

# **Ekaluokkalaisten käsityksiä matematiikasta**

Elina Hietämäki

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma  
Kevätlukukausi 2020  
Kokkolan yliopistokeskus Chydenius  
Jyväskylän yliopisto

## TIIVISTELMÄ

**Hietämäki, Elina. 2020. Ekaluokkalaisten käsityksiä matematiikasta. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kokkolan yliopistokeskus Chydenius. 90 sivua.**

Matemaattiset taidot ovat tärkeässä osassa jokapäiväisessä elämässä, sillä matematiikkaa tarvitaan sekä arkipäivän tilanteissa että työelämässä. Tutkimustulosten mukaan suomalaisten peruskoululaisten matematiikkaosaaminen on varsin hyvää, mutta se on heikentynyt aiemmista vuosista.

Matemaattisten taitojen oppiminen tapahtuu askeleittain. Perustaitojen oppiminen luo pohjan monimutkaisempien taitojen oppimiselle. Matemaattisten taitojen oppimiseen vaikuttavat useat eri tekijät. Yhtenä tekijänä on matematiikkakuva. Matematiikkakuva muodostuu matematiikasta saatujen kokemusten pohjalta ja siihen vaikuttavat kaikki ne uskomukset ja käsitykset, joita meillä on matematiikkaan liittyen.

Tämän tutkimuksen avulla selvitettiin, millaisia käsityksiä ekaluokkalaisilla on matematiikkaan liittyen. Tutkimus on laadullinen ja tutkimussuuntauksena on fenomenografia. Tutkimusaineisto koostuu kymmenen ekaluokkalaisten haastattelusta. Haastattelut on analysoitu fenomenografisen analyysin mukaan vaiheittain. Haastattelun tukiaineistona käytettiin 19 ekaluokkalaisten tuottamaa matematiikkapiirustusta.

Ekaluokkalaiset käsittävät matematiikan olevan pitkälti sitä, mitä koulun matematiikka on. Koulun matematiikan opetussisällöt olivat keskeisessä asemassa ekaluokkalaisten käsityksissä matematiikasta. Erityisesti esiin nousi laskemiseen liittyvät asiat. Koulussa käytettävät materiaalit ja välineet liitettiin myös vahvasti matematiikkaan. Matematiikkaa näyttäytyi ekaluokkalaisille myös asiana, jota opetellaan ja opitaan. Aikuisena matematiikkaa osataan – aikuisten kuuluu osata matematiikkaa ja aikuiset osaavat sitä. Ekaluokkalaisten käsityksiin matematiikasta liittyi myös matematiikan herättämät erilaiset tunteet, sekä positiiviset että negatiiviset tunteet. Koska koulun matematiikan tunnit ovat suuressa roolissa vaikuttamassa ekaluokkalaisten käsityksiin matematiikasta, pitäisikin koulussa saada luotua innostava herättävä oppimisilmapiiri.

Asiasanat: matematiikkakuva, matematiikkakäsitykset, fenomenografia

# SISÄLTÖ

## TIIVISTELMÄ

1	JOHDANTO.....	5
2	MATEMATIIKKAKUVASTA.....	8
2.1	Matematiikasta tieteen alana ja matematiikan merkityksestä.....	8
2.2	Matematiikkakuvan määrittelystä ja sen osa-alueista.....	9
2.3	Matematiikkakuvan muodostumiseen vaikuttavista tekijöistä ja matematiikkakuvan vaikutuksesta oppimiseen.....	15
3	MATEMATIIKKA ALKUOPETUKSESSA.....	20
3.1	Matemaattisten taitojen kehittymisestä, oppimisesta ja opettamisesta	20
3.2	Matematiikka lapsen silmin .....	25
4	TUTKIMUSTEHTÄVÄ.....	28
5	TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN.....	29
5.1	Fenomenografinen tutkimussuuntaus laadullisessa tutkimuksessa ...	29
5.2	Tutkimukseen osallistujat ja aineiston hankinta.....	30
5.3	Aineiston käsittely ja analysointi.....	35
5.4	Tutkimuksen eettisyys .....	40
6	TUTKIMUKSEN TULOKSET .....	43
6.1	Yleiskatsaus aineistosta nousseisiin käsityksiin .....	43
6.2	Opettelu ja oppiminen kuuluvat matematiikkaan .....	46
6.3	Matematiikka on laskemista .....	49
6.4	Matematiikka nähdään opetussisältöinä.....	53
6.5	Oppimateriaalit ovat osa matematiikkaa.....	57
6.6	Matematiikka herättää tunteita .....	61
6.7	Aikuisena osataan matematiikkaa.....	65
6.8	Kuvauskategorioiden väliset suhteet.....	67
7	POHDINTA.....	71
7.1	Tutkimustulosten tarkastelu.....	71
7.2	Tutkimuksen luotettavuuden tarkastelu .....	73

7.3	Lopuksi.....	77
	Lähteet .....	79
	Liitteet.....	85

# 1 JOHDANTO

Tämän tutkimuksen aihe valikoitui opintojeni aikana heränneestä mielenkiinnosta matematiikan opetusta kohtaan. Käydessämme opintojen aikana monipuolisesti läpi alakoulun matematiikkaa ja alakoulun matematiikan opetusta, pohdin usein, miten oppilaat käsittävät matematiikan, mitä matematiikka heille tarkoittaa ja merkitsee. Muistan omasta alakouluajasta matematiikan lähinnä mekaanisena kirjan laskujen laskemisena. Matematiikan opetus on varmasti ollut paljon muutakin, mutta ensimmäisenä omilta alakouluajoilta tulee mieleen mekaaniset laskut. Edelleenkin, jos mietin matematiikkaa, tulee omalla kohdallani ensimmäisenä mieleen numerot ja laskeminen, vaikka tiedän matematiikan olevan paljon muutaakin. Ajatusteni kannustamana minulle heräsi mielenkiinto tutkia sitä, millaisia käsityksiä ensimmäisen luokan oppilailla on matematiikasta ensimmäisen kouluvuoden lopulla. Ajattelevatko ensimmäisen luokan oppilaat matematiikan olevan vain laskujen laskemista ja numeroita? Ymmärtävätkö he matematiikkaa esiintyvän monissa arkipäivän tilanteissa ja asioissa? Mihin kaikkiin asioihin ensimmäisen luokan oppilaat matematiikan yhdistävät? Jatkossa käytän tässä tutkimuksessa sanaa ekaluokkalainen merkityksessä ensimmäisen luokan oppilas.

Mielenkiintoni lisäksi aiheen valintaan vaikutti se, että näen matematiikan opetuksen tärkeänä, koska matematiikkaa tarvitaan elämässä laajasti. Monet jokapäiväiseen elämään kuuluvat asiat, kuten raha, kellonajat, mittaaminen jne. perustuvat matematiikkaan, ja ne ovat läsnä jatkuvasti (Linnanmäki 1998, 283). Korhonen, Hakkarainen, Holopainen, Linnanmäki, Savolainen ja Taipale (2018, 258) toteavat kansainvälisiin tutkimuksiin viitaten joka neljännen aikuisen kuitenkin olevan ilman sellaisia matematiikan taitoja, joita vaaditaan arjessa ja työssä. Matematiikan perustaitojen osaaminen on tutkimusten mukaan yhteydessä myös työelämässä menestymiseen: heikot matematiikan perustaidot ovat yhteydessä sekä alempaan koulutustasoon ja alempaan palkkatasoon että työttömyyteen (Parsons & Bynner 2005, 5–7).

Aiheen ajankohtaisuus oli kolmas syy tutkimusaiheeni valintaan. Kuparin ja Hiltusen (2018) mukaan suomalaisten peruskoululaisten matemaattinen osaaminen on kansainvälisesti vertailtuna varsin hyvää, mutta se on heikentynyt. Kan-

sainvälisten TIMSS- ja PISA- tutkimusten valossa suomalaisten peruskoululaisten matematiikan osaamisessa on tapahtunut viime vuosina selvää heikentymistä. Tutkimustulosten valossa heikosti matematiikkaa osaavien määrä Suomessa on kasvanut ja samaan aikaan erinomaisesti matematiikkaa osaavien määrä on vähentynyt. Suoritusten heikkeneminen on erittäin huolestuttavaa ja siihen on suhtauduttava vakavasti. (Kupari & Hiltunen 2018, 16–17; 32–49.)

Matemaattisen osaamisen heikkenemisen lisäksi matematiikka-asenteita koskevat tulokset ovat huolestuttavia. Kansainvälisesti tarkasteltuna suomalaiset peruskoulun oppilaat pitävät varsin vähän matematiikasta, sitoutuvat matematiikan opetukseen erittäin heikosti ja luottavat vain keskinkertaisesti omaan matematiikan oppimiseensa. (Kupari & Hiltunen 2018, 49.) Suomalaisten oppilaiden suhtautuminen matematiikkaa kohtaan on melko kielteistä: he eivät ole erityisen kiinnostuneita matematiikasta eivätkä nauti siitä. Alakoulun alaluokilla oppilaiden matematiikkakuva on yleensä kokonaisuudessaan vielä myönteinen, mutta se muuttuu kielteisemmäksi yläkoulun loppuun mennessä. (Hannula & Holm 2018, 148–149.) Helsingin yliopiston matemaattisen fysiikan professori Antti Kupiainen, uskoo, että suurin syy matematiikan kiinnostamattomuuteen on matematiikan mieltäminen mekaaniseksi puuhaksi. Matematiikka nähdään vain laskemisena ja kirjan täyttämisenä. Matematiikkaa yritetään hahmottaa ulkoa opiskelemalla vailla ymmärtämisen päämäärää. (Kupiainen 2016.)

Matematiikan oppimiseen liittyy vahvasti matematiikkakuva, eli matemaattinen maailmankuva. Matematiikkakuva sisältää kaikki ajatukset, joita meillä on matematiikasta ja matematiikkaan liittyen. Matematiikasta suoriutumista esimerkiksi selittää merkittävältä osin oppilaan käsitys itsestään matematiikan osaajana (Kupari & Nissinen 2013, 14). Myönteisen matematiikkakuvan omaavat, itseensä luottavat ja matematiikkaa arvostavat jaksavat yleensä ponnistella matemaattisten haasteiden ratkaisemiseksi, kun taas negatiivisemmän matematiikkakuvan omaavat luovuttavat helpommin haasteiden edessä (Hannula & Holm 2018, 132–135). Uskomukset ja käsitykset ovat keskeisessä asemassa vaikuttamassa lähes kaikkeen ajatteluamme ja toimintaamme (Pehkonen 1995, 22). Olisikin tärkeää, että käsitykset ja uskomukset olisivat mahdollisimman myönteisiä.

Tutkimuksen tarkoituksena on saada käsitys siitä, mitä ekaluokkalaiset käsittävät matematiikalla, millaisena he kokevat matematiikan ja mitä asioita he yh-

distävät matematiikkaan. Tutkimus on kvalitatiivinen eli laadullinen. Metodologisenä suuntauksena on fenomenografia. Fenomenografialle ominaisesti (Niikko 2003, 28) tutkimuksen avulla pyritään tuomaan esiin erilaisia ajattelutapoja tutkittavasta ilmiöstä, pyrkimättä kuitenkaan luomaan yleisiä periaatteita siitä, miten asiat ovat. Tutkimuksen aineisto muodostuu tutkimukseen osallistuvien ekaluokkalaisten haastatteluista sekä ekaluokkalaisten piirtämistä matematiikkapiirustuksista.

## 2 MATEMATIIKKAKUVASTA

### 2.1 Matematiikasta tieteen alana ja matematiikan merkityksestä

On vaikea vastata lyhyesti ja yksiselitteisesti siihen, mitä matematiikka oikeastaan on. Eri teoksissa matematiikka määritellään eri tavoin. Matematiikan verkkosanakirja (2020) määrittelee esimerkiksi sanan matematiikka tarkoittavan lukujen ja abstraktien rakenteiden tutkimista kaikkein yleisimmässä mielessä. Tossavainen ja Sorvali (2003, 31) kirjoittavat Nykysuomen sanakirjan määritelmiin pohjaten matematiikan olevan ”oppi matemaattisen tutkimuksen kohteista ja niiden keskinäisistä suhteista”. Yrjönsuuri (1998, 130) määrittelee matematiikan olevan ”ihmisen ajattelun tuloksena luotu formaalinen rakennelma, jossa pienetkin osat ovat tietyillä paikoillaan”. Matematiikan emeritusprofessori Aatos Lahtinen (2008) toteaa haastattelussaan matematiikan olevan, luovaa ajattelua tiettyjen sääntöjen puitteissa. Hän vertaa matematiikkaa isoon kasvitieteelliseen puutarhaan, jossa kasvaa kaikkea välillä pienestä heinästä isoon eukalyptuspuuhun. Samoin myös matematiikalla on Lahtisen mukaan erilaisia lajeja. Se on loputon avaruus ja laskeminen on vain yksi osa matematiikkaa. Koskinen (2016, 88) puolestaan kirjoittaa matematiikkaa voitavan ajatella sekä tieteenä että toisaalta myös siitä hieman poiketen oppiaineena. Perso (2011) toteaa käsitteitä matematiikka ja laskutaito käytettävän usein vaihtoehtoisina. Toisaalta Perso mukaan jotkut ajattelevat laskutaidon olevan matematiikan osataito tai perustaito, jota tarvitaan yhteiskunnassa tai tulevaisuudessa matematiikan opinnoissa.

Tossavainen ja Sorvali (2003) huomauttavat kaikkien edellä annettujen määritelmien lisäksi, että menneisyydessä matematiikka on ymmärretty aivan eri asiana kuin nyt ja myös tulevaisuudessa matematiikka voi olla jotain aivan muuta kuin nyt. Vielä muutamia vuosikymmeniä sitten hyvää laskutaitoa edellytettiin monissa käytännön ammateissa, ja käsinlaskutaito oli tarpeellinen. Nykyään ei enää tarvitse laskea mitään käsin. Puhtaasti tekninen laskutaito on tullut laskimien ja tietokoneiden myötä tarpeettomaksi. Tossavainen ja Sorvali toteavatkin, että olisi luovuttava matematiikan määrittely-yrityksistä ja tyydyttävä toteamukseen, että matematiikkaa on kaikki se, mitä matemaatikot tekevät. (Tossavainen & Sorvali 2003, 30–31.)

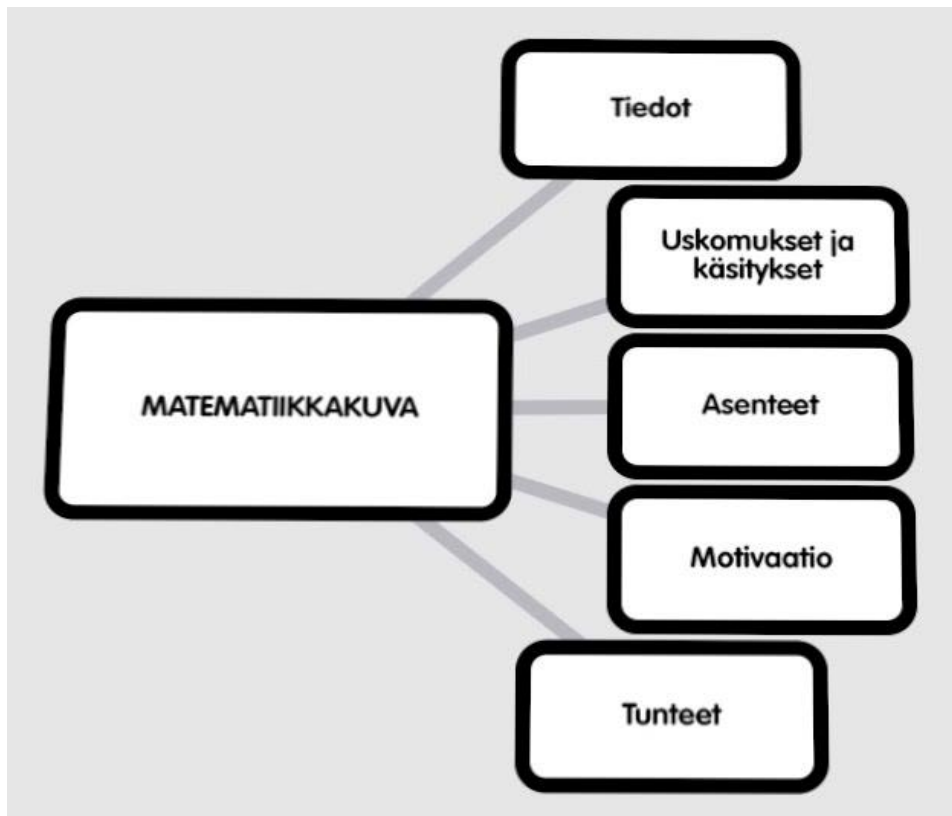


Huolimatta siitä, miten määrittelemme matematiikan tai määrittelemmekö matematiikkaa mitenkään, on matematiikka elämässämme läsnä jatkuvasti. Sitä tarvitaan laajasti jokapäiväisissä elämän tilanteissa, kuten esimerkiksi mittaamisessa, kellonaikojen ilmaisemisessa ja rahan käsittelyssä. (Linnanmäki 283, 1998.) Myös luvut ja numerot ovat esillä jatkuvasti eri tilanteissa. (Hannula & Lepola 2006, 129). Seonin ja Gingsburgin tutkimukseen perustaen Hannula ja Lepola (2006, 132) toteavat, että lasten leikeistä suuri osa, 43%, voidaan luokitella sisällöltään matemaattisiksi leikeiksi. Jo pienillä lapsilla on siis luontaisia mahdollisuuksia harjoitella matematiikkaa, ja he ovat jatkuvasti luonnostaan kosketuksissa matematiikan kanssa. Näin lapset kehittävät ja harjaannuttavat luontaisesti matemaattisia taitojaan.

## **2.2 Matematiikkakuvan määrittelystä ja sen osa-alueista**

Jokaisella meillä on elämämme aikana, ajattelun ja kokemuksen kautta muodostuneita uskomuksia ja käsityksiä matematiikasta. Nämä uskomukset ja käsitykset luovat meille oman matemaattisen maailmankuvan eli matematiikkakuvan. Kirjallisuudessa matematiikkakuvan määritelmistä on löydettävissä sekä yhteneväisyyksiä että myös pieniä eroavaisuuksia. Pehkonen (1995, 22) määrittelee matematiikkakuvan olevan laaja kirjo käsityksiä ja uskomuksia matematiikasta. Hän jakaa matematiikkakuvan Ernestin tutkimuksiin pohjaten neljään eri uskomusten ala-alueeseen: uskomukset matematiikasta, uskomukset itsestä matematiikan oppijana ja käyttäjänä, uskomukset matematiikan opettamisesta ja uskomukset matematiikan oppimisesta. Pietilä (2002, 19) määrittelee matematiikkakuvan tarkoittavan sitä, mitä yksilö ajattelee matematiikasta ja itsestään matematiikan oppijana. Hän näkee matematiikkakuvan laajana kokoelmana tietoja, uskomuksia, käsityksiä, asenteita ja tunteita sekä matematiikasta että matematiikkaa kohtaan. Kaasilan ja Laineen (2018, 306) mukaan matematiikkakuva koostuu matematiikkatiedoista, matematiikka-asenteista, matematiikkauskomuksista ja matematiikkatunneista. Hannula ja Holm (2018, 132–133) puolestaan määrittelevät matematiikkakuvan liittyvän oppilaan tunnesuhtautumiseen matematiikkaa kohtaan. He toteavat matematiikkakuvaan kuuluvan myös matematiikkaan liittyvän motivaation ja uskomukset.

Yhteistä kaikille matematiikkakuvan määritelmille on, että matematiikkakuva muodostuu useista osa-alueista. Osa-alueet voivat olla joko tiedostettuja tai tiedostamattomia, mutta yleensä ne ovat melko pysyviä. Kuvioon 1 on koottu matematiikkakuvan osa-alueet edellä esitettyjen määrittelyjen pohjalta.



KUVIO 1. Matematiikkakuvan osa-alueet

Matematiikkakuvan voidaan ajatella muodostuvan kuviossa 1 esitetyistä osa-alueista eli matematiikkatiedoista, matematiikkaan liittyvistä uskomuksista ja käsityksistä, matematiikkaan kohdistuvista asenteista, motivaatiosta ja matematiikkaan liittyvistä tunteista. Nämä kaikki osa-alueet vaikuttavat siihen, millainen matematiikkakuva ihmisellä on.

#### *Uskomuksista ja käsityksistä osana matematiikkakuvaa*

Zhang ja Morselli (2016, 49–50) tuovat esille sen, että uskomuksille ei ole olemassa kansainvälisesti hyväksyttyä yksiselitteistä määritelmää. Thompsoniin (1992) viitaten he kirjoittavat tutkijoiden yleensä vain oletavan kaikkien tietävän, mitä uskomuksilla tarkoitetaan. Pehkonen (1995, 10) ja Pietilä (2002, 20) kirjoit-

tavat uskomusten määrittelyn kirjosta: osa tutkijoista käsittää uskomukset asenteiden osa-alueena, osa ajattelee uskomukset käsitteiden alaryhmänä, osa pitää uskomuksia tiedon osa-alueena ja osa näkee uskomukset yksilön subjektiivisena tietona. Tarkasteltaessa erityisesti matematiikan uskomuksia, Hannula ja Holm

(2018, 136) määrittelevät uskomusten olevan yksilön subjektiivisia tulkintoja matematiikasta. Tällaiset subjektiiviset tulkinnat perustuvat yleensä yksilön omiin kokemuksiin, mutta usein myös muiden puheet vaikuttavat tulkintoihin. Pietilä (2002, 22–23) määrittelee uskomusten matematiikkaa kohtaan olevan sellaisia henkilökohtaisia näkemyksiä matematiikasta, jotka vaikuttavat yksilön toimintaan, vaikka ne eivät välttämättä objektiivisessa tarkastelussa osoittaudu todeksi.

Uskomuksia voi olla niin matematiikasta yleensä kuin matematiikan oppimisesta ja opettamisesta tai omista matemaattisista kyvyistä. Oppilaalla saattaa esimerkiksi olla uskomus synnynnäisestä ja muuttumattomasta matemaattisesta lahjakkuudesta. Tällainen uskomus saattaa saada heikommat matemaattiset taidot omaavat vaipumaan toivottomuuteen matematiikan suhteen tai hyvät oppilaat ajattelemaan, että heidän ei tarvitse ahkeroida. (Hannula & Holm 2018, 136–137.) Oppilas voi myös ajatella matematiikan olevan pelkkää laskemista tai toisaalta oppilas voi ajatella matematiikkaa opittavan vain opettelemalla ulkoa sääntöjä ja kaavoja (Pietilä 2002, 22–23). Useiden tutkijoiden mukaan oppilaiden matematiikkauskomukset saattavat muodostua esteiksi matematiikan oppimiselle (Lindgren 1998, 304).

Yleensä tiedostamme uskomuksistamme vain osan. Uskomuksia, jotka tiedostamme, voidaan kutsua käsityksiksi. Käsitykset perustuvan tietoiseen päättelyyn ja yksilön täytyy itse hyväksyvän ne. (Pehkonen 1995, 15–16.) Käsitykset voidaan nähdä ikään kuin korkeamman tason uskomuksina. Matematiikasta muodostuneet käsitykset ovat monesti hyvin pysyviä ja vaativat muuttuakseen usein sellaisen uuden kokemuksen, joka on merkittävässä ristiriidassa jo olemassa olevan käsityksen kanssa. (Tuohilampi & Giaconi 2013, 119.) Käsitykset ja uskomukset voivat kuitenkin muuttua, sillä ne ovat Pehkosen (1995, 15–16) mukaan jatkuvasti arviointimme kohteena verratessamme omia uskomuksiamme ja käsityksiämme muiden uskomuksiin ja käsityksiin.

### *Tiedoista osana matematiikkakuvaa*

Perinteisen määritelmän mukaan tieto on hyvin perusteltu ja todellinen uskomus. Tiedoilla osana matematiikkakuvaa onkin läheinen yhteys uskomuksiin. Emotionaaliset tekijät eivät vaikuta tiedon olemassaoloon, vaikka ne saattavat vaikuttaa uskomuksiin. Tiedon tärkeimpänä ominaisuutena voidaan nähdä sen objektiivisuus. (Pehkonen 1995, 13–15.) Tiedolla on tärkeä osa oppimisessa, sillä uutta opeteltaessa aiemmin opittu tieto auttaa uuden tiedon jäsentämisessä, tulkitsemisessä ja ymmärtämisessä (Koskinen 2016, 99).

Pietilä (2002, 32) kirjoittaa Balliin (1991) viitaten matematiikkatiedon käsittelevän sekä matemaattista tietoa eli faktoja, käsitteitä, periaatteita ja oppiaineen selitysmalleja että tietoa matematiikasta, sen luonteesta ja siitä, mitä tarkoittaa matematiikan osaaminen ja tekeminen. Vaikka tiedon tärkeimpänä ominaisuutena voidaan ajatella olevan objektiivisuus, on meillä matematiikkaan liittyen myös paljon subjektiivista tietoa. Kun objektiivinen tieto on yleensä tieteelliseen tutkimukseen perustuvaa ja kaikkien hyväksymää tietoa, subjektiivinen tieto on puolestaan tietoa, jota yksilö pitää totena, mutta joka ei välttämättä ole objektiivista.

### *Tunteista osana matematiikkakuvaa*

Tunteet matematiikkakuvan osa-alueena viittaa siihen, mitä eri tunteita erilaisissa matematiikkaan liittyvissä tilanteissa koetaan. Oppilaan suhde matematiikkaan ja sen oppimiseen on perustaltaan tunnepohjaista. Matematiikkaa kohtaan eri tilanteissa koetut tunteet, eli matematiikasta saadut tunnekokemukset, voivat olla esimerkiksi ahdistusta tai pelkoa koetilanteessa, iloa tai ylpeyttä osaamisesta, tylsyyttä tai turhautumista matematiikan tehtäviä kohtaan. Sekä myönteiset että kielteiset tunteet kuuluvat matematiikkaan. Myös kielteisistä tunteista saattaa olla hyötyä joissain tilanteissa. Tutkimuksen (esim. Pekrun & Stephens 2010) mukaan lievät kielteiset tunteet saattavat olla osaltaan edistämässä esimerkiksi ongelmanratkaisua sen tietyssä vaiheessa. (Hannula & Holm 2018, 134–139.) Kuten jo aiemmin mainitti, matematiikkaa kohtaan koetut tunteet ovat yhteydessä uskomuksiin: oppilaan matematiikan oppimisen tilanteissa kokemat tunteet vaikuttavat uskomuksiin. Ne voivat heikentää tai vahvistaa olemassa olevia uskomuksia. (Hannula & Holm 2018, 138.)

