JUNNAUSKOE 0–20 JA PERUSLASKUTOIMITUKSIEN AUTOMATISOITUMINEN ALKUOPETUKSESSA

Marja-Kaisa Kortesalmi

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma
Luokanopettajien aikuiskoulutus
Kokkolan yliopistokeskus Chydenius
Jyväskylän yliopisto
Syksy 2008

TIIVISTELMÄ

Kortesalmi, M-K. 2008. Junnauskoe 0–20 ja peruslaskutoimituksien automatisoituminen. Jyväskylän yliopisto. Kokkolan yliopistokeskus Chydenius. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma, 114 s. ja 10 liitettä.

Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää Junnauskokeen 0–20 avulla automaatiotason laskutaidon hallitsemista peruslaskutoimituksien osalta lukualueella 0–20. Tutkimuksessa pyrittiin selvittämään myös lasten käyttämiä laskustrategioita peruslaskutoimituksien osalta. Lisäksi tutkimuksessa selvitettiin opettajien käsityksiä omien oppilaidensa laskutaidoista, alkuopetuksen keskeisistä matemaattisista sisällöistä sekä opettajien käsityksiä matematiikan asemasta alkuopetuksessa. Tutkimusjoukko muodostui kolmen 2. luokan oppilaista, joita oli yhteensä 63. Näistä oppilaista tutkimuksessa haastateltiin 10 ja lisäksi tutkittujen luokkien opettajat. Junnauskokeen 0–20 oppilaat laskivat syyslukukauden aikana ja haastattelut suoritettiin kevätlukukaudella. Tulokset osoittivat, että tutkittavilla ei ollut automaatiotason laskutaito peruslaskutoimituksien osalta lukualueella 0–20 hallinnassa vielä toisen luokan syyslukukauden aikana. Vain yksi oppilas kykeni laskemaan kokeen sisältämät laskut oikein kokeessa vaaditussa viidessä minuutissa. Oppilaiden käyttämät laskustrategiat osoittautuivat jakaantuvan count-both tasolta aina know fact eli automaation tasolle, joka asettaa opettajille omat haasteensa alkuopetukseen. Opettajat nimesivät keskeisiksi matematiikan sisällöiksi peruslaskutoimitukset, joille muodostaa vahvan taustan opetussuunnitelman perusteet. Peruslaskutoimituksien taustalla olevien taitojen tunnistaminen oli kuitenkin puutteellista. Kaikki haastateltavat opettajat pitivät matematiikkaa tärkeänä opetettavana aineena, mutta toisaalta aineen yleinen arvostus näkyy liian vähäisinä resursseina, joita matematiikan opettamiseen suunnataan. Jokainen opettaja tunnisti omasta luokastaan sellaisen/sellaiset oppilaat, joilla oli selkeästi matemaattisia oppimisvaikeuksia. Oppilaiden tulokset Junnauskokeessa 0–20 eivät kuitenkaan osoittaneet oppilailla olevan niin hyvät taidot peruslaskutoimituksien osalta kuin opettajat arvioivat. Matematiikan hierarkkisen rakentumisen johdosta olisi kuitenkin ensiarvoisen tärkeää, että opettaja tunnistaa ja puuttuu lapsen mahdollisiin oppimisvaikeuksiin välittömästi. Tavoitteena tulisi olla, että jokainen oppilas kykenee saavuttamaan automaatiotason laskutaidon alkuopetuksen aikana. Se edellyttää kuitenkin, että opettaja tietää ja osaa tunnistaa lapsen varhaiset matemaattiset taidot, joiden hallitseminen muodostaa vahvan perustan lapsen matemaattiselle kehitykselle.

AVAINSANAT: varhaiset matemaattiset taidot, Junnauskoe 0–20, laskustrategiat, automaatiotason laskutaito

SISÄLLYSLUETTELO

1 JOHDANTO

Pro gradu -tutkimukseni aiheen valintaan ovat vaikuttaneet omat aikaisemmat oppimis- ja opettamiskokemukseni. Opettaessani matematiikkaa ja kohdatessani oppilaita, joilla on ollut matematiikassa oppimisvaikeuksia, olen samanaikaisesti reflektoinut omia kouluaikaisia matematiikan oppimiskokemuksiani. Tätä kautta olen kiinnostunut tutkimaan tarkemmin prosesseja, jotka ovat matematiikan oppimisen taustalla. Miettiessäni näitä asioita opettajakoulutukseni aikana olen tullut siihen tulokseen, että oppilailta, joilla on oppimisvaikeuksia, puuttuu usein matemaattiseen ajatteluun tarvittava käsitteiden ymmärtäminen. Koulutuksen myötä olen havahtunut näkemään matematiikan opettamisen tärkeyden äidinkielen oppimisen ohella erityisesti alkuopetuksessa. Alkuopetuksen aikana saadut matemaattiset taidot korostuvat myöhemmässä vaiheessa, koska matematiikka on luonteeltaan hierarkkisesti rakentuva.

Yhteiskuntamme odottaa lasten hallitsevan monenlaisia numeroihin ja laskemiseen liittyviä taitoja. Heidän edellytetään oppivan esimerkiksi lukusanat, numerot ja roomalaiset luvut. Opittavien taitojen joukkoon kuuluvat myös lukujen lukeminen, kirjoittaminen ja ääneen lausuminen, esineiden laskeminen, peruslaskutoimituksien oppiminen tai näiden taitojen käyttö arkipäivän tilanteissa. (Butterworth 2005, 3). Jotta lapsen on mahdollista oppia soveltamaan matematiikkaa, täytyy hänen ymmärtää sen rakenteita. Sovellettaessa matematiikassa opittuja asioita käytännön elämään ajattelun perustana on siirtyminen reaalimaailman tilanteesta ja kielestä abstraktiin ja symboliseen matematiikan kieleen ja päinvastoin. Yrjönsuuren (2004, 121) mukaan siinä vaiheessa, kun lapsi itse kykenee rakentamaan tietonsa, hän on oppinut sekä käytännön että teorian yhteyden ja yleistäminen ja soveltaminen ovat mahdollisia. Käytännön elämän laskutaito ja myöhempi matematiikan oppiminen perustuvat luku- ja numerojärjestelmän ymmärtämiseen ja peruslaskutoimitusten oppimiseen sekä laskutaitojen vähittäiseen automatisoitumiseen lukemis- ja kirjoittamistaidon ohella. (Räsänen & Ahonen 2002, 191).

Kansainvälisesti matematiikan tutkimus on runsasta varhaisten matemaattisten taitojen osalta. Suomessa matematiikan opetukseen ja oppimiseen liittyvä tutkimuksen teko on lisääntynyt viimevuosina. Muiden muassa Minna M. Hannulan (2005), Pirjo Aunion (2006) ja Aino Mattisen (2006) tekemät väitöskirjat käsittelevät kaikki lapsen varhaisten matemaattisten taitojen kehittymistä. Omassa tutkimuksessani olen kartoittanut varhaisten matemaattisten taitojen kehittymistä ja niihin vaikuttavia tekijöitä. Teettämäni Junnauskokeen 0–20 avulla olen pyrkinyt selvittämään lasten peruslaskutaitojen automaatiotasoa lukualueella 0–20. Varmistaakseni tutkimuksen monipuolisen aineiston saannin tutkittavasta kohteesta olen haastatellut 10:tä tutkimusjoukkoon kuulunutta lasta. Lasten haastattelussa mielenkiintoni on kohdistunut erityisesti lasten tapaan ajatella heidän ratkaistessa matemaattisia tehtäviä. Kiinnostukseni kohteena ovat olleet myös tutkimukseen osallistuneiden oppilaiden opettajien käsitykset omasta luokastaan laskijoina sekä heidän näkemyksensä alkuopetuksen matematiikan keskeisistä asioista ja matematiikan asemasta muiden oppiaineiden joukossa. Edellä mainittuja asioita olen pyrkinyt saamaan selville opettajien haastatteluiden kautta. Varmistaakseni tutkimuksen luotettavuutta Junnauskoe 0–20 suorittaminen on videoitu analysoimisvaihetta varten jokaisen luokan osalta.

Selvittäessäni lasten varhaisten matemaattisten taitojen kehittymistä ja niiden taitojen soveltamista alkuopetuksessa tutkimuksessani nousee luonnollisella tavalla esiin matemaattiset oppimisvaikeudet. Jos lapsen laskutaito ei yllä automaation tasolle peruslaskutoimituksien osalta toisen kouluvuoden aikana, opettajan on hyvä tiedostaa oppimisvaikeuksien yleisyys ja laajuudet. Laajassa suomalaislapsia koskeneessa tutkimuksessa (Räsänen & Ahonen 1995) jopa 43 % lukivaikeuslapsista, jotka olivat iältään 9–12-vuotiaita, omasivat myös matemaattisia oppimisvaikeuksia. (Räsänen & Ahonen 2004, 277).

Tutkittavaa aihetta olen lähestynyt fenomenografisen tutkimusotteen omaisesti selvittäen sekä oppilaiden että opettajien käsityksiä tutkittavasta asiasta. Tutkimustani ympäröi hermeneuttinen kehä, koska tavoitteenani on ymmärtää lasten ja opettajien esittämiä käsityksiä tutkittavasta aiheesta. Junnauskokeiden analysoimisessa olen käyttänyt kvantitatiivisia menetelmiä. Tutkimuksen tulososassa olen yhdistänyt tutkimuksen kvantitatiivisesta ja kvalitatiivisesta osuudesta saamiani tuloksia.

Lapsen on mahdollista saavuttaa automaatiotason laskutaito peruslaskutoimitusten alueella jo alkuopetusiässä harjoittelun avulla. Automaation saavuttaminen edellyttää kuitenkin lapsen saavan kehityksensä vaatimaa apua aikuiselta kasvunsa kulloisellakin lähikehityksen vyöhykkeellä hänen omassa kasvu- ja kulttuuriympäristössään. Automaatiotason laskutaito peruslaskutoimitusten alueella vähentää mahdollisten virheiden määrää laskutoimituksissa vapauttaen samalla työmuistikapasiteettiä uuden oppimiseen. Katson tutkimuksessani olevan teoreettisen taustan lasten varhaisten matemaattisten taitojen kehittymisestä antavan vahvan pohjan opettajalle ja kasvattajalle ymmärtää lapsen matemaattista kehitystä ja sitä kautta helpottavan mahdollisten matemaattisten oppimisvaikeuksien syiden löytymistä. Tällöin Junnauskoe 0–20 voi toimia opettajan pedagogisena työvälineenä.

2 PERUSLASKUTOIMITUSTEN TAUSTALLA OLEVIEN VARHAISTEN MATEMAATTISTEN TAITOJEN KEHITYS

Vauvoilla on tiedostamaton, implisiittinen valmius reagoida pieniin lukumääriin ja suurempien lukumäärien välisiin suhteisiin jo ennen kuin sosiaaliset, kielelliset ja kulttuuriset tekijät vaikuttavat heidän kehitykseensä. (Wynn 1997, 333–334.) Wynn (1997) jatkaa edelleen aiheesta pohtien vauvoja ympäröivää kulttuuria, joka on täynnä matemaattisia konteksteja johtaen heitä matemaattisen ymmärryksen suuntaan. Edellä mainituista syistä johtuen lapsia voidaan pitää luonnostaan matemaattisina olentoina. Jotta lasten on mahdollista myöhemmin käyttää eksplisiittistä matemaattista tietoa, heidän tulee aktiivisesti järjestää implisiittistä tietoaan uudelleen. Laskusysteemin ja numerosanojen hankkiminen on kuitenkin lapsen kehityksessä pitkällinen prosessi. (Wynn 1997, 335.) Nunes ja Bryant (1996) yhtyvät myös omien tutkimuksiensa kautta ajatukseen lasten matemaattisen kehityksen monivaiheisuudesta. Lasten ymmärrys matematiikasta muuttuu heidän yleisen kehityksensä myötä kouluaikana monta kertaa ja monilla tavoin, joten se asettaa opettajan työlle suuria haasteita. (Nunes & Bryant 1996, 235.)

Tutkijoiden keskuudessa ollaan samaa mieltä siitä, että vauvoilla on synnynnäisiä kykyjä reagoida lukumääriin. Yhä kuitenkin käydään keskustelua vauvojen kyvystä ymmärtää käsitteellisesti numeroita, mikä puolestaan muodostaa perustan numeeriselle herkkyydelleen. (Mix, Huttenlocher & Levine 2002, 37.) Mattinen (2006) huomauttaa keskustelun erimielisyyksien koskevan lähinnä sitä, minkä ydintiedon alueeseen varhaisten representaatioiden ajatellaan perustuvan. Tutkijat ovat löytäneet asiaan kolme mahdollisuutta: pienten ja suurten lukumäärien yhteisen ydintiedon alue, kahden erillisen ydintiedon alue tai näiden kahden näkemyksen välimuoto. (Mattinen 2006, 19.) Aunion, Hannulan ja Räsäsen (2004) mukaan eri tutkimuksien tuloksissa yhteistä on, että lukumäärien hahmottaminen näyttäisi jakaantuvan kahteen eri prosessiin. Toisen prosessin muodostaa hyvin pienten lukumäärien tarkka havaitseminen ja toinen on suhteellisuuden hahmottaminen, jonka tarkkuus tosin vähenee objektien määrän lisääntyessä. (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 201.)

Pienten lukumäärien tarkka havaitseminen liittyy subitisaation käsitteeseen. Subitisaatiolle on useita selitysmalleja riippuen siitä katsotaanko subitisaation ja laskemisen liittyvän samaan kognitiiviseen operaatioon vai ajatellaanko toimintojen olevan irrallisia. Trickin ja Pylyshynin (1994, 88) mukaan subitisaatio tapahtuu samanaikaisesti havainnoinnin varhaisvaiheen ja tarkan havainnoinnin perättäisessä sarjassa prosessien yhdistyessä näköhavaintoon. Subitisaation ensimmäisellä tasolla, pre-numeerisella, havaittavat kohdealueet erottuvat muista alueista. Tultaessa toiselle tasolle, lukumäärän tunnistamisen tai numeerisen vastauksen valinnan tasolle, lukumäärän tarkka havaitseminen on mahdollista. Jotta subitisaation tapahtuminen ylipäätään on mahdollista, täytyy kohde pystyä yksilöimään ennen havaintoa. (Trickin ja Pylyshynin 1994, 88.)

Lapsen taipumus kiinnittää huomiota ympäristössä ilmeneviin lukumääriin mahdollistaa ottamaan avuksi subitisaatiomekanismin tarkan lukumäärän määrittämisessä. Tässä tutkimuksessa lapsen taipumusta kiinnittää huomiota lukumääriin tarkoitetaan Hannulan (2005) määrittelemää lasten spontaania taipumusta havainnoida ympäristössä esiintyviä lukumääriä. Eli tällöin tarkoitetaan lapsen tietoista huomion kohdistamista esinejoukon tai tapahtumien lukumäärään. Tämä puolestaan herättää lapsessa tarkan lukumäärän tunnistamisprosessin, joten hänellä on tämän jälkeen kyky käyttää toiminnassaan hyväkseen tarkasti tunnistamaansa lukumäärää. (Hannula 2005, 12). Lapsen tulee siis ensin oppia kiinnittämään huomiota tarkkaan lukumäärään, jonka jälkeen hänen on mahdollisuus ottaa käyttöönsä subitisaatiomekanismi. Mekanismi on implisiittinen, joten sen avulla lapsen on mahdollista tunnistaa ja tuottaa pieniä lukumääriä tarkasti. (Hannula, Räsänen & Lehtinen 2007, 52–53.) Pienten lukumäärien hahmottaminen samanaikaisesti antaa lapselle edellytyksiä ymmärtää, mitä sanat kaksi, kolme ja neljä tarkoittavat. (Aunio ym. 2004, 202.) Tunnistettaessa pieniä lukumääriä subitisaation kautta lapsen on myös mahdollista saada oikea tulos nopeasti ja tarkasti. Laskemisprosessin kompleksisuus on huomattavasti alttiimpi virheille ja se vie enemmän aikaa. (Trickin ja Pylyshynin 1994, 80.)

Edellä mainittujen hahmotusmuotojen hallitseminen, pienten lukumäärien tarkka havaitseminen ja suhteellisuuden hahmottaminen, eivät edellytä harjoittelua tai kielen oppimista. Näiden hahmotusalueiden hallinta yhdessä yksi yhteen -vastaavuuden kanssa muodostaa matemaattisten taitojen biologisesti primaarin perustan. (Aunio ym. 2004, 201.)

2.1 Varhaisten matemaattisten taitojen jaottelu

Tutkijat ovat jaotelleet varhaisia matemaattisia taitoja lähinnä lapsen iän mukaan, mutta se on käytännössä kuitenkin osoittautunut suhteellisen vaikeaksi. Taitojen kehittyminen nivoutuu monilta osin päällekkäin ja niiden kehittyminen muodostaa yhdessä laajoja taitokokonaisuuksia. (Kinnunen, Lehtinen & Vauras 1994, 56.)

Elkind (1974) on kuvannut kuinka jo Piaget on esittänyt lasten ajattelun ja toiminnan kehittyvän tietyssä järjestyksessä lapsen iän kanssa yhteydessä olevien vaiheiden kautta. Piagetin mukaan kehitysvaiheet tapahtuvat kaikilla lapsilla samassa järjestyksessä, mutta niiden ilmaantumiseen vaikuttavat luontainen lahjakkuus ja lapsen fyysinen ja sosiaalinen kasvuympäristö. Tällöin Piagetin teoria huomio myös sen, että kehitysvaiheet voivat kuitenkin ilmaantua eri lapsilla eri iässä. Tästä syystä Piagetin teoriaa voidaan pitää luontaisen lahjakkuuden ja kasvatuksen huomioonottavana. (Elkind 1974, 33–34.)

Piaget on jakanut lapsen älyllisen kehittymisen neljään eri ikäkauteen:

- Sensomotorinen vaihe (ikävuodet 0–2)
- Esioperationaalinen vaihe (ikävuodet 2–7)
- Konkreettisten operaatioiden vaihe (ikävuodet 7–12)
- Muodollisten operaatioiden vaihe (ikävuodet 12–15)

(Elkind 1974, 34–36.)

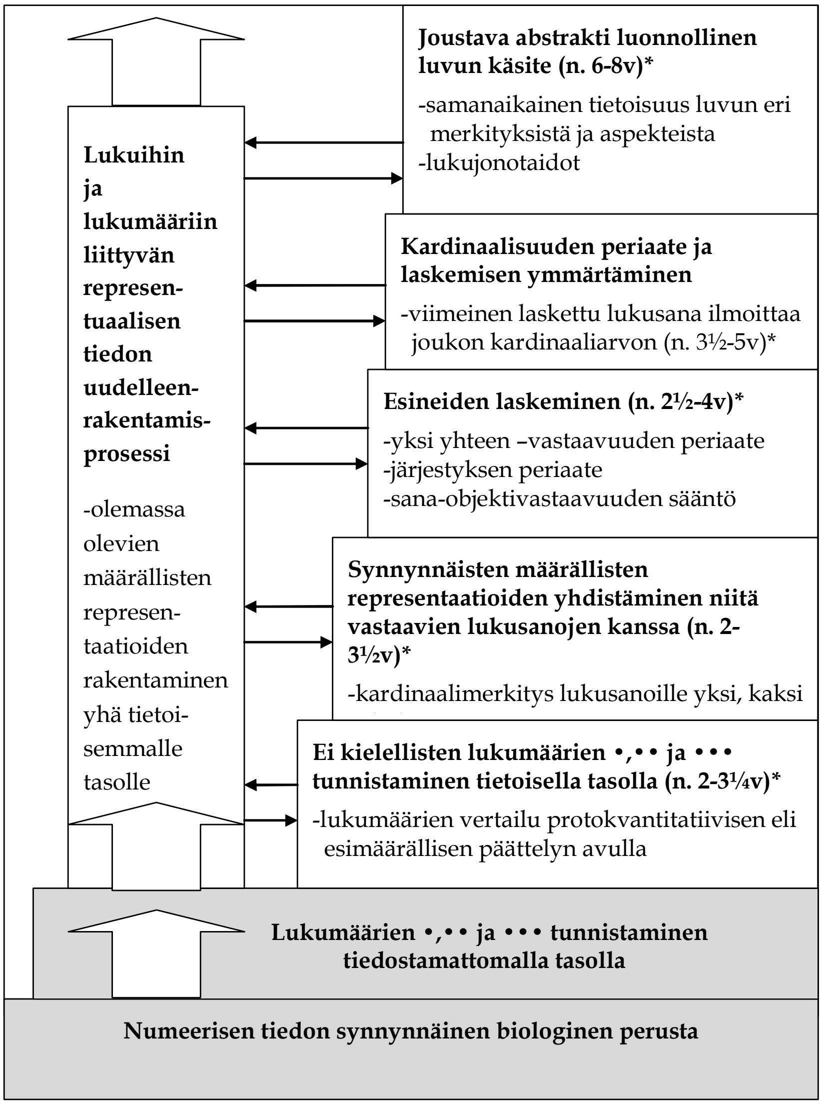
Piaget'n (1988) mukaan lapsella on toisen ikävuotensa lopulla jo älyllisiä edellytyksiä yleisen tilan hahmottamiseen ja syy- seuraussuhteiden ymmärtämiseen. Tällöin hänen on mahdollista kuitenkin ymmärtää vain pieniä lukuja, koska ne ovat intuitiivisia ja ne vastaavat lapsen havaintokuvaa. Neljän ja viiden vuoden välillä lapsella ei ole vielä valmiuksia erottaa vierekkäin asetettujen helmirivistöjen mallista joukkojen yhtäsuuruutta. Sen sijaan kuusivuotias lapsi kykenee yksi yhteen- vastaavuuden kautta ymmärtämään vierekkäisten helmirivistöjen yhtäsuuruuden. Jos nappuloita kuitenkin siirretään kauemmaksi toisistaan, lapsen mielestä yhtäsuuruus ei säily. Tässä ikävaiheessa säilyvyys on lapsella vasta visuaalisen ja optisen vastaavuuden kautta hallinnassa. Piagetin mukaan tämä viittaa lapsen intuitio käyttöön. (Piaget 1988, 33–34, 52–53, 78.)

Piagetin (1988) tutkimuksien valossa seitsemänvuotiaalla lapsella kehitys on edennyt vaiheeseen, jolloin hänen on mahdollista sarjoittaa ja vertailla erilaisia objekteja Tällöin lapsella on myös edellytyksiä keksiä operationaalisia menetelmiä. Tähän ikävaiheeseen liittyy niin ikään lukusarjojen ymmärtäminen, kuten yhteen- ja vähennyslaskut, kuin myös niiden käänteislaskutoimitukset. Tämän mahdollistaa lapsen looginen ajattelu, jolloin operaatiojärjestelmät noudattavat yhteisten kokonaisuuksien lakeja. Esimerkiksi, kun kaksi saman joukon operaatiota yhdistyy saaden aikaan vielä yhden samaan joukkoon kuuluvan operaation eli 1+1=2. (Piaget 1988, 75, 79.)

Kinnunen, Lehtinen ja Vauras (1994, 56–61) ovat päätyneet omassa tutkimuksessaan jaottelemaan matemaattisten taitotasojen kehityksen kolmeen pääalueeseen: 1) lukujonotaitojen kehittyminen, 2) aritmeettisten perustaitojen kehittyminen ja 3) matemaattislooginen ajattelu. Ahonen, Lamminmäki, Närhi ja Räsänen (1997, 184) katsovat matemaattisten taitojen kehittymisen etenevän puolestaan neljän perättäisen vaiheen kautta, jotka ovat

- esikielelliset kyvyt (ikävuodet 0–2): pienten lukumäärien erottelu
- varhaiset numeeriset taidot (ikävuodet 2–4): lukusanojen oppiminen, muutosten havaitseminen pienissä lukumäärissä
- luonnolliset aritmeettiset taidot (ikävuodet 3–7): yksi yhteen –vastaavuus, kardinaali- ja ordinaaliperiaatteet, lukumäärän säilyvyys, laskuoperaatioiden perusperiaatteet
- formaalit matemaattiset taidot (6. tai 7. ikävuosi): luettelemalla laskemisen automatisoituminen ja sisäistyminen muistirakenteiksi, algoritmien oppiminen.

Mattinen (2006) katsoo ihmisen synnynnäisen kyvyn tunnistaa pieniä lukumääriä olevan numeerisen tiedon ja taidon perusta (kuvio 1). Hän korostaa matemaattisen tiedon hierarkkista luonnetta, jonka mukaan ei-numeerinen implisiittinen tieto muuttuu eksplisiittiseksi tiedoksi vaihe vaiheelta. Lapsi voi saavuttaa systemaattisen harjoittelun kautta luonnollisen luvun ymmärtämiseen vaadittavat tiedot ja taidot. (Mattinen 2006, 32.)



* ikäryhmittelyt perustuvat alan tutkimuskirjallisuudesta tehtyihin yhteenvetoihin ja niitä voidaan pitää vain viitteellisinä

Kuvio 1. Numeerisen tiedon ja taidon hierarkkinen rakentuminen. (Mattinen 2006, 33.)

Lasten matemaattista kehitystä tutkivien tutkijoiden joukossa on esitetty aika ajoin varsin voimakasta kritiikkiä Piaget'n ajatuksia kohtaan. Periaatteellisimpana erona, useiden muiden tutkijoiden esittämiin ajatuksiin nähden, Piaget'n käsityksen mukaan lapsella ei ole syntymästään saakka matemaattisen ajattelun valmiuksia. Hänen mukaansa lapsi tarvitsee kokemuksia matemaattisten asioiden suhteen, jotta hän kykenee hallitsemaan niitä. Arvosteluissa huomio on kiinnittynyt myös Piaget'n ajattelussa esiintyviin ajattelun taitojen kehitykseen suhteessa lapsen ikään. Piaget'n esittämä ajatus 12-vuotiaan abstraktin tason ajattelusta on myös usein kyseenalaistettu. Myös viimeaikoina tehtyjen tutkimuksien valossa lapsen kehitys on osoittautunut hyvin yksilöllisesti eteneväksi ja Piaget'n esittämään abstraktin tason ajatteluun kykenee vain pieni osa 12-vuotiaista.

Hautamäki (2000)on esittänyt tutkimuksensa pohjalta tuloksia, joiden mukaan vain hiukan yli 30 % peruskoulunsa päättäneistä kykenee abstraktiin ajatteluun. (J. Kuusela henkilökohtainen tiedonanto 8.8.2006.) Kuuselan (2006) tekemä tutkimus, jossa hän opetti vihtiläisnuorille matematiikkaa aina 5. luokalta 9. luokalle saakka kerran viikossa ongelmakeskeisesti toiminnallisen matematiikan keinoin, osoittaa kuitenkin selkeästi, että lapsilla ja nuorilla on mahdollisuus omalla lähikehityksen vyöhykkeellään saamansa avun turvin saavuttaa myös Piaget'n esittämä abstraktin ajattelun taso. Seurantatutkimuksen loputtua noin 67 % kokeiluun osallistuneista 16-vuotiaista nuorista oli saavuttanut formaalisten operaatioiden tason ajattelussaan. (J. Kuusela, henkilökohtainen tiedonanto 8.8.2006.)

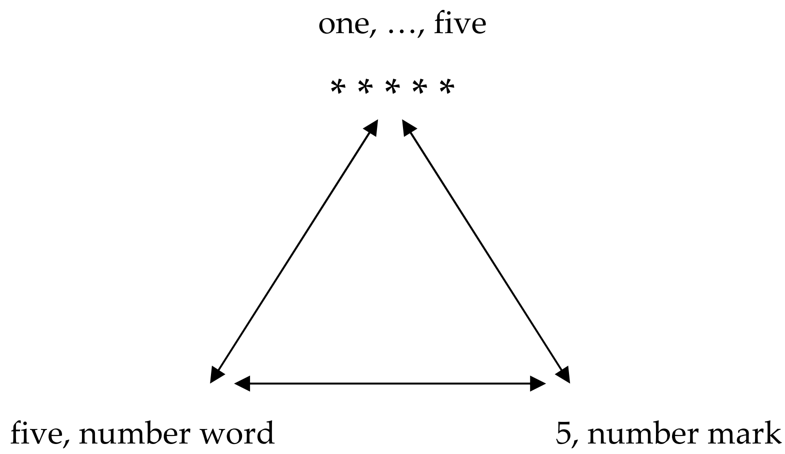
Lasten matemaattisten taitojen kehittymistä koskeva tutkimusala on haasteellinen. Tutkimuksia on tehty paljon ja niiden tulokset ovat monilta osin yhteneväisiä, joskin eroavaisuuksiakin löytyy. Kuten jo edellä mainitsin, taitojen kehitys etenee monilta osin limittäin ja siten tarkkojen ikärajojen asettaminen on haasteellinen tehtävä. Lapset ovat matemaattistenkin taitojen kehityksen osalta yksilöitä. Opettajan työn kannalta on kuitenkin hyödyllistä tietää joidenkin perusasioiden hallitsemisen kannalta ratkaisevia ikäkausia, jotta lapsen mahdollisiin matemaattisiin oppimisvaikeuksiin on mahdollisuus puuttua mahdollisimman varhaisessa vaiheessa.

2.2 Varhaisten matemaattisen taitojen kehittyminen

Tarkan lukumäärän laskeminen edellyttää lapselta vaativien aivo- ja ajattelutoimintojen yhdistämistä. Tutkimusten mukaan kielellisten taitojen kehitys muodostaa yhdessä primaarien toimintojen kanssa aivan kuin polun lapselle lukusanojen oppimiseen. (Aunio ym. 2004, 202.) Aunio ym. (2004, 203) viittaavat Fusoniin (1988), jonka mukaan lapsi vaatii sosiaalisen ympäristön, jotta työskentely lukusanoilla on mahdollista. Myös Nunes ja Bryant (1996, 100–101) katsovat matematiikan oppimisen olevan vahvasti sidoksissa sosiaalisuuteen ja kulttuuriin. Vygotsky (1982) puolestaan puhuu lapsen lähikehityksen vyöhykkeestä. Lapsen on mahdollista sosiaalisessa kontekstissa saamansa avun turvin ja omien älyllisten mahdollisuuksiensa rajoissa saavuttaa uusia taitoja jäljittelemällä. Vygotsky näkee tämän lapsen matemaattisten taitojen kehityksen edellytyksenä. (Vygotsky 1982, 184–185.) Hannula (2005, 17) on tutkimuksissaan huomioinut, että lasten tekemillä spontaaneilla havainnoilla ympäristössään esiintyvistä lukumääristä, on merkittävä vaikutus heidän matemaattisten taitojensa kehittymiseen. Jotta havaintojen tekeminen ylipäätään olisi mahdollista, vaatii se lapselta kognitiivista kehittyneisyyttä. Matemaattisilla kokemuksilla on merkitystä lapsen myöhemmälle matemaattiselle kehitykselle. Mitä paremmat valmiudet lapsella on matemaattisissa taidoissa jo esikouluun mennessään, sitä paremmin hän tulee menestymään myöhemmissä matemaattisissa opinnoissaan. (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004, 711).

