld, A. 1987. What's All the Fuss about Metacognition? Teoksessa A. Schoenfeld (toim.) Cognitive Science and Mathematics Education. Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Shulman, L. S. 1986. Those who understand. Knowledge growth in teaching. Educational Researcher 15 (2), 4-14.

Syrjälä, L. 1994. Tapaustutkimus opettajan ja tutkijan työvälineenä. Teoksessa S. Ahonen, S. Saari, L. Syrjälä, E. Syrjäläinen. Laadullisen tutkimuksen työtapoja. Helsinki: Kirjayhtymä Oy.

Thompson, A. 1984. The relationship of teachers conceptions of mathematics teaching to instructional practice. Educational studies in Mathematics 15 (2), 105-127

Tossavainen, T. & Sorvali, T. 2003. Matematiikka, koulumatematiikka & didaktinen matematiikka. Tieteessä tapahtuu 8/ 2003. 30-35. Viitattu 19.3.2010 http://www.tieteessatapahtuu.fi/038/tossavainensorvali.pdf

Tuomi, J. & Sarajärvi, A. 2009. Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Helsinki: Tammi.

Tynjälä, P. 1991. Kvalitatiivisten tutkimusmenetelmien luotettavuudesta. Kasvatus 22 (5-6), 387-398.

Väisänen, P. & Silkelä, R. 2003. Luokanopettajaksi opiskelevien ammatillinen kasvu ja kehittyminen pitkäkestoisessa ohjauksessa - tutkimushankkeen teoreettisen mallin ja menetelmien kehittelyä. Teoksessa R. Silkelä (toim.) Tutkimuksia opetusharjoittelun ohjauksesta. Suomen harjoittelukoulujen vuosikirja N:o 1, 27-42.

Woolfolk, A. E. 2007. Educational Psychology. 10. painos. Boston: Allyn and Bacon

LIITTEET

Liite 1: Matematiikan opettajan kehitys Erkki Pehkosen (1994) mukaan

	Mitä on matematiikka?	Mitä on matematiikan oppiminen?	Mitä on matematiikan opettaminen?	Mitkä ovat opettajan / oppilaiden roolit?	Mitkä ovat suoritusten hyväksyttävyyden kriteerit?
TASO1	- aritmeettisten taitojen käyttöä arkipäivän tilanteissa -matemaattinen tieto tarkoittaa faktatietoja ja menettelytapoja	- faktojen, sääntöjen ja kaavojen muistiin painamista - jokaista sisältöä pidetään yhtä tärkeänä ja aina edellytyksenä seuraavan oppimiselle	- oppikirjassa esiteltyjen sisältöjen ja taitojen läpikäymistä	- opettaja on hyviksi havaittujen menettelytapojen esittäjä - oppilaat jäljittelevät ja harjoittelevat	- päämääränä ovat tarkat vastaukset - opettaja tai oppikirja on auktoriteetti; auktoriteetti oppija ulkopuolella
TASO 2	- säännöt hallitsevat edelleen kaikkea työskentelyä - arvostetaan sääntöjen takana olevien käsitteiden ja periaatteiden ymmärtämistä	- aletaan nähdä eroa "merkityksen" ja " taidon" välillä - heräävää tietoisuutta opetuksellisten esitysmuotojen hyväksikäytöstä - aletaan ymmärtää sisältöjen monimutkaisuutta	- opettajalla oltava erityisiä opetustekniikoita eri tilanteita varten (ei yleistymistä) - manipulatiivisen materiaalin käyttö -yhteyksien löytyminen oppilaiden vastuulla	- opettaja toimii paljolti samoin kuin edellä - opettaja panee painoa sääntöjen perusteluille - oppilaat ymmärtävät jonkin verran standardimenettelyjen perusteluja	- ekspertit ovat edelleen oikeellisuuden auktoriteettejä
TASO 3	- matematiikka ymmärretään erilaisten yhteen nivoutuneiden käsitteiden, menettelytapojen ja esitysmuotojen systeeminä	- ymmärtäminen alkaa matematiikan tekemisestä - arveleminen, perusteleminen ja ymmärtäminen oppimisen olennaisia prosesseja - oppimisen mielekkyys	- oppilaiden annetaan tutkia ja tehdä matematiikkaa - oppilaita ohjataan havaitsemaan, että samankaltaiset matemaattiset ideat saavat alkunsa "ulkoisesti" erilaisista tilanteista	- opettaja ohjaa oppilaiden ajattelua hedelmällisillä tavoilla - opettaja kuuntelee ja tarkkailee oppilaiden kommunikointia - oppilaita kannustetaan ilmaisemaan omia ideoitaan	- opetuksen päämääränä on matematiikan tekeminen - suoritusten oikeellisuutta arvioidaan monipuolisesti ja myös oppilaat osallistuvat siihen

Liite 2: Suullinen haastattelurunko

1. Lyhyt henkilöhistoria (peruskoulusta lähtien työ/opiskelu, mitä tehnyt ennen opettajaopintoja)
2. Miksi haluat juuri matematiikan/luokanopettajaksi?
3. Mitä matematiikka mielestäsi on?
4. Miten matematiikkaa opitaan?
5. Miten itse opit parhaiten matematiikkaa?
6. Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?
7. Miksi koulussa mielestäsi opetetaan matematiikkaa?
8. Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa? Millaista matematiikkaa nykyisin tarvitaan?
9. Mitä tunteita matematiikan opettaminen sinussa herättää?
10. Miten muuttaisit matematiikan opetusta koulussa?
11. Mainitse yksi tiedollisesti helppo osa-alue matematiikan opettamisessa
12. Mainitse yksi tiedollisesti vaikea osa-alue matematiikan opettamisessa