Tunteet matematiikkaa kohtaan voidaan nähdä joko melko lyhytaikaisesti esiintyvinä positiivisina tai negatiivisina tuntemuksina, jotka tulevat esille tietyissä tilanteissa tai pidempikestoisina tuntemuksina matematiikkaa kohtaan. Suuttumus tai kauhu voi olla äkillinen ja ohimenevä, kun ei osaa ratkaista tehtävää tai ilon ja tyytyväisyyden tunne haastavan tehtävän onnistuneen ratkaisun jälkeen voi kestää pidempäänkin. (Pietilä 2002, 21.) Tiettyjen tunnekokemusten toistuessa usein, ne saattavat muodostua tyypillisiksi matematiikan kokemuksiksi. Usein toistuessa tunnekokemukset saattavat alkaa ohjata sitä, mitä oppilas ajattelee matematiikasta muodostaen pysyvämmän tunnesuhteen matematiikkaa kohtaan. Tällaisia tunnesuhteita voi olla hyvinkin vaikea muuttaa. Matematiikan opetuksessa tulisikin huomioida, että matematiikasta saataisiin myönteisiä kokemuksia: tehtävät eivät saisi olla tylsiä, niiden tulisi tarjota sopivan tasoinen haaste ja ne täytyisi olla yhteydessä oppilaan kokemusmaailmaan. (Hannula & Holm 2018, 137–139).

#### *Asenteista osana matematiikkakuva*

Asenteet ovat läheisessä yhteydessä sekä uskomuksiin, tietoon, että tunteisiin. Osa asenteista saattaa pitää sisällään niin subjektiivista tietoa, uskomuksia kuin tunteitakin. Esimerkkinä Pietilä (2002) mainitsee käsitykset omista kyvyistä. Yksilö saattaa esimerkiksi omien subjektiivisten tietojen, uskomusten ja tunteiden perusteella päätellä, onko hän hyvä vai huono matematiikassa. Tunteet saattavat esiintyessään tietyissä tilanteissa usein tai voimakkaina, aikaansaada tietyn asenteen. Esimerkiksi toistuvat epäonnistumisen kokemukset sekä ahdistuksen tunne ja pelko epäonnistumisesta matematiikan tehtävissä, voivat saada yksilön asennoitumaan negatiivisesti matematiikkaa kohtaan. Asenne voi myös siirtyä olemassa olevasta asiasta uuteen asiaan, esimerkiksi matematiikan osa-alueelta toiseen. (Pietilä 2002, 21; 59.) Asenteiden muodostumiseen vaikuttavista asioista yksi merkittävimmistä on tarve onnistua. Onnistumisen kokemusten puuttumisella voi olla pitkäaikaiset seuraukset yksilön matematiikkakuvaan. Toinen asenteiden muodostumisen kannalta tärkeä tarve on tarve saada jotain aikaan. (Lindgren 1998, 302–303.)

Asenteiden kautta pystytään vaikuttamaan myös oppimistuloksiin. Oppilaiden luottamus omaa oppimista kohtaan ja asennoituminen omaan oppimiseen

ovat vahvasti yhteydessä matematiikan osaamiseen. Asennoitumisen ja osaamisen välille voi muodostua itseään vahvistava tai heikentävä kierre: myönteisesti ajattelevat menestyvät paremmin ja paremmin menestyvät ajattelevat myönteisemmin ja toisaalta huonommin menestyvät ajattelevat kielteisemmin ja kielteisemmin ajattelevat menestyvät huonommin. Myönteinen asennoituminen yleensäkin ruokkii osaamista ja osaaminen ruokkii myönteistä asennetta. Onkin tärkeää saada vahvistettua uskoa omaan kykyihin matematiikan oppijana. Tämä usko tulisi myös saada säilymään mahdollisimman pitkään. Oppilaiden myönteisten matemaattisten asenteiden kannalta opetuksen liittäminen arkielämään, ongelmalähtöinen oppiminen ja tutkiminen ovat osoittautuneet tehokkaiksi menetelmiksi. (Kupari & Hiltunen 2018, 47–50.) Kielteinen asenne matematiikkaa kohtaan voi ilmetä voimakkaimmillaan matematiikka-ahdistuksena, joka heikentää matematiikan oppimista ja saa välttelemään matematiikan opiskelua. Matematiikka-ahdistus voi jopa lamauttaa oppilaan. (Hannula & Holm 2018, 134.)

#### *Motivaatiosta osana matematiikkakuvaa*

Hannula ja Holm (2018, 139) määrittelevät motivaation sisältävän sen, mitä oppilas haluaa, mitä hän pitää tärkeänä ja millaisia valintoja hän tekee. Aunola ja Nurmi (2018, 61) kirjoittavat oppimismotivaatiolla tarkoitettavan sekä yleistä suhtautumista oppimistilanteisiin, että tiettyyn oppiaineeseen suuntautuvaa kiinnostuneisuutta tai ahdistuneisuutta. Hannulan ja Holmin (2018) mukaan motivaatio on matematiikkakuvan osa-alueista kenties tärkein matematiikkaa kohtaan ilmenevän käyttäytymisen selittäjä. Motivaatio heijastuu Hannulan (2006) tutkimuksen mukaan tunteisiin, käyttäytymiseen ja uskomuksiin. Tutkimustulokset (mm. Middleton & Spanish 1999, Goldin ym. 2016) näyttävät myös sen, että motivaatio korreloi vahvasti oppilaan suoritustason kanssa. (Hannula & Holm 2018, 139.) Motivaatiolla ja osaamisella on siis keskinäinen yhteys. Aunola ja Nurmi (2018, 61–65) kirjoittavat, että tutkimustuloksissa on kuitenkin ristiriitaisuutta siltä osin, ennustaako osaamisen taso myöhempää motivaatiota vai motivaatio myöhempää osaamisen tasoa.

Motivaation kannalta on tärkeää saada onnistumisen kokemuksia. Mikäli lapsi ei saa onnistumisen kokemuksia, voi se sekä heikentää motivaatiota, että johtaa ahdistukseen, ja näiden kautta heikentää matemaattisten taitojen oppimista. Opettaja voi osaltaan vaikuttaa paljon matematiikkaan liittyvän motivaation

kehitykseen ja sitä kautta samalla vaikuttaa oppilaan suoritustason ja osaamisen parantamiseen. Tutkimusten (esim. Lerkkanen ym. 2012) mukaan lapsilähtöisten toimintatapojen on todettu lisäävän oppilaiden myönteistä motivaatiota matematiikkaa kohtaa. (Aunola ja Nurmi 2018, 61–65.) Oppilaan sisäinen motivaatio, jonka on todettu aikaansaavan parempia oppimistuloksia, aktivoituu erityisesti silloin, kun matematiikan tehtävät koetaan kiinnostaviksi (Hannula & Holm 2018, 139–140). Opettajan ja vanhempien luottamus lapsen matematiikan oppimista kohtaan on merkittävä tekijä myönteisen motivaation ylläpitämisen ja lisäämisen kannalta (Aunola & Nurmi 2018, 65).

### **2.3 Matematiikkakuvan muodostumiseen vaikuttavista tekijöistä ja matematiikkakuvan vaikutuksesta oppimiseen**

Matematiikkakuva muodostuu matematiikasta saatujen kokemusten pohjalta onnistumisten ja epäonnistumisten muokatessa sitä. Onnistumisten ja muiden positiivisten kokemusten myötä oppilaalle muodostuu myönteinen suhde matematiikkaan: matematiikka on kivaa ja oppilas kokee olevansa hyvä siinä. Epäonnistumisten ja vaikeuksien myötä matematiikka aiheuttaa kielteisiä tunteita. Tällöin usko omaan kykyihin osata ja oppia matematiikkaa heikkenee. Negatiivisen matematiikkakuvan muuttaminen positiiviseksi on usein ison työn takana ja vaatii yleensä kokonaisvaltaista muutosta matemaattisten uskomusten ja asenteiden muuttamisesta lähtien. Uskomusten ja asenteiden muuttamiseen tarvitaan puolestaan onnistumisia ja positiivisia kokemuksia matematiikasta. Onnistumisen kokemukset, tuki, kannustaminen ja myönteinen oppimisilmapiiri ovatkin tärkeitä tekijöitä pyrittäessä muuttamaan kielteinen matematiikkakuva myönteiseksi. (Hannula & Holm 2018, 140.)

Yksilön omien kokemusten lisäksi matematiikkakuvan muodostumiseen ja muokkautumiseen vaikuttaa myös ympäristö. Matematiikkakuvan muodostumiseen ja muokkautumiseen vaikuttavia tekijöitä ympäristössä ovat muiden muassa opettaja, vanhemmat, erilaiset sosiaaliset ryhmät ja ympäröivä kulttuuri. (Hannula & Holm 2018, 132–140.) Useissa lähteissä (ks. Aunola & Nurmi 2018 ja Hannula & Holm 2018, Perkkilä 2002, Pietilä 2002) kirjoitetaan opettajan merkittävästä vaikutuksesta oppilaan matematiikkakuvan muodostumiseen. Opettaja voikin toi-

minnallaan vaikuttaa oppilaan matematiikkakuvan joka osa-alueeseen, niin uskomuksiin ja käsityksiin kuin tietoihin, tunteisiin, asenteisiin ja motivaatioon. Esimerkiksi opettajan luottamus lapsen kykyihin oppia matematiikkaa, on merkittävä tekijä oppilaan myönteisen motivaation ylläpitämiseen ja lisäämisen kannalta. (Aunola & Nurmi 2018, 62–65.) Oppilaan uskoa omiin oppimismahdollisuuksiin tulisikin vahvistaa ja saada se säilymään mahdollisimman pitkään (Kupari & Hiltunen 2018, 16). Opettaja voi vahvistaa oppilaan uskoa oppimismahdollisuuksiin myönteisen asenteen, tuen ja positiivisen kannustuksen avulla. Opettajalla on iso rooli myös oppilaan asenteiden muodostumisessa. Opettajan pitäisi saada luotua uteliaisuutta ja innostusta herättävää oppimisilmapiiri. (Hannula & Holm 2018, 142; 149.)

Opettajan omalla matematiikkakuvalla on tärkeä merkitys oppilaan matematiikkakuvan muotoutumiseen ja matematiikan oppimiseen. Opettajan oma käsitys matematiikasta vaikuttaa oppilaan matematiikkakuvaan esimerkiksi opettajan tekemien valintojen, kuten opetuksen organisoinnin ja valitun opiskeluympäristön kautta. (Lindgren 1998, 313–314.) Perkkilä, Joutsenlahti ja Sarenius (2018, 344) toteavatkin opetuksessa käytettävän oppimateriaalin valinnan olevan tärkeää: käytettävä oppimateriaali vaikuttaa oppilaan matematiikkakuvaan välittäen oppilaalle osaltaan kuvaa matematiikasta. Metsämuurosen (2013, 9) mukaan mikään yksittäinen opetuksen piirre ei sinällään ole noussut oppimistuloksiin vaikuttavana tekijänä esille. Yhteistoiminnalliset menetelmät tuottavat kuitenkin tutkimuksen mukaan hyviä oppimistuloksia sekä osaamisen että myös asenteiden suhteen.

Kirjallisuuteen perustaen Perkkilä (2002) toteaa opettajan oppilaille välittämällä uskomuksilla voi olla suuri vaikutus puolestaan siihen, miten lapset oppivat ja käyttävät matematiikkaa tai miten he lähestyvät uusia matemaattisia oppimistilanteita. Lapsen saamat oppimiskokemukset taas vaikuttavat hänen käsitykseensä itsestään oppijana. Erityisesti myönteiset oppimiskokemukset vahvistavat lapsen käsitystä itsestään oppijana. (Perkkilä 2002, 10; 55.) Kaasila ja Laine (2018, 307) puolestaan toteavat, Gellertin (2000) viitaten, että opettajan asenteet ja uskomukset matematiikkaa kohtaan saattavan siirtyä huomaamatta hänen oppilailleen. Opettaja, joka on esimerkiksi itse kokenut matematiikan pelottavaksi, saattaa pyrkiä suojelemaan oppilaitaan matematiikalta jättämällä matemaattisen



sisällön taka-alalle. Tällöin opettaja saattaa esimerkiksi panostaa asenneilmapiiriin, pitäen sitä tärkeimpänä oppimista edistävänä tekijänä. Toisaalta hyvin matematiikassa aikanaan menestyneen opettajan saattaa olla vaikeaa asettua heikompien oppijoiden asemaan. Opettajalle onkin hyödyllistä miettiä omaa matematiikkakäsitystään, voidakseen välttyä välittämästä haluamattaan oppilaille tiedostamattomia piiloviestejä (Young-Loveridge, Taylor, Sharma & Hawera 2006, 589).

Pietilä (2002) on tutkinut luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan rakentumista ja havainnut niin ikään opettajan suuren merkityksen matematiikkakuvan muodostumisessa. Pietilä havaitsi tutkimuksessaan opettajan vaikuttaneen opiskelijoiden matematiikkakuvaan erityisesti matematiikan kokemuksiin vaikuttamisen kautta. Asiastaan innostunut opettaja oli saanut myös oppilaat innostumaan. Tehtävät olivat olleet sopivan haastavia ja oppimisessa oli pyritty ymmärtämiseen. Opettajat, joilla oli tuntunut olevan aina kova kiire eteen päin, eivät olleet mahdollistaneet oppilaille asioiden sisäistämistä, vaan oppilaiden oli täytynyt opiskella asiat ulkoa. Osalla opiskelijoista oli muistikuvia opettajasta, joka käytti yksipuolisia opetusmenetelmiä, kuten vain yksitoikkoisesta laskemista matematiikan tunneilla. Toiset opiskelijoista muistivat opettajia, jotka eivät osanneet tukea eivätkä kannustaa oppilaita, eivätkä myöskään osanneet selittää opiskeltavan asian sisältöä tai yhteyttä käytäntöön. Pietilä toteaaakin opettajan vaikuttaneen opiskelijoiden käsityksiin matematiikasta ainakin opettajan oman matematiikka-asenteen, käyttämiensä opetusmenetelmien ja sisällöllisen osaamisen selittämiskyvyn kautta. Opettajan antama palaute on lisäksi ollut vaikuttamassa siihen, miten opiskelija arvioi omat kykynsä ja mitä hän odottaa itseltään. Käsitys itsestä matematiikan osaajana vaikuttaa käsitykseen matematiikasta. (Pietilä 2002, 128–130.)

Opettajan lisäksi vanhemmilla on vaikutusta lapsen matematiikkakuvan muotoutumiseen. Vanhempien myönteinen suhtautuminen matematiikkaa kohtaan vaikuttaa erityisesti oppilaan matematiikan arvostukseen (Hannula & Holm 2018, 142). Vanhempien luottamus lapsen kykyihin oppia matematiikkaa, vaikuttaa puolestaan merkittävästi lapsen matematiikkaa kohtaan tunteman myönteisen motivaation ylläpitämiseen (Aunola & Nurmi 2018, 64–65). Myös lapsen matemaattinen innostus saattaa saada vaikutteita vanhempien innostuneisuudesta matematiikkaa kohtaan. Toisaalta yhtä lailla lannistaminen tai kannustuksen

puute saattavat vaikuttaa lapsen suhtautumiseen matematiikkaa kohtaan. Keskellä kotoa saadulla palautteella nähdäänkin olevan yhteyttä oppilaan matemaattiselle itsetunnolle ja itseluottamukselle: kodin tuki mahdollistaa onnistumisen kokemukset ja itseluottamuksen lisääntymisen ja painostaminen aiheuttaa turhautumista ja itseluottamuksen puutetta. (Pietilä 2002, 130.)

Lapsen ympärillä olevien erilaisten ryhmien ja sosiaalisen oppimisympäristön tiedetään myös vaikuttavan lapsen matematiikkakuvan muodostumiseen. Esimerkiksi luokan ilmapiiri ja meitä ympäröivä kulttuuri vaikuttavat matematiikkakuvaamme. Tutkimuksissa (mm. Cobbin, Yackelin & Wood 1989) on tullut ilmi muiden muassa ryhmän sosiaalisten normien vaikuttavan oppimisen iloon matematiikassa. (Hannula & Holm 2018, 132; 142–143.) Lapsille kaverit ovat tärkeitä ja kavereiden kanssa käytävällä vuorovaikutuksella on merkitystä sekä itsetunnon että matematiikkakuvan kannalta. Koulussa saatetaan mennä kavereiden mielipiteen mukana, ja inhota matematiikkaa, vaikka muunlaisessa ympäristössä voidaan pitää matematiikasta ja olla innostuneita siitä. Vertaiset vaikuttavat siis osaltaan matematiikkakuvan muodostumiseen. (Pietilä 2002, 130–131.)

Hannula ja Holm (2018) kirjoittavat, että kansainvälisten tutkimusten mukaan matemaattinen itseluottamus ja matemaattinen osaaminen korreloivat merkittävästi keskenään. Tutkimukset eivät ole antaneet yksiselitteistä vastausta siihen, syntyvätkö osaamiserot matematiikkakuvasta vai vaikuttaako matematiikkakuva osaamiserojen syntymiseen. Joka tapauksessa matematiikkakuva liittyy vahvasti matematiikan oppimiseen. Myönteisen matematiikkakuvan omaavat, itseensä luottavat ja matematiikkaa arvostavat, jaksavat yleensä ponnistella matemaattisten haasteiden ratkaisemiseksi. Negatiivisemmän matematiikkakuvan omaavat taas luovuttavat helpommin. Ponnistelujen myötä on parempi mahdollisuus saada onnistumisen kokemuksia ja näin syntyy positiivinen kierre osaamisen ja itseensä uskomisen välille. Jos matematiikkakuvaan liittyy negatiivisia uskomuksia, saatetaan antaa tunteille helpommin valta matemaattisten haasteiden edessä ja luovuttaa vähäistenkin negatiivisten tuntemusten jälkeen. (Hannula & Holm 2018, 132–141.) Matematiikan oppimisen ja omaksumisen kannalta olisi tärkeää saada ylläpidettyä myönteistä matematiikkakuvaa. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014, 128) tähän on kiinnitetty huomiota useassa

kohtaa. Yhdeksi matematiikan tavoitteeksi on esimerkiksi mainittu ”tukea oppilaan innostusta ja kiinnostusta matematiikkaa kohtaan sekä myönteisen minäkuvan ja itseluottamuksen kehittymistä”.

### 3 MATEMATIIKKA ALKUOPETUKSESSA

#### 3.1 Matemaattisten taitojen kehittymisestä, oppimisesta ja opettamisesta

Matemaattisen ajattelun ydin on paikannettavissa hermojärjestelmäämme: meillä on synnynnäinen kyky havaita ja hahmottaa lukumääräisyyksiä ympäristötämme. Jo pienet vauvat ovat kykeneviä erottamaan lukumääräisyyksien muutoksia. Voidaksemme kehittää käsitteellistä matemaattista ajattelua ja ymmärrystä lukumäärästä, tarvitaan kulttuuristen taitojen oppimista. Tarkka laskeminen opitaan matematiikan ja sen symbolien, kuten lukusanojen ja laskumerkintöjen avulla saman kulttuurin edustajien vanhemmilta jäseniltä. Se vie aikaa useita vuosia. Vuorovaikutuksen laatu määrää sen, miten hyvin ja helposti lapsi oppii taitojen perusteet. Lukumääriin ja laskemiseen täytyy kiinnittää huomiota tietoisesti. Ympäristö voi lisätä lapsen tarkkaavaisuuden suuntaamista lukumääriin ja laskemiseen. Täten ympäristö voi osaltaan vaikuttaa merkittävästi taitojen oppimiseen ja luoda pohjaa matemaattisten taitojen oppimiselle kouluiässä. (Hannula-Sormunen, Mattinen, Räsänen & Ruusuvirta 2018, 158-180.) Björn, Aro ja Koponen (2018, 184) toteavat jokaisen lapsen oppivan matemaattisia taitoja, kunhan opetus ja oppimiselle asetetut tavoitteet ovat sopivia ja tuki riittävä.

Matemaattisten taitojen kehitykseen vaikuttavat useat eri osatekijät. Aunola ja Nurmi (2018) kirjoittavat (mm. Gearyn ym. 2007, Gearyn 2011, Zhangin ym. 2017 viitaten) tällaisia tekijöitä olevan esimerkiksi työmuisti, tarkkaavaisuus, prosessointinopeus, asenne, motivaatio ja kielen kehitykseen liittyvät tekijät. Yksi matemaattisia taitoja ennustava tekijä on lapsen kiinnostus matemaattisia tehtäviä kohtaan. Myös varhaiset lukujonotaidot, eli tietämys lukujen välisestä keskinäisestä järjestyksestä ja taito laskea luettelemalla, on yksi matemaattisten taitojen kehitystä ennustava tekijä. Matemaattisiin oppimisvaikeuksiin liittyy usein vakavia puutteita lukujonotaidoissa. (Aunola & Nurmi 2018, 58–61.) Lapset oppivat esineitä laskemalla ja lukujonoja luettelemalla taitoja, joita tarvitaan lukujen lukumääräisyyden ja lukujen keskinäisen järjestyksen ymmärtämiseen. Merkittävä vauhdittaja lukujonotaitojen oppimiselle, lukusanojen ja niiden käyttötaidon ymmärtämiselle, on noin kolmevuotiaana voimakkaaseen kehitykseen lähtevä esi-

neiden laskutaito. (Hannula & Lepola 2006, 129–133.) Jo esiopetuksessa luku- ja laskutaitojen kehittämiseen tulee kiinnittää erityistä huomiota (Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014, 36). Taidon osaaminen on tärkeää varmistaa ja sujuvoittaa alkuopetuksen aikana (Hannula & Lepola 2006, 149). Alkuopetuksessa luvuilla leikittely ja lukujen luettelemisen sujuvoittaminen ovatkin tärkeää ja niiden voidaan ajatella auttavan myöhempää aritmeettisten taitojen oppimista (Aunola & Nurmi 2018, 54–65). Lukujonotaitojen harjoittelu on kirjattu Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin (2014, 129) yhdeksi alkuopetuksen matematiikan tärkeistä opetussisällöistä (ks. Liite 1).

Matemaattisten taitojen oppiminen tapahtuu askeleittain ja perustuu aiemmin opitun tiedon päälle oppimiseen: ensin tulee oppia yksinkertaisia osataitoja ennen kuin voidaan oppia monimutkaisempia matemaattisia taitoja. Mitä paremmin osaa aiemmin opetetun asian, sitä helpompi on oppia uutta. Perustaidot, kuten matematiikan peruskäsitteiden oppiminen ja peruslaskutaidot, ovat siis pohja monimutkaisempien taitojen ja tehtävien hallinnalle. Perustaitojen hyvä hallinta antaa tilaa ja pohjaa oppia uutta. Peruskäsitteiden ja -taitojen automatisoiduttua riittävän toistomäärän seurauksena, vapautuu tarkkaavaisuuden ja työmuistin resursseja monimutkaisempiin prosesseihin mahdollistaen vaativamman matemaattisen ongelmanratkaisun. On siis tärkeää rakentaa pohja hyvin ja aukottomasti. (Aunola & Nurmi 2018, 54–64.)

Hyvää ja vahvaa perusosaamista matematiikassa puoltaa myös se, että tutkimusten (esim. Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004) mukaan tasoerot matemaattisissa taidoissa eivät tasaannu koulunkäynnin aikana vaan jopa kasvavat entisestään. Näyttäisi siltä, että aikaisempi matemaattinen osaaminen nopeuttaa uuden oppimista ja uusien taitojen oppiminen edellyttää aiemmin opittujen taitojen hyvää hallintaa. (Aunola & Nurmi 2018, 56–57.) Matemaattisten perustaitojen hallintaa tulee painottaa läpi alkuopetuksen ajan. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteista (2014, 128–130) voidaan havaita, että alkuopetuksen matematiikan tavoitteet (Liite 2) ja sisällöt (Liite 1) painottuvatkin pitkälti vahvan matemaattisen perustan rakentamiseen.

Lapsen varhaisten matemaattisten taitojen tukemisen kannalta on tärkeää matemaattisen ajattelun näkyväksi tekeminen ja ymmärrettävä selittäminen (Hannula & Lepola 2006, 149). Matemaattisen ajattelun kehittäminen onkin yksi matematiikan opetuksen tärkeimmistä tehtävistä (Björn, Aro ja Koponen 2018,

210). Matemaattisen ajattelun tärkeys on kirjattu myös Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin (2014, 128): ”Matematiikan opetuksen tehtävänä on kehittää oppilaiden loogista, täsmällistä ja luovaa matemaattista ajattelua. Opetus luo pohjan matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden ymmärtämiselle sekä kehittää oppilaiden kykyä käsitellä tietoa ja ratkaista ongelmia.” Oman matemaattisen ajattelun muille selventämisen mahdollistaa kielentäminen (ks. Joutsenlahti & Tossavainen 2018) eli asian selittäminen kielen (joko luonnollisen kielen, kuviokielen tai matemaattisen symbolikielen) avulla.

