

Henri Tapani Heinonen

**Myonien ja antimyonien lateraalijakaumat kosmisen
säteilyn energiaspektrin polven alueella**

Fysiikan

pro gradu -tutkielma

23. joulukuuta 2009



JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

FYSIIKAN LAITOS

Jyväskylä

Tekijä: Henri Tapani Heinonen

Yhteystiedot: hetahein@jyu.fi

Työn nimi: Myonien ja antimyonien lateraalijakaumat kosmisen säteilyn energiaspektrin polven alueella

Title in English: Lateral distributions of muons and antimuons around the knee of the cosmic ray energy spectrum

Työ: Fysiikan pro gradu -tutkielma

Sivumäärä: 59

Tiivistelmä: Myonien ja antimyonien lateraalijakaumia simuloidaan kosmisen säteilyn energiaspektrin polven alueella EMMA-kokeessa. Kahta erilaista lähestymistapaa käytetään: HHe-tapaus tarkoittaa sitä, että vety ja helium yhdessä kattavat lähes 100% kosmisen säteilyn primäärihiukkasista. SNR-tapaus puolestaan tarkoittaa sitä, että supernovajäänteiden kiihdyttämille ytimille on olemassa maksimienergia, $E_{\max} = 3,85 \cdot 10^{14} Z \text{ eV}$, missä Z on ytimen järjestysluku. Molemmille tapauksille etsitään kahden muuttujan yhtälö kuvaamaan myonien ja antimyonien lateraalijakaumia EMMA-kokeessa. SNR-tapaukselle: $\rho(E, r)_{\text{SNR, EMMA}} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{hiukkasta}} = (0,02309E/E_0 + 0,001393)[\ln(r/r_0)]^2 - (0,2083E/E_0 + 0,01511)[\ln(r/r_0)] + 0,4722E/E_0 + 0,04023$, missä E on primäärihiukkasen energia (PeV), $E_0 = 1 \text{ PeV}$, r on etäisyys ilmakehän keskipisteestä (m), $r_0 = 1 \text{ m}$, $0 \text{ m} < r \leq 65 \text{ m}$ ja $0,385 \text{ PeV} \leq E \leq 10,010 \text{ PeV}$.

English abstract: Lateral distributions of muons and antimuons are simulated around the knee of the cosmic ray energy spectrum for the EMMA experiment. Two different approaches will be used: HHe approach means that hydrogen and helium together will make about 100% of the primary particles of cosmic rays. SNR approach means that there is a maximum energy for the nuclei accelerated by supernova remnants, $E_{\max} = 3.85 \cdot 10^{14} Z \text{ eV}$, where Z is the atomic number of the nucleus. For both of the approaches, a two-variable equation will be found to describe the lateral distributions of muons and antimuons in the EMMA experiment. For the

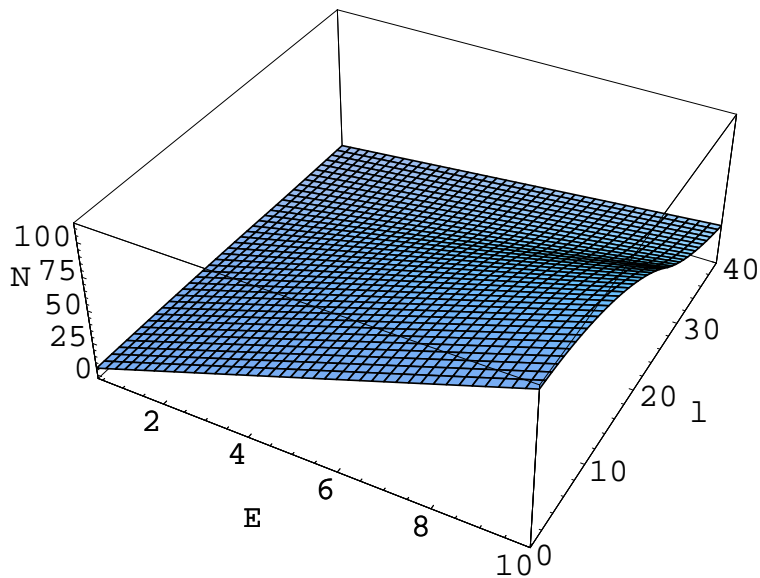
SNR approach: $\rho(E, r)_{\text{SNR, EMMA}} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{particles}} = (0.02309E/E_0 + 0.001393)[\ln(r/r_0)]^2 - (0.2083E/E_0 + 0.01511)[\ln(r/r_0)] + 0.4722E/E_0 + 0.04023$, where E is the energy of the primary particle (PeV), $E_0 = 1$ PeV, r is distance from the centre of the airshower (m), $r_0 = 1$ m, $0 \text{ m} < r \leq 65 \text{ m}$ and $0.385 \text{ PeV} \leq E \leq 10.010 \text{ PeV}$.

Avainsanat: kosminen säteily, fysiikka, polvi, EMMA, myoni, antimyoni, lateraalijakauma, SNR

Keywords: cosmic ray, physics, knee, EMMA, muon, antimuon, lateral distribution, SNR

Esipuhe

Jukka Maalampi antoi minulle mielenkiintoisen aiheen tutkittavaksi. Hän ja Kimmo Kainulainen tarkistivat pro graduni. Suorien sovittamisessa pienimmän neliösumman (PNS) menetelmällä auttoi Lauri Kahanpää. Tuomo Kalliokoski ja Tomi Rähä antoivat lukuisia EMMAa koskevia tietoja. Wladyslaw Trzaska antoi minulle mahdollisuuden päästä näkemään EMMA-laitteiston detektoreita Pyhäjärvelle. Aku Jokiselta liikenä monia hyödyllisiä \LaTeX :in ja gnuplotin käyttöön liittyviä vinkkejä. Lausun teille kaikille parhaat kiitokseni. Gradussa olevat virheet ovat tietysti tekijän omalla vastuulla. Lopuksi lausun isälle, äidille ja veljelle lämpimät kiitokset kaikesta.



Sisältö

Esipuhe	i
1 Johdanto	1
2 Teoreettiset lähtökohdat	3
2.1 Mitä kosminen säteily on ja mistä se tulee?	3
2.2 Galaktisen kosmisen säteilyn (GCR) differentiaalin energiaspektri	6
2.3 Kosmisen säteilyn ensimmäisen kertaluvun Fermi-kiihdytys: shokki- rintamat	8
2.4 Kosminen säteily synnyttää ilmakehässä ilmakehässä ilmakehässä	9
3 Ohjelmisto ja numeeriset menetelmät	11
3.1 HHe-tapaus: Kun primääreinä toimivat vety- ja heliumytimet	14
3.2 SNR-tapaus: Kun vety ja helium eivät enää hallitse	18
4 Havainnot ja laskut	22
4.1 Yhtälö HHe-tapausta varten	22
4.2 Yhtälö SNR-tapausta varten	28
4.3 EMMA:n havaitsema hiukkasten määrä HHe-tapauksessa	34
4.3.1 Ilmakeuuro osuu keskelle EMMA-laitteistoa	35
4.3.2 Ilmakeuuro osuu EMMA-laitteiston reunalle	36
4.3.3 Ilmakeuuro osuu hieman EMMA-laitteiston ulkopuolelle	37
4.4 EMMA:n havaitsema hiukkasten määrä SNR-tapauksessa	38
4.4.1 Ilmakeuuro osuu keskelle EMMA-laitteistoa	39
4.4.2 Ilmakeuuro osuu EMMA-laitteiston reunalle	39

4.4.3	Ilmakuuro osuu hieman EMMA-laitteiston ulkopuolelle . . .	39
4.5	Yhteenvedo EMMA:n havaitsemasta hiukkasten määrästä	41
5	Johtopäätöksiä	44
	Viitteet	46
	Liitteet	
A	Eräs AIRES:in syötetiedostoista HHe-tapauksessa	49
B	Eräs AIRES:in syötetiedostoista SNR-tapauksessa	51
C	Mathematica-koodia	53

1 Johdanto

Kosmisen säteilyn löysivät toisistaan riippumatta isä Théodore Wulf vuonna 1910 [Wul10] ja Victor Hess vuonna 1912. Wulf havaitsi Eiffel-tornissa suoritetuista mittauksista, että säteilyn intensiteetti vähenee mentäessä korkeammalle maan pinnasta, kuten oli arveltu. Säteilyn määrä ei kuitenkaan vähentynyt niin nopeasti kuin arveltiin. Hess puolestaan havaitsi miehitettyjen kuumailmapallolentojen aikana elektrometrillä suoritetuista mittauksista, että ilmakehä on viiden kilometrin korkeudella ionisoituneempaa kuin lähellä merenpintaa. Werner Kolhörster vahvisti Hessin mittaukset vuosina 1913 ja 1914. Yksinkertaisin selitys ilmiölle vaikutti olevan se, että ilmakehän yläpuolelta tulee erittäin läpäisykykyistä säteilyä. Hess osoitti myös, että säteily ei voinut olla peräisin Auringosta, koska vuorokaudenaika ei vaikuttanut säteilyn määrään.

Arveltiin, että kosminen säteily on suurienergiaista gammasäteilyä, kunnes J. Clay havaitsi vuonna 1927 laivamatkalla Jaavalta Alankomaihin, että ionisoitumisnopeus kasvoi leveyspiirin kasvaessa, josta pääteltiin, että ionisoituminen aiheutuu sähköisesti varatuista hiukkasista, joita geomagneettinen kenttä ohjaa [Dor09, s. 1]. Päätelmä osoittautui oikeaksi vuonna 1929, kun Bothe ja Kolhorster havaitsivat, että sumukammioon syntyneet jäljet olivat kaarevia. Aiemmin samana vuonna D. Skobelzyn oli havainnut ensimmäisenä kosmisen säteilyn synnyttämät jäljet sumukammioon.

W. Baade ja F. Zwicky ehdottivat vuonna 1934, että supernovat ovat kosmisen säteilyn lähde. [BZ34] Kosmisen säteilyn myonit havaittiin vuonna 1937 Seth Neddermeyerin ja Carl Andersonin toimesta. [NA37] Vuonna 1938 T. H. Johnson ja hänen tutkimusryhmänsä havaitsi, että ionisoivaa säteilyä saapuu lännestä enemmän kuin idästä. [Joh38] Tästä pääteltiin, että kosminen säteily on positiivisesti varautuneita

ta protoneita. Samana vuonna Pierre Auger havaitsi Alpeilla olevilla usean metrin päässä toisistaan olevilla kahdella detektorilla, että molemmat rekisteröivät hiukkasia lähes samanaikaisesti. Tämä oli ensimmäinen ilmakeuhohavainto. Hän havaitsi jopa 1 PeV:in ilmakeuhuja. [AEM⁺39]

Phyllis Frier ja hänen tutkimusryhmänsä havaitsi vuonna 1948, että kosmisessa säteilyssä on myös heliumytimiä ja muita raskaampia ytimiä.

Enrico Fermi keksi vuonna 1949 toisen kertaluvun Fermi-kiihdytyksen, jossa magneettikenttien epäsäännöllisyydet kiihdyttävät kosmista säteilyä. [Fer49] Ian Axford tutkimusryhmineen kehitti vuonna 1977 ensimmäisen kertaluvun Fermi-kiihdytyksen, jossa supernovajäänteiden shokkiaallot kiihdyttävät kosmista säteilyä.

EMMA (Experiment with MultiMuon Array) on Pyhäsalmen kaivoksella hie-
man ennen 2010-lukua alkanut koe, joka mittaa ilmakeuhujen myonien lateraalija-
kaumia noin 85 metriä maanpinnan alapuolella. Näin paksu kerros kiveä leikkaa
kaikki alle 50 GeV:in myonit ja antimyonit pois. [EJJ⁺08] Tässä tutkielmassa simu-
loidaan kovan komponentin (myonien ja antimyonien) lateraalijakaumia EMMA-
koetta vastaavissa olosuhteissa olettaen, että primäärihiukkasten energiat ovat vä-
lillä $E \in [0,385 \text{ PeV}; 10,010 \text{ PeV}]$, johon energiaspektrin polvikin (4 PeV) sisältyy.

2 Teoreettiset lähtökohdat

2.1 Mitä kosminen säteily on ja mistä se tulee?

Maailmankaikkeuden täyttää kosminen säteily, jonka kokonaisenergiatiheys aurinkokunnan magneettikenttien ulkopuolella on luokkaa $\rho = 1 \text{ eV/cm}^3$ eli se on hie- man suurempaa kuin tähtivalon energiatiheys $\rho = 0,6 \text{ eV/cm}^3$, kosmisen taustasä- teilyn energiatiheys $\rho = 0,26 \text{ eV/cm}^3$ tai galaktisen magneettikentän energiatiheys $\rho = 0,25 \text{ eV/cm}^3$. [MU03, s. 6] [Per03, s. 149]

On tyypillistä jakaa kosminen säteily kolmeen eri komponenttiin. Näitä kompo- nentteja ovat *galaktinen kosminen säteily* (GCR), *Auringon kosminen säteily* (SCR) sekä *anomaalinen kosminen säteily* (ACR).

Galaktinen kosminen säteily (GCR) on peräisin aurinkokuntamme ulkopuolel- ta *supernovajäänteistä* (SNR), joissa kiihdytysmekanismina toimivat *shokkirintamat*. Energiat ulottuvat ainakin $2 \cdot 10^{20}$ eV:iin, mutta SNR:t toimivat kiihdytysmekanis- mina ainoastaan noin 10^{15} eV:iin. GCR koostuu pääasiassa protoneista. Noin 7–10 % on heliumytimiä ja noin 1 % on raskaampia ytimiä. Suurienergiaisimpien GCR:ien alkuperä on toistaiseksi tuntematon. Auringon aktiivisuus muuttaa GCR:ien vuota aurinkokunnassa siten, että aurinkomaksimin aikana GCR-vuo on matala. [MU03, s. 8] Tätä ilmiötä kutsutaan myös Forbush-vähenemiseksi. GCR:n hiukkaset ovat täysin ionisoituneita eli ne ovat pelkkiä atomiytimiä. Kiihdytysprosessi riisuu kaik- ki elektronit pois atomeista. [MU03, s. 9–10]

Auringon kosminen säteily (SCR) on yleensä peräisin Auringon roihupurkauk- sista. SCR:n hiukkasilla on tyypillisesti energiaa muutama sata MeV:iä/nukleoni, joskus jopa muutama GeV:iä/nukleoni. SCR:n koostumus on hyvin samankaltai- nen kuin GCR:n koostumus: suurin osa on protoneita, noin 10 % on heliumytimiä

ja alle 1 % on raskaampia ytimiä. Voimakkaiden roihupurkausten aikana Maahan tulevan kosmisen säteilyn vuo voi kasvaa muutamalla sadalla prosentilla johtuen SCR:stä. Tämä voi kestää vuorokausia. [MU03, s. 8]

Anomaalinen kosminen säteily (ACR) löydettiin vuonna 1973 eräänlaisina töyssinä heliumin, typen, hapen ja neonin energiaspektrin kohdasta 10 MeV/nukleoni. Myöhemmin löydettiin vastaava ilmiö myös vedylle, argonille ja hiilelle [MU03, s. 67]. ACR on peräisin heliopaussin takana olevasta tähtienvälisestä avaruudesta. ACR:n koostumus on hyvin erilainen verrattuna GCR:n ja SCR:n koostumukseen. ACR sisältää heliumytimiä enemmän kuin puhtaita protoneita. Happpytimiä on enemmän kuin hiiliytimiä [MU03, s. 8].

Taulukko 2.1: Esimerkkejä eri ilmiöistä ja niiden energioista

Ilmiö	Energia (eV)	Energia (PeV)
Sähkömagneettinen säteily: punaisen valon fotoni	1,77	$1,77 \cdot 10^{-15}$
Sähkömagneettinen säteily: violetin valon fotoni	3,10	$3,10 \cdot 10^{-15}$
Kosminen säteily: matalaenergiaisin havaittu	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^{-7}$
<i>Kosminen säteily: energiaspektrin polvi</i>	$4 \cdot 10^{15}$	4
Kosminen säteily: energiaspektrin toinen polvi	$4 \cdot 10^{17}$	400
Kosminen säteily: energiaspektrin nilkka	$5 \cdot 10^{18}$	$5 \cdot 10^3$
Kosminen säteily: GZK-raja	$5 \cdot 10^{19}$	$5 \cdot 10^4$
Kosminen säteily: suurienergiaisin havaittu	$3 \cdot 10^{20}$	$3 \cdot 10^5$

Suurin osa kosmisesta säteilystä on peräisin Linnunradasta. Polven alapuolella (eli polvea matalaenergiaisempi) oleva kosminen säteily on luultavasti peräisin Linnunradan supernovajäänteistä. Voisi herkästi luulla, että galaktinen kosminen säteily on kuin tähdistä tuleva valo, joka kulkee lähteestä kohteeseen suunnilleen suoraviivaisesti. Näin ei kuitenkaan ole, sillä galaksin magneettikenttä vangitsee kosmisen säteilyn galaksin haloon. Alle 10^{16} eV:n hiukkasen lähdeä ei voida paikantaa, sillä näin pienillä energioilla galaksin oma magneettikenttä pääsee muuttamaan hiukkasen liikeratoja. Korkeammilla energioilla hiukkasen pitäisi tulla suoraviivaisesti lähteestään.