Liite 3: Kirjallinen haastattelurunko

*Haastattelun numero:*__________ *(tutkija täyttää)*

1. Sukupuoli (ympyröi numero) 1 mies 2 nainen

2. Syntymävuosi:______________

3. Yliopisto- opintojen aloitusvuosi:______________

4. Toisen asteen koulutus (ympyröi numero)
   1 lukio

   2 joku muu, mikä?______________

Jos vastasit "1", vastaa myös kysymyksiin 4.1 ja 4.2

Jos vastasit "2", siirry suoraan kysymykseen 5

4.1. Lukiomatematiikanopintojesi laajuus (ympyröi numero):

1 lyhyt 2 pitkä

4.2. Ylioppilastodistuksesi matematiikan arvosana (ympyröi numero)

1 en kirjoittanut matematiikkaa

2 I 3 A 4 B 5 C 6 M 7 E 8 L

5. Kuinka monta tuntia olet tähän mennessä opettanut matematiikkaa? (harjoitteluissa, sijaisena) Ympyröi numero.
   1. en yhtään
   2. 1-10
   3. 10-100
   4. yli 100

6. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004) mainitaan seuraavat matematiikan oppimisen ja opetuksen osa-alueet. Mitä matematiikan merkityksiä itse haluat korostaa opettajana? Laita tavoitteet tärkeysjärjestykseen (1= tärkein, 9 = vähiten tärkeä)

___ kehittää oppilaan matemaattista ajattelua

___ opettaa matemaattisia käsitteitä

___ opettaa yleisimmin käytettyjä ratkaisumenetelmiä

___ kehittää luovaa ja täsmällistä ajattelua

___ ohjaa oppilasta löytämään ja muokkaamaan ongelmia sekä etsimään ratkaisua niihin

___ vaikuttaa oppilaan henkiseen kasvamiseen

___ kehittää oppilaan tavoitteellista toimintaa

___ kehittää oppilaan sosiaalista vuorovaikutusta

___ luo kestävän pohjan matematiikan käsitteiden ja rakenteen omaksumiselle

7. Numeroi seuraavista matematiikan ominaisuuksista ne **kolme**, jotka sinun mielestäsi kuvaavat parhaiten matematiikan luonnetta (1 = kuvaa parhaiten, 2 = kuvaa toiseksi parhaiten, 3 = kuvaa kolmanneksi parhaiten)

__ ehdottoman varmaa tietoa

__ sääntöjen ja kaavojen muistamista

__ abstraktia

__ ihmisten keksimää

__ eräs kieli

__ aikojen kuluessa muuttuvaa

__ täsmällisesti esitettyä

__soveltamista

__ eräs ajattelutapa

__työelämässä tarvittavien taitojen kokoelma

Liite 4: Tiivistelmät suullisesta haastatteluaineistosta

Tässä liitteessä on esitelty suullisen haastattelun kysymyksiin numero 3-10 saadut vastaukset tiivistettynä. Mukana on myös haastateltavan antamien vastausten pohjalta tehtyjä tarkentavia kysymyksiä sekä niihin saatuja vastauksia. Haastatteluaineistosta on tiivistettäessä nostettu esiin matematiikkakuvan ja pedagogiseen ajattelun analysointiin olennaisesti liittyvä aineisto. Vastaukset on jaoteltu vastaajakohtaisesti (ks. kappale 5.1.).

Merkinnöistä: J = haastattelija,
MO1-5, LO1-5 = vastaaja

MO1:

J: Mitä matematiikka mielestäsi on?
MO1: Ongelmanratkaisua, koulussa ehkä numeroita, muuttujia, mutta lähinnä ongelmanratkaisua. Voi olla myös apuväline muihin tieteisiin liittyen.
J: Miten matematiikkaa opitaan? Millä tyyleillä?
MO1: Tekemällä itse. Että joku ensin neuvoo ja sitten voi itse harjoitella käytännössä. Ainakin itse opin parhaiten tekemällä.
J: Miten itse opit parhaiten matematiikkaa? Lisättävää äskeiseen?
MO1: Ei lisättävää. Itse jos harjoittelee ja laskee, niin sillä keinolla kyllä.
J: Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?
MO1: No jotain motivointia pitäisi keksiä enemmän, ettei se olisi pelkkää laskemista. Että saisi sen käytännön liitettyä tähän matematiikan opettamiseen. Niin mun mielestä se olisi ihan plussaa.
J: Eli ajattelet että käytäntö motivoi, ja sitominen reaalielämään?
MO1: Joo.
J: Miksi koulussa mielestäsi opetetaan matematiikkaa?
MO1: Sitähän tarvitaan kaikkialla, joka päivä. Sä tarviit sitä tiedostamattasi niin paljon, se on sellainen yleishyödyllinen taito.
J: Minkälaisia nämä tiedostamattomat tilanteet on?
MO1: No jos meet vaikka kauppaan, niin siellähän sä ynnäät yhteen että paljon sun ostokset maksaa ja että riittääkö sun rahat. Yksinkertaisin esimerkki.
J: Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa?

MO1: Ainakin osittain. Kyllä siellä aika pitkälle tulee ne peruslaskutoimitukset, joilla pärjää ihan hyvin. Ja ongelmanratkaisu. Tällaista, että aika lailla, en ole vielä tarkalleen perehtynyt siihen että mitä kaikkea siellä opetetaan.
J: Aivan. Jos ajattelet ihan omia kouluaikoja, että mitä sieltä tulee mieleen.
MO1: Siitäkin on jo niin kauan, että huh, mutta ihan hyvin tässä on pärjätty.
J: Sitten vielä jatkokysymyksenä, että millaista matematiikkaa nykyisin tarvitaan?
MO1: No tietokoneisiin liittyvää matematiikkaa hyvin paljon, koska koneet on tullu niin tärkeiksi
J: Minkälaista tämä tietokoneisiin liittyvä matematiikka on? Että onko se sellaista että voi laskea tietokoneilla, vai että tietokoneita kehitetään?
MO1: No sekä että. Että niitä osataan kehittää. Tietokoneethan on kehitetty matematiikan avulla. Että niitä osataan kehittää lisää, ja sit myös että osaa käyttää niitä ohjelmia hyödyksi siinä laskemisessa.
J: Mitä tunteita matematiikan opettaminen sinussa herättää?
MO1: Innostuneita tunteita, olin ensimmäistä kertaa luokan edessä viime viikolla ja oli todella kivaa. Vaikka ei kaikki mennytkään ihan nappiin, niin ihan positiivinen kokemus.
J: Osaatko eritellä että mistä innostuminen johtuu? Siitä että olet itse innostunut aiheesta vai siitä, että pystyt oppilaita innostamaan?
MO1: No siis kyllä mä sain siellä niitäkin viittaamaan, että sai niiltä vastauksia. Mutta ehkä sitä pitää vielä harjoitella. Ehkä innostuminen johtuu enemmän siitä, että on itse innostunut aiheesta
J: Miten muuttaisit matematiikan opetusta koulussa?
MO1: No ensinnäkin pitää tutustua paremmin, koulu muuttunut omista kouluajoista. Ei enää niin tiukkaa kuria. Haluan kiinnittää huomiota käytännönläheisyyteen. Omina kouluaikoina ei kerrottu, miten tämä liittyy mihinkään. Ehkä, jos sen saisi omassa opetuksessa korostumaan enemmän.