Dehaenen (1997) mukaan Lasten kyky laskea lukumääriä juontaa alkunsa heidän kyvystään vakiinnuttaa ilmaisu kielellisten symbolien ja kappalemäärien välillä. Lapset tietävät kuinka lukusanoja luetaan ääneen ja he aavistavat, että näiden sanojen täytyy merkitä lukumäärää, mutta he eivät heti ymmärrä kuinka paljon se tarkasti ottaen on. (Dehaene 1997,106; Aunio 2006, 3.) Piaget puolestaan katsoo, että lukujen luettelemisella ei ole yhteyttä lapsen lukukäsitteen muodostumiseen. Tästä tulkinnasta johtunee, että kardinaalisuuden näkökulma on hallinnut matematiikkaan liittyviä kehityspsykologisia tutkimuksia. (Haapasalo 1994, 88.) Lapsen numeerisen tiedon ja taidon kehittymiselle symbolisten representaatioiden muodostuminen lukumäärille on erittäin merkityksellistä siksikin, koska se auttaa lasta ymmärtämään lukumäärän olevan eräs luokittelun perusta, jonka pohjalta vertaileminen on mahdollista. (Baroody, Lai & Mix 2003, Mattisen 2006, 24 mukaan.) Yksinkertaisen aritmetiikan ja jokaisen luonnollisen luvun käsitteen ymmärtämisessä on keskeistä, että lapsi ymmärtää käsitteen ”yksiköistä muodostuva joukko”. Kieli toimii välittäjänä, kun lapsi yhdistää lukumäärien ydintiedon representaatiot ja muodostaa luonnollisen luvun käsitteen. (Spelke 2003, 303.)

Fusonin (1997) kehittämän mallin mukaisesti matemaattinen ongelma voidaan esittää samanaikaisesti matemaattisten symbolien, puhutun kielen ja toiminnallistettavissa olevien ilmentymien tai mielikuvien välillä (kuvio 2). Ajatuksena on, että matematiikkaa voidaan prosessoida ja käsitteellistää mallin kautta. Tämän kolmen kielen mallin avulla lapsen on mahdollisuus ymmärtää miten matemaattinen ongelma voidaan samanaikaisesti esittää sekä symboli tasolla että puhuttuna. (Fuson ym. 1997, 139.)



Kuvio 2. Matematiikan eri prosessointitavat Fusonin (1997, 139) mallia mukaillen

Mix ym. (2002) selittävät lapsen matemaattisen kehityksen etenevän harjoittelun ja aikuisen ohjaavan mallin kautta loruvaiheen ja epäsymmetrisen laskemisen jälkeen luettelemalla laskemisen alkeiksi. Tämä luo edellytykset matemaattiseen ajatteluun keskeisesti sisältyvän lukujonotaitojen oppimiselle. Laskutaidon kehityksen alkuvaiheessa lapsi ei osaa yhdistää laskemista ja päätelmää lukumäärästä. Kardinaalimerkityksen eli määrällisen ymmärryksen hankkiminen on kuitenkin edellytys lapsen oman kulttuurin mukaisen laskemissysteemin omaksumiselle. (Mix ym. 2002, 106.) Muiden muassa Wynn (1997) on tullut tutkimuksissaan siihen tulokseen, että lapsen täytyy ensin oppia lukumäärän laskeminen ennen kuin hän kykenee oppimaan suurempien lukusanojen merkityksiä. Lähikehityksen vyöhykkeellä (Vygotsky 1982, 185) saamansa avun turvin, lapsi kykenee saavuttamaan tason, jossa hän ymmärtää laskemisella olevan tulos. Tunnistaessaan tarkkoja lukumääriä lapsi käyttää mentaalimallia, jonka avulla hän kykenee muodostamaan tarkan representaation yksiköistä muodostuvasta joukosta. Tämä luo perustan yksi yhteen -vastaavuuden ymmärtämiselle. Tämän matemaattisen peruskäsitteen oivaltaminen puolestaan edesauttaa esinejoukkojen lukumäärien ymmärtämisessä, tunnistamisessa ja niiden vertailemisessa. (Mix ym. 2002, Mattisen 2006, 22 mukaan.)

3 LASKEMISEN PERIAATTEIDEN YHTEYS LASKEMISTAITOJEN KEHITTYMISEEN

Tutkijat eivät ole yksimielisiä siitä, millä tavoin laskemisen periaatteet muodostavat yhteyden laskemistaitojen kehittymiseen. Viime aikoina vallalle on noussut Karmiloff-Smith`n (1995) ajatus, jonka mukaan lapsi käyttää matemaattisten taitojen kehittyessä hyväkseen sekä implisiittistä kyvykkyyttään että taitojen hankkimisen yhteydessä muodostuvien laskemisen periaatteiden ymmärtämistä. (Karmiloff-Smith 1995, Mattisen 2006, 27 mukaan.)

Butterworth (2005) ja Mattinen (2006) esittävät Gelmanin ja Gallistelin (1978) kehittämän mallin tarkan lukumäärän selvittämiseen yksittäisten elementtien laskemisen avulla. Tämä niin sanotun standardilaskemisen malli sisältää yksi yhteen -vastaavuuden periaatteen, jonka mukaisesti kunkin esineen voi asettaa toisen joukon esineen kanssa yhteen vain kerran. Lisäksi malliin kuuluvat järjestyksen periaate, kardinaalisuuden periaate, abstraktisuuden periaate ja laskemisjärjestyksestä riippumattomuuden periaate. (Butterworth 2005, 3, 7; Mattinen 2006, 26 - 27.) Lukusanojen järjestyksen periaate viittaa taas lapsen kykyyn tuottaa lukusanoja oikeassa järjestyksessä. (Fuson 1988, Mattisen 2006, 28 mukaan.) Yksi yhteen – vastaavuuden ja lukusanojen järjestyksen periaatetta yhdistyvät sana-objektivastaavuuden säännössä. Sääntö edellyttää, että lukusanat luetellaan oikeassa järjestyksessä ja jokaista laskettavaa kohdetta osoitetaan vain kerran, jolloin kyseisen kohteen kohdalla mainitaan järjestyksen mukainen lukusana. Tällöin lapsille on kehittynyt ymmärrys myös siitä, että laskeminen voidaan aloittaa kummasta päästä jonoa tahansa. (Briards & Siegler 1984, Mattisen 2006, 29 mukaan.)

Mattinen (2006) selvittää edelleen Gelmanin ja Gallistelin (1978) mallin mukaan kielelliseen laskemiseen kuuluvien abstraktisuuden periaatteen ja laskemisjärjestyksen riippumattomuuden periaatteen. Kun lapsi on oivaltanut, että minkä tahansa joukon yksikköjä voidaan laskea riippumatta siitä, muodostavatko ne heterogeenisen objektien joukon tai ovatko ne fyysisiä tai eivät, hän hallitsee abstraktisuuden periaatteen. Laskemisjärjestyksestä riippumattomuuden periaate viittaa puolestaan siihen, että laskemistulos on sama riippumatta siitä, missä järjestyksessä objektit lasketaan. (Gelman & Gallistel 1978, 77–82, Mattisen 2006, 27 mukaan.)

Laskutaitojen kehittymiseen kuuluu oleellisena osana myös kardinaalisuuden periaatteen ymmärtäminen. Mattinen (2006, 29) mainitsee tutkimuksessaan Wynnin (1990) ilmaisseen kardinaalisuuden merkitsevän viimeisen lasketun objektin kohdalla sanottua lukusanaa, joka samalla osoittaa lasketun joukon kardinaaliarvon. Jotta lapsi kykenee ymmärtämään kardinaalisuuden ja laskemisen yhteyden, hän tarvitsee rinnakkaisia kokemuksia lukumäärien kardinaalisuuden, lukujen luettelemisen ja laskemisrutiinien harjoittelemisesta. Mattinen (2006) jatkaa edelleen aiheesta kiinnittäen huomiota siihen kuinka tärkeää on, että lapset järjestävät aktiivisesti implisiittistä tietoaan uudelleen, joka on myöhemmin kehittyvän eksplisiittisen tiedon perusta. Kardinaalisuuden ymmärtämisessä se merkitsee yksi yhteen -vastaavuuden ja järjestyksen periaatteen yhdistämistä. (Mattinen 2006, 30, 32.) Haapasalo (1994) puhuu kardinaalisuuden ja ordinaalisuuden yhteyden ymmärtämisestä, joka on merkittävää matemaattisten taitojen kehittymisessä, koska sen hallitseminen on edellytys koko lukukäsitteen ymmärtämiselle. Lukukäsitteen hallitseminen edellyttää myös edellä mainitun yhteyden ymmärtämistä lukujen seuraajasuhteeseen. Myös Piaget katsoo omien tutkimuksiensa valossa kardinaalisuuden, ordinaalisen sarjoittamisen, yksi yhteen- vastaavuuden ja luokkien hierarkkisen muodostamisen taidon olevan lukukäsitteen kehittymisen edellytys. (Haapasalo 1994, 88.)

Lukumäärien representaatiot ordinaalisesti vaatii niiden esittämistä kielellisen laskemisen avulla. Tällöin lapsi oivaltaa lukusanan sijainnin lukujonossa ilmoittavan lukusanan sisältämän lukumäärän. (Wynn 1997, 338.) Muiden muassa Aunio ym. (2004) katsovat sujuvan laskutaidon ehtona olevan lapsen kyky aloittaa laskeminen myös muualta kuin ykkösestä. Tällöin lapsella on edellytys edetä myös kehittyneempien laskustrategioiden käytön tasolle. Konkreettisesti lukujonotaitojen kehittyminen lapsen kohdalla näkyy muutoksina hänen tavassaan laskea yhteen- ja vähennyslaskuja. Ensimmäisenä merkittävänä asiana kehityksessä tulee esiin lapsen riippumattomuus ulkoisesta tuesta. Ulkoisiin lukujen ja lukumäärien symboleihin tukeutuminen vähentyy suhteessa siihen, millainen käsitys lapsella on luvuista ja lukujonoista. Alkeellisten laskustrategioiden kehittymisen edellytyksenä on lapsen kyky luetella lukuja sujuvasti. Luettelemisessa korostuu erityisesti ns. lasketaan kaikki -strategia, jossa lukujen luetteleminen aloitetaan aina ykkösestä. Seuraavan askeleen laskustrategioiden kehittymisessä lapsi on ottanut silloin, kun hän kykenee aloittamaan lukujen luettelemisen mistä kohdin lukujonoa tahansa. Vähentämisessä tarvittavien strategioiden maailmaan lapsi taas harjaantuu luettelemalla lukuja suuremmasta pienempään. Tämä lukujonoissa liikkumisen harjoitteleminen luo lapselle konkreettisia harjoitustilanteita ja näin se lisää lapsen kokemuksia lukujen välisistä suhteista. (Aunio ym. 2004, 202–203.) Konkreettisten harjoitusten tulee sisältää tilanteita, joissa oppilaat pääsevät esim. vertailemaan lukumääriä ja kokoja, laskemaan kappaleiden määriä ym. konkreettisia asioita. Kaiken harjoittelun tulisi tapahtua päivittäisten askareiden keskellä, jotta lapsi liittää matematiikan luonnolliseksi osaksi arkipäivää. Näin numerot ja niiden merkitys tulee ymmärtämisen tasolle, jolloin soveltaminen on mahdollista ja lapsi välttyy merkityksettömältä ulkoa oppimiselta.

Aunion, Hannulan ja Räsäsen (2004) mukaan lapsi on saavuttanut lukujonotaitojen edistyneimmän tason, kun hän ymmärtää kahden pienemmän luvun yhteen laskemisen muodostavan suuremman luvun. Tässä lapsen matemaattisen kehityksen vaiheessa lukujonotaidot ja yhteen- ja vähennyslaskutaidot muodostavat toisiaan positiivisesti tukevan kehän. Lapsi on siis saavuttanut taidon, joka mahdollistaa hänet liikkumaan lukujonossa kahteen suuntaan eripituisia askelia käyttäen. Tällöin hänelle on auennut myös vähentämisessä tarvittavat strategiat. Kokonaisuudessa lukujonotaitojen kehittyminen on yhteydessä eriasteisten laskustrategioiden käyttöön. (Aunio ym. 2004, 202–203, 205.)

Vähennyslaskun hallitseminen antaa lapselle perusvalmiudet myöhemmin myös jakolaskun, erityisesti sisältöjaon, ymmärtämiseen. Sisältöjaosta voidaan käyttää nimitystä jakolaskun vähennyslaskumuoto. (Billstein, Libeskind & Lott 1987, 120.) Esimerkkinä voisi olla seuraavanlainen lasku: Maija jakaa 10 karkkia kahden karkin ryhmiin. Kuinka monelle kaverille hänen jakamansa karkit riittävät? Eli 10:2 = 5, koska 10–2–2–2–2–2=0. Karkkeja riittää siis viidelle kaverille. (P. Perkkilä, henkilökohtainen tiedonanto kevät 2007.)

Thomas ja Tall esittelevät (2001) Thurstonin (1990) kehittelemän mallin yhteenlaskustrategioiden kehittymisestä 3+4 yhteenlaskuun liittyvien ajattelumallien kautta:

- Count-all: Käyttää kolmea yksinkertaista proseduuria laskemalla fysikaalisia objekteja alkaen joka lasku 1:stä.
- Count-both: Lasketaan kolme ”1, 2, 3” ja sitten päälle neljä ”4, 5, 6, 7”
- Count-on: Lasketaan neljä ”4, 5, 6, 7” päälle kolmen.
- Count-on from larger: Lasketaan kolme ”5, 6, 7” päälle neljän.

– Derived fact: ”Yksi vähemmän kuin 8, joten se on 7.”
– Know fact: ”3+4 on 7”. (Thomas & Tall 2001)

Jotta oppilaan yhteenlaskustrategioiden on mahdollista kehittyä monipuoliseksi ja derived fact ja know fact ajattelu tulee mahdolliseksi, oppilaan on käytettävä lukuja. (Näveri 2006, 373.) Tutkija kiinnittää huomiota myös siihen, kuinka jokaiselle oppilaalle on suotava tarpeeksi aikaa strategioiden harjoittelemiseen. Jos opetusta kiirehditään tasolta toiselle, ennen kuin edellisen tason laskut ovat ymmärryksen tasolla, taidot jäävät pintapuoliseksi ja muistinvaraiseksi oppimiseksi. Tällöin oppilailta puuttuu taito tehtävien oikeellisuuden tarkistamiseen. (Näveri 2006, 373.)

Tarkasteltaessa laskustrategioiden etenemistä lähemmin voidaan niiden taustalta löytää yhtymäkohdat lapsen varhaisiin matemaattisiin taitoihin ja niiden kehittymiseen. Lapsen sujuva eteneminen laskustrategioiden osalta tasolta toiselle on edellyttänyt hänen omassa sosiaalisessa ja kulttuurisessa kasvuympäristössään varhaisten matemaattisten oppimisvalmiuksien häiriötöntä kehittymistä. Tämän mahdollistaa lapsen yksilöllinen avunsaanti hänen kulloisellakin lähikehityksen vyöhykkeellä. Näin lapsi on valmis ajallaan omaksumaan esi- ja alkuopetuksessa esiin tulevat matemaattiset haasteet turvallisesti oman opettajansa tukemana.

4 JUNNAUSKOKEEN 0–20 PERUSTANA OLEVAT MATEMAATTISET SISÄLLÖT JA TAIDOT

4.1 Matematiikan sisältöjä ja oppimismenetelmiä esiopetuksessa

Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2000) edellyttää esiopetuksen edistävän lapsen kasvu-, kehitys- ja oppimisedellytyksiä lapsen näkökulmasta suotuisalla tavalla. Lapsen kehityksen seuranta tulee olla kokonaisvaltaista huomioiden lapsen fyysisen, psyykkisen, sosiaalisen, kognitiivisen ja emotionaalisen kehityksen. Myös ennaltaehkäisevä näkökulma on huomioitava päivittäisessä työskentelyssä. Esiopetuksen opetussuunnitelman mukaan huomiota on kiinnitettävä niin ikään lapsen terveen itsetunnon tukemiseen myönteisten oppimiskokemuksien kautta. Lasten yksilöllisyyteen tulee kiinnittää huomiota siten, että kaikille lapsille taataan tasavertaiset mahdollisuudet oppimiseen ja koulun aloittamiseen. Keskittymistaidon, kuuntelemisen, kommunikoimisen ja ajattelun taitojen kehittämisen avulla lapset kehittyvät kukin yksilöllisesti kouluvalmiuteensa. (Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2000, 7.)

Kaikkien edellä mainittujen kehitystekijöiden monipuolinen harjaannuttaminen luo mahdollisuuksia koko esiopetuksen vaativalle tehtävälle. Esiopetuksen perustehtävänä on luoda pohjaa myös alkuopetuksen matematiikan oppimiselle. Tärkeä näkökohta Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2000) mukaan on ohjata lasta havainnoimaan ympäröivää tilaa ja siellä havaittavia matemaattisia ilmiöitä. (ks. Hannula 2005.) Arkipäivän tilanteiden kautta lapsen oppimiseen voidaan liittää mielekkyys oppimista kohtaan ja lapsi nähdään oppimistilanteissa aktiivisena toimijana ja kokijana. Luokittelemalla, vertaamalla ja järjestämällä erilaisia kappaleita lapsi jäsentää samalla omaa matemaattista maailmaansa. Kokemisen kautta myös myönteisen asenteen säilyttäminen on helpompaa opiskeltavaa ainetta kohtaan. (Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2000, 11–12.)

Matematiikassa käytettävien käsitteiden ymmärtäminen on edellytys aineen oppimiselle. Jotta lapsen on mahdollista ymmärtää matemaattisia käsitteitä, niiden kokeminen ja opettaminen tulee olla monipuolista esiopetuksen päivittäisessä työskentelyssä. (Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2000, 11.) Esimerkiksi avain käsitteellisten suhteiden ymmärtämiselle lasten opiskellessa matematiikkaa on, että he ymmärtävät lisäämisen ja vähentämisen vastakohdat. (Gilmore & Bryant 2006, 310.) Tarkoituksenmukaiset opetusmenetelmät yhdessä välineiden ja kielen kanssa muodostavat keskeisimmän tavan opettaa lapsille matemaattisia käsitteitä. Kielen mukaan ottaminen on tärkeää ajattelutoiminnan kehittymisen takia, joten puheen mukana oloa on aina tuettava. (Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2000, 12.) Wertsch (1985) katsoo puhutun ja kirjoitetun kielen, matemaattisten merkkijärjestelmien, erilaisien laskemissysteemien ja muistamistekniikoiden olevan kulttuurin kehittämiä kognitiivisia välineitä, jotka auttavan ihmistä olemaan vuorovaikutuksessa fyysisen maailman ja toisten ihmisten kanssa. Mattinen lisää näihin kognitiivisiin välineisiin myös luvut, jotka sisältävät tiedon lukujen eri merkityksistä ja aspekteista. (Wertsch 1985, Mattisen 2006, 50 mukaan.) Junnauskoe sisältää juuri lukuja, joiden käsitteleminen vaatii erilaisia laskemis- ja muistamistekniikoiden ja matemaattisten merkkijärjestelmien hallitsemista oppilailta, jotta heidän on ylipäätään mahdollista selvitä kyseisestä kokeesta. Junnauskoe on oppilaalle oivallinen väline harjoitella kognitiivista vuoropuhelua numeroiden ja lukujen alueella peruslaskutoimituksien alueella, josta kaikki lähteen.

Esikoulussa tulee huolehtia varhaisten matemaattisten taitojen vahvistumisesta ja kehittymisestä jokaisen lapsen kohdalla. Koulua edeltävän vuoden tehtävänä on mm. varmistaa myönteisten kokemuksien ja leikin kautta lapsen aito kiinnostus matemaattiseen ajatteluun. Opetuksen järjestämisessä tulisi ottaa huomioon, että myöskään matematiikan opiskelu ei voi vielä esikoulussa olla koulumatematiikkaa. Huomio tulisi kiinnittää siihen, kuinka lapset saadaan itse tekemään ja ajattelemaan matematiikkaa. Huolehtimalla jo esikouluvuonna lapsen varhaisten matemaattisten taitojen vahvistumisesta ja kehittymisestä voidaan ajoissa puuttua mahdollisiin vaikeuksiin ja näin estää mahdollisuuksien mukaan suurempien oppimisvaikeuksien syntyminen.

Ikäheimo ja Risku (2004) ovat kartoittaneet päiväkodin ja esikoulun päivittäisiin rutiineihin kuuluvia arkiaskareita, joiden kautta lapsen matemaattisen ajattelun kehittäminen on mahdollista. Näiden pienten tehtävien avulla lapset pääsevät tekemään havaintoja, vertailuja, luokitteluja, päätelmiä ja saavat kokemuksia yksi yhteen vastaavuudesta samalla, kun he esimerkiksi kattavat pöytää tai jakavat värikyniä. Näin toimien leikinomaisuus säilyy oleellisena osana matematiikkaan tutustumista ja kieli liittyy automaattisesti osaksi toimintaa. (Ikäheimo & Risku 2004, 222–223.)

Ikäheimo ja Risku (2004) esittävät esiopetuksen matematiikan sisällöiksi seuraavanlaisia aihealueita, joissa edellä mainittuja matemaattisia taitoja voisi kehittää:

– tasapaino ja tilaorientaatio: lapsen oma keho, hänen tapansa hahmottaa ympäröivä tila sekä oma itsensä tässä tilassa
– lukumäärän säilyminen riippumatta esineiden keskinäisestä etäisyydestä

– yksi yhteen vastaavuus

– pituuden säilyminen riippumatta mistä suunnasta mittaaminen aloitetaan

– tilavuuden säilyminen riippumatta astioiden muodoista tai astioiden lukumäärästä

– muodon säilyminen tai pinnan täyttäminen

– lukujonot 0–10 ja 0–20 askeltaen eteen- ja taaksepäin

– lukumäärän ja numeromerkin vastaavuus

– lukujen hajottaminen ja kokoaminen

– yhteen- ja vähennyslaskut

– 10-järjestelmään tutustuminen alustavasti

– mittaaminen, geometria ja tilastot

(Ikäheimo & Risku 2004, 223.)

4.2 Matematiikan sisältöjä ja opetusmenetelmiä alkuopetuksessa

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2004) mukaan matematiikan merkitys lapsen kehityksessä on kaikkinensa nähtävä laajalti. Matematiikalla on vaikutusta sekä lapsen psyykkiseen kasvuun että sosiaalisiin vuorovaikutustilanteisiin. Matematiikan opetuksen tehtäväkenttään kuuluu lapsille mahdollisuuksien tarjoaminen matemaattisen ajattelun ja käsitteiden maailmaan yleisimpiä ratkaisumenetelmiä oppien ja käyttäen. Opetuksen tarkoituksena on kehittää lapsen luovaa ajattelua matemaattisten ongelmien ratkaisussa täsmällisen ajattelun kehittämisen ohella. Matematiikan opetuksen edetessä systemaattisesti se luo samalla kestävän pohjan matematiikan käsitteiden, rakenteiden ja abstraktisuuden ymmärtämiselle. Tässä oivallisena lapsen ajattelun kehittämisen tukena toimivat konkreettiset apuvälineet yhdessä arkipäivän tilanteiden kanssa. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 156.)

Vuosiluokkien 1–2 matematiikan perustehtävänä on kehittää lasten matemaattista ajattelua. Jotta ajattelun kehittyminen on mahdollista, edellyttää se lapselta kuuntelun, keskittymisen ja kommunikoinnin taitoja, joita harjoitellaan muun oppimisen ohessa. Yhtenä tärkeänä kanavana oppimisessa toimii puhuttu ja kirjoitettu kieli. Tämä mahdollistaa käsitteiden muodostamisprosessin. Tavoitteena on myös oppia luonnollisen luvun käsitteitä ja niihin liittyviä peruslaskutaitoja. Alkuopetuksessa matematiikan tavoitteisiin lukeutuu omien ratkaisujen perusteleminen erilaisin käytettävissä olevin mallein ja konkreettisin välinein. Oppilaat harjoittelevat tekemään havaintoja erilaisista matemaattisista ongelmista, jotka ovat merkityksellisiä erityisesti heidän itsensä kannalta. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 156.)

Opetussuunnitelman perusteiden mukaisesti vuosiluokkien 1–2 sisältöalueisiin kuuluu seuraavia sisältöjä lukujen ja laskutoimitusten ja algebran alueelta:

- lukumäärä, lukusana ja numerosymboli
- lukujen ominaisuudet: vertailu, luokittelu, järjestykseen asettaminen, lukujen hajottaminen ja kokoaminen konkreettisin välinein
- kymmenjärjestelmän rakentumisen periaate
- yhteen- ja vähennyslasku sekä laskutoimitusten väliset yhteydet luonnollisilla luvuilla
- kertolaskua ja kertotauluja
- jakolaskua konkreettisilla välineillä
- eri laskutapojen ja välineiden käyttöä: palikoita, kymmenjärjestelmänvälineitä, lukusuora, päässälasku, paperin ja kynän käyttö
- erilaisten vaihtoehtojen lukumäärän tutkimista
- murtoluvun käsitteen pohjustaminen konkreettisin välinein

– säännönmukaisuuksien, suhteiden ja riippuvuuksien näkeminen kuvista
– yksinkertaisia lukujonoja

(Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004)

Jotta oppilaan on mahdollista alkuopetuksessa harjoitella hänelle määriteltyjä matemaattisia taitoja, Ikäheimo ja Risku (2004) katsovat opetuksen vaativan tutkivaa ja toiminnallista työskentelyä. Tekijät lainaavat myös Galberinin teoriaa, jonka mukaan lapsen matematiikan taitojen kehittymistä voidaan edistää ulkoisen materiaalin ja äänen avulla. Ääneen ajatteleminen ja materiaalin yhtäaikainen käsitteleminen tehostavat kaikkien lasten oppimista, mutta erityisesti heikosti menestyvien. Leikinomaisuus ja toiminnallisuus tulisi olla keskeisinä työskentelytapoina matematiikan opetuksessa alkuopetuksen aikana. (Ikäheimo & Risku 2004, 227.)

Koulun alkaessa matematiikan opetus alkaa lähes jokaiselle lapselle samalta tasolta ottamatta huomioon lapsen aikaisempien matemaattisten taitojen kehittymistä. Opetus on usein myös varsin sisältökeskeistä. Alkuopetuksessa opettajan tietoisuus lasten varhaisten matemaattisten taitojen kehittymisestä antaa hänellä valmiuksia ohjata lasta lapsen omalla lähikehityksen vyöhykkeellä yksilöllisesti eteenpäin. Rauhallinen eteneminen, joskus jopa ilman kirjan orjallista seuraamista, luo vahvan perustan lapsen matemaattisten taitojen vahvistumisella ja kehittymiselle.

4.3 Junnauskoe 0–20

Syväsuuntautuneeseen oppimiseen kuuluu ymmärtäminen, jonka lisäksi oppimisessa tarvitaan myös automatisoitumista. (Näveri 2006, 377.) Saariluoma (1992, 73) määrittelee automatisoitumisen seuraavasti: ”Vakioisissa olosuhteissa tapahtuneen toiston ansiosta tehtävän suorittaminen helpottuu olennaisesti eikä kuormita enää samalla tavalla muistia, kuin automatisoitumaton tieto”. Opittujen asioiden automatisoituessa asioiden toistamisesta tulee pintasuuntautunutta, mutta se on välttämätöntä voidaksemme vapauttaa työmuistinkapasiteettia uuden oppimista varten. Automatisoituminen ei siis tarkoita mekaanista oppimista, vaan automatisoituminen perustuu aina ymmärtämiseen. (Näveri 2006, 377.)

Luokanopettajan on mahdollista testata oppilaidensa laskutaidon automaation taso Ikäheimon (2008) esittämän Junnauskoe 0–20 avulla (Liitteet 1 ja 2). Tässä tutkimuksessa Junnauskoe 0–20 käytetään teknisistä syistä nimitystä Junnauskoe. Koe sisältää 60 mekaanista yhteen- ja vähennyslaskua lukualueella 0–20. Tarkoituksena on, että matematiikan tiettyjä keskeisiä sisältöjä ”junnataan” niin kauan, että ne ovat oppilaan hallinnassa ennen kuin hän siirtyy sisällöllisesti asioissa eteenpäin. Oppilaan ymmärtävä laskutaito pyritään saamaan selville välineillä laskemisen kautta. Kokeen kulkuun kuuluu, että lapsi selvittää ennen kirjallista osuutta välineiden avulla kokeen sisältämiä laskuja. Samanaikaisesti lapsen tulee kertoa ääneen kuinka hän ratkaisee tehtävän. (Ikäheimo ym. 1997, 14.) Kokeen keskeisenä tausta-ajatuksena on, että lapsella on hallinnassa varhaiset matemaattiset taidot. Tällöin lapsen oletetaan ymmärtävän mm. lukujonon säännönmukaisuuden, lukuisuuden käsitteen ja vertaamisen. (P. Perkkilä, henkilökohtainen tiedonanto kevät 2007.) Junnauskokeen tehtävien ratkomisessa tulee keskeisesti esille kymmenen hajotelmat ja kymmenen ylitys. Lapsen hallitessa kymmenen hajotelmat hänen on helpompi ymmärtää mm. sydänparien muodostuminen, jotka myös sisältyvät Junnauskokeessa ratkaistavien laskujen joukkoon. Yrjönsuuren (1994, 153–154) mukaan sydänparien hallitseminen on erityisen tärkeää, koska ne muodostavat pohjan lukujärjestelmän opiskelulle, joka puolestaan auttaa lasta kymmenen ylityksen oppimisessa. Lukujonotaitojen hallitseminen tulee myös vahvasti esille Junnauskokeen tehtävissä, koska em. taidon hallitseminen on edellytys yhteen- ja vähennyslaskujen osaamisessa.

Junnauskokeen tavoitteena on, että oppilas kykenee laskemaan yhteen- ja vähennyslaskut lukualueella 0–20 automaation tasolla 1. luokan keväästä tai 2. luokan syksystä lähtien. Näiden 60 laskun laskemiseen saisi ohjeistuksen mukaan kulua aikaa korkeintaan viisi minuuttia. (Ikäheimo 2008). Junnauskokeen laatimisen taustalla on nähtävissä selkeästi jo aiemmin tässä tutkimuksessa mainitsemani Fusonin (1997) malli, jossa matematiikkaa katsotaan voivan prosessoida kolmen eri kielen avulla. Näihin kuuluvat siis matemaattisten lukujen ja symbolien kieli, puhuttu kieli ja toiminnallistettavissa olevat ilmentymät tai mielikuvat tilanteista. (ks. Fuson ym. 1997.)

