

JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO
TALOUSTIETEELLINEN OSASTO

1668

Virtausmallien soveltamisesta yrityksen teoriaan

Kansantaloustieteen pro gradu -työ
Kesäkuu 1999
Ohjaaja: Matti Estola
Laatija: Jukka Lahtonen

Tiivistelmä

Virtausmallien soveltamisesta yrityksen teoriaan

Kansantaloustiede

Kesäkuu 1999

Jyväskylän yliopisto

sivuja 41 + liitteet

Avainsanat: virtausprosessi, yrityksen teoria, lohkokaavio ja epävarmuus.

Työn tarkoituksena on tutkia mahdollisuutta soveltaa systeemi- ja säätöteorian menetelmiä kansantaloustieteen yrityksen teoriaan. Kyseisillä menetelmillä pyritään vahvistamaan dynaamisen lähestymistavan roolia yrityksen toimintaa mallinnettaessa. Työssä esitetään perusoppikirjoissa esiintyviä malleja virtaussysteemeinä. Mallit kuvataan graafisesti lohkokaavion avulla. Yhtä väli- ja lopputuotetta valmistavan yrityksen tuotantofunktio esitetään useasta suhteellisesta prosessista koostuvana systeeminä. Systeemiin lisätään epävarmuus, jolloin havaitaan, että eri prosesseihin liittyvät epävarmuustekijät vaikuttavat koko systeemin epävarmuuteen eri tavoin. Rajallisten systeemin kehittämisresurssien vallitessa yrityksen kannattaa keskittyä niiden prosessien toimintavarmuuden kehittämiseen, joiden vaikutus tuotantonopeuden varianssiin on suurin. Samoin yrityksen kannattaa keskittyä sen tuotantopanoksen saamisen varmistamiseen, jonka vaikutus tuotantonopeuden varianssiin on suurin.

Sisälllys

<i>1 Johdanto</i>	1
1.1 Analogia taloustieteiden ja säätöteorian välillä	1
<i>2 Säätöteorian perusteet</i>	4
2.1 Lohkokaavio	4
2.2 Erilaisia prosessityyppejä	5
2.3 Erilaisia säätötyyppejä	10
<i>3 Yrityksen teoria</i>	11
3.1 Virta- ja varantosuureet	14
3.1.1 Rahavirrat	15
3.1.2 Materiaali- ja panoskäyttövirrat	19
3.2 Yrityksen käyttäytymistä kuvaava malli	26
3.3 Mekaaniset systeemit ja Newtonilainen mikroteoria	28
<i>4 Epävarmuus tuotantoprosessissa</i>	31
4.1 Säätöteoreettinen malli	33
4.2 Tuotantoprosessin tehostuminen	36
4.3 Johtopäätökset	38
Lähteet	39
Liite 1	42
Liite 2	43

1 Johdanto

Tässä työssä tutkitaan mahdollisuuksia soveltaa systeemi- ja säätöteorian käsitteitä sekä menetelmiä kansantaloustieteen yrityksen teoriaan. Säätöteoreettista lähestymistapaa on aikaisemmin käytetty jonkin verran kansantaloustieteessä makroteorian yhteydessä (Kamppinen 1972, 4). Operationaalinen tutkimus on soveltanut menetelmiä myös yksittäisten talousyksiköiden tasolla, mutta kansantaloustieteen mikroteoriassa näkökulma on varsin tuntematon (Tintner & Sengupta 1972, 21). Tämän työn lähtökohtana on se tosiasia, että staattisessa analyysissä pitkälle kehittyneellä uusklassisella teoriakehikolla ei pystytä tyydyttävästi mallittamaan dynaamisia ilmiöitä (Estola 1999, 12 - 13). Mallin tulisi kyetä selittämään myös taloudessa vallitseva epävarmuus.

Tätä työtä voidaan kritisoida siitä, että se käsittelee laajaa aihealuetta tekemättä kattavaa kirjallisuuskatsausta yhdestäkään tarkasti rajatusta tutkimusongelmasta. Perusteluna valittuun näkökulmaan on se, että uutta mallitustekniikkaa sovellettaessa on hyödyksi ensin luoda kokonaiskuva kyseisen tekniikan käyttökelpoisuudesta erilaisissa tilanteissa. Mikäli käyttökelpoisuus pystytään osoittamaan, tutkimusongelma voidaan rajata koskemaan jotakin tiettyä erityiskysymystä. Toinen syy selkeän kirjallisuuskatsauksen puuttumiseen on se, että aiheesta on löydettävissä erittäin vähän aineistoa. Tuloksia on haettava erikseen luonnontieteellisen ja toisaalta kansantaloustieteellisen tutkimuksen piiristä.

Seuraavassa osiossa motivoidaan työn tutkimusaihetta esittämällä yhdenmukaisuuksia taloustieteiden ja säätöteorian välillä. Luvussa 2 käydään läpi säätöteorian perusteet. Luvussa 3 sovelletaan säätöteorian menetelmiä yrityksen teoriaan, joissain kohdin sivutaan myös kuluttajan teoriaa. Luvussa 4 tutkitaan epävarmuuden lisäämistä tuotantoteoriaan.

1.1 Analogia taloustieteiden ja säätöteorian välillä

Yksi motivaatiotekijä tutkimukseen on havaittu yhtäläisyys liikeloustieteen kirjallisuudessa esiintyvien sekä säätöteorian piirissä käytettyjen käsitteiden välillä. Ennen analogian dokumentointia luodaan katsaus säätöteorian peruskäsitteisiin. Käsitteiden määritelmät on löydet-

tävissä esimerkiksi Ogatan (1997) teoksesta, jota myös tässä työssä on käytetty lähteenä.

Säätö (tai ohjaus) tarkoittaa sitä, että mitataan systeemin muuttujia ja mittaustulosten perusteella pyritään kontrolloimaan määrättyjen muuttujien saamia arvoja ohjaamalla niitä muuttujia, joihin voidaan vaikuttaa. *Kontrolloitava muuttuja* (controlled variable) on mitattava suure tai olosuhde, jonka arvoihin pyritään säädöllä vaikuttamaan. Yleensä kontrolloitava muuttuja on systeemin *lähtömuuttuja* (output, vaste, ulostulo). *Ohjausmuuttuja* (manipulated variable) on suure tai olosuhde, jonka arvoihin vaikuttamalla pystytään säätämään kontrolloitavaa muuttujaa. Yleensä ohjattava muuttuja on systeemin *tulomuuttuja* (input, heräte, sisäänmeno). *Systeemi* on yhdistelmä komponentteja, jotka toimivat yhdessä jonkin tavoitteen saavuttamiseksi. *Prosessiksi* voidaan kutsua toimintaa, johon liittyy jonkinlaista kontrollointia. Esimerkiksi yrityksen toiminta on prosessi, jossa pyritään kontrolloimaan ainakin yrityksen tuottamaa taloudellista tulosta.

Säätöteoriassa säätö määritellään toiminnaksi, jossa mitataan systeemin muuttujien arvoja ja mittaustulosten perusteella pyritään kontrolloimaan osaa muuttujista (Ogata 1997, 2). Liiketoiminnassa sisäinen, eli johdon, laskentatoimi mittaa yritykseen liittyviä muuttujia juuri siinä tarkoituksessa, että yritysjohto voi mittaustulosten perusteella ohjata yrityksen toimintaa. Kaplan (1982, 1) määrittelee johdon laskentatoimen seuraavasti: "Management accounting is a *system* that collects, classifies, summarizes, analyzes, and reports information that will assist managers in their decision-making and *control* activities."

Yrityksen sopeutuminen muutoksiin riippuu siis siitä, miten se mittaa muutoksia, analysoi mittaustuloksia ja miten se tekee päätöksiä analyysiin perustuen. Lyhyesti sanottuna yrityksen toiminta riippuu siitä, millainen säätösysteemi sillä on. Mikäli tämä systeemi pystyttäisiin matemaattisesti mallintamaan, voitaisiin tutkia simuloimalla yrityksen reaktioita erilaisiin impulseihin tai valmiutta erilaisiin skenaarioihin.

Lecklin (1997, 135) määrittelee käsitteen yrityksen liiketoimintaprosessi seuraavasti: "*Prosessi* voidaan määritellä toimintaketjuksi, jonka avulla yritys muuttaa saamansa panokset tuotoiksi asiakkaalle ... prosessia voidaan *ohjata* siten, että tulokset tai suoritteet vastaavat asetettuja laatuvaatimuksia." Kansantaloustieteen kielellä sanottuna edellinen tarkoittaa sitä,

että yritys muuntaa panokset tuotteiksi. Edellä kuvatussa systeemissä prosessin tuloksia verrataan haluttuun tulokseen ja poikkeaman perusteella prosessin kulkua ohjataan siten, että prosessi keskittyy haluttua tavoitetta kohti. Säättöteoriassa tällainen ohjaus vastaa suljetun säädön käsitettä, johon palataan myöhemmin.

Hussey (1982, 309) kuvaa yrityksen toiminnan suunnitteluprosessia seuraavasti: " ... a *monitoring and controlling process* is an important part of the *planning system*. So that plans can be controlled, all data should be presented in such a way that it is possible to *compare* the plan with actual results. Every effort must be made to *quantify* data." Myös tässä määritelmässä viitataan prosessin säätöön, vertailevaan elementtiin ja muuttujien mitaamiseen.

Jatkossa aihetta tullaan kuitenkin lähestymään puhtaasti kansantaloustieteen teoriasta käsin. Kansantaloustieteellisestä ja säättöteoreettisesta kirjallisuudesta on löydettävissä yhteisiä tutkimusongelmia. Yhtenä talouspolitiittisen tutkimuksen päämääränä voidaan pitää talouden säätelymahdollisuuksien selvittämistä. Näkökulma on sama kuin insinööriellä, joka stabiloi teknologisen prosessin parametrit haluamalleen tasolle. Samalla tavoin yrittäjä pyrkii hallitsemaan yrityksensä toimintaprosesseja.

Yhteiset tutkimusongelmat voidaan jakaa kolmeen luokkaan: (i) eksistenssiongelma, (ii) stabiliteettiongelma ja (iii) optimointiongelma (Kamppinen 1972, 5). Eksistenssiongelma liittyy siihen, onko säättötehtävä ylipäänsä mahdollinen. Yrityksen tapauksessa kysymys tarkoittaa vapaasti tulkiten sitä, pystyykö yrittäjä ohjaamaan esimerkiksi yrityksen kuukausittaisen voiton haluamalleen tasolle. Stabiliteetti merkitsee sitä, että systeemi pyrkii tasapainoon sen jälkeen kun sitä on siitä poikkeutettu. Stabiliteettiongelmallalla on erittäin keskeinen merkitys kansantaloustieteen teoriassa. Chiangin (1984, 435) mukaan käsitteellä dynamiikka (dynamics) viitataan standarditapauksessa joko analyysiin, jonka tarkoituksena on tutkia muuttujan aikauran ominaisuuksia tai määrätä konvergoituuko muuttuja tarkastelujakson aikana tiettyyn tasapainoarvoon. Optimoinnin merkitystä taloustieteilijälle ei tarvitse perustella. Koko kuluttajan ja yrityksen käyttäytymisen teoria pohjautuu optimointiin. Erästä modernin säättöteorian osaluetta kutsutaan optimisäädön teoriaksi. Periaatteet insinöörien ja taloustieteilijöiden optimointimenetelmissä ovat samat.

2 Säättöteorian perusteet

Tässä luvussa käydään läpi systeemi- ja säättöteorian perusteet. Osiossa 2.1 esitellään lohko-kaavio, jonka avulla jatkossa kuvataan esiteltävät mallit graafisesti. Osiossa 2.2 esitellään yleisimmät prosessityypit eli lohkon input-signaalille suorittamat matemaattiset operaatiot. Mukaan on liitetty talouden toimintaa kuvaavia sovellusesimerkkejä. Osiossa 2.3 määritellään muutamia työssä tarvittavia käsitteitä.

2.1 Lohkokaavio

Säättöteorian piirissä käytetty graafinen esitystapa on *lohkokaavio* (block diagram). Lohkokaavio eroaa suorakulmaisesta koordinaatistosta, jota kansantaloustieteessä usein käytetään siten, että sillä voidaan kuvata komplekseja systeemejä, joiden analyttinen ratkaiseminen on joko vaativaa tai mahdotonta. Lohkokaavio on kuva, joka esittää systeemin komponenttien toiminnan, niiden väliset kytkökset ja systeemissä liikkuvat signaalit (katso liite 1). Lohkokaavion elementtejä ovat *lohko* (functional block), signaalin kulkua kuvaava nuoli, *yhteenlaskupiste* (summing point) ja *haarakohta* (branch point). Lohko sisältää matemaattisen operaation, joka muuttaa siihen tulevan signaalin, inputin, outputiksi. Yhteenlaskupisteessä tulevat signaalit joko lasketaan yhteen tai vähennetään toisistaan. Haarakohdassa signaali jakautuu useampaan alkuperäisen signaalin kanssa identtiseen signaaliin. Haarakohdassa signaalille ei siis suoriteta mitään matemaattista operaatiota. Epälineaarisisissa systeemeissä lohkokaaviossa esiintyy lisäksi elementti, joka kertoo siihen tulevat signaalit. Lähtösignaali eli output on tässä tapauksessa tulosignaalien tulo.

Yksi tämän työn tarkoituksista on perustella käytännön esimerkkien kautta lohkokaavion käyttökelpoisuutta taloustieteellisen ajattelun yhteydessä. Useissa kohdissa malleja ei edes yritetä kirjoittaa analyttisessä muodossa, vaan tyydytään pelkästään graafiseen esitystapaan. Vastaavaa kuvallista esitystekniikkaa ei havaintojeni perusteella ole kansantaloustieteen yrityksen teoriaa koskevassa kirjallisuudessa aikaisemmin käytetty. Liiketaloustieteiden piirissä prosessikaavion ja lohkokaavion käsitteet ovat yleisesti käytössä, mutta ne eivät vastaa tässä työssä käytettävää kuvaustekniikkaa.

2.2 Erilaisia prosessityyppejä

Tässä luvussa esitetään yleisimpiä matemaattisia operaatioita, joita lohko suorittaa tulosignaaleille. Peruslähteenä on Ogata (1997). Sovellusesimerkkien lähdeviitteet on tarvittaessa mainittu kunkin esimerkin kohdalla.

Kaksinapainen prosessi toimii kahdella tavalla. Fysikaalinen esimerkki kaksinapaisesta prosessista on kytkin, joka sytyttää ja sammuttaa lampun sen perusteella, ylittääkö huoneen valomäärä tietyn tason. Taloustieteellinen esimerkki on yrityksen investointipäätös. Yritys investoi, jos siitä aiheutuvat odotetut tulot ovat suuremmat kuin odotetut kustannukset. Päinvastaisessa tapauksessa yritys ei investoi. Matemaattisesti tämä prosessi voidaan esittää kaavan (1) mukaisesti.

$$(1) \quad y(t) = \begin{cases} a, & \text{kun } x(t) > 0 \\ b, & \text{kun } x(t) \leq 0 \end{cases}$$

Kaavassa $y(t)$ on prosessin lähtösuure,

$x(t)$ on muuttuja, joka kuvaa sääntöä, jonka perusteella prosessi on tietyssä asennossa, myös a ja b ovat muuttujia.

Yritysesimerkkiin sovellettuna a = investoi, b = ei investoi ja $x(t)$ = odotetut tulot investoinnista miinus odotetut menot.