Matematiikkakasvatuksessa kielentämisen tuleekin olla tärkeässä asemassa. Alkuopetuksessa lukumääristä ja kappaleiden ominaisuuksista puhuesaan lapsi muodostaa itselleen tietorakenteita. Matemaattista ongelmaa kielentäessään oppilas samalla jäsentää itselleen ongelmaa kielen avulla. Tämä saattaa samalla auttaa ratkaisun aikaansaamisessa. Oppilaan ääneen puhuma kieli ja samaan aikaan hänen äänetön puheensa itselleen tehostavat ja selkeyttävät omaa ajattelua, ja auttavat täten osaltaan ratkaisun saamisessa. Suullinen kielentäminen kasvattaa oppilaan omaa ymmärrystä asiasta ja tukee syvällisempää ymmärrystä. Se, että oppilas osaa suullisesti muille kertoa matemaattisen tehtävän ratkaisun, edellyttää, että hän joutuu ensin jäsentämään ajatteluaan itselleen ja sen jälkeen muotoilemaan ajatuksensa vielä muille ymmärrettäväksi. Samalla, kun oppilas esittää suullisesti ajatuksiaan muille, hän oppii käyttämään matematiikan käsitteitä yhä täsmällisemmin. Toisaalta kuunnellessaan muiden erilaisia ajatuksia tehtävien ratkaisuksista, laajentuu oppilaan oma ymmärrys erilaisista ongelmanratkaisutavoista. Matemaattisten tehtävien kirjallinen kielentäminen kehittää niin ikään tehtävien ratkaisemista ja edistää oppimista. Niin suullista kuin kirjallista kielentämistä tulisi harjoitella systemaattisesti luokkatyöskentelyssä. Kieltä käytetään kuitenkin pääasiassa ensisijaisesti vain oman matemaattisen ajattelun muille esittämiseen. Kieltä voitaisiin käyttää matematiikan opetuksessa hyödyksi myös yhteisöllisen uuden matemaattisen tiedon luonnin välineenä ja oman ajattelun jäsentäjänä. (Joutsenlahti & Tossavainen 2018, 411–418; 422.)

Yrjönsuuri (2005) kirjoittaa: ”Matematiikan oppimisen saavat aikaan kaksi tekijää: matemaattiset kokemukset ja niiden reflektointi.” Opettajan tekemisen tai matemaattisen ratkaisun tekemisen näkeminen ei ole oppimista, eikä vielä sekään, että itse ratkaisee matematiikkaa muiden antaman mallin mukaan. Edellä mainittua voidaan kutsua opiskeluksi, mutta oppiminen on yksilön omien

sisäisten mallien kehittymistä. (Yrjönsuuri 2005, 30.) Matematiikan osaaminen ei siis tarkoita vain mekaanisten laskujen laskemisen hallintaa ja ongelmanratkaisutehtävien osaamista (Joutsenlahti, Silverberg & Räsänen 2018, 9). Matematiikan taitamisen voidaan ajatella tarkoittavan ennen kaikkea juuri matemaattista ajattelua ja sen tarkoituksenmukaista käyttöä (Korhonen, Hakkarainen, Holopainen, Linnanmäki, Savolainen & Taipale 2018, 267).

Perkkilä, Joutsenlahti ja Sarenius (2018, 350) kirjoittavat Kuuselaan (2000) ja Dominoon (2010) viitaten saadun näyttöä, että matemaattisen ajattelun kehittymistä tukee konkreettiset toimintavälineet. Korhosen ym. (2018) mukaan alkuopetuksessa tulisikin suosia monipuolisuutta. Matematiikan taitojen alkumetreillä pelit, välineet ja leikit ovat hyvä tuki oppimisessa. (Korhonen ym. 2018, 270–271.) Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014, 128) matematiikan alkuopetuksen yhdeksi tavoitteeksi on kirjattu monipuolisuuden ja konkreettisten toimintavälineiden käytöstä: ”Kannustaa oppilasta esittämään ratkaisujaan ja päätelmiään konkreettisin välinein, piirroksin, suullisesti ja kirjallisesti myös tieto- ja viestintäteknologiaa hyödyntäen.” Jo esiopetuksessa erilaisissa arjen tilanteissa lapsia tulisi innostaa matemaattisten havaintojen pohtimiseen ja kuvailuun sekä havaintojen esittämiseen kuvien ja välineiden avulla (Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014, 35).

Matemaattisten perustaitojen ja matemaattisen ajattelun harjaannuttamisen lisäksi on muistettava motivaation merkitys oppimisessa. Matematiikan opetuksen tulisi olla kannustavaa ja tukea sekä oppimista että motivaatiota (Aunola & Nurmi 2018, 65). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) hyvän motivaation aikaansaamiseen on kiinnitetty huomiota useissa kohdin. Myönteiset kokemukset ja oppimisen ilo nähdään oppimista edistävinä ja innostavina. Myönteisen ja realistisen palautteen antamisen ja saamisen todetaan olevan oppimisen kannalta tärkeässä asemassa. Oppilaille annettavalla palautteella, oppimisen ohjaamisella ja tuella ajatellaan olevan vaikutusta erityisesti asenteisiin, motivaatioon ja tahtoon toimia. Matematiikan opetuksen yhdeksi tehtäväksi on kirjattu ”tukea oppilaan positiivista minäkuvaa matematiikan oppijana ja ylipäättään myönteistä asennetta matematiikkaa kohtaan”. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014, 15–20; 128).

Krzywacki ja Portaankorva-Koivisto (2018) toteavat, että nykypäivänä opetus on muuttunut aiempaa oppilaskeskeisemmäksi. Hyvän matematiikan opetuksen kulmakivinä voidaan nykyään pitää yhteisöllisiä työtapoja ja ongelmanratkaisutaitoja. Aiempiin tutkimuksiin (mm. Eronen 2014, Portaankorva-Koivisto 2010 & Joutsenlahti 2005) viitaten Krzywacki ja Portaankorva-Koivisto (2018) toteavat nykyään matematiikan opettajan olevankin haasteiden edessä: Opetuksen pitäisi olla yhteisöllistä ja vuorovaikutuksellista. Opetusta tulisi tukea havainnollistamisen ja kielentämisen avulla. Myös tieto- ja viestintäteknologiaa pitäisi hyödyntää. (Krzywacki & Portaankorva-Koivisto 2018, 279; 289.) Edellä mainittuihin hyvän opetuksen kulmakiviin voidaan lisätä vielä, että opetuksessa tulisi huomioida lapsen kokemusmaailma käyttämällä oppilaille tuttuja ja kiinnostavia aiheita ja ongelmia, jo aiemmin mainittuja toiminnallisuutta ja välineitä unohtamatta. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014, 130.) Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteista (2014, 18) poimittuna koko opetussuunnitelma perustuu käsitykseen, jossa ”...oppiminen ymmärretään yksilölliseksi ja yhteisölliseksi tietojen ja taitojen rakennusprosessiksi...”

Alakoulun opettajalla tulisi luonnollisesti olla myös riittävän vahva matemaattinen osaaminen. Ei riitä, että alakoulun opettajalla on vain alakoulun matematiikan sisältö hallinnassa. Opettajan täytyisi osata vastata myös oppilailta tuleviin syvällisempiin matemaattisiin kysymyksiin. Mikäli opettajalla on peruslaskutaidoissa heikkouksia tai lukukäsitteen ja matematiikan tietorakenteen syvemmässä ymmärtämisessä puutteita, rajoittavat ne muiden muassa opetuksen painopisteen siirtämistä matemaattiseen ajatteluun ja ongelmanratkaisuun. Opettajan osaamisen rakentuessa vain alakoulun opetussisältöön, muuttuu opetus helposti ulkoa opettamiseksi eikä ymmärtämiseen perustuvaksi oppimiseksi. (Tossavainen & Leppäaho 2018, 295–297.) Joutsenlahti ja Tossavainen (2018, 428) toteavat, että matematiikan opetuksen tärkeä tehtävä on auttaa oppilasta rakentamaan ja myös sisäistämään matematiikan sisällöistä sellainen tietorakenne, jota hän voi soveltaa uusissa tilanteissa ymmärtäen ei vain ulkomuistista.



### 3.2 Matematiikka lapsen silmin

Matematiikan opetuksen ja oppimisen kannalta on erittäin tärkeää käsityksemme siitä, mitä matematiikka mielestämme on (Koskinen 2016, 88). Australiassa tehdyn tutkimuksen (Young-Loveridge, Taylor, Sharma & Hawera 2006) mukaan 6–12 vuotiaat lapset käsittävät matematiikan monin eri tavoin. Kysyttäessä, mistä matematiikassa on kyse (What do you think math is all about?) antoivat lapset kysymykseen monenlaisia rikkaita vastauksia. Lapset tulkitsivat matematiikan olemusta monesta eri näkökulmasta: Jotkut lapset yhdistivät matematiikan matemaattiseen sisältöön, luokkahuoneeseen ja matematiikan opiskeluun koulussa. Toiset vastasivat ajatellen matematiikan tarkoitusta tässä ja nyt. Osa kertoi matematiikan tärkeydestä tulevaisuuden kannalta tai matematiikan hyödyllisyydestä jokapäiväisessä elämässä. Jotkut yhdistivät matematiikan koulun matematiikan oppimiseen. Osa oppilaista oli selvästi pohtinut matematiikan luonnetta syvällisemminkin. Usein keskeinen asia matematiikan määrittelyssä olivat numerot. Huomattavan iso osa oppilaista ei kuitenkaan osannut vastata mitään kysymykseen, mitä matematiikka heidän mielestään on. Tutkimuksen perusteella voidaan olettaa lasten tekevän matematiikkaa ilman, että he ajattelevat tai keskustelevat siitä, mitä matematiikkaa oikeastaan edes on. (Young-Loveridge ym. 2006, 583–588.)

Young-Loveridgen ja Taylorin (2005) tutkimuksen mukaan 5–11 vuotiaat pitivät oikean vastauksen saamista tehtävään tärkeänä. Kuitenkin suurin osa heidän tutkimukseensa osallistuneista oppilaista piti oppimista vielä tärkeämpänä kuin oikean vastauksen saamista. Myös parhaansa yrittämistä pidettiin oikean vastauksen saamista tärkeämpänä. Osaavimmilla oppilailla oikean vastauksen saamisen tärkeys ei korostunut. He eivät nähneet vastauksen saamista tärkeimpänä päämääränä. Heikommin matematiikkaa osaavat oppilaat puolestaan näkivät nimenomaan oikean vastauksen saamisen tärkeimpänä tekijänä. Toisille lapsista oli tutkimuksen mukaan juurtunut syvälle uskomus siitä, miten matematiikkaa tulee opiskella ja nämä uskomukset vaikuttavat tapaan, jolla he ratkaisevat tehtäviä. (Young-Loveridge & Taylor 2005, 85–89.)

Young-Loveridge ym. (2006, 588) eivät pitäneet yllättävänä numeroiden ja laskemisen yhdistämistä matematiikkaan 6-12 vuotiaiden lasten matematiikkakä-

sityksiä tutkiessaan, koska varhaisina kouluvuosina korostetaan juuri näitä matematiikan elementtejä. Sitä vastoin he pitivät tutkimuksessaan mielenkiintoisena sitä, että niin moni määritteli matematiikkaa sen käyttökelpoisuuden kautta. Myös se, että usea oppilas pohti matematiikkaa määritellessään sitä, miten matematiikkaa hyödyttää heitä tulevaisuudessa, oli tutkijoiden mielestä kiehtovaa. Tällaiset oppilaat määrittelivät matematiikan sitä kautta, miten he ajattelevat käyttävänsä sitä. Tutkimuksen nuoremmista oppilaista osa näki matematiikan myös hauskanpitona, miellyttävänä askareena. (Young-Loveridge ym. 2006, 588–589.)

Koululaisten ja opettajien matematiikkakuvaa tutkittaessa on voitu Tossavaisen ja Sorvalin (2003, 34) mukaan havaita, että useimmille matematiikka on jotain valmiina annettavaa, joka on omaksuttava sellaisenaan. Young-Loveridgen ym. (2006, 589) tutkimus osoittaa niin ikään, että joillekin lapsista matematiikka näyttäytyy ulkopuolelta annettuna asiana, joka on pakko opetella. Monet lapsista ovat kuitenkin myös tietoisia matematiikan tärkeydestä yhteiskunnassa. Matematiikan tärkeänä pitämisen ovat tutkimukseen pohjautuen huomanneet myös Tuohilampi ja Giaconi (2013, 125). Heidän mukaan kolmasluokkalaiset kokevat matematiikan oppimisen hyvin tärkeäksi.

Hannula ja Holm (2018, 149) toteavat, että alakoulun alaluokilla oppilaiden matematiikkakuva on yleensä kokonaisuudessaan vielä myönteinen, mutta se muuttuu kielteisemmäksi yläkoulun loppuun mennessä. Tuohilammen ja Giacconin (2013) mukaan matematiikkaan liittyvien uskomusten ja käsitysten on voitu havaita olevan positiivisia vielä kolmannella luokalla. Esimerkiksi käsitykset omasta osaamisesta ja itseluottamuksesta ovat positiivisia. Myös tyypilliset emotionaaliset reaktiot tyypillisiin matematiikan oppituntien tilanteisiin ovat vielä kolmasluokkalaisilla positiivisia. Viidenteen luokkaan mennessä matematiikkakäsitykset muuttuvat, ainakin Suomessa, rajusti negatiivisemmiksi. Asenteet matematiikkaa kohtaan muuttuvat 3-9 luokan aikana negatiivisemmiksi kaikilla matematiikka-asenteen osa-alueilla. Sekä kokonaisasenne matematiikkaa kohtaan, oma kokemus itsestä matematiikan osaajana, että matematiikan oppiaineesta pitäminen heikkenevät. (Tuohilampi & Giaconi 2013, 124–126.)

Kupari ja Hiltunen (2018, 49–50) toteavat matematiikan taitoja kartoittaviin kansainvälisiin TIMSS-tutkimuksiin perustuen, että luottamus omaan oppimiseen ja asennoituminen opiskeluun ovat vahvasti yhteydessä matematiikan osaami-

seen. Kansainvälisesti vertailtuna suomalaiset oppilaat luottavat omaan osaamiseen vain keskitasoisesti, pitävät varsin vähän matematiikasta ja sitoutuvat heikosti matematiikkaan. Suomalaislasten matematiikka-ahdistus on vähäisempää kuin useiden muiden maiden oppilailla, mutta matematiikan ei myöskään koeta herättävän kiinnostusta ja iloa. Olisikin tärkeää saada vahvistumaan oppilaiden uskoa omiin kykyihin matematiikan oppijina sekä saada säilymään tämä usko mahdollisimman pitkään. Hannulan ja Holmin (2018, 132–149) mukaan koulussa pitäisikin saada luotua uteliaisuutta ja innostusta herättävää oppimisilmapiiriä. Tällainen oppimisilmapiiri lisäisi oppilaiden innostusta, uteliaisuutta ja oppimisen iloa. Matematiikan opetuksesta ei ole kuitenkaan nykyään onnistuttu aikaansaamaan uteliaisuutta ja innostusta herättävää, vaan matematiikan tuntien ongelmana nähdään niiden tylsyys.

## 4 TUTKIMUSTEHTÄVÄ

Tämän tutkimuksen avulla pyritään selvittämään, millaisia käsityksiä ekaluokkalaisilla on matematiikasta. Tarkoituksena on selvittää, miten ekaluokkalaiset ymmärtävät matematiikan, mitä kaikkea he ajattelevat matematiikan olevan ja mihin kaikkeen he yhdistävät matematiikan. Ekaluokkalaiset ovat avainasemassa tämän tutkimuksen aineiston tuottajina.

Jokaisella meillä on käsityksiä siitä mitä matematiikka on: Missä matematiikkaa on? Mihin matematiikkaa tarvitaan? Millaista matematiikka on? Käsitykset, joita meillä itsellämme matematiikasta on, poikkeavat muiden matematiikkakäsityksistä. Aikuisena ja opettajana on mielenkiintoista selvittää, millaisia käsityksiä lapsilla on matematiikasta. Tässä tutkimuksessa kiinnostuksen kohteena ovat ekaluokkalaisten matematiikkakäsitykset ensimmäisen kouluvuoden lopulla.

Toivon tutkimukseni laajentavan ennen kaikkea omaa näkemystäni ekaluokkalaisten matematiikkakäsityksistä tulevaa luokanopettajan työtäni varten. Tutkimuksen avulla toivon saavani lisänäkemyksiä ja pohdintaa matematiikan opetukseen alakoulussa, erityisesti alkuopetuksessa, kyetäkseni entistä paremmin näkemään matematiikan myös oppilaiden silmin.

Tutkimusta ohjaava tutkimuskysymys muotoutui seuraavanlaiseksi:

Millainen on ekaluokkalaisten matematiikkakuva?

## 5 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

### 5.1 Fenomenografinen tutkimussuuntaus laadullisessa tutkimuksessa

Tämä tutkimus on laadullinen tutkimus. Laadullisessa tutkimuksessa tutkimuksen on tarkoitus antaa teoreettisesti mielekäs tulkinta ilmiöstä, jota tutkitaan. Keskeistä on tutkittavien kokemukset ja heidän näkökulmien korostaminen. Laadullisessa tutkimuksessa tarkastellaan yksittäisiä tapauksia ja korostetaan todellisuudesta saatavan tiedon subjektiivista luonnetta. Tyypillisesti laadullisessa tutkimuksessa keskitytään tutkimaan ihmisen ajatuksia, tunteja, käsityksiä ja tulkin-  
toja tutkimuksen kohteena olevasta asiasta. (Puusa & Juuti 2011, 47; 52.)

Tutkimuksen metodologisena suuntauksena on fenomenografia. Fenomenografia laadullisena tutkimusotteena tutkii ihmisten erilaisia käsityksiä ympäröivästä maailmasta. Erityisesti ollaan kiinnostuneita todellisuuden käsitteellistämisen eri tavoista eli tutkimuksen kohteena olevaan ilmiöön liittyvistä erilaisista käsityksistä. (Järvinen & Järvinen 2011, 81–82.) Fenomenografiassa ajatellaan, että on olemassa vain yksi todellisuus, joka koetaan ja käsitteellistetään yksilöllisesti (Huusko & Paloniemi 2006, 165). Fenomenografisen tutkimuksen avulla on tarkoitus löytää ja kuvata kollektiivisesti erilaiset tavat kokea ilmiö, kuvaamatta yksittäistä ääntä. Pyrkimyksenä on tutkittavien kokemusten kuvaaminen ja ymmärtäminen. Tavoitteena on käsityksiä tutkimalla tuoda esiin erilaisia ajattelutapoja tutkittavasta ilmiöstä, pyrkimättä luomaan yleisiä periaatteita siitä, miten asiat ovat. Pyritään siis kuvaamaan, miten tutkittava ilmiö koetaan ja minkä laatu-  
tuisia kokemukset ilmiöstä ovat. Fenomenografiassa käsitysten ja kokemusten kuvaamisessa on kyse toisen asteen näkökulmasta: toisten ihmisten tavasta kokea jotakin, orientoitumisesta toisten ihmisten ajatuksiin tai kokemuksiin ympäröivästä maailmasta. Toisten ihmisten ajatuksista ja kokemuksista tehdään päätelmiä. (Niikko 2003, 19–46.)

Tässä tutkimuksessa tutkitaan sitä, millaisena matematiikka näyttäytyy tutkittaville eli matematiikan näyttäytymistä ekaluokkalaisille. Tutkimuksen tarkoituksena on tuoda esille ja ymmärtää ekaluokkalaisten käsityksiä matematiikasta. Tämän tutkimuksen avulla pyritään siis antamaan mielekäs tulkinta ilmiöstä nimeltä matematiikka ekaluokkalaisten kokemana.

Fenomenografiassa keskeisenä käsitteenä on käsitys -käsite. Keskeisyydestään huolimatta käsitys -käsite on jäänyt epäselvästi määritellyksi. Yhteistä kaikille käsitys -käsitteen määrittelyille on, että käsitys nähdään yksilön ja ympäristön välisenä suhteena. Uljensiin (1989) viitaten Valkonen toteaa käsityksen kuvaavan sitä, miten ihminen ymmärtää jonkin ilmiön. (Valkonen 2006, 21–22.) Syrjälä, Ahonen, Syrjäläinen ja Saari (1994, 117) määrittelevät puolestaan Uljensiin (1992) viitaten käsityksen tarkoittavan kokemuksen ja ajattelun avulla muodostettua kuvaa jostain ilmiöstä. Koskinen (2011, 269) selittää käsityksen, Ahosen (1994) ja Martoniin (1996) viitaten, olevan kokemuksen, ajattelun ja vuorovaikutuksen avulla muodostettu kuva ilmiöstä. Käsitysten perustana on aina ihmisen aikaisemmat tiedot ja kokemukset. Myös Niikko (2003, 25) toteaa kokemuksen heijastuvan käsitysten kautta, ja siihen vaikuttavan kaikki ihmisen aiemmin kokeimat asiat.

Kaikki edellä mainitut käsitys -käsitteen määrittelyt sopivat hyvin myös tähän tutkimukseen: ekaluokkalaisten käsitys matematiikasta on kokemusten, ajattelun ja vuorovaikutuksen avulla muodostettu kuva matematiikasta, tutkittavien ymmärrys ilmiöstä nimeltä matematiikka. Ekaluokkalaisilla on matematiikasta vasta melko vähän kokemuksia, eivätkä he välttämättä osaa vielä ajatella, mikä kaikki on matematiikkaa, missä kaikkialla on matematiikkaa tai mihin kaikkeen tarvitaan matematiikkaa. Tämän tutkimuksen avulla selvitetään, millainen käsitys tutkimusjoukon ekaluokkalaisille on tähän mennessä muodostunut kokemusten, ajattelun ja vuorovaikutuksen avulla ilmiöstä nimeltä matematiikka.

## **5.2 Tutkimukseen osallistujat ja aineiston hankinta**

Tutkimuksessa käytetty aineisto on hankittu erään eteläpohjalaisen koulun kahdelta ekaluokalta toukokuussa 2019. Aineisto koostuu ekaluokkalaisten tekemistä matematiikkapiirustuksista (n=19) sekä haastatteluista (n=10). Haastattelut ovat avoimia yksilöhaastatteluja, ja ne ovat tutkimuksen pääaineisto. Matematiikkapiirustukset toimivat lisäaineistona.

Ekaluokkalaiset valikoituivat tutkimuksen kohteeksi, sillä mielenkiintoni kohdistuu siihen, mitä nimenomaan koulun alkutaipaleella olevat lapset käsittävät matematiikalla. Tuohilammen ja Giaconin (2013) mukaan on syytä olettaa, että

esimerkiksi matematiikasta pitämisen ja pystyvyyden tunne kääntyvät negatiiviksi ala-asteen aikana. Ekaluokkalaiset varsin usein vielä pitävät matematiikasta ja kokevat itsensä osaaviksi. Olisikin pohdittava, miten matematiikasta pitämisen ja pystyvyyden tunteen säilyttämiseen voisi kiinnittää huomiota alakoulun opetuksessa. (Tuohilampi & Giaconi 2013, 125.) Ekaluokkalaisten valikoitumiseen tutkimuksen kohteeksi vaikutti myös se, että tutkijana ajattelen ekaluokkalaisilla olevan mielikuvitusta ja uskallusta kertoa ja piirtää omista ajatuksistaan. He eivät mieti liikaa sitä, mitä aikuiset tai vertaiset ajattelevat heidän piirroksistaan tai mikä on ehkä muiden mielestä oikein piirretty tai vastattu.

Ennen tutkimusaineiston hankintaa sain tutkimukselleni tutkimusluvan (Liite 3) koulun johtajalta. Koska tutkimukseen osallistuvat ekaluokkalaiset olivat kaikki vain yhdeltä koululta, riitti paikkakunnan käytännön mukaisesti tutkimusluvan saanti tutkimukseen osallistuvalta koululta. Tutkimusluvan saatuaani ekaluokkalaisten koteihin välitettiin luokkien opettajien toimesta laatimani kirje (Liite 4), jossa kerrottiin lyhyesti tutkimuksesta sekä kysyttiin huoltajan suostumus lapsen tutkimukseen osallistumiselle. Lainsäädännöllisesti lapsilla ei ole täysivaltaista itsemääräämisoikeutta päättää tutkimukseen osallistumisesta, ja siitä syystä heidän tutkimukseen osallistumiseen tarvitaan huoltajan tai muun laillisen edustajan suostumus (Kuula 2006, 147). Suostumuskirje välitettiin kaikkien ekaluokkalaisten koteihin (n=26). Suostumuskirjeitä palautettiin 19 kpl. Palautumatta jäi seitsemän suostumuskirjettä. Kaikissa suostumuskirjeissä, jotka palautettiin, annettiin suostumus lapsen tutkimukseen osallistumiselle.

Aineiston hankinnan tein kahdessa erässä. Ensimmäisellä aineistonhankintakerralla jokainen koulussa ollut ekaluokkalainen (n=25) piirsi matematiikkapiirustuksen. Ennen piirtämistä kerroin muutaman sanan itsestäni ja siitä, miksi olin luokassa. Sen jälkeen jaoin A4 -kokoisen paperin ja oppilaat ottivat esille kynät, joko puuvärit tai lyijykynän. Oppilaat laittoivat paperin takapuolelle nimikirjaimet, joiden avulla he haastatteluvaiheessa tunnistaisivat oman työnsä. Piirtämiselle annoin ohjeistuksen: *"Piirrä, mitä sinulle tulee mieleen matematiikasta."* Lisäohjeistuksena sanoin: *"Voit miettiä, mitä kaikkea matematiikkaan mielestäsi liittyy, missä sitä tarvitaan ja missä matematiikkaa esiintyy."* Vastasin myös esitettyihin, seuraavanlaisiin kysymyksiin:

- Saako tehdä laskuja?

- *Saa tehdä.*
- *Voiko piirustuksessa olla monta eri juttua?*
- *Voi olla. Piirustus voi olla yhtenäinen työ tai voit piirtää erillisiä juttuja, joita sinulle tulee matematiikkaan liittyen mieleen.*

Piirustusten joukosta poistin niiden oppilaiden työt, jotka eivät olleet suostumuskirjettä palauttaneet (n=6). Tällaiset piirustukset jätin siis tutkimuksen ulkopuolelle. Tutkimusaineistosta poistettujen piirustusten jälkeen tutkimusaineisto sisälsi siis 19 piirustusta.

Piirustustuokio sujui mukavasti. Molempien luokkien oppilaat työskentelivät pääasiassa innokkaasti ja vapautuneesti. Yhteistyötä ja toisilta mallin ottamista havaittavissa jonkin verran. Yhteistyön ja mallin ottamisen mahdollisuuden tiedostin jo etukäteen. En kuitenkaan halunnut siirtää oppilaita eri paikkoihin piirtämään tai rajoittaa toisten kanssa kommunikointia, vaan katsoin parhaaksi antaa oppilaiden toimia luonnollisesti, kuten he koulussa muulloinkin piirtäessään toimivat. Osa oppilaista oli valmiita ennen oppitunnin loppua, jolloin opettaja antoi heille muuta tekemistä. Osa jäi vielä välitunnin ajaksi piirtämään, mikä myös oli sallittua.