Galaktisessa magneettikentässä ($3 \cdot 10^{-10}$ T) kulkevan 10^{20} eV:n protonin kaare-

vuussäde ρ saadaan yhtälöstä

$$\rho = \frac{pc}{0,3B} \quad , \quad (2.1)$$

missä liikemäärän p yksikkönä on GeV/c ja magneettivuon tiheyden B yksikkönä on tesla. Sijoittamalla yllä annetut arvot ja valon nopeus tyhjiössä, saadaan $\rho = 10^{21}$ m, mikä ylittää kaksinkertaisesti tyypillisen spiraaligalaksin säteen. Tämä tarkoittaa sitä, että tyypillisen spiraaligalaksin (esimerkiksi Linnunradan) säteen pitäisi olla kaksinkertainen, jotta se voisi sisällyttää korkeimpaan havaittuun energia- luokkaan (10^{20} eV) kuuluvia protoneita. Tämä todistaa sen, että ainakin osa kosmisesta säteilystä tulee Linnunradan ulkopuolelta.

Kosmisen säteilyn elinaikaa voidaan arvioida monellakin tavalla. Kosmisen säteilyn hiukkaset törmäävät tähtienväliseen aineen ja joskus jopa toinen toisiinsa. Lopputuloksena voi syntyä keveitä radioaktiivisia ytimiä kuten ^{10}Be , jonka puoliintumisaika on noin 1,6 miljoonaa vuotta. Kyseisen isotoopin osuus kosmisessa säteilyssä kertoo, että keskimäärin kosminen säteily kestää galaksissa noin 10 miljoonaa vuotta. Täten [MU03, s. 20]

$$\tau \approx 10 \cdot 10^6 \text{ yr.} \quad (2.2)$$

2.2 Galaktisen kosmisen säteilyn (GCR) differentiaalinen energiaspektri

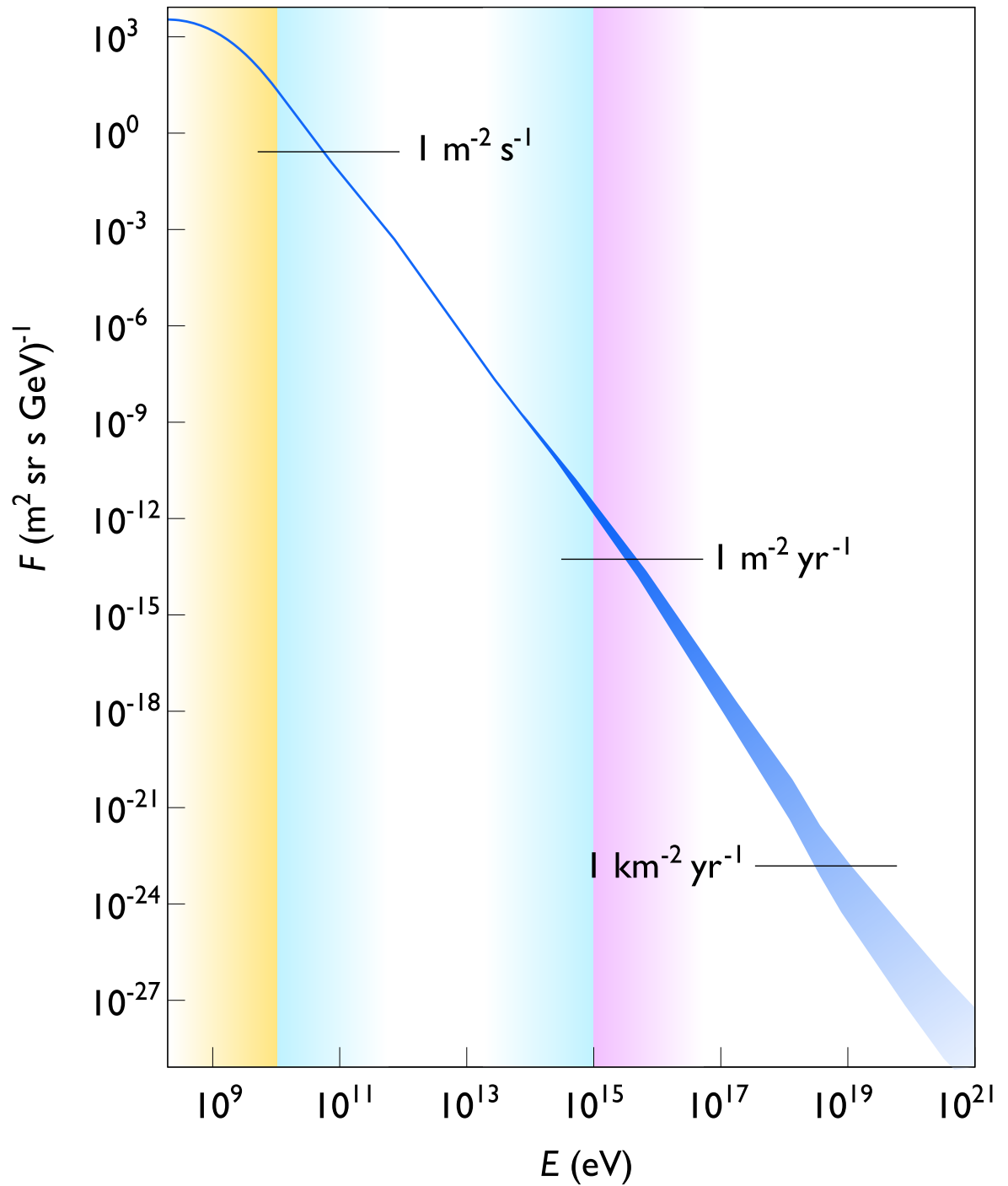
Galaktisen kosmisen säteilyn vuo energian funktiona on nimeltään *differentiaalinen energiaspektri*. Energia-välille $10^9 \dots 10^{20}$ eV sijoittuvan laajan mittausaineiston [MU03, s. 12] mukaan se noudattaa potenssilakia [Hoe04]

$$I(E) = \frac{dN}{dE} \propto E^{-\gamma} \quad , \quad (2.3)$$

missä spektri-indeksi [APRS03]

$$\gamma = \begin{cases} 2,7, & \text{kun } 10^{-6} \text{ PeV} \lesssim E \lesssim 4 \text{ PeV}; \\ 3,0, & \text{kun } 4 \text{ PeV} \lesssim E \lesssim 400 \text{ PeV}; \\ 3,3, & \text{kun } 400 \text{ PeV} \lesssim E \lesssim 5 \cdot 10^3 \text{ PeV}; \\ 2,7, & \text{kun } 5 \cdot 10^3 \text{ PeV} \lesssim E \lesssim 10^5 \text{ PeV}. \end{cases} \quad (2.4)$$

Kuvan 2.1 kosmisen säteilyn differentiaalisen energiaspektrin kuvaajassa pystyakselilla on kosmisten säteiden *vuo*, joka kertoo, kuinka monta kosmisen säteilyn hiukkasta kulkee yksikköpinnan läpi yksikköavaruuskulmasta yksikköajassa tietyllä energialla. Vuon yksikkönä on hiukkasta/(m² · sr · s · GeV). Vaaka-akselilla on kosmisten säteiden energia. Sen yksikkönä on eV. Energiaspektrin potenssilaki (2.4) kertoo, että vuota ja energiaa ei yhdistä logaritmi-logaritmi-koordinaatistossa pelkkä suora viiva koko energia-alueella, vaan joissakin kohdissa tapahtuu pieniä muutoksia. Näitä kahta selvintä muutoskohtaa kutsutaan *polveksi* ja *nilkaksi*. Polvi on suunnilleen kohdassa $E = 4 \cdot 10^{15}$ eV [Hoe04] ja nilkka on suunnilleen kohdassa $E = 5 \cdot 10^{18}$ eV. Näiden välissä on myös heikosti kuvasta erottuva *toinen polvi*, joka on kohdassa $E = 4 \cdot 10^{17}$ eV [Hoe03]. Nämä muutoskohdat ilmeisesti kuvastavat sitä, että eri energia-alueilla kosmisella säteilyllä on erilainen syntymekanismi.



Kuva 2.1: Kosmisen säteilyn differentiaalinen energiaspektri noudattaa potenssilakia.

2.3 Kosmisen säteilyn ensimmäisen kertaluvun Fermi-kiihdytys: shokkirintamat

Sähköisesti varattu hiukkanen voi kulkea supernovajäänteeseen (SNR) shokkirintaman yli useita kertoja heijastumalla takaisinpäin rintaman takana olevista magneettikenttien epäsäännöllisyyksistä. Tällaisessa tilanteessa kosmisen säteilyn hiukkanen saa lisäenergiaa [MU03, s. 32]

$$\frac{\Delta E}{E} \approx \frac{4}{3}\beta, \quad (2.5)$$

missä $\beta = V/c$, V on shokkirintamassa olevan kaasun nopeus suhteessa avaruudessa olevaan kaasuun ja c on valon nopeus tyhjiössä.

Berezhkovin [Ber96] mukaan tyypillinen supernovajäänteeseen kykenee kiihdyttämään ytimiä siten, että niiden maksimienergiaksi lopulta tulee

$$E_{\max} = 3,85 \cdot 10^{14} Z \text{ eV}, \quad (2.6)$$

missä Z on ytimen järjestysluku.

2.4 Kosminen säteily synnyttää ilmakehässä ilmakehässä ilmakehässä ilmakehässä ilmakehässä ilmakehässä

Kosmisen säteilyn primäärihiukkanen kohtaa valtavasti molekyyliä tultuaan Maan ilmakehään. Primäärihiukkasen ja ilmakehän molekyylien välisissä vuorovaikutuksissa syntyvää hiukkasryöppyä kutsutaan *ilmakehäksi*, joka voi olla useita kilometrejä leveä mutta erittäin litteä hiukkaslevy. Tyypillisesti ilmakehäsäteilystä voidaan erottaa kolme erilaista komponenttia: *nukleoninen komponentti*, *pehmeä komponentti* ja *kova komponentti*. Näistä ensimmäinen käsittää ilmakehässä olevat ytimet eli nukleonit. Pehmeä komponentti käsittää fotonit, elektronit ja positronit. Kova komponentti sisältää myonit ja antimyionit.

Kosmisen säteilyn primäärihiukkanen, jonka massa on m_a , energia E_a ja liikemäärä \vec{p}_a törmää ilmakehän molekyyliin eli kohtiohiukkaseen, jonka massa on m_b , energia E_b ja liikemäärä \vec{p}_b . Primäärihiukkanen ja kohtiohiukkanen ovat massakuorellaan

$$p_a^2 = p_{a,\mu}p_a^\mu = E_a^2 - \vec{p}_a^2 = m_a^2 \quad (2.7)$$

ja

$$p_b^2 = p_{b,\mu}p_b^\mu = E_b^2 - \vec{p}_b^2 = m_b^2. \quad (2.8)$$

Mandelstamin muuttuja s antaa reaktion kokonaisneliliikemäärän neliön

$$\begin{aligned} s &= (p_a + p_b)^2 = (E_a + E_b)^2 - (\vec{p}_a + \vec{p}_b)^2 \\ &= E_a^2 + 2E_aE_b + E_b^2 - (\vec{p}_a^2 + 2\vec{p}_a \cdot \vec{p}_b + \vec{p}_b^2) \\ &= \underbrace{E_a^2 - \vec{p}_a^2}_{m_a^2} + 2(E_aE_b - \vec{p}_a \cdot \vec{p}_b) + \underbrace{E_b^2 - \vec{p}_b^2}_{m_b^2} \\ &= m_a^2 + m_b^2 + 2(E_aE_b - \vec{p}_a \cdot \vec{p}_b) \\ &= m_a^2 + m_b^2 + 2(E_a^K E_b^K - \vec{p}_a^K \cdot \vec{p}_b^K) \\ &= m_a^2 + m_b^2 + 2(E_a^K m_b - 0) = m_a^2 + m_b^2 + 2m_b E_a^K. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Toisaalta,

$$s = (p_a^* + p_b^*)^2 = [(E_a^* + E_b^*, \vec{p}_a^* + \vec{p}_b^*)]^2 = (E_a^* + E_b^*)^2 = (E_{\text{kok}}^*)^2. \quad (2.10)$$

Oletetaan, että sekä primäärihiukkanen että kohtihiukkanen ovat protoneita. Vaikka kosmisen säteilyn energiaspektrin polven protonilla on valtavan suuri energia kohtikoordinaatistossa, on massakeskipistekoordinaatistossa törmäävien protonien kokonaisenergia E_{kok}^* ainoastaan

$$E_{\text{kok}}^* = \sqrt{s} = \sqrt{m_a^2 + m_b^2 + 2m_b E_a^K} \approx 2,74 \text{ TeV}. \quad (2.11)$$

Tällä hetkellä maailman tehokkaimman Tevatron-törmäytin protonien massakeskipiste-energia on 1,96 TeV, mikä selittää sen, ettei mahdollista 2,74 TeV:in skaalassa olevaa uutta fysiikkaa ole vielä kokeellisesti havaittu. Mielenkiintoista on se, että lähiaikoina käynnistettävä LHC-törmäytin puolestaan ylittää jo 14 TeV:in massakeskipiste-energiaan eli sillä pystyy helposti tutkimaan kosmisen säteilyn polven aluetta.

3 Ohjelmisto ja numeeriset menetelmät

AIRES [Sci02] on ilmainen ohjelmisto, jonka avulla voidaan monipuolisesti simuloida kosmisen säteilyn ilmakehän käyttäytymistä Maan ilmakehässä. Simulointiohjelma osaa ottaa huomioon ilmakehän ominaisuuksia, geomagneettisen kentän simulointipaikassa ja Maan kaarevuuden. Ohjelma ei simuloi kaikkia ilmakehässä syntyviä hiukkasia, koska nykyajan tietokoneiden laskentateho ei riittäisi siihen. Sen sijaan käytetään eräänlaista algoritmia, joka simuloi pientä määrää hiukkasia ja antaa lopputulokset ikään kuin olisi simuloitu kaikki hiukkaset. [Sci99]

Kaikki ilmakehäsимулааtiot on tehty 64-bittisessä Ubuntu Linuxissa AIRES 2.8.4a -ohjelmistolla käyttäen SIBYLL 2.1 -hadronipakettia. [FGLS94] Muita mahdollisia polven alueen simulointiin soveltuvia hadronipaketteja olisivat QGSJET ja QGSJET-II. Ajan ja laskentatehon puutteen vuoksi näiden muiden hadronipakettien lateraalijakaumia ei voitu simuloida. Julkaisun [DBSS04] mukaan SIBYLL hieman aliarvioi sekä ilmakehän pehmeää että kovaa komponenttia.

Simuloinneissa on käytetty Pyhäsalmen koordinaatteja ja myonien minimienergiانا 50 GeV:iä. Primäärienergiat on SNR-tapauksessa valittu siten, että ne ovat yhtä suuret kuin Berezhkon yhtälön (2.6) antamat maksimienergiat supernovajäänteiden kiihdyttämille ytimille. Kutakin tutkittavaa primäärienergiaa (26 kappaletta) varten on simuloitu tuhat pystysuoraa ilmakehää ja primäärihiukkasille on asetettu tapaukseen sopivat painokertoimet. HHe-tapauksessa simuloidaan sata pystysuoraa ilmakehää yhdellätoista eri primäärienergialla. Lisäksi HHe-tapauksessa primäärihiukkasten painokertoimet ovat kaikilla primäärienergioilla samat, koska on oletettu, että kosmisen säteilyn koostumus pysyy samanlaisena ainakin 10 PeV:iin saakka. SNR-tapauksessa jokaista primäärienergiaa varten on laskettu ytimien suhteelliset osuudet uudelleen, koska ytimen suhteellinen osuus putoaa nolnaan, kun

primäärienergia on suurempi kuin ytimen maksimienergia. Esimerkiksi SNR-tapauksessa vedyn suhteellinen osuus on 0,90287, kun primäärihiukkasen energiana on 0,385 PeV ja 0, kun primäärihiukkasen energiana on 0,770 PeV tai enemmän.

Liitteistä A ja B löytyvät eri tapauksia varten räätälöidyt AIRES:in syötetiedostot, jonka tärkeimmät kohdat käydään läpi seuraavaksi. TaskName-komennolla annettiin jokaiselle simulointitapaukselle kuvaava nimi. Nimi koostuu primäärihiukasten kemiallisista symboleista pienimmästä suurimpaan (järjestysluvun suhteen), primäärihiukkasen energiasta, ilmakehien lukumäärästä, hadronipaketin lyhenteestä, simulointipaikan nimestä, algoritmin arvosta, algoritmin W-tekijästä, zenitikulmasta ja päivämäärästä.