Suhteellinen prosessi (tai proportionaalinen prosessi) voidaan kuvata yhtälöllä (2).

$$(2) \quad y(t) = ax(t)$$

Kaavassa $y(t)$ on output ja $x(t)$ input. Mikäli prosessia tarkastellaan ainoastaan staattisesti, eli huomiota kiinnitetään ainoastaan tasapainoarvoihin, voidaan yhtälö kirjoittaa muodossa $y = ax$, missä y on lähtösuureen tasapainoarvo kun tulosuure saa arvon x . Fysikaalinen esimerkki suhteellisesta prosessista on vahvistin, jolloin a :n arvo on ykköstä suurempi positiivinen luku. Taloustieteellisiä esimerkkejä suhteellisista prosesseista ovat kaikki lineaariset mallit.

Oletetaan esimerkiksi tilanne, jossa yritys on estimoinut seuraavan regressiomallin (Kaplan 1982, 84).

$$(3) \quad y(t) = b_0 + b_1 x_1(t) + b_2 x_2(t) + b_3 x_3(t) + \varepsilon$$

Yhtälössä $y(t)$ = yrityksen tuotantokustannukset (mk/kk),

b_0 = kiinteät kustannukset (mk/kk),

$x_1(t)$ = työtunnit (h₁/kk),

$x_2(t)$ = koneenkäyttötunnit (h₂/kk),

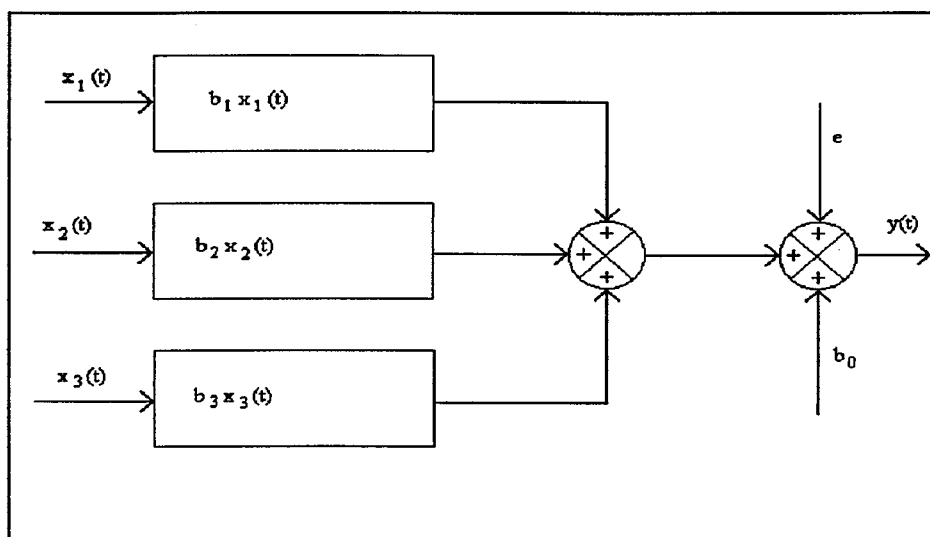
$x_3(t)$ = raaka-aineen käyttö (kg/kk),

ε = virhetermi (mk/kk),

b_1 , b_2 ja b_3 ovat dimensionaalisia vakioita¹, joiden mittayksiköt ovat (mk/h₁), (mk/h₂) ja (mk/kg).

Tällöin yrityksen toimintakustannusten arviointi noudattaa seuraavan lohkokaaavion mukaista systeemiä.

Kaavio 1: Yrityksen toimintakustannukset



¹ Talouden mittayksiköt ja perusdimensiot ovat esittäneet De Jong (1967) ja Estola (1995).

Kaaviosta nähdään, että yrityksen panoskäyttövirrät muuntuvat suhteellisten prosessien läpi kulkiessaan rahavirroiksi. Yhteenlaskupisteessä rahavirtaan lisätään kiinteät kustannukset ja estimoinnin tuottama virhetermi.

Kun prosessi on kuvattavissa yhtälöllä (4), se on *integroiva prosessi*.

$$(4) \quad \frac{dy}{dt} = x(t)$$

Fysikaalinen esimerkki integroivasta prosessista on kappaleen nopeuden muutos ajan kuluessa, kun siihen vaikuttaa voima F . Prosessi voidaan kuvata seuraavalla yhtälöllä.

$$(5) \quad F = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m} \Rightarrow v = \int \frac{F}{m} dt = \frac{F}{m} t$$

Taloustieteessä integroivia prosesseja käytetään muodostettaessa virtasuureista varantosuureita. Esimerkiksi yrityksen pääoma voidaan ajatella investointivirran kertymänä yhtälöiden (6) ja (7) mukaisesti (Chiang 1984, 459).

$$(6) \quad \frac{dK}{dt} = I(t)$$

$$(7) \quad K(t) = \int I(t) dt = \int \frac{dK}{dt} dt = \int dK$$

Kaavassa $I(t)$ on investointivirta hetkellä t

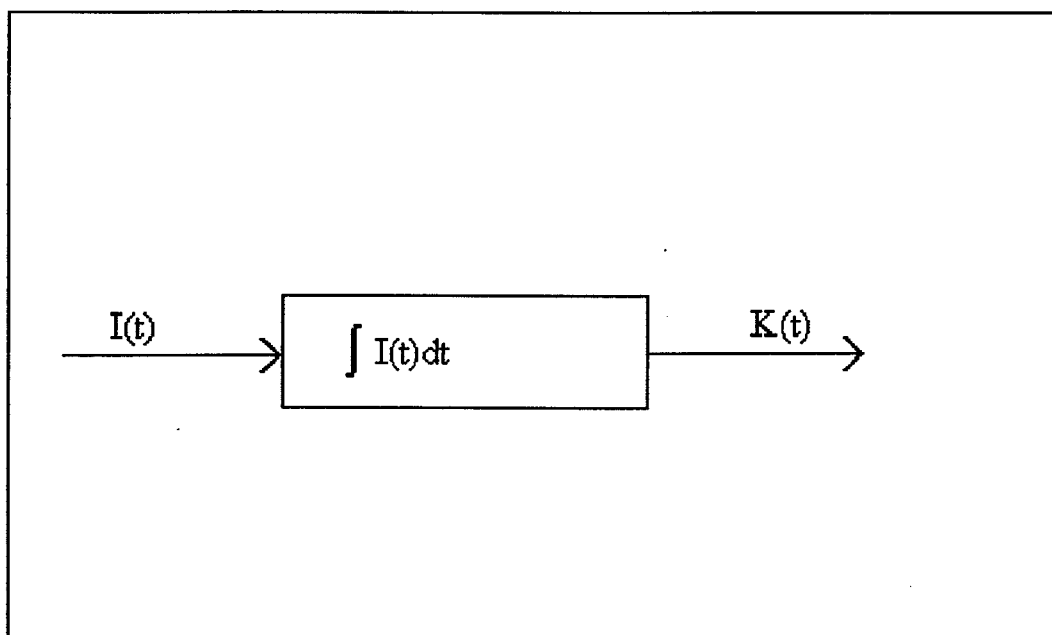
$[M][T]^{-1}$,

$K(t)$ on hetkeen t mennessä kertynyt pääoma

$[M]$.

Prosessin lohkokaaevioesitys on seuraavalla sivulla oleva kaavio 2.

Kaavio 2: Virtasuureesta varantosuureeseen



Muokattaessa mallia realistisemmaksi systeemiin tulee lisätä poistofunktio. Kamppinen (1972, 14) esittää pääomavarannon kertymisen yhtälön (7) mukaisesti.

$$(7) \quad K(t) = K(0) + \int_0^t I(s) ds - \int_0^t D(s) ds$$

Yhtälössä $K(t)$ on kertynyt pääoma hetkellä t ,

[M]

$K(0)$ on vastaava suure hetkellä nolla,

[M]

$D(t)$ kuvaa poistovirtausfunktiota ajanjakson $(0, t)$ aikana ja

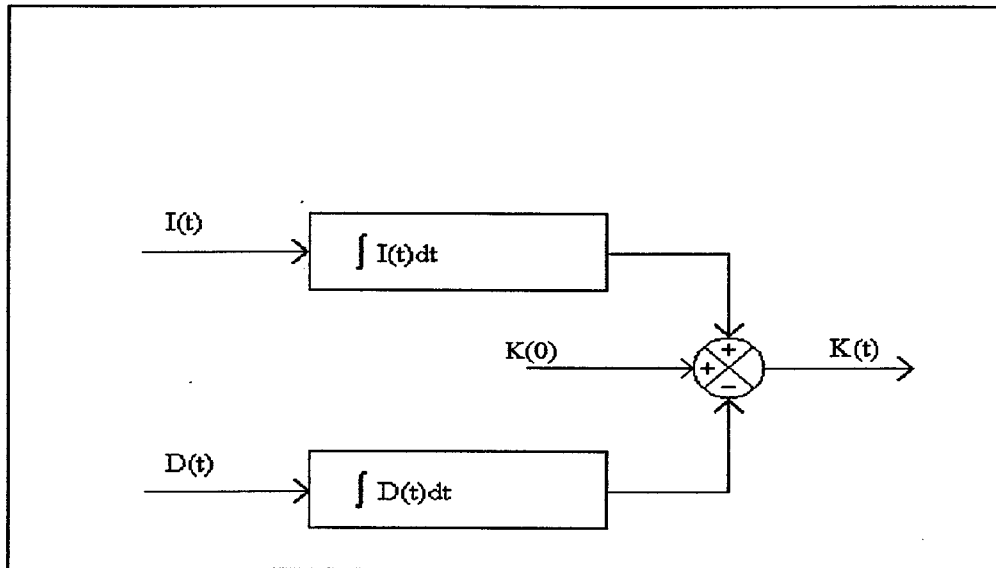
[M][T]⁻¹

$I(t)$ on investointivirtafunktio ajanjakson $(0, t)$ aikana.

[M][T]⁻¹

Kaaviosta 3 nähdään, että investointi- ja poistovirrat kertyvät integroivien prosessien välityksellä varantosuureiksi. Nämä puolestaan liitetään toisiinsa yhteenlaskupisteen välityksellä, jolloin saadaan yrityksen kertynyt pääoma.

Kaavio 3: Yrityksen kertynyt pääoma



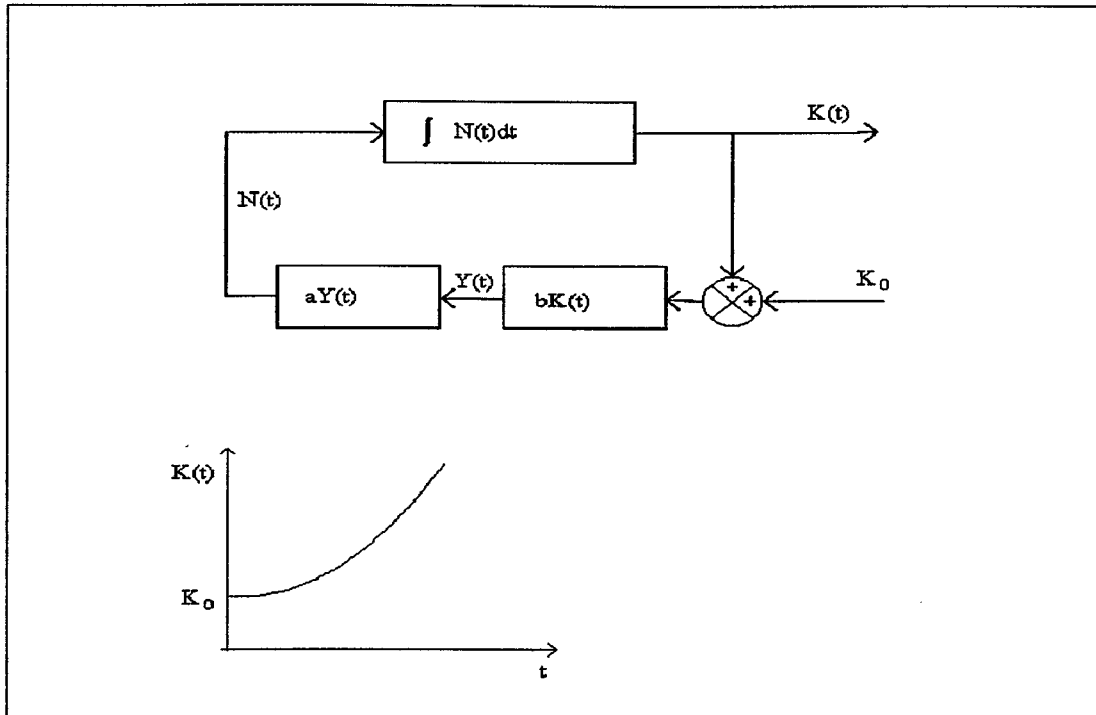
Oletetaan, että yrityksen tulovirta on pääomavarannon lineaarinen funktio, $Y(t) = bK(t)$ ja nettoinvestoinnit, $N(t) = I(t) - D(t)$, puolestaan tulojen lineaarinen funktio, $N(t) = aY(t)$. Parametrit a ja b ovat suurempia kuin nolla. Tällöin päädytään systeemiin, joka voidaan kuvata ensimmäisen asteen differentiaaliyhtälön avulla. (Kamppinen 1972, 14)

$$(9) \quad \frac{dK(t)}{dt} = abK(t)$$

Lohkokaaviosta (4) nähdään, että differentiaaliyhtälöllä kuvattava systeemi sisältää takaisinkytkennän. Alkuhetken kertynyt pääoma K_0 voidaan tulkita prosessin käynnistäväksi impulssiksi. Alkupääoma synnyttää yritykselle tuloja suhteellisen prosessin mukaisesti, joka puolestaan synnyttää suhteellisen prosessin läpi kulkiessaan investointivirran $abK(t) = N(t)$. Investointivirta kumuloituu integroivassa prosessissa takaisin pääomaksi. Mikäli systeemi kuvattaisiin graafisesti kaksiulotteisessa koordinaatistossa, sen ratkaisu olisi:

$$(10) \quad K(t) = K_0 e^{abt}$$

Kaavio 4: Takaisinkytkentä



Kaaviossa parametrin b dimension on oltava $[T]^{-1}$, jotta $Y(t)$ olisi virtasuure. $K(t)$:n ja $K(0)$:n dimensiot ovat $[M]$. Yhteenlaskupisteeseen tulevien suureiden on oltava samassa dimensiossa mitattuja.

Kun lähtösuure seuraa tulosuureen muutosnopeutta, on prosessi *derivoiva*. Taloustieteessä esitetyn akseleraatiomallin mukaan investoijat eivät reagoi kysynnän tasoon vaan sen muutosnopeuteen. Derivoiva käyttäytyminen saa tuotantokapasiteetin seuraamaan nopeasti kysynnän kehitystä. (Kamppinen 1972, 15)

2.3 Erilaisia säätötyyppejä

Avoimessa säädössä (open-loop control) pyritään tulosuureta ohjaamalla kontrolloimaan lähtösuureen saamia arvoja, mutta saatua tulosta ei verrata haluttuun tulokseen, eikä mahdollisen poikkeaman sattua virhettä pyritä korjaamaan poikkeaman suuruuden ja summan perusteella. Suljettu säätö (closed-loop control) vertaa lähtösuureen arvoa haluttuun pienentäen virhettä erosignaalin perusteella. Systeemissä on tällöin takaisinkytkentä (feedback). Kaavion 4 takaisinkytkentä on myötäkytkentä, sillä siinä feedback-signaali lisätään input-signaaliin. Vastakytkennässä signaalit vähennetään toisistaan.

3 Yrityksen teoria

Tässä luvussa systeemi- ja säätöteorian menetelmiä sovelletaan yrityksen teoriaan. Aluksi käydään läpi osia Kamppisen (1972) ja Pesosen (1999) tutkimuksista, koska kyseiset tutkimukset ovat vaikuttaneet tämän työn ajattelutapoihin.

Kamppinen (1972) soveltaa säätöteoreettisia menetelmiä osittaismarkkinatasapainon tarkasteluun. Hän tarkastelee yhden hyödykkeen markkinoita, joilla kysyntä ja tarjonta noudattavat yhtälöitä

$$(11) \quad D(t) = a_1 - a_2 p(t)$$

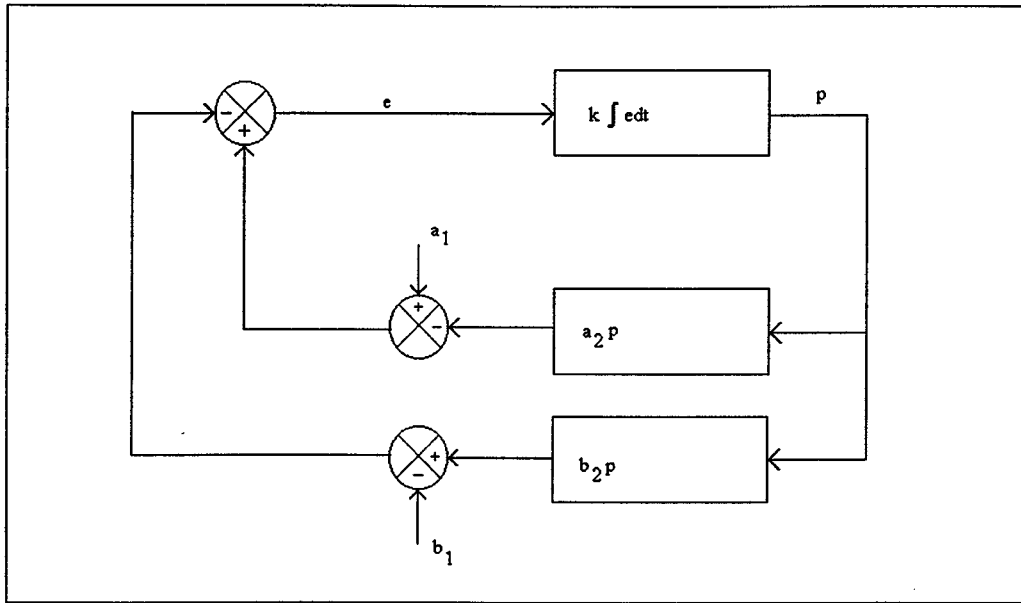
$$(12) \quad S(t) = -b_1 + b_2 p(t)$$

Tarkastelussa oletetaan, että hinnan muutosnopeus on verrannollinen liikakysyntään $e(t) = D(t) - S(t)$ seuraavan yhtälön mukaisesti:

$$(13) \quad \frac{dp}{dt} = ke(t) \quad , \text{ missä } e(t) = D(t) - S(t).$$

Nyt päädytään lohkokaaavion 5 esittämään tilanteeseen, jossa hinta määräytyy liikakysynnän perusteella integroivan prosessin välityksellä.

Kaavio 5: Hinta liikakysynnän funktiona



Hinnan aikaura voidaan ratkaista normaalisti ensimmäisen asteen differentiaaliyhtälön ratkaisumenetelmin:

$$(14) \quad P(t) = \frac{a_1 + b_1}{a_2 + b_2} - \frac{a_1 + b_1}{a_2 + b_2} e^{-(a_2 + b_2)t}$$

Kamppinen lisää malliin vielä spekuloidun kysyntäelementin derivoivan prosessin muodossa ja tuotantokapasiteetin reagoivia vastaavaan elementin integroivan prosessin muodossa. Hän ratkaisee systeemin mukaisen hinnan aikauran muuttujien Laplace-muunnosten avulla.

Tässä työssä käsiteltävät mallit tullaan jatkossa ymmärtämään erilaisina virtausprosesseina. Osiossa 3.1.1 ja 3.1.2 analysoidaan talouden raha- ja materiaalivirtoja ja osiossa 3.2 ne pyritään yhdistämään talousyksikön toimintaa kuvaavaksi malliksi. Materiaalivirta- ja rahavirtamallit ovat esimerkiksi ympäristöjohtamisen tutkimuksessa käytettyjä työkaluja. Seuraavaksi esitettävän katsauksen lähteenä on Hanna-Leena Pesosen (1999) väitöskirja "From Material

Flows to Cash Flows".

Materiaalivirtamallien kehityksen yhtenä alullepanijana oli Leontief, joka 1930-luvulla esitti tekniikan, jossa kuvattiin input- ja output- taulukoiden avulla talouden sektoreiden väliset hyödykevirrat tietyn ajanjakson aikana. Toinen tärkeä materiaalivirtojen mallitustapa on elinkaarianalyysi (Life Cycle Assessment). Nimensä mukaisesti siinä kuvataan hyödykkeen elinkaari raaka-aineiden hankinnasta lähtien aina hyödykkeen kulutukseen ja kierrätykseen. Elinkaarianalyysi painottaa erityisesti tuotteen vaikutuksia ympäristöön. (Pesonen 1999, 20 - 23)

Rahavirrat voidaan jakaa kolmeen luokkaan sen perusteella, kuinka ne kytkeytyvät materiaalivirtoihin. (i) Rahavirtoja, jotka liittyvät suoraan materiaalivirtoihin, kutsutaan kustannus- ja tulovirroiksi tai tulo- ja menovirroiksi. (ii) Materiaalivarantoon liittyvää rahavarantoa kutsutaan pääomaksi. (iii) Palveluun liittyvä rahavirta syntyy, kun maksetaan palvelusta. Tämä rahavirta ei siis ole kytkeytynyt varsinaiseen materiaalivirtaan. (Pesonen 1999, 36 - 37)

Rahavirrat ovat seurausta markkinoilla tapahtuvista transaktioista. Useimmiten rahavirta on vastakkaisuuntainen siihen liittyvän hyödykevirran kanssa. Kuitenkin esimerkiksi jätteillä on negatiivinen taloudellinen arvo ja tällöin raha ja materiaalivirta ovat kaupankäynnissä samansuuntaiset. (Pesonen 1999, 37)

Pesonen (1999, 34) liittää materiaali- ja rahavirrat toisiinsa seuraavalla tavalla. Yhden Prosessin x kustannukset ovat:

$$(15) \quad TC_{\text{prosessi } x} = q_{\text{prosessi } x} \times P_{\text{prosessi } x}$$

missä q prosessin käyttämä on materiaalivirta,
 p on materiaalin yksikköhinta.

Tällöin useista prosesseista koostuvan systeemin kokonaiskustannukset ovat

$$(16) \quad TC_{\text{systeemi}} = TC_1 + TC_2 + \dots + TC_x$$

missä x on systeemin sisältämien prosessien lukumäärä.

Myöhemmin tullaan käsittelemään yrityksen budjettiyhtälöä samalla tavoin suhteellisista prosesseista koostuvana systeeminä.

3.1 Virta- ja varantosuureet

Dynaamisissa analyysissä muuttujia tarkastellaan ajan funktioina. Tällöin tärkeitä käsitteitä ovat virtaus ja varanto. Virtaus on varannossa tapahtuva muutos tarkastelujakson aikana. Sen mahdollisia dimensioita ovat $[R][T]^{-1}$ tai $[M][T]^{-1}$. Tällöin vastaavat varantosuureet ovat muotoa $[R]$ ja $[M]$. "Kansantalouden varantosuureita ovat kaikki sellaiset suureet, joiden mitayksiköt eivät ole aikaan suhteutetut ... hyödykkeiden kertyneet tuotanto- ja kulutusmäärät tietyllä ajanhetkellä jostakin hetkestä lähtien mitattuna ovat varantosuureita, samoin kertyneet rahavarannot kuten velkojen ja säästöjen määrät ... varantosuureiden muutokset jonkin kiinteän ajanjakson aikana ovat puolestaan kansantalouden virtasuureita (Estola 1996, 62-63). Jos hetkellinen virtausnopeus voidaan määrittellä, virtasuure on varantosuureen aikaderivaatta ja varantosuure on virtasuureen aikaintegraali (Kamppinen 1972, 8). Tällöin varantosuuretta, jonka dimensio on $[R][T]^{-1}$, vastaa dimensiossa $[R][T]^{-2}$ mitattava virtasuure.

Varannossa tapahtuvan muutoksen voidaan ajatella tapahtuvan joko jatkuva-aikaisesti tai diskreetein aikavälein. Yleensä diskreettisuuden katsotaan syntyvän kahdesta syystä. Joko muuttuja on luonnostaan sellainen, että se voi saada vain tiettyjä arvoja tai muuttujasta tehdään mittauksia vain tietyin väliajoin. Chiangin (1984, 459) sanoin ilmaistuna: "One salient feature of dynamic analysis is the dating of the variables, which introduces the explicit consideration of time into the picture. This can be done in two ways: time can be considered either as a continuous variable or as a discrete variable." Jatkuva-aikainen suure ja jatkuva suure (continuous variable) ovat tietenkin eri asioita.

Mikäli muuttujan diskreettisuuden voidaan ajatella johtuvan siitä, että muuttujaa mitataan tietyin väliajoin, mutta itse aika on jatkuva suure, voidaan luonnollisesti diskreetti muuttuja muuntaa jatkuva-aikaiseksi. Intuitiivisesti tämä voidaan ilmaista seuraavasti: " ... Jonkin hyödykkeen (esimerkiksi auton) murto-osia tuotetaan jatkuvasti, vaikka yhden täysin valmiin au-

ton valmistaminen kestääkin aikansa. Vaikka tehdas toimisi ainoastaan 8 tuntia päivässä, työntekijöiden levon voidaan ajatella olevan osa tuotantoprosessia. Tuotantoprosessi jatkuu yön aikana pakollisen levon muodossa, joten tehtaan sulkeminen yön ajaksi ei tee tuotannosta epäjatkuvaa. Autojen valmistus voidaan siten ajatella jatkuvaksi prosessiksi, vaikka valmiita autoja syntyykin vain tietyin väliajoin (Estola 1996, 47). Jatkuva-aikaisista suureista voidaan aina siirtyä diskreetteihin tekemällä mittauksia diskreetisti.

Tässä työssä eri tilanteiden mallittamisessa erotetaan kaksi vaihetta. Aluksi määritellään tilanteeseen liittyvät muuttujat, jotka jaetaan virta- ja varantosuureisiin. Toiseksi osiossa 3.2 pyritään mallittamaan syyt, jotka aiheuttavat muutoksia suureiden arvoihin.

3.1.1 Rahavirrat

Tyypillisiä taloustieteen kannalta kiinnostavia virtoja ovat rahavirrat. Yrityksen teoriassa kustannusfunktio kuvaa panoskäyttönopeuksien ja menovirtojen välistä relaatiota. Historiallisesti kustannuskäyrän käsite edelsi tuotantofunktion käsitettä. Kustannusfunktion hintaderivaattojen systemaattisen tutkimuksen aloitti Hotelling (1932) tutkimalla kuluttajan menojen minimointiongelmia rajoitteena valittu hyötytaso. Kuluttajan menofunktion ominaisuuksia kehittivät edelleen Roy (1942) ja McKenzie (1957). Kustannus- ja tuotantofunktioiden duaalisuusominaisuudet esitteli Shephard (1953). Hänen analyysinsä perustui Fenchelin (1953) löytämiin konveksien joukkojen ominaisuuksiin. Duaaliteoreemaa kehittivät edelleen Uzava (1964), McFadden (1962), Diewert (1974), Hanoch (1975) ja Lau (1976). Ensimmäinen ekonometrinen sovellus on vuodelta 1963, jolloin Nerlove tutki sähköntuotantoon liittyviä skaalatuottoja Cobb-Douglas funktiomuotoa käyttäen. (Fuss & McFadden 1978, 5)

Kuluttajan teoriassa talousyksikköön liittyvät rahavirrat kuvataan perinteisesti budjettiyhtälöllä, jota yhtälö (17) edustaa (Koutsoyiannis 1979, 40).

$$(17) \quad Y_t = \sum_{i=1}^n p_{i,t} q_{i,t}$$

Yhtälössä Y_t kuvaa kuluttajan tulovirtaa tarkastelujaksolla, $[M][T]^{-1}$

$q_{i,t}$ on hyödykkeen i kulutusnopeus,	$[R_i][T]^{-1}$
$p_{i,t}$ on hyödykkeen i yksikköhinta.	$[M][R_i]^{-1}$

Määrädimension alaindeksi i viittaa siihen, että kysessä on nimen omaan hyödykkeen i määrittelemä dimensio. Siis jokaisella talouden hyödykkeellä on määrävaruudessa oma ulottuvuutensa.

Summan termi $p_{i,t} q_{i,t}$ voidaan tulkita kahdella tavalla. Toisaalta se voidaan ajatella hyödykkeen i kulutuksesta aiheutuvana rahamääräisenä menovirtana. Toisaalta se voidaan ajatella transaktion, jossa itse asiassa on kaksi vastakkaissuuntaista virtaa: rahaa vaihdetaan hyödykkeeseen.

Mikäli vähintään toinen tekijöistä $p_{i,t}$ ja $q_{i,t}$ on vakio ajassa, yhtälö voidaan ajatella säätöteoreettisesti siten, että systeemissä on n kappaletta suhteellisia prosesseja, jotka on kytketty toisiinsa yhteenlaskupisteen avulla. Tällöin tilanne voidaan tulkita siten, että suhteellinen prosessi muuntaa hyödykevirran rahavirraksi. Tämä tulkinta on analoginen luvun alussa esitellyn Pesosen tulkinnan kanssa.

Kuluttajan budjettiyhtälön (17) heikkouksia ovat seuraavat: (i) Se ei erottele eri lähteistä tulleja tulovirtoja. (ii) Se olettaa, että kaikki tulot käytetään tarkasteluperiodin aikana tai (iii) mikäli osa tuloista säästetään, yhtälö kuvaa vain säästämisenopeuden. Se ei paljasta säästöissä olevaa rahamäärää. (iv) Mikäli osa tuloista säästetään, jonkin termeistä $p_{i,t}q_{i,t}$ tulisi kuvata säästämistä. Tällöin joudutaan pohtimaan, miten tekijät $p_{i,t}$ ja $q_{i,t}$ tulkitaan. Kuvaako termi rahavirtaa vai transaktiota, jossa rahaa virtaa toiseen suuntaan ja hyödykkeitä toiseen?

Kyseistä budjettiyhtälöä voitaisiin käyttää myös yrityksen rahavirtojen kuvaamiseen, mutta edellä mainittujen puutteiden vuoksi, se ei ole paras mahdollinen tapa. Budjettiyhtälöä voidaan helposti laajentaa yhtälön (18) mukaiseen muotoon.

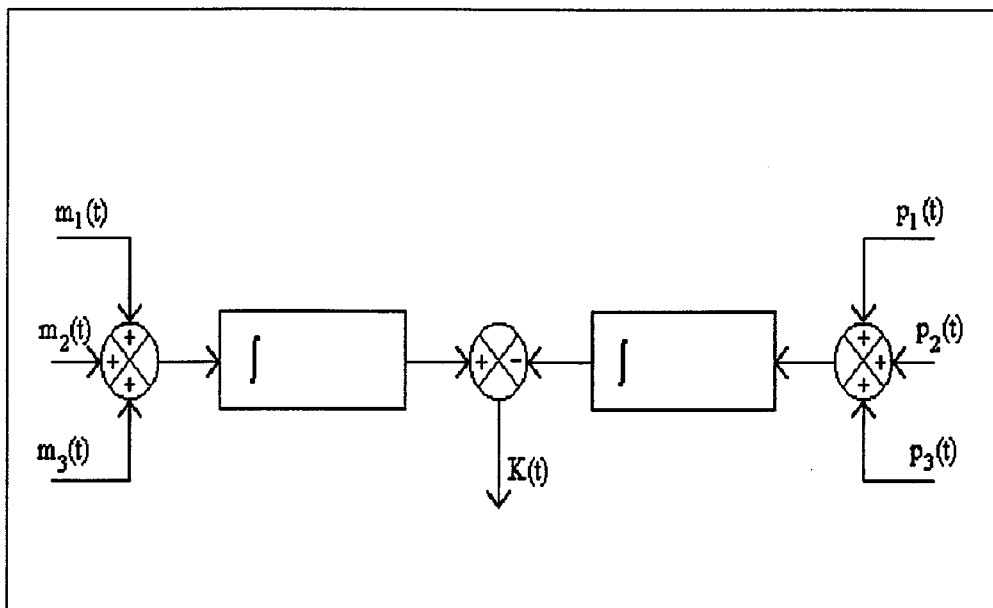
$$(18) \quad \int \left[\sum_{k=1}^n m_k(t) - \sum_{i=1}^j p_i(t) \right] = K(t)$$

Yhtälössä $m_k(t)$ on lähteestä k tuleva rahavirta ja $[M][T]^{-1}$

$p_i(t)$ on kulutuksesta tai panoskäytöstä i aiheutuva menovirta. $[M][T]^{-1}$

Systeemissä tulo- ja menovirrat muunnetaan integroivan prosessin avulla varantosuureiksi. Tulo- ja menovarantojen erotus on talousyksikön varallisuus kullakin ajanhetkellä. Yhtälö (18) ei pakota talousyksikköä käyttämään kaikki tulojaan, vaan rahaa voi olla myös kassassa. Yhtälö on lisäksi dynaaminen. Mikäli halutaan, termi $p_i(t)$ voidaan ymmärtää tulona $p_i q_i(t)$, jolloin tilanne saadaan palautettua yhtälön (17) mukaiseksi. Tapaus, jossa $n=j=3$ näyttää lohkokaaaviona seuraavalta.

Kaavio 6: Talousyksikön tulo- ja menovirrat

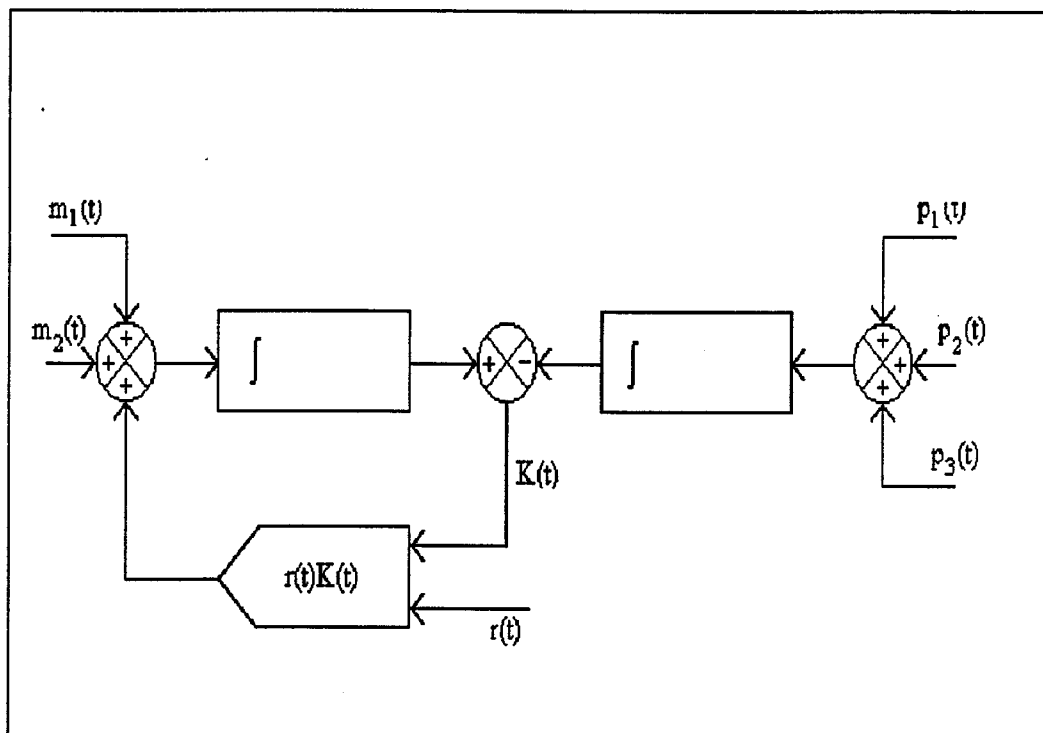


Yhtälössä (19) tulo- ja menovirrat eivät kerry kassaan, vaan sijoituskohteeseen, joka tuottaa korkotuloja. Tällöin virtausprosessin lohkokaavioesitykseen tulee takaisinkytkentä, eli esi-

merkitse pankkitilille kertynyt varanto aiheuttaa itse uuden tulovirran $r(t)K(t)$.

$$(19) \quad \int \left[r(t)K(t) + \sum_{k=1}^2 m_k(t) - \sum_{i=1}^3 p_i(t) \right] = K(t)$$

Kaavio 7: Tulo- ja menovirrat sekä sijoituskohde



Systemiin voitaisiin lisätä toinen takaisinkytkentä menopuolelle, joka kuvaisi talousyksikön luotonottoa. Tällöin lainaraha aiheuttaisi uuden menovirran korkomenojen muodossa.

Rahavirtojen merkitys talousyksikön, erityisesti yrityksen, käyttäytymistä mallitettaessa on merkittävä. Yrityksen ajatellaan tekevän päätöksiä siten, että sen voitto maksimoituu. Voitto on luontevinta ymmärtää rahavirtana. Sääteorian kielellä voidaan sanoa, että rahavirrat ohjaavat yrityksen toimintaa. Uusklassisessa teoriassa tämä ohjausprosessi ilmenee kustannusten minimointina rajoitteena haluttu tuotantonopeus. On selvää, ettei yhtälöissä (18) ja (19) esitetyt rahavirtaprosessit voidaan kytkeä tuotantofunktioon samalla tavalla kuin uusklassisessa teoriassa.

3.1.2 Materiaali- ja panoskäyttövirrät

Rahan lisäksi taloudessa virtaa myös muita hyödykkeitä. Yrityksen tuotantoprosessissa voidaan havaita tuotannontekijöiden ja raaka-aineiden käyttöä sekä valmistuneita tuotteita kuvaavia virtoja. Perinteisesti panos-tuotos -virrat kuvataan tuotantofunktion avulla. Gravelle ja Rees (1981, 163-167) ilmaisevat kahden panoksen tuotantofunktion oletuksineen seuraavasti.

(1) y , z_1 ja z_2 ovat ei-negatiivisia.

(2) Tuotokset ja panokset ovat jaettavissa.

(3) Jokaista panoskäyttövektoria (z_1, z_2) vastaa saavutettavissa oleva maksimaalinen tuotantoonopeus y_{\max} , jolloin tuotantofunktio voidaan kirjoittaa muodossa $y_{\max} = f(z_1, z_2)$.

(4) Kaikille (z_1, z_2) kaikki tuotantoonopeudet välillä $0 \leq y \leq y_{\max}$ ovat mahdollisia. Toisin sanoen tehottoman tuotantomenetelmän käyttäminen on mahdollista. Jos $y > f(z_1, z_2) = y_{\max}$, tuotantoonopeus on teknisesti mahdoton saavuttaa tarkastelujaksolla.

(5) $y > 0$ implikoi $z_1 > 0$ tai $z_2 > 0$ siis $f(0, 0) = 0$. Tämä oletus tarkoittaa sitä, että yritys ei voi tuottaa käyttämättä ainakin yhtä tuotantopanosta. Yritys voi kuitenkin olla tuottamatta mitään.

(6) Tuotantofunktio on kahdesti jatkuvasti differentioituva. Tämän oletuksen perusteella tietyn tuotantopanoksen rajatuottavuus voidaan ilmaista tuotantofunktion y_{\max} osittaisderivaattana kyseisen panoskäytön suhteen. Oletuksen mukaan rajatuottavuus on jatkuva ja derivoituva funktio. Yleensä oletetaan myös, että tuotantofunktion toisen asteen derivaatat panoskäyttöjen suhteen ovat negatiivisia ja $f_{12} = f_{21}$. Nyt yrityksen tuotantoonopeuden isokvantti voidaan kirjoittaa vektorijoukkona $I_0 = \{(z_1, z_2) \text{ s.e. } f(z_1, z_2) = y_{\max} = y_0\}$.

(7) Ainakin yhden panoksen rajatuotto on aina positiivinen. Tämä oletus varmistaa sen, että isokvantit ovat käyriä. Oletus ei väitä, että toisen panoksen rajatuottavuus ei voisi olla negatiivinen jossakin pisteessä. Isokvantille siis pätee yhtälö: $y_{\max} = f(z_1, z_2) = y_0$. Oletuksen

(6) perusteella edellinen yhtälö voidaan differentioida muotoon $dy_{\max} = f_1 dz_1 + f_2 dz_2 = 0$. Pitämällä y_{\max} vakiona voidaan panosten differentiaalien suhde kirjoittaa seuraavasti: $-dz_2/dz_1 = f_1/f_2 = MP_1/MP_2$. Tämä suhde on panosten tekninen rajasubstituutiosuhde.

(8) Kaikille tuotantoonopeuksille pätee, että panoskäyttövektorien joukko, joilla kulloinenkin

tuotantonopeus kyetään saavuttamaan, on aidosti kvasi-konkaavi.

Edellinen tarkastelu voidaan laajentaa usean tuotantopanoksen tapaukseen. Analyysi eroaa tällöin substituutiosuhteiden osalta.

Jos yritys valmistaa useampaa tuotetta, sen tuotantofunktio voidaan kirjoittaa implisiittisessä muodossa: $g(y_1, y_2, \dots, y_n) = 0$. Tällöin y :t ovat yrityksen nettotuotantovirtoja (Gravelle & Rees 1981, 174). Nettotuotanto -käsitteen käyttö johtuu siitä, että yritys saattaa käyttää omia tuotteitaan edelleen tuotantoprosessissaan panoksina. Puhutaan myös välituotteista. Myöhemmin esitetään säättöteoreettinen malli yhtä välituotetta tuottavan yrityksen tuotantosysteemistä. Vaikka tuotantofunktion tarkan matemaattisen muodon määrittäminen on etupäässä insinöörien tehtävä, myös kansantaloustieteessä on syytä kiinnittää asiaan huomiota.

Funktiomuodon valintaa ohjaavat tutkimuksen päämäärät. Tuotantoa kuvaavien mallien käyttö voidaan jakaa kahteen luokkaan. (i) Tuotantoprosessin analyttinen tutkimus pitää sisällään esimerkiksi skaalatuotto-ominaisuuksien selvittämisen. Analyttisessä tutkimuksessa erityistä huomiota on kiinnitettävä mallin rakenteeseen ja parametrisointiin. (ii) Ennustemallissa tärkeä ominaisuus on mallin parametrien vakaus. Esimerkki tästä käyttötarkoituksesta on teollisuuden energiatarpeen ennustaminen. (Fuss ja McFadden 1978, 221).

Fuss ja Mcfadden (1978, 221 - 223) esittävät seuraavan konkreettisen listan ominaisuuksista, jotka tuotantofunktioiden pitäisi pystyä kuvaamaan.

- (1) Paljon huomiota on kiinnitetty pääoman ja työvoiman käyttöä kuvaavien aggregaattisuureiden osuuksiin tuotannossa (distribution).
- (2) Tuotannon skaalatuotto-ominaisuudet (scale).
- (3) Tuotantopanosten substituotavuus (substitution).
- (4) Ekonometrisessä analyysissä on tärkeää pystyä erottamaan prosessin additiiviset ja sisäkkäiset komponentit (separability).
- (5) Teknologian kehittyminen muuttaa tuotantofunktiota ajan kuluessa.

Erityisesti ekonometrisessä tutkimuksessa tuotantoprosessia kuvaavan mallin spesifiointia ovat ohjanneet seuraavat halutut efektit:

(1) Tuotantoteknologian joustavuus (technological flexibility) muuttuvassa toimintaympäristössä. Rajallisten resurssien vallitessa yrityksen on investoidessaan valittava, missä määrin se panostaa teknologiansa lyhyen tähtäimen tuottavuuteen ja missä määrin mahdollisuuteen sopeuttaa teknologiaa pitkän aikavälin vaatimuksia vastaaksi.

(2) Tuotannon tehokkuus (efficiency) nimenomaan suhteellisessa mielessä. Suhteellista tehokkuutta voidaan tutkia joko eri talousyksiköiden kesken tai saman talousyksikön tehokkuutta erilaisissa ympäristöissä tai ajan myötä.

(3) Onko havaittavissa tuotantonopeuden kasvua, joka on saavutettu lisäämällä eri panosten käyttöä samassa suhteessa. (homotheticity).

(4) Aggregaattisuureiden mikroteoreettinen perusta (consistent aggregation).

Funktiomuodon valinnassa on huomioitava seuraavat näkökohdat: (i) Funktioon on sisällytettävä vain ne parametrit, jotka ovat oleellisia tutkittavan hypoteesin kannalta. (ii) Funktion parametreilla tulee olla selkeät tulkinnat. (iii) Parametrien estimointi tulee olla laskennallisesti suoritettavissa. (iv) Funktion tulee käyttäytyä teorian kannalta järkevästi parametrien havaittujen arvojen alueella. (v) Funktion tulee käyttäytyä teorian kannalta järkevästi parametrien havaittujen arvojen alueen ulkopuolella. (Fuss ja McFadden 1978, 225 - 226)

Eräs laajasti käytetty spesifikaatio on Cobb-Douglas -tyyppinen tuotantofunktio

$$(20) \quad Q = AK^\alpha L^\beta$$

Cobb-Douglas -tuotantofunktio voidaan esittää suhteellisten prosessien muodostamana systeeminä, mikäli se linearisoidaan jollakin muuttujatransformaatiolla.

Kyseisen funktion ominaisuuksiin kuuluu, että rajoittamalla $\alpha + \beta = 1$ saadaan ensimmäisen asteen homogeeninen funktio. Tällöin funktion analysoinnissa voidaan käyttää esimerkiksi Eulerin teoremaa:

$$(21) \quad K \left(\frac{\partial Q}{\partial K} \right) + L \left(\frac{\partial Q}{\partial L} \right) = Q.$$

Taloudellinen tulkinta yhtälölle on, että jos jokaiselle tuotannontekijälle maksetaan korvaus, joka vastaa tuotannontekijän rajatuotosta, toiminnasta aiheutuva voitto on nolla. Koska pitkällä aikavälillä panoskorvausten oletetaan vastaavan rajatuotoksia, ensimmäisen asteen hodgeeni-suusoletus on hyväksyttävissä oleva rajoitus. Todellisuudessa kuitenkin pitkän aikavälin nol-lavoittotilanteen tuottaa pikemminkin markkinoiden kilpailu kuin tuotantoteknologian luonne. (Chiang 1984, 414)

Parametrilla A on myös tärkeä rooli yhtälössä (10). Se tulkitaan yleensä tehokkuusparamet-riksi, joka kertoo tuotantoteknologian tilan (state of technology). Dimensiollisesta näkökul-masta katsottuna A on dimensionaalinen vakio, joka on välttämätön yhtälön dimensiohomo-geenisuuden kannalta. Tehokkuusparametrin välityksellä tuotantofunktioon voidaan lisätä se-kä epävarmuustekijöitä (Pasanen 1997) että komponentteja, joiden avulla voidaan kuvata pro-cessin tehostumista. Näihin asioihin palataan myöhemmin.

Säättöteorian menetelmin mallitettuna tilanne, jossa yritys käyttää osaa tuotteistaan tuotanto-panoksina, johtaa mallissa takaisinkytkentöihin. Liitteessä 2 on esimerkki tuotantosysteemis-tä, jossa käytetään kahta tuotannontekijää. Niiden käyttöjä merkitään seuraavasti: $z_1(t)$ ja $z_2(t)$. Yritys tuottaa välituotevirran $z_3(t)$, josta osa muunnetaan suhteellisen prosessin avulla lopputuotevirraksi $q(t)$ ja osaa käytetään tuotannontekijän $z_1(t)$:n valmistamiseen. Osan $z_1(t)$:stä yritys hankkii systeemin ulkopuolelta. Tuotantosysteemin ajatellaan siis koostuvan useasta suhteellisesta prosessista, jotka ovat kytkeytyneet toisiinsa. Havaitaan, että suurimpa-na erona Cobb-Douglas -muodon linearisoituun versioon on se, että nyt systeemiin on lisätty välituotteita kuvaavia takaisinkytkentöjä. Mallia voidaankin pitää yksinkertaistuksena yleistetystä Cobb-Douglas -spesifikaatiosta, jonka Fuss ja McFadden (1978, 238) esittävät yhtälön (22) mukaisessa muodossa.

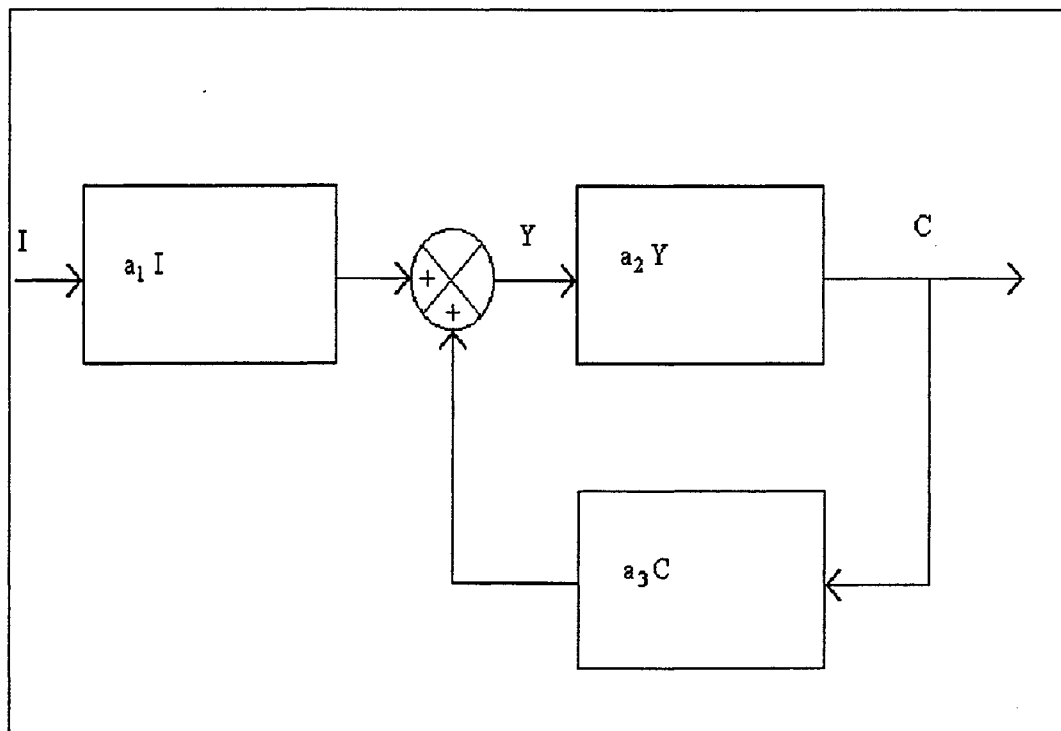
$$(22) \quad \log y = a_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \log(x_i + x_j) / 2$$

Myös yhtälön (23) esittämän Translog -spesifikaation voidaan tulkita sisältävän takaisinkyt-kentöjä vastaavia efektejä.

$$(23) \quad \log y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \log x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} (\log x_i)(\log x_j)$$

Voidaan puhua myös yrityksen tuotantoprosessin kiertokulkukaaviosta, sillä systeemi on rakenteeltaan samanlainen kuin makrotaloustieteessä käytetty kansantalouden kiertokulkumalli.

Kaavio 8: Kansantalouden kiertokulkukaavio



Kaaviossa

I = investoinnit,

$[M][T]^{-1}$

Y = kansantulo,

$[M][T]^{-1}$

C = kulutus.

$[M][T]^{-1}$

Mikäli annamme a_1 :lle ja a_3 :lle arvoiksi 1 ja a_2 :lle arvon c , joka on kulutusalttius, voidaan muodostaa seuraava yhtälöpari:

$$(24) \quad \begin{cases} Y = C + I \\ C = cY \end{cases}$$

Yhtälöparista voidaan ratkaista tasainoisen kansantulon yhtälö seuraavasti:

$$(25) \quad Y = \frac{1}{1-c} I.$$

Vastaavasti tuotantosysteemistä voidaan ratkaista $q(t)$ tuotannontekijöiden funktiona.

$$(26) \quad \begin{cases} z_3(t) = a_1 z_1(t) + a_2 z_2(t) \\ z_1(t) = z_1(t)^* + a_4 z_3(t) \Rightarrow \\ q(t) = a_3 z_3(t) \end{cases}$$

$$(27) \quad q(t) = \frac{a_1 a_3 z_1(t)^* + a_2 a_3 z_2(t)}{1 - a_1 a_4}$$

Mallinnettaessa tuotantosysteemi kiertokulkukaaviona voidaan jokainen tuotantovaihe käsitellä aluksi omana prosessinaan. Esimerkiksi riskianalyysia tehtäessä jokaisen tuotantovaiheen riskit voidaan määritellä omana kokonaisuutenaan ja vasta lopuksi määritellä tuotantosysteemin kokonaisriski. Osiossa 4.1 johdetaan tulos, jonka mukaan eri tuotantoprosesseihin liittyvät epävarmuudet vaikuttavat eri tavalla systeemin kokonaisriskiin. Vastaavasti kiertokulkumallilla pystytään analysoimaan sitä, kuinka eri tuotantovaiheisiin liittyvät tehostumisprosessit vaikuttavat systeemin kokonaistehokkuuteen. On selvää, että kiertokulkumallia voidaan käyttää vain rajoitetusti sellaisessa ekonometrisessä tutkimuksessa, jossa pyritään regressiomielessä estimoimaan a_j -parametrien arvoja. Mikäli systeemi sisältää useita takaisinkytkentöjä, siitä seuraa identifioituvuusongelmia.

3.2 Yrityksen käyttäytymistä kuvaava malli

Tässä osiossa pohditaan erilaisia mahdollisuuksia kytkeä raha- ja materiaalivirtoja kuvaavat prosessit systeemiksi, joka kuvaa tietyn talousyksikön käyttäytymistä. Käyttäytymisen voidaan luonnollisesti ajatella koostuvan talousyksikön päätöksistä toimia tietyissä tilanteissa tietyllä tavalla. Itse päätöksenteosta Ylä-Liedenpohja (1994, 20) sanoo: "Nro 2 kaikkein

käyttökelpoisimmista talousopeista on ymmärtää, että kaikki taloudellista toimintaa koskevat päätökset ratkeavat toiminnan aiheuttaman marginaalisen etuuden ja marginaalisen kustannuksen yhtäläisyyden perusteella: $MB = MC$ ". Saman suuntaisen toimintasäännön esittää Estola (1996, 22): "A:n on rationaalista tehdä Q, jos hänen halunsa saada aikaan asiantila P ylittää hänen arvioimansa kustannukset ja vaivat Q:n tekemisestä".

Uusklassinen teoria kuvaa kuluttajan käyttäytymisen siten, että kuluttajan oletetaan maksimoivan hyötyfunktioaan rajoitteena käytettävissä olevat tulot eli budjettiyltalo. Duaaliteorian mukaan samaan lopputulokseen päädytään minimoimalla kustannukset rajoitteena tietty hyötytaso. Koska kuluttajan kokema hyöty tietyn tuotteen kulutuksesta voidaan muuntaa hänen maksuhalukkuudekseen kyseisestä tuotteesta (Estola 1996, 118), tietyin varauksin voidaan sanoa, että rahaprosessi ohjaa tiettyyn kuluttajaan liittyviä hyödykevirtoja. Ylä-Liedenpohjan yhtälössä $MB = MC$ rajakustannuksia on luontevinta ajatella mitattavan rahamääräisinä ja tällöin identiteetti edellyttää, että myös marginaaliset etuudet ovat rahamääräinen muuttuja. Vieläkin helpompi on hyväksyä, että yrityksen tuotantopanos- ja lopputuotevirtoja ohjaavat rahavirrat. Perinteisesti yrityksen toiminnan tarkoituksena ajatellaan olevan rahamääräisen voiton saavuttaminen.

Edellä esitetyn perusteella tuotantofunktio kuvaa yrityksen tuotantopanos- ja lopputuotevirtoja. Rahavirtoja edustavat perinteisessä teoriassa kustannusfunktio ja voittofunktio. Fuss ja McFadden (1978, 225-230) esittävät näiden funktioiden väliset kytkökset seuraavalla tavalla. Kaiken pohjalla on teknologia. Merkitään tuotantopanoskäyttövektoria symbolilla v ja tuotantonopeusvektoria kirjaimella y . Silloin tuotantomahdollisuuksien joukko on $Y = \{v, y \text{ s.e. } v \text{ :llä voidaan saavuttaa } y\}$. Kaikki panoskäyttövektorit, joilla pystytään saavuttamaan tuotantonopeusvektori y (input requirement set) muodostavat joukon, jota merkitään symbolilla $V(y) = \{v \text{ s.e. } (v, y) \in Y\}$. Mikäli $V(y)$:lle määritellään tietyt ominaisuudet, sen avulla voidaan määrittellä tuotanto-, kustannus- ja voittofunktiot joukko-opin merkintöjä käyttäen:

$$(28) \quad f(v) = \max \{y \text{ s.e. } v \in V(y)\}$$

$$(29) \quad C(y, r) = \min \{r \cdot v \text{ s.e. } v \in V(y)\} \text{ ja } r \in \Omega, \quad \Omega \text{ on panosten yksikköhintavektoriava ruus}$$

$$(30) \quad \Pi(s,r) = \max \{sy - rv \text{ s.e. } (v, y) \in Y\}, \quad s \text{ on lopputuotteiden yksikköhintavektori}$$

Näiden kolmen joukon voidaan tulkita muodostavan systeemin, joka toisaalta kytkee yrityksen rahavirtaprosessin tuotantoprosessiin ja toisaalta kuvaa yrityksen käyttäytymistä. Yrityksen käyttäytymisen määrittävät kaksi viimeistä yhtälöä, jotka muodostavat kaksivaiheisen optimointiproseduurin. Yhtälöryhmän perusteella voidaan johtaa sellainen tuotantonopeus, jolla yritys maksimoi voittonsa ja on näin ollen tietynlaisessa tasapainotilassa. Analyysi on kuitenkin perusluonteeltaan staattinen: yritys valitsee tasapainoisen tuotantonopeuden ja pysyy siinä. Tietenkin voidaan ajatella, että yhtälöryhmä on eräänlainen algoritmi, jolla yritys laskee joka kuukausi vallitsevilla panoshinnoilla ja teknologialla uuden tasapainopisteen ja pyrkii sopeuttamaan tuotantonopeutensa tasapainotilaan niin nopeasti kuin mahdollista. Tätä sopeutusprosessia malli ei kuitenkaan eksplisiittisesti kuvaa.

Dynaamisen systeemin matemaattinen malli voidaan määritellä joukoksi yhtälöitä, jotka kuvaavat systeemin toimintaa ajan kuluessa mahdollisimman tarkasti. Oleellista on, että tietyn systeemin matemaattinen malli ei ole yksikäsitteinen. Sama systeemi voidaan kuvata usealla eri tavalla riippuen kuvaajan näkökulmasta. On osoittautunut että monet systeemit, jotka kuvaavat mekaanisia, sähköisiä, lämpöenergisiiä, biologisia tai taloudellisia systeemejä, voidaan kirjoittaa matematiikan kielelle differentiaaliyhtälöiden avulla. (Ogata 1997, 57)

Tämän osion ensimmäisessä luvussa esitetyn toimintasäännön dynaaminen versio voidaan esittää differentiaalilaskentaa käyttäen integroivana prosessina. Tällöin saadaan seuraava yleinen yhtälö, jonka lohkokaaavioesitys on seuraavalla sivulla. Prosessi noudattaa pääperiaatteiltaan myöhemmin tarkemmin käsiteltävää Newtonilaista mikrotaloustiedettä.

$$(31) \quad \frac{1}{m} \int (r(t) - c(t)) dt = q(t)$$

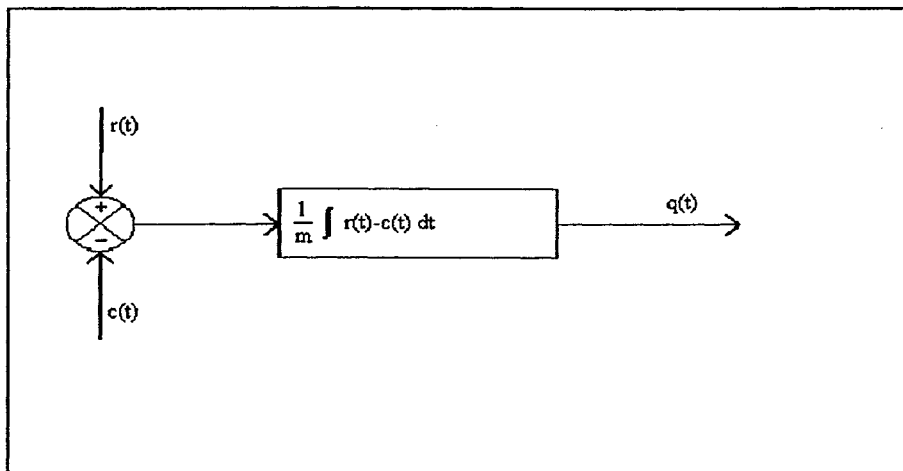
Yhtälössä m^{-1} kuvaa muutosta vastustavia voimia vastaten mekaanisen systeemin

inertiaalista massaa,	$[R_i]^2 [M]^{-1} [T]^{-2}$
$r(t)$ on toiminnasta aiheutuva rajahyöty,	$[M][R_i]^{-1}$

$c(t)$ on toiminnasta aiheutuvat rajakustannukset, $[M][R_i]^{-1}$
 $q(t)$ kuvaa mallittamistilanteen mukaista toimintaa. $[R_i][T]^{-1}$

Yhtälössä $r(t)$ vastaa aiemmin käytettyä MB käsitettä muuten, mutta nyt riippuvuus ajasta on näkyvissä. Symbolia MC vastaa rajakustannus $c(t)$ kullakin ajanhetkellä, $q(t)$ on virtasuure ja kuvaa siis mallittamistilanteen mukaista toimintaa. Alla olevassa lohkokaaviossa on yhtälö käännetty säätöteorian kielelle.

Kaavio 9: Talousyksikön käyttäytyminen



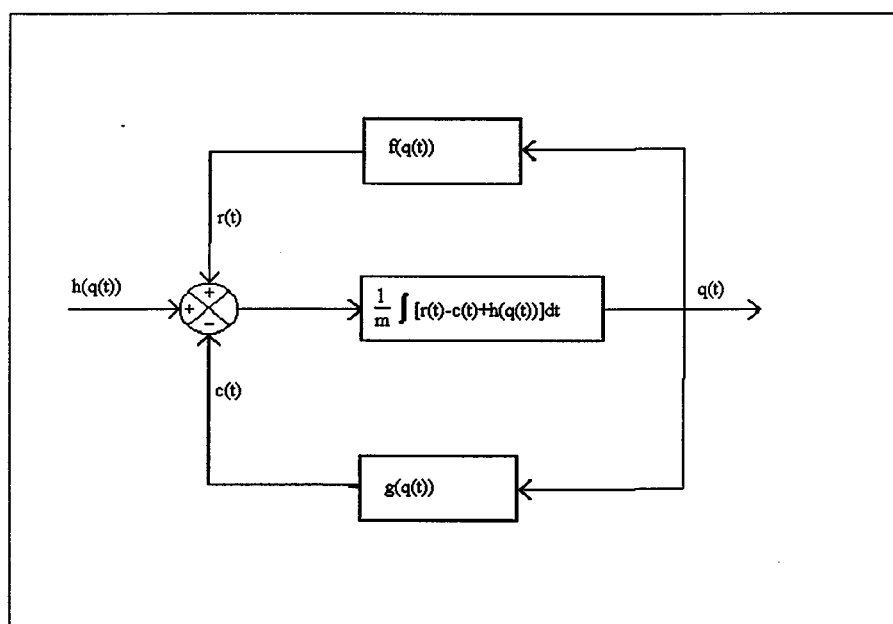
Jos mallilla kuvataan esimerkiksi hyödykkeen kulutusta, $q(t)$ tarkoittaa hetkittäistä kulutusnopeutta, $r(t)$ on hetken t kulutusnopeutta vastaava maksuhalukkuus ja $c(t)$ on kulutuksesta aiheutuva rajakustannus. Kulutusnopeuden määräävä integroiva prosessi toimii siten, että jos kitkatekijää m^{-1} ei huomioida ja $r(t) - c(t) > 0$, kulutusnopeus kasvaa. Päinvastaisessa tilanteessa kulutusnopeus laskee. Mikäli $r(t) = c(t)$ kulutusnopeus pysyy vakiona. Kulutusta mallitettaessa on syytä sallia vain sellaiset tilanteet, joissa kulutusnopeus on ei-negatiivinen.

Samaa yhtälöä voidaan käyttää yrityksen tuotantonopeuden tarkasteluun. Tällöin maksuhalukkuus eli rajahyöty $r(t)$ korvataan lopputuotteen yksikköhinnalla $p(t)$ ja $q(t)$ on yrityksen hetkellinen tuotantonopeus. Yrityksen kannattaa lisätä tuotantoa, jos hinta on rajakustannuksia suurempi ja pyrkiä tuotantonopeuteen, jolloin $p(t) = c(t)$, koska tällöin sen voitto maksimoi-

tuu. Integroiva prosessi säätää tuotantonopeuden vastaamaan voiton maksimoivaa tasoa.

Yleisesti tunnettu asia yrityksen teoriassa on tuotantonopeuden ja tuotantokustannusten välinen riippuvuus toisistaan: $g(q)$. Tietyissä markkinatilanteissa tuotantonopeus vaikuttaa myös tuotteen hintaan: $f(q)$. Tämän vuoksi malliin on lisättävä kaksi takaisinkytkentää, jotka on esitetty alla olevassa lohkokaaviossa. Malli on yleinen, eikä tuotantonopeuden vaikutusta hintaan ja rajakustannuksiin ole määritelty tarkasti. Yhteenlaskuelementtiin on lisätty kolmas tulovirta, $h(q)$, joka kuvaa hintaan ja kustannuksiin liittyvää additiivista epävarmuutta, sillä usein tuotantopäätöksiä joudutaan tekemään odotusten perusteella. Takaisinkytkennät mallissa korjaavat odotusarvojen muodostamisessa tapahtuneita virheitä. Myöskään odotustenmuodostusprosessia ei tässä formuloinnissa spesifioida tarkasti.

Kaavio 10: Yrityksen tuotantonopeuden valintaprosessi



3.3 Mekaaniset systeemit ja newtonilainen mikroteoria

Insinööritieteessä yleisiä säätöteorian sovelluskohteita ovat mekaaniset, sähköopilliset, hyd-

rauliset ja lämpöopilliset systeemit. Mekaanisten systeemien käsittelyssä tärkein lause on Newtonin toinen laki $ma = \sum F$, jossa m on kappaleen massa, a on massan kiihtyvyys ja F on kappaleeseen vaikuttava voima. Suora taloustieteellinen sovellus saadaan hyödyntämällä Estolan (1995) kehittämää newtonilaista mikrotaloustiedettä ja rakentamalla säätösysteemi sen periaatteita noudattaen. Tarkastellaan esimerkkiä, jonka lähteenä on Estola (1995, 59). Esimerkissä yrityksellä on seuraavat kysyntä- ja kustannusfunktiot.

$$(32) \quad p(t) = a - bq(t)$$

$$(33) \quad C(t) = h + lq(t)$$

Yhtälöissä

$p(t)$ (\$/kg) on lopputuotteen yksikköhinta,

$q(t)$ (kg/y) on yrityksen tuotantonopeus,

$C(t)$ on tuotantokustannukset ja

a, b, h sekä l ovat mittayksiköllisiä positiivisia vakioita.

Yrityksen voittofunktio on tällöin muotoa

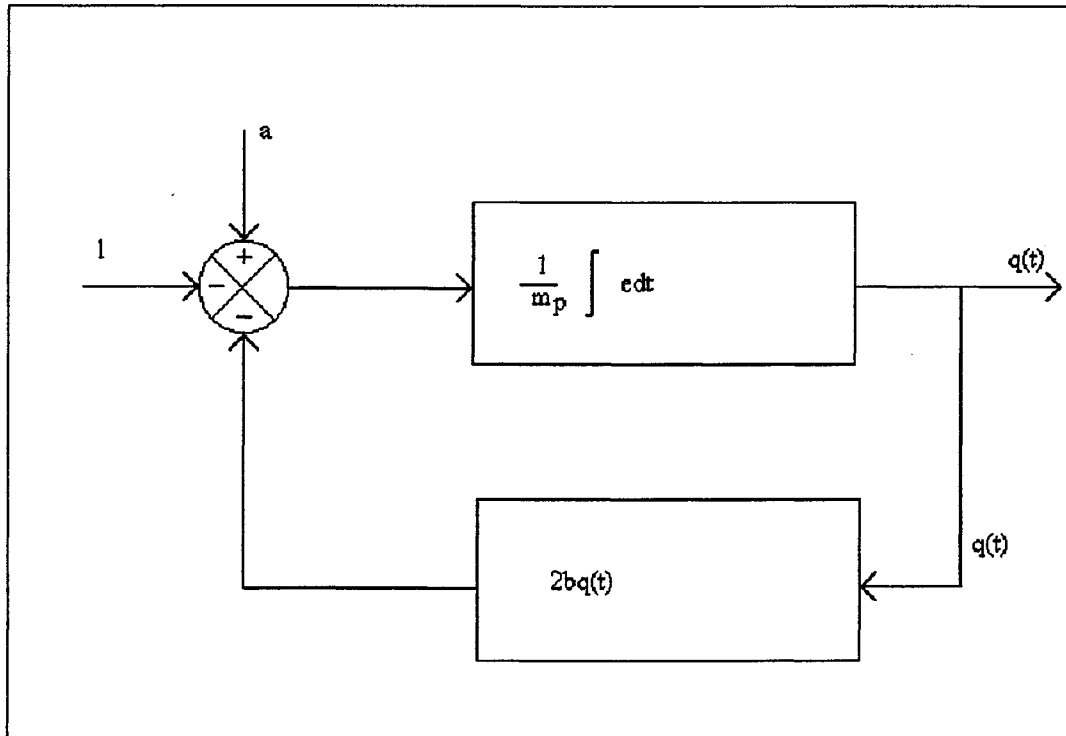
$$(34) \quad \Pi(t) = p(t)q(t) - C(t) = aq(t) - q(t)^2 - h - lq(t),$$

ja newtonilainen yhtälö vastaavasti

$$(35) \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q} = m_p \dot{q} \Leftrightarrow a - 2bq(t) - l = m_p \dot{q}.$$

Esimerkin lohkokaaavioesitys on kaaviossa 11:

Kaavio 11: Yrityksen tuotantopäätös



Kaavion voidaan tulkita siten, että kyseessä on malli joka kuvaa tuotantopäätösten taustalla olevan mekanismin. Osoittautuu, että yritys vertaa tuotantonopeuksien muutoksiin liittyviä hyötyjä ja haittoja muuttujien 1 , a ja $2bq(t)$ muodossa. Vertailua kuvaa yhteenlaskuelementti. Mikäli $e(t) = a - 1 - 2bq(t)$ tuottaa positiivisia arvoja, yrityksen kannattaa kasvattaa tuotantonopeutta. Mikäli $e(t)$ on pienempi kuin nolla, yrityksen kannattaa vähentää tuotantonopeutta. Näin tapahtuu vertailusignaalin kulkiessa integroivan prosessin läpi. Muutosta hidastaa kuitenkin tekijä m_p^{-1} .

4 Epävarmuus tuotantoprosessissa

Yrityksen riskit aiheutuvat sekä markkinoiden että yrityksen käyttämän tuotantoteknologian epävarmuustekijöistä. Kansantaloustieteen teoreettinen tutkimus keskittyy pääsääntöisesti tutkimaan markkinaepävarmuutta. Teknologian aiheuttamasta epävarmuudesta sen sijaan on löydettävissä vähän tuloksia.

Pasanen (1997) mallittaa yrityksen tuotantoprosessiin liittyvän epävarmuuden vaikutuksen yrityksen voittoihin. Hän tarkastelee tapausta, jossa yritys valmistaa yhtä tuotetta ja käyttää yhtä tuotantopanosta. Tällöin yrityksen voittofunktio on muotoa:

$$(36) \quad \Pi = py - wl,$$

missä Π on yrityksen voitto tarkastelujaksolla,
 p on yrityksen valmistaman tuotteen yksikköhinta,
 l on työvoimapanoksen käyttö tarkastelujaksolla ja
 w on panoskäytön yksikköhinta.

Tutkimuksessa käytettävä tuotantofunktio on muotoa:

$$(37) \quad y = \alpha l.$$

Kaavassa α on työpanoksen tehokkuutta kuvaava positiivinen parametri. Epävarmuus sijoitetaan tehokkuusparametriin siten, että parametri α sisältää kaksi komponenttia kaavan (38) mukaisesti:

$$(38) \quad \alpha = \alpha_0 + e_\alpha$$

Ensimmäinen komponenteista on vakio ja toinen komponenteista noudattaa normaalijakaumaa odotusarvolla nolla ja varianssilla σ^2 . Tällöin yrityksen voittofunktio voidaan kirjoittaa muotoon

$$(39) \quad p[\alpha_0 + e_\alpha]l - wl = [p(\alpha_0 + e_\alpha) - w]l.$$

Tästä saadaan laskettua voiton odotusarvo ja varianssi, kaavojen (40) ja (41) mukaisesti

$$(40) \quad E(\pi) = p\alpha_0 l - wl,$$

$$(41) \quad \text{var}(\pi) = p^2 l^2 \sigma_\alpha^2.$$

Kaavasta nähdään, että voiton varianssiin vaikuttaa α :n varianssi kerrottuna lopputuotteen hinnan ja panoskäytön neliöllä. Voiton varianssia minivoivan yrityksen on siis tunnettava tuotantofunktionsa mahdollisimman hyvin.

Chung (1990) analysoi yrityksen tuotantopäätöksiä tilanteessa, jossa kysyntä on ennalta määrätty ja yrityksen tuotantofunktio on stokastinen. Tutkimuksessa oletettu tuotantofunktio on kaavan (42) mukainen.

$$(42) \quad Y = q^\alpha z(T)$$

Yhtälössä Y on satunnainen tuotantonopeus hetkellä T ,

q on panoskäyttö ja parametri $\alpha \in (0, 1]$,

$z(t)$ on tuotantofunktion epävarmuus hetkellä t .

$z(t)$ kuvaa tuotantofunktioon liittyvää teknologista epävarmuutta, joka noudattaa aikavälillä nolasta T :hen yleistettyä Wiener-prosessia

$$(43) \quad dz(t) = z(t)[(\Omega + \tau)dt + \phi dv].$$

Yhtälössä Ω on hetkellinen (lokaali) kasvuaste,

$(\Omega + \tau)$ on odotettu hetkellinen tuotannon epävarmuuden kasvuaste,

ϕ on hetkellinen tuotannon epävarmuuden kasvuasteen keskihajonta yhtä aikayksikköä kohti,

dv on Wiener-prosessi.

Tarkastelussa oletetaan, että $z(t)$:n lähtöarvo $z(0) = 1$. Silloin q^α on on tuotantonopeus, jonka yritys pystyy saavuttamaan teknologialla, joka sillä on käytettävissä alkuhetkellä. Teknologisen epävarmuuden vuoksi sitä tuotantonopeutta, jonka yritys pystyy tulevaisuudessa saavuttamaan, voidaan kuvata ainoastaan stokastisen muuttujan $g^\alpha z(t)$ avulla.

Yrityksen kassavirrat hetkellä T ovat $PY - Cq$, jos realisoitunut tuotantonopeus on pienempi kuin asiakkaiden tilaukset eli tuotteiden kysyntä. Kaavassa P on tuotteen yksikköhinta ja C on panoksen yksikkökustannus. Oletuksena on, että $C < P$. Jos realisoitunut tuotantonopeus on suurempi kuin asiakkaiden tilaukset, silloin yrityksen kassavirrat hetkellä T ovat $PX + p(Y - X) - Cg$. kaavassa X on asiakkaiden tilausten mukainen tuotantonopeus ja p on hinta, jolla jäljelle jäävä tuotanto saadaan kaupaksi. Yrityksen tehtävänä on määrittellä tuotannolle tavoitetaso Q siten, että sen kassavirtojen nykyarvo maksimoituu.

Näillä lähtöoletuksilla Chung johtaa yritykselle toimintasäännön: ”Managerial implication is clear, if the firm has several alternative production technologies to choose from, the firm should choose the one with the least production uncertainty.” Tulos on konsistentti Pasasen tuloksen kanssa.

4.1 Sääteoreettinen malli

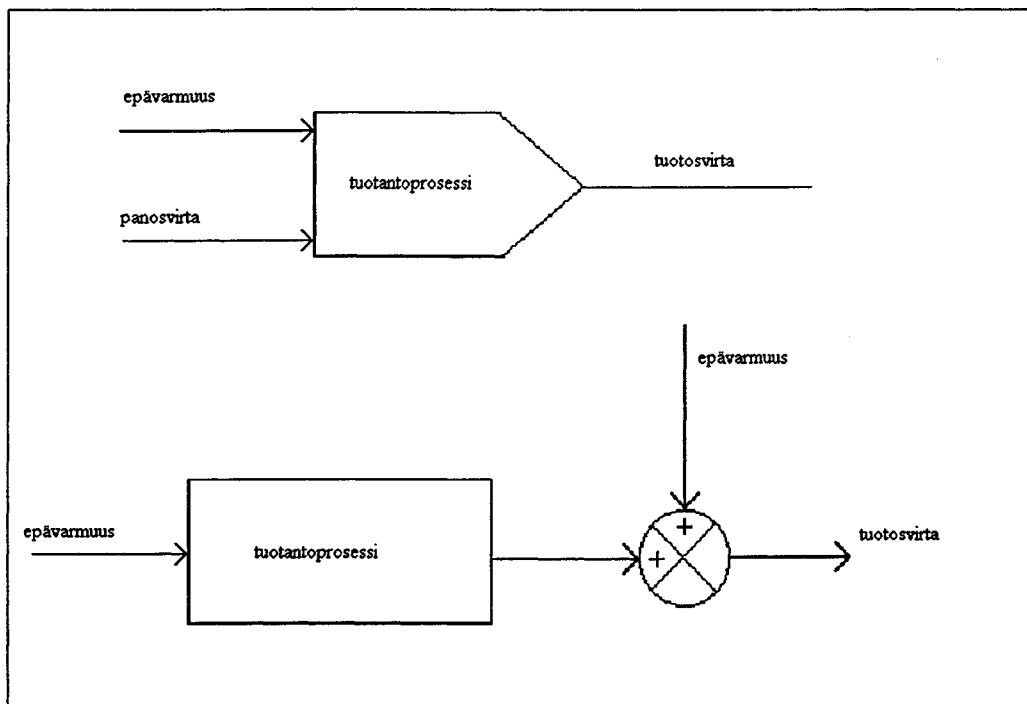
Seuraavaksi laajennetaan edellisessä kappaleessa esiteltyjen Pasasen ja Chungin tutkimusten tuloksia. Nämä tulokset saadaan aikaiseksi lisäämällä epävarmuustekijöitä liitteessä 2 esiteltyyn tuotantosysteemiin. Systemi voitiin siis kirjoittaa seuraavan yhtälöryhmän muotoon.

$$(44) \quad \begin{cases} z_3(t) = a_1 z_1(t) + a_2 z_2(t) \\ z_1(t) = z_1(t)^* + a_4 z_3(t) \Rightarrow q(t) = \frac{a_1 a_3 z_1(t) + a_2 a_3 z_2(t)}{1 - a_1 a_4} \\ q(t) = a_3 z_3(t) \end{cases}$$

Epävarmuus voidaan lisätä tuotantofunktioon kahdella tavalla. Ekonometriassa puhutaan multiplikatiivisesta ja additiivisesta virhetermistä. Nimensä mukaisesti ensimmäisessä tapauk-

nessä virhetermi lisätään prosessiin kertomalla ja toisessa yhteenlaskulla. Tavat johtavat erilaisiin implikaatioihin. Esimerkiksi Cobb-Douglas -tuotantofunktioon lisätty additiivinen virhetermi aiheuttaa sen, että funktiota ei voida linearisoida millään muuttujatransformaatiolla. Sääteorian näkökulmasta tämä tarkoittaa sitä, että mallia ei voida enää kuvata suhteellisista prosesseista koostuvana systeeminä vaan joudutaan epälineaarisiin malleihin. Ekonometrian näkökulmasta katsottuna pienimmän neliösumman menetelmällä saadut parametrien estimaatit eivät tällöin toteuta Gauss-Markovin lauseen ominaisuuksia. Lohkokaaviolla esitettynä tilanteet näyttävät seuraavilta.

Kaavio 12: Epävarmuus prosessissa



Tässä työssä epävarmuus lisätään systeemiin additiivisesti. Yrityksen tuotantonopeuteen vaikuttavia epävarmuustekijöitä ovat tuotannontekijöiden saatavuusongelmat ja tuotantoprosesseissa tapahtuvat tehokkuusvaihtelut. Seuraavaksi oletetaan, että yrityksen panoskäyttönopeudet eivät muutu ajassa, mutta systeemin eri prosesseihin liittyy epävarmuutta. Epävarmuus kuvataan mallissa lisäämällä valitun prosessin perään yhteenlaskupisteen kautta virhetekijä, joka noudattaa normaalijakaumaa. Malli ei estä vaihtoehtoisten jakaumien käyttöä tai simu-

lointia olettamalla virhetermin noudattavan jotakin stokastista prosessia. Normaalijakauma valitaan siksi, että se yksinkertaistaa tilanteen mallintamista, koska tällöin jakauma voidaan kuvata täydellisesti kahden parametrin, odotusarvon ja varianssin, avulla. Tämä helpottaa mallin matemaattista käsittelyä. Osoittautuu, että virhetekijän vaikutus tuotantonopeuteen riippuu siitä, missä tuotantosysteemin komponentissa se sijaitsee. Normaalijakauman odotusarvoksi valitaan tarkastelussa nolla ja varianssiksi σ^2 . Varsinaiset laskutoimitukset on esitetty liitteessä 2. Voidaan havaita, että tarkastelluissa tapauksissa tuotantonopeuden odotusarvo ei poikkea yhtälön kolme lausekkeesta. Tämä johtuu siitä, että virhetekijän odotusarvoksi valittiin nolla. Tuotantonopeuden varianssin lausekkeet ovat tapauksissa, joissa epävarmuus liittyy prosesseihin a_1z_1 tai a_2z_2 yhtälössä (45) esitettyä muotoa.

$$(45) \quad \text{var}(q) = A^2 a_3^2 \sigma^2$$

Yhtälössä $A = (1 - a_1 a_4)^{-1}$.

Mikäli epävarmuus liittyy prosessiin a_3z_3 , tuotantonopeuden varianssiin vaikuttaa ainoastaan virhetermin varianssi.:

$$(46) \quad \text{var}(q) = \sigma^2$$

Mikäli epävarmuus liittyy takaisinkytkentään eli prosessiin a_4z_3 , tuotantonopeuden varianssi on

$$(47) \quad \text{var}(q) = A^2 a_1^2 a_3^2 \sigma^2.$$

Yleisesti voidaan sanoa, että systeemin sisältämien suhteellisten prosessien kertoimet vaikuttavat eri tavoin tuotantonopeuden varianssiin riippuen siitä, missä kohtaa systeemiä epävarmuustekijä sijaitsee. Rajallisten tuotantosysteemin kehittämisresurssien vallitessa yrityksen kannattaa selvittää, missä kohtaa systeemiä epävarmuustekijät sijaitsevat ja keskittyä niiden prosessien toimintavarmuuden kehittämiseen, joiden vaikutus tuotantonopeuden vaihteluun

on suurin.

Toinen tuotantonopeuteen epävarmuutta tuova tekijä on tuotannontekijöiden saatavuusogelmat, jotka ilmenevät panoskäyttönopeuksien vaihteluina. Tämä voidaan ilmaista lisäämällä

panosvirtoihin yhteenlaskupisteen kautta virhetermi, jonka edelleen oletetaan noudattavan normaalijakaumaa odotusarvolla nolla ja varianssilla σ^2 . Liitteessä 2 on osoitettu, että jos epävarmuutta on z_1 :n saannissa, niin tämä epävarmuus vaikuttaa tuotantonopeuteen yhtälön (48) osoittamalla tavalla.

$$(48) \quad \text{var}(q) = A^2 a_1^2 a_3^2 \sigma^2, \text{ missä } A = (1 - a_1 a_4)^{-1}.$$

Mikäli epävarmuus liittyy tuotannontekijän z_2 saatavuuteen, panoskäyttönopeuden varianssin vaikutus tuotantonopeuden varianssiin on seuraava:

$$(49) \quad \text{var}(q) = A^2 a_2^2 a_3^2 \sigma^2$$

Koska lausekkeet (48) ja (49) poikkeavat toisistaan, voidaan todeta, että eri panoksien saantiin liittyvät epävarmuudet vaikuttavat eri tavoin tuotantonopeuden varianssiin. Rajallisten resurssien tapauksessa yrityksen kannattaa keskittyä sen panoksen saamisen varmistamiseen, jonka vaikutus tuotantonopeuden varianssiin on suurin.

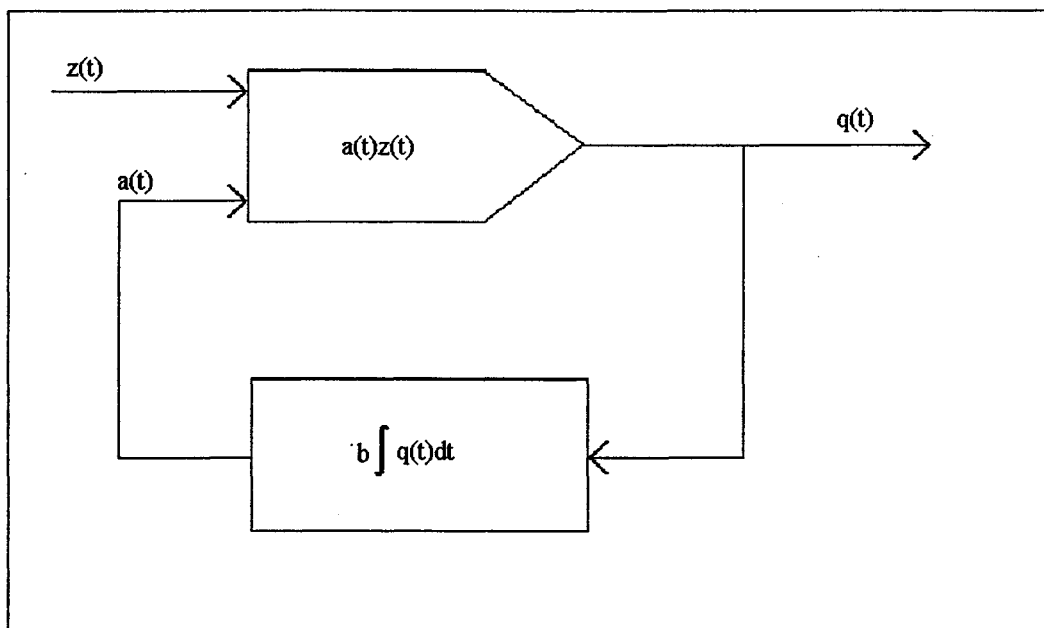
4.2 Tuotantoprosessin tehostuminen

Kun keksitään uusia, tehokkaampia tuotantomenetelmiä yrityksen tuotantoteknologia kehittyy. Kehitys voi parantaa kaikkien tuotantomenetelmien tehokkuutta tai se voi koskea vain osaa menetelmistä. Teknologinen kehitys voidaan jakaa tuotekehitykseen tai tuotantomenetelmien kehitykseen. Hicks on jaotellut tuotantomenetelmien kehityksen kolmeen tyyppiin. (i) Pääomaintensiivinen (Capital -deepening) tekninen kehitys kasvattaa pääomapanosten tuottavuutta esimerkiksi työvoimapanosten tuottavuuteen verrattuna. (ii) Työvoimaintensiivinen (Labour-deepening) kehitys määritellään vastaavasti. (iii) Neutraali tekninen kehitys lisää mo-

lempien panosten tuottavuutta samassa suhteessa. (Koutsoyiannis 1979, 85-86)

Edellä esitettyyn suhteellisista prosesseista koostuvaan tuotantosysteemiin voidaan lisätä komponentteja, jotka saavat aikaan prosessien tehostumista. Tämä efekti saadaan aikaan lisäämällä malliin takaisinkytkentöjä. Mallintamis-idea on peräisin kevään 1999 makrotalous-tiede 2 -kurssin demotehtävistä. Jos tarkastelun kohteeksi otetaan pelkästään yksi suhteellinen prosessi, tehostumisilmiö voidaan kuvata lohkokaaavion avulla seuraavasti.

Kaavio 13: Prosessin tehostuminen



Olkoon $z(t)$ työpanoskäyttöä kuvaava virtasuure. Tällöin yhden työtunnin tuotantotehokkuus kasvaa mallissa kertyneen tuotantomäärän myötä. Mitä enemmän tuotetta on tuotettu, sen tehokkaampaa työnteko on. Yrityksen tuotantonopeus $q(t) \geq 0$ (kpl/vrk) hetkellä t riippuu tehtävistä työtunneista $z(t)$ (h/vrk) seuraavien funktioiden mukaisesti.

$$(50) \quad q(t) = a(t)z(t)$$

$$(51) \quad a(t) = b \int_0^t q(s) ds$$

kaavassa $b \geq 0$

Nyt siis suhteelliseen prosessiin $a(t)z(t)$ on liitetty takasinkytkennän avulla integroiva prosessi. Tämä takaisinkytkentä tehostaa tuotantoa. On selvää että systeemissä, jossa on useita suhteellisia prosesseja kytkettynä toisiinsa, systeemin kokonaistehostumiseen vaikuttaa se, missä prosessissa tehostuminen tapahtuu. Tarkempi analyysi ei kuitenkaan kuulu tämän työn piiriin.

4.3 Johtopäätökset

Tässä työssä tutkittiin mahdollisuutta käyttää systeemi- ja säätöteorian menetelmiä mallinnettaessa yrityksen käyttäytymistä. Työssä ei pyritty analysoimaan tiettyä tarkasti rajattua ongelmaa, vaan pyrittiin saavuttamaan mahdollisimman laaja kokonaiskuva lähestymistavan soveltamismahdollisuuksista. Tekniikkaa sovellettiin jo olemassa oleviin kansantaloustieteen malleihin, mutta muutamia ensiaskeleita otettiin myös uusien soveltamiskohteiden suuntaan.

Työn tärkeimpiä tuloksia ovat virtaussysteemin lohkokaavioesityksen käyttökelpoisuus talouden ilmiöitä kuvattaessa, sekä osiossa 4.1 esitetyt havainnot erilaisten epävarmuuksien merkityksestä koko tuotantosysteemin epävarmuuteen. Lohkokaaavion käyttökelpoisuuden osoittavat läpi työn esiintyvät prosessikaaviot, joista useimmat esittävät perusoppikirjoista löytyviä malleja. Lohkokaavio kuvaa mallissa käytettävät matemaattiset operaatiot ja muuttujien väliset kausaalisuhteet. Sovellusesimerkkien lisäksi työssä luodaan pohjaa mahdollisille jatkotutkimuksille, joiden tarkoituksena on vahvistaa dynaamisen lähestymistavan roolia mikrotaloustieteessä.

Lähteet

Chiang, A. (1984) *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, McGraw Book Co., Singapore.

Chung, K. (1990) Output Decision under Demand Uncertainty with Stochastic Production Function: A Contingent Claim Approach, *Management Science*, vol 36, 1311 - 1328.

De Jong, F. (1967) *Dimensional Analysis for Economists*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

Diewert, W. (1974) Applications of Duality Theory, *Frontiers of Quantitative Economics*, vol 2, 106 - 171.

Estola, M. (1995) *Economic Dynamics According to Classical Mechanics*, A Dissertation Thesis, Jyväskylä Studies in Computer Science, Economics and Statistics 27, University of Jyväskylä.

Estola, M. (1996) *Kansantaloustieteen perusteet*, Jyväskylän yliopisto taloustieteen laitos, julkaisuja.

Estola, M. (1999) A Micro Basis for Growth Theory, University of Jyväskylä, School of Business and Economics, Working Paper, N:o 199, Jyväskylä.

Fenchel, W. (1953) *Convex Cones, Sets, and Functions*, Lecture Notes, Princeton, NJ: Princeton University.

Fuss, M. ja McFadden, D. /Editors (1978) *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications, Volume 1*, North-Holland Publishing Co., Alankomaat.

Gravelle, H. ja Rees, R. (1981) *Microeconomics*, Longman, Lontoo.

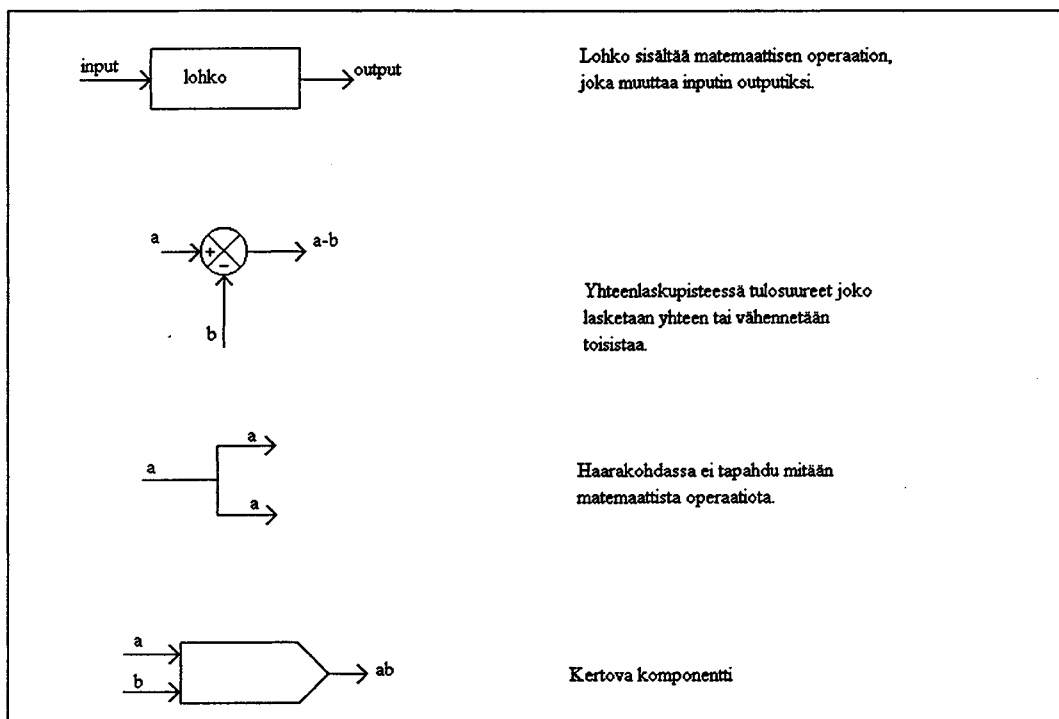
Hanoch, G. (1975) Production and Demand Models with Direct or Indirect Implicit Additivity, *Econometrica*, vol. 43, no. 3, 395 - 420.

Hotelling, H. (1932) Edgeworth's Taxation Paradox and the Nature of Demand and Supply functions, *Journal of Political Economy*, vol. 40, no. 5, 577 - 616.

- Hussey, D. (1982) *Corporate Planning: Theory and Practice -2nd edition*, Pergamon Press, Great Britain.
- Kamppinen, A. (1972) Sääntöteoreettisen ajattelun ja menetelmän soveltamisesta taloudellisten ilmiöiden käsittelyyn, Kansantaloustieteen Pro Gradu -työ, Tampereen yliopisto.
- Kaplan, R. (1982) *Advanced Management Accounting*, Prentice/Hall International, USA.
- Koutsoyiannis, A. (1979) *Modern Microeconomics -2nd edition*, The Macmillan Press Ltd. Lontoo.
- Lau, L. (1976) A Characterization of the Normalized Restricted Profit Function, *Journal of Economic Theory*, vol. 12, no. 1, 131 - 163.
- Lecklin, O. (1997) *Laatu yrityksen menestystekijänä*, Gummerus Kirjapaino Oy, Jyväskylä.
- McFadden, D. (1962) Factor Substitutability in the Economic Analysis of Production, unpublished Ph.D. dissertation, Minneapolis, MN: University of Minnesota.
- McKenzie, L. (1957) Demand Theory without a Utility Index, *Review of Economic Studies*, vol. 24(3), no. 3 - 4, 143 - 205.
- Ogata, K. (1997) *Modern Control Engineering*, Prentice/Hall International.
- Pasanen, K. (1997) Epävarmuuden vaikutus yrityksen voittoihin, Jyväskylän yliopisto, taloustieteen laitos Pro Gradu -työ.
- Pesonen, H.-L. (1999) *From Material Flows to Cash Flows, An Extension to Traditional Material Flow Modelling*, Jyväskylä University Printing House, Jyväskylä and ER-paino Ky, Lievestuore.
- Roy, R. (1942) *De L'Utilite: Contribution a la Theorie des Choix*, Paris: Hermann.
- Shephard, R. (1953) *Cost and Production Functions*, Princeton NJ: Princeton University Press.
- Tintner, G. ja Sengupta, J. (1972) *Stochastic Economics*, Academic Press, New York and Lontoo.
- Uzawa, H. (1962) Duality Principles in the Theory of Cost and Production, *International Economic Review*, vol. 5, no. 2, 216-220.

Ylä-Liedenpohja, J. (1994) *Taloustiede tänään -2. painos*, Liljet Oy, Kustannusyhtiö OTAVA, Keuruu.

LIITE 1: Lohkokaavion peruselementit



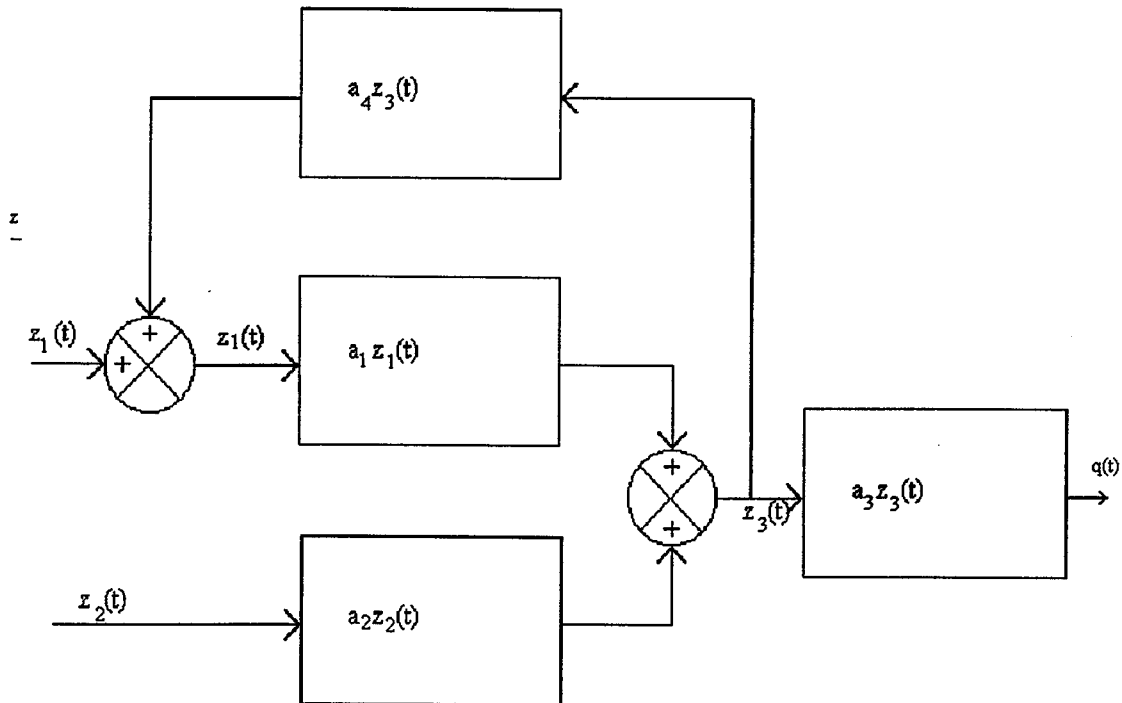
Lohko sisältää matemaattisen operaation, joka muuttaa inputin outputiksi.

Yhteenlaskupisteessä tulosuuret joko lasketaan yhteen tai vähennetään toisistaan.

Haarakohdassa ei tapahdu mitään matemaattista operaatiota.

Kertova komponentti

LIITE 2: Yrityksen tuotantosysteemi



Ylläoleva tuotantosysteemi voidaan kuvata yhtälöryhmällä

$$(1) \quad \begin{cases} z_1 = z_1^* + a_4 z_3 \\ z_3 = a_1 z_1 + a_2 z_2 \\ q = a_3 z_3 \end{cases}$$

Ja se voidaan ratkaista muotoon

$$(2) \quad q = \frac{a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 z_2}{1 - a_1 a_4}$$

Mikäli prosessiin $a_1 z_1$ lisätään additiivisesti normaalijakaumaa noudattava virhetermi $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$, yhtälöryhmä muuttuu muotoon

$$(3) \quad \begin{cases} z_1 = z_1^* + a_4 z_3 \\ z_3 = a_1 z_1 + \varepsilon + a_2 z_2 \\ q = a_3 z_3 \end{cases}$$

Ja vastaavasti tuotantonopeuden lauseke muotoon:

$$(4) \quad q = \frac{a_1 a_3 z_1^* + a_3 \varepsilon + a_2 a_3 z_2}{1 - a_1 a_4}$$

Nyt myös tuotantonopeus on satunnaismuuttuja. Tällöin voidaan laskea tuotantonopeuden odotusarvo ja varianssi. Kirjoitetaan jatkossa termi $(1 - a_1 a_4)^{-1}$ lyhyesti A.

$$(5) \quad \begin{aligned} E(q) &= E[A(a_1 a_3 z_1^* + a_3 \varepsilon + a_2 a_3 z_2)] = \\ &A(a_1 a_3 z_1^* + a_3 E\varepsilon + a_2 a_3 z_2) = A(a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 z_2) \end{aligned}$$

$$(6) \quad \begin{aligned} \text{var}(q) &= E\{[q - E(q)]^2\} = \\ &E\{[A(a_1 a_3 z_1^* + a_3 \varepsilon + a_2 a_3 z_2) - A(a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 z_2)]^2\} = \\ &E\{[A a_3 \varepsilon]^2\} = A^2 a_3^2 E[\varepsilon^2] = A^2 a_3^2 \sigma^2 \end{aligned}$$

Samoihin odotusarvon ja varianssin lausekkeisiin johtaa virhetermin lisääminen prosessiin $a_2 z_2$, sillä yhtälöryhmä (7) on identtinen kaavan (3) kanssa.

$$(7) \quad \begin{cases} z_1 = z_1^* + a_4 z_3 \\ z_3 = a_1 z_1 + a_2 z_2 + \varepsilon \\ q = a_3 z_3 \end{cases}$$

Sen sijaan jos virhetermi lisätään komponenttiin $a_3 z_3$, yhtälöryhmä tulee muotoon:

$$(8) \quad \begin{cases} z_1 = z_1^* + a_4 z_3 \\ z_3 = a_1 z_1 + a_2 z_2 \Rightarrow q = \frac{a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 z_2}{1 - a_1 a_4} + \varepsilon \\ q = a_3 z_3 + \varepsilon \end{cases}$$

Tuotantonopeuden odotusarvoksi ja varianssiksi saadaan nyt:

$$(9) \quad \begin{aligned} E(q) &= E[A(a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 z_2) + \varepsilon] = \\ &A(a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 z_2) + E\varepsilon = A(a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 z_2) \end{aligned}$$

$$(10) \quad \begin{aligned} \text{var}(q) &= E\{[q - E(q)]^2\} = E\{[A(a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 z_2) + \varepsilon - A(a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 z_2)]^2\} = \\ &E[\varepsilon^2] = \sigma^2 \end{aligned}$$

Lisättäessä virhetermi komponenttiin $a_4 z_3$ systeemi saadaan muotoon:

$$(11) \quad \begin{cases} z_1 = z_1^* + a_4 z_3 + \varepsilon \\ z_3 = a_1 z_1 + a_2 z_2 \Rightarrow q = \frac{a_1 a_3 z_1^* + a_1 a_3 \varepsilon + a_2 a_3 z_2}{1 - a_1 a_4} \\ q = a_3 z_3 \end{cases}$$

Tuotantonopeuden odotusarvo ja varianssi ovat nyt:

$$(12) \quad E(q) = E[A(a_1 a_3 z_1^* + a_1 a_3 \varepsilon + a_2 a_3 z_2)] = A(a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 z_2)$$

$$(13) \quad \begin{aligned} \text{var}(q) &= E\{[q - E(q)]^2\} = \\ &E\{[A(a_1 a_3 z_1^* + a_1 a_3 \varepsilon + a_2 a_3 z_2) - A(a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 z_2)]^2\} = \\ &E\{[A a_1 a_3 \varepsilon]^2\} = A^2 a_1^2 a_3^2 E[\varepsilon^2] = A^2 a_1^2 a_3^2 \sigma^2 \end{aligned}$$

Epävarmuus voidaan liittää myös panosvirtoihin. Tämä voidaan tulkita siten, että tuotantopanoksen saatavuuteen liittyy satunnaisuutta. Mikäli panosvirtaan z_1^* lisätään additiivinen virhetermi $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$, saadaan systeemi, joka on sama kuin yhtälön (11) kuvaama systeemi. Mikäli virhetermi liitetään panosvirtaan z_2 , saadaan seuraava yhtälöryhmä.

$$(14) \quad \begin{cases} z_1 = z_1^* + a_4 z_3 \\ z_3 = a_1 z_1 + a_2 (z_2 + \varepsilon) \\ q = a_3 z_3 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 \varepsilon + a_2 a_3 z_2}{1 - a_1 a_4}$$

Selvästi nähdään, että tuotantonopeuden odotusarvo ei muutu edellisestä tapauksesta, mutta varianssi on nyt yhtälön (15) mukainen.

$$(15) \quad \begin{aligned} \text{var}(q) &= E\{[q - E(q)]^2\} = \\ &E\{[A(a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 \varepsilon + a_2 a_3 z_2) - A(a_1 a_3 z_1^* + a_2 a_3 z_2)]^2\} = \\ &E\{[A a_2 a_3 \varepsilon]^2\} = A^2 a_2^2 a_3^2 \sigma^2 \end{aligned}$$