Tutkimushaastattelut suoritin viikon päästä piirättämisestä. Haastatteluun valikoin tarkoituksenmukaisuusperiaatteella kymmenen ekaluokkalaista niiden oppilaiden joukosta, joilta oli tutkimukseen suostumuskirje palautettu. Haastatteluun valinnan pohjana toimivat oppilaiden piirtämät matematiikkapiirustukset ja luokkien opettajien oppilaantuntemus: Piirustusten avulla pyrin valitsemaan haastatteluun erityisesti sellaiset oppilaat, joilla uskoin piirustusten perusteella olevan kerrottavaa ajatuksistaan matematiikkaan liittyen. Oppilaiden omien opettajien tietoutta hyödynsin saadakseni haastatteluun oppilaita, jotka uskaltavat hyvin puhumaan vieraammissakin tilanteissa. Keskeisenä tavoitteena haastattelujen valinnassa oli saada haastattelun avulla mahdollisimman paljon tietoa ekaluokkalaisten käsityksistä matematiikkaan liittyen. (ks. Puusa 2011, 76). Huoltajan suostumuksen jälkeen lapsella itsellään oli, Kuulan (2006, 147) ohjeistuksen mukaisesti, mahdollisuus päättää lopullisesti tutkimukseen osallistumisesta. Tämän mahdollisuuden tarjoaminen ei tuottanut haastatteluista kieltäytymisiä, vaan jokainen haastatteluun valitsemani ekaluokkalainen tuli haastatteluun mielellään.



### *Piirtäminen aineistonhankintamenetelmänä*

Tässä tutkimuksessa osa tutkimusaineistoa on ekaluokkalaisten tekemät matematiikkapiirustukset. Kinnunen (2011, 37) toteaa Thomsoniin (1999) viitaten lasten piirustuksia käytetyn tutkimusaineiston keräämisen välineenä siten, että lapsen tehtävänä on tuottaa kuva tutkijan rajaamasta aiheesta. Näin toimittiin myös tässä tutkimuksessa.

Lähes universaalisti lasten piirustuksia pidetään porttina heidän kokemukseen ja käsityksiin (Kiilakoski & Rautio 2017, 77.) Mustola, Mykkänen, Böök ja Kärjä (2017, 19) toteavat kuitenkin lasten ja nuorten mediakulttuurin tutkijaan, David Buckinghamiin (2009) viitaten, että visuaaliset menetelmät eivät välttämättä aina lisää tai paranna ihmisten mahdollisuuksia itsensä ilmaisuun tai heidän omien tarinoidensa kertomiseen. Tutkija ei myöskään pääse visuaalisia menetelmiä käyttämällä automaattisesti käsiksi ihmisen ajatuksiin tai siihen, mitä ihmiset oikeasti tuntevat. Nämä edellä mainitut asiat sain huomata myös tätä tutkimusta tehdessäni: vain kahdeksan ekaluokkalaista sai tuotettua piirustuksen, jonka voin todellakin ajatella kertovan laajasti oppilaan omista ajatuksista ja käsityksistä matematiikkaan liittyen. Piirustukset eivät siis automaattisesti antaneet minulle tutkijana pääsyä tutkittavien ajatuksiin. Osa piirustuksista ei myöskään selvästikään ollut vain ekaluokkalaisten omien ajatusten kerrontaa vaan ryhmäpaine vaikutti vahvasti piirustusten sisältöön. Koska piirustuksista oli selvästi nähtävissä ryhmäpaineen vaikutus, päädyin alkuperäisestä suunnitelmasta poiketen käyttämään piirustuksia tukiaineistona. Tässä tutkimuksessa piirustukset antavatkin vahvistusta haastatteluista tekemilleni tulkinnoilleni. Lisäksi piirustukset toimivat myös haastateltavien apuna haastattelutilanteessa: haastateltavat saivat palata piirustuksiinsa haastattelussa, kun he olivat ensin kertoneet ajatuksiaan matematiikkaan liittyen ilman piirustusta.

Mustola ym. (2017, 18) toteavat lasten saattavan keskittyä visuaalisiin tehtäviin pitkäjänteisemmin kuin kielellisiin tehtäviin ja pitävän niitä myös hauskoina. Tehdessäni tutkimusta sain huomata, että suurin osa ekaluokkalaisista todellakin nautti piirtämisestä ja jaksoi tehdä matematiikkaan liittyvää piirustusta pitkäjänteisesti. Piirustuksille on Kiilakosken ja Raution (2017, 87) mukaan yleensä ominaista, että se on yhdistelmä useista eri hetkistä, tapahtumista, tunnelmista, ajatuksista tai tilanteista. Tavallisesti piirustukset aineistona eivät siis esitä vain yhtä hetkeä. Näin oli myös tämän tutkimuksen piirustuksissa: ne piirustukset, joiden

voin ajatella olevan täysin ekaluokkalaisen oman ajattelun tuotosta, olivat yhdistelmä useista eri tapahtumista, tunnelmista ja ajatuksista.

Piirustukset koodasin itselleni käyttäen luokkien koodeina A ja B sekä numeroiden työt istumajärjestyksen mukaisesti. Istumajärjestyksen halusin ottaa huomioon piirustuksia koodatessani, sillä näin pystyin piirustuksia analysoidessani palaamaan siihen, mitkä työt on piirretty vierekkäin istuttaessa. Koska en tässä vaiheessa vielä tiennyt, mitä piirustuksista ”löytyy” merkitsin lisäksi itseäni varten koodien perään T- tai P- kirjaimen merkiksi, onko piirustus tytön vai pojan tekemä. Koodeista muodostui tällöin esimerkiksi seuraavanlaisia: A1 (T), A3 (P), B15 (T).

#### *Haastattelu aineistonhankintamenetelmänä*

Tässä tutkimuksessa tutkimuksen pääaineisto muodostuu ekaluokkalaisten haastatteluista. Haastattelumenetelmät ovat Puusan (2011) mukaan laadullisen tutkimuksen eniten käytettyjä tutkimusaineiston hankintamenetelmiä. Haastattelu on vuorovaikutuksellista keskustelua, jolla on etukäteen asetettu tavoite, ja joka tapahtuu tutkijan aloitteesta. (Puusa 2011, 73.) Haastattelu on ennalta suunniteltua, päämäärähakuista ja sen avulla pyritään keräämään tietoa (Hirsjärvi & Hurme 2001, 42).

Tyypillisimmin fenomenografisessa tutkimuksessa aineiston tiedonhankintamenetelmänä käytetään yksilöllistä avointa haastattelua (Niikko 2003, 30). Avoin haastattelu muistuttaa vapaata keskustelua. Siinä sekä haastattelijalla että haastateltavalla on mahdollisuus kuljettaa keskustelua haluamaansa suuntaan. (Ruusuvoori & Tiittula 2005, 11–12.) Avoimessa haastattelussa tutkijalla on edeltä määritellyt avoimet kysymykset. Pyrkimyksenä on etukäteen laadittujen, väljien kysymysten avulla auttaa haastateltavaa heijastamaan tutkittavaa ilmiötä omasta viitekehystänsä ja itselle tärkeistä ja merkityksellisistä asioista käsin. (Niikko 2003, 30–31.)

Yksilöllistä avointa haastattelua on käytetty tiedonhankintamenetelmänä myös tässä tutkimuksessa. Haastattelussa apuna on käytetty haastattelurunkoa, joka löytyy liitteestä 5. Haastattelurungon avulla pyrin saamaan haastateltavilta mahdollisimman paljon tietoa tutkimusta varten. Haastattelut eivät edenneet suoraan haastattelurungon järjestyksessä vaan tutkittavien vastaukset ohjasivat haastattelujen etenemistä. Jokaisessa haastattelussa kävin kuitenkin läpi kaikki

haastattelurungon aiheet. Haastattelun lopuksi annoin Aaltio ja Puusan (2011, 162) neuvon mukaisesti haastateltavalle mahdollisuuden nostaa vielä esiin seikkoja, joista haastateltavat eivät katsoneet keskustelleensa riittävästi. Vain kolmella haastateltavalla oli tässä vaiheessa jotain, mitä he halusivat sanoa.

Haastattelun perusteella tutkija tulkitsee toisten tekemiä tulkintoja asioista, tapahtumista ja ilmiöistä ja tekee niistä päätelmiä. Uskottavien päätelmien teko edellyttää haastatteluiden tallentamista. (Puusa 2011, 74–75.) Tämän tutkimuksen haastattelut on tallennettu nauhurilla. Haastattelut on litteroitu Ronkaisen, Pehkosen, Lindblom-Ylänteen ja Paavilaisen (2014, 119) ohjeen mukaisesti puhutun sisällön ja yksinkertaisten vuorovaikutuspiirteiden tarkkuudella. Litteroitua tekstiä kertyi yhteensä 14 A4 -kokoista sivua, tekstillä Arial 10p, rivivälillä 1.

### 5.3 Aineiston käsittely ja analysointi

Laadullisen tutkimuksen analysointivaihe sisältää analyysin ja synteessin: analyysissa voidaan eritellä, luokitella ja tiivistää aineistoa, synteessissä pyritään puolestaan luomaan kokonaiskuva aineistosta ja tuomaan esille tutkittava ilmiö uudesta näkökulmasta. (Puusa 2011, 115–116.) Fenomenografisessa analyysissä keskeistä on erilaisten käsitysten tunnistaminen ja niiden kuvaaminen kategorioina. Ilmaisujen lukumäärä ei ole oleellista, vaan yksittäinenkin käsitys voi olla merkittävä. (Koskinen 2011, 270.) Fenomenografisessa tutkimuksessa noudatetaan aineistolähtöistä lähestymistapaa. Analyysin tavoitteena on empiirisen tutkimusaineiston perusteella muodostaa tutkittavaa ilmiötä kuvaavia käsitteellisiä kuvauskategorioita. (Huusko & Paloniemi 2006, 166.) Kuvauskategoriat ovat enemmän kuin vain luokiteltuja käsityksiä. Martoniin (1988) viitaten Valkonen (2006) toteaa kuvauskategorioiden olevan tutkijan tulkintoja aineiston sisältämistä käsitysryhmistä, eli tutkijan omia käsityksiä aineiston käsityksistä. Kuvauskategorioissa tiivistyy koko tutkimus: kuvauskategoriat ankkuroivat tutkimuksesta nousseet käsitykset ja niiden piirteet tutkimuksen empiiriseen aineistoon sekä osoittavat käsitysten teoreettiset yhteydet. (Valkonen 2006, 25.)

Tutkimusaineiston analysoinnin aloitin heti saatua osan tutkimusaineistosta. Piirrätyäni ekaluokkalaiset, loin katsauksen piirustuksiin ja hahmotin piirustusten antamaa kokonaiskäsitystä tutkittavasta ilmiöstä. Ennen haastattelujen tekemistä muodostin siis jo piirustusten perusteella yleiskuvaa

siitä, mitä käsityksiä tutkimukseen osallistuvilla ekaluokkalaisilla on matematiikkaan liittyen. Tarkoitukseni oli alun perin tässä vaiheessa analysoida piirustukset syvällisesti ja muodostaa niiden perusteella omat kategoriansa siitä, miten tutkimusjoukon ekaluokkalaiset käsittävät matematiikan ja mitä asioita he liittävät ilmiöön nimeltä matematiikka. Piirustuksiin tutustumisen jälkeen päätin kuitenkin jättää piirustukset ikään kuin tutkimuksen tukiaineistoksi, sillä totesin osan oppilaiden piirustuksista saaneen todella paljon vaikutteita muiden luokkakavereiden piirustuksista. Luokkakavereiden suuri vaikutus piirustusten sisältöön oli huomattavissa jo piirustusten tekovaiheessa, mutta katsoin parhaaksi olla puuttumatta siihen millään tavalla, etten itse tutkijana ohjaisi oppilaiden piirtämistä. Tutkimuksen haastatteluaineiston analyysissä on edetty Niikon (2003, 33–34) kuvaaman fenomenografisen analyysimallin mukaan.

#### *Analyysin ensimmäinen vaihe*

Niikon (2003, 33) analyysimallin mukaisesti analyysin ensimmäisessä vaiheessa tutustuin aineistoon huolella. Kuuntelin haastattelut läpi kahteen kertaan heti tehtyäni ne. Litteroin haastattelut huolella tein huolella haastattelujen ollessa vielä tuoreessa muistissa. Litteroidun aineiston luin läpi useaan kertaan etsien aineistosta tutkimusaiheen kannalta oleellisia asioita. Tarkoituksena oli löytää tärkeitä ilmauksia sekä hahmottaa tutkittavien kokonaiskäsityksiä ilmiöstä. Aineistosta etsin merkityksellisiä ilmauksia ja keskityin merkityksiin, joita ilmauksista löytyi. Merkitysyksiköitä etsiessä keskityin, kuten Huusko ja Paloniemi (2006, 167) ohjeistavat, aineistoista esiin nousseisiin ajatuksellisiin kokonaisuuksiin yksittäisiin sanoihin tai lauseisiin keskittymisen sijaan. Litteroidusta aineistosta poimin kaikki ekaluokkalaisten matematiikkakäsityksiin liittyvät merkitysyksiköt alleviivaamalla ne. Poimin jokaisen haastatteluista esiin nousseen merkitysyksikön, vaikka täysin sama merkitysyksikkö olisi jo ollut poimittuna jostain toisesta haastattelusta tai saman haastattelun aiemmasta kohdasta. Alleviivasin löytämäni merkitysyksiköt ja merkitsin jokaiseen merkitysyksikköön, mistä haastattelusta se on poimittu. Haastatteluista poimittuja merkitysyksiköitä löytyi näin yhteensä 232 kappaletta. Alleviivatut merkitysyksiköt irrotin lopulta aineistoista erillisiksi.

Seuraavassa on esimerkkejä haastatteluista poimituista merkitysyksiköistä. Jokainen merkitysyksikkö on alleviivattu yhtenäisellä viivalla ja perään on merkitty vielä sulkuihin, montako merkitysyksikköä kyseisessä puheenvuorossa on.

*"No mä tykkään plus- ja miinuslaskuista. Ja sit kellojutuistakin." (4)  
(Haastateltava 3)*

*"Matikka...no se on laskemista, oppimista, opettelua ja semmosta." (3)  
(Haastateltava 9)*

*"Lasketaan kirjasta ja sitte meillä on tabletit ja koodeilla pelataan." (4)  
(Haastateltava 7)*

*"Laskut on liian vaikeita." (2) (Haastateltava 5)*

Ensimmäisessä vaiheessa poimin siis jokaisen löytämäni merkitysyksikön. Yllä olevista neljästä eri haastateltavan puheenvuoroista on poimittu seuraavat kolmetoista merkitysyksikköä: tykkään, pluslaskuista, miinuslaskuista, kellojutuista, laskemista, oppimista, opettelua, lasketaan, kirjasta, tabletit, pelataan, laskut ja vaikeita.

#### *Analyysin toinen vaihe*

Analyysin toisessa vaiheessa etsin, lajittelin ja ryhmittelin Niikon (2003, 34–36) ohjeen mukaisesti aineistosta nousseita ilmauksia ryhmiksi ja teemoiksi. Merkitysten joukosta etsin eroja ja yhtäläisyyksiä sekä myös harvinaisuuksia ja rajatapauksia. Aineistosta pyrin etsimään ja näkemään merkitysten laadulliset eroavaisuudet. Omat kokemukset, uskomukset ja ennako-oletukset pyrin tietoisesti sulkeistamaan ja unohtamaan.

Ryhmittelin, lajittelin ja järjestelin merkitysyksiköitä siirtelemällä merkitysyksiköitä konkreettisesti paikasta toiseen. Vertailin merkitysyksiköitä toisiinsa ja muodostin niistä erilaisia ryhmiä. Yhteen ryhmään laitoin aina vain selvästi samanlaiset merkitysyksiköt. Vähänkin mielestäni eri asiaa tarkoittaville merkitysyksiköille tein aina uuden ryhmän. Yhteen ryhmään esimerkiksi sijoitin kaikki merkitysyksiköt, jotka kuvasivat mielestäni ajatuksia siitä, että matematiikassa opetellaan asioita. Haastatteluista poimittuna tällainen opetellaan -merkitysryhmään poimittu merkitysyksikkö löytyi haastateltavan puheenvuorosta: *"Matikassa opiskellaan."* Toisen ryhmän muodostivat merkitykset, joiden ajattelin liittyvän siihen, että matematiikassa harjoitellaan asioita. Haastatteluista poimittuna tällainen harjoitellaan -merkitysryhmään poimittu merkitysyksikkö löytyi haastateltavan puheenvuorosta: *"Matikassa harjoitellaan kelloa."* Näiden ryhmien eroavaisuuden

ajattelin olevan siinä, että opettelu on jotain, johon liittyy myös ulkopuolelta tuleva opettaminen, ja sellaisen asian opettelu, jota ei välttämättä osata vielä opettelu-vaihetta ennen yhtään. Harjoittelun ajattelin puolestaan olevan sellaista tekemistä, jossa jollain tavalla itse toimitaan aktiivisesti ja harjoitellaan sellaista asiaa, josta jo vähän tiedetään ja jota vähän osataan.

Ryhmien muodostusta helpotti aluksi se, että laitoin useasti haastatteluissa esiintyneet ja selvästi samanlaiset merkitysyksiköt omiin ryhmiinsä. Tällaisista useasti haastatteluissa esiintyneistä merkitysyksiköistä nousi omiksi ryhmikseen esimerkiksi laskut, laskeminen, tehtävien tekeminen, opettelu, oppiminen ja koulutarvikkeet. Sijoitin kaikki selvästi johonkin jo muodostuneeseen ryhmään sopivat merkitysyksiköt oikeisiin ryhmiin. Tämän jälkeen mietin jäljelle jääneille merkitysyksiköille paikkaa jo olemassa olevista ryhmistä tai muodostin uusia ryhmiä tarpeen mukaan. Merkitysryhmiä muodostui 31. Kaikki muodostuneet merkitysryhmät tulevat esille myöhemmin tutkimuksen tulokset -osiossa.

### *Analyysin kolmas vaihe*

Analyysin kolmannessa vaiheessa rakensin tutkimuksen alatason kategoriat yhdistämällä sellaisia merkitysryhmiä yhteen, jotka kuvasivat samanlaisia tapoja kokea matematiikka. Alatason kategoriat muodostuivat siis analyysiprosessin kuluessa eivätkä olleet ennalta määriteltäviä. Ilmauksia kategorioiden sisällä vertasin muihin saman kategorian ilmauksiin sekä myös muiden kategorioiden ilmauksiin. Osa alatason kategorioista muodostui vain yhden merkitysryhmän perusteella, jotkut alatason kategorioista taas muodostuivat useamman merkitysryhmän perusteella. Esimerkiksi alatason kategoria opettelu ja harjoittelu muodostui seuraavista kolmesta eri merkitysryhmästä: opettelu, harjoittelu ja läksyt. Merkitysryhmä oppiminen puolestaan muodosti sellaisenaan oman alatason kategorian. Alatason kategorian osaaminen alle puolestaan liittyivät merkitysryhmät osaan, en osaa ja oikein/väärin -ajattelu. Jokaisen kategorian rakensin niin, että yksittäinen kategoria oli selkeässä suhteessa muihin kategorioihin eivätkä kategorioiden rajat menneet limittäin. Jokaisen kategorian sisältö kertoo jotain erilaista tavasta kokea ilmiö. (ks. Niikko 2003, 36.) Kategorioihin liitin Huuskon ja Paloniemen (2008, 168–169) ohjeen mukaisesti suoria lainauksia aineistosta kategorian sisältöä kuvaamaan.

Merkitysryhmiä järjestelemällä ja yhdistelemällä muodostui lopulta 17 alata-son kategoriaa. Alata-son kategoriat tulevat merkitysryhmien tapaan esille tutki- muksen tulokset -osiosta. Alata-son kategorioiden muodostuksen jälkeen haas- tatteluista poimitut merkitysyksiköt eivät enää erotu sellaisenaan yksittäisen haastatellun ajatteluna (ks. Niikko 2003, 36). Merkitysyksiköt sisältyivät nyt osaksi laajempia tapoja käsitteellistää matematiikkaa.

#### *Analyysin neljäs vaihe*

Analyysin neljännessä vaiheessa yhdistin teoreettisista lähtökohdista käsin ala- tason kategoriat ylemmän tason laaja-alaisemmiksi kategorijoukoiksi, kuvaus- kategorioiksi. Näin muodostui kuusi kuvauskategoriaa kuvaamaan tutkimuksesta esiin nousseita asioita siitä, miten ekaluokkalaiset näkevät matematiikan. Esimer- kiksi kolme alata-son kategoriaa, opettelu ja harjoittelu, oppiminen, osaaminen, muodostavat kuvauskategorian opettelu ja oppiminen. Tässä vaiheessa palasin myös tutkimuksen teoriaosuuteen pohtiessani tutkimuksen kuvauskategorioiden rajauksia ja sisällöllisiä yhteyksiä teoriaosuuden tietouteen. Pyrkimyksenäni oli, että kuvauskategoriat kuvaavat niitä laadullisesti erilaisia tapoja, joilla tutkimuk- sessa mukana olleet ekaluokkalaiset käsittävät matematiikan.

Kuvauskategoriat ovat ikään kuin yhteenvetoja kuvauksista ja edustavat tut- kimuksen päätulosta. Ne kuvaavat ilmiötä yleisemmällä tasolla. Kuvauskategoriat heijastavat sellaisia laadullisesti erilaisia tapoja, joilla tutkittavaa ilmiötä voidaan kuvata, analysoida ja ymmärtää. Kuvauskategorioiden voidaan ajatella olevan myös tutkijan tulkintoja tiedoista, joita hän on tutkittavilta saanut. (Niikko 2003, 36-37.) Tämän tutkimuksen kuvauskategoriat kuvaavat siis yleisemmällä tasolla ekaluokkalaisten käsityksiä matematiikasta.

Kuvauskategorioista olen rakentanut vielä kuvauskategoriasysteemin lopul- listen tulosten kuvaamisen avuksi. Kuvauskategoriasysteemi on rakennettu hori- sontaalisesti, eli kaikki luokat kuvauskategoriassa ovat samanarvoisia ja tasaver- taisia. (ks. Niikko 2003, 38–39.) Koska tutkimuksen tavoitteena oli selvittää kaikki ne erilaiset tavat, joilla ekaluokkalainen käsittää matematiikkaa, oli luontevaa, että rakensin kuvauskategoriasysteemin horisontaalisesti. Kuvauskategoriasys- teemin olisin voinut rakentaa myös vertikaalisesti käsitteiden esiintymisen ylei- syyden perusteella, sillä joitakin tutkimuksesta esiin nousseita käsityksiä ilmeni

selvästi toisia käsityksiä enemmän. Pidän kuitenkin kaikkia tutkimuksessa esiintyneitä käsityksiä tutkimuksen kannalta yhtä arvokkaina, ja siitä syystä katsoin horisontaalisen kuvauskategoriasysteemin soveltuvan parhaiten tutkimustulosten esittelyyn. (ks. Niikko 2003, 38–39.) Aineiston analyysin tuloksena syntyi kuusi ylätasoa kategorioita, jotka ovat: opettelu ja oppiminen, laskemista, opetusmateriaalit, herättää tunteita ja aikuisena osataan. Nämä ylätasoa kategoriat muodostavat tutkimukseni kuvauskategoriat, joita avaan tutkimukseni tulososassa Luvussa 6.

## 5.4 Tutkimuksen eettisyys

Tätä tutkimusta tehtäessä eettisyys on otettu huomioon tutkimuksen jokaisessa vaiheessa. Tutkimusluvan hakemisessa on edetty tutkimuskunnan sääntöjen mukaan pyytäen ensin tutkimukseen osallistuvien ekaluokkien koulun johtajalta lupa tutkimukselle. Tutkimusluvan saannin jälkeen tutkimukseen osallistuvien ekaluokkalaisten koteihin lähetettiin opettajien kautta tutkimukseen suostumuskirjeet. Suostumuskirjeissä kysyttiin huoltajilta suostumusta ekaluokkalaisten tutkimukseen osallistumiselle. Ekaluokkalaisten ja heidän vanhemmilleen selvitettiin suostumuskirjeissä, miksi tutkimusta tehdään ja missä tutkimustulokset julkaitaan.

Lainsäädännöllisesti lapsilla ei ole täysivaltaista itsemääräämisoikeutta päättää tutkimukseen osallistumisesta, ja siitä syystä heidän tutkimukseen osallistumiseen tarvitaan huoltajan tai muun laillisen edustajan suostumus. Perusperiaate lapsen tutkimukseen osallistumisessa on lapsen oman tahdon kunnioittaminen. Ei riitä, että kysytään, haluaako lapsi osallistua tutkimukseen vai ei, vaan on luotava todellinen mahdollisuus vapaaehtoisuuteen. Tutkijan tehtävänä on huolehtia vapaaehtoisuuden periaatteen toteutumisesta käytännössä. (Kuula 2006, 147; 152–153.) Nieminen (2010, 33) toteaa tämän tarkoittavan sitä, että huoltajia tulee informoida tutkimuksesta etukäteen ja huoltajat voivat halutessaan kieltää lapsen tutkimukseen osallistumisen. Jos huoltaja kieltää lapsen tutkimukseen osallistumisen, ei lapsen suostumuksella enää ole merkitystä. Jos huoltaja antaa suostumuksensa lapsen tutkimukseen osallistumiselle, tulee lapsella siitä huolimatta olla mahdollisuus vielä kieltäytyä osallistumasta tutkimukseen. (Nie-



minen 2010, 33.) Tätä tutkimusta tehtäessä ekaluokkalaisilla oli vielä mahdollisuus kieltäytyä tutkimukseen osallistuminen, vaikka he olivatkin palauttaneet vanhemman allekirjoittaman suostumuskirjeen.

Aineistonhankintatilanteissa eettisyys on huomioitu pyrkimällä rakentamaan aineistonhankintatilanteista mahdollisimman mukavat ja luontevat. Matematiikkapiirustuksen piirtämiseen osallistui jokainen luokan oppilas ja tilanteen pyrin rakentamaan mahdollisimman samankaltaiseksi kuin koulun kuvataiteen tunnit yleensä. Haastattelutilanteesta pyrin rakentamaan kaikin puolin mukavan ja avoimen. Ekaluokkalaisilla oli haastattelutilanteessa nähtävinaan myös piirtämänsä matematiikkakuva, joka saattoi toimia kerronnassa apuna ja helpottaa haastattelutilannetta. Haastattelijan tulisi Niikon (2003, 32) mukaan saada luotua haastateltavan kanssa luottamuksellinen vuorovaikutussuhde ja sitä myöten vapauden tunne haastateltavalle. Haastattelutilanteessa pyrinkin erityisesti lapsen kuuntelemiseen ja tarvittaessa viemään haastattelua eteen päin sujuvasti tilanteeseen sopivalla tavalla. Pyrin luomaan haastattelutilanteista keskustelunomaisia ja mielestäni tässä onnistuinkin.