Date-komennolla annettiin simuloinneille ajankohta. Koska Maan geomagneettinen kenttä muuttuu jonkin verran ajan funktiona, päätettiin simuloinnit sijoittaa lähitulevaisuuteen.

ExportTables 2207 Options d-komennolla käskettiin AIRES:ia tekemään myonien ja antimyonien lateraalijakaumista erillinen tekstitiedosto, josta tulokset oli helppo ohjata muihin ohjelmiin (esimerkiksi Gnuplotiin). Options d on erittäin tärkeä, jotta tulokset olisivat halutussa muodossa (hiukkasta/m²).

MuonCutEnergy 50 GeV lopettaa myonin simuloinnin, jos sen energia laskee 50 GeV:iin. Sama päätettiin tehdä myös muille hiukkasille komennoilla ElectronCutEnergy 50 GeV, MesonCutEnergy 50 GeV ja NuclCutEnergy 50 GeV, koska alle 50 GeV:in elektroni, mesoni tai nukleoni ei voi saada aikaiseksi yli 50 GeV:in myonia.

PrimaryEnergy 4.235 PeV antaa tämän esimerkin ilmakehille primäärienergiaksi 4,235 PeV.

PrimaryParticle-komennolla annetaan primäärihiukkanen tai -hiukkaset. Ohjelmalle voi antaa pelkän kemiallisen symbolin, jolloin oikea isotooppi valitaan alkuaikaisen isotooppien suhteellisten osuuksien perusteella automaattisesti. Jos ohjelmalle annetaan useampi primäärihiukkanen, myös niiden painokertoimet olisi syytä antaa. Painokertoimet laskettiin itse erään julkaisun kuvan perusteella.

PrimaryZenAngle 0 deg kertoo, että ilmakuuro tulee pystysuoraan maan pintaa kohti. Tämä tekee lopputuloksista helpommin ymmärrettäviä, vaikka todellisuudessa suurin osa ilmakuuroista ei olekaan pystysuoria.

AddSite EMMA 63.661111 deg 26.034722 deg 61 m loi uuden sijainnin nimeltään EMMA ja asetti sille EMMA-projektin koordinaatit ja korkeuden merenpinnasta.

Site EMMA valitsee sijainniksi aiemmin luodun EMMA-sijainnin.

ThinningEnergy 1.e-8 Relative antaa algoritmille arvon suhteessa primäärihiukkasen energiaan. Mitä pienempi luku, sitä tarkempia simuloinnit ovat ja sitä kauemmin ne kestävät.

ThinningWFactor 5 antaa algoritmille W-tekijän. Oletusarvo lienee sopiva.

TotalShowers 1000 kertoo, kuinka monta ilmakuuroa tulee simuloida.

End kertoo AIRES:ille, että syötetiedoston loppu on saavutettu ja simulointi voidaan aloittaa.

3.1 HHe-tapaus: Kun primääreinä toimivat vety- ja heliumytimet

Ainakin pienillä energioilla ($E < 0,1$ PeV) kosminen säteily koostuu pääosin vedystä ja heliumista. [GS06] Oletetaan nyt, että tämä suhteellinen koostumus säilyy ainakin 10 PeV:iin saakka. Tämä tarkoittaa siis sitä, että tässä osiossa käsiteltävien ilmakehien lateraalijakaumien primäärihiukkasina ovat olleet lähes kokonaan vety- ja heliumytimet. Kutsuttakoon tätä lähestymistapaa HHe-tapaukseksi (erotuksena SNR-tapaukselle, jota käsitellään myöhemmin).

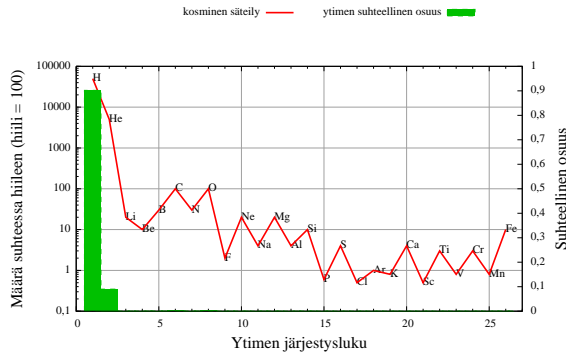
Määrät suhteessa hiileen on otettu julkaisun [GS06] kuvan 2 kosmisen säteilyn käyrältä silmämääräisesti arvioiden. Suhteelliset osuudet on laskettu kullekin ydinlajille jakamalla kyseisen ydinlajin määrä kaikkien ytimien summalla (55 379). Esimerkiksi vedyn suhteellinen osuus on

$$\frac{50\,000}{55\,379} = 0,90287 \approx 0,9. \quad (3.1)$$

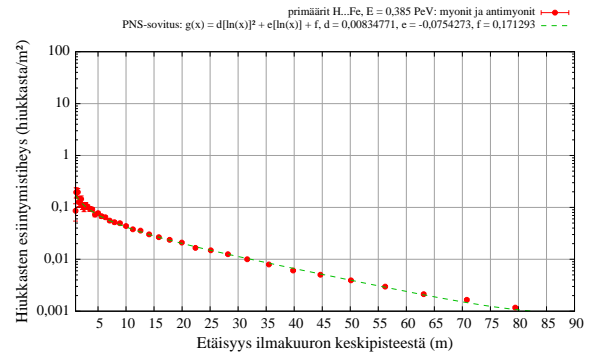
Kuvassa 3.1 näkyy ilmakehien primäärihiukkasten suhteellinen koostumus ja sadan pystysuoran ilmakehien aiheuttama myonien ja antimyonien lateraalijakauma kolmella eri primäärihiukkasten energialla. Kuvassa 3.2 puolestaan näkyy kaikki primäärihiukkasten 11 eri energialla aikaansaadut lateraalijakaumat. Kuvan oikean reunan tietolaatikon luvut ovat primäärihiukkasten energiat PeV:einä. Tällaista kuvaa varten on simuloitu yhteensä $11 \cdot 100 = 1100$ ilmakehää.

Taulukko 3.1: Kosmisen säteilyn ytimien määrät ja suhteelliset osuudet.

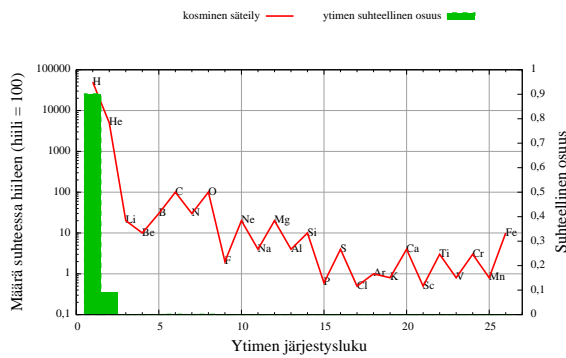
Ydin	Määrä suhteessa hiileen (hiili = 100)	Suhteellinen osuus
H	50 000	0,90287
He	5000	0,09029
Li	20	0,00036
Be	10	0,00018
B	30	0,00054
C	100	0,00180
N	30	0,00054
O	100	0,00180
F	2	0,00004
Ne	20	0,00036
Na	4	0,00007
Mg	20	0,00036
Al	4	0,00007
Si	10	0,00018
P	0,6	0,00001
S	4	0,00007
Cl	0,5	0,00001
Ar	1	0,00002
K	0,8	0,00001
Ca	4	0,00007
Sc	0,5	0,00001
Ti	3	0,00005
V	0,8	0,00001
Cr	3	0,00005
Mn	0,8	0,00001
Fe	10	0,00018
Σ	55 379	≈ 1



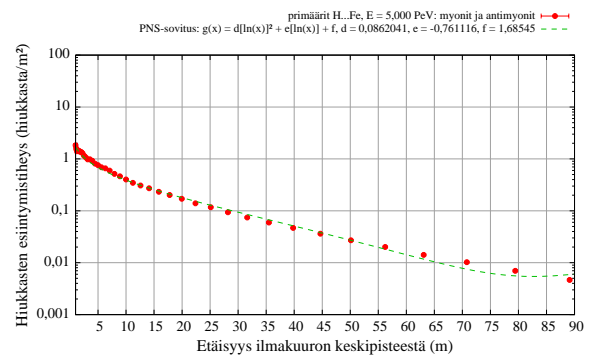
(a) Primäärienergiana $E = 0,385$ PeV.



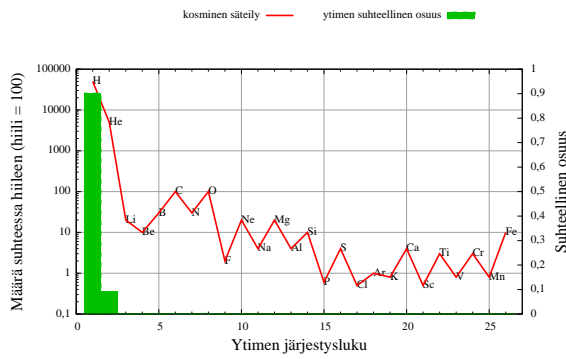
(b) Primäärienergiana $E = 0,385$ PeV.



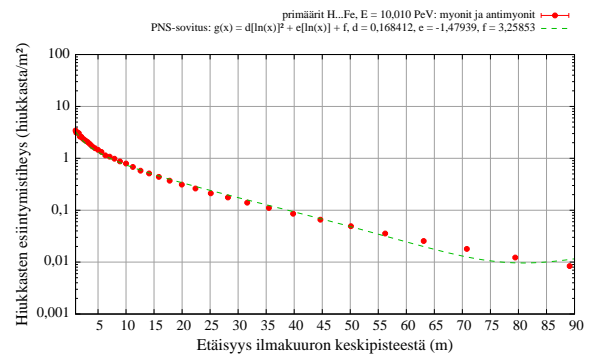
(c) Primäärienergiana $E = 5,000$ PeV.



(d) Primäärienergiana $E = 5,000$ PeV.

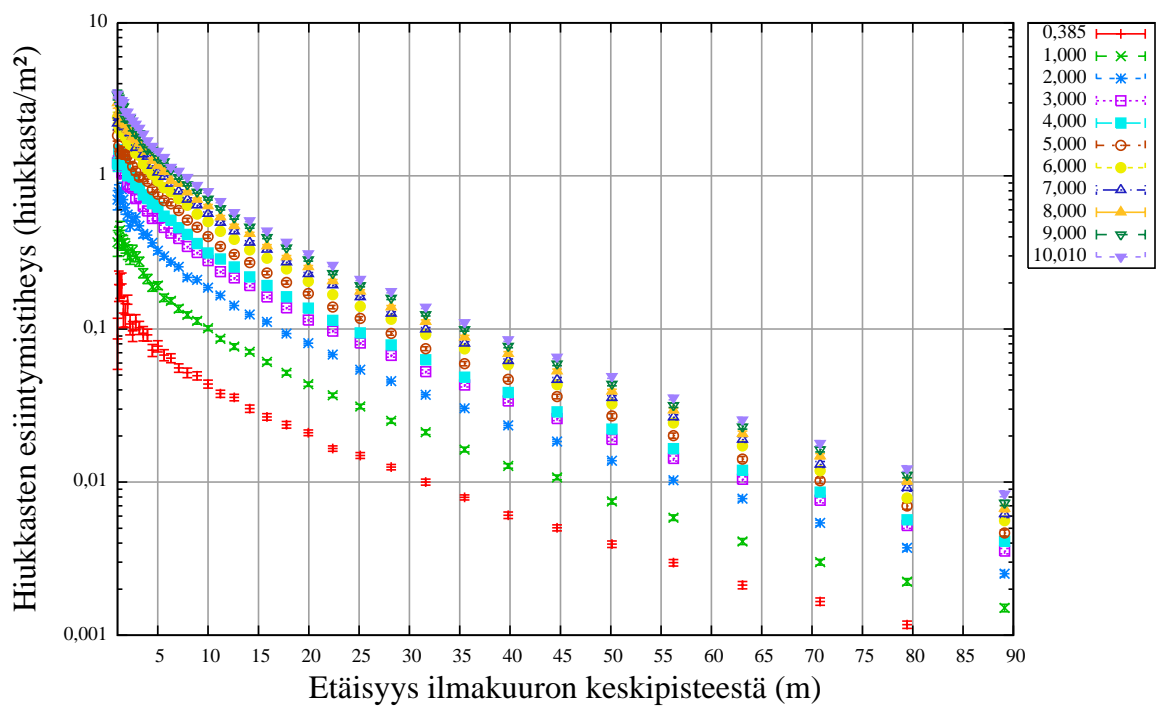


(e) Primäärienergiana $E = 10,010$ PeV.



(f) Primäärienergiana $E = 10,010$ PeV.

Kuva 3.1: HHe-tapaus.



Kuva 3.2: AIRES:illa (SIBYLL 2.1 -hadronipaketti) simuloitujen myonien ja antimyoni-
onien lateraalijakaumat EMMA-kokeessa HHe-tapauksessa. Kuvan oikean reunan
tietolaatikon luvut ovat primäärihiukkasten energiat PeV:inä.

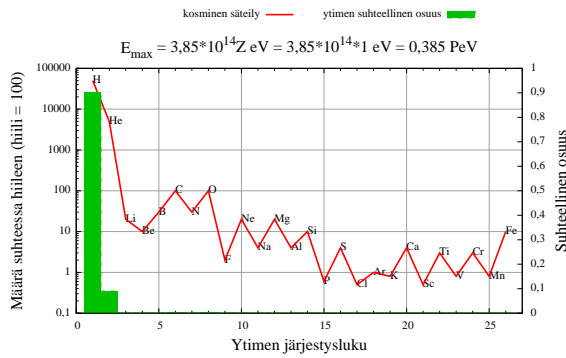
3.2 SNR-tapaus: Kun vety ja helium eivät enää hallitse

Oletetaan nyt, että suhteellinen koostumus ei säily samana 10 PeV:iin saakka. Kutsuttakoon tätä lähestymistapaa SNR-tapaukseksi. Tässä osiossa käsiteltävien ilma-kuurojen lateraalijakaumien primäärihiukkasina vety-ytimet ovat toimineet ainoastaan 0,385 PeV:iin ja helium-ytimet ainoastaan 0,770 PeV:iin. Berezhkon yhtälöstä (2.6) on saatu kullekin ydinlajille maksimienergia, jolla ydin vielä on mukana kosmisessa säteilyssä. Esimerkiksi 10,010 PeV:in kosmisessa säteilyssä ainoastaan rautaytimiä on enää mukana.

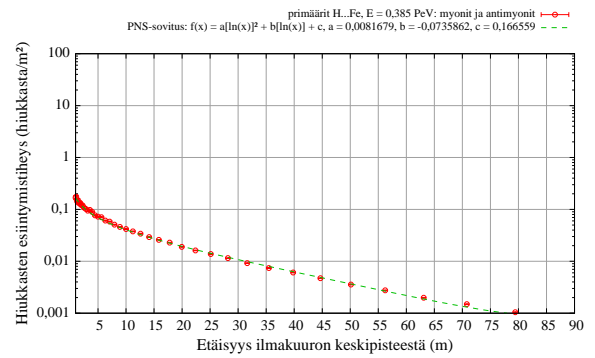
0,385 PeV:issä koostumus on vielä samanlainen kuin HHe-tapauksessa oli, joten lateraalijakaumille pätee

$$\rho(E = 0,385 \text{ PeV}, r)_{\mu^{\pm}, \text{HHe}, \text{EMMA}} = \rho(E = 0,385 \text{ PeV}, r)_{\mu^{\pm}, \text{SNR}, \text{EMMA}}. \quad (3.2)$$

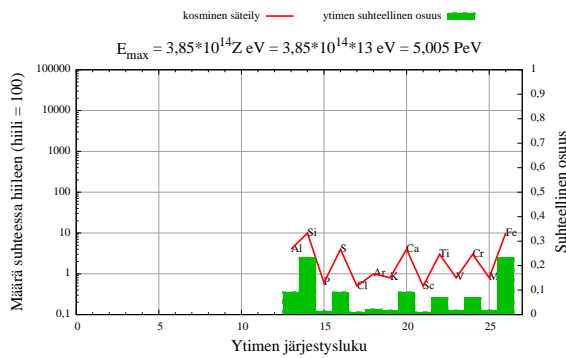
Kuvassa 3.3 näkyy ilmakuuron primäärihiukkasten suhteellinen koostumus ja tuhannen pystysuoran ilmakuuron aiheuttama myonien ja antimyonien lateraalijakauma kolmella eri primäärihiukkasten energialla. Kuvassa 3.4 puolestaan näkyy kaikki primäärihiukkasten 26 eri energialla aikaansaadut lateraalijakaumat. Kuvan oikean reunan tietolaatikon luvut ovat primäärihiukkasten energiat PeV:einä. Tällaista kuvaa varten on simuloitu yhteensä $26 \cdot 1000 = 26\,000$ ilmakuuroa.