Junnauskokeen laskut muodostuvat sydänpareista, tupla + ja tupla -, melkein kuin tuplat, kymmenen lisää, kymmenen pois, yhdeksän lisää ja yhdeksän pois laskuista. Tarkoituksena on, että oppilaat myös keksivät itse laskuihinsa sopivia tarinoita ja piirtävät ne. Kokeen tekemistä voidaan aluksi harjoitella, mutta myöhemmin sitä voidaan käyttää testinä arvioitaessa oppilaiden automaatiotason laskutaitoa alkuopetuksessa lukualueella 0–20. Koe voidaan tehdä ns. kahden kynän tekniikalla, jolloin opettajan on helpompi arvioida kunkin oppilaan taitoja. Kokeen alkaessa jokaisen oppilaan pulpetilla on kaksi kynää, lyijykynä ja värikynä. Kun testin tekemiseen on kulunut aikaa viisi minuuttia, opettaja sanoo: ”Vaihda kynää.” Tämän jälkeen oppilaat jatkavat testin laskemista värikynällä. Jokaiselta oppilaalta otetaan kokonaisaika, jonka opettaja merkitsee muistiin. Näin menetellen opettajan on helppo seurata kunkin oppilaan yksilöllistä kehittymistä testissä menestymisen suhteen. Ikäheimo (2008) katsoo, että jos oppilaan tulokset eivät harjoitusten myötä parane, oppilaan matemaattisen kehittymisen kannalta on parasta palata harjoittelussa konkreettisiin välineisiin.

Tässä tutkimuksessa toisen luokan oppilaat ovat laskeneet H. Ikäheimon esittämän Junnauskokeen syyslukukaudella 2007. Vietin oppilaiden kanssa koepäivänä kaksi perättäistä tuntia yhdessä. Ensimmäisen oppitunnin aikana laskimme opettajajohtoisesti sydänparit (luvun kymmenen hajotusmuodot), tuplat + ja -, melkein kuin tuplat, 10 lisää ja 10 pois, 9 lisää ja 9 pois laskuja oppilaiden kanssa käyttäen apuna Multilink -palikoita. Merkitsin taululle yhden laskun kerrallaan, joka oppilaiden tuli selvittää palikoiden avulla. Jokainen lasku tarkastettiin siten, että yksi oppilaista kertoi ratkaisunsa sanallisesti perustellen.

Junnauskokeen alkaessa seuraavalla tunnilla jaoin oppilaille testipaperit siten, että jokainen käänsi paperin oikean puolen näkyviin samanaikaisesti. Oppilaat suorittivat kokeen käyttäen kahden kynän -tekniikkaa. Kun aikaa oli kulunut 5 minuuttia, sanoin oppilaille: ”Vaihda kynää”. Olin jakanut jokaisen oppilaan pulpetille ennen kokeen alkua värikynän, jonka he ottivat käyttöönsä. Luokan oma opettaja videoi koko tunnin, jolloin minä kykenin keskittymään jokaisen oppilaan henkilökohtaisen ajan ottamiseen ja havaintojen tekemiseen.

Junnauskokeen hallitsemista, H. Ikäheimon esittämän ohjeen mukaan, tukee myös Lampisen (2008) tekemät havainnot kertolaskutoimitusten vaikeuksista. Usein vaikeuksien taustalta löytyvät oppilaiden ongelmat lukujen käsittelyssä, puutteelliset lukujonotaidot ja kapea työmuisti. Oppilas saattaa käyttää yhteen- ja vähennyslaskuissa apuna sormia tai kehittelemiään kömpelöitä strategioita myös aivan yksinkertaisissa peruslaskuissa. Edellä mainittujen kaltaisten vaikeuksien ollessa taustalla oppilaan on hankala muodostaa yhteyttä kertolaskun ja muiden peruslaskutoimitusten välillä. (Lampinen 2008, 8.)

Varmistuakseen oppilaidensa peruslaskutoimituksien automatisoitumisen tasosta opettajan on hyödyllistä varmistaa asia Junnauskokeen avulla. Kokeen taustalta löytyy mm. samoja matemaattisia perusasioita, joita Lampinen (2008) edellyttää oppilaan hallitsevan ennen kuin oppilaan on mahdollista edetä kertolaskujen opetteluun. Oppilaan tulee mm. ymmärtää lukujen erilaisia ilmenemismuotoja, kuten esimerkiksi että, luku 4 voidaan ilmoittaa myös muodossa 5 - 1. Tämä helpottaa kertolaskun osittamista helpommin laskettaviin ryhmiin. Lukualueen 0–10 summien ja erotusten hallinta tulisi olla automatisoituna ilman sormia, kuin myös lukualueen 0–20. Puolittamisen ja kaksinkertaistamisen välisen suhteen ymmärtäminen auttaa myös oppilasta kertolaskuissa. Oppilas hyötyy edelleen, jos hänellä on hallinnassa lukujonotaidot lukualueella 0–100 yhden askelin sekä etu- että takaperin. (Lampinen 2008, 8.)

5 MATEMAATTISTEN OPPIMISVAIKEUKSIEN TARKASTELUA JUNNAUSKOKEEN VALOSSA

Räsäsen ja Ahosen (2002, 193) mukaan matematiikan oppimiseen liittyy useita erilaisia taitoja, joiden vuoksi lapsen kognitiiviset kyvyt joutuvat koetukselle jo alkeellisimmissakin matemaattisissa ratkaisuissa. Ratkaisut vaativat samanaikaisesti monimutkaisten kognitiivisten suorituksien hallintaa. Edellä mainitut tutkijat huomauttavat edelleen lapsen kognitiivisten vaikeuksien näkyvän tavallisesti myös matemaattisten taitojen hallinnassa. Lukivaikeudet liittyvät usein sellaisiin matemaattisiin vaikeuksiin, joissa keskeisenä asiana olisi oppia aritmeettisia faktoja. Vastaavasti, jos lapsella on ongelmia muistaa laskutoimituksien suoritusperiaatteita, hänellä voi olla vaikeuksia myös muiden suunnittelua vaativien päivittäisten tehtävien suorittamisessa. (Räsänen & Ahonen 2002, 214.)

Myös Lerkkanen ja Poikkeus (2006) ovat Alkuportaat-seurantatutkimuksen pilottivaiheessa saaneet aikaisempia tutkimuksia tukevaa tietoa kognitiivisten taitojen yhteydestä matematiikan taitoihin. Heidän tutkimuksensa kohdistui erityisesti äidinkielen osaamisen osa-alueisiin. Tutkittaessa esikouluikäisiä lapsia tuloksissa havaittiin lukumäärätaitojen korreloivan selkeästi lukujonotaitojen, käsitteiden ymmärtämisen, kuullun ymmärtämisen, kirjainten nimeämisen, foneemisten taitojen, lukutaidon, sanavaraston ja muistin kanssa. Tutkimuksen mukaan näytti siltä, että esiopetusvuoden alussa havaituilla riskeillä oli ennakoivaa yhteyttä esikoululaisten taitojen kehittymiseen. (Lerkkanen & Poikkeus 2006, 8-9.) Tässäkin tutkimuksessa tehdyt havainnot tukevat ajatusta, jonka mukaan tutkittaessa lapsen matemaattisia vaikeuksia ei riitä, että keskitytään vain matematiikan eri osaprosesseihin, vaan tutkimusten on kohdistuttava kokonaisuudessa lapsen kognitiivisissa prosesseissa ilmeneviin ongelmiin. (Räsänen & Ahonen 2002, 214.)

5.1 Matemaattisten oppimisvaikeuksien syntyyn vaikuttavia tekijöitä varhaiskasvatuksessa ja alkuopetuksessa

Ikäheimo (1994) on teoksessaan Iloa ja ymmärrystä matematiikkaan koonnut tekijöitä, joilla katsotaan olevan vaikutusta matemaattisten oppimisvaikeuksien syntymiseen. Tarkasteltaessa vaikeuksien syntymistä kehityksellisesti esiin on noussut ainakin kolme tekijää, jotka saattavat aiheuttaa lapsille ongelmia oppimisessa. Alkuopetuksessa koulun matematiikka ei useinkaan yhdisty lapsen aikaisempiin konkreettisiin kokemuksiin arkipäivän tilanteissa. Koulussa opetettavat asiat muodostavat lapsen mieleen oman erillisen osa-alueen, joita hän ei kykene yhdistämään mihinkään aiemmin kokemaansa. Tällainen oppiminen johtaa usein ulkoa oppimiseen, jolloin laskujen vaativuuden noustessa lapsen kognitiivinen kapasiteetti ylikuormittuu. (Ikäheimo 1994, 27.) Oppilaiden työmuistin ylikuormittavuutta opettaja voi välttää omalta osaltaan varmistamalla oppilailla olevan jo alkuopetuksen toisen luokan aikana yhteen- ja vähennyslaskut lukualueella 0–20 automaation tasolla. Automaation tason laskutaitoa edeltää ymmärtävä laskeminen, joten näin vältetään myös matematiikan lainalaisuuksien ulkoa opettelu ilman ymmärtämistä.

Oppimisen ongelmia voi koulussa aiheuttaa myös se, että matematiikan opetus keskittyy usein itse laskutoimituksien harjoittelemiseen, jolloin varsinaisen matemaattisen ajattelun rakentuminen jää oppilaan mielessä vähäiseksi. Tästä ilmiöstä kärsivät erityisesti oppilaat, joiden matemaattisen ajattelun kehittyminen vaatisi opettajan johdonmukaista tukea. Tuen puutteessa oppilaat saattavat ajautua käyttämään pinnallisia oppimistapoja, jolloin seurauksena voi olla matemaattisia vaikeuksia. (Ikäheimo 1994, 27–28.) Opettajan kyky tunnistaa oppilaan varhaisissa matemaattisissa taidoissa olevia puutteita antaa oppilaalle mahdollisuuden harjoitella laskutoimituksien taakse kätkeytyviä varhaisia matemaattisia taitoja. Matematiikan hierarkisen rakentumisen johdosta on ensiarvoisen tärkeää, että varhaiset matemaattiset taidot ovat oppilaiden hallinnassa viimeistään alkuopetuksessa. Opetuksessa ei tulisi edetä sisällöllisesti eteenpäin, jos lapsi ei hallitse häneltä vaadittavia aikaisempia matemaattisia taitoja. Junnauskokeen sisältämät tehtävät perustuvat juuri varhaisten matemaattisten taitojen hallinnalle.

Oppimistilanteeseen liittyvien kognitiivisten suoritusten lisäksi oppimiseen liittyy myös emotionaalisia seikkoja, jotka herkästi heijastuvat oppimistuloksiin. Matematiikka saattaa aiheuttaa oppilaassa ahdistusta ja pelkoa. (Räsänen & Ahonen 2002, 193.) Kolmannen osa-alueen matemaattisten vaikeuksien syntymiseen muodostavatkin matematiikan herättämät ahdistuksen ja epäonnistumisen tunteet. Tällaiset kokemukset voivat johtaa oppilaan kehittelemään itselleen matemaattisen ajattelun kehittymistä haittaavia hallintastrategioita, joihin voi kuulua esimerkiksi keskittyminen epäonnistumisen uhan minimointiin. (Ikäheimo 1994, 27–28.) ”Englanninkielen termi ”math anxiety” määritellään pelon ja jännittyneisyyden tuntemuksiksi, jotka häiritsevät numeroiden käsittelyä ja matemaattisten ongelmien ratkaisemista erilaisissa arkipäivän elämään ja opiskeluun liittyvissä tilanteissa” (Newstead 1998, Huhtalan & Laineen 2004, 330 mukaan). Matematiikan aiheuttama pelko voi olla niin suuri, että se estää oppilaan ajattelun matematiikassa ja sen kautta myös oppimisen. Em. tutkijoiden mukaan matematiikan muuttuminen koulussa vaikeaksi ja abstraktiksi jo varhaisessa vaiheessa ja oppilaiden käyttämä valmis tieto oman ajattelun sijaan aiheuttavat oppijoissa varsin negatiivisia tunteita. Tällaisen kehityksen myötä numeroiden käyttö vieraantuu arkipäivän tilanteista ja matematiikka tuntuu kokonaisuudessa hyvin ulkokohtaiselta. (Huhtala & Laine 2004, 324.) Tutkimusten mukaan 9–11 -vuoden ikä on kriittinen ajanjakso matematiikkapelon syntymisen kannalta. Alakoulun puolella pelko ei vielä kuitenkaan välttämättä näy luokkatilanteessa yksittäisen oppilaan kohdalla, koska laskeminen tapahtuu pienillä luvuilla ja oppilas selviää usein ulkoa opettelemillaan säännöillä. (McLeod 1992; Tobias 1990, Huhtalan & Laineen 2004, 332 mukaan.) Näissä tilanteissa korostuvat opettajan intuitio oppilasta kohtaan ja taito puhua asiasta rohkaisten oppilasta kertomaan kokemastaan peloista. Pelkojen taustalla olevien asioiden tunnistaminen vapauttaa oppilaan työskentelemään päämäärätietoisesti oman oppimisensa eteen. Tutkijana havaitsin muutaman oppilaan kohdalla Junnauskokeen tekotilanteessa em. kaltaisia pelkotiloja johtuen ilmeisesti kokeen pituudesta.

Yksi näkökulma matemaattisten oppimisvaikeuksien muodostumiseen ovat lapsen motivaatiotekijät. Varhaisten matemaattisen taitojen hallitsemisen tärkeys tulee esille myös tämän asian yhteydessä. Lepolan (2005) johtaman tutkimusryhmän mukaan lapsen jääminen jo alkuopetuksen aikana jälkeen luokkakavereistaan matemaattisissa taidoissa sekä lukemisessa aiheuttaa lapselle motivaatio-ongelmia. Tämä johtaa usein lapsen aloitekyvyn ja itseohjautuvuuden heikkenemiseen oppimistilanteissa ja motivaatio saattaa muuttua ulkoiseksi, joka hidastaa syvällistä ja ymmärtävää oppimista. (Lepola, Niemi, Kuikka & Hannula 2005, 265). Opettajan kiinnittäessä opetuksen suunnittelussaan huomiota sekä opetusmenetelmiin että -materiaaleihin hänellä on paremmat mahdollisuudet vastata yksilöllisesti oppilaidensa tarpeisiin ja sitä kautta ylläpitää erilaisten oppijoiden motivaatiota. Junnauskokeen käyttö pedagogisena työvälineenä antaa opettajalle mahdollisuuksia löytää luokasta nopeasti ne oppilaat, joilla on oppimisvaikeuksia peruslaskutoimituksien alueella matematiikassa. Junnauskokeen yksilöllinen ja suunnitelmallinen käyttö estää oppilaan motivaatio-ongelmien syntymistä. Junnauskoe ei kuitenkaan ole normitettu testi, vaan enemmänkin voisi puhua kartoituksesta. Kokeen avulla opettaja ei siis voi diagnosoida oppilaiden kärsimiä matemaattisia oppimisvaikeuksia.

Räsänen ja Ahonen (2002) muistuttavat yksittäisen oppilaan kohdalla voivan olla kyse myös siitä, että soveltamistehtävät saattavat sisältää sellaisia kognitiivisia vaatimuksia, jotka eivät suoranaisesti edes liity matematiikkaan. Lapsen kokonaiskehityksen kannalta on tärkeää erottaa luokasta lapset, joiden soveltamisen vaikeudet johtuvat muista kuin matematiikkaan liittyvistä tekijöistä. Jos lapsella on peruslaskutoimitukset hallinnassa, mutta hän ei kykene ratkaisemaan soveltavia tehtäviä, ongelman takana voi olla tarkkaavaisuuteen, kielellisiin, tai yleisimpiin ongelmanratkaisukykyihin liittyviä vaikeuksia. (Räsänen & Ahonen 2002, 226.) Toinen tärkeä näkökohta lapsen kehityksen kannalta on matemaattisten oppimisvaikeuksien tunnistaminen mahdollisimman varhaisessa vaiheessa. (Aunio 2006, 34). Oppimistulosten säännöllinen ja järjestelmällinen seuranta auttaa opettajaa löytämään luokasta heikosti menestyvät lapset ja puuttumalla ajoissa tilanteeseen voidaan ennaltaehkäistä ehkä jo syntymässä olevia oppimisvaikeuksia. (Ikäheimo ym. 1997, 7.)

5.2 Matemaattisten oppimisvaikeuksien ilmeneminen

Räsäsen ja Ahosen (2004) mukaan kaikki matemaattisista oppimisvaikeuksista tehdyt tutkimukset osoittavat samansuuntaisesti joillekin lapsille matemaattisten taitojen oppimisen olevan vaikeaa ilman, että siihen liittyy sosiaalisia tai motivaatioon liittyviä tekijöitä. Yhdysvaltojen Psykiatriyhdistyksen tautiluokituksen (DSM-IV) mukaan matemaattiset oppimisvaikeudet voidaan jakaa neljään eri ryhmään. Huomattavaa on, että jos lapsella todetaan luokitukseen yltävä matemaattinen vaikeus, sen on täytynyt ilmetä jo peruslaskutaitojen alueella eikä vain monimutkaisissa matemaattisissa ongelmissa. Matemaattiset häiriöt voivat olla kielellisiä, johon liittyy vaikeus matemaattisten käsitteiden ja symbolien muistamisesta ja ymmärtämisestä. Havaintopohjaisiin häiriöihin sen sijaan kuuluvat vaikeudet numeroiden tunnistamisesta ja kappaleiden ryhmittämisessä. Jos oppilaalla on vaikeuksia lukujen kopioimisessa, lainausten muistamisessa ja laskumerkkien huomioimisessa, oppilaan matemaattiset vaikeudet kuuluvat tarkkaavaisuuspohjaisiin häiriöihin. Kun kertotaulut, laskusäännöt ja lukujonotaidot tuottavat lapselle ongelmia, hän kärsii matemaattisista taitopuutteista. (Räsänen & Ahonen 2004, 277.)

Räsänen ja Ahonen (2002) katsovat, että matemaattisista vaikeuksista kärsivistä lapsista voidaan erottaa kaksi erillistä ryhmää. Osalla lapsista kyseessä on yleisempikin hitaus kehityksessä ja oppimisessa. Usein he kuitenkin ajan kanssa saavuttavat saman kognitiivisen kehityksen asteen kuin ikätoverinsakin heille annetun harjoitusten ja erityisopetuksen kautta. Heillä matemaattiset vaikeudet ilmenevät pääasiassa hitautena, ja usein heidän käyttämänsä laskustrategiat ovat tyypillisiä ikätasoa nuoremmille lapsille. Tällaisten lasten opetuksessa tulee kiinnittää erityisesti huomiota riittävän ajan ja harjoitusten mahdollistamiseen opetuksen aikana. Toisen ryhmän muodostavat lapset, joita voidaan pitää varsinaisesti dyskalkulisina. Heidän laskemistaan leimaa runsaat virheet matemaattisissa suorituksissa ja strategioiden käyttö on tyypillisesti kehittymätöntä. Harjoittelusta huolimatta strategioiden käytössä ei myöskään tapahdu merkittävää edistymistä. (Räsänen & Ahonen 2002, 218.)

5.3 Vaikeudet matemaattisten taitojen soveltamisessa

Räsäsen ja Ahosen (2002) mukaan koulussa matematiikan vaikeudet tulevat yksittäisen oppilaan kohdalla esiin silloin, kun opittuja asioita pitäisi pystyä soveltamaan. Useat havainnot tukevat ajatusta, jonka mukaan soveltamisen vaikeudet pohjautuvat usein perustaitojen heikkoon hallintaan. (Räsänen & Ahonen 2002, 226.) Peruslaskutaidon saattaminen automaation tasolle helpottaa oppilasta uusien asioiden omaksumisessa, kuten soveltamista vaativien tehtävien ratkaisemisessa. Opettaja voi käyttää opetuksessaan laskutaidon automaatiotason mittarina mm. Ikäheimon (2008) esittämää Junnauskoetta. Sen ohjeen mukainen suorittaminen edellyttää 60:nen yhteen- ja vähennyslaskun suorittamista 0–20:een lukualueella automaation tasolla viidessä minuutissa.

Myös Puura ym. (2004, 102) mainitsevat matematiikan olevan hierarkkisesti rakentuva eli uuden oppiminen perustuu aina aiemmin opitulle. Tästä johtuen on ensiarvoisen tärkeää, että opetuksessa pidetään huoli oppilaiden matemaattisten perustaitojen hallitsemisesta. Jos perustaidot eivät ole hallinnassa, on mahdollista, että oppilaan kohdalla tapahtuu matemaattisten oppimisvaikeuksien kasautumista. Aunola ym. (2004, 708) ovat tutkimuksessaan selvittäneet kuinka jo esikoulussa ilmenevät erot matemaattisissa taidoissa tavallisesti vain kasvavat alkuopetusvuosien aikana. Lukutaidon kohdalla erot sen sijaan pienenevät. Tätä matemaattisten vaikeuksien kasaantumista on nimitetty myös Matteus-efektiksi. Käsitteellä tarkoitetaan tilannetta, jossa lapsi ei kykene etenemään matemaattisten taitojen harjoittelussa tasolta seuraavalle, vaan edelliset puutteet taidoissa johtavat aina seuraavaan vaikeuteen. Matteus-efektin mahdollisuus tulisi aina muistaa oppimisvaikeuslapsen kohdalla, koska em. tutkimuksessa kävi selkeästi ilmi kuinka vaikeudet kasvavat vuosi vuodelta. Puura, Ollila ja Räsänen (2004) muistuttavat kuinka perustaitojen harjoitteleminen voi olla hyvinkin yksilöllistä, jolloin esimerkiksi opetuksen ei tarvitse edetä kaikkien oppilaiden kohdalla oppikirjasidonnaisesti. Oppikirjat ovat opetuksessa hyvä tuki, mutta eivät välttämättömyys joka tilanteessa. (Puura ym. 2004, 102.)

Yhdistämällä matematiikan opettaminen arkipäivän tilanteisiin voidaan helpottaa sellaisten oppilaiden oppimista, joille matematiikka oppiminen tuottaa ongelmia. Puura, Ollila ja Räsänen (2004) katsovat oppimisympäristön ja -tilanteen tukevan oppimista luomalla mahdollisuuden asioiden mieleen palauttamiseen. Oppiminen helpottuisi entisestään, jos taitoja harjoiteltaisiin mahdollisimman monipuolisissa tilanteissa. Näin asioiden yleistäminen koululuokan ulkopuolelle olisi myös luontevampaa. Matematiikan taitojen opettelua voidaan opetuksessa myös sisällyttää opetettavaan ainekseen varsin luovasti. (Puura ym. 2004, 102–103.) Näveri (2006, 373) puolestaan huomauttaa, että käsitteiden ja niiden sitominen oppijan omiin henkilökohtaisiin kokemuksiin edesauttaa oppijan mahdollisuuksia löytää opetettavasta asiasta yhtymäkohtia omiin aikaisempiin tietorakenteisiinsa. Ajattelun edellytyksenä on kyky yhdistää valikoiden tietoa ympäröivästä tilanteesta, yhdistää sitä omiin aikaisempiin kokemuksiin ja muokata näin syntynyttä uutta tietoa. (Yrjönsuuri 1994, 117).

6 TUTKIMUSTEHTÄVÄT

Aikaisempien opettajakokemuksieni kautta mieleeni noussut huoli lasten matemaattisten perustaitojen osittaisesta puutteellisuudesta alkuopetuksessa on herättänyt mielenkiintoni tutkia toisen luokan oppilaiden automaatiotason osaamista peruslaskutoimituksien osalta lukualueella 0–20. Kokemukseni kautta olettamuksenani on, että toisen luokan oppilaista osalla on puutteellisia taitoja peruslaskutoimituksien alueella ja heidän laskutaitonsa ei ole automaation tasolla lukualueella 0–20 vielä toisen luokan aikana.

Syväsuuntautuneeseen oppimiseen kuuluu ymmärtäminen, jonka lisäksi oppimisessa tarvitaan myös automatisoitumista. Automaatiotason laskutaito peruslaskutoimitusten osalta vapauttaa oppilaan työmuistia uusien asioiden oppimiseen. (Näveri 2006, 377.) Tässä tutkimuksessa selvitetään 63 toisen luokan oppilaan automaatiotason laskutaitoa peruslaskutoimitusten osalta lukualueella 0–20:een siltä osin kuin ne tulevat esiin Junnauskokeessa. Yleisen osaamistason lisäksi olen kiinnostunut sukupuolten välisistä eroista. Tutkimuksessa vertaillaan myös Junnauskokeen sisältämien laskujen ratkaisemisen yhteyttä toisiinsa. Kyseinen ikäryhmä nousi mieleeni erityisesti sen johdosta, että käyttämäni Junnauskoe edellyttää lapsen laskevan peruslaskutoimitukset lukualueella 0–20 automaation tasolla ensimmäisen luokan kevään tai toisen luokan syksyn aikana. Jotta lapsen on mahdollista edetä matematiikan opiskelussaan vaativampien matemaattisten ongelmien ymmärtämiseen ja hallintaa, edellyttää se häneltä varhaisten matemaattisten taitojen ja peruslaskutoimituksien automaatiotason hallintaa.

Fusonin (1997) kehittelemän mallin mukaisesti lapsi tarvitsee kolmea kieltä hallitakseen matemaattisten ongelmien ratkaisemisen. Nämä kolme kieltä, symboli, kieli, toiminnallinen taso, kehittyvät rinnan lapsen varhaisen matemaattisen kehityksen aikana. (ks. Fuson ym. 1997.) Kielen käyttäminen osana matematiikan opetusta mahdollistaa myös aikuisen puuttumisen lapsen mahdollisiin virheellisiin käsityksiin. Pyytämällä lasta käyttämään puhetta samanaikaisesti, kun hän ratkoo matemaattisia tehtäviä, opettajan on myös mahdollista päästä selville lapsen käyttämistä laskustrategioista. Tässä tutkimuksessa pyrin oppilaiden haastatteluiden kautta selvittämään heidän käyttämiään laskustrategioista peruslaskutoimitusten osalta lukualueella 0–20:een.

Opettajien haastatteluiden kautta pyrin kartoittamaan heidän käsityksiään siitä, mitä asioita he pitävät tärkeänä alkuopetuksen matematiikassa. Kiinnostukseni kohteena ovat myös haastateltavien opettajien näkemykset siitä, millainen asema matematiikalla on tällä hetkellä alkuopetuksessa. Aikaisempien tutkimuksien valossa opettajat eivät tunnista luokassaan kaikkia oppilaita, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia (Aunola & Nurmi 2007.) Lapsen suotuisan matemaattisen kehittymisen kannalta on kuitenkin tärkeää, että matemaattiset oppimisvaikeudet tunnistetaan mahdollisimman varhaisessa vaiheessa. (Aunio 2006, 34). Oppimistulosten säännöllinen ja järjestelmällinen seuranta auttaa opettajaa löytämään luokasta heikosti menestyvät lapset ja puuttumalla ajoissa tilanteeseen voidaan ennaltaehkäistä ehkä jo syntymässä olevia oppimisvaikeuksia. (Ikäheimo ym. 1997, 7.) Tässä tutkimuksessa pyrin opettajien haastatteluiden avulla kartoittamaan heidän käsityksiään siitä, kuinka paljon heidän omissa luokissaan on matemaattisista oppimisvaikeuksista kärsiviä oppilaita. Viitekehyksenä on luonnollisesti Junnauskokeen hallitseminen.

7 TUTKIMUKSEN EMPIIRINEN TOTEUTTAMINEN

7.1 Tutkimuksen hermeneuttinen ulottuvuus

Siljanderin (1991) mukaan hermeneuttinen kasvatustiede tai pedagogiikka on traditio, joka on saanut vaikutteita useilta eri tahoilta ja sisältää monia eri suuntauksia. Aina Diltheystä lähtien kasvatustieteessä on haluttu tarkastella tiedettä suhteessa käytäntöön. Eli kasvatustieteen intressit ovat jollakin tavoin sidoksissa käytäntöön ja tieteen antamat vastaukset palaavat tätä kautta aina praksikseen. Tätä taustaa vasten katsoen kasvatustieteen tutkimusta tekevällä tutkijalla on esiymmärrys tutkittavasta aiheesta, joka nostaa tarpeen tutkimukseen. Kasvatustieteen tutkimukset kohdistuvatkin tavallisesti kasvatustieteen ydinalueelle, kasvattajan ja kasvavan väliseen suhteeseen, eli pedagogiseen suhteeseen. (Siljander 1991, 30–31.) Tätä tutkimuksen ydinaluetta voidaan hermeneuttisen teorian mukaan tutkia parhaiten ymmärtämisen, ihmisten ilmaisujen ja tulkintojen eli ihmisten välisten kommunikaation maailmojen kautta. (Laine 2007, 31.)

Tutkimukseni kohdalla pyrkimys lisätä opettajan tietoisuutta omasta työstään ymmärtämällä paremmin lasten ajattelua matematiikan alueella, pohjautuu mielestäni vahvasti Erich Wenigerin (1965) muotoilemaan lausuntoon ”tieteen tehtävänä on luoda valaistua praktista”, tiedostettua käytäntöä. (Weniger 1965, 53, Siljanderin 1991, 31 mukaan.) Tiedostamalla oppilaan oppimisen taustalla vaikuttavia asioita, opettaja kykenee kehittämään omaa työtään oppilaan parhaaksi. Ihmisen tullessa tietoiseksi omista tiedon rajoista hän myös pystyy avartamaan niitä. Teoria, tieto, käytäntö ja oppilaat voivat parhaassa tapauksessa muodostaa opettajan tietoisuuteen hermeneuttisen spiraalin renkaita, jonka kautta opettajan tietoisuus lisääntyy entisestään. (Siljander & Karjalainen 1991, 385).

Laine (2007) puhuu hermeneuttisessa kirjallisuudessa esiintyvästä esiymmärryksestä, jolla tarkoitetaan luontaisen ymmärryksen varassa tapahtuvaa toimintaa. Sillä tarkoitetaan niitä tapoja, joita tutkijalla on luontaisesti ymmärtää tutkimuskohdettaan jo ennen varsinaista tutkimusta. Hermeneuttisessa merkitysten tutkimuksessa kohde ei ole ulkoinen, vaan tutkittava merkitysmaailma on ennestään jollain tavoin tuttu tutkijalle. Esiymmärrys on siis merkityksien ymmärtämisen edellytys. Ymmärtämisen lähtökohtana on se, mikä on yhteistä ja tuttua tutkijalle ja tutkittavalle. Yhteinen tausta perinne, yhteisöllisyys, antaa mahdollisuuden ymmärtää toisia ihmisiä ja myös tukita heidän kokemuksiaan ja ilmaisujaan. (Laine 2007, 32–33.)

Tutkijana olen koko tutkimusprosessin ajan tiedostanut taustallani vaikuttavan esiymmärryksen tutkimuksen kohteena olevasta ilmiöstä. Esiymmärrykseni muotoutumiseen on vaikuttanut osittain ehkä ahdistavakin kokemukseni matematiikan oppimisesta koulussa. Yksi osa esiymmärrystäni on omien opettajakokemukseni kautta eteen tullut oppilaiden sekä onnistumisen että epäonnistumisen kokemukset matematiikan oppimisessa. Kolmas asia, jonka koen voimakkaana vaikuttimena oman aikaisemman ymmärrykseni syntyyn, on omassa opettajakoulutuksessani saamat teoreettiset perustelut lasten varhaisista matemaattisten taitojen kehittymiseen vaikuttavista tekijöistä. Tutkimuksessani tutkittavien ja tutkijan yhteisen maailman muodostavat matematiikka, sen oppiminen ja opettaminen. Elävästi mielessäni olevien omien lapsuuskokemuksieni ja myöhemmin omien lapsieni kautta saadut kokemukset matematiikan oppimisesta auttavat minua ymmärtämään tutkimuksen kohteena olevia lapsia.