Aineiston käsittelyssä on noudatettu huolellisuutta ja tarkkuutta. Ekaluokkalaisten piirtämien matematiikkapiirustusten joukosta poistin ennen piirustusten analysointia niiden oppilaiden työt, joilta ei ollut tutkimukseen suostumuskirjettä palautettu. Tutkimuksen haastatteluun valitsin vain sellaisia ekaluokkalaisia, joilta oli suostumuskirje palautettu. Haastatteluun olisi ollut halukas tulemaan myös oppilas, jolta ei ollut suostumuskirjettä palautettu ja mielelläni olisin myös kyseisen ekaluokkalaisten ajatuksetkin kuullut. Koska vanhempi ei ollut suostumusta antanut, mutta ei ollut sitä kieltänytkään, en kyseistä oppilasta ottanut haastatteluun. Kukaan haastatteluun valituista ekaluokkalaisista ei kieltäytynyt haastatteluun osallistumisesta. Päinvastoin jokainen tuli haastatteluun innolla, ja haastatteluun olisi ollut enemmänkin halukkaita tulijoita kuin mitä pystyin aikataulun puitteissa ottamaan mukaan.

Eettisyys on huomioitu myös siinä, että tutkimukseen osallistujien henkilöllisyys ei varmasti pääse selviämään. Tutkimukseen osallistuvien matematiikkapiirustukset ja haastattelut koodasin niin, ettei niistä pysty tunnistamaan yksittäistä tutkimukseen osallistunutta ekaluokkalaista. Piirustuksiin tein koodaukset nurjalle puolelle, jolloin ne eivät myöskään näy niissä kuvissa, joita tutkimusraportissa piirustuksista on esitetty. Haastattelut tallensin nauhurilla ja käsittelin

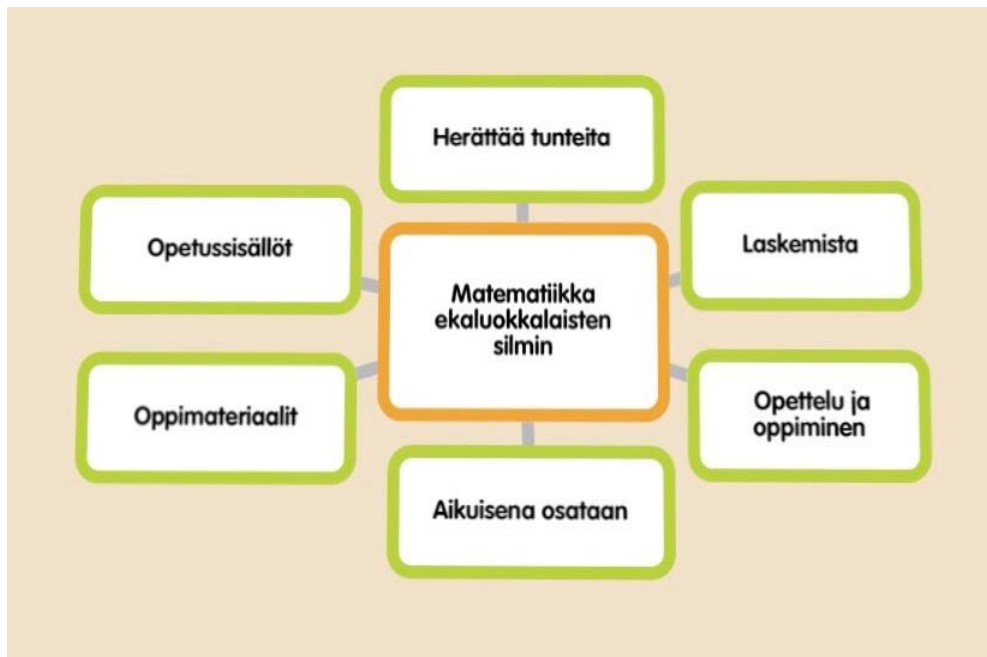
luottamuksellisesti. Haastateltavien nimiä en maininnut missään vaiheessa haastatteluja, joten kaikkien haastatteluun osallistuvien anonymiteetti säilyy. Kuunneltuani haastatteluaineiston useaan kertaan ja litteroituani sen, tuhosin nauhoitetun aineiston.

## 6 TUTKIMUKSEN TULOKSET

### 6.1 Yleiskatsaus aineistosta nousseisiin käsityksiin

Tutkimusaineistosta kävi ilmi ekaluokkalaisten moninaiset käsitykset matematiikasta. Ekaluokkalaisten matematiikkapiirustuksista oli selvästi nähtävissä heidän yhdistävän matematiikkaan kouluopetuksessa käytettävän materiaalin ja välineet sekä koulun matematiikan opetussisällöt. Käytettävästä materiaalista oppikirjat ja oppikirjan hahmot olivat esillä todella monessa piirustuksessa. Erityisesti oppikirjan hahmojen piirtämisen osalta täytyy kuitenkin huomioida, että piirustuksissa oli nähtävissä vahvasti vaikutteita myös kavereiden piirustuksista. Opetuksessa käytettäviä välineitä ja tarvikkeita, kuten esimerkiksi kyniä, vihkoja ja tabletti, oli niin ikään tehty useampaan piirustukseen. Opetussisällöstä useissa piirustuksissa oli näkyvästi esillä numerot, laskut ja raha. Opetuksessa käytettävän materiaalin, välineiden ja matematiikan opetussisältöjen lisäksi piirustuksista näki selvästi myös sen, että ekaluokkalaisten ajatuksissa matematiikkaan liittyy erilaisia tunteita. Matematiikan aiheuttamat tunteista oli nähtävissä niin surullisia ilmeitä liian vaikeiden tehtävien takia kuin iloisia ilmeitä matematiikan tuottaman hyvän mielen ansiosta.

Tulkittaessa koko tutkimusaineistoa, eli kun otetaan piirustusten lisäksi huomioon myös ekaluokkalaisten haastattelut, selvisi, että ekaluokkalaisten käsityksiin matematiikasta liittyy seuraavanlaisia asioita: laskeminen, oppittelu ja oppiminen, koulun opetussisällöt, oppimateriaalit, matematiikan herättämät tunteet sekä ajatus, että aikuisena osataan matematiikkaa. Tutkimustulosten yläkategoriat, eli kuvauskategoriat muodostuivat näistä edellä mainituista teemoista. Kuvauskategoriat on esitetty kuviossa 2.



KUVIO 2. Tutkimuksen kuvauskategoriat - Matematiikka ekaluokkalaisten silmin nähtynä

Tutkimusaineiston pohjalta aineiston analysoinnin tuloksena muodostui siis kuusi kuvauskategoriaa. Nämä kuusi kategoriaa kertovat tutkimusjoukon ekaluokkalaisten tavasta käsittää matematiikkaa sekä siitä, millaisten asioiden kautta matematiikka ekaluokkalaistille näyttäytyy. Seuraavaan luetteloon on tiivistetty jokaisen kuvauskategorian sisältö yhteen virkkeeseen.

- Matematiikkaan liitetään vahvasti laskeminen ja siihen liittyen laskut.
- Matematiikkaa osataan aikuisena.
- Matematiikkaa on jotain, mitä opetellaan ja opitaan.
- Matematiikkaan liitetään kiinteästi koulun oppimateriaalit.
- Matematiikkaa on koulussa opetettavat opetussisällöt.
- Matematiikka aikaansaa ja herättää erilaisia tunteita.

Tutkimustulosten perusteella muodostetut kuusi kuvauskategoriaa rakentuivat kukin useamman alataason kategorian pohjalta. Alataason kategoriat puolestaan rakentuivat merkitysyksiköistä muodostettujen merkitysryhmien pohjalta. Taulukoon 1 on koottu tutkimustuloksista johdetut kuvauskategoriat ja alataason kate-

goriat. Alatason kategorioiden perään on sulkuihin merkitty haastatteluista poimittujen, kyseiseen kategoriaan kuuluvien, merkitysyksikköjen määrä. Sekä alatason kategoriat, että kuvauskategoriat on rakennettu horisontaalisesti.

TAULUKKO 1. Kuvauskategoriat ja niihin liittyvät alatason kategoriat

<b>Kuvauskategoriat</b>	<b>Alatason kategoriat</b>
<b>OPETTELU JA OPPIMINEN</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Opettelu ja harjoittelu (20)</li> <li>▪ Oppiminen (11)</li> <li>▪ Osaaminen (20)</li> </ul>
<b>LASKEMISTA</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Laskut (37)</li> <li>▪ Laskeminen (19)</li> <li>▪ Numerot (7)</li> <li>▪ Tehtävien tekeminen ja ratkaiseminen (18)</li> </ul>
<b>OPETUSSISÄLLÖT</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Raha (10)</li> <li>▪ Kello (9)</li> <li>▪ Mittaaminen (4)</li> </ul>
<b>OPPIMATERIAALIT</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Välineet (28)</li> <li>▪ Tarvikkeet (10)</li> </ul>
<b>HERÄTTÄÄ TUNTEITA</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Positiiviset tunteet (17)</li> <li>▪ Negatiiviset tunteet (8)</li> </ul>
<b>AIKUISENA OSATAAN</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Opettaja ohjaa ja neuvoo (6)</li> <li>▪ Aikuisena tarvitaan (5)</li> <li>▪ Aikuisena tiedetään (3)</li> </ul>

Taulukko 1 avaa osaltaan sitä, millaisia asioita kunkin kuvauskategorian alle tarkemmin ottaen liittyy, eli millaisista asioista kuvauskategoriat muodostuvat. Selvennän tarkemmin tutkimustuloksia seuraavissa alaluvuissa avaamalla jokaisen kategorian sisältöä erikseen. Tulosten avaamisen olen liittänyt suoria lainauksia ekaluokkalaisten haastatteluista ja kuvia piirustuksista. Näin pyrin tuomaan esille ekaluokkalaisten käsityksiä mahdollisimman hyvin.

## 6.2 Opettelu ja oppiminen kuuluvat matematiikkaan

Tutkimuksen aineistosta nousi esille, että ekaluokkalaiset liittivät käsityksiin matematiikasta vahvasti opettelun ja oppimisen. Tutkimustulosten perusteella yksi kuvauskategoria saikin nimen opettelu ja oppiminen. Opettelu ja oppiminen -kuvauskategorian rakentuminen on esitetty taulukossa 2.

Opettelu ja oppiminen -kuvauskategoria lähti rakentumaan 52 haastattelusta nousseesta merkitysyksiköstä. Haastatteluista poimitujen merkitysyksiköiden perusteella muotoutui seitsemän eri merkitysryhmää, jotka löytyvät niin ikään taulukosta 2. Taulukkoon on merkitysryhmien perään merkitty sulkeisiin haastatteluista poimitujen, kyseisen merkitysryhmän muodostaneiden merkitysyksiköiden määrät. (Merkitysryhmä opettelu esimerkiksi muotoutui 14 haastattelusta poimitun merkitysyksikön seurauksena. Merkitysryhmät harjoittelu ja läksyt puolestaan muotoutuivat molemmat kolmesta merkitysyksiköstä.) Taulukossa ei ole esimerkkejä haastatteluista poimituista merkitysyksiköistä, mutta niistä tulee esimerkkejä haastattelulainauksissa, joita on esillä myöhemmin kuvauskategorioiden tarkemman avaamisen yhteydessä.

Seitsemän merkitysryhmän perusteella rakentui kolme alatason kategoriaa: opettelu ja harjoittelu, oppiminen, osaaminen (taulukko 2). (Alatason kategoria opettelu ja harjoittelu on esimerkiksi muodostunut merkitysryhmistä opettelu, harjoittelu, läksyt.)

TAULUKKO 2. Opettelu ja oppiminen -kuvauskategorian rakentuminen

Alatason kategoria	Merkitysryhmä
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Opettelu ja harjoittelu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Opettelu (14)</li> <li>○ Harjoittelu (3)</li> <li>○ Läksyt (3)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Oppiminen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Oppiminen (11)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Osaaminen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Osaan (8)</li> <li>○ En osaa (9)</li> <li>○ Oikein/väärin -ajattelu (3)</li> </ul>

Opettelun ja oppimisen vahva liittäminen matematiikkaan ilmeni erityisesti tutkimuksen haastatteluista, mutta oli havaittavissa myös piirustuksista. Seuraavana

yhden haastateltavan vastaus haastattelun ensimmäisiin kysymyksiin kuvaa sitä, mitä haastattelutilanteessa ekaluokkalaiselle tuli ensimmäisinä ajatuksina mieleen matematiikasta. Kysyttäessä *”Mitä matematiikka sun mielestä on?”*, nousi matematiikan oppiminen ekaluokkalaisen vastauksessa vahvasti esille:

*”No, ne numerot ja sitte se matikka-ajatus ja ne kaikki matikkajutut, mitä pitää niinku opetella.”* Kysyttäessä tämän jälkeen, *”Mihin matematiikkaa tarvitaan ja miksi se on tärkeää?”*, oli matematiikan oppiminen edelleen keskeisenä asiana esillä *”Opiskeluun ja laskuihin.”* Ja matematiikka on ekaluokkalaisen mukaan tärkeää: *”Että oppii ja sitte, jos vaikka aikuisena kysyy joltakin aikuiselta niitä laskuja, niin tietää. Jos ei oo lapsena opetellu, niin sitte ei tiedä. (Haastateltava 1)*

Kiteyttäen: matematiikkaa täytyy opetella. Sitä tarvitaan opiskeluun. On tärkeää, että oppii ja tietää matematiikkaa. Jos ei opettele, niin ei tiedä. Toisessa haastattelussa tuli niin ikään ensimmäisenä matematiikasta mieleen, että se on jotain, mitä pitää opetella:

*”Laskemista ja oppimista ja opettelu.”* (Haastateltava 9)

Oppiminen edellytti, että opetellaan, opiskellaan ja harjoitellaan:

*”Matikassa harjoitellaan kelloa.”* (Haastateltava 6)

*”Matikassa opiskellaan.”* (Haastateltava 1)

Matematiikkaa mietittiin sekä sen kautta, mitä jo osataan, että sen kautta, mitä ei osata vielä. Ekaluokkalaiset kuitenkin näyttivät ajattelevan osaamisestaan, että osaan jo tai en osaa vielä. Osaaminen oli ekaluokkalaisen mielestä kyllä edessä, vaikka ei vielä jotain osaisikaan.

*”Tahtoisin oppia paremmin kelloa, mä en kovin hyvin osaa kelloa.”*  
(Haastateltava 6)

*”Kertolaskuja ei oo vielä tullu. Toivon, ettei niitä tuukaan, ku en osaa niitä vielä.”* (Haastateltava 6)

Osaamiseen liittyi myös oikein - väärin -ajattelu:

*”No tottakai tarttee kumia, jos menee väärin.”* (Haastateltava 2)

Opettelua, oppimista ja osaamista pidettiin tärkeänä:

*”Mä haluan oppia matikkaa.”* (Haastateltava 8)

*”Matikka on tärkeätä, että oppii ne kaikki matikkajutut.”* (Haastateltava 1)

Ekaluokkalaisten tekemissä matematiikkapiirustuksissa opettelu ja oppiminen - kuvauskategoria näyttäytyi esimerkiksi osaamisen kautta. Piirustuksissa näytettiin osaamista piirustuksiin tehdyissä laskuissa; oli tehty laskuja ratkaisuihin - ja pääasiassa nimenomaan vain sellaisia laskuja, joita osattiin. Tulkitsin opetteluun ja harjoitteluun näyttäytyvän ekaluokkalaisten piirustuksissa esimerkiksi siinä, että piirustuksessa saattoi olla opettaja opettamassa tai kuten kahdessa piirustuksessa oppilas itse istui pulpetissa matematiikan tunnilla katsellen eteenpäin opettajaa kuunnellen tai ratkoen tehtäviä (Kuva 1).



KUVA 1. Opiskelu ja harjoittelu tapahtuu koulussa oppitunneilla välillä pulpetissa istuen ja matikkalaskuja ratkaisten.



Tutkimuksessa näyttäytyi, että ekaluokkalaiset kokivat matematiikan olevan jostain, mitä tulee opetella ja harjoitella voidakseen oppia ja osata. Opettelu, harjoittelu ja läksyt kuuluvat matematiikkaan, ja ovat osa matkaa kohti oppimista ja osaamista. Matematiikassa nähtiin olevan sekä helppoja, että vaikeita juttuja, mutta vaikeatkin jutut on opettelun ja harjoittelun kautta opittavissa.

Tässä tutkimuksessa matematiikan osaaminen näyttäytyi lähinnä tehtävien oikeina ratkaisuinä sekä jonkin matemaattisen tehtävän oppimisena sillä tavoin kuin se oli opetettu. Yrjönsuuri (2005, 30) kutsuu tällaista vasta matematiikan opiskeluksi, ja näkee oppimisen olevan vasta sitä, että yksilön omat sisäiset mallit kehittyvät. Tässä tutkimuksessa ei päästy niin syvälle, että voitaisiin sanoa, onko ekaluokkalaisten sisäiset mallit joillakin osa-alueilla kehittyneet vai onko tapahtunut vasta Yrjönsuuren tarkoittamaa opiskelua. Ennen kuin matematiikan osaaminen voidaan viedä tasolle, joka tarkoittaa ennen kaikkea matemaattista ajattelua ja sen tarkoituksenmukaista käyttöä, tarvitaan kuitenkin matematiikan perustaitoja ja -tietoja (Kupari & Hiltunen 2018, 22, 267.) Tutkimuksessani ekaluokkalaiset näkivät matematiikan tietoina ja taitoina, jotka tulee opetella. Oma osaamista verrattiin niihin tietoihin ja taitoihin, joita ajateltiin matematiikassa tarvittavan. Matematiikkaa käsitettiin oman osaamisen kautta. Matematiikkaa määriteltiin niiden asioiden kautta, joita matematiikassa oli opiskeltu ja joita matematiikasta osattiin tai tiedettiin, että pitäisi osata.

### **6.3 Matematiikka on laskemista**

Tämä kuvauskategoria, laskemista, kuvaa hyvin ekaluokkalaisten ensimmäisiä ajatuksia, joita hänelle tuli mieleen matematiikasta. Keskeisinä asioina matematiikkaan liitettiin laskeminen ja siihen liittyvät asiat. Laskemista -kuvauskategorian rakentuminen on kuvattu taulukossa 3.

Laskemista -kuvauskategoria lähti rakentumaan 86 haastattelusta poimitusta merkitysyksiköistä. Haastatteluista poimitujen merkitysyksiköiden perusteella muodostui kuusi eri merkitysryhmää (Taulukko 3). Kuudesta merkitysryhmästä puolestaan muodostui neljä alatason kategoriaa: laskut, laskeminen, numerot, tehtävien tekeminen ja ratkaiseminen (Taulukko 3).

TAULUKKO 3. Laskemista -kuvauskategorian rakentuminen

Alatason kategoria	Merkitysryhmä
▪ Laskut	○ Laskut (37)
▪ Laskeminen	○ Laskeminen (18) ○ Kymppiparit (1)
▪ Numerot	○ Numerot (7)
▪ Tehtävien tekeminen ja ratkaiseminen	○ Tehtävien tekeminen (13) ○ Ratkaiseminen (6)

Kuvauskategoriaan liittyvien merkitysryhmien iso määrä kertoo osaltaan laskemisen keskeisyydestä ekaluokkalaisten käsityksissä matematiikasta. Laskemisen keskeisyyttä ekaluokkalaisten matematiikkakäsityksissä kuvaa hyvin myös se, että jokaisessa haastattelussa mainittiin laskut tai laskeminen. Kuusi kymmenestä haastateltavasta mainitsi ensimmäisenä matematiikasta mieleen tulevana asiana jotain laskemiseen liittyvää. Haastattelun alussa kysyttiin kysymykseen, ”Mitä matematiikka sun mielestä on?”, tuli ekaluokkalaisilta muiden muassa seuraavanlaisia laskemiseen liittyviä vastauksia:

*”Sellasta, että päässä laskuja ja sitte jos laskee kelloa ja rahalaskuja.”*  
(Haastateltava 6).

*”Että osaa laskea.”* (Haastateltava 7)

*”Laskemista ja oppimista ja opettelu.”* (Haastateltava 9)

Muutenkin, myös ensimmäiseen haastattelukysymykseen annettujen vastausten lisäksi, haastatteluista kävi ilmi, että matematiikka liitetään vahvasti laskemiseen: laskemisen niin mekaanisissa valmiiksi annetuissa laskuissa kuin annettujen tehtävien ratkaisemisessa. Matematiikkaan liittyvien tehtävien ajateltiin niin ikään

olevan jollain tavalla laskemista. Myös niiden käytännön ongelmien ratkaisemiseen, joihin matematiikan ajateltiin liittyvän, liittyi usein laskeminen, kuten seuraavista esimerkkilainauksista käy ilmi:

*"Kaupassa tarvii, kun pitää laskea rahaa."* (Haastateltava 7)

*"Jos vaikka laskee yhteen, riittääkö rahat."* (Haastateltava 1)

Ekaluokkalaisten tekemissä matematiikkapiirustuksissa tuli niin ikään vahvasti esille laskujen ja laskemisen sekä numeroiden liittyminen matematiikkaan, kuten kuvasta 2 voidaan havaita. Lähes jokaisessa piirustuksessa oli jotain, jonka saattoin suoraan enempiä miettimättä liittää laskemista -kuvauskategorian alle. Kahdessa piirustuksessa oli vain laskuja ja neljässä piirustuksessa ilmeni pääasiassa laskuja. Muissa piirustuksissa, joissa oli nähtävissä laskemista -kuvauskategoriaan liittyviä asioita, oli nähtävissä myös muita matematiikkaan liittyviä asioita.



KUVA 2. Esimerkkejä piirustuksista, joissa matematiikka on liitetty laskuihin, laskemiseen ja numeroihin

Useampi ekaluokkalainen ajatteli, että matematiikkaa tarvitaan, että osaa laskea. Näin ajateltuna matematiikka nähtiin välineenä oppia laskemaan, ja tällöin matematiikka kohdistui juuri koulun matematiikkaan ja matematiikan tunteihin. Tutkimuksen perusteella ilmeni, että vain osa ekaluokkalaisista ymmärsi matematiikan tarpeellisuuden, mutta matematiikkaa ei suoranaisesti määritelty yhdessäkään haastattelussa käytännön tärkeyden ja tarpeellisuuden kautta. Ekaluokalla ei aina vielä näytä tämän tutkimuksen perusteella selkiytyneen Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014, 128) annettu matematiikan tavoite: ”Opetus ohjaa oppilaita ymmärtämään matematiikan hyödyllisyyden omassa elämässään ja laajemmin yhteiskunnassa.” Edellä mainitsemani asia näkyy seuraavassa esimerkissä. Kun kysyin oppilailta, *”Tulisiko sinulle mieleen, tarvisiko esimerkiksi kauppareissulla jossain matematiikkaa?”*, niin vastaus oli:

*”No ei kyllä tarte. Paitsi jos pitää vaikka joku ratkasta, että saa vaikka lelun, jos sä ratkaset tän pluslaskun tai miinuslaskun.”* (Haastateltava 2)

Toisaalta ekaluokkalaisen näkökulmasta hyödyllistähän sekin on, jos laskun ratkaisemalla saa palkinnon. Neljä ekaluokkalaista kymmenestä haastatellusta osasi kuitenkin heti sanoa, mihin kaupassa matematiikkaa esimerkiksi tarvitaan. Laskeminen oli usein ekaluokkalaisilla myös kaupassa käydessä se, mihin matematiikkaa ajatellaan tarvittavan.

*”Voi vaikka laskea, paljonko jäätelö maksaa.”* (Haastateltava 6)

*”No ku jos ei osaa laskea, niin sitte ei osaa käydä kaupassa.”* (Haastateltava 7)

Laskemisen keskeisyys ekaluokkalaisten matematiikkakäsityksissä on ymmärrettävää. Perusopetuksen matematiikan opetuksen yhtenä tavoitteena on luoda vahva pohja laskutaidolle. Alkuopetuksessa luvut ja laskutoimitukset ovat Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin (2014, 128) kirjoitettua matematiikan keskeistä sisältöä. Myös Young-Loveridge ym. (2006, 588) toteavat esille heidän

tutkimuksensa yhteydessä, ettei numeroiden ja laskemisen yhdistäminen matematiikkaan ole yllättävää alakouluikäisillä lapsilla, koska varhaisina kouluvuosina juuri näitä elementtejä matematiikasta korostetaan.

Laskemista -kuvauskategoria olisi voinut liittyä myös osaksi myöhemmin, alaluvussa 6.4, esiteltävää opetussisällöt -kuvauskategoriaa, sillä laskeminen kuuluu voimassa olevan Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) alkuopetuksen keskeisiin opetussisältöihin. Laskeminen kuitenkin näytteli niin isoa osaa ekaluokkalaisten matematiikkakäsityksessä, että päädyin ottamaan sen omaksi kuvauskategoriakseen. Opetussisällöt -kuvauskategorian alla käsittelen sitten muita kuin numeroihin, laskuihin ja laskemiseen liittyviä matematiikan opetussisältöjä.

#### 6.4 Matematiikka nähdään opetussisältöinä

Opetussisällöt -kuvauskategoria kertoo koulun opetussisältöjen keskeisyydestä ekaluokkalaisten käsityksissä matematiikasta. Opetussisällöt -kuvauskategorian rakentuminen on kuvattu taulukossa 4. Opetussisällöt -kuvauskategoria lähti rakentumaan 23 haastattelusta poimitusta merkitysyksiköstä. Näiden merkitysyksiköiden perusteella muodostui kuusi merkitysryhmää, jotka näkyvät taulukossa 4. Merkitysryhmien perusteella muodostui kolme alatason kategoriaa: raha, kello, mittaaminen.