MO2:

J: Minkä takia matematiikanopettajaksi?
MO2:Matikka on ollut helppoa, tykännyt siitä aina. Siitä luulisin että on lähtenyt. Helppoa ollut ja menestynyt. Aluksi oli pitkään, että ei opettajaksi, mutta sitten olin kouluavustajana intin jälkeen töissä, niin sitten tuli että opettajahommakin voisi olla ihan kiva. Tartuin sitten opettajaksi opiskelun mahdollisuuteen.
J: Mikä opettajan hommassa alkoi kiinnostaa?
MO2: Jotenkin se työ, mitä se siellä oli, ja se ilmapiiri muutenkin koulussa. Opettajanhuoneessa sellaista ja sit se lasten kanssa työskentely. Ja vanhoilta opettajilta jotain kanssa sellaista juttua kuullut, että ihan mukavaa se on.
J: Mitä sun mielestä matematiikka on?

MO2: Ekana tulee mieleen että hidasta, sellaista loogista päättelyä ja ongelmanratkaisua. Se kiehtoo eniten. Asetetaan jonkunnäköinen ongelma ja sitä ratkotaan. Matikassa ongelmanratkaisu erilaista kuin muissa aineissa. Enemmin keskittyy pelkästään siihen.
J: Miten matematiikkaa opitaan?
MO2: En oikein tiedä, peruskoulussa ja lukiossa ollut toistamista, laskuja tehdään. Tiedot tulevat sitten takaraivoon. "Tällaiset tehtävät ratkaistaan tällä tavalla". Mekaanista työskentelyä, ei itsestä kovin fiksulta tunnu mutta ei tule parempaakaan mieleen. Myös ongelmanratkaisu mekaanista, harvemmin itse rupeaa miettimään jotain mikä ei olisi ennalta annettu tai löytyisi heti siitä.
J:Miten itse opit parhaiten matematiikkaa?
MO2: Mekaanisesti oppii parhaiten, tyyli alkoi lukiossa. Ennen sitä ei paljoa tullut tehtyäkään. Sitten kun alkoi miettiä että jotain voisikin tehdä matikan eteen, niin alkoi sujua.
J: Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?
MO2: Ois hyvä jos herättäis niissä oppilaissa kysymyksiä, saisi niihin mielenkiintoa ja tiedonjanoa. Kysymykset saadaan esittelemällä aihetta, jonka jälkeen oppilaat saisivat itse vastata kysymykseen "Mihin tätä tarvitsee", ettei ala opettajalta aina kysymään. Käytännön kautta.
J:Miksi koulussa opetetaan matematiikkaa?
MO2: Peruslaskutoimitukset ja muut on aika tarpeellisia, että selviytyy yhteiskunnassa, ja sitten yleensäkin että on valmiuksia muuhun kuin kaupassa käyntiin. Jos ei lähde teknillisille aloille niin sitten sitä ei mihinkään tarvitse, ala-asteen opeilla pitäisi pärjätä. Matematiikkaan törmää vaikka silloin kun pitää jotain tasapuolisesti jakaa.
J: Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa? Tarvitseeko esim. yläasteen oppeja jossakin?
MO2: Yläkoulussa kertaamista alakoulusta. Kuvaajasta katsomiset kannattavia, ei kuitenkaan välttämätöntä.
J: Millaista matematiikkaa nykyisin tarvitaan?
MO2: Kaupassa käynti, jakaminen, kertominen, yhteen ja vähennyslaskut. Jotain kuvaajia että osaa tulkita, tietää että jos toinen kasvaa niin miten toinen kasvaa
J: Mitä tunteita matematiikan opettaminen herättää?
MO2: Epätoivoa, jos joku ei osaa. Nyt tuntuu että jos joku on selvää itselle, niin miten tätä alkaa sitten selittää. Jos kaikki menee hyvin niin sitten iloista, mielihyvää ja sitten pystyy vielä jotain haastavampaa esimerkkiä laittamaan, ja jos oppilaat sattuu vielä tykkäämään.
J: Miten muuttaisit matematiikan opetusta peruskoulussa?
MO2: (pitkä hiljaisuus) Ei välttämättä mitään hirveästi. Matematiikka tuntui peruskoulussa, että joku esimerkki laitettiin taululle ja sitten laskettiin. Ehkä voisi kokeilla jotain ryhmätyötä tai jotain sellaista. Matematiikka peruskoulussa oli itselle helppoa. En toisaalta olisi halunnutkaan enempää haasteita.