Oma opettajakokemukseni puolestaan yhdistää minut haastateltaviin opettajiin, jolloin yhteisen esiymmärryksen alueen muodostaa matematiikan opettaminen.

Hermeneuttisen ulottuvuuden liittäminen osaksi tutkimustani antaa minulle tutkijana vahvaa tukea koko tutkittavan ilmiön ymmärtämiseen. Tavoitteenani olevan hermeneuttisen spiraalin löytäminen teorian, tutkimuksen tekemisen, tulosten analysoimisen ja oppilaiden opettamisen ympärille antaa itselleni suurimman mahdollisen ymmärryksen tutkittavaa ilmiötä kohtaan.

7.2 Tutkittavat

Tutkimukseni kohdistui kahden eri alakoulun toisen luokan oppilaisiin. Tutkimusjoukon muodostivat kolme koululuokkaa, joissa on yhteensä 63 oppilasta. Heistä oli tyttöjä 25 ja loput 38 poikia. Haastattelujoukon muodostivat kyseisten luokkien luokanopettajat ja koko tutkimusjoukkoon kuuluvista oppilaista 10 oppilasta. Yksi koululuokka laski Junnauskokeen elokuun viimeisellä viikolla 2007 ja kaksi muuta luokkaa suorittivat sen marraskuun alussa 2007. Opettajien ja lasten haastattelut tehtiin keväällä 2008.

Otannan suhteen en ole noudattanut mitään erityistä standardoitua otantamenetelmää. Yhdessä tutkimukseen osallistuneista luokista on oppilaana oma lapseni, joka vaikutti kiinnostuksen heräämiseen kyseiseen luokkaan. Kaksi muuta luokkaa valikoituivat tutkimukseen omien aikaisempien opettajatuttavuuksieni kautta. Tutkimukseen valittu tutkimusjoukko ei ole kylliksi suuri, jotta tutkimuksesta saatavia tuloksia olisi mahdollista yleistää perusjoukkoon.

7.3 Tutkimuksen metodologia

Kiviniemen (2007) mukaan laadullista tutkimusta voidaan pitää jonkinlaisena oppimistapahtumana itse tutkijan kohdalla. Johtuen laadullisen tutkimuksen aineistonkeruumenetelmistä aineistoon kohdistuvat näkökulmat ja tulkinnat voivat muuttua tutkimusprosessin aikana. Tutkija tulee prosessin edetessä yhä tietoisemmaksi tutkittavasta asiasta analyysin edetessä ja näin hänen ymmärryksensä lisääntyy, joka taas saattaa edellyttää lisää muutoksia tutkimusprosessissa. Prosessinomaisuutta laadullisessa tutkimuksessa lisää myös se, että aineistonkeruu tai tutkimustehtävä/-tehtävät voivat tarkentua tai suuntautua jollakin eri tavalla prosessin kuluessa. Joskus teoreettisen näkökulman uudelleen järjestäminen voi tarkoittaa myös paluuta kentälle aineiston täydentämistä varten. Myös kenttävaiheessa aloitettu aineiston alustava käsittely saattaa täsmentää alustavaa tutkimustehtävää. Tämän johdosta tutkimustehtävä, teorianmuodostus, aineistonkeruu ja aineiston analyysi muodostavat toisiaan tukevan kehän ja tutkijan oma ymmärrys tutkittavasta kohteesta muotoutuu vähitellen aina uudelleen. Tutkimusta tehdessään tutkijan tulee kuitenkin huomioida, että tutkimuksen johtoajatus ei katoa tutkimustehtävien uudelleen suuntautumisen ja rajaamisen johdosta. (Kiviniemi 2007, 70–71,75, 79.)

Hirsjärven ja Hurmeen (2001) mukaan tutkimusongelma ohjaa tutkijaa valitsemaan tutkimuksen kannalta tarkoituksenmukaisen tutkimusstrategian ja -menetelmän. Tutkijat katsovan kvantitatiivisen ja kvalitatiivisen tutkimuksen eron kohdistuvan lähinnä siihen miten kyseistä aihetta halutaan tutkia. Kun tutkimuksessa käytetään yhdistettynä molempia menetelmiä, voidaan puhua monistrategisesta tutkimuksesta. Hirsjärvi ja Hurme (2001) esittelevät Bullockin, Littlen & Millhamin (1992) mukaan neljä tapaa yhdistää kvantitatiivinen ja kvalitatiivinen tutkimusmenetelmä: 1) kvalitatiivisia tuloksia käytetään kvantitatiivisten tulosten lomassa esimerkkeinä, 2) kvalitatiivisilla tutkimustuloksilla selitetään kvantitatiivisia tuloksia, 3) kvalitatiivista vaihetta voidaan käyttää hypoteesien luomiseen kvantitatiivista vaihetta varten ja 4) kvantitatiivisen tutkimuksen jälkeen kvalitatiiviselle tutkimuksella muodostetaan typologioita. (Hirsjärvi & Hurme 2001, 28).

Saadakseni monipuolisesti tietoa alkuopetusikäisten lasten kyvystä laskea peruslaskutoimituksia automaatiotasolla lukualueella 0–20 ja opettajan käsityksiä tutkittavasta aiheesta tutkimukseni sisältää sekä kvalitatiivisia että kvantitatiivisia tutkimusmenetelmiä. Nykykäsityksen mukaan fenomenografisen tutkimuksen tekemiseen voidaan liittää myös kvantitatiivisia menetelmiä, joskin tyypillisin aineistonhankintatapa on yksilöllinen, avoin haastattelu. (Häkkinen 1996, 12; Niikko 2003, 31). Tutkimussuuntauksessa on mahdollista hyödyntää myös muita haastattelumuotoja tai kirjallisia dokumentteja. (Huusko & Paloniemi 2006.) Kvalitatiiviseen osuuteen tutkimuksessani kuuluvat opettajille ja lapsille tehdyt haastattelut. Junnauskokeen osalta olen soveltanut kvantitatiivisia tutkimusmenetelmiä. Lisäksi testitilanteet on videoitu. Näen tutkimuksessani kvalitatiivisen aineiston tarkoituksena olevan kvantitatiivisen aineiston selittämisen.

Aarnoksen (2007, 179) mukaan fenomenografinen tutkimussuuntaus on oiva tapa tutkia lasten käsityksiä erilaisista asioista. Taustalla vaikuttava humanistinen käsitys ihmisestä arvostaa jokaisen ihmisen ajatuksia, kokemuksia, tunteita ja käsityksiä. Koska tutkimuksessani on pyritty löytämään oppilaiden ja opettajien käsityksiä eri aineiston hankintamenetelmiä käyttäen, kvalitatiivinen osuus tutkimuksessani noudattelee fenomenografian omaista tutkimusotetta. Katsellessani humanistisen ja kristillisen ihmiskäsityksen näkökulmasta tutkimuskohdettani olen tuntenut tarvetta ymmärtää lapsen matemaattisten oppimisprosessin taakse kätkeytyviä ajatuksia. Tutkijana kykenen myös asettumaan haastateltujen opettajien asemaan itse opettajana toimineena. Tämä kokemus edesauttaa minua ymmärtämään opettajien esittämiä käsityksiä tutkittavasta ilmiöstä. Ymmärtämisen näkökulman huomioiminen tutkimuksessani liittää hermeneuttisen ulottuvuuden luonnolliseksi osaksi tutkimustani.

7.3.1 Tutkimuksen fenomenografista taustaa

Huusko ja Paloniemi (2006) tähdentävät empiirisesti kerätyn aineiston olevan aina fenomenografisen tutkimuksen lähtökohta, joten lähestymistapa on siten aineistolähtöinen. Teoreettinen perehtyneisyys ohjaa tutkijaa aineiston hankinnassa, vaikka varsinainen teorianmuodostus tapahtuukin tutkimusprosessin aikana. Teoriaan perehtyminen auttaakin tutkijaa omien käsitysten ja olettamusten tiedostamisessa. (Huusko & Paloniemi 2006, 166.) Aarnos (2007) huomauttaa myös, että fenomenografista tutkimusta on mahdollista tehdä myös kahdessa vaiheessa, jolloin tutkijalla on mahdollisuus syventää jo aiemmin kirjallisen osion avulla saatuja tutkittavan käsityksiä tutkittavasta kohteesta. (Aarnos, 2007, 179–180.)

Tutkimuksessani teorian muotoutumiseen ovat olleet vaikuttamassa omat aikaisemmat henkilökohtaiset kokemukset matematiikan oppimisesta sekä matematiikan opettamisen haasteellisuudesta, ja teettämästäni Junnauskokeista ja haastatteluista saadut tulokset. Teoriaan liittyvää aineistoa olen kerännyt vähitellen sen mukaan, kun ymmärrykseni tutkittavaa ilmiötä kohtaan on kasvanut.

Tutkimuksen teon alussa lukemani kirjallisuus on pohjautunut laajalti varhaisten matemaattisen taitojen kehittymistä koskevaan kirjallisuuteen. Tiedon lisääntyminen tutkittavasta ilmiöstä on kuitenkin tarkentanut ja täsmentänyt tarvittavan teoreettisen tiedon haun aluetta, joka on auttanut edelleen relevantimman tiedon hankinnassa.

Tutkimuksessa aineiston hankkiminen on tapahtunut kahdessa vaiheessa. Päädyin 10 lapsen haastattelemiseen silmäiltyäni teettämäni Junnauskokeet lävitse. Lasten haastatteluiden avulla pyrin syventämään tutkimuksestani saatavaa tietoa avaamalla niitä käsityksiä, joita lapsilla on liittyen matemaattisten tehtävien ratkaisuun. Samalla tutkimus liittyy fenomenografian tutkimuskenttään tutkimuskohteensa kautta, joka tässä tutkimuksessa on ainedidaktinen. Ainedidaktinen näkökulma antaa mahdollisuuksia puuttua tutkimuksen kautta mahdollisesti ilmituleviin virheellisiin käsityksiin matematiikan ongelmien ratkaisujen osalta. Wynn (1997, 338) muistuttaa tutkimuksiensa valossa siitä, kuinka tärkeä on tutkia lasten epäonnistumisia ja onnistumisia, jotta me opettajina voimme saada oikean kuvan lasten laskutaidon kehityksestä.

Fenomenografisen ajattelun yksi perusperiaate on, että on olemassa vain yksi maailma ja todellisuus, jonka eri ihmiset kokevat ja ymmärtävät erilailla. (Uljens 1989, 20, Niikko 2003, 14 mukaan.) Fenomenografian mukaan subjektin ja todellisuuden ja subjektin ja maailman välillä olevat sisäiset suhteet ovat kokemuksia. Kokemuksien tehtävänä on sovittaa yhteen sisäiset vuorovaikutussuhteet subjektin ja maailman välillä. Kokemukset taas ovat perusta käsityksien luomiseen ja ajattelun rakentamiseen. Ihmisen käsitykset todellisuudesta eivät ole vertailtavissa todellisuuden itsensä kanssa, koska todellisuus rakentuu yksilön kokemusten kautta hänen käsityksistään todellisuudesta. (Niikko 2003, 15, 17–18, 23.) Niikko (2003, 25) jatkaa edelleen samasta aiheesta selvittäen, että fenomenografiassa tapaa kokea jotakin käytetään rinnakkaisena tavalle käsittää tai ymmärtää jotakin. Kieli taas mahdollistaa ajattelun ja käsitysten muodostamisen kuin myös niiden ilmaisemisen. (Huusko & Paloniemi 2006, 164).

Haastattelu fenomenografisessa tutkimuksessa

Jokainen tutkittava lapsi tulee tutkimustilanteeseen mukanaan aikaisemmat kokemukset matematiikasta alkaen aina vauvaiän kokemuksista saakka. Kokemukset ovat jokaisen kohdalla yksilöllisiä ja ainutkertaisia ja juuri nämä aikaisemmista kokemuksista muodostuneet käsitykset ovat tutkimukseni kohteena. Haastatteluissa tärkeänä elementtinä toimiva kieli on mahdollistanut saamaan selville lasten käsityksiä ratkaistavista tehtävistä. Kielellä on sama tehtävä myös opettajien haastatteluissa.

Lasten haastattelua tutkimusmenetelmänä tukee se, että kielellä ja ajattelulla on yhteys matematiikan oppimiseen. Perkkilän ja Aarnoksen (2007) mukaan yksilön matemaattinen tietoisuus kehittyy vuorovaikutuksen ja keskustelujen kautta siinä yhteisössä ja kulttuurissa, jossa yksilö elää. Matemaattisen tietoisuuden kehittyminen vaatii yksilöltä sosiaalista aktiivisuutta. Lapset käyttävät kieltä matemaattisen tietoisuuden rakentuessa jakaessaan ideoita toisilleen, kehitellessään yhteisiä teorioita tai jakaessaan kokemuksiaan käyttämistään ratkaisustrategioista. (Perkkilä & Aarnos 2007, 2.)

Hirsjärven ja Hurmeen (2001, 48) mukaan teemahaastattelun oletuksena on, että kaikkia ihmisen kokemuksia, ajatuksia, uskomuksia ja tunteita voidaan tutkia tämän menetelmän avulla. Sekä Eskola ja Suoranta (1998) että Hirsjärvi ja Hurme (2001) katsovat teemahaastattelun olevan puolistrukturoitu haastattelumenetelmä. Keskeisintä on, että teemahaastattelu ei sisällä mitään yksityiskohtaisia kysymyksiä, vaan haastattelu etenee tiettyjen etukäteen suunniteltujen teemojen varassa. Kysymykset ovat sisällöltään kaikille samanlaisia, mutta haastateltavat vastaavat kysymyksiin omin sanoin. Teemahaastattelussa kysymyksille ei ole määritelty tarkkaa järjestystä tai muotoa, mutta ne eivät myöskään ole niin vapaita kuin syvähaastattelussa. (Eskola & Suoranta 1998, 87; Hirsjärvi & Hurme 2001, 48.)

Tutkimuksessani sekä opettajien että oppilaiden haastatteluissa oli mukana muutamia valmiiksi mietittyjä kysymyksiä. Haastattelut etenivät kuitenkin jokaisen haastateltavan kohdalla yksilöllisesti. Kysymykset toimivat lähinnä tarkistuksen omaisena apuna, jotta pystyin tarkistamaan, että keskustelussa oli käsitelty kaikkia olennaisia asioita tutkimuksen kannalta. Haastateltaville oli ilmoitettu etukäteen teema-alue, jota haastattelu tulisi koskemaan.

Niikon (2003) mukaan haastattelijan tulee osoittaa haastattelutilanteessa erityistä herkkyyttä ja sensitiivisyyttä, jotta haastattelutilanteesta tulee dialoginen ja reflektiivinen. Haastattelijan tulisi omalla käytöksellään rohkaista haastateltavaa reflektoimaan kohteena olevaa ilmiötä. Tavoitteena on, että haastateltava pystyy mahdollisimman aidosti erittelemään ilmiöön liittyviä kokemuksiaan ja käsityksiään. Toisaalta haastattelutilanteen avoimuuteen, luottamuksellisen vuorovaikutussuhteen syntymiseen ja vapaaseen tunnelmaan tutkija voi vaikuttaa myös sillä, että haastattelijan edeltä määrätyt kysymykset eivät ole tarkkarajaisia, vaan haastatteluprosessi voi edetä haastateltavan antamien vastauksien suunnassa. (Niikko 2003, 31–32, Ashworth & Lucas 2000, Niikon 2003, 31–32 mukaan.)

Aarnos (2007) muistuttaa tutkijoita edelleen tärkeästä asiasta lapsiin kohdistuvan tutkimuksen tekemisessä. Tutkijan päättäessä kerätä tutkimusaineistoaan oppilailta, n. 6–12-vuotiailta, tulee muistaa, että jokaisen lapsen kohdalla tapaus on ainutkertainen ja kyseessä ei ole vain kertaluontoinen tietojen kerääminen. Jotta tutkimustilanteesta muodostuisi mukava ja kiva hetki sekä tutkijalle että tutkittavalle, olisi suotavaa, että tutkijalla olisi mahdollisuus tutustua haastateltavaan lapseen lapsen omassa kouluympäristössä. Haastattelun onnistumiseen vaikuttaa myös lapsen aktiivisuus haastattelutilanteessa. Jos mahdollista, niin tutkimuksen onnistumisen kannalta tulisi valita sellaisia lapsi, jotka mielellään puhuvat ja kertovat omista asioista. Lasten valinnassa kannattaa käyttää avukseen kyseisen luokan opettajaa. Tutkijan tulee olla myös selvillä haastateltavien lasten kokemusmaailmasta, jotta hän osaa asettaa kysymyksensä oikealle tasolle ja lapsen ymmärrettäväksi. (Aarnos 2007, 170–171.)

Lähtiessäni tekemään haastatteluja 10:lle tutkimukseeni osallistuvalle oppilaalle käytin kyseisten luokkien opettajien asiantuntemusta hyväkseni haastateltavien lasten valinnassa. Näin toimiessa valintani osuivat lapsiin, joiden kanssa oli helppo jutella ja sain tutkimustehtävieni suuntaisia vastauksia. Haastatellessani lapsia pidin koko hetken tärkeimpänä asiana luottamuksellisen vuorovaikutuksen syntymistä. Luotin, että turvallisen ilmapiirin vallitessa lapset rohkaistuvat ilmaisemaan itseään rehellisesti. Tutkimustilanteet olivatkin varsin rauhallisia ja lapset keskustelivat haastattelijan kanssa vilkkaasti. Haastattelut kestivät noin 15 minuuttia ja ne tapahtuivat oppilaiden omalla koululla heille entuudestaan tutussa ja rauhallisessa erityisopettajan luokassa. Haastatteluhetket alkoivat jokaisen lapsen kohdalla yhteisellä jutustelulla ja pienten matemaattisten asioiden pohtimisella. Tilanteiden aluksi tutkimme yhdessä nauhuria, jolla keskustelu oli tarkoitus nauhoittaa. Esittelin myös haastattelutilanteeseen kiinteästi kuuluvan helminauhan, joka toimi konkreettisena laskuvälineenä tilanteessa. Haastattelun loputtua juttelin vielä lapsen kanssa hetken muista asioista ja varmistuin, että kaikki oli hyvin lapsen lähtiessä. Mukaansa lapsi sai pienen kortin, jossa oli tarra ja minulta pieni muistokirjoitus tilanteesta. Haastattelutilanteessa minun oli nähdäkseni vaivatonta asettua kyseisten lasten tasolle aikaisemman opettajakokemukseni ja omien lasteni kokemusmaailman kautta.

Opettajien kanssa käymiin haastattelutilanteisiin vaikuttivat osaltaan aiemmat tuttavuuteni haastateltavieni kanssa. Haastattelutilanteet kestivät keskimäärin 20 minuuttia, jonka aikana keskustelu kävi varsin vilkkaana. Haastattelut tapahtuivat jokaisen opettajan omassa luokassa iltapäivän aikana, jolloin koululla oli jo rauhallista. Haastattelun aikana pysyimme ennalta määrätyssä teemassa ja uskon opettajien pystyneen kertoneen minulle haastateltavasta asiasta rehellisesti.

Fenomenografisen aineiston käsittely

Koska fenomenografisessa tutkimuksessa tulkinta ja merkitysten etsiminen tapahtuu samanaikaisesti monella tasolla, analyysi etenee vaiheittain. Jokainen yksittäinen analyysin vaihe vaikuttaa seuraavaan analyysiin, joten jokaisella tulkinnalla on oma tärkeä osansa analyysikokonaisuudessa. (Huusko & Paloniemi 2006, 166.) Empiiristä aineistoa tulee käsitellä kokonaisuutena, koska ilmiön osien luonne tulee esiin siinä kokonaisuudessa, johon ne ovat liittyneet. Tutkijan tulee unohtaa tutkittavien välillä olevat rajat ja tätä kautta kiinnostuksen kohteeksi nousevatkin automaattisesti aineistosta nousevat merkitykset. (Häkkinen 1996, 39; Niikko 2003, 33.)

Niikko (2003, 34) mainitsee analyysin tekemisen fenomenografisessa tutkimuksessa olevan reflektoivaa, koska tutkijan tulee lukea aineistoa ja miettiä haastateltavien antamia merkityksellisiä ilmaisuja ”päällekkäin” riippuen aina analyysin kulloinkin menossa olevasta vaiheesta. Tutkijalla on reflektoinnin taustatietona empiriasta nouseva teoriatieto sekä oma aikaisempi teoreettinen ajattelu. Lopullinen teoria syntyy aineiston analyysinprosessin tuloksen. Käyttäessään omaa aikaisempaa teoria- ym. taustatietoa hyväkseen tutkijan tulee tiedostaa omat lähtökohtansa analyysin suhteen. Tämä edellyttää omien ennakkooletusten sulkeistamista. Eli on kysymys tutkijan omien esioletusten sivuun siirtämisestä analyysin aikana. (Niikko 2003, 35.)

Luettuaan aineistoaan syvällisesti läpi, tutkijan tulee teemoitella aineistoa tai ryhmitellä sitä tutkimusongelmien suunnassa. Tämän jälkeen tutkija käy aineistoa läpi ”jakaen” aineiston merkitysyksiköittäin aina tietyn teeman mukaan. (Niikko 2003, 35; Huusko & Paloniemi 2006, 168.) Kolmannessa vaiheessa merkitysyksiköittäin lajitellut teemat käännetään kategorioiksi ja analyysissä edetään kategorioiden kuvaamisessa abstraktimmalle tasolle. Kirjoituksissa nousee esille tutkittavien käsityksien keskeisimpiä piirteitä sekä niiden sisäinen rakenne, joten kuvauskategorioiden muodostaminen on samalla käsityksien muodostamisprosessi tutkijalle. Tutkimuksen valmiissa kuvauskategoriasysteemissä käsityksien ja kokemuksien arvo suhteessa toisiin voi vaihdella. Tästä johtuen kategoriat voivat olla järjestäytyneet horisontaalisesti, vertikaalisesti tai hierarkkisesti. (Häkkinen 1996, 43; Marton 1994, Huusko & Paloniemi 2006, 168 mukaan; Niikko 2003, 36–38)

Luettuani haastatteluita läpi useita eri kertoja ja tehtyäni niistä jokaisella kerralla pieniä muistiinpanoja lähdin purkamaan opettajien haastatteluita laadullisen aineiston käsittelyyn tarkoitetulla NVivo- tietokoneohjelmalla. NVivo- ohjelman avulla olen muodostanut haastatteluista nousevien teemojen mukaan tutkimustehtävien suuntaisesti pää- ja sivukategorioita (Liite 10). Pääkategoriat muotoutuivat tutkimustehtävien mukaisesti. NVivo- ohjelmaa apuna käyttäen löysin jokaisen pääkategorian alle muutamia jokaista haastateltavaa henkilöä yhdistäviä sivukategorioita eli yhteisiä teemoja kyseessä olevan asian suhteen. Myös oppilaiden haastatteluita lähdin purkamaan tutkimustehtävien suunnassa päämääränäni löytää nimenomaan heidän ilmaisujaan siitä kuinka he ajattelevat laskiessaan. Oppilaiden haastattelujen purkamisessa käytin perinteisesti eri värejä erottamaan litteroidusta tekstistä aina yhden teeman alle liittyviä asioita.

7.3.2 Tutkimuksen kvantitatiivista taustaa

Tässä tutkimuksessa olen käyttänyt kvantitatiivisia tutkimusmenetelmiä selvittäessäni oppilaiden saavuttamia henkilökohtaisia pistemääriä Junnauskokeessa sekä heidän menestymistään suhteessa toisiinsa. Valli (2001) määrittelee tilastollisen tutkimuksen olevan ulkoisesti tarkasteltuna lähinnä numeroiden hyväksikäyttöä. Kyseessä on siis tutkimusaineiston käsittely matemaattisin keinoin. Puhuttaessa empiirisen eli kokemusperäisen ja numeerisen tietoaineiston hankkimisen suunnittelusta, tietojen keräämisestä, esittämisestä sekä analysoimisesta on kyseessä tilastotiede. Tilastotiede on eräänlainen apuväline tutkijalle hänen muokatessa tutkimustuloksia lukijalle ymmärrettävään muotoon. Tilastotieteen avulla tutkija rakentaa saamistaan tutkimustuloksista, siis reaalimaailmasta keräämästään aineistosta, tilastollisen mallin. (Valli 2001, 9–10.)

Vallin (2001) mukaan tutkimukset voidaan jakaa yleisesti tarkasteltuna kahteen ryhmään, analyyttisiin ja empiirisiin tutkimuksiin. Tilastollisten tutkimuksien kuuluessa empiiriseen tapaan tehdä tutkimusta on sen lähtökohtana induktiivinen tutkimusote. Sen mukaan tutkimuksissa pyritään löytämään yksittäisten tapausten pohjalta yleisiä säännönmukaisuuksia. Tutkijan tehtäväksi jää ilmiön tilastollinen yleistettävyys eli hän testaa onko tutkimusaineistossa muuttujien välillä esiintyvä yhteys riittävän suuri tilastollisesti, jotta se voidaan yleistää koskemaan perusjoukkoa. (Valli 2001, 11.)

Yhtenä mittausmenetelmänä olen käyttänyt frekvenssianalyysiä, josta on mahdollista nähdä samanaikaisesti kuinka tutkimustulokset jakaantuvat koko tutkimusjoukon kesken lukumääräisesti ja prosentuaalisesti. Ristiintaulukoinnin avulla olen kyennyt tekemään tutkimusaineiston välistä vertailua. Tässä tutkimuksessa merkitsevyystestauksessa on käytetty Khin-neliötestiä. Faktorianalyysejä tutkimuksessa on laskettu summamuuttujien pohjatiedoiksi.

Tutkijan kiinnostuessa kahden muuttujan välisestä vertailusta ja niiden yhteyksien kuvaamisesta, on ristiintaulukointi varsin käyttökelpoinen menetelmä asian selvittämiseksi. Ristiintaulukoinnin alustavana työnä on aina frekvenssitaulukon rakentaminen. Jos vertailtavat ryhmät eivät ole yhtä suuria, on tutkimustulosten tulkinnan kannalta mielekästä rakentaa taulukko prosenttivertailun pohjalle. Tällöin tutkijan tulee huolellisesti miettiä, kumpi muuttujista on selittävä ja kumpi selitettävä muuttuja. Ristiintaulukoinnin yhteyteen liitetään aina Khin-neliötesti. Testin tärkein arvo on p:n arvo, jonka avulla tutkija voi varmistua liittyvätkö vertailtavat muuttujat toisiinsa vai ei. (Valli 2001, 55, 72, 75.) Jos $p \leq 0{,}001$ testitulos on erittäin merkitsevä. P:n arvon ollessa $\leq 0{,}01$ tulos on merkitsevä. Jos saadussa testituloksessa $p \leq 0{,}05$, tulos on melkein merkitsevä. (Metsämuuronen 2003, 369.) Tässä tutkimuksessa olen käyttänyt ristiintaulukointia verratessani eri laskusuorituksien yhteyttä toisiinsa tai tarkastellessani millainen vaikutus käytetyllä ajalla on kokeesta suoriutumiseen. Jokaisen ristiintaulukoinnin yhteyteen olen liittänyt myös Khin-neliötestin. Tutkimusjoukkoni on kuitenkin niin pieni, että kaikkiin saatuihin tuloksiin tulee suhtautua varauksella, vaikka Khin-neliötesti antaisikin p:n arvoksi merkitsevän arvon.

Oppilaiden tarvitsema aika Junnauskokeen suorittamiseen vaihteli 4 minuutista yli 35 minuuttiin. Ajan suuren hajonnan vuoksi olen joutunut tilastollisista syistä jakamaan Junnauskokeen tekemiseen käytetyn kokonaisajan neljään eri aikaperiodiin: 4,00–9,00 min, 9,01–14,00 min, 14,01–20,00 min ja 20,01–35,10 min.

Junnauskokeesta saatujen vastauksien kohdalla toimin samoin, koska hajonta oli koetulosten osalta suuri. Kokeen kohdalla periodit kuinkin vaihtelet tulosten esittämisen vaatimalla tavalla. Käytetty periodiväli selviää kunkin esitetyn taulukon kohdalta erikseen.

Valli (2001) selittää summamuuttujien tekemisen yhdistävän kaksi samalla tavalla mitattua muuttujaa yhdeksi mittariksi. Tällä tavalla menetellään, kun samojen osa-alueiden ominaisuuksia on kysytty tutkimuksen useissa kysymyksissä. Muuttujien ryhmittelyssä tulee käyttää apuna faktorianalyysiä. Faktorianalyysin avulla tutkijan on mahdollista testata mitkä muuttujat mittaavat sisällöllisesti samoja asioita. Raja-arvona pidetään 0,30, jonka oli ylityttävä muuttujan kohdalla, jotta se kyetään ottamaan mukaan summamuuttujan tekemiseen. (Valli 2001, 87, 89.) Omassa tutkimuksessani olen muodostanut useampia summamuuttujia Junnauskokeen laskutehtävistä. Faktorianalyysiä olen tarvinnut esimerkiksi testatessani, mittaavatko sydänparien yhteen- ja vähennyslaskut keskenään samoja taitoja.

Tässä tutkimuksessa kvantitatiivinen aineisto käsitellään SPSS *for Windows*- ohjelmiston avulla.

7.4 Tutkimuksen luotettavuus

Fenomenografisen tutkimuksen luotettavuustarkastelua

Hirsjärvi, Remes ja Sajavaara (2004, 218) esittävät tutkimuksen validiuden lisäämistä metodologista triangulaatiota käyttäen. Tällöin samaa asiaa tutkitaan useasta eri suunnasta useampaa tutkimusmenetelmää käyttäen. Tässä tutkimuksessa on käytetty sekä kvalitatiivisia että kvantitatiivisia tutkimusmenetelmiä mahdollisimman monipuolisen tiedon saannin varmistamiseksi tutkittavasta ilmiöstä. Tällä tavoin on pyritty lisäämään tutkimuksen luotettavuutta.

Ahosen (1994) mukaan laadullisen tutkimuksen luotettavuutta voidaan arvioida kahden asian kautta. Pohtimalla miten tutkijan aineistosta löytämien merkitysten ja merkityskategorioiden ilmaisut vastaavat tutkittavien tarkoittamia merkityksiä ja kuinka tutkimuksen teoreettinen tausta vastaa saatuja merkityksiä. Tutkijan on oltava ehdottoman rehellinen aineistolle ja ongelmanasettelun taustalla olevien teoreettisten käsitteiden tulee olla relevantteja suhteessa aineistoon. Aineistosta tehtävien johtopäätösten suhteen tutkijan on oltava huolellinen, ettei hän ylitulkitse aineistoa. Kuvauskategorioiden tulee sisältää tutkittavien tarkoittamia merkityksiä tutkittavasta ilmiöstä. Luotettavuuskriteerit koskevat siis kategorioita, tutkimushenkilöiden tarkoitusta ja tutkimuksen teoreettista suuntaa. Näin ollen validiteetti koskee kahta vaihetta tutkimuksessa: aineiston hankintaa ja kategorioiden muodostamista aitouden ja relevanttiuden tasolla. (Ahonen 1994, 129–130.)