TAULUKKO 4. Opetussisällöt -kuvauskategorian rakentuminen

Alatason kategoria	Merkitysryhmä
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Raha</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Raha (8)</li> <li>○ Paljonko maksaa (2)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Kello</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Kello (8)</li> <li>○ Aika (1)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Mittaaminen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Mittaaminen (3)</li> <li>○ Pituus (1)</li> </ul>

Rahaan, kelloon ja mittaamiseen liittyviä asioita esiintyi sekä haastatteluissa että piirustuksissa. Näiden lisäksi opetussisällöt -kuvauskategoriaan voi katsoa liittyvän piirustuksista esille nousseena asiana järjestykseen asettamisen: piirustuksissa numerot oli yleensä kirjoitettu numerojärjestykseen ja oppikirjan hahmot, noomit, oli piirretty lähes aina suuruusjärjestykseen. Tutkimuksen ekaluokkalaisten olivat selvästi ymmärtäneet järjestykseen asettamisen idean ja sen osaamisen tärkeyden. Järjestykseen asettaminen ei sellaisenaan sovi yhteenkään haastattelujen pohjalta rakennettuun alatason kategoriaan. Asiana järjestykseen asettaminen kuuluu kuitenkin selkeästi opetussisällöt -kuvauskategorian alle. Järjestykseen asettaminen on mainittu myös Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014, 129–130) yhtenä alkuopetuksen keskeisenä opetussisältönä. Koska en poiminut erikseen piirustuksista nousseita merkitysyksiköitä, enkä näin ollen muodostanut piirustusten perusteella merkitysryhmiäkään, ei järjestykseen asettaminen näy alatason kategorioissa, mutta katsoin sen olevan tärkeää mainita tässä yhteydessä.

Opetussisältöjen keskeisyyden näkyminen matematiikkakäsitykseen vaikuttavana tekijänä ilmeni, kuten jo mainitsin, sekä ekaluokkalaisten tekemistä piirustuksista että haastatteluista. Seuraavassa haastatteluista poimittuja vastauksia kysymykseen, *”Mitä matematiikka sun mielestä on?”* (haastatteluvastausten alleviivaukset koskevat tämän kuvauskategorian sisällön mukaisesti muita kuin laskemiseen liittyviä opetussisältöihin liittyviä merkitysyksiköitä):

*”Matikka on sellasta, että sellasta pluslaskuja ja sitte, että jos laskee kelloa ja rahalaskuja.”* (Haastateltava 6)

*”Kaikki pluslaskut ja miinuslaskut.”* Hetken mietinnän jälkeen tarkensin, tulisiko vielä jotain: *”ööö...kaikki kelloajat ja mittaamisjutut.”* (Haastateltava 9)

*”Joskus pitää laskea yhteen. On niinku raha ja paljonko se maksaa. Ja sitte pitää kirjottaa yhteen, paljonko se yhteen niinku on.”* (Haastateltava 1)

Piirustuksissa opetussisällöt näkyivät esimerkiksi rahalaskujen esiintymisessä (Kuva 3) ja järjestykseen asettamisessa (Kuva 4).



KUVA 3. Esimerkkejä rahan ja laskemisen liittämistä matematiikkaan



KUVA 4. Esimerkkejä järjestykseen asettamisesta

Opetussisällöt -kuvaukategorian alle voidaan liittää myös sellaisia haastatteluja, joissa puhuttiin matematiikasta niin, että haastatteluista huomasit eka luokkalaisten

ymmärtävän matematiikan tarpeellisuuden arkielämässä. Opetussisältöjä opeteltaessa oli siis jo joissain tapauksissa huomattu matematiikan, ja erityisesti matematiikan opetussisältöjen, yhteys arkielämään. Tämä kävi ilmi seuraavista haastateltujen vastauksista, kun kysyin, ”Missä matematiikkaa voisi tarvita?”:

*”Esimerkiksi kaupungin työntekijät tarttis, ku niitten pitää mitata ne tontit ja näin.”* (Haastateltava 8)

*”Siihen, että paljonko maksais ja paljonko mulla on. Kaverinki kaa käytiin pari viikkoo sitte, nii ei katottu hintaa vaan lastattiin vaan korja täyteen ja korja täyteen. Ku oli vitonen rahaa, niin oliko kymppin ostokset.”* (Haastateltava 8)

*”Jos vaikka ois ostanu jotain, niin siinä rahaongelmas vois hyödyntää sitä (matematiikkaa).”* *”Pitää opetella niin, että tietää kaupassa, että paljonko ne maksaa.”* (Haastateltava 10)

*”Haluaisin oppia kelloa lisää, ku sitte tietää, moneltako pitää lähteä koulusta.”* (Haastateltava 10)

*”Haluaisin oppia vielä niitä kelloaikoja. Ku mun äiti tulee aina neljältä kotiin, että mä voin aina välillä kattoa kelloa, että koska äiti tulee.”* (Haastateltava 3)

Ekaluokkalaisten käsityksissä matematiikasta näkyi selvästi koulun opetussisällöt. Tarkasteltaessa opetussisällöt -kuvauskategoriaa rinnakkain Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014, 129–130) määriteltyjen alkuopetuksen matematiikan opetussisältöjen (Liite1) kanssa, voidaan huomata yhteneväisyyksiä. Tutkimuksen ekaluokkalaisten matematiikan käsityksistä löytyi erityisesti seuraavat Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa alkuopetukselle määritellyt opetussisällöt:

- *Luonnollisten lukujen käyttö laskutoimituksissa*



- *Lukumäärän, lukusanan ja numeromerkinnän välisen yhteyden hallitsemisen varmistaminen*
- *Lukujonotaitojen harjoittelu*
- *Lukujen 1–10 hajotelmiin perehtyminen*
- *Yhteen- ja vähennyslaskutaitojen harjoittelu lukualueella 0–20 ja myöhemmin 0–100*
- *Harjoitellaan taitoa vertailla, luokitella ja asettaa lukuja järjestykseen*
- *Mittaamisen harjoittelu ja mittaamisen periaatteen oivaltaminen*
- *Kellonaikojen ja ajanyksiköiden harjoittelu*

Matematiikka oli ekaluokkalaisten mielestä pitkälti sitä, mitä koulumatematiikassa tehdään. Toisin sanoen, koulumatematiikassa opeteltavat asiat liitettiin käsitykseen siitä, mitä matematiikka on. Keskeisiä asioita ekaluokkalaisten käsityksissä matematiikasta olivat koulussa jo opetellut sisällöt sekä ne opetussisällöt, jotka tiedettiin tulevaksi.

## **6.5 Oppimateriaalit ovat osa matematiikkaa**

Oppimateriaalit ovat yksi keskeinen asia ekaluokkalaisten käsityksissä matematiikasta. Matematiikkaan liitetään vahvasti kuuluvaksi erilaiset oppimateriaalit. Oppimateriaalit -kuvauskategoria sisältää kaikki ne tarvikkeet, välineet ja materiaalit, joita voidaan katsoa liittyvän matematiikkaan sekä sen tekemiseen, opetteluun ja opiskeluun. Oppimateriaalit -kuvauskategorian rakentuminen on kuvattu taulukossa 5.

Oppimateriaalit -kuvauskategoria lähti rakentumaan haastatteluista löydettyjen 39 merkitysyksikön pohjalta. Näiden haastatteluista poimittujen merkitysyksiköiden pohjalta muodostui kuusi merkitysryhmää, jotka on esitetty taulukossa 5. Merkitysryhmistä rakentui kaksi alatasen kategoriaa: välineet ja tarvikkeet (Taulukko 5).

TAULUKKO 5. Oppimateriaalit -kuvauskategorian rakentuminen

Alatason kategoria	Merkitysryhmä
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Välineet</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Tabletti (6)</li> <li>○ Pelit (7)</li> <li>○ Laskemisen apuvälineet (7)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Tarvikkeet</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Opiskeluun käytettävät materiaalit (9)</li> <li>○ Yleiset koulutarvikkeet (10)</li> </ul>

Oppimateriaalit -kuvauskategorian liittyminen ekaluokkalaisten käsityksiin matematiikasta tuli esille sekä haastatteluista että matematiikkapiirustuksista. Tabletti, erilaiset matikkapelit sekä koneella tehtynä, että lautapeliversiona, olivat opiskeluvälineenä oppilaille arkipäivää siinä, missä matematiikan kirja ja monisteetkin. Tabletilla matematiikan tekeminen tuli esille useassa haastattelussa mieluisana tekemisenä. Myös matematiikkaan liittyvät pelit, joita pelattiin niin tableteilla yksin kuin lautapelinä pareittain kaverin kanssa, olivat osa koulun matematiikan opiskelua. Seuraavassa haastatteluista poimittuja esimerkkejä oppimateriaalien liittämistä käsityksiin matematiikasta:

*”...ja sitten me tehdään matikassa joskus monisteita. Ja sit kun on saan tehtyä kirjasta, saa mennä aina tabletilla pelaamaan matikkapelejä.”* (Haastateltava 1)

*”Me ollaan saatu tehtävien jälkeen olla tableteilla ja sit me ollaan tehty sieltä koodeja ja tehty niitä kellojuttuja ja laskettu noomeilla.”* (Haastateltava 3)

*”No, me tehdään yleensä kirjasta tai paperilta... no on meillä koululla Dragonboxikin, jossa on kolme peliäkin. Yleensä mä pelaan viimeistä, kolmosta. Se on hyvä. Mutta ykköstä mä oon eniten pelannu.”* (Haastateltava 2)

*”...jos vaikka on jotain parihommeleita, niin siinä voi käyttää matikkaa. Jos se on joku sellanen, missä voi käyttää matikkaa, joku vaikka peli.”* (Haastateltava 1)

Laskemisen apuvälineistä esille haastatteluissa nousivat erityisesti oppikirjan hahmot, noomit, joilla voi sekä leikkiä, laskea, että mitata:

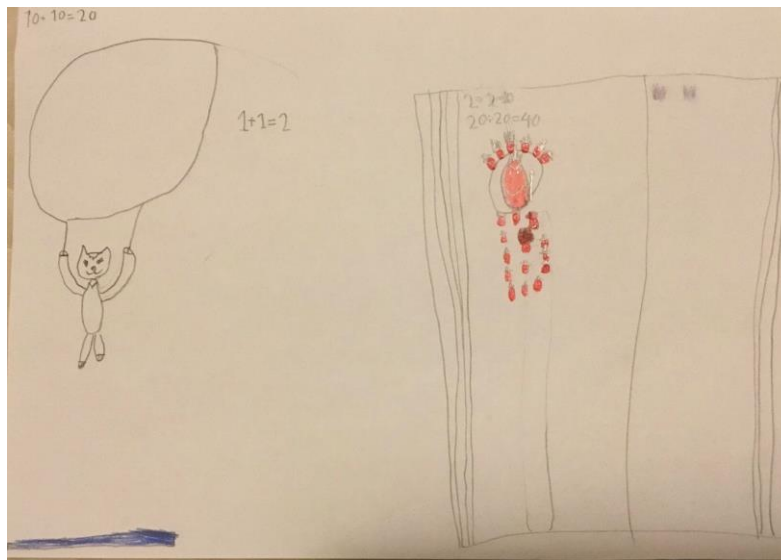
*”Välillä noomeilla leikitään...niillä voi laskea, mitata.”* (Haastateltava 7)

Kaksi haastateltavaa kertoi piirustuksissaan näkyvistä matematiikassa tarvittavista yleisistä koulutarvikkeista seuraavasti:

*”Tää on kumi. Se näyttää ihan mun omalta kumilta. ... Tottakai tarttee kumia, jos menee väärin.”* (Haastateltava 2)

*”No ainaki viivotinta tarttee joskus.”* (Haastateltava 3)

Oppimateriaalit -kategorian merkitysyksiköt nousivat vahvasti esille matematiikkapiirustuksista. Oppimateriaalit osana matematiikkaa tuli esille lähes jokaisessa matematiikkapiirustuksessa (Kuvat 5 ja 6). Vain kahdessa piirustuksessa ei ollut nähtävissä mitään oppimateriaalit -kuvauskategorian alle liittyvää. Luokassa käytössä olevan oppikirjan hahmot esiintyivät useissa piirustuksissa (Kuva 6) ja ne mainittiin myös useaan otteeseen haastatteluissa. Lisäksi useammasta piirustuksesta oli löydettävissä kyniä, kirjoja ja tabletti. Piirustuksissa oppimateriaalit -kategorian asioiden vahva esiintyvyys on luonnollista, sillä näitä asioita on helppo tuoda piirustuksiin.



KUVA 5. Punaiset pallot laskemisen apuna



KUVA 6. Kirjassa esiintyvät hahmot ja tapahtumat liitettiin vahvasti matematiikkaan

Mietittäessä oppimateriaalit -kuvauskategoriaa teorian tiedouden valossa, voidaan todeta, että ekaluokkalaisten opiskelijat matemaattista monipuolisesti. Alkuperäisen matematiikan opetuksessa on Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014, 130) mukaan tavoitteena luoda oppimisympäristö, jossa matematiikan opiskelu tapahtuu toiminnallisesti vaihtelevia työtapoja käyttäen ja sekä yksin että muiden kanssa työskennellen. Pedagogisesti ohjatut leikit ja pelit ovat tärkeä työtapo. Tieto- ja viestintäteknologiaa tulee hyödyntää. Kaikkia näitä edellä mainittuja elementtejä tuli ekaluokkalaisten haastatteluissa esille heidän kertomaan matematiikasta yleensä ja erityisesti koulun matematiikan tunteista.

## 6.6 Matematiikka herättää tunteita

Tämä kuvauskategoria, herättää tunteita, nousi selkeästi omaksi kokonaisuudeksi ekaluokkalaisten käsityksissä matematiikasta. Herättää tunteita -kategoria pitää sisällään monenlaisia asioita, kuten sen, onko matematiikka kivaa vai tylsää tai herättääkö esimerkiksi vaikeat tehtävät positiivisia tai negatiivisia tunteita. Herättää tunteita -kuvauskategorian rakentuminen on esitetty taulukossa 6.

Herättää tunteita -kuvauskategoria rakentui 10 haastattelusta poimittujen merkityksyksiköiden pohjalta. Merkityksyksiköistä muodostui viisi merkitysryhmää, jotka näkyvät taulukossa 6. Merkitysryhmien perusteella rakentui kaksi alataason kategoriaa: positiiviset tunteet ja negatiiviset tunteet (Taulukko 6).

TAULUKKO 6. Herättää tunteita -kuvauskategorian rakentuminen

Alataason kategoria	Merkitysryhmä
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Positiiviset tunteet</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Innostuminen (2)</li> <li>○ Kivaa (12)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Negatiiviset tunteet</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Tylsää (2)</li> <li>○ Epätietoisuus, kun ei osaa (2)</li> <li>○ Liian vaikeaa (1)</li> </ul>

Matematiikan herättämien tunteiden liittäminen vahvaksi osaksi ekaluokkalaisten käsityksiin matematiikasta, tuli hyvin esille sekä ekaluokkalaisten piirustuksista, että haastatteluista. Kaksi haastateltavaa mainitsi ensimmäisenä matematiikasta

mieleen tulevana asiana kysyttäessä, *”Mitä matematiikka sun mielestä on?”*, vastauksen, joka menee täysin ja vain herättää tunteita -kuvauskategorian alle:

*”Aika kivaa. Mä tykkään plus- ja miinuslaskuista.”* (Haastateltava 3)

*”Noooo... se on ainaki kivaa.”* (Haastateltava 4)

*”Siinä on mukavaa, kun siinä ois jotaki kivoja tehtäviä ja joskus on niinku sellasia helppoja ja kivoja.”* (Haastateltava 6)

Kun ensimmäinen ajatus matematiikasta on, että se on kivaa, ollaan onnistuttu herättämään positiivisia tunteita matematiikkaa kohtaan. Samalla ollaan onnistuttu Perusopetuksen opetussuunnitelmassa (2014, 128) mainitussa matematiikan opetuksen tehtävässä: *”Matematiikan opetus tukee oppilaiden myönteistä asennetta matematiikkaa kohtaan”*.

Kolmannessakin haastattelussa ensimmäisiin ajatuksiin matematiikasta liittyivät vahvasti matematiikan herättämät tunteet:

*”No mä oon johnain tulivuorella ja mun pitäis tehtävä ratkasta, joku pluslasku, että mä pääsisin sieltä pois. Se tuo ihan sellasen tunteen....aika kiva, että aika inhottava tunne....mä oon ratkassu sen tehtävän, niin meen johonki linnaan siitä.”* *”Yleensä meillä on kivoja ne tunnit. Ne tunnit on kivoja, missä saa olla omaa evästä, niin mä toivoisin sellasen matikantunnin, että saa samalla syödä, ku tekee matikkaa.”* (Haastateltava 2)

Kuten edellisestä haastatteluesimerkistä käy ilmi, aina matematiikan herättämät tunteet eivät olleet vain positiivisia tunteita. Mukaan saattoi mahtua matematiikan herättämiä negatiivisia tunteita siinäkin tapauksessa, että kokonaisajatus matematiikasta olisi positiivinen, kuten edellisestä haastattelussa. Kaiken kaikkiaan matematiikan herättämiä positiivisia tunteita nousi haastatteluista esille negatiivisia tunteita enemmän.

Tunteita herätti matematiikan helppous tai vaikeus. Kuitenkaan koettu vaikeus tai helppous ei ollut yksiselitteisesti liitettävissä vain negatiivisiin tai positiivisiin tunteisiin. Toisille oppilasta sekä helpot että vaikeat tehtävät olivat mukavia, toisille taas molemmat saattoivat olla tylsiä ja joillekin vaikeat olivat tylsiä ja helpot tai sopivan vaikeat tehtävät olivat mukavia. Edellä mainituista muutamia haastattelupöytäkirjoja:

*”On se vähä kivaa, että on vaikeitakin haasteita, mutta on se kivaa, että on helppojaki.”* (Haastateltava 1)

*”Vaikeet on tylsiä, ku ne on niin vaikeita ja helpot on tylsiä, ku ne on niin helppo tehdä.”* *”Tabletti on eri asia. Tabletti on tabletti, siel on eri laskuja.”* (Haastateltava 5)

Se, ettei vielä osaa jotain asiaa, voi herättää negatiivisia tunteita. Joillakin haastateltavista puolestaan haasteet ja uuden tietämättömän oppiminen herättivät positiivisia tunteita:

*”Taikosin sellasen matikantunnin, et olis kaikki laskut kertoja ja ne olis vaikeita.”* (Haastateltava 8)

Osassa haastatteluista näkyi ylpeys omasta osaamisesta. Tässä haastattelupöytäkirjassa on siitä hyvä esimerkki:

*”Osaan hyvin ja paljo eri matikanjuttuja. Siis mä oon ollu pienestä asti, ku mulla on se raha, mä oon ollu sellanen tavallaan bisnesmies. Mä oon ollu bisnesmies siitä asti, ku mä oon sen tajunnu mitää se tarkoittaa, niin mä oon siitä asti, että tehdään näin, tehdään näin. Mä oon osannu siitä asti ihan täydellisesti matikkaa.”* (Haastateltava 8)

Ekaluokkalaisten tekemistä matematiikkapiirustuksista oli niin ikään nähtävissä matematiikan herättämiä tunteita. Oli nähtävissä selvästi matematiikan herättämiä positiivisia tunteita, kuten kahdesta piirustuksessa kuvasta 7 ilmenee.



KUVA 7. Matematiikan herättämiä positiivisia tunteita oli nähtävissä piirustuksista

Piirustuksista oli nähtävissä myös negatiivisia tunteita. Piirustuksissa näkyvistä negatiivisista tunteista on esimerkkipiirustusta kuvassa 8. Ilahduttavasti positiivisten tunteiden näkyminen oli yleisempää. Vain kahdessa työssä yhdeksästätoista oli selvästi havaittavissa matematiikan aiheuttavan negatiivisia tunteita. Iloisuus puolestaan paistoi suurimmasta osasta piirustuksia.



KUVA 8. Matematiikan herättämiä negatiivisia tunteita nousi esiin piirustuksista.



Se, näyttäytyikö matematiikka vaikeana vai helppona, ei aina automaattisesti aiheuttanut tietynlaisia tunteita. Osalle matematiikan vaikeus saattoi aiheuttaa negatiivisia tunteita, kuten tylsyyttä tai epätoivoa. Toisille matematiikan vaikeatkin tehtävät näyttäytyivät haasteina, joista oli mahdollisuus selviytyä.

Teoriaosuudessa kiinnitettiin huomio siihen, että oppilaan suhde matematiikkaan ja sen oppimiseen on perustaltaan tunnepohjaista. Matematiikassa koetut tunteet ovat puolestaan yhteydessä uskomuksiin. Koetut tunteet vaikuttavat uskomuksiin. Koetut tunteet voivat heikentää tai vahvistaa olemassa olevia uskomuksia. Tunnekokemusten toistuessa usein, ne saattavat alkaa ohjata sitä, mitä oppilas ajattelee matematiikasta muodostaen näin pysyvemmän tunnesuhteen matematiikkaa kohtaan. (vrt. Hannula & Holm 2018, 137–139.) Tunteiden esiintyessä tietyissä tilanteissa usein, ne saattavat saada aikaan tietyn asenteen. Esimerkiksi toistuvat epäonnistumisen kokemukset sekä ahdistuksen tunne ja pelko epäonnistumisesta matematiikan tehtävissä, voivat saada yksilön asennoitumaan negatiivisesti matematiikkaa kohtaan. (Pietilä 2002, 21; 59.) Alkuopetuksen matematiikassa positiivisten kokemusten ja niistä aiheutuvien positiivisten tunteiden aikaansaaminen onkin tärkeää positiivisen tunnesuhteen luomiseksi. Kannustuksen ja positiivisen palautteen antaminen on tärkeää. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin (2014, 128) alkuopetuksen ensimmäiseksi tavoitteeksi on kirjoitettu ”Tukea oppilaan innostusta ja kiinnostusta matematiikkaa kohtaan sekä myönteisen minäkuvan ja itseluottamuksen kehittymistä”

## 6.7 Aikuisena osataan matematiikkaa

Tutkimuksessa aikuisten osaaminen ja tietäminen matematiikkaa määrittävänä tekijänä nousi omaksi aikuisena osataan -kuvauskategoriaksi. Ekaluokkalaiset ajattelivat matematiikan sellaisena asiana, jota aikuisen kuuluu osata ja jota aikuisena osataan. Aikuisena osataan -kuvauskategorian rakentuminen on kuvattu taulukossa 7.

Aikuisena osataan -kuvauskategoria lähti rakentumaan 14 merkitysyksikön pohjalta. Näiden merkitysyksiköiden pohjalta muodostui viisi merkitysryhmää, jotka näkyvät taulukosta 7. Merkitysryhmien perusteella puolestaan rakentui kolme alatasen kategoriaa: opettaja ohjaa ja neuvoo, aikuisena tiedetään, aikuisena osataan (Taulukko 7).

TAULUKKO 7. Aikuisena osataan -kuvauskategorian rakentuminen

Alatason kategoria	Merkitysryhmä
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Opettaja ohjaa ja neuvoo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Opettaja korjaa (2)</li> <li>○ Opettaja neuvoo (4)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Aikuisena tiedetään</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Isona osataan (3)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Aikuisena tarvitaan</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Aikuisena tarvitaan (3)</li> <li>○ Aikuisena matikka on tärkeää (2)</li> </ul>

Aikuisena osataan -kuvauskategorian liittyviä asioita nousi esiin ekaluokkalaisten haastatteluista. Piirustuksista ei ilmennyt mitään, jonka olisin itse osannut laittaa aikuisena osataan -kuvauskategorian alle. Yksi ekaluokkalainen kuitenkin selitti oman piirustuksen sisältöä haastattelutilanteessa seuraavasti: *”Tää on opettaja ja se opettaa”*.

Haastatteluista nousi aikuisena osataan -kuvauskategoriaan liittyen nimenomaan se, että aikuisena matematiikkaa osataan. Seuraavassa haastatteluista poimittuja esimerkkejä siitä, miten ekaluokkalaiset toivat ilmi, että aikuinen osaa ja aikuisen täytyy osata matematiikkaa:

*”Jos musta tulee vaikka opettaja, niin mun täytyy tietää, mitä matikassa tehdään.”* (Haastateltava 3)

*”On tärkeätä, että oppii ja sitte vaikka jos aikuisena kysyy joltain aikuiselta laskuja, niin tietää. Jos ei oo lapsena opetellu, niin sitten ei tiedä.”* (Haastateltava 1)

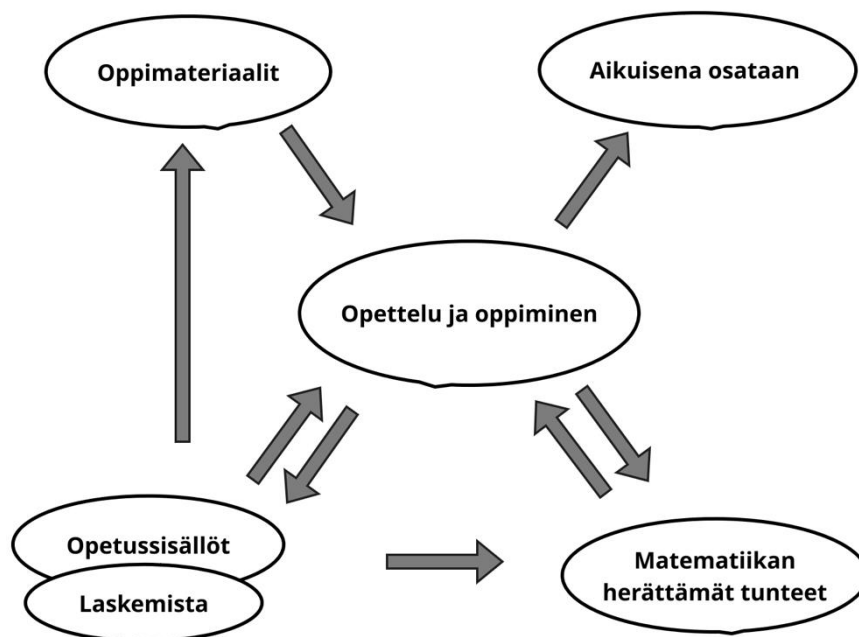
Osasta haastatteluista kävi siis selkeästi ilmi ekaluokkalaisten ymmärtävän, että osatakseen aikuisena matematiikka, sitä on tärkeä harjoitella jo lapsena.