MO3:

J: Mitä matematiikka mielestäsi on?
MO3: Mulle itselle ongelmienratkaisua, uusien ongelmien löytämistä jopa. Ehkä perimmäisempänä laskuapu, keino mitata. Mittauskeinoja tarvitsee…(tauko) Mulle matematiikka on sitä varten, että pystytään mittaamaan tiettyjä asioita, mittauksen avuksi. Että pystytään saamaan jotain irti epämääräisestä tiedosta…oon tosi huono selittämään. Koen että kaikki matematiikka on lähellä oikeaa elämää.
J: Miten matematiikkaa opitaan? Millä tyyleillä?
TMO3 Mä itse olen oppinut sen takia, että sisäinen kiinnostus on ollut kova. Ehkä eniten oppimiseen vaikuttaa se, että opettaja on kiinnostunut. Että opettaja pystyy tekemään tosi paljon. Itsellä ollut kiinnostunut matematiikan opettaja, jolla oli loistava tapa esittää tarkentavia kysymyksiä, jolla sai oppilaat ajattelemaan. Osasi purkaa kysymykset peruskohdikseen, oikein pohjille, ”mistä tässä on kysymys?”. Matematiikkaa opitaan ajattelemalla, mutta siihen tulee varmuutta laskemalla. Kaikki mekaaninen lasku sinällään on turhaa, tärkeämpää on ajattelu. Toisaalta jos on kiire tehdä tehtäviä, niin sitten mekaanisesti.
J: Miten itse opit parhaiten matematiikkaa? Lisättävää äskeiseen?
MO3: Oikeasti opin varmaan parhaiten sillä lailla että teen, olen liian tyhmä oppiakseni ajattelemalla. Mutta siis kyllä vielä lukiossa se oli vielä sitä, että kun van rupesi ajattelemaan ja järkeilemään, kyllä se sitten meni. Muta sitten yliopistossa asiat on niin abstrakteja, että pitää kynän ja paperin kanssa. Varmaan ajattelee enemmän sillä lailla.
J: Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?
MO3: Tiedän että olen erilainen ihminen kuin oma opettaja oli, en pysty samanlaiseen ongelmien purkamiseen, mutta olisihan se kivaa jos joskus siihen pystyisi. Koin että siellä tunneilla oli tosi helppo oppia, jos jaksoi seurata. Haluaisin opettaa sillä lailla, mutta luulen, että päädyn opettamaan perinteisesti, että kirjoittaa ja puhuu siellä edessä. Ehkä haluaisin opettaa lähemmin ja henkilökohtaisemmin.
J: Miksi koulussa mielestäsi opetetaan matematiikkaa?
MO3: Luulisin, että se antaa ajattelun taitoja. Voisi kysyä, että miksei koulussa opeteta enemmän filosofiaa, ajattelun taidot on kuitenkin sellaisia, että ne ei ole synnynnäisiä. Ala-asteella toki sellaista, että opitaan numerot ja kellonajat ja tällaiset, mutta yläasteelta eteenpäin vain ajattelun taitoja.
J: Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa?
MO3: On ainakin ala-asteella, kellotaulu on hyvä tietää. Kyllä aika pitkälle, en tiedä tarvitsetko geometriaa kovin pitkälle, esim. harppia ei enää nykypäivänä kauheasti tarvitse. Kyllä luulen että esim. yhtälöryhmät on sellaisia, mitä saattaa tarvitakin.

J: Sitten vielä jatkokysymyksenä, että millaista matematiikkaa nykyisin tarvitaan?
MO3: Ollaan menossa tietotekniikkayhteiskuntaan, matematiikka tulee tärkeämmäksi, tämän ymmärsin Nokian työpaikalla. Ehkä jopa enemmän fysiikan ymmärtämistä vaaditaan. Logiikka on yleispätevää, mutta voisi olla saman tien filosofiaakin. Aina on hyvä tietää korot, palkat ja velat… uskoisin että peruskoulussa on aika käytännönläheistä matematiikkaa. Matematiikkaa voisi enemmän
taa ”viihteenä”, kuten filosofiaa.
J: Mitä tunteita matematiikan opettaminen sinussa herättää?
MO3: Ei suoranaisesti ahdista, mutta tiettyä vajavaisuutta kokee itseään kohtaan. Sellainen tietty pelko jopa, että niin kuin osaa tässä vaiheessa asiat liian hyvin, ettei kykene ymmärtämään niitä yksinkertaisimpia ongelmia. Tavallaan sellainen pelko, että olisi matematiikan osalta ylikoulutettu hommaansa, ettei pysty enää ymmärtämään niitä ongelmia. Tietyllä tavalla myös jännittää, ehkä jopa näkee haasteena, kokee samalla että ajatuksellisena haasteena että miten saa purettua ongelmat osiin.
J: Miten muuttaisit matematiikan opetusta koulussa?
MO3: Kyllä ala-asteella on hyvä, että se on sellaista laskentoa, mutta olisi hyvä että yläasteella olisi teoreettisempaa. Että alkaisi ymmärtää, että esim. numeroiden sijasta voi käyttää kirjaimia. Että ei olisi niin ”laskentoa” enää yläkoulussa. Kun jutellut vanhempien ihmisten kanssa heidän kouluajoistaan, niin tuntuu että matematiikkaa aina helpotetaan ja viedään vastuuta ylemmäs ja ylemmäs. Esimerkiksi joukko-opillisia merkintöjä ei tule peruskoulussa ollenkaan. Omasta mielestä matemaattinen merkintätapa pitäisi opetella heti alussa. Logaritmit haluaisin yläasteelle.

MO4:

J: Mitä matematiikka mielestäsi on?
MO4: Loogista päättelyä, ongelmanratkaisua, laskemista. Ehkä looginen päättely kuvaa parhaiten.
J: Miten matematiikkaa opitaan? Millä tyyleillä?
MO4: Ehdottomasti sillee, että pääsee itse tekemään. Ei opettajajohtoista, vaan että oppilaat pääsee itse tekemään ja laskemaan, jopa tutkimaan juttuja. Ettei vaan istuta hiljaa matikan tunnilla.
J: Miten itse opit parhaiten matematiikkaa? Lisättävää äskeiseen?
MO4: Itse laskemalla, miettimällä. Kaikki mitä luennoilla puhutaan menee ohi, mutta kun itse pääsee tekemään niin jää päähän.
J: Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?
MO4: Tutustunut äskettäin uusiin työtapoihin, esimerkiksi polynomiristikot, integraalit konkreettisten kappaleiden kautta. Toiminnallisuutta enemmän.
J: Miksi koulussa mielestäsi opetetaan matematiikkaa?