Eskolan ja Suorannan (1988) mukaan laadullisen tutkimuksen luotettavuustarkastelussa on otettava huomioon tutkimuksen uskottavuus, siirrettävyys, varmuus ja vahvistuvuus. Uskottavuuden ja varmuuden osalta on tärkeä huomioida, että laadullisessa tutkimuksessa tutkija on aina avoin subjektiveetti ja tutkimuksensa keskeinen tutkimusväline. (Eskola & Suoranta 1988, 211–213.)

Tutkimukseen kerätty aineisto on vastannut hyvin edeltä laadittuihin tutkimustehtäviin, joten siltä osin tutkimus täyttää valiuden vaatimukset. Tutkimuksesta saatujen tulosten perusteella voidaan olettaa, että tutkimuksessa esille tulevat käsitteet ovat relevantteja aineiston suhteen. Aineistosta tehtävien johtopäätösten ja tulosten suhteen olen pyrkinyt olemaan aineistolleni mahdollisimman avoin ja rehellinen muistaen samalla tutkijalta vaadittavan sulkeistamisen. Haastatteluista muodostetuissa kategorioissa olen osoittanut aitouden haastateltavien käsityksiä kohtaan esittämällä tekstin lomassa autenttisia kohtia haastatteluista, jotka lisäävät tutkimuksen uskottavuutta. Uskottavuuden lisäämiseen vaikuttaa myös tutkijan omat henkilökohtaiset kokemukset. Työskennellessäni aiemmin jo opettajana olen pystynyt saavuttamaan opettajien kanssa käydyissä keskusteluissa yhteisen kielen, joka on helpottanut tulosten tulkintaa. Kotonani olevat omat kuusi lasta ovat omalta osaltaan helpottaneet lapsen kanssa samalle tasolle pääsemistä heidän kanssaan käymissäni haastatteluissa.

Tutkimukseni luotettavuuden lisäämiseen liittyy myös tapani kirjata lasten haastattelutilanteiden jälkeen tilanne muutamalla sanalla ylös kuvaten tilanteen luonnetta ja joitakin huomionarvoisia yksityiskohtia lapseen liittyen. Myös litteroinnin suoritin heti haastatteluiden jälkeen sekä lasten että aikuisten kohdalla. Kokonaisuudessa tutkimuksen analysoinnin luotettavuutta olen pystynyt tutkijana varmistamaan laatimalla laajan teoreettisen viitekehyksen lasten varhaisten matemaattisten taitojen kehittymisestä. Tämä on edellyttänyt minulta tutkijana perusteellista perehtyneisyyttä asiaan.

Tutkimuksesta saaduilla tuloksilla on yleistettävyyttä teoreettiselta osalta suhteessa muihin tehtyihin tutkimuksiin, joka samalla lisää myös tutkimuksen vahvistavuutta. Jo aiemmin tehdyissä tutkimuksissa on saatu samansuuntaisia tuloksia mm. opettajien kyvystä tunnistaa oppilaidensa matemaattisia vaikeuksia (K. Aunola, henkilökohtainen tiedonanto 13.2.2007.) Samoin oppilaiden kyvystä laskea peruslaskutoimituksia lukualueella 0–20 on ollut nähtävissä ongelmia myös aikaisempien oppimisvaikeuksiin liittyvien tutkimuksien valossa. (mm. Aunola ym. 2004.) Tässä tutkimuksessa tutkimusjoukko oli niin pieni, että saatuja tutkimustuloksia ei ole mahdollista suoraan liittää perusjoukkoon.

Kokeellisen tutkimusosuuden luotettavuustarkastelua

Kvantitatiivisen aineiston kohdalla reliabiliteetilla tarkoitetaan tutkimuksen luotettavuutta eli kykyä antaa ei-sattumanvaraisia vastauksia. (Valli 2001, 92.) Hirsjärvi ym. (2004, 216) ilmaisevat saman asian siten, että reliaabelius tarkoittaa mittaustulosten toistettavuutta. Metsämuuronen (2003, 86) puhuu sisäisestä ja ulkoisesta validiteetista. Ulkoisella validiteetilla tarkoitetaan kuinka yleistettävä tutkimus on ja sisäinen validius viittaa puolestaan siihen, että mittaako mittari sitä, mitä on tarkoitus mitatakin.

Käyttämääni Junnauskokeen luotettavuutta ei ole tutkittu millään tavoin. Testiä on käytetty vain kerran aiemmin opinnäytetyössä testinä (Kauppinen 2007), joten varsinaista vertailupohjaa muihin tutkimuksiin ei ole. Kokeen tekemiseen on annettu yksityiskohtaiset niin teko- kuin myös korjausohjeet, joten sen toistettavuus on yksinkertaista. Junnauskokeen tehneet oppilaat voidaan kuitenkin selkeästi jakaa arviointiperusteiden mukaan kahteen ryhmään; osaajiin ja heihin, joilta koe ei onnistunut toivotulla tavalla. Junnauskoetta kohtaan voisi myös esittää kritiikkiä, että mittaako se varmasti automaatiotason laskutaitoa vai ulkoa oppimista. Normittamattomuuden vuoksi Junnauskoe käy ennemminkin matemaattisten peruslaskutoimituksien kartoituksena kuin testinä. Junnauskoe voisi käytännössä toimia luokanopettajan pedagogisena työvälineenä.

Tutkijana olin itse läsnä kaikissa tutkimustilanteissa, joten kaikissa tilanteissa tutkittavat saivat samanlaiset toimintaohjeet Junnauskokeen suorittamista varten. Vietin myös jokaisen luokan kanssa kaksi perättäistä tuntia testin tekopäivänä. Ensimmäisellä tunnilla harjoittelimme välineiden kanssa Junnauskokeeseen liittyviä laskuja opettajan johdolla ja toisen tunnin aikana oppilaat suorittivat testin. Jokaisen luokan opettaja videoi koetilanteet, ja itse tutkijana merkitsin ylös oppilailta testin tekemiseen kuluneen ajan. Videon katselun avulla olen pystynyt palaamaan itse testitilanteeseen ja tarkistamaan tilanteeseen liittyneitä havaintoja. Edellä mainituilla tavoilla olen pyrkinyt parantamaan tutkimukseni luotettavuutta kvantitatiivisen osuuden osalta.

7.5 Tutkimuksen eettiset näkökohdat

Kuula (2006) katsoo tutkimuseettisten normien velvoittavan tutkijaa ammatillisesti, mutta ei laillisesti. Tutkijoiden uskotaan sitoutuvan normeihin yleisiä hyviä tapoja kunnioittaen. Normien jäädessä usein kuitenkin varsin yleiselle tasolle ne eivät itsessään tavallisesti sisällä selkeitä ratkaisuja konkreettisiin ongelmiin. Tutkimusetiikan kannalta periaatteet sisältävät hyötyperiaatteen, vahingon välttämisen periaatteen, autonomian kunnioittamisen periaatteen ja oikeudenmukaisuuden periaatteen. Näiden lisäksi normeissa on tavallisesti mukana myös tieteen sisäisen etiikan periaatteita, kuten kehotus noudattaa tieteellisiä menettelytapoja avoimesti ja rehellisesti ja tutkittavaa koskevien tietojen luottamuksellisuuden turvaaminen. (Kuula 2006, 59–60.)

Kuula (2006) jatkaa edelleen samasta eettisen näkökulman huomioimisesta itsemääräämisoikeuden kautta. Ihmisen itsemääräämisoikeuden kunnioittaminen tutkittavaa kohden ilmenee selkeimmin tutkittavan mahdollisuutena päättää itse haluaako hän osallistua kyseessä olevaan tutkimukseen vai ei. Pystyäkseen päättämään osallistumisestaan tutkittavan on saatava riittävästi tietoa tutkimuksesta. Hänelle on ilmoitettava tutkimuksen perustiedot, sen toteuttajat ja kerättävien tietojen käyttötarkoitus. Tutkittavan on hyvä tietää myös tutkimukseen varattava aika ja onko tietojen keruu esim. kertaluontoinen vai jatkuuko se mahdollisesti myöhemmin. Itsemääräämisoikeuden kunnioittamiseen kuuluu myös tutkittavan yksityisyyden kunnioittaminen, johon taas kytkeytyy tietosuojan säilyttämisen tärkeys. Tärkeimpänä asiana yksityisyyden kunnioittamisessa on tutkittavan mahdollisuus itse määrittää ne tiedot, joita hän haluaa itsestään luovuttavan tutkimus käyttöön. Tutkijan tulee aina huolehtia siitä, että tutkittava säilyttää anonymiteettinsä. Tämän kuten myös muiden tutkimukseen liittyvien asioiden suhteen tutkijan tulee pystyä säilyttämään luottamuksensa tutkittavaa kohtaan. Luottamuksellisuus koskee erityisesti tutkittavasta saatavia tietoja ja niihin liittyviä lupauksia tutkittavalle. (Kuula, 63–64.)

Tutkimuksessa olen pyrkinyt avoimesti ja rehellisesti noudattamaan tutkimuksen tekemiseen liittyviä yleisiä eettisiä periaatteita. Olen huolehtinut saamastani tutkimusaineistosta niin, että se ei ole missään vaiheessa joutunut ulkopuolisen tahon käsiin tai muutoin kenenkään ulkopuolisen tietoon. Tutkimuksessani en tule ilmoittamaan kouluja, joissa tutkimus on tehty. Sekä oppilaiden että opettajien anonymiteetin olen turvannut siten, että heidän nimensä tai henkilötietonsa eivät ole missään vaiheessa kenenkään muun kuin tutkijan tiedossa. Yksityisyyden suojaa olen varmistanut lisäksi siten, että tutkimuksissa esiintyviä tuloksia ei ole analysoitu samassa järjestyksessä kuin tutkimus on tehty. Vain tutkija tietää mistä luokasta tai opettajasta vastauksissa kulloinkin on kysymys.

Aarnos (2007) huomauttaa kuinka tutkijan tulee kiinnittää tutkimuksensa eettisiin näkökohtiin aivan erityistä huomiota silloin, kun tutkimuksen kohteena ovat lapset. Koko tutkimusprosessin ajan tutkijan tulee huolehtia etiikasta ja lapsiystävällisen tunnelman säilymisestä. Etiikasta huolehtiminen liittyy kiinteästi myös siihen, että lapselta on aina henkilökohtaisesti kysyttävä suostumus tutkimukseen. Tutkijan tulee huolehtia myös, että hänellä on vanhempien lupa haastatella tai muuten tutkia lasta. (Aarnos 2007, 170–171.)

Ennen kuin oppilas osallistui Junnauskokeeseen, hänen kotiinsa oli lähetetty asiasta ilmoitus, josta selvisi mistä on kysymys (Liite 3.) Toinen kysely oppilaiden kotiin lähetettiin ennen oppilaille suunnattua haastattelua (Liite 4). Tämän kyselyn avulla varmistettiin vanhempien lupa lapsensa haastatteluun. Lupalapun lapsi palautti vanhempien allekirjoittamana omalle opettajalle. Aloittaessani lapsen kanssa kahdenkeskisen haastatteluhetken kysyin myös lapsen suostumusta asian suhteen ja luin hänen kanssaan läpi laatimani lomakkeen, jonka lapsi vahvisti omalla allekirjoituksellaan (Liite 5). Kerroin lapselle myös haastattelun tarkoituksen ja kestoajan. Lupasin heille, että tutkimukseni valmistuttua kukaan ei voi tietää kuka on sanonut mitäkin. Haastatellessani opettajia kaikki edellä mainitsemani eettiset kohdat toteutuivat myös heidän kohdallaan. Toteutettujen toimenpiteiden lisäksi olen lähettänyt opettajille heidän haastatteluistaan autenttisia kohtia heidän luettavakseen, jotta heidän on mahdollisuus tarkistaa tekstin oikeellisuus ennen tutkimuksen julkaisua.

8 TULOKSET

Tässä luvussa käsittelen tutkimukseni sekä kvalitatiivisia että kvantitatiivisia tutkimustuloksia. Tulosten esittelyssä pyrin lomittamaan saatuja tuloksia keskenään, jolloin tarkoituksenani on kvalitatiivisilla tuloksilla selittää ja tukea saamiani kvantitatiivisia tutkimustuloksia.

Säilyttääkseni tutkimukseen osallistuneiden henkilöiden anonymiteetin käytän luokista tunnusta A, B ja C. Oppilaat olen numeroinut 1–63:een. Tuloksissa esiintyvät tunnukset eivät ole loogisesti samassa järjestyksessä, jossa tutkija on tutkimukset suorittanut. Vain tutkijalla on tiedossa kenestä opettajasta tai yksittäisestä oppilaasta tuloksissa kulloinkin on kysymys.

Kootessani tutkimusjoukkoa en etukäteen kiinnittänyt huomiota oppilaiden sukupuolijakaumaan. Tutkimusjoukkoon kuuluu noin 20 % enemmän poikia kuin tyttöjä. Tästä johtuen käsittelenkin kaikki tulokset prosenttijakautumien kautta, jotta tulokset olisivat mahdollisimman totuudenmukaisia. Tutkimusjoukko koostuu siis 25:stä (40 %) tytöstä ja 38:sta (60 %) pojasta.

8.1 Toisen luokan oppilaiden menestyminen Junnauskokeessa 0–20

Tutkimuksessa 14 oppilasta 63:sta saavutti täyden pistemäärän Junnauskokeessa eli heillä oli 60 laskua oikein. Laskijoiden joukossa oli 3 tyttöä (12 %) ja 11 poikaa (29 %). Heikoin tulos oli oppilaalla, joka oli laskenut 8 laskua oikein ja hän oli jättänyt kokeesta 35 laskua laskematta. Kun tuloksissa kuitenkin huomioidaan Junnauskokeeseen olennaisesti liittyvä viiden minuutin aikaraja, vain yksi oppilas kykeni ratkaisemaan kaikki laskut oikein kokeen edellyttämässä ajassa. Oppilaat käyttivät kokeen tekemiseen keskimäärin aikaa 16 minuuttia. Jos käytettyä aikaa tarkastellaan luokkakohtaisesti, ajat vaihtelivat 14:sta minuutista 18 minuuttiin. Enimmillään kokeen suorittamiseen kului yhden oppilaan kohdalla aikaa 35,10 minuuttia, mutta hänellä oli kuitenkin 55 oikein ratkaistua tehtävää. Suurin osa oppilaista sijoittui ajallisesti 9–20 minuutin välille. Tälle ajanjaksolle olen tutkimuksessani määritellyt kaksi aikaperiodia. Ensimmäinen on 9,01–14,00 minuuttiin ja jälkimmäinen 14,01–20,00 minuuttiin (taulukko 1.) Näihin molempiin jaksoihin sijoittui prosentuaalisesti saman verran oppilaita eli 29 %. Nopeimmalle aikaperiodille 4,30–9,00 minuuttiin ylsi oppilaista 19 % eli 12 oppilasta. Neljännessä aikajaksossa, 20,01–35,10 minuuttiin, oli 15 oppilasta.

Tutkimuksessa esiin tulevilla suhteellisen pitkillä kokeen tekemiseen kuluneilla kokonaisajoilla lienee yhteyttä oppilaiden taitoon käsitellä lukuja ja yleensäkin lukujonoja. Muiden muassa Lampinen (2008) on tutkimuksensa perusteella tullut siihen johtopäätökseen, että edellä mainittujen taitojen puute muodostaa usein oppimisen esteitä matematiikassa. Näiden edellä mainittujen taitojen heikkous saattaa johtaa puutteelliseen matemaattisen ajattelun kehittymiseen, joka puolestaan on vuosiluokkien 1–2 matematiikan opetuksen perustehtävä (ks. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 156.) Kun oppilas käyttää yhteen- ja vähennyslaskuissa apuna sormia tai kehittelemiään kömpelöitä strategioita myös aivan yksinkertaisissa peruslaskuissa, hänellä ei ole mahdollisuutta saavuttaa automaatiotason laskutaitoa. (ks. Lampinen 2008.)

TAULUKKO 1. Oppilaiden jakaantuminen kokonaisajan suhteen Junnauskokeessa 0–20.

		Opp.	%	Kertyvä %
Kokonais-aika min	4,00–9,00	12	19	19
	9,01–14,00	18	28,5	48
	14,01–20,00	18	28,5	76
	20,01–35,10	15	24	100
Yhteensä		63	100	

Kolme oppilasta 63 oppilaan joukosta keskeytti kokeen tekemisen noin 30 minuutin jälkeen. Tutkijana olin havainnoinut heidän työskentelyään pitemmän aikaa ja huomioinut sen vaivalloisuuden. Kävin jokaisen oppilaan kohdalla henkilökohtaisesti kysymässä heidän jaksamistaan, jolloin jokainen heistä halusi keskeyttää työskentelyn. Näistä kahden oppilaan oli erittäin vaikea keskittyä työskentelyynsä alusta alkaen. Kolmannen oppilaan kohdalla keskittymättömyys tuli esiin kokeen edetessä pitemmälle. Nämä havainnot tulivat selkeästi esiin myös jälkikäteen katsotun videon kautta. Keskeyttäneiden oppilaiden papereissa oli 12, 14 ja 35 tyhjää kohtaa.

Luokassa A, jossa keskimäärin kokeen tekemiseen kulutettiin aikaa 18 minuuttia, käytetyt ajat vaihtelivat 7,49–27,54 minuuttiin. Tässä ajassa oppilaat laskivat keskimäärin 52 laskua oikein. Viiden minuutin aikana he puolestaan selviytyivät keskimäärin 21 laskusta, joista oikein oli 19. Luokassa B kokeen laskemiseen meni aikaa keskimäärin 14 minuuttia. Kokonaisuudessa aikojen välinen ero oppilailla vaihteli 7,10–35,10 minuuttiin. Tässä ajassa he kykenivät laskemaan keskimäärin 55 laskua oikein. Viiden minuutin aikana luokka suoriutui keskimäärin 28 laskusta, joista oikein oli suoritettu 27. Tarkasteltaessa tutkimuksen antamia tuloksia C-luokasta voidaan todeta, että heiltä kului kokeen tekemiseen keskimäärin 15 minuuttia. Tässä ajassa he kykenivät laskemaan keskimäärin 57 laskua oikein koko määrästä. Oppilaiden yksilölliset ajat vaihtelivat 4,30–32,44 minuuttiin. Viidessä minuutissa C-luokkalaiset laskivat keskimäärin 29 laskua, joista he saivat oikein 28.

Vertailtaessa luokkia keskenään tulokset ovat hyvin samansuuntaisia. C-luokassa tulokset olivat keskimäärin hieman parempia, mutta niillä ei ole tilastollista merkitsevyyttä tutkimusten tulosten kannalta. Kun tutkimustuloksiin liitetään mukaan aika suhteessa laskettujen ratkaisujen määrään, oppilaiden tulokset ovat huolestuttavia suhteessa Junnauskokeen vaatimuksiin. Oppilaiden tulisi siis pystyä laskemaan kaikki 60 laskua oikein viidessä minuutissa.

Kun tuloksissa huomioidaan koko tutkimusjoukon tulokset kokonaisajan ja viidessä minuutissa laskettujen laskujen suhteen (taulukko 2) sekä viidessä minuutissa laskettujen laskujen suhde oikein saatuihin ratkaisuihin (taulukko 3) saadaan molempien vertailtavien kohteiden ristiintaulukoinnin Khin-neliötestin p:n arvoksi 0,000. Jos p:n arvo on $\leq 0{,}001$, se on tilastollisesti erittäin merkitsevä. Sellaiset oppilaat, jotka ovat kyenneet ratkaisemaan koetehtäviä kappalemäärältään eniten, ovat käyttäneet kokeen tekemiseen kaikkein vähiten aikaa. Vastaavasti kukaan oppilaista, joilla kokeen tekemiseen on kulunut paljon aikaa, ei ole kyennyt laskemaan 41–60 koetehtävää (taulukko 2). Huomioitaessa Junnauskokeelle asetettu viiden minuutin aikaraja (taulukko 3) voidaan huomata, että mitä enemmän oppilas on kappalemäärältään kyennyt laskuja ratkaisemaan, sitä enemmän niitä on myös lukumäärällisesti oikein.

TAULUKKO 2. Viidessä minuutissa laskettujen laskujen lukumäärä kokonaisaika huomioiden.

		Laskettujen laskujen lukumäärä 5 min						Yhteensä	
		2–20		21–40		41–60			
		Opp.	%	Opp.	%	Opp.	%	Opp.	%
Kokonaisaika min	4,00–9,00	0	0	4	33	8	67	12	100
	9,01–14,00	1	6	16	89	1	6	18	100
	14,01-20,00	13	72	5	28	0	0	18	100
	20,01-35,10	13	87	2	13	0	0	15	100
Yhteensä		27	43	27	43	9	14	63	100

TAULUKKO 3. Viidessä minuutissa laskettujen ja viidessä minuutissa oikein laskettujen tehtävien yhteys.

		Oikein laskettujen laskujen lkm						Yhteensä	
		2–20		21–40		41–60			
		Opp.	%	Opp.	%	Opp.	%	Opp.	%
Laskettujen laskujen koko-naismäärä 5 min	2–20	27	100	0	0	0	0	27	100
	21–40	2	7	25	93	0	0	27	100
	41–60	0	0	0	0	9	100	9	100
Yhteensä		29	46	25	40	9	14	63	100

Tässä tutkimuksessa saadut tulokset osoittavat, että tutkimusjoukkoon kuuluvista oppilaista vain yhdellä olivat peruslaskutoimitukset lukualueella 0–20:een automaation tasolla tutkimusajankohtana Junnauskokeen vaatimusten mukaisesti. Seuraavaksi paras tulosryhmä olivat oppilaat, joilta kului kokeen tekemiseen aikaa 4,00–9,00 minuuttia ja heidän oikein saadut ratkaisut vaihtelivat 51–60:een. Kyseisiä oppilaita oli 11 kappaletta.

Tutkimus osoittanee, että automaation tasolle yltävä laskutaito jo alkuopetuksessa tuottaa lapselle parhaan mahdollisen tuloksen. Virheiden mahdollisuus pienenee, kun oppilaan ei tarvitse joka kerta laskea ratkaistavana olevaa laskua erikseen. Kuten Näveri (2006, 377) asian ilmaisee automaatiotason laskutaito peruslaskutoimitusten osalta vapauttaa oppilaan työmuistia uusien asioiden oppimiseen. Taidon saavuttaminen on vaatinut kuitenkin jo lapsen varhaisten matemaattisten taitojen kehittymistä mm. subitisaation alueella. Trickin ja Pylyshynin (1994, 88) muistuttavat, että tunnistettaessa pieniä lukumääriä subitisaation kautta lapsen on mahdollista saada oikea tulos nopeasti ja tarkasti. Laskemisprosessin kompleksisuus on huomattavasti alttiimpi virheille ja se vie enemmän aikaa. Tämä toteamus ja tutkimuksen tulos yhdessä tukenee Junnauskokeessa asetetun aikarajan käyttämisen järkevyyttä. On oppilaan etu, jos hän kykenee laskemaan Junnauskokeen annetussa ajassa, jolloin se osoittaa oppilaan laskutaidon olevan automaation tasolla.

Tehdyn tutkimuksen mukaan aika on yksi asia, johon opettajan tulisi kiinnittää huomiota havainnoidessaan oppilaidensa menestymistä matematiikan peruslaskutoimitusten osalta. Peruslaskutoimituksien ollessa automaation tasolla oppilaalla ei mene paljon aikaa niiden ratkaisemiseen. Tällöin oppilas ei enää esim. käytä apunaan sormia tai joitakin muita konkreettisia apukeinoja, jotka hidastavat tehtävien ratkaisua. Aivan kuten Aunio ym. (2004) toteavat, että konkreettisesti lukujonotaitojen kehittyminen lapsen kohdalla näkyy muutoksina hänen tavassaan laskea yhteen- ja vähennyslaskuja. Ensimmäisenä merkittävänä asiana kehityksessä tulee esiin lapsen riippumattomuus ulkoisesta tuesta. Ulkoisiin lukujen ja lukumäärien symboleihin tukeutuminen vähentyy suhteessa siihen, millainen käsitys lapsella on luvuista ja lukujonoista. (Aunio ym. 2004, 205.)

8.2 Toisen luokan oppilaiden eroavaisuuksia Junnauskokeessa 0–20

Sukupuoli

Tarkasteltaessa koko tutkimusjoukkoa sukupuolen suhteen suhteessa oikein laskettujen laskujen määrään tulokset näyttävät jakaantuvan tasaisesti (taulukko 4). Suurin osa sekä tytöistä että pojista laski kaikista laskuista 51–60 laskua oikein. Tytöistä tähän luokkaan sijoittui 80 % ja pojista 89 %. Tyttöjen hieman pienempi määrä parhaassa luokassa selittynee sillä, että heitä oli keskimmäisessä ryhmässä (41–50) 9 % enemmän kuin poikia. Tässä aineistossa parhaat laskijat löytyivät pojista, vaikkakaan se ei ollut tilastollisesti merkitsevä, koska tuloksista laskettu Khin-neliötesti antaa p:n arvoksi 0,380.

TAULUKKO 4. Sukupuolen ja oikein ratkaistujen tehtävien välinen yhteys.

		Oikeita ratkaistuja tehtäviä kpl						Yhteensä	
		0–40		41–50		51–60			
		Opp.	%	Opp.	%	Opp.	%	Opp.	%
Sukupuoli	tyttö	2	8	3	12	20	80	25	100
	poika	3	8	1	3	34	89	38	100
Yhteensä		5	8	4	6	54	86	63	100

B-luokasta saadut luokkakohtaiset tulokset noudattivat samaa linjaa kuin koko tutkimusjoukosta saadut tulokset. Tytöistä 80 % ja pojista 90 % ylsi ratkaisuissaan parhaimpaan pistejakaumaan eli laskuista oli oikein 51–60. C- luokassa prosenttiluvut sen sijaan hieman muuttuivat toisin päin. Tässä luokassa tytöt saavuttivat 100 %:isesti parhaan pistejakauman ja pojista samaan tulokseen ylsi 92 %. A-luokassa prosenttijakauma erosi kaikkein selkeimmin sukupuolittain. Siellä tytöistä 57 % saavutti parhaan tuloksen ja pojista siihen pääsi 85 %. Tämän luokan vertailussa ristiintaulukoinnissa p:n arvoksi Khin-neliötestillä tulee 0,069, joten tämäkään tulos ei ole tilastollisesti merkitsevä. Tulos kuitenkin poikkeaa muiden luokan tuloksista sen verran, että se herätti tutkijan huomion. Pojat kuitenkin kehittyvät matemaattisesti tyttöjä aiemmin, joka osaltaan voi selittää tässä tapauksessa saatuja tuloksia. Samansuuntaisiin tuloksiin on päästy myös muissa tutkimuksissa, joissa on selvitetty sukupuolten välisiä eroja matematiikan oppimistuloksissa (Linnanmäki 2004, 248; Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004, 710.) Pääsääntöisesti sukupuoli ei kuitenkaan ole selittävä tekijä oppilaan matemaattisessa menestymisessä tässä tutkimuksessa.

Sydänparien hallitseminen

Tarkasteltaessa koko tutkimusjoukkoa sekä kokonaisuutena että yksittäisinä luokkina näyttänee sydänparien hallinnalla olevan positiivinen vaikutus muiden peruslaskutoimituksien hallintaan lukualueella 0–20. Sydänparien hallinta muodosti tulosten mukaan selviä eroja oppilaiden menestymiseen Junnauskokeessa. Nostan tutkimustuloksista esiin Junnauskokeeseen sisältyvien sydänparien ja 9 lisää ja 9 pois laskujen kesken tehdyn vertailun ristiintaulukoinnin kautta. Varmistettuani faktorianalyysin kautta, että 9 lisää ja 9 pois mittaavat samaa asiaa yhdistin nämä laskut kymmenen ylitystä/alitusta mittaaviksi tehtäviksi (Liite 6). Näiden laskujen kohdalla oppilaan on siis joka kerta suoritettava kymmenen ylitys tai alitus ratkaistakseen tehtävän.

TAULUKKO 5. Sydänparien ja kymmenen ylityksen/alituksen hallitsemisen yhteys koko tutkimusjoukossa.

		Kymmenen ylitys/alitus				Yhteensä	
		4–9 kpl		10–12 kpl			
		Opp.	%	Opp.	%	Opp.	%
Sydänparit	5–9	3	75	1	25	4	100
kpl	10–12	10	18	47	82	57	100
Yhteensä		13	21	48	79	61	100

Sydänparien hyvä hallinta (10–12 laskua oikein) osoitti, että 82 % näistä oppilaista hallitsee myös kymmenen ylitykset parhaiten. Vastaavaan tulokseen pääsi 25 % niistä oppilaista, jotka olivat saaneet sydänpareista oikein 5–9 laskua (taulukko 5). Luokittain tarkasteltuna A-luokassa oppilaista, jotka olivat saaneet 10–12 laskua oikein sydänparien 12 laskusta, oli 81 % kyennyt laskemaan vastaavan määrän laskuja oikein myös kymmenen yli menevissä 12 laskussa. Sitä vastoin, jos oppilas oli laskenut sydänpareista oikein 5–9 laskua, prosenttiluku oli 33 %. B-luokassa vastaavasti 80 % oppilaista sijoittui parhaaseen ryhmään. Vain yksi oppilas oli laskenut sydänpareista 5–9 laskua oikein ja hänen kohdallaan kymmenen ylityksessäkin onnistuminen jäi alle 10:nen laskun. C-luokassa kaikki oppilaat olivat laskeneen sydänpareissa 10–12 laskua oikein. Heistä 14 % sai 4–9 laskua oikein kymmenen ylityksissä ja vastaavasti 86 % onnistui laskemaan kymmenen ylityksistä oikein 10–12 laskua. Yhdenkään luokan tulokset eivät poikenneet merkittävästi koko tutkimusjoukon tuloksista tehdyssä vertailussa.

Laskettaessa sydänparien ja kymmenen yli/ali menevien laskujen Khin-neliötestin arvo koko tutkimusjoukon tuloksista p:n arvoksi saadaan 0,007. Jos p:n arvo on ≤ 0,01, on se tilastollisesti merkitsevä. Aineistossa on kuitenkin liian pieniä luokkia testin laskemisen kannalta. Niitä on 50 %, kun niitä saisi olla vain 20 %. Tästä johtuen tuloksiin tulee suhtautua varauksella eikä niitä voi yleistää perusjoukkoon. Tässä tutkimuksessa kuitenkin sydänparien hallitsemisella oli tilastollista merkitsevyyttä kymmen ylityksiin/alituksiin liittyvissä laskuissa. Sydänparien osaamisella oli vaikutusta myös tuplien hallitsemiseen tutkimustulosten mukaan. Mutta näiden riippuvuuden vertailussa Khin-neliötestin antama p:n arvo vaihteli. A-luokan osalta se oli 0,517 ja B-luokan tulos antoi p:n arvoksi 0,000, joka on jo tilastollisesti erittäin merkitsevä. C-luokan osalta p:n arvo ei ole käytettävissä, koska luokan kaikki oppilaat olivat laskeneet tuplista 10–12 laskua oikein ja näin ollen SPSS- ohjelma ei teknisistä syistä laskenut vertailulle Khin-neliötestin arvoa.