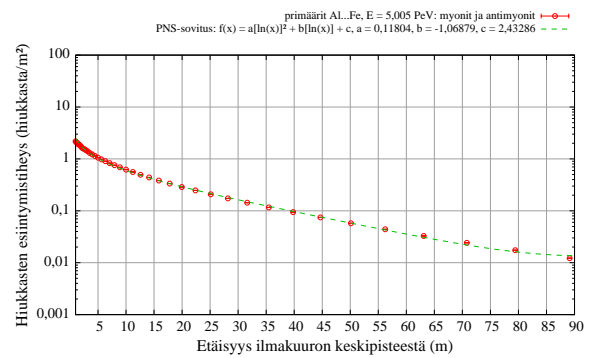
(a) Primäärienergiana $E = 0,385$ PeV.



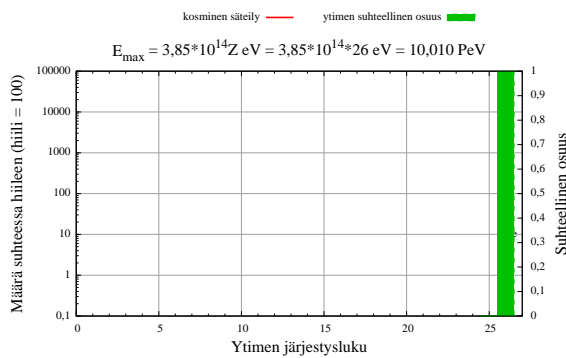
(b) Primäärienergiana $E = 0,385$ PeV.



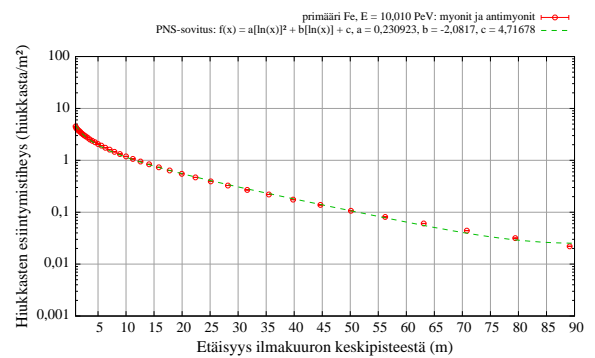
(c) Primäärienergiana $E = 5,005$ PeV.



(d) Primäärienergiana $E = 5,005$ PeV.



(e) Primäärienergiana $E = 10,010$ PeV.

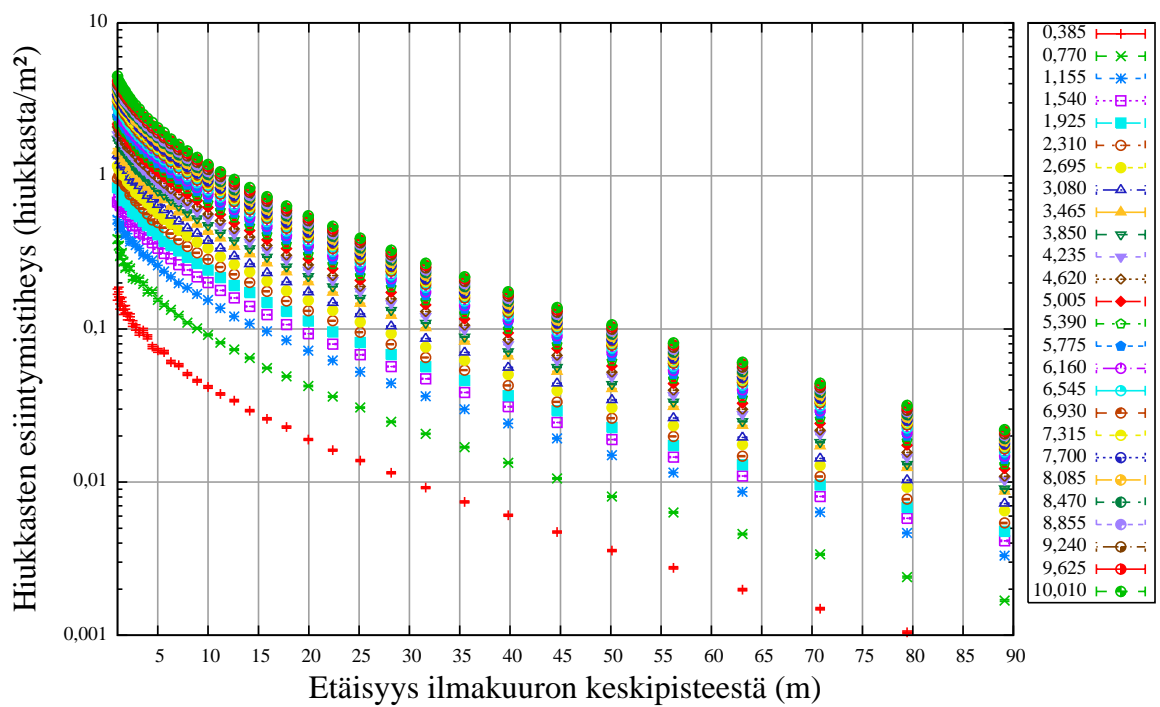


(f) Primäärienergiana $E = 10,010$ PeV.

Kuva 3.3: SNR-tapaus.

Taulukko 3.2: Kosmisen säteilyn ytimien määrät ja suhteelliset osuudet SNR-tapauksessa, kun primäärienergiana on 5,005 PeV.

Ydin	Määrä suhteessa hiileen (hiili = 100)	Suhteellinen osuus
H	0	0,00000
He	0	0,00000
Li	0	0,00000
Be	0	0,00000
B	0	0,00000
C	0	0,00000
N	0	0,00000
O	0	0,00000
F	0	0,00000
Ne	0	0,00000
Na	0	0,00000
Mg	0	0,00000
Al	4	0,09302
Si	10	0,23256
P	0,6	0,01395
S	4	0,09302
Cl	0,5	0,01163
Ar	1	0,02326
K	0,8	0,01860
Ca	4	0,09302
Sc	0,5	0,01163
Ti	3	0,06977
V	0,8	0,01860
Cr	3	0,06977
Mn	0,8	0,01860
Fe	10	0,23256
Σ	43	≈ 1



Kuva 3.4: AIRES:illa (SIBYLL 2.1 -hadronipaketti) simuloitujen myonien ja antimyoni-
onien lateraalijakaumat EMMA-kokeessa SNR-tapauksessa. Kuvan oikean reunan
tietolaatikon luvut ovat primäärihiukkasten energiat PeV:inä.

4 Havainnot ja laskut

4.1 Yhtälö HHe-tapausta varten

Havaittiin, että funktiot, jotka ovat muotoa

$$f(r) = d[\ln(r)]^2 + e \ln(r) + f \quad (4.1)$$

voidaan sovittaa kuvan 3.2 lateraalijakaumiin PNS-menetelmää käyttäen. Sovitukset tehtiin gnuplot-ohjelmalla kaikkia 11 eri HHe-tapausten lateraalijakaumaa varten. Kaikki sovitusparametrit löytyvät taulukosta 4.1 ja itse PNS-sovitukset löytyvät kuvasta 4.4a. Saatiin 11 funktiota

$$f_i(r) = d_i[\ln(r)]^2 + e_i \ln(r) + f_i. \quad (4.2)$$

On luonnollista kysyä, olisiko mahdollista löytää yksi ainoa kahden muuttujan yhtälö, joka sisältää kaikki 11 simuloituille lateraalijakaumille tehtyä PNS-sovitusta ja kaikki niiden välissä olevat tilanteet, joita on äärettömän paljon. Funktioista voidaan tehdä kahden muuttujan funktio

$$f(i, r) = d(i)[\ln(r)]^2 + e(i) \ln(r) + f(i). \quad (4.3)$$

Määritelmä 4.1.1. Funktio f on *diskreetti*, jos se on määritelty vain numeroituvasa diskreetissä joukossa D , esimerkiksi reaaliakselin tai kompleksitason erillisissä pisteissä.

Esimerkki 4.1.2. Lukujono on diskreetti funktio $k \mapsto x_k$; jokaista $k \in \mathbb{N}$ vastaa luku x_k .

Muutetaan diskreetti funktio ei-diskreetiksi funktioksi

$$f(E, r) = d(E)[\ln(r)]^2 + e(E) \ln(r) + f(E) \quad (4.4)$$

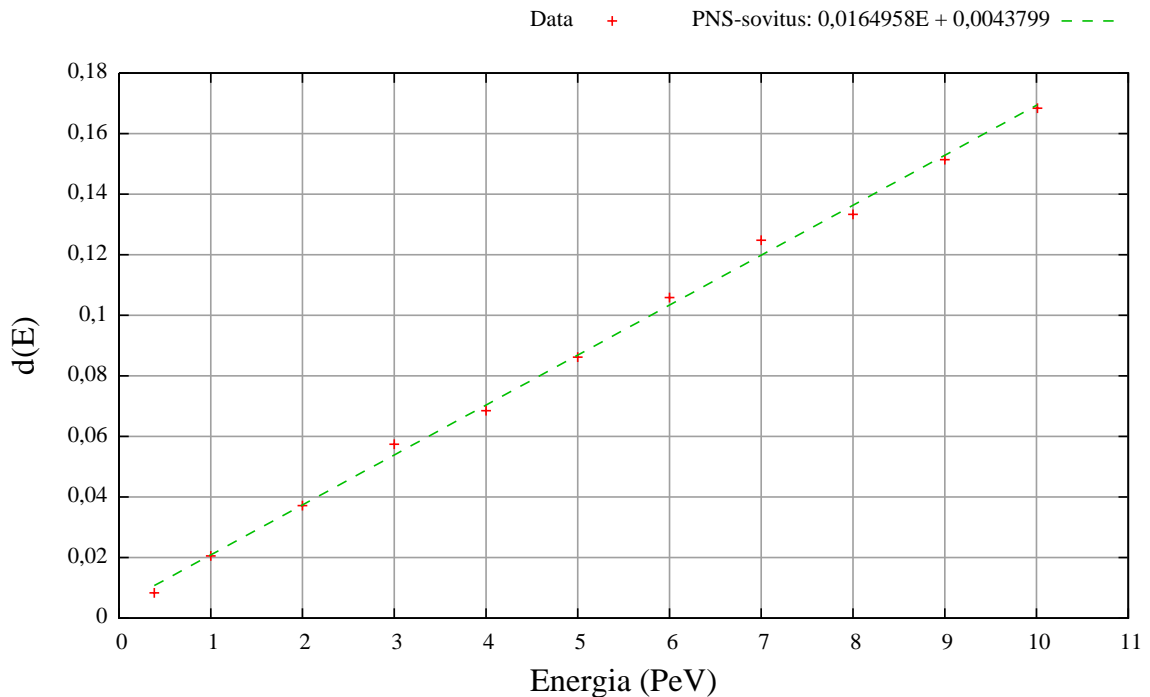
olettamalla, että diskreetit funktiot $d(i)$, $e(i)$ ja $f(i)$ ovatkin ei-diskreettejä energian E funktioita $d(E)$, $e(E)$ ja $f(E)$.

Nyt ongelmana on, ettei tiedetä, mitä funktiot $d(E)$, $e(E)$ ja $f(E)$ voisivat olla. Ainakin niiden arvot tiedetään 11 eri energian arvolla. Ehkäpä funktiot $d(E)$, $e(E)$ ja $f(E)$ voitaisiin korvata PNS-suorilla

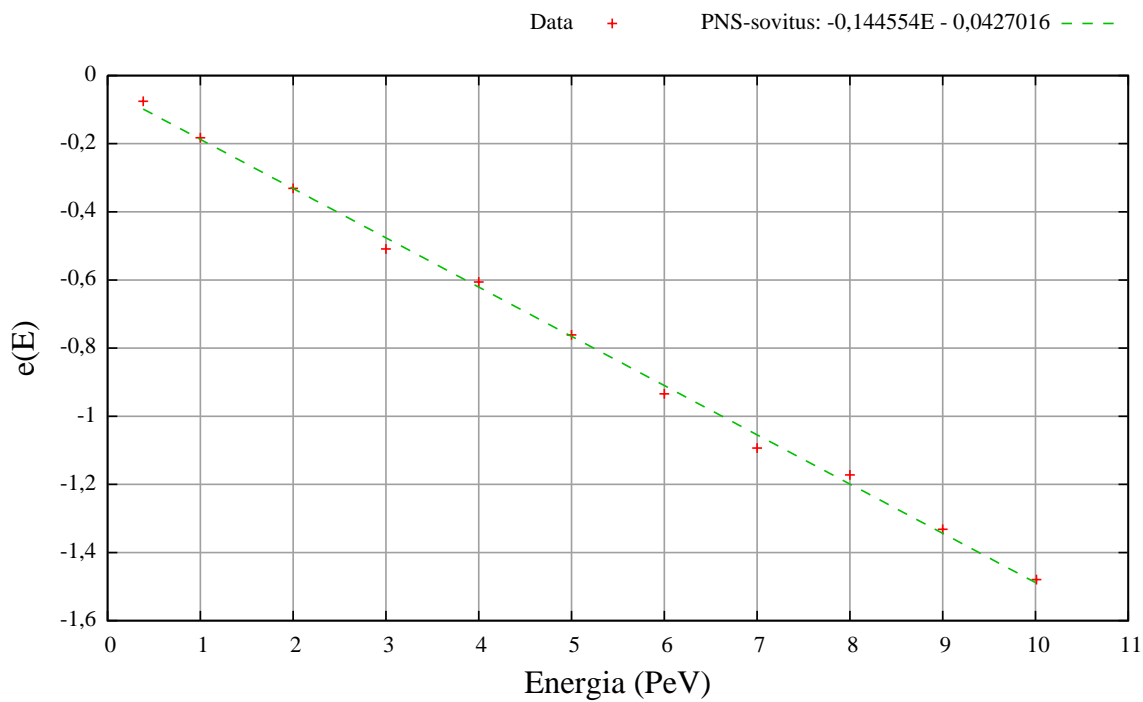
$$d(E) = 0,0164958E + 0,0043799, \quad (4.5)$$

$$e(E) = -0,144554E - 0,0427016, \quad (4.6)$$

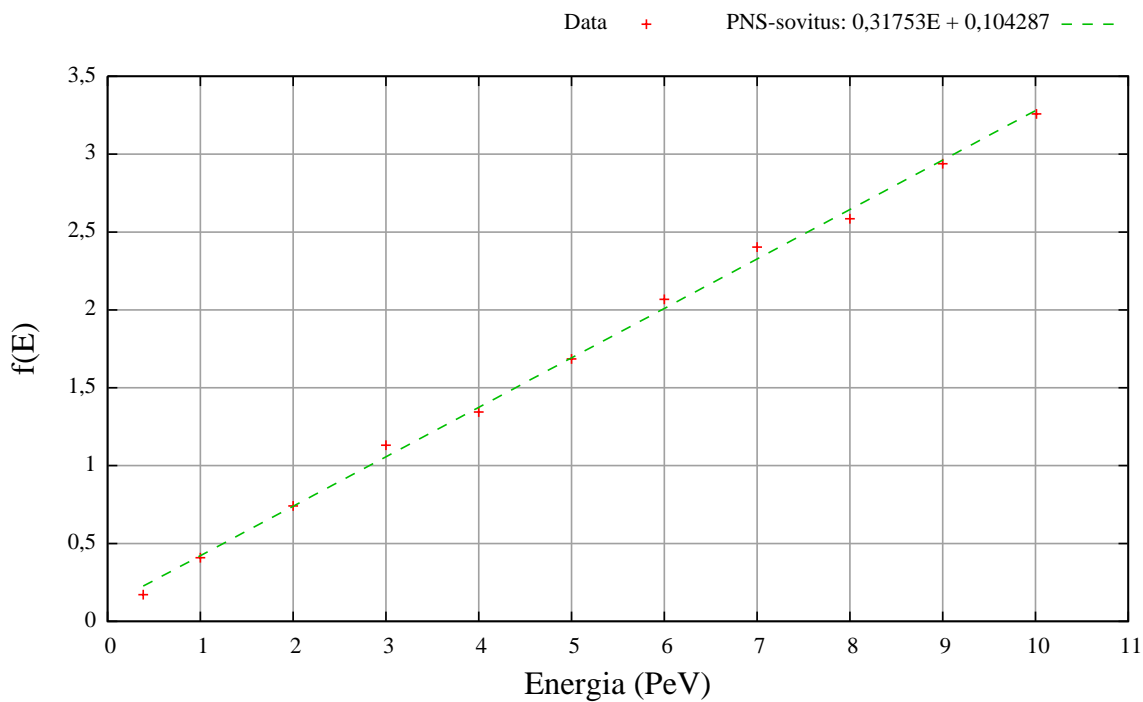
$$f(E) = 0,31753E + 0,104287. \quad (4.7)$$



Kuva 4.1: Funktion $d(E)$ arvoja primäärihiukkasen eri energioilla ja pistejoukkoon sovitettu PNS-suora.



Kuva 4.2: Funktion $e(E)$ arvoja primäärihiukkasen eri energioilla ja pistejoukkoon sovitettu PNS-suora.



Kuva 4.3: Funktion $f(E)$ arvoja primäärihiukkasen eri energioilla ja pistejoukkoon sovitettu PNS-suora.