Aikuisena osataan -kategorian olisi voinut liittää myös oppiminen ja osaminen -kategoriaan. Opettelusta seuraa oppimista ja osaamista. Aikuistenkin on

täytynyt opetella ja oppia asiat, eivät ne vain jostain tule. Päädyin kuitenkin pitämään tämän kategorian erillisenä, sillä mielestäni tähän kategoriaan liittyvissä merkitysyksiköissä korostui oppimista enemmän nimenomaisesti se, että aikuisena kuuluu osata matematiikkaa ja aikuisena myös osataan sitä. Ikään kuin ekaluokkalaiset olisivat matkalla kohti sitä osaamista ja aikuisena ollaan sitten valmiita tällä saralla.

## **6.8 Kuvauskategorioiden väliset suhteet**

Tutkimusaineiston analysoinnin seurauksena rakentui siis kuusi kuvauskategoriaa: kuusi selkeää kokonaisuutta, jotka kertovat jokainen osaltaan tutkimusjoukon ekaluokkalaisten tavasta käsittää matematiikka. Jokainen kuvauskategoria on oma kokonaisuutensa. Samalla kuitenkin jokainen kuvauskategoria on myös yhteydessä johonkin muuhun tai useampaan muuhun tutkimuksen kuvauskategoriaan. Olen rakentanut kuvion 3 teorianäkökulmaa hyödyntäen kuvaamaan ekaluokkalaisten erilaisten matematiikan käsitteellistämistapojen keskinäisiä suhteita. Kuviossa 3 selviää siis tutkimustulosten ja teoriaosuuden pohjalta kuvattuna ekaluokkalaisten matematiikan käsitteellistämistapojen keskinäiset suhteet. Kuvauskategorioiden keskinäisten suhteiden tarkastelussa olen päätenyt laittamaan yhteen laskeminen -kuvauskategorian ja opetussisällöt -kuvauskategorian, sillä näin sen selkeyttävän kuvauskategorioiden välisten suhteiden esittämistä. Kuten jo aiemmin tutkimustulosten esittämisen yhteydessä mainitsin, laskeminen myös on osa opetussisältöjä, joten kuvauskategorioiden yhdistäminen tätä tarkastelua varten ei tuottanut ongelmia. Tutkimustuloksissa halusin kuitenkin pitää laskemiseen liittyvät asiat omana kuvauskategorianaan sen ollessa niin suuressa osassa ekaluokkalaisten matematiikkakäsityksissä.



KUVIO 3. Keskinäiset suhteet niiden asioiden välillä, joita liittyy ekaluokkalaisten käsityksiin matematiikasta

Kuviossa 3 nuolet osoittavat kuvauskategorioiden välisiä suhteita. Kuviossa keskellä on oppiminen ja osaaminen. Jokainen muu tutkimuksesta esiin noussut kuvauskategoria on jollain tavalla yhteydessä oppimiseen ja osaamiseen.

Opetussisällöt ja laskeminen -kuvauskategorioiden sekä oppiminen ja osaaminen -kuvauskategorian välille laitoin nuolet molempiin suuntiin. Laskeminen ja opetussisällöt ovat ne asiat, joihin ekaluokkalaisten oppiminen tähtäsi ja joita ekaluokkalaisten ajattelivat tarvittavan osata voidakseen sanoa osaavansa matematiikkaa. Toisaalta ekaluokkalaisten määrittivät osaamistaan juuri opetussisältöjen osaamisen kautta. Osaamista verrataan ja ajatellaan opetussisältöjen osaamisena. Oppiminen ja osaaminen kohdistuvat nimenomaan koulun opetussisältöihin, ja toisaalta opetussisällöt tulee oppia ja osata. Lisäksi laskeminen ja opetussisällöt -kohdasta osoittaa nuolet matematiikan herättämiin tunteisiin ja oppimateriaaleihin. Laskemisesta ja opetussisällöistä matematiikan herättämiin tunteisiin osoittava nuoli kuvaa sitä, että opetussisällöt voivat vaikuttaa siihen, mitä

tunteita matematiikka herättää. Kaikki opetussisällöt eivät välttämättä herätä samanlaisia tunteita, kuten seuraavasta haastattelusta poimitusta esimerkistä voidaan todeta:

*”Kertolaskuja ei ainakaan oo vielä tullu ja toivon, ettei ainakaan tuukaan vielä, ku mä en osaa niitä.” ...”mukavinta on ne kaikki pluslaskut ja jutut ja varsinki ne aikajutut, kelloajat.”* (Haastateltava 2)

Laskemisesta ja opetussisällöistä oppimateriaaleihin osoittava nuoli kuvaa sitä, että opetussisällöt tulevat käsittelyyn eri oppimateriaalien kautta. Oppimateriaalit ovat väline opetussisältöjen esittämiseen.

Oppimateriaaleista osoittaa nuoli puolestaan oppimiseen ja osaamiseen. Tämä nuoli kuvaa sitä, että oppimateriaaleja käytetään oppimiseen. Oppimateriaalit ovat apuväline oppimiseen ja osaamiseen. Voitaisiin myös ajatella, että laskemisesta ja opetussisällöistä lähtevä nuoli kulkee oppimateriaalien kautta osaamiseen ja oppimiseen. Oppimateriaalit toimivat osaltaan apuvälineenä opetussisältöjen esittämiseen ja oppimiseen.

Matematiikan herättämät tunteet -kuvauskategorian ja oppiminen ja osaaminen -kuvauskategorian välille laitoin nuolet osoittamaan molempiin suuntiin. Tässä tutkimuksessa näyttäytyi selvästi ekaluokkalaisten matematiikkaan liittyvän sen herättämät tunteet: positiivisia tunteita ja iloa matematiikkaa kohtaan, mutta myös negatiivisia tunteita esimerkiksi liian vaikeiksi koetuista tehtävistä johtuen. Toisaalta teoriaan pohjaten uskalsin laittaa nuolen osoittamaan myös toisin päin. Tunteet saattavat tietyissä tilanteissa usein tai voimakkaina esiintyessään, aikaansaada tietyn asenteen (Pietilä 2002, 21). Asenteiden tiedetään puolestaan vaikuttavat oppimistuloksiin. Oppilaiden luottamus omaa oppimista kohtaan ja asennoituminen omaan oppimiseen ovat vahvasti yhteydessä matematiikan osaamiseen (Kupari & Hiltunen 2018, 49–50). Kielteinen asenne matematiikkaa kohtaan voi ilmetä voimakkaimmillaan matematiikka-ahdistuksena, joka heikentää matematiikan oppimista ja saa välttelemään matematiikan opiskelua (Hannula & Holm 2018, 134). Kouluaikana koetut matematiikan herättämät tunteet vaikuttavat aikuisuuteen asti. Voidaankin ajatella, että matematiikan herättämistä tunteista nuoli kulkeutuu oppiminen ja opettelu –kuvauskategorian kautta aikuisena osataan kuvauskategoriaan asti.

Oppiminen ja osaaminen -kohdasta osoittaa nuoli aikuisena osataan -kohtaan. Tämä nuoli kertoo siitä, että tutkimuksessa ekaluokkalaiset näkivät matematiikan olevan jotain, mikä ajateltiin olevan aikuisena hallussa. Matematiikka näyttäytyi tutkimuksen ekaluokkalaisille asiana, joka ikään kuin tähtäsi siihen, että aikuisena matematiikkaa tarvitaan ja aikuisena matematiikkaa tulee osata. Aikuisena myös osataan matematiikka.

Jokaisella tämän tutkimuksen perusteella rakentuneella kuvauskategoriolla on oma paikkansa mietittäessä ekaluokkalaisten käsityksiä matematiikasta. Yksittäinen kuvauskategoria kertoo osaltaan ekaluokkalaisten käsityksistä matematiikkaan liittyen. Samalla kaikki kuvauskategoriat muodostavat yhdessä isomman kokonaisuuden ekaluokkalaisten käsityksistä, jokaisen kategorian ollessa suhteessa johonkin tai useampaan muuhun tutkimuksen perusteella rakennettuun kuvauskategoriaan.

## 7 POHDINTA

### 7.1 Tutkimustulosten tarkastelu

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, mitä käsityksiä ekaluokkalaisilla on matematiikasta ja matematiikkaan liittyen. Edellä olen esittänyt matematiikkaan kietoutuvia asioita ekaluokkalaisten silmin nähtynä. Rakensin tutkimustuloksista kuusi kuvauskategoriaa. Tutkimustuloksia avasin tuomalla esiin jokaisen kuvauskategorian rakentumisen, eli alakategoriat ja merkitysryhmät, joiden perusteella kuvauskategoriat rakentuivat. Tutkimustuloksia analysoidessani oli välillä haastavaa miettiä, miten rakennan kuvauskategoriat, että niistä tulee selkeät ja jokainen kuvauskategoria kertoo jotain oleellista ekaluokkalaisten tavoista käsitellä matematiikka. Näin jälkikäteen tarkastellessani ihmetyttää, mikä siinä oli välillä vaikean tuntuista. Nyt kuvauskategoriat näyttäytyvät itselleni hyvin loogisilta ja selkeiltä. Kaikki kuvauskategoriat ovat yhtä tärkeitä ja tarpeellisia esitettävässä tutkimusjoukon ekaluokkalaisten käsityksiä matematiikasta.

Tutkimuksessa selvisi, että ekaluokkalaisten käsitykset matematiikasta ovat moninaiset. He liittivät matematiikkaan monia hyvin erilaisia asioita. Monet ekaluokkalaisten matematiikkaan liittämät asiat liittyivät koulun matematiikkaan ja koulussa tapahtuvaan matematiikan opiskeluun. Laskeminen, laskut ja numerot sekä koulun matematiikan muu opetussisältö sekä niiden oppiminen osaaminen, ovat tämän tutkimuksen perusteella tärkeässä asemassa ekaluokkalaisten käsityksissä matematiikasta. Tältä osin tutkimuksen tuloksissa on yhteneväisyyksiä Young-Loveridgen ym. (2006, 583–588) Australiassa 6–12 -vuotiaille tehdyn tutkimuksen tulosten kanssa, jossa niin ikään todettiin, että matematiikka yhdistetään matemaattiseen sisältöön, luokkahuoneeseen sekä matematiikan opiskeluun ja oppimiseen koulussa.

Matematiikka näyttäytyi ekaluokkalaisille pitkälti matematiikan perusasioina sekä niiden opetteluina. Matematiikan perusasioiden, kuten laskujen, laskemisen ja numeroiden suuri rooli ekaluokkalaisten matematiikkakäsityksissä ei ole yllättävää, sillä Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) mukaan alkuopetuksessa tulee painottaa juuri matematiikan perusasioiden oppimista. Tut-

kimustulokset näyttävätkin ekaluokalla matematiikkaa toteutettavan vahvasti Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) mukaisesti: haastatelluista nousi esille paljon Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin kirjattuja asioita. Perusasioiden oppimiseen ja sujuvoittamiseen tuleekin alkuopetuksessa panostaa, perusasioiden osaamisen ollessa edellytys monimutkaisempien matemaattisten taitojen oppimiselle. Perustaitojen hyvä hallinta antaa pohjan oppia uutta. (Aunola & Nurmi 2018, 54.)

Tässä tutkimuksessa ekaluokkalaisille matematiikan oppiminen näyttäytyi pääasiassa lähinnä tehtävien oikein ratkaisemisenä sekä jonkin matemaattisen tehtävän oppimisena sillä tavoin kuin se oli opetettu. Haastattelujen perusteella ilmeni kuitenkin, että ekaluokkalaiset ajattelivat matematiikkaan kuuluvan myös ongelmanratkaisun, eikä matematiikkaa nähty pelkästään mekaanisena laskujen laskemisena. Aina ekaluokkalaisille ei kuitenkaan ollut selkiytynyt vielä se, miksi matematiikkaa opetellaan ja mihin kaikkeen sitä käytännön elämässä voidaan tarvita. Useampi ekaluokkalainen vastasi, että matematiikkaa tarvitaan vain läksyihin tai siihen, että osaa laskea. Vaikka tutkijana johdattiin keskustelun kaupassa käyntiin, ei ekaluokkalaiselle välttämättä kuitenkaan tullut mieleen, että siellä esimerkiksi tarvitaan matematiikkaa. Tosin useimmat ekaluokkalaisista kuitenkin näkivät matematiikan tarpeellisuuden ja yhteyden käytäntöön. Siitäkin huolimatta, että matematiikkaa ei aina osattu liittää käytännön tarpeeseen, nähtiin matematiikka tärkeänä.

Koulun matematiikan opetussisältöjen lisäksi ekaluokkalaiset liittivät matematiikkaan kuuluvaksi olennaisena osana myös erilaiset koulussa käytettävät materiaalit, tarvikkeet ja välineet. Tutkimuksessa nousi esimerkiksi oppikirjan lisäksi monisteet, pelit, tabletti, erilaiset laskemisen apuvälineet ja matematiikassa tarvittavat yleiset koulutarvikkeet (esim. kynä ja kumi) esille koulun matematiikan opiskeluun liittyvänä. Opetusmateriaalit olivat tämän tutkimuksen mukaan siis tärkeä matematiikkaan liitettävä tekijä. Opetusmateriaalin vaikuttaessa osaltaan oppilaan käsitykseen matematiikasta, on selvää, että ei ole yhden tekevää, millaisen kuvan oppimateriaali matematiikasta antaa. Perkkilä ym. (2018, 344) toteavatkin, että oppikirjojen valinnassa tulisi huomioida monenlaiset ja monen tasoiset oppijat. Käytännönläheisyys ja mielenkiintoa sekä uteliaisuutta herättävä oppimateriaali tukee ymmärtävää oppimista. Tässä tutkimuksessa oppikirjassa



esiintyvät hahmot nousivat ekaluokkalaisten tekemissä matematiikkapiirustuksissa vahvasti esille. Ne koettiin selvästi innostavina.

Yhtenä kokonaisuutena tutkimuksessa näyttäytyi ekaluokkalaisten käsityksissä matematiikasta olevan matematiikan herättämät tunteet. Matematiikka herätti sekä negatiivisia että positiivisia tunteita. Suurin osa ekaluokkalaisista koki matematiikan kaikin puolin mukavana ja innostavana, osa yhdisti matematiikkaan myös leikin. Pääasiassa tutkimusjoukon ekaluokkalaisilla matematiikkakuva olikin myönteinen ja matematiikka tuotti iloa. Yleensä matematiikka näyttäytyi ekaluokkalaisille kokonaisuudessaan mukavana silloinkin, vaikka se välillä tuntui tarjoavan hetkittäisesti liian vaativia haasteita. Hannulan ja Holmin (2018, 132–141) mukaan myönteisen matematiikkakuvan omaavat, itseensä luottavat ja matematiikkaa arvostavat, jaksavatkin yleensä ponnistella matemaattisten haasteiden ratkaisemiseksi. Sitä vastoin negatiivisen matematiikkakuvan omaavat luovuttavat helpommin. (Hannula & Holm 2018, 132–141.) Tutkimusjoukkoon mahtui myös negatiivisen matematiikkakuvan omaavia ekaluokkalaisia. Heille matematiikka näyttäytyi tylsänä ja tuntui usein liian vaikealta. Tällaisille negatiivisen matematiikkakuvan omaaville olisi erityisen tärkeää saada aikaan onnistumisen kokemuksia. Heitä pitäisi myös tukea ja kannustaa pyrittäessä muuttamaan kielteistä matematiikkakuvaa myönteisemmäksi. (Hannula & Holm 2018, 140.)

Viimeisenä tutkimuskategoriana toin esille ekaluokkalaisten matematiikkakäsityksiin liittyen matematiikan olevan jotain, mitä aikuiset osaavat. Ekaluokkalaiset ajattelivat, että matematiikkaa tarvitaan aikuisena. Aikuisena sitä kuuluu osata ja aikuisena matematiikkaa myös osataan. Ekaluokkalaiset olivat matkalla kohti sitä, että aikuisena osataan matematiikkaa. Toiset ekaluokkalaiset olivat selvästi oivaltaneet, että aikuisena osaaminen tarkoittaa matematiikan harjoittelua jo nyt.

## **7.2 Tutkimuksen luotettavuuden tarkastelu**

Laadullisessa tutkimuksessa tutkimuksen luotettavuus syntyy tutkimuksen teon myötä (Aaltio & Puusa 2011, 158). Tutkimuksen tavoitteena voidaan pitää sitä, että tutkimus kuvastaa mahdollisimman hyvin tutkittavien käsityksiä ja kokemusmaailmaa. Vaikka tiedostetaan, että tutkijan tekemät valinnat vaikuttavat mo-

nessa eri tutkimuksen vaiheessa tutkimukseen, tulee tutkijan erottaa omat oletukset niin, etteivät ne vaikuta tutkimustuloksiin. (Aaltio & Puusa 2011, 153–157.) Fenomenografinen tutkimusprosessi on samalla oppimisprosessi, jossa tutkija on etsimässä ja oppimassa tutkittavasta ilmiöstä. Täydellisesti omia näkemyksiä ei voida sulkeistaa pois tutkimuksesta eikä myöskään voida täydellisesti ymmärtää toisten kokemuksia ja käsityksiä tutkittavasta ilmiöstä. Tutkimustuloksissa esitetyt ryhmät ja kategoriat ovat tutkijan konstruktioita tutkimusaineistosta, ja toinen tutkija saattaisi päätyä toisenlaisiin luokituksiin. (Niikko 2003. 39–41.) Edellä mainitut tiedostaen olen pyrkinyt tutkimuksen teon jokaisessa vaiheessa tietoisesti siirtämään omat ennako-oletukset sivuun ja keskittymään vain tutkimusjoukon tuottamaan tietoon. Parhaan mahdollisen tutkimuksen luotettavuuden takaamiseksi olen myös pyrkinyt avoimesti kuvaamaan tutkimuksen teon jokaista vaihetta.

Tutkimuksen luotettavuuteen pyrin vaikuttamaan myös hyvillä etukäteisvalmisteluilla ennen aineiston hankintaa. Ennen kuin ekaluokkalaiset aloittivat matematiikkapiirustusten piirtämisen, annoin kaikille ennakkoon mietityt ohjeet. Ohjeet olin miettinyt tarkasti etukäteen niin, että en esimerkiksi sanavalinnoilla ohjaisi oppilaiden piirtämistä. Ekaluokkalaisten tuottamien matematiikkapiirustusten osalta tulee huomioida, että piirtäessään matematiikkaan liittyvää piirustusta, oppilaat istuivat lähellä toisiaan: toisessa tutkimukseen osallistuneista luokista oppilaat istuivat kaarella vieretysten ja toisessa luokassa kolmen-neljän hengen pöytäryhmissä. Oppilaat juttelivat piirtäessään ja osa myös kertoi, mitä piirtää. Tiedostin jo etukäteen, että oppilaat saattavat ottaa piirustuksiin mallia toisiltaan, erityisesti, jos heillä on vaikeuksia itse päättää, mitä piirtäisivät. En kuitenkaan halunnut muokata istumajärjestyksen avulla oppilaiden piirustustuotoksia. Ajattelin mieluummin olevan tärkeää, myös tulevia haastatteluja ajatellen, luoda ilma-  
piiriltään mukava ja vapaa aineistonhankintatilanne. Jos oppilaille olisi jäänyt piirustustilanteessa jännittynyt mielikuva tutkimuksesta, olisi haastattelutilanteessa ollut varmasti vaikeampi saada heti luotua vapautunutta ja avointa ilmapiiriä. Tutkijana minun on mahdotonta aukottomasti päätellä, mikä painoarvo piirustusten sisältöön on oppilaan omilla ajatuksilla matematiikasta ja mikä on ”ryhmäpaineen” painoarvo. Olisihan oppilaiden piirustukset saattaneet pyöriä vahvasti samojen aiheiden ympärillä, vaikka he olisivat tuottaneet piirustukset ilman luokkavereiden vaikutuksia. Ryhmissä ja lähekkäin istumisella ja keskustelulla oli käsitteäkseni joka tapauksessa huomattava vaikutus tuotettuihin piirustuksiin. Näin

päädyin siihen, että piirustusten sisältöön oli niin iso painoarvo ryhmällä, että tutkimuksen aineiston analysoinnin tein pääasiassa haastatteluaineiston pohjalta ja käytin piirustuksia lähinnä haastatteluaineistoa tukevana materiaalina analysoimatta niitä sen tarkemmin luomalla vain yleiskatsauksen piirustuksiin.

Haastatteluihin valmistauduin myös huolella, sillä kuten Puusa (2011, 76–77) kirjoittaa, haastattelijan rooli on tärkeä kokonaisuuden onnistumisen kannalta: haastattelija vaikuttaa omalla olemisellaan ja kysymyksenasettelullaan tuotetun aineiston sisältöön. Vähäisen kokemuksen omaavana haastattelijana tein tutuille lapsille muutamia koehaastatteluja nähdäkseni, miten avoimet kysymykset ja kysymyksenasettelu toimivat. Koehaastattelujen avulla varmistin myös, että termit, joita tulisin haastatteluissa käyttämään, olisivat haastateltaville tuttuja ja että haastateltavat ymmärtävät, mistä puhun. Hirsjärven ja Hurmeen (2002, 129–130) mukaan haastattelijan tulee kiinnittää huomiota käyttämiinsä sanoihin. Lapset eivät välttämättä ymmärrä kaikkia haastattelijan käyttämiä sanoja heidän sanavaraston ollessa aikuisten sanavarastoa pienempi. Koehaastatteluissa testasin myös nauhurin käytön varmistaakseni, että saan nauhurin avulla tallennettua haastattelut.

Lapsilta haastattelun avulla saatuun tietoon on perinteisesti liitetty epäilyksiä tiedon luotettavuudesta (Ritala-Koskinen 2001, 147). Tutkimuksessani tiedon luotettavuus ei sinällään haastattelujen tuottaman tiedon suhteen tuottanut ongelmaa, kun tutkimuksessa tutkittiin ekaluokkalaisten käsityksiä matematiikasta. Painotin ekaluokkalaisille, että he kertovat omia ajatuksiaan ja tuntemuksiaan. Painotin myös, että kaikki ajatukset ovat yhtä lailla oikeita eikä vääriä vastauksia ole. Turtiaisen (2001, 173) mukaan onkin tärkeää, että lapsi ymmärtää, ettei haastattelutilanteessa ole oikeita ja vääriä vastauksia.

Ritala-Koskisen (2001, 149–151) mukaan lapset ovat useimmiten motivoituneita ja kyvykkäitä keskustelijoita. He osaavat kuvata hyvin mielipiteitään ja kokemuksiaan. Lapsille tyypillisenä nähdään kuitenkin heidän muistavan tietyllä hetkellä, sillä hetkellä ja siinä mielentilassa, olevat tärkeät asiat. Haastattelija puolestaan ei voi olla tietoinen lapsen vallitsevista mielentiloista. Ritala-Koskinen (2001, 160) mainitsee Engeliin (1995) viitaten lasten kertomuksissa saattavan myös sekoittua mielikuvitus ja tosi toisiinsa. Edellä mainittuja seikkoja pohdin jo tutkimusaihetta valitessani: lapset todellakin saattavat ajatella matematiikasta todella suppeasti. He voivat ajatella esimerkiksi vain koulun matematiikan tunneille

liittyviä asioita, varsinkin, kun haastattelu tehdään koulussa kouluaikana. Saadakseni haastateltavilta riittävän laajasti tietoa aiheeseen liittyen, olin miettinyt valmiiksi haastattelurungon, jonka aiheet läpikäymällä saisin tutkimukseni kannalta riittävän laajasti tietoa haastateltavilta. Varoin kuitenkin ohjaamasta liikaa tutkittavien ajattelua. Mielikuvitusta huomasin ekaluokkalaisista löytyvän, ja haastattelujen loppuosassa toivoin heidän sitä myös käyttävän. Mielikuvituksellisten kertomusten tuottaminen ei ollut tutkimuksessani ongelma vaan rikkaus. Oli hienoa, kun ekaluokkalainen lähti kuvitteluissaan liitämään matematiikan maailmaan. Myös kuvitellut asiat kertovat arvokasta tietoa lapsen käsityksistä matematiikkaan liittyen.

Aineistonhankinnan ajankohdat olin suunnitellut sillä ajatuksella, että ehdin tutustua ekaluokkalaisten tuottamiin matematiikkapiirustuksiin ennen haastattelujen toteuttamista. Haastattelut toteutin viikon piirustusten tuottamisen jälkeen. Tämä antoi, minulle mahdollisuuden tutustua piirustuksiin ja miettiä, mitä ne minulle kertovat tutkittavien ajatuksista matematiikkaa kohtaan. Toisaalta sain aikaa myös pohtia, mitä haluan piirustuksiin liittyen tietää lisää. Piirustukset myös ohjasivat osaltaan haastateltavien valintaa. Vaikka tulkitsin ja analysoin piirustuksia jo ennen haastattelua, pyrin pitämään haastattelutilanteessa tulkintani ominani, jotta en ohjaisi ajatuksillani haastateltavia. Tässä koen myös onnistuneeni.

Etukäteen olin ajatellut, että piirustukset ja haastattelut olisivat yhtä vahvoja aineistoja analysointia ajatellen, mutta näin ei siis käynyt. Piirustusten anti tuli kuitenkin mukaan analyysiin, tehdessäni niistä huomioita ennen haastatteluja sekä oppilaiden tulkiteissa minulle piirustuksiaan haastattelun aikana. Näin jälkikäteen ajatellen uskon tehneeni tämän ratkaisun oikein. Se, etten analysoinut piirustuksia tarkasti, ei uskoakseni vaikuttanut tutkimuksen tuloksiin. Joidenkin merkitysyksikköjen määrä olisi varmasti ollut isompi kuin mitä pelkistä haastatteluista nousseiden merkitysyksikköjen määrä. Merkitysyksikköjen määrällä ei tässä tutkimuksessa kuitenkaan ollut merkitystä, vaan yksikin merkitys saattoi olla merkittävä. Uskonkin tutkimustulosten esittävän kattavasti tutkimusjoukon ekaluokkalaisten ajatusmaailmaa ilmiöstä nimeltä matematiikka.