MO4: Matematiikkaa tarvitsee kaikkialla. Vaikkakin klisee, niin näin se on. Sovelluksia tarvitaan elämässä, esimerkiksi tekniikkaan liittyviä. Tieteessä tarvitaan matematiikkaa.
J: Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa?
MO4: Muutamia poikkeuksia lukuun ottamatta kyllä. Riippuu toki myös yksilöstä, miten elää elämänsä. Esim. siivooja ei tarvi paljoakaan. Arkipäivän elämässä prosenttilaskut kaupassa kun on alennusmyynnit. Elämä voisi olla aika hankalaa jos ei näitä peruslaskuja osaa.
J: Sitten vielä jatkokysymyksenä, että millaista matematiikkaa nykyisin tarvitaan?
MO4: Käytännönläheistä. Sillä saisi oppilaita enemmän motivoituakin
J: Mitä tunteita matematiikan opettaminen sinussa herättää?
MO4: Innostusta, ehkä pikkuisen myös pelkoa siitä, että osaako selittää asiat ymmärrettävästi. Mutta tässä vaiheessa ainakin intoa. Päässä on erilaisia ideoita siitä, mitä voisi kokeilla. Innostus kohdistuu nimenomaan opettamiseen, ei itse asiaan.
J: Miten muuttaisit matematiikan opetusta koulussa?
MO4:Aika suppea kuva peruskouluopetuksesta. Vahva näkemys siitä, miten itseä on opetettu, tätä muuttaisi radikaalisti. Kaikki istui hiljaa ja kuunteli opettajaa, se ei toiminut. Ei toiminnallisuutta. Lukioinnostus johtui kannustavasta opettajasta.

MO5:

J: Mitä matematiikka mielestäsi on?
MO5: No ei ainakaan pelkkää laskemista. Että on jotkut aksioomat ja niistä päätellään loogisesti. Rakennetaan sen pohjalta sitten kaikenlaista. Toisaalta käytetään apuna eri tieteissä, mutta toisaalta myös itsenäinen tiede.
J: Miten matematiikkaa opitaan? Millä tyyleillä?
MO5: No ainakin itse tekemällä. Vaikka sillee ongelmalähtöisesti, että on joku ongelma mitä ratkotaan ja sitten samalla siinä opitaan ihan vaan käsitteitä ja tällaisia. Itse tekeminen on sekä ajattelua että mekaanista työskentelyä. Ainakin omalta kohdalta koen että ajatukset menee helposti sekaisin ja jää pyörimään paikallaan, että tarvitaan myös sitä tekemistä. Toisaalta siihen tarvitaan myös sitä ajattelua.
J: Miten itse opit parhaiten matematiikkaa? Lisättävää äskeiseen?
MO5: Just tuolla tavalla että tekee, ja siinä samalla. Toisaalta huomannut, että motivaatio on tärkeä, että miksi tätä tekee. Jos ongelmat liittyy ainakin jotenkin käytännön elämään niin se motivoi. Esimerkiksi kursseilla jos on hankalia demotehtäviä, mihin ei pääse käsiksi, niin motivaatio laskee. Pitää saada niitä onnistumisen kokemuksia. Jos opettaja innostunut aiheesta niin se tarttuu myös itseensä.
J: Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?
MO5: Riippuu minkä ikäisiä, oppimistason mukaan. Esimerkiksi yläkouluun mahdollisimman paljon havainnollistusta mukaan, mutta kyllä sitten lukiossa ja aikuisillakin olisi hyvä käyttää. Haluaisin opettaa sillee että motivoisin, kasvattai-

sin motivaatiota. Että matematiikkaa ei pidettäisi tylsänä kaavakokoelmana. Ja etten myöskään halua opettaa pelkkiä algoritmeja, metodeja: tee näin, tee näin. Että ymmärtäisi.
J: Miksi koulussa mielestäsi opetetaan matematiikkaa?
MO5:Se kehittää ajattelua (naurua).. Siis jotain näitä mitä yläkoulussa opetetaan, niin mä mietin että miksi. Että se tuntuu, että onko siinä ajatuksena vaan se ajattelun kehittäminen. On myös asioita, joita voi käytäntöön soveltaa, että esim osaa laskea jotain prosentteja, niin se on kyllä hyödyllistä. Olet helposti huijattavissa jos et ymmärrä mitään matikasta. Jos et vaikka osaa laskea prosentteja.
J: Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa?
MO5: En ole perehtynyt OPSiin, omista kouluajoista on jo niin paljon aikaa ja varmaan muuttunutkin siitä. Mutta sitä mietin, että esim geometrian ympyräkartiot, että onko ne kauheen olennaisia. Mutta kyllä tietysti joku yhtälön ratkaisu ja prosenttilaskut, niin ne kyllä on.
J: Sitten vielä jatkokysymyksenä, että millaista matematiikkaa nykyisin tarvitaan?
MO5: Ainakin voisi talousmatematiikkaa olla. Voisi ajatella että oppilaat jatkossa tarvitsee sitä. Ja sitten jotkut tilavuudet ja avaruuskappaleet, niin jos jotain tekniikkaa opiskelee niin ne on varmaankin melko tärkeitä. Mutta arkielämässä vaikka yksikkömuunnokset, desilitrat ja muut. Joillain yliopisto-opiskelijoilla on vaan sellainen asenne että ei siellä yläkoulussa oppinut mitään hyödyllistä matematiikasta…
J: Mitä tunteita matematiikan opettaminen sinussa herättää?
MO5:Tällä hetkellä vähän ahdistusta. Sit jotenkii miettii että osaako, tai että tuleeko opettamaan vain jotain metodia. Et ei sitä ymmärrystä. Mut sit miettii että ymmärtääkö sitä itsekään niin syvällisesti, että voisi muille välittää sitä. Toisaalta sit jos saa oppilaat innostumaan, niin siitä tulee tosi hieno olo, että vau, joku keksi, ja kyllä tää on hienoa että osataan laskeskella kaikenlaista. Ja sit on ollu myös epätoivoa, jos ei mitenkään saa selitettyä, että on niin suuri kuilu. Voi olla että johtui siitäkin että ei ollut miettinyt sitä tunnin aihetta. Ja sit voi olla että se aikakin tuli vastaan.
J: Miten muuttaisit matematiikan opetusta koulussa?
MO5: En osaa sanoa

LO1:

J: Mitä matematiikka mielestäsi on?
LO1: Kaavoja, hankalaa. Tosi intensiivistä, vaatii suurta hahmotuskykyä, laajojen kokonaisuuksien hallintaa. Pienien asioiden kanssa pääsee johonkin asti, mutta siitä eteenpäin pitää handlata se isompi merkitys siinä. Intensiivisyys = palasiin purkamista, keskittymistä yhteen osaan tietyssä tehtävässä, että ei voi niinku esim. psykologiassa, kun se on sellaisia isompia kokonaisuuksia, että sitä voi nähdä

isompana, mutta matikassa pitää ottaa aina se yksi osa ensin, että pitää siihen keskittyä ennen kuin pääsee seuraavaan.
J: Miten matematiikkaa opitaan? Millä tyyleillä?
LO1: --- (vastaus puuttuu sanelimelta)
J: Miten itse opit parhaiten matematiikkaa? Lisättävää äskeiseen?
LO1: Sillee että joku ohjaa siinä, monessa suhteessa sellainen oppija. Että joku havainnollistaa selkeästi konkreeteilla välineillä, ja selittää ja aukaisee, näyttää. Pänttäämällä tarttuu huonosti. Toki pitää itsekin tehdä tehtäviä, mutta lähtökohta on se, että siinä on se ohjaaja. Ohjaaja myös motivoi. Matikasta vahvoja tunteita, itsellä myös oma numero parani yläasteelle siirryttäessä, opettajalla iso merkitys. Opettaja oli selkeäsanainen, eteni loogisesti.
J: Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?
LO1: Mikäli vaan pystyy niin mahdollisimman havainnollisesti. Että se ei olisi vaan sitä että "tässä on tää kirja, tehdään tehtävät ja tarkastetaan omatoimisesti tarkistuskirjasta". Sellaisiakin hetkiä varmaan tulee että niin on tehtävä, mutta mahd. paljon pitäisi sitoa siihen tekemiseen.
J: Miksi koulussa mielestäsi opetetaan matematiikkaa?
LO1: Se kuuluu perussivistykseen. Sisältötiedoista en osaa sanoa, että miksi juuri niitä. Liittyyhän se arkielämäänkin jatkossa. Että siinä vaiheessa ymmärretään korot kun otetaan asuntolainaa jne, ja osataan suunnilleen laskea prosentit alennusmyynneissä sun muut, että ihan perussivistykseen
J: Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa?
LO1: Hyvin vähän oon tarvinnu mitään toisen asteen yhtälöitä, mutta ne mitä oon tarvinnu arjessa niin liittyy näihin prosenttilaskuihin ja korkoihin, mutta paljon on sellaistakin mitä ei ole tarvinnut.
J: Sitten vielä jatkokysymyksenä, että millaista matematiikkaa nykyisin tarvitaan?
LO1: No ei nyt tuu mieleen, en tiedä.
J: Mitä tunteita matematiikan opettaminen sinussa herättää?
LO1: Jännitystä, varmaan sen takia että siinä on ollu aika huono. Vähän ehkä sellasta kiinnostusta että sitä pystyis jollakin tapaa auttamaan, kun ite on ollu huono, niin niitä kenellä on hankalaa. Että pystyis sitä omaa kokemusta hyödyntämään, että ei voi ajatella että mikään olisi liian yksinkertaisesti selitetty tai havainnollistettu. Monenlaista pitää ottaa huomioon, nyt on jo unohtanut että miten lapset voi jonkun asian käsittää, että se ajatusmaailma voi olla tosi erikoinen. Kaikki pitäisi osata sanoa. Vaikka joku asia tuntuu itsestä selkeältä, niin silti pitää miettiä että miten sen sanoo. Se herättää stressiä, että pitää osata pilkkoa ja katsoa monelta kantilta. Monimutkaista.
J: Miten muuttaisit matematiikan opetusta koulussa?
LO1: Itsellä aika vähän tänhetkistä tietoa siitä, mitä se tällä hetkellä on. Yhden harjoittelun oon käyny, kakkosluokalla. Siellä matikanopiskelu oli sitä, että opettaja näytti ensin ja sitten tehtiin ja lopuksi tarkistettiin. Mutta haluaisin lisää toiminnal-

lisuutta ja ongelmanratkaisua. Että oppilaat vaikka tekisi ryhmissä tai pareittain. Ja että pitäisi perustella vähän enemmänkin niitä omia vastauksia.

LO2:

J: Mitä matematiikka mielestäsi on?
LO2: Itsellä vääristynytkin kuva, aika sellaista abstraktia, Sellaista hankalaa, ei konkreettista
J: Miten matematiikkaa opitaan? Millä tyyleillä?
LO2: Itse oppinut sillä, että pänttää kaavoja. Jos osaa jonkun kaavan ulkoa niin osaa laskea. Nyt on ollut hienoa nähdä että se voi olla jotain ihan muuta. Mitä tässä POM- kurssillakin on ollut. Ihan perusmatikassa en muista että olis ollu mitään käytännön juttuja.
J: Miten itse opit parhaiten matematiikkaa? Lisättävää äskeiseen?
LO2: Käytännöllisyys, konkretia, ymmärrys "miksi näin on", mistä nämä jutut tulee, että ne ei vaan oo. Joistain asioista on vaan kerrottu että näin se on, että ei oo sitä ymmärrystä.
J: Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?
LO2: Kaikkia näitä apuvälineitä mitä on, niin ainakin pienille, että niiden kautta sitä loogisuutta. Isommille pyrkii selittämään syitä. Että lapset saisi itse miettiä ja pähkäillä. Ettei vain esitä asioita totena.
J: Miksi koulussa mielestäsi opetetaan matematiikkaa?
LO2: Hyvä kysymys! No ihan peruselämässä tiettyjä juttuja pitää osata laskea, vaikka kaupan alennukset. Ja kaikki päässälaskun kehittyminen ja kertolaskut
J: Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa?
LO2: Silloin kun itse käynyt koulussa niin se on ollut vähän kaukana siitä. Että missä niitä kaikkia kaavoja tarvitsee. Nyt tuntuu että OKL:n opetus on aika lähellä sitä käytännöllisyyttä.
J: Sitten vielä jatkokysymyksenä, että millaista matematiikkaa nykyisin tarvitaan?
LO2: No nyt ainakin itse kun on talolainaa ottanut, niin ihan kiva tietää että mikä se prosentti on. Ja kun autolla ajaa, että paljon on kulutus. Ja siinäkin se järki, että osaa itse suhteuttaa että onko tässä laskussa mitään järkeä. Sitä kautta se järki kasvaa, kun itse ymmärtää.
J: Mitä tunteita matematiikan opettaminen sinussa herättää?
LO2: Oon jonkun verran tehnyt sijaisuuksia, niin huomannut että on tosi huono itsetunto, että koko ajan on se opeopas kainalossa, että en luota itseeni siinä. Siinä varmaan tulee se oma kouluaika mieleen, että on vaan laskenut eikä ajatellut. Tosi epävarmaa. Sillee tavallaan hirvittää, että aika paljon joutunut tukeutumaan siien opeoppaaseen, että oonko oikeassa. Sellanen, että oman järjen käyttö on sallittua, mutta tulee sellainen paniikki. Mutta en mä inhoa matikkaa, kyllä mä tykkään siitä.
J: Miten muuttaisit matematiikan opetusta koulussa?
LO2: No just tätä, että laittaisi oppilaat miettimään, ettei vaan laskettais