Määritelmä 4.1.3. Pisteiden (x_i, y_i) välisen lineaarisen korrelaation voimakkuuden ilmaisee *Pearsonin korrelaatiokerroin*

$$r_{\text{Pearson}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \in [-1, 1], \quad (4.8)$$

missä \bar{x} on pisteiden (x_i, y_i) x -koordinaattien (aritmeettinen) keskiarvo ja \bar{y} on pisteiden (x_i, y_i) y -koordinaattien (aritmeettinen) keskiarvo.

Kahden muuttujan välinen lineaarinen korrelaatio on

- voimakas, jos $0,8 \leq |r_{\text{Pearson}}| \leq 1,0$;
- huomattava, jos $0,6 \leq |r_{\text{Pearson}}| < 0,8$;
- kohtalainen, jos $0,3 \leq |r_{\text{Pearson}}| < 0,6$;
- merkityksetön, jos $0,0 \leq |r_{\text{Pearson}}| < 0,3$.

Kuvien 4.1, 4.2 ja 4.3 perusteella todetaan, että suorat eivät aivan osu kaikkiin pisteisiin, mutta lineaarinen korrelaatio näyttäisi kuitenkin olevan yhtälön (4.8) perusteella voimakasta

$$r_{\text{Pearson},d} = 0,998874, \quad (4.9)$$

$$r_{\text{Pearson},e} = -0,998895, \quad (4.10)$$

$$r_{\text{Pearson},f} = 0,998897. \quad (4.11)$$

Funktion (4.4) ja PNS-suorien (4.5), (4.6) ja (4.7) avulla saadaan myonien ja anti-myonien lateraalijakaumalle kahden muuttujan yhtälö

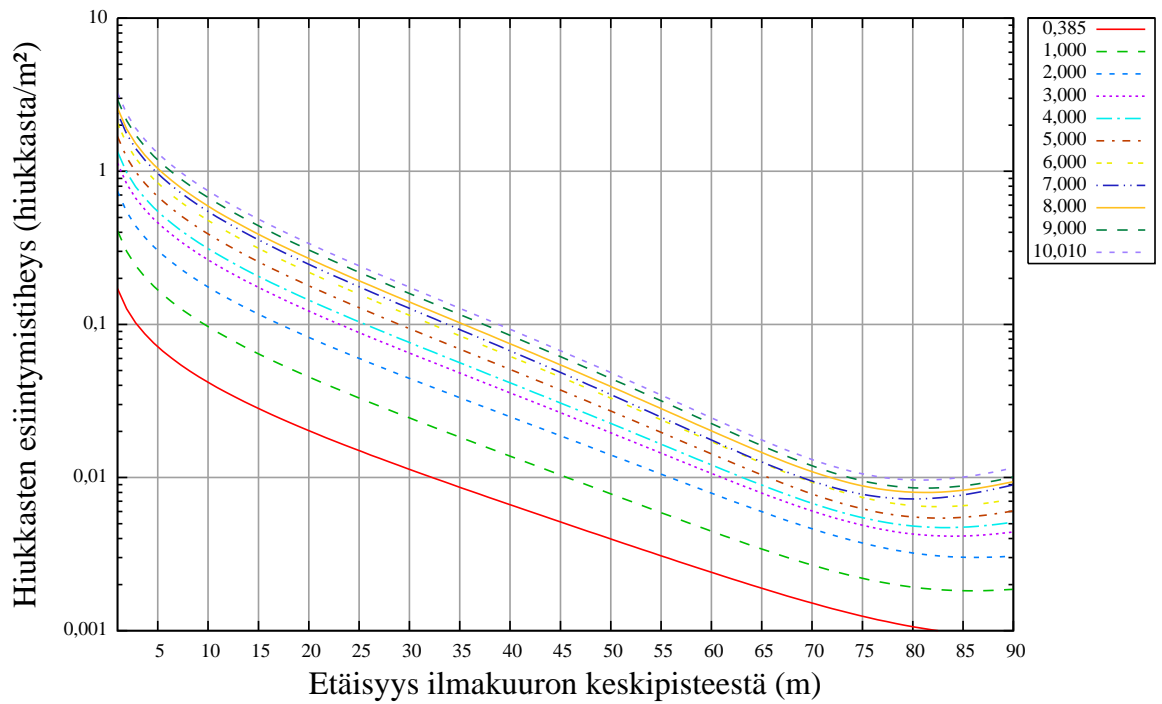
$$\begin{aligned} \rho(E, r)_{\mu^\pm, \text{HHe}, \text{EMMA}} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{hiukkasta}} &= (0,0164958E/E_0 + 0,0043799)[\ln(r/r_0)]^2 \\ &- (0,144554E/E_0 + 0,0427016)[\ln(r/r_0)] + 0,31753E/E_0 + 0,104287 \\ &\approx (0,01650E/E_0 + 0,004380)[\ln(r/r_0)]^2 \\ &- (0,1446E/E_0 + 0,04270)[\ln(r/r_0)] + 0,3175E/E_0 + 0,1043 \end{aligned} \quad (4.12)$$

missä E on primäärihiukkasen energia (PeV), $E_0 = 1$ PeV, r on etäisyys ilmakehän keskipisteestä (m) ja $r_0 = 1$ m.

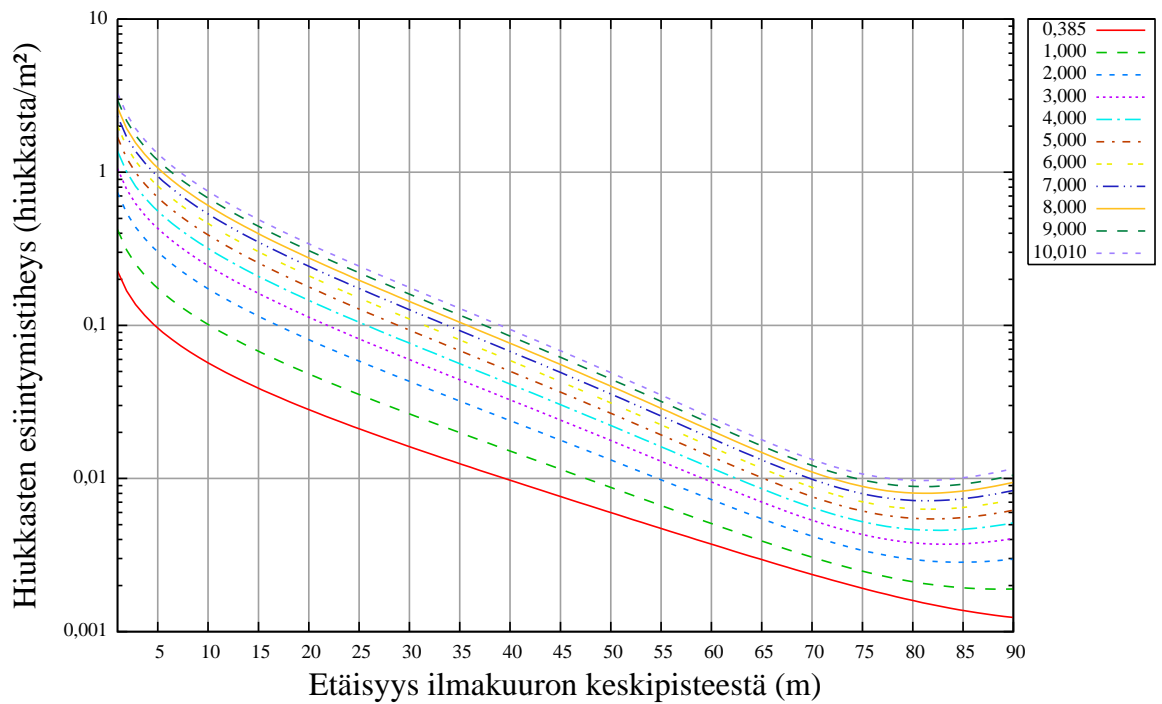
Taulukko 4.1: HHe-tapauksessa käytetyt primäärienergiat ja lateraalijakaumille saatujen PNS-sovitusten parametrit.

i	E_i (PeV)	d_i	e_i	f_i
1	0,385	0,00834771	-0,0754273	0,171293
2	1,000	0,0205129	-0,182701	0,408631
3	2,000	0,0371602	-0,331272	0,741306
4	3,000	0,0574271	-0,50891	1,13161
5	4,000	0,0684986	-0,605889	1,34453
6	5,000	0,0862041	-0,761116	1,68545
7	6,000	0,105877	-0,934425	2,06817
8	7,000	0,124772	-1,0936	2,40353
9	8,000	0,133329	-1,17245	2,58553
10	9,000	0,151423	-1,33208	2,93816
11	10,010	0,168412	-1,47939	3,25853

Yhtälön (4.12) ennustamia lateraalijakaumia näkyy kuvassa 4.4b, jonka perusteella arvellaan, että yhtälö kuvastaa lateraalijakaumia riittävän hyvin etäisyysvälillä $0 \text{ m} < r \leq 65 \text{ m}$. Energiavälinä on tietysti simuloinneissa käytettyjen primäärienergioiden ala- ja ylärajojen rajaama väli $0,385 \text{ PeV} \leq E \leq 10,010 \text{ PeV}$.



(a) AIRES:illa (SIBYLL 2.1 -hadronipaketti) simuloituihin myonien ja antimyonien lateraalijakaumiin 3.2 tehdyt PNS-sovitukset EMMA-kokeessa HHe-tapauksessa.



(b) Yhtälön ennustamat myonien ja antimyonien lateraalijakaumat EMMA-kokeessa HHe-tapauksessa.

Kuva 4.4: Lateraalijakaumat HHe-tapauksessa.

4.2 Yhtälö SNR-tapausta varten

Havaittiin, että funktiot, jotka ovat muotoa

$$f(r) = a[\ln(r)]^2 + b \ln(r) + c \quad (4.13)$$

voidaan sovittaa kuvan 3.4 lateraalijakaumiin PNS-menetelmää käyttäen. Sovitukset tehtiin gnuplot-ohjelmalla kaikkia 26 eri SNR-tapausten lateraalijakaumaa varten. Kaikki sovituspparametrit löytyvät taulukosta 4.2 ja itse PNS-sovitukset löytyvät kuvasta 4.8a. Saatiin 26 funktiota

$$f_i(r) = a_i[\ln(r)]^2 + b_i \ln(r) + c_i. \quad (4.14)$$

On luonnollista kysyä, olisiko mahdollista löytää yksi ainoa kahden muuttujan yhtälö, joka sisältää kaikki 26 simuloituille lateraalijakaumille tehtyä PNS-sovitusta ja kaikki niiden välissä olevat tilanteet, joita on äärettömän paljon. Funktioista (4.14) voidaan tehdä kahden muuttujan funktio

$$f(i, r) = a(i)[\ln(r)]^2 + b(i) \ln(r) + c(i). \quad (4.15)$$

Muutetaan diskreetti funktio (4.15) ei-diskreetiksi funktioksi

$$f(E, r) = a(E)[\ln(r)]^2 + b(E) \ln(r) + c(E) \quad (4.16)$$

olettamalla, että diskreetit funktiot $a(i)$, $b(i)$ ja $c(i)$ ovatkin ei-diskreettejä energian E funktioita $a(E)$, $b(E)$ ja $c(E)$.

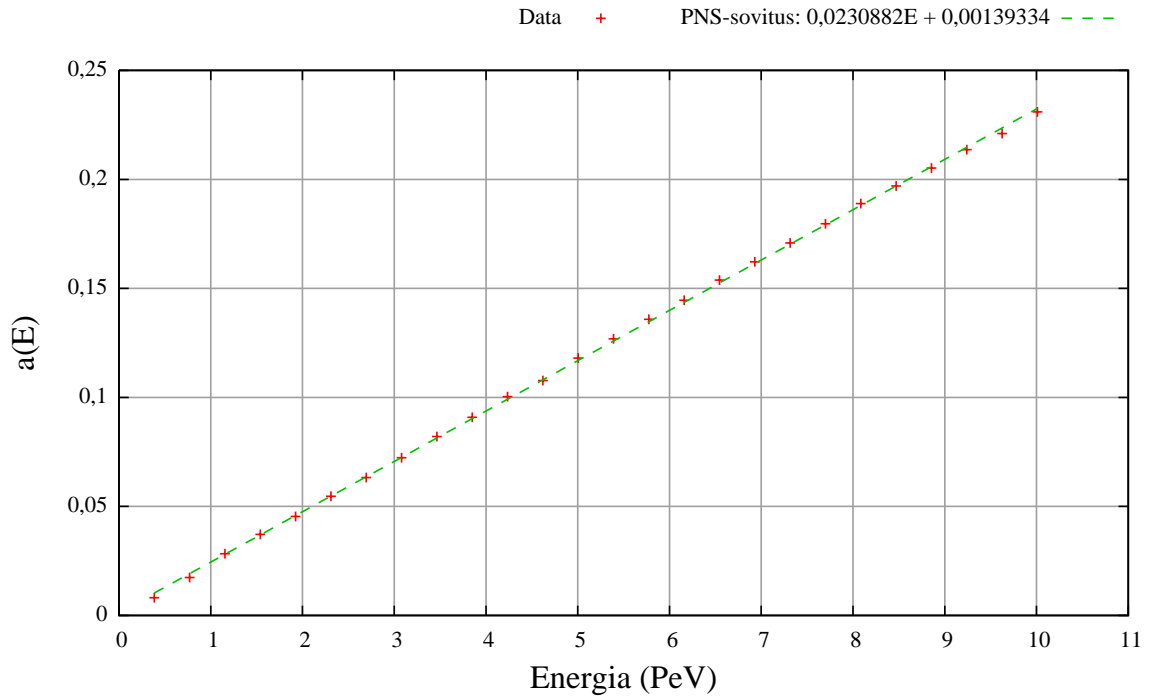
Nyt ongelmana on, ettei tiedetä, mitä funktiot $a(E)$, $b(E)$ ja $c(E)$ voisivat olla. Ainakin niiden arvot tiedetään 26 eri energian arvolla. Ehkäpä funktiot $a(E)$, $b(E)$

ja $c(E)$ voitaisiin korvata PNS-suorilla

$$a(E) = 0,0230882E + 0,00139334, \quad (4.17)$$

$$b(E) = -0,208266E - 0,0151107, \quad (4.18)$$

$$c(E) = 0,472205E + 0,0402258. \quad (4.19)$$



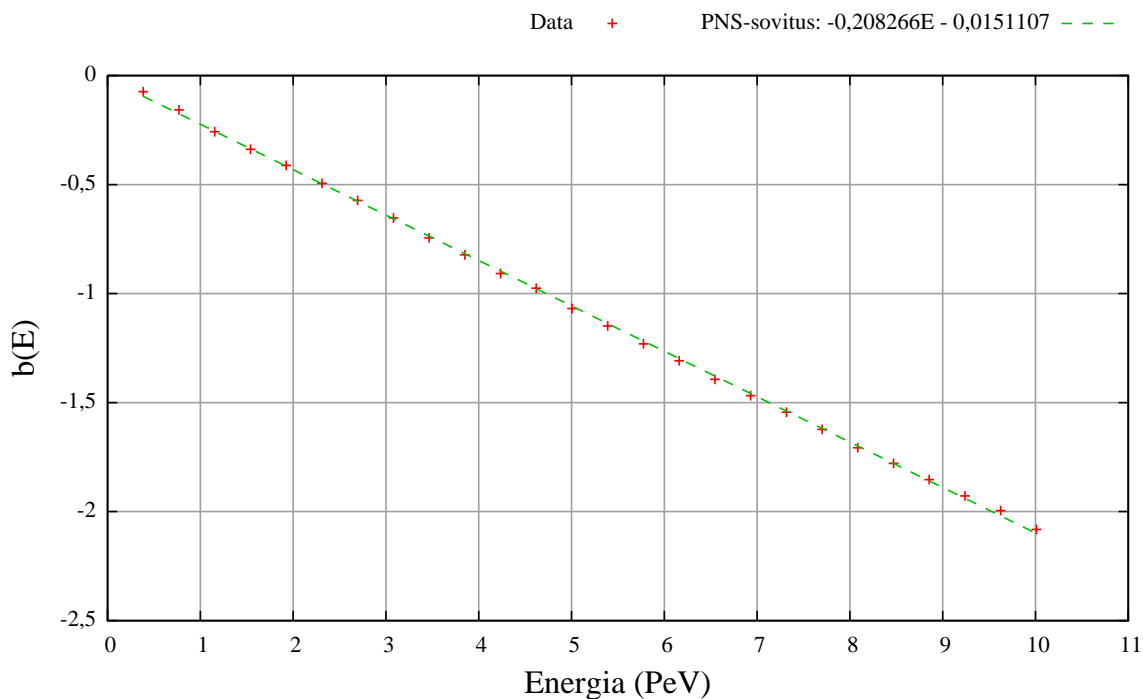
Kuva 4.5: Funktion $a(E)$ arvoja primäärihiukkasen eri energioilla ja pistejoukkoon sovitettu PNS-suora.