Sydänparien hallinnan taustalla on kymmenen hajotelmien hallitseminen automaation tasolla. Muiden muassa Ikäheimon (1997, 14) mukaan yhteen- ja vähennyslaskuja edeltävä taito on lukujen hajottaminen ja koonta. Taidon hallitseminen auttaa lasta lukujonotaitojen haltuun saamisessa, jolloin lapsi osaa liikkua lukujonossa sujuvasti eteen- ja taaksepäin eripituisia askelia. Aunion ym. (2004) mukaan lapsi on saavuttanut lukujonotaitojen edistyneimmän tason, kun hän ymmärtää kahden pienemmän luvun yhteen laskemisen muodostavan suuremman luvun. Tässä lapsen matemaattisen kehityksen vaiheessa lukujonotaidot ja yhteen- ja vähennyslaskutaidot muodostavat toisiaan positiivisesti tukevan kehän. Lapsi on siis saavuttanut taidon, joka mahdollistaa hänet liikkumaan lukujonossa kahteen suuntaan eripituisia askelia käyttäen. Tällöin hänelle on auennut myös vähentämisessä tarvittavat strategiat. (Aunio ym. 2004, 202–203, 205.)

8.3 Oppilaiden käyttämiä laskustrategioita Junnauskokeessa 0–20

Analysoidessani tutkimusjoukkoon kuuluvien oppilaiden käyttämiä laskustrategioita Junnauskokeessa on ensisijaisena aineistonani ollut koetilanteessa taltioitu video ja oppilaiden haastattelut. Haastattelun aikana oppilaat laskivat seuraavat peruslaskutoimitukset: 4+4, 10+3, 5+9, 11–9, 7+3, 9+8 ja 16–10.

Sormista laskeminen

Jo koetilanteessa tapahtuneet ja taltioidusta videosta tekemäni havainnot vahvistavat itselläni ollutta ennakkokäsitystä siitä kuinka paljon toisen luokan oppilaat käyttävät sormia apunaan laskiessaan peruslaskutoimituksia lukualueella 0–20. Omiin sormiin tukeutuminen oli ylivoimaisesti käytetyin apukeino laskujen ratkaisujen yhteydessä. Silmämääräisesti tarkasteltuna luokat eivät eronneet toisistaan sormien käytön suhteen. Huomattavaa oli, että myös niiden oppilaiden joukossa, jotka saivat oikeita ratkaisuja 51–60, oli paljon sormista laskijoita. Tämä havainto tukee aiemmin esittämiäni tuloksia Junnauskokeen osalta. Kokeeseen sisältyvien peruslaskujen hallinta ei ole vielä tutkimusjoukon oppilailla automaation tasolla.

Tässä tutkimuksessa saadut tulokset ovat samansuuntaisia Aunion (2008) esittämän tutkimuksen kanssa, jossa hän viittaa Jordanin, Hanichin ja Kaplanin (2003b) tekemään tutkimukseen. Em. tutkijoiden mukaan aritmeettisten faktojen muistamattomuus ja sujumattomuus olivat tyypillisiä lapsille, joilla oli matemaattisia vaikeuksia. Heidän kohdallaan sormien käyttö oli todella tärkeässä osassa tehtävien ratkaisuissa. Tutkimuksen mukaan sormista laskemisesta hyötyivät enemmän ne oppilaat, joilla oli vain matemaattisia vaikeuksia kuin oppilaat, joilla oli myös lukivaikeuksia. (Aunio 2008)

Kaikkien tutkittavien oppilaiden kohdalla ei tässä tutkimusjoukossa ole nähdäkseni kysymys niin suurista matematiikan oppimisvaikeuksista, että ne yltäisivät tautiluokituksen tasolle (ks. Räsänen & Ahonen 2002). Enemmänkin on kyse ehkä siitä, että oppilailta ei ole vaadittu automaatiotason osaamista peruslaskutoimituksien osalta. Opettajien haastatteluista saamani käsityksen mukaan opettajat eivät olleet ajatelleet automaation tasolla olevaa laskutaitoa käytännössä, joskin tiedostivat sen. Sen tietoinen ja päämäärähakuinen toteuttaminen ei ole heille kuitenkaan jokapäiväinen käytäntö. Opettajien kanssa käydyissä haastatteluissa ilmeni, että esim. Junnauskoe oli jokaiselle opettajalle aivan outo ja he eivät olleet tietoisesti mitanneet oppilaidensa automaatiotason laskutaitoa myöskään millään muulla testillä.

> ”H: Aivan justiinsa. No niin, olitko aikaisemmin nähnyt tai jotenkin tutustunut junnauskokeeseen?
> Opett.: En. Sanakin oli minulle ihan outo.
> H: Aivan. Kyllä.
> Opett.: Ei ole tullut missään vastaan.”

> ”H: No olitko sä ennen nähnyt junnauskoetta ennen kuin mä toin?
> Opett.: En.”

> ”H: Olitko sä koskaan aikaisemmin kuullut tai nähnyt junnauskoetta?
> Opett: En ollut. En ollut kuullut enkä nähnyt.”

Osalla oppilaista oli kuitenkin selviä matemaattisia taitopuutteita, jotka ilmenevät esim. laskusääntöjen ja lukujonotaitojen heikkoutena (ks. Räsänen & Ahonen 2004, 277.) Esim. haastatelluista oppilaista C 43 mietti yhteenlaskua 5+9 seuraavasti:

> H: Sitten on tämmöinen lasku, että 5 ja lisää siihen 9.
> (Oppilas ottaa 5 helmeä ja 9 helmeä laskien erikseen kummankin yhteenlaskettavan ryhmän.)
> C 43: Viiteen yhdeksän?
> H: Kyllä. C 43: 14. (Oppilas muodosti vastauksen laskien joka helmen erikseen, vaikka hetkeä aikaisemmin hän oli varmistanut, että punaiset helmet muodostavat 10 helmen ryhmän.)
> H: 14, kyllä. Näitkö sää vastauksen nauhalta vai laskitko siihen helmiä?
> J: Laskin mää helmiä.”

Analysoidessani haastattelemieni oppilaiden käyttämiä laskustrategioita olen verrannut heidän käytänteitään Thurstonin (1990) esittelemään malliin strategioiden kehittymisestä (ks. s.23).

TAULUKKO 6. Haastateltujen oppilaiden menestyminen Junnauskoe 0–20 ja heidän käyttämien laskustrategioiden jakaantuminen Thurstonin (1990) esittelemän mallin mukaisesti.

Oppilas	Kokonais-aika min	Oikeat ratkaisut kpl	5 min ratkaistut tehtävät kpl	Count-all	Count-both	Count-on	Count-on from larger	Derived fact	Know fact
A 1	19.09	38	19				*		
A 7	24.54	54	21				*		*
A 12	16.19	55	19	*			*		
A 20	10.49	59	23					*	*
B 22	7.10	60	49					*	*
B 34	14.00	56	25				*		*
B 38	24.45	41	18				*	*	
C 43	32.44	38	15	*			*		
C 50	4.30	60	60					*	*
C 63	9.10	55	32				*	*	

Jokainen haastatteluun osallistunut oppilas käytti peruslaskutoimituksien yhteydessä hyväkseen kahta eri laskustrategiaa (taulukko 6). Kahden oppilaan kohdalla(A 12, C 43) strategioiden välisen taitotason ero on suuri. Ero voinee johtua myös teknisistä asioista haastattelun yhteydessä. Esim. oppilaan tottumattomuus käyttää helminauhaa apunaan laskiessa voi vaikuttaa tulokseen. Kyseisten oppilaiden kohdalla oli kuitenkin usean laskun kohdalla selkeä poikkeavuus muiden oppilaiden tapaan laskea peruslaskutoimituksia. A 12 oppilaan kohdalla Count-on from larger- taso tuli näkyviin lähinnä silloin, kun tehtävän ratkaisu päätyi 10:een tai vähän 10:nen yli nimenomaan yhteenlaskujen kohdalla. Kyseisen oppilaan kohdalla kiinnittää huomiota kuitenkin kokeen tekemiseen käytetty kokonaisaika. Se on 16.19 minuuttia, vaikka oppilas laski useissa tehtävissä yksittäisiä helmiä helminauhasta ja itse kokeen aikana hän käytti lähes jokaisen ratkaisun kohdalla sormia apunaan. Oppilaan C 43:n kohdalla strategioiden välistä eroa selittää oppilaan huono keskittyminen kokeen tekemiseen. Jo koetilanteessa tekemäni havainnot ja myöhemmin videolta tarkistetut tilanteet osoittivat miten ailahtelevaa kyseisen oppilaan työskentely oli. Yhden yhteenlaskun kohdalla oppilas saattoi nostaa sormiaan ylös, käyttääkseen niitä apuna tuloksen saamisessa, jopa 8 kertaa. Haastattelun aikana hän osoitti ruumiin kielellä varsin selkeästi, että annetut tehtävät eivät kiinnostaneet häntä. Kyseinen oppilas sai ratkaistua kuitenkin 38 tehtävää oikein, mutta tyhjiä kohtia jäi 14. Tämän oppilaan tilanteessa on nähdäkseni kysymys oppimisvaikeuksista, jotka ovat tarkkaavaisuuspohjaisia häiriöitä (ks. Räsänen & Ahonen 2004).

Seitsemän oppilasta kymmenestä hyödynsi Count-on from larger- tasoa. Haastattelussa tällä tasolla oleva oppilas laski esim. yhteenlaskun 10+3 siten, että hän muodosti yhteenlaskettavista helmistä yhtenäisen jonon ja vastauksen hän sai laskemalla kolme päälle 10, eli ”11, 12 ja 13”. Sekä Derived fact että Know fact tasolla oli 5 oppilasta. Derived fact tasolla oppilas kykenee liikkumaan sujuvasti lukujonossa sekä eteen- että taaksepäin ja hän käyttää taitoaan hyväksi laskutehtävien ratkaisuissa. Haastateltavista oppilaista A 20 selitti laskevansa 5+9 yhteenlaskun seuraavalla tavalla:

> ”Silleen, että jos kymmeneen lisätään viis, niin se on 15 ja nytten siitä vähennetään yksi, niin silloin se on 14.”

Toinen oppilas, C 50, ajattelee puolestaan yhteenlaskun 9+8 näin:

> " Mää otan tästä näin 9 ja sitten otan kasista yhen ja sinne jää seitsemän. Tässä näin on 10 ja sitten se on seitsemäntoista."

Tässä tutkimuksessa Know fact- tasolle antamiensa vastauksien perusteella kykeni 5 oppilasta 10:stä eli 50 %. Tämä tulos ei kuitenkaan suoraan tarkoita sitä, että kaikilla viidellä oppilaalla taitotaso olisi peruslasku toimituksien osalta automaation tasolla. Tuloksessa on mukana kaikki sellaiset vastaukset, jotka osoittautuivat olevan automaation tasolla. Puolet oppilaista kykeni vastaamaan automaatiotason tasoisesti esim. sydänpareja koskeneisiin tehtäviin. Mutta sekä tehdyn Junnauskokeen että haastattelun perusteella vain yksi oppilas, C 50, kykeni laskemaan kaikki laskut automaation tasolla. Lähelle tätä tasoa pääsivät myös oppilaat A 20 ja B 22. Heidän kohdallaan on realistista odottaa, että peruslaskutoimitukset ovat automaation tasolla kolmannen luokan alkaessa. Tulosta voi A 22:n kohdalla hieman vääristää se, että hänen oli erittäin vaikea laskea helminauhan avulla, koska hän ei omien sanojensa mukaan ollut juuri koskaan käyttänyt sitä apunaan ratkaistessa laskutehtäviä. Kyseisen oppilaan ääneen ajattelu laskemisen aikana vakuutti kuitenkin tutkijan hänen tasostaan, jossa hän tutkimushetkellä oli.

Subitisaatio ja ryhmittely

Kaikilla haastatetuilla oppilailla subitisaatio oli kehittynyt alueelle, jossa he kykenivät selkeästi hahmottamaan 3–4 helmeä helminauhasta yhdellä silmäyksellä. Taito tuli esiin erityisesti silloin, kun haastateltavat ryhmittelivät helmistä yhteenlaskettavia helmiryhmiä. Yksi oppilas, A 7, käytti subitisaatiota hyväkseen myös isompien lukujen tunnistamisen yhteydessä. Hänen tavassaan hahmottaa lukuja, tuli selkeästi esiin ryhmittely. Haastattelutilanteessa oppilas käsitteli numeroa 6 ja 8 ryhmittelyn kautta.

> ”H: Hienoa. Hienosti osasit laskea. Jos yhdeksään lisätään kahdeksan niin mitenkähän se tehdään helmillä?
> A 7: Otetaan eka, että yhdeksän sitten lisätään siihen kaksi neljää tai siis no niin 17. (Oppilas laski numerot 10:stä eteenpäin muodostaessaan vastausta.)
> H: Hyvä. Laita sinne ylös. Hienoa ja sitten tällainen viimeinen lasku tällä erää 16–10.
> A 7: Näin! (Oppilas laskee kaikki 16 helmeä erikseen.) Ja sitten miinus kymmenen… 6. (Oppilas vähentää helmiä erikseen. Hän jakaa 6 helmeä kahden kolmen helmen ryhmäksi muodostaessaan vastausta.)”

Lepolan ja Hannulan (2006) mukaan edellä mainitun kaltaisen taidon hallitseminen osoittaa kyseisen oppilaan lukujen ja aritmeettisten taitojen integroitumisen edenneen normaalilla tavalla. Oppilaan numeroiden käsittelytaito osoittaa, että hänellä on taito kiinnittää huomiota siihen kuinka monta jotakin on tarkasteltavassa joukossa. Oppilas siis osaa rajata joukkoa, jolloin hän käyttää hyväkseen subitisaatiota tunnistaessaan joukon tarkkaa lukumäärää. Tämä taidon hallitseminen on edellytys sille, että oppilas kykenee tekemään vertailuja lukujen ja ominaisuuksien välillä. Kun vertaileminen onnistuu, oppilaalla on edellytykset ymmärtää, että lukumääriä voidaan hajottaa osajoukoiksi ja osat puolestaan yhdistää kokonaisuuksiksi. (Lepola & Hannula 2006, 135.)

Sydänparit

Lähes kaikki haastatellut oppilaat käyttivät sydänpareja avukseen laskiessaan peruslaskutoimituksia lukualueella 0–20. Kysyessäni useimmat heistä myös muistivat mitkä luvut muodostavat sydänparit. Taito tuli varsin selkeästi näkyviin haastattelussa oppilaiden laskiessa yhteenlaskun 7+3. Kaikki oppilaat huomasivat heti mistä oli kyse. Yksi haastatelluista oppilaista, B 22, siltasi taitonsa myös yhteenlaskuun 9+8.

> ”H: Hienoa. Sitten on tämmönen lasku, että 9 ja siihen sinun pitäs lisätä kahdeksan. Mitenkäs sä sen lasket nyt nuilla helmillä?
> B 22: Mä otan eka yheksän ja sitten kahdeksan.
> H: Ja paljonko sä saat vastaukseksi?
> B 22: seittemäntoista.
> H: Kyllä. Jos sää aattelet nyt tätä 17 niin tiesitkö sä, että tässä on seittemäntoista vai ajattelitko, että tänne jäi vähäsen? (Näytän helminauhan toisessa päässä olevaa kolmea helmeä.) Miten sä ajattelit sen laskun?
> B 22: No ku, seittemän ja kolme on kymppipari, niin tota niin mä jätin tonne kolme.
> H: Niin sä sitten tiesit, että se homma toimii myös kahellakymmenellä. Aivan. Tosi hienosti sä kyllä aattelet.

Kokonaisuudessaan oppilailla on käytössä paljon erilaisia keinoja selvitä eteen tulevista peruslaskutoimituksista. Huolestuttavaa kuitenkin on, että selkeimpänä keinona esiin nousi sormien hyväksi käyttö, joka kertoo automaatiotason vähäisyydestä. Sormien käytössä ilmenee kuitenkin variaatioita riippuen siitä, kuinka oppilas hahmottaa luvut ja lukujonot. Heikoimmassa päässä on taito, jossa oppilas aloittaa laskemisen joka kerta ykkösestä ja toisen taitotason ääripään muodostavat lapset, jotka käyttävät sormia vain osoittamaan yhteenlaskettavien tai vähennettävien lukumäärää. Tutkimusjoukkoon kuului muutamia sellaisia oppilaita, joiden kohdalla tulisi palata varmistamaan heidän ymmärtämystään luvuista, lukujonosta ja kymmenjärjestelmästä.

Lepola, Niemi, Kuikka ja Hannula (2005) ovat saaneet tutkimuksissaan tuloksia, joiden mukaan alkuopetuksen aikana saavutetut taidot lukemisessa ja matematiikassa ovat ensiarvoisen tärkeitä. Jos lapsi jää jälkeen ikätovereistaan jo koulutiensä alkumetreillä hänen kohdallaan on odotettavissa motivaatio-ongelmia, jotka puolestaan heikentävät lapsen aloitteellisuutta ja itseohjautuvuutta erilaisissa opetustilanteissa. Motivaation puute vähentää myös lapsen omaehtoista harjoittelua ja ponnistelua, joka on omiaan ehkäisemään lapsen oppimistaitojen kehittymiselle välttämättömien automatismien muotoutumista. (Lepola ym. 2005, 265). Tällainen tilanne yksittäisen lapsen kohdalla johtaa mitä todennäköisimmin matemaattisiin oppimisvaikeuksiin, johon puolestaan luokanopettajan olisi puututtava mahdollisimman varhaisessa vaiheessa.

8.4 Opettajien näkemyksiä matematiikan oppimisen keskeisistä asioista alkuopetuksessa

Analysoidessani opettajien haastatteluita fenomenografisen tutkimustavanomaisesti kategorioiden kautta matematiikan oppimisen kannalta keskeiset asiat jakaantuivat neljään kategoriaan: taito, tunne, yhteys arkipäivään ja yhteys äidinkieleen.

Taito

Keskustellessani opettajien kanssa alkuopetuksen matematiikan keskeisistä sisällöistä opettajat nostivat ensimmäisenä esiin taitotavoitteet. He kaikki katsoivat peruslaskutoimitusten, yhteen-, vähennys- ja myös kertolaskun, olevan etusijalla matematiikan oppimisen suhteen. Yksittäisinä, tärkeinä, varhaisina matemaattisina perustaitoina opettajat mainitsivat lukukäsitteen, kymmenen ylityksen, vertailemisen ja lukujonotaitojen hallitsemisen.

> ”No kaikesta tärkeintä minusta on ainakin, että niin kuin sais ne perusteet, tällaiset peruslaskutoimitukset hallintaan, yhteen-, vähennys- ja kertolasku.”

> ”No ehkä just semmonen, … tietysti kaikki semmoset niin ku sais olla vahva sellaset lukujonotaidot ja sitten nimenomaan tää kymmen ylitys esimerkiks se on tärkee ja, … en mä tiedä. Vaikea keksiä sillain enempää, mutta ainakin nämä kaksi.”

> ”Lukukäsite on selvä ja ossaa numerot ja ymmärtää suuruuserot ja pystyy vertailemaan. Kyllä ne niitä on ja sitten semmosia pareja, yhteenlaskupareja.”

Opettajien käsityksille luo pohjaa Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2004) asettamat vaatimukset matematiikan osalta. Opetussuunnitelman mukaan matematiikan opetuksen edetessä systemaattisesti se luo samalla kestävän pohjan matematiikan käsitteiden, rakenteiden ja abstraktisuuden ymmärtämiselle. Alkuopetuksen keskeisiin sisältöihin kuuluvat muiden muassa vertailu, luokittelu, järjestykseen asettaminen, lukujen hajottaminen ja kokoaminen konkreettisin välinein. Hallittaviin matemaattisiin taitoihin sisältyvät myös yhteen- ja vähennyslasku laskutoimitusten välisine yhteyksineen ja kertolasku. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 156–157.) Edellä mainitun kaltaisten toimintojen harjoitteleminen mahdollistaa lapselle jo alkuopetuksessa yhteen- ja vähennyslaskun käsitteen ymmärtämisen.

Kyseisten peruslaskutoimituksien taakse kätkeytyy paljon varhaisten matemaattisten perustaitojen osaamista, joiden täytyisi olla lapsen hallinnassa jo ennen koulun aloittamista. Opettajat selkeästi tunnistavat tärkeät osa-alueet matematiikassa, mutta tiedostavatko he miten keskeisesti varhaisten matemaattisten taitojen hallinta kätkeytyy alkuopetuksessa opetettavien sisältöjen taakse. Käytännössä alkuopetuksen matematiikka alkaa siitä, mistä oppikirja alkaa.

Tällöin opettajilta saattaa jäädä varmistamatta oppilaidensa hallinnassa olevat jo ennen kouluikää kehittyneet taidot.

Kinnunen (2004) on koonnut muutamia keskeisiä sisältöalueita, joihin luokanopettajan tulisi kiinnittää huomiota arvioidessaan oppilaidensa matemaattisia perustaitoja. Oppilailla, joilla on vaikeuksia, opettajan tulisi vahvistaa lukusuoran ja kymmenjärjestelmän hallintaa esim. rakentamalla leikkien ja pelien yhteydessä fyysisiä lukusuoria. Näitä rakennettuja lukusuoria oppilaat voivat kävellä ja hypellä fyysisesti, joka puolestaan vahvistaa samalla oppilaan ajatuksellista liikkumista lukujonoissa eteen- ja taaksepäin. Pelejä voidaan kohdistaa myös siten, että niiden tiimellyksessä oppilaat fyysisesti käsittelevät esineitä ja laskevat lukumääriä, joka aktivoi oppilaalla lukujen määrällisiä merkityksiä. Lukumäärä harjoittelujen yhteydessä opettajan tulisi kiinnittää huomiota myös siihen, että konkreettiset harjoitustilanteet sisältävät kymmen ylityksiä ja alituksia. Eteen tulevien matemaattisten ongelmien ratkaisuihin opettajien tulisi löytää joustavia ratkaisumalleja. Näin useampi oppilas voi löytää omalle ajattelumallilleen sopivan tavan ratkaista ongelmia. (Kinnunen 2004.) Yksi opettajista nostikin esiin tämän viimeksi mainitun asian kertomalla haastattelussa kuinka hän pyrkii esittämään oppilailleen vaihtoehtoisia ratkaisumalleja matemaattisten ongelmien edessä.

> ”…onhan se ehkä siinä, että kun me tehdään sanallisia tehtäviä, niin mä yritän monella lailla selittää sitä lapsille ja yritän saada lapsille, että ne ymmärtää sen, että voi monella lailla ajatella eri tehtäviä ja ne kuulee erilaisia vaihtoehtoja erilaisista laskuista.”

Tunne

Haastatellut opettajat nostivat esiin varsin keskeisen asian matematiikan oppimisen kannalta kantaessaan huolta siitä, että oppilaalla säilyisi oppimisen ilo myös matematiikan tunneilla.

> ”Ne tulee erimoisella asenteella sinne. Aina odottaa sitä matikan tuntia.”

> ”…tärkeintä on se, että niille ei tuu sellasta tunnetta, että ne on huonoja tai, että ne eivät tykkää matikasta. pitäs pystyä pitämään se se tunne, että ne vois nauttia siittä ja ja se, että niillä olis , että ne tykkää ratkoa ongelmia, että ne kun tulee ensimmäinen ongelma eteen niin ne ei ajattele, että mä en osaa, vaan että nytpä tässä ois kiva asia, joka pitäisi saada selville. Ettei niillä latistu heti.”

> ”Varsinkin ekaluokalla erittäin innostuneita, koska ne sitä ossaa paremmin semmosetkin jotka eivät vielä lue tai tai ovat heikompia siinä. Matikka on semmonen mieluinen aine.”

Oppimistilanteisiin liittyy aina myös tunnepohjaisia asioita, joiden huomioiminen opetuksessa on ensiarvoisen tärkeää. Jatkuvat epäonnistumiset ja epäonnistumisen pelot saattavat aiheuttaa oppilaalle jopa ahdistuneisuutta, joka pahimmassa tapauksessa estää lapsen oppimista. Tästä tilanteesta muotoutuu helposti oppilaan kohdalle negatiivinen kierre, joka puolestaan johtaa edelleen suurempiin matemaattisiin oppimisvaikeuksiin (ks. Räsänen & Ahonen 2002; Ikäheimo 1994).

Yhteys arkipäivään

Opettajien näkemykset tukevat vahvasti jo aiemmin tässä tutkimuksessa esille tullutta asiaa arkipäivän yhdistämisen tärkeydestä matematiikan oppimiseen.

> ”Otettais kauppaleikkiä ja käytännön asiaa, missä lapsi luonnollisesti laskee, vaikka ei vielä välttämättä ymmärrä, että tää nyt on jotakin matematiikkaa, vaan että luonnollisesti pystyy käyttämään niitä asioita.”

> ”Ja sitten sillälailla just esimerkeillä oon yrittänyt vähän vaikka, jos rahaakin lainataan tai satasistakin lainataan niin otetaan sieltä yks satanen ja siitä tulee yhteensä kymmenen kymppiä ja sillain.”

> ”Pitäisi olla aikaa siihen tekemällä oppimiseen justiinsa ja peleihin ja tämmöisiin.”

Yhdistämällä matematiikan opettaminen ja arkipäivän tilanteet toisiinsa voidaan monin tavoin helpottaa oppilaiden oppimista. Kiinnittämällä huomiota ympäristöön ja opetustilanteiden monipuolisuuteen oppilaille voidaan tarjota mahdollisuuksia, joissa opittujen ja koettujen tilanteiden mieleenpalauttaminen helpottuu. Tätä kautta opittujen asioiden yleistäminen koululuokan ulkopuolelle tulee luontevammaksi. Matematiikan taitojen opiskelua voidaan kouluopetuksessa integroida myös monien opetettavien aineiden yhteyteen. Monipuolisessa opetuksessa oppilaat kohtaavat matemaattisia tilanteita väistämättäkin aiempien tuttujen kokemuksien ja tilanteiden kautta, jolloin uusien käsitteiden sitominen entiseen tietoon helpottuu. (Puura ym. 2004; Näveri 2006.) Tällöin opetuksessa toteutuu konstruktivistisen oppimiskäsityksen näkemys, jonka mukaan oppija ei koskaan ole ”tyhjä taulu” uudenkaan asian opetustilanteessa. Tämä näkemys korostuu matemaattisten taitojen oppimisessa, koska matematiikan taidot ovat hierarkkisesti rakentuvia. Uuden taidon oppiminen vaatii edellisen taidon ymmärtämistä ja sisäistämistä. Joissakin tapauksissa vaaditaan jopa matemaattisten taitojen automatisoitumista.

Yhteys äidinkieleen

Yksi haastatelluista opettajista pohti äidinkielen ja matemaattisten taitojen yhteyttä keskustelun aikana.

> ”…se on mun mielestä aika paljon myös siihen äidinkieleen liittyvä. Varsinkin kaikki sanalliset jutut. Yleensä se ymmärtäminen ja niiden käsitteiden ymmärtäminen. Eli esimerkiksi mitä mä nyt sanoisin ….., ku mietitään kumpaa on enemmän ja kumpaa on vähemmän siis vertailu ja semmonen…”

> ”sitä oon miettinyt aika paljon, että mä luulen, että mitä enemmän niin ku lapsi on kehittynyt sillain kielellisesti niin sitä paremmin se ainakin ….. niin mä luulen, että se kielellinen kehitys ehkäisee myös matemaattisia ongelmia. Mä luulisin, et se niin menee rinnalla, koska mitä on huomannut omissa oppilaissa. Jos ajattelee vaikka niinkin, että matikassa mahdollisesti tulis vaikeuksia tai ei oo ns. kauhiasti sitä ”matikkapäätä”, tai mitä se sitten onkaan, niin jos vahvistaa tuota kielellistä puolta, niin se varmaan auttaa myös siihen matikkaan. Luulisin näin. Oppimisessa.”

Kyseisen opettajan ajatukset äidinkielen ja matematiikan yhteydestä toisiinsa on tällä hetkellä erittäin keskeinen ja tutkijoiden keskuudessa ajankohtainen aihe. Muiden muassa vuonna 2006 alkaneen Alkuportaat-seurantatutkimuksen yhteydessä on saatu tuloksia, joiden mukaan äidinkielen ja matematiikan taidoilla on yhteyttä keskenään. Nimenomaan niin, että äidinkielen heikkoudet ennustavat vaikeuksia myös matematiikassa. (Lerkkanen & Poikkeus 2006, 4.) Tutkijoiden mukaan lukutaito korreloi lukumäärätaitoihin, lukujonotaitoihin, käsitteiden ymmärtämiseen ja kuullun ymmärtämiseen. Huomion kiinnittäminen kielelliseen tietoisuuteen ja lukumäärien havaitsemiseen tukee lasten lukutaidon ja matemaattisten taitojen kehitystä jo ennen kouluikää. (Lerkkanen & Poikkeus 2006, 11.)

Jo Alkuportaat-tutkimuksen tulokset antavat varsin selkeän viestin opettajalle siitä kuinka laajasti oppilaan vaikeuksia tulisi kartoittaa oppimisvaikeuksien yhteydessä. Matemaattisten oppimisvaikeuksien taustalla voi olla kielellisiä vaikeuksia, jotka esim. estävät lapsen ymmärtämästä sanallisia tehtäviä. Tällaisessa tilanteessa opettajan tulisi rohkeasti ja mahdollisimman varhain puuttua lapsen matemaattisiin oppimisvaikeuksiin. Aikaista puuttumista tukee tutkimuksista saadut tulokset, joiden mukaan jo esikouluiässä tehtyjen testien perusteella voidaan ennustaa lapsen myöhempää menestymistä matematiikan oppimisessa. Käytännön koulelämässä matemaattiset vaikeudet eivät saa niin paljon huomiota osakseen kuin lukivaikeudet.

8.5 Matematiikan asema alkuopetuksessa

Tässä tutkimuksessa opettajat käsittelivät matematiikan asemaa opetettavan aineen arvostuksen kautta, joka näkyy lasten edesottamuksissa ja käytettävissä olevissa resursseissa.

Aineen arvostus

Kaikki haastatellut opettajat pitivät matematiikan opettamista tärkeänä, mutta osasta vastauksia kuitenkin joltakin osin heijastuu käsitys, että äidinkielen opetus on vielä keskeisempää alkuopetuksessa.