LO3:

J: Mitä matematiikka mielestäsi on?
LO3: Eka tuli numerot mieleen. Mut ehkä sellaista soveltamista, ymmärtämistä. Kaavojen ymmärtämistä ja uuden asian liittämistä vanhaan. Sit että siinä pärjää ja ymmärtää niin vaatii aikaa ja kurinalaisuutta, vaikkakin jotkut tajuaa helpommin kuin toiset.
J: Miten matematiikkaa opitaan? Millä tyyleillä?
LO3: Monenlaisilla, toisten täytyy laskea paljon ja he kehittyvät pitkälle, kun tekee niitä toistoja. Toisilla ei tarvi niin paljoa sitä laskemista, ja silti pärjää. Ite tarvitsen paljon laskemista ja toisen ihmisen selittämään. Auttaja on neuvoja, auttoi ymmärtämään.
J: Miten itse opit parhaiten matematiikkaa? Lisättävää äskeiseen?
LO3: Matikan demoilla tullut uusia ideoita opettaa ja opiskella, toivoisi että niitä käytettäisiin nykyään enemmän, ettei suoraan kaavoista. Käytännön esimerkkien kautta, yhdessä laskemalla.
J: Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?
LO3: Mulla ei alakoulussa eikä yläasteella ollut vaikeuksia matikan kanssa, lukiossa tuli sitten vaikeuksia. Tuntuu että omasta osaamattomuuskokemuksesta olisi hyötyä oppilaiden kanssa, et jos ei heti tajua. Että maltilla, induktiivisesti, käytännönläheisesti, esimerkkien kautta. Esim. prosenttilaskuissa heiteltiin koreja ja jokainen laski omaa suoritusta.
J: Miksi koulussa mielestäsi opetetaan matematiikkaa?
LO3: Kehittää ajattelua, oivaltamista, hyötyä käytännön elämässä tiettyyn pisteeseen asti. Lukiossa sitä mietittii kovasti että mihin tätä tarvii. Ajattelun kehittyminen = ratkaisukykyä, monia eri vaihtoehtoja miten päästää tiettyyn pisteeseen. Matikka ei kuitenkaan ole suoraviivaista
J: Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa?
LO3: On, kyllä uskon niin. Lukiossa tulee sitten raja vastaan.
J: Sitten vielä jatkokysymyksenä, että millaista matematiikkaa nykyisin tarvitaan?
LO3: Esimerkiksi talouteen liittyvää, rahaan liittyvää. Tosi monessa tilanteessa vuorokauden aikana tulee tarvittua.
J: Mitä tunteita matematiikan opettaminen sinussa herättää?
LO3: Innostuneita, huomaa että se on äärimmäisen haastavaa. Tosi haastavaa oli prosentin opettamista lähteä miettimään, että mikä on yksi prosentti, mihin sitä tarvitaan. Haastavaa varmasti, mielenkiinnolla ja innolla ajattelen sitä oppimista, että voisi erilaisia keinoja käyttää.
J: Miten muuttaisit matematiikan opetusta koulussa?
LO3: Käytännönläheisemmäksi, että liittyisi omaan elämään. Kokemuksia pitäisi hyödyntää. Ettei vaan olisi jotain numeroavaruutta vaan että oppilaat tietäisi mitä ne laskee.

LO4:

J: Mitä matematiikka mielestäsi on?
LO4:Vaikka mitä, pohjiltaan lukuja, ja miten niillä voi pelata erilaisissa tilanteissa ja miten konkretisoida käytännön elämää. Erilaisten tilanteiden ratkaisemista käytännössä. Ja sitten myös se puoli, mikä ei liity mitenkään käytännön elämään, vaan sellainenkin aspekti, sellainen kaukaisempi.
J: Miten matematiikkaa opitaan? Millä tyyleillä?
LO4: Tehtäviä tekemällä, toistamalla. Sellaisia vaikeita tehtäviä, osaamisen äärirajoille meneviä tehtäviä. Opettajan tulee selittää miten ne menee ja antaa konkretisointia.
J: Miten itse opit parhaiten matematiikkaa? Lisättävää äskeiseen?
LO4: Juuri tuolla tavalla, ja käytännöllisesti. Jos mä luen matikkaa niin en mä opi mitään, pitää harjoitella. Opettajan rooli on tukea ja olla kannustaja jos turhautuu. Opettaja myös havainnollistaa sitä, että on eri tavoilla ajattelevia ihmisiä. Toiset pystyy pyörittämään abstrakteja juttuja ja toiset ei. Opettajan pitää nähdä nämä erilaisuudet, ja miten erilaisia laskijoita opetetaan.
J: Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?
LO4: No ala-asteella ainakin voisi jonkun verran yrittää jotain leikinomaista. Tilanteita, jotka innostaa itsessään, että samalla sitten oppii. Varmaan joku ongelmanratkaisu, että ajatellaan asiaa joltain kantilta mikä ei ihan heti tuu mieleen, eri kautta. Ettei vaan pelkkiä mekaanisia laskutoimituksia. Kaikenlaisia pelejä, että tulee sitten automaattisesti laskettua.
J: Miksi koulussa mielestäsi opetetaan matematiikkaa?
LO4: No matikka liittyy kauhean moneen asiaan, matikkaa tarvii raha-asioiden takia. Sitten matikka liittyy myös kauhean moneen tieteeseen, pitää erotella ne oppilaat ketkä on matemaattisesti lahjakkaita ja antaa mahdollisuus edetä eri aloille. Peruskoulussa käydään mahdollisimman käytännöllisiä juttuja, mitä käytetään jatkuvasti. Ne ei sitten tuota ongelmia kun ne tulee vastaan, menee automaattisesti.
J: Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa?
LO4: Pääsääntöisesti kyllä. Yläasteen loppuvaiheessa alkaa tulla jo sellaisia juttuja mitkä valmentaa lukioon, vähän hankalampia.
J: Sitten vielä jatkokysymyksenä, että millaista matematiikkaa nykyisin tarvitaan?
LO4: Kaikissa asioissa, missä pyöritellään numeroita, niin niitä pitää osata laskea. Vaikka jotain aikoja, että pitää osata käännellä ja väännellä tilanteen mukaan. Ruvetaan vaikka rakentamaan taloa, niin pitää lukuja pyöritellä. Vaikka tekisi ihan ruumiillistakin työtä, niin jotenkin ne luvut on läsnä maailmassa.
J: Mitä tunteita matematiikan opettaminen sinussa herättää?
LO4: En pidä itseäni matemaattisena, mutta ei matikka pelota, kyllä siitä selviytyy. Käsitellään arkisia asioita. Jos opettaja ei itse osaa niin pitää itsekin opetella siinä samalla. Ei tule vastaisia tunteita, eli että ei haluaisi opettaa, sysätä muille, kieltää.

J: Miten muuttaisit matematiikan opetusta koulussa?
LO4: Aina ollut tärkeää että asiat selitetään. Ei halua, että asiat käännetään kaukaiseksi, "miten tuo nyt noin menee". Mahdollisimman konkreettista, että kaikki nekin jotka vaatii konkretiaa opiskeluun, niin asiat ei voi jäädä sillee leijailemaan.

LO5:

J: Mitä matematiikka mielestäsi on?
LO5: Loogista päättelyä, laskemista, ongelmanratkaisua. Matikka on tosi helppoa, ainoa mistä voi saada kiksejä, "ai vitsi, nyt ratkaisin tän". Peruskoulussa myös muuta kuin laskemista, esim. geometrista piirtämistä.
J: Miten matematiikkaa opitaan? Millä tyyleillä?
LO5: Tekemällä, mutta tarvitsee mallin, esimerkin, että miten tehdään. Opettajan rooli on tarjota tämä malli. Jotkut ajattelee kyllä ihan eri tavalla, jotkut omatkin kaverit ajattelee ihan eri tavalla kuin itse ajattelee. Jos matikka on hankalaa, niin saattaa kuitenkin jotkut tehtävät ratketa helpommin kun ei ajattele liian monimutkaisesti.
J: Miten itse opit parhaiten matematiikkaa? Lisättävää äskeiseen?
LO5: Että joku näyttää, erityyppisiä tehtäviä mutta samaa aihetta liipaten.
J: Millaisin menetelmin haluat itse opettaa matematiikkaa?
LO5: Vaikea sanoa tässä vaiheessa. Luultavasti tolla kaavalla, että antaisi jonkun mallin mitä lähtisi seuraamaan. Kaikki ei kuitenkaan ymmärrä samalla tavalla. Pitäisi osata tukea jokaista, että osaisi vaikk tehdä ihan konkreettisesti joku lasku, ottaa vaikka palikat esiin.
J: Miksi koulussa mielestäsi opetetaan matematiikkaa?
LO5: Tarvii arkipäivänä, kun menee kauppaan niin pitää laskea mihin rahat riittää ja paljon saa takaisin. Sitten kello pitää tuntea, ja mittayksiköt. Perusjuttuja, mitä ei aina ajattele että se on edes matematiikkaa.
J: Onko peruskoulumatematiikka elämässä tarvittavaa matematiikkaa?
LO5: On, ainakin jos vertaa yo:hon. Itse pitänyt vaan 6 h matikkaa alakoulussa, huomannut että ehtii unohtaa tosi paljon tässä välissä. Monesti herää sellainen ihmetys että "ai, ala-asteellakin on tällaista asiaa"
J: Sitten vielä jatkokysymyksenä, että millaista matematiikkaa nykyisin tarvitaan?
LO5: Ei lisättävää.
J: Mitä tunteita matematiikan opettaminen sinussa herättää?
LO5: Ei pelkoa, mutta jännityksen. Että kun itse on ymmärtänyt jonkun asian, niin miten opettaa se niin, että toinenkin ymmärtää. Kun ei voi vaan sanoa että näin tää menee, etkö näe? Että tää on kivaa, tai että tää on tosi järjestelmällinen aine opettaa, verrattuna esimerkiksi uskontoon. Sit se antaa ne rajat minkä sisällä toimia. Sit saa keksiä, että esim. yksikönmuunnokset voi opettaa vaikka leipomisen kautta. Että pääsee käyttämään mielikuvitusta ja luovuutta. Että huomaa että asioissa on joku järki, ettei tehdä vaan sivullista jotain yksikönmuunnoksia.

J: Miten muuttaisit matematiikan opetusta koulussa?
LO5: Esim. sivukaupalla toistoa ei hyvä juttu. Enemmän toiminnallisuuteen pitää panostaa. Mutta toisaalta opettajalla on rajalliset aikavarat, kaikille tunneille ei voi ottaa hirveitä suunnitelmia. Ja jotkut asiat vaan pitää oppia, vaikka toistamalla tai ulkoa oppimalla. Toiminta motivoi, asia jää paremmin mieleen ja menee ymmärrykseen kun se sidotaan arkielämään.