Kuvien 4.5, 4.6 ja 4.7 perusteella todetaan, että näin todellakin on. PNS-suorat so-
pivat pistejoukkoon todella hyvin. Lineaarinen korrelaatio näyttäisi olevan yhtälön
(4.8) perusteella voimakasta

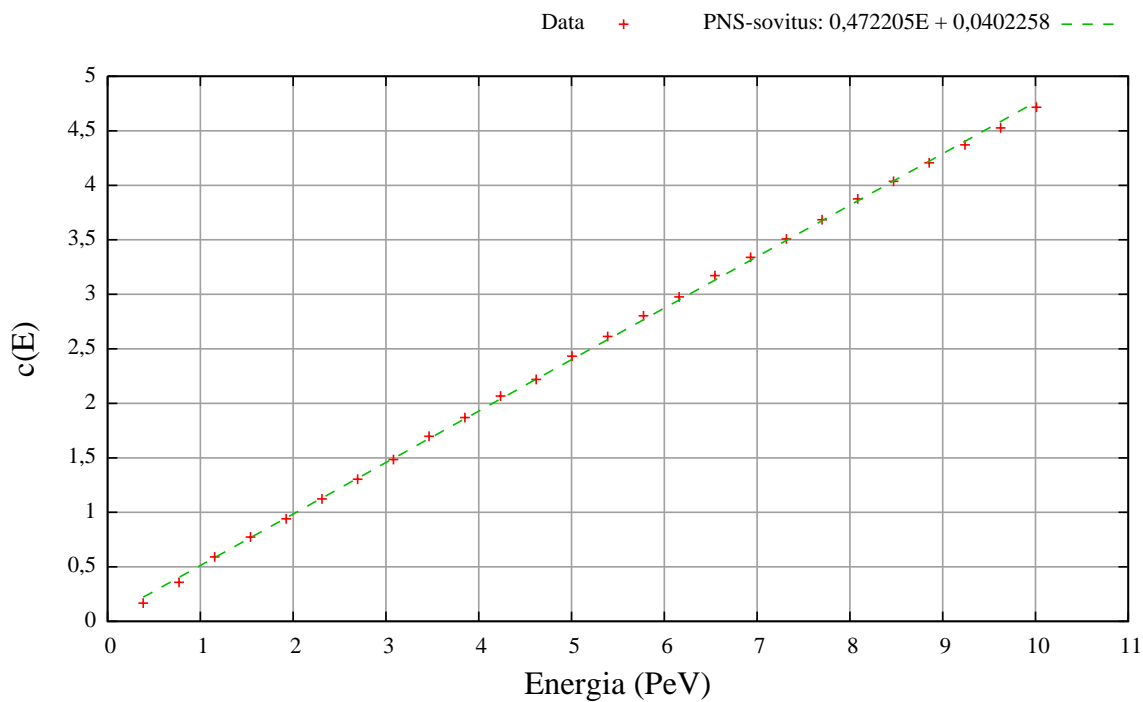
$$r_{\text{Pearson},a} = 0,999873, \quad (4.20)$$

$$r_{\text{Pearson},b} = -0,999835, \quad (4.21)$$

$$r_{\text{Pearson},c} = 0,999788. \quad (4.22)$$



Kuva 4.6: Funktion $b(E)$ arvoja primäärihiukkasen eri energioilla ja pistejoukkoon sovitettu PNS-suora.



Kuva 4.7: Funktion $c(E)$ arvoja primäärihiukkasen eri energioilla ja pistejoukkoon sovitettu PNS-suora.

Funktion (4.16) ja PNS-suorien (4.17), (4.18) ja (4.19) avulla saadaan myonien ja antimyonien lateraalijakaumalle kahden muuttujan yhtälö

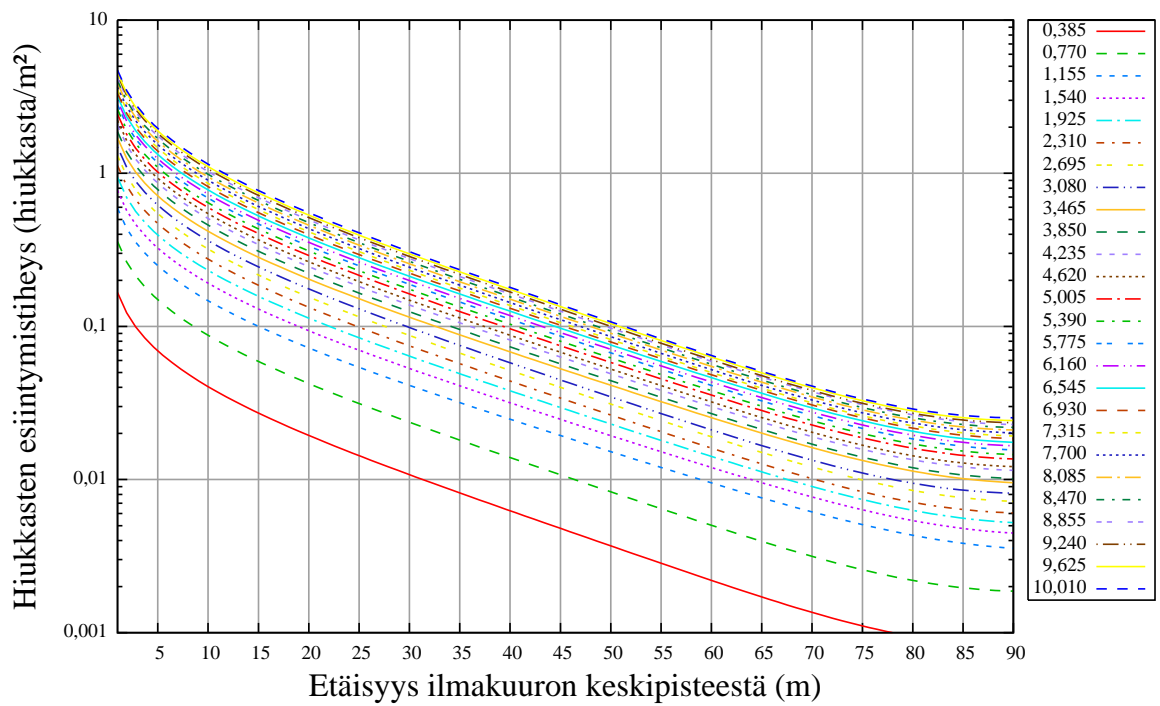
$$\begin{aligned}
\rho(E, r)_{\mu^\pm, \text{SNR}, \text{EMMA}} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{hiukkasta}} &= (0,0230882E/E_0 + 0,00139334)[\ln(r/r_0)]^2 \\
&- (0,2082664E/E_0 + 0,0151107)[\ln(r/r_0)] + 0,472205E/E_0 + 0,0402258 \\
&\approx (0,02309E/E_0 + 0,001393)[\ln(r/r_0)]^2 \\
&- (0,2083E/E_0 + 0,01511)[\ln(r/r_0)] + 0,4722E/E_0 + 0,04023,
\end{aligned} \tag{4.23}$$

missä E on primäärihiukkasen energia (PeV), $E_0 = 1$ PeV, r on etäisyys ilmakuuron keskipisteestä (m) ja $r_0 = 1$ m.

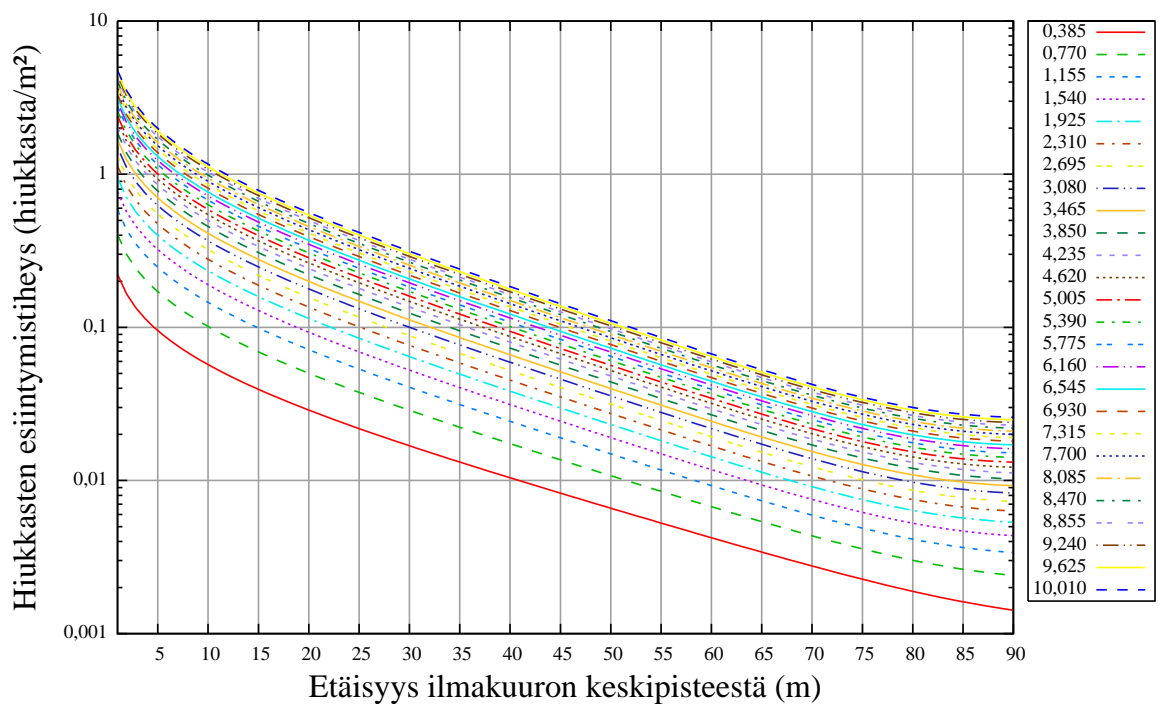
Yhtälön (4.23) ennustamia lateraalijakaumia näkyy kuvassa 4.8b, jonka perusteella arvellaan, että yhtälö kuvastaa lateraalijakaumia riittävän hyvin etäisyysvälillä $0 \text{ m} < r \leq 65 \text{ m}$. Energiavälinä on tietysti simuloinneissa käytettyjen primäärienergioiden ala- ja ylärajojen rajaama väli $0,385 \text{ PeV} \leq E \leq 10,010 \text{ PeV}$.

Taulukko 4.2: SNR-tapauksessa käytetyt primäärienergiat ja lateraalijakaumille saatujen PNS-sovitusten parametrit.

i	E_i (PeV)	a_i	b_i	c_i
1	0,385	0,0081679	-0,0735862	0,166559
2	0,770	0,0174115	-0,157439	0,357756
3	1,155	0,0282815	-0,257753	0,590739
4	1,540	0,037176	-0,338047	0,772868
5	1,925	0,0453972	-0,412171	0,940712
6	2,310	0,0546435	-0,494264	1,12371
7	2,695	0,0632704	-0,572914	1,30409
8	3,080	0,0723474	-0,653747	1,48497
9	3,465	0,0820957	-0,744576	1,6977
10	3,850	0,0908446	-0,822179	1,87034
11	4,235	0,10038	-0,908328	2,06626
12	4,620	0,107734	-0,975264	2,21921
13	5,005	0,11804	-1,06879	2,43286
14	5,390	0,126844	-1,14821	2,61291
15	5,775	0,135852	-1,23067	2,80262
16	6,160	0,144548	-1,30825	2,97663
17	6,545	0,153856	-1,39326	3,17159
18	6,930	0,162211	-1,46774	3,33857
19	7,315	0,170838	-1,54399	3,50777
20	7,700	0,179627	-1,62268	3,68479
21	8,085	0,188902	-1,70669	3,87592
22	8,470	0,196986	-1,77863	4,03675
23	8,855	0,205207	-1,85315	4,20661
24	9,240	0,213663	-1,92769	4,37145
25	9,625	0,221008	-1,99517	4,52715
26	10,010	0,230923	-2,0817	4,71678



(a) AIRES:illa (SIBYLL 2.1 -hadronipaketti) simuloituihin myonien ja antimyonien lateraalijakaumiin 3.4 tehdyt PNS-sovitukset EMMA-kokeessa SNR-tapauksessa.

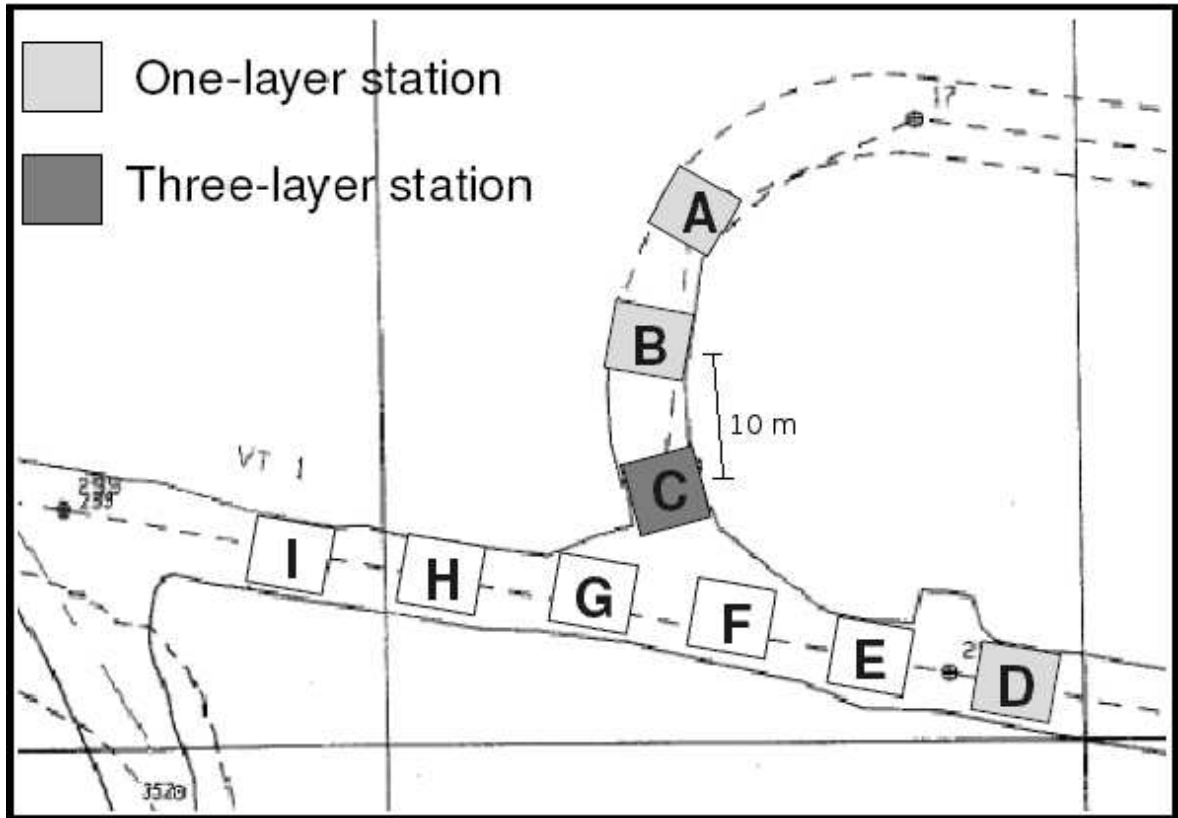


(b) Yhtälön (4.23) ennustamat myonien ja antimyonien lateraalijakaumat EMMA-kokeessa SNR-tapauksessa.

Kuva 4.8: Lateraalijakaumat SNR-tapauksessa.

4.3 EMMA:n havaitsema hiukkasten määrä HHe-tapauksessa

Oletetaan EMMA 4.9 ympyräksi, jonka säde on 25 metriä.



Kuva 4.9: Kaaviokuva EMMA:sta.

On saatu yhtälö myonien ja antimyonien lateraalijakaumille HHe-tapauksessa radiaalisessa muodossa

$$\begin{aligned}
 & \rho(E, r)_{\mu^\pm, \text{HHe}, \text{EMMA}} \\
 & = (0,01650E/E_0 + 0,004380)[\ln(r/r_0)]^2 \\
 & \quad - (0,1446E/E_0 + 0,04270)[\ln(r/r_0)] + 0,3175E/E_0 + 0,1043, \\
 & 0 \text{ m} < r \leq 65 \text{ m}, 0,385 \text{ PeV} \leq E \leq 10,010 \text{ PeV}.
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

Tämä kannattanee muuntaa karteesiseen muotoon

$$\begin{aligned}
& \rho(E, x, y)_{\mu^\pm, \text{HHe}, \text{EMMA}} \\
& = (0,01650E/E_0 + 0,004380) \left\{ \ln \left[\sqrt{(x/x_0)^2 + (y/y_0)^2} \right] \right\}^2 \\
& - (0,1446E/E_0 + 0,04270) \left\{ \ln \left[\sqrt{(x/x_0)^2 + (y/y_0)^2} \right] \right\} \\
& + 0,3175E/E_0 + 0,1043, \\
& 0 < \sqrt{x^2 + y^2} \leq 65 \text{ m}, 0,385 \text{ PeV} \leq E \leq 10,010 \text{ PeV},
\end{aligned} \tag{4.25}$$

missä x on etäisyys metrinä ilmakehän keskipisteestä x -akselin suunnassa, $x_0 = 1 \text{ m}$, y on etäisyys metrinä ilmakehän keskipisteestä y -akselin suunnassa ja $y_0 = 1 \text{ m}$.