> ”No.., no mä piän sitä aika tärkeänä.”
>
> ”Kyllä se on oikeastaan niiden kolmen asian; lukemaan, kirjoittamaan, laskemaan se on se kolmikko joka on tärkeitä ja tota aika tärkeää. Tietysti lukemaan opettelu on se yksi mutta…”

Tutkimuksen tekemisen yhteydessä olen lukenut paljon lasten varhaisten matemaattisten taitojen kehittymiseen liittyvää sekä suomalaista että ulkomaista kirjallisuutta. Ymmärrykseni lisääntymisen myötä olen tullut yhä vakuuttuneemmaksi ja tietoisemmaksi siitä, kuinka tärkeää vaihetta lapset elävät alkuopetusvuosinaan matemaattisten taitojen vahvistumisen ja kehittymisen kannalta. Matemaattiset taidot edellyttävät kehittyäkseen päämäärätietoisen opettamisen lisäksi myös sellaisen kulttuurisen ja sosiaalisen ympäristön, joka ruokkii lapsessa käynnissä olevaa kehitysprosessia. Lapsen lähikehityksen vyöhykkeellä tapahtuva matemaattinen kehittyminen vaatii oppimisympäristön, jossa edellä mainittu asiaa otetaan yksilöllisesti huomioon. Luokanopettajat ovat vanhempien lisäksi lähimpiä aikuisia oppilaalle, ja heillä on mahdollisuus vaikuttaa tähän asiaan.

Luokanopettajan tapa opettaa matematiikkaa vaikuttaa myös siihen millaisia valmiuksia oppilas opetuksesta saa omien matemaattisten taitojensa kehittämiseen. Fraivillig, Murphy ja Fuson (1999) ovat tutkimuksessaan jakaneet opettamistyylit kolmeen eri ryhmään: oppilasta tukeva, oppilasta houkutteleva ja oppilaan taitoja laajentava. Näistä tehokkaimmaksi tavaksi matemaattisen ajattelukyvyn kehittämisessä on osoittautunut opettamistyyli, jonka avulla pyritään päämäärätietoisesti etenemän jokaisen oppilaan kohdalla hänen taitojensa ylärajalla. Em. päämäärä toteutuu selkeimmin oppilaan taitoja laajentavassa opettamistyylissä. Myös tässä opettamistyylissä oppilas vaatii opettajan tuen yritykselleen. Tällöin opettajan on oltava selvillä myös oppilaan aikaisemmasta matematiikan opiskelusta. (Fraivillig, Murphy & Fuson 1999, 167.) Tämä opetustyyli huomioi myös Vygotskyn (1982) ajatuksen lapsen lähikehityksen vyöhykkeestä. Edellä mainittu tutkija jatkaa myös, että vain sellainen opetus on hyvää, joka kulkee kehityksen edellä. Kehityksen ei tule koskaan nojautua jo kehittyneisiin vaan kehittymässä oleviin taitoihin. Tällöin opetus voi herättää ne kypsymässä olevat kehitysprosessit, jotka ovat kypsymisvaiheessa lähikehityksen vyöhykkeellä. (Vygotsky 1982, 186.)

Arvostuksen näkyminen oppilaiden kautta

Käydyissä keskusteluista välittyi opettajien innostus opetettavaa ainetta, matematiikkaa kohtaan. Tämä tuli esiin opettajien kokemuksien kautta, jotka ovat muotoutuneet heille eripituisten työurien myötä. Opettajien sanojen mukaan luokissa on innostunut ilmapiiri matematiikan tuntien alkaessa. Tähän kategoriaan liittyvät mielestäni vahvasti myös ne tunteet, joita oppilaat heijastavat luokkaansa saamiensa matematiikka kokemuksien jälkeen.

> ”Lapsethan on suurin osa tai oikeastansa kaikki on erittäin innokkaita matematiikassa, ainakin mitä mulle on tullut oppilaita, nehän rakastaa matematiikkaa, koska se on niin lähellä niiden elämää ollu. Ne on laskenu pienestä asti pikkuautoja, legoja, vertaillu ja tykkää hirviästi laskia ja odottavat ekalla luokalla, että milloin päästään laskemaan ettei puhuta vain pelkistä numeroista. Että ne on tosi innokkaita.”

> ”…lapsethan pittää eka- ja tokaluokalla vielä matematiikasta. Varsinkin ekaluokalla erittäin innostuneita, koska ne sitä ossaa paremmin semmosetkin jotka eivät vielä lue tai ovat heikompia siinä. Matikka on semmoinen mieluinen aine.”

Opettajien esittämät käsitykset ovat varmasti aitoja, mutta luokkiin mahtui myös niitä, joiden mielissä matematiikan tunnit herättivät negatiivisia tunteita. Yksi selitys tutkimuksien mukaan on matematiikan oppimisvaikeudet. Hierarkkisesti rakentuvan matematiikan johdosta oppilas saattaa joutua kokemaan oppimisvaikeuksien myötä useita negatiivisten kokemuksia peräkkäin, jotka entisestään vähentävät kiinnostusta matematiikan opiskelua kohtaan. Toisen haasteellisen ryhmän muodostavat oppilaat, jotka tuntevat matematiikan opiskelemisen olevan jollakin lailla ikävystyttävää. Tämä asia oli nähtävissä myös tässä tutkimuksessa muutaman oppilaan kohdalla. Haastateltujen oppilaiden joukossa oli kaksi oppilasta, joiden mielestä matematiikka tuntui lähinnä tylsältä. Yhden oppilaan mielipide jakaantui sen mukaan olivatko matematiikan tunnilla käsiteltävät laskut hänen mielestään helppoja vai vaikeita.

> ”H : No tuota mitä sä yleensä oot mieltä matikasta?
> A 20: Tylsää.
> H: Miksi se on tylsää?
> A 20: No ko, ei se aina oo tylsää, mutta mutta silleen, että ekalla se oli hirveen tylsää, mutta ei se enää oo niin paljon, mutta ei se vieläkään ole mikään lempiaine.
> H: Mutta osaisitko sanoa syyn, miksi se on tylsää?
> A 20: Ei se ole koko ajan tylsää. No ei jaksa laskia. Se on tylsää.”

> ”H: No miltä sinusta tuntuu ku matematiikan tunti alkaa?
> A 7: Jotenki semmosta vähän niin ku, että taas se alakaa.
> H: Niin, onko se sellaista, että taas se alkaa. (Negatiivinen ilme kasvoilla.) Vai onko se taas se alkaa. (Positiivinen ilme kasvoilla.)
> A 7: Taas se alkaa. (Negatiivinen ilme kasvoilla.)
> H: Miksi se tuntuu taas se alkaa?
> A 7: Se on vähän niin kuin semmosta arkista.”

Oppilaiden antamien kommenttien perusteella on vaikea päästä selville miksi oppilaiden innostus on kadonnut. Oppilaista A 20 kertoo matematiikan olleen todella tylsää ensimmäisellä luokalla. Mutta hän ei esim. kerro, että matematiikka olisi ollut vaikeaa. Myös toisella oppilaalla on nähdäkseni kysymys jostakin muusta kuin vaikeudesta selvitä annetuista tehtävistä. Mieleeni nousee lähinnä ajatus siitä, onko ensimmäisellä luokalla annetussa opetuksessa kyetty ottamaan huomioon oppilaiden aikaisempi osaamistaso. Kinnunen (2004) nostaa esiin muutamia tärkeitä käytännön asioita, joihin opettajien tulisi kiinnittää jokapäiväisessä työskentelyssään huomiota. Oppilaille annettavan opetuksen tulisi olla jokaisen oppilaan kohdalla kohdistettu taitohierarkkisesti oikein, joka johtaa siihen, että opetus on sisällöllisesti oppilaan kannalta sopivan haasteellista. Matematiikan oppimista voisi virikkeellistä esim. hauskan ja mielekkään oppimisympäristön avulla, jolloin työskentely ei tuntuisi niin ”arkiselta”. (Kinnunen, 2004) Edellä mainitut asiat ovat varmasti kaikkien opettajien tiedossa, mutta arkipäivän kiire ja matematiikkaan osoitetut vähäiset resurssit estävät usein opettajan käytännössä toteuttamasta tärkeinä pitämiään periaatteita ja opetusmenetelmiä. On kuitenkin muistettava, että lapsen saamat vahvat matemaattiset perustaidot alkuopetuksessa, tulevat näkymään positiivisesti hänen myöhemmissä matematiikan opinnoissaan. Joidenkin oppilaiden kohdalla taitojen saavuttaminen voi kuitenkin vaatia enemmän aika kuin normaalissa luokkaopetuksessa siihen on mahdollista käyttää.

Resurssit

Haastateltujen opettajien kommenteista tuli esiin heidän huolensa siitä, kuinka vähän matematiikan opettamiseen on resursoitu tunteja toisen luokan oppilaille. Jokainen kunta voi itsenäisesti määritellä tiettyjen raamien sisällä, millainen tuntikehys kunnassa olevilla alkuopetusikäisillä lapsilla on. Tämän mukaan määräytyy myös matematiikan opettamiseen käytettävät resurssit. Kaikki opettajat olivat sitä mieltä, että matematiikan tuntien määrää pitäisi ehdottomasti lisätä.

> ”Alkuopetuksen matematiikassa meillä on ainakin se ongelma, että täällä pitäisi olla enemmän tunteja. Pitäisi olla aikaa siihen tekemällä oppimiseen justiinsa ja peleihin ja tämmöisiin. Meillä ei ole kuin kolme tuntia ja onko se nyt neljännellä, niin niilläkin on viis. Pitäisi olla oikeastaan toisin päin. Että täällähän sitä pitäisi olla aikaa leikkien oppimiseen. Mutta se on, että se kolme tuntia menee siihen, että sä sitä aineista mitä siihen on, että sä sen teet. Nopeammat tietenkin, mutta kyllä siellä niitä perusjuttuja junnataan. Osa ei tietystikään ehdi edes lisätehtäviä tekemään. Mutta tunteja lissää!”

> ”…mun mielestä, jos olis tunteja ja se että meillä on minimit tunneissa, kolme tuntia on liian vähän, että siinä on pakko keskittyä vain niihin peruslaskutoimituksiin. Mutta jos olis enemmän tunteja ja resursseja niin otettais kauppaleikkiä…”

Opettajien kommentista saa sen käsityksen, että jollakin lailla oppikirja on se, joka määrittää mihin on aikaa. Yksi haastateltavista ottikin asian esiin haastattelun lopuksi todeten, että koulussa ollaan liian kirjasidonnaisia.

> ”En tiedä mehän ollaan aika kirjasidonnaisia. Tietysti se on jokaisesta opettajasta kiinni. Eihän meidän tarttis olla.”

Jokaisen opettajan työtä tulisi ohjata opetussuunnitelma. Sieltä löytyvät sisällöt ja tavoitteet joiden tulisi olla opetuksen lähtökohtana huomioiden oppilaiden yksilölliset lähtökohdat ja resurssien suomat mahdollisuudet. Oppikirjojen sisällöt ovat nykyään niin laajoja, että erityisesti alkuopetuksessa opettaja voi oman harkintansa mukaan jättää joidenkin asioiden opettamisen myöhempään ajankohtaan. Näin voidaan vähentää pienten oppilaiden työmuistin kuormittavuutta ja kapasiteetti riittää oleellisten asioiden hallintaan. Vaikka oppikirjojen tarkastus valtakunnallisesti on lopetettu, kirjojen sisällöt yleensä seuraavat opetussuunnitelmien sisältöjä. Tästä näkökulmasta katsottuna matematiikan kirjan tehtävien tekeminen on perusteltua, mutta opettajan tulisi kiinnittää asiaan huomiota eritoten niiden oppilaiden kohdalla, jotka kärsivät matematiikan oppimisvaikeuksista. Kuten Puura ym. (2004, 102) toteavat, että oppikirjat ovat opetuksessa hyvä tuki, mutta ei välttämättömyys joka tilanteessa.

Johtuen matematiikan opetustuntien vähäisyydestä opettajien tulisi entistä enemmän nähdä matematiikka osana kokonaisopetusta. Tällöin matematiikan opiskelu yhdistyy luontevaksi osaksi opetusta ja ennen kaikkea lapsen arkipäivää. Arkipäivän tilanteissa myös matematiikan kielentäminen tulee osaksi opetusta, joka on matemaattisen ajattelun oppimisen edellytys. Integrointi ja matemaattisten asioiden siltaaminen elämän erilaisiin tilanteisiin suo lapselle yhä enemmän harjoituskertoja asioiden käsittelyyn. Tällöin käytetyt opetusmenetelmät muodostuvat usein helpommin lapsikeskeisiksi, joka puolestaan helpottaa lapsen matemaattisen ajattelun kehittymistä.

8.6 Opettajien käsityksiä oppilaidensa laskutaidosta

Kuten olen jo edellä tässä tutkimuksessa maininnut aiemmat tutkimukset osoittavat luokanopettajilla olevan vaikeuksia tunnistaa omassa luokassaan oppilaita, jotka kärsivät matemaattisista oppimisvaikeuksista. (Aunola & Nurmi 1999–2007; Kauppinen 2007.) Tässä tutkimuksessa jokainen opettaja eritteli haastattelussa muutaman oppilaan luokaltaan, joilla oli vaikeuksia matematiikan oppimisessa. Tämä tutkimus osoittanee määrän todellisuudessa olevan suurempi, jos kriteerinä pidetään Junnauskokeen edellyttämää automaatiotason laskutaitoa lukualueella 0–20.

A-luokassa oli kolme oppilasta, jotka saivat 60 pistettä Junnauskokeesta (Liite 7). Kaikilla kuitenkin ylittyi viiden minuutin aikaraja selkeästi. Yhden oppilaan suoritus poikkeaa koko tutkimusjoukon tuloksista oikein ratkaistujen tehtävien ollessa kahdeksan. Kyseisen luokan opettaja kommentoi seuraavasti oppilaidensa osaamista:

> Opp.: ”Omasta luokasta mulla on semmonen käsitys, että sanottasko näin, että tällä hetkellä ainakin tuntuu, että mulla on aika paljon sellasia hyviä laskijoita ja jonkin verran vähän huonompia ja aika vähän niitä keskivertolaskijoita... kaikki laskee tämmöset perus ja yhellä on ollut just kymmenen ylityksessä ehkä eniten vaikeuksia. Että oikeastaan vähän niin ku kahtia jakaantuu aika paljon.

> H: Joo, no aatteletko sää onko sulla yhtään sellaista oppilasta, jolla olisi ihan oppimisvaikeuksia takana?
> Opp.: No yhellä on ainakin ihan niin ku. No se yks oppilas on sillain, että sillä on lukeminen hirveen heikkoa ja se vaikuttaa sitten tämmösiin sanallisiin tehtäviin ja muihin, mutta kyllä se ossaa kuitenkin mekaanisesti aika hyvin.

Kyseisen luokan opettaja tunnisti selkeästi ilmeisesti juuri heikosti menestyneen oppilaan luokastaan matematiikan oppimisvaikeuksista kärsiväksi. Kokonaisuudessa luokka käytti kokeen tekemiseen suhteellisen paljon aikaa vain kahden oppilaan alittaessa 10 minuuttia. Pistemäärissä on myös suurempaa vaihtelua oppilaiden kesken kuin muilla luokilla. Tämä havainto vahvistanee luokanopettajan käsitystä luokan oppilaiden jakaantumisesta matematiikan osaamisen osalta kahteen joukkoon. Lähempi tarkastelu kertonee selkeästi siitä, että näillä oppilailla ei kokeen tekohetkellä ollut vielä peruslaskutoimitukset automaation tasolla.

B-luokan oppilaista neljä saavutti täydet 60 pistettä kokeestaan (Liite 8). 60 pistettä saavuttaneiden oppilaiden suoritusajat poikkeavat toisistaan huomattavasti. Ajat vaihtelevat 7.10–21.09 minuuttiin. Oppilaat ovat oppimistavoiltaan ja temperamenteilta erilaisia, joka jo sinällään asettaa opettajalle suuria haasteita oppimisvaikeuksista kärsivien oppilaiden ohella. Tästäkään luokasta ei kuitenkaan löytynyt yhtään oppilasta, joka olisi alittanut asetettu viiden minuutin aikarajan. Sen sijaan 10 minuutin alittajia löytyi 6. B-luokan oppilaat laskivat kokeen hieman lyhyemmässä ajassa kuin A-luokan oppilaat keskimäärin. Luokasta kuitenkin löytyy oppilas, B 39, joka käytti kokeen tekemiseen tutkimusjoukkoon kuuluneista oppilaista kaikista eniten aikaa. B-luokan opettaja kertoi oppilaiden taidoista seuraavaa:

> ”No multa löytyy lahjakkuuksia, muutama lahjakkuus, jotka osaa ongelman ratkaisua….. suurin osa on semmosta keskitasoa, että oppivat uudet asiat, mutta saattaa olla jossain ongelmanratkaisussa

> sitten, että ei oo kykyä enää sitten niitä itsekseen ratkasta.... Että se keskitaso on sitä, mutta ja sitten on muutama heikko, joilla jotkut tietyt asiat vaativat tosi kauan aikaa, mutta ne oppivat. Perusasiat on kaikki oppinut tähän asti. Että tota oikeen sellasta heikkoa ei oo ollenkaan.

Junnauskokeen tulokset nähdäkseni vahvistavat luokanopettajan käsitystä omien oppilaidensa matematiikan taidoista. Luokalla on paljon oppilaita, jotka laskevat samantasoisesti, tasaisen varmasti. Nopeimmat laskijat erottuvat alle 10 minuutin suoritusajalla. Kahden oppilaan, B 38 ja B 41, suoritus erottuu luokan keskimääräisestä suorituksesta selkeästi, 41 ja 32 pistettä. Luokanopettajan käsitys oman luokan suoriutumistasosta pitää paikkansa, jos vertailupohjana pidetään oppilaiden menestymistä yleensä koulussa pidettävissä kokeissa. Jos vertailupohjana on menestyminen Junnauskokeessa, nähdäkseni oppilaiden taso ei kaikilta osin ole keskitasoa. Automaationtasolle ei kokeen mukaan yltänyt kukaan B-luokan oppilas. Opettajien arviointikriteerinä on tavallisesti se kuinka oppilas selviytyy matematiikan kirjan sisältämistä laskuista tai kirjantekijän tekemistä kokeista. Matematiikan kirjat sisältävät kuitenkin suhteellisen vähän matemaattista ajattelua tai päättelyä mittaavia tehtäviä, koska pääpaino on usein mekaanisissa laskuissa. Kirjoissa on myös esimerkiksi erittäin harvoin tehtäviä, joissa oppilaiden tulisi piirtämisen ja kirjoittamisen avulla ilmaista annetun tehtävän ratkaisu, puhumattakaan sanallista ilmaisua vaativista tehtävistä. Matemaattisen tietoisuuden kehittyminen vaatii kuitenkin yksilöltä sosiaalista aktiivisuutta. Lapset käyttävät kieltä matemaattisen tietoisuuden rakentuessa jakaessaan ideoita toisilleen, kehitellessään yhteisiä teorioita tai jakaessaan kokemuksiaan käyttämistään ratkaisustrategioista. (Perkkilä & Aarnos 2007, 2.) Oppilaan käyttämän sanallisen ilmaisun kautta opettaja voi helposti päästä selville kuinka oppilas ajattelee ratkaistessaan matemaattisia tehtäviä. Jos oppilaalla on väärä ymmärrys esillä olevan tehtävän suhteen, opettaja voi puuttua tilanteeseen heti. Wynn (1997, 338) muistuttaa tutkimuksiensa valossa siitä, kuinka tärkeä on tutkia lasten epäonnistumisia ja onnistumisia, jotta me opettajina voimme saada oikean kuvan lasten laskutaidon kehityksestä.

Tässä tutkimusjoukossa C-luokan oppilaat saavuttivat eniten 60 pisteen tuloksia (Liite 9). Heitä oli seitsemän oppilasta. Luokkaan sijoittui myös kokeen ainut oppilas, joka kykeni laskemaan 60 tehtävää oikein alle viidessä minuutissa. Kokonaisaikojen vaihteluväli luokan oppilaiden kesken oli suuri. Nopeimmalla laskijalla aikaa kului 4.30 minuuttia ja pisimmän ajan käytti puolestaan oppilas, jonka loppuaika oli 32.44 minuuttia. Oppilaiden saamat pistemäärät ovat kuitenkin osittain ristiriitaisia kokeen tekemiseen käytetyn ajan suhteen. Esimerkiksi oppilas C 51 käytti kokeen tekemiseen aikaa 31.02 minuuttia ja saavutti 59 pistettä. Eli myös tämän luokan kohdalla on nähtävissä se kuinka yksilöllisiä oppilaat ovat myös oppimisen kannalta. Junnauskokeen tulos osaltaan nähdäkseni vahvistaa opettajan näkemystä siitä kuinka hänen luokkansa taitaa matematiikan asioita.

> Opp.: Aika tasanen tai sillalailla, että mulla on ne ääripäät, erittäin hyvät ja erittäin huonot ja sitten semmosta aika hyvää keskitasoa. Semmosta kasin luokkaa. Nytkin kun oli viime kokeet, niin oli semmonen tulos, että: 10-, 9-, 9- 10, 8½, 10-, 9, 9+, 8-, 8- , 7+, 8+, 9+, 8+, 8+, 8+, Sitten ne kaksi nelosta. Näillä kahdella kaverilla on asioiden selvittely juuri kesken…
> H: Justiin. Aivan.
> Opp.: Mutta sellaisena yleispiirteenä, että erittäin oppivaisia."

Toisaalla opettaja jatkaa edelleen:

> "Tietenkin mulla on sitten niitä heikkoja parisen kappaletta. Tai oikeastaan vain yksi on todella heikko. Toinen on nyt vähän niin kuin jäämässä kelkasta. Mutta se ei johdu siitä että eikö sillä olisi edellytyksiä älyllisesti, mutta se on ilmeisen a) laiska, b) lapsellinen ja levoton ja se niin ku häirihtee sitä oppimista. Että se osaisi

> enemmän kuin mihin se nyt näyttää taitojansa. Nytkin viimeiset kokkeet meni ihan päin seiniä.”

Myös C-luokan opettaja tunnisti omassa luokassaan oppilaan/oppilaat, joilla oli selkeästi vaikeuksia matematiikan oppimisessa. Asian suhteen luokassa olikin jo ryhdytty toimenpiteisiin.

Tässä tutkimuksessa kaikki opettajat tunnistivat omasta luokastaan oppilaita, joilla oli selkeästi oppimisvaikeuksia matematiikan alueella. Tulos poikkeaa jossakin määrin aikaisemmin tehdyistä tutkimuksista. (vrt. Aunola & Nurmi 2007.) Toisaalta täytyy ottaa huomioon mikä asetetaan kriteeriksi, kun pohditaan, kenellä oppilaalla on oppimisvaikeuksia matematiikan osalta. Jos kriteerinä on Junnauskokeessa menestyminen, tämä tutkimus osoitti, että lähes kaikki oppilaat tarvitsivat vielä tutkimuksen teko hetkellä harjoitusta automaatiotason laskutaidon saavuttamiseen. Tutkimus tuo esiin myös sen kuinka tärkeä varhaisten matemaattisten taitojen hallitseminen todellisuudessa on. Automaation tasoa ei voida saavuttaa ilman näitä taitoja, mutta niin kuin olen jo edellä asiasta maininnut, niin ilmeisesti opettajat eivät ole opetuksessaan kiinnittäneet huomiota automaatiotason saavuttamisen edellytyksiin. Nähdäkseni sen tärkeyttä ja tarpeellisuutta ei ole laajemminkaan vielä ymmärretty alkuopetuksen yhteydessä peruslaskutoimituksien osalta.

Tutkimukseni osoitti myös kokeen tekemiseen käytetyn ajan vaihtelevan suuresti yksittäisten oppilaiden kohdalla. Nähdäkseni tämä kertoo siitä, miten tärkeää luokanopettajan on tuntea omien oppilaidensa oppimisen vaikeudet ja solmukohdat. Toisaalta myös ne kohdat, joissa yksittäinen oppilas suoriutuu vaivattomasti eteenpäin. Riittävän ajan antaminen perustaitojen harjoittelemiseen on alkuopetuksessa äärimmäisen tärkeää vahvan matemaattisen perustan saavuttamiseksi. Eritasoiset laskijat erityisesti alkuopetuksessa tuovat suuria haasteita opettajille. Oppilaiden yksilöllinen huomioiminen on kuitenkin se tapa, jolla jokaiselle oppijalle voidaan turvata paras mahdollinen tulos.

9 POHDINTA

Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää toisen luokan oppilaiden automaatiotason laskutaitoa peruslaskutoimituksien osalta lukualueella 0–20. Käytetyn testin, Junnauskoe 0–20, antamien tulosten pohjalta oppilaiden saavuttamia tuloksia tarkasteltiin sukupuolen suhteen. Junnauskokeen sisältämien laskujen suhteen tutkimuksessa vertailtiin eri laskutehtävistä suoriutumisen yhteyttä toisiinsa. Oppilaiden haastatteluiden avulla pyrittiin selvittämään millaisia laskustrategioita toisen luokan oppilaat käyttävät peruslaskutoimituksien ratkaisemisessa. Opettajille tehdyissä haastatteluissa tutkijan tarkoituksena oli selvittää opettajien käsityksiä matematiikan keskeisistä sisältöalueista ja matematiikan asemasta alkuopetuksessa. Mielenkiinnon kohteena olivat myös opettajien käsitykset heidän omien oppilaidensa taidoista matematiikan alueella.

Automaatiotason laskutaidon arviointiin tässä tutkimuksessa käytettiin Junnauskoe 0–20 testiä, jonka kaikki tutkimusjoukkoon kuuluneet 63 oppilasta suorittivat toisen luokan syyslukukauden aikana. Kymmenen oppilaan ja kolmen opettajan haastattelut toteutettiin kevätlukukauden aikana.

Tässä tutkimuksessa oppilaiden saamat tulokset Junnauskokeessa osoittavat, että oppilaiden laskutaito ei ole automaation tasolla peruslaskutoimituksien osalta lukualueella 0–20 vielä toisen luokan syyslukukaudella. Vain yksi oppilas koko tutkimusjoukosta kykeni laskemaan kaikki laskut oikein testin edellyttämässä ajassa eli viidessä minuutissa. Toisin sanoen 98,4 % tutkimusjoukkoon kuuluneista oppilaista tarvitsi vielä harjoitusta automaatiotason saavuttamiseksi. Tämä tulos tukee tutkijan ennakko-oletusta, joka tutkijalle on muodostunut käytännön työn kautta tutkittavasta asiasta. Yllätys oli kuitenkin, että näin suuri joukko oppilaista ei läpäissyt testiä. Tätä tulosta vahvistaa myös erittäin runsas sormista laskijoiden määrä Junnauskokeen tekemisen yhteydessä. Tutkimuksessa saatu tulos on yhteneväinen aikaisempaan tutkimukseen, jossa Kauppinen (2007) käytti ensimmäisen kerran Junnauskoetta testinä laajemmalla tutkimusjoukolla automaatiotason mittaamisessa.

Tutkimustulos ja opettajien kanssa käydyt keskustelut osoittanevat, että automaatiotason laskutaidon tärkeyteen ei kiinnitetä tarpeeksi huomiota alkuopetuksessa. Automaatiotason laskutaidon tärkeys ja merkitys lapsen matemaattisen kehittymisen kannalta tulee tulla selkeästi esiin jo luokanopettajan koulutuksessa ja jo ammatissa toimiville opettajille viimeistään lisäkoulutuksen kautta. Opettajilla tulisi olla riittävästi tietoa lapsen varhaisten matemaattisten taitojen kehittymisestä, jotta he voisivat ymmärtää kuinka kokonaisvaltaisesta kehitysprosessista on kysymys. Ymmärtäessään matematiikan hierarkkisen rakentumisen vaikutuksen lapsen matemaattiseen kehittymiseen kulttuuristen ja sosiaalisten tekijöiden ohella opettajan on helpompi esim. luoda matematiikan oppimista edistävä oppimisympäristö ja työtavat omaan luokkaansa.

Toinen asia, joka nähdäkseni vaikuttaa automaatiotason laskutaidon vähäiseen huomioimiseen on se, että matematiikan asema ei yleisesti ole niin vahva ja arvostettu alkuopetuksessa kuin äidinkielen taitojen hallitseminen. Edellä mainittu asia tuli esille jossakin määrin myös haastateltujen opettajien kautta kahden opettajan sanomana, että matematiikka on aika tärkeä (ks. s. 91). Toisaalta kaikki opettajat kuitenkin toivoivat lisää tunteja matematiikkaan, joka puolestaan kertoo nähdäkseni aineen tärkeydestä opetettavien aineiden joukossa. Resurssien vähyys heijastanee yleistä asennetta matematiikkaa kohtaan, joskin toisaalta matemaattisten taitojen hallitsemisen tärkeyteen on puututtu myös valtiovallan tasolta. Äidinkielen taitojen ja matemaattisten taitojen hallitsemista ei kuitenkaan tulisi missään vaiheessa asettaa vastakkain, koska tutkimuksissakin on todettu vahvojen äidinkielentaitojen tukevan myös matematiikan oppimista.

Tämän tutkimuksen kohde saattaa sinällään herättää opettajissa vääränlaisia tulkintoja sen suhteen, mistä on kysymys, kun puhutaan automaatiotason laskutaidosta. Käsite tulee ehdottomasti erottaa ulkoa oppimisesta. Nämä kaksi asiaa sekoittuvat helposti käytännön elämässä. Silloin, kun oppilas kykenee laskemaan koko Junnauskokeen automaationtasolla, hän on ohittanut mekaanisen laskemisen tason ja siirtynyt ymmärtävälle tasolle, joka edeltää automaatiotasoa (ks. Näveri 2006). Sekaannusta voi aiheuttaa myös se, että osa oppilaista, jotka osaavat kertotaulut ulkoa, eivät kuitenkaan hallitse niiden soveltamista käytännössä. Tällöin oppilaalla on konkreettisen ja mekaanisen laskuvaiheen jälkeen jäänyt kertolaskun ymmärtävä vaihe väliin, jolloin automatisoituminen on mahdotonta. Kertolaskun ymmärtäminen liittyy kiinteästi lukujen hajottamisen ja lukujonotaitojen hallitsemiseen. Matematiikan opiskelussa ajattelu tulisi nostaa aina ymmärtävälle tasolle. Tällöin oppilaan oppimilla tiedoilla ja taidoilla on käyttöä myös uusissa eteen tulevissa tilanteissa, joka kuitenkin on oppilaan tulevaisuuden kannalta tärkeintä (Näveri 2008.)

Tutkimustuloksen ollessa tällainen oppilaiden taidot tulisi pystyä nostamaan automaationtasolla mahdollisimman pian. Luokanopettajat voivat tehdä oman osuutensa asiassa, mutta osalle oppilaista tulisi suunnata myös erityisopetusta. Matematiikan oppimisvaikeuksiin annettava erityisopetuksen määrä on kuitenkin huomattavasti pienempi kuin esim. äidinkieleen suunnatut resurssit. Erityisopettajan antaman erityisopetuksen ei tulisi myöskään olla tukiopetusta, vaan oppilaan oppimisen esteeksi muodostuneiden matemaattisten solmukohtien avaamista ja kartoittamista samalla huomioiden varhaisissa matemaattisissa taidoissa mahdollisesti ilmenevät puutteet. Tällöin tarkoituksena tulisikin olla tukevan perustan löytäminen, jolle oppilaan matemaattista kehitystä voitaisiin alkaa hierarkkisesti rakentaa.