Koskisen (2011, 277) mukaan tutkimuksen luotettavuuden arvioinnissa keskeistä on erityisesti se, miten tutkimuksen tulokset esitetään ja raportoidaan. Luotettavuuden lisäämiseksi tutkijan päättelypolku tulee tehdä näkyväksi. Tutkijan on

kirjoitettava tutkimuksen kulku auki niin hyvin, että ulkopuolinen lukija voi ymmärtää tutkijan tekemät ratkaisut (Aaltio & Puusa 2011, 154). Tässä tutkimusraportissani olen pyrkinyt avaamaan tutkimuksen etenemisen niin, että ulkopuolinen lukija pystyy sen ymmärtämään. Aineistosta nousevien esimerkkien ja suorien lainausten avulla olen pyrkinyt näyttämään lukijalle sen, miten olen edennyt kuvauskategorioiden rakentamisessa. Pyrkimyksenäni tulosten raportoinnissa on niin ikään ollut se, että lukija raporttia lukiessaan ymmärtää tutkimuksen tulokset. Päättelypolun avaamisen ja tutkimustulosten raportoinnin onnistumisesta voi vain lukija päättää.

### 7.3 Lopuksi

Tutkimus antoi vastauksia kysymyksiini. Sain ymmärrystä ekaluokkalaisten käsityksistä matematiikkaan liittyen. Ei ollut yllättävää, että koulumatematiikka liitettiin vahvasti käsityksiin matematiikasta. Sen sijaan koin hieman yllättävänä sen, että kaikki ekaluokkalaiset eivät osanneet sanoa edes jotain arkielämän asiaa, johon matematiikkaa tarvitaan. Matematiikkaa siis todellakin näytetään tehtävän myös ilman, että ajatellaan miksi sitä harjoitellaan tai tehdään. Täytyy tietysti muistaa, että haastattelutilanne on ollut vain lyhyt, noin kymmenen minuutin kohtaaminen, haastateltavan lapsen ja hänelle vieraan aikuisen välillä. Osa ekaluokkalaisista on voinut jännittää tilannetta paljonkin, vaikka se ei haastatteluissa nousutkaan selkeästi esille. Välttämättä siis ekaluokkalaiset eivät ole kaikkia ajatuksiaan saaneet tuotua tilanteessa esille.

Jatkotutkimusaiheena olisi mielenkiintoista selvittää, miten koulu muokkaa lasten käsityksiä matematiikasta. Millaisia käsityksiä lapsilla on matematiikasta ennen koulun alkua ja miten ne muuttuvat kouluun tulon myötä? Toisaalta olisi myös mielenkiintoista tutkia, miten käsitykset matematiikasta muuttuvat pidemmän ajanjakson kuluessa. Tutkia siis erityisesti sitä, millaisia asioita matematiikkaan liitetään kuuluvaksi eri ikäkausina.

Tutkimusprosessille asettamani tavoitteet täyttyivät tämän tutkielman teon myötä. Tavoitteeni oli ennen tutkimusprosessin alkua lisätä omaa tietämystäni ekaluokkalaisten käsityksistä matematiikkaan liittyen niin, että se mahdollisesti auttaisi itseäni tulevassa luokanopettajan työssä matematiikan opetuksessa. `Tieto lisää tuskaa!` Tietämykseni kyllä lisääntyi, mutta samalla lisääntyi pelko

siitä, miten tulen selviämään. Oppilaat ovat aina jokainen omalla tasollaan. Jokaiselle pitäisi osata antaa oman taitotason vastaavaa opetusta ja tehtäviä, ja mahdollistaa kaikille erilaisille oppijoille mielekäs oppiminen. Tähän kun lisää teoriaosuudessa esille nousseet hyvän matematiikan opetuksen kulmakivet, yhteisölliset työtavat vuorovaikutuksellisuuden, ongelmanratkaisutaitojen kehittämisen, havainnollistamisen ja kielentämisen käytön opetuksessa ja niiden käytön lisääminen oppimisen välineenä, tieto- ja viestintäteknologian hyödyntämisen, on haaste valmis. Tämä haaste on otettava vastaan ja ratkaistava se itselle sopivalla tavalla!

## LÄHTEET

- Aaltio, I. & Puusa, A. 2011. Laadullisen tutkimuksen luotettavuus. Teoksessa A. Puusa & P. Juuti (toim.), *Menetelmäviidakon raivaajat. Perusteita laadullisen tutkimustavan valintaan*. Helsinki: Johtamistaidon opisto, 153–166.
- Aunola, K. & Nurmi, J-E. 2018. Matemaattisten taitojen kehitys kouluiässä. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 54–69.
- Björn, P., Aro, M. & Koponen, T. 2018. Matematiikan oppimisvaikeuksien tutkimusperustainen tuki. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 184–201.
- Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Helsinki: Opetushallitus.
- Hannula M.S. & Holm M.E. 2018. Oppilaan matematiikkakuva oppimistuloksena ja oppimisen taustatekijänä. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 132–154.
- Hannula, M.M. & Lepola, J. 2006. Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehitystä? Teoksessa J. Lepola & M.M. Hannula (toim.), *Kohti koulua. Kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys*. Turun yliopisto - kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja A:205, 129–153.
- Hannula-Sormunen, M., Mattinen, A., Räsänen, P. & Ruusuvirta, T. 2018. Varhaisten matemaattisten taitojen perusta: synnynnäiset valmiudet, tietoinen toiminta ja vuorovaikutus. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 158–183.
- Hirsjärvi, S. & Hurme, H. 2001. Tutkimushaastattelu. Teemahaastattelun käytäntö ja teoria. Helsinki: Yliopistopaino.
- Huusko, M. & Paloniemi, S. 2006. Fenomenografia laadullisena tutkimussuuntauksena kasvatustieteissä. *Kasvatus* 37 (2), 162–173. Saatavilla <http://elektra.helsinki.fi.ezproxy.jyu.fi/se/k/0022-927-x/37/2/fenomeno.pdf>. Luettu 6.6.2019.

- Joutsenlahti, J., Silverberg, H. & Räsänen, P. (toim.), 2018. Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Joutsenlahti, J. & Tossavainen, T. 2018. Matemaattisen ajattelun kielentäminen ja siihen ohjaaminen koulussa. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen (toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 410–431.
- Järvinen, P. & Järvinen, A. 2011. Tutkimustyön metodeista. Tampere: Opinpaja.
- Kaasila R. & Laine, A. 2018. Miten tulevien luokanopettajien matematiikkakuvaa voidaan vaikuttaa? Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen (toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 306–318.
- Kiilakoski, T. & Rautio, P. 2015 Viivojen jäljet – Piirtäminen aineiston tuottamisen menetelmänä. Teoksessa M. Mustola, J. Mykkänen, M-L. Böök & A-V. Kärjä (toim.), Visuaaliset menetelmät lapsuuden- ja nuorisotutkimuksessa. Helsinki: Nuorisotutkimusseura, 77–88.
- Kinnunen, S. 2011. Spontaanit piirustushetket lapsen ja tutkijan kohtaamisen ja tiedonrakentumisen tilana. Teoksessa A. Puusa & P. Juuti (toim.), Menetelmäviidakon raivaajat. Perusteita laadullisen tutkimustavan valintaan. Helsinki: Johtamistaidon opisto, 35–45.
- Korhonen, J., Hakkarainen, A., Holopainen, L., Linnanmäki, K., Savolainen, H. & Taipale, A. 2018. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen (toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 258–275.
- Koskinen, M. 2011. Fenomenografia tutkimuslähestymistapana. Teoksessa A. Puusa & P. Juuti (toim.). Menetelmäviidakon raivaajat. Perusteita laadullisen tutkimustavan valintaan. Helsinki: Johtamistaidon opisto, 267–280.
- Koskinen, R. 2016. Mielekäs oppiminen matematiikan opetuksen lähtökohtana : systemaattinen analyysi Journal for Research in Mathematics Education aikakauslehden artikkelien pohjalta. Helsingin yliopisto. Tutkimuksia 379. Saatavilla <http://hdl.handle.net/10138/230140>. Luettu 2.1.2019.
- Kupari, P. & Hiltunen, J. (2018). Matemaattiset taidot kansainvälisten arviointitutkimusten valossa. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen



- (toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 16–53.
- Kupari, P. & Nissinen, K. 2013. Background factors behind mathematics achievement in Finnish education context. Explanatory models based on TIMSS 1999 and TIMSS 2011 data. Finnish Institute for Educational Research. University of Jyväskylä. Saatavilla [www.iea.nl/sites/default/files/irc/IRC-2013\\_Kupari\\_Nissinen.pdf](http://www.iea.nl/sites/default/files/irc/IRC-2013_Kupari_Nissinen.pdf). Luettu 27.3.2019.
- Kupiainen, A. 2016. Pilvet eivät ole palloja, mutta matematiikka on kaunista. Saatavilla [www.aka.fi](http://www.aka.fi). Luettu 15.3.2019.
- Kuula, A. 2006. Tutkimusetiikka. Aineistojen hankinta, käyttö ja säilytys. Jyväskylä: Vastapaino.
- Krzywacki, H. & Portaankorva-Koivisto, P. 2018. Suomalainen matematiikan opettaja. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen (toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 278–293.
- Kyttälä, M. & Kanerva, K. 2018. Työmuisti ja matemaattiset taidot. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen (toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 220–239.
- Lahtinen, A. 2008. Yle. Elävä arkisto. Saatavilla <https://yle.fi/aihe/artikkeli/2009/11/16/matematiikka-jokapaivaisessa-elamassa>. Luettu 7.1.2019.
- Lindgren, S. 1998. Voidaanko matematiikan opiskeluasenteita muuttaa? Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 301–315.
- Linnanmäki, K. 1998. Minäkäsitys ja matematiikan oppiminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 283–300.
- Matematiikan verkkosanakirja 2020. Matematiikkalehti Solmu. Saatavilla <https://matematiikkalehtisolmu.fi/sanakirja/a.html>. Luettu 2.6.2019.
- McDonough, A. & Sullivan, P. 2014. Seeking insights into young children`s beliefs about mathematics and learning. Educational Studies in Mathematics 2014, 279–296. Saatavilla <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10649-014-9565-z>. Luettu 27.3.2019.

- Metsämuuronen, J. 2008. Laadullisen tutkimuksen perusteet. Metodologia-sarja 4. Helsinki: International Methelp.
- Metsämuuronen, J. (toim.) 2013. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Helsinki: Opetushallitus.
- Mustola, M., Mykkänen, J., Böök, M.L. & Kärjä, A-V. (toim.) 2017. Visuaaliset menetelmät lapsuuden- ja nuorisotutkimuksessa. Helsinki: Nuorisotutkimusseura. Saatavilla [https://www.nuorisotutkimusseura.fi/images/visuaaliset\\_menetelmat\\_verkko.pdf](https://www.nuorisotutkimusseura.fi/images/visuaaliset_menetelmat_verkko.pdf). Luettu 1.5.2019.
- Nieminen, L. 2010. Lasten ja nuorten tutkimus: oikeudellinen tarkastelu. Teoksessa H. Lagström, T. Pösö, N. Rutanen & K. Vehkalahti (toim.), Lasten ja nuorten tutkimuksen etiikka. Helsinki: Nuorisotutkimusseura, 25–42.
- Niikko, A. 2003. Fenomenografia kasvatustieteellisessä tutkimuksessa. Kasvatustieteiden tiedekunnan tutkimuksia. Joensuun yliopisto.
- Parsons, S. & Bynner, J. 2005. Does Numeracy Matter More? Institute of Education University of London. Saatavilla [Www.researchgate.net/profile/Sam\\_Parsons/publication/245969683\\_Does\\_Numeracy\\_Matter\\_More](http://www.researchgate.net/profile/Sam_Parsons/publication/245969683_Does_Numeracy_Matter_More). Luettu 18.6.2019.
- Pehkonen, E. 1995. Pupils' View of Mathematics. Initial report for an international comparison project. Helsinki. Helsingin yliopisto. Saatavilla <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED419712.pdf>. Luettu 23.4.2019.
- Perkkilä, P. 2002. Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä studies in education, psychology and social research 195. Saatavilla <http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-5338-6>. Luettu 10.2.2019.
- Perkkilä, P., Joutsenlahti, J. & Sarenius V-M. 2018. Peruskoulun matematiikan oppikirjat osana oppimateriaalitutkimusta. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 344–364.
- Perso, T. 2011. Assessing numeracy and NAPLAN. The Australian Mathematics Teacher vol. 67. No 4, 32-35. The Australian Mathematics Teachers (AAMT) Inc. Adelaide. Saatavilla <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ956716.pdf>. Luettu 5.5.2019.

- Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Helsinki: Opetushallitus.
- Pietilä, A. 2002. Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva: Matematiikka-kokemukset matematiikkakuvan muodostajina. Helsinki: Yliopistopaino.
- Puusa, A. 2011. Haastattelu laadullisen tutkimuksen menetelmänä. Teoksessa A. Puusa & P. Juuti (toim.), Menetelmäviidakon raivaajat. Perusteita laadullisen tutkimustavanvalintaan. Helsinki: Johtamistaidon opisto, 73–87.
- Puusa, A & Juuti, P. 2011. Mitä laadullinen tutkimus on? Teoksessa A. Puusa & P. Juuti (toim). Menetelmäviidakon raivaajat. Perusteita laadullisen tutkimustavan valintaan. Helsinki: Johtamistaidon opisto, 47–57.
- Ritala-Koskinen, A. 2001. Lasten haastattelu tutkijan haasteena. Teoksessa M. Kangassalo & J. Suoranta (toim.) Lasten tietoyhteiskunta. Tampere: Tampere University Press, 145–169.
- Ronkainen, S., Pehkonen, L., Lindblom-Ylänne, S. & Paavilainen, E. 2014. Tutkimuksen voimasanat. Helsinki: Sanoma Pro.
- Ruusuvuori, J & Tiittula, L. 2005. Tutkimushaastattelu ja vuorovaikutus. Teoksessa J. Ruusuvuori & L. Tiittula (toim.) Haastattelu. Tutkimus, tilanteet ja vuorovaikutus. Tampere: Vastapaino, 22–56.
- Syrjälä, L., Ahonen, S., Syrjäläinen, E. & Saari, S. 1994. Laadullisen tutkimuksen työtapoja. Helsinki: Kirjayhtymä.
- Tossavainen, T. & Leppäaho, H. 2018 matematiikan opettajien ja opettajaksi opiskelevien matemaattisesta osaamisesta. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 294–304.
- Tossavainen, T. & Sorvali, T. 2003. Matematiikka, koulumatematiikka ja didaktinen matematiikka. Tieteessä tapahtuu, 21 (8) 30-35. <https://journal.fi/tt/article/view/57245>. Luettu 3.4.2019.
- Tuohilampi, L. & Giaconi, V. (2013). Minäkäsitys, motivaatio sekä tunteet matematiikkaan liittyen: kolmasluokkalaisten vertailua Suomessa ja Chilessä. Teoksessa M. Hähkiöniemi, H. Leppäaho, P. Nieminen & J. Viiri (toim.). Proceedings of the 2012 Annual Conference of Finnish Mathematics and Science Research Association. University of Jyväskylä, 117–128.
- Turtiainen, P. 2001. Lapsen kuulemisen mahdollisuudet ja rajoitukset haastattelututkimuksen näkökulmasta. Teoksessa M. Kangasluoma & J. Suoranta

- (toim.), Lasten tietoyhteiskunta. Tampere: Tampere University Press, 170–180.
- Valkonen, L. 2006. Millainen on hyvä äiti tai isä? Viides- ja kuudesluokkalaisten lasten vanhemmuuskäsitykset. Jyväskylän yliopisto. Jyväskylä studies in education, psychology and social research 286. Saatavissa <https://jyx.jyu.fi/bitstream/handle/123456789/13293/9513925692.pdf>. Luettu 2.5.2019.
- Young-Loveridge, J. & Taylor, M. 2005. Children's views about mathematics learning after participation in a numeracy initiative. University of Waikato. Research in Education, 74, 83–90. Saatavilla <https://doi.org/10.7227/RIE.74.7>. Luettu 2.2.2020.
- Young-Loveridge, J., Taylor, M., Sharma, S. & Hawera, N. 2006. Students' Perspectives on the Nature of Mathematics, 583–590.
- Yrjönsuuri, R. 1998. Näkökulmia opetukseen ja oppimiseen. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen P. (toim). Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 128–162.
- Yrjönsuuri, R. 2005. Opi opiskelemaan. Käsitteitä matematiikan opiskelusta. Helsinki: Oppilo.
- Zhang, Q. & Morselli, F. 2016. Teacher Beliefs. Teoksessa M.S. Hannula, P. Di Martino, M. Pantziara, Q. Zhang, F. Morselli, E. Heyd-Metzuyanim, S. Lutovac, R. Kaasila, J.A. Middleton, A. Jansen & G.A. Goldin, Attitudes, Beliefs, Motivation and Identity in Mathematics Education, 49–56.

## LIITTEET

### Liite 1. Matematiikan opetuksen keskeiset sisällöt (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014, 129–130)

Ajattelun taidot	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Tarjotaan mahdollisuus löytää yhtäläisyyksiä, eroja ja säännönmukaisuuksia</li> <li>○ Vertaillaan, luokitellaan ja asetetaan järjestykseen</li> <li>○ Havaitaan syy- ja seuraussuhteita</li> <li>○ Matemaattisten tilanteiden tarkastelu eri näkökulmista</li> <li>○ Ohjelmoinnin alkeisiin tutustuminen, vaiheittaisten toimintaohjeiden laatiminen ja testaaminen</li> </ul>
Luvut ja laskutoimitukset	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Luonnollisten lukujen käyttö laskutoimituksissa</li> <li>○ Lukumäärän, lukusanan ja numeromerkinnän välisen yhteyden hallitsemisen varmistaminen</li> <li>○ Lukujen ymmärtämisen laajentaminen lukumääriä laske- malla, hahmottamalla ja arvioimalla</li> <li>○ Lukujonotaitojen harjoittelu</li> <li>○ Harjoitellaan taitoa vertailla ja asettaa lukuja järjestykseen</li> <li>○ Lukujen ominaisuuksien tutkiminen (parillisuus, monikerta, puolittaminen)</li> <li>○ Lukujen 1–10 hajotelmiin perehtyminen</li> <li>○ Lukujen tarkoituksenmukaiseen käyttöön ohjaaminen eri tilanteissa</li> <li>○ Kymmenjärjestelmään perehtyminen konkreettisten mallien avulla</li> <li>○ Yhteen- ja vähennyslaskutaitojen harjoittelu lukualueella 0– 20 ja myöhemmin 0–100</li> <li>○ Päässä-laskustrategioiden harjoittelu laskutaidon sujuvoittamiseksi</li> <li>○ Vaihdannaisuuden ja liitännäisyyden hyödyntäminen yhteenlaskussa</li> <li>○ Kertolaskun käsitteen ymmärtäminen ja kertotaulujen 1–5 sekä 10 opettelu</li> <li>○ Pohjan luonti jakolaskun ymmärtämiselle sekä kerto- ja jakolaskun yhteydelle</li> <li>○ Vaihdannaisuuden hyödyntäminen kertolaskussa ja jakolaskun liitännäisyyteen tutustuminen</li> <li>○ Murtoluvun käsitteen pohjustaminen</li> </ul>
Geometria ja mittaa- minen	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Oppilaiden taitoa hahmottaa kolmiulotteista ympäristöä ja havaita siinä tason geometriaa kehitetään</li> <li>○ Kappaleiden ja tasokuvioiden tutkiminen, tunnistaminen, rakentaminen ja piirtäminen</li> <li>○ Kappaleiden ja tasokuvioiden ominaisuuksien löytäminen ja nimeäminen niiden luokittelun mahdollistamiseksi</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Mittaamisen harjoittaminen ja mittaamisen periaatteen oivaltaminen</li><li>○ Suureista käsitellään pituus, massa, tilavuus ja aika sekä harjoitellaan niiden mittayksiköiden käyttöä. Keskeisimpiä mittayksiköitä ovat metri, senttimetri, kilogramma, gramma, litra ja desilitra</li><li>○ Kellonaikojen ja ajanyksiköiden harjoittelu</li></ul>
Tietojen-käsittely ja tilastot	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Tietojen keräämisen ja tallentamisen taitojen pohjustaminen</li><li>○ Yksinkertaisten taulukoiden ja pylväsdiagrammien laadinta ja tulkinta</li></ul>

## **Liite 2. Matematiikan alkuopetuksen tavoitteet (Perusopetuksen opetus-suunnitelman perusteet 2014)**

T1 tukea oppilaan innostusta ja kiinnostusta matematiikkaa kohtaan sekä myönteisen minäkuvan ja itsetuottamuksen kehittymistä Työskentelyn taidot

T2 ohjata oppilasta kehittämään taitoaan tehdä havaintoja matematiikan näkökulmasta sekä tulkita ja hyödyntää niitä eri tilanteissa

T3 kannustaa oppilasta esittämään ratkaisujaan ja päätelmiään konkreettisin välinein, piirroksin, suullisesti ja kirjallisesti myös tieto- ja viestintäteknologiaa hyödyntäen

T4 ohjata oppilasta kehittämään päättely- ja ongelmanratkaisutaitojaan Käsitteelliset ja tiedonalakohtaiset tavoitteet

T5 ohjata oppilasta ymmärtämään matemaattisia käsitteitä ja merkintätapoja

T6 tukea oppilasta lukukäsitteen kehittymisessä ja kymmenjärjestelmän periaatteen ymmärtämisessä

T7 perehdyttää oppilasta peruslaskutoimitusten periaatteisiin ja tutustuttaa niiden ominaisuuksiin

T8 ohjata oppilasta kehittämään sujuvaa peruslaskutaitoa luonnollisilla luvuilla ja käyttämään erilaisia päässäälaskustrategioita

T9 tutustuttaa oppilas geometriisiin muotoihin ja ohjata havainnoimaan niiden ominaisuuksia

T10 ohjata oppilasta ymmärtämään mittaamisen periaate

T11 tutustuttaa oppilas taulukoihin ja diagrammeihin

T12 harjaannuttaa oppilasta laatimaan vaiheittaisia toimintaohjeita ja toimimaan ohjeen mukaan

## Liite 3. Tutkimuslupa

**PÄÄTÖS / koulunjohtaja**

**Päivämäärä 29.04.2019 Pykälä 23/2019**

**Asia** Tutkimuslupahakemus: Ekaluokkalaisten käsitys matematiikasta (Hietämäki Elina)

Elina Hietämäen Progradu-tutkimusta varten

Tarkoitus ja tavoite: tutkimus kohdistuu 1. luokkalaisten käsitykseen matematiikasta.  
Ajankohta: 2.5.2019 – 10.5.2019 välisenä aikana

**Päätös** Myönnetään tutkimuslupa.

**Allekirjoitus**

[Redacted signature]

**Oikaisu-vaatimusohje** Päätökseen tyytymätön voi tehdä kirjallisen oikaisuvaatimuksen osoitteella: Kasvatus- ja opetuslautakunta, neljäntoista (14) päivän kuluessa päätöksen tiedoksisaannista. Asianosaisen katsotaan saaneen tiedon päätöksestä seitsemäntenä (7) päivänä kirjeen lähettämisestä, saantitodistuksen osoittamana aikana tai erilliseen tiedoksiantotodistukseen merkittynä aikana ja silloin kun päätös on annettu tiedoksi sähköisesti kolmantena (3) päivänä viestin lähettämisestä. Oikaisuvaatimuksesta on käytävä ilmi vaatimus perusteluineen ja se on tekijän allekirjoitettava.

**Julkisesti nähtävänä** [Redacted] 2.5.2019

**Tiedoksianto**

Kenelle	[Redacted] koulun johtaja, 1.lk opettajat, Hietämäki	Päivämäärä	2.5.2019
Miten	[ ] Lähetetty postitse saantitodistusta vastaan	[ ] Lähetetty postitse tavallisena kirjeenä	[ ] Lähetetty sisäisessä postissa
	[ x ] Luovutettu		

Vastaanottajan allekirjoitus

[ x ] Lähetetty sähköpostissa

[Redacted] koulusihteeri  
Tiedoksiantajan allekirjoitus ja virka-asema



#### **Liite 4. Ekaluokkalaisten koteihin välitetty kirje tutkimukseen suostumisesta**

Hei ekaluokkalaisten huoltajat!

Opiskelen luokanopettajaksi Jyväskylän yliopistossa Kokkolan yliopistokeskus Chydeniuksessa. Pro gradu -tutkielmani aiheena on ekaluokkalaisten käsitykset matematiikasta. Tutkimusaineistoksi kerään ekaluokkalaisten lasten matematiikkapiirustuksia ja lisäksi haastattelen lyhyesti osaa lapsista liittyen heidän käsityksiinsä matematiikasta. Aineistosta saatu tieto käsitellään ehdottoman luottamuksellisesti, eikä lasten nimiä tule aineistoon näkyviin.

Aineiston keruuta varten tarvitsen luvat tutkimukseen osallistumisesta sekä oppilailta että huoltajilta. Vastaisitko ystävällisesti lapsenne opettajalle Helmi -viestillä, saako lapsenne osallistua tutkimukseen vai ei.

Ystävällisin terveisin,

Elina Hietamäki  
Luokanopettajaopiskelija  
Kokkolan yliopistokeskus Chydenius  
Jyväskylän yliopisto

## Liite 5. Haastattelurunko

Yleisesti itsestä ja siitä miksi haastattelen, ym.....

- Haastattelun avuksi seuraavat...
- Mitä se matematiikka sinun mielestäsi on? Millaisia asioita sinulle tulee matematiikasta mieleen?
- Mihin kaikkeen matematiikkaa tarvitaan?
- Missä mielestäsi esiintyy matematiikkaa?
- Mitä olette tehneet matematiikan tunnilla?
- Muistatko kun piirsit tämän piirustuksen? Kertoisitko, millaisia matematiikkaan liittyviä asioita olet tähän piirtänyt?
- Millaista matematiikka on?
- Mikä matematiikassa on mukavaa?
- Onko siinä jotain tylsää?
- Miten mielestäsi osaat matematiikkaa?
- Mitä haluaisit oppia vielä matematiikasta / matematiikassa?
- Onko matematiikka mielestäsi tärkeää? ... Miksi?
- Haluatko kertoa tai lisätä tähän jotakin?
- Taikasauva (Saat taikoa sen tällä taikasauvalla ja kertoa minulle siitä): millaista matematiikkamaassa olisi (mitä siellä näkyisi ja mitä siellä voisi tehdä)? Millainen olisi matematiikan tunti koulussa, jos saisit taikoa sellaisen tunnin kuin itse haluat?