4.3.1 Ilmakehä osuu keskelle EMMA-laitteistoa

Oletetaan, että ilmakehän keskipiste osuu keskelle EMMAa ($x = 0 \text{ m}, y = 0 \text{ m}$). Siispä keskellä EMMAa pätee $\rho(E, x, y)$. Tätä tuplaintegroidaan siten, että ensiksi integroidaan y :n suhteen $y = 0,1 \text{ m}$:stä $y = \sqrt{r_{\text{EMMA}}^2 - x^2} \text{ m} = \sqrt{625 - x^2} \text{ m}$:iin. Sitten integroidaan x :n suhteen $x = 0,1 \text{ m}$:stä $x = 24,9 \text{ m}$:iin. Saadaan siis EMMA-ympyrän ensimmäisessä neljänneksessä olevien myonien+antimyonien määrä. Kerrotaan tätä luvulla 2, jotta saadaan myös EMMA-ympyrän toinen neljännes mukaan. Lisäksi lasketaan neljänneksen neljänneksen tuplaintegraali, jossa integroidaan funktiota $\rho(E, x, y)$ y :n suhteen samalla tavalla kuin aiemminkin. x :n suhteen integroidaan $x = -24,9 \text{ m}$:stä $x = -0,1 \text{ m}$:iin. Myös tässä lopputulosta kerrotaan 2:lla, jotta kolmas neljänneskin saadaan mukaan. Lopulta summataan edelliset yhteen, mutta tämä on hieman liioiteltua, koska koko EMMA-ympyrä ei sisällä detektoreita. Sellaisen ympyrän pinta-ala, joka sulkee koko EMMA:n sisäänsä, on

$$\pi r_{\text{EMMA}}^2 = \pi (25 \text{ m})^2 = 1963 \text{ m}^2. \tag{4.26}$$

Todellisuudessa EMMA-laitteiston pinta-ala on 135 m^2 eli hiukkasten kokonaismäärä tulee jakaa luvulla

$$\frac{1963 \text{ m}^2}{135 \text{ m}^2} \approx 14,5. \quad (4.27)$$

Kun ilmakehän keskipiste osuu keskelle EMMAa ($x = 0 \text{ m}, y = 0 \text{ m}$), havaittujen hiukkasten kokonaismäärä saadaan, kun lasketaan

$$\begin{aligned} & \frac{2}{14,5} \left[\int_{x=0,1 \text{ m}}^{24,9 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x, y)_{\mu^\pm, \text{HHe}, \text{EMMA}} dy dx \right. \\ & \left. + \int_{x=-24,9 \text{ m}}^{-0,1 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x, y)_{\mu^\pm, \text{HHe}, \text{EMMA}} dy dx \right]. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Lausekkeen (4.28) ennustamia hiukkasten kokonaismääriä löytyy taulukosta 4.3.

4.3.2 Ilmakehä osuu EMMA-laitteiston reunalle

Kun ilmakehän keskipiste osuu EMMA:n reunalle ($x = -25 \text{ m}, y = 0 \text{ m}$), havaittujen hiukkasten kokonaismäärä saadaan, kun lasketaan

$$\begin{aligned} & \frac{2}{14,5} \left[\int_{x=0,1 \text{ m}}^{24,9 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x - 25 \text{ m}, y)_{\mu^\pm, \text{HHe}, \text{EMMA}} dy dx \right. \\ & \left. + \int_{x=-24,9 \text{ m}}^{-0,1 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x - 25 \text{ m}, y)_{\mu^\pm, \text{HHe}, \text{EMMA}} dy dx \right]. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Lausekkeen (4.29) ennustamia hiukkasten kokonaismääriä löytyy taulukosta 4.3.

4.3.3 Ilmakuuro osuu hieman EMMA-laitteiston ulkopuolelle

Kun ilmakuuron keskipiste osuu EMMA:n ulkopuolelle ($x = -35 \text{ m}, y = 0 \text{ m}$), havaittavien hiukkasten kokonaismäärä saadaan, kun lasketaan

$$\frac{2}{14,5} \left[\int_{x=0,1 \text{ m}}^{24,9 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x - 35 \text{ m}, y)_{\mu^\pm, \text{HHe}, \text{EMMA}} dy dx + \int_{x=-24,9 \text{ m}}^{-0,1 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x - 35 \text{ m}, y)_{\mu^\pm, \text{HHe}, \text{EMMA}} dy dx \right]. \quad (4.30)$$

Lausekkeen (4.30) ennustamia hiukkasten kokonaismääriä löytyy taulukosta 4.3.

Taulukko 4.3: EMMA-laitteiston havaitsemien hiukkasten kokonaismäärät HHe-tapauksessa eri primäärienergioilla ja osumakohdilla.

Energia (PeV)	Osumakohta		
	keskelle	reunalle	ulkopuolelle
1,0	9,6	5,6	3,1
2,0	16,3	9,4	5,0
3,0	23,0	13,2	6,9
4,0	29,8	17,0	8,9
5,0	36,5	20,8	10,8
6,0	43,2	24,6	12,7
7,0	49,9	28,4	14,7
8,0	56,6	32,2	16,6
9,0	63,4	36,0	18,5
10,0	70,1	39,8	20,5

4.4 EMMA:n havaitsema hiukkasten määrä SNR-tapauksessa

On saatu yhtälö myonien ja antimyonien lateraalijakaumille SNR-tapauksessa radiaalisessa muodossa

$$\begin{aligned}
 & \rho(E, r)_{\mu^\pm, \text{SNR, EMMA}} \\
 & = (0,02309E/E_0 + 0,001393)[\ln(r/r_0)]^2 \\
 & - (0,2083E/E_0 + 0,01511)[\ln(r/r_0)] + 0,4722E/E_0 + 0,04023, \\
 & 0 \text{ m} < r \leq 65 \text{ m}, 0,385 \text{ PeV} \leq E \leq 10,010 \text{ PeV}.
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

Tämä kannattanee muuntaa karteesiseen muotoon

$$\begin{aligned}
 & \rho(E, x, y)_{\mu^\pm, \text{SNR, EMMA}} \\
 & = (0,02309E/E_0 + 0,001393) \left\{ \ln \left[\sqrt{(x/x_0)^2 + (y/y_0)^2} \right] \right\}^2 \\
 & - (0,2083E/E_0 + 0,01511) \left\{ \ln \left[\sqrt{(x/x_0)^2 + (y/y_0)^2} \right] \right\} \\
 & + 0,4722E/E_0 + 0,04023, \\
 & 0 \text{ m} < \sqrt{x^2 + y^2} \leq 65 \text{ m}, 0,385 \text{ PeV} \leq E \leq 10,010 \text{ PeV},
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

missä x on etäisyys metrinä ilmakehän keskipisteestä x -akselin suunnassa, $x_0 = 1 \text{ m}$, y on etäisyys metrinä ilmakehän keskipisteestä y -akselin suunnassa ja $y_0 = 1 \text{ m}$.

4.4.1 Ilmakuuro osuu keskelle EMMA-laitteistoa

Kun ilmakuuron keskipiste osuu keskelle EMMAa ($x = 0 \text{ m}, y = 0 \text{ m}$), havaittavien hiukkasten kokonaismäärä saadaan, kun lasketaan

$$\frac{2}{14,5} \left[\int_{x=0,1 \text{ m}}^{24,9 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x, y)_{\mu^{\pm}, \text{SNR}, \text{EMMA}} dy dx + \int_{x=-24,9 \text{ m}}^{-0,1 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x, y)_{\mu^{\pm}, \text{SNR}, \text{EMMA}} dy dx \right]. \quad (4.33)$$

Lausekkeen (4.33) ennustamia hiukkasten kokonaismääriä löytyy taulukosta 4.4.

4.4.2 Ilmakuuro osuu EMMA-laitteiston reunalle

Kun ilmakuuron keskipiste osuu EMMA:n reunalle ($x = -25 \text{ m}, y = 0 \text{ m}$), havaittavien hiukkasten kokonaismäärä saadaan, kun lasketaan

$$\frac{2}{14,5} \left[\int_{x=0,1 \text{ m}}^{24,9 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x - 25 \text{ m}, y)_{\mu^{\pm}, \text{SNR}, \text{EMMA}} dy dx + \int_{x=-24,9 \text{ m}}^{-0,1 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x - 25 \text{ m}, y)_{\mu^{\pm}, \text{SNR}, \text{EMMA}} dy dx \right]. \quad (4.34)$$

Lausekkeen (4.34) ennustamia hiukkasten kokonaismääriä löytyy taulukosta 4.4.

4.4.3 Ilmakuuro osuu hieman EMMA-laitteiston ulkopuolelle

Kun ilmakuuron keskipiste osuu EMMA:n ulkopuolelle ($x = -35 \text{ m}, y = 0 \text{ m}$), havaittavien hiukkasten kokonaismäärä saadaan, kun lasketaan

$$\frac{2}{14,5} \left[\int_{x=0,1 \text{ m}}^{24,9 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x - 35 \text{ m}, y)_{\mu^{\pm}, \text{SNR}, \text{EMMA}} dy dx + \int_{x=-24,9 \text{ m}}^{-0,1 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x - 35 \text{ m}, y)_{\mu^{\pm}, \text{SNR}, \text{EMMA}} dy dx \right]. \quad (4.35)$$

Lausekkeen (4.35) ennustamia hiukkasten kokonaismääriä löytyy taulukosta 4.4.

Taulukko 4.4: EMMA-laitteiston havaitsemien myonien ja antimyonien kokonaismäärät SNR-tapauksessa eri primäärienergioilla ja osumakohtilla.

Energia (PeV)	Osumakohta		
	keskelle	reunalle	ulkopuolelle
1,0	12,3	7,3	4,2
2,0	23,2	13,8	7,8
3,0	34,2	20,3	11,4
4,0	45,1	26,8	15,0
5,0	56,1	33,2	18,6
6,0	67,1	39,7	22,2
7,0	78,0	46,2	25,7
8,0	89,0	52,7	29,3
9,0	99,9	59,1	32,9
10,0	110,9	65,6	36,5

4.5 Yhteenveto EMMA:n havaitsemasta hiukkasten määrästä

Hiukkasten kokonaismäärä HHe-tapauksessa saadaan ilmeisesti yhtälöstä

$$\begin{aligned}
 & N(E, l)_{\mu^\pm, \text{HHe}, \text{EMMA}} \\
 &= \frac{2}{14,5} \left[\int_{x=0,1 \text{ m}}^{24,9 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x-l, y)_{\mu^\pm, \text{HHe}, \text{EMMA}} dy dx \right. \\
 & \left. + \int_{x=-24,9 \text{ m}}^{-0,1 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x-l, y)_{\mu^\pm, \text{HHe}, \text{EMMA}} dy dx \right], \quad (4.36) \\
 & 0,385 \text{ PeV} \leq E \leq 10,010 \text{ PeV ja } 0 \text{ m} \leq l \leq 40 \text{ m},
 \end{aligned}$$

missä E on primäärihiukkasen energia (PeV) ja l on ilmakehän keskipisteen etäisyys EMMA:n keskipisteestä metreinä. Maksimietäisyys (40 m) tulee siitä, että lateraalijakaumayhtälöiden maksimietäisyydeksi asetettiin 65 m. Kun ilmakehän keskipiste on 40 metrin etäisyydellä EMMA:n keskipisteestä, on EMMA:n äärimmäinen reuna $40 + 25 = 65$ metrin etäisyydellä ilmakehän keskipisteestä. Kuvassa 4.10a näkyy yhtälön (4.36) arvot kaksiulotteisena pintana kolmiulotteisessa avaruudessa.

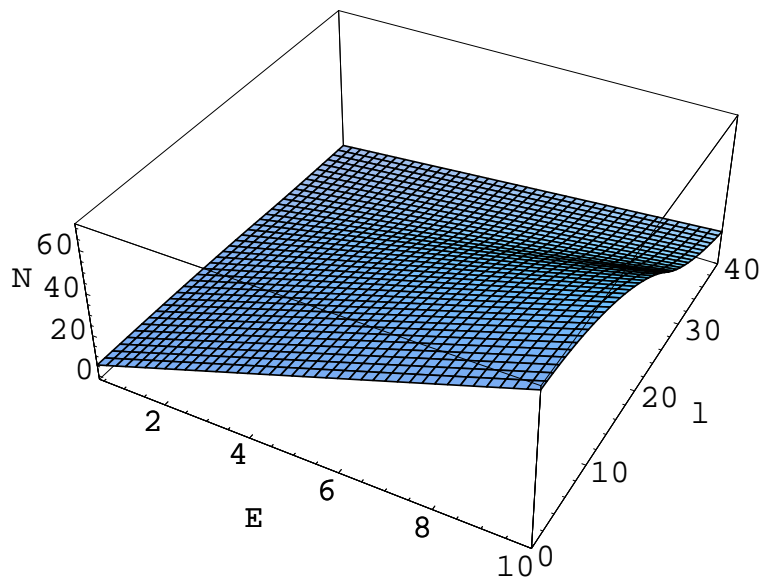
Vastaavasti hiukkasten kokonaismäärä SNR-tapauksessa saadaan ilmeisesti yhtälöstä

$$\begin{aligned}
 & N(E, l)_{\mu^\pm, \text{SNR}, \text{EMMA}} \\
 &= \frac{2}{14,5} \left[\int_{x=0,1 \text{ m}}^{24,9 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x-l, y)_{\mu^\pm, \text{SNR}, \text{EMMA}} dy dx \right. \\
 & \left. + \int_{x=-24,9 \text{ m}}^{-0,1 \text{ m}} \int_{y=0,1 \text{ m}}^{\sqrt{625-x^2} \text{ m}} \rho(E, x-l, y)_{\mu^\pm, \text{SNR}, \text{EMMA}} dy dx \right], \quad (4.37) \\
 & 0,385 \text{ PeV} \leq E \leq 10,010 \text{ PeV ja } 0 \text{ m} \leq l \leq 40 \text{ m},
 \end{aligned}$$

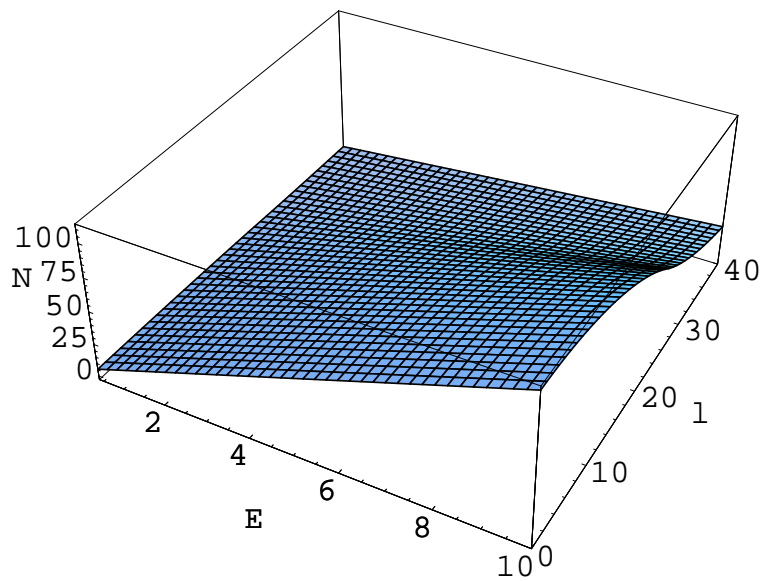
missä E on primäärihiukkasen energia (PeV) ja l on ilmakehän keskipisteen etäisyys EMMA:n keskipisteestä metreinä. Kuvassa 4.10b näkyy yhtälön (4.37) arvot kaksiulotteisena pintana kolmiulotteisessa avaruudessa.

Kuvan 4.9 perusteella voi arvella, että puoliympyrä olisi parempi keino kuvata

EMMAa, mutta yhtälöistä tulisi hankalampia, koska ympyrän symmetrisyys menetetäisiin: vaikka ilmakeuro voi osua mihin kohtaan ympyrää tahansa, aina voidaan kuvitella tilanne siten, että ilmakeuro osuukin origon kautta kulkevalle x-akselille. Näin on meneteltykin luvuissa 4.3 ja 4.4. Lopputuloksena saatiin yhtälöt (4.36) ja (4.37), joiden käyttämiseksi riittävät tiedot ilmakeuron keskipisteen etäisyydestä EMMA:n keskipisteeseen sekä ilmakeuron synnyttäneen primäärihiukkasen energia.



(a) EMMA:n havaitsemat myonit ja antimyonit HHe-tapauksessa. N tarkoittaa hiukkasten määrää, E primäärihiukkasen energiaa (PeV) ja l ilmakehän keskipisteen etäisyyttä EMMA:n keskipisteestä (m).