Alkuopetuksessa tulisi kiinnittää huomiota myös matematiikkaa opettavien opettajien pätevyyteen. Luokanopettajan koulutukseen kuuluu luonnollisesti matematiikan opintoja ja didaktiikan opintoja sen opettamisesta, mutta onko opetus matemaattista ajattelua kehittävää vai mekaanisten laskuniksien oppimista. Teettäessään Junnauskoetta ja ymmärtääkseen mitä kokeessa menestyminen tai menestymättömyys oppilaan kohdalla merkitsee, edellyttää se opettajalta teoreettista tietämystä varhaisten matemaattisten taitojen muodostumisesta ja niiden kehittymisestä alkuopetuksessa. Tällöin opettajalla on paremmat edellytykset ymmärtää mitä oppilaiden tekemien virheiden taakse kätkeytyy. Tämä helpottaa myös opettajaa löytämään virheiden alkuperäiset syyt ja niihin puuttuminen on ammattitaitoista.

Tarkasteltaessa opettajien vastuksia kokonaisuutena niistä löytyivät lähes kaikki keskeiset matematiikan osa-alueet, joiden katsotaan olevan sujuvan laskutaidon edellytyksiä. Kuitenkin yksittäisen opettajan kohdalla vastaukset ovat hieman vajavaisia kokonaisuuteen nähden. Kaikki ovat yhtä mieltä peruslaskutoimituksien hallitsemisen tärkeydestä, mutta tuleeko opettaja käytännön työn tiimellyksessä miettineeksi niiden peruskäsitteiden hallintaa, jotka kätkeytyvät yhteen- ja vähennyslaskujen hallitsemisen taustalle.

Havaitessaan jonkin oppilaan kohdalla ongelmia matematiikan oppimisessa, opettajan täytyy puuttua asiaan pikaisesti. Erityisesti opettajilla tulisi olla rohkeutta palata oppilaan matemaattisissa ongelmissa niin kauaksi, että hän löytää juuri ne asiat, jotka oppilas todella ymmärtää ja hallitsee.

Tutkimukseen kuuluvista luokista yksi luokka teki Junnauskokeen elokuun viimeisen viikon lopulla. Kaksi muuta luokkaa laskivat ko. kokeen marraskuun ensimmäisellä viikolla. Erot johtuivat tutkijan aikataulullisista syistä. Tutkijana olen tiedostanut tämän aikataulullisen eron, mutta analyysin valmistuttua tuloksista saattoi havaita, että luokkien välille ei muodostunut tilastollisesti merkittäviä eroja. Oppilaiden menestymiseen Junnauskokeessa saattoi vaikuttaa myös kokeen pituus. Koehan sisälsi 60 laskua, joka on paljon toisen luokan syksyn aikana kerralla laskettavaksi. Toisaalta kuitenkin se oppilas, jolla laskutaito oli automaation tasolla, pärjäsi erittäin hienosti.

Tarkasteltaessa tutkimustuloksia tulee muistaa, että tutkimuksessa saadut tulokset ovat viitteellisiä, mutta antavat sinällään oivallisen pedagogisen suunnan opettajille oppilaiden matemaattisten taitojen kehittämisen suhteen. Mietittäessä Junnauskoetta kokonaisuutena voi tietysti pohtia missä määrin oppilaat voivat oppia tehtävät ulkoa ymmärtämättä mistä on kysymys. Toisaalta pelkkä Junnauskokeen laskeminen ei tuota toivottua tulosta ellei tilanteen niin vaatiessa tehtäviä havainnollisteta jopa konkreettisen laskemisen tasolla.

Tutkimukseni ollessa aivan lopuillaan sain käsiini Lepolan ja Hannulan (2006) toimittaman teoksen Kohti koulua. Lukiessani kirjan asiantuntijoiden kirjoittamaa kahta artikkelia, jotka käsittelivät varhaisten matemaattisen taitojen kehittymistä ja niiden tukemista lasten esi- ja alkuopetusiässä, olen yhä vakuuttuneempi tutkimukseni alussa olevan teoreettisen osuuden tärkeydestä. Tekstini sisältää runsaasti edellä mainituissa artikkeleissa olevaa teoriapohjaa, joka muodostaa perustan tutkimuksessani käytettävälle Junnauskokeelle. Tekemäni huomio lisää tutkimukseni teoreettisen osuuden luotettavuutta.

Tutkimustulosten analysoinnin yhteydessä kiinnostukseni on yhä enenevässä määrin suuntautunut lasten käyttämiin laskustrategioihin. Mielestäni olisi hyödyllistä selvittää vielä tarkemmin erityisesti niiden lasten käyttämiä strategioita, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia. Selvitysten yhteydessä pitäisi pyrkiä oppilaan vaikeuksien analysoinnissa palaamaan aina sinne saakka matemaattisen taitojen kehityksessä, että löydetään lapsella oleva matemaattinen ongelmakohta.

Tulokset osoittivat, että toisen luokan syksyllä oppilaat eivät vielä olleet saavuttaneet automaatiotason laskutaitoa. Jatkossa olisikin mielenkiintoista jatkaa kyseisen ryhmän testaamista ja katsoa milloin oppilaat saavuttavat kokeessa vaadittavan laskutaidon vai jääkö jonkun oppilaan matemaattisen ajattelun kehittyminen ikäisiään matalammalle tasolle.

Lapsen matemaattisen kehittymisen edellytyksenä on, että aikuisella on tietoa lukumääristä, luvuista ja niiden kehittymisestä, jotta hänellä on kykyä ja taitoa ohjata lasta lapsen taitotasolle ja ymmärrykselle sopiville tavoille.(Mattinen, Hannula & Lehtinen 2006, 156.) Matematiikka kehittyy sosiaalisissa tilanteissa lapsen omassa kulttuurissa. Me opettajina olemme yksi suuri osa lapsen matemaattista kehitystä, joten olemme velvoitettuja tiedostamaan lapsen kokonaiskehitykseen vaikuttavat asiat myös matemaattisen kehittymisen osalta. Osa tätä tiedostamista on omien työ- ja opetusmuotojen kriittinen tarkastelu lasten matemaattisesta kehittymisestä ilmestyneiden tutkimuksien kautta. Junnauskokeen asettamat vaatimukset ovat erittäin keskeisiä lapsen matemaattisen kehittymisen kannalta. Oppilaat, joiden laskutaito on peruslaskutoimituksien osalta automaation tasolla, kykenevät soveltamaan ja siltaamaan oppimiaan tietoja ja taitoja hierarkkisesti vaativampiin matemaattisiin taitoihin niin teoreettisesti kuin myös käytännön elämässä. Toinen tärkeä osa tiedostamista on opettajan rohkeus puuttua oppilaalla mahdollisesti ilmeneviin matematiikan oppimisvaikeuksiin ajoissa. Oppimisvaikeuksien kartoittamisessa Junnauskoe voi toimia opettajan oivallisena pedagogisena työvälineenä.

Koko tutkimustani ympäröivän hermeneuttisen kehän kautta minun on ollut tutkijana helpompi ymmärtää teoreettisen taustan, tutkimustulosten ja koulun arkipäivän välille tutkimuksen edetessä muodostuneita, sanoisinko, etäisyyksiä. Toivon tutkimuksen aikana silmieni eteen avautuneen lapsen varhaisen matemaattisen maailman ja tietoisuuteni siitä antavan minulle tietoa ja taitoa ohjata tulevia pieniä matemaatikkoja turvallisesti ja innostuneesti tulevissa opinnoissaan eteenpäin.

LÄHTEET:

Aarnos, E. 2007. Kouluun lapsia tutkimaan. Havainnointi, haastattelu ja dokumentit. Teoksessa J. Aaltola & R. Valli. Ikkunoita tutkimusmetodeihin I. Metodin valinta ja aineiston keruu: virikkeitä aloittelevalle tutkijalle. Jyväskylä: PS-kustannus, 170–183.

Ahonen, S. 1994. Fenomenografinen tutkimus. Teoksessa L. Syrjälä, S. Ahonen & S. Saari. Laadullisen tutkimuksen työtapoja. Helsinki: Kirjayhtymä, 113-160.

Ahonen, T., Lamminmäki, T., Närhi, V. & Räsänen, P. 1997. Koulun aloittaminen ja varhaiset oppimisvaikeudet. Teoksessa P. Lyytinen, M. Korkiakangas & H. Lyytinen (toim.) Näkökulmia kehityspsykologiaan. Kehitys kontekstissaan. Helsinki: WSOY, 168–187.

Aunio, P., Hannula, M.M. ja Räsänen, P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa P. Räsänen, P., Kupari, T., Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikkaa – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 198–219.

Aunio, P. 2006. Lukukäsitetesti auttaa löytämään lapset, joilla on matemaattisen oppimisen pulma. NMI-bullet, 16, 3, 34–36.

Aunio, P. 2006. Number sense in young children – (inter)national group differences and an intervention programme for children with low average performance. University of Helsinki. Department of Applied Sciences of Education, Research Report 269.

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M-K. & Nurmi, J-E. 2004. Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. Journal of Educational Psychology, 96, 4, 699–713.

Aunola, K. 2008. http://www.lukimat.fi/matematiikka/tietopalvelu/matemaattisten-taitojen-kehityksesta/miten-taidot-kehittyvat-pitkittaistutkimustentuloksia/pitkittaistutkimukset-lapsiryhmittain/taitojen-kehitys-kun-oppimisessa-pulmia. Luettu 16.7.2008

Billstein, R., Libeskind, S. & Lott, J.W. 1987. A problem solving approach to mathematics for elementary school teachers. Menlo Park, Calif.: Benjamin/Cummings.

Butterworth, B. 2005. The development of arithmetical abilities. Journal of Child Psychology and Psychiatry; 46, 1, 3–18

Dehaene, S. 1997. The Number Sense. How the mind creates mathematics. New York: Oxford University Press.

Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2000. Helsinki: Opetushallitus.

Elkind, D. 1974. Lapset ja nuoret. Jean Piagetin kehityspsykologiaa. Käänt. M.Rutanen. Jyväskylä: Gummerus

Eskola, J. & Suoranta, J. 1998. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Tampere: Vastapaino

Fraivillig, J.L., Murphy, L.A. & Fuson, K.C. 1999. Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms. Journal for Research in Mathematics Education, 30, 2, 148–170.

Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J.C., Murray, H.G., Human, P.G., Olivier, A.I., Carpenter, T. P. & Fennema, E. 1997. Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. Journal for Research in Mathematics Education, 28, 2, 130–162.

Gilmore, C. K. & Bryant P. 2006. Individual differences in children`s understanding of inversion and arithmetical skill. The British Psychological Society, 76, 309–331.

Haapasalo, L. 1994. Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu. Vaajakoski: Medusa.

Hannula, M. M. 2005. Spontaneous focusing on numerosity in the development of early mathematical skills. Turun yliopisto. Annales Universitatis Turkuensis 282.

Hannula, M. M. & Lepola, J. 2006. Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehitystä? Teoksessa J. Lepola & M. M. Hannula (toim.) Kohti koulua. Kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisusarja A: 205, 129–153.

Hannula, M. M., Räsänen, P & Lehtinen, E. 2007. Development of Counting Skills: Role of Spontaneous Focusing on Numerosity and Subitizing-Based Enumeration. Mathematical thinking and learning, 9, 1, 51-57

Hirsjärvi, S. & Hurme, H. 2001. Tutkimushaastattelu. Teemahaastattelun teoria ja käytäntö. Helsinki: Yliopistopaino.

Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2004. Tutki ja kirjoita. Helsinki: Tammi

Huhtala, S. & Laine, A. 2004. ”Matikka ei ole mun juttu” – Matematiikkavaikeuksien syntyminen ja niihin vaikuttaminen. Teoksessa P. Räsänen, P., Kupari, T., Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikkaa – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 320–346.

Huusko, M. & Paloniemi, S. 2006. Fenomenografia laadullisena tutkimussuuntauksena kasvatustieteissä. Kasvatus 37, 2, 162–173

Häkkinen, K. 1996. Fenomenografisen tutkimuksen juuria etsimässä. Teoreettinen katsaus fenomenografisen tutkimuksen lähtökohtiin. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Opetuksen perusteita ja käytänteitä 21.

Ikäheimo, H., Aalto, A. & Puumalainen, K. 1997. Opi matematiikkaa leikkien esi- ja alkuopetuksessa. Helsinki: Opperi

Ikäheimo, H. & Risku, A-M. 2004. Matematiikan esi- ja alkuopetuksesta. Teoksessa P. Räsänen, P., Kupari, T., Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikkaa – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 222–244

Ikäheimo, H. 2008. http://www.opperi.fi/10_testit/Junnaus+0-20+ohje.pdf

Kauppinen, H. 2007. ”14–9=0 Matematiikan solmukohtia kolmasluokkalaisilla. http://www.opperi.fi/06_kirjallisuus_tutkimus/HK+gradu.pdf

Kinnunen, R., Lehtinen, E. & Vauras, M. 1994. Matemaattisen taidon arviointi. Teoksessa M. Vauras, E. Poskiparta & P. Niemi (toim.) Kognitiivisten taitojen ja motivaation arviointi koulutulokkailla ja 1. luokan oppilailla. Oppimistutkimuksen keskus, julkaisuja, 3. Turku: oppimistutkimuksen keskus, 55–76.

Kinnunen, R. 2004. http://vanha.edu.utu.fi/ktl/fi/opetus/opetusmateriaalit/matematiikka.pdf

Kiviniemi, K. 2007. Laadullinen tutkimus prosessina. Teoksessa Aaltola, J. & Valli, R. (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin II. Näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin. Jyväskylä: PS-kustannus, 70–85.

Kuula, A. 2006. Tutkimusetiikka. Aineistojen hankinta, käyttö ja säilytys. Tampere: Vastapaino.

Laine, T. 2007. Miten kokemusta voidaan tutkia? Fenomenologinen näkökulma. Teoksessa Aaltola, J. & Valli, R. (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin II. Näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin. Jyväskylä: PS-kustannus, 28–69.

Lampinen, A. 2008. Kertotaulujen oppimisen strategioita. Dimensio, 1, 8–11.

Lepola, J., Niemi, P., Kuikka, M. & Hannula, M. 2005. Cognitive-linguistic skills and motivation as longitudinal predictors of reading and arithmetic achievement: A follow-up study from kindergarten to grade 2. International Journal of Educational Research 43, 250–271

Lerkkanen, M-K. & Poikkeus, A-M. 2006. Lukemisvalmiuksien ja matemaattisten taitojen kehityksen riskitekijät esiopetusvuonna – Alkuportaat-tutkimuksen pilottivaiheen tuloksia. NMI-bullet, 16, 3, 4–12.

Linnanmäki, K. 2004. Minäkäsitys ja matematiikan oppiminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen ja P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 241–254.

Mattinen, A. 2006. Huomio lukumääriin. Tutkimus 3-vuotiaiden lasten matemaattisten taitojen tukemisesta päiväkodissa. Turun yliopisto. Annales Universitatis Turkuensis 247.

Mattinen, A., Hannula, M. M. & Lehtinen, E. 2006. Katsotaanpas kuinka monta jalkaa tällä toukalla on! – Lapsen ohjaaminen lukumäärien havaitsemiseen ja käsittelemiseen. Teoksessa J. Lepola & M. M. Hannula (toim.) Kohti koulua. Kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisusarja A: 205, 155–187.

Mix, K. S., Huttenlocher, J. & Levine, S. 2002. Quantitative development in infancy and early childhood. New York. Oxford University Press.

Näveri, L. 2006. Forward to the basics. Teoksessa J. Lavonen (toim.) Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys. Ainedidaktinen symbosium Helsingissä 3.2.2006. Osa 1. Tutkimuksia 285. Helsinki, 370–378

Niikko, A. 2003. Fenomenografia kasvatustieteellisessä tutkimuksessa. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan tutkimuksia 85.

Näveri, L. 2008. Matematiikan aika: suomalaisten koululaisten matematiikan taidot. http://www.yle.fi/java/areena/dispatcher/1138074.asx? Kuunneltu 5.8.2008

Metsämuuronen, J. 2003 Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. Helsinki: Methelp.

Nunes, T. & Bryant, P. 1996. Children doing mathematics. USA: Oxford University Press.

Perkkilä, P & Aarnos, E. 2007. Children's talk about mathematics and mathematical talk. Refereed and presented in CERME'5 European Society for Research in Mathematics Education – Conference, Larnaka 22.–26.2.2007.

http://jyx.jyu.fi/dspace/bitstream/handle/123456789/18035/978-951-39-3057-8.pdf?sequence=1

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. 2004. Helsinki: Opetushallitus

Piaget, J. 1988. Lapsi maailmansa rakentajana. Helsinki: WSOY.

Puura, P., Olilla, A. & Räsänen, P. 2004. Matematiikka. Teoksessa T. Ahonen, T. Siiskonen & T. Aro (toim.) Sanat sekaisin? Kielelliset oppimisvaikeudet ja opetus kouluiässä. Jyväskylä: PS-kustannus, 97–121.

Räsänen, P & Ahonen, T. 2002. Matemaattiset oppimisvaikeudet. Teoksessa H. Lyytinen, T. Ahonen, T. Korhonen, M. Korkman & T. Riita (toim.) Oppimisvaikeudet. Neuropsykologinen näkökulma. Helsinki: WSOY, 191–234.

Räsänen, P & Ahonen, T. 2004. Oppimisvaikeudet matematiikassa – neuropsykologinen näkökulma. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen ja P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 274–300.

Saariluoma, P. 1992. Taitavan ajettelun psykologia. Helsinki: Otava.

Siljander, P. 1991. Mitä on hermeneuttinen kasvatustiede? Kasvatus 22, 1, 28–34.

Siljander, P. & Karjalainen, A. 1991. Merkityksen käsite kasvatustieteessä. Kasvatus 22, 1, 5–6, 377–386.

Spelke, E. 2003. What makes us smart? Knowledge and natural language. Teoksessa D. Gentner & S. Golding-Meadow (toim.) Language in mind. Advances in the study of language and thought. Cambridge, MA: The MIT Press, 277–311

Thomas, M. O. J. & Tall, D. O. 2001. The long-term cognitive development of symbolic algebra. International Congress of Mathematical Instruction (ICMI) Working Group Proceedings - The future of the teaching and learning of Algebra, Melbourne, 2, 590-597.

Trick, Lana M. & Pylyshyn, Zenon W. 1994. Why are small and large numbers enumerated differently? A limited-capacity preattentive stage in vision. Psychological Review 101, 1, 80–102.

Valli, R. 2001. Johdatus tilastolliseen tutkimukseen. Jyväskylä: PS-Kustannus

Vygotsky, L. S. 1982. Ajattelu ja kieli. Käänt. K. Helkama & A. Koski-Jännes. Espoo. Weilin+Göös.

Wynn, K. 1997. Competence models of numerical development. Cognitive Development, 12, 3, 333–339.

Yrjönsuuri, R. 1994. Opiskelulla laatua matematiikan oppimiseen. Helsinki: Yliopistopaino.

Yrjönsuuri, R. 2004. Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Teoksessa P. Räsänen, P., Kupari, T., Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 111–121.

LIITE 1.

JUNNAUSKOE 0 – 20

Nimi: ________________________

Sydänparit

2 + __ = 10	0 + ___ = 10
__ + 4 = 10	__ + 9 = 10
7 + __ = 10	5 + __ = 10

Sydänparit

10 – 3 = ___	10 – 5 = ___
10 – 8 = ___	10 – 1 = ___
10 – 6 = ___	10 – 10 = ___

Tuplat +

4 + 4 = ___	6 + 6 = ___
9 + 9 = ___	3 + 3 = ___
7 + 7 = ___	8 + 8 = ___

Tuplat –

8 – 4 = ___	14 – 7 = ___
18 – 9 = ___	20 – 10 = ___
12 – 6 = ___	16 – 8 = ___

Tuplat + ja –

9 + 9 = ___	16 – 8 = ___
7 + 7 = ___	12 – 6 = ___
5 + 5 = ___	18 – 9 = ___

Melkein kuin tuplat

4 + 5 = ___	6 + 7 = ___
9 + 8 = ___	7 + 8 = ___
3 + 4 = ___	5 + 6 = ___

10 lisää

3 + 10 = ___	5 + 10 = ___
8 + 10 = ___	0 + 10 = ___
6 + 10 = ___	2 + 10 = ___

10 pois

14 – 10 = ___	17 – 10 = ___
19 – 10 = ___	11 – 10= ___
16 – 10 = ___	20 – 10= ___

9 lisää

3 + 9 = ___	5 + 9 = ___
8 + 9 = ___	0 + 9 = ___
6 + 9 = ___	2 + 9 = ___

9 pois

14 – 9 = ___	17 – 9 = ___
13 – 9 = ___	11 – 9 = ___
16 – 9 = ___	20 – 9 = ___

LIITE 2.

Hannele Ikäheimo www.opperi.fi

Junnauskoe 0 – 20 Opettajan ohje

Tarkoitus: Testata oppilaiden yhteen- ja vähennyslaskutaito luvuilla 0 – 20. Kerrata ja vahvistaa lukualueen 0 – 20 yhteen- ja vähennyslaskuja sekä saada ne automaation asteelle.

Tavoite: 1. luokan keväästä ja 2. luokan syksystä lähtien oppilaat laskevat **kaikki tehtävät alle 5 minuutissa oikein.** Testauksessa käytetään kahden kynän menetelmää (ks. kohta 3 alla).

Menetelmä:

1. Ennen Junnauskoetta 0 – 20 oppilaat tekevät konkreettisilla välineillä (10 munan munakennot, Kymppi ja Tupla-Kymppi, 1-kuutiot ja 10-sauva sekä opetusrahat)
* sydänparit
* tuplat + ja –
* melkein kuin tuplat
* 10 lisää ja 10 pois
* 9 lisää ja 9 pois.

   Oppilaat keksivät myös laskuihin sopivia **tarinoita** sekä **piirtävät** ne. Tarkoitus on, että oppilaat ymmärtävät mitä laskevat.

2. Ensimmäisellä kerralla oppilaat laskevat Junnauskoetta 0 – 20 omassa tahdissa. Aika merkitään muistiin, laskut tarkistetaan ja virheet korjataan. Mikäli jollakin oppilaalla on paljon virheitä, tehdään Junnauskoe 0 – 20 muutaman kerran välineiden avulla ilman ajanottamista.

3. Toisella kerralla otetaan **aikaa** seuraavasti: Oppilailla on **kaksi kynää**: lyijykynä ja värikynä. Junnauskoe 0 – 20 aloitetaan lyijykynällä ja kun **viisi minuuttia** on kulunut, opettaja sanoo **"vaihda kynää"** ja oppilaat jatkavat laskemista värikynällä. Lopullinen aika merkitään paperiin.

4. Seuraavilla kerroilla tehdään samalla tavalla. Tarkoitus on, että oppilas itse ja opettaja huomaavat edistymisen. Niiden oppilaiden, joilla on virheetön suoritus ja aika alle 5 minuuttia, ei tarvitse tehdä koe kuin pari kertaa; myöhemmin tarkistetaan asian hallinta uudestaan.

5. Junnauskoe 0 – 20 on myös hyvä kotitehtävä; joillekin oppilaille annetaan kotiläksyksi vain puolet tehtävistä tai vähemmän kuin puolet.

6. Mikäli oppilaan tulokset (aika ja oikein laskettujen tehtävien lukumäärä) eivät harjoituksen myötä parane, on syytä palata kohtaan 1.

Matematiikan erityisopetukseen olen tehnyt Junnauskokeesta 0 – 20 seuraavan version:

* Ensin olen suurentanut tekstin A4:sta A3:ksi.
* Sitten olen leikannut irti kaikki 10 osiota ja muovittanut ne.
* Muutaman oppilaan kanssa olemme tehneet yhdessä yhden osion laskut kerrallaan välineillä ja ääneen selostamalla.
* Seuraavaksi samat oppilaat ovat saaneet kertoa, miten he ajattelevat. Tällöin ei aluksi ole välineitä, mutta jos ei tunnu sujuvan, niin välineet esille ja taas sujuu ajattelemisen selostaminen.
* Viimeisin vaihe on laskujen selostaminen kokonan ilman välineitä. Puheessa esiintyy tietysti mielikuvia välineistä: munakenno ja helmet, ykköskuutiot ja 10-sauva, Kymppi ja Tupla-Kymppi, opetusrahat jne.
* Monia oppilaita jännittää ja samalla innostaa siirtyminen paperiseen versioon, jossa on enemmän kuin yksi osio.

Vähän erilaisesta Junnauskoe 0 – 20 -versiosta kertoo eräs opettajankouluttaja kirjeenvaihdossamme:
"Minulla oli siihen junnaustestiin sellainen kehitelmä, että kun sitä alkaa junnata 1. luokkalaisten kanssa, niin kannattaa laittaa paperi ensin puoleksi ja junnata sydänpareja ja tuplia ensin. Kun sitä on tehnyt pari kertaa, niin sitten otetaan paperin loppuosa. Kun oppilaani saivat kokonaisen paperin eka kerran, niin heikoinkin oppilas sanoi: "Jee! Nyt me saadaan koko paperi!" Aiemmin heikoimmat ovat kokeneet uupumusta viimeisten tehtävien kohdalla. Tällä menetelmällä koko paperi on tuntunut huomattavasti helpommalta. On jopa kysytty milloin me saadaan taas tehdä sitä junnausta."

Junnauskoe 0 – 20 on myös julkaistu kirjassani Iloa ja ymmärrystä matematiikkaan sivuilla 178 ja 179. Opettajan ohjeet olen uusinut www.opperi.fi-sivuja varten.

LIITE 3.

Hyvä kotiväki!

Olen suorittamassa luokanopettajantutkintoa Kokkolan yliopistokeskuksessa, Chydeniuksessa. Opintoihini kuuluu pro gradu tutkielman tekeminen. Aiheeni liittyy lasten matemaattisen lukukäsitteen kehittymiseen.

Edellä mainitun johdosta pidän 2. luokan oppilaille ns. Junnauskokeen. Käytän tehtävistä saamiani vastauksia tutkimustyössäni. Saadut tulokset ovat luottamuksellisia ja tuloksista ei voi tunnistaa ketään yksittäistä oppilasta. Tutkimuskohteenani on kolme 2. luokkaa.

Teettämäni Junnauskokeen löydätte internetistä osoitteesta www.opperi.fi.

Yhteistyöterveisin

Marja-Kaisa Kortesalmi

045-1132234

Huoltajan allekirjoitus:____

LIITE 4.

Hyvä kotiväki!

Olen suorittamassa luokanopettajantutkintoa Kokkolan yliopistokeskuksessa, Chydeniuksessa. Opintoihini kuuluu pro gradu -tutkielman tekeminen. Aiheeni liittyy lasten matemaattisen lukukäsitteen kehittymiseen.

Kiitän teitä kaikkia vanhempia jo tässä vaiheessa luvasta teettää Junnauskoe syyslukukaudella lapsellenne. Syksyllä teettämäni kokeen lisäksi tarkoituksenani on haastatella myös muutamia oppilaita 63 oppilaan joukosta. Oppilaita pyydän kertomaan omasta ajatteluvastaan heidän ratkaistessa Junnauskokeeseen sisältyviä laskuja.

Edelleen kaikki vastaukset ja lasten haastatteluissa esiin tulevat asiat ovat luottamuksellisia ja tuloksista ei voi tunnistaa ketään yksittäistä lasta.

____ Lastani saa tarvittaessa haastatella.

____ Lastani ei saa haastatella.

Huoltajan allekirjoitus:_______________________________________

Yhteistyöterveisin

Marja-Kaisa Kortesalmi

045-1132234

LIITE 5.

Olemme yhdessä keskustelleet matematiikan opiskeluun liittyvästä haastattelusta.

Haluan osallistua haastatteluun_____

En halua osallistua haastatteluun_____

Oulaisissa

_____ . ______ . __________

Oppilaan allekirjoitus:

____

Haastattelijan allekirjoitus:

____

LIITE 6.

Faktorianalyysi

	Component 1
yhdeklisää	,817
yhdekpois	,817

Faktorianalyysin arvo on 0,817, joka ylittää raja-arvon 0,30. Yhdeksän lisää ja yhdeksän pois mittaavat siis sisällöllisesti samoja asioita, jolloin summamuuttujan teko on mahdollista.

LIITE 7.

TAULUKKO 7. A-luokan oppilaiden menestyminen Junnauskoe 0–20.

Oppilas	Kokonaisaika	Pistemäärä
A 1	19.09	38
A 2	27.54	8
A 3	10.14	59
A 4	7.49	58
A 5	9.41	60
A 6	24.54	48
A 7	24.54	54
A 8	23.49	60
A 9	19.54	55
A 10	19.42	58
A 11	17.44	59
A 12	16.19	55
A 13	15.30	59
A 14	15.20	47
A 15	13.54	60
A 16	22.49	38
A 17	19.59	52
A 18	21.56	53
A19	23.04	51
A 20	10.49	59

LIITE 8.

B-luokan oppilaiden menestyminen Junnauskoe 0–20

Oppilas	Kokonaisaika	Pistemäärä
B 21	7.10	59
B 22	7.10	60
B 23	12.10	50
B 24	7.40	52
B 25	7.27	59
B 26	11.03	60
B 27	7.50	58
B 28	19.48	57
B 29	13.02	56
B 30	11.07	59
B 31	11. 02	54
B 32	11.42	51
B 33	12.09	53
B 34	14.00	56
B 35	15.25	60
B 36	16.25	58
B 37	9.59	57
B 38	24.45	41
B 39	35.10	55
B 40	21.09	60
B 41	20.03	32
B 42	16.00	55

LIITE 9.

TAULUKKO 8. C-luokan oppilaiden menestyminen Junnauskoe 0–20.

Oppilas	Kokonaisaika	Pistemäärä
C 43	32.44	38
C 44	7.42	60
C 45	7.40	60
C 46	6.50	60
C 47	7.00	58
C 48	7.58	60
C 49	10.12	60
C 50	4.30	60
C 51	31.02	59
C 52	23.20	54
C 53	22.19	57
C 54	18.55	59
C 55	18.20	58
C 56	16.50	52
C 57	16.15	59
C 58	15.50	58
C 59	15.10	59
C 60	13.40	60
C 61	13.10	54
C 62	11.18	54
C 63	9.10	55

LIITE 10.

Tree Nodes

Name	Sources	References	Created	Modified
Matematiikan asema	3	12	28.2.2008 21:53	29.2.2008 23:36
resurssit	2	3	1.3.2008 19:52	1.3.2008 21:11
lapsi liittyvät asiat	2	4	1.3.2008 19:52	1.3.2008 20:14
arvostus	3	4	1.3.2008 20:00	1.3.2008 20:16
Matematiikassa tärkeää	3	16	28.2.2008 21:54	29.2.2008 23:36
yhteys äidinkieleen	1	3	1.3.2008 19:20	1.3.2008 19:39
tunne	2	4	1.3.2008 19:16	1.3.2008 19:45
yhteys arkipäivää	2	4	1.3.2008 19:33	1.3.2008 20:20
taito	4	12	1.3.2008 19:16	1.3.2008 19:46
Oma luokka laskijana	3	13	28.2.2008 21:55	1.3.2008 20:22