(b) EMMA:n havaitsemat myonit ja antimyonit SNR-tapauksessa. N tarkoittaa hiukkasten määrää, E primäärihiukkasen energiaa (PeV) ja l ilmakehän keskipisteen etäisyyttä EMMA:n keskipisteestä (m).

Kuva 4.10: Yhteenvedo EMMA:n havaitsemasta hiukkasten määrästä.

5 Johtopäätöksiä

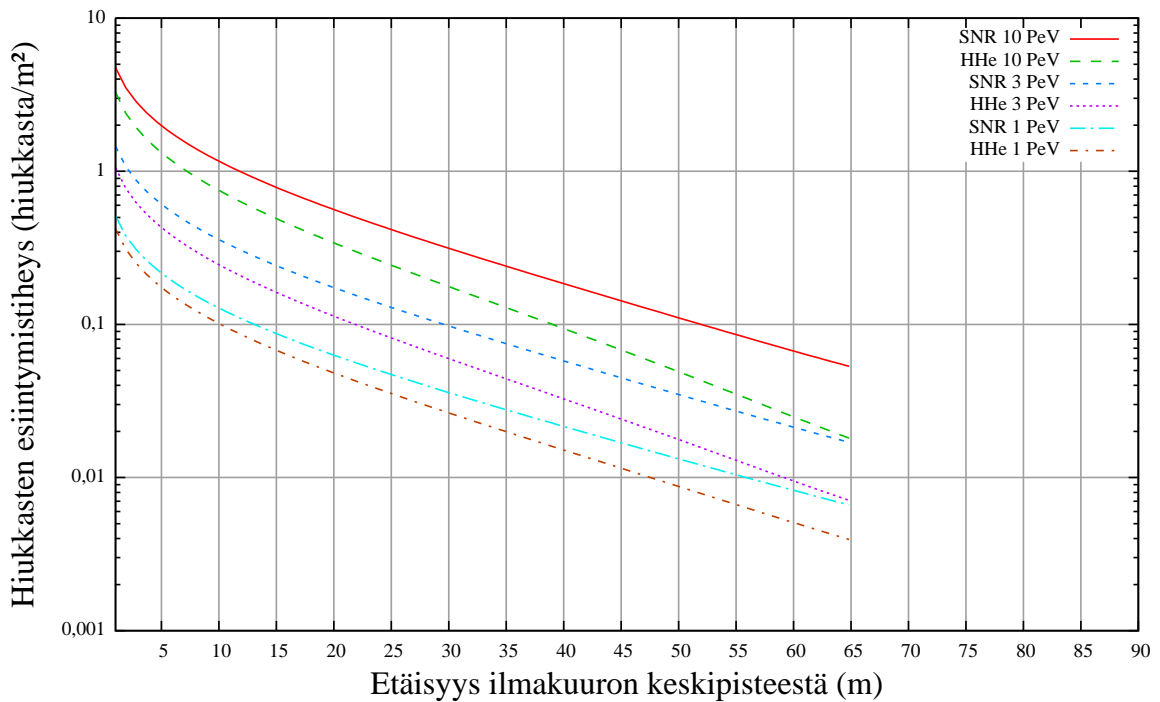
Tässä tutkielmassa on tutkittu ainoastaan pystysuoria ilmakeuuroja, vaikka suurin osa ilmakeuroista ei ole pystysuoria [EA01]. Lateraalijakaumien tarkastelu kuitenkin vaikeutuisi huomattavasti, jos vinot ilmakeuurot otettaisiin huomioon. Työtä voisi jatkaa ottamalla huomioon myös vinot ilmakeuurot.

Työhön varattu aika riitti ainoastaan SIBYLL-hadronipaketin avulla simuloituihin ilmakeuroihin. Työtä voisi jatkaa tekemällä simulaatiot sekä QGSJET- että QGSJET-II-hadronipaketeilla.

Ainoastaan yli 50 GeV:in myonit ja antimyonit on otettu huomioon lateraalijakaumissa. Vertailun vuoksi voisi simuloida, mitä EMMA:n detektorit havaitsisivat maan pinnan yläpuolella varastohuoneessa. Tässä tapauksessa myös alle 50 GeV:in myonit ja antimyonit tulisi ottaa huomioon.

SNR-tapaus ei ota huomioon sitä tosiasiaa, että on olemassa muitakin kosmisen säteilyn lähteitä kuin supernovajäänteet. Ei siis pidä paikkaansa, että 10 PeV:in ilmakeuro on lähtöisin pelkästään rautaprimääreistä. Tietysti 10 PeV:in vety-ydin on lähtöisin jostain aivan muualta kuin supernovajäänteestä, joten kyseistä tapausta ei voi sanoa SNR-tapaukseksi.

On mielenkiintoista verrata julkaisun [EJJ⁺08] kuvaa 3 yhtälöiden (4.24) ja (4.31) avulla tehtyyn kuvaan 5.1. Julkaisun kuvassa olevat lateraalijakaumat on tehty QGSJET-hadronipaketilla, kun taas tämän tutkielman lateraalijakaumat on tehty SIBYLL-hadronipakettia käyttäen. Julkaisun lateraalijakaumat ovat joko puhtaasti protoni- tai puhtaasti rautaydinten aiheuttamia, kun taas tämän tutkielman lateraalijakaumien primäärihiukkaset ovat joko sekoitus vety- ja helium-ytimiä (HHe-tapaus) tai primäärihiukkasen energiasta riippuva sekoitus (SNR-tapaus). Joka tapauksessa kuvan 5.1 lateraalijakaumat ovat hyvinkin samankaltaisia kuin julkaisus-



Kuva 5.1: Yhtälöiden (4.24) ja (4.31) ennustamia lateraalijakaumia.

sa olevat jakaumat, mikä vahvistaa sen, että simulointiohjelmit (AIRES ja CORSIKA) ovat toimineet odotusten mukaisesti.

Koska EMMA kykenee havaitsemaan ilmakehien tulosuunnan ja keskipisteen sijainnin, tässä tutkielmassa olevia yhtälöitä (4.36) ja (4.37) voisi kenties käyttää ilmakehien primäärihiukkasen tunnistamiseen. Jos EMMA:n havainnot vastaavat taulukon 4.4 tuloksia, mahdollisesti kyseessä on SNR-tapaus ja polvi on eri kohdassa eri ydinlajeille. Jos EMMA:n havainnot vastaavat taulukon 4.3 tuloksia, mahdollisesti kyseessä on HHe-tapaus ja primäärihiukkasina toimivat lähinnä vety- ja heliumytimet. Mahdollisesti kaikki vinot ilmakehät pitää hylätä, jotta tulokset vastaisivat simulointituloksia mahdollisimman pitkälle.

Viitteet

- [AEM⁺39] Pierre Auger, P. Ehrenfest, R. Maze, J. Daudin, and Robley A. Fréon, *Extensive cosmic-ray showers*, *Rev. Mod. Phys.* **11** (1939), no. 3-4, 288–291.
- [APRS03] Luis Anchordoqui, Thomas Paul, Stephen Reucroft, and John Swain, *Ultrahigh-energy cosmic rays: The State of the art before the Auger Observatory*, *Int. J. Mod. Phys.* **A18** (2003), 2229–2366.
- [Ber96] E. G. Berezhko, *Maximum energy of cosmic rays accelerated by supernova shocks*, *Astroparticle Physics* **5** (1996), no. 3-4, 367 – 378.
- [BZ34] W. Baade and F. Zwicky, *Cosmic Rays from Super-Novae*, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* **20** (1934), no. 5, 259–263.
- [DBSS04] Hans-Joachim Drescher, Marcus Bleicher, Sven Soff, and Horst Stöcker, *Model dependence of lateral distribution functions of high energy cosmic ray air showers*, *Astroparticle Physics* **21** (2004), no. 1, 87 – 94.
- [Dor09] Lev Dorman, *Cosmic rays in magnetospheres of the earth and other planets*, Springer, 2009.
- [EA01] A.-M. Elo and H. Arvela, *Direction distributions of air showers observed with the Turku air shower array*, *International Cosmic Ray Conference*, *International Cosmic Ray Conference*, vol. 2, 2001, pp. 598–+.
- [EJ⁺08] T. Enqvist, J. Joutsenvaara, T. Jämsén, P. Keränen, P. Kuusiniemi, M. Lehtola, A. Mattila, J. Narkilahti, J. Peltoniemi, A. Pennanen, T. Räihä, J. Sarkamo, C. Shen, W. Trzaska, I. Usoskin, M. Vaittinen, and Z. Zhang, *Em-*

- ma - a new underground cosmic-ray experiment*, Nuclear Physics B - Proceedings Supplements **175-176** (2008), 307 – 310, Proceedings of the XIV International Symposium on Very High Energy Cosmic Ray Interactions.
- [Fer49] Enrico Fermi, *On the origin of the cosmic radiation*, Phys. Rev. **75** (1949), no. 8, 1169–1174.
- [FGLS94] R. S. Fletcher, T. K. Gaisser, Paolo Lipari, and Todor Stanev, *Sibyll: An event generator for simulation of high energy cosmic ray cascades*, Phys. Rev. D **50** (1994), no. 9, 5710–5731.
- [GS06] Thomas K. Gaisser and Todor Stanev, *High-energy cosmic rays*, Nuclear Physics A **777** (2006), 98 – 110, Special Issue on Nuclear Astrophysics.
- [Hoe03] Joerg R. Hoerandel, *On the knee in the energy spectrum of cosmic rays*, Astropart. Phys. **19** (2003), 193–220.
- [Hoe04] Jorg R. Hoerandel, *Models of the knee in the energy spectrum of cosmic rays*, Astropart. Phys. **21** (2004), 241–265.
- [Joh38] Thomas H. Johnson, *Cosmic-ray intensity and geomagnetic effects*, Rev. Mod. Phys. **10** (1938), no. 4, 193–244.
- [MU03] Kalevi Mursula and Ilya Usoskin, *Heliospheric physics and cosmic rays*, 2003, Luentomoniste.
- [NA37] Seth H. Neddermeyer and Carl D. Anderson, *Note on the nature of cosmic-ray particles*, Phys. Rev. **51** (1937), no. 10, 884–886.
- [Per03] Donald H. Perkins, *Particle astrophysics*, Oxford University Press, 2003.
- [Sci99] S. J. Sciutto, *Air shower simulations with the aires system*, 1999.
- [Sci02] S. Sciutto, *Aires - a system for air shower simulations - user's guide and reference manual - version 2.6.0*, 2002, Ohjekirja.

[Wul10] Th. Wulf, *Sur le rayonnement très pénétrant observé dans l'air et l'origine de ce rayonnement*, Radium (Paris) 7 (1910), no. 6, 171–178.

A Eräs AIRES:in syötetiedostoista HHe-tapauksessa

```
Import HOME
TaskName H-Fe_4.000_100_S2.1_EMMA_1.e-8_5_0deg_2010-01-01
ADFile Off
Date 2010 1 1
ExportPerShower Off
ExportTables 2001 2206
ExportTables 2207 Options d
ExportTables 2208 2293
ExportTables 2501 2793
ExportTables 5001 5513
LaTeX On
MuonCutEnergy 50 GeV
ElectronCutEnergy 50 GeV
MesonCutEnergy 50 GeV
NuclCutEnergy 50 GeV
ObservingLevels 19
PrimaryEnergy 4.000 PeV
PrimaryParticle Proton 0.90287
PrimaryParticle He 0.09029
PrimaryParticle Li 0.00036
PrimaryParticle Be 0.00018
PrimaryParticle B 0.00054
PrimaryParticle C 0.00180
PrimaryParticle N 0.00054
PrimaryParticle O 0.00180
PrimaryParticle F 0.00004
PrimaryParticle Ne 0.00036
PrimaryParticle Na 0.00007
PrimaryParticle Mg 0.00036
PrimaryParticle Al 0.00007
PrimaryParticle Si 0.00018
PrimaryParticle P 0.00001
PrimaryParticle S 0.00007
PrimaryParticle Cl 0.00001
PrimaryParticle Ar 0.00002
PrimaryParticle K 0.00001
PrimaryParticle Ca 0.00007
PrimaryParticle Sc 0.00001
```

PrimaryParticle Ti 0.00005
PrimaryParticle V 0.00001
PrimaryParticle Cr 0.00005
PrimaryParticle Mn 0.00001
PrimaryParticle Fe 0.00018
PrimaryZenAngle 0 deg
RLimsTables 1 m 100 m
AddSite EMMA 63.661111 deg 26.034722 deg 61 m
Site EMMA
StackInformation On
Summary On
ThinningEnergy 1.e-8 Relative
ThinningWFactor 5
TotalShowers 100
Trace On
TSSFile On
End

B Eräs AIRES:in syötetiedostoista SNR-tapauksessa

```
Import HOME
TaskName Na-Fe_4.235_1000_S2.1_EMMA_1.e-8_5_0deg_2010-01-01
ADFile Off
Date 2010 1 1
ExportPerShower Off
ExportTables 2001 2206
ExportTables 2207 Options d
ExportTables 2208 2293
ExportTables 2501 2793
ExportTables 5001 5513
LaTeX On
MuonCutEnergy 50 GeV
ElectronCutEnergy 50 GeV
MesonCutEnergy 50 GeV
NuclCutEnergy 50 GeV
ObservingLevels 19
PrimaryEnergy 4.235 PeV
PrimaryParticle Na 0.05970
PrimaryParticle Mg 0.29851
PrimaryParticle Al 0.05970
PrimaryParticle Si 0.14925
PrimaryParticle P 0.00896
PrimaryParticle S 0.05970
PrimaryParticle Cl 0.00746
PrimaryParticle Ar 0.01493
PrimaryParticle K 0.01194
PrimaryParticle Ca 0.05970
PrimaryParticle Sc 0.00746
PrimaryParticle Ti 0.04478
PrimaryParticle V 0.01194
PrimaryParticle Cr 0.04478
PrimaryParticle Mn 0.01194
PrimaryParticle Fe 0.14925
PrimaryZenAngle 0 deg
RLimsTables 1 m 100 m
AddSite EMMA 63.661111 deg 26.034722 deg 61 m
Site EMMA
StackInformation On
```

Summary On
ThinningEnergy 1.e-8 Relative
ThinningWFactor 5
TotalShowers 1000
Trace On
TSSFile On
End

C Mathematica-koodia

Kuvassa C.1 on tutkielman kuvaajien tekoon käytettyä Mathematica-koodia. Mathematica 4.1 -ohjelmaa ajettiin 64-bittisen Windows 7 -käyttöjärjestelmän Windows XP Mode -tilassa.

```
Plot3D[
  1
  14.5
  (2 * NIntegrate[NIntegrate[(0.0164958 * Energia + 0.0043799) (Log[Sqrt[(x - 1)^2 + y^2]])^2 -
    (0.144554 * Energia + 0.0427016) (Log[Sqrt[(x - 1)^2 + y^2]]) + 0.31753 * Energia + 0.104287, {y, 0.1, Sqrt[625 - x^2]}],
    {x, 0.1, 24.9}] +
  2 * NIntegrate[NIntegrate[(0.0164958 * Energia + 0.0043799) (Log[Sqrt[(x - 1)^2 + y^2]])^2 -
    (0.144554 * Energia + 0.0427016) (Log[Sqrt[(x - 1)^2 + y^2]]) + 0.31753 * Energia + 0.104287, {y, 0.1, Sqrt[625 - x^2]}],
    {x, -24.9, -0.1}]), {Energia, 0.385, 10.010}, {1, 0.0, 40.0}, PlotPoints -> 40, Mesh -> True,
  AxesLabel -> {"E", "1", "N"}]
```

(a) Kuva 4.10a saatiin aikaiseksi tällaisella Mathematica-koodilla.

```
Plot3D[
  1
  14.5
  (2 * NIntegrate[NIntegrate[(0.0230882 * Energia + 0.00139334) (Log[Sqrt[(x - 1)^2 + y^2]])^2 -
    (0.208266 * Energia + 0.0151107) (Log[Sqrt[(x - 1)^2 + y^2]]) + 0.472205 * Energia + 0.0402258, {y, 0.1, Sqrt[625 - x^2]}],
    {x, 0.1, 24.9}] +
  2 * NIntegrate[NIntegrate[(0.0230882 * Energia + 0.00139334) (Log[Sqrt[(x - 1)^2 + y^2]])^2 -
    (0.208266 * Energia + 0.0151107) (Log[Sqrt[(x - 1)^2 + y^2]]) + 0.472205 * Energia + 0.0402258, {y, 0.1, Sqrt[625 - x^2]}],
    {x, -24.9, -0.1}]), {Energia, 0.385, 10.010}, {1, 0.0, 40.0}, PlotPoints -> 40, Mesh -> True,
  AxesLabel -> {"E", "1", "N"}]
```

(b) Kuva 4.10b saatiin aikaiseksi tällaisella Mathematica-koodilla.

Kuva C.1: Mathematica-